



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA METALÚRGICA E DE MATERIAIS

MIGUEL DIAS NETO

**ESTIMATIVA DA PROFUNDIDADE DE PITE EM ARAMES DE AÇO CARBONO
UTILIZADO EM ARMADURAS DE *RISERS FLEXÍVEIS* UTILIZANDO O MÉTODO
DE QUEDA DE POTENCIAL, SIMULAÇÃO NUMÉRICA E PYTHON**

FORTALEZA

2026

MIGUEL DIAS NETO

**ESTIMATIVA DA PROFUNDIDADE DE PITE EM ARAMES DE AÇO CARBONO
UTILIZADO EM ARMADURAS DE *RISERS FLEXÍVEIS* UTILIZANDO O MÉTODO
DE QUEDA DE POTENCIAL, SIMULAÇÃO NUMÉRICA E PYTHON**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Programa de Graduação em Engenharia Metalúrgica da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Engenheiro Metalurgista.

Orientador: Prof. Dr. Emanuel Seixas Campos.

MIGUEL DIAS NETO

**ESTIMATIVA DA PROFUNDIDADE DE PITE EM ARAMES DE AÇO CARBONO
UTILIZADO EM ARMADURAS DE *RISERS* FLEXÍVEIS UTILIZANDO O MÉTODO
DE QUEDA DE POTENCIAL, SIMULAÇÃO NUMÉRICA E PYTHON**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao curso de Engenharia Metalúrgica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Metalúrgica.

Aprovada em: 19/01/2026.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Emanuel Seixas Campos (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dr. Caio Victor Pereira Pascoal
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Eng. João Victor Barroso Xavier
Universidade Federal do Ceará (UFC)

A Deus.

A minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por tudo, por todas as oportunidades e lições que Ele me permitiu vivenciar e por nunca ter me deixado sozinho. E a Nossa Senhora, por sempre estar me acompanhando e intercedendo por mim.

Aos meus pais, Francisco Flávio Memória Dias e Sebastiana Jeovana Arruda Mota, por me educarem, me amarem, cuidarem de mim, acreditarem no meu potencial e por sempre terem lutado por mim e por meus irmãos. Amo vocês.

À minha namorada, Nicole Stefani Dourado de Freitas, obrigado por seu amor, companheirismo, amizade e confiança constantes.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Emanuel Seixas Campos, muito obrigado pela orientação, pela paciência e pela confiança depositada em mim e no meu trabalho.

Aos meus irmãos, Gisele Mota Dias, Larissa Mota Dias e Mateus Mota Dias, obrigado por toda a parceria e amizade.

Aos meus avós, Antônia Arruda Mota, Luzia Lucy Memória Dias e Miguel Dias Sobrinho, por todo o amor e por tudo que fizeram por mim e pela minha família. Amo vocês.

À minha família, por todos os momentos que passei durante esse processo na minha jornada. Amo vocês.

Aos amigos que a vida proporcionou: Ckauê Franklin, Ellen Maia, Gustavo Alberto, Marcos Filho e Matheus Rodrigues. Obrigado por tornarem a vida mais leve, pelos conselhos, pelo apoio incondicional e por estarem presentes tanto nos momentos de alegria quanto nos desafios.

Aos amigos de escola: Angevan Brito, Carlos Alberto, Icaro Costa, João Vitor, Juan Pablo, Julio Macedo, Luis Eduardo e Lucas Farias. Obrigado pelas risadas, pela nostalgia e pela parceria que resiste ao tempo.

Aos amigos da faculdade: Adryel Vitor Álvaro Crisóstomo, Anderson Vasconcelos, Gabriel Holanda, Gabriel Pinheiro, João Pedro, Luis Gustavo Sá e Matheus Segundo. Obrigado por compartilharem os momentos de estudo, o estresse das provas, as risadas e o companheirismo diário.

À Professora Janaina Machado e ao Professor André Machado, minha gratidão por todas as oportunidades concedidas e pelas valiosas lições aprendidas.

RESUMO

A corrosão por pites em armaduras de tração de *risers* flexíveis representa um desafio crítico para a segurança da indústria *offshore*, demandando técnicas de inspeção precisas e não destrutivas. O presente trabalho propõe o desenvolvimento de uma metodologia híbrida para a predição da profundidade de pites, integrando a técnica de Queda de Potencial, simulação por Elementos Finitos (FEA) e algoritmos de interpolação numérica. Para tanto, modelou-se o comportamento do arame helicoidal dos *risers* flexíveis no software *Comsol Multiphysics*, gerando uma base de dados que correlaciona a densidade de corrente superficial com a profundidade do defeito. Um algoritmo computacional foi desenvolvido em linguagem Python, utilizando interpolação por *splines* cúbicas para estimar a severidade do dano a partir de leituras elétricas. A validação experimental foi realizada em um corpo de prova contendo um defeito controlado, usinado com 4,8 mm de diâmetro e 2,00 mm de profundidade. Durante o ensaio de Queda de Potencial, este cenário de pite resultou em uma leitura de densidade de corrente de 0,1337 A/mm². Os resultados demonstraram a eficácia da ferramenta, que estimou uma profundidade de 1,88 mm, apresentando um erro relativo de apenas 5,77%. Adicionalmente, a aplicação do critério de severidade de Cheriet confirmou a metodologia na tomada de decisão, classificando corretamente o defeito real e o predito na mesma categoria de dano severo. Conclui-se que a ferramenta desenvolvida para esse caso oferece uma solução confiável para o monitoramento de integridade, capaz de converter sinais elétricos em diagnósticos dimensionais.

Palavras-chave: *Risers Flexíveis*, Corrosão por Pite, Queda de Potencial, Simulação Computacional, Python.

ABSTRACT

Pitting corrosion in the tensile armours of flexible risers poses a critical safety challenge to the offshore industry, requiring accurate and non-destructive inspection techniques. This work proposes the development of a hybrid methodology for predicting pit depth, integrating the Potential Drop technique, Finite Element Analysis (FEA), and numerical interpolation algorithms. To this end, the behavior of the helical wire of flexible risers was modeled using COMSOL Multiphysics software, generating a database correlating surface current density with defect depth. A computational algorithm was developed in Python, employing cubic spline interpolation to estimate damage severity based on electrical readings. Experimental validation was performed on a specimen containing a controlled defect, machined with a diameter of 4.8 mm and a depth of 2.00 mm. During the Potential Drop test, this pitting scenario resulted in a current density reading of 0.1337 A/mm². The results demonstrated the tool's effectiveness, estimating a depth of 1.88 mm with a relative error of only 5.77%. Additionally, the application of Cheriet's severity criterion confirmed the methodology's robustness in decision-making, correctly classifying both the real and predicted defects in the same Severe Damage category. It is concluded that the tool developed for this case offers a reliable solution for integrity monitoring, capable of converting electrical signals into dimensionais diagnoses.

Keywords: Flexible Risers, Pitting Corrosion, Potential Drop, Computational Simulation, Interpolation.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
2. OBJETIVO	13
2.1 Objetivo Geral	13
2.2 Objetivos Específicos	13
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	14
3.1 História Tubulação <i>Offshore</i>	14
3.2 Risers Flexíveis	15
3.3 Corrosão	17
3.3.1 Introdução a corrosão.....	17
3.3.2 Corrosão por pites.....	18
3.4 Propriedades Elétricas dos Materiais	19
3.5 TÉCNICA DE QUEDA DE POTENCIAL (<i>POTENTIAL DROP</i>)	21
3.6 Simulação Computacional	23
4. METODOLOGIA	24
4.1 Classificação Da Pesquisa	24
4.2 Simulação por elementos finitos da técnica de queda de potencial	24
4.2.1. Geometria e Material	24
4.2.2 Física Da Simulação	26
4.2.3 Dados da simulação	28
4.2.5 Processamento de Dados	29

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – (a) Foto do projeto PLUTO e (b) Tubulação com <i>Fusion Bonded Epoxy</i>	16
Figura 2 – Tubulação com 3LPE	16
Figura 3 – Composição <i>risers</i> flexíveis	17
Figura 4 – Várias formas de pites	20
Figura 5 – Corrosão por Pite	20
Figura 6 – Setup Técnica de Queda de Potencial	23
Figura 7 – Comparação da Densidade de Corrente	23
Figura 8 – Geometria 3D do Estudo	26
Figura 9 – Geometria 3D com Pite	26
Figura 10 – Gráfico gerado nas simulações (Defeito de 2mm)	27
Figura 11 – Gráfico gerado nas simulações (Defeito de 1mm)	27
Figura 12 – Gráfico gerado nas simulações (Sem Defeito)	28
Figura 13 – Ponto de Injeção de Corrente/Saída de Corrente	29
Figura 14 – Malha da Geometria	30
Figura 15 – Histograma da Qualidade dos Elementos	30
Figura 16 – Densidade de corrente na superfície na superfície de captura	31
Figura 17 – Gráfico de densidade de corrente na superfície de captura	31
Figura 18 – Densidade de corrente para um material sem defeito	33
Figura 19 – Densidade de corrente para um material com defeito de 1,5mm	33
Figura 20 – Densidade de corrente para um material com defeito de 2mm	33
Figura 21 – Densidade de corrente para um material com defeito de 2,5mm	33
Figura 22 – Densidade de corrente para um material com defeito de 3,5mm	34
Figura 23 – Captura de valor máximo defeito de 1,5mm	34
Figura 24 – Captura de valor máximo defeito de 2mm	35
Figura 25 – Captura de valor máximo defeito de 2,5mm	35
Figura 26 – Captura de valor máximo defeito de 3,5mm	36
Figura 27 – Gráfico Densidade de corrente(A/mm^2) x Profundidade de Pite(mm)	36
Figura 28 – Gráfico Comparação resultados simulados x algoritmo	38
Figura 29 – Gráfico Comparação resultados de densidade de corrente experimental.....	39

1. INTRODUÇÃO

A indústria de exploração de petróleo e gás em águas profundas impõe desafios extremos a engenharia de materiais. Nesse cenário, os *risers flexíveis* possuem um papel vital, atuando como o elo de conexão entre o poço no leito marinho e a plataforma de produção. Com as severas condições operacionais que envolvem esse ambiente como pressões elevadas e ambiente altamente corrosivo, uma boa integridade estrutural desses equipamentos é algo fundamental para a segurança e continuidade da produção *offshore*.

