

**MODELAGEM HIDODINÂMICA TRIDIMENSIONAL EM CANAIS UTILIZANDO O
MODELO DE TURBULÊNCIA K- ϵ**

*Erika da Justa Teixeira Rocha¹; Francisco Osny Enéas da Silva²; Francisco de Assis de Souza
Filho³*

Resumo – A turbulência é o mais complexo fenômeno do movimento dos fluidos. Diversos modelos tem sido testados para avaliar a turbulência em canais. O modelo computacional utilizado é o modelo k- ϵ tridimensional isotrópico. Este modelo foi desenvolvido para turbulência total, com as vantagens da simplicidade de operação e baixo custo computacional, de modo que é amplamente utilizado. Foi aplicado na modelação tridimensional hidrodinâmica do escoamento em canal. As simulações realizadas comparam modelos com dados experimentais, observando sua adequação. O modelo hidrodinâmico k- ϵ demonstrou ser adequado para as simulações em canais. O algoritmo SIMPLE mostrou um excelente desempenho. O exemplo testado mostrou um bom ajuste entre o modelo k- ϵ , o modelo de viscosidade turbulenta e dados experimentais.

Abstract – Turbulence is the most complex phenomenon of fluid movement. Several models have been tested for the turbulence in channels. The computational model used is the k- ϵ model three-dimensional isotropic. This model was developed for total turmoil, with the advantages of simple operation and low computational cost, so it is widely used. Was implemented in three-dimensional modeling of the hydrodynamic flow in the channel. The simulations compare models with experimental data, noting their suitability. The k- ϵ hydrodynamic model proved to be suitable for simulations on channels. The SIMPLE algorithm showed an excellent performance. The sample tested showed a good fit between the k- ϵ model, the turbulent viscosity model and experimental data.

Palavras-Chave – modelo de turbulência k- ϵ , hidrodinâmica de canais.

¹ Professora do IFCE. Rua Maria Alves Ribeiro, 315, (85)88920310, erikadajusta@ifce.edu.br

² Professor da UNIFOR. Av. Mister Hull, s/n. Campus do Pici, bl.714, (85)33669624. osnyasilva@terra.com.br

³ Professor adjunto da UFC. Av. Mister Hull, s/n. Campus do Pici, bl.714, (85)33669624. assis@ufc.br

1. INTRODUÇÃO

A turbulência é o mais complexo fenômeno do movimento dos fluidos, sendo também o mais comum. RODI (1980) afirmou que na hidráulica assim como em outras áreas da mecânica dos fluidos todos os escoamentos de interesse prático são turbulentos.

O estudo da turbulência desperta a atenção de diferentes tipos de profissionais. Para os matemáticos os problemas pendentes giram em torno da solução completa das Equações de Navier-Stokes. Para os físicos a questão central inclui ergodicidade e o comportamento estatístico, tal como o relacionado à mecânica estatística da turbulência. Para engenheiros o problema envolve questões simples de formular, porém surpreendentemente difíceis de responder, tal como: Quais são as propriedades de transferência de calor de um fluxo turbulento? Quais as forças aplicadas por um fluido nos seus contornos seja este uma tubulação ou aerofólio? Para outros a abordagem do sistema dinâmico está relacionado com o comportamento de longo termo do fluxo turbulento (FOIAS *et al*, 2001)

A turbulência pode ser representada por meio das equações de Chezy, Manning e Darcy-Weisbach. Estes equacionamentos são válidos, no entanto, para uma ampla gama de fenômenos unidimensionais, macroscópicos e globais, não são, porém, razoáveis na representação de fenômenos multidimensionais e com características pontuais no domínio do escoamento.

A hidrodinâmica, até os trabalhos de Prandtl sobre camada limite, era incapaz de resolver problemas em escoamentos não potenciais e com fluidos não viscosos, distanciando-se assim das necessidades práticas da engenharia. A partir do advento da teoria da camada limite e do posterior desenvolvimento dos modelos de representação da turbulência tanto no ponto de vista teórico como experimental e as possibilidades proporcionadas pela informática tornou-se possível a aplicação dos modelos hidrodinâmicos de turbulência na engenharia. Assim, as três fontes do desenvolvimento dos modelos de turbulência são o desenvolvimento dos materiais e métodos experimentais, o desenvolvimento dos modelos numéricos do ponto de vista teórico e os avanços dos métodos numéricos associado ao desenvolvimento dos computadores digitais.

