



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO
DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

EDIMILSON FLORES DA SILVA

**O USO DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS COM DOBRADURAS, KIT DE
GEOMETRIA E GEOGEBRA: UM MANUAL PARA UM PROCESSO IMERSIVO
COM FOCO NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO COM
BASE NA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA**

FORTALEZA

2025

EDIMILSON FLORES DA SILVA

O USO DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS COM DOBRADURAS, KIT DE
GEOMETRIA E GEOGEBRA: UM MANUAL PARA UM PROCESSO IMERSIVO COM
FOCO NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO COM BASE NA
APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Produto Educacional apresentado ao Programa
de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e
Matemática da Universidade Federal do Ceará,
como requisito à obtenção do título de Mestre.
Linha de Pesquisa: Tecnologias Digitais no
Ensino de Ciências e Matemática

Orientador: Prof. Dr. Daniel Cassiano Lima

FORTALEZA

2025

EDIMILSON FLORES DA SILVA

O USO DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS COM DOBRADURAS, KIT DE
GEOMETRIA E GEOGEBRA: UM MANUAL PARA UM PROCESSO IMERSIVO COM
FOCO NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO COM BASE NA
APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Produto Educacional apresentado ao Programa
de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e
Matemática da Universidade Federal do Ceará,
como requisito à obtenção do título de Mestre.
Linha de Pesquisa: Tecnologias Digitais no
Ensino de Ciências e Matemática

Aprovada em: 27/06/2025.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Daniel Cassiano Lima (Orientador)
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

Profa. Dra. Robéria Vieira Barreto Gomes
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Gladeston da Costa Leite
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Layout do GeoGebra Classic 5	15
Figura 2 - Ferramentas do GeoGebra.....	16

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Construções geométricas com dobraduras.....	19
Tabela 2 –	Construções geométricas com kit de geometria.....	20
Tabela 3 –	Construções geométricas com GeoGebra.....	21
Tabela 4 –	Características dos Mapas Conceituais.....	23
Tabela 5 –	Ficha de observação 1.....	29
Tabela 6 –	Ficha de observação 2.....	33
Tabela 7 –	Ficha de acompanhamento 1.....	40
Tabela 8 –	Ficha de observação 3.....	48
Tabela 9 –	Ficha de observação 4.....	53
Tabela 10 –	Ficha de observação 5.....	56
Tabela 11 –	Orientações para exploração - triângulos.....	56
Tabela 12 –	Observações gerais - triângulos.....	57
Tabela 13 –	Ficha de observação 6.....	64
Tabela 14 –	Ficha de observação 7.....	67
Tabela 15 –	Ficha de observação 8.....	69
Tabela 16 –	Ficha de observação 9.....	72
Tabela 17 –	Ficha de observação 10.....	75
Tabela 18 –	Ficha de observação 11.....	77
Tabela 19 –	Ficha de observação 12.....	80
Tabela 20 –	Ficha de acompanhamento 2.....	81
Tabela 21 –	GeoGebra – orientações 1.....	83
Tabela 22 –	GeoGebra – orientações 2.....	83
Tabela 23 –	Ficha de observação 3.....	84
Tabela 24 –	Ficha de observação 13.....	93
Tabela 25 –	GeoGebra – orientações 4.....	96
Tabela 26 –	GeoGebra – orientações 5.....	96
Tabela 27 –	GeoGebra – orientações 6.....	97
Tabela 28 –	GeoGebra – orientações 7.....	97
Tabela 29 –	GeoGebra – orientações 8.....	97
Tabela 30 –	GeoGebra – orientações 9.....	98
Tabela 31 –	GeoGebra – orientações 10.....	98

Tabela 32 –	GeoGebra – orientações 11.....	99
Tabela 33 –	GeoGebra – orientações 12.....	99
Tabela 34 –	GeoGebra – orientações 13.....	99
Tabela 35 –	GeoGebra – orientações 14.....	10
Tabela 36 –	GeoGebra – orientações 15.....	102
Tabela 37 –	GeoGebra – orientações 16.....	102
Tabela 38 –	GeoGebra – orientações 17.....	103
Tabela 39 –	GeoGebra – orientações 18.....	103
Tabela 40 –	GeoGebra – orientações 19.....	103
Tabela 41 –	Ficha de acompanhamento 3.....	103

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	7
1.1	Aprendizagem significativa de ausubel e novak.....	8
1.2	Desenvolvimento do pensamento geométrico.....	10
1.3	Documento curricular referencial de fortaleza.....	11
2	INTERLOCUÇÃO DURANTE APLICAÇÃO DAS SESSÕES DIDÁTICAS.....	13
2.1	Estrutura das sessões didáticas.....	13
2.2	Conhecendo o software de geometria dinâmica geogebra.....	14
2.3	Avaliação de cada sessão didática.....	23
2.3.1	<i>Integração com o modelo de van hiele.....</i>	23
3	SESSÕES DIDÁTICAS	25
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	105
	REFERÊNCIAS	107

1 INTRODUÇÃO

Este Produto Educacional (P.E.) é composto por 14 sessões didáticas com 100 minutos cada. Ele é configurado para utilizarmos princípios do “mão na massa” e para isso iniciamos com construções geométricas com:

- a) Dobraduras**, onde iremos utilizar módulos Sonobe para construir os poliedros de Platão (Tetraedro, Hexaedro e Icosaedro). Este momento é constituído por 5 sessões didáticas.
- b) Kit de Geometria**: conhecer e aprender a utilizar o kit de geometria (régua, transferidor e jogo de esquadros) para construir ângulos, retas, triângulos e quadriláteros. Essa etapa é composta por 5 sessões didáticas e demonstrações de construção para alguns polígonos.
- c) GeoGebra**: conhecer as ferramentas e possibilidades do GeoGebra, realizando algumas construções com demonstrações e em seguida é utilizado só as orientações para os alunos possam “abstrair” e tentar realizar as construções (sem imagem para comparar suas construções). A etapa com o uso do GeoGebra é constituída por 4 sessões didáticas.

Teremos uma breve justificação do trabalho e embasamento teórico que norteia todo o Produto Educacional. Assim sendo, iremos iniciar pela geometria onde muitas vezes relegada a um segundo plano no ensino de Matemática em detrimento da Aritmética e da Álgebra, é uma área do conhecimento fundamental para a compreensão do mundo que nos cerca.

Como bem pontua Lorenzato (2006), a Geometria é intrinsecamente "visível" e "concreta", manifestando-se em cada movimento do nosso corpo, na inclinação de um avião ao decolar, e em inúmeras outras situações cotidianas. No entanto, a sua abordagem nas salas de aula, especialmente na rede pública de ensino, frequentemente não reflete essa importância, gerando lacunas significativas no desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes.

Diante desse cenário, este trabalho apresenta e defende um produto educacional inovador, concebido para transformar a experiência de aprendizagem da Geometria no 8º ano do Ensino Fundamental. Fruto de uma pesquisa aprofundada e de uma intervenção pedagógica cuidadosamente planejada, este manual de sessões didáticas visa oferecer aos

professores ferramentas concretas e de fácil aplicabilidade, que promovam um processo imersivo e significativo no estudo da Geometria.

Nosso objetivo é não apenas suprir as deficiências observadas no desempenho dos alunos em avaliações de larga escala, mas, acima de tudo, despertar neles o fascínio pela Geometria, capacitando-os a "vê-la, compreendê-la e admirá-la", como poeticamente expressou Johannes Kepler.

Este produto educacional está solidamente ancorado em referenciais teóricos consagrados, como a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel (1980 e 2003 e Novak (1980 e 1999), e a Teoria do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de van Hiele (2009), referendando as orientações que estão no Documento Curricular Referencial de Fortaleza (DCRFor, 2024) sobre a unidade destinada a geometria.

Além disso, incorpora as valiosas contribuições de Ubiratan D'Ambrosio (1986, 2002, 2008 e 2008a) e Sergio Lorenzato (1995 e 2006), que defendem uma educação matemática mais contextualizada, dialógica e focada na experimentação.

Ao integrar dobraduras, construções geométricas com kit tradicional e o uso do software GeoGebra, oferecemos uma abordagem holística, que respeita as diferentes formas de aprendizagem e os níveis cognitivos em desenvolvimento que cada aluno possui. Assim, podemos promover uma compreensão mais profunda e duradoura dos conceitos geométricos.

Este texto detalhará a concepção, a fundamentação teórica e o potencial transformador deste produto educacional, convidando a comunidade acadêmica e os educadores a reconhecerem o valor de uma Geometria viva, palpável e verdadeiramente significativa.

Por fim, a evidenciamos a cultura "mão na massa" e a busca por uma Geometria presente no cotidiano dos alunos, conforme defendido por Sergio Lorenzato (2006), e a atenção à diversidade de saberes e contextos, inspirada pela Etnomatemática de Ubiratan D'Ambrosio (2002), permeiam todo o manual.

O produto educacional não se limita a transmitir conteúdo, mas busca promover uma experiência de aprendizagem rica, que respeite a individualidade dos alunos e os capacite a enxergar a Geometria como uma parte integrante e fascinante do mundo em que vivem.

1.1 Aprendizagem significativa de ausubel e novak

A Teoria da Aprendizagem Significativa, desenvolvida por David Ausubel e posteriormente complementada por Joseph Novak (1980), é um pilar fundamental para a

concepção deste produto educacional. Em sua essência, Ausubel (1968), descreve que aprendemos de verdade quando as informações novas se conectam de forma lógica e profunda com o que já sabemos. É diferente de só decorar: aqui, o objetivo é encaixar o novo conhecimento na nossa mente, como peças de um quebra-cabeça que se completam.

Para que o aprendizado realmente faça sentido e se fixe, é essencial que o novo conteúdo tenha uma lógica clara e possa se conectar com o que a pessoa já sabe. Mas não basta só isso: quem está aprendendo precisa ter a vontade de fazer essas ligações, de buscar ativamente como o novo se encaixa no que já está em sua mente.

Por isso, na visão de Ausubel, valorizar o conhecimento que o aluno já traz consigo é o ponto-chave. Esse saber prévio funciona como uma 'âncora' ou uma 'base sólida' que ajuda a assimilar e a dar um lugar para as novas ideias e conceitos.

Novak, por sua vez, nos mostrou uma ferramenta incrível para isso: os mapas conceituais. Pense neles como desenhos que organizam nossas ideias, ligando um conceito ao outro com palavras que explicam essa conexão. Eles ajudam a gente a 'ver' como o conhecimento se estrutura, a entender as relações entre as coisas e a construir novos aprendizados de um jeito mais claro e organizado.

No contexto do ensino de Geometria, a Aprendizagem Significativa de Ausubel e Novak é particularmente relevante. Ao invés de apresentar fórmulas e conceitos geométricos de forma isolada e abstrata, o produto educacional proposto busca conectar esses novos conhecimentos com as experiências e o raciocínio espacial que os alunos já possuem.

1.2 Desenvolvimento do pensamento geométrico

A teoria de van Hiele, foi desenvolvida pelo casal de educadores holandês Pierre e Dina van Hiele na década de 1950, onde eles propuseram um modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico que ocorre através de níveis sequenciais e hierárquicos. Esta teoria é fundamental para compreender como os estudantes desenvolvem o raciocínio geométrico e como podemos estruturar o ensino para promover esse desenvolvimento.

O modelo de Van Hiele (2009) é um guia para a aprendizagem e um instrumento para a avaliação das habilidades dos alunos em geometria. Ele consiste em:

- a)** Cinco níveis de compreensão que descrevem as características do processo de pensamento geométrico.
- b)** Cinco fases sequenciais de ensino que favorecem a aquisição de um nível de

pensamento para um determinado tópico de geometria.

Os Cinco Níveis de compreensão do Pensamento Geométrico

Nível 1 - Visualização ou Reconhecimento

- a) Reconhece visualmente uma figura geométrica;
- b) Tem condições de aprender o vocabulário geométrico;
- c) Não reconhece ainda as propriedades de identificação de uma determinada figura;
- d) As figuras são entendidas e compreendidas pelos alunos conforme sua aparência, seus pares, suas igualdades;
- e) Não ocorre em função de nenhum outro conhecimento, mas apenas do que é visualizado;

Nível 2 - Análise

- a) Identifica as propriedades de uma determinada figura;
- b) Não faz inclusão de classes;
- c) Já é capaz de fazer a inclusão de classes;
- d) Os alunos entendem as figuras a partir de suas propriedades;
- e) É considerado como o nível de análise, interpretação, observação das suas propriedades em função de sua aparência;
- f) Ocorre uma ligação do que representa a imagem para propriedades que ela apresenta.

Nível 3 - Dedução Informal ou Ordenação

- a) Acompanha uma prova formal, mas não é capaz de construir outra;
- b) Leva em consideração as propriedades das figuras;
- c) O estudante consegue organizar as informações geométricas da figura relacionando (aparência, propriedades e representação de sua aplicação).

Nível 4 - Dedução Formal

- a) É capaz de fazer provas formais;
- b) Raciocina num contexto de um sistema matemático completo;
- c) A geometria é entendida como um sistema dedutivo.
- i. **Nível 5 - Rigor**
 - d) É capaz de comparar sistemas baseados em diferentes axiomas;
 - e) É neste nível que as geometrias não-euclidianas são compreendidas.

Fases de Aprendizagem do Modelo de van Hiele

Para que o aluno avance de um nível para outro, van Hiele propõe uma sequência de cinco fases de aprendizagem:

- a) **Interrogação/Informação:** Diálogo entre professor e aluno sobre o objeto de estudo;
- b) **Orientação Dirigida:** Exploração do tópico através de materiais que o professor organiza sequencialmente;
- c) **Explicação:** Os alunos expressam e trocam suas visões emergentes sobre as estruturas observadas;
- d) **Orientação Livre:** Tarefas mais complexas, com muitas etapas e que podem ser concluídas de várias maneiras;
- e) **Integração:** Os alunos reveem e resumem o que aprenderam com o objetivo de formar uma visão gera.

1.3 Documento Curricular Referencial De Fortaleza

O Documento Curricular Referencial de Fortaleza (DCRFor) desempenha um papel crucial na orientação do ensino de Geometria na rede municipal de Fortaleza. Este documento apresenta descriptores específicos para o ensino de geometria, organizados por ano/série, que são fundamentais para alinhar o desenvolvimento das sessões didáticas com o currículo oficial.

O DCRFor (2024) enfatiza que a unidade temática Geometria implica o desenvolvimento do pensamento geométrico, um processo que envolve a exploração do espaço (figuras, formas e relações espaciais) e a aplicação de modos fundamentais para solucionar problemas tanto do mundo físico quanto de diversas áreas do conhecimento.

É importante destacar que o DCRFor (2024) norteia a forma como a Geometria deve ser tratada e ensinada, fundamentando-se na teoria de van Hiele. Isso significa que o currículo local reconhece a importância de uma progressão gradual no raciocínio geométrico dos alunos, desde a visualização até a dedução formal.

O produto educacional aqui proposto, ao incorporar as atividades com dobraduras, kit de geometria e GeoGebra, busca atender a esses descritores e promover o avanço dos alunos nos níveis de van Hiele, conforme a diretriz curricular de Fortaleza.

Os descritores específicos abordados neste trabalho foram cuidadosamente selecionados e divididos por categorias de "ferramentas pedagógicas", garantindo a relevância e a aplicabilidade do manual no contexto educacional de Fortaleza.

As atividades com dobraduras, por exemplo, permitem que os alunos manipulem formas e percebam propriedades geométricas de maneira concreta, ancorando esses conceitos em suas vivências.

O uso do GeoGebra, por sua vez, possibilita a visualização dinâmica das construções, reforçando as conexões entre a representação visual e as propriedades matemáticas, promovendo uma compreensão mais profunda e duradoura.

2 INTERLOCUÇÃO DURANTE APLICAÇÃO DAS SESSÕES DIDÁTICAS

Para a interlocução entre professor e alunos, e para fomentar momentos de aprendizagem mais significativos, a pesquisa utilizou os trabalhos de D'Ambrosio e Lorenzato como referências. Isso se manifestou através do uso da observação, do pensar e questionar, e do diálogo constante para compreender os processos e etapas de raciocínio dos alunos.

Essa interação dialógica foi fundamental para adaptar as situações didáticas às necessidades emergentes dos estudantes e para promover uma construção coletiva do conhecimento.

