



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA**  
**EM REDE NACIONAL**

**JOSÉ VICTOR DE MESQUITA FILHO**

**A APRENDIZAGEM DA CIRCUNFERÊNCIA NA PERSPECTIVA DA  
GEOMETRIA ANALÍTICA MEDIADA PELO SOFTWARE EDUCACIONAL  
GEOGEBRA**

**FORTALEZA**  
**2014**

**JOSÉ VICTOR DE MESQUITA FILHO**

**A APRENDIZAGEM DA CIRCUNFERÊNCIA NA PERSPECTIVA DA  
GEOMETRIA ANALÍTICA MEDIADA PELO SOFTWARE EDUCACIONAL  
GEOGEBRA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de Concentração: Ensino de Matemática  
Orientador: Prof. Dr. Marcelo Ferreira de Melo.  
Co-orientador: Prof. Dr. Antonio Luiz de Oliveira Barreto

FORTALEZA

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca do Curso de Matemática

---

M544a Mesquita Filho, José Victor de  
A aprendizagem da circunferência na perspectiva da geometria analítica mediada pelo software educacional GeoGebra / José Victor de Mesquita Filho. - 2014.  
70 f. : il., enc.; 31 cm

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Fortaleza, 2014.  
Área de Concentração: Ensino de Matemática.  
Orientação: Prof. Dr. Marcelo Ferreira de Melo.  
Coorientação: Prof. Dr. Antonio Luiz de Oliveira Barreto.

1. Circunferência. 2. Geometria analítica. 3. Software GeoGebra. I. Título.

JOSÉ VICTOR DE MESQUITA FILHO

A APRENDIZAGEM DA CIRCUNFERÊNCIA NA PERSPECTIVA DA  
GEOMETRIA ANALÍTICA MEDIADA PELO SOFTWARE EDUCACIONAL  
GEOGEBRA

Dissertação de Mestrado apresentada ao  
Programa de Pós-Graduação em  
Matemática em Rede Nacional, do  
Departamento de Matemática da  
Universidade Federal do Ceará, como  
requisito parcial para a obtenção do  
Título de Mestre em Matemática. Área  
de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em: 28 / 06 / 2014.

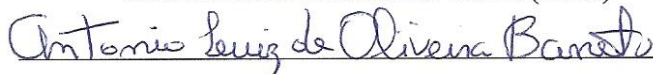
BANCA EXAMINADORA



---

Prof. Dr. Marcelo Ferreira de Melo (Orientador)

Universidade Federal do Ceará (UFC)



Prof. Dr. Antonio Luiz de Oliveira Barreto (Co-Orientador)

Universidade Estadual do Ceará (UECE)



Prof. Dr. Jonatan Floriano da Silva

Universidade Federal do Ceará (UFC)

Aos filhos e netos, à irmã, à tia, à mulher que  
eu amo e, postumamente, aos meus pais.

## AGRADECIMENTOS

Aos alunos (amigos) que integraram o grupo de pesquisa, sem eles nada teria sido feito.

Ao Prof. Dr. Marcelo Ferreira de Melo, coordenador do PROFMAT, por ter tornado esta conclusão de curso possível.

Ao Prof. Dr. Luiz Antonio de Oliveira Barreto, pela co-orientação, pelas ideias, sugestões e reprimendas.

Aos demais professores do PROFMAT pelo muito que me ensinaram.

Aos colegas do PROFMAT que tão gentilmente me acolheram e toleraram.

À especial e generosa amiga, Antonia Martovania de Sousa Monte (Marta), de quem dá orgulho ser da mesma profissão e que transformou este TCC, em um trabalho a quatro mãos.

Aos colegas de trabalho do Colégio Jenny Gomes por terem trabalhado extra quando precisei.

Às amigas mais antigas, Carmen e Milena, por entenderem o “sumiço”.

À CAPES, pelo apoio financeiro com a manutenção da bolsa de auxílio pela ajuda financeira.

A todos que direta ou indiretamente me ajudaram.

## RESUMO

Neste trabalho, pretendeu-se analisar a eficácia do uso do Software Educacional GeoGebra como ferramenta pedagógica para o estudo da circunferência na perspectiva da Geometria Analítica. A metodologia de pesquisa teve enfoque quantitativo e qualitativo e o estudo foi realizado em uma escola pública da rede estadual de Fortaleza, com uma turma de seis alunos do 3º ano do Ensino Médio. Para tanto, aplicou-se a este grupo um pré-teste, para diagnosticar os conhecimentos prévios, em seguida houve uma intervenção pedagógica com um módulo de atividades, mediado pelo GeoGebra, o que permitiu analisar se essa mediação favoreceu o entendimento do aluno a respeito de circunferência. Posteriormente, o grupo foi testado com um pós-teste. Após esses passos, via um levantamento final de resultados chegou-se às considerações, confirmando os objetivos da pesquisa. No corpo do trabalho foi feito um levantamento sobre os PCN e o ensino da Matemática, uma descrição das potencialidades de aplicação do GeoGebra para o ensino da circunferência e para a facilitação do relacionamento professor x aluno. A fundamentação teórica baseou-se em autores como EVEN (2004); BORBA & PENTEADO (2007); Araújo e Nóbriga (2010); D'ambrósio e Barros (1990) e publicações oficiais.

**Palavras-chave:** Circunferência. Geometria analítica. Software educacional GeoGebra.

## ABSTRACT

In this work, it was intended to analyze the effectiveness of using GeoGebra Educational Software as a pedagogical tool for the study of the circumference in the context of analytic geometry. The research methodology was quantitative and qualitative approach and the study was performed in a public school State network of Fortaleza with a class of six students in the 3rd year of high school. To this end, applied to this group a pre-test to diagnose the previous knowledge then, there was a pedagogical intervention with an activities module, mediated by GeoGebra, allowing to analyze if this mediation favored the student's understanding about in circumference. Later, the Group was tested with a post-test. After these steps, a final survey results led us considerations, confirming the objectives of research. In the body of the work was done a survey on the PCN and the teaching of mathematics, a description of the potential application of GeoGebra to teach the circumference and the facilitation of teacher relationship x student. The theoretical foundation was based on authors such as EVEN (2004); BORBA & PENTEADO (2007); Araujo e Nóbriga (2010) and official publications.

**Keywords:** Circunference. Analytic geometry. Educational software GeoGebra.



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	Forma escolar, usando compasso, de traçar uma circunferência.	16
FIGURA 2	Forma artesanal, prática, rústica de traçar uma circunferência.	16
FIGURA 3	Circunferência associada aos eixos cartesianos	17
FIGURA 4	Circunferência $\Gamma$ , de centro A e raio r.	18
FIGURA 5	Tela do GeoGebra em uso	23
FIGURA 6	Grupo de alunos que compõem a amostra	26
FIGURA 7	Dupla 01 realizando pré-teste	27
FIGURA 8	Dupla 02 realizando pré-teste	27
FIGURA 9	Dupla 03 realizando pré-teste	28
FIGURA 10	Explicação geral aos alunos para realização do pré-teste	29
FIGURA 11	Intervenção com alunos na realização do pré-teste	30
FIGURA 12	Interfase do GeoGebra (Janela algébrica, Janela geométrica e na parte inferior, entrada de texto).	32
FIGURA 13	Aplicação do Módulo de Atividades	35
FIGURA 14	Módulo de Atividades no Laboratório Escolar de Informática	36
FIGURA 15	Dupla 01 realizando pós-teste	37
FIGURA 16	Dupla 02 realizando pós-teste	38
FIGURA 17	Dupla 03 realizando pós-teste	38
FIGURA 18	Socialização das questões do pós-teste	39
FIGURA 19	Quantidade de questões certas no pré-teste por dupla	42
FIGURA 20	Quantidade de questões certas no pós-teste por dupla	47
FIGURA 21	Encerramento da pesquisa	48

## LISTA DE SIGLAS

CPU	Unidade de Processamento de Dados
EEFM	Escola de Ensino Fundamental e Médio
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GPL	General Public License
LDBEN	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
PCN+	Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
SEDUC-CE	Secretaria da Educação Básica do Ceará
TIC	Tecnologia da Informação e Comunicação
UFC	Universidade Federal do Ceará

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>14</b>
<b>2.1</b>	<b>O estudo da Geometria Analítica com foco na circunferência</b>	<b>14</b>
<b>2.2</b>	<b>Os PCN e o ensino da Matemática</b>	<b>18</b>
<b>2.3</b>	<b>O ensino da Matemática e as Tecnologias da Informação e Comunicação – TIC. (Uso de softwares)</b>	<b>21</b>
<b>3</b>	<b>ASPECTOS METODOLÓGICOS</b>	<b>25</b>
<b>3.1</b>	<b>O software Educacional GeoGebra</b>	<b>30</b>
<b>3.2</b>	<b>A metodologia da pesquisa</b>	<b>32</b>
<b>3.2.1</b>	<i>Pré- teste</i>	<b>32</b>
<b>3.2.2</b>	<i>Intervenção metodológica</i>	<b>35</b>
<b>3.2.3</b>	<i>Pós-teste</i>	<b>37</b>
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DE RESULTADOS</b>	<b>42</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>50</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>52</b>
	<b>APÊNDICE A – PRÉ-TESTE</b>	<b>54</b>
	<b>APÊNDICE B – MÓDULO DE ATIVIDADES</b>	<b>58</b>
	<b>APÊNDICE C – PÓS-TESTE</b>	<b>64</b>
	<b>APÊNDICE D – TERMO DE CONCORDÂNCIA</b>	<b>66</b>
	<b>ANEXO A – MATRIZ DE REFERÊNCIA (COMPETÊNCIAS E HABILIDADES)</b>	<b>67</b>
	<b>ANEXO B – MATRIZ DE REFERÊNCIA (DESCRITORES)</b>	<b>70</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A minha experiência na docência de Matemática foi iniciada em 1974 no curso técnico de uma Escola de Contabilidade na cidade de Fortaleza. Nesta época eu estava abandonando o curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará (UFC). Dois anos após este início decidi encarar o magistério como profissão e como meio de vida. A atuação foi prioritariamente no que hoje é denominado de ensino médio e mais acentuadamente no terceiro ano e “cursinho” pré-vestibular.

Em 2004, ao completar trinta anos de vivência na escola privada e nela continuando, comecei a atuar na escola pública estadual, pois eu acreditava, e ainda creio nisso, ser capaz de ajudar os alunos que frequentam este segmento da educação básica, na busca de ideais que necessitem de mais conhecimento formal na área onde atuo mais prazerosamente, ou seja, a Matemática. Minha atuação na escola pública, em salas de aulas, tem sido, exclusivamente, nas turmas de Ensino Médio, mesmo trabalhando em ambientes escolares onde funciona também o Ensino Fundamental.

Particpei da equipe de cursos preparatórios para concursos diversos e para ingresso em escolas militares. Percorri, como professor, todos os assuntos curriculares trabalhados no ensino médio e, na parte de revisão, trabalhei com os temas mais essenciais do ensino fundamental.

O cursinho pré-vestibular era uma grande fonte de renda, percebendo isso, os donos das maiores escolas privadas fizeram a incorporação do curso pré-vestibular ao seu ensino médio, substituindo o terceiro ano e necessitaram de uma redistribuição do currículo. Assim, o primeiro e segundo anos ficaram sobrecarregados com conteúdo e o terceiro ano passou a funcionar como uma revisão geral.

Percebi que um dos assuntos mais sacrificados foi a Geometria Analítica, e, dentro dela, a parte de circunferência mais ainda, sendo trabalhada de forma bem superficial e, às vezes, nem sequer citada. Na escola pública não aconteceu essa alteração e a Geometria Analítica continua como um dos tópicos normalmente explorados no último ano do ensino médio, porém, geralmente, com a mesma superficialidade.

Tenho orgulho de ter ajudado muitos jovens a conseguir sua vaga na Universidade, e também, a consciência de ter participado da tentativa infrutífera de

alguns. Já se completaram quarenta anos. Durante esse período vi e ouvi muitas propostas de mudança, algumas concretizadas e outras esquecidas. Geralmente bem intencionadas, às vezes pecam, até mesmo, por essa imensidão continental onde elas têm que ser implantadas e atuantes. Outras, à primeira vista, por quem trabalha com o contato direto com os alunos, são percebidas como não práticas, ou não aplicáveis e não despertam interesse o que facilita o seu abandono.

A mudança mais marcante deste período, com repercussões atuais e a projetar-se no futuro, ocorreu no bojo da Constituição vigente e se materializou na nossa atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, (LDBEN), Lei número 9.394/96, modificada pela Lei 11.274, aqui, o Ensino Médio é colocado como a etapa final da Educação Básica, completando o aprendizado iniciado no Ensino Fundamental. (BRASIL, 2006).

Uma nova proposta curricular para o Ensino Médio foi elaborada e tem como objetivo respeitar o princípio da flexibilidade, e se mostrar exequível em todos os Estados da Federação, considerando as desigualdades regionais.

Explicitam os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) que o currículo a ser elaborado deve corresponder a uma boa seleção e contemplar aspectos dos conteúdos e de práticas que precisam ser enfatizadas. (BRASIL, 1999). Existem aspectos que merecem menor ênfase e outros que, preferencialmente, devem ser abandonados por parte dos organizadores de currículos e professores.