Entre os principais mecanismos de falha que ameaçam a vida útil dessas tubulações, destaca-se a corrosão nas armaduras de tração, que frequentemente são fabricadas com o aço carbono. A presença de CO₂, H₂S e água condensada oriundas da produção podem criar um ambiente corrosivo em uma região do *riser* (espaço anular), assim esses arames de aço carbono podem ficar susceptíveis ao processo corrosivo, e seus efeitos, tais como a corrosão por pite. Este mecanismo é um ataque localizado, que atua como concentrador de tensão e pode ocasionar falhas abruptas da estrutura, muitas vezes sem sinais visuais externos evidentes [1].

Devido à disposição interna das armaduras de tração, a inspeção visual direta apresenta-se inviável, demandando a utilização de ensaios não destrutivos (END) para o monitoramento da integridade do material. Uma técnica eficaz para essa finalidade é a Queda de Potencial (*potential drop*). O método baseia-se na injeção de uma corrente elétrica no componente [2], operando sob a premissa de que descontinuidades, tais como pites, reduzem a área da seção transversal. Esse fenômeno provoca perturbações no fluxo elétrico, as quais são detectadas como variações na densidade de corrente na superfície da amostra. No entanto, apenas detectar a alteração elétrica não é suficiente; é fundamental também quantificar a severidade do dano. É nesse contexto que a modelagem computacional desempenha um papel relevante. Por meio de simulações, é possível reproduzir a técnica e criar uma base de dados que relaciona a resposta elétrica com a profundidade do defeito.

O trabalho apresenta uma proposta para estimar a profundidade dos pites de corrosão, e para isso, foram utilizadas simulações por elementos finitos (FEM). Como a realização dessas simulações para todos os valores de profundidade de defeito se mostrou inviável, aplicou-se a técnica matemática de interpolação *spline* cúbica. Por fim, para validar o método, compararam-

se os resultados do algoritmo e da simulação com dados de um experimento real realizado em laboratório.

2. OBJETIVO

2.1 Objetivo Geral

Realizar simulação por elementos finitos do ensaio de queda de potencial em um fio de armadura de aço carbono simulando a detecção de defeitos de corrosão localizada, e desenvolver e validar um algoritmo de predição baseado em interpolação por *spline* cúbica em Python para estimar a profundidade de corrosão por pites em armaduras de tração de *risers* flexíveis.

2.2 Objetivos Específicos

- Desenvolver um método para uma predição de profundidades de pites com base na densidade de corrente obtidas pelo teste de queda de potencial;
- Avaliar a influência da corrente elétrica nos testes simulados de queda de potencial por elementos finitos à medida que a profundidade do pite aumenta;
- Verificar se o método do algoritmo em Python utilizado tem uma eficiência boa para acertar a profundidade do defeito, comparando os resultados do código com os dados da simulação.
- Comparar os resultados do algoritmo com dados reais para confirmar a eficácia da ferramenta.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

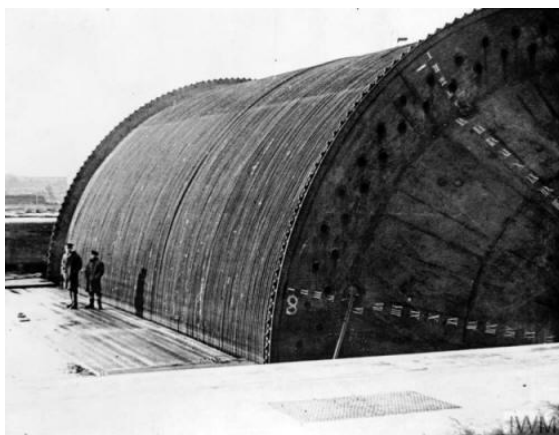
3.1 História da tubulação *Offshore*

O desenvolvimento dos sistemas de dutos na indústria offshore está ligado à próprio crescimento das atividades de exploração e produção de petróleo no mar. Nas fases iniciais, a ausência de tecnologias específicas para o ambiente oceânico forçou a engenharia a adaptar as tubulações utilizadas em terra. Utilizavam-se tubos de aço carbono convencionais, protegidos apenas por revestimentos betuminosos, alcatrão ou feltros impregnados. Embora essas camadas oferecessem uma barreira básica, mostravam-se insuficientes para garantir a integridade estrutural em longo prazo diante da agressividade do meio marinho [3].

Em alguns documentos históricos sobre projetos pioneiros, como o sistema PLUTO (*Pipeline Under the Ocean*) [3] na Segunda Guerra Mundial, relatam que muitas dessas primeiras linhas submarinas foram concebidas para suprir demandas logísticas emergenciais. Porém, com a expansão da indústria nas décadas de 60 e 70, as fragilidades desse modelo adaptado tornaram-se evidentes. O aumento da pressão hidrostática e a necessidade de conectar plataformas flutuantes impuseram novos desafios mecânicos.

Diferentemente das instalações fixas utilizadas no projeto PLUTO (Figura 1a), as unidades flutuantes transferem movimentos constantes para as linhas. O ambiente marinho rico em cloretos, oxigênio dissolvido e, dependendo da área, CO₂ e H₂S, acelerou os processos corrosivos. A indústria respondeu desenvolvendo revestimentos mais robustos, como o *Fusion Bonded Epoxy* (FBE) (Figura 1b) e sistemas multicamadas (3LPE ou 3LPP) (Figura 2), que melhoraram a proteção externa dos *risers* flexíveis [4]. Contudo, a rigidez inerente ao aço continuava sendo um limitador crítico, especialmente na região do *Touch Down Point* (TDP), onde a concentração de tensões por flexão e a interação com o solo frequentemente levavam à falha por fadiga.

Figura 1 - (a) Foto do projeto PLUTO e (b) Tubulação com *Fusion Bonded Epoxy*.



(a)



(b)

Fonte: (a) retirada de Combined Ops [3]. e (b) retirada de Baling Steel [5].

Figura 2 - Tubulação com 3LPE



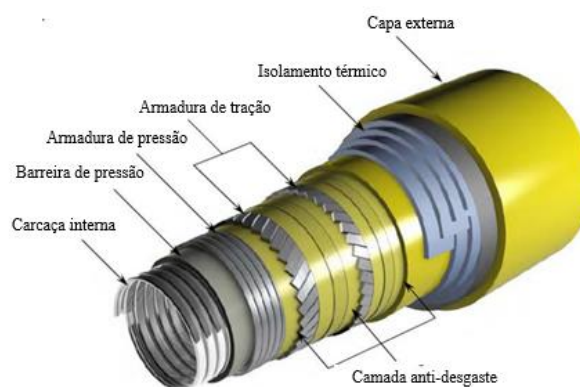
Fonte: retirada de Vip Valves [6].

3.2 Risers flexíveis

Diante da dificuldade técnica de utilizar dutos rígidos em cenários de alta dinâmica e profundidade, a indústria buscou soluções baseadas na flexibilidade estrutural. Nesse contexto, consolidou-se o uso dos *risers* flexíveis do tipo *unbonded*. A principal inovação dessa tecnologia reside na separação das funções mecânicas em camadas independentes, permitindo que a estrutura suporte altas pressões e cargas axiais, mantendo, ao mesmo tempo, a flexibilidade necessária para acompanhar os movimentos da plataforma [7].

A estrutura típica de um *riser* flexível, é composta por uma sobreposição de camadas metálicas e poliméricas. A camada mais interna, denominada carcaça metálica, é formada por fitas de aço intertravadas e tem a função de prevenir o colapso do tubo sob pressão externa. Logo acima, encontra-se a barreira de pressão, responsável pela estanqueidade do fluido e proteção contra corrosão interna [8]. Na Figura 3 temos a representação esquemática de um *riser* flexível, que é comumente utilizado na indústria de óleo e gás.

Figura 3 - Composição *risers* flexíveis



Fonte: adaptada de Coelho [8].

Cada componente apresenta sua função [8]: a carcaça interna promove a resistência ao colapso do duto flexível; a barreira de pressão garante a vedação do duto, impedindo que o fluido interno atinja as outras camadas; as armaduras de pressão oferecem resistência ao efeito radial da pressão interna e ajudam na resistência ao colapso; as armaduras de tração têm como função principal a resistência às cargas axiais e evitar a torção da estrutura; o isolamento térmico limita a perda de calor através da parede do duto para o ambiente externo; a camada

de fita anti-desgaste é responsável pela diminuição do atrito e do desgaste das camadas metálicas devido aos movimentos relativos entre elas; a camada de fita de alta resistência eleva a resistência à flambagem das armaduras de tração decorrente do efeito da compressão do duto; e a capa externa protege o duto, garantindo sua estanqueidade, inibindo a entrada de agentes externos e mantendo a montagem da armadura de tração.

No entanto, a resistência estrutural do conjunto é dependente das armaduras. As armaduras de pressão suportam a pressão interna, enquanto as armaduras de tração são o componente crítico para a sustentação do *riser*. Estas últimas são fabricadas com arames de aço carbono de alta resistência, dispostos de forma helicoidal (Aço SAE 1070). Essa geometria permite que o duto suporte o peso próprio de colunas que podem atingir milhares de metros, além de resistir às cargas cíclicas provenientes das ondas e correntes. Para otimizar esse comportamento [9], foi desenvolvido configurações de instalação variadas, como *Lazy-Wave* e *Steep-S*, que utilizam flutuadores para redistribuir os esforços e aliviar a tensão no ponto de conexão com o leito marinho.

Embora os *risers flexíveis* representem um avanço tecnológico significativo, sua operação não é isenta de riscos, sendo a corrosão um dos principais vetores de falha. O que pode acontecer é a permeação de gás, e assim regiões específicas do *riser* (Espaço anular) [10] virem um ambiente propício a ocasionar a corrosão nos arames que estão nesse ambiente. A literatura destaca que a saturação desse espaço por gases corrosivos, combinada com os fatores do ambiente, pode levar a mecanismos de degradação severos [11]. Outro ponto de atenção permanece sendo o *Touch Down Point*. Mesmo com a flexibilidade do duto, essa região sofre com a abrasão no solo marinho [7].

