



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL - PROFMAT**

JAMERSON RIBEIRO DO NASCIMENTO

**A ESTATÍSTICA NO ENSINO BÁSICO: ABORDAGEM NO ENEM E UMA
ANÁLISE EM ALGUNS MATERIAIS DIDÁTICOS**

JUAZEIRO DO NORTE

2014

JAMERSON RIBEIRO DO NASCIMENTO

A ESTATÍSTICA NO ENSINO BÁSICO: ABORDAGEM NO ENEM E UMA ANÁLISE
EM ALGUNS MATERIAIS DIDÁTICOS

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Flávio França Cruz.

JUAZEIRO DO NORTE

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca do Curso de Matemática

N195e Nascimento, Jamerson Ribeiro do
A estatística no ensino básico: abordagem no Enem e uma análise em alguns materiais didáticos /
Jamerson Ribeiro do Nascimento. - 2014.
74 f. : il., enc.; 31 cm

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de
Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Juazeiro do Norte, 2014.
Área de Concentração: Ensino de Matemática.
Orientação: Prof. Dr. Flávio França Cruz.

1. Estatística. 2. Estatística – Estudo e ensino. 3. Exame Nacional do Ensino Médio. I. Título.

JAMERSON RIBEIRO DO NASCIMENTO

A ESTATÍSTICA NO ENSINO BÁSICO: ABORDAGEM NO ENEM E UMA
ANÁLISE DE ALGUNS MATERIAIS DIDÁTICOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em: 27 / 06 / 2014.

BANCA EXAMINADORA

Flávio França Cruz

Prof. Dr. Flávio França Cruz (Orientador)

Universidade Federal do Ceará (UFC)

Tiago da Silva Alencar

Prof. Ms. Tiago da Silva Alencar

Universidade Regional do Cariri (URCA)

Valéria Gerônimo Pedrosa Alencar

Profa. Ms. Valéria Gerônimo Pedrosa

Universidade Regional do Cariri (URCA)

Dedico aos meus pais José Lobo do Nascimento e Maria Silva Ribeiro do Nascimento, aos meus irmãos Jayane, Jadson e Jardell, a minha tia Rozani e aos meus bons amigos, pelo amor, por toda a motivação e apoio, pelo incentivo e companheirismo, pelo exemplo de vida que se fazem, e pela força proporcionada a mim nos bons e maus momentos.

AGRADECIMENTOS

A DEUS, que sempre se fez presente em todo o meu caminho percorrido e nas conquistas adquiridas e por sempre me guiar na minha vida.

Aos meus pais pela minha formação como cidadão, pela minha educação, por sempre me motivarem e proporcionar-me a chance de alcançar meus objetivos fornecendo geralmente o que eu precisava e não o que eu queria.

Aos meus amigos Jonas, Ronaldo, Gervânia e Israel pelos conselhos e apoios nos momentos de dúvida e de ausência.

A Andreza Camila pelo seu sacrifício, apoio, esforço e excelente intenção em me ajudar, nos diversos momentos de dificuldades e ausência.

A minha passada e atual direção escolar na pessoa de Carlos Vidal bem como seu núcleo gestor e atual diretor D'Assis bem como seu núcleo gestor pela compreensão que predominou em meus momentos de ausência tão necessários para a conclusão desse curso.

Ao meu orientador Prof. Dr. Flávio França Cruz pela aceitação em ajudar-me, pelo compartilhamento do saber, pela disponibilidade, pela amizade e por contribuir de forma direta na minha formação.

A Erivelton pelos conselhos que contribuíram para a realização desse trabalho.

A Simony Barbosa e Else Barbosa pelo apoio, ajuda, acolhimento e amizade.

Aos meus colegas aqui do profmat pela convivência e aprendizado coletivo que se somava a cada encontro.

Aos meus demais professores pelo apoio e presença ativa nas constantes buscas pelo conhecimento.

À Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e ao Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), que oportunizaram este programa de pós-graduação.

Aos meus amigos da graduação que mesmo ausentes foram e são exemplos e referências para meu aprendizado.

Aos meus familiares que me incentivaram e que muitas vezes compreenderam a minha ausência nos momentos de convivência coletiva.

Ao meu tio Cícero Lobo pela ajuda nos tempos de graduação.

RESUMO

A Estatística hoje permeia a maioria dos meios de comunicação e se mostra também rigorosamente útil em diversos setores da nossa economia, agricultura, comércio, pesquisas e ciências de modo geral. É a parte da matemática que se preocupa com a coleta e descrição dos dados geralmente valores que depois de organizados e apresentados, objetivam entre outros, a tomada de futuras decisões facilitando e condicionando os estudos a um melhor desempenho e resultado. O estudo da estatística contribui para uma formação consciente dos alunos, sua presença indistinta no dia a dia ajuda a formular os problemas e modelar situações práticas nas mais diferentes áreas sociais. O ensino da estatística deve ser trabalhado já no ensino fundamental e o uso de ferramentas e meios que tornem esse estudo consistente deve ser adotado e abraçado pelos professores. Este estudo tem como escopo evidenciar a importância da estatística na nossa prática de evolução educacional e social, ressaltar meios e ferramentas que podem contribuir para o melhoramento desse ensino e conseqüentemente da aprendizagem em estatística, chamar um pouco a atenção do aluno e dos professores sobre a baixa relevância que se tem dado a esse conteúdo e por fim propomos um material de apoio com as principais definições em estatística e sua saturada presença no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

PALAVRAS-CHAVE: Estatística. Ensino da estatística.

ABSTRACT

The Statistics today permeates most of the media and also shows rigorously useful in many sectors of our economy, agriculture, trade, research and general sciences. It is the part of mathematics that is concerned with the collection and description of data values that usually after organized and presented, aim to among others, the future decision-making easier and conditioning studies to better performance and results. The statistical study contributes to a conscious training of students, their indistinct presence in everyday life helps formulate problems and modeling more practical situations in different social areas. The teaching of statistics should be working already in elementary school and the use of tools and resources that make this robust study should be adopted and embraced by teachers. This study has the objective to highlight the importance of statistics in our practice of educational and social development, emphasizing means and tools that can contribute to the improvement of this teaching and learning consequently statisticians call a little attention from students and teachers about the low relevance that has been given to such content and finally we propose a support material with the main definitions in statistics and its saturated presence in the Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

KEYWORDS: Statistics. Teaching statistics.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 4.1:** Gráfico em linha mostrando a oferta de emprego para gerentes e diretos em São Paulo..... 35
- Figura 4.2:** Exemplo de Gráfico de Barras horizontal 36
- Figura 4.3:** Tabela de frequência absoluta e gráfico setor circular com registro de problemas com máquinas agrícolas 37
- Figura 4.4:** Gráfico Histograma de peso (em Newtons) de crianças numa creche... 39
- Figura 4.5:** Gráfico pictograma de grandes edifícios (Nome e data de criação) 40
- Figura 4.6:** Gráfico Pictograma de Produção de mel em seis países..... 40
- Figura 4.7:** Gráfico Histograma de frequência absoluta de duração do tempo de banhos 52
- Figura 4.8:** Gráfico em barras do número de espécies em extinção 58
- Figura 4.9:** Tabela de quantidades de idosos e crianças com problemas respiratórios..... 59
- Figura 4.10:** Tabela percentual das regiões do Brasil, sobre mães que, em 2005, amamentavam seus filhos nos primeiros meses de vida 59
- Figura 4.11:** Gráfico de barras da temperatura média do pescado 60

Figura 4.12: Gráfico de barras sobre a classificação de países na Produção de mel em 2007	61
Figura 4.13: Gráficos em barras sobre Consumo de Energia e Consumo de água..	62
Figura 4.14: Gráfico em linha sobre análise do desmatamento da Amazônia em 20 anos... ..	63
Figura 4.15: Gráfico de barras sobrepostas mostrando a sustentabilidade e proteção dos Biomas brasileiros... ..	63
Figura 4.16: Gráfico comparativo sobre o Café no Brasil com sua produção, rendimento e área plantada entre 2001 e 2008.....	64
Figura 4.17: Gráfico em linha sobre o crescimento Urbano em todo o mundo.....	65
Figura 4.18: Gráfico de barras sobre a pontuação de cinco equipes numa gincana.	66
Figura 4.19: Gráfico em barras sobre Média de alunos do curso	66
Figura 4.20: Gráfico histograma sobre gasto de água por tipos de alimentos.....	67
Figura 4.21: Gráfico de barras horizontal sobre a classificação de estados do Brasil no desmatamento (Km ²).....	68
Figura 4.22: Gráfico de dispersão mostrando a quantidade de gols marcados em copas mundo.....	68
Figura 4.23: Tabela de registros das temperaturas em graus (C°) no decorrer de 29 dias.....	69
Figura 4.24: Gráfico em linha mostrando dados Percentuais da Participação do agronegócio no PIB brasileiro.	70

Figura 4.25: Gráfico comparativo, em 5 anos, sobre extensão média de gelo marítimo.....71

Figura 4.26: Duplo gráfico comparativo em linha sobre Reclamações diárias recebidas e resolvidas no SAC... ..71

Figura 4.27: Gráfico de colunas compostas comparando a quantidade de compradores entre dois produtos A e B.....72

LISTA DE GRÁFICOS

- Gráfico 4.1:** Gráfico de colunas compostas sobre a plantação de grãos nas cidades locais da região do Cariri – CE37
- Gráfico 4.2:** Setor circular mostrando a preferência por Modalidade esportiva38
- Gráfico 4.3:** Histograma das alturas dos estudantes do 3º Ano D.....39
- Gráfico 4.4:** Gráfico de dispersão sobre os alunos do 1º ano em duas escolas nos três últimos anos em Juazeiro do Norte – CE41
- Gráfico 4.5:** Gráfico de dispersão dos Casais da tabela 3.10. e suas respectivas tendências lineares47
- Gráfico 4.6:** Gráfico setor circular mostrando a quantidades de hotéis pesquisados por diária73

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Dados registrados de forma aleatória após 20 lançamentos de um dado	30
Tabela 4.2: Dados registrados do exemplo 1 de forma ordenada (crescente)	30
Tabela 4.3: Tabela de frequência absoluta do exemplo 1	31
Tabela 4.4: Tabela de frequência relativa do exemplo 1	32
Tabela 4.5: Tabela contendo valores não ordenados das alturas de 40 alunos do exemplo 2.....	32
Tabela 4.6: Tabela contendo valores ordenados das alturas de 40 alunos do exemplo 2.....	32
Tabela 4.7: Tabela da frequência absoluta de 4 classes do exemplo 2	33
Tabela 4.8: Tabela da frequência absoluta de 7 classes obtidas através da regra de Sturges (1926) do exemplo 2	34
Tabela 4.9: tabela de frequência absoluta obtida da tabela 3.8 onde se considerou-se o final de cada intervalo.....	44
Tabela 4.10: Tabela com os valores dos desvios e seus respectivos quadrados.....	49
Tabela 4.11: Frequência absoluta dos intervalos de duração de tempo no banho ...	50
Tabela 4.12: tabela contendo os valores dos pontos médios das classes, frequência absoluta e relativa dos intervalos de duração de tempo no banho.....	51
Tabela 4.13: Tabela de pontos médios e frequências absolutas das classes (Faixas salariais)	54

Tabela 4.14: Tabela de pontos médios e Desvios quadráticos das classes (Faixas salariais).....	55
---	----

LISTA DE QUADROS

Quadro 3.1: Relação dos livros didáticos analisados.....	25
Quadro 4.1: Quantidade de alunos no 1º ano em duas escolas nos três últimos anos em Juazeiro do Norte – CE.....	41
Quadro 4.2: Tabela de idades de casais com casamentos marcados.....	42

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
2	O ENSINO DA ESTATÍSTICA	19
3	ANÁLISES DE ALGUNS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO.....	24
3.1	Considerações finais sobre as coleções	28
4	MATERIAL DE ESTATÍSTICA ELABORADO PARA O ENSINO MÉDIO.	28
4.1	Estatística	28
4.1.1	<i>População e amostra</i>	28
4.1.2	<i>População finita</i>	29
4.1.3	<i>População infinita</i>	29
4.1.4	<i>Variáveis</i>	29
4.1.5	<i>Dados brutos</i>	30
4.1.6	<i>Rol</i>	30
4.1.7	<i>Distribuições de frequência</i>	31
4.1.8	<i>Gráficos</i>	35
4.1.8.1	Gráfico de Segmentos ou Linha	35
4.1.8.2	Gráfico de barras.....	35
4.1.8.3	Gráfico de Setores.....	36
4.1.8.4	Histograma	37
4.1.8.5	Gráfico pictograma	39
4.1.8.6	Gráficos de dispersão.....	40
4.1.9	<i>Medidas de Tendência Central</i>	42
4.1.9.1	Média aritmética (\bar{X})	42
4.1.9.2	Média Aritmética ponderada.....	43
4.1.9.3	Mediana (M_d)	44
4.1.9.4	Moda (M_o)	45
4.1.10	<i>Medidas de Dispersão</i>	46
4.1.10.1	Amplitude total (A_t).....	47
4.1.10.2	Variância (V) e Desvio padrão (D_p).....	47
4.1.10.3	Desvio Médio (\bar{D}).....	48
4.1.11	<i>Medidas de centralidade e de dispersão para dados agrupados</i>	49
4.1.11.1	Cálculo da média.....	50

4.1.11.2	Mediana (Md)	51
4.1.11.3	Classe modal	52
4.1.11.4	Variância e desvio padrão	53
4.2	De olho no ENEM	56
4.2.1	<i>Um pouco da história e os objetivos do ENEM</i>	56
4.2.2	<i>Aplicações e abordagens da estatística no ENEM</i>	57
	REFERÊNCIAS	72

1 INTRODUÇÃO

Hoje nos situamos em um cenário onde as informações são transmitidas ou absorvidas de forma intensa e em muitos casos de forma não trivial, pois os dados das mais comuns informações são em geral dados matemáticos. Esse variado tratamento dessas informações é abordado pelo que definimos por estatística.

A estatística é ramo da matemática que se ocupa com o colhimento e tratamento da informação. Os estudos e conclusões obtidos com os dados estatísticos colhidos e apresentados nos possibilitam meios mais seguros nas decisões futuras, isto é, certa garantia no que diz respeito a previsões sobre o objeto de estudo.

Segundo registros, nas primeiras civilizações a criação de “taxas” ou equivalentemente os impostos, só foram possíveis pelos governantes, após levantamentos de dados sobre quantidades de habitantes, suas rendas e bens que eles possuíam, somente após todo esse conhecimento dos bens do estado como um todo foi que se obtiveram as devidas cobranças. Essa ação de recolhimento de dados e informações da época denominou-se a expressão estatística originada do termo “Estado”.

A estatística está presente em nosso cotidiano de forma constante e fortemente inserida no currículo de matemática da educação básica. Apresenta-se como uma ciência interdisciplinar, mostrando-se uma valiosa e poderosa ferramenta na tomada de decisões seja em empresas, comércio em geral, no próprio campo de estudos e pesquisas ou na própria divulgação dos fatos pelos jornais, revistas, televisão, internet etc. Através de tabelas, gráficos, gráficos de setores, pictogramas que são comumente apresentados. Ela está entre os assuntos cobrados no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), possui uma enorme importância para compreensão do cidadão da sociedade, porém nem todos os indivíduos conseguem codificar de forma clara essa linguagem informativa tida por muitos de nossos alunos até como uma linguagem complexa.

Hoje fazemos parte de uma sociedade que se encontra em constante mudança e evolução, sabermos nos situar nela é crucial, assim como dispor de habilidade com as mais incomuns adversidades nos nossos ambientes de trabalho ou mesmo no nosso dia a dia sobre alterações financeiras, vendas, prever possíveis

ganhos ou perdas no mercado, no turismo ou na agricultura ou até no nosso consumo é uma tarefa indispensável que a estatística nos proporciona.