2.1 Estrutura das sessões didáticas

O manual é estruturado em sessões didáticas, cada uma delas propondo atividades que exploram conceitos geométricos de forma progressiva e engajadora. A abordagem pedagógica adotada é multifacetada, combinando a cultura "mão na massa" com o uso de recursos tecnológicos, sempre com o foco na Aprendizagem Significativa, no avanço pelos níveis de van Hiele e em consonância com as orientações do Documento Curricular Referencial de Fortaleza (DCRFor).

Os principais componentes (descritores) e ferramentas pedagógicas do produto incluem:

a) Dobraduras (Módulo Sonobe): As dobraduras são utilizadas como um recurso poderoso para a construção de poliedros de Platão e outras figuras geométricas. Essa atividade permite que os alunos manipulem o material, visualizem as formas em três dimensões e compreendam as relações espaciais de maneira intuitiva e concreta. A experiência tátil e visual proporcionada pelas dobraduras é fundamental para o desenvolvimento do Nível 1 (Visualização) e Nível 2 (Análise) do pensamento geométrico de van Hiele, ao permitir que os alunos reconheçam e identifiquem as propriedades das figuras de forma prática.

b) Kit de Geometria (Régua, Esquadros e Transferidor): O uso do kit de geometria tradicional é incentivado para a realização de construções de figuras planas. Essa etapa é crucial para o desenvolvimento da precisão, do raciocínio

espacial e da compreensão das propriedades geométricas. As atividades com o kit permitem que os alunos apliquem conceitos como ângulos, retas paralelas e perpendiculares, e simetrias, consolidando o conhecimento adquirido e preparando-os para níveis mais avançados de dedução informal.

c) Software GeoGebra: O GeoGebra, um software de geometria dinâmica gratuito e multiplataforma, é integrado às sessões didáticas para representar e explorar as construções realizadas com dobraduras e o kit de geometria. O GeoGebra oferece um ambiente interativo onde os alunos podem visualizar as formas em movimento, manipular objetos e observar as mudanças em tempo real. Essa ferramenta é particularmente eficaz para auxiliar na transição para os Níveis 3 (Dedução Informal) e 4 (Dedução Formal) de van Hiele, pois permite a exploração de relações, a formulação de hipóteses e a compreensão da natureza dedutiva da Geometria de forma dinâmica e visual. Além disso, o GeoGebra facilita a conexão entre as representações algébricas e geométricas, enriquecendo a compreensão dos conceitos.

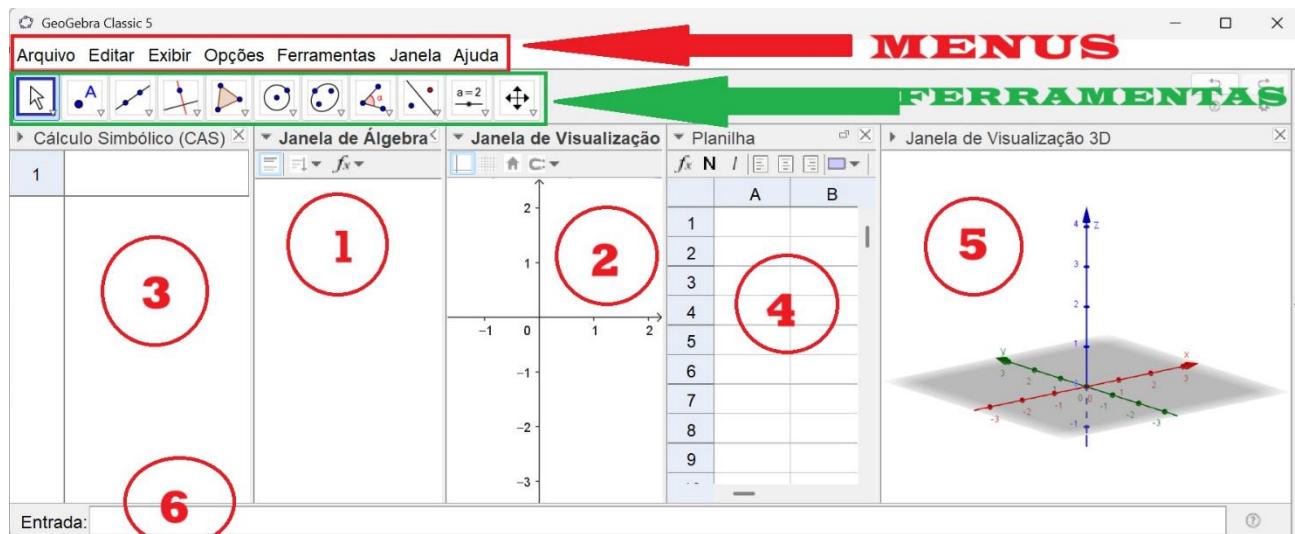
2.2 Conhecendo o software de geometria dinâmica geogebra

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica gratuito e multiplataforma que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único ambiente. Desenvolvido por Markus Hohenwarter, o GeoGebra tem se tornado uma das principais ferramentas para o ensino e aprendizagem de matemática em todos os níveis educacionais. Ele combina geometria, álgebra, estatística e cálculo em um único ambiente interativo. Dentre suas características destacamos:

- a) Software livre e gratuito:** Disponível para download em www.geogebra.org
- b) Multiplataforma:** Funciona em diversos sistemas operacionais (Windows, Mac, Linux) e dispositivos (computadores, tablets, smartphones);
- c) Interface intuitiva:** Fácil de usar, com ferramentas organizadas por categorias;
- d) Visualização múltipla:** Apresenta simultaneamente representações algébricas e geométricas dos objetos;
- e) Dinamismo:** Permite manipular objetos e observar mudanças em tempo real;
- f) Exportação:** Possibilita salvar construções como imagens, páginas web ou arquivos GeoGebra (.ggb).

O GeoGebra apresenta em seu layout várias ferramentas que estão inseridas na “barra” e “janelas”. Diante disso, vamos conhecer os elementos principais para aprender a realizar as construções geométricas das referidas sessões didáticas. Para isso observe o layout do GeoGebra Classic 5, que comporta uma boa representação através da figura 1:

Figura 1 – Layout do GeoGebra Classic 5



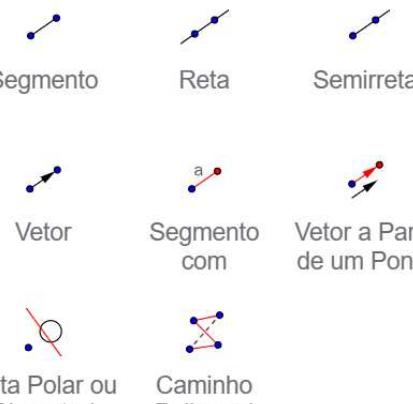
Fonte: elaborado pelo autor a partir do GeoGebra

- a) Barra de menus:** Contém opções para gerenciar arquivos, editar objetos e configurar o programa.
- b) Barra de ferramentas:** Apresenta ícones para as diversas ferramentas de construção.
- c) Barra de estilo:** Possibilita modificar a aparência dos objetos (pode ser ativada com o botão direito do mouse ou no canto superior direito no GeoGebra).

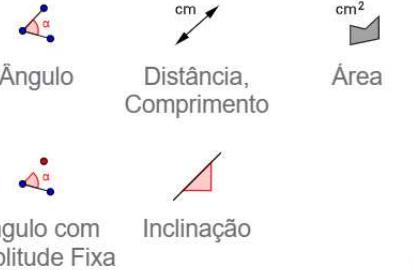
1. **Janela de álgebra:** Mostra as representações algébricas dos objetos.
2. **Janela de visualização:** Área onde são realizadas as construções geométricas.
3. **Janela CAS:** Permite usar expressões numéricas e algébricas.
4. **Janela planilha:** Possibilidade trabalhar com planilhas conjuntamente com a janela visualização e álgebra.
5. **Janela Visualização 3D:** Área onde são realizadas as construções geométricas espaciais.
6. **Campo de entrada:** Permite inserir comandos diretamente.

Abaixo apresentamos as ferramentas que podem ser utilizadas nas construções geométricas apresentadas nesse trabalho, mas lembramos que o GeoGebra possui uma infinidade de ferramentas e funções. Elas podem ser encontradas em português e com uma explicação detalhada de cada ferramenta e função, basta acessar o site <https://ogeogebra.com.br/site/textos.php>.

Figuras 2 – Ferramentas do GeoGebra

<p>Pontos</p>  <p>Ponto Interseção de Dois Objetos Ponto em Objeto Vincular / Desvincular Otimização Raízes Número Complexo Lista</p>	<p>Novo ponto: Cria pontos livres no plano Ponto em objeto: Cria pontos vinculados a objetos existentes Interseção de dois objetos: Determina pontos de interseção</p>
<p>Retas</p>  <p>Segmento Reta Semirreta Vetor Segmento com Vetor a Partir de um Ponto Reta Polar ou Diametral Caminho Poligonal</p>	<p>Reta: Cria uma reta passando por dois pontos Segmento: Cria um segmento entre dois pontos Semirreta: Cria uma semirreta com origem em um ponto e passando por outro Vetor: Cria um vetor entre dois pontos</p>

<h3>Construções</h3> <p>Ponto Mídia ou Centro Reta Perpendicular Mediatriz</p> <p>Reta Paralela Bissetriz Reta Tangente</p> <p>Lugar Geométrico</p>	<p>Perpendicular: Cria uma reta perpendicular a outra passando por um ponto</p> <p>Paralela: Cria uma reta paralela a outra passando por um ponto</p> <p>Mediatriz: Cria a mediatrix de um segmento ou entre dois pontos</p> <p>Bissetriz: Cria a bissetriz de um ângulo</p>
<h3>Polígonos</h3> <p>Polígono Polígono Regular Polígono Semideformável</p> <p>Polígono Rígido</p>	<p>Polígono: Cria um polígono a partir de pontos selecionados</p> <p>Polígono regular: Cria um polígono regular a partir de dois pontos e do número de lados</p>
<h3>Círculos</h3> <p>Círculo dados Centro e Um Compasso Semicírculo</p> <p>Círculo: Centro & Raio Círculo definido por Arco Circular</p> <p>Arco Circuncircular Setor Circular Setor Circuncircular</p>	<p>Círculo dados centro e um ponto: Cria um círculo com centro e raio definidos por um ponto</p> <p>Círculo dados centro e raio: Cria um círculo com centro e raio especificado</p> <p>Compasso: Cria um círculo com raio igual a um segmento dado</p>

<p>Medições</p>  <p>Angular Distance, Length Area Angle with Fixed Amplitude Inclination</p>	<p>Ângulo: Mede o ângulo entre três pontos ou duas retas</p> <p>Distância: Mede a distância entre dois pontos, um ponto e uma reta, ou duas retas</p> <p>Área: Calcula a área de um polígono ou círculo</p>
<p>Transformar</p>  <p>Reflexão em Relação a Reflexão em Relação a um Translação por um Vetor Rotação em Torno de um Homotetia Inversão</p>	<p>Refletir em relação a uma reta (Simetria Axial): Reflete um objeto em relação a uma reta escolhida, criando a imagem simétrica.</p> <p>Refletir em relação a um ponto (Simetria Central): Cria a imagem simétrica de um objeto em relação a um ponto central.</p> <p>Transladar por um vetor: Move uma figura ou objeto seguindo a direção e o comprimento de um vetor indicado.</p> <p>Rotacionar em torno de um ponto: Gira um objeto em torno de um ponto fixo, por um ângulo específico (positivo no sentido anti-horário).</p> <p>Ampliar/Reduzir a partir de um ponto: Executa uma homotetia (ampliação ou redução) de um objeto em relação a um ponto, com fator de escala determinado.</p> <p>Refletir em relação a um círculo (Inversão): Realiza a inversão de um objeto em relação a um círculo dado.</p>

Fonte: elaborado pelo autor a partir do GeoGebra

Tabela 1 - Construções geométricas com dobraduras

(Continua)

DESCRITOR	CARACTERÍSTICA DO DESCRIPTOR
EF04MA18	Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de Geometria. Descrever e classificar figuras geométricas planas (triângulos e quadriláteros) considerando suas características.
EF04MA19	Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.
EF05MA16	Associar figuras espaciais (prismas, pirâmides, cilindros e cones) a suas planificações e analisar, nomear e comparar suas características.
EF05MA21	Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos.
EF06MA17	Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
EF06MA18	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.
EF06MA19	Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.
EF06MA24	Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (só lidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
EF07MA30	Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).
EF07MA31	Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.
EF08MA14	Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

EF08MA19	Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
EF09MA12	Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
EF09MA19	Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.

Fonte: elaborado pelo autor

Alguns descritores são comuns em alguns anos, assim sendo, o professor utiliza aquele que se refere ao ano que está lecionando ou faz a referência que melhor mostra o nível de compreensão da turma.

Tabela 2 - Construções geométricas com kit de geometria

(Continua)

DESCRITOR	CARACTERÍSTICA DO DESCRIPTOR
EF04MA18	Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de Geometria. Descrever e classificar figuras geométricas planas (triângulos e quadriláteros) considerando suas características.
EF04MA19	Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.
EF05MA17	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
EF06MA20	Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
EF06MA21	Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
EF06MA22	Utilizar instrumentos, como régua e esquadro, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de

	quadriláteros, entre outros.
EF06MA25	Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.
EF06MA26	Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.
EF06MA27	Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.
EF07MA23	Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.
EF07MA31	Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.
EF08MA14	Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
EF08MA16	Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
EF08MA19	Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
EF09MA10	Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 3 - Construções geométricas com GeoGebra

(Continua)

DESCRITOR	CARACTERÍSTICA DO DESCRIPTOR
EF04MA18	Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de Geometria. Descrever e classificar figuras geométricas planas (triângulos e quadriláteros) considerando suas características.
EF04MA19	Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.
EF05MA17	Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias

	digitais.
EF05MA18	Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.
EF06MA20	Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
(EF06MA21)	Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
EF06MA22	Utilizar instrumentos, como régua e esquadro, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
EF06MA27	Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.
(EF07MA19)	Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.
EF07MA20	Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
EF07MA21	Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.
EF07MA23	Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.
EF08MA15	Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatrix, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.
EF09MA11	Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.
EF09MA15	Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida,

	utilizando régua e compasso, como também softwares.
--	---

Fonte: elaborado pelo autor

2.3 Avaliação de cada sessão didática

Para melhor capitar as informações e verificar o processo de aprendizagem, foi constituído realizar a construção de um mapa conceitual ao final de cada sessão didática. Se faz necessário realizar uma diferenciação de fluxograma e mapas conceituais. Apresentar de forma bem direta e sucinta as diferenças entre esses mecanismos.

Tabela 4 - Características dos Mapas Conceituais

Características dos Mapas Conceituais	
Estrutura hierárquica	Conceitos mais gerais e inclusivos aparecem no topo, enquanto conceitos mais específicos são posicionados abaixo
Relações significativas	Os conceitos são conectados por linhas e palavras de ligação que formam proposições
Palavras de ligação	Especificam a relação entre os conceitos conectados
Proposições	Unidades semânticas formadas por dois ou mais conceitos conectados por palavras de ligação
Flexibilidade	Não existe um único mapa conceitual "correto" para um conjunto de conceitos
Caráter pessoal	Refletem a compreensão e os significados atribuídos pelo autor

Fonte: elaborado pelo autor

2.3.1 Integração com o modelo de van hiele

Os mapas conceituais podem e devem ser utilizados ao final das sessões didáticas, com foco em avaliar como estão os alunos, em relação aos níveis do modelo de Van Hiele para o desenvolvimento do pensamento geométrico, pois ele permite ao professor acompanhar a transição entre os níveis com maior facilidade e proporcionar ao professor a oportunidade de realizar uma avaliação em grupo, onde os participantes podem discutir, formular ideias e percepções sobre suas construções, facilitando o aprendizado ao colocar os alunos como protagonistas de processo de desenvolvimento do pensamento geométrico.

- a) **Nível 1 (Visualização):** Mapas simples com figuras geométricas e seus nomes
- b) **Nível 2 (Análise):** Mapas que incluem propriedades das figuras geométricas
- c) **Nível 3 (Dedução Informal):** Mapas que mostram relações entre propriedades e entre diferentes figuras geométricas
- d) **Nível 4 (Dedução Formal):** Mapas que incluem teoremas, axiomas e demonstrações

Nível 5 (Rigor): Mapas que comparam diferentes sistemas geométricos

Para a utilização dos mapas conceituais necessitamos entender algumas diretrizes para assim, obter melhor resultado com um mecanismo de avaliação ao final de sessão didática. Portanto a explicação deve ser feita pelo autor ou autores dos mapas conceituais, onde eles devem ser explicados por quem os faz; ao explicá-los, a pessoa externaliza significados.

