



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS RUSSAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

FRANCISCO DENILSON CORDEIRO DA SILVA

UTILIZAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA OTIMIZAR O
PLANEJAMENTO DE ATIVIDADES EM BANANAIS

RUSSAS

2026

FRANCISCO DENILSON CORDEIRO DA SILVA

UTILIZAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA OTIMIZAR O PLANEJAMENTO
DE ATIVIDADES EM BANANAIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Graduação em Ciência da computação
do Campus russas da Universidade Federal do
Ceará, como requisito parcial à obtenção do
grau de bacharel em Ciência da computação.

Orientador: Prof. Dr. Pablo Luiz Braga
Soares

RUSSAS

2026

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S58u Silva, Francisco Denilson Cordeiro da.
Utilização de Modelagem Matemática Para Otimizar o Planejamento De Atividades Em Bananais /
Francisco Denilson Cordeiro da Silva. – 2026.
59 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Russas,
Curso de Ciência da Computação, Russas, 2026.
Orientação: Prof. Dr. Pablo Luiz Braga Soares.

1. Programação Linear. 2. Otimização. 3. Fruticultura. 4. Alocação. I. Título.

CDD 005

FRANCISCO DENILSON CORDEIRO DA SILVA

UTILIZAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA OTIMIZAR O PLANEJAMENTO
DE ATIVIDADES EM BANANAIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Graduação em Ciência da computação
do Campus russas da Universidade Federal do
Ceará, como requisito parcial à obtenção do
grau de bacharel em Ciência da computação.

Aprovada em: 26/01/2026

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Pablo Luiz Braga Soares (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Cenez Araújo de Rezende
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Mayrton Dias de Queiroz
Universidade Federal do Ceará (UFC)

À minha família e colegas, pelo apoio ao longo
desses quatro anos de curso.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Francisco Damião e Francisca Djanira, pelo suporte contínuo durante todo o período do curso, em especial à minha mãe, que me auxiliou a pagar a mensalidade do ônibus quando eu não conseguia fazê-lo por conta própria.

À minha irmã Débora, ao seu marido Adriano e à minha sobrinha Amanda, que me acolheram em sua residência durante o período do curso, proporcionando um lar próximo da rota do ônibus. Agradeço por me fazerem sentir acolhido em um ambiente aconchegante e agradável, e por todos os momentos divertidos, que me ajudaram a aliviar o peso da rotina acadêmica. Sem vocês, eu jamais teria conseguido dar este primeiro passo na minha carreira acadêmica. Muito obrigado.

Aos meus amigos e colegas que compartilharam comigo as experiências destes quatro anos. Em especial, agradeço a Allan Cardoso, Armando Vinícius, Antônio Lisboa, Éverton da Cunha, Isis Lavor, Marcos Gregory, Murilo Caires, Pedro Henrique e Vitor Freitas. Nossas breves interações ao longo do percurso tornaram tudo muito mais memorável. Graças a vocês, esses quatro anos foram consideravelmente mais agradáveis do que seriam sem a companhia de cada um.

À Universidade Federal do Ceará (UFC), pela oportunidade de cursar Ciências da Computação em um campus próximo ao meu município, pelas experiências vividas, pelos conhecimentos adquiridos por meio dos projetos e disciplinas, e pelas pessoas incríveis que conheci ao longo da graduação.

Ao Prof. Dr. Pablo Luiz Braga Soares, por ter aceitado ser meu orientador durante o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) e por todo o auxílio prestado ao longo deste último ano.

“A liberdade é o único objetivo digno na vida.
Ela é conquistada ao ignorar as coisas que estão
além do nosso controle.”

(Epicteto)

RESUMO

O presente trabalho propõe a otimização do planejamento da alocação de trabalhadores nas atividades do plantio, colheita e armazenamento de bananas, considerando plantações de diferentes portes. O objetivo principal é o desenvolvimento de modelos matemáticos baseados em Programação Linear (PL), levando em conta as restrições presentes nas atividades realizadas nos bananais, desde o preparo da terra até o momento em que os frutos estão prontos para transporte. Apesar de haver pesquisas sobre a temática levando em conta as características de outras plantas, na revisão da literatura não foi possível identificar um trabalho lidando com as particularidades do cultivo da banana, mesmo sendo uma das frutas mais cultivadas no Brasil. Ao final desta pesquisa, foi desenvolvida uma solução envolvendo dois modelos: um voltado ao agendamento das atividades em plantações de banana e outro destinado à alocação de trabalhadores às atividades previamente agendadas. Por meio da execução de uma série de experimentos envolvendo variações em discriminantes, tais como o número de lotes, de funcionários e o tamanho do horizonte de planejamento das instâncias, foram obtidos dados empíricos que permitiram a análise das principais características e limitações desses modelos quanto à sua aplicação prática.

Palavras-chave: programação linear; otimização; fruticultura; alocação.

ABSTRACT

This paper aims to optimize the planning of labor allocation for activities related to the planting, harvesting, and storage of bananas, considering plantations of different sizes. The main objective is to develop mathematical models based on Linear Programming, taking into account the constraints inherent to the activities carried out in banana plantations, from soil preparation to the stage in which the fruit is ready for transportation. Although there are studies addressing similar problems in other agricultural crops, the literature review did not identify works that consider the specific characteristics of banana cultivation, despite it being one of the most widely grown fruits in Brazil. As a result of this research, two models are developed: one focused on the scheduling of activities in banana plantations and another aimed at the allocation of workers to the previously scheduled activities. Finally, the characteristics and practical limitations of these models for real-world applications are discussed.

Keywords: linear programming; optimization; orcharding; allocation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Elementos que influenciam a cadeia de suprimento de frutas frescas	20
Figura 2 – Fluxograma da metodologia	32
Figura 3 – Execução em duas fases	37
Figura 4 – Lógica para criação de instâncias	45
Figura 5 – Caso base, lote 1	46
Figura 6 – Caso base, lote 2	46
Figura 7 – Caso base, lote 3	46
Figura 8 – Caso base, lote 4	47
Figura 9 – Funcionários alocados em cada dia para atividades em um dos lote	48
Figura 10 – Limitações de memória	50
Figura 11 – Tempos de execução em cada fase	51
Figura 12 – Picos de memória em cada fase	51

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Saída do modelo de exemplo	24
Tabela 2 – Bases de dados utilizadas na pesquisa	26
Tabela 3 – Resultados da condução	27
Tabela 4 – Comparação técnica entre trabalhos da literatura e a pesquisa proposta . . .	30
Tabela 5 – Indexações utilizadas	42
Tabela 6 – Parâmetros fixos relacionados as atividades	43
Tabela 7 – <i>Status</i> de instâncias (Fase 1)	48
Tabela 8 – <i>Status</i> de instâncias (Fase 2)	48

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

GRASP	<i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure</i>
PL	Programação Linear
PLB	Programação Linear Binária
PLI	Programação Linear Inteira
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PLMO	Programação Linear Com Múltiplos Objetivos

LISTA DE SÍMBOLOS

$R_{j,a,d}$	Determina se atividade a pode ser iniciada no lote j para o dia d .
$W_{j,a,d}$	Determina se houve conclusão de a no lote j e dia d .
$V_{j,a,d}$	Quantos funcionários estarão realizando a no lote j e dia d .
$Z_{i,j,a,d}$	Quais funcionários iniciaram a atividade a no lote j e dia d .
$X_{i,j,a,d}$	Alocação dos funcionários indicados em Z até a conclusão da atividade.
D	Horizonte de planejamento.
I	Conjunto de funcionários.
J	Conjunto de lotes.
A	Conjunto de atividades.
A_p	Subconjunto das atividades periódicas.
A_o	Subconjunto das atividades que ocorrem apenas uma vez.
A_c	Subconjunto das atividades condicionais.
B	Conjunto de variedades de bananas.
LT_j	Variedade de banana plantada no lote j .
F_a	Mínimo de funcionários para executar atividade a .
PA_a	Periodicidade da atividade a .
P_a	Produtividade para um funcionário.
$PE_{j,a}$	Produtividade total para conclusão de atividade a no lote j .
$S_{a,b}$	Início da atividade a para a variante b de banana.
$Prec_a$	Atividades que precedem a .
$Cond_a$	Atividade condicionada a conclusão de a .
$\mathfrak{A}$	Espaço de busca binário para a Fase 1.
$\mathfrak{B}$	Espaço de busca binário para a Fase 2.
$\mathfrak{C}$	Espaço de busca binário para o modelo unificado.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Justificativa	16
1.2	Objetivos	16
1.2.1	<i>Objetivo Geral</i>	17
1.2.2	<i>Objetivos Específicos</i>	17
1.3	Estrutura do Documento	17
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1	Cultura de bananas	19
2.1.1	<i>Produção</i>	20
2.1.2	<i>Colheita</i>	21
2.1.3	<i>Armazenamento</i>	21
2.2	Programação Linear	21
2.2.1	<i>Variações da Programação Linear</i>	22
2.2.2	<i>Exemplo de modelo</i>	23
2.2.2.1	<i>Parâmetros</i>	23
2.2.2.2	<i>Variáveis de decisão</i>	23
2.2.2.3	<i>Função objetivo</i>	24
2.2.2.4	<i>Restrições</i>	24
2.2.2.5	<i>Saída</i>	24
3	REVISÃO DA LITERATURA	25
3.1	Planejamento	25
3.1.1	<i>Questões de pesquisa</i>	25
3.1.2	<i>Termos para busca</i>	25
3.1.3	<i>Bases de dados</i>	26
3.1.4	<i>Critérios de inclusão</i>	26
3.1.5	<i>Critérios de exclusão</i>	26
3.2	Condução	27
3.3	Artigos incluídos na revisão	27
3.4	Trabalhos Relacionados	28

3.4.1	<i>Multi-objective optimization for integrated sugarcane cultivation and harvesting planning</i>	28
3.4.2	<i>Optimizing tactical harvest planning for multiple fruit orchards using a metaheuristic modeling approach</i>	29
3.4.3	<i>Comparação</i>	29
4	METODOLOGIA	31
5	SOLUÇÃO DESENVOLVIDA	33
5.1	Parâmetros para o funcionamento dos modelos	33
5.2	Modelos	34
5.2.1	<i>Modelo para agendamento de atividades (Fase 1)</i>	37
5.2.1.1	<i>Variáveis</i>	37
5.2.1.2	<i>Função objetivo e restrições</i>	38
5.2.2	<i>Modelo para alocação de funcionários (Fase 2)</i>	40
5.2.2.1	<i>Variáveis</i>	40
5.2.2.2	<i>Função objetivo e restrições</i>	41
6	RESULTADOS	42
6.1	Ambiente de Trabalho	42
6.2	Experimentos	42
6.2.1	<i>Construção do cenário base</i>	42
6.2.2	<i>Descrição dos experimentos</i>	44
6.3	Condução e discussão dos resultados	45
6.3.1	<i>Resultados ótimos</i>	48
6.3.2	<i>Tempo e memória</i>	50
6.3.3	<i>Relação entre trabalhadores e lotes</i>	52
6.3.4	<i>Comportamento em relação ao crescimento do horizonte de planejamento</i>	53
7	CONCLUSÃO	54
7.1	Trabalhos futuros	54
	REFERÊNCIAS	56
	APÊNDICE A – Questões de entrevista	58

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta a introdução deste trabalho, contextualizando a importância da gestão eficiente de recursos humanos no cultivo de bananas. Inicialmente, são discutidos o cenário da fruticultura e os desafios no planejamento das atividades agrícolas. Na sequência, detalham-se a justificativa da pesquisa, os objetivos que nortearam o estudo e a organização estrutural deste documento.

Durante o processo de cultivo de frutas, diversas decisões importantes relacionadas ao plantio, colheita, armazenamento e transporte são tomadas e impactam diretamente a qualidade e a quantidade dos frutos colhidos. Algumas dessas decisões, como aquelas associadas ao plantio de espécies perenes, ou seja, que produzem por vários ciclos ao longo do tempo, têm seus efeitos observados apenas meses após a sua execução. Outras, como as associadas à colheita e armazenamento, afetam diretamente a qualidade do produto e, consequentemente, a renda do produtor. Diante desse cenário, a gestão adequada dos recursos disponíveis é essencial para a rentabilidade do produtor.

Diante da complexidade e da importância envolvidas na tomada dessas decisões, torna-se essencial o desenvolvimento de ferramentas que auxiliem os produtores no processo de planejamento. Nesse contexto, um recurso fundamental a ser considerado é a mão de obra e sua alocação eficiente ao longo de todas as etapas do cultivo. Assim, esta pesquisa teve como objetivo desenvolver uma solução envolvendo modelos de Programação Linear Inteira (PLI) e Programação Linear Binária (PLB) que ofereça suporte à tomada de decisões relacionadas à alocação de recursos humanos durante o cultivo de bananas em pequenos e médios bananais.

Para contextualizar a importância dessa cultura, segundo Vidal (2023), a banana é a fruta mais cultivada nas áreas de atuação do Banco do Nordeste do Brasil, que compreendem toda a região Nordeste, além do norte de Minas Gerais e do Espírito Santo. Trata-se de um alimento amplamente consumido pela população, especialmente por famílias de baixa renda, devido ao seu baixo custo e elevado valor nutritivo. De acordo com o manual de cultivo da banana publicado pela EMBRAPA (Borges *et al.*, 2006), uma única unidade da fruta fornece cerca de um quarto da ingestão diária recomendada de vitamina C para crianças, além de conter vitaminas A e do complexo B, alto teor de potássio, baixo teor de sódio e ausência de colesterol.

1.1 Justificativa

O Brasil é um dos maiores produtores de frutas do mundo, ocupando a terceira posição no *ranking* global, atrás apenas da China e da Índia, que ocupam o primeiro e segundo lugar, respectivamente (Vidal, 2023). Apesar dessa forte presença na produção mundial, observa-se uma escassez de pesquisas voltadas ao desenvolvimento de ferramentas que auxiliem os agricultores na tomada de decisões, especialmente no que se refere à aplicação de modelos de otimização no contexto da fruticultura.