O critério principal para o desenvolvimento das competências e habilidades que devem ser adquiridas pelo aluno é o da contextualização e da interdisciplinaridade. Assim sendo, é a relevância cultural de um tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como a sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência, ou, ainda, o seu potencial de permitir ligações entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático que justificam a sua presença no currículo dessa disciplina.

Fazer matemática é expor ideias próprias, escutar as dos outros, formular e comunicar. (Ricetti 2004, p.10). Ensinar matemática significa trabalhar o pensamento lógico matemático, dedutivo, abstrato, a criticidade, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. Procedimentos de solução de problemas, confrontar, argumentar e

procurar validar seu ponto de vista, antecipar resultados e experiências não realizadas, aceitar erros, buscar dados que faltam para resolver problemas, entre outras coisas.

Cabe assim aos mentores escolares a tarefa de buscar novas estratégias para dinamizar as aulas, onde possa estimular a atenção, concentração, autoconfiança, o raciocínio lógico-dedutivo e o senso cooperativo, desenvolvendo no aluno, a socialização e a interação do próprio indivíduo com as outras pessoas.

De posse de toda essa argumentação desenvolvi este trabalho que tem como objetivo geral: Analisar se o módulo de atividades mediado pelo software GeoGebra potencializa a aprendizagem da circunferência na perspectiva da geometria analítica.

E, no atendimento a esta proposição, busca-se como objetivos específicos:

- Investigar em que medida o software GeoGebra pode favorecer ao aluno a capacidade de inter-relacionar as duas principais formas de representação do conceito de circunferência (gráfica e algébrica);
- Analisar se a resolução do módulo de atividades mediada pelo software GeoGebra favoreceu a compreensão do aluno a respeito de circunferência;
- Verificar se o uso do software GeoGebra facilita a interação professor x aluno no trato da circunferência na geometria analítica.

O trabalho foi desenvolvido por mim e a pessoa que me orienta em cinco capítulos. No segundo capítulo trabalhamos um referencial teórico, com destaque para alguns autores e para o estudo da Geometria Analítica direcionado à circunferência. Discutimos o que os PCN orientam para o ensino da Matemática e o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) nesse ensino.

O capítulo três comporta uma descrição das potencialidades do GeoGebra e discrimina as fases da metodologia.

O capítulo 4 apresenta a Análise dos Resultados e o capítulo 5 mostra as conclusões com as considerações finais.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

No Ensino Médio, os instrumentos matemáticos são especialmente importantes, quando, nas ciências, torna-se indispensável uma construção abstrata mais elaborada. Entretanto, vai mais além o sentido em que a Matemática é fundamental, possivelmente, não há atividade da vida contemporânea em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível.

A Matemática como ciência, com seus processos de construção, validação de conceitos e argumentações, e os procedimentos que visam generalizar, relacionar e concluir que lhe são característicos, permite estabelecer relações e interpretar fenômenos e informações. As formas de pensar dessa ciência possibilitam ir além da descrição da realidade e da elaboração de modelos.

A organização do ensino de Matemática, nessa etapa da educação básica, pretende contemplar a necessidade da sua adequação para o desenvolvimento e promoção de alunos com diferentes motivações, interesses e capacidades, criando condições para a sua inserção em um mundo em mudança e contribuindo para desenvolver as capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional. (BRASIL, 2006)

### 2.1 O Estudo da Geometria Analítica com foco na circunferência

A geometria analítica na forma que conhecemos hoje resulta de inúmeras mudanças dedicadas a aperfeiçoá-la cada vez mais. A essência da Geometria Analítica de acordo com EVES (2004, pag. 383):

... reside na transferência de uma investigação geométrica para uma investigação algébrica correspondente. Antes de a geometria analítica poder desempenhar plenamente esse papel, teve de esperar o desenvolvimento do simbolismo e dos processos algébricos. Assim, parece mais correto concordar com a maioria dos historiadores que consideram as contribuições decisivas feitas no século XVIII pelos matemáticos franceses René Descartes e Pierre de Fermat como a origem essencial do assunto ... e esta ganhou os contornos iniciais da forma com que estamos familiarizados.

De modo que ela, atualmente, consiste em estabelecer equivalência entre pontos do plano e coordenadas reais (pares ordenados), em um sistema de eixos cartesianos,

viabilizando correspondência entre equações e curvas no plano e suas respectivas propriedades algébricas e geométricas.

Considerando os estudos e contribuições de Pierre de Fermat e Descartes, citado por (EVES, 2004. Pg. 389) é destacado:

....Assim, em grande escala, onde Descartes partia de um lugar geométrico e então encontrava sua equação, Fermat partia de uma equação e então estudava o lugar correspondente. São esses os dois aspectos recíprocos do princípio fundamental da geometria analítica.

Está proposto, nos PCNEM, que as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas, podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca.

É comentado nos PCN+ que a Geometria Analítica tem como função tratar algebricamente as propriedades e os elementos geométricos. O aluno do ensino médio terá a oportunidade de conhecer essa forma de pensar que transforma problemas geométricos na resolução de equações, sistemas ou inequações.

O aluno deve perceber que um mesmo problema pode ser abordado com diferentes instrumentos matemáticos de acordo com as suas características. Ou seja, mais importante do que memorizar diferentes equações para um mesmo ente geométrico, é investir para garantir a compreensão do que a geometria analítica propõe.

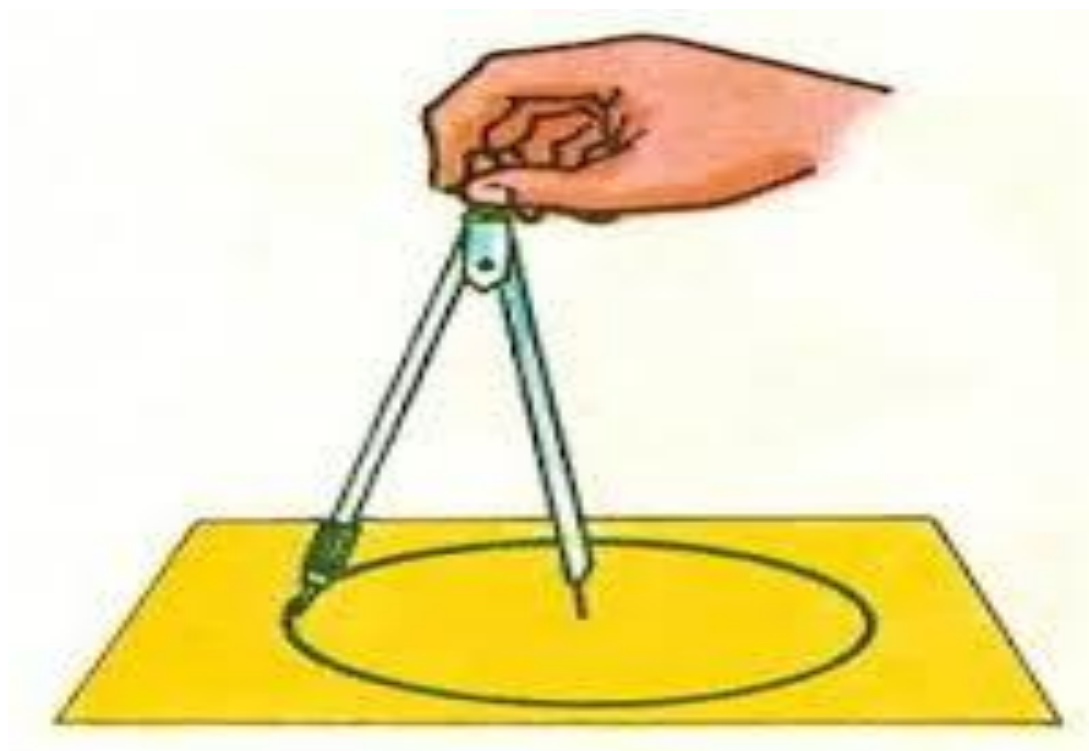
Além de conhecer uma forma de pensar em Matemática, entender o mundo do século 17 o qual deu origem ao cartesianismo, pode ser uma excelente oportunidade para que o aluno perceba o desenvolvimento histórico do conhecimento e como certos momentos dessa história transformaram a ciência e a forma de viver da humanidade, e propiciar uma interdisciplinaridade.

Em termos de evolução da espécie, consideram como um grande momento do homem a descoberta da roda, e a matemática, quando pode, auxiliou na sua compreensão, trabalhando a sua figura, criando modelo representativo (circunferência ou círculo), definindo e descobrindo propriedades.

A circunferência, segundo autores e estudiosos da geometria, pode ser definida como o lugar geométrico dos pontos do plano que são equidistantes de um outro ponto, no mesmo plano, chamado centro da circunferência.



FIGURA 01- Forma escolar, usando compasso, de traçar uma circunferência.



Fonte: <http://www.aplicaciones.info/decimales/geopli04.htm>

FIGURA 02- Forma artesanal, prática, rústica de traçar uma circunferência.

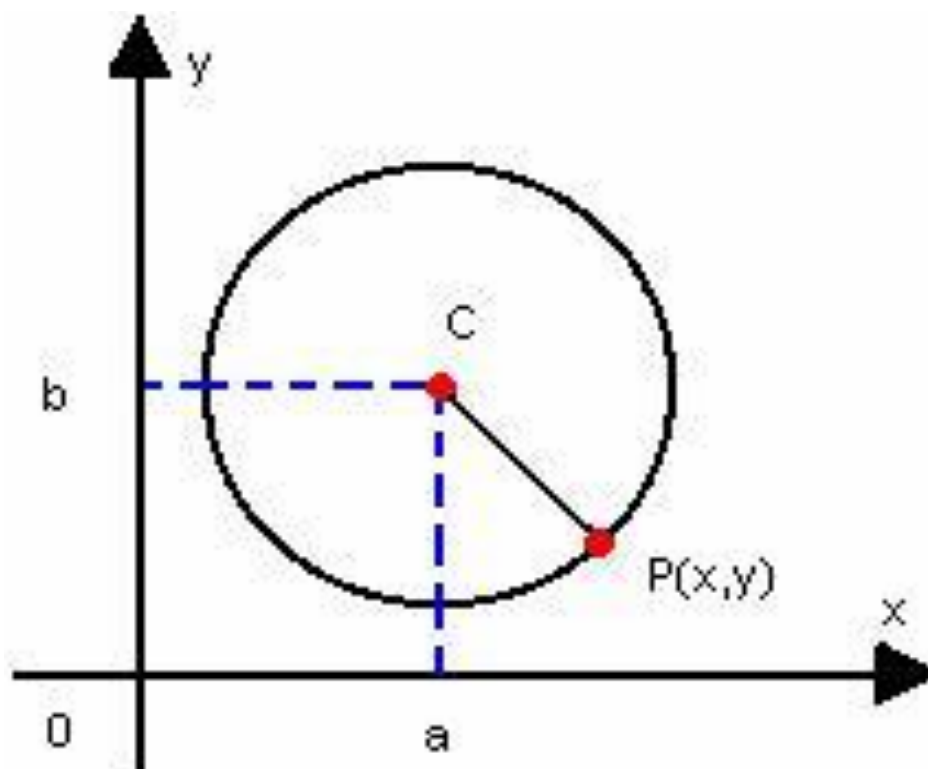


Fonte: <http://www.portaldoprofessor.mec.gov.br>

De acordo com Barreto (2013) uma circunferência também pode ser representada por uma expressão algébrica.

De maneira geral podemos deduzir a forma da equação da circunferência tomando um ponto  $C = (a, b)$  como centro e a distância  $r$  como raio. Os pontos que equidistam de  $C$  serão representados por  $P = (x, y)$ . Assim, a equação da circunferência é obtida por meio do cálculo que dá a distância (raio da circunferência) entre os pontos  $P$  e  $C$ .

FIGURA 03- Circunferência associada aos eixos cartesianos



Fonte: <http://www.coladaweb.com/matematica/circunferencia>

$$[d(P, C)]^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2 \quad \text{ou seja:} \quad (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Portanto,  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  é uma equação da circunferência e permite determinar os elementos essenciais para a sua construção: as coordenadas do centro e o raio.