Podemos afirmar que o médico, o educador, o agricultor, o economista, o político e outros que constituem a nossa sociedade se utilizam, em seus respectivos ambientes de trabalho, de conteúdos estatísticos como um forte instrumento às pesquisas e casualidades. A própria estatística tem acompanhado a evolução da nossa sociedade desde os tempos remotos onde se faziam simples catalogações de números e registros até as mais atuais formas e meios valiosos de previsão tornando-a indispensável para nossa atual realidade.

Inúmeras são as aplicações da estatística nas mais diversas áreas de estudo e pesquisa, pois se trata de uma ciência interdisciplinar.

No que tange ao aspecto curricular, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN - BRASIL) ressaltam que:

“Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessário tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional”.

A fim de atingirmos as recomendações e exigência em âmbitos estadual e federal é preciso que os conteúdos ministrados em sala de aula estejam em sintonia com esses contornos e mudanças presentes na nossa sociedade e que os mesmos não se encontrem distantes da realidade vivenciada pelos alunos, que eles possam, na medida do possível, poder aplicar os conteúdos na sua própria vivência e que os mesmos sirvam de ferramenta nas suas ações de trabalho, consumo e vida de modo geral. Dessa maneira o processo educacional terá mais sentido.

O objetivo principal com a criação desse trabalho é de tentar despertar no aluno, a melhoria ou mesmo o próprio domínio como dados estatísticos, que ele aprenda a identificar as diversas informações que estão sintetizadas nos vários tipos de gráficos e tabelas, bem como a relação entre esses dados. Tentaremos mostrar a grande importância que este conteúdo se faz ao aluno, seja na sua formação educacional e/ou cidadã e como é intensa a presença da estatística no seu dia a dia. Fornecer aos professores meios que possam contribuir para um melhor ensino

desse conteúdo, como por exemplo, os recursos tecnológicos cada vez mais presentes em nossos ambientes sociais.

Também queremos evidenciar aos docentes alguns problemas que o aluno se depara ao lidar com estudo sobre estatística nas escolas e tentar aqui expor o fato de que em muitos ambientes de aprendizagem e salas de aula por alguns tipos de motivos se tem dado pouca relevância aos conteúdos estatísticos.

Objetivamos também fornecer ao docente na seção três, um melhor esclarecimento dos quatro livros didáticos em matemática mais utilizados na cidade de Juazeiro do Norte – CE, no que diz respeito ao conteúdo estatístico seguidos de alguns comentários e com base nessa análise e outros materiais referenciados nesse trabalho, reforçar esse estudo estatístico, ofertando ao aluno, na seção quatro, um material a nível também de ensino médio com as principais definições e exemplos locais.

Por fim, ainda na seção quatro, evidenciamos que este conteúdo é fortemente cobrado diretamente ou indiretamente pelo bastante popular e hoje muito importante aos discentes, Exame Nacional do ensino Médio o ENEM.

2 O ENSINO DA ESTATÍSTICA

O desenvolvimento da estatística no processo de aprendizagem nas escolas básicas tem sido o foco de pesquisas e estudos que objetivam evidenciar a enorme relevância desse tema.

Podemos Atualmente afirmar que as propostas curriculares enfatizam a busca pelo domínio e prática desse conteúdo em diversos níveis e formas de aplicação no processo de ensino e aprendizagem. Essa atenção especial para com esse tema se dá pela notável importância de poderem, por exemplo, realizar sondagens, analisar índices de custo de vida, tomar decisões em várias situações do cotidiano etc.

Percebemos como é influente e importante o contínuo uso da estatística em nosso cotidiano através de pesquisas sobre inflação, eleições, censos, tomadas de decisões em nossos trabalhos, empresas e instituições, daí a importância de nos familiarizarmos com essa linguagem a fim de que possamos integrar de forma ativa a sociedade como ressaltam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a própria Lei de Diretrizes e Bases LDB. No artigo 35 da LDB estão anunciadas as intenções:

- I. a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos;
- II. a preparação básica para o trabalho e o exercício da cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;
- III. o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;
- IV. a compreensão dos fundamentos científicos e tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática no ensino de cada disciplina.

Com o objetivo de participar de maneira ativa na sociedade, o aluno deve atingir esses objetivos mencionados acima. Porém percebemos também algumas circunstâncias que contribuem para a não realização dessas etapas do processo de ensino e aprendizagem e conseqüentemente, o fracasso no alcance dos objetivos mencionados acima. Citaremos alguns argumentos para que o aluno tenha um olhar

especial e, é claro, um cuidado redobrado quando se confrontar com esse conteúdo, como por exemplo, a superficialidade do conteúdo estatístico nas salas de aula, o tratamento que se dá em muitos ambientes de aprendizagem a esse conteúdo e as dificuldades que o aluno se depara, por exemplo, na interpretação de gráficos de um modo geral e o tratamento e análise da informação.

A relevância que se deve ter com tema em questão, deve ser acentuada, haja vista toda a exigência cobrada pelos PCN's. A inclusão da estatística nos currículos da educação básica já é uma realidade em muitas escolas do país. A maioria dos livros e matérias didáticos traz um capítulo abordando exclusivamente esse conteúdo.

Nos ambientes diversos de aprendizagem, em se tratando de estatística, não se pode apenas, se deter a fórmulas que envolvam o cálculo de médias, modas ou medianas. Isso é algo extremamente superficial e, hoje, totalmente inadmissível. Vivemos em uma sociedade que se modifica constantemente onde se faz um uso demasiado da informação, portanto é vital para compreensão do discente que os ambientes de aprendizagem envolvam muito mais que fórmulas e tão poucas associações ao nosso dia a dia.

Segundo o artigo de Hélio Rosset Júnior,

É fundamental que as práticas e os conteúdos ministrados em sala estejam em sintonia com as novas exigências do mundo em que vivemos, para que a educação não seja algo distante da vida dos alunos, mas, ao contrário, seja parte integrante de suas experiências para uma existência melhor. (JÚNIOR, 2007, p. 35).

Da mesma forma, o professor como principal responsável pela condução do processo de aprendizagem deve possuir uma postura crítica, que não se limite apenas a conceitos ou cálculos de poucos valores como retrata Lopes,

Uma educação estatística crítica requer do professor uma atitude de respeito aos saberes que o estudante traz à escola, que foram adquiridos por sua vida em sociedade. Em nosso modo de entender, seria necessária a discussão de temas como poluição dos rios e mares, os baixos níveis do bem estar da população, o abandono da saúde pública, questões que estão em manchetes de jornais diários, revistas e em reportagens de televisão. (LOPES, 2008, p. 57).

Ressaltamos que em diversos ambientes de aprendizagem, além de não fornecer a relevância no estudo da estatística como se é exigido, é comum que, esse conteúdo seja trabalhado só nos finais dos anos letivos, quando resta tempo, diga-se de passagem, o que é extremamente prejudicial ao discente, uma vez que a absorção preliminar do mesmo lhe serviria, por exemplo, no melhor entendimento dos demais conteúdos do seu próprio livro didático, como enfatizam os estudiosos nesse estudo apontando e exemplificando constantemente a intensa presença da estatística nas áreas “divergentes” da própria matemática, quando tratam da interdisciplinaridade.

Outro fator crucial para o bom desempenho do estudo do discente com o conteúdo em questão é a condução do processo de aprendizagem por parte do professor, que pode fazer uso das diversas formas de mídias tecnológicas que permeiam nosso dia a dia e que em muitos casos se fazem presentes em nossas escolas e ambientes de aprendizagem, como forma de uma ferramenta adicional que venha contribuir para uma melhor visualização ou interpretação dos dados e conseqüentemente com um melhor aproveitamento por parte do discente. Por exemplo, com o uso de um projetor, data show ou uma lousa interativa, o professor pode interagir com seus alunos, exemplificando, construindo gráficos a partir de uma situação local ou mesmo daquele ambiente de aprendizagem, o que não seria viável se fizesse apenas uso do livro didático.

É preciso que o professor se encontre capacitado para tais ações e principalmente, que ele reconheça a enorme importância e ganhos no processo de aprendizagem com essas práticas e uso destas ferramentas tecnológicas.

No ensino do conteúdo estatístico é muito importante que se evidencie a presença da estatística em diversos meios de comunicação como jornais, revistas, o rádio, livros didáticos e televisão, lidamos frequentemente com os mais diversos tipos de dados e entendemos que essa linguagem é crucial na nossa participação como cidadãos ativos. Muitas vezes a apresentação desses dados consiste em formas de tabela e/ou gráficos.

Essa apresentação objetiva resumir ou sintetizar o contexto que está sendo apresentado de uma forma que toda a informação daquele trabalho ou daquela pesquisa não seja perdida ou mesmo ignorada, permitindo em alguns casos, a tomada de decisões para ações futuras. Essa tomada de decisões seria na verdade

uma espécie de conclusão, que seria obtida após a leitura, a análise e a interpretação dos dados.

É com essa linguagem que o aluno deve se preparar a fim de compreender cada vez melhor o que lhe cerca como evidencia e destaca Hélio Rosset Júnior em seu artigo página 3,

Existe um ditado matemático que diz: “Um gráfico bem construído equivale a mil palavras”. Essa nova linguagem que passa a demandar das pessoas o entendimento e o domínio de novos códigos diferentes do “ler e escrever” tradicionais, é nessa perspectiva que o mundo moderno caminha, com tecnologias voláteis, otimizando espaços, tempo, recursos, e fazendo uso intenso dos argumentos estatísticos. (JÚNIOR, 2007, p. 35).

Já existe em âmbito nacional um tratamento mais abrangente no ensino da estatística visando o envolvimento do aluno, que mesmo no ensino fundamental, seja capaz de absorver esses dados estatísticos bem como criticá-los por meio de análises consistentes e usá-los na tomada de decisões, visando possíveis previsões através dos mesmos,

A Estatística e a Probabilidade são temas essenciais da educação para a cidadania, uma vez que possibilitam o desenvolvimento de uma análise crítica sobre diferentes aspectos científicos, tecnológicos e/ou sociais. (Lopes, 1998, p. 22).

Nesse sentido devemos pensar e construir as nossas aulas de forma que atenda as exigências da nossa atual realidade, para que o aluno possa relacionar o conteúdo visto em sala com o seu cotidiano, bem como interpretar cada vez melhor as informações nos gráficos e tabelas do seu cotidiano.

O conteúdo de estatística vem ganhando cada vez mais visibilidade, pois diversos trabalhos de áreas como comércio, agricultura, vendas de um modo geral, pesquisas sobre crescimento populacional ou urbano, construções etc. se utilizam dessa linguagem inclusive as provas e diversos testes como, por exemplo, o Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM.

O próprio Exame Nacional do Ensino Médio, hoje a maior seleção dos discentes que almejam o ingresso no ensino superior no país, se encontra, ao longo de suas edições, saturado de informações estatísticas, o que evidencia uma intenção por parte do próprio governo, na necessidade dos sistemas escolares

valorizarem o ensino da estatística como mais um fator de implemento da cidadania plena.

Antigamente, o cidadão completamente alfabetizado precisava apenas saber ler e escrever, porém nos dias de hoje, a alfabetização plena passa pela leitura e escrita, adicionada às noções de informática/tecnologia e conhecimentos de Estatística. (Júnior, H.R., 2007, p 35-37)

Cita Hélio Rosetti Júnior em seu artigo: Educação Estatística no Ensino Básico pág. 3, reafirmando o que concluímos no nesse trabalho sobre como a sociedade está constantemente em processo de mudança e na mesma proporção dessa evolução se dá os diversos meios de transmissão de informações e exigências no contexto de um modo geral. Dessa forma os ambientes escolares e de aprendizagem como um todo, não podem deixar de trabalhar de modo até disseminado nas suas estruturas de ensino, os conteúdos estatísticos.

3 ANÁLISES DE ALGUNS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO

Nesta seção, apresentamos alguns comentários sobre como a estatística é abordada por quatro dos livros didáticos adotados pelas escolas da rede pública na cidade Juazeiro do Norte – CE. Devemos ressaltar que, não temos aqui a menor intenção de criticar ou qualificar as obras destes autores já renomados em nosso país, mas apenas a intenção de informar aos nossos leitores e alunos um apanhado do conteúdo estatístico trazido e abordado por essas obras.

Os livros didáticos são fornecidos gratuitamente aos alunos da rede pública de ensino, pelo Governo Federal desde o ano de 2004-2005 através do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) que teve sua implantação em 2004 com o objetivo de universalizar os livros didáticos utilizados pelos alunos do ensino médio em todo país. Na cidade de Juazeiro do Norte bem como no estado do Ceará, existe uma seleção dos possíveis livros candidatos. Depois de definidos os livros candidatos, geralmente num evento estadual, as escolas optam pela escolha do livro que será utilizado pelos próximos três anos.

Mesmo diante das diversas ferramentas tecnológicas, os livros didáticos são na maioria das vezes os responsáveis pelo bom andamento do processo, pois ainda é a ferramenta principal do professor e, portanto responsáveis pelas escolhas e construções das ações e estratégias que permeiam as aulas.

Os livros analisados, devidamente descritos por seus autores, volume e editora estão listados no quadro 2.1, mostrado abaixo:

Coleção	Autores	Editora	Volume
Novo olhar	Joamir Souza	FTD	3
Matemática : Paiva	Paiva	Moderna	3
Matemática – ciência e aplicações	Gelson Iezze Osvaldo Dolce David Degenszajn Roberto Périgo Nilze De Almeida	Saraiva	3
Matemática Ensino Médio	Kátia Stocco Smole & Maria Ignez Diniz	Saraiva	3

Quadro 3.1: Relação dos livros didáticos analisados

Numa análise inicial, os livros apresentam seus conteúdos de maneira não divergente às normas e critérios sugeridos nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) implantados em 2000; Diretrizes Curriculares de Matemática no Estado do Ceará e nos PCN+ (Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais) de 2002.

No que tange a estatística, cada um dos quatro livros traz de forma clara e exemplificada a definição de estatística, definição essa introduzida com algumas contextualizações do cotidiano, sempre com situações atuais comuns representadas por gráficos e/ou tabelas.

Os quatro livros apresentam textos e exemplos em formas de gráficos ou tabelas ilustrando outras áreas de ensino como dados geográficos, dados históricos, dados econômicos, etc., mostrando assim a forte presença da estatística não só na matemática, mas também nas diversas formas de comunicação. A exemplificação das diversas tabelas e gráficos é abordada por todos os livros e somente na coleção “Novo olhar”, não se tem a presença constante do gráfico de setores nos exemplos abordados, exceto na introdução. As quatro coleções analisadas trazem, em definições e em exemplos, a representação por histograma que é um modelo semelhante ao gráfico de barras em colunas verticais.

As coleções citam e definem os elementos básicos da estatística, como população ou universo e amostra. É abordado a distribuição de frequência dos dados, o agrupamento dos dados em classe e amplitude. Os quatro livros definem e

exemplificam as medidas de tendência central (média, moda e mediana) e as medidas de posição (variância e desvio padrão).

Ressaltamos que dentre os livros analisados nenhum enfatizou a questão relativa à população finita e infinita, o que poderia dinamizar melhor o conceito de população nas diversas situações que são exemplificadas. Outra importante ressalva é que as coleções “Novo olhar” e “Matemática – Ciência e Aplicações” apresenta de forma até destacada os cálculos de medida de tendência central com dados agrupados em classe e somente a coleção “Matemática – Ciência e Aplicações” apresenta cálculos para medidas de dispersão com dados agrupados em classe, o que acreditamos ser útil em situações de longas séries de dados. Uma vez que diversas informações são apresentadas em um quadro ou numa tabela, obtemos análise de forma bem mais rápida. Outra vantagem bastante significativa está na visão global dos dados e variáveis em estudo. A partir dos dados apresentados desta maneira, é possível lançar afirmações de forma mais coerente e ter melhores conclusões sobre o fenômeno estudado.