Não buscar o mapa "correto", pois não existe um único mapa conceitual "correto" para um conjunto de conceitos, com isso devemos procurar avaliar relações significativas, onde o que se torna importante é que o mapa evidencie significados atribuídos a conceitos e relações entre conceitos no contexto de um corpo de conhecimentos, portanto ao considerar o contexto, a avaliação através de mapas conceituais deve considerar o contexto no qual são utilizados. Sabendo que a avaliação deve ser um processo contínuo, não um evento isolado.

3 SESSÕES DIDÁTICAS

Com base em tudo que foi apresentado o embasamento teórico até o momento, então iremos conhecer como estão constituídas as sessões didáticas. Elas são compreendem 14 sessões didáticas para o desenvolvimento do pensamento geométrico, contemplando três eixos principais:

- a)** Construções geométricas com dobraduras (técnica Sonobe para construção de 3 poliedros de Platão)
- b)** Construções geométricas com kit de geometria (régua, esquadros e transferidor) com triângulos e quadriláteros
- c)** Construções geométricas com software de geometria dinâmica GeoGebra

As sessões didáticas foram elaboradas com foco num processo imersivo em geometria para o desenvolvimento do pensamento geométrico utilizando construções geométricas com: dobraduras, kit de geometria e uso do GeoGebra. Com base no modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e nos descritores presentes no DCRFor de matemática de Fortaleza, onde os alunos possam ao longo das etapas, realizar as construções geométricas e gerar discussões em grupo, preencher fichas de observação e de acompanhamento, realizar anotações em um diário de bordo (colocando suas sensações, emoções e das dificuldades apresentadas durante as construções, focando no seu processo de aprendizagem).

Ao final de cada sessão referente às construções geométricas, é solicitado o uso de mapas conceituais para realizar a avaliação dos alunos, com foco na aprendizagem significativa. Cada sessão didática segue a seguinte estrutura:

Título: Tema central da sessão
Objetivos: O que se espera que os alunos aprendam - Nível de Van Hiele: Nível de pensamento geométrico trabalhado
Descritores do DCRFor: Descritores do documento curricular de Fortaleza contemplados

Materiais necessários: Recursos para a realização da atividade
Tempo estimado: Duração prevista para a sessão
Desenvolvimento: Passo a passo da atividade
Avaliação: Uso de mapas conceituais para verificar a aprendizagem significativa
Extensão: Sugestões de atividades complementares

Sessão 1: Introdução à Técnica de Construção do Módulo Sonobe básico

Objetivos:
Conhecer a técnica Sonobe de origami modular
<ol style="list-style-type: none"> 1. Desenvolver habilidades de dobradura de papel 2. Construir o módulo básico Sonobe 3. Compreender as propriedades geométricas presentes nas dobraduras
Nível de Van Hiele:
Nível 1 (Visualização) e Nível 2 (Análise)
Descritores do DCRFor: (EF04MA18), (EF04MA19), (EF05MA16), (EF05MA21), (EF06MA17), (EF06MA18), (EF07MA30), (EF08MA18), (EF09MA19)
<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconhecer figuras planas e suas propriedades 2. Identificar elementos geométricos nas dobraduras (retas, ângulos, etc.)
Materiais necessários:
Papel quadrado colorido (15cm x 15cm) Instruções impressas da dobradura do módulo Sonobe Projetor para demonstração
Tempo estimado:
90 minutos
Desenvolvimento:
<ol style="list-style-type: none"> 1. Introdução à técnica Sonobe e sua origem (15 min) <ol style="list-style-type: none"> a. Apresentar a técnica Sonobe como um método de origami modular b. Mostrar exemplos de poliedros construídos com esta técnica c. Explicar a importância da precisão nas dobraduras 2. Demonstração da construção do módulo básico (25 min) <ol style="list-style-type: none"> a. Demonstrar passo a passo a construção do módulo Sonobe b. Destacar os elementos geométricos presentes em cada dobra c. Identificar ângulos, diagonais e simetrias durante o processo 3. Prática guiada (40 min)

- a. Alunos constroem seus próprios módulos Sonobe
- b. Professor circula pela sala auxiliando individualmente
- c. Alunos são incentivados a construir pelo menos 3 módulos

4. Discussão sobre geometria nas dobraduras (10 min)

- a. Identificar coletivamente os elementos geométricos presentes
- b. Discutir as propriedades das figuras formadas nas dobras
- c. Relacionar as dobraduras com conceitos de geometria plana

Avaliação com Mapa Conceitual:

Solicitar aos alunos que construam um mapa conceitual sobre o módulo Sonobe, incluindo:

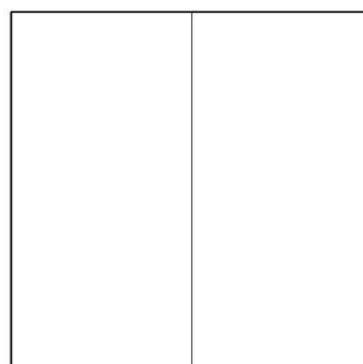
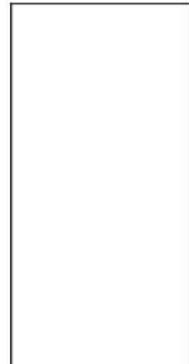
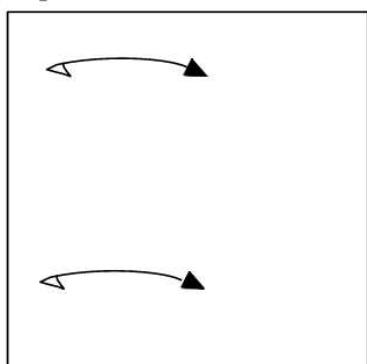
- Conceito central: Módulo Sonobe
- Elementos geométricos identificados
- Propriedades observadas
- Relações com outros conceitos geométricos

Extensão:

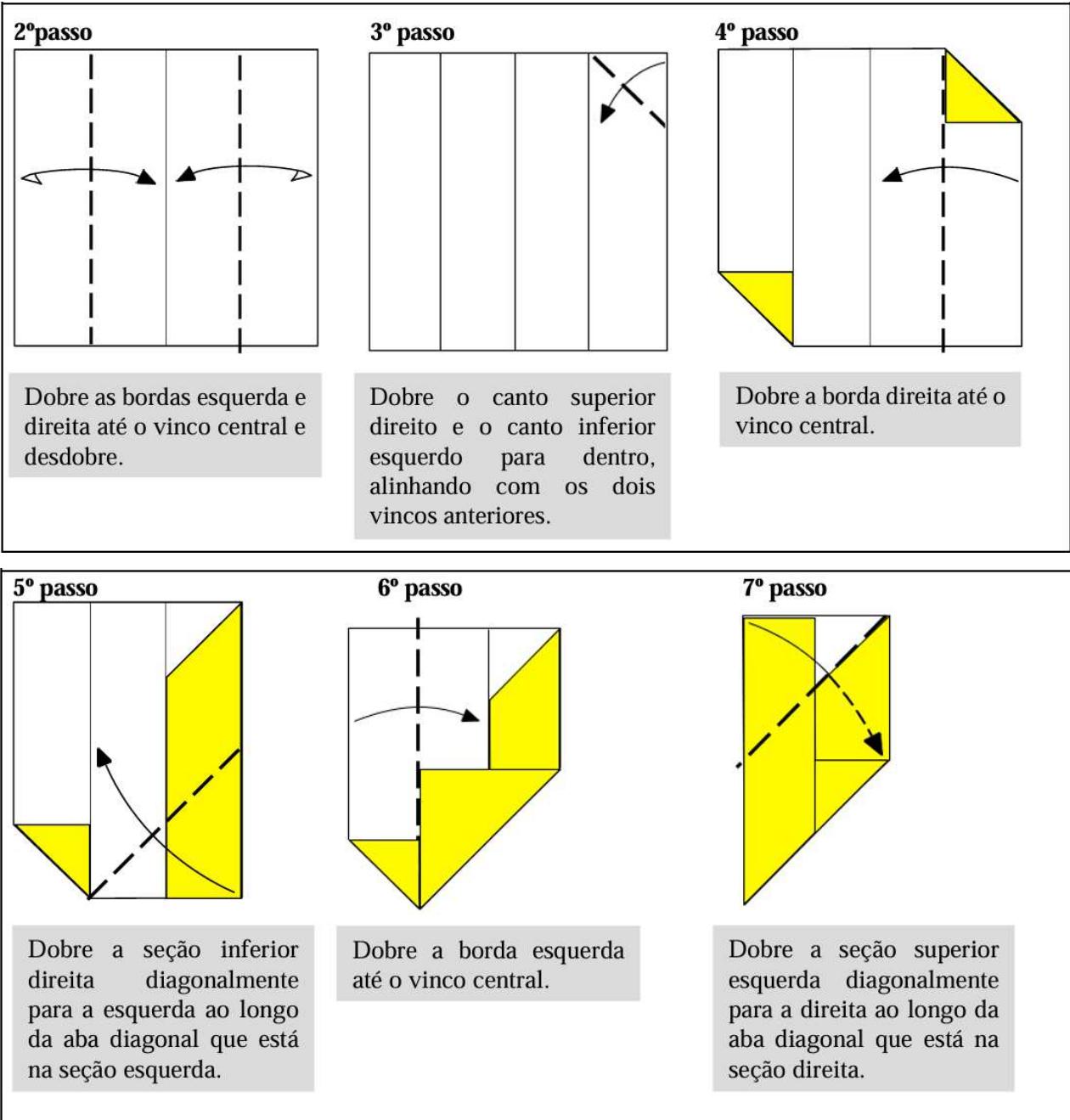
- Pesquisar sobre a história do origami e sua relação com a matemática
- Experimentar variações do módulo Sonobe com papéis de diferentes tamanhos

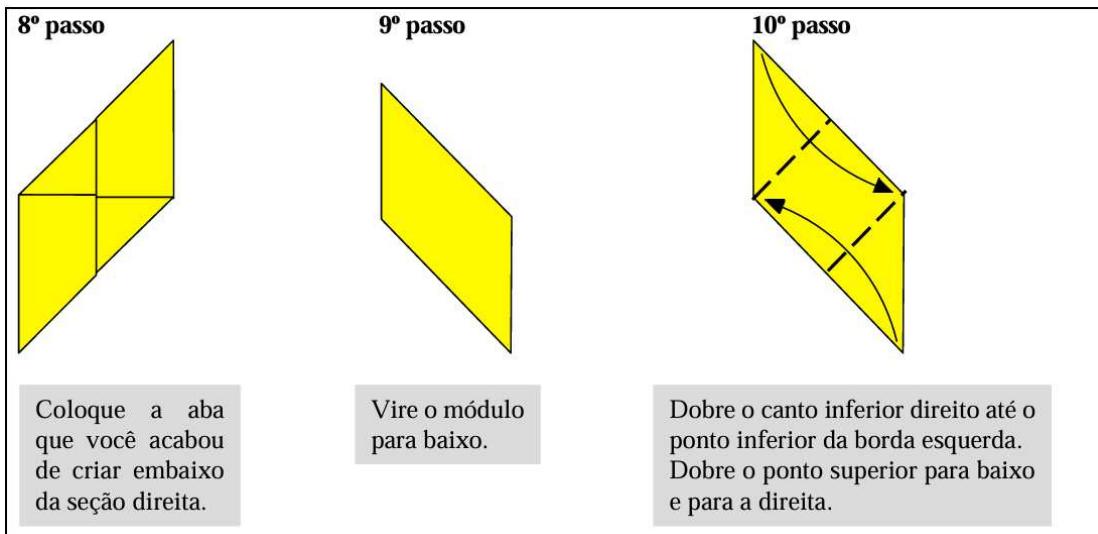
Etapas para construção do Módulo Sonobe

1º passo



Dobre o papel ao meio da esquerda para a direita e desdobre. Agora você tem um vinco central.

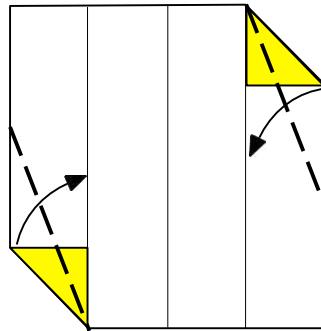




<https://www.amherst.edu/media/view/290032/original/oragami.pdf> (modificado)

Fonte: NAUGHTON, Michael. How to Fold the Sonobè Module & some Variations. 2011(modificado)

Para construção do Octaedro e Icosaedro com o módulo Sonobe, acrescentar após 4º passo uma dobra diagonal e continuar os demais passos, observe:



A partir da folha ofício ou A4, deve-se pedir para os alunos preencherem as fichas de observação.

Tabela 5 - Ficha de observação 1

(Continua)

RETÂNGULO

1. Qual a medida aproximada de cada diagonal?
2. Podemos observar que ao construir as diagonais em um retângulo, determinamos alguns triângulos, quantos triângulos foram formados? Identifique cada um.
3. Identifique e meça: cada lado e os ângulos dos triângulos encontrados.
4. Qual é perímetro de cada triângulo?
5. Agora, classifique-os conforme as medidas de seus ângulos e lados, respectivamente.

(Continuação)

6. Esses triângulos são congruentes? Semelhantes? Ou não possuem características comuns?
7. Qual é a soma das medidas dos ângulos $A\hat{O}B$ e $D\hat{O}C$? E os ângulos $A\hat{O}D$ e $D\hat{O}C$? Qual é a relação que existe entre cada par desses ângulos?
8. Com relação ao paralelismo, existe lados paralelos nesse quadrado? Se sim, separe-os em pares.
9. Qual é o perímetro desse retângulo?
10. Qual é a sua medida de área?

Recortar a folha ofício gerando um quadrado com medida igual a lado menor da folha ofício e em seguida, responder as questões abaixo.

QUADRADO

1. Qual a medida aproximada de cada diagonal?
2. Podemos observar que ao construir as diagonais em um quadrado determinamos alguns triângulos. Quantos triângulos foram formados? Identifique cada um.
3. Identifique e meça: cada lado e os ângulos dos triângulos encontrados.
4. Qual é perímetro de cada triângulo?
5. Agora, separe-os a partir das medidas de seus lados. Como são classificados esses triângulos?
6. Esses triângulos são congruentes? Semelhantes? Ou não possuem características comuns?
7. Qual é a soma das medidas dos ângulos $A\hat{O}B$ e $D\hat{O}C$? E os ângulos $A\hat{O}D$ e $D\hat{O}C$? Qual é a relação que existe entre cada par desses ângulos?

- 8.** Com relação ao paralelismo, existe lados paralelos nesse quadrado? Se sim, separe-os em pares.
- 9.** Qual é o perímetro desse quadrado?
- 10.** Qual é a sua medida de área?
- 11.** Escreva as razões dos perímetros de cada triângulo correspondentes (quadrado para retângulo (folha ofício))
- 12.** Escreva a razão da área do quadrado para o retângulo (folha ofício).

Fonte: elaborado pelo autor

Sessão 2: Construção do Cubo com Módulos Sonobe

Objetivos:

Compreender a estrutura tridimensional do cubo (hexaedro regular)

1. Utilizar módulos Sonobe para construir um cubo
2. Identificar propriedades geométricas do cubo
3. Relacionar a estrutura plana dos módulos com a forma tridimensional resultante

Nível de Van Hiele:

Nível 2 (Análise) e Nível 3 (Dedução Informal)

Descritores do DCRFor: (EF04MA18), (EF04MA19), (EF05MA16), (EF05MA21), (EF06MA17), (EF06MA18), (EF07MA30), (EF08MA18), (EF09MA19)

1. Reconhecer poliedros e seus elementos
2. Identificar propriedades do cubo
3. Compreender a relação entre faces, arestas e vértices

Materiais necessários:

6 módulos Sonobe por aluno (preferencialmente em duas cores diferentes)

Instruções impressas para montagem do cubo

Modelo de cubo já montado para demonstração

Tempo estimado:

90 minutos

Desenvolvimento:

<p>1. Revisão do módulo Sonobe (15 min)</p> <ol style="list-style-type: none"> Revisar a construção do módulo Sonobe Alunos que não completaram módulos suficientes na sessão anterior podem terminar Discutir a importância da precisão para o encaixe adequado
<p>2. Exploração do cubo (15 min)</p> <ol style="list-style-type: none"> Apresentar o cubo como um dos poliedros de Platão Analizar suas propriedades: 6 faces quadradas, 12 arestas, 8 vértices Discutir a relação de Euler para poliedros ($V - A + F = 2$)
<p>3. Demonstração da montagem do cubo (20 min)</p> <ol style="list-style-type: none"> Demonstrar passo a passo como encaixar os módulos Sonobe Explicar a função das "bolsas" e "abas" dos módulos Mostrar como a estrutura se torna estável com o encaixe adequado
<p>4. Construção guiada (30 min)</p> <ol style="list-style-type: none"> Alunos montam seus próprios cubos com os módulos Sonobe Professor circula pela sala auxiliando individualmente Incentivar o uso de cores diferentes para visualizar melhor a estrutura
<p>5. Análise do poliedro construído (10 min)</p> <ol style="list-style-type: none"> Verificar se o cubo construído possui todas as propriedades esperadas Identificar faces, arestas e vértices no modelo construído Discutir simetrias e regularidades observadas
<p>Avaliação com Mapa Conceitual:</p> <p>Solicitar aos alunos que construam um mapa conceitual sobre o cubo, incluindo:</p> <ul style="list-style-type: none"> Conceito central: Cubo (Hexaedro Regular) Elementos: faces, arestas, vértices Propriedades: regularidade, ângulos, simetrias Relação com outros poliedros Processo de construção com módulos Sonobe
<p>Extensão:</p> <ul style="list-style-type: none"> Decorar o cubo com padrões geométricos Investigar outras formas de construir cubos com técnicas de origami diferentes

Vídeo tutorial de construção do módulo Sonobe e a montagem do hexaedro regular: https://youtu.be/-jjV-DYzDCg?si=3n_1-DDRVtFMH1m (vídeo produzido no período da pandemia de Covid-19) <https://youtu.be/sGuDBnjL-EM?si=4A2i3YQUavlF4kW9> (outra opção de confecção do módulo Sonobe e montagem do hexaedro regular).