O modelo computacional utilizado é o modelo $k-\varepsilon$ tridimensional e isotrópico. Este modelo foi desenvolvido para turbulência total, com as vantagens da simplicidade de operação e baixo custo computacional, de modo que é amplamente utilizado. Este modelo é baseado na hipótese da viscosidade turbulenta, e a quantidade escalar dessa viscosidade é utilizada para calcular o tensor de Reynolds (ZHANG, 2011).

De acordo com Worthy *et al* (2001) alguns trabalhos questionam a otimização desses modelos, o que complica a seleção dos componentes do modelo. Apesar disso a significância dos termos individuais podem ser demonstradas.

Para isso, desenvolveu-se o algoritmo e código computacional para a modelagem de escoamentos tridimensionais em canais utilizando o modelo k-ε e o algoritmo SIMPLE.

O modelo desenvolvido e apresentado neste trabalho foi aplicado na modelação tridimensional hidrodinâmica do escoamento em canal.

2. MODELAGEM HIDRODINÂMICA EM CANAIS

As equações que governam o escoamento turbulento médio são as equações de Reynolds, no entanto, estas equações não constituem em si um sistema fechado, ou seja, não possui o número de equações igual ao número de incógnitas. Esse sistema contém termos desconhecidos, que são expressos basicamente no produto cruzado das flutuações turbulentas. Para o referido sistema de equações tornarem-se fechado é necessária a utilização de entradas empíricas; por este motivo os cálculos baseados nas equações do escoamento médio são ditos semi-empíricos (RODI, 1980). As equações de Reynolds podem ser escrita conforme a Equação 1:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) + g_i \quad (1)$$

onde: u_i nesta equação é a velocidade do escoamento médio na direção x_i , ν é a viscosidade molecular cinemática, g_i é a força de campo, P é a pressão e i, j são as dimensões do escoamento.

Soma-se a esta equação a equação da conservação da massa (equação da continuidade) para fluidos incompressíveis, dada na Equação 2:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

2.1. O modelo da viscosidade turbulenta

O fechamento do sistema de equações de Reynolds pode ser feito a partir da modelagem do produto cruzado das flutuações turbulentas, sendo a teoria da viscosidade turbulenta, que pese aqui todas as críticas, a mais utilizada, fornecendo bons resultados. A equação da viscosidade turbulenta para escoamentos isotrópicos pode ser escrita na forma:

$$\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

O modelo da viscosidade turbulenta transfere a indeterminação do sistema do produto cruzado das flutuações turbulentas para a viscosidade turbulenta.

Esse produto significa o trabalho realizado pelas tensões de Reynolds no escoamento médio. Na equação de transporte de k ele aparece como um termo ‘fonte’; porém na equação do transporte do momento médio, ele é um ‘sorvedouro’, representando a taxa de transferência do momento do escoamento médio para os turbilhões.

2.2. Equações de transporte de propriedades turbulentas

O modelo k - ε , implementado neste trabalho, equaciona a viscosidade turbulenta através de duas propriedades do escoamento turbulento: a energia cinética turbulenta e a dissipação turbulenta. A correlação que define a taxa de dissipação de k é constituída por produtos de derivadas das flutuações de velocidade desconhecidas a priori. É necessário, portanto, modelar este termo.

A equação para a viscosidade turbulenta desenvolvida a partir da equação de Kolmogorov-Plandtl é descrita, neste caso, como a Equação 4. A função que define C_μ encontra-se em Rodi (1980).

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4)$$

A energia cinética turbulenta (k) tem sua distribuição espacial e quantificação em relação com o escoamento médio descrita pela Equação 5.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} + w \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + P - \varepsilon \quad (5)$$

A equação de k não pode ser empregada diretamente em modelos de turbulência. Ela apresenta correlações que envolvem flutuações de velocidade que são desconhecidas. Para cada termo desconhecido é necessário o desenvolvimento de modelo de forma que a equação de transporte de k possa ser resolvida. Assim, a equação da dissipação turbulenta é descrita pela expressão 6.

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + w \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (6)$$

O primeiro membro das equações 5 e 6, mostra a razão de variação local e o transporte convectivo, no segundo membro da equação 5, tem-se no primeiro termo o transporte difusivo, o segundo termo é a produção de turbulência devido ao escoamento médio ou às tensões cisalhantes, o terceiro termo é a produção/destruição devido ao empuxo (ocasionado pelas trocas entre a energia cinética turbulenta e a energia potencial) (RODI,1980). Nessa equação σ_k é o número de Prandtl para a energia cinética turbulenta.

A equação de transporte de ε , com seus termos modelados, é descrita pela Equação 7.