Essa lacuna foi evidenciada na revisão da literatura, a qual revelou uma baixa disponibilidade de publicações sobre o tema nas bases de dados, especialmente quando utilizados termos de busca em português. Utilizando o equivalente em português dos termos especificados na Subseção 3.1.2 no Portal de Periódicos da CAPES, um agregador de bases de dados para pesquisas acadêmicas, a baixa incidência de resultados evidencia tal lacuna.

Embora existam estudos internacionais com foco em culturas como uvas (Ferrer *et al.*, 2008), tomates (Miller *et al.*, 1997) e morangos (Banaeian *et al.*, 2012), trabalhos semelhantes realizados no Brasil são mais escassos. Mais especificamente, não foram encontradas pesquisas que abordem as particularidades da cultura da banana e a alocação de mão de obra nas atividades desenvolvidas em bananais, apesar da reconhecida influência dessas decisões sobre o desempenho produtivo.

Ainda que o uso de modelos matemáticos para suporte à decisão ainda esteja em um estágio inicial na agricultura brasileira, sua aplicação tem se mostrado eficaz em outras áreas, como na logística, especialmente na otimização de rotas, e em diversas etapas da cadeia de suprimentos (Mula *et al.*, 2010).

Dessa forma, esta pesquisa propõe a aplicação de técnicas de modelagem matemática, com foco na PL, ao contexto do cultivo de bananas. O objetivo é representar de forma precisa as restrições e particularidades dessa cultura, visando otimizar a alocação de recursos humanos e, consequentemente, maximizar tanto a quantidade quanto a qualidade dos frutos produzidos.

1.2 Objetivos

Este capítulo tem como propósito expor o objetivo geral da pesquisa, bem como os objetivos específicos que orientam o desenvolvimento das etapas metodológicas.

1.2.1 *Objetivo Geral*

O objetivo principal desta pesquisa foi a formulação e implementação de uma solução envolvendo modelos matemáticos, baseados em PL, com o intuito de auxiliar na tomada de decisões relacionadas à alocação de funcionários em pequenos e médios bananais. Os modelos consideraram as principais áreas funcionais do cultivo, isso é, produção, colheita e armazenamento, incluindo as atividades e restrições associadas a cada uma delas. Para isso, foram coletados os dados necessários para a construção e validação dos modelos propostos.

1.2.2 *Objetivos Específicos*

- Realizar um estudo sobre a produção de banana, incluindo todas as atividades desde o preparo do solo até o plantio, assim como o número de funcionários necessários em cada etapa;
- Pesquisar sobre o processo de colheita dos frutos, identificando as atividades envolvidas e o número de funcionários necessários para sua execução;
- Pesquisar sobre as práticas de armazenamento de bananas após a colheita, incluindo as atividades envolvidas e o número de funcionários necessários;
- Levantar um conjunto inicial de constantes relevantes para a modelagem do problema;
- Identificar um conjunto inicial de possíveis restrições relacionadas às áreas funcionais do cultivo de bananas;
- Preparar conjuntos de dados para testes;
- Elaborar um roteiro de entrevista com profissionais da área, com o objetivo de refinar as restrições inicialmente levantadas;
- Utilização de técnicas de modelagem matemática para desenvolvimento de uma solução.

1.3 Estrutura do Documento

Este documento está organizado em sete capítulos. O Capítulo 1 apresenta a contextualização do problema abordado, a justificativa para a realização desta pesquisa, bem como a definição dos objetivos geral e específicos. No Capítulo 2 são apresentados os principais conceitos teóricos necessários à compreensão do tema proposto. O Capítulo 3 descreve o processo de seleção dos artigos que compõem a revisão da literatura, incluindo as fontes utilizadas e os trabalhos com maior grau de similaridade com esta pesquisa, os quais são apresentados

em maiores detalhes e comparados com a abordagem adotada. No Capítulo 4 é detalhada a metodologia empregada ao longo do desenvolvimento do trabalho. O Capítulo 5 apresenta os dois modelos matemáticos desenvolvidos, seus parâmetros, suas variáveis, restrições e funções objetivo. No Capítulo 6, a solução é testada com base em um conjunto de experimentos, e os resultados obtidos são analisados e discutidos. Por fim, o Capítulo 7 apresenta as considerações finais da pesquisa, bem como trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta seção apresenta os conceitos teóricos fundamentais para o entendimento desta pesquisa, abordando temas diretamente relacionados ao objeto de estudo.

Inicialmente, são discutidas as principais características da cultura da banana, com ênfase nas áreas funcionais cujas atividades de planejamento buscam otimizar. Na sequência, é apresentada a teoria da PL, incluindo seus fundamentos e principais variações.

2.1 Cultura de bananas

Nguyen *et al.* (2021) cita quatro principais elementos que influenciam a cadeia de abastecimento de frutas frescas, apresentados na Figura 1. Esses elementos são definidos como:

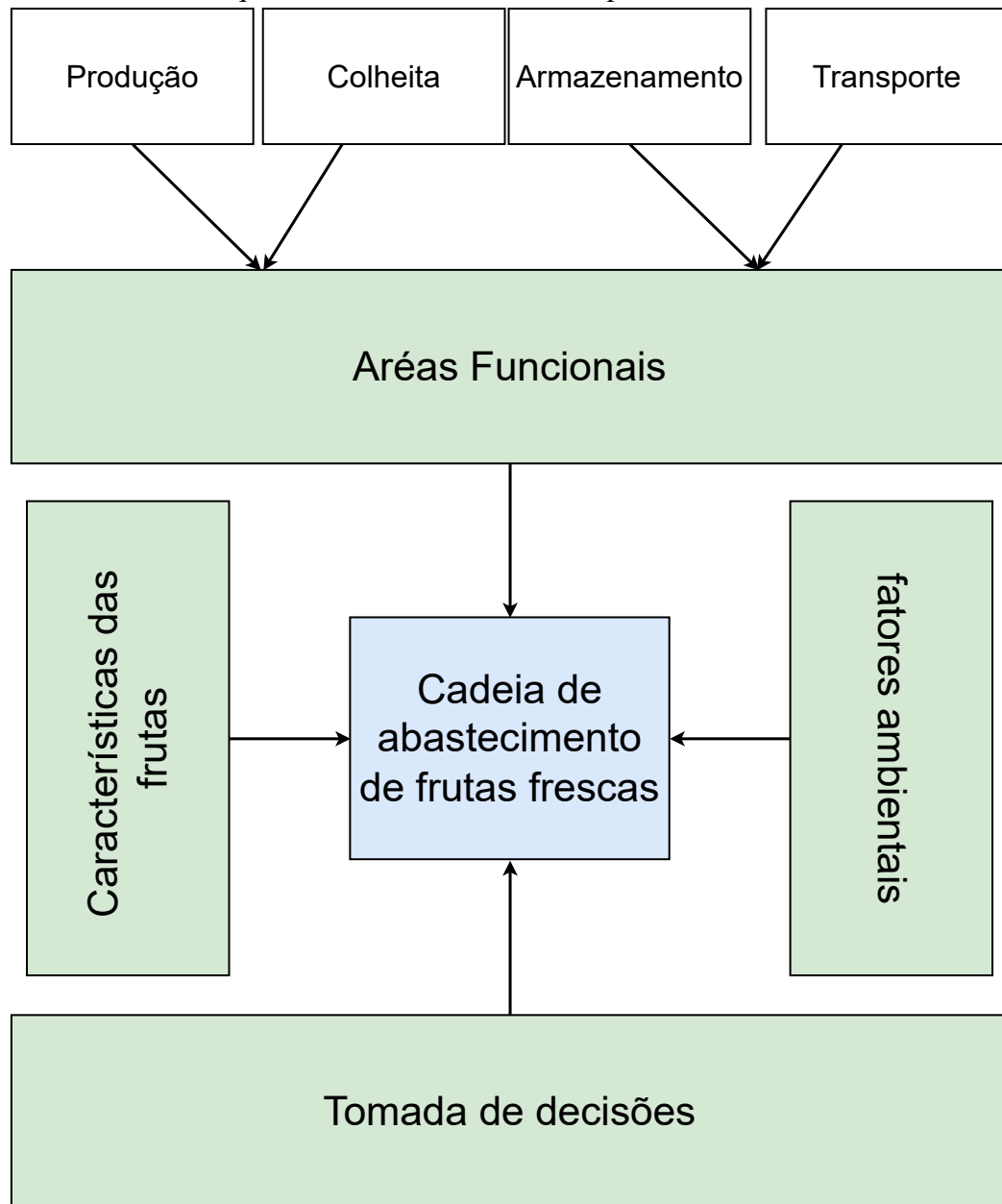
- **Áreas funcionais:** Engloba todas as atividades desde o preparo da terra para a plantação dos frutos até a sua distribuição;
- **Características das frutas:** Refere-se às características biológicas das frutas, como o seu grau de perecibilidade;
- **Fatores ambientais:** Inclui influências do ambiente, como grandes ventanias ou escassez de água;
- **Tomada de decisões:** Compreende todo o planejamento voltado à otimização das áreas funcionais.

Conforme apresentado no Capítulo 1, o principal objetivo desta pesquisa foi a criação de uma solução envolvendo modelagem matemática para auxiliar na tomada de decisões relacionadas ao agendamento de atividades e alocação de funcionários.

Nesta seção, serão descritas com mais detalhes as atividades associadas a cada uma das áreas funcionais anteriormente apresentadas, nas quais os trabalhadores dos bananais são alocados, conforme descrito no manual da EMBRAPA (Borges *et al.*, 2006) para cultivo de bananas, levantamentos empíricos prévios e entrevista.

O escopo delimitado para este trabalho abrange as atividades realizadas pelos funcionários de um bananal que influenciam diretamente a quantidade e a qualidade dos frutos produzidos. Dessa forma, foram consideradas apenas três etapas; a de produção; a de colheita; e a de armazenamento, por serem realizadas dentro da fazenda. A etapa de distribuição, que envolve o transporte até os pontos de venda, não será abordada.

Figura 1 – Elementos que influenciam a cadeia de suprimento de frutas frescas



Fonte: Adaptada de Nguyen *et al.* (2021)

2.1.1 Produção

Refere-se a todo o processo até que os frutos estejam prontos para a colheita, iniciando-se com o preparo da terra para o plantio. Essa preparação inclui atividades como a roçagem (corte de arbustos e vegetação rasteira na área), remoção de tocos de árvores e raízes, formação de coivaras com os resíduos e sua queima. Por fim, a terra é aerada manualmente ou com o uso de maquinário.

Logo após a aeração do terreno, e periodicamente após o plantio, realiza-se a análise do solo, a fim de aplicar fertilizantes e adubos que supram os nutrientes necessários para uma

boa produção. Além disso, a irrigação regular do terreno é essencial.

2.1.2 Colheita

Em um período que varia de 10 a 14 meses após o plantio, dependendo da variedade de banana cultivada, as frutas atingem um estágio em que, embora ainda não estejam completamente maduras, já apresentam desenvolvimento suficiente para continuar o processo de amadurecimento após a colheita. Após essa primeira colheita, a planta principal é cortada, e uma planta filha, que cresceu simultaneamente, passa a ser a próxima a desenvolver frutos. Paralelamente, uma planta neta cresce em conjunto, dando continuidade ao ciclo produtivo, o que permite que colheitas subsequentes ocorram em intervalos de tempo menores do que o da primeira colheita.

O processo de colheita normalmente é realizado por dois trabalhadores (Borges *et al.*, 2006): um corta a penca de bananas enquanto o outro a segura para evitar que caia ao chão. Em algumas variedades de menor porte, a colheita pode ser feita por apenas uma pessoa, apesar de ser menos comum. Após o corte, as pencas são transportadas até o carregador ou ao cabo aéreo.

2.1.3 Armazenamento

Logo após a colheita, os cachos de bananas são levados para uma área sombreada, onde é realizado o processamento inicial. Nessa etapa, é importante evitar que os cachos fiquem amontoados ou em contato direto com o chão, a fim de preservar sua qualidade.

Nesse local, os cachos são divididos em pencas e, posteriormente, em subpencas do tamanho comercial. As frutas passam por um processo de limpeza para remover a nódoa da banana, líquido que pode manchar a casca do fruto. Em seguida, as subpencas são classificadas por qualidade, pesadas e submetidas a tratamento preventivo contra doenças. Por fim, são etiquetadas, embaladas em caixas plásticas e armazenadas em câmara fria até atingirem o ponto ideal de amadurecimento para transporte e comercialização.

2.2 Programação Linear

A PL é uma técnica utilizada em situações nas quais se deseja alocar uma quantidade limitada de recursos a um conjunto de atividades que necessitam desses recursos para sua execução, de forma que essa alocação otimize algum aspecto das operações (Hillier; Lieberman,

2010). Essa técnica baseia-se na modelagem matemática dos aspectos do problema para a obtenção de sua solução. Ainda segundo Hillier e Lieberman (2010), o termo “programação” em Programação Linear não se refere à criação de programas de computador, mas sim ao planejamento de atividades com o objetivo de alcançar determinado resultado da melhor forma possível.