Tabela 6 - Ficha de observação 2

(Continua)

PARALELOGRAMO (módulo Sonobe)

1. Qual a medida aproximada de cada diagonal?

2. Podemos observar que ao construir as diagonais em um paralelogramo determinamos alguns triângulos, quantos triângulos foram formados? Identifique cada triângulo.

3. Identifique e meça: cada lado e os ângulos dos triângulos encontrados.

4. Qual é perímetro de cada triângulo?

5. Agora, separe-os a partir das medidas de seus lados. Como são classificados esses triângulos?

6. Esses triângulos são congruentes? Semelhantes? Ou não possuem características comuns?

7. Qual é a soma das medidas dos ângulos $A\hat{O}B$ e $D\hat{O}C$? E os ângulos $A\hat{O}D$ e $D\hat{O}C$? Qual é a relação que existe entre cada par desses ângulos?

8. Com relação ao paralelismo, existe lados paralelos nesse paralelogramo? Se sim, separe-os.

9. Qual é o perímetro desse paralelogramo?

10. Qual é a sua medida de área?

TRAPÉZIO (formado a partir da folha ofício ao dobrar o lado menor e sobre o lado maior (bissetriz no ângulo reto)

1. Qual a medida aproximada de cada diagonal?

2. Podemos observar que ao construir as diagonais em um trapézio, determinamos alguns triângulos, quantos triângulos foram formados? Identifique cada triângulo.

(Conclusão)

- | |
|--|
| <p>3. <u>Identifique e meça</u>: cada lado e os ângulos dos triângulos encontrados.</p> |
| <p>4. Qual é perímetro de cada triângulo?</p> |
| <p>5. Agora, separe-os a partir das medidas de seus lados. Como são classificados esses triângulos?</p> |
| <p>6. Esses triângulos são congruentes? Semelhantes? Ou não possuem características comuns?</p> |
| <p>7. Qual é a soma das medidas dos ângulos $A\hat{O}B$ e $D\hat{O}C$? E os ângulos $A\hat{O}D$ e $D\hat{O}C$? Qual é a relação que existe entre cada par desses ângulos?</p> |
| <p>8. Com relação ao paralelismo, existe lados paralelos nesse trapézio? Se sim, separe-os.</p> |
| <p>9. Qual é o perímetro desse trapézio?</p> |
| <p>10. Qual é a sua medida de área?</p> |
| <p>11. Escreva as razões dos perímetros de cada triângulo correspondentes (paralelogramo para trapézio).</p> |
| <p>12. Escreva a razão da área do paralelogramo para trapézio.</p> |

Fonte: elaborado pelo autor

Sessão 3: Construção do Tetraedro e Octaedro com Módulos Sonobe

Objetivos:

Compreender a estrutura tridimensional do tetraedro e octaedro

1. Utilizar módulos Sonobe para construir um tetraedro e um octaedro
2. Identificar propriedades geométricas do tetraedro e do octaedro
3. Comparar as propriedades do tetraedro, octaedro com as do cubo

Nível de Van Hiele:

Nível 2 (Análise) e Nível 3 (Dedução Informal)

Descritores do DCRFor: (EF04MA18), (EF04MA19), (EF05MA16), (EF05MA21), (EF06MA17), (EF06MA18), (EF06MA19), (EF06MA24), (EF07MA30), (EF07MA31), (EF08MA14), (EF08MA18), (EF08MA19), (EF09MA12), (EF09MA19)

1. Reconhecer poliedros e seus elementos
2. Identificar propriedades do octaedro
3. Estabelecer relações entre diferentes poliedros

Materiais necessários:

Tetraedro – 3 módulos Sonobe por aluno (preferencialmente em cores diferentes)

Octaedro - 12 módulos Sonobe por aluno (preferencialmente em cores diferentes)

Instruções impressas para montagem do tetraedro e octaedro

Modelo do tetraedro e do octaedro já montado para demonstração

Tempo estimado:

90 minutos

Desenvolvimento:

1. Preparação dos módulos (20 min)

- a. Alunos constroem módulos Sonobe adicionais
- b. Revisar a dobra diagonal adicional necessária para o octaedro (após 4º passo do tutorial do módulo Sonobe (veja imagem abaixo))
- c. Organizar os módulos em grupos por cores

2. Exploração do octaedro (15 min)

- a. Apresentar o tetraedro e octaedro como poliedros de Platão
- b. Analisar suas propriedades: Tetraedro (4 faces triangulares, 6 arestas e 4 vértices) e Octaedro (8 faces triangulares, 12 arestas, 6 vértices)
- c. Comparar com o cubo (dualidade entre cada poliedro: cubo e octaedro, cubo e tetraedro, tetraedro e octaedro)

3. Demonstração da montagem do tetraedro e octaedro (20 min)

- a. Demonstrar passo a passo como encaixar os módulos Sonobe
- b. Explicar a formação das pirâmides triangulares
- c. Mostrar como completar a estrutura com os últimos módulos

4. Construção guiada (25 min)

- a. Alunos montam seus próprios tetraedro e octaedros com os módulos Sonobe
- b. Professor circula pela sala auxiliando individualmente
- c. Sugerir o uso de padrões de cores para destacar a estrutura

5. Análise comparativa (10 min)

- a. Comparar o tetraedro e octaedro com o cubo construído na sessão anterior
- b. Discutir a relação de dualidade entre esses poliedros
- c. Verificar a relação de Euler no octaedro

Avaliação com Mapa Conceitual:

Solicitar aos alunos que construam um mapa conceitual sobre o Tetraedro e outro para o octaedro, incluindo:

- Conceito central: Tetraedro e Octaedro
- Elementos: faces, arestas, vértices
- Propriedades: regularidade, ângulos, simetrias
- Relação com o cubo (dualidade)
- Processo de construção com módulos Sonobe

Extensão:

- Investigar a dualidade entre poliedros
- Criar um modelo que mostre a relação entre o cubo, tetraedro e o octaedro

Video tutorial para construção dos módulos Sonobe e montagem do Tetraedro e Octaedro “Sonobe”:

Hexaedro 3 Módulos Sonobe 

https://youtu.be/_I5fTslUWME?si=7iAWoXkq4Xjgkerd

Caso os alunos já tenham pesquisado outras formas de construção e desejam construí-la, então eles devem ser incentivados. O desejo em aprender deve ser sempre estimulado e o professor aprende com os alunos (este processo é investigativo).

Sessão 4: Construção do Icosaedro com Módulos Sonobe

Objetivos:

Compreender a estrutura tridimensional do icosaedro

1. Utilizar módulos Sonobe para construir um icosaedro
2. Identificar propriedades geométricas do icosaedro
3. Desenvolver persistência e precisão em construções complexas

Nível de Van Hiele:

Nível 2 (Análise) e Nível 3 (Dedução Informal)

Descritores do DCRFor: (EF04MA18), (EF04MA19), (EF05MA16), (EF05MA21), (EF06MA17), (EF06MA18), (EF06MA19), (EF06MA24), (EF07MA30), (EF07MA31), (EF08MA14), (EF08MA18), (EF08MA19), (EF09MA12), (EF09MA19)

1. Reconhecer poliedros e seus elementos
2. Identificar propriedades do icosaedro
3. Estabelecer relações entre diferentes poliedros regulares

Materiais necessários:

30 módulos Sonobe por aluno (preferencialmente em cores diferentes)

Instruções impressas para montagem do icosaedro

Modelo de icosaedro já montado para demonstração

Tempo estimado:

120 minutos

Desenvolvimento:

1. Preparação dos módulos (30 min)

- a. Alunos constroem módulos Sonobe adicionais
- b. Revisar a dobra diagonal adicional necessária
- c. Organizar os módulos em grupos por cores

2. Exploração do icosaedro (15 min)

- a. Apresentar o icosaedro como um dos poliedros de Platão
- b. Analisar suas propriedades: 20 faces triangulares, 30 arestas, 12 vértices
- c. Discutir aplicações do icosaedro (vírus, bolas de futebol, etc.)

3. Demonstração da montagem do icosaedro (25 min)

- a. Demonstrar a formação das primeiras pirâmides triangulares
- b. Explicar como as pirâmides se conectam em ciclos de 5
- c. Mostrar estratégias para completar a estrutura sem que ela se desmonte

4. Construção guiada (40 min)

- a. Alunos montam seus próprios icosaedros com os módulos Sonobe
- b. Professor circula pela sala auxiliando individualmente
- c. Sugerir pausas para verificar a estrutura parcial

5. Análise do poliedro construído (10 min)

- a. Verificar se o icosaedro construído possui todas as propriedades esperadas
- b. Identificar padrões pentagonais na estrutura
- c. Comparar com os outros poliedros já construídos

Avaliação com Mapa Conceitual:

Solicitar aos alunos que construam um mapa conceitual sobre o icosaedro, incluindo:

- Conceito central: Icosaedro
- Elementos: faces, arestas, vértices
- Propriedades: regularidade, ângulos, simetrias
- Relações com outros poliedros de Platão
- Aplicações na natureza e na tecnologia

Extensão:

- Pesquisar sobre o dodecaedro (dual do icosaedro)
- Investigar a presença de estruturas icosaédricas na natureza (vírus, moléculas)
- Investigar a dualidade entre icosaedro regular e o icosaedro truncado (comparar os elementos que cada um possui)

Vídeo tutorial de construção do módulo Sonobe e montagem do icosaedro “Sonobe”:
https://youtu.be/QanP_yPlhiM?si=vpLQY5DqfpBuCk00

Sessão 5: Síntese dos Poliedros de Platão e Exposição

Objetivos:

Sintetizar o conhecimento sobre os poliedros de Platão

1. Comparar as propriedades dos diferentes poliedros construídos
2. Comunicar o conhecimento geométrico através de uma exposição
3. Valorizar a estética e a precisão nas construções geométricas

Nível de Van Hiele:

Nível 3 (Dedução Informal) e Nível 4 (Dedução Formal)

Descritores do DCRFor: (EF04MA18), (EF04MA19), (EF05MA16), (EF05MA21), (EF06MA17), (EF06MA18), (EF06MA19), (EF06MA24), (EF07MA30), (EF07MA31),

(EF08MA14), (EF08MA18), (EF08MA19), (EF09MA12), (EF09MA19)

1. Classificar poliedros segundo critérios diversos
2. Estabelecer relações entre os poliedros de Platão
3. Comunicar ideias matemáticas com precisão

Materiais necessários:

Poliedros construídos nas sessões anteriores

Cartolas e materiais para cartazes

Fichas técnicas para cada poliedro

Espaço para exposição

Tempo estimado:

90 minutos

Desenvolvimento:

1. Revisão dos poliedros de Platão (20 min)

- a. Revisar as características de cada poliedro construído
- b. Discutir por que existem apenas cinco poliedros regulares
- c. Apresentar o tetraedro e o dodecaedro (que não foram construídos)

2. Análise comparativa (15 min)

- a. Organizar uma tabela comparativa dos cinco poliedros de Platão
- b. Identificar padrões e relações entre eles
- c. Discutir a dualidade entre pares de poliedros

3. Preparação da exposição (40 min)

- a. Alunos organizam seus poliedros para exposição
- b. Criar fichas técnicas com informações sobre cada poliedro
- c. Preparar cartazes explicativos sobre a técnica Sonobe e os poliedros

4. Apresentação e reflexão (15 min)

- a. Alunos apresentam brevemente seus trabalhos
- b. Discutir a experiência de construção dos poliedros
- c. Refletir sobre as aplicações dos poliedros na vida cotidiana

Avaliação com Mapa Conceitual:

Solicitar aos alunos que construam um mapa conceitual abrangente sobre os poliedros de Platão, incluindo:

- Conceito central: Poliedros de Platão
- Tipos: Tetraedro, Cubo, Octaedro, Dodecaedro, Icosaedro

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • Propriedades comuns e específicas - Relações de dualidade • Técnica Sonobe como método de construção • Aplicações na natureza, arte e tecnologia |
|--|

Extensão:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Organizar uma exposição para outras turmas da escola • Criar um vídeo tutorial sobre a construção dos poliedros com a técnica Sonobe |
|---|

Tabela 7 - Ficha de Acompanhamento 1

PERGUNTAS DE ACOMPANHAMENTO

- | |
|--|
| 1. Que conhecimentos da geometria foram utilizados nas construções com dobraduras? |
| 2. Esta atividade contribuiu para uma melhor compreensão de conceitos da geometria espacial? Explique. |
| 3. Quais as características/propriedades geométricas foram exploradas com esta atividade? |
| 4. Informe outras aprendizagens obtidas durante a atividade. |
| 5. Apresente as dificuldades e desafios encontrados na realização desta atividade. |

Fonte: elaborado pelo autor

Sessão 6: Construção de Ângulos com Transferidor e Esquadros

Objetivos:

Compreender o conceito de ângulo e sua medida

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Utilizar o transferidor para medir e construir ângulos 2. Construir ângulos específicos usando esquadros 3. Relacionar ângulos complementares e suplementares |
|--|

Nível de Van Hiele:

Nível 2 (Análise) e Nível 3 (Dedução Informal)
--

Descriidores do DCRFor: (EF04MA18), (EF05MA17), (EF06MA20), (EF06MA21), (EF06MA22), (EF06MA25), (EF06MA26), (EF06MA27), (EF07MA23), (EF07MA24),
--

(EF08MA16), (EF09MA10)

1. Medir e construir ângulos com transferidor
2. Reconhecer ângulos complementares e suplementares
3. Identificar ângulos em figuras geométricas

Materiais necessários:

Kit de geometria (régua, esquadros de 45° e $30^\circ/60^\circ$, transferidor)

Folhas de papel sulfite A4

Lápis HB e 2B

Borracha

Tempo estimado:

90 minutos

Desenvolvimento:**1. Exploração do transferidor (15 min)**

- a. Apresentar o transferidor e suas partes (centro, linha de fé, limbo)
- b. Demonstrar como posicionar corretamente o transferidor
- c. Praticar a leitura de medidas no transferidor

2. Medição de ângulos (20 min)

- a. Demonstrar como medir ângulos com o transferidor
- b. Alunos praticam a medição de ângulos em figuras geométricas
- c. Classificar os ângulos medidos (agudo, reto, obtuso)

3. Construção de ângulos com transferidor (20 min)

- a. Demonstrar como construir ângulos com medidas específicas
- b. Alunos praticam a construção de ângulos de 30° , 45° , 60° , 90° , 120° , 135°
- c. Verificar a precisão das construções

4. Construção de ângulos com esquadros (20 min)

- a. Demonstrar como construir ângulos específicos usando apenas esquadros
- b. Alunos praticam a construção de ângulos de 30° , 45° , 60° , 90° , 120° , 135° com esquadros
- c. Comparar os métodos de construção (transferidor vs. esquadros)

5. Ângulos complementares e suplementares (15 min)

- a. Explicar o conceito de ângulos complementares e suplementares
- b. Alunos constroem pares de ângulos complementares e suplementares
- c. Verificar as relações entre os ângulos construídos