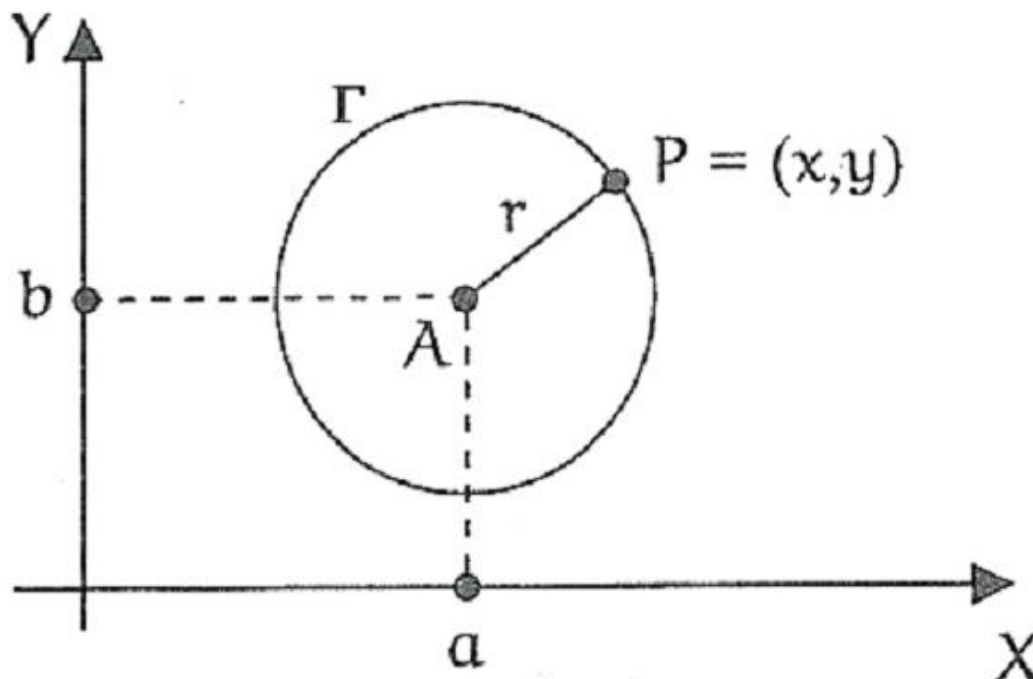
Segundo Lima (2006, p.74), a circunferência de centro  $A = (a, b)$  e raio  $r > 0$  é o conjunto  $\Gamma$  formado pelos pontos  $P = (x, y)$  tais que  $d(A, P) = r$ . Assim,  $P = (x, y)$  pertence a  $\Gamma$  se, e somente se,

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2.$$

Esta é, portanto, a equação da circunferência. No caso particular em que o centro da circunferência é a origem  $O = (0, 0)$ , a equação assume a forma simplificada

$$x^2 + y^2 = r^2 .$$

FIGURA 04- Circunferência  $\Gamma$ , de centro  $A$  e raio  $r$ .



Fonte: (Lima, 2006)

## 2.2 Os PCN e o ensino da Matemática

Os PCNEM destacam o valor formativo da Matemática no Ensino Médio e ajudam a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, e também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas, mas também deve ser vista como ciência, por suas características estruturais específicas. Finalmente, cabe à Matemática do Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo.

Ainda, segundo os PCNEM, são objetivos do ensino de Matemática: a) compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam ao

aluno desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral; b) aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas; c) desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo; d) expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática; e) estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo.

Os conteúdos da Matemática, de acordo com os PCNEM, são instrumentos para o desenvolvimento de habilidades e competências. Destaque-se o fato desse documento optar pela indicação de competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática, ao invés de indicar conteúdos mínimos ou conteúdos básicos a serem trabalhados. As competências devem ser organizadas em torno de três aspectos: a representação e a comunicação; a investigação e a compreensão; e a contextualização sociocultural. Para a construção de cada uma dessas competências, existe um grupo específico de habilidades.

Mesmo não estabelecendo um currículo mínimo para o ensino de Matemática, os PCNEM fazem algumas considerações a respeito dos conteúdos que deverão ser trabalhados no Ensino Médio. De acordo com esse documento, os elementos essenciais de um núcleo comum devem compor uma série de temas ou tópicos em Matemática, escolhidos segundo critérios que visam ao desenvolvimento de competências e habilidades. (ANEXO 1)

O currículo deve garantir espaço para que os alunos possam estender e aprofundar seus conhecimentos sobre números, álgebra e formas, relacionando-os a outros conceitos e à sua perspectiva sócio histórica. Esses conteúdos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito, à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.

Os PCNEM determinam, para os recursos tecnológicos e a Educação Matemática, uma situação de inter-relacionamento. A matemática deve ser usada para o entendimento e apropriação das tecnologias digitais, assim como estas devem ser ferramentas para o entendimento da matemática (BRASIL, 2006).

A disponibilidade de recursos como internet e softwares educacionais abrem um leque de possibilidades didáticas, modificando as relações entre professor e aluno. D'ambrósio e Barros (1990) acrescentam que estas mudanças causam grandes impactos na sociedade, gerando reflexos conceituais e curriculares na Educação Básica e na Educação Superior.

Dessa forma, somos confrontados com a necessidade social gerada pelo desenvolvimento de tais tecnologias. Assim, não podemos ignorar a interação entre estas duas áreas, Educação Matemática e Informática, objetivando o ensino de Matemática com a utilização dos recursos tecnológicos de informação e comunicacionais, de forma racional e vinculados ao saber matemático.

Aulas tradicionais, com o professor expondo o conteúdo de forma unilateral, propondo listas intermináveis de exercícios e aplicando avaliações descontextualizadas, não despertam mais o interesse do aluno de hoje. O uso das TIC acaba sendo inevitável para dar o diferencial necessário nas aulas.

Quando pensamos em desenvolver trabalhos escolares, logo nos vem à mente textos e imagens. Porém, com o crescimento constante das tecnologias digitais podemos pensar em varias das ferramentas disponíveis em bancos de dados específicos. Podemos inserir nos trabalhos, vídeos, animações, objetos de aprendizagem. Podemos desenvolver ideias utilizando softwares educativos e simulações. Cada vez mais os indivíduos precisam aumentar seu relacionamento com as novas tecnologias da informação e comunicação (TIC), conhecendo suas vantagens, limites e desvantagens, utilizando-as em benefício do aprender e do trabalho.

Nesse sentido os PCN orientam que, de acordo com Brasil (2000), os objetivos do ensino médio devem focar o conhecimento com a prática, a contextualização com as necessidades da vida contemporânea e a aquisição de uma cultura geral e uma visão de mundo. Desta forma, as TIC se mostram como uma importante ferramenta para o ensino, principalmente no que diz respeito ao ensino de matemática, visto que os mesmos PCN abordam competências e habilidades específicas que tratam da utilização das tecnologias básicas de informação e comunicação, como computadores (BRASIL, 2000, p. 12).

Assim, competências e habilidades são bastante desenvolvidas com a utilização das TIC no ambiente educacional para o ensino de Matemática. No estudo da Geometria Analítica perceber a relação entre as figuras planas em desenhos, mapas, ou até mesmo

na tela do computador, e seus objetos de origem, faz com que o aluno tenha uma leitura do mundo mais científica, essa visualização se dá de forma bem mais prática com o uso dos softwares de geometria dinâmica <sup>1</sup>, a exemplo do GeoGebra.

### **2.3 O ensino da Matemática e as Tecnologias da Informação e Comunicação – TIC. (Uso de softwares)**

Os computadores e a internet vêm revolucionando o cotidiano das pessoas. Nas salas de aula, não é diferente, o ambiente que até pouco tempo era definido pelo trio lápis, papel e lousa está em plena revolução – agitado pelo sem fim de possibilidades trazidas pelas tecnologias digitais e não se fala aqui apenas de novas máquinas, computadores, projetores, se fala muito além disso, do amplo mundo virtual que se descortina dentro da sala de aula, e que pede para ser incorporado aos programas pedagógicos a favor de aulas mais dinâmicas, instigantes e participativas em todas as áreas do conhecimento e em particular a matemática e que podem extrapolar as paredes da escola. (Revista TV Escola, 2010).

Para Borba e Penteadó (2007) as inovações educacionais, em boa parte, pressupõem mudanças na prática docente, não somente daquelas pessoas que se envolvem com o uso de tecnologias de informática como também do restante dos professores. O ensino, independentemente do uso de TI, é uma missão complexa. Nele está envolvido o fazer pedagógico, os recursos técnicos, as peculiaridades da disciplina que se ensina, o regimento de funcionamento da escola, os alunos, seus pais, núcleo gestor, os educadores, entre outros.

O uso das TIC no processo ensino aprendizagem de matemática pode propiciar uma relação professor-aluno, marcada por uma maior proximidade, interação e colaboração. O professor deixa de se considerar um profissional pronto e passa a buscar cada vez capacitar-se em novas tecnologias visando aperfeiçoamento profissional (PEREIRA, 2012).

---

<sup>1</sup> O nome “Geometria Dinâmica” (GD) hoje é largamente utilizado para especificar a Geometria implementada em computador, a qual permite que objetos sejam movidos mantendo-se todos os vínculos estabelecidos inicialmente na construção. Este nome pode ser melhor entendido como oposição à geometria tradicional de régua e compasso, que é “estática”, pois após o aluno realizar uma construção, se ele desejar analisá-la com alguns dos objetos em outra disposição terá que construir um novo desenho.” (ISOTANI, 2005).

A adoção de programas que ilustram ou permitem brincar com aquilo que se aprende em sala de aula enriquece o ensino. Os recursos tecnológicos não deixam de fora as ciências exatas, abrangem todas as áreas do conhecimento. Na matemática por exemplo, é possível trabalhar conceitos de geometria analítica ou trigonometria, que podem ser vistos em simulações diversas produzidas por programas de computador e software, como o GeoGebra. (Revista TV Escola, 2010).

Kenski (2007) considera as TIC como um novo espaço pedagógico, que oferece grandes possibilidades e desafios para a atividade cognitiva, afetiva e social dos alunos e dos professores. Desta forma o uso das TIC favorece a novas formas de interação e de aprendizagem.

Portanto, em um mundo cada vez mais globalizado preparar um jovem para o mercado de trabalho, envolve despertar nesse aluno a capacidade de entender as várias situações em que o conhecimento matemático ira favorecê-lo, não só o que diz respeito a sua aplicação na própria matemática, mas também como ferramenta nas mais diversas áreas do conhecimento humano. As TIC por sua vez, além de despertarem a atenção dos discentes, como também por possuírem um caráter lúdico, podem colaborar bastante nesse processo. Com as TIC é possível, por exemplo, contextualizar problemas de matemática com situações do dia-a-dia do aluno, além de podermos oportunamente propiciar a interdisciplinaridade.

Ressalte-se que a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), reconhecem a importância do uso das TIC no processo de ensino aprendizagem ao orientar e incentivar o seu estudo e uso em sala de aula.

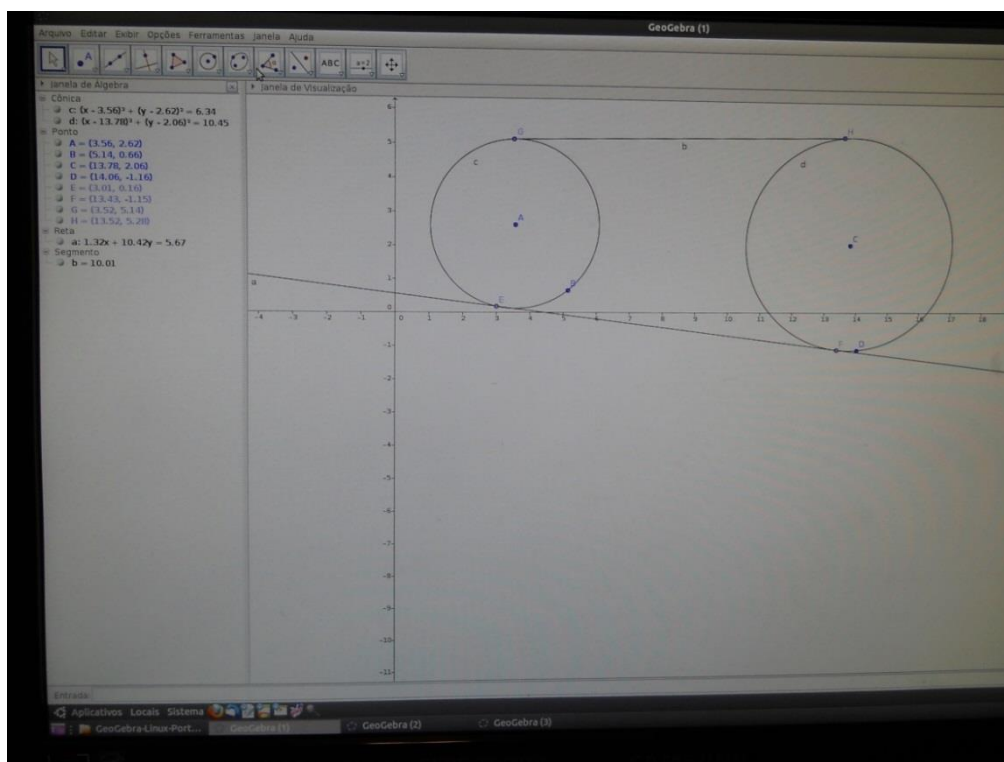
A utilização de softwares educacionais têm se constituído em importantes recursos para o ensino de Matemática em todos os níveis, desde o ensino fundamental até a universidade e sua presença na escola tem sido cada vez mais frequente, incluindo os ambientes de geometria dinâmica especialmente o GeoGebra.

De modo geral, esses ambientes simulam as construções com as ferramentas euclidianas físicas régua e compasso. O diferencial está no fato de que as construções feitas no software são dinâmicas, isto é, é possível mover os elementos da construção e observar as alterações nos objetos geométricos dependentes.

É um recurso que oferece uma ampla variedade de possibilidades para o professor aplicar em suas aulas, sobretudo ao ensinar geometria e particularmente circunferência. Pode também ser muito útil quando se vai estudar funções.

O GeoGebra oferece a integração de ferramentas para construções geométricas com sistemas de coordenadas cartesianas e manipulação de simbologia algébrica, possibilitando abordagens articuladas para álgebra e geometria analítica.