As coleções apresentam diversos exemplos que reforçam as definições previamente apresentadas, bem como exercícios semelhantes aos exercícios e exemplos resolvidos. É possível perceber nas quatro coleções uma preocupação com a abordagem da estatística no ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio. São ilustradas questões modelo de forte semelhança com questões já cobradas em exames anteriores do ENEM e, em algumas coleções inclusive, há questões que já estiveram no exame nacional do ensino médio. Em todas as coleções são abordadas questões de diversos concursos e vestibulares, dentre esses, vestibulares federais que atualmente aderiram ao sistema de avaliações do ENEM como seleção para ingresso de alunos.

3.1 Considerações finais sobre as coleções

Embora todas as coleções tenham apresentado o conteúdo coerente com as normas e critérios sugeridos nos PCN's, numa comparação entre as coleções analisadas, destacamos a coleção “Matemática – Ciência e Aplicações” como a mais completa por possuir de forma exclusiva abordagens e partes do conteúdo em estatística como as medidas de dispersão para dados agrupados. Ressaltamos ainda que essa coleção, diferentemente das demais analisadas, traz a extensão do

conteúdo com probabilidade e tipos de distribuições em estatística, raramente trabalhado nas escolas públicas.

4 MATERIAL DE ESTATÍSTICA ELABORADO PARA O ENSINO MÉDIO

Com base nos quatro livros analisados, elaboramos um material que objetiva apoiar alunos do ensino médio no estudo da estatística, as principais definições de estatística bem como as medidas mais trabalhadas pelos alunos nessa etapa da educação básica. Contemplamos também uma seção dedicada ao ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) que atualmente é a maior seleção dos alunos para ingresso no ensino superior. Nessa seção, o nosso objetivo é mostrar como é abordada a estatística tanto na matemática quanto em outras áreas e como ela vem sendo cobrada no Exame Nacional do Ensino Médio.

4.1 Estatística

O que é estatística? O que ela nos fornece? São essas algumas das mais comuns perguntas que alunos do ensino médio se fazem quando se deparam com estatística. Podemos definir a estatística como a parte da matemática aplicada que nos fornece métodos para coleta, organização, análise e interpretação de dados e, de posse desses dados, que podem ser apresentados de diversas formas, podemos tomar decisões futuras. A estatística se divide em dois importantes ramos: A *Estatística Descritiva* que se ocupa da coleta, organização, descrição e de cálculos dos dados e a *Estatística Indutiva ou Inferencial* que interpreta e analisa dados através de diferentes métodos ligados a teoria das probabilidades dando uma margem de incerteza.

4.1.1 População e Amostra

A definição de *população* ou *universo* consiste em um conjunto de elementos que possuam uma característica em comum. Depois de estabelecido o princípio da pesquisa, a mesma deve atender um público específico, conhecido esse público, os dados são coletados de acordo com o que se objetiva na pesquisa. O público pode ser: os eleitores brasileiros, os torcedores do ICASA, os professores de matemática do Estado do Ceará, os alunos do PROFMAT, etc. Esse público recebe o nome de *população*. A *População* também pode ser relacionada a um conjunto de objetos ou informações. Na estatística, a população é classificada como finita e infinita.

A *amostra* é uma parte da *população*, ou seja, é qualquer subconjunto não vazio extraído de um conjunto maior denominado *população*. Em casos em que a população é infinita, ou considerada como tal, torna-se impossível o estudo de um fenômeno, considerando-se todos os dados. Dessa forma, número de entrevistas ou observações coletadas corresponde a uma quantidade determinada de elementos do conjunto, são submetidos ao estudo pré-estabelecido e os resultados, generalizados a toda População.

4.1.2 População finita

São os casos em que a população possui uma quantidade finita ou limitada de elementos. Por exemplo, os alunos do terceiro ano de uma determinada escola, os sócios torcedores de um clube de futebol local, quantidade de escolas de Juazeiro, etc.

4.1.3 População infinita

Quando o número de elementos que compõe o conjunto é infinito. Uma observação é que alguns materiais ressaltam que grupos ou conjuntos de elementos onde a quantidade é muito elevada e que torna inviável a participação integral de todos os componentes do conjunto são considerados também infinitos. Por exemplo, a população da cidade de São Paulo, o número de bactérias de uma cidade, o número de torcedores da equipe do Flamengo nos estados brasileiros, a população constituída de todos os resultados (1,2,3,4,5 e 6) em sucessivos lançamentos de um dado, etc.

4.1.4 Variáveis

Suponha que cada entrevistado de uma amostra selecionada teve que responder perguntas tais como: Qual a sua idade? Qual é o seu estado civil? Qual sua renda mensal? Que tipo de desodorante você prefere: Aerossol, roll-on ou creme? Quantas vezes por dia você aplica o desodorante? Você testaria uma nova marca de desodorante?

Cada um dos itens levantados pela pesquisa- os quais nos permitirão fazer uma análise desejada é denominada *variável*. Variáveis como “estado civil”, “tipo de desodorante”, “possibilidade de troca de desodorante” apresentam como resposta um atributo, qualidade ou preferência do entrevistado(a). As variáveis desse tipo são classificadas como *qualitativas*. Já a variável “renda mensal”, “Idade”, “Numero de vezes de aplicação de um desodorante” apresentam como resposta o número obtido por contagem ou mensuração. As variáveis desse tipo são classificadas como *quantitativas*.

4.1.5 Dados brutos

Dados brutos são os dados coletados, mas ainda não organizados numericamente. Vejamos o exemplo abaixo.

Exemplo 1: No lançamento de um dado observaram-se as faces voltadas para cima.

Tabela 4.1: Dados registrados de forma aleatória após 20 lançamentos de um dado.

3	6	2	2	1
4	5	3	1	6
3	3	2	5	1
1	6	3	4	3

4.1.6 Rol

É quando os dados de certa grandeza são “organizados”, isto é, ordenados em ordem crescente ou decrescente facilitando a observação e análise dos dados. Vejamos, no caso do exemplo ilustrado acima, temos,

Tabela 4.2: Dados registrados do exemplo 1 de forma ordenada (crescente).

1	1	1	1	2
2	2	3	3	3
3	3	3	4	4
5	5	6	6	6

4.1.7 Distribuições de frequência

Em Estatística, a distribuição de frequência consiste na organização dos dados de acordo com as ocorrências dos diferentes resultados observados, é um agrupamento de valores que uma ou mais variáveis podem assumir em uma amostra. *Frequência Absoluta* indicada em geral por f é o número de vezes que um valor da variável, de uma pesquisa é citado. Por exemplo, no lançamento do dado observaram-se os resultados.

Tabela 4.3: Tabela de frequência absoluta do exemplo 1.

Face do Dado	Frequência Absoluta (f)
1	4
2	3
3	6
4	2
5	2
6	3

A frequência com que apareceu a face três foi superior as demais faces.

Frequência Relativa, geralmente indicada por f_r , é a razão entre a frequência absoluta de uma variável e o total (n) de citações de todas as variáveis da pesquisa.

Assim de modo geral, podemos representar f_r por:

$$f_r = \frac{f}{n}$$

Observe que, $0 \leq f_r \leq n$. Desse modo temos que $f_r \geq 0$ e $f_r \leq 1$, nos motivando a expressar também a frequência relativa por meio de porcentagem, o que é em geral mais prático. No exemplo acima temos que a frequência relativa pode ser representada por

Tabela 4.4: Tabela de frequência relativa do exemplo 1.

Face do Dado	Frequência Absoluta (f)	Frequência Relativa (f_r)	Frequência Relativa (f_r)
1	4	4/20	0,2 = 20%
2	3	3/20	0,15 = 15%
3	6	6/20	0,3 = 30%
4	2	2/20	0,1 = 10%
5	2	2/20	0,1 = 10%
6	3	3/20	0,15 = 15%

Exemplo 2. Na escola Figueiredo Correia, situada na cidade de Juazeiro do Norte - CE registrou-se a altura medida em metros dos alunos da turma D do 3º ano científico no ano letivo de 2014:

Os Dados brutos estão na tabela abaixo:

Tabela 4.5: Tabela contendo valores não ordenados das alturas de 40 alunos do exemplo 2.

1,63	1,78	1,65	1,82	1,79	1,59	1,66	1,65
1,64	1,69	1,71	1,64	1,63	1,70	1,73	1,71
1,66	1,64	1,65	1,67	1,67	1,66	1,73	1,62
1,62	1,71	1,67	1,73	1,72	1,67	1,71	1,71
1,67	1,78	1,72	1,54	1,68	1,73	1,75	1,63

Como podemos perceber, poucas informações podem ser obtidas ao se deparar com o quadro acima. Vejamos os dados dispostos em Rol,

Tabela 4.6: Tabela contendo valores ordenados das alturas de 40 alunos do exemplo 2.

1,54	1,59	1,62	1,62	1,63	1,63	1,63	1,64
1,64	1,64	1,65	1,65	1,65	1,66	1,66	1,66
1,67	1,67	1,67	1,67	1,67	1,68	1,69	1,70
1,71	1,71	1,71	1,71	1,71	1,72	1,72	1,73
1,73	1,73	1,73	1,75	1,78	1,78	1,79	1,82

Já podemos perceber de maneira clara o maior e menor valor obtido na pesquisa. Mesmo tendo os dados de maneira ordenada não temos a mais viável das apresentações. Faremos um agrupamento desses dados buscando dispô-los em intervalos, a esse tipo de disposição em intervalos chamamos de classe, algo que sintetiza melhor a apresentação das alturas dos alunos.

Para construirmos precisamos determinar a quantidade de intervalos (classes) e como um dado valor pertence ou não a essa classe.

A amplitude total das observações (A_T) é $1,54 - 1,82 = 0,28$. O número de classes (k) pode ser determinado arbitrariamente ou de acordo algum modelo pré-estabelecido. Vamos tomar uma amplitude entre as classes de 0,07 obtendo conseqüentemente 4 classes. Uma maneira de calcular a quantidade de classes é através da regra de Sturges (1926),

$$k = 1 + 3,3 \log n ,$$

onde, n é o número de observações, ou tamanho da amostra. Uma forma de determinar a amplitude de cada classe h é utilizar a seguinte fórmula,

$$h = \frac{A_t}{k} .$$

Na distribuição por intervalos ou classes usamos o símbolo “ \vdash ” entre os valores e a interpretação é dada da seguinte forma:

- 1,54 \vdash 1,61: a classe compreende os números de 1,54 (inclusive), até 1,61 (exclusive).
- 1,68 \vdash 1,75: a classe compreende os números de 1,68 (inclusive), até 1,75 (exclusive).
- 1,75 \vdash 1,82: a classe compreende os números de 1,75 (inclusive), até 1,82 (inclusive), pois trata – se da última classe. Construindo dessa forma a tabela teremos,

Tabela 4.7: Tabela da frequência absoluta de 4 classes do exemplo 2.

Altura dos alunos	Frequência (f)
1,54 \vdash 1,61	2
1,61 \vdash 1,68	19
1,68 \vdash 1,75	14
1,75 \vdash 1,82	5

Não é recomendado o uso de apenas quatro classes, o que motivou tal realização foi o fato de que 0,07 é um divisor de 0,28, recomenda-se quantidades entre no mínimo cinco e no máximo quinze classes. Para fazer uma nova tabela, mais criteriosa, usando os dados fornecidos, basta seguir a sequência de cálculos que definem os valores de referência; primeiramente, deve ser calculada a quantidade de classes. São 40 dados, logo,

$$k = 1 + 3,3 \log 40 = 6,29$$

e a amplitude de cada classe será,

$$h = \frac{0,28}{6,29} = 0,044.$$

Assim serão sete classes de amplitude 0,4. Construindo, dessa forma, a tabela abaixo,

Tabela 4.8: Tabela da frequência absoluta de 7 classes obtidas através da regra de *Sturges* (1926) do exemplo 2.

Altura dos alunos	Frequência (f)
1,54 † 1,58	1
1,58 † 1,62	1
1,62 † 1,66	11
1,66 † 1,70	10
1,70 † 1,74	12
1,74 † 1,78	1
1,78 † 1,82	4

Observando-se as tabelas, fica evidente que quando o conjunto a ser analisado tiver uma quantidade de elementos relativamente grande, as tabelas que apresentam os dados agrupados sintetizam melhor o fenômeno em estudo, pois dão uma visão global das informações. Cabe salientar que a escolha da tabela adequada depende da quantidade de valores a serem analisados.

4.1.8 Gráficos

Os gráficos possuem um importante papel na estatística, estão comumente presentes das mais diversas formas, quando o assunto é transmitir ou informar os resultados de uma pesquisa. Eles constituem uma forma objetiva de representar os dados estatísticos e objetivam proporcionar ao leitor uma forma clara e sintetizada de interpretação. A mesma informação pode ser transmitida por diferentes modelos de gráficos, porém de acordo com a característica da informação precisamos escolher o gráfico mais adequado.

4.1.8.1 Gráfico de Segmentos ou Linha

São usados geralmente para mostrar a evolução ou não das frequências dos valores de uma variável durante certo período de tempo. Por exemplo,

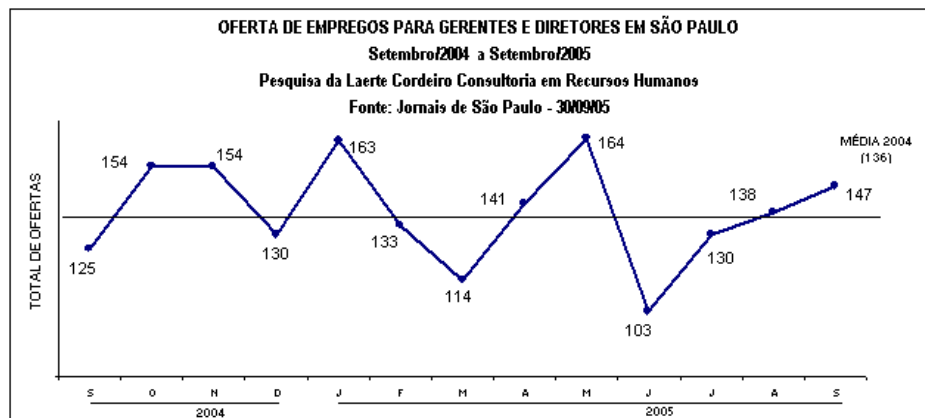


Figura 4.1: Gráfico em linha mostrando a oferta de emprego para gerentes e diretos em São Paulo
Fonte: Jornais de São Paulo – 30 set. 2005.