3.3 Corrosão

3.3.1 Introdução sobre corrosão

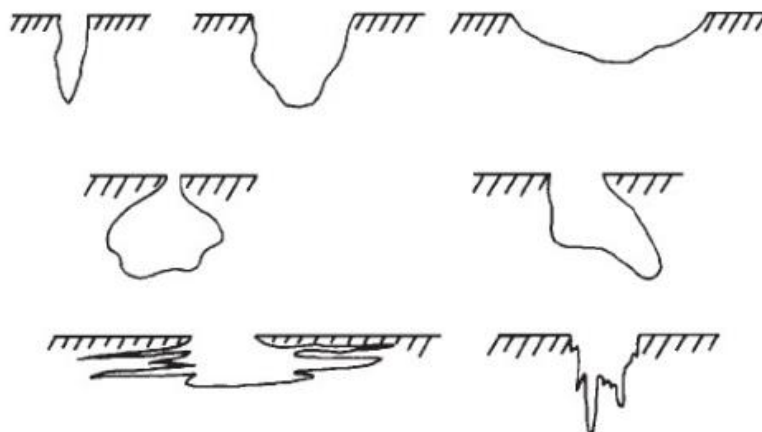
Segundo Gentil [1], a corrosão pode ser descrita como a deterioração de um material resultante de uma ação química ou eletroquímica do meio ambiente, aliada ou não a esforços mecânicos. Esse fenômeno acarreta diversos problemas aos materiais, tais como desgaste superficial, desgaste interno, comprometimentos estruturais e variações químicas.

Esses empecilhos reduzem a vida útil do material, gerando prejuízos econômicos e possíveis perdas no processo produtivo. Um exemplo crítico ocorre em tubulações submarinas para transporte de petróleo, onde caso o grau de corrosão esteja elevado e não haja o devido monitoramento, pode ocorrer vazamentos. Embora existam várias formas de corrosão, como a uniforme e a filiforme, no âmbito deste trabalho o foco é a corrosão por pite (puntiforme).

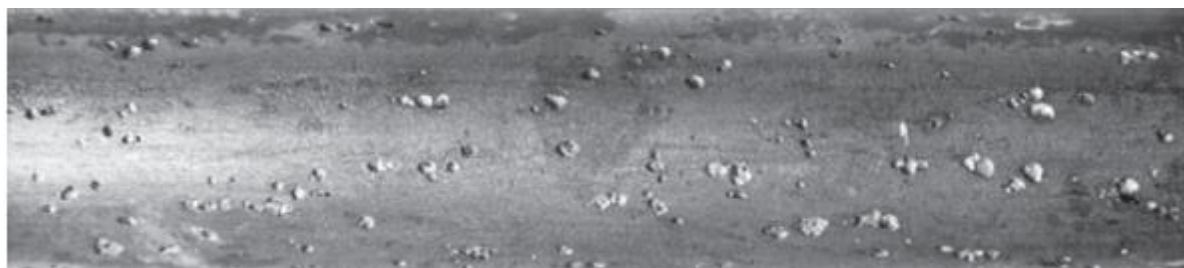
3.3.2 Corrosão por pites

Conforme descreve Gentil [1], a corrosão por pite caracteriza-se pela formação de pontos ou pequenas áreas localizadas na superfície do material. Isso ocasiona a criação de "pites", definidos como cavidades que apresentam fundo em formato angular (Figura 4 e 5). Este é um processo de velocidade de propagação acentuada. A rapidez do fenômeno deve-se à formação de um sistema eletroquímico onde há uma pequena região anódica em contato com uma grande região catódica.

A formação da corrosão por pites, é ocasionada por alguns problemas na superfície do metal, onde podem ter origens diversas, como a presença de inclusões que afloram à superfície ou a precipitação de fases que geram zonas empobrecidas em cromo, danos mecânicos ou o acúmulo de contaminantes [1]. Essas irregularidades (Figura 4 e 5) atuam como pontos focais para o início da degradação. Além disso, dada a criticidade das estruturas suscetíveis à corrosão por pite, eventuais falhas podem resultar em severos impactos financeiros, ambientais e riscos à segurança operacional. Nesse contexto, Cheriet et al. [12] desenvolveu uma escala de severidade do pite (Tabela 1). A utilização dessa classificação permite o planejamento assertivo de medidas corretivas e preventivas, viabilizando, por exemplo, a definição precisa da periodicidade de intervenções nas tubulações. Com base nesses dados, é possível junto à gestão da empresa a alocação de recursos, para mitigar essas possíveis falhas. Essa abordagem alinha-se aos princípios da Inspeção Baseada em Risco (RBI), onde os recursos de manutenção são direcionados prioritariamente aos equipamentos com maior probabilidade e consequência de falha [13].

Figura 4 – Várias formas de pites

Fonte: retirada de Gentil [1]

Figura 5 – Corrosão por Pite

Fonte: retirada de Gentil [1]

Tabela 1 – Classificação dos Pites

Índice I Dp	Profundidade das cavidades em comparação com a espessura do tubo (%)	Severidade/Gravidade
0	Sem pite	Nenhum
2	$0\% < \text{profundidade} \leq 20\%$	Baixo
3	$20\% < \text{profundidade} \leq 30\%$	Moderado
4	$30\% < \text{profundidade} \leq 50\%$	Severo
5	$50\% < \text{profundidade} \leq 70\%$	Muito Severo

Fonte: Adaptado de Cheriet et al. [12].

3.4 Propriedades elétricas dos materiais

As propriedades elétricas constituem características fundamentais na ciência dos materiais, uma vez que, com base nessas informações, torna-se possível a seleção precisa de elementos para aplicações específicas. Um exemplo é o cobre, amplamente utilizado devido à sua excelente condutividade elétrica [14]. No escopo deste trabalho, as propriedades de maior relevância analisadas são: resistência elétrica, resistividade elétrica e condutividade elétrica.

A resistência elétrica (R) define-se como a capacidade de um corpo em opor-se à passagem de corrente elétrica quando submetido a uma diferença de potencial. Esta grandeza pode ser calculada pela Primeira Lei de Ohm, expressa pela equação 1:

$$R = U / i$$

(1)

Onde:

- R é a resistência elétrica (Ω);

- U é a tensão elétrica ou diferença de potencial (V);

- i é a corrente elétrica (A).

A resistividade elétrica (ρ) é uma propriedade intrínseca do material que quantifica a força com a qual este se opõe ao fluxo de corrente elétrica, independentemente de sua geometria. Contudo, ela relaciona-se com as dimensões do condutor através da Segunda Lei de Ohm na equação 2 [14]:

$$\rho = (R \cdot A) / L$$

(2)

Onde:

- ρ é a resistividade elétrica ($\Omega \cdot m$);

- A é a área da seção transversal (m^2);

- L é o comprimento do condutor (m).

A condutividade elétrica (σ) representa a facilidade com que as cargas elétricas se deslocam no interior do material quando sujeitas a um campo elétrico. Ela é definida matematicamente como o inverso da resistividade[14]:

$$\sigma = 1 / \rho \quad (3)$$

A partir dessas definições, é possível determinar a densidade de corrente elétrica (J). Por meio de manipulações algébricas das equações supracitadas, obtém-se a forma microscópica da Lei de Ohm[14]:

$$J = \sigma \cdot E \quad (4)$$

Onde:

- J é a densidade de corrente (A/m^2);
- E é o campo elétrico aplicado (V/m);
- σ é a condutividade elétrica ($1/\Omega.m$).

3.6 Técnica de queda de potencial (*potential drop*)

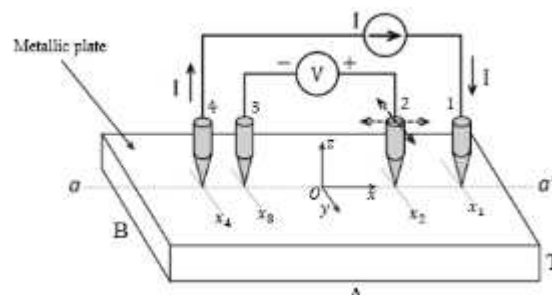
Conforme descreve Pinto [2], a técnica de Queda de Potencial é um método de END, que se baseia nas propriedades elétricas do material, resistência elétrica, resistividade elétrica e condutividade elétrica. O qual consiste em submeter a estrutura metálica a uma corrente elétrica controlada, gerando um campo de potencial elétrico em sua superfície.

Em uma placa metálica sem defeitos, a corrente elétrica flui de maneira uniforme, distribuindo-se por toda a seção transversal do material, o que resulta em uma leitura de voltagem estável e previsível na superfície. No entanto, a presença de um defeito interno, como a corrosão por pite, altera esse comportamento físico, uma vez que o pite atua como um vazio não condutor no material. De acordo com Pinto [2], devido a esse vazio, a corrente é desviada e contorna o defeito, provocando simultaneamente a redução da área útil de condução e o aumento da resistência elétrica local, esse desvio das linhas de campo ao redor da falha resulta em um aumento da densidade de corrente nas bordas do pite, o que se reflete diretamente na

elevação da diferença de potencial medida na superfície, permitindo assim a detecção da anomalia. Essa técnica tem diversas aplicações, o foco está principalmente na indústria de Petróleo e Gás, onde os arames de tração, podem sofrer por corrosão por pite devido a presença de certos gases [1].

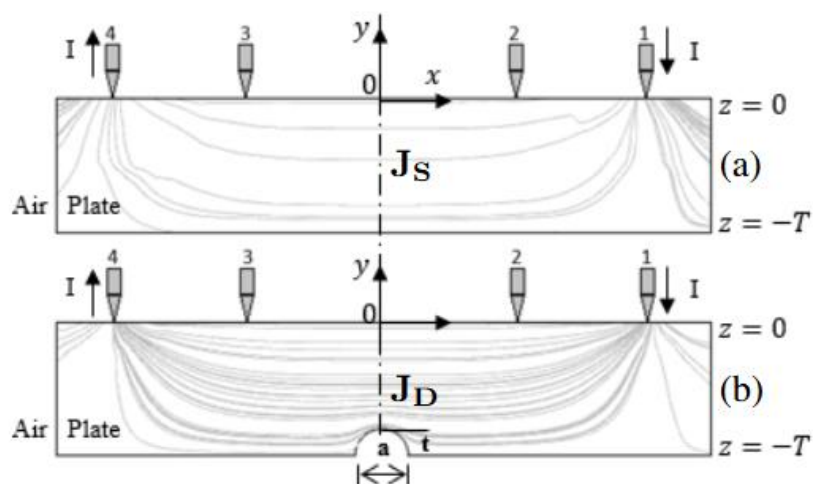
Na Figura 6, temos exemplificado um sistema experimental básico para a captura de sinais de queda de potencial em uma placa metálica. Onde são utilizados dois para injetar corrente elétrica e dois para permitir a medição do potencial elétrico.