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{u_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (7)$$

onde o primeiro termo do segundo membro da equação representa a dispersão e o segundo a geração-destruição. Nesta equação P é a produção de turbulência devido as tensões de Reynolds.

A produção de turbulência ocorre a partir da transferência de energia cinética turbulenta do escoamento médio para as flutuações turbulentas, através da cascata não linear de energia, sendo composto de nove parcelas. Neste trabalho foi reduzida, através das hipóteses de escoamento uniforme e de que é desprezível a produção de turbulência do escoamento secundário com relação ao escoamento primário (equação 8).

$$P = v_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (8)$$

Os coeficientes das equações de transporte de turbulência do modelo k- ε são as entradas empíricas do modelo e têm seus valores condicionados às especificidades do processo em que foram determinados, os mesmos postos em função dos parâmetros do escoamento. Os valores dos referidos coeficientes são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Coeficientes empíricos do modelo k- ε

	C_μ	$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	σ_k	σ_ε
Laundier e Spalding(1973)	0,09	1,44	1,92	1,0	1,3
Markatos(1986)	$0,09f_2(P/\varepsilon)$	1,43	1,94	1,0	1,3
Rodi(1980)	$f(P/\varepsilon)$	1,44	1,92	1,0	1,3

2.3. Modelação do contorno para as variáveis turbulentas

O contorno sólido foi modelado com a hipótese de perfil logaritmo para a distribuição de velocidades nas suas proximidades, pois na região definida pelo intervalo $30 < \frac{yu_*}{\nu} < 100$ esta hipótese é válida segundo os dados experimentais, como em Nezu e Rodi (1986).

Na região de validade do perfil logaritmo, são válidas para as variáveis da turbulência, apresentadas nas equações 9 e 10.

$$k_P = \frac{u_*^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (9)$$

$$\varepsilon_P = \frac{u_*^3}{\kappa y_w} \quad (10)$$

onde C_μ é um parâmetro do modelo k- ε igual a 0,09; y_w é a distância à parede do primeiro nó das variáveis da turbulência na malha alternada, κ é o número de Von Karman, adotado neste trabalho igual a 0,41, ν é a viscosidade cinemática e u_* é a velocidade de atrito.

Estas expressões são utilizadas para definir os valores de k e ε no primeiro nó da malha alternada e que deverá, por construção da malha, estar na região de validade das hipóteses do perfil logarítmico.

2.4. Associação da rugosidade ao contorno sólido

A associação da rugosidade ao contorno foi realizada seguindo os indicativos de Naot e Rodi (1993); sugeriram que, após o cálculo do campo de velocidades, calcular-se-ia a velocidade de atrito de forma iterativa, pela equação 11:

$$u_* = \frac{\kappa u}{\ln\left(G \frac{yu_*}{\nu}\right)} \quad (11)$$

onde G é um parâmetro que caracteriza a rugosidade ($G = 9,0$), é adotado para escoamentos hidráulicamente lisos.

Conhecendo-se os valores da velocidade de atrito, calcula-se a energia cinética turbulenta e a dissipação turbulenta. Estes valores de k e ε são utilizados como contornos para o cálculo dessas

variáveis no restante do domínio. Neste procedimento utilizou-se complementarmente o princípio da aderência para o contorno da parede.

Os escoamentos em que se testará a hipótese de parede com rugosidade, serão escoamentos dentro da faixa de escoamentos hidraulicamente rugosos. O valor de G para escoamentos totalmente rugosos pode ser obtido, segundo Lau e Krishnapan (1981), pela equação 12:

$$G = \frac{30,1\nu}{u_* k_S} \quad (12)$$

onde k_S representa o comprimento característico da rugosidade.

2.5. Contorno da superfície livre

Duas hipóteses podem ser utilizadas para definir o contorno da superfície livre. A primeira e mais natural é supor simetria para todas as variáveis do equacionamento na superfície livre; esta hipótese traz consigo a agradável similaridade do contorno em duto forçado com plano de simetria. A segunda hipótese advém da suposição sobre o processo turbulento na superfície, e formula uma expressão para a dissipação turbulenta, como sendo uma função da energia cinética turbulenta na superfície.