4.1.8.2 Gráfico de barras

São gráficos que apresentam seus dados por meio de barras retangulares geralmente preenchidas por cores que possuem a finalidade de distinguir/classificar um tipo de outro. Podem ser *verticais (colunas)* ou *horizontais*. Valores positivos e valores negativos podem ser diferenciados em relação a uma linha de base no ponto zero (Geralmente o eixo das abcissas do plano cartesiano). O gráfico de barras é

utilizado quando temos dados qualitativos. São geralmente usados para comparação de valores de mesma variável num mesmo período de tempo. Vejamos um exemplo,

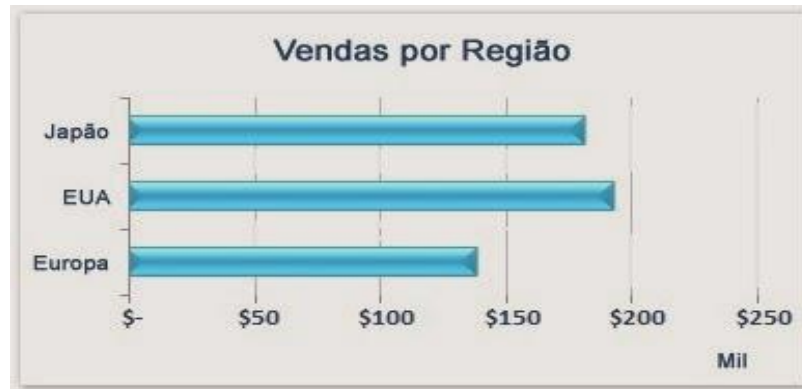
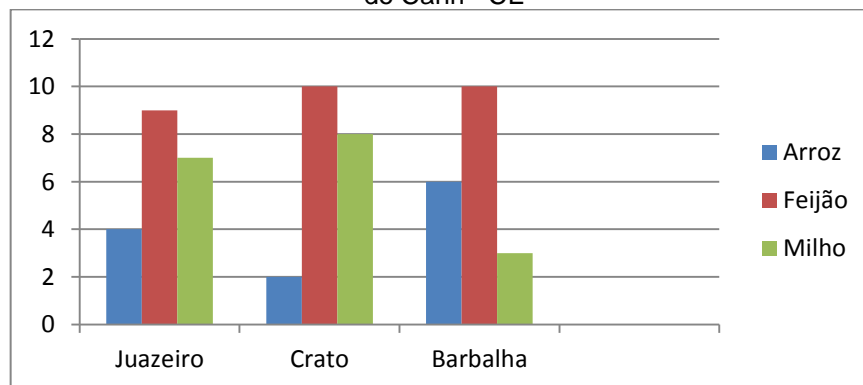


Figura 4.2: Exemplo de Gráfico de Barras horizontal.

Fonte: <http://profanadeinformatica.blogspot.com.br/2014/02/prova-caern-2014-economista-e_15.html>. Acesso em: 18 de maio

Exemplo 2. Gráfico comparativo com os produtos alimentícios arroz, feijão e milho presentes no inverno de 2014 em 20 locais diferentes de plantação de três cidades locais.

Gráfico 4.1: Gráfico de colunas compostas sobre a plantação de grãos nas cidades locais da região do Cariri - CE



Fonte: Entrevista com pequenos agricultores da região do cariri

4.1.8.3 Gráfico de Setores

O gráfico de setores ou gráfico de pizza, é muito presente na transmissão da informação que objetiva comparar a parte analisada com o todo. É geralmente

representado por porcentagem e seu todo (Pizza) é proporcionalmente repartido em pedaços (fatias) de acordo com a respectiva porcentagem de cada fatia. As fatias são geralmente destacadas também por cores. O uso de muitas fatias pode prejudicar esse tipo de representação mesmo quando o objetivo seja comparar um tipo ou atributo com o todo analisado.

Exemplo 1

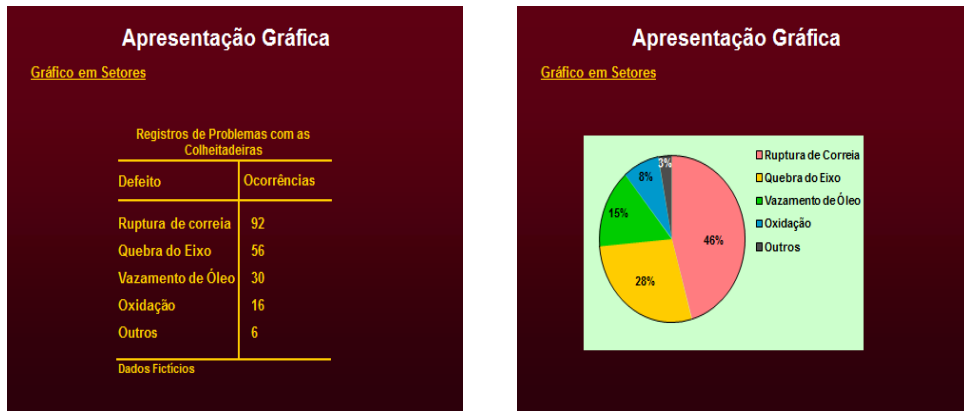
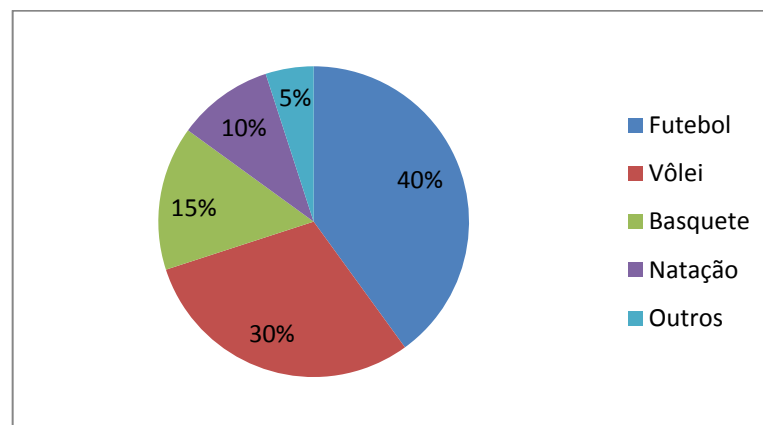


Figura 4.3: Tabela de frequência absoluta e gráfico setor circular com registro de problemas com máquinas agrícolas.

Fonte: Autor criação de slides.

Exemplo 2

Gráfico 4.2: Setor circular mostrando a preferência por Modalidade esportiva



Fonte: Dados fictícios

4.1.8.4 Histograma

Apresenta de maneira semelhante ao gráfico de barras (vertical) só que os retângulos são dispostos de forma contínua. É bastante utilizado em pesquisas cuja

variável é contínua e nesses casos a base de cada retângulo constitui um intervalo de classe sempre representado a partir do eixo horizontal e a altura de cada retângulo é proporcional ao valor de sua frequência.

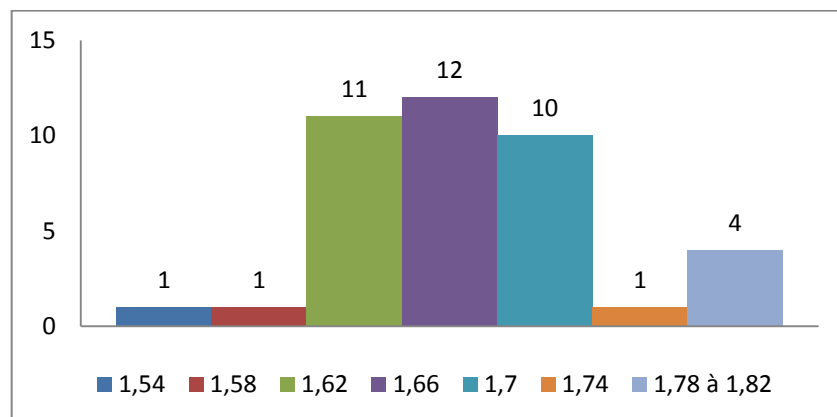
Exemplo. Construiremos um histograma que represente a altura dos alunos do 3º ano D, mostrado na tabela 3.8.

Tabela 4.8: Tabela da frequência absoluta formado por 7 classes obtidas através da regra de *Sturges*(1926) do exemplo 2.

Altura dos alunos	Frequência (f)
1,54 † 1,58	1
1,58 † 1,62	1
1,62 † 1,66	11
1,66 † 1,70	10
1,70 † 1,74	12
1,74 † 1,78	1
1,78 † 1,82	4

Exemplo de histograma

Gráfico 4.3: Histograma das alturas dos estudantes do 3º Ano D.



Outro exemplo desse tipo de gráfico:

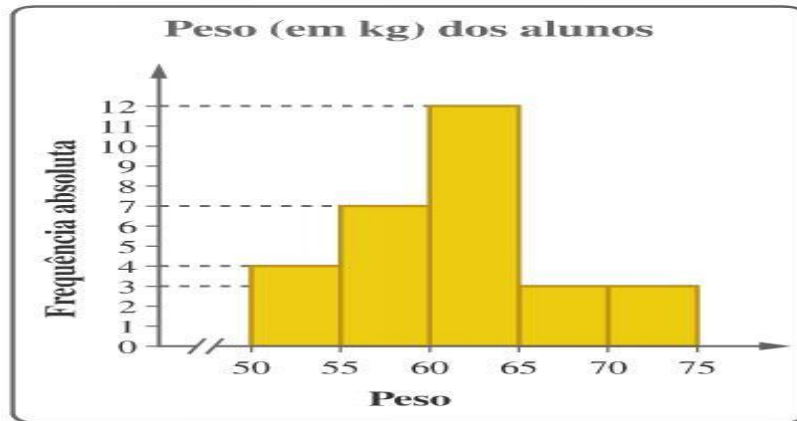


Figura 4.4: Gráfico Histograma de peso (em Newtons) de crianças numa creche.

Fonte: < <http://aaa.lusoaloja.com/estatistica/estatisticaG.htm> >. Acesso em: 22 de maio.

4.1.8.5 Gráfico pictograma

São gráficos semelhantes ao *gráfico de barras*, porém, em vez de barras se tem ilustrado o desenho do que se aborda na pesquisa como sandálias, gotas de água ilustrando por exemplo o consumo, casas, árvores etc.

Exemplos:

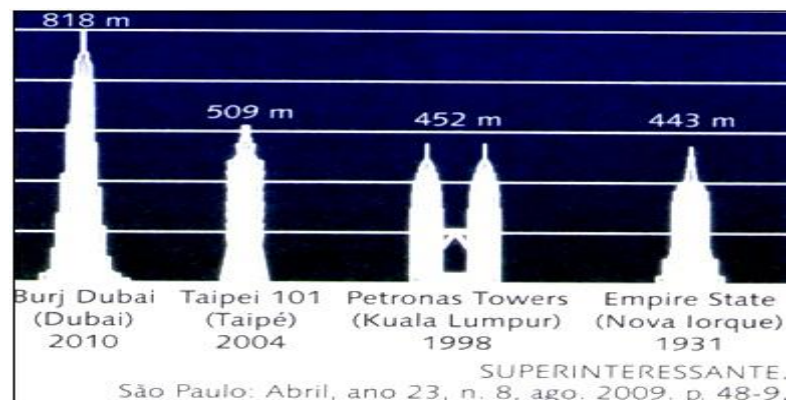


Figura 4.5: Gráfico pictograma de grandes edifícios (Nome e data de criação)

Fonte: < <http://professorandrios.blogspot.com.br/2011/08/representacao-grafica-de-dados.html> >.

Acesso em: 22 de maio

Exemplo 2:

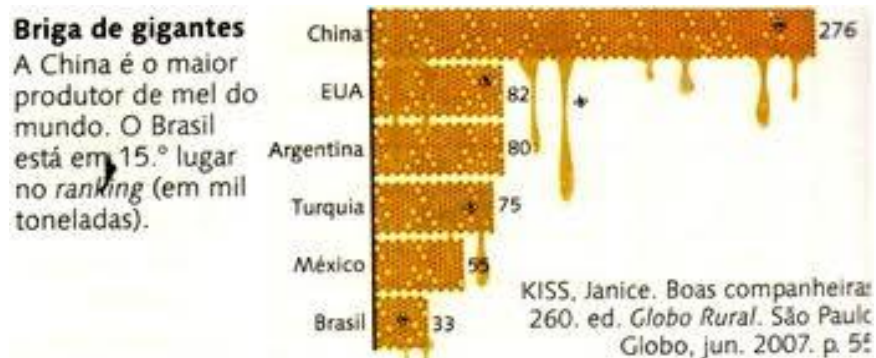


Figura 4.6: Gráfico Pictograma de Produção de mel em seis países,

Fonte: <<http://professorandrios.blogspot.com.br/2011/08/representacao-grafica-de-dados.html>>.

Acesso em: 22 de maio.

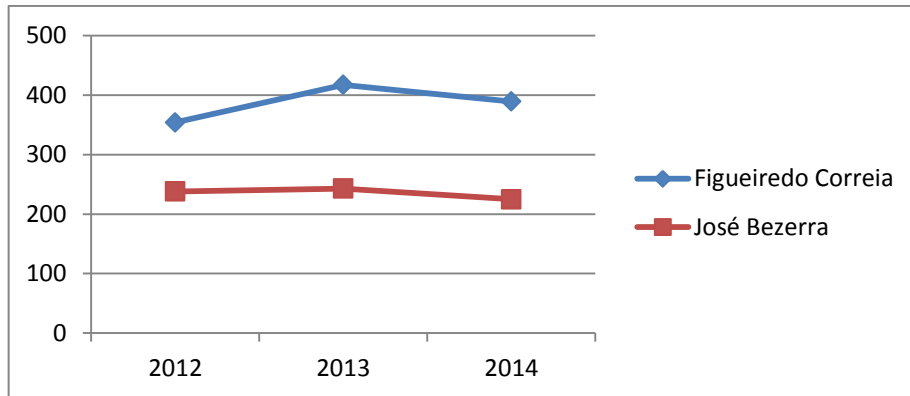
4.1.8.6 Gráficos de dispersão

São muito utilizados quando se deseja fazer comparações entre duas ou mais variáveis em estudo. É representado no plano cartesiano XOY e suas indicações geralmente em relação ao período de tempo expressam valores de variáveis quantitativas medidas de cada elemento do conjunto de dados. Como exemplo, analisaremos o quadro 3.1 sobre o ingresso de alunos no ensino médio nos três anos letivos mais recentes em duas escolas da rede estadual de Juazeiro do Norte – CE.

Escolas	2012	2013	2014
E.E.F.M José Bezerra de Menezes	238	243	225
E.E.F.M Figueiredo correia	354	417	389

Quadro 4.1: Quantidade de alunos no 1º ano em duas escolas nos três últimos anos em Juazeiro do Norte - CE

Gráfico 4.4: Gráfico de dispersão sobre os alunos do 1º ano em duas escolas nos três últimos anos em Juazeiro do Norte - CE



Fonte: Dados coletados com as secretarias escolares

Outro modelo deste tipo de gráfico também um pouco utilizado é o gráfico ilustrado no exemplo abaixo.

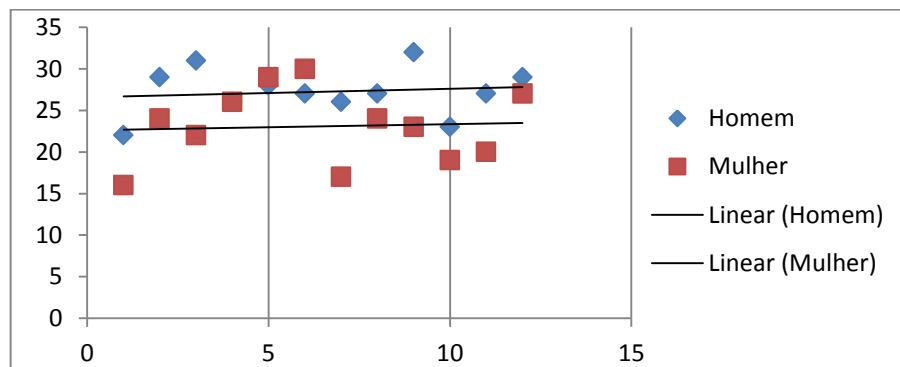
Exemplo 2. O quadro abaixo se encontra o registro da idade 12 de casais que marcaram o casório na primeira semana de maio de 2014 num cartório de Juazeiro do Norte – CE.