FIGURA 05- Tela do GeoGebra em uso



Autor: José Victor de Mesquita Filho (MAIO/2014)

Parafraçando (BORBA & PENTEADO, 2007) a combinação de possibilidades de interação do conhecimento com a técnica é vasta, colocando em dificuldade a linearidade de raciocínio, entendendo a informática como extensiva da memória, contrapondo os modos de raciocinar e de se comunicar. Ainda segundo os autores é possível e prático a utilização do computador como ferramenta pedagógica.

Para Borba & Penteado (Op. cit), uma mídia não determina a prática pedagógica. Busca-se a harmonia entre a mídia com que se está trabalhando (papel, lápis, computador) e a prática pedagógica, com a delimitação clara dos objetivos que se



pretende alcançar. Tais argumentos nos levam a uma reflexão sobre a práxis em sala de aula, de que modo ela se reflete na aprendizagem do aluno e se está adequada à tecnologia aplicada.

Desta forma, a utilização dos softwares não esgota todas as possibilidades de ensino com a técnica, mas gera potencialidades e uma gama de variedade de aplicabilidade de algumas ferramentas computacionais no ensino de Matemática.

A Revista Tv Escola coloca que quando aplicada à educação, a tecnologia pode ser vista como uma grande caixa de ferramentas, dela pode sair uma série de novos recursos a serem explorados tanto pelo aluno quanto pelo professor, são inúmeras as possibilidades de estudos e pesquisas. Novos programas e software que permitem simular ou exercitar o que está sendo trabalhado nas aulas, podendo suscitar aprofundamento dos conteúdos trabalhados propostos no planejamento do professor. Ressalte-se que o interessante é que tudo isso se dá num ambiente em que o aluno não é leitor passivo, mas participante atuante do processo de ensino aprendizagem.

### 3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Para apurar dados e levantar resultados foram aplicados, um pré-teste, um pós-teste e trabalhado um módulo de atividades, usando o software GeoGebra. A equação geral do segundo grau não chegou a ser mostrada neste início de segundo bimestre e, portanto, nosso trabalho não contempla esse item, de modo que não consta no nosso material.

A Escola escolhida para a realização do estudo desta pesquisa foi uma escola da Rede Estadual de Ensino do Ceará, Escola de Ensino Fundamental e Médio (EEFM), tipificada segundo a Secretaria da Educação Básica do Ceará (SEDUC-CE) como escola de nível A pelo quantitativo de alunos, possui atualmente, no ano de 2014, matriculados um pouco mais de 1100 alunos distribuídos nos ensinos fundamental e médio, nos turnos manhã e tarde. No ensino fundamental oferta as séries do 7º ao 9º ano e para o ensino médio tem do 1º ao 3º ano.

Possui estrutura física organizada com 16 salas de aula, em uso com turmas regulares em cada turno de funcionamento, 02 laboratórios de informática com 10 CPU conjugada a dois monitores em cada um deles, 01 laboratório de ciências, 01 laboratório para área de linguagem e códigos, 01 auditório com som e Datashow, 01 ginásio poliesportivo, 01 cantina, 01 biblioteca, 01 sala de vídeo, 02 áreas de esporte, 02 pátios internos, 01 amplo estacionamento, 01 sala de almoxarifado, 01 sala para arquivo morto, 06 banheiros, 01 sala dos professores, direção, coordenação e secretaria, além de dispor de salas de apoio para projetos como Mais Educação, Pré-vest e Jovem de Futuro.

Foi escolhida uma turma trabalhada por outro professor, com seu consentimento e desta turma foi escolhido um grupo de 06 (seis) alunos (FIGURA 06).

FIGURA 06. Grupo de alunos que compõem a amostra



Autor: José Victor de Mesquita Filho (MAIO/2014)

A utilização de uma turma de outro professor justifica-se para evitar preferência na escolha dos alunos, uma vez que a seleção não comporta sorteio. A turma tem 37 (trinta e sete) alunos, considerou-se 36 (trinta e seis) e destes escolhemos o terço intermediário em relação ao rendimento escolar, representado por 12 (doze) alunos. Deste terço intermediário pegamos a metade, 6 (seis), para compor a nossa amostra, calculada de forma empírica, consideramos essa amostra altamente representativa da turma.

Os alunos foram divididos formando duplas e evitou-se ter, na mesma dupla, alunos do mesmo nível e mesma facilidade de aprendizagem. Assim, cada dupla foi formada tendo um aluno com mais aptidão para a aprendizagem da Matemática e outro aluno com menor afinidade. (FIGURAS 07, 08 e 09).

FIGURA 07: Dupla 01 realizando pré-teste



Autor: José Victor de Mesquita Filho (MAIO/2014)

FIGURA 08- Dupla 02 realizando pré-teste



Autor: José Victor de Mesquita Filho (MAIO/2014)

FIFIGURA 09- Dupla 03 realizando pré-teste



Autor: José Victor de Mesquita Filho (MAIO/2014)

O assunto tratado em sala de aulas, no momento, é Geometria Analítica e o tema “circunferência” já foi comentado para os alunos, então, fez-se uma pré-testagem.

Foi distribuído às duplas uma listagem de questões, orientadas para detectar o conhecimento já adquirido sobre os conceitos de circunferência na visão da Geometria Analítica. Anotou-se a estratégia e a iniciativa de cada dupla para solucionar cada situação surgida em cada questão apresentada. Após o levantamento das estratégias e iniciativas e a apuração dos resultados obtidos, analisamos esses dados.

FIGURA 10- Explicação geral aos alunos para realização do pré-teste



Autor: Ruan Pablo (MAIO/2014)

Em seguida, de posse dos dados colhidos no pré-teste e com ênfase nas dificuldades constatadas junto aos alunos, foi elaborado um módulo de atividades.

Após apresentação e comentário de um breve tutorial do GeoGebra, as situações apresentadas no pré-teste foram esclarecidas, assim como outras existentes no módulo de atividades, ao fazermos uso de uma nova forma de entendimento para o assunto, com o uso do software. Deu-se um tempo para sedimentação dos novos conhecimentos adquiridos e, em seguida, aplicamos um pós-teste.

FIGURA 11- Intervenção com alunos na realização do pré-teste



Autor: Ruan Pablo (MAIO/2014)

Foi tabulado o rendimento das duplas, com o conhecimento prévio e posteriormente às explanações com o uso do GeoGebra. Esse procedimento nos permitiu chegar às conclusões buscadas no trabalho.

### 3.1 O Software Educacional GeoGebra

O GeoGebra é um software de geometria dinâmica desenvolvido e lançado em 2001 por Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburg para educação matemática nas escolas. Além da interface da geometria dinâmica, o GeoGebra se destaca por permitir a inserção de coordenadas e fórmulas algébricas possibilitando assim uma interação entre a figura geométrica e sua representação algébrica. Por isso o nome, “Geo” de geometria e “Gebra” de Álgebra (OLIVEIRA, 2014)

. O GeoGebra tem distribuição livre pelos termos da GNU <sup>2</sup> General Public License (GPL) e é escrito em linguagem de programação Java, uma das linguagens computacionais mais populares do mundo, o que permite que ele seja disponibilizado

---

<sup>2</sup> GNU é um [sistema operacional tipo Unix](#) em desenvolvimento pelo [Projeto GNU](#), baseado em [software livre](#) mas que ainda não publicou versão estável do sistema. Foi idealizado por [Richard Stallman](#) sendo que sua filosofia e Licença Pública Geral (GPL) formam o foco original da [Free Software Foundation](#).

em várias plataformas operacionais tais como Windows, Linux (Uso nos Laboratório de Informática da Rede Pública), Mac e, mais recentemente, na plataforma Android, estendendo seu uso para dispositivos de informática mais versáteis como tablets e smartphones.

Para Araujo e Nóbriga (2010) o maior diferencial do software GeoGebra para os outros programas de geometria dinâmica é a possibilidade de interação e manipulação, seja através do mouse ou do Campo de Entrada das funções e objetos que estejam na Janela de visualização ou na Janela de Álgebra.

O GeoGebra apresenta ferramentas comuns de um software de geometria dinâmica e é bastante didático: é composto por duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: a janela geométrica e a janela algébrica. A janela de geometria é o local destinado aos objetos construídos. É possível modificar e colorir os objetos, alterar a espessura de linhas, medir ângulos, medir distâncias, exibir cálculos, etc.

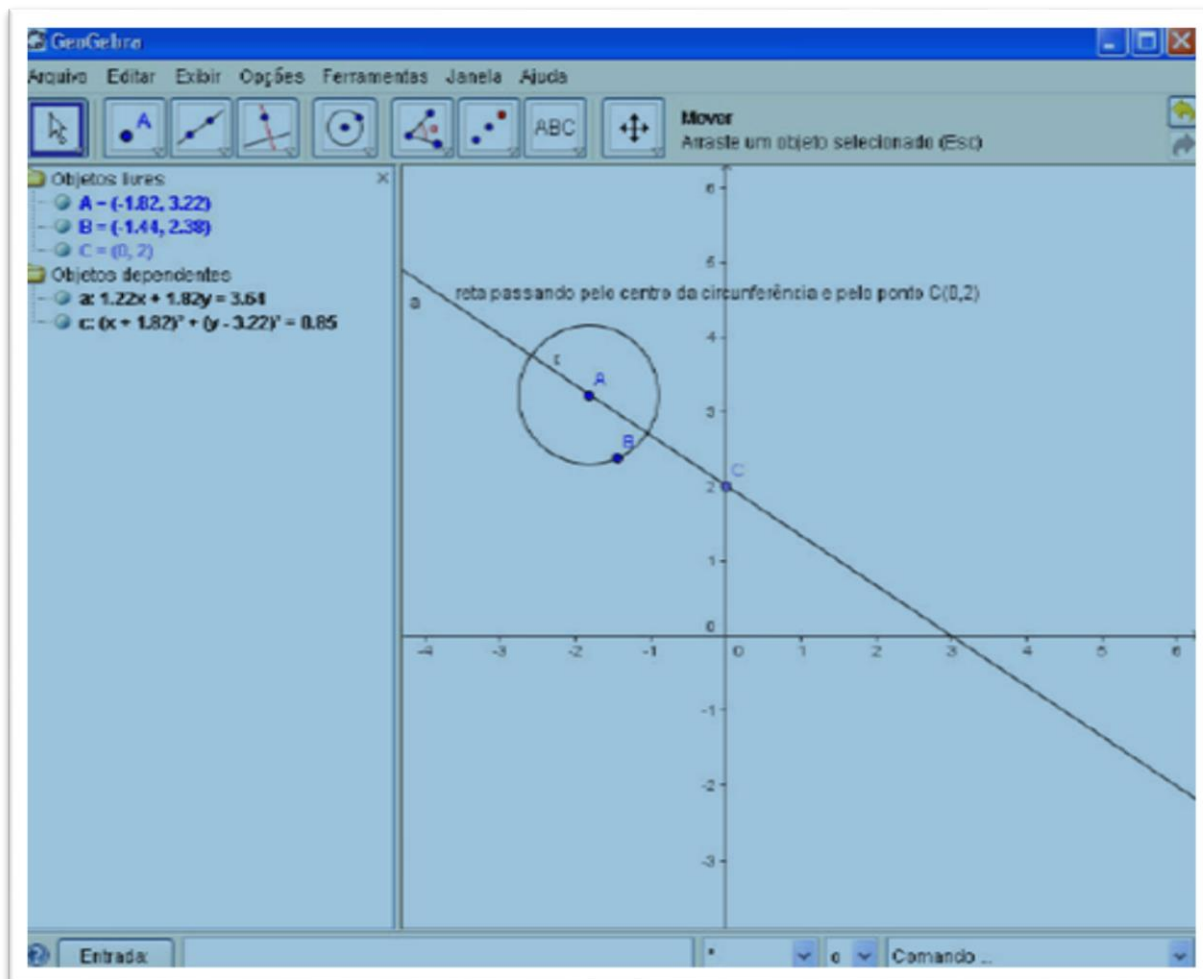
A janela de álgebra exibe a representação algébrica de todo objeto construído. O software apresenta também um campo de entrada de texto, reservado para escrever coordenadas, equações, comandos e funções de tal forma que, pressionado a tecla enter, os mesmos são exibidos na janela geométrica e algébrica. A Figura 11 exibe a interfase de trabalho do GeoGebra. À direita da figura encontra-se a janela de álgebra, à esquerda temos a janela geométrica e abaixo o campo de entrada de texto. O detalhamento das ferramentas do GeoGebra constam no seu sitio [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org), assim como seu tutorial.

As características do GeoGebra incrementam a criação de cenários para investigação, nos quais o aluno é capaz de experimentar situações em um processo dinâmico. Entende-se que as atividades e tarefas propostas sobre circunferência na pesquisa constituem situações que possibilitam e estimulam à investigação e o questionamento, convidando o aluno a descobrir novos interesses nos usos das TIC.

Espera-se que a proposição das atividades possibilite aos alunos um despertar pela geometria analítica. Que a interface do software e todas as suas ferramentas possam motivar os alunos a desenvolver sua capacidade de raciocínio e criticidade perante as situações de aprendizagem.