Figura 6 – Setup Técnica de Queda de Potencial



Fonte: retirada de Pinto [2].

Figura 7 - Comparação da Densidade de Corrente.



a) Sem Pite. b) Com Pite.

Fonte: retirada de Pinto [2].

A Figura 7 demonstra o uso da queda de potencial para detectar pites. Em (a), vê-se o fluxo de corrente sem defeitos. Em (b), a presença do pite altera as linhas de corrente ($J_D > J_S$), o que modifica o potencial elétrico entre os eletrodos 2 e 3, conforme previsto na literatura [2].

No estudo realizado por Pinto [2], a técnica de queda de potencial (*potential drop*) foi empregada como um método não intrusivo para o mapeamento do gradiente de potencial elétrico na superfície do material. Esta abordagem permitiu a detecção da morfologia de defeitos internos, como pites e trincas. Para a avaliação da corrosão, o sistema processou os sinais elétricos, aplicando algoritmos de processamento de imagem e aprendizado de máquina para classificar a severidade dos danos e estimar a profundidade das falhas com precisão.

3.6 Simulação computacional

A simulação computacional constitui um método de modelagem matemática que viabiliza a reprodução virtual de processos e fenômenos físicos. Essa abordagem é de fundamental relevância tanto para a indústria quanto para o meio acadêmico, destacando-se primariamente pela otimização de recursos financeiros, uma vez que a realização iterativa de ensaios em protótipos físicos acarreta custos elevados [15]. Além da viabilidade econômica, a modelagem oferece vantagens significativas em termos de segurança operacional e redução do tempo de desenvolvimento [16]. Na indústria de óleo e gás, por exemplo, a simulação permite a análise de cenários críticos e condições extremas cuja reprodução em laboratório seria perigosa ou inviável, possibilitando a previsão de falhas estruturais antes da fabricação do componente [17]. No contexto de Ensaios Não Destrutivos (END), simulações numéricas também desempenham papel crucial. Pinto *et al.* [2], por exemplo, utilizaram a Análise de Elementos Finitos (FEA) no software *Comsol Multiphysics* para modelar a técnica de Queda de Potencial. O estudo teve como objetivo gerar uma base de dados robusta para alimentar redes neurais e definir parâmetros de classificação de danos por corrosão, auxiliando na validação dos testes experimentais.

4. METODOLOGIA

4.1 Classificação da pesquisa

Classificamos esta pesquisa como exploratória e quantitativa. Ela é exploratória porque estudamos como aplicar a técnica de Queda de Potencial para identificar e classificar a corrosão por pites, buscando entender melhor esse problema em *riser* flexíveis. Como explica Godoy (1995) [18], estudos assim focam na objetividade e usam a linguagem matemática para descrever os fenômenos. Isso é necessário pela própria natureza dos nossos dados, que são baseados na relação física onde a densidade de corrente influencia o potencial elétrico. Nesse estudo comparamos o que foi gerado na simulação com os dados do experimento real para analisar o nível de acerto da técnica utilizada.

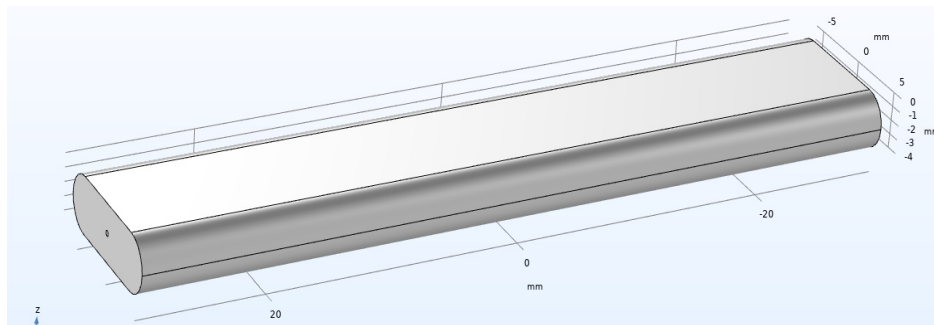
4.2 Simulação por elementos finitos da técnica de queda de potencial

Para reproduzir o teste experimental em escala computacional, sem a necessidade prévia de realizar os ensaios em peças reais, utilizamos o *Comsol Multiphysics*. A construção do modelo seguiu três passos: Geometria e Material, Setup de Simulação e Simulações.

4.2.1. Geometria e material

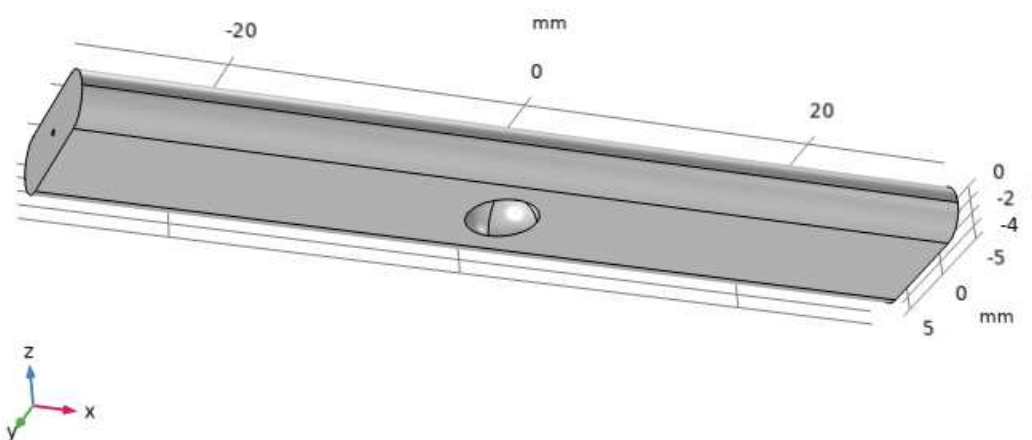
Foram elaborados em ambiente computacional um sólido geométrico com dimensões de 60mm de comprimento, 12mm de largura e 4mm de espessura, e o seu formato apresentado foi semelhante ao de um arame de tração utilizado em um *riser* flexível (Figura 8). Logo, foram realizados testes simulados com um arame sem a presença de defeito (material como recebido), e também foi executado um teste com uma amostra contendo um defeito (semicírculo de 4,8mm de diâmetro e 0,1mm de profundidade), com objetivo de simular um pite. No decorrer dos testes simulados com a amostra que possui o defeito foram alterados a profundidade do pite. Vale destacar que o pite em todos os testes simulados permaneceu na posição central da peça, como mostrado na Figura 9. Para as simulações foi escolhido o aço carbono 1070, e as principais propriedades mecânicas, elétricas e magnéticas foram importadas da própria biblioteca de materiais do *Comsol Multiphysics*.

Figura 8 – Geometria 3D do Estudo



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 9 – Geometria 3D com Pite

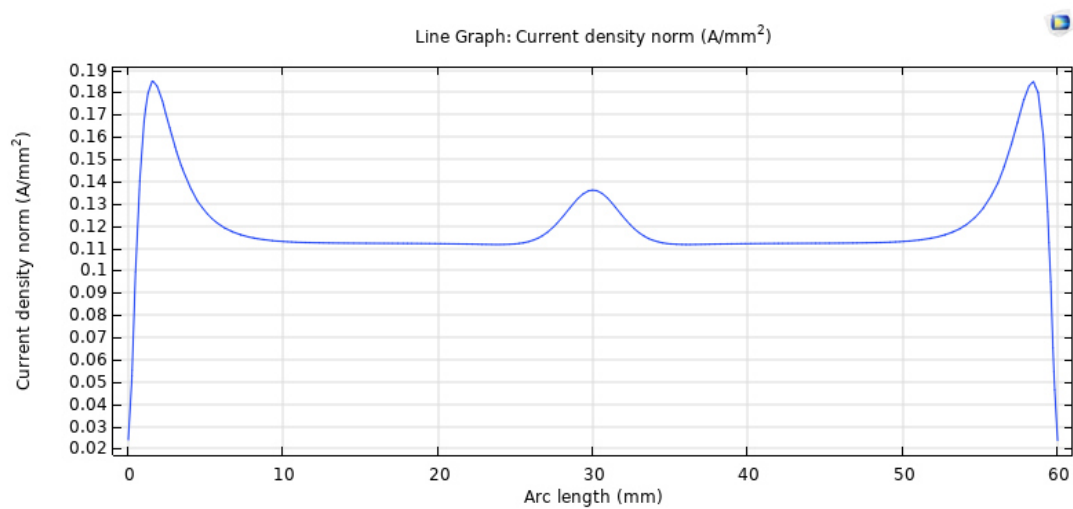


Fonte: Elaborado pelo autor.

No processo de simulação, deu-se por utilizar um diâmetro do pite igual a 1mm para comparar com o resultado experimental, assim, inicialmente foi realizado a simulação da peça sem defeito, após isso, criamos um defeito com 0,1mm, e aumentando de 0,05mm até 0,7mm, esse intervalo é com base na escala de severidade, proposta por Cheriet et al. [12]. Após o valor de 0,7mm, aumentamos de 0,1mm até 3,9mm. O intuito desse aumento de intervalo é pra ter um melhor conhecimento dos possíveis casos que podem aparecer. A cada valor de altura do

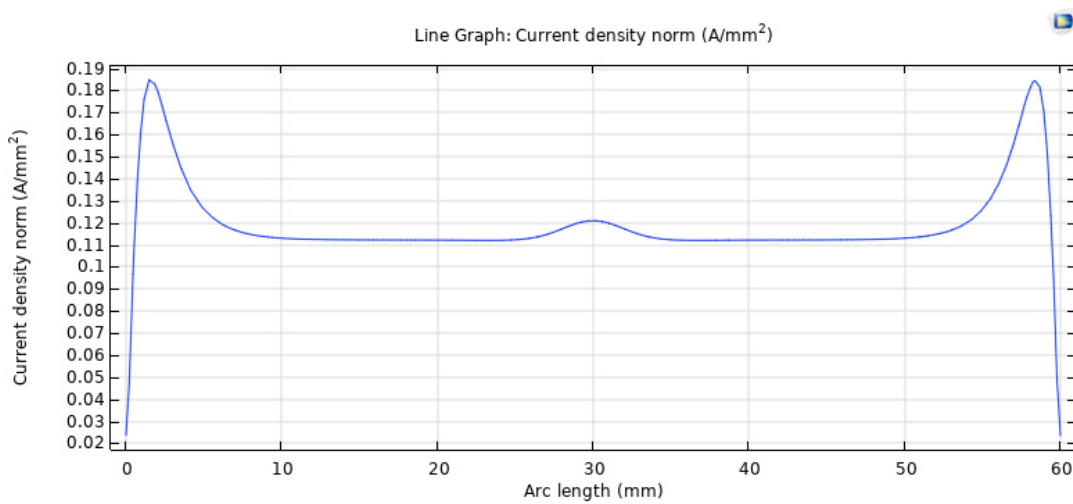
pite simulado, o valor da densidade de corrente era coletado no gráfico semelhante ao apresentado na Figura 10.