Homem (Idade)	22	29	31	26	28	27	26	27	32	23	27	29
Mulher (Idade)	16	24	22	26	29	30	17	24	23	19	20	27

Quadro 4.2: Tabela de idades de casais com casamentos marcados

Ilustração gráfica

Gráfico 4.5: Gráfico de dispersão dos Casais da tabela 3.10. e suas respectivas tendências lineares



Fonte: Dados coletados do único Cartório localizado no sítio Marrocos, Juazeiro do Norte - CE

4.1.9 Medidas de Tendência Central

Também conhecidas como medidas de posição. São utilizadas quando se objetiva encontrar um valor que caracterize ou represente um conjunto de valores sem perder a essência da propriedade do conjunto analisado. As principais medidas de tendência central são a média aritmética, a mediana e a moda.

4.1.9.1 Média aritmética (\bar{X})

Dado uma lista ou mesmo um conjunto de valores $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$, definimos o valor da *média aritmética* (\bar{X}) como sendo a razão entre a soma desses valores pela quantidade “**n**” presente no conjunto, ou seja,

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} .$$

Exemplo 1: Deseja-se obter a média de idade entre um grupo de pessoas que apresentaram idades: 23,42,14,21,17 e 8.

Solução: Basta somarmos todas as idades e dividirmos pela quantidade de idades apresentadas por todo o grupo.

$$\bar{X} = \frac{23+42+14+17+8}{5} = 25.$$

Logo, a média de idade solicitada do grupo será de 25 anos.

Exemplo 2: Qual a média bimestral de aluno que obteve as notas: 6.0, 7.0, 9.0 e 2.8?

Solução:

$$\bar{X} = \frac{6.0+7.0+9.0+2.8}{4} = 6.2 .$$

Logo, a média bimestral será de 6.2 anos.

4.1.9.2 Média Aritmética ponderada

Não difere do conceito de média aritmética simples vista acima, porém existem situações em que certo valor aparece mais de uma vez. Nesse caso dizemos que esse valor possui frequência dois, por exemplo, se aparece duas vezes ou equivalentemente peso dois, ou ainda, peso três se ele aparece três vezes e assim sucessivamente. É conveniente agrupar esses valores comuns de acordo com sua frequência ou peso e dividir a soma desses agrupamentos pela quantidade, obtendo,

$$\bar{X}_p = \frac{P_1X_1 + P_2X_2 + P_3X_3 + \dots + P_nX_n}{P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n}$$

Exemplo 1: Na pesquisa envolvendo as alturas (em metros) dos alunos do 3º ano já mostradas na tabela 3.8, vamos considerar apenas o final dos intervalos de classes e suas respectivas frequências.

Tabela 4.9: tabela de frequência absoluta obtida da tabela 3.8 onde se considerou-se o final de cada intervalo.

Altura dos alunos	Frequência (f)
1,58	1
1,62	1
1,66	11
1,70	10
1,74	12
1,78	1
1,82	4

Nesse caso, a média ponderada seria:

$$\bar{X}_p = \frac{1 \cdot 1,58 + 1 \cdot 1,62 + 11 \cdot 1,66 + 10 \cdot 1,70 + 12 \cdot 1,74 + 1 \cdot 1,78 + 4 \cdot 1,82}{1 + 1 + 11 + 10 + 12 + 1 + 4}$$

$$\bar{X}_p = \frac{68,34}{40} = 1,708$$

Logo, a média de altura dos alunos do quadro acima é aproximadamente 1,71 metros.

Outro caso comum de média ponderada é quando se trata de pesos entre os valores de um conjunto ou lista, o que na verdade é o mesmo que frequência.

Exemplo 2: Num certo concurso, para ser aprovado, os candidatos teriam que realizar três provas constituídas somente de matemática (1ª prova), português (2ª prova) e conhecimentos específicos. A primeira prova tinha peso 3, a segunda peso 2 e a última peso 4. João obteve nas respectivas provas as notas : 5.0 , 6.0 e 9.0. Qual foi a média desse candidato?

Solução: Trata – se de um caso clássico de média ponderada. Logo:

$$\bar{X}_p = \frac{3*5.0+2*6.0+4*9.0}{3+2+4} = \frac{63.0}{9} = 7.0$$

É a média final obtida por João no concurso.

Exemplo 3: Um bracelete de massa igual à 450 g é constituído de ouro da seguinte forma, 100 g são de ouro 12 quilates, 150 g de ouro 15 quilates e 200 g de ouro 17 quilates. Um potencial comprador deseja conhecer (em quilates) a liga metálica encontrada no bracelete. Qual é o valor que deve ser informado pelo vendedor?

Solução: A situação ilustrada acima é um caso de média ponderada. Então:

$$\bar{X}_p = \frac{12*100+15*150+17*200}{100+150+200} = \frac{6850}{450} = 15.22$$

que corresponde a média dos quilates encontrados no objeto a partir de suas respectivas proporções.

4.1.9.3 Mediana (Md)

Como o próprio nome já diz é um valor posição mediana, ou seja, um valor de posição central de um conjunto ou uma lista de valores. Uma importante observação

é que esses valores que se encontram presentes no conjunto em questão ou mesmo na lista devem estar em forma de rol. A mediana não é influenciada por valores que divirjam muito dos demais como o que ocorre com a média aritmética, isso porque nesse caso o que configura a representação da *mediana* é a posição central de um dado valor.

Se na lista (disposta em rol) existe uma quantidade ímpar de valores, existirá um valor central e esse será a mediana, caso contrário, se tivermos uma quantidade par de valores, a mediana será a média aritmética dos dois valores posicionados no centro.

Exemplo 1: A pontuação do ICASA (Time de Futebol de Juazeiro do Norte - CE) no campeonato Cearense de 2014 na primeira fase foi de 24 pontos obtidos pelas 6 vitórias e 4 empates nos 16 jogos disputados. Nesse caso sabendo que pela vitória ganha – se 3 pontos, empate ganha – se 1 ponto e derrota ganha – se 0 pontos, obtemos a lista de pontos em rol:

0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 1 , 1 , 1 , 1 , 3 , 3 , 3 , 3 , 3 , 3

Logo a mediana dos pontos da primeira fase é:

$$M_d = \frac{1+1}{2} = 1$$

Exemplo 2: Qual é a mediana de um grupo cujas idades apresentadas são de, 23, 42, 14, 21, 17 e 8 anos?

Solução: O rol dos valores: 8, 14, 21, 23, 42 e como a quantidade das idades é ímpar a mediana será 21 que ocupa a posição central.

4.1.9.4 Moda (M_o)

É o valor da lista que mais aparece na pesquisa, ou equivalentemente, o valor que possui maior frequência absoluta. Existem casos em que esse valor da moda (valor modal) não existe. Por exemplo: $C = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, onde nenhum valor possui uma frequência maior que os demais, nesses casos chamamos

denominamos a lista de amodal. Em casos onde o conjunto possui mais de uma moda, duas modas, por exemplo, denominamos de bimodal. Exemplo, $B = \{1,1,1,2,2,3,3,3,4,5,6,7\}$ possui 1 e 3 como valores modais. Outro exemplo de destaque é em relação ao conjunto $A = \{1,1,1,2,2,2,3,3,3,4,4,4,5,5,5\}$ que é classificado como amodal pois não há valor dentre os apresentados que tenha maior frequência que os demais.

4.1.10 Medidas de Dispersão

As medidas de dispersão são vitais quando se objetiva descrever o comportamento dos dados em questão. Variação dos dados em relação às medidas como média ou mediana de uma pesquisa nos possibilita um estudo mais minucioso do comportamento dos dados, se a distribuição de frequência segue uma forma uniforme ou não, nos auxiliando de uma forma mais precisa sobre o comportamento dos dados.

4.1.10.1 Amplitude total (At)

É considerada a mais simples dentre as medidas de dispersão, pois para obtê-la basta efetuar a diferença entre o maior e o menor do conjunto de valores. Não nos fornece tanta informação como outras medidas que veremos mais adiante.

Exemplo: Vamos utilizar a tabela 3.6 de alturas do 3º ano D já exemplificada.

Em Rol:

Tabela 4.6

1,54	1,59	1,62	1,62	1,63	1,63	1,63	1,64
1,64	1,64	1,65	1,65	1,65	1,66	1,66	1,66
1,67	1,67	1,67	1,67	1,67	1,68	1,69	1,70
1,71	1,71	1,71	1,71	1,71	1,72	1,72	1,73
1,73	1,73	1,73	1,75	1,78	1,78	1,79	1,82

Logo a *Amplitude* é dada por,

$$At = 1,82 - 1,54 = 0,28.$$

Observe que esse valor não traz muitas informações sobre os dados da tabela.

4.1.10.2 Variância (V) e Desvio padrão (Dp)

Definimos a Variância “V” de um conjunto qualquer de valores como a média quadrática dos desvios tomados em relação à média desse conjunto, que pode ser calculada por:

$$V = \frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + (X_3 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2}{n}$$

Onde n é a quantidade de valores, \bar{X} é a média aritmética dos “ n ” valores e V a variância.

O que se objetiva efetuando o cálculo acima, é medir o grau de dispersão de uma série de valores obtidos numa dada pesquisa em torno de sua média. Como a

média é um valor que representa uma característica da lista de valores é relevante se conhecer as variações (desvios) desses valores em torno da média.

A variância é uma importante medida de dispersão, mas, seu resultado é dado em unidade de medida que é o quadrado da original. Muitas dessas medidas não têm nenhum sentido prático. Ficaria sem sentido analisar, por exemplo, (massa)², (peso)², (renda)², etc. Logo, como alternativa para contornar essas situações, existe uma medida denominada desvio-padrão (Dp), definida como a raiz quadrada da variância:

$$Dp = \sqrt{\frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + (X_3 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2}{n}}$$

4.1.10.3 Desvio Médio (\bar{D})

É medida de dispersão que é muito utilizada e indicada por (\bar{D}). é obtida através da relação

$$\bar{D} = \frac{|X_1 - \bar{X}| + |X_2 - \bar{X}| + |X_3 - \bar{X}| + \dots + |X_n - \bar{X}|}{n}$$

Exemplo: Vamos calcular a variância o desvio padrão e o desvio médio do conjunto $X = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35\}$.

Solução: Calculando a média aritmética, encontraremos $\bar{X} = 20$. Vamos construir uma tabela com os elementos das medidas de dispersão solicitadas.

Tabela 4.10: Tabela com os valores dos desvios e seus respectivos quadrados.

Dados da série	Desvios	Quadrados dos desvios
$X_1 = 5$	$5 - 20 = -15$	225
$X_2 = 10$	$10 - 20 = -10$	100
$X_3 = 15$	$15 - 20 = -5$	25
$X_4 = 20$	$20 - 20 = 0$	0
$X_5 = 25$	$25 - 20 = 5$	25
$X_6 = 30$	$30 - 20 = 10$	100
$X_7 = 35$	$35 - 20 = 15$	225
Total		700

• Desvio médio é: $\bar{D} = \frac{|-15|+|-10|+|-5|+|5|+|10|+|15|}{7} = 8,57$

• A Variância é: $V = \frac{700}{7} = 100.$

• O desvio padrão é: $D_p = \sqrt{100} = 10$

4.1.11 Medidas de centralidade e de dispersão para dados agrupados

Existem situações em que os dados das pesquisas estão agrupados em intervalos de classe. Nesses casos, não é possível saber como os valores estão distribuídos em cada faixa como devemos proceder para obter valores como mediana, média, moda ou as também importantes medidas de dispersão? Ilustramos um exemplo do qual nos utilizaremos para tentar exemplificar a solução para todos esses valores.

A situação ilustrada a seguir foi extraída do livro Fundamentos da Matemática Elementar vol. 11 cuja referência se encontra devidamente registrada.

Exemplo: Em uma academia de ginastica deseja-se implantar um programa de racionamento de energia elétrica, que inclui, entre outras medidas, uma campanha de incentivo a redução de tempo de banho nos vestiários. Durante uma semana,

registrou-se o tempo de duração dos banhos dos usuários. Os dados coletados estão organizados na tabela:

Tabela 4.11: Frequência absoluta dos intervalos de duração de tempo no banho

Tempo de duração (em minutos)	Frequência Absoluta
1 - 4	18
4 - 7	108
7 - 10	270
10 - 13	150
13 - 16	54
Total	600

4.1.11.1 Cálculo da média

Em geral a média para dados agrupados é dada por,

$$\bar{X} = X_1Fr_1 + X_2Fr_2 + X_3Fr_3 + \dots + X_iFr_i$$

Onde, X_i é o ponto médio da classe i , $(Fr)_i$ é a frequência relativa à classe i .

Ou ainda de forma mais detalhada,

$$\bar{X} = \frac{X_1f_1 + X_2f_2 + X_3f_3 + \dots + X_if_i}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_i}$$

Onde, X_i é o ponto médio da classe i ;

f_i é a frequência absoluta referente à cada classe i

e os valores 1,2,3,..., i representam a quantidade de classes.

Retomando o exemplo da academia de ginástica, temos a seguinte tabela:

Tabela 4.12: tabela contendo os valores dos pontos médios das classes, frequência absoluta e relativa dos intervalos de duração de tempo no banho.

Tempo de duração (em minutos)	Ponto médio (Xi)	Frequência Absoluta (fi)	Frequência Relativa (Fr)_i
1 - 4	$X_1 = 2,5$	$f_1 = 18$	$\frac{18}{600} = 0,03$
4 - 7	$X_2 = 5,5$	$f_2 = 108$	$\frac{108}{600} = 0,18$
7 - 10	$X_3 = 8,5$	$f_3 = 270$	$\frac{270}{600} = 0,45$
10 - 13	$X_4 = 11,5$	$f_4 = 150$	$\frac{150}{600} = 0,25$
13 - 16	$X_5 = 14,5$	$f_5 = 54$	$\frac{54}{600} = 0,09$

O tempo médio do banho é dado por,

$$\bar{X} = \frac{18 \cdot 2,5 + 108 \cdot 5,5 + 270 \cdot 8,5 + 150 \cdot 11,5 + 54 \cdot 14,5}{600} = 9,07$$

Ou seja, aproximadamente 9 minutos e 4 segundos.

4.1.11.2 Mediana (Md)

Para calcular a mediana em situações com variáveis contínuas onde seus valores estão distribuídos em intervalos de classe, considera-se 50% dos valores distribuídos estão acima da mediana e 50% abaixo.

É bastante útil construirmos um histograma de porcentagem das classes (frequência relativa). Utilizando o exemplo da academia, temos:

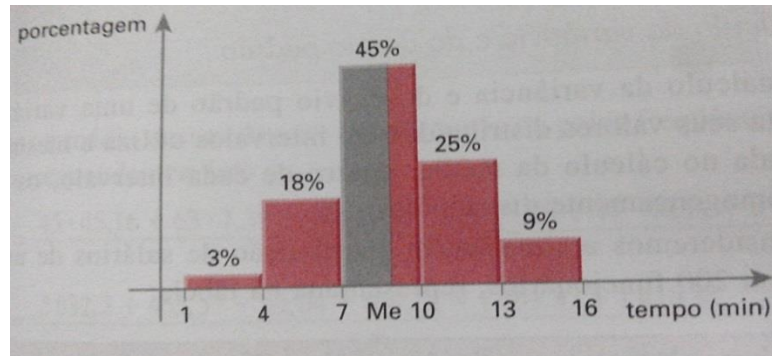


Figura 4.7: Gráfico Histograma de frequência absoluta de duração do tempo de banhos
Fonte: Autor usando uma Câmera fotográfica digital

Podemos concluir que a mediana pertence a terceira classe 7 + 10 uma vez que a frequência acumulada das duas classes é $3\% + 18\% = 21\%$ e das três primeiras classes é $3\% + 18\% + 45\% = 66\%$.