Neste trabalho, implementou-se a hipótese de simetria para as diversas variáveis turbulentas e também a segunda hipótese, como expressa por Lau e Krishnapan (1981), isto é, simetria para todas as variáveis na superfície, com exceção da dissipação turbulenta, que é calculada pela equação 13:

$$\varepsilon_S = \frac{C_\mu^{3/4}}{\kappa y_S} k_S^{3/2} \quad (13)$$

onde y_S é a distância do nó à superfície livre; muitos autores (por exemplo, Naot e Rodi, 1982) definem y_S como a distância a uma superfície virtual localizada $0,07H$ acima da superfície livre (onde H é a altura da lâmina d'água).

2.6. Algoritmo SIMPLE

O algoritmo SIMPLE tem uma silenciosa, mas explícita predileção da literatura. Este algoritmo recebeu atenção de diversos pesquisadores.

A formulação SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equation) foi proposta por Patankar e Spalding (1972) para a resolução de escoamentos regidos por equações diferenciais parabólicas; nesses escoamentos, as condições de montante determinam as condições de jusante, e as condições de jusante não influenciam as características de montante.

O algoritmo SIMPLE, em suas diversas formas, receberá atenção especial na metodologia onde procurar-se-á deduzi-lo.

2.7. Malha de discretização

A discretização do domínio tem grande influencia na solução numérica do modelo. Esta influencia se deve tanto as dimensões como a forma como as variáveis do equacionamento encontram-se distribuídas.

A malha alternada discretiza os componentes da velocidade em pontos diferentes. Este tipo de malha previne oscilações numéricas no campo de pressão (PATANKAR, 1980 e FLETCHER, 1991). A malha alternada tem como embasamento físico o volume de controle.

2.8. Critérios para seleção de um esquema numérico adequado

Patel *et al* (1987) listou uma série de atributos que possibilitassem a parametrização para a seleção do esquema numérico mais adequado. Este esquema deve ser conservativo, não difusivo e incondicionalmente convergente. Estes atributos podem ser contemplados a partir da observância das seguintes características:

- O fluxo que sai pela face de uma célula é o mesmo que adentra pela face comum na célula adjacente;
- O princípio da conservação de massa seja garantido;
- Os coeficientes para os nós adjacentes na equação algébrica representativa tenham o mesmo sinal, para assegurar a dominância da diagonal da matriz dos coeficientes;
- Na ausência de fontes e condições de contorno a soma dos coeficientes dos nós adjacentes seja igual ao coeficiente do ponto sob equacionamento:

$$\alpha_p = \sum a_{nb} \quad (14)$$

- A razão entre a soma acima mencionada e o coeficiente do ponto seja maior ou igual a um em todas as equações e maior que um em pelo menos uma equação. Esta é uma condição suficiente para a convergência.

O esquema de discretização utilizado foi o Híbrido proposto por Patankar (1980).

2.9. Linearização do termo fonte e sumidouro nas equações do modelo de turbulência

A primeira proposta de linearização do termo fonte ou sumidouro (termos algébricos não lineares) foi desenvolvê-lo em série de Taylor em torno do valor de B (fonte ou sumidouro) calculado com os valores de ϕ da iteração anterior (Equação 15).

$$B^{Novo} = B^{Velho} + \left(\frac{dB}{d\phi}\right) (\phi^{Novo} - \phi^{Velho}) \quad (15)$$

Com esta expressão teríamos o termo B como uma função linear do ϕ a ser calculado (ϕ^{Novo}) e do ϕ da iteração anterior (ϕ^{Velho}).

Logo se observou que este tipo de discretização, mesmo utilizando o melhor princípio numérico de linearização, não garante que as variáveis no processo de cálculo sejam sempre positivas, e K e ϵ , por definição, são sempre positivas, como também não garante estabilidade numérica.

Devido esses fatos, adotou-se a linearização proposta por Patankar (1980). A Tabela 2 mostra a linearização selecionada.

As diversas equações de transporte (quantidade de movimento, K e ϵ) podem ser escritas na forma geral pela Equação 16:

$$u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + B \quad (16)$$

sendo B linearizado como mostrado na Equação 17:

$$B = B_C + B_P \phi_P \quad (17)$$

e seus coeficientes podem ser descritos como mostra na Tabela 2.

Tabela 2 - Linearização das equações do modelo k-ε.

ϕ	Γ	B_c	B_p
U	$v+v_\tau$	$-\frac{\partial P}{\partial x}$	-
V	$v+v_\tau$	$-\frac{\partial P}{\partial y}$	-
k	$(v+v_\tau)/\sigma_k$	1,5P	$-\frac{\varepsilon}{k} - 0,5\frac{P}{k}$
ε	$(v+v_\tau)/\sigma_\varepsilon$	$C_1\frac{\varepsilon}{k}P$	$-C_2\frac{\varepsilon}{k}$

3. AVALIAÇÃO DO MODELO

3.1. Dados básicos

Os dados utilizados foram do experimento de Steffler *et al* (1983), utilizando LDA. A Tabela 3 resume as características hidráulicas gerais do experimento realizado em canal retangular de 1,143 m de base.