FIGURA 12 Interface do GeoGebra (janela algébrica, janela geométrica e na parte inferior, entrada de texto)



FONTE: <http://www.geogebra.org>

### 3.2 A metodologia da pesquisa

O trabalho de campo foi realizado em uma Escola da Rede Estadual de Ensino do Ceará e foi dividido em três etapas: o pré-teste, a intervenção metodológica e o pós-teste.

#### 3.2.1 Pré-teste

O pré-teste foi construído com questões escolhidas para satisfazer competências e habilidades (ANEXO 1) que achamos por bem detectar sua existência, ou não, nos

nossos alunos e foi feito uso, também, de descritores (ANEXO 2), técnica usada no Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE).

Iniciamos com uma questão apresentando alguns itens de caráter meramente desinibidores, grau de dificuldade suficientemente baixo (na minha opinião), idealizando deixar os alunos a vontade para que assim pudessem desenvolver seu potencial e apresentar a sua criatividade. Apresentamos as fórmulas de uso indispensável dentro do pré-teste, tais como: Distância entre dois pontos; Equação reduzida da circunferência; Equação geral da circunferência. O objetivo da apresentação destas fórmulas foi fazer com que a memorização delas não fizesse parte do nosso pré teste.

Tabela 1 Competências e Habilidades e Descritores desenvolvidos no pré-teste

QUESTÕES	COMPETÊNCIAS	HABILIDADES	DESCRITOR
1	Competência de área 2 - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela	H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais.	D45 Identificar a localização/movimentação de objetos em mapas, croquis e outras representações gráficas. D57 - Identificar a localização de pontos no plano cartesiano e D50 - Resolver situação-problema aplicando o Teorema de Pitágoras ou as demais relações métricas no triângulo retângulo.
2	Competência de área 3 – Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano. Usando para tal as habilidades	H10 - Identificar relações entre grandezas e unidades de medida H11 – Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.	D45 - Identificar a localização/movimentação de objetos em mapas, croquis e outras representações gráficas. D57 - Identificar a localização de pontos no plano cartesiano e D50 - Resolver situação-problema aplicando o Teorema de Pitágoras ou as demais relações métricas no triângulo retângulo. D56 Reconhecer, dentre as equações do 2º grau com duas incógnitas, as que representam circunferências.

3	Competência de área 6 – Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação	H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências. E H25 – Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.	D45 Identificar a localização/movimentação de objetos em mapas, croquis e outras representações gráficas.  D65 Calcular o perímetro de figuras planas, numa situação-problema
4	Competência de área 5 Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas usando representações algébricas	H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos	D24 Fatorar e simplificar expressões algébricas

FONTES: ADAPTADO DOS PCN E MATRIZES DE REFERÊNCIA DO SISTEMA NACIONAL DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA – SAEB

A primeira questão, não contextualizada e usando um formato bem tradicional, constou de quatro itens onde se objetivava detectar a Competência de área 2, com Habilidades 6 e 7. Em relação aos Descritores do SAEB/SPAECE, a primeira questão faz uso do D45 e do D50. (TABELA 01).

Na segunda questão, contextualizada, a competência a ser verificada foi Competência de área 3, Habilidade 11 e Descritores 45,50 e 56 (TABELA 01).

A terceira questão, uma questão contextualizada, bem dentro das normas do ENEM, objetivava testar os alunos quanto a Competência de área 6 e as Habilidades necessárias para isso são: 24 e 25 e os Descritores 45 e 65 (TABELA 01).

Na quarta questão, não contextualizada, testou-se a competência dos alunos na manipulação de dados algébricos extraídos de situação geométrica. Competência de área 5, Habilidade 21 e Descritores 24 (TABELA 01).

Todos os alunos participantes foram submetidos ao mesmo pré-teste.

O enunciado das questões do pré-teste está apresentado no Apêndice A.

### 3.2.2 Intervenção metodológica

Após a aplicação do pré-teste, foi feita a correção das questões trabalhadas, o detalhamento dessa correção se encontra na análise dos resultados e passamos a preparar um Módulo de Atividades onde colocamos questões focando as dificuldades levantadas via pré-teste.

A Intervenção Metodológica consistiu na realização de atividades com todos os sujeitos da pesquisa. Foi mostrada uma nova forma de interpretar os enunciados e visualizar as situações fazendo uso do GeoGebra. Para tanto, foi feita uma apresentação do software, que era desconhecido pelo grupo, e certamente pelo restante da turma, posteriormente comprovado, e mostrado como usá-lo através de um breve tutorial.

Foram formadas três duplas, cada par em um computador, que realizaram as atividades mediadas pelo software GeoGebra e pelo pesquisador.

FIGURA 13- Aplicação do Módulo de atividades usando o LEI



Autor: Ruan Pablo (MAIO/2014)

Sentindo que os alunos estavam à vontade com o software e entendendo seus comandos básicos, o que para eles é muito simples, foi permitido que estes “brincassem” um pouco com o GeoGebra, produzindo o que sua imaginação solicitasse.

FIGURA 14- Módulo de atividades no Laboratório Escolar de Informática



Autor: Ruan Pablo (MAIO/2014)

Após esta seção de relaxamento foi apresentada a solução das atividades programadas no módulo de atividades, que incluíam as questões do pré-teste.

Foi informado aos alunos que as atividades iniciais, além de destacarem as vantagens da aprendizagem com as ferramentas disponíveis no GeoGebra, se prestariam também ao melhor entendimento de conceitos apreendidos e a aprendizagem de novos conhecimentos geométricos de forma mais concreta e até lúdica sem perder a seriedade do tema. O lúdico vem do fato de quanto os estudantes gostam de usar o computador e da facilidade com que se adaptam ao uso de um software novo para eles. Após o trabalho com o módulo de atividades, fizemos uma pausa e poucos dias depois aplicamos o pós-teste.

O pré-teste foi aplicado em uma quinta-feira. Na semana seguinte, fizemos o levantamento de resultados. Na terceira semana, trabalhamos o módulo de atividades com o uso do GeoGebra em três seções de uma hora e meia no contra turno dos alunos e na última semana, aplicamos o pós-teste, isso ocorreu durante o mês de maio de 2014.

Todos os alunos participantes foram trabalhados com o mesmo módulo de atividades e apresentamos o módulo de atividades que contém também as quatro questões do pré-teste no Apêndice B.

### 3.2.3 O Pós-teste

A realização do pós-teste seguiu a mesma metodologia do pré-teste e aqui serão descritos os caminhos traçados dentro da pesquisa durante sua realização. Foi trabalhado o mesmo grupo de alunos de uma das turmas do 3º ano do ensino médio, cujo professor titular da turma não é o pesquisador.

FIGURA 15- dupla 01 realizando pós teste



Autor: José Victor de Mesquita Filho (MAIO/2014)

FIGURA 16- dupla 02 realizando pós teste



Autor: Ruan Pablo (MAIO/2014)

FIGURA 17- dupla 03 realizando pós teste



Autor: José Victor de Mesquita Filho (MAIO/2014)

FIGURA 18- Socialização das questões do pós teste



Autor: José Victor de Mesquita Filho (MAIO/2014)

O pós-teste foi construído com questões também escolhidas para satisfazer competências e habilidades e foi feito uso, também, de descritores.

Foi colocado como critério para avaliação na participação das duplas a importância da interação entre seus membros. Os comentários seriam merecedores de atenção frente à resolução da atividade e toda dúvida seria, da mesma forma, merecedora de reflexão para um caminhar dentro de uma possível solução para as atividades.

Apresentamos a seguir uma análise das questões utilizadas no pós-teste cuja síntese se encontra na tabela 02.



Tabela 2 Competências e Habilidades e Descritores desenvolvidos no pós-teste

QUESTÕES	COMPETÊNCIAS	HABILIDADES	DESCRITOR
1	Competência de área 6 – Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação	H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências. H25 – Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.	D45 Identificar a localização/movimentação de objetos em mapas, croquis e outras representações gráficas. D65 Calcular o perímetro de figuras planas, numa situação-problema
2	Competência de área 2 - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela	H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.	D45 - Identificar a localização/movimentação de objetos em mapas, croquis e outras representações gráficas. D57 - Identificar a localização de pontos no plano cartesiano. D65 Calcular o perímetro de figuras planas, numa situação-problema
3	Competência de área 2 - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela	H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.	D45 Identificar a localização/movimentação de objetos em mapas, croquis e outras representações gráficas.

4	Competência de área 2 - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela	H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional. H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais	D45 Identificar a localização/movimentação de objetos em mapas, croquis e outras representações gráficas.
---	--	---	---

FONTE: ADAPTADO DOS PCN E MATRIZES DE REFERÊNCIA DO SISTEMA NACIONAL DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA – SAEB

Na primeira questão, contextualizada, adequada ao uso nas provas do ENEM, fizemos uso de uma figura já utilizada em uma questão do pré-teste na tentativa de por os alunos com uma maior familiaridade com o teste. Objetivava constatar o uso da competência de área 6, com as habilidades H24 e H25, correspondentes ao descritor D45 e D65. (TABELA 02)

A segunda questão, elaborada em moldes bem tradicionais, ou seja, não contextualizada, e fazendo uso de elementos de cálculo obtidos na questão anterior, tentava detectar a capacidade do aluno em representar a equação de uma circunferência a partir do conhecimento do seu centro e do seu raio, em isso acontecendo terá demonstrado a competência de área 2 e a habilidade H8, correspondentes ao descritor D56. (TABELA 02)

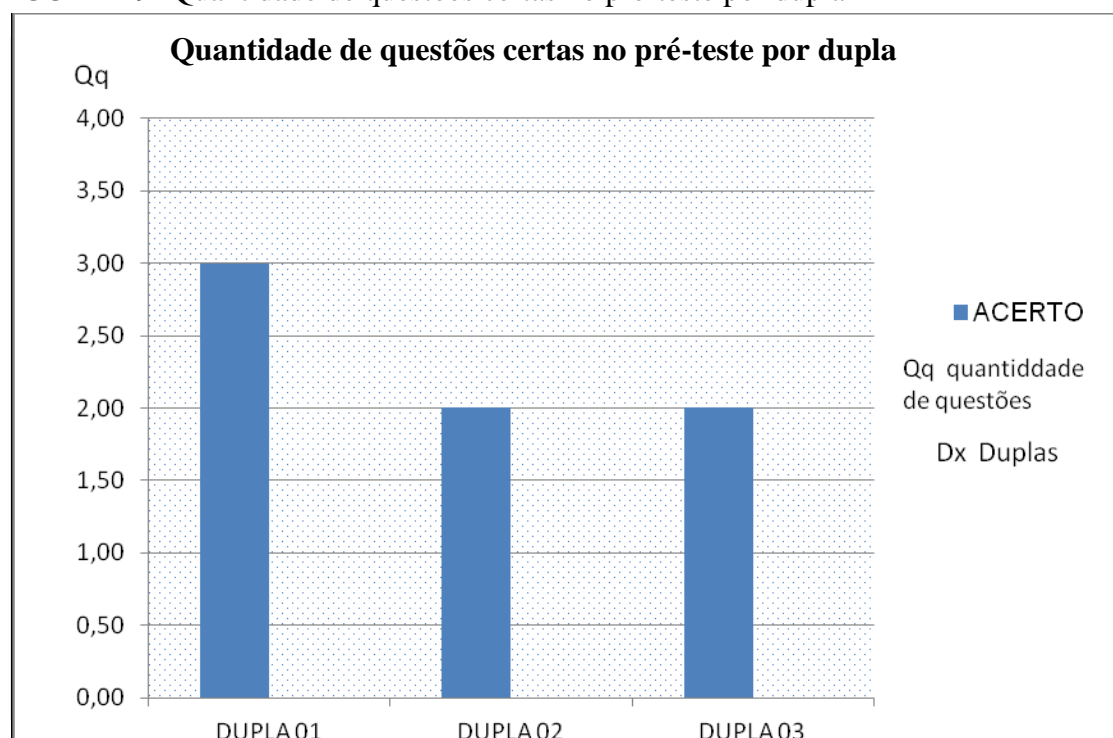
A terceira questão, novamente uma questão contextualizada e nos moldes do ENEM, envolve uma interpretação que leve ao conceito de coroa circular e cálculo da sua largura. O aluno precisará da competência de área 2 juntamente com as habilidades H7 e H8, correspondentes ao descritor D45. (TABELA 02)

Quarta questão, mais uma questão de formato tradicional com o objetivo de testar conhecimentos de posição relativa de circunferências e demonstrar a competência de área 2 com as habilidades H6 e H7, correspondentes ao descritor D45 (TABELA 02). Todos os alunos participantes foram submetidos ao mesmo pós-teste e suas questões estão apresentadas no Apêndice C.

#### 4 ANÁLISE DE RESULTADOS

Uma vez aplicado o pré-teste, procedemos a sua correção. Foi feita inicialmente uma correção preliminar, baseada nos moldes tradicionais, onde anotamos puramente a quantidade de resposta/resultados corretos sem importar como foi conseguido. Chegamos ao resultado constante no gráfico a seguir.

FIGURA 19- Quantidade de questões certas no pré-teste por dupla



Fonte: Dados da Pesquisa. Elaborado pelo autor

Analisando os acertos por questões, percebemos onde as duplas mais se igualaram ou se diferenciaram, tivemos 03 (três) itens da questão de número 01 (um) acertados por todas as duplas. A questão 02 (dois) também foi acertada por todas as duplas o que a configura como a questão na qual as duplas conseguiram ser mais bem sucedidas.