Observe pela imagem que, na terceira classe, o retângulo sombreado e o retângulo inteiro (que define o intervalo) têm a mesma altura. Então, a área de cada um desses retângulos (expressa como porcentagem da área total sob o histograma) é proporcional ao tamanho de sua base. Temos,

- Retângulo sombreado → base: $Md - 7$ e área: $50\% - 21\%$
- Retângulo “inteiro” → base: $10 - 7$ e área: 45%

Obtemos a partir dos dados, a seguinte proporção,

$$\frac{Md - 7}{50\% - 21\%} = \frac{10 - 7}{45\%} \rightarrow Md \cong 8,93$$

(aproximadamente 8 minutos e 55 segundos)

4.1.11.3 Classe modal

Sendo os dados da variável contínua e estando distribuídos em classes de mesma amplitude, a classe modal é dada pela classe que reúne a maior frequência seja ela absoluta ou relativa.

No exemplo da academia a classe de maior frequência é a de 7 à 10 minutos. Também percebemos pela tabela () que essa classe concentra 270 valores correspondentes a 45% do dados da amostra. Assim, dizemos que a classe modal é o intervalo 7 + 10.

4.1.11.4 Variância e desvio padrão

Utiliza – se a mesma hipótese usada no cálculo da média (que os valores estão homogeneamente distribuídos dentro de cada intervalo) para o cálculo da variância e do desvio padrão em valores distribuídos em intervalos.

De modo geral a variância nessas situações é dada por:

$$V = \frac{(X_1 - \bar{X})^2 f_1 + (X_2 - \bar{X})^2 f_2 + (X_3 - \bar{X})^2 f_3 + \dots + (X_i - \bar{X})^2 f_i}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_i}$$

Onde:

X_i é o ponto médio da classe ou intervalo i ;

\bar{X} é a média aritmética;

f_i é a frequência absoluta referente ao intervalo i .

E o desvio padrão (Dp) é o raiz quadrada da variância mostrada acima.

Consideremos, como forma de um exemplo, a situação ilustrada na tabela abaixo, que analisou os salários de 200 funcionários de uma determinada empresa.

Tabela 4.13: Tabela de pontos médios e frequências absolutas das classes (Faixas salariais).

Faixa salarial (em salários mínimos)	Ponto médio (X_i)	Número de funcionários (frequência absoluta: f_i)
2 † 6	4	45
6 † 10	8	63
10 † 14	12	36
14 † 18	16	31
18 † 22	20	17
22 † 22	24	8

Temos, que a média salarial será,

$$\bar{X} = \frac{4 * 45 + 8 * 63 + 12 * 36 + 16 * 31 + 20 * 17 + 24 * 8}{200}$$

$$\bar{X} = \frac{180 + 504 + 432 + 496 + 340 + 192}{200}$$

$$\bar{X} = \frac{2144}{200} = 10,72$$

- Para cada intervalo, avaliamos o desvio quadrático do ponto médio correspondente com base no valor obtido para a média.

Tabela 4.14: Tabela de pontos médios e Desvios quadráticos das classes (Faixas salariais).

Faixa salarial (em salários mínimos)	Ponto médio (Xi)	Desvio Quadrático
2 † 6	4	$(4 - 10,72)^2 = 45,16$
6 † 10	8	$(8 - 10,72)^2 = 7,39$
10 † 14	12	$(12 - 10,72)^2 = 1,64$
14 † 18	16	$(16 - 10,72)^2 = 27,88$
18 † 22	20	$(20 - 10,72)^2 = 86,11$
22 † 22	24	$(24 - 10,72)^2 = 176,36$

- Para obter então variância, iremos calcular a média desses desvios, observando seus respectivos pesos, isto é, as respectivas frequências absolutas correspondentes:

$$V = \frac{45 \cdot 45,16 + 63 \cdot 7,39 + 36 \cdot 1,64 + 27,88 \cdot 31 + 86,11 \cdot 17 + 176,36 \cdot 8}{200}$$

$$V = \frac{2032,2 + 465,57 + 59,04 + 864,28 + 1463,87 + 1410,88}{200}$$

$$V = \frac{6295,84}{200} \cong 31,48 \text{ (salários mínimos)}^2$$

E portanto o desvio padrão é : $Dp = \sqrt{31,48} = 5,64$ (salários mínimos).

4.2 De olho no ENEM

Destacamos exclusivamente essa seção com abordagens, comentários, formas de acesso, um pouco da história e surgimento, o objetivo e tentaremos por fim mostrar como vem sendo cobrada a estatística e como a mesma está presente no Exame Nacional do Ensino Médio conhecido nacionalmente por ENEM apontado como a melhor maneira e reconhecida também como a mais democrática via de ingresso no ensino superior.

4.2.1 Um pouco da história e os objetivos do ENEM

O primeiro ENEM foi realizado 1998, contou com 157,2 mil inscritos e já na sua 4ª edição alcançou uma quantidade expressiva de participantes que atingiu 1,2 milhões e 1,6 milhões de inscritos, em 2004 o Ministério da Educação (MEC) instituiu o Programa Universidade para Todos (ProUni) e vinculou a concessão de bolsas em IES privadas à nota obtida no Exame, foi nesse período que os alunos que almejavam um curso superior passaram a ter um olhar mais diferenciado com o exame e da mesma forma as diversas Instituições de Ensino Superior (IES) nacionais que inicialmente resistiram ao exame como processo de seleção, foi quando se iniciou de fato a popularização do Enem.

No ano seguinte, o Enem alcançava a marca histórica de 3 milhões de inscritos e 2,2 milhões de participantes. Em 2006, o Enem estabeleceu novo recorde, com 3,7 milhões de inscritos e 2,8 milhões de participantes e hoje no ano de 2014 na sua 16ª edição foram efetuadas mais de 9 milhões de inscrições. Alguns fatores influenciaram de uma maneira bastante relevante todo esse sucesso, podemos citar, por exemplo, o apoio as secretarias estaduais de educação, as escolas de ensino médio, as instituições de ensino superior e a isenção do pagamento da taxa de inscrição para os alunos da escola pública. O principal foco desses candidatos é a possibilidade do acesso ao ensino superior hoje muito almejado pelos estudantes, pois anota obtida no Enem pode significar tanto uma bolsa integral ou parcial do ProUni quanto a conquista de uma vaga em algumas das mais prestigiadas instituições de ensino superior do País, entre elas as universidades públicas mais concorridas. Hoje já são mais de 600 IES cadastradas

no Instituto Nacional de Estudo e Pesquisa (Inep) para utilizar os resultados do Enem em seus processos seletivos, seja de forma parcial ou substitutiva.

O Sistema de Seleção Unificada (SiSU) é a forma de selecionar candidatos de acordo com a nota obtida no ENEM e das vagas ofertadas pela instituições que aderiram ao processo. O MEC é quem gerencia o (SiSU), que é um método onde o aluno se cadastra e pode fazer buscas por cursos e universidades públicas de seu gosto, das quais tenham aderido o Enem como forma de seleção dos candidatos. Assim que o candidato fizer sua escolha, ele passa a concorrer a uma vaga por meio de sua nota adquirida no exame. O meio de acesso e acompanhamento no ENEM é pelo site do Instituto Nacional de Estudo e Pesquisa (Inep).

O exame é individual, de caráter voluntário, oferecido todos os anos pelo governo Federal aos estudantes que estão concluindo ou que já concluíram o ensino médio em anos anteriores. Seu objetivo principal é possibilitar uma referência para auto avaliação, a partir das competências e habilidades que estruturam o Exame. Diferentemente dos modelos e processos avaliativos tradicionais, a prova do Enem é interdisciplinar e bastante contextualizada. Enquanto os vestibulares promovem uma excessiva valorização da memória, uso de fórmulas e memorização de conteúdos, o Enem coloca o estudante diante de situações-problemas e pede que mais do que saber conceitos, ele saiba aplicá-los.

O Enem não mede a capacidade do estudante de assimilar e acumular informações, e sim o incentiva a aprender a pensar, a refletir e a “saber como fazer”. Valoriza, portanto, a autonomia do jovem na hora de fazer escolhas e tomar decisões. O Enem vem crescendo a cada ano e tem levado muitas pessoas de diferentes classes sociais a conquistarem seus sonhos. Este Exame é visto como a democratização do processo seletivo, deixando o velho método de seleção para trás. Hoje tamanha dimensão ganhou essa avaliação que já se cogita nas seleções de emprego o desempenho do candidato no ENEM.

4.2.2 Aplicações e abordagens da estatística no ENEM

O ENEM aborda questões contextualizadas e conteúdos como estatística tem presença certa, pois estão fortemente presentes nas diversas transmissões de comunicação, formas de dados, nas linguagens e apresentações sintetizadas de

informações. Podemos afirmar, não de forma precisa, mais cerca de 30% à 40% da prova do ENEM trabalha com algum tipo ou forma de dado estatístico. Sobre estatística e seus elementos mais notáveis no ensino médio como questões envolvendo média aritmética, moda ou mediana bem como as medidas de dispersão estão sim presentes nos últimos exames, mas não nessa margem de porcentagem. O que podemos perceber quanto a esse conteúdo é que nos deparamos, com certa intensidade, com questões envolvendo um gráfico, uma tabela ou uma lista de valores com algum dado estatístico. Saber ler e interpretar de forma clara e precisa um gráfico seja lá ele qual for ou mesmo tabelas, pode contribuir para um melhor desempenho no Exame. A seguir ilustraremos essa forte presença estatística em questões e gráficos já abordados no exame.

(ENEM 2007) O gráfico abaixo, obtido a partir de dados do Ministério do Meio Ambiente, mostra o crescimento do número de espécies da fauna brasileira ameaçadas de extinção.

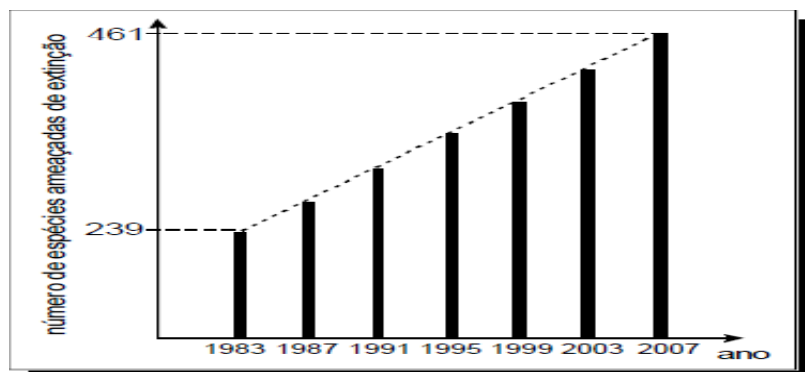


Figura 4.8: Gráfico em barras do número de espécies em extinção

Se mantida, pelos próximos anos, a tendência de crescimento mostrada no gráfico, o número de espécies ameaçadas de extinção em 2011 será igual a:

- A.** 465. **B.** 493. **C.** 498. **D.** 538. **E.** 699.

(ENEM 2007) A queima de cana aumenta a concentração de dióxido de carbono e de material particulado na atmosfera, causa alteração do clima e contribui para o aumento de doenças respiratórias. A tabela abaixo apresenta números relativos a pacientes internados em um hospital no período da queima da cana.

pacientes	problemas respiratórios causados pelas queimadas	problemas respiratórios resultantes de outras causas	outras doenças	total
idosos	50	150	60	260
crianças	150	210	90	450

Figura 4.9: Tabela de quantidades de idosos e crianças com problemas respiratórios.

Escolhendo-se aleatoriamente um paciente internado nesse hospital por problemas respiratórios causados pelas queimadas, a probabilidade de que ele seja uma criança é igual a:

- A. 0.26, o que sugere a necessidade de implementação de medidas que reforcem a atenção ao idoso internado com problemas respiratórios.
- B. 0.50, o que comprova ser de grau médio a gravidade dos problemas respiratórios que atingem a população nas regiões das queimadas.
- C. 0.63, o que mostra que nenhum aspecto relativo à saúde infantil pode ser negligenciado.
- D. 0.67, o que indica a necessidade de campanhas de conscientização que objetivem a eliminação das queimadas.
- E. 0.75, o que sugere a necessidade de que, em áreas atingidas pelos efeitos das queimadas, o atendimento hospitalar no setor de pediatria seja reforçado.

(ENEM 2007) A tabela abaixo representa, nas diversas regiões do Brasil, a porcentagem de mães que, em 2005, amamentavam seus filhos nos primeiros meses de vida.

região	período de aleitamento	
	até o 4.º mês (em %)	de 9 meses a 1 ano (em %)
Norte	85,7	54,8
Nordeste	77,7	38,8
Sudeste	75,1	38,6
Sul	73,2	37,2
Centro-Oeste	83,9	47,8

Ministério da Saúde, 2005.

Figura 4.10: Tabela percentual das regiões do Brasil, sobre mães que, em 2005, amamentavam seus filhos nos primeiros meses de vida.

Ao ingerir leite materno, a criança adquire anticorpos importantes que a defendem de doenças típicas da primeira infância. Nesse sentido, a tabela mostra que, em 2005, percentualmente, as crianças brasileiras que estavam mais protegidas dessas doenças eram as da região:

- A. Norte. B. Nordeste C. Sudeste. D. Sul. E. Centro-Oeste.

(ENEM 2007)

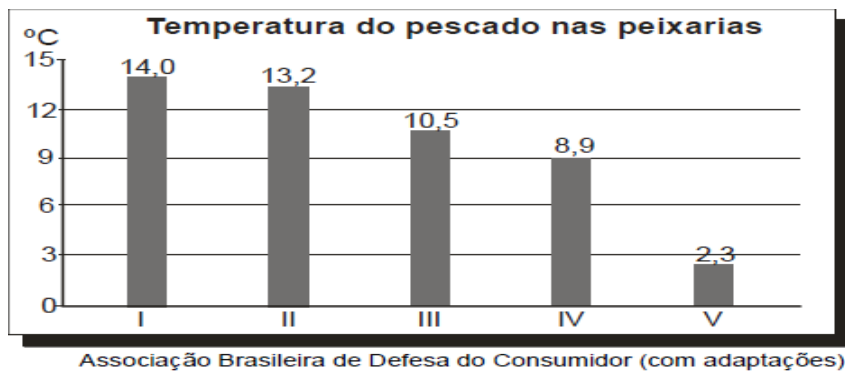


Figura 4.11: Gráfico de barras da temperatura média do pescado

Uma das principais causas da degradação de peixes frescos é a contaminação por bactérias. O gráfico apresenta resultados de um estudo acerca da temperatura de peixes frescos vendidos em cinco peixarias. O ideal é que esses peixes sejam vendidos com temperaturas entre 2 °C e 4 °C. Selecionando-se aleatoriamente uma das cinco peixarias pesquisadas, a probabilidade de ela vender peixes frescos na condição ideal é igual a:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{5}$. E. $\frac{1}{6}$.