De maneira prática, ao modelar um problema utilizando PL, define-se uma função linear f que depende das variáveis $x_1, x_2, \dots, x_n$, cujo resultado é um valor Z que se deseja otimizar, isto é, maximizar ou minimizar. A otimização do valor de Z está sujeita a um conjunto de restrições $g_1(x_1, \dots, x_n), g_2(x_1, \dots, x_n), \dots, g_m(x_1, \dots, x_n)$, com base nos limites de recursos disponíveis $b_1, b_2, \dots, b_m$. Assim, qualquer problema que possa ser modelado conforme a equação geral (Equação 2.1) pode ser resolvido por meio da PL ou de alguma de suas variações, discutidas a seguir.

$$\text{Otimize: } Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &\square b_1 \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &\square b_2 \\ &\vdots \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) &\square b_m \end{aligned} \tag{2.1}$$

$$\text{Onde: } \square \in \{\leq, =, \geq\}$$

Ainda que uma modelagem como a apresentada acima esteja correta, é comum realizar algumas transformações nas funções do modelo para que ele seja escrito em uma forma normalizada, aceita pela maioria dos *solvers*. Nessa forma, a função objetivo é expressa como uma minimização e as restrições representadas como inequações são convertidas em equações, com a introdução de variáveis de folga, excesso ou artificiais.

2.2.1 Variações da Programação Linear

Existem algumas variações importantes da PL. A PLB é uma delas, em que as variáveis de decisão podem assumir apenas os valores 0 ou 1. Isso significa que, em $f(x_1, \dots, x_n)$, temos $x_1, x_2, \dots, x_n \in \{0, 1\}$. Essa modelagem é comumente utilizada em problemas de decisão e foi utilizada para modelo de alocação de funcionários.

Na PLI, as variáveis são restritas a valores inteiros, isto é, $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{Z}$. Essa abordagem é apropriada para situações em que a solução exige quantidades discretas, como número de pessoas, veículos ou produtos. Essa variação foi utilizada para o modelo de agendamento de atividades.

Quando o modelo contém pelo menos uma variável contínua e uma ou mais variáveis inteiras, ele é classificado como um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Essa forma híbrida é bastante comum em aplicações reais, nas quais se combinam decisões discretas e alocação contínua de recursos.

2.2.2 Exemplo de modelo

Segue-se um exemplo de aplicação de PL para alocação de funcionários em uma empresa, baseado no estudo de (Bhuiyan; Mazumder, 2024). O objetivo do modelo é minimizar o número total de trabalhadores necessários em cada semana.

2.2.2.1 Parâmetros

- q : índice dos dias da semana ($q = 1, 2, \dots, 7$).
- e : dia de início da semana de trabalho de um trabalhador ($e = 1, 2, \dots, 7$).
- k : tipo de trabalhador ($k = 1$: Montador, $k = 2$: Auxiliar, $k = 3$: Pintor).
- t_{qe} : parâmetro binário que indica a disponibilidade de um trabalhador que inicia sua semana no dia e no dia q ,

$$t_{qe} = \begin{cases} 1, & \text{se um trabalhador que inicia no dia } e \text{ trabalha no dia } q, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- r_{qk} : demanda mínima de trabalhadores do tipo k necessária no dia q .

2.2.2.2 Variáveis de decisão

- x_{ek} : variável inteira que representa o número de trabalhadores do tipo k que iniciam sua semana de trabalho no dia e .

2.2.2.3 Função objetivo

Minimizar o número total de trabalhadores alocados:

$$\min z = \sum_{e=1}^7 \sum_{k=1}^3 x_{ek}$$

2.2.2.4 Restrições

Atendimento à demanda diária por tipo de trabalhador:

$$\sum_{e=1}^7 t_{qe} x_{ek} \geq r_{qk}, \quad \forall q = 1, \dots, 7, \quad \forall k = 1, 2, 3$$

2.2.2.5 Saída

Na Figura 1 é mostrado um exemplo de saída para o modelo de exemplo, nela é apresentado o numero de semanas no horizonte de planejamento e a quantidade mínima necessária de cada tipo de funcionário para cada semana.

Tabela 1 – Saída do modelo de exemplo

Semana	Número de trabalhadores		
	Montador	Auxiliar	Pintor
1	28	33	14
2	35	41	19
3	48	58	26
4	54	65	27
5	61	71	31
6	73	87	37
7	80	96	41
8	69	83	35

Fonte: adaptada de Bhuiyan e Mazumder (2024).

3 REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo descreve a busca por artigos relacionados ao tema da pesquisa, realizada em três bases de dados distintas e amplamente reconhecidas pela comunidade científica, com a finalidade de identificar trabalhos relevantes ao objeto de estudo.

3.1 Planejamento

Nesta fase inicial da pesquisa, busca-se identificar publicações que apresentem estreita relação com o tema investigado. A partir dessa triagem preliminar, pretende-se percorrer as referências bibliográficas desses estudos a fim de localizar outros trabalhos relevantes. Essa abordagem metodológica tem como objetivo conduzir a revisão da literatura partindo dos estudos mais específicos e diretamente vinculados ao objeto de estudo, avançando gradativamente em direção a obras com enfoques mais amplos e generalistas.

3.1.1 *Questões de pesquisa*

Durante a busca por publicações para a realização da revisão da literatura, serão incluídas aquelas que possam responder a uma ou mais das seguintes questões de pesquisa.

- **QP1:** Como as técnicas de otimização têm sido utilizadas no planejamento das áreas funcionais na agricultura?
- **QP2:** Quais algoritmos e heurísticas estão sendo empregados no contexto da QP1?
- **QP3:** Quais são as restrições mais relevantes associadas ao planejamento das áreas funcionais na agricultura?

3.1.2 *Termos para busca*

Inicialmente, foi criada uma *string* de busca utilizando lógica booleana com o objetivo de encontrar artigos cujos objetos de estudo fossem fortemente similares ao deste trabalho. Essa *string* foi considerada apropriada devido à sua especificidade e abrangência. A seguir, ela foi adaptada para atender às particularidades das bases de dados utilizadas durante a busca. Por exemplo, a base de dados *Science Direct* não permite um número de conectores booleanos maior que oito, enquanto o repositório institucional da UFC não oferece suporte a este mecanismo.

String formulada: (*'Linear Programming' OR 'Mathematical Modeling' OR Optimization*) AND (*'Human Resource' OR Labor OR Workforce OR Harvest*) AND (*Agriculture OR Farming OR 'Banana Farming' OR Fruits*)

Science Direct: (*"linear programming" OR "mathematical modeling"*) AND (*"human resource" OR labor OR workforce OR harvest*) AND (*agriculture OR farming OR fruits*)

WebOfScience: (*ALL=(linear programming) OR ALL=(mathematical modeling)*) AND (*ALL=(harvest) OR ALL=(labor) OR ALL=(workforce) OR ALL=(human resource)*) AND (*ALL=(agriculture) OR ALL=(farming) OR ALL=(fruits) OR ALL=(banana farming)*)

Repositorio Institucional - UFC : *"Linear Programming, planning, Agriculture"*

3.1.3 Bases de dados

A Tabela 2 apresenta as bases de dados utilizadas na pesquisa, nas quais foram realizadas as buscas por artigos científicos relacionados ao tema deste trabalho.

Tabela 2 – Bases de dados utilizadas na pesquisa

Base de dados	Endereço
<i>Science Direct</i>	https://www.sciencedirect.com/
<i>Web Of Science</i>	https://www.webofscience.com/wos/
Repositório Institucional - UFC	https://www.repositorio.ufc.br/

Fonte: elaborada pelo autor (2025).

3.1.4 Critérios de inclusão

Para que um artigo seja incluído na revisão da literatura deste trabalho, ele deve cumprir com todos os critérios descritos a seguir:

- Utilização de modelagem matemática e técnicas de otimização na produção de frutas ou legumes;
- Artigos que passaram por revisão por pares;
- Artigos disponíveis para *download*, leitura *online* ou na UFC;
- Trabalhos publicados nos últimos dez anos.

3.1.5 Critérios de exclusão

Caso o artigo cumpra com qualquer um dos critérios listados a seguir, ele será excluído da revisão da literatura deste trabalho:

- Não atende a todos os critérios de inclusão;
- Tem como objeto de pesquisa um tema fora das áreas funcionais mencionadas na fundamentação teórica;
- Não aparentar responder a nenhuma das questões de pesquisa;
- Realizado em um idioma diferente do inglês ou português.

3.2 Condução

A Tabela 3 apresenta os resultados da busca realizada nas bases de dados planejadas. Neste primeiro momento, foi realizado o *download* de materiais que, com base nos títulos, apresentavam potencial para cumprir com os critérios de inclusão previamente estabelecidos.

Tabela 3 – Resultados da condução

Base de dados	Downloads
<i>Science Direct</i>	4
<i>Web Of Science</i>	2
Repositório Institucional - UFC	0

Fonte: elaborada pelo autor (2025).

3.3 Artigos incluídos na revisão

Após a realização das buscas nas bases de dados, foi feita uma leitura inicial dos artigos baixados, tendo sido analisados pelo menos os resumos de cada um deles. Com base nos critérios de inclusão e exclusão definidos no planejamento, foi determinado quais trabalhos iriam ser inseridos na revisão da literatura.

Filho *et al.* (2023) apresenta um modelo de programação não linear para o problema do plantio e da colheita da cana-de-açúcar, voltado para a produção de sacarose e biocombustível, levando em consideração as características específicas dessa cultura.

Bilgen e Taşkiner (2025) propõem um modelo de PLIM que engloba tanto o planejamento do processo de colheita das olivas quanto a produção de azeite a partir das mesmas.

Gómez-Lagos *et al.* (2021) desenvolvem um modelo de PLIM para apoiar a colheita de árvores frutíferas, visando minimizar o custo total das operações. O modelo leva em consideração empresas que cultivam simultaneamente diferentes tipos de árvores frutíferas e que compartilham recursos. Devido à complexidade do problema, foi utilizada a meta-heurística *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP) para solucionar as instâncias do

problema em um tempo menor. Posteriormente, Gómez-Lagos *et al.* (2024) propõem um modelo multiobjetivo exato envolvendo três objetivos conflitantes: minimizar os custos da colheita, a perda de frutos e o número de dias de colheita.

A pesquisa de Hakmanage *et al.* (2021) apresenta um modelo de PL para otimizar o uso dos recursos terrestres em diferentes tipos de plantações de vegetais e frutas, incluindo a banana.

Atendendo aos critérios de inclusão, todos esses trabalhos foram incorporados na revisão da literatura para esta pesquisa.

Em contrapartida, apesar de estar relacionado à agricultura, o trabalho de Kord *et al.* (2021) foca principalmente nos quesitos socioeconômicos da utilização dos recursos naturais. Por esse motivo e seguindo os critérios de exclusão, esse artigo não será considerado para a presente pesquisa.

3.4 Trabalhos Relacionados

Nesta seção, é discorrido sobre dois dos artigos vistos durante a revisão da literatura que apresentam um maior grau de similaridade com a pesquisa sendo realizada nesse documento.

3.4.1 *Multi-objective optimization for integrated sugarcane cultivation and harvesting planning*

Os autores em Filho *et al.* (2023) apresentam a formulação de um modelo de PLIM com múltiplos objetivos para o plantio e a colheita da cana-de-açúcar no Brasil. Para isso, ele usa técnicas exatas que permitem um resultado ótimo ao custo de um tempo elevado de computação, levando em consideração que tal planejamento seria utilizado apenas uma vez a cada ciclo de cultivo.

O modelo criado conta com três principais objetivos: a maximização da quantia de sucrose e fibra produzida, a minimização do número de áreas distintas em que está ocorrendo colheita para diminuir o gasto com a movimentação de maquinários entre estas áreas, por fim, ele deseja minimizar os gastos com a movimentação do maquinário entre a área de armazenamento e de colheita. Fica evidente que há um conflito entre esses três objetivos de otimização, sendo necessário que o modelo encontre um “meio termo” que atenda os três objetivos da melhor forma possível.

Para que a implementação deste modelo fosse realizada, os pesquisadores buscaram saber quais eram as principais práticas de cultivo mais utilizadas no país. Esses dados obtidos foram utilizados para a criação de instâncias de diferentes tamanhos para teste.

3.4.2 *Optimizing tactical harvest planning for multiple fruit orchards using a metaheuristic modeling approach*

Gómez-Lagos *et al.* (2021) elaboraram um modelo de PLIM para resolver o problema da minimização dos custos na colheita de frutos em pomares, utilizando a meta-heurística GRASP com o objetivo de obter soluções em menor tempo computacional.

É utilizado um modelo de Programação Linear Com Múltiplos Objetivos (PLMO), tendo três componentes principais: primeiro, os custos da colheita, incluindo despesas com maquinário, trabalhadores permanentes e temporários; segundo, os custos associados ao desperdício de frutas não colhidas a tempo ou que sofreram danos na coleta com maquinários; e terceiro, o número total de dias necessários para a realização da colheita.

Para a construção do modelo, os autores levaram em consideração as características específicas de grandes empresas agrícolas que operam com diferentes tipos de pomares simultaneamente, bem como particularidades individuais das plantas nesses pomares. Entre os exemplos de características consideradas estão, entre outras, as plantas que necessitam de polinização cruzada, as plantas cuja colheita ocorre de forma única e concentrada e as espécies cujos frutos amadurecem em ritmos distintos, exigindo múltiplos períodos de colheita.

3.4.3 *Comparação*

O primeiro artigo (Filho *et al.*, 2023) apresenta semelhanças com o trabalho em desenvolvimento, principalmente pela adoção de algoritmos exatos para a obtenção de soluções ótimas para as instâncias do problema. Os autores justificam o maior tempo de execução desses algoritmos com base na baixa frequência de sua aplicação, uma vez que o processo é executado apenas no momento do planejamento de uma nova temporada de colheita da cana-de-açúcar.

Embora não utilize algoritmos exatos, o segundo artigo (Gómez-Lagos *et al.*, 2021) propõe um plano de otimização voltado para múltiplos pomares com frutas que apresentam diferentes características. Essa abordagem se assemelha ao contexto do cultivo de bananas, que, apesar de envolver uma única espécie de fruta, apresenta diversas variedades com características distintas que precisam ser consideradas no processo de planejamento.