Tabela 3 - Dados do experimento de Steffler *et al* (1983).

Medida	y (mm)	Q (m ³ /s)	R (mm)	B/D	S ₀	Froude	Reynolds
1	146	0.126	116	7.83	1.2E-3	0.63	8.5E-4
2	255	0.126	161	5.08	2.3E-4	0.33	8.5e-4
3	93	0.032	80	12.3	2.3E-4	0.32	2.3e-4

onde y é a profundidade média, R é o raio hidráulico, B/D é a razão de aspecto e S₀ é a declividade.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. Perfil de velocidades

As Figuras de 1 e 2 apresentam os resultados das medidas e previsões dos modelos dos campos de velocidades para os experimentos RUN1 e RUN2.

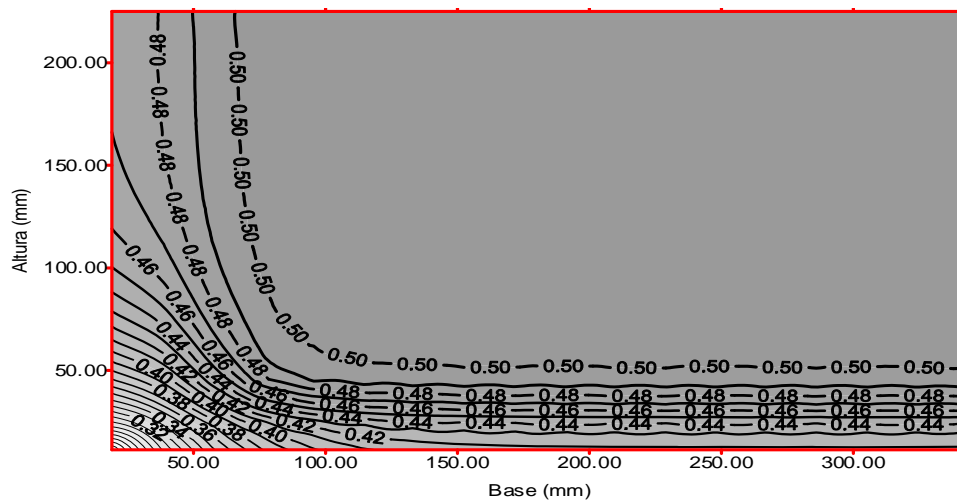


Figura 1 - Perfil de velocidades da simulação RUN1.

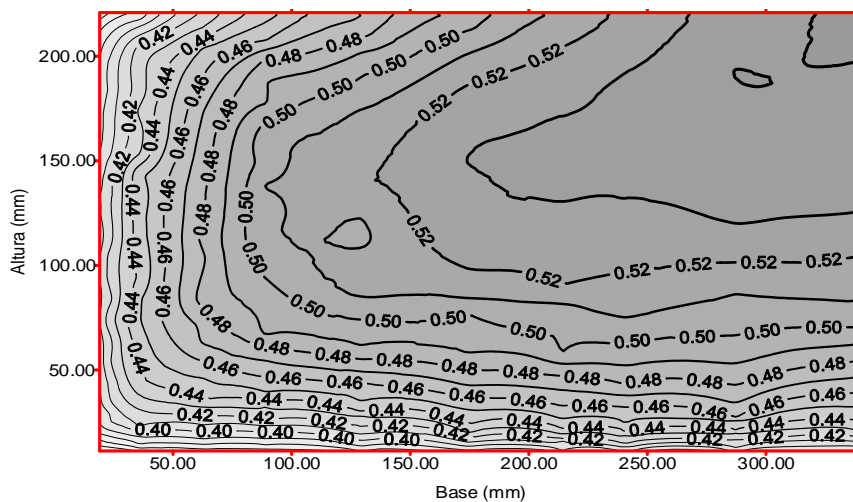


Figura 2 - Perfil de velocidades da simulação RUN2.

4.2. Variação longitudinal da Pressão

Observa-se que a variação da pressão é assintótica ao valor 1.5 Pa/m estando o escoamento em regime praticamente uniforme na seção distante 14m da entrada. Seção onde foram realizadas as medidas no experimento.