(ENEM 2007)

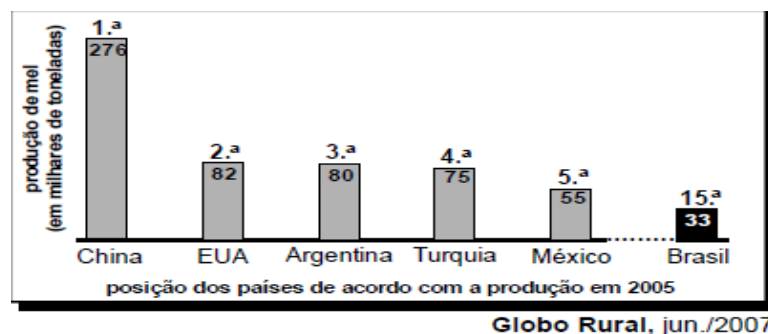


Figura 4.12: Gráfico de barras sobre a classificação de países na Produção de mel em 2007

É título adequado para a matéria jornalística em que o gráfico acima seja apresentado:

- A.** Apicultura: Brasil ocupa a 33.a posição no *ranking* mundial de produção de mel — as abelhas estão desaparecendo no país
- B.** O milagre do mel: a apicultura se expande e coloca o país entre os seis primeiros no *ranking* mundial de produção.
- C.** Pescadores do mel: Brasil explora regiões de mangue para produção do mel e ultrapassa a Argentina no *ranking* mundial
- D.** Sabor bem brasileiro: Brasil inunda o mercado mundial com a produção de 15 mil toneladas de mel em 2005
- E.** Sabor de mel: China é o gigante na produção de mel no mundo e o Brasil está em 15.o lugar no *ranking*

(ENEM 2007)

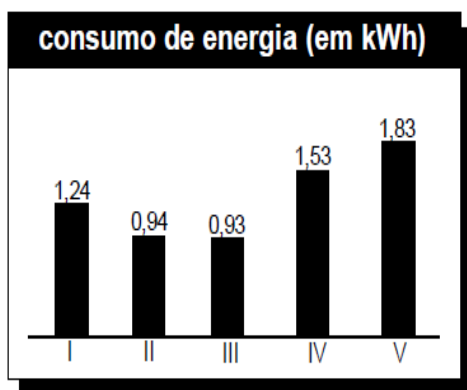


Figura I

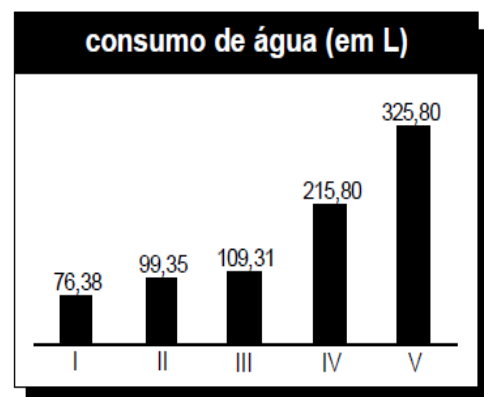


Figura II

Figura 4.13: Gráficos em barras sobre Consumo de Energia e Consumo de água
Fonte: Associação brasileira de defesa ao consumidor (com adaptações).

As figuras acima apresentam dados referentes aos consumos de energia elétrica e de água relativos a cinco máquinas industriais de lavar roupa comercializadas no Brasil. A máquina ideal, quanto a rendimento econômico e ambiental, é aquela que gasta, simultaneamente, menos energia e água. Com base nessas informações, conclui-se que, no conjunto pesquisado:

- A.** Quanto mais uma máquina de lavar roupa economiza água, mais ela consome energia elétrica.
- B.** a quantidade de energia elétrica consumida por uma máquina de lavar roupa é inversamente proporcional à quantidade de água consumida por ela.

- C. a máquina I é ideal, de acordo com a definição apresentada.
- D. a máquina que menos consome energia elétrica não é a que consome menos água.
- E. a máquina que mais consome energia elétrica não é a que consome mais água.

(ENEM 2008) O gráfico abaixo mostra a área desmatada da Amazônia, em km², a cada ano, no período de 1988 a 2008.

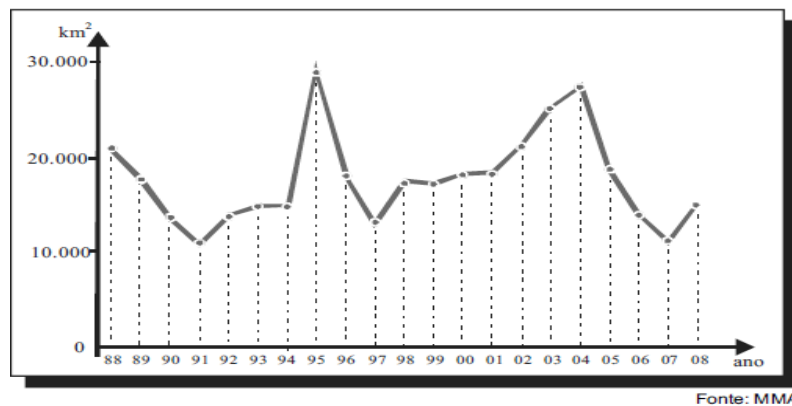


Figura 4.14: Gráfico em linha sobre análise do desmatamento da Amazônia em 20 anos.

As informações do gráfico indicam que:

- A. O maior desmatamento ocorreu em 2004.
- B. A área desmatada foi menor em 1997 que em 2007.
- C. A área desmatada a cada ano manteve-se constante entre 1998 e 2001.
- D. A área desmatada por ano foi maior entre 1994 e 1995 que entre 1997 e 1998.
- E. o total de área desmatada em 1992, 1993 e 1994 é maior que 60.000 km².

(ENEM 2008)

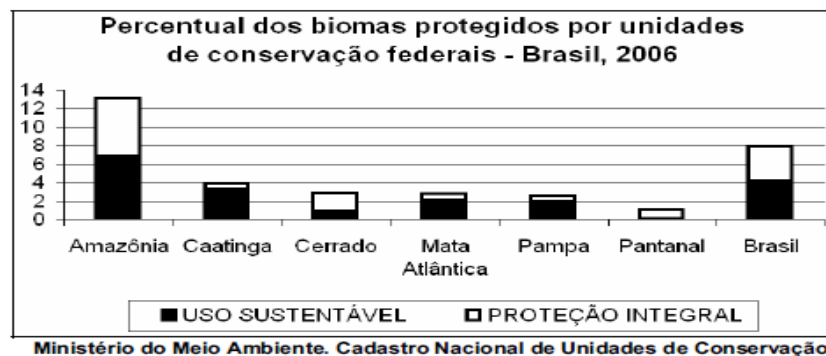


Figura 4.15: Gráfico de barras sobrepostas mostrando a sustentabilidade e proteção dos Biomas brasileiros.

Analisando-se os dados do gráfico acima, que remetem a critérios e objetivos no estabelecimento de unidades de conservação no Brasil, constata-se que:

- A. O equilíbrio entre unidades de conservação de proteção integral e de uso sustentável já atingido garante a preservação presente e futura da Amazônia.
- B. As condições de aridez e a pequena diversidade biológica observadas na Caatinga explicam por que a área destinada à proteção integral desse bioma é menor que a dos demais biomas brasileiros.
- C. O Cerrado, a Mata Atlântica e o Pampa, biomas mais intensamente modificados pela ação humana, apresentam proporção maior de unidades de proteção integral que de unidades de uso sustentável.
- D. O estabelecimento de unidades de conservação deve ser incentivado para a preservação dos recursos hídricos e a manutenção da biodiversidade.
- E. A sustentabilidade do Pantanal é inatingível, razão pela qual não foram criadas unidades de uso sustentável nesse bioma.

(ENEM 2008) No gráfico a seguir, está especificada a produção brasileira de café, em toneladas; a área plantada, em hectares (ha); e o rendimento médio do plantio, em kg/ha, no período de 2001 a 2008.

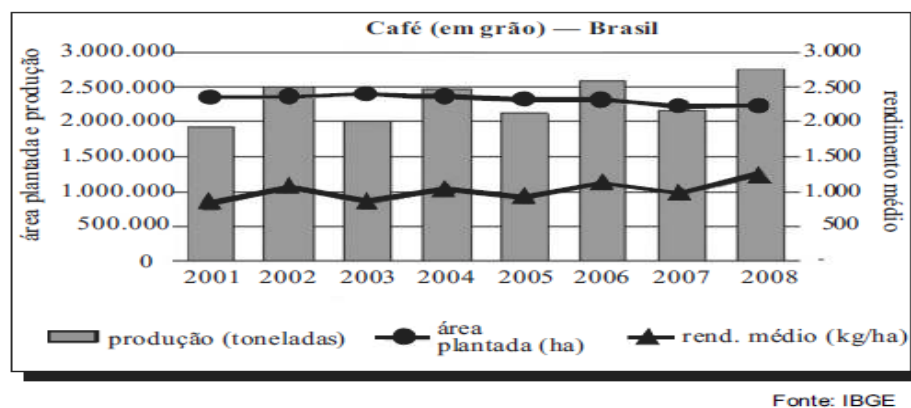


Figura 4.16: Gráfico comparativo sobre o Café no Brasil com sua produção, rendimento e área plantada entre 2001 e 2008.

A análise dos dados mostrados no gráfico revela que:

- A. A produção em 2003 foi superior a 2.100.000 toneladas de grãos.
- B. a produção brasileira foi crescente ao longo de todo o período observado.
- C. a área plantada decresceu a cada ano no período de 2001 a 2008.

D. os aumentos na produção correspondem a aumentos no rendimento médio do plantio.

E. a área plantada em 2007 foi maior que a de 2001.

(ENEM 2008) Uma pesquisa da ONU estima que, já em 2008, pela primeira vez na história das civilizações, a maioria das pessoas viverá na zona urbana. O gráfico a seguir mostra o crescimento da população urbana desde 1950, quando essa população era de 700 milhões de pessoas, e apresenta uma previsão para 2030, baseada em crescimento linear no período de 2008 a 2030.

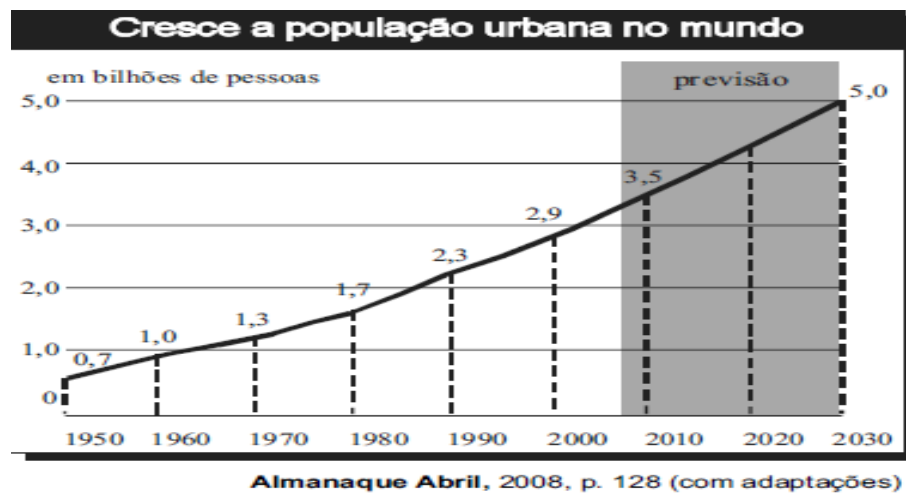


Figura 4.17: Gráfico em linha sobre o crescimento Urbano em todo o mundo.

De acordo com o gráfico, a população urbana mundial em 2020 corresponderá, aproximadamente, a quantos bilhões de pessoas?

- A. 4,00. B. 4,10. C. 4,15. D. 4,25. E. 4,50.

(ENEM 2009) Cinco equipes A, B, C, D e E disputaram uma prova de gincana na qual as pontuações recebidas podiam ser 0, 1, 2, ou 3. A média das cinco equipes foi de 2 pontos. As notas das equipes foram colocadas no gráfico a seguir, entretanto, esqueceu-se de representar as notas da equipe D e equipe E.

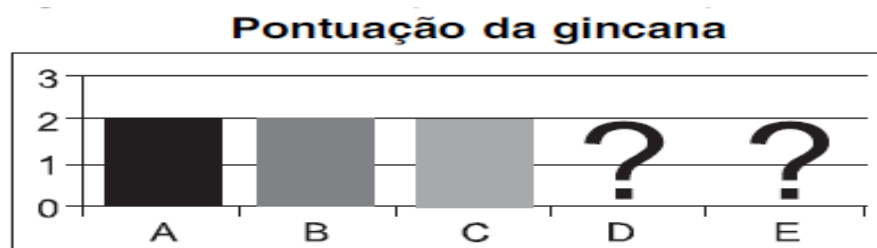


Figura 4.18: Gráfico de barras sobre a pontuação de cinco equipes numa gincana.

Mesmo sem aparecer às notas das equipes D e E, pode-se concluir que os valores da moda e da mediana são respectivamente:

- A.** 1,5 e 2,0 **B.** 2,0 e 1,5 **C.** 2,0 e 2,0 **D.** 2,0 e 3,0 **E.** 3,0 e 2,0

(ENEM 2009) Considere que as médias finais dos alunos de um curso foram representadas no gráfico a seguir.

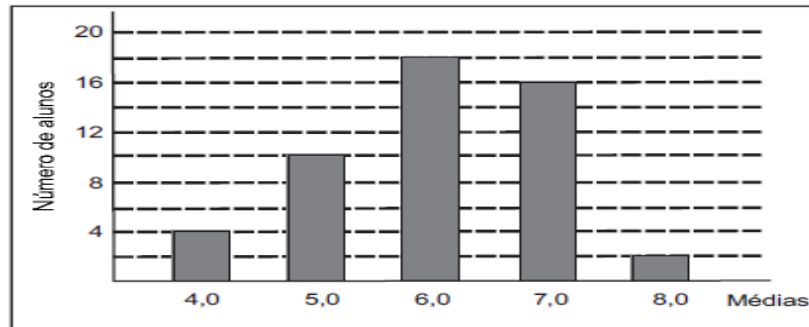


Figura 4.19: Gráfico em barras sobre Média de alunos do curso

Sabendo que a média para aprovação nesse curso era maior ou igual a 6,0, qual foi a porcentagem de alunos aprovados?

- A.** 18% **B.** 21% **C.** 36% **D.** 50% **E.** 72%

(ENEM 2009) Nos últimos anos, o aumento da população, aliado ao crescente consumo de água, tem gerado inúmeras preocupações, incluindo o uso desta na produção de alimentos. O gráfico mostra a quantidade de litros de água necessária para a produção de 1 kg de alguns alimentos

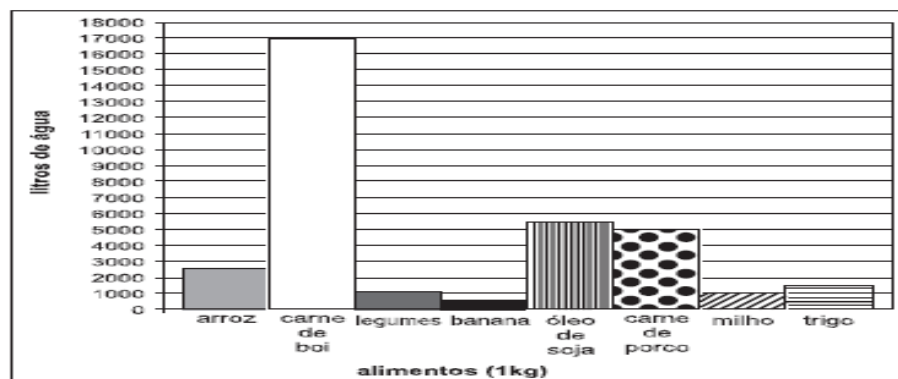


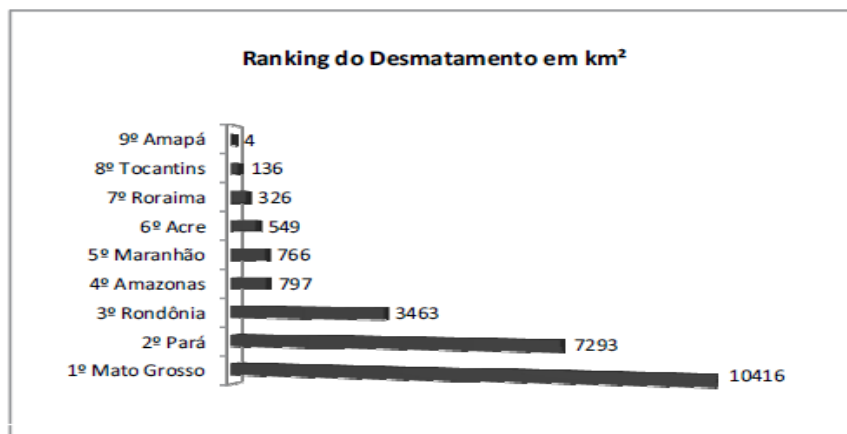
Figura 4.20: Gráfico histograma sobre gasto de água por tipos de alimentos

Com base no gráfico mostrado, para a produção de 100 kg de milho, 100 kg de trigo, 100 kg de arroz, 100 kg de carne de porco e 600 kg de carne de boi, a quantidade

média necessária de água, por quilograma de alimento produzido, é aproximadamente igual a:

- A. 415 litros por quilograma.
- B. 11 200 litros por quilograma.
- C. 27 000 litros por quilograma.
- D. 2 240 000 litros por quilograma.
- E. 2 700 000 litros por quilograma.