A questão de número 03 (três) foi acertada por apenas uma das duplas e finalmente a questão de número 04 (quatro) que não teve acerto. Era esperado maior dificuldade na questão de número 04 (quatro), pois é um tipo de questão pouco trabalhada nas turmas de escola pública.

Consideramos, em função dessa análise, que houve acerto no grau de dificuldade empregado no pré-teste e o resumo do exposto é expresso na tabela 03 a seguir:

TABELA 03: Situação de cada dupla por questões

Questões		1a	1b	1c	1d	2	3	4
Duplas	1	A	A	A	A	A	A	N
	2	A	A	A	A	A	E	N
	3	A	N	A	A	A	E	N

Legenda:                    A = Acertou                    E = Errou                    N = Não fez

FONTE: Dados da Pesquisa. Elaborado pelo autor

Observando o comportamento de cada dupla, verificando sua estratégia e criatividade para a tentativa de solucionar cada situação, constatamos que:

A dupla 01 (um) iniciou pela primeira questão e seguiu a sequência do teste. Após a leitura do enunciado da primeira questão e uma pequena dificuldade inicial com a interpretação das unidades dos eixos cartesianos, colheu facilmente as coordenadas dos pontos solicitados, resolvendo o primeiro item, para o segundo, tomou o ponto B como centro e a mão livre traçou uma circunferência passando por C, foi, relativamente, fácil marcar vários pontos dessa circunferência, pois a questão apresentou a figura de um plano cartesiano em uma malha reticulada e os membros da equipe notaram que saindo do centro B chegavam ao ponto C, pertencente à circunferência, percorrendo um caminho idêntico ao do movimento da peça cavalo, no jogo de xadrez. Usando cada lado de uma malha como unidade, percorriam duas unidades em um sentido e uma unidade no sentido transversal ou vice-versa.

Perguntado ao pesquisador se poderiam fazer assim, este informou que eram livres para usar qualquer estratégia. Este artifício facilitou o cálculo do raio da circunferência.

Entretanto, para os itens a respeito de posição relativa de reta e circunferência e de ponto e circunferência, pelo fato da circunferência estar “bem traçada”, como elas disseram, usaram uma “estratégia visual”, palavras delas.

Na segunda questão, elas escreveram a equação reduzida da circunferência com pontos  $(x, y)$ , de centro  $(a, b)$  e raio  $R$  e algebricamente isolaram o  $y$ , então concluíram pela resposta correta sem ter calculado as coordenadas do centro e nem o valor do raio. Palavras da dupla escrita na prova: “Chegamos a conclusão de que a “e” é certa por conta da comparação com a fórmula.” Observei, o pesquisador, que esta questão dois apresenta essa “falha ou anomalia” facilitando encontrar sua resposta correta, o que não desmerece o trabalho da dupla e revela criatividade.

Para resolver a terceira questão, a estratégia encaminhada foi completar quadrados. Isolaram os quadrados no primeiro membro e passaram a calcular de forma independente apenas o valor do segundo membro encontrando o quadrado do raio.

Para obter a resposta correta a dupla precisava apenas do raio da circunferência e da sua fórmula de comprimento, completaram a questão com sucesso.

Na quarta questão a dupla encontrou dificuldades e apesar de fazer algumas tentativas não encontrou estratégia que gerasse sucesso na questão.

A dupla 02 (dois) também usou a sequência natural do teste. Observando o enunciado da primeira questão resolveram facilmente o primeiro item, e para o segundo, elas traçaram, fazendo uso de um compasso, uma circunferência com centro em B e passando por C, o desenho ficou bem agradável, mas essa estratégia limitou a criatividade da dupla, tanto é que calcularam a medida do raio da circunferência usando a fórmula de calcular a distância entre dois pontos dados pelas suas coordenadas, não enxergaram na figura o triângulo retângulo de catetos 1 e 2, o que não as impediu de concluir o item com sucesso.

O restante da primeira questão, itens sobre posição relativa, foi apenas respondido corretamente sem apresentar qualquer cálculo ou comentário escrito, o que nos leva a considerar a hipótese da mesma “estratégia visual” da dupla anterior pois foi comentado verbalmente, “fizemos só olhando”.

Para resolver a segunda questão, a dupla apresentou o seguinte comentário, escrito no teste: “Eliminação – Expoente 3 – Sinal negativo na frente” e em seguida, logo abaixo, apresentou o cálculo de isolar o  $y$  a partir da equação reduzida da circunferência, tal qual realizado pela outra dupla e já comentado.

Na questão de número 03 (três), a dupla não foi bem sucedida e por ser uma questão de múltipla escolha, simplesmente marcou um dos itens, no caso um item errado e deixou comentado “Chute”.

A quarta questão, por essa dupla, não foi resolvida, nem comentada, por ser uma questão aberta, ou seja, sem alternativas, simplesmente deixaram em branco o espaço de resolução.

Iniciando o pré-teste pela questão 4 e, nesta, empregando bastante tempo sem conseguir sucesso, a dupla 3 consumiu seu tempo mais útil e partiu para as outras questões já com bastante cansaço, talvez por isso, na questão de número 3, mesmo raciocinando corretamente, chegaram a um resultado mal sucedido pois erraram em uma subtração passando a concluir o cálculo com uma diferença incorreta. Quando chegaram na questão 1, aquela que foi colocada para por os alunos mais a vontade, não tiveram ânimo para fazer o item que necessitava de mais cálculos. Em uma avaliação com scores ou uma avaliação formativa, a dupla 3 ganharia quase toda a pontuação da questão 3.

Encerrado a fase de correção do pré-teste, de posse dos seus dados de erros e acertos, tanto dos objetos de pesquisa quanto do pesquisador, elaborei o módulo de atividades para ser trabalhado explorando situações envolvendo circunferências, no ponto de vista da Geometria Analítica e sob mediação do software GeoGebra.

As quatro primeiras questões são as do pré-teste e estão presentes pela justificativa óbvia de mostrá-las e trabalhá-las nesse enfoque diferente para interpretação e solução. A questão de número cinco se justifica por tratar-se de uma situação clássica, obter a equação da circunferência conhecendo as coordenadas de três dos seus pontos, mas o propósito aqui é chamar atenção para a posição especial dos três pontos. A questão seis é idêntica à cinco, enquanto a cinco deve ter a intervenção do pesquisador a de número seis deve ser deixada por conta dos objetos da pesquisa e o pesquisador observará as atitudes individuais e em dupla.

A questão número sete trata de uma situação clássica, obter o centro da circunferência a partir da sua equação geral, combinada com a situação básica, escrever a equação a equação reduzida e/ou a equação geral conhecendo as coordenadas do centro e o valor da medida do raio.

A questão oito trata de obter-se o centro e o raio, consolidando o que foi visto na situação anterior, obter o centro, e ampliando para um novo aspecto, sabendo as

coordenadas do centro, obter o raio, com a equação na forma geral e em seguida, determinar a posição relativa entre ponto e circunferência. Com a mediação do software educacional GeoGebra, os elementos pesquisados terão a visão geométrica e a visão algébrica de tal situação.

Na questão de número nove, apesar de ser proposta em um formato não mais utilizado nos vestibulares e também fora do padrão ENEM, ela faz uma varredura nas posições relativas entre ponto ou reta e circunferência. É pra ser percebido que sempre tentamos pegar um “gancho” na questão anterior.

Agora, na questão de número dez, vamos para uma situação que foi lidada na questão quatro e nosso “gancho” deixa de ser vizinho. Como o GeoGebra já foi usado pelo pesquisador na questão quatro, é hora de deixar os pesquisados à vontade.

Mais uma vez a situação clássica de obter a equação conhecendo três pontos surge. Estamos na questão onze e os pontos estão em situação especialíssima, basta lembrar de propriedades do triângulo.

A questão doze é outra questão colocada para deleite dos objetos pesquisados, explora uma situação já exposta e trabalhada com o software GeoGebra. Será uma oportunidade para o pesquisador conferir como está a aceitação e a satisfação dos novos conhecedores do Software Educacional GeoGebra.

A questão treze trata de uma situação que é bem pouco estudada nas turmas regulares de escolas públicas, mas com o uso do GeoGebra essa situação será bem esclarecida e juntamente com a questão quatorze funciona para dar um fecho na apresentação, para os nossos alunos pesquisados, dessa ferramenta tecnológica de informação e comunicação que facilita em muitos sentidos a aprendizagem da Geometria Analítica e conjuntamente o estudo da circunferência.

Procedemos no pós-teste da forma mais assemelhada que nos foi possível ao pré-teste para tornar mais verossímil uma comparação entre os acertos dos dois.

Iniciamos com uma contagem da quantidade de acertos sem levar em conta a forma como foram conseguidos.

Neste teste de agora a dupla 01 desenvolveu-se muito bem nas três primeiras questões, porém, na quarta questão tiveram dificuldade na parte referente ao cálculo da distância entre os centros, essa dificuldade levou ao insucesso do resultado.

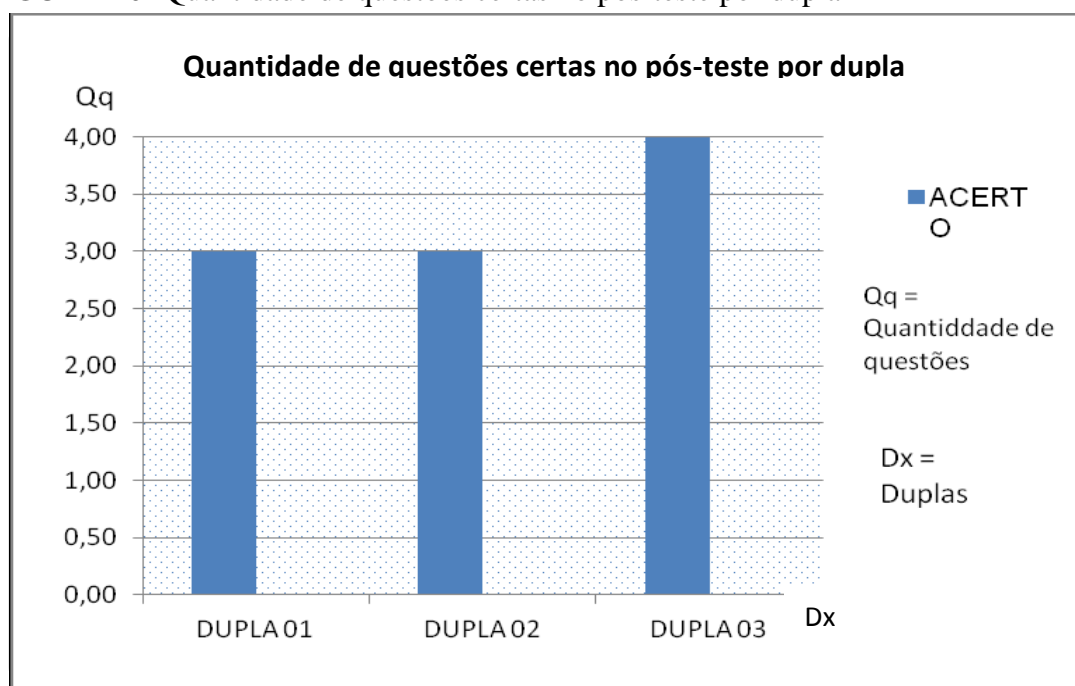
A dupla 02, durante o pós-teste, comportou-se de forma bastante descontraída e apresentou dificuldade na mesma questão que a dupla anterior, entretanto, sua

dificuldade foi na comparação envolvendo a distância entre os centros e a soma dos raios.

Em relação a dupla 03 notou-se que a mesma se encontrava, apesar de descontraída, bastante motivada para acertar todas as questões, lamentavam o “descuido” que fez os dois errarem a terceira questão do pré-teste.

Este levantamento levou ao resultado expresso no gráfico a seguir.

FIGURA 20- Quantidade de questões certas no pós-teste por dupla



Fonte: Dados da Pesquisa. Elaborado pelo autor

Uma análise quantitativa mostra sucesso na aplicação do módulo de atividades mediado pelo GeoGebra, levando a que os alunos tenham mais facilidade na compreensão dos enunciados o que gerou maior número de acertos.

Tivemos, no pré-teste, sete acertos em um total de doze equivalendo a 58,34% e tivemos, no pós-teste, 10 acertos no mesmo total, correspondendo a 83,34%, proporcionando uma diferença de 25%, o que leva a um crescimento de 42,85%.

Partindo para a análise dos acertos, ficou visto que os objetos de pesquisa tiveram um aumento nessa quantidade, o que já demonstra que a mediação do software educacional GeoGebra favorece a compreensão do aluno a respeito da circunferência e potencializa a aprendizagem da circunferência na perspectiva da geometria analítica.



Tivemos, no pré-teste, considerando os tens da questão 1, um total de 15 acertos em 21 possíveis, perfazendo aproximadamente, 71,43% e, no pós-teste, 10 acertos em um total de 12 atingindo 83,34% levando a uma diferença de 11,91% o que corresponde a um crescimento de 16,67%.