A Tabela 4 apresenta, de forma comparativa, os principais aspectos dos trabalhos incluídos na revisão da literatura em relação à pesquisa em desenvolvimento. A tabela é composta por quatro colunas: a primeira identifica o trabalho analisado, a segunda indica a cultura estudada, a terceira informa se o método empregado é exato e a quarta indica se o estudo está relacionado à alocação de mão de obra nas atividades.

Tabela 4 – Comparação técnica entre trabalhos da literatura e a pesquisa proposta

Trabalho	Cultura	Método	Mão de Obra
Filho <i>et al.</i> (2023)	Cana-de-açúcar	Exato (PLIM)	Sim
Bilgen e Taşkın (2025)	Oliva	Exato (PLIM)	Não
Gómez-Lagos <i>et al.</i> (2021)	Multiculturas	Heurístico (GRASP)	Sim
Gómez-Lagos <i>et al.</i> (2024)	Frutas (Maçã)	Exato (PLMO)	Sim
Hakmanage <i>et al.</i> (2021)	Multiculturas	Exato (PL)	Sim
Pesquisa em desenvolvimento	Banana	Exato (PLIM)	Sim

Fonte: elaborada pelo autor (2026).

4 METODOLOGIA

Neste capítulo, é apresentada a metodologia que foi adotada no desenvolvimento dessa pesquisa. Na Figura 2, é possível observar um diagrama que ilustra, de forma resumida, as etapas da metodologia que serão detalhadas a seguir.

O processo se inicia com a coleta de dados e a criação do modelo matemático. Optou-se por realizar essas duas etapas de forma intercalada. Em vez de concentrar toda a coleta de dados em um primeiro momento e, somente depois, iniciar a modelagem, a abordagem adotada consiste em buscar informações sobre um conjunto específico de atividades, realizar sua modelagem, revisar o modelo e, em seguida, repetir o processo com os demais conjuntos de atividades relacionados às demais áreas funcionais (Figura 1). Esse ciclo iterativo, ilustrado na Figura 2, será conduzido durante as três primeiras semanas do trabalho.

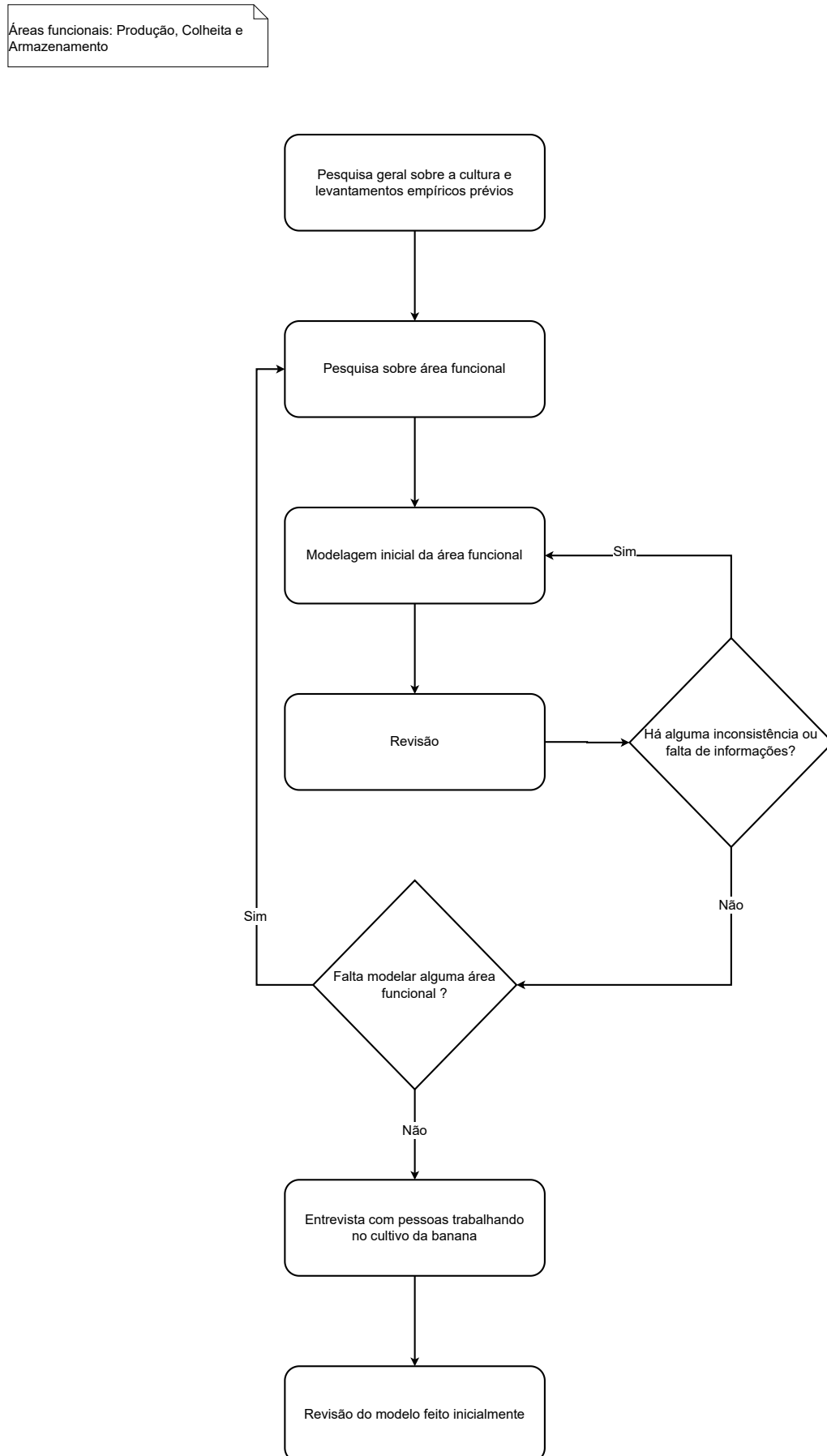
Concluída essa etapa inicial de modelagem, foi realizada a criação de instâncias de teste com diferentes níveis de complexidade. Essa atividade ocorreu, em parte, em paralelo com a etapa anterior, de forma que, à medida que forem obtidas informações, sejam desenvolvidas instâncias preliminares. Um período posterior será reservado para a consolidação dessas instâncias, garantindo representatividade de bananais com diferentes dimensões e realidades operacionais.

Com o modelo matemático e as instâncias de teste definidas, foi possível iniciar a implementação da solução computacional. No entanto, antes disso, foi realizada uma nova revisão da literatura, com o objetivo de assegurar que a abordagem adotada esteja alinhada com o estado da arte.

Com as etapas anteriores devidamente concluídas, foi possível realizar uma implementação inicial do modelo e a execução dos testes correspondentes.

Por fim, para validar as características do modelo e refinar as restrições já levantadas, foi conduzida uma entrevista com um profissional atuante na área. Para tal, foi necessária a transcrição das informações do modelo em linguagem natural, bem como a elaboração de um roteiro de entrevistas baseado nessas descrições.

Figura 2 – Fluxograma da metodologia



5 SOLUÇÃO DESENVOLVIDA

Neste capítulo é apresentada a solução desenvolvida durante a execução das atividades planejadas para esta pesquisa. Primeiramente, são descritos os parâmetros e as variáveis utilizados nos modelos propostos. Em seguida, são apresentadas as principais características da solução, incluindo sua estrutura, bem como as variáveis, restrições e funções objetivo associadas a cada modelo.

5.1 Parâmetros para o funcionamento dos modelos

Todos os parâmetros utilizados para o funcionamento do modelo são descritos a seguir:

- $D :=$ Horizonte de planejamento do modelo, representado por um conjunto de dias discretos indexados a partir de zero. Assim, $d \in D$ representa o dia $d + 1$ do planejamento.
- $I :=$ Conjunto de funcionários contratados, sendo $i \in I$ um funcionário individual do bananal.
- $J :=$ Conjunto de lotes considerados no planejamento. Apesar de existir um tamanho mínimo para que uma área seja considerada um lote, não há um tamanho máximo definido. Segundo a entrevista realizada, na fazenda em que o entrevistado trabalha, cada lote possui, em média, 5 hectares.
- $A :=$ Conjunto de todas as atividades a serem realizadas no bananal.
- $A_p \subseteq A :=$ Subconjunto de atividades realizadas de forma periódica, como o controle de pragas e a colheita dos frutos.
- $A_o \subseteq A :=$ Subconjunto de atividades realizadas apenas uma vez, como o preparo da terra e o plantio.
- $A_c \subseteq A :=$ Subconjunto de atividades onde a execução de uma outra atividade é condição para a sua execução.
- $B :=$ Conjunto de variedades de bananas plantadas em cada lote do bananal
- $LT_j :=$ Tipo de banana plantada no lote j .
- $F_a :=$ Número mínimo de funcionários necessários para a execução de uma atividade $a \in A$. Ao longo do documento, esse conjunto mínimo de funcionários será denominado unidade de trabalho.
- $PA_a :=$ Periodicidade da atividade a . Se a periodicidade de uma atividade $a \in A$ é igual

a y, a cada y dias após o seu inicio há uma janela de 7 dias ao qual a atividade deve ser iniciada.

- P_a := Produtividade diária esperada de uma unidade de trabalho ao executar a atividade $a \in A$, representando a área que pode ser coberta em um dia de trabalho.
- $PE_{j,a}$:= Produtividade total necessária para a conclusão da atividade $a \in A$ em um lote $j \in J$.
- $S_{a,b}$:= Dia de início a partir do qual a atividade periódica $a \in A_p$ passa a ser realizada em lotes que plantem a variedade $b \in B$ de bananas.
- $Prec_a$:= Conjuntos de atividades cujo a execução devem preceder a execução de uma atividade $a \in A$
- $Cond_a$:= Atividade condicionadas a outra atividade $a \in A_c$, isso é, se a ocorre em uma dia $d \in D$ então $Cond_a$ também ocorre para o mesmo d .
- $L_{j,a}$:= Define a quantidade de dias contíguos em que cada uma atividade deve ocorrer em cada lote. Onde, $L_{j,a} = \left\lceil \frac{PE_{j,a}}{P_a} \right\rceil$ para $a \in A \setminus A_c$ e $L_{j,cond_a} = L_{j,a}$ para $a \in A_c$

5.2 Modelos

Em um momento inicial da pesquisa, foi pensado um único modelo que realizava simultaneamente o agendamento das atividades e a alocação dos funcionários. Durante os testes iniciais, observou-se que, para valores elevados de $|I|$ e $|J|$, ainda realistas para grandes propriedades, o algoritmo apresentava tempos de resolução excessivos.

Diante disso, optou-se por criar uma solução em duas fases, utilizando uma configuração inspirada no padrão arquitetural *filters and pipes*, por meio da decomposição do modelo original em dois modelos especializados: um destinado ao agendamento das atividades e outro à alocação dos funcionários. O resultado da primeira fase é direcionado para o modelo da segunda fase por meio de uma constante $ATIVO_{j,a,d}$. Como resultado final do processo em duas fases, obtém-se uma agenda completa para todos os lotes. A Figura 3 apresenta um diagrama que ilustra a configuração descrita.

Essa decisão resultou em uma redução significativa do custo computacional. A análise da saída do *solver* utilizado revelou os seguintes valores para uma instância com $D = \{0, \dots, 179\}$, $I = \{0, \dots, 24\}$ e $J = \{0, \dots, 5\}$:

- **Fase 1: Agendamento de Atividades**

- Restrições: 35892

- Variáveis: 20257
- **Fase 2: Alocação de Funcionários**
 - Restrições: 1170
 - Variáveis: 3725
- **Modelo Unificado**
 - Restrições: 44754
 - Variáveis: 94393

Observa-se que, mesmo somando o número de variáveis e restrições dos modelos das duas fases, os valores permanecem inferiores aos do modelo unificado. Essa diferença não é uma coincidência, mas sim uma consequência direta da redução do espaço de busca induzida pela decomposição do problema.

Considere que, para uma instância arbitrária, as variáveis de decisão binárias R , W e X possuam, respectivamente, n_r , n_w e n_x variáveis. No modelo, isso resulta em um espaço de busca binário de tamanho:

$$|\mathfrak{C}| = 2^{n_r+n_w+n_x},$$

onde $\mathfrak{C}$ representa o espaço de todas as atribuições possíveis das variáveis binárias do modelo unificado. Na abordagem em duas fases, a primeira fase resolve conjuntamente as variáveis R e W , resultando em um espaço de busca de tamanho:

$$|\mathfrak{A}| = 2^{n_r+n_w},$$

onde $\mathfrak{A}$ representa o espaço de busca associado ao modelo de agendamento de atividades.

Após a resolução da primeira fase, os valores das variáveis R são resolvidos e passados para a segunda fase por meio da constante *ATIVO*. Essa solução, em conjunto com as restrições do modelo de alocação, força uma grande parcela das variáveis X a assumir valor zero. Como consequência, apenas um subconjunto estritamente menor dessas variáveis permanece relevante para a segunda fase. Denotando por $n'_x < n_x$ o número de variáveis X efetivamente considerados na segunda fase, o espaço de busca é dado por:

$$|\mathfrak{B}| = 2^{n'_x}$$

Assim, o espaço de busca total explorado pela solução em duas fases é:

$$|\mathfrak{A}| + |\mathfrak{B}| = 2^{n_r+n_w} + 2^{n'_x}$$

Como $n'_x < n_x$, segue que:

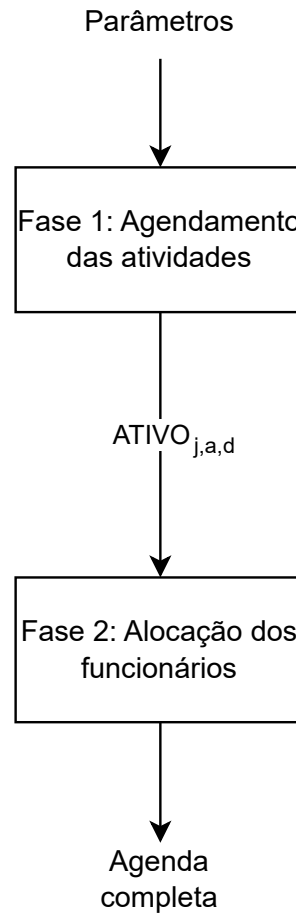
$$2^{n_r+n_w} + 2^{n'_x} < 2^{n_r+n_w+n_x} = |\mathfrak{C}|$$

Portanto, o espaço de busca do modelo unificado cresce exponencialmente mais rápido do que o espaço de busca efetivamente explorado pela solução em duas fases.