4.3. Tensões nas Paredes

A Tabela 4 apresenta os valores da velocidade friccional e da tensão para os valores dos experimentos e simulados. A velocidade de atrito para o experimento foi calculada pela equação 19. As Figuras 3 e 4 apresentam a distribuição das tensões no fundo do canal.

$$u_* = \sqrt{gR_h S_0} \quad (19)$$

Tabela 4 - Distribuição das tensões da simulação e dos experimentos para todos os casos considerados

RUN	U* (cm/s)			τ(Pa)
	Medido	Simulado	Erro (%)	Medido
1	1,92	2,334	21,6	0,370
2	1,34	1,419	5,9	0,181

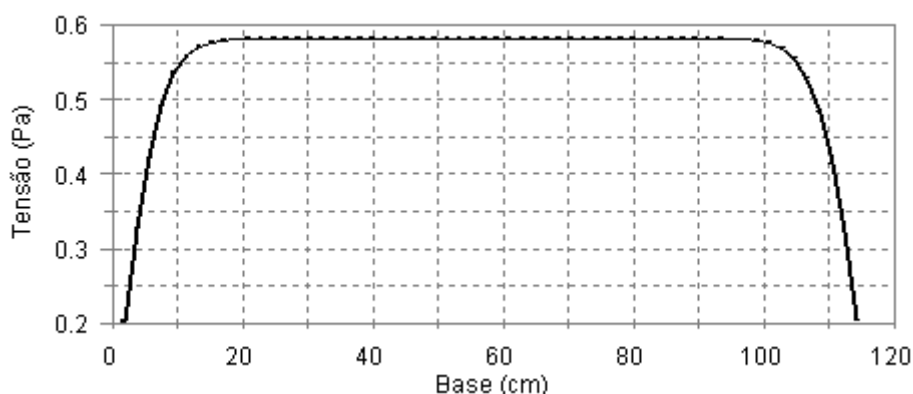


Figura 3 - Distribuição de tensões na parede do fundo simulação RUN1.

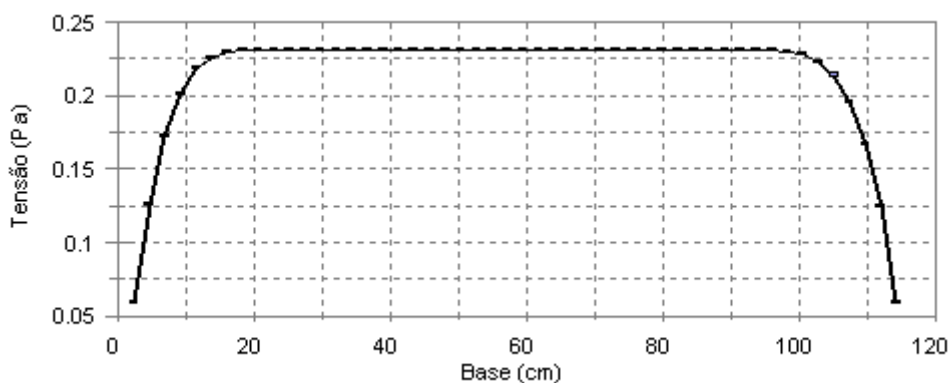


Figura 4 - Distribuição de tensões na parede do fundo simulação RUN2.

4.4. Energia Cinética e Dissipação Turbulenta

As Figuras 5 a 8 apresentam o comportamento da energia cinética e da dissipação turbulenta na região central do canal obtida nas simulações dos três experimentos. Observa-se um comportamento semelhante para a variação destas variáveis nos três experimentos. A dissipação e a energia cinética apresentaram duas regiões com comportamentos distintos. A primeira na região

próxima a superfície sólida onde a energia cinética e a viscosidade turbulenta decrescem e a segunda na região central do escoamento onde estas variáveis são constantes ou apresentam pequenas variações. A visualização do comportamento da energia cinética e dissipação nos gráficos sugere que na região próxima a parede a variação destas propriedades sejam regidas por equação similar as Equações 20 e 21 como já apresentada por Souza Filho e Righetto (1995) com " α " menor que zero caracterizando um decaimento das variáveis turbulentas. Este fato está associado a paredes serem o gerador principal de turbulência.