Observando a diferença de resultados, podemos constatar o quanto a maneira tradicional de corrigir uma prova pode ser enganosa, levando a resultados que não são condizentes com a realidade da turma.

Foi percebido que o tempo utilizado pelos objetos de pesquisa para realizar o pós-teste foi bem menor do que aquele empregado para realizar o pré-teste.

Notamos que os alunos estavam bem mais a vontade, sorridentes e descontraídos o que possibilitou a verificação de que o uso do software educacional GeoGebra facilita a interação professor x aluno no trato da circunferência na geometria analítica.

FIGURA 21- Encerramento da pesquisa



Autor: Ruan Pablo (MAIO/2014)

Os acertos por questão mostraram que tivemos a primeira, a segunda e a terceira questão acertadas pelas três duplas e a quarta questão foi acertada apenas pela dupla 3.

Era esperado um menor número de acerto na questão 4 pois é uma questão aberta, sem apresentar alternativas para a resposta o que sempre gera maior dificuldade para o aluno.

Organizamos uma síntese dessa análise na tabela 4, a seguir.

Questões		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
Duplas	<b>1</b>	A	A	A	E
	<b>2</b>	A	A	A	E
	<b>3</b>	A	A	A	A

Legenda:            A = Acertou            E = Errou            N = Não fez

FONTE: Dados da Pesquisa. Elaborado pelo autor

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O propósito que me levou a realizar esse trabalho foi analisar e fazer verificação a respeito da utilização das TIC nas escolas para facilitação da aprendizagem da circunferência na perspectiva da Geometria Analítica, item que não é bem visto pelos alunos, considerando-o de maior dificuldade. Dentre os tantos Software Educacionais, um nos chamou a atenção em particular, o GeoGebra, pela sua interface acessível e a maneira como transita entre a Álgebra e a Geometria.

O software educacional GeoGebra apresenta diferentes funcionalidades, porem possui uma aparência e linguagem amigável, de forma que permite o autodidatismo de suas ferramentas.

Com o desenvolvimento do módulo de atividades, percebeu-se o quanto as ferramentas do GeoGebra se aplicam ao ensino da circunferência na perspectiva da Geometria Analítica, potencializando sua aprendizagem e principalmente no que diz respeito a problemas envolvendo o entendimento de conceitos, de construções e de deduções.

A sequência de atividades propostas no módulo de atividades também incentiva o aprendizado contínuo do aluno ao apresentar em seu desenvolvimento inicial passos bem detalhados e, à medida que as atividades vão progredindo, os passos vão ficando menos detalhados, forçando o aluno a por em prática o que foi aprendido com as atividades anteriores.

Na aplicação do módulo observou-se, de forma condizente ao esperado, que de fato a utilização do *software* GeoGebra contribui para a melhoria do aprendizado da circunferência na perspectiva da Geometria Analítica. Outra observação importante foi o aumento do interesse em aprender, participar e interagir por parte dos alunos, fazendo com que o aluno saia da sua situação de conforto e passe a ser protagonista no processo de ensino aprendizagem.

Houve uma mudança de rotina para alguns dos alunos pesquisados, houve motivação pelo uso do computador explicitada pelo fato destes alunos terem feito o download do software em suas casas. Entretanto, os episódios que mais ilustram o empenho dos alunos são as construções com caráter lúdico, a busca pelo estudo de transformações geométricas e a identificação de curvas e regiões em figuras tiradas da internet. Tudo isso aponta para as respostas das questões que permearam esta pesquisa.

A utilização do GeoGebra potencializou as reflexões dos alunos em Geometria Analítica, aproximando a Álgebra da Geometria favorecendo a capacidade de inter-relacionar as representações gráfica e algébrica e resultando em maior compreensão da linguagem algébrica representativa de situações no plano cartesiano a respeito de circunferência o que comprovadamente facilita a interação professor x aluno.

Em uma perspectiva futurista, o avanço das TIC e o desenvolvimento cada vez mais aprimorado do GeoGebra, permitirão futuras abordagens deste trabalho, tornando-o aberto a novos olhares e ao desenvolvimento de novas metodologias que possam contribuir para o enriquecimento das práticas pedagógicas e melhorar o ensino-aprendizado da circunferência sob o ponto de vista da Geometria Analítica.

Por fim, esperamos que o presente trabalho tenha contribuído para confirmar as vantagens do uso de tecnologias como instrumentos de aprendizagem. Almejamos também que este estudo sirva de ponto de partida para outros trabalhos e abordagens na área de ensino de circunferência dentro da Geometria Analítica. Esta pesquisa precisa e deve ser estendida, ampliada e aprofundada com dedicação de mais tempo de estudos.

Não esqueçamos que se deve ao PROFMAT a abertura de horizontes, de novas maneiras de pensar, o incentivo e a busca de pesquisas, promovendo o retorno ao mercado de trabalho de forma mais dinâmica, mais capacitada e principalmente mais atualizada no contexto do ensino aprendizagem.

## REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Luís Claudio Lopes de; NÓBRIGA, Jorge Cassio Costa. **Aprendendo Matemática com o GeoGebra**. São Paulo: Editora Exato, 2010.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Mirian Godoy. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

Brasil. [Lei Darcy Ribeiro (1996)]. **LDB: Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional** : lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. – 5. ed. – Brasília : Câmara dos Deputados, Coordenação Edições Câmara, 2010.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**, Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica 2000.

\_\_\_\_\_. PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais). **Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2). Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

\_\_\_\_\_. PCN+ (Ensino Médio). Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. **Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

BARRETO, Márcio. **Trama Matemática. Princípios e Novas práticas para o ensino médio**. 1ª edição, São Paulo. Papyrus, 2013.

CARNEIRO, Júlia Dias. Sem medo da tecnologia. IN **Revista Tv Escola tecnologias na educação**. Brasília. Junho, 2010. P. 27-33.

D'AMBRÓSIO; BARROS. **Computadores, Escola e Sociedade**. Editora Scipione. 1990.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas – SP, 2004. Pg. 383 e 389. Tradução de Higinio H. Domingues da publicação. INTRODUCTION TO THE HISTORY OF MATHEMATICS.

ISOTANI, S. **Desenvolvimento de ferramentas no IGEON: utilizando a Geometria Dinâmica no ensino presencial e a distância**. Dissertação de mestrado. Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2005.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e tecnologia: O novo ritmo da informação**. 6ª edição, Campinas: Papyrus, 2007

LIMA, Elon Lages **Geometria analítica e álgebra linear**. Rio de Janeiro : IMPA, 2006 p.74

OLIVEIRA, Francisco Diego Moreira. **O Software GeoGebra como ferramenta para o ensino da geometria analítica**. Dissertação de Mestrado – PROFMAT (UFERSA-RN). Mossoró, 2014.

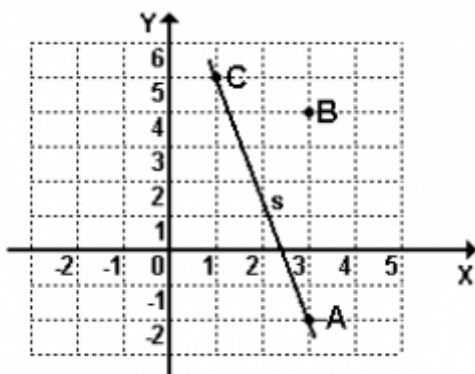
PEREIRA, Thales L.M. **Uso do Software GeoGebra em uma Escola Pública**. Dissertação de Mestrado. Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós Graduação em Educação Matemática. Mestrado Profissional (UFJF). Setembro, 2012.

RICCETTI, Vanessa Pugliese. **Jogos em grupo para educação infantil**. In: SBEM. Educação Matemática em revista, numero 11, ano 8 p. 18 – 25, 2010.

## APÊNDICE A – PRÉ-TESTE

### PRÉ-TESTE DE MATEMÁTICA GEOMETRIA ANALÍTICA: CIRCUNFERÊNCIA

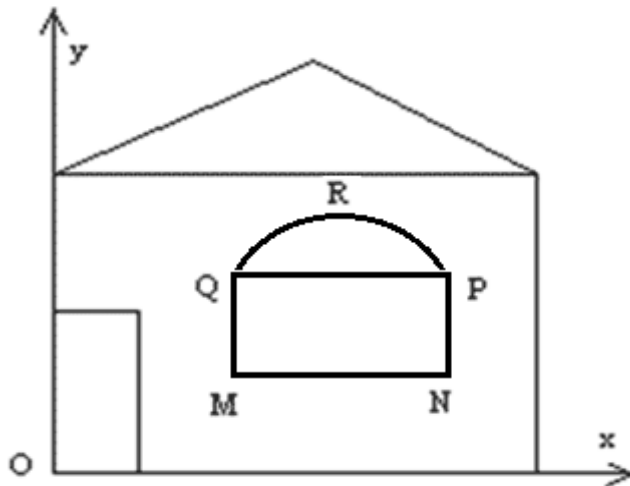
01. Considere a reta  $s$  e os pontos A, B e C representados na figura a seguir.



- Determine as coordenadas cartesianas dos pontos A, B e C.  
 $A( \quad , \quad ); B( \quad , \quad ); C( \quad , \quad )$
- Determine uma equação cuja representação gráfica seja a circunferência de centro B que passa pelo ponto C.
- Qual a posição relativa da reta  $s$  em relação à circunferência determinada no item anterior?
  - Exterior (ou externa). Não possuem ponto em comum.
  - Tangentes externas. Possuem um único ponto em comum.
  - Secantes. Possuem dois pontos em comum.
  - Tangentes internas. Possuem um único ponto em comum.
- Qual a posição relativa do ponto A em relação à circunferência citada?
  - Ponto externo (ou exterior).
  - Ponto pertencente
  - Ponto interno

02. Um arquiteto deseja desenhar a fachada de uma casa e, para isto, utiliza um programa de computador. Na construção do desenho, tal programa considera o plano cartesiano e traça curvas a partir de suas equações.

Na fachada, a janela tem a forma do retângulo MNPQ encimado pela semicircunferência PRQ, conforme mostra a figura:



Para desenhar a janela o arquiteto precisa da equação da semicircunferência PRQ. Sabe-se que o segmento MN é paralelo ao eixo  $Ox$  e tem comprimento igual a 2cm, que MQ tem comprimento igual a 1cm e que o ponto M tem coordenadas  $(4, 3/2)$ . Uma possível equação da semicircunferência é dada por:

a)  $y = -\frac{5}{2} - \sqrt{1 - (x - 5)^3}$

b)  $y = \frac{5}{2} + \sqrt{1 \cdot (x - 5)^3}$

c)  $y = \frac{5}{2} + \sqrt{1 + (x - 5)^2}$

d)  $y = \frac{5}{2} + \sqrt{1 \cdot (x - 5)^2}$

e)  $y = \frac{5}{2} + \sqrt{1 - (x - 5)^2}$



Fonte: <http://guiadoestudante.abril.com.br/estudar/simulados/matematica-geometria-analitica-10-questoes-546022.shtml>

03. Pilates é um sistema de exercícios físicos que integra o corpo e a mente como um todo, desenvolvendo a estabilidade corporal necessária para uma vida mais saudável. A figura abaixo mostra um dos exercícios trabalhado no Pilates e é observado que o corpo da professora gera um arco AB. Supondo que o arco gerado pelo corpo da professora seja um quarto de uma circunferência de equação  $100x^2 + 100y^2 - 600x - 800y + 2356 = 0$  (com medidas x e y em metros). O valor aproximado da altura da professora é:



Fonte: <http://www.acontato.com.br>

- a) 1,72 m
- b) 1,76 m
- c) 1,80 m
- d) 1,84 m
- e) 1,88 m

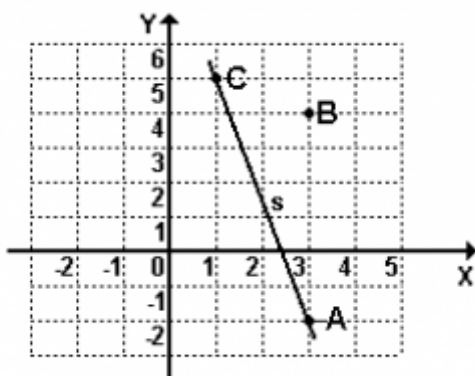
04. Os ciclistas A e B partem do ponto  $P(-1, 1)$  no mesmo instante e com velocidades de módulos constantes. O ciclista A segue a trajetória descrita pela equação  $4y-3x-7 = 0$  e o ciclista B, a trajetória descrita pela equação  $x^2+y^2-6x-8y=0$ . As trajetórias estão no mesmo plano e a unidade de medida de comprimento é o km. Pergunta-se: Quais as coordenadas do ponto Q, distinto de P, onde haverá cruzamento das duas trajetórias?

**APÊNDICE B – MÓDULO DE ATIVIDADES**

**MÓDULO DE ATIVIDADES**

**GEOMETRIA ANALÍTICA: CIRCUNFERÊNCIA**

01. Considere a reta  $s$  e os pontos A, B e C representados na figura a seguir.



d) Determine as coordenadas cartesianas dos pontos A, B e C.