A análise apresentada assume, para fins teóricos, que ambos os modelos compartilham o mesmo conjunto de variáveis de decisão. Na prática, o modelo em duas fases evoluiu significativamente após a decomposição inicial, com novas variáveis e restrições sendo adicionadas. Ainda assim, como observado nos dados da seção anterior, a soma do número de variáveis e restrições dos dois modelos permanece inferior à do modelo unificado.

Esse resultado evidencia o forte acoplamento da variável X às demais variáveis no modelo original, o que ampliava de forma significativa o espaço de busca e dificultava a resolução do problema. A decomposição proposta permite quebrar esse acoplamento, reduzindo drasticamente a complexidade combinatória do problema e tornando sua resolução computacionalmente viável para instâncias maiores.

Figura 3 – Execução em duas fases



Fonte: elaborada pelo autor (2026)

5.2.1 Modelo para agendamento de atividades (Fase 1)

Segue-se a definição das variáveis, restrições e função objetivo utilizadas no agendamento de atividades.

5.2.1.1 Variáveis

- $R_{j,a,d}$:= Variável binária que indica se a atividade $a \in A$ está liberada para execução no lote $j \in J$ no dia $d \in D$.

$$R_{j,a,d} = \begin{cases} 1, & \text{se a atividade } a \text{ pode ser realizada no lote } j \text{ no dia } d \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- $V_{j,a,d}$:= Variável inteira que representa o número de funcionários alocados para a realização

da atividade $a \in A$ no lote $j \in J$ no dia $d \in D$.

- $W_{j,a,d} :=$ Variável binária que indica se a atividade $a \in A$ foi concluída até o dia $d \in D$ no lote $j \in J$.

$$W_{j,a,d} = \begin{cases} 1, & \text{se a atividade } a \text{ foi concluída no lote } j \text{ até o dia } d \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

5.2.1.2 Função objetivo e restrições

$$\min : \quad Z = T_{\max} \quad (5.1)$$

sujeito a:

$$T_{\max} \geq d \cdot W_{j,a,d} \quad \forall j, a, d \quad (5.2)$$

$$\sum_{d' \leq d} V_{j,a,d'} \cdot P_a \geq PE_{j,a} \cdot W_{j,a,d} \quad \forall j \in J, \forall a \in A, \forall d \in D \quad (5.3)$$

$$V_{j,a,d} \geq F_a \cdot R_{j,a,d} \quad \forall j \in J, \forall a \in A, \forall d \in D \quad (5.4)$$

$$V_{j,a,d} \leq |I| \cdot R_{j,a,d} \quad \forall j \in J, \forall a \in A, \forall d \in D \quad (5.5)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{a \in A} V_{j,a,d} \leq |I| \quad \forall d \in D \quad (5.6)$$

$$\sum_{a \in A} R_{j,a,d} \leq 1 \quad \forall j \in J, \forall d \in D \quad (5.7)$$

$$R_{j,a,d} \leq \sum_{d' \leq d} W_{j,prec_a,d'} \quad \forall j \in J, \forall a \in A, \forall d \in D \quad (5.8)$$

$$W_{j,a,d} \leq \sum_{d' \leq d} R_{j,a,d'} \quad \forall j \in J, \forall a \in A, \forall d \in D \quad (5.9)$$

$$\sum_{d \in D} W_{j,a,d} = 1 \quad \forall j \in J, \forall a \in A_o \quad (5.10)$$

$$R_{j,a,d} \leq 1 - W_{j,a,d-1} \quad \forall j \in J, \forall a \in A, \forall d > 0 \quad (5.11)$$

$$\sum_{d'=d}^{d+7} R_{j,a,d'} \geq 1 \quad \forall j \in J, \forall a \in A_p, \forall d \in D \text{ tal que } d \bmod PA_a = 0 \quad (5.12)$$

$$\sum_{d \leq S_{a,b}} R_{j,a,d} = 0 \quad \forall j \in J, \forall a \in A_p \quad (5.13)$$

$$R_{j,cond_a,d} = R_{j,a,d} \quad \forall j \in J, \forall a \in A_c, \forall d \in D \quad (5.14)$$

A variável T_{max} representa o maior índice de dia em que alguma atividade é concluída (Equação 5.2). Ao minimizá-la, busca-se antecipar ao máximo a finalização de todas as atividades planejadas.

A restrição 5.3 garante que uma atividade a em um determinado lote j somente possa ser considerada concluída no dia d se o esforço de trabalho acumulado até esse dia for suficiente para atender à demanda total da atividade.

As restrições 5.4, 5.5 e 5.6 impõem limites à quantidade de funcionários alocados. As duas primeiras estabelecem, respectivamente, limites inferior e superior para o número de funcionários designados a uma determinada combinação de $j \in J$, $a \in A$ e $d \in D$, enquanto a terceira define um limite global para o número de funcionários alocados em um determinado dia, considerando todos os lotes j . Sempre que uma atividade a estiver ativa no lote j no dia d , o número de funcionários alocados deverá situar-se entre o mínimo necessário para a execução da atividade e o número máximo de funcionários disponíveis. Além disso, considerando todos os lotes, não será permitida a alocação de um número total de funcionários superior ao disponível.

A quantidade de atividades que podem ser iniciadas em um lote em um determinado dia é limitada pela restrição 5.7. Por sua vez, a restrição 5.9 assegura que atividades que não tenham sido iniciadas em dias anteriores não possam ser consideradas concluídas, estabelecendo uma dependência temporal entre as variáveis de decisão R e W .

A restrição 5.8 diz que uma atividade que depende da conclusão de outra somente pode ser realizada após o término desta. A restrição 5.11 determina que uma atividade não pode permanecer ativa caso tenha sido concluída no dia anterior. Algumas atividades periódicas requerem um tempo inicial a partir do início das atividades em um lote para que sua periodicidade entre em vigor, a restrição 5.13 modela essa característica.

Durante a pesquisa, alguns tipos de atividades foram categorizados. Existem atividades que ocorrem apenas uma vez por lote, como o preparo da terra, discutido na fundamentação teórica, e o plantio inicial das bananas, esse tipo de atividade é modelado pela restrição 5.10.

Em sua maior parte, as atividades são periódicas, sendo sua modelagem representada pela restrição 5.12. Observa-se, nessa inequação, a existência de uma janela de sete dias durante a qual a atividade deve ser iniciada. Essa decisão de modelagem foi adotada para permitir que, em situações de indisponibilidade de funcionários no dia exato previsto, exista um período no qual outras atividades possam ser finalizadas, possibilitando a liberação de mão de obra para sua execução.

Por fim, existem atividades que ocorrem como consequência direta de outra atividade no mesmo dia. O único caso identificado refere-se às atividades pós-colheita, que devem ocorrer em conjunto com a colheita propriamente dita, a fim de assegurar a qualidade dos frutos. Esse tipo de atividade é modelado pela restrição 5.14.

5.2.2 Modelo para alocação de funcionários (Fase 2)

Apresentam-se, a seguir, as variáveis de decisão, a função objetivo e o conjunto de restrições adotadas neste modelo, os quais foram formulados com o propósito de assegurar uma alocação consistente e coerente dos funcionários às atividades previamente definidas e agendadas na Fase 1. Com esse modelo busca-se que a distribuição dos recursos humanos respeite as limitações operacionais, atenda às exigências de cada atividade e mantenha a compatibilidade entre as agendas planejadas e a disponibilidade dos funcionários.

5.2.2.1 Variáveis

- $X_{i,j,a,d} :=$ Variável binária que indica se o funcionário $i \in I$ está alocado para realizar a atividade $a \in A$ no lote $j \in J$ no dia $d \in D$.

$$X_{i,j,a,d} = \begin{cases} 1, & \text{se o funcionário } i \text{ realiza a atividade } a \text{ no lote } j \text{ no dia } d \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- $Z_{i,j,a,d} :=$ Variável binária que indica o início da alocação contígua do funcionário $i \in I$ à atividade $a \in A$ no lote $j \in J$ no dia $d \in D$.

$$Z_{i,j,a,d} = \begin{cases} 1, & \text{se o funcionário } i \text{ inicia a execução da atividade } a \text{ no lote } j \text{ no dia } d \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

5.2.2.2 Função objetivo e restrições

$$\text{minimizar : } Z = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{a \in A} \sum_{d \in D} X_{i,j,a,d} \quad (5.15)$$

sujeito a:

$$Z_{i,j,a,d} \leq ATIVO_{j,a,d} \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall a \in A, \forall d \in D \quad (5.16)$$

$$X_{i,j,a,d'} \geq Z_{i,j,a,d} \quad \forall i, j, a, d, d' \in [d, \min(d + L_{j,a}, D)] \quad (5.17)$$

$$X_{i,j,a,d} \leq \sum_{d'=\max\{0, d-L_{j,a}+1\}}^d Z_{i,j,a,d'} \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall a \in A, \forall d \in D. \quad (5.18)$$

$$\sum_{i \in I} Z_{i,j,a,d} = F_a \cdot ATIVO_{j,a,d} \quad \forall j \in J, \forall a \in A, \forall d \in D \quad (5.19)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{a \in A} X_{i,j,a,d} \leq 1 \quad \forall i \in I, \forall d \in D \quad (5.20)$$

Com a função objetivo apresentada em 5.15, busca-se alocar o menor número possível de funcionários para a realização das atividades planejadas.

A variável Z , em junção com a constante $ATIVO_{j,a,d}$, são responsáveis por estabelecer a ligação entre os dois modelos. Essa integração é formalizada pela restrição 5.16, que define quais funcionários $i \in I$ devem executar a atividade $a \in A$ ativa no lote $j \in J$ no dia $d \in D$. A variável $Z_{i,j,a,d}$ atua como um ponto fixo para determinar se um funcionário deverá permanecer alocado à atividade ao longo do tempo.

O funcionário deve permanecer ativo nos dias previstos para a execução de uma atividade, de acordo com o parâmetro $L_{j,a}$. Além disso, não é permitido que o funcionário continue realizando essa atividade caso tenha decorrido um período superior a $L_{j,a}$ dias desde o seu início. Essas condições são modeladas, respectivamente, pelas restrições 5.17 e 5.18.

As duas últimas restrições estabelecem limites para a alocação de funcionários. A restrição 5.19 determina que, para cada atividade e para cada dia, seja alocado exatamente o número mínimo de funcionários necessário. Já a restrição 5.20 estabelece que, em cada dia do horizonte de planejamento, um funcionário não pode ser alocado a mais de uma atividade.

6 RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados obtidos ao longo da pesquisa, com base em observações realizadas a partir de experimentos conduzidos com diversas instâncias.

6.1 Ambiente de Trabalho

Todos os experimentos descritos a seguir foram realizados em um computador equipado com um processador *Intel Core i5-12450H* (4,40 GHz, 8 núcleos) e 8 GB de memória RAM, executando o sistema operacional *Linux Mint 22.1*, com *kernel* versão 6.8.0-86-generic. Os modelos foram implementados na linguagem de programação *Python*, versão 3.11.9, utilizando a biblioteca *Python-MIP*, versão 1.15.0, com o *solver CBC*.

Durante a execução de cada experimento, a janela do terminal em que o código estava sendo executado permaneceu como a única janela ativas.

6.2 Experimentos

Nesta seção é apresentada a formulação da instância correspondente a um cenário base, bem como a descrição dos experimentos realizados a partir dessa instância. Em seguida os resultados desses experimentos são discutidos.

6.2.1 Construção do cenário base

A Tabela 5 indica os conjuntos de indexes considerados para o cenário.

Tabela 5 – Indexações utilizadas

Indexes	Valores	Representa
D	$\{0, \dots, 179\}$	180 Dias
I	$\{0, \dots, 15\}$	16 Funcionários
J	$\{0, \dots, 3\}$	4 Lotes

Fonte: elaborada pelo autor

Durante o desenvolvimento foi escolhido um período de 180 dias para o horizonte de planejamento por se tratar de um valor grande o bastante para que seja possível observar o comportamento das atividades, entretanto ainda pequeno para que os testes sejam realizados em um tempo aceitável. O valor de 4 lotes foi definido de forma arbitrária e, a partir dessa configura-

ção, foram realizados testes para determinar o número mínimo de funcionários necessário para que essa instância apresentasse uma solução ótima, resultando em um total de 16 funcionários.

Já a Tabela 6 apresenta os valores dos parâmetros relacionados às atividades modeladas, os quais foram mantidos fixos ao longo de todos os testes realizados.

Tabela 6 – Parâmetros fixos relacionados as atividades

a	Atividade	Subconjunto	F_a	P_a	$PE_{a,j} \forall j$	$PA_{a,0}$	$PA_{a,1}$
0	Preparo da terra	A_o	2	20	100	–	–
1	Plantio	A_o	2	20	100	–	–
2	Aplicação de Nitrogênio (K)	A_p	1	1	1	50	50
3	Aplicação de Potássio (P)	A_p	1	1	1	33	33
4	Controle de pragas	A_p	1	1	1	45	45
5	Desbaste	A_p	2	20	100	50	90
6	Colheita	A_p	2	20	100	50	90
7	Pós-colheita	A_c	3	1	1	–	–

Fonte: elaborada pelo autor

O símbolo “–” é utilizado para indicar que determinada coluna não é aplicável à atividade em questão, uma vez que a periodicidade não é um parâmetro relevante para atividades que ocorrem apenas uma vez ou cuja execução é condicionada a outras atividades.