Avaliação com Mapa Conceitual:

Solicitar aos alunos que construam um mapa conceitual sobre ângulos, incluindo:

- Conceito central: Ângulos
- Classificação: agudo, reto, obtuso, raso
- Relações: complementares, suplementares
- Instrumentos de medição e construção
- Aplicações em figuras geométricas

Extensão:

- Investigar ângulos na natureza e na arquitetura
- Construir um transferidor artesanal usando círculo e divisões

Sessão 7: Introdução às Construções Geométricas com Régua e Esquadros**Objetivos:****Conhecer os instrumentos do kit de geometria**

1. Compreender o uso adequado de régua e esquadros
2. Realizar construções básicas de retas paralelas e perpendiculares
3. Desenvolver precisão no uso dos instrumentos

Nível de Van Hiele:

Nível 1 (Visualização) e Nível 2 (Análise)

Descritores do DCRFor: (EF04MA18), (EF05MA17), (EF06MA20), (EF06MA21), (EF06MA22), (EF06MA25), (EF06MA26), (EF06MA27), (EF07MA23), (EF07MA24), (EF08MA16), (EF09MA10)

1. Construir triângulos com régua e esquadros
2. Classificar triângulos quanto aos lados e ângulos
3. Reconhecer a condição de existência de um triângulo
4. Construir retas paralelas e perpendiculares
5. Identificar ângulos retos, agudos e obtusos

Materiais necessários:

Kit de geometria (régua, esquadros de 45° e $30^\circ/60^\circ$)

Folhas de papel sulfite A4

Lápis HB e 2B

Borracha

Tempo estimado:

90 minutos

Desenvolvimento:**1. Apresentação dos instrumentos (15 min)**

- a. Apresentar cada instrumento do kit de geometria
- b. Explicar a função e o uso adequado de cada um
- c. Demonstrar como segurar e manipular corretamente os instrumentos

2. Exploração dos esquadros (20 min)

- a. Identificar os ângulos presentes nos esquadros
- b. Demonstrar como traçar linhas retas com a régua
- c. Praticar o alinhamento dos instrumentos

4. Construção de retas paralelas (25 min)

- a. Demonstrar o processo de construção de retas paralelas usando régua e esquadro
- b. Alunos praticam a construção de conjuntos de retas paralelas
- c. Verificar a precisão das construções

5. Construção de retas perpendiculares (25 min)

- a. Demonstrar o processo de construção de retas perpendiculares
- b. Alunos praticam a construção de retas perpendiculares a partir de pontos sobre e fora de retas
- c. Construir uma malha quadriculada usando retas paralelas e perpendiculares

6. Discussão e reflexão (5 min)

- a. Discutir as dificuldades encontradas
- b. Refletir sobre a importância da precisão nas construções geométricas
- c. Relacionar as construções com situações do cotidiano

Avaliação com Mapa Conceitual:

Solicitar aos alunos que construam um mapa conceitual sobre construções geométricas com régua e esquadros, incluindo:

- Conceito central: Construções com régua e esquadros
- Instrumentos utilizados e suas funções
- Tipos de construções realizadas
- Conceitos geométricos envolvidos (paralelismo, perpendicularidade, ângulos)
- Aplicações práticas dessas construções

Extensão:

- Pesquisar sobre a história dos instrumentos de desenho geométrico
- Criar um padrão geométrico utilizando retas paralelas e perpendiculares

Sessão 8: Construção de Triângulos com Régua e Esquadros

Objetivos:

Compreender as propriedades dos triângulos

1. Construir diferentes tipos de triângulos usando régua e esquadros
2. Classificar triângulos quanto aos lados e ângulos
3. Verificar a condição de existência de um triângulo

Nível de Van Hiele:

Nível 2 (Análise) e Nível 3 (Dedução Informal)

Descritores do DCRFor: (EF04MA18), (EF05MA17), (EF06MA20), (EF06MA21), (EF06MA22), (EF06MA25), (EF06MA26), (EF06MA27), (EF07MA23), (EF07MA24), (EF08MA16), (EF09MA10)

1. Construir triângulos com régua e esquadros
2. Classificar triângulos quanto aos lados e ângulos
3. Reconhecer a condição de existência de um triângulo

Materiais necessários:

Kit de geometria (régua, esquadros de 45° e $30^\circ/60^\circ$)

Folhas de papel sulfite A4

Lápis HB e 2B

Borracha

Fichas com instruções para diferentes tipos de triângulos

Tempo estimado:

90 minutos

Desenvolvimento:

1. Revisão sobre triângulos (15 min)
 - a. Revisar a classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos
 - b. Discutir a condição de existência de um triângulo (desigualdade triangular)
 - c. Apresentar exemplos de diferentes tipos de triângulos

2. Construção de triângulo equilátero (20 min)

- a. Demonstrar o processo de construção de um triângulo equilátero usando esquadro de $30^\circ/60^\circ$
- b. Alunos praticam a construção de triângulos equiláteros de diferentes tamanhos
- c. Verificar as propriedades do triângulo equilátero nas construções

3. Construção de triângulo isósceles (20 min)

- a. Demonstrar o processo de construção de um triângulo isósceles
- b. Alunos praticam a construção de diferentes triângulos isósceles
- c. Identificar a base e os lados congruentes

4. Construção de triângulo retângulo (20 min)

- 1. Demonstrar o processo de construção de um triângulo retângulo usando esquadros
- 2. Alunos praticam a construção de triângulos retângulos com diferentes medidas de catetos

5. Análise e classificação (15 min)

- a. Alunos classificam os triângulos construídos quanto aos lados e ângulos
- b. Discutir as propriedades observadas em cada tipo de triângulo
- c. Verificar a soma dos ângulos internos dos triângulos construídos

Avaliação com Mapa Conceitual:

Solicitar aos alunos que construam um mapa conceitual sobre triângulos, incluindo:

- Conceito central: Triângulos
- Classificação quanto aos lados: equilátero, isósceles, escaleno
- Classificação quanto aos ângulos: acutângulo, retângulo, obtusângulo Propriedades específicas de cada tipo
- Processos de construção com régua e esquadros

Extensão:

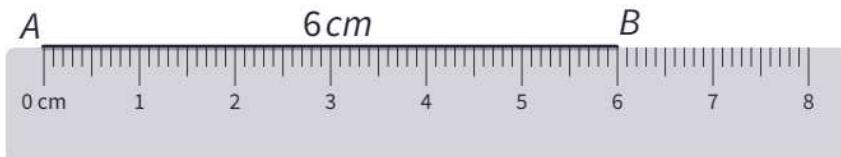
- Investigar o incentro, baricentro, circuncentro e ortocentro de um triângulo
- Construir um triângulo a partir de três medidas dadas (três lados ou dois lados e um ângulo)

Apresentamos abaixo construções de triângulos utilizando régua e transferidor (aumento no nível aprofundamento e de classificação dos triângulos quanto aos ângulos e lados), tendo como objetivo de desenvolver a segurança e o domínio dos alunos no uso do transferidor, sendo esse uma ferramenta muito importante ao se “assimilar” um pouco com o compasso. Lembrando que por questões de segurança, o uso do compasso não compõe as construções geometrias desse P.E..

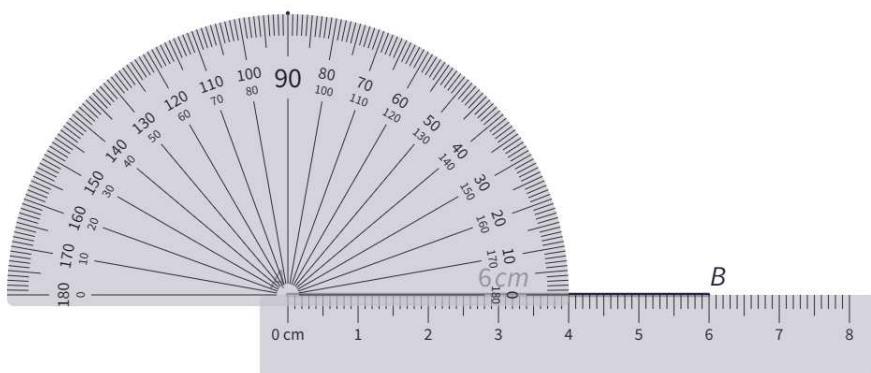
1. Triângulos Retângulos:

a. Triângulo Retângulo Isósceles

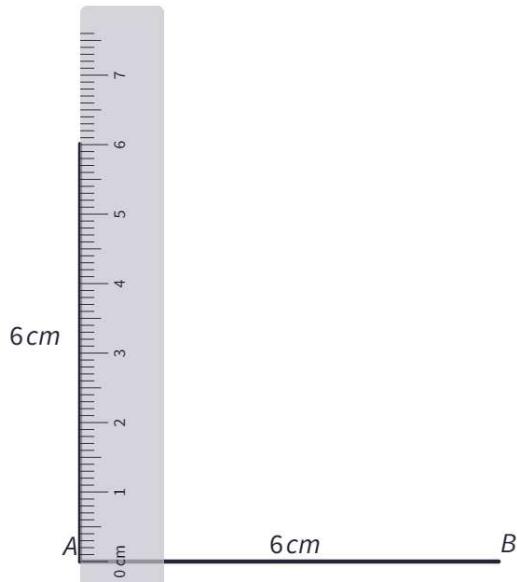
- Utilizando régua, construa o segmento $\overline{AB} = 6 \text{ cm}$



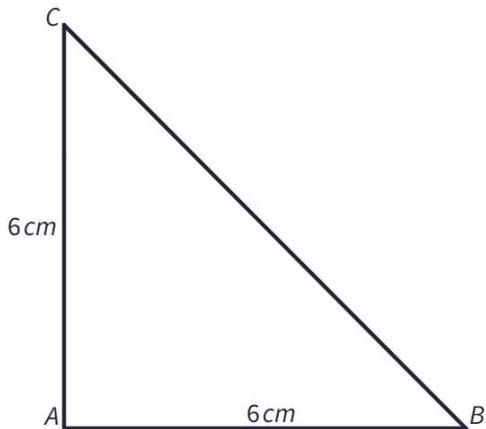
- Utilizando o Transferidor centralizado em A, marque 90° .



- Trace o segmento $\overline{AC} = 6 \text{ cm}$ passando pela marcação do ângulo de 90° .



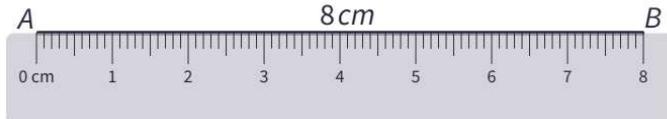
- Trace o segmento \overline{BC} .



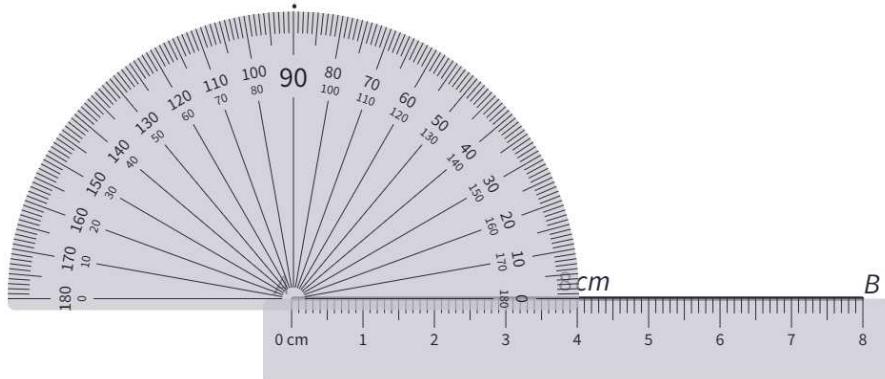
- Para finalizar, com o transferidor meça cada ângulo formado no triângulo e coloque suas respectivas medidas.

b. Triângulo Retângulo Escaleno

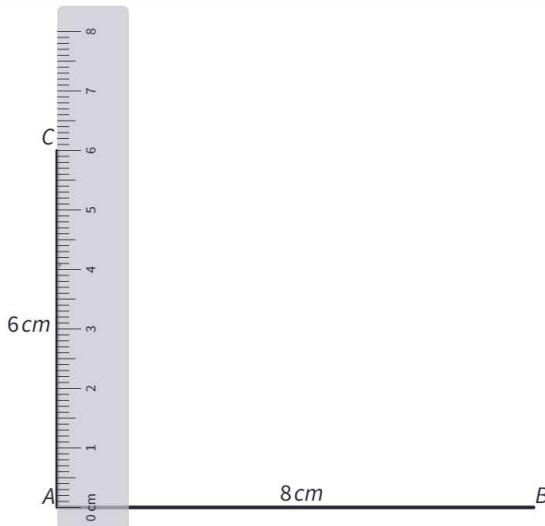
- Utilizando régua, construa o segmento $AB = 8 \text{ cm}$



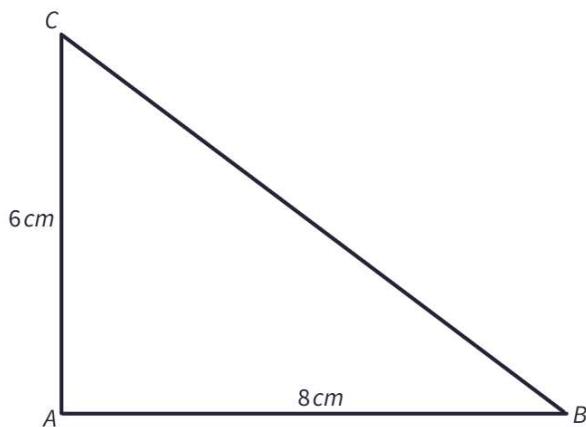
- Utilizando o Transferidor centralizado em A, marque 90° .



- Trace o segmento $AC = 6 \text{ cm}$ passando pela marcação do ângulo de 90° .



- Trace o segmento BC .



- Para finalizar, com o transferidor meça cada ângulo formado no triângulo e coloque suas respectivas medidas.

Tabela 8 - Ficha de observação 3

(Continua)

Triângulos Retângulos

- Qual a medida aproximada de BC do triângulo retângulo isósceles?
- Qual a medida aproximada de BC do triângulo retângulo escaleno?
- Num triângulo retângulo, qual a relação entre o ângulo reto e o lado oposto a ele?
- Num triângulo retângulo, qual é a soma entre os dois ângulos que não são retos?

5. Qual é a soma dos ângulos internos de um triângulo retângulo?

Fonte: elaborado pelo autor

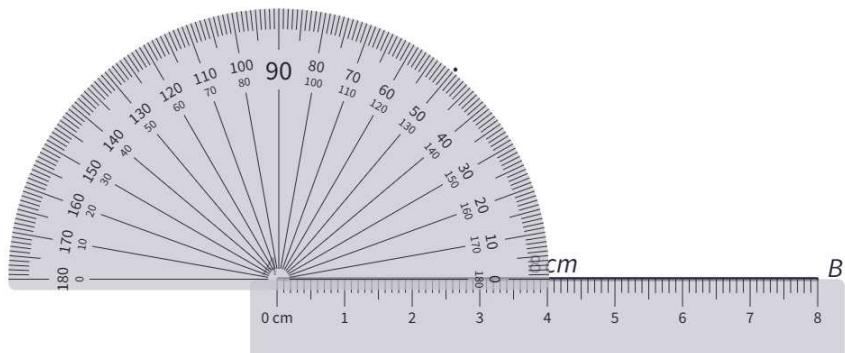
2. Triângulos Acutângulos

a. Triângulo Acutângulo Isósceles

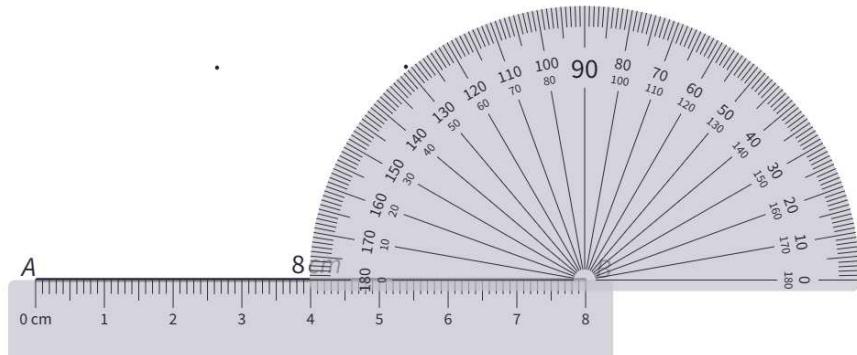
- Utilizando régua, construa o segmento $AB = 8 \text{ cm}$



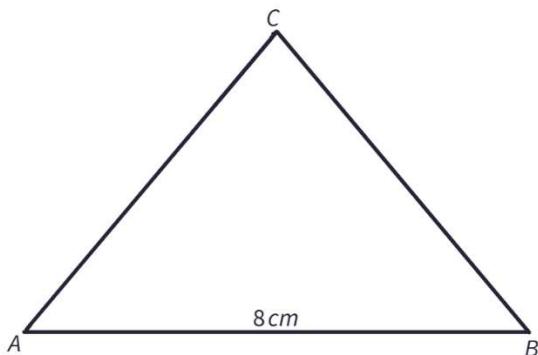
- Utilizando o Transferidor centralizado em A, marque 50° (sentido anti-horário do transferidor).