A (     ,     ); B (     ,     ); C (     ,     )

e) Determine uma equação cuja representação gráfica seja a circunferência de centro B que passa pelo ponto C.

f) Qual a posição relativa da reta  $s$  em relação à circunferência determinada no item anterior?

e) Exterior (ou externa). Não possuem ponto em comum.

f) Tangentes externas. Possuem um único ponto em comum.

g) Secantes. Possuem dois pontos em comum.

h) Tangentes internas. Possuem um único ponto em comum.

d) Qual a posição relativa do ponto A em relação à circunferência citada?

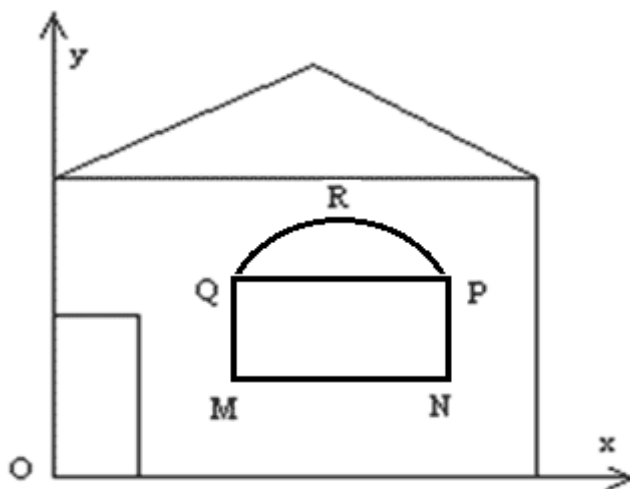
a) Ponto externo (ou exterior).

b) Ponto pertencente

c) Ponto interno

02. Um arquiteto deseja desenhar a fachada de uma casa e, para isto, utiliza um programa de computador. Na construção do desenho, tal programa considera o plano cartesiano e traça curvas a partir de suas equações. Na fachada, a janela tem a forma do

retângulo MNPQ encimado pela semicircunferência PRQ, conforme mostra a figura:



Para desenhar a janela o arquiteto precisa da equação da semicircunferência PRQ. Sabe-se que o segmento MN é paralelo ao eixo  $Ox$  e tem comprimento igual a 2cm, que MQ tem comprimento igual a 1cm e que o ponto M tem coordenadas  $(4, 3/2)$ . Uma possível equação da semicircunferência é dada por:

d)  $y = -\frac{5}{2} - \sqrt{1 - (x - 5)^3}$

b)  $y = \frac{5}{2} + \sqrt{1 \cdot (x - 5)^3}$

c)  $y = \frac{5}{2} + \sqrt{1 + (x - 5)^2}$

d)  $y = \frac{5}{2} + \sqrt{1 \cdot (x - 5)^2}$

e)  $y = \frac{5}{2} + \sqrt{1 - (x - 5)^2}$

03. Pilates é um sistema de exercícios físicos que integra o corpo e a mente como um todo, desenvolvendo a estabilidade corporal necessária para uma vida mais saudável. A figura abaixo mostra um dos exercícios trabalhado no Pilates e é observado que o corpo da professora gera um arco AB. Supondo que o arco gerado pelo corpo da professora seja um quarto de uma circunferência de equação  $100x^2 + 100y^2 - 600x - 800y + 2356 = 0$  (com medidas  $x$  e  $y$  em metros). o valor aproximado da altura da professora é:



- a) 1,72 m
- b) 1,76 m
- c) 1,80 m
- d) 1,84 m
- e) 1,88 m

04. Os ciclistas A e B partem do ponto  $P(-1, 1)$  no mesmo instante e com velocidades de módulos constantes. O ciclista A segue a trajetória descrita pela equação  $4y - 3x - 7 = 0$  e o ciclista B, a trajetória descrita pela equação  $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ . As trajetórias estão no mesmo plano e a unidade de medida de comprimento é o km. Pergunta-se: Quais as coordenadas do ponto Q, distinto de P, onde haverá cruzamento das duas trajetórias?

05. A circunferência que passa pelos pontos  $O = (0, 0)$ ,  $A = (2, 0)$  e  $B = (0, 3)$  tem raio igual a:

- a)  $\frac{\sqrt{11}}{4}$
- b)  $\frac{\sqrt{11}}{2}$
- c)  $\frac{\sqrt{13}}{4}$
- d)  $\frac{\sqrt{13}}{2}$
- e)  $\frac{\sqrt{17}}{4}$

06. Uma circunferência passa pelos pontos  $(2, 0)$ ,  $(2, 4)$  e  $(0, 4)$ . Logo, a distância do centro dessa circunferência à origem é:

a)  $\sqrt{2}$

b)  $\sqrt{3}$

c)  $\sqrt{4}$

d)  $\sqrt{5}$

e)  $\sqrt{6}$

07. No plano cartesiano, a circunferência que passa pelo ponto  $P(1, 3)$  e é concêntrica com a circunferência  $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 1 = 0$  tem a seguinte equação:

a)  $x^2 + y^2 + 6x + 8y - 40 = 0$

b)  $x^2 + y^2 - 3x - 4y + 5 = 0$

c)  $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 20 = 0$

d)  $x^2 + y^2 + 3x + 4y - 25 = 0$

e)  $x^2 + y^2 - 3x + 4y - 19 = 0$

08. Dada a circunferência de equação  $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 6$  considere as afirmativas:

- I. o diâmetro da circunferência é igual a 8 unidades de comprimento
- II. o centro da circunferência é o ponto  $C(1, -2)$
- III. o ponto  $(-1, -1)$  é interior à circunferência
- IV. o ponto  $(4, -5)$  é exterior à circunferência

Assinale a opção correta:

- a) apenas IV é falsa
- b) I e III são verdadeiras
- c) Todas são verdadeiras
- d) I e IV são verdadeiras
- e) todas são falsas

09. Considerando as seguintes proposições relativas à circunferência  $x^2 + y^2 = 4$  no plano cartesiano, identifique a(s) verdadeira(s):

- 01. O ponto  $P(-1, 1)$  é interior à circunferência.
- 02. O ponto  $P(-2, 2)$  é exterior à circunferência.
- 04. O ponto  $P(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$  está sobre a circunferência.
- 08. A reta de equação  $y = x$  intercepta a circunferência em dois pontos.
- 16. A reta de equação  $y = -x + 2$  intercepta a circunferência em um único ponto.

A soma dos valores atribuídos à(s) proposição(ões) verdadeira(s) é igual a:

10. Considere a circunferência no plano cartesiano, cuja equação é  $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 5 = 0$ . Determinar:

- a) O comprimento da corda  $AB$  que a reta  $x + y - 3 = 0$  determina na circunferência.
- b) O ponto  $C$ , que é o centro da circunferência, e a área do triângulo  $ABC$ .

11. Obter a equação da circunferência circunscrita ao triângulo retângulo, cujos catetos estão sobre os eixos coordenados no plano cartesiano e a hipotenusa está sobre a reta  $4x - 3y + 24 = 0$

12. Determinar a posição relativa da reta  $r: 3x + 4y - 12 = 0$ , com referência a cada uma das seguintes circunferências:

- a)  $x^2 + y^2 - 10x + 24 = 0$
- b)  $x^2 + y^2 - 4 = 0$

c)  $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 25 = 0$

13. Obter as equações das retas tangentes à circunferência  $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$  que são paralelas à reta  $x + y + 1 = 0$

14. Obter a equação da circunferência que contém os três pontos: A( 8, 11); B ( - 4, - 5 ) e C ( - 6, 9 ).



## APÊNDICE C – PÓS-TESTE

### PÓS-TESTE DE MATEMÁTICA GEOMETRIA ANALÍTICA: CIRCUNFERÊNCIA

01. Pilates é um sistema de exercícios físicos que integra o corpo e a mente como um todo, desenvolvendo a estabilidade corporal necessária para uma vida mais saudável. A figura abaixo mostra um dos exercícios trabalhados no Pilates e é observado que o corpo da professora gera um arco AB. Supondo que o arco gerado pelo corpo da professora seja um quarto de uma circunferência que está centrada na origem de um sistema de eixos cartesianos (com medidas x e y em metros) e que a altura da professora seja aproximadamente 1,57m. O valor aproximado do raio da circunferência é:



- a) 0,8m
- b) 0,9m
- c) 1,0m
- d) 1,1m
- e) 1,2m

02. Se na questão anterior o equipamento de Pilates está centrado na origem de um sistema cartesiano, a circunferência na qual o corpo da professora se insere correspondendo ao arco AB terá sua equação igual a:

- a)  $x^2 + y^2 - 1 = 0$
- b)  $x^2 + y^2 + 1 = 0$
- c)  $x^2 + y^2 - \sqrt{2} = 0$
- d)  $x^2 + y^2 + 2 = 0$
- e)  $x^2 + y^2 - 2 = 0$

03. Sabemos que durante o período de estiagem, em muitas comunidades, para se abastecer são cavados poços. Suponha que para extrair água de um poço de formato tubular, um consumidor precisa descer um balde de boca redonda com diâmetro de 20cm de modo que ele permaneça o mais afastado possível das paredes do poço, se o poço tem a boca circular obedecendo a equação  $x^2 + y^2 - 3600 = 0$  (com x e y medidos em cm). Qual a distância ideal entre a borda do balde e a parede do poço?

- a) 40cm
- b) 50cm
- c) 60cm
- d) 45cm
- e) 55cm

04. Determine a posição relativa das circunferências de equação  $C_1: (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$  e  $C_2: x^2 + y^2 - 12x - 6y + 41 = 0$  e calcule a menor distância entre um ponto de  $C_1$  e um ponto de  $C_2$ .

## APÊNDICE D – TERMO DE CONCORDÂNCIA

Eu, \_\_\_\_\_ abaixo assinado, concordo em participar da presente pesquisa.

O pesquisador manterá sigilo sobre as informações aqui prestadas, assegurará o meu anonimato nominal quando da publicação dos resultados da pesquisa, **além de me dar permissão de desistir**, em qualquer momento, sem que isto me ocasione qualquer prejuízo para a qualidade do atendimento que me é prestado, caso sinta qualquer constrangimento por alguma pergunta ou simplesmente me queira retirar dela.

A pesquisa será realizada pelo mestrando **José Victor de Mesquita Filho**, aluno do mestrado da Universidade Federal do Ceará, orientada pelo Professor Doutor Marcelo Ferreira de Melo e co-orientada pelo Professor Doutor Antonio Luiz de Oliveira Barreto.

Fui informado(a) que posso indagar o pesquisador se desejar fazer alguma pergunta sobre a pesquisa, pelo telefone: (85) 87xx-xx09, e que, se por tal me interessar, posso receber os resultados da pesquisa quando esses forem publicados. O consentimento prévio dado pelo(a) colaborador(a) cujo nome e informações serão guardados pelo pesquisador e, em nenhuma circunstância, eles serão dados a conhecer a outras pessoas alheia ao estudo, a não ser que o(a) colaborador(a) o consinta, por escrito.

Assinatura do(a) participante: \_\_\_\_\_

## ANEXO A – MATRIZ DE REFERÊNCIA COMPETÊNCIAS E HABILIDADES

Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias:

Competência de área 1 - Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

H1 - Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações - naturais, inteiros, racionais ou reais.

H2 - Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.

H3 - Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.

H4 - Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.

H5 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Competência de área 2 - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais.

H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 3 - Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H10 - Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.

H11 - Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.

H12 - Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.

H13 - Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.

H14 - Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Competência de área 4 - Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H15 - Identificar a relação de dependência entre grandezas.

H16 - Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

H17 - Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.

H18 - Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Competência de área 5 - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

H19 - Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

H20 - Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

H23 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Competência de área 6 - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Competência de área 7 - Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

H30 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

<b>MATRIZ DE REFERÊNCIA – SAEB</b> <b>MATEMÁTICA - 3ª SÉRIE/3º ANO DO ENSINO MÉDIO</b> <b>TEMAS E SEUS DESCRITORES</b>	
<b>I – Espaço e Forma</b>	
D1	Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.
D2	Reconhecer aplicações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais.
D3	Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.
D4	Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema.
D5	Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).
D6	Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.
D7	Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta.
D8	Identificar a equação de uma reta apresentada a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.
D9	Relacionar a determinação do ponto de interseção de duas ou mais retas com a resolução de um sistema de sistema de equações com duas incógnitas.
D10	Reconhecer, dentre as equações do 2º grau com duas incógnitas, as que representam circunferências.
<b>II. Grandezas e Medidas</b>	
D11	Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
D12	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
D13	Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).
<b>III. Números e Operações/Álgebra e Funções</b>	
D14	Identificar a localização de números reais na reta numérica.
D15	Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
D16	Resolver problema que envolva porcentagem.
D17	Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.
D18	Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.
D19	Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau.
D20	Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.
D21	Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.
D22	Resolver problema envolvendo P.A./P.G. dada a fórmula do termo geral.
D23	Reconhecer o gráfico de uma função polinomial do 1º grau por meio de seus coeficientes.
D24	Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico.
D25	Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.
D26	Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau.
D27	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.
D28	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.
D29	Resolver problema que envolva função exponencial.
D30	Identificar gráficos de funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente), reconhecendo suas propriedades.
D31	Determinar a solução de um sistema linear, associando-o a uma matriz.
D32	Resolver problema de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples, arranjos simples e/ou combinação simples.
D33	Calcular a probabilidade de um evento.
<b>IV. Tratamento da Informação</b>	
D34	Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.
D35	Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam, e vice-versa.