$$k = \alpha_\epsilon \gamma^{\beta_\epsilon} \tag{20}$$

$$\epsilon = \alpha_\epsilon \gamma^{\beta_\epsilon} \tag{21}$$

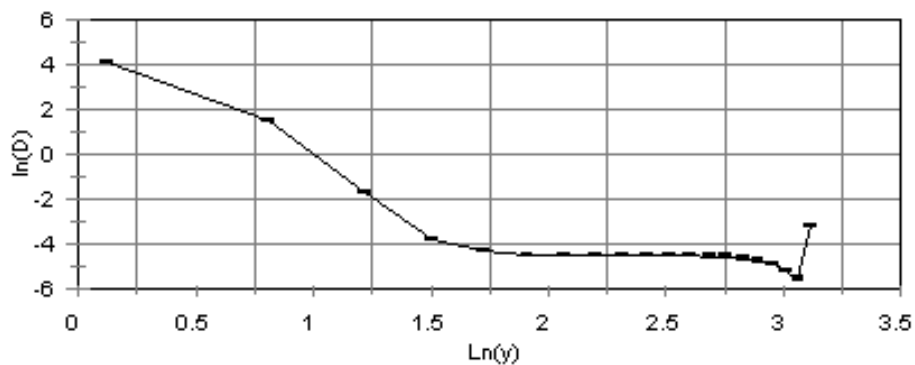


Figura 5 - Dissipação Turbulenta (D) da Simulação RUN1.

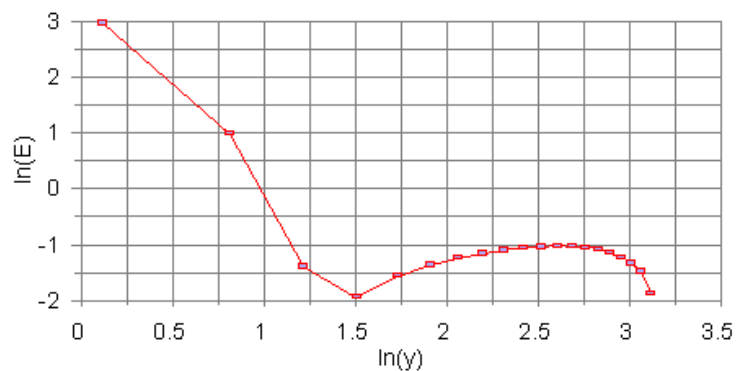


Figura 6 - Energia Cinética Turbulenta RUN1.

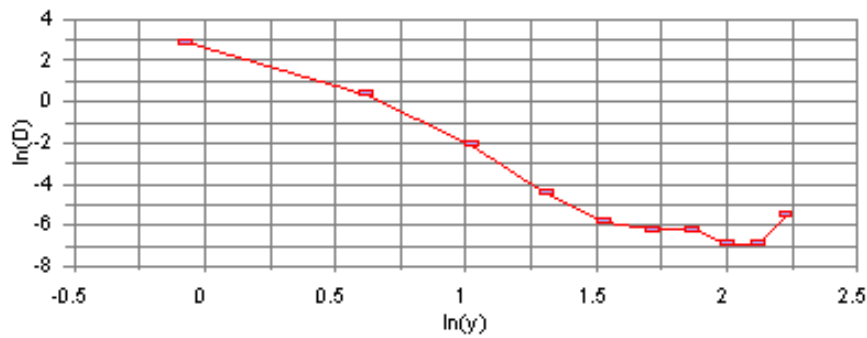


Figura 7 - Dissipação Turbulenta (D) da Simulação RUN2.

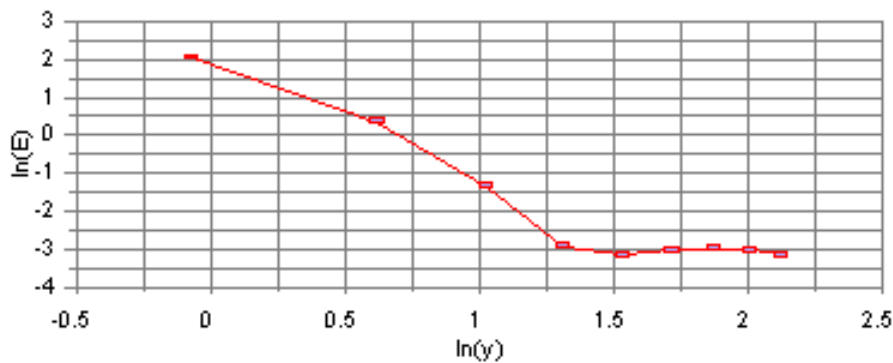


Figura 8 - Energia Cinética Turbulenta RUN2.