- Utilizando o Transferidor centralizado em B, marque 50° (sentido horário do transferidor).



- Trace o segmento AC e BC (marcações a partir das medidas dos respectivos ângulos até se encontrarem).



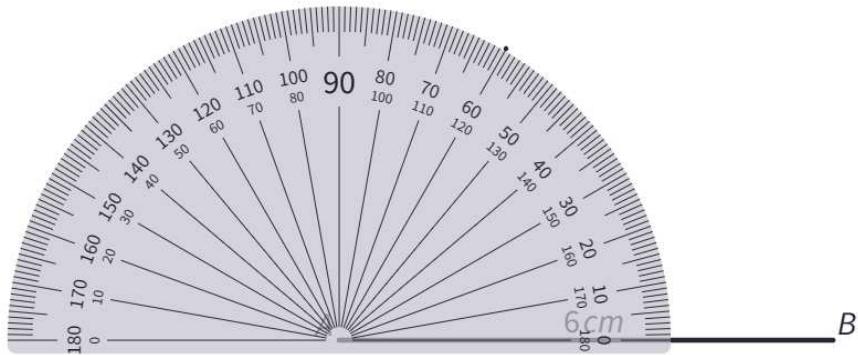
- Para finalizar, meça com o transferidor cada ângulo formado no triângulo e coloque suas respectivas medidas.

b. Triângulo Acutângulo Equilátero

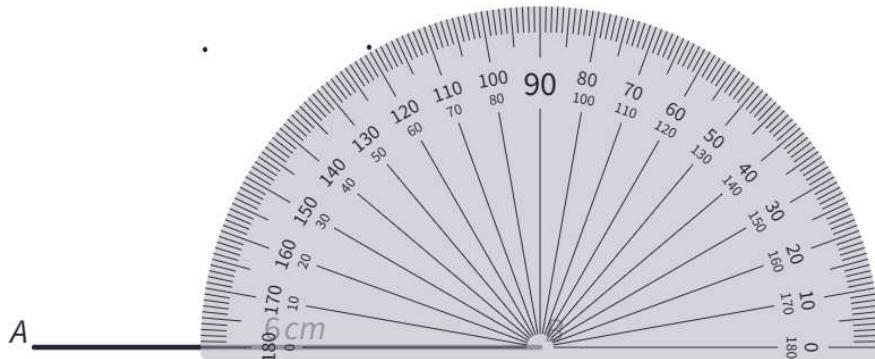
- Utilizando régua, construa o segmento AB = 6 cm



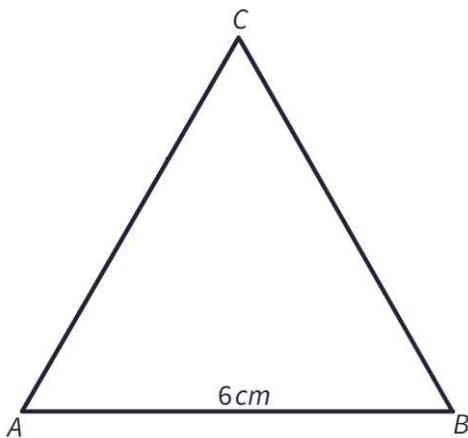
- Utilizando o Transferidor centralizado em A, marque 60° (sentido anti-horário do transferidor).



- Utilizando o Transferidor centralizado em B, marque 120° (sentido anti-horário do transferidor).



- Trace o segmento AC e BC (marcações das medidas dos respectivos ângulos).



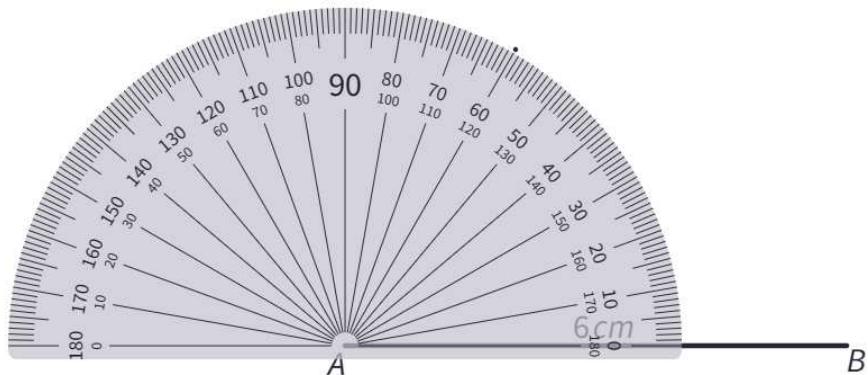
- Para finalizar, com o transferidor meça cada ângulo formado no triângulo e coloque suas respectivas medidas.

c. Triângulo Acutângulo Escaleno

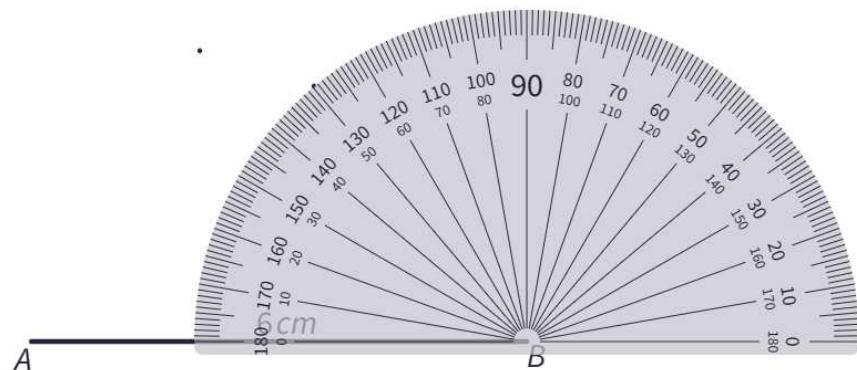
- Utilizando régua, construa o segmento AB = 6 cm



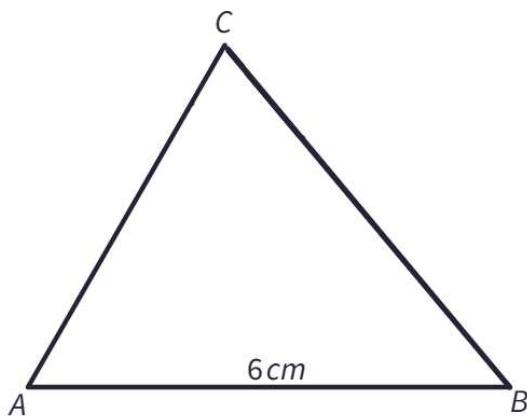
- Utilizando o Transferidor centralizado em A, marque 60° (sentido anti-horário do transferidor).



- Utilizando o Transferidor centralizado em B, marque 130° (sentido anti-horário do transferidor).



- Trace o segmento AC e BC passando pelas marcações das medidas dos respectivos ângulos até se encontrarem.



- Para finalizar, com o transferidor meça cada ângulo formado no triângulo e coloque suas respectivas medidas.

Tabela 9 - Ficha de observação 4

Triângulos Acutângulos

1. Quais são as medidas aproximadas de AC e BC do triângulo acutângulo isósceles?
2. Os lados AC e BC são congruentes? Se sim, quais relações podemos obter através das observações dos ângulos da base desse triângulo?
3. Quais são as medidas aproximadas de AC e BC do triângulo acutângulo equilátero?
4. Os lados AB, BC e AC, possuem a mesma medida? Se sim, qual relação podemos obter entre os lados e os ângulos internos desse triângulo?
5. Quais são as medidas aproximadas de AC e BC do triângulo acutângulo escaleno?
6. Qual relação que se pode observar sobre a medida de um ângulo interno de um triângulo acutângulo e o segmento oposto a esse ângulo?
7. Qual é a soma dos ângulos internos de um triângulo acutângulo?

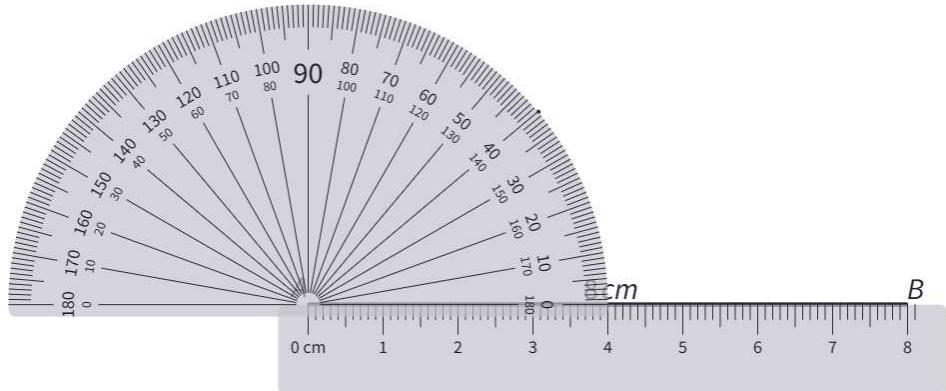
Fonte: elaborado pelo autor

3. Triângulos Obtusângulos**a. Triângulo Obtusângulo Isósceles**

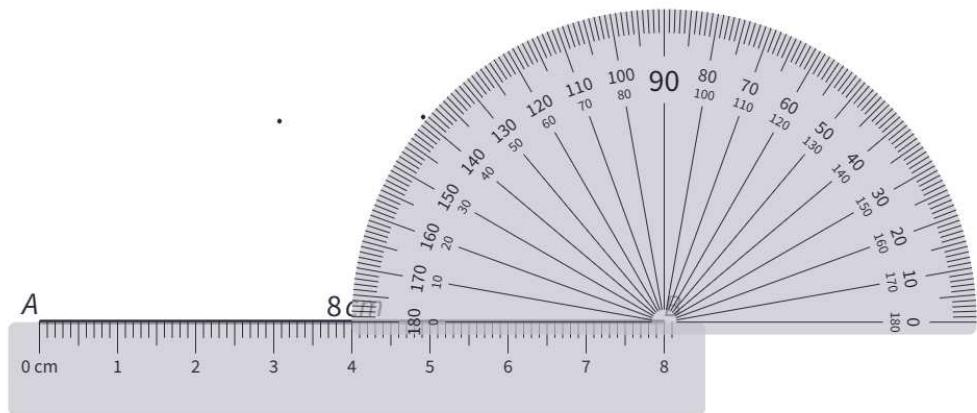
- Utilizando régua, construa o segmento AB = 8 cm



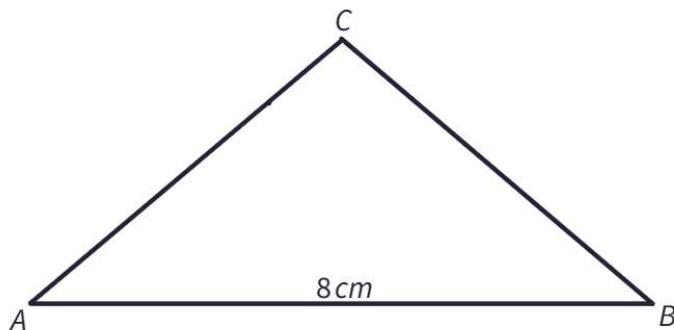
- Utilizando o Transferidor centralizado em A, marque 40° (sentido anti-horário do transferidor).



- Utilizando o Transferidor centralizado em B, marque 140° (sentido anti-horário do transferidor).



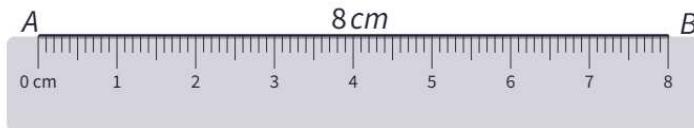
- Trace o segmento AC e BC (marcações das medidas dos respectivos ângulos).



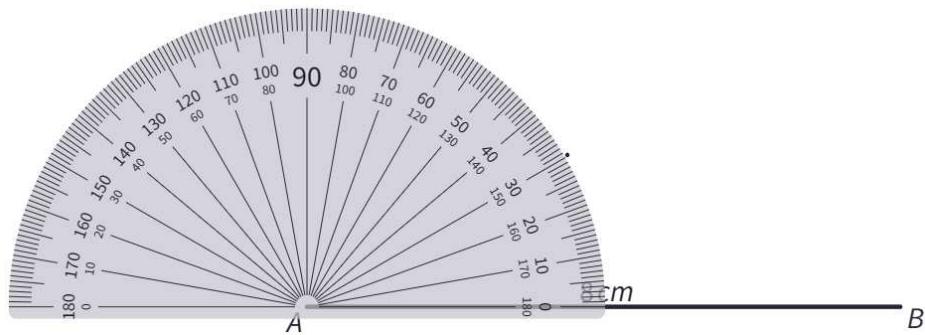
- Para finalizar, com o transferidor meça cada ângulo formado no triângulo e coloque suas respectivas medidas.

b. Triângulo Obtusângulo Escaleno

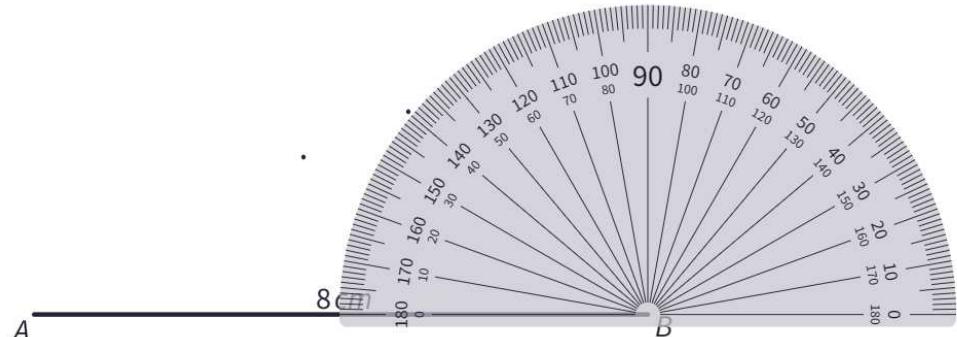
- Utilizando régua, construa o segmento $AB = 8\text{ cm}$



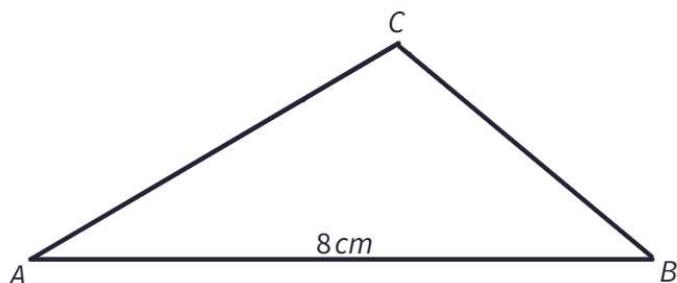
- Utilizando o Transferidor centralizado em A, marque 30° (sentido anti-horário do transferidor).



- Utilizando o Transferidor centralizado em B, marque 140° (sentido anti-horário do transferidor).



- Trace o segmento AC e BC passando pelas marcações das medidas dos respectivos ângulos até se encontrarem;



- Para finalizar, com o transferidor meça cada ângulo formado no triângulo e coloque suas respectivas medidas.

Tabela 10 - Ficha de observação 5

Triângulos Obtusângulos
1. Quais são as medidas aproximadas de AC e BC do triângulo obtusângulo isósceles?
2. Os lados AC e BC são congruentes? Se sim, quais características podemos descrever através das observações dos ângulos da base desse triângulo?
3. Quais são as medidas aproximadas de AC e BC do triângulo obtusângulo escaleno?
4. O que se pode observar sobre a medida de um ângulo e o segmento oposto a esse ângulo?
Características específicas de alguns triângulos
1. Quais características que o triângulo equilátero deve ter?
2. Quais características que o triângulo retângulo deve ter? Colocar outras perguntas para fechar as conclusões sobre os triângulos.