Figura 10 - Gráfico gerado nas simulações (Defeito de 2mm)



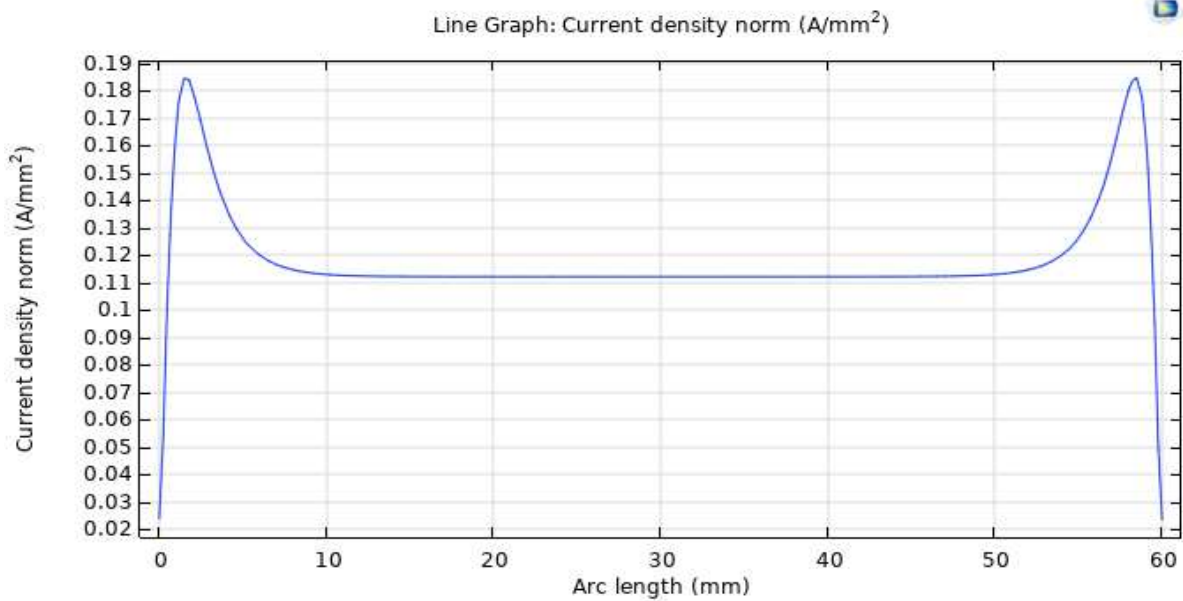
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 11 - Gráfico gerado nas simulações (Defeito de 1mm)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 12 - Gráfico gerado nas simulações (Sem Defeito)



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.2 Física da simulação

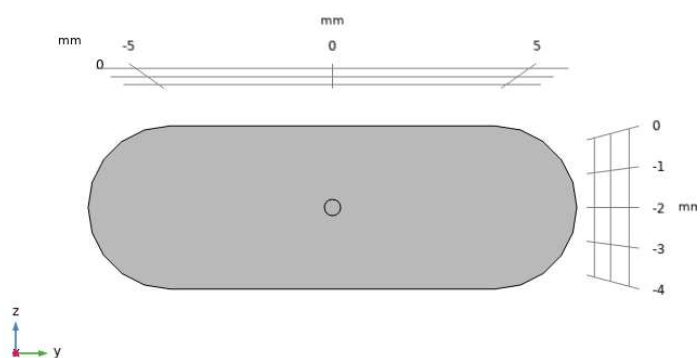
Para a análise computacional, utilizou-se o módulo “*Magnetic and Electric Fields*”, adequado para a reprodução dos fenômenos eletromagnéticos em ambiente virtual. As condições de contorno foram definidas por meio de geometrias circulares representando a entrada (*Inlet*) e saída (*Outlet*) de corrente (Figura 13), onde aplicou-se uma corrente contínua de 5 A para validação junto aos testes experimentais. Com o objetivo de garantir a acurácia dos resultados, realizou-se previamente um estudo de otimização de malha, no qual a configuração calibrada para semicondutores com refinamento “*Extra-Fine*” (Figura 14) foi a que apresentou a melhor precisão numérica. Os parâmetros desta malha selecionada constam na Tabela 2, enquanto a Figura 15 exibe o histograma da qualidade dos elementos.

Tabela 2 – Estatísticas dos elementos do domínio

Estatísticas dos elementos do domínio	
Número de elementos	268536
Qualidade mínima do elemento	0,2029
Qualidade média do elemento	0,682
Razão de volume do elemento	5,653E ⁻⁵
Volume da malha	2636mm ³

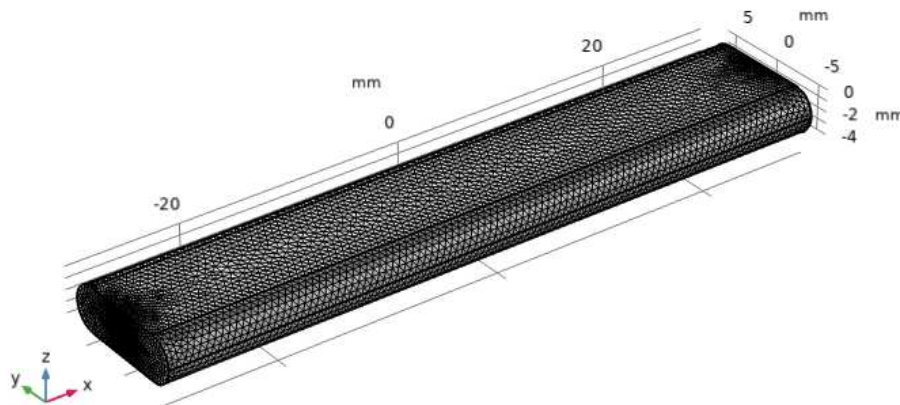
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 13 – Ponto de Injeção de Corrente/Saída de Corrente



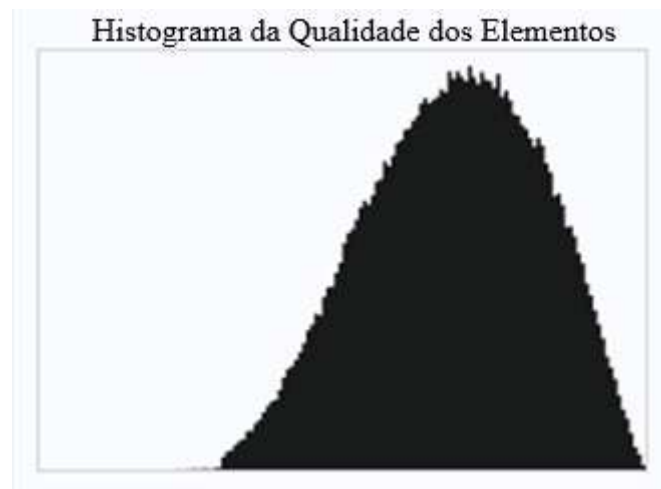
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 14 – Malha da Geometria



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 15 – Histograma da Qualidade dos Elementos



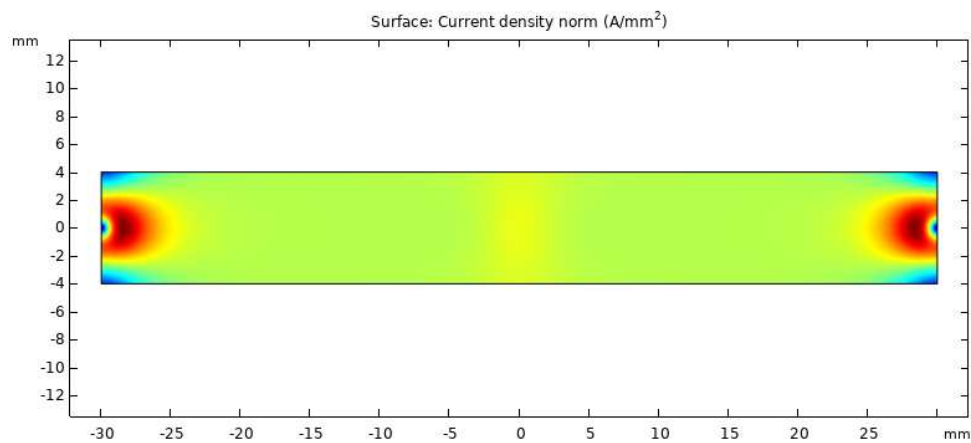
Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.3 Dados da simulação

A simulação forneceu os principais resultados, especificamente a distribuição da densidade de corrente na superfície de captura (Figura 16) e o gráfico desses valores ao longo de uma linha horizontal (Figura 17). Os dados foram compilados em planilhas eletrônicas para análise posterior. Com isso, determinou-se o valor da densidade de corrente correspondente a cada dimensão de pite no *riser* flexível com armadura de aço 1070. Após coletar e preparar

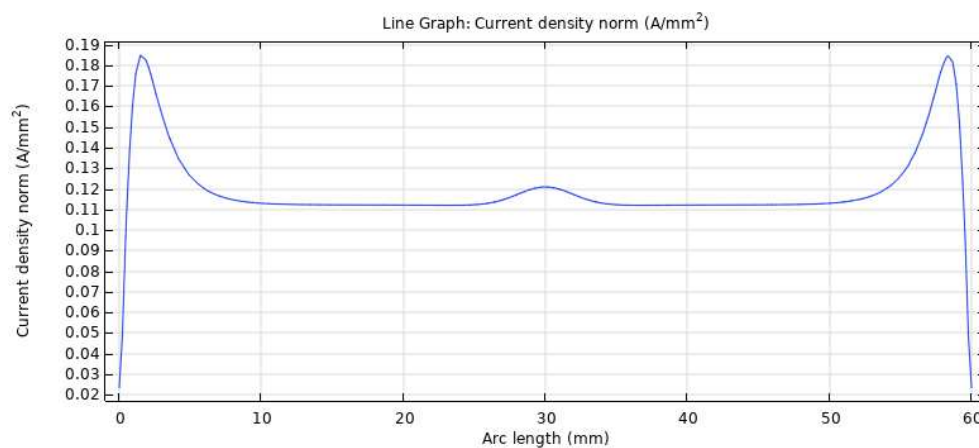
todos esses dados das simulações, um algoritmo em Python foi construído. O objetivo foi usar a interpolação para transformar nossos pontos isolados em uma ferramenta de predição. Assim, o programa consegue calcular a profundidade do pite para qualquer densidade de corrente lida, mesmo que seja um valor que não simulamos diretamente.