5. CONCLUSÃO

O fenômeno do fluxo turbulento apresenta aspectos críticos para sua modelagem que tornam difícil uma solução perfeitamente aderente à realidade. Por exemplo, num fluxo turbulento muitas das quantidades de interesse como a energia cinética turbulenta, a dissipação e os campos de velocidade variam muito rapidamente no tempo e não podem ser adequadamente medidos. Na prática tudo o que pode ser medido em experiências de laboratório são médias, usualmente médias temporais. Estas médias são quantidades bem definidas e reproduzíveis. Isto leva ao conceito de soluções estatísticas das equações de Navier-Stokes e à ideia de ergodicidade que formam a base conceitual da maioria dos métodos oriundos da teoria de Kolmogorov para o espectro de turbulência isotrópica homogênea em três dimensões (FOIAS et. al, 2001).

A questão decorrente é porque se devem empregar modelos descritos por equações perfeitamente determinísticas para representar o fluxo turbulento que exhibe propriedades inegavelmente estatísticas por natureza? A resposta seria dada pelo grau aceitável de aderência

macroscópica que o modelo possa representar da realidade, analisando-se os resultados do ponto de vista da engenharia.

Observando-se os resultados das simulações feitas empregando-se o modelo hidrodinâmico $k-\epsilon$ para o experimento de Steffer et.al. em um canal retangular, verificou-se que esta aderência representada pelos perfis de velocidade das figuras 1 e 2 e a distribuição de tensões na parede do fundo indicadas na Tabela 2 e figuras 3 e 4, torna-se tanto melhor quanto menor o número de Froude do escoamento. Este resultado seria esperado uma vez que o modelo sofre influência da anisotropia turbulenta causada pela circulação secundária, muito embora a razão de aspecto dos experimentos tenham sido superiores a cinco, e não se possa garantir a sua influência sobre todo o domínio do escoamento. Deduz-se obviamente que quanto mais próximo do padrão de escoamento isotrópico e viscosidade turbulenta melhor se torna a aderência do modelo $k-\epsilon$ aos dados experimentais.

O resultado do estudo mostra que o modelo hidrodinâmico $k-\epsilon$ demonstrou ser adequado para as simulações em canais retangulares. O algoritmo SIMPLE mostrou um excelente desempenho como preditor determinístico do fluxo turbulento.

BIBLIOGRAFIA

- FLETCHER, C. A. J. Computational Techniques for Fluid Dynamics. Berlin: Springer-Verlag, 1991. 2v. 493p.
- FOIAS, C.; MANLEY, O.; ROSA, R.; TEMAM, R. Navier-stokes equations and turbulence. Encyclopedia of Mathematics and its Applications 83. Cambridge University Press. 2001. 347p.
- LAU, Y.L.; KRISHNAPPAN, G. Ice cover effects on stream flows and mixing, journal of Hydraulic Engineering. n107, p1225-1242, 1981.
- NAOT, D.; RODI, W. Calculation of secondary current in channel flow. Journal of Division, v.108, p.948-967, 1982.
- NEZU, I; RODI, W. Open-channel flow measurements with a laser doppler anemometer. Journal of Hydraulic Division, v.112, p.335-355, 1986.
- PATANKAR, S.V. Numerical heat transfer and fluid flow. Roma, Ed. Mcgraw-Hill, 1980.
- PATANKAR, S.V; SPALDING, D.B. A Calculation procedure for, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flow. Int. J. Heat Mass Transfer, v.15, p.1787-1806, 1972.
- PATEL, M.K., CROSS, M. and MARKATOS, N.C. An evaluation of eleven discretization Schemes for predicting elliptic flow and heat transfer in supersonic jets. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.30 , pp. 1907-1925, (1987).

RODI, W. Turbulence models and their application in hydraulics, Ed. IAHR, Delft (1980)

SOUZA FILHO, F.A.; RIGHETTO, A.M.

STEFFLER, P.M , RAJARATNAM, N., PETERSON, A W. "*LDA measurements of mean velocity and turbulence distribution in a smooth rectangular open channel*". Water Resources Engineering Report, WRE 83-4. Abril 1983. Alberta, Canada.

WORTHY,J., SANDERSON,V., RUBINI, P.A. A comparison of modified k-e turbulence models for buoyant plumes. Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals, Vol. 39, No. 2, pp.151-166, 2001.

ZHANG,X.W., JIN,X.L., WANG,Y., DENG,K., REN,Z.M. Comparison of Standard k-ε Model and RSM on Three Dimensional Turbulent Flow in the SEN of Slab Continuous Caster Controlled by slide Gate. ISIJ International, Vol. 51 (2011), No. 4, pp. 581–587, 2011.