A produtividade total necessária, representada por $PE_{a,j}$, para o termino de uma atividade depende do tamanho do lote considerado. Entretanto, para fins de experimentação, foi adotado o mesmo valor desse parâmetro para cada atividade em todos os lotes.

O manual de produção da EMBRAPA (Borges *et al.*, 2006) estabelece que a aplicação de nitrogênio deve ocorrer, no mínimo, seis vezes ao ano, com início apenas após o primeiro mês. Dessa forma, para um horizonte de planejamento base de 180 dias, a periodicidade dessa atividade foi definida como $\lfloor (D - 30)/3 \rfloor = 50$. A primeira aplicação de potássio ocorre aproximadamente no período correspondente à segunda aplicação de nitrogênio e, assim como esta, deve ser realizada seis vezes ao longo de um ano. Dessa maneira, sua periodicidade foi definida como $\lfloor (D - (30 + PN))/3 \rfloor = 33$, considerando $PN = 50$ como a periodicidade da aplicação de nitrogênio

O desbaste é a atividade que consiste na retirada dos demais brotos, permitindo que a planta foque sua energia na produção dos frutos. Na prática, essa atividade ocorre com maior frequência do que a colheita. Uma modelagem realista do cenário de colheita implicaria a definição de um valor de $S_{a,b}$ de aproximadamente 300 dias (cerca de 10 meses) para a colheita dos primeiros cachos e, a partir desse ponto, uma periodicidade variável, dependente da variedade

da banana cultivada. No entanto, instâncias de teste com valores reduzidos de $|D|$ não permitiriam observar a ativação dessa atividade nos resultados. Dessa forma, para fins de experimentação, os valores de periodicidade da colheita foram igualados aos do desbaste.

De acordo com informações obtidas durante a entrevista, em um contexto adjacente a uma das questões abordadas, foi relatado que atividades que demandam maior esforço físico, como a colheita e o desbaste, requerem aproximadamente cinco dias para serem concluídas. Em contraste, existem atividades que exigem apenas um dia de execução, correspondente ao tempo necessário para percorrer toda a área do lote em que são realizadas.

No processo de modelagem, o parâmetro $PE_{j,a}$ foi interpretado como a área total necessária para que o ciclo de uma atividade fosse considerado concluído. Desde que essa área seja expressa na mesma unidade de medida do parâmetro P_a , o modelo permanece consistente. Considerando que apenas operações matemáticas básicas são aplicadas a esses parâmetros, foram adotados valores discretos que resultassem nos cinco dias necessários para a execução das atividades de maior duração ou um dia para as demais.

Segundo Borges *et al.* (2006), uma das variedades de banana, a banana nanica, pode ser colhida por apenas um trabalhador. Embora essa variedade não seja atualmente cultivada na plantação onde o entrevistado atua, ele discorda dessa afirmação. A explicação apresentada no manual considera exclusivamente a etapa de colheita, no entanto, essa atividade envolve também o transporte dos frutos até um local adequado. Considerando essa argumentação, a necessidade de dois funcionários para a realização da colheita foi adotada na modelagem, independentemente da variedade de banana.

O caso base considera dois tipos distintos de banana, referenciados como “prata” e “nanica” e indexados, respectivamente, por 0 e 1. Para os experimentos, definiu-se que a primeira metade dos lotes cultiva a variedade prata, enquanto a outra metade cultiva a variedade nanica.

6.2.2 Descrição dos experimentos

Serão realizados experimentos relacionados à variação do número de dias no horizonte de planejamento, da quantidade de funcionários disponíveis e do número de lotes. Em cada um desses experimentos, os valores do parâmetro em análise serão aumentados ou reduzidos progressivamente de um experimento para o seguinte. A Figura 4 ilustra a metodologia para criação de instâncias.

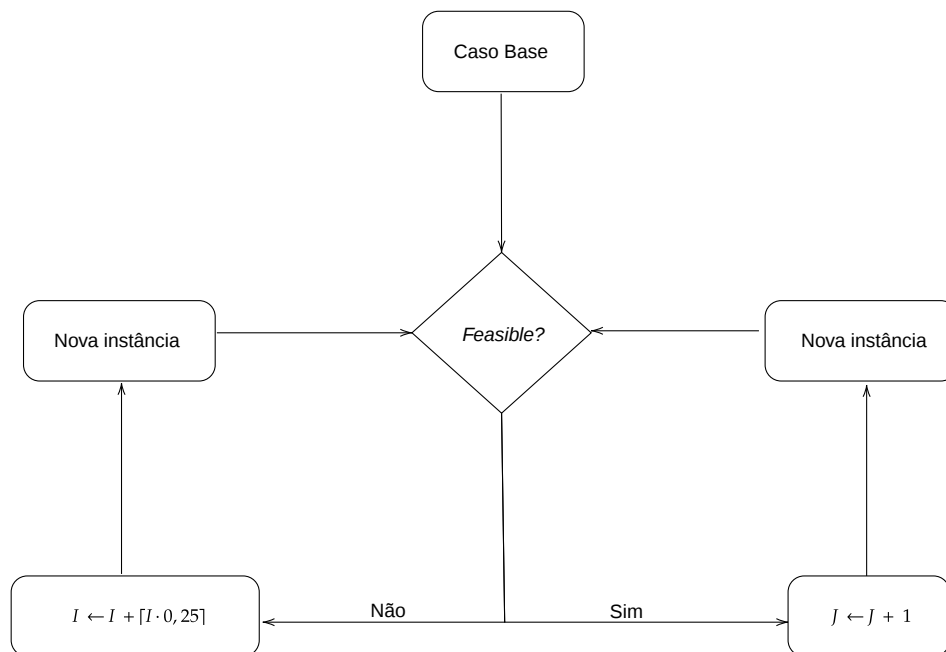
O número de lotes é incrementado em um a cada experimento. Quando a instância se

torna inviável ou deixa de apresentar solução ótima para o número de funcionários disponíveis, é aplicado um aumento de 25% na quantidade de funcionários. Esse ciclo é repetido diversas vezes com o objetivo de coletar dados. Esses experimentos visam analisar a relação entre a quantidade de funcionários disponíveis e o número de lotes destinados ao cultivo.

Em relação quantidade máxima de dias no horizonte de planejamento, serão realizados aumentos de 25% sobre o seu valor entre cada experimento. O comportamento esperado é que em nenhum momento a instancia se torne irrealizável.

Essas instâncias serão nomeadas com base em seus parâmetros, seguindo o padrão $D<número\ de\ dias>I<número\ de\ funcionários>J<número\ de\ lotes>$. De acordo com essa nomenclatura, o caso base previamente formulado é denominado $D180I16J4$.

Figura 4 – Lógica para criação de instâncias

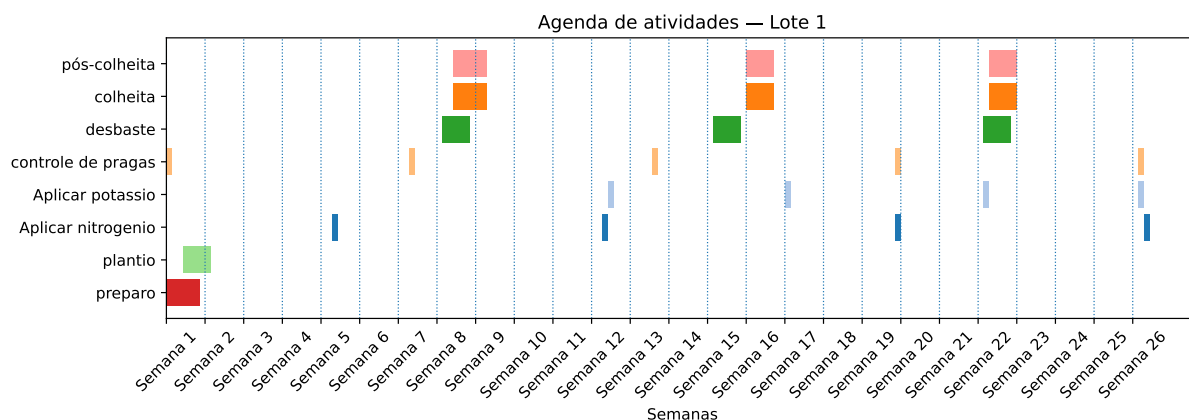


Fonte: elaborada pelo autor (2025)

6.3 Condução e discussão dos resultados

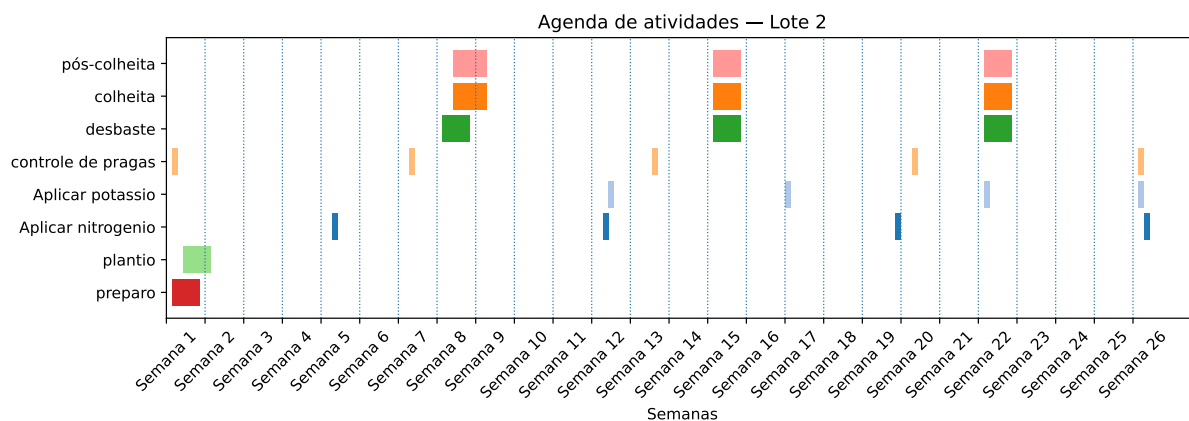
A condução dos experimentos iniciou-se com a execução da solução proposta para o caso base. As Figuras 5, 6, 7 e 8 apresentam diagramas que ilustram a distribuição das atividades ao longo das semanas nas agendas de alocação de funcionários para cada um dos lotes.

Figura 5 – Caso base, lote 1



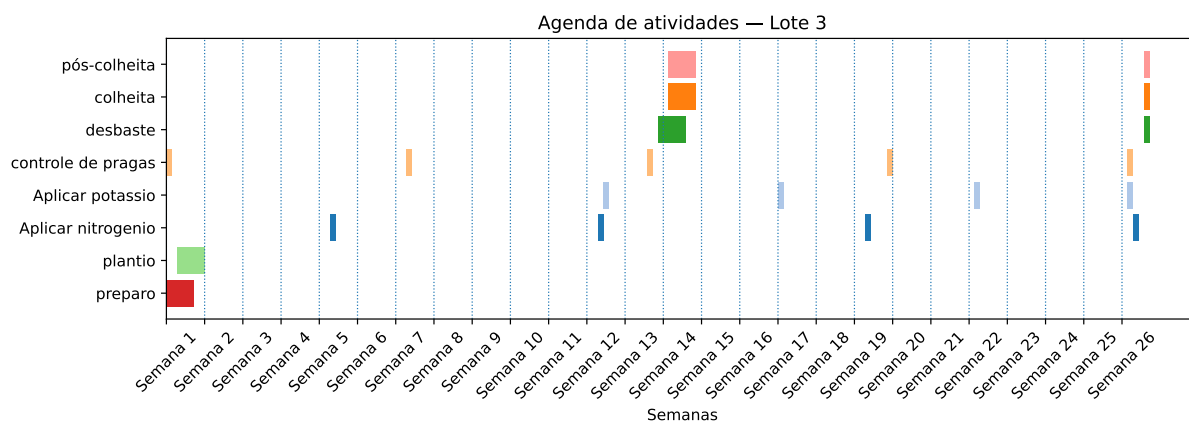
Fonte: elaborada pelo autor (2026)

Figura 6 – Caso base, lote 2



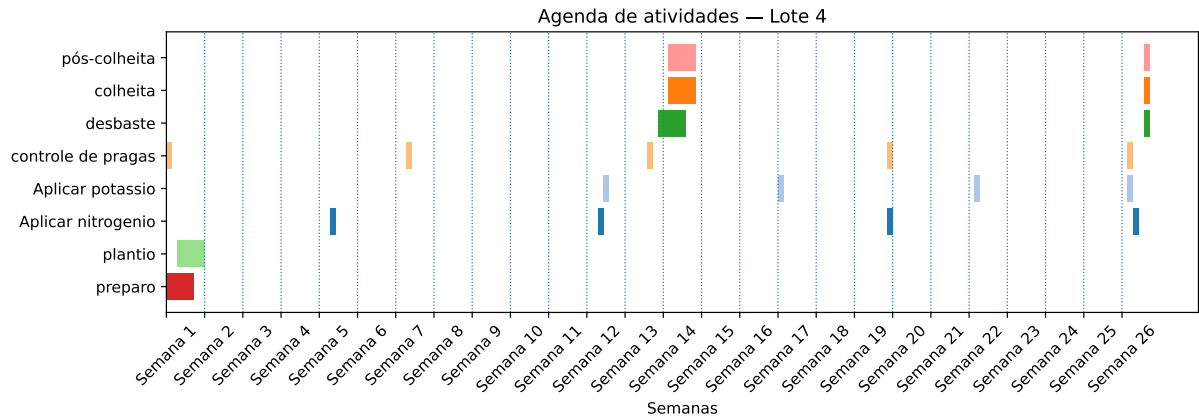
Fonte: elaborada pelo autor (2026)

Figura 7 – Caso base, lote 3



Fonte: elaborada pelo autor (2026)

Figura 8 – Caso base, lote 4



Fonte: elaborada pelo autor (2026)

A análise das figuras evidencia que o modelo de agendamento de atividades e os mecanismos de alocação contígua de funcionários estão operando conforme o esperado, respeitando as restrições previamente definidas. As atividades que devem ocorrer apenas uma vez não se repetem ao longo do horizonte de planejamento. O controle de pragas, que pode ser iniciado no dia zero, é realizado conforme previsto e se repete em intervalos consistentes. As demais atividades periódicas ocorrem após um período inicial de espera. E por fim, as atividades pós-colheita são executadas em conjunto com a colheita propriamente dita.