Figura 16 – Densidade de corrente na superfície na superfície de captura



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 17 – Gráfico de densidade de corrente na superfície de captura



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.4 Processamento de dados

Devido as simulações computacionais fornecerem apenas um valor por simulação (a cada 0,1mm), é necessário usar matemática para descobrir valores com base nos resultados adquiridos nas simulações.

Diante disso, houve a ideia de utilizar uma interpolação de dados. Segundo Lymberopoulos [19], um único polinômio de grau elevado para ligar muitos pontos não é recomendável, pois apresentam muita variação na concavidade. Dessa forma, para evitar um erro, o autor descreve o método de *splines* cúbicas, o qual constrói um gráfico “por partes”. Ao invés de uma fórmula única, o algoritmo divide o gráfico em pequenos trechos entre os pontos(nós) e para trecho, calcula uma curva de grau 3.

Conforme Siqueira [20], essa técnica funciona como uma régua flexível que se curva para passar pelos pontos, com isso, muito eficiente para uma predição de valores. Para finalizar, a confiabilidade do método foi testada. Comparamos o resultado obtidos pelo nosso modelo computacional (Python + *Comsol Multiphysics*) com dados reais obtidos experimentalmente na tese de Campos [10]. Essa comparação serviu para validar o quanto o valor obtido na simulação e no algoritmo se aproxima do valor experimental.

5. RESULTADOS

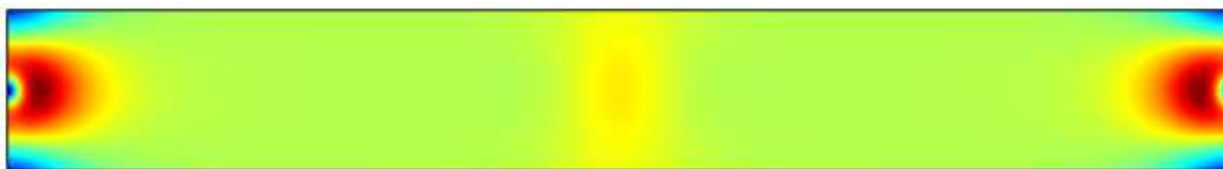
Neste capítulo, os resultados obtidos pela simulação computacional/algoritmo vão passar por uma análise com base no diâmetro do pite e uma comparação com o teste experimental para gerar uma validação do trabalho. Para a análise, utilizaram-se os valores máximos das curvas de densidade de corrente (exemplificados na Figura 24) correlacionados com a profundidade de pite. Com base nas Figuras 18, 19, 20, 21, 22, 23 e 24, é possível detectar uma diferença, a qual podemos relacionar com a densidade de corrente, onde ao observar as imagens, vemos que quando aumentamos o tamanho do defeito aumenta a densidade de corrente no centro do material, local onde tem a presença do pite.

Figura 18 – Densidade de corrente para um material sem defeito



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 19 – Densidade de corrente para um material com defeito de 1,5mm



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 20 – Densidade de corrente para um material com defeito de 2mm



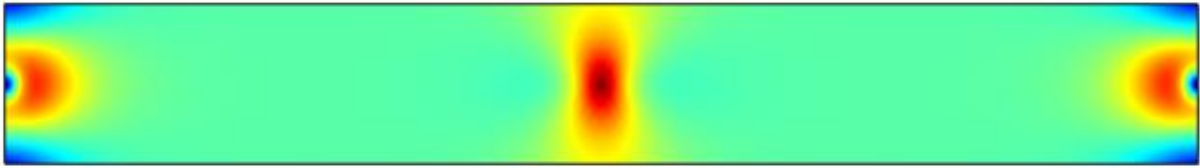
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 21 – Densidade de corrente para um material com defeito de 2,5mm



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 22 – Densidade de corrente para um material com defeito de 3,5mm



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 23 - Captura de valor máximo defeito de 1,5mm

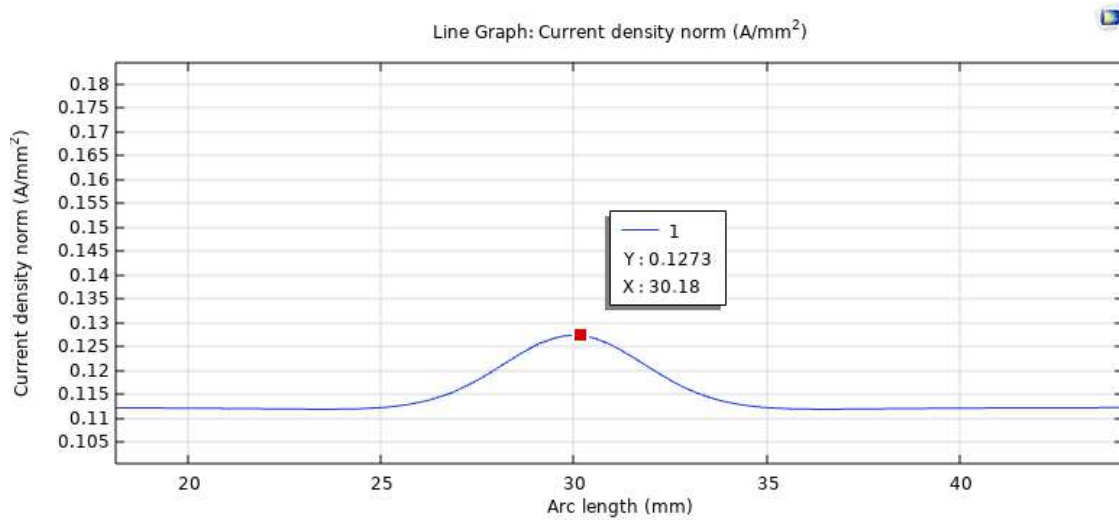
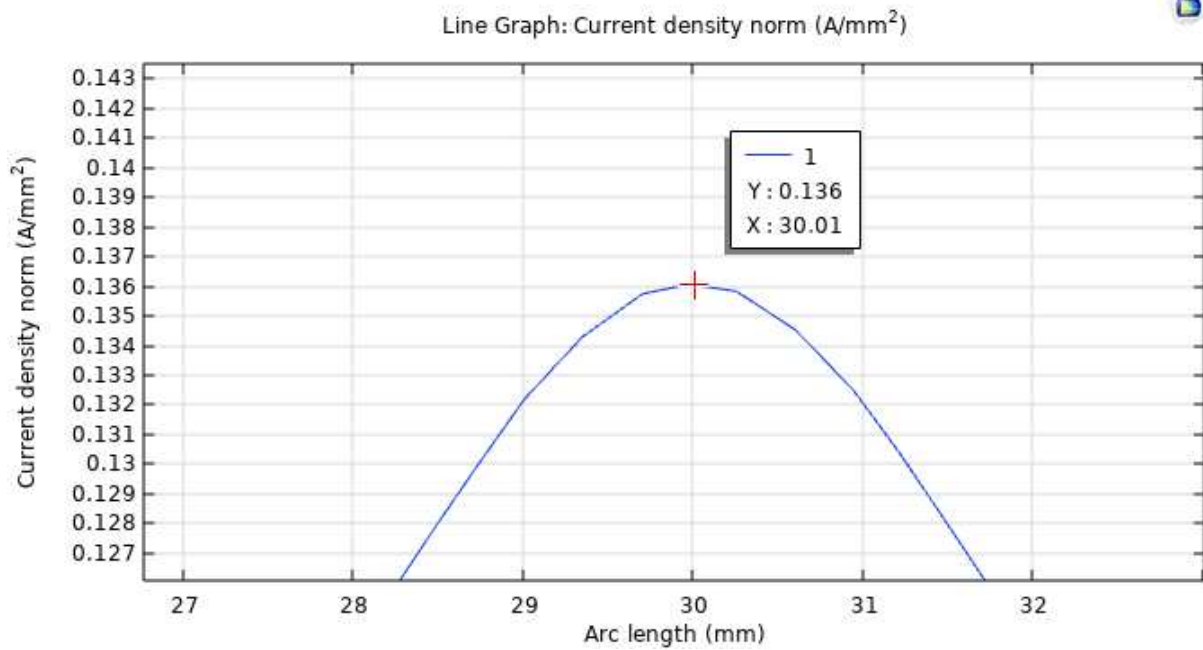
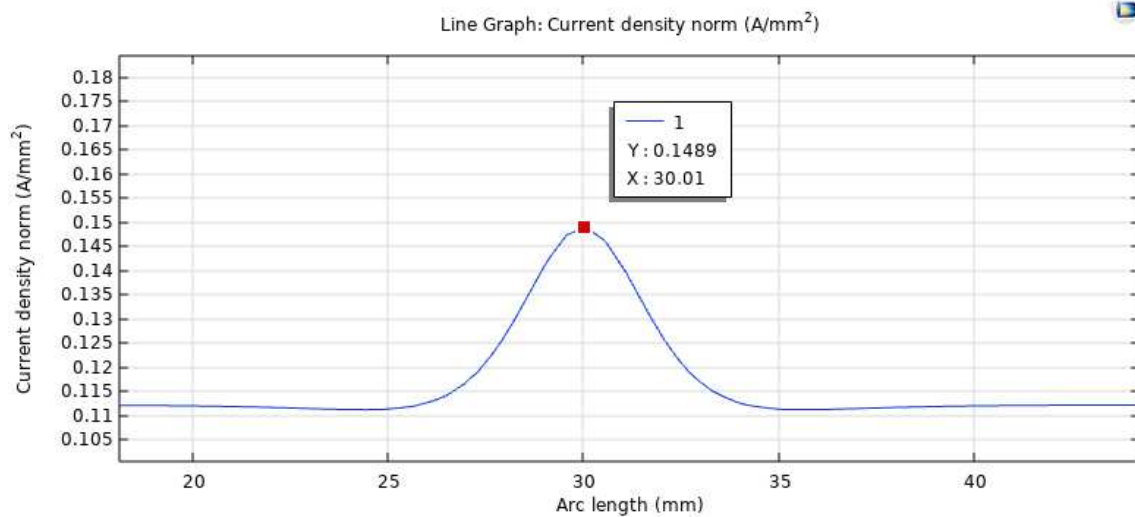