(ENEM 2010) Em sete de abril de 2004, um site publicou um ranking de desmatamento, conforme o gráfico, da chamada Amazônia legal, integrada por nove estados.



Disponível em: www.folhaonline.com.br. Acesso em: 30 abr. 2010 (adaptado).

Figura 4.21: Gráfico de barras horizontal sobre a classificação de estados do Brasil no desmatamento (Km²).

Considerando-se que até 2009 o desmatamento cresceu 10,5% em relação aos dados de 2004, o desmatamento médio de 2009 está entre:

- A. 100 Km² e 900 Km²
- B. 1 000 Km² e 2 700 Km²
- C. 2 800 Km² e 3 200 Km²
- D. 3 300 Km² e 4 000 Km²
- E. 4 100 Km² e 5 800 Km²

(ENEM 2010) O gráfico apresenta a quantidade de gols marcados pelos artilheiros das copas do mundo desde a copa de 1930 até a de 2006.

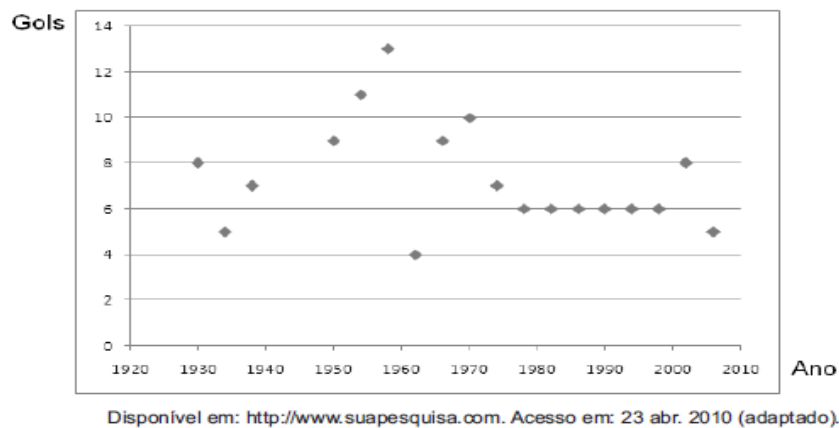


Figura 4.22: Gráfico de dispersão mostrando a quantidade de gols marcados em copas mundo. A partir dos dados apresentados, qual a mediana das quantidades de gols marcados pelos artilheiros das copas do mundo?

- A.** 6 gols **B.** 6,5 gols **C.** 7 gols **D.** 7,3 gols **E.** 8,5 gols

(ENEM 2011) Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem climáticas ao longo dos meses e anos. As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

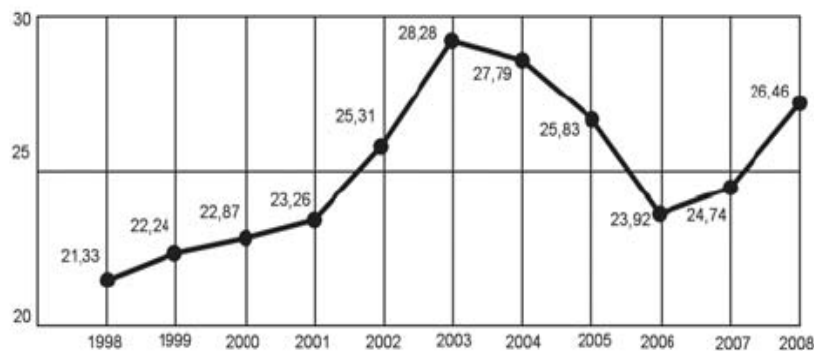
Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Figura 4.23: Tabela de registros das temperaturas em graus (C°) no decorrer de 29 dias.

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a:

- A. 17 °C, 17 °C e 13,5 °C.
- B. 17 °C, 18 °C e 13,5 °C.
- C. 17 °C, 13,5 °C e 18 °C.
- D. 17 °C, 18 °C e 21,5 °C.
- E. 17 °C, 13,5 °C e 21,5 °C.

(ENEM 2011) O termo agronegócio não se refere apenas à agricultura e à pecuária, pois as atividades ligadas a essa produção incluem fornecedores de equipamentos, serviços para a zona rural, industrialização e comercialização dos produtos. O gráfico mostra a participação do agronegócio no PIB brasileiro:



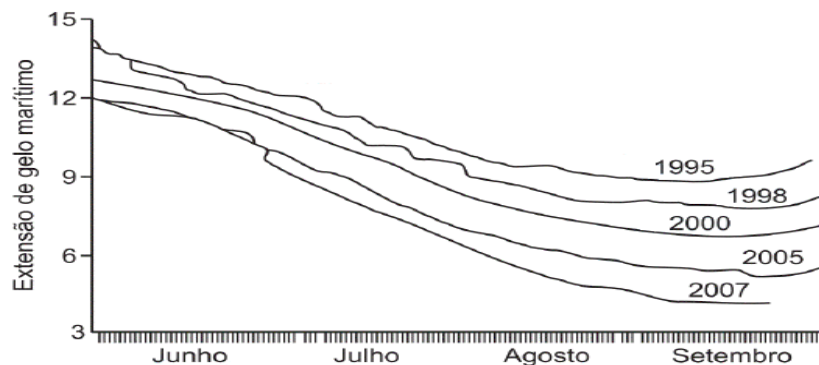
Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA). **Almanaque abril 2010**.
São Paulo: Abril, ano 36 (adaptado).

Figura 4.24: Gráfico em linha mostrando dados Percentuais da Participação do agronegócio no PIB brasileiro.

Esse gráfico foi usado em uma palestra na qual o orador ressaltou uma queda da participação do agronegócio no PIB brasileiro e a posterior recuperação dessa participação, em termos percentuais. Segundo o gráfico, o período de queda ocorreu entre os anos de:

- A. 1998 e 2001
- B. 2001 e 2003
- C. 2003 e 2006
- D. 2003 e 2007
- E. 2003 e 2008

(ENEM 2012) O gráfico mostra a variação da extensão média de gelo marítimo, em milhões de quilômetros quadrados, comparando dados dos anos 1995, 1998, 2000, 2005 e 2007. Os dados correspondem aos meses de junho a setembro. O Ártico começa a recobrar o gelo quando termina o verão, em meados de setembro. O gelo do mar atua como o sistema de resfriamento da Terra, refletindo quase toda a luz solar de volta ao espaço. Águas de oceanos escuros, por sua vez, absorvem a luz solar e reforçam o aquecimento do Ártico, ocasionando derretimento crescente do gelo.



Disponível em: <http://sustentabilidade.allianz.com.br>.
Acesso em: fev. 2012 (adaptado).

Figura 4.25: Gráfico comparativo, em 5 anos, sobre extensão média de gelo marítimo.

Com base no gráfico e nas informações do texto, é possível inferir que houve maior aquecimento global em:

- A.** 1995. **B.** 1998. **C.** 2000. **D.** 2005. **E.** 2007.

(ENEM 2012) A figura a seguir apresenta dois gráficos com informações sobre as reclamações diárias recebidas e resolvidas pelo Setor de Atendimento ao Cliente (SAC) de uma empresa, em uma dada semana. O gráfico de linha tracejada informa o número de reclamações recebidas no dia, o de linha contínua é o número de reclamações resolvidas no dia. As reclamações podem ser resolvidas no mesmo dia ou demorarem mais de um dia para serem resolvidas.

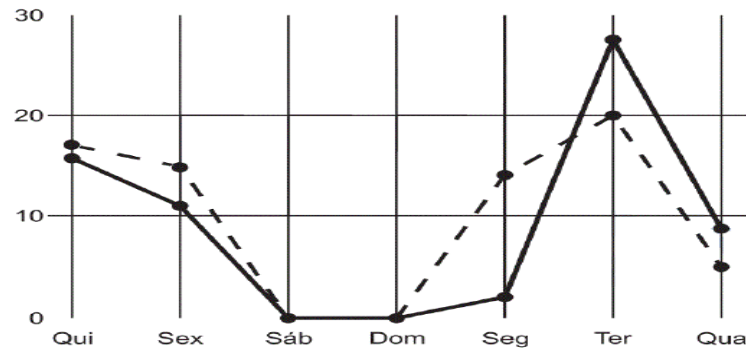


Figura 4.26: Duplo gráfico comparativo em linha sobre Reclamações diárias recebidas e resolvidas no SAC.

Fonte: Disponível em: <<http://blog.bibliotecaunix.org>>. Acesso em: 21 jan. 2012 (adaptado).

O gerente de atendimento deseja identificar os dias da semana em que o nível de eficiência pode ser considerado muito bom, ou seja, os dias em que o número de reclamações resolvidas excede o número de reclamações recebidas.

O gerente de atendimento pode concluir baseado no conceito de eficiência utilizado na empresa e nas informações do gráfico, que o nível de eficiência foi muito bom na:

- A. Segunda e na terça-feira.
- B. Terça e na quarta-feira.
- C. Terça e na quinta-feira.
- D. Quinta-feira, no sábado e no domingo.
- E. Segunda, na quinta e na sexta-feira.

(ENEM 2013) Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, A e B durante dois meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve esse gráfico:

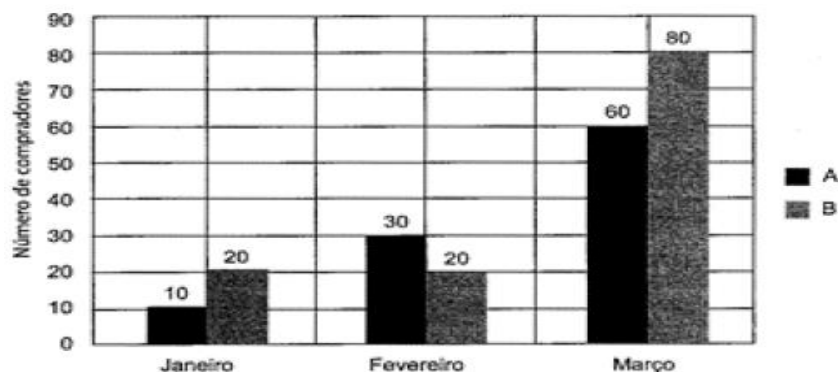


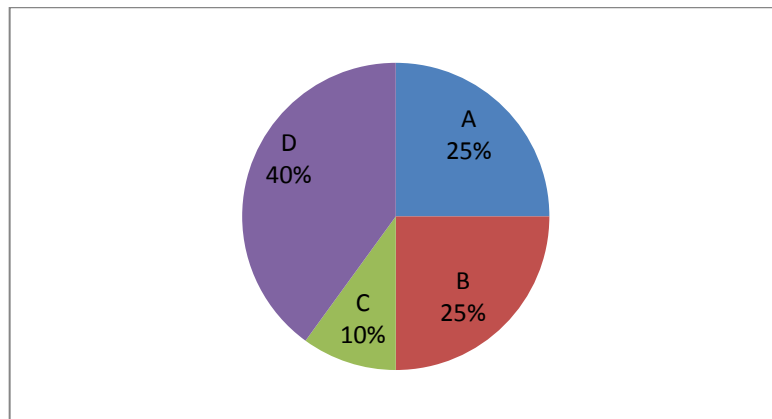
Figura 4.27: Gráfico de colunas compostas comparando a quantidade de compradores entre dois produtos A e B.

A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto A e outro brinde entre os compradores do produto B. Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?

- A. $\frac{1}{20}$ B. $\frac{3}{242}$ C. $\frac{5}{22}$ D. $\frac{6}{25}$ E. $\frac{7}{15}$

(ENEM 2013) Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram: A = R\$ 200,00; B = R\$ 300,00; C = R\$ 400,00 e D = R\$ 600,00. No gráfico, as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.

Gráfico 4.6: Gráfico setor circular mostrando a quantidades de hotéis pesquisados por diária



O valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal nessa cidade, é:

- A. 300,00 B. 345,00 C. 350,00 D. 375,00 E. 400,00

REFERÊNCIAS

BRANCO, J. **Estatística no secundário: o ensino e seus problemas.** In: LOUREIRO, C., OLIVEIRA, F.; BRUNHEIRA, L. (Eds.) **Ensino e aprendizagem da estatística.** Lisboa: SPE e APM, 2000, p. 11-30.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio.** Brasília: Ministério da Educação, 1999.

_____. Ministério da Educação. Secretária de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Ensino Médio.** Brasília-2002.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais, volume 1- Brasília: SEF/ MEC, 1997.** Introdução.

_____. **Parâmetros curriculares Nacionais: Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. 3º edição- Brasília. A Secretária, 2001.**

ENEM. Disponível em: <<http://www.universitario.com.br/noticias/n.php?i=7915>>. Acesso em 8 maio de 2014.

IEZZI, G.; DOLCE, O. ; DEGENSZAJN, D. ; PÉRIGO, R. V.; ALMEIDA, N. de. **Matemática Ciência e Aplicações.** 6. ed. São Paulo: Atual, v. 3, 2010.

IEZZI, G.; HAZZAN, Samuel & DEGENSZAJN, David Mauro. **Fundamentos de Matemática Elementar**, vol. 11. 1. ed. São Paulo: Atual, 2004.

JÚNIOR, H. R. Educação Estatística no Ensino Básico: Uma Exigência Do Mundo Do Trabalho **Revisa Capixaba de ciência e Tecnologia**, *Vitoria. n. 2, p. 35-37, 1. Sem. 2007.*

LOPES, C. A. E. **A Probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular.** Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1998.

LOPES, Celi E. . **O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores.** Cadernos CEDES (Impresso), v. 28, p. 57-73, 2008.

PAIVA, M. **Componente Curricular: Matemática.** ed. Moderna, 1. edição, v. 3, 2009.

PCNEM. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** In: EMR, Ensino Médio em Rede: Programa de Formação Continuada para Professores do Ensino Médio, 2004. CDROM.

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO. Superintendência de Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica do Estado do Ceará**, Fortaleza, 2008.

SMOLE, KÁTIA CRISTINA STOCCO & DINIZ, MARIA IGNEZ DE SOUZA VIEIRA. **Matemática: Ensino Médio** vol. 3. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010

STURGES, H. The choice of a class-interval. *Journal of the American Statistical Association*, v. 21, p.65-66. 1926.

XAVIER, C.; BARRETO, B. **Matemática: Aula por Aula**. Ed. FTD, 1.^a ed. v. 1, 2005.