Fonte: elaborado pelo autor

Realizar conclusão, focando nos saberes “adquiridos” após realização das construções.

Quais características que o triângulo equilátero possui?

Quais características que o triângulo retângulo possui? (Colocar outras perguntas para fechar as conclusões sobre os triângulos).

Tabela 11 – Orientações para exploração - triângulos

(Continua)

Construção de triângulo com medidas escolhidas pelo(a) aluno(a). <u>(não pode usar as medidas já utilizadas nas construções anteriores)</u>
1. Realize a construção de um triângulo qualquer baseado no aprendizado adquirido;
2. Realize as medições dos ângulos e lados desse triângulo. (pinte os ângulos);

3. Classifique esse triângulo quanto aos ângulos e lados, respectivamente;
4. Recorte o triângulo;
5. Recorte esse triângulo em três partes de modo que os 3 ângulos fiquem separados;
6. Utilizando a régua, coloque as três partes unindo os ângulos.

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 12 – Observações gerais - triângulos

Observações gerais sobre construção de triângulos com régua e transferidor.
Realize uma nova observação sobre cada construção realizada e responda.
1. Que conclusões você obteve ao realizar todas as construções e ao final juntar as três partes do triângulo que você construiu?
2. O que se pode observar sobre a medida de um ângulo interno de um triângulo e o segmento oposto a esse ângulo?
3. Qual a relação que existe entre um ângulo externo de um triângulo e os dois ângulos internos não adjacentes a ele?

Fonte: elaborado pelo autor

Sessão 9: Construção de Quadriláteros com Régua e Esquadros

Objetivos:
Compreender as propriedades dos quadriláteros
1. Construir diferentes tipos de quadriláteros usando régua e esquadros
2. Classificar quadriláteros conforme suas propriedades
3. Estabelecer relações hierárquicas entre os quadriláteros
Nível de Van Hiele:
Nível 2 (Análise) e Nível 3 (Dedução Informal)

<p>Descritores do DCRFor: (EF04MA18), (EF05MA17), (EF06MA20), (EF06MA21), (EF06MA22), (EF06MA25), (EF06MA26), (EF06MA27), (EF07MA23), (EF07MA31), (EF08MA14), (EF08MA16), (EF08MA19), (EF09MA10)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Construir quadriláteros com régua e esquadros 2. Classificar quadriláteros conforme suas propriedades 3. Reconhecer relações hierárquicas entre os quadriláteros
<p>Materiais necessários:</p> <p>Kit de geometria (régua, esquadros de 45° e 30°/60°)</p> <p>Folhas de papel sulfite A4</p> <p>Lápis HB e 2B - Borracha</p> <p>Fichas com instruções para diferentes tipos de quadriláteros</p>
<p>Tempo estimado:</p> <p>90 minutos</p>
<p>Desenvolvimento:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Revisão sobre quadriláteros (15 min) <ol style="list-style-type: none"> a. Revisar a classificação dos quadriláteros b. Discutir as propriedades de cada tipo de quadrilátero c. Apresentar a hierarquia dos quadriláteros 2. Construção de quadrado (20 min) <ol style="list-style-type: none"> a. Demonstrar o processo de construção de um quadrado usando régua e esquadro b. Alunos praticam a construção de quadrados de diferentes tamanhos c. Verificar as propriedades do quadrado nas construções 3. Construção de retângulo (15 min) <ol style="list-style-type: none"> a. Demonstrar o processo de construção de um retângulo b. Alunos praticam a construção de retângulos com diferentes dimensões c. Comparar as propriedades do retângulo com as do quadrado 4. Construção de paralelogramo (15 min) <ol style="list-style-type: none"> a. Demonstrar o processo de construção de um paralelogramo b. Alunos praticam a construção de diferentes paralelogramos c. Verificar o paralelismo dos lados opostos 5. Construção de trapézio (15 min) <ol style="list-style-type: none"> a. Demonstrar o processo de construção de um trapézio b. Alunos praticam a construção de trapézios isósceles e retângulos

- | |
|--|
| c. Identificar as bases e os lados não paralelos |
|--|

6. Análise comparativa (10 min)
--

- | |
|---|
| a. Organizar uma tabela comparativa dos quadriláteros construídos |
| b. Discutir as relações hierárquicas entre eles |
| c. Identificar propriedades comuns e específicas |

Avaliação com Mapa Conceitual:

Solicitar aos alunos que construam um mapa conceitual sobre quadriláteros, incluindo:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Conceito central: Quadriláteros • Tipos: quadrado, retângulo, losango, paralelogramo, trapézio • Propriedades de cada tipo • Relações hierárquicas entre os tipos • Processos de construção com régua e esquadros |
|---|

Extensão:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • Investigar as diagonais dos diferentes quadriláteros • Construir um quadrilátero inscrito em uma circunferência |
|--|

Sessão 10: Síntese das Construções com Kit de Geometria e Aplicações

Objetivos:

Sintetizar o conhecimento sobre construções geométricas com kit de geometria

1. Aplicar as técnicas aprendidas em situações-problema
2. Desenvolver autonomia na escolha dos instrumentos adequados
3. Valorizar a precisão e o rigor nas construções geométricas

Nível de Van Hiele:

Nível 3 (Dedução Informal) e Nível 4 (Dedução Formal)

Descriidores do DCRFor: (EF04MA18), (EF05MA17), (EF06MA20), (EF06MA21), (EF06MA22), (EF06MA25), (EF06MA26), (EF06MA27), (EF07MA23), (EF07MA31), (EF08MA14), (EF08MA16), (EF08MA19), (EF09MA10)

1. Resolver problemas envolvendo construções geométricas
2. Aplicar propriedades de figuras geométricas em situações práticas
3. Comunicar raciocínios e processos matemáticos

Materiais necessários:

Kit de geometria completo

Folhas de papel sulfite A4

<p>Lápis HB e 2B</p> <p>Borracha</p> <p>Fichas com problemas de construção geométrica</p>
<p>Tempo estimado:</p> <p>90 minutos</p>
<p>Desenvolvimento:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Revisão das construções aprendidas (15 min) <ol style="list-style-type: none"> a. Revisar as principais construções realizadas nas sessões anteriores b. Discutir as dificuldades encontradas e como foram superadas c. Organizar um quadro-resumo das construções e instrumentos utilizados 2. Resolução de problemas em grupos (40 min) <ol style="list-style-type: none"> a. Dividir a turma em pequenos grupos b. Distribuir fichas com problemas de construção geométrica c. Cada grupo deve resolver os problemas utilizando os instrumentos adequados 3. Problemas sugeridos: <ol style="list-style-type: none"> a. Construir um quadrado dado o lado b. Construir um triângulo dados três lados c. Construir um retângulo dado a diagonal e um lado d. Construir um trapézio isósceles dadas as bases e a altura 4. Apresentação das soluções (20 min) <ol style="list-style-type: none"> a. Cada grupo apresenta a solução de um dos problemas b. Discutir diferentes estratégias utilizadas c. Analisar a precisão e o rigor das construções 5. Aplicações práticas (15 min) <ol style="list-style-type: none"> a. Discutir aplicações das construções geométricas em contextos reais b. Apresentar exemplos de uso na arquitetura, design, engenharia c. Propor um projeto interdisciplinar envolvendo construções geométricas
<p>Avaliação com Mapa Conceitual:</p> <p>Solicitar aos alunos que construam um mapa conceitual abrangente sobre construções geométricas com kit de geometria, incluindo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conceito central: Construções geométricas • Instrumentos utilizados e suas funções • Tipos de construções realizadas

- Figuras geométricas construídas e suas propriedades
- Aplicações práticas em diferentes contextos
- Relações com outros campos da matemática

Extensão:

- Criar um portfólio com todas as construções realizadas
- Desenvolver um projeto de design utilizando as construções aprendidas

Apresentamos abaixo construções de quadriláteros utilizando régua e transferidor, tendo como objetivo de desenvolver a segurança e o domínio dos alunos no uso do transferidor, sendo esse uma ferramenta muito importante ao se “assimilar” um pouco com o compasso. Lembrando que por questões de segurança, o uso do compasso não compõe as construções geometrias desse P.E..

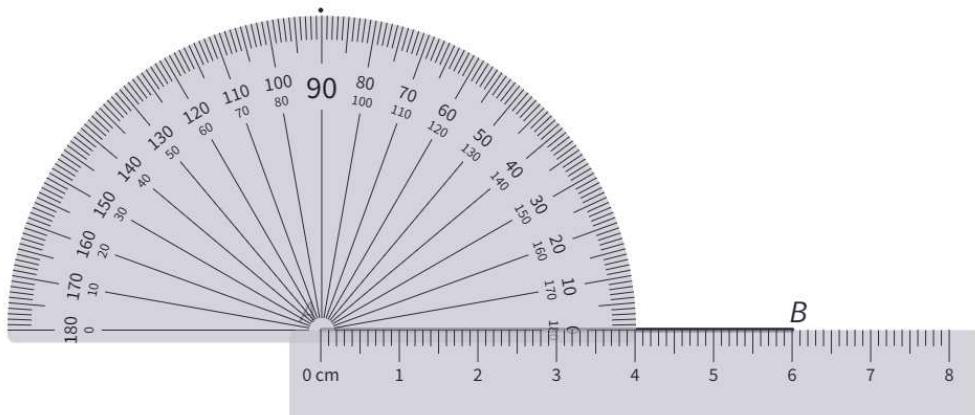
3. Quadriláteros Notáveis:

a. Quadrado

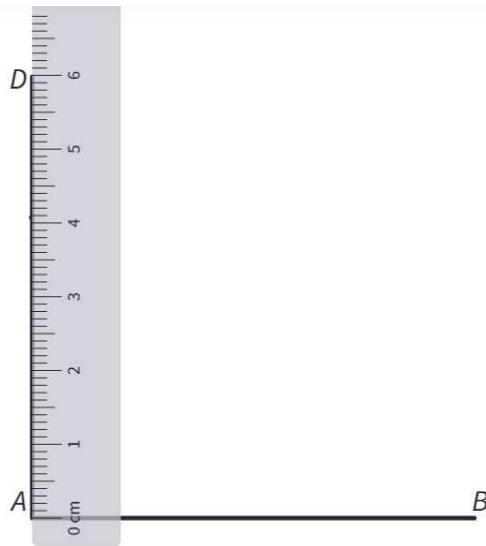
- Utilizando régua, trace o segmento AB = 6 cm;



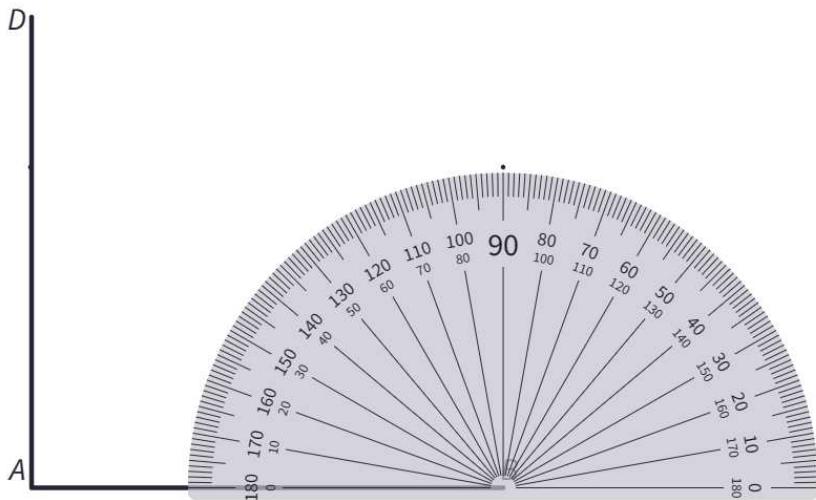
- Utilizando o Transferidor centralizado em A, marque 90° ;



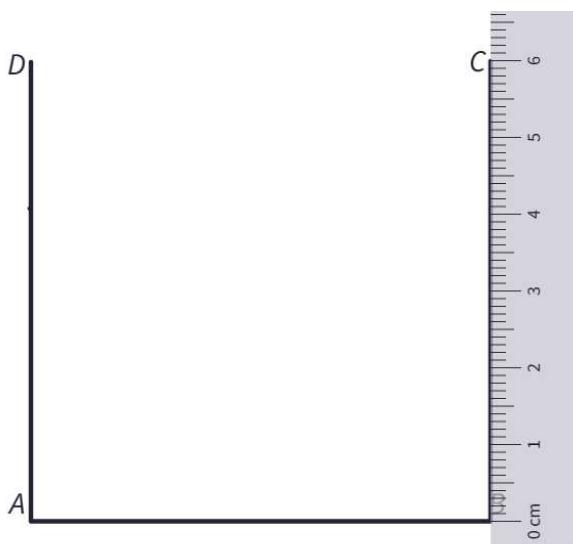
- Com a régua, trace o segmento $AD = 6 \text{ cm}$ passando pela marcação de 90° ;



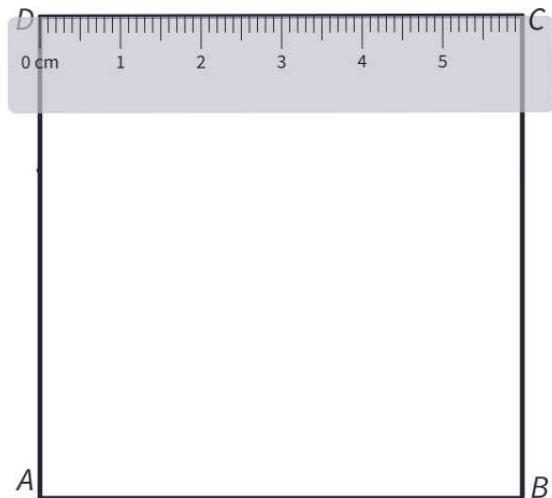
- Utilizando o Transferidor centralizado em B, marque 90° ;



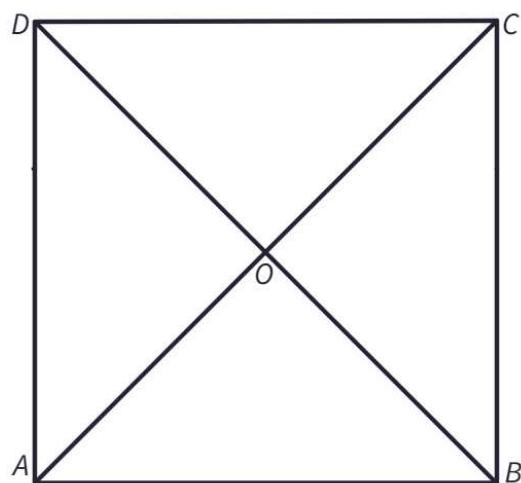
- Com a régua, trace o segmento $BC = 6 \text{ cm}$ passando pela marcação de 90° ;



- Com a régua, trace o segmento $CD = 6 \text{ cm}$;



- Use o transferidor para verificar e identificar as medidas dos ângulos formados pelos lados AB e BC , BC e CD , CD e DA , DA e AB ;
- Usando régua, trace a diagonal AC e BD . Marque a intersecção das diagonais com a letra O . e por fim, meça cada lado do quadrado;



- Com o transferidor em mãos, meça cada ângulo formado por essas intersecções.

Tabela 13 - Ficha de observação 6

QUADRADO
1. Qual a medida aproximada de cada diagonal?
2. Podemos observar que ao construir as diagonais em um quadrado determinamos alguns triângulos. Quantos triângulos foram formados? Identifique cada um.
3. <u>Identifique e meça</u> : cada lado e os ângulos dos triângulos encontrados.
4. Qual é perímetro de cada triângulo?
5. Agora, separe-os a partir das medidas de seus lados. Como são classificados esses triângulos?
6. Esses triângulos são congruentes? Semelhantes? Ou não possuem características comuns?
7. Qual é a soma das medidas dos ângulos $A\hat{O}B$ e $D\hat{O}C$? E os ângulos $A\hat{O}D$ e $D\hat{O}C$? Qual é a relação que existe entre cada par desses ângulos?
8. Com relação ao paralelismo, existe lados paralelos nesse quadrado? Se sim, separe-os em pares.
9. Qual é o perímetro desse quadrado?
10. Qual é a sua medida de área?
11. Escreva as razões dos perímetros de cada triângulo correspondentes (quadrado para retângulo).
12. Escreva a razão da área do quadrado para o retângulo.