Figura 24 – Captura de valor máximo defeito de 2mm



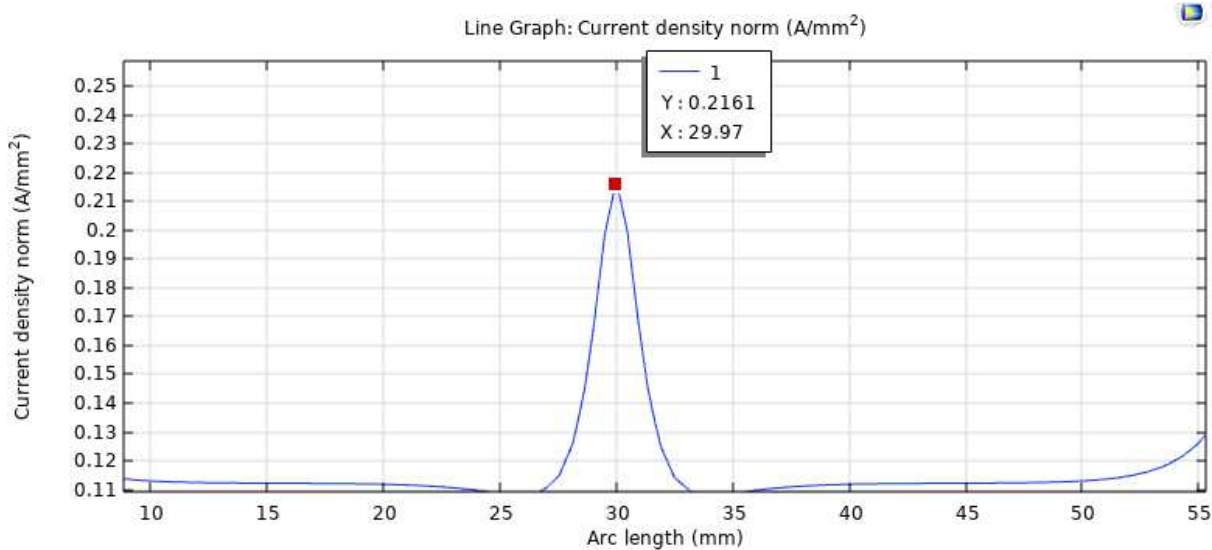
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 25 - Captura de valor máximo defeito de 2,5mm



Fonte: Elaborado pelo autor.

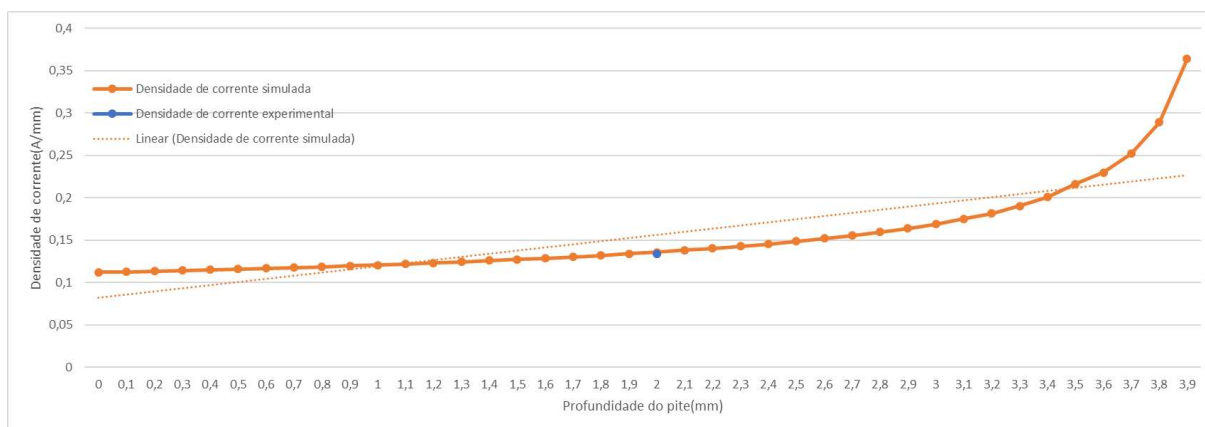
Figura 26 - Captura de valor máximo defeito de 3,5mm



Fonte: Elaborado pelo autor.

5.1 Resultados obtidos na simulação computacional

A primeira etapa do trabalho consistiu na obtenção de dados via simulação no *Comsol Multiphysics*. Foram realizadas análises variando a profundidade do defeito a cada 0,1 mm, registrando-se a respectiva densidade de corrente na superfície. A distribuição desses resultados é apresentada na Figura 27.

Figura 27 – Gráfico Densidade de corrente(A/mm²) x Profundidade de Pite(mm)

Fonte: Elaborado pelo autor.

A análise dos dados revela uma progressão consistente conforme a profundidade do pite aumenta. Os resultados simulados confirmam que a redução da área de seção transversal, provocada pela corrosão, induz um aumento localizado na densidade de corrente. Na figura 27, há um ponto azul que representa o valor do teste real. Além disso, essa linha de tendência evidencia o comportamento linear até uma certa profundidade.

5.2 Resultados obtidos pelo algoritmo em python

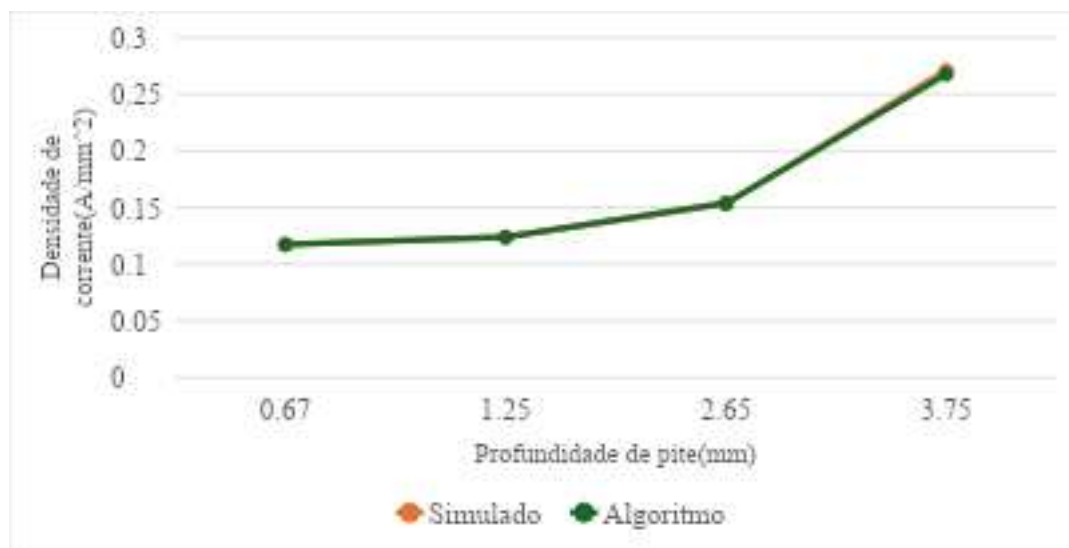
O algoritmo em Python foi configurado para interpolar os dados da Figura 29, permitindo determinar a densidade de corrente para qualquer profundidade de defeito dentro do domínio analisado. A escolha pela interpolação por splines cúbicas visou minimizar erros de aproximação nos intervalos entre os pontos da malha original (0,1 mm). Para quantificar a eficácia dessa abordagem, realizou-se um estudo comparativo (Tabela 3 e Figura 28) utilizando pontos de verificação aleatórios que não pertenciam ao banco de dados inicial. Essa estratégia permitiu calcular o erro relativo entre o valor interpolado e o valor simulado rigorosamente, atestando a confiabilidade da ferramenta computacional desenvolvida.

Tabela 3 - Comparação resultados simulados x algoritmo

Profundidade de Pite(mm)	Resultados Simulados	Resultados Algoritmo	Erro (%)
0,67	0,1175	0,1175	0,0%
1,25	0,1239	0,1239	0,0%
2,65	0,1535	0,1539	0,3%
3,75	0,2711	0,2678	1,2%

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 28 - Gráfico Comparação resultados simulados x algoritmo



Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados da Tabela 3 confirmam que o método é confiável para essa comparação. Para as profundidades de 0,67 mm e 1,25 mm, o algoritmo acertou o valor. Mesmo no pior caso, o erro foi de apenas 0,33%. Isso prova que as Splines Cúbicas conseguem calcular com precisão os valores intermediários que não foram simulados, validando o funcionamento do código.

5.3 Análise com o resultado experimental

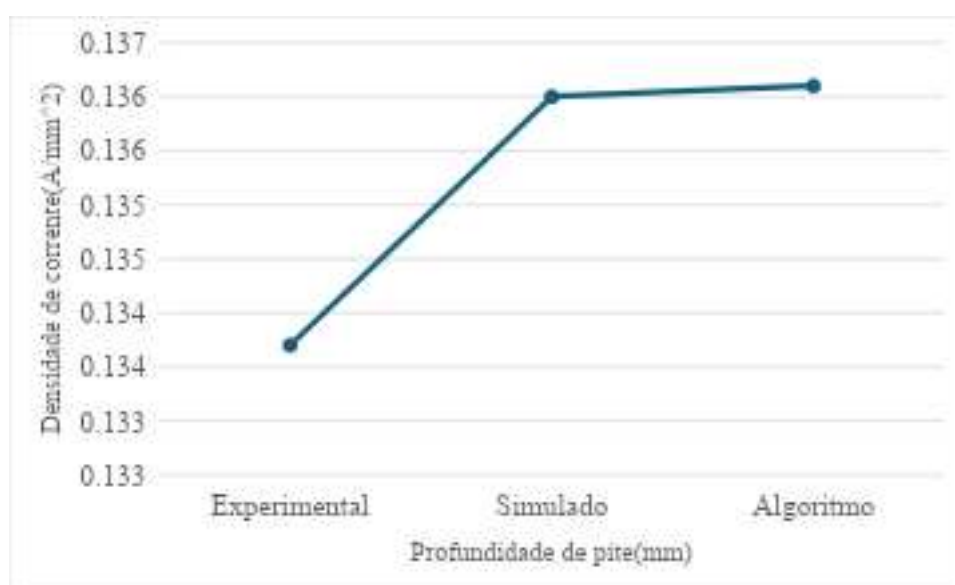
Para validar a confiabilidade do modelo computacional, os resultados obtidos via simulação e algoritmo foram confrontados com dados experimentais de um corpo de prova real. O ensaio de referência utilizou um defeito controlado com geometria conhecida (pite com 4,8 mm de diâmetro e 2,0 mm de profundidade). Para provar que a interpolação funciona, realizamos um teste prático: removemos o valor de 2,0 mm do banco de dados do programa. O objetivo foi testar o algoritmo a descobrir esse valor, calculando-o apenas com base nos pontos vizinhos, sem ter acesso à resposta original da simulação. A Tabela 4 apresenta o comparativo direto entre a leitura obtida no ensaio de Queda de Potencial e a predição realizada pelo modelo.