Já a captura de tela apresentada na Figura 9 apresenta os índices dos funcionários alocados a cada atividade, bem como a consistência dessa alocação ao longo do tempo. Observa-se que, sempre que o término de uma atividade não é previsto para um dia $d - 1$, o funcionário permanece alocado para essa mesma atividade no dia d .

Figura 9 – Funcionários alocados em cada dia para atividades em um dos lote

Lote 4									
dia	preparo	plantio	Aplicar nitrogeio	Aplicar potassio	controle de pragas	desbaste	colheita	pós-colheita	
0	[1, 2]	[]	[]	[]	[0]	[]	[]	[]	[]
1	[1, 2]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
2	[1, 2]	[0, 4]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
3	[1, 2]	[0, 4]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
4	[1, 2]	[0, 4]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
5	[]	[0, 4]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
6	[]	[0, 4]	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
30	[]	[]	[0]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
44	[]	[]	[]	[]	[0]	[]	[]	[]	[]
79	[]	[]	[0]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
80	[]	[]	[]	[0]	[]	[]	[]	[]	[]
88	[]	[]	[]	[]	[0]	[]	[]	[]	[]
90	[]	[]	[]	[]	[]	[11]	[]	[]	[]
91	[]	[]	[]	[]	[]	[11]	[]	[]	[]
92	[]	[]	[]	[]	[]	[11]	[13, 15]	[0, 5, 10]	[]
93	[]	[]	[]	[]	[]	[11]	[13, 15]	[0, 5, 10]	[]
94	[]	[]	[]	[]	[]	[11]	[13, 15]	[0, 5, 10]	[]
95	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[13, 15]	[0, 5, 10]	[]
96	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[13, 15]	[0, 5, 10]	[]
112	[]	[]	[]	[0]	[]	[]	[]	[]	[]
132	[]	[]	[10]	[]	[0]	[]	[]	[]	[]
148	[]	[]	[]	[0]	[]	[]	[]	[]	[]
176	[]	[]	[]	[11]	[0]	[]	[]	[]	[]
177	[]	[]	[0]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
179	[]	[]	[]	[]	[]	[12]	[6, 8]	[0, 4, 5]	[]

Fonte: elaborada pelo autor (2026)

6.3.1 Resultados ótimos

As Tabelas 7 e 8 apresentam os status das soluções obtidas para cada uma das instâncias dos experimentos. O termo *optimal* indica que foi encontrada uma solução ótima para a instância, *feasible* refere-se a uma solução viável e *infeasible* indica que nenhuma solução que satisfaça todas as restrições foi encontrada.

Tabela 7 – Status de instâncias (Fase 1)

Instâncias	Otimal	Feasible	Infeasible
D180I16J4	X	-	-
D180I16J5	X	-	-
D180I20J5	X	-	-
D180I25J5	X	-	-
D180I25J6	X	-	-
D180I25J7	X	-	-
D180I32J7	X	-	-
D180I32J8	X	-	-
D180I32J9	X	-	-
D180I40J9	X	-	-
D180I40J10	X	-	-
D180I53J10	X	-	-
D180I50J13	X	-	-
D180I63J13	X	-	-
D180I100J13	X	-	-

Fonte: elaborada pelo autor (2026)

Tabela 8 – Status de instâncias (Fase 2)

Instâncias	Otimal	Feasible	Infeasible
D180I16J4	X	-	-
D180I16J5	-	-	X
D180I20J5	-	-	X
D180I25J5	X	-	-
D180I25J6	X	-	-
D180I25J7	-	-	X
D180I32J7	X	-	-
D180I32J8	X	-	-
D180I32J9	-	-	X
D180I40J9	X	-	-
D180I40J10	-	-	X
D180I50J10	-	-	-
D180I50J13	-	-	X
D180I63J13	-	-	-
D180I100J13	-	-	-

Fonte: elaborada pelo autor (2026)

Observa-se que, a partir do experimento *D180I40J10*, passam a ocorrer comportamentos inesperados no modelo. Com o aumento de 25% no parâmetro *I* em relação a esse experimento, foi gerada a instância *D180I50J10*. Para essa instância, o *solver* apresentou a mensagem de erro “morto” em sua saída.

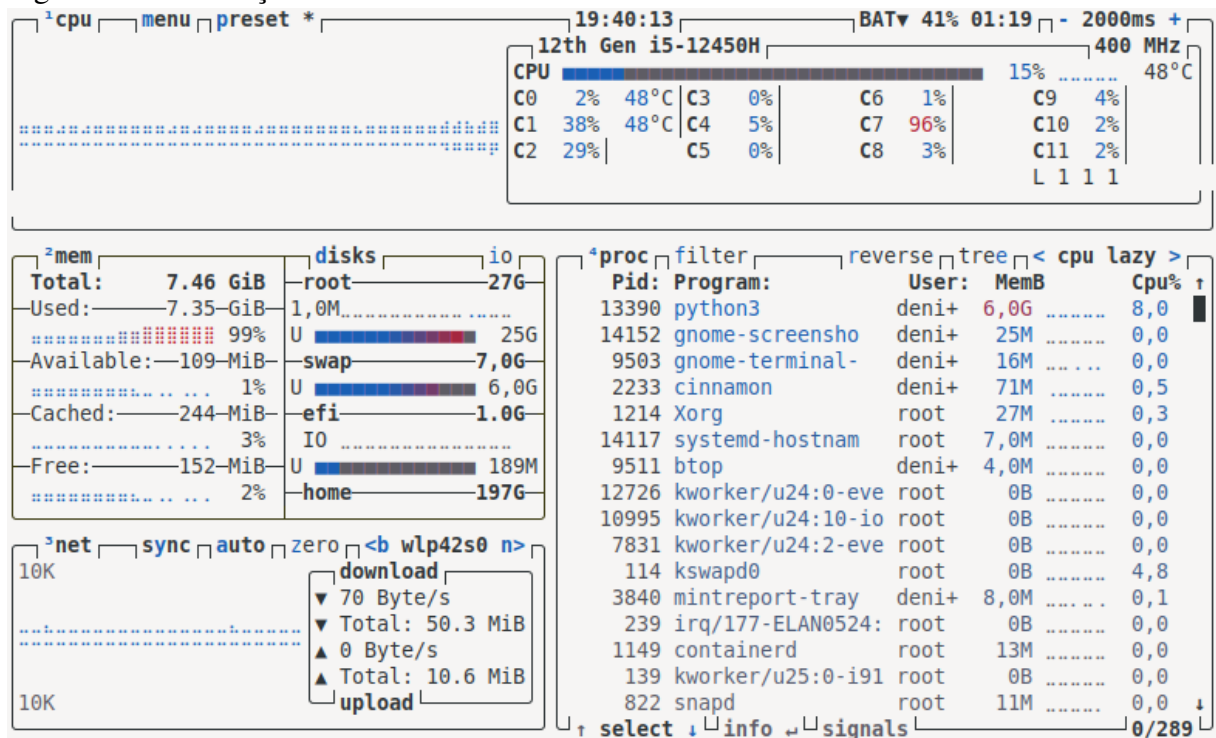
Conforme observado na instância *D180I100J13*, o aumento excessivo do número de funcionários não foi suficiente para resolver o problema, o que permite descartar a hipótese de que a causa esteja relacionada à inviabilidade da instância. Em contrapartida, o aumento do parâmetro *J* resulta na obtenção de uma solução, ainda que classificada como *infeasible*.

Diante disso, conclui-se que, nos casos em que existe a possibilidade de obtenção de uma solução com status *optimal*, exigindo uma busca mais extensa por parte do *solver*, ocorre a interrupção da execução, indicada pela mensagem “morto”. Por outro lado, quando a Fase 2 identifica rapidamente o status *infeasible* da instância nas etapas iniciais do processo de resolução, o *solver* consegue retornar um resultado sem a necessidade de uma busca extensiva. Assim, formulou-se a hipótese de que o problema esteja relacionado a limitações de memória.

Utilizando a ferramenta de monitoramento em tempo real *btopy*, essa hipótese foi confirmada. A captura de tela apresentada na Figura 10 foi obtida imediatamente antes da interrupção da execução de uma instância que resultou na mensagem “morto”. Observa-se que, no lado esquerdo da figura, na seção *mem*, aproximadamente 99% da memória principal encontra-se em uso, assim como cerca de 85% da memória da partição de *swap*.

Esse comportamento indica que o sistema operacional estava direcionando a maior parte dos recursos de memória para o *script* em *Python* em execução, mantendo ativos apenas os processos estritamente necessários para o funcionamento do sistema. Ao atingir um gargalo de memória, supõe-se que a biblioteca utilizada possua mecanismos de segurança não documentados que interrompem a execução do algoritmo.

Figura 10 – Limitações de memória



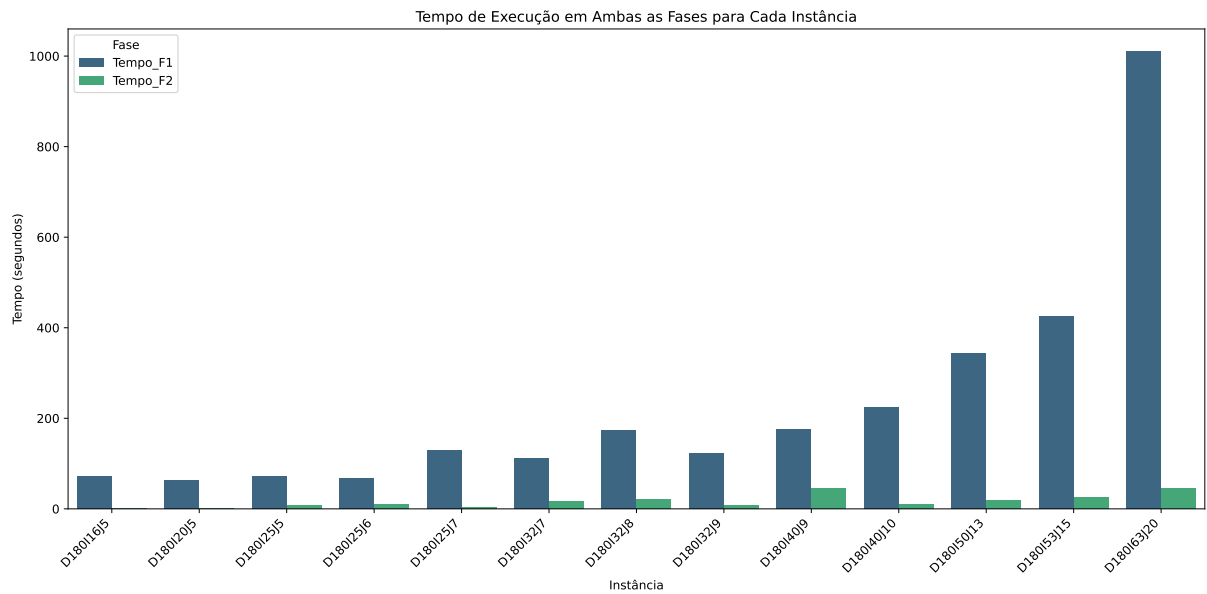
Fonte: elaborada pelo autor (2026)

Com base nos dados apresentados, conclui-se que, sempre que o algoritmo é executado corretamente, caso a instância não retorne o status *infeasible*, isto é, quando existe ao menos uma solução viável, o resultado encontrado corresponde a uma solução ótima para a instância.

6.3.2 Tempo e memória

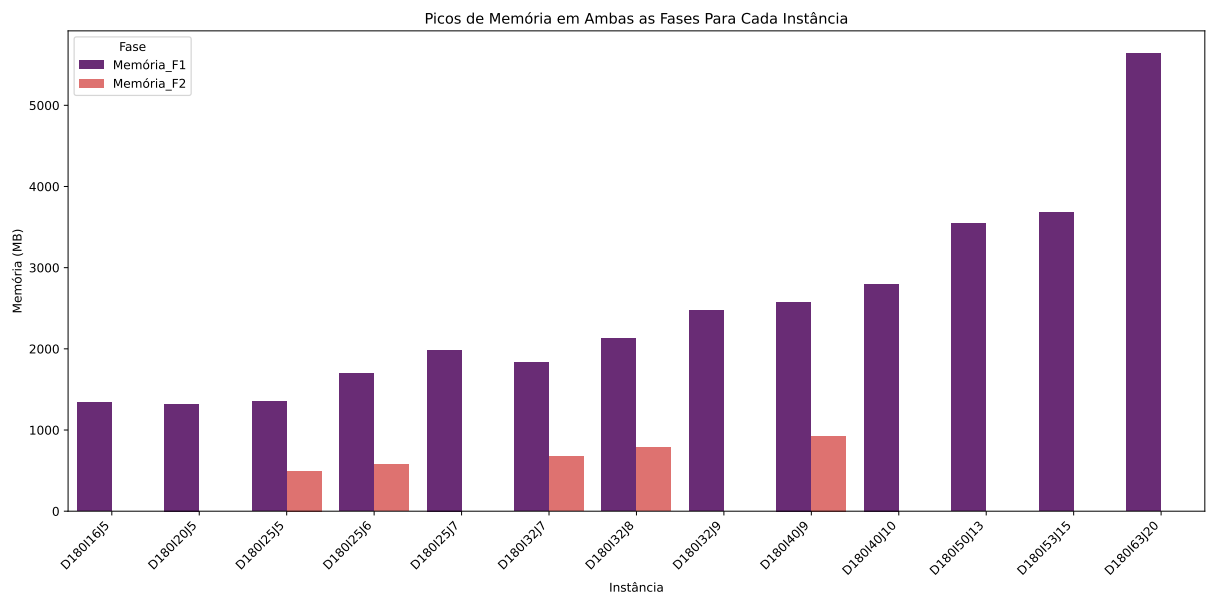
As Figuras 11 e 12 exibem, respectivamente, o tempo de execução do solver na etapa de otimização e os picos de uso de memória para cada uma das instâncias. Para a análise do tempo, foi considerado o tempo real de execução, e não o tempo de uso de *CPU*.