Tabela 4 - Comparação resultados de densidade de corrente experimental x simulado x algoritmo

Experimental	Simulado	Algoritmo	Erro Simulado (%)	Erro Algoritmo (%)
0,1337	0,136	0,1361	1,72%	1,80%

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 29 - Gráfico Comparação resultados de densidade de corrente experimental x simulado x algoritmo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O resultado do “teste cego” foi determinante para a validação do código para descobrir a densidade de corrente com base na profundidade do pite. Mesmo sem ter o dado de 2,0 mm em sua base de conhecimento, o algoritmo previu o valor de 0,1361, com um valor muito próximo ao do simulado e um erro muito pequeno em relação ao experimental.

5.4 Validação final do algoritmo

Por fim, realizou-se a validação funcional do algoritmo na sua aplicação principal: a predição da profundidade do dano. Nesta etapa, simulou-se um cenário real de inspeção em campo, onde o operador possui apenas a leitura elétrica e necessita determinar a gravidade do

defeito. Para isso, inverteu-se a lógica do código. Onde o código recebe o valor da densidade de corrente e mostra o valor da profundidade do pite.

Tabela 5 - Comparação resultados de profundidades de pite experimental x algoritmo

Experimental	Algoritmo	Erro (%)
2	1,8846	5,77%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com base nos resultados da Tabela 5, avaliou-se a eficácia do algoritmo sob a ótica da integridade estrutural. Para isso, utilizou-se o critério de classificação de danos proposto por Cheriet [10] (Tabela 1), que define nível de severidade baseados no diâmetro do dano e na profundidade.

A espessura do corpo de prova tem 4,8 mm, foram calculados os níveis de severidade na Tabela 6.

Tabela 6 – Comparação da classificação do pite

Diâmetro(mm)	Profundidade(mm)	Razão Profundidade do Pite/ Espessura do Tubo	Classificação
4,8	2	41,7%	Severa
4,8	1,8446	38,4%	Severa

Fonte: Elaborado pelo autor.

Conforme a Tabela 6, tanto o valor real quanto o calculado pelo algoritmo situam-se na faixa entre 30% e 50% de profundidade, classificando o defeito como Severo. Esse resultado comprova a eficácia prática da ferramenta: mesmo com um pequeno erro de 5,77%, o sistema acertou a gravidade do dano. O uso desses dados para a classificação dos pites favorece o planejamento assertivo de medidas corretivas e preventivas.

7. CONCLUSÃO

O presente estudo teve como objetivo desenvolver uma metodologia para a estimativa da profundidade de pites em arames de aço carbono, fundamentada na integração entre a técnica de queda de potencial, a modelagem computacional e a programação em Python. A simulação computacional realizada no software *Comsol Multiphysics* modelou o comportamento eletromagnético do arame de um *riser* flexível quando submetido ao ensaio de queda de potencial. Os resultados das análises demonstraram uma correlação física direta: à medida que a profundidade do pite aumenta, observa-se uma elevação proporcional na densidade de corrente elétrica na superfície. Com base nesse comportamento, o algoritmo desenvolvido em python demonstrou capacidade de generalização, calculando a profundidade com um erro residual reduzido, inclusive para valores que não constavam previamente em sua base de dados de treinamento.

A validação da eficácia do método foi confirmada através da comparação quantitativa com os resultados experimentais. Ao ser submetido à análise de um defeito real de 2,00 mm, o código estimou uma profundidade de 1,88 mm, apresentando um erro residual de 5,77%, o que configura um nível de precisão satisfatório para o escopo deste trabalho. Contudo, o resultado de maior relevância prática foi a consistência na análise qualitativa de risco, visto que a ferramenta computacional classificou o defeito na mesma categoria de gravidade ("Severo") atribuída pelo teste real. Conclui-se, portanto, que a ferramenta aplicada a este estudo de caso gerou resultados positivos, provando ser capaz de converter leituras de densidade de corrente em diagnósticos dimensionais e de integridade compatíveis com a realidade experimental.

6. REFERENCIAS

1. GENTIL, Vicente. Corrosão. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1996. GODOY, Arilda Schmidt. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. *Revista de Administração de Empresas*, São Paulo, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/262479939_Pesquisa_qualitativa_tipos_fundamentais. Acesso em: 02 dez. 2025.
2. PINTO, George L. S. et al. A non-intrusive system to classify the severity of damages caused by internal corrosion using the potential drop technique and electrical image mapping. *Journal of Integrated Circuits and Systems*, [s.l.], v. 15, n. 3, p. 1–9, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.29292/jics.v15i3.181>. Acesso em: 01 dez. 2025.
3. COMBINED OPS. The PLUTO Project: Pipeline Under The Ocean. [S.l.: s.n., s.d.]. Disponível em: <https://www.combinedops.com/pluto.htm>. Acesso em: 1 dez. 2025.
4. BAI, Yong; BAI, Qiang. Chapter 28 - Flexible Risers and Flowlines. *In*: BAI, Yong; BAI, Qiang. *Subsea Pipelines and Risers*. Elsevier Science Ltd, 2005. p. 497-507. ISBN 9780080445663. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080445663500300>.
5. BALING STEEL. 3LPE Coated Pipe. [S.l.: s.n.], [20--?]. Disponível em: <https://baling-steel.com/pt/3lpe-coated-pipe/>. Acesso em: 15 dez. 2025.
6. VIP VALVES. FBE – Fusion Bonded Epoxy. [S.l.: s.n.], [20--?]. Disponível em: <https://www.vippesaro.com/services/fbe-fusion-bonded-epoxy>. Acesso em: 15 dez. 2025.
7. BRASIL. Linha flexível de conduto submarino para extração de petróleo e gás natural. BRPI0500075B1, 22 dez. 2005. Disponível em: <https://patents.google.com/patent/BRPI0500075B1>. Acesso em: 1 dez. 2025.
8. COELHO, Paloma Pereira da Silva. Estudo da susceptibilidade à corrosão sob tensão em atmosfera de H₂S das armaduras de tração de dutos flexíveis. 2013. 57 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica e Tecnologia de Materiais) – Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET/RJ), Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: <https://dippg.cefet-rj.br/ppemm/attachments/article/256/2013DissertacaoPalomaCoelho.pdf>. Acesso em: 10 dez 2025.
9. CASAPRIMA, Nicholas de Araujo Gonzalez. Aplicação da Otimização em Configurações de Risers. 2017. Projeto de Graduação (Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de

- Janeiro, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/34721/34721.PDF>. Acesso em: 01 jan. 2026.
10. CAMPOS, Emanuel Seixas. Utilização da técnica de potential drop para a detecção de trincas de HIC em arames de aço carbono de dutos flexíveis em meio contendo H₂S. 2024. Tese (Doutorado em Engenharia Metalúrgica e de Materiais) – Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2024. Acesso em: 01 dez. 2025.
 11. NTNU; 4SUBSEA; MARINTEK. Handbook Flexible Pipes 3.0 – Volume 1: Annulus Environment and Corrosion. [S.l.: s.n., s.d.]. Disponível em: <https://pdfcoffee.com/handbook-flexiblepipes-30-volume1-pdf-free.html>. Acesso em: 1 dez. 2025.
 12. CHERIET, Nabil; BACHA, Nacer Eddine; SKENDER, Abdelhak. Knowledge base system (KBS) applied on corrosion damage assessment on metallic structure pipes. *Heliyon*, [s.l.], v. 4, e00865, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2018.e00865>. Acesso em: 14 dez. 2025.
 13. KOT ENGENHARIA. Conheça a Inspeção Baseada em Risco (RBI). [S.l.: s.n., s.d.]. Disponível em: <https://kotengenharia.com.br/en/inspecao-baseada-em-risco-conheca-a-metodologia-rbi/>. Acesso em: 1 dez 2026.
 14. CALLISTER, William D.; RETHWISCH, David G. Ciência e engenharia de materiais: uma introdução. 9. ed. Tradução de Sergio Murilo Stamile Soares. Rio de Janeiro: LTC, 2016.
 15. LOGAN, Daryl L. *A first course in the finite element method*. 5. ed. Stamford: Cengage Learning, 2011. Acesso em: 23 dez de 2025.
 16. ZIENKIEWICZ, Olgierd C.; TAYLOR, Robert L.; ZHU, J. Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 7. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2013. Acesso em: 23 dez de 2025.
 17. FISHWICK, Paul A. *Simulation Model Design and Execution: Building Digital Worlds*. 1. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1995. Acesso em: 23 dez de 2025.
 18. GODOY, Arilda Schmidt. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. *Revista de Administração de Empresas*, São Paulo, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/262479939_Pesquisa_qualitativa_tipos_fundamentais. Acesso em: 02 jan. 2026.
 19. LYMBEROPOULOS, Alexandre. Interpolação Polinomial: Splines Cúbicos. São Paulo: Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP),

[s.d.]. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/mat/2458/textos/splines.pdf>. Acesso em: 30 dez. 2025.

20. SIQUEIRA, José. Interpolação Spline Cúbico com Controle de Tensão. [S.l.: s.n., 20--?]. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Jose-Siqueira-18/publication/326531230_INTERPOLACAO_SPLINE_CUBICO_COM_CONTROLE_D. Acesso em: 1 dez. 2025.