Figura 11 – Tempos de execução em cada fase



Fonte: elaborada pelo autor (2026)

Figura 12 – Picos de memória em cada fase



Fonte: elaborada pelo autor (2026)

Esses resultados evidenciam o comportamento exponencial da solução. Observa-se que a maior parte do custo computacional concentra-se na Fase 1 do modelo, enquanto o modelo da Fase 2 apresenta, de forma consistente, tempos de execução consideravelmente menores que os da Fase 1.

6.3.3 Relação entre trabalhadores e lotes

Na Tabela 8, considerando apenas as instâncias para as quais o modelo da Fase 2 retornou solução ótima, analisa-se a razão entre o número de trabalhadores I e o maior valor de J para o qual a solução permaneceu ótima. Observa-se que essas razões assumem os valores $\frac{16}{4} = 4$, $\frac{25}{6} = 4,16$, $\frac{32}{8} = 4$ e $\frac{40}{9} = 4,44$. Nota-se um padrão nas proporções apresentadas, com base neste padrão pode-se criar uma generalização.

Seja M o conjunto das instâncias que retornaram soluções ótimas na Fase 2 e para as quais o valor de $|J|$ é máximo para cada valor único de $|I|$. Para cada instância $m \in M$, denote por J_m o valor de $|J|$ dessa instância e por I_m o correspondente valor de $|I|$. O teto da média dessas razões pode então ser expresso por

$$\left\lceil \frac{1}{|M|} \sum_{m \in M} \frac{I_m}{J_m} \right\rceil,$$

Por meio dessa expressão obtém-se, no cenário modelado, o valor conservador igual a 5, o qual pode ser interpretado como um limite seguro para a razão entre o número de trabalhadores e o número de lotes, de modo a garantir a obtenção de soluções ótimas no modelo proposto. Em outras palavras, tem-se que:

$$5 \cdot |J| \geq I_n,$$

sendo I_n o menor valor de I para ao qual a instância ainda atinge uma solução ótima.

Essa hipótese foi testada por meio de duas instâncias mais simples do que o caso base, considerando que todas as instâncias maiores do que este, suportadas pelo *hardware* utilizado, já haviam sido exploradas nos experimentos principais. Em particular, as instâncias *D180I15J3* e *D180I10J2* retornaram soluções ótimas na Fase 2.

A confirmação dessa hipótese para valores de $|J|$ superiores aos aqui experimentados indicaria que o comportamento observado não se trata de uma mera coincidência empírica, mas sim de uma regra dos modelos propostos. Tal regra permitiria a derivação de uma razão adequada entre $|I|$ e $|J|$ a partir de um conjunto reduzido de experimentos em instâncias de menor porte, cujos tempos de resolução são significativamente mais baixos. Dessa forma, seria possível obter uma estimativa empírica fundamentada de valores apropriados de $|J|$ para instâncias com

valores elevados de $|J|$, cujos testes diretos por tentativa e erro, sem esse ponto de partida, seriam computacionalmente inviáveis.

6.3.4 Comportamento em relação ao crescimento do horizonte de planejamento

Por fim, foram realizados testes relacionados ao tamanho do horizonte de planejamento. Conforme mencionado na definição dos experimentos, esperava-se que, independentemente do valor de $|D|$, os parâmetros do caso base fossem suficientes para garantir a obtenção de uma solução ótima. Entretanto, esse comportamento não foi observado. Em determinado ponto, o número total de funcionários mostrou-se insuficiente, e a instância *D353I16J4* retornou o status *infeasible*.

Com base na hipótese apresentada na seção anterior, o número de funcionários foi ajustado para 20. Após esse ajuste, as instâncias *D353I20J4*, *D360I20J4* e *D720I20J4* passaram a retornar soluções ótimas.

7 CONCLUSÃO

Durante a entrevista realizada foi identificado um grande atraso tecnológico no que diz respeito ao planejamento e à tomada preemptiva de decisões nas plantações. As informações referentes aos lotes plantados são mantidas manualmente, por meio de ferramentas genéricas, como planilhas eletrônicas, e a alocação das atividades a serem executadas pelos funcionários ocorre de forma reativa, muitas vezes definida apenas na noite anterior à execução das tarefas, com base na análise dessas informações mantidas.

Diante desse contexto, esta pesquisa teve como objetivo propor um modelo de apoio à decisão capaz de auxiliar pequenos e médios produtores de bananas no planejamento das atividades a serem realizadas, considerando restrições operacionais e a disponibilidade de recursos humanos ao longo de um horizonte de planejamento. O modelo desenvolvido demonstra o potencial do uso de técnicas de otimização como ferramenta de suporte à essa tomada de decisão, permitindo uma visão estruturada e, principalmente, antecipada do planejamento das atividades.

Apesar das limitações do modelo proposto, tais como as simplificações adotadas na representação das características produtivas, a impossibilidade de modelar eventos imprevisíveis, como desastres naturais, e o elevado custo computacional associado a instâncias de grande porte, este trabalho pode servir como ponto de partida para o desenvolvimento de soluções tecnológicas mais robustas e aderentes à realidade dos produtores de bananas.

7.1 Trabalhos futuros

Como trabalhos futuros, sugere-se a ampliação do modelo proposto de modo a contemplar características não abordadas nesta pesquisa. Entre elas, destaca-se a inclusão de quotas periódicas de lotes cujas atividades devam ser concluídas dentro de determinados intervalos de tempo, de forma a refletir compromissos comerciais previamente estabelecidos.

Além disso, propõe-se a adaptação do modelo para lidar com bananais que já se encontram em operação, considerando múltiplos ciclos de colheita. Nesse contexto, deve-se levar em consideração que, na prática, não é comum que todos os lotes iniciem suas atividades simultaneamente ou a partir de um mesmo estágio inicial.

Outras possibilidades de extensão incluem a incorporação de funcionários especializados, de modo que apenas trabalhadores com a qualificação necessária possam executar

determinadas atividades que exijam esse tipo de conhecimento específico.

REFERÊNCIAS

- BANAEIAN, N.; OMID, M.; AHMADI, H. Greenhouse strawberry production in iran, efficient or inefficient in energy. **Energy Efficiency**, v. 5, n. 2, p. 201–209, 2012. ISSN 1570-6478. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s12053-011-9133-7>. Acesso em: 19 maio. 2025.
- BHUIYAN, J.; MAZUMDER, R. Application of linear programming in employee allocation: a case study in emerging economy. **International Journal of Science and Research Archive**, v. 11, n. 1, p. 253–259, jan. 2024. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=4696744>. Disponível em: <https://ssrn.com/abstract=4696744>. Acesso em: 19 maio. 2025.
- BILGEN, B.; TAŞKİNER, T. Optimization of an integrated harvest, and process planning model in the agri-food industry. **Journal of Engineering Research**, Elsevier, v. 13, p. 331–350, 2025. Disponível em: <https://www.journals.elsevier.com/journal-of-engineering-research>. Acesso em: 19 maio. 2025.
- BORGES, A. L.; OLIVEIRA, A. M. G.; RITZINGER, C. H. S. P.; ALMEIDA, C. O. de; COELHO, E. F.; SANTOS-SEREJO, J. A. dos; SOUZA, L. da S.; LIMA, M. B.; FANCELLI, M.; FOLEGATTI, M. I. da S.; FILHO, P. E. M.; SILVA, S. de Oliveira e; MEDINA, V. M.; CORDEIRO, Z. J. M. **Coleção PLANTAR, Banana**. Brasília, DF: Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária - EMBRAPA, 2006.
- FERRER, J.-C.; Mac Cawley, A.; MATURANA, S.; TOLOZA, S.; VERA, J. An optimization approach for scheduling wine grape harvest operations. **International Journal of Production Economics**, v. 112, n. 2, p. 985–999, 2008. ISSN 0925-5273. Special Section on RFID: Technology, Applications, and Impact on Business Operations. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S092552730700285X>. Acesso em: 19 maio. 2025.
- FILHO, A. A.; OLIVEIRA, W. A.; MELO, T. Multi-objective optimization for integrated sugarcane cultivation and harvesting planning. **European Journal of Operational Research**, v. 309, n. 1, p. 330–344, 2023.
- GÓMEZ-LAGOS, J. E.; GONZÁLEZ-ARAYA, M. C.; ACOSTA-ESPEJO, L. G.; SOTO-SILVA, W. E. Supporting tactical harvest planning decisions of major fruits through a multi-objective modeling approach by using exact methods. **Expert Systems with Applications**, Elsevier, v. 251, 2024. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417423018954>. Acesso em: 19 maio. 2025.
- GÓMEZ-LAGOS, J. E.; GONZÁLEZ-ARAYA, M. C.; SOTO-SILVA, W. E.; RIVERA-MORAGA, M. M. Optimizing tactical harvest planning for multiple fruit orchards using a metaheuristic modeling approach. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 290, p. 297–312, 2021. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221720307323>. Acesso em: 19 maio. 2025.
- HAKMANAGE, N. M.; CHANDRASEKARA, N. V.; JAYASUNDARA, D. D. M. Application of linear programming models for optimal resource planning and management in sustainable cultivation – a case study in a farming village of sri lanka. **Advances and Applications in Statistics**, Pushpa Publishing House, v. 67, n. 1, p. 21–31, 2021. Disponível em: <http://www.pphmj.com/abstract/13810.htm>. Acesso em: 19 maio. 2025.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introduction to operations research**. 9. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 2010.

KORD, A.; PAYAN, A.; SAATI, S. Sustainability and optimal allocation of human resource of agricultural practices in sistan and baluchestan province based on network dea. **Journal of Mathematical Extension**, v. 15, n. 3, p. 1–44, 2021. Original Research Paper. Disponível em: <https://doi.org/10.30495/JME.2021.1562>. Acesso em: 19 maio. 2025.

MILLER, W.; LEUNG, L.; AZHAR, T.; SARGENT, S. Fuzzy production planning model for fresh tomato packing. **International Journal of Production Economics**, v. 53, n. 3, p. 227–238, 1997. ISSN 0925-5273. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925527397001102>. Acesso em: 19 maio. 2025.

MULA, J.; PEIDRO, D.; DÍAZ-MADROÑERO, M.; VICENS, E. Mathematical programming models for supply chain production and transport planning. **European Journal of Operational Research**, v. 204, n. 3, p. 377–390, 2010. ISSN 0377-2217. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221709005694>. Acesso em: 19 maio. 2025.

NGUYEN, T.-D.; NGUYEN-QUANG, T.; VENKATADRI, U.; DIALLO, C.; ADAMS, M. Mathematical programming models for fresh fruit supply chain optimization: A review of the literature and emerging trends. **AgriEngineering**, v. 3, n. 3, p. 519–541, 2021. ISSN 2624-7402. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2624-7402/3/3/34>. Acesso em: 17 abril. 2025.

VIDAL, M. de F. Fruticultura. **Caderno Setorial ETENE**, Banco do nordeste, v. 8, n. 308, 2023.

APÊNDICE A – QUESTÕES DE ENTREVISTA

1. Vocês possuem mais de um campo ou fazenda disponível para o plantio de bananas? Em caso afirmativo, qual é a área de cada um desses campos?
2. Vocês produzem mais de uma variedade de banana? Em caso afirmativo, como o plantio dessas variedades é distribuído na área disponível?
3. Quantos funcionários fixos vocês têm atualmente nas plantações? Vocês costumam contratar trabalhadores diaristas extras conforme a necessidade ou utilizam apenas funcionários fixos?
4. Existe algum tipo de especialização entre os trabalhadores? Por exemplo, alguns trabalhadores realizam apenas determinadas atividades, enquanto outros não executam tarefas específicas?
5. Quais maquinários são utilizados nas atividades da plantação? Em quais atividades esses maquinários são utilizados? Quantas pessoas são necessárias para operar cada um deles?
6. Até o momento, foram consideradas as seguintes atividades relacionadas ao período de pré-colheita da produção de bananas: preparo do solo, plantio, aplicações de nitrogênio (N) e potássio (K), controle de pragas e desbaste. Existe alguma outra atividade realizada nesse período que não tenha sido mencionada?
7. Algumas dessas atividades são realizadas periodicamente. Com que frequência cada uma delas é executada?
8. Como a colheita é realizada em suas plantações? Como é feita a alocação dos funcionários para essa atividade?
9. Quais atividades são realizadas após a colheita, até o momento em que as frutas são encaixotadas e colocadas no caminhão para transporte para fora da fazenda?
10. Como é realizado o planejamento das atividades ao longo de uma temporada de produção de bananas? Quais ferramentas, se houver, são utilizadas nesse processo? Qual é a sua opinião sobre a eficácia da forma como o planejamento é feito atualmente? O que você considera que já funciona bem e o que poderia ser melhorado?
11. Os trabalhadores alocados para uma atividade realizam apenas essa atividade ao longo do dia? Quantos funcionários são alocados para cada uma das atividades? Quantos dias são necessários para que os funcionários alocados concluam cada atividade?
12. Como o planejamento da plantação é realizado para garantir produção ao longo de todo o ano?