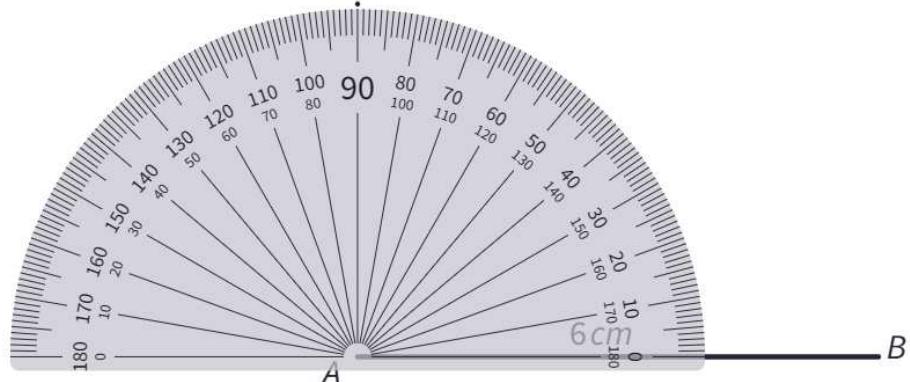
Fonte: elaborado pelo autor

b. Retângulo

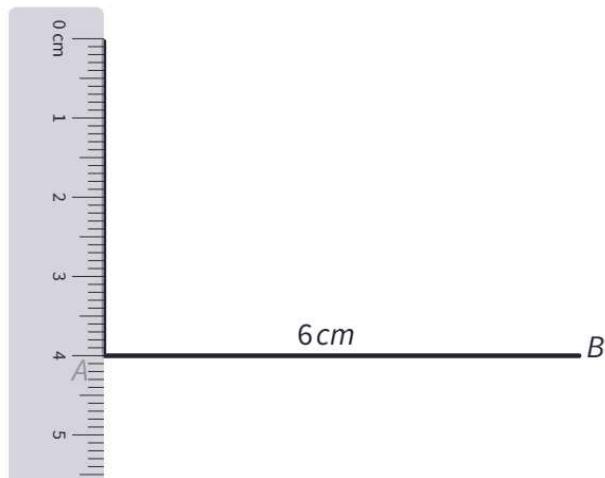
- Utilizando régua, trace o segmento $AB = 6 \text{ cm}$;



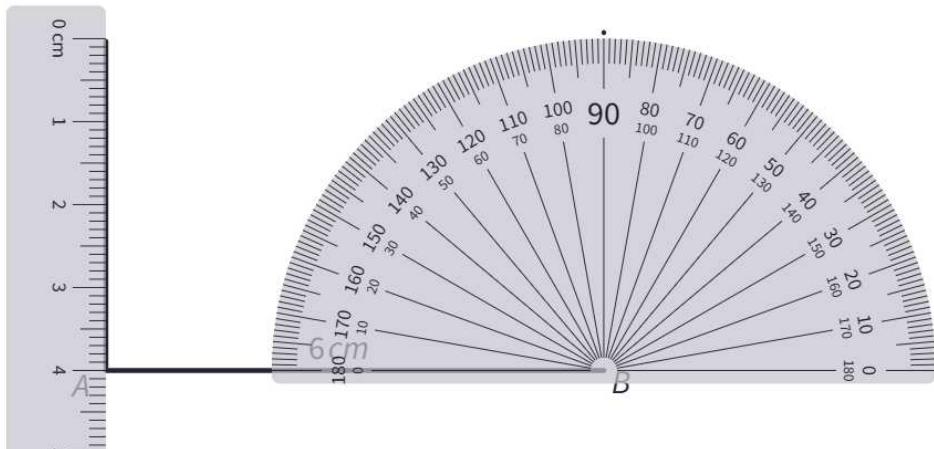
- Utilizando o Transferidor centralizado em A, marque 90° ;



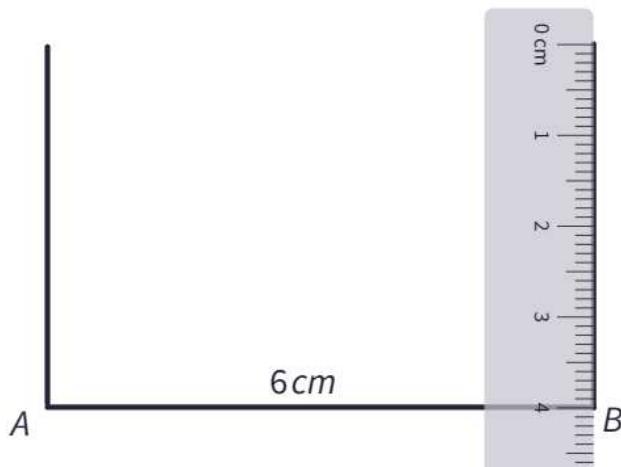
- Com a régua, trace o segmento $AD = 4 \text{ cm}$ passando pela marcação de 90° ;



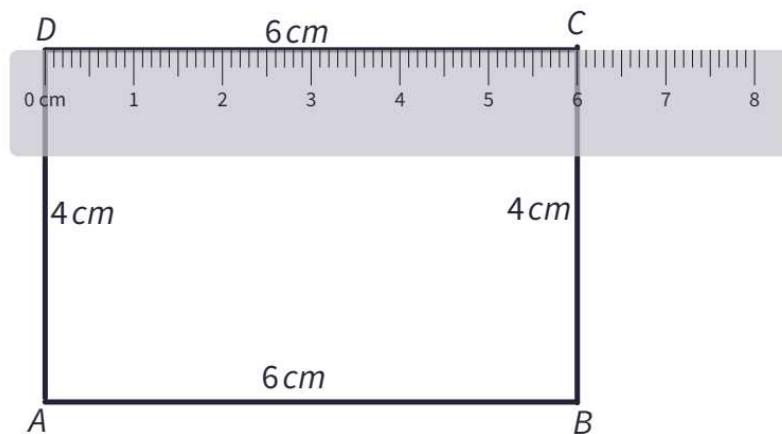
- Utilizando o Transferidor centralizado em B, marque 90° ;



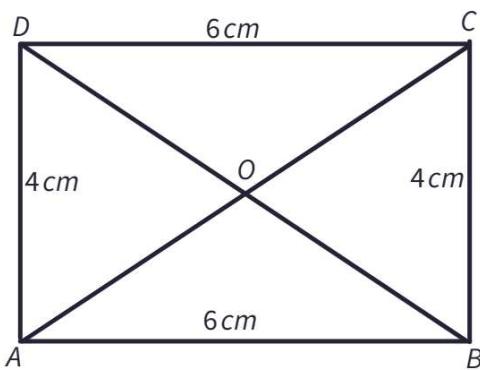
- Com a régua, trace o segmento BC = 4 cm passando pela marcação de 90° ;



- Com a régua, trace o segmento CD = 6 cm;



- Use o transferidor para verificar e identificar as medidas dos ângulos formados pelos lados AB e BC, BC e CD, CD e DA, DA e AB;
- Usando régua, trace a diagonal AC e BD. Marque a intersecção das diagonais com a letra O;



- Com o transferidor em mãos, meça cada ângulo formado por essa intersecção.

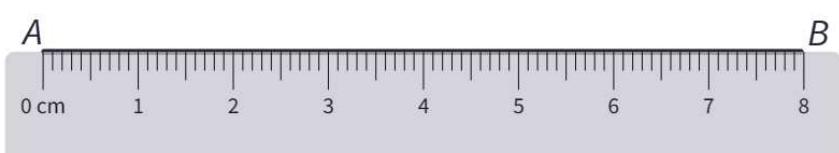
Tabela 14 - Ficha de observação 7

RETÂNGULO	
1.	Qual a medida aproximada de cada diagonal?
2.	Podemos observar que ao construir as diagonais em um retângulo, determinamos alguns triângulos, quantos triângulos foram formados? Identifique cada um.
3.	<u>Identifique e meça</u> : cada lado e os ângulos dos triângulos encontrados.
4.	Qual é perímetro de cada triângulo?
5.	Agora, classifique-os conforme as medidas de seus ângulos e lados, respectivamente.
6.	Esses triângulos são congruentes? Semelhantes? Ou não possuem características comuns?
7.	Qual é a soma das medidas dos ângulos $A\hat{O}B$ e $D\hat{O}C$? E os ângulos $A\hat{O}D$ e $D\hat{O}C$? Qual é a relação que existe entre cada par desses ângulos?
8.	Com relação ao paralelismo, existe lados paralelos nesse retângulo? Se sim, separe-os em pares.
9.	Qual é o perímetro desse retângulo?
10.	Qual é a sua medida de área?

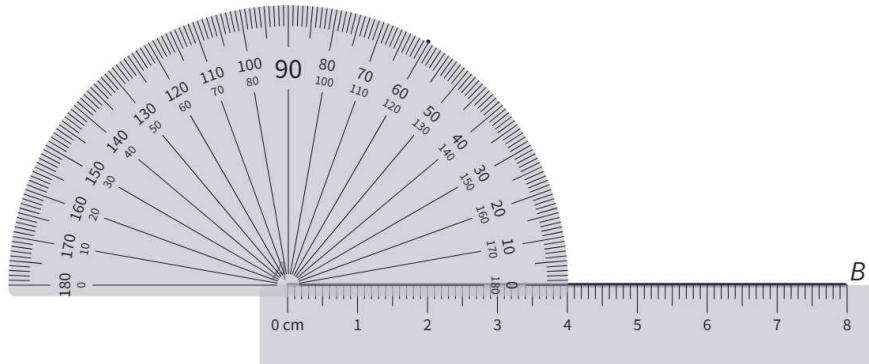
Fonte: elaborado pelo autor

c. Paralelogramo

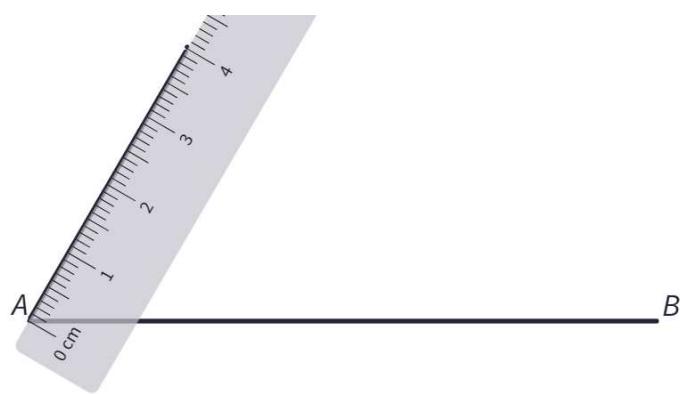
- Utilizando régua, trace o segmento $AB = 8$ cm;



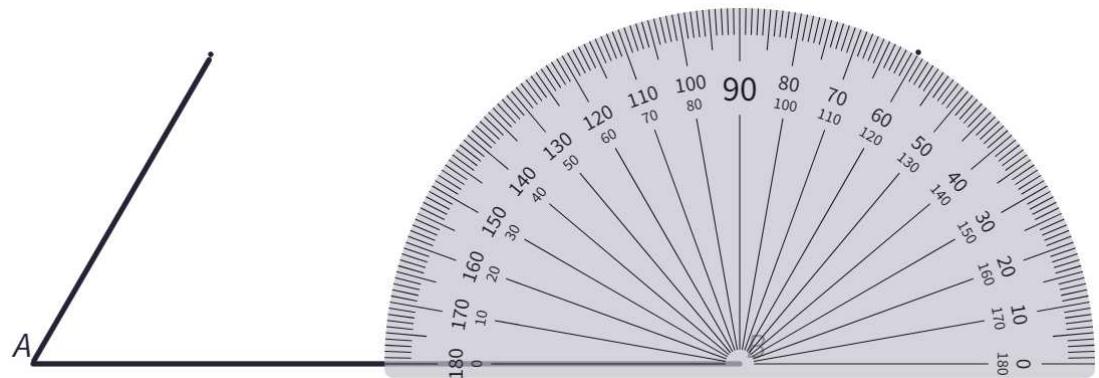
- Utilizando o Transferidor centralizado em A, marque 60° (sentido anti-horário);



- Com a régua, trace o segmento AD = 4 cm passando pela marcação de 60° ;



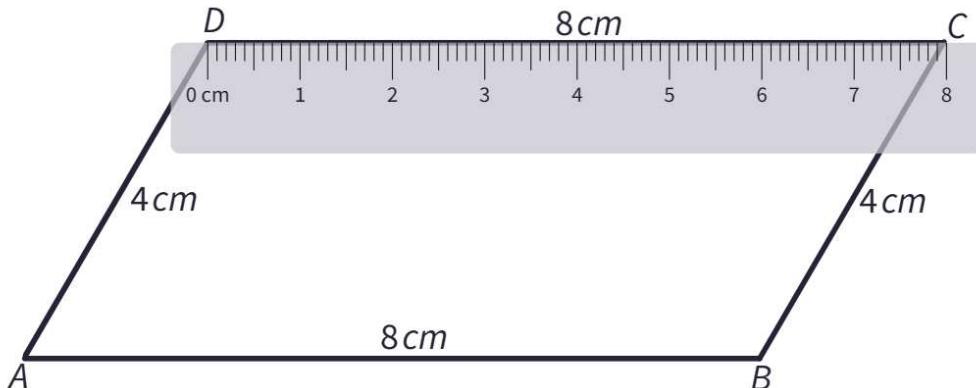
- Utilizando o Transferidor centralizado em B, marque 60° (sentido anti-horário);



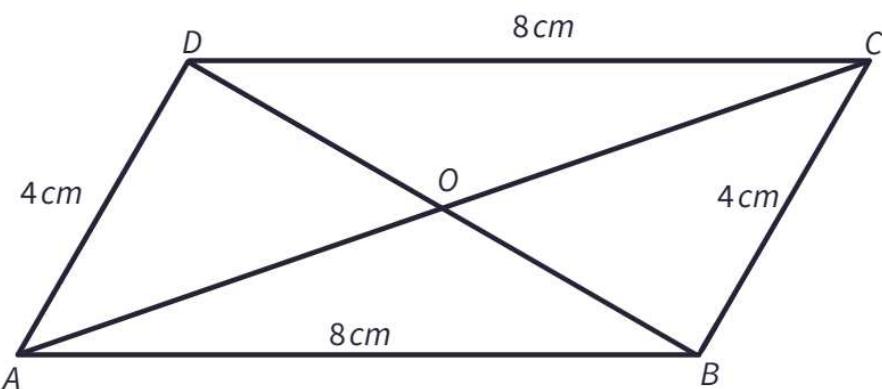
- Com a régua, trace o segmento BC = 4 cm passando pela marcação de 60° ;



- Com a régua, trace o segmento $CD = 8 \text{ cm}$;



- Use o transferidor para identificar as medidas dos ângulos formados pelos lados AB e BC , BC e CD , CD e DA , DA e AB ;
- Usando régua, trace a diagonal AC e BD . Marque a intersecção das diagonais com a letra O ;



- Com o transferidor em mãos, meça cada ângulo formado por essa intersecção.

Tabela 15 - Ficha de observação 8

(Continua)

PARALELOGRAMO

1. Qual a medida aproximada de cada diagonal?
2. Podemos observar que ao construir as diagonais em um paralelogramo determinamos alguns triângulos, quantos triângulos foram formados? Identifique cada triângulo.
3. Identifique e meça: cada lado e os ângulos dos triângulos encontrados.
4. Qual é perímetro de cada triângulo?

(Conclusão)

5. Agora, separe-os a partir das medidas de seus lados. Como são classificados esses triângulos?

6. Esses triângulos são congruentes? Semelhantes? Ou não possuem características comuns?

7. Qual é a soma das medidas dos ângulos $A\hat{O}B$ e $D\hat{O}C$? E os ângulos $A\hat{O}D$ e $D\hat{O}C$? Qual é a relação que existe entre cada par desses ângulos?

8. Com relação ao paralelismo, existe lados paralelos nesse paralelogramo? Se sim, separe-os.

9. Qual é o perímetro desse paralelogramo?

10. Qual é a sua medida de área?

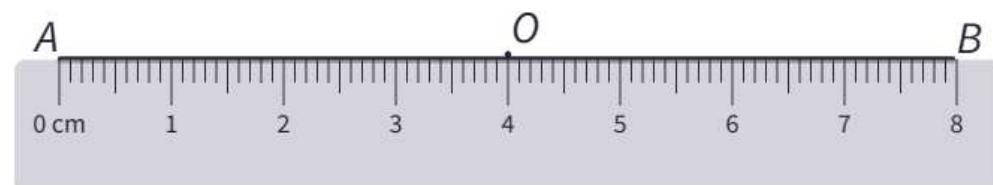
Fonte: elaborado pelo autor

d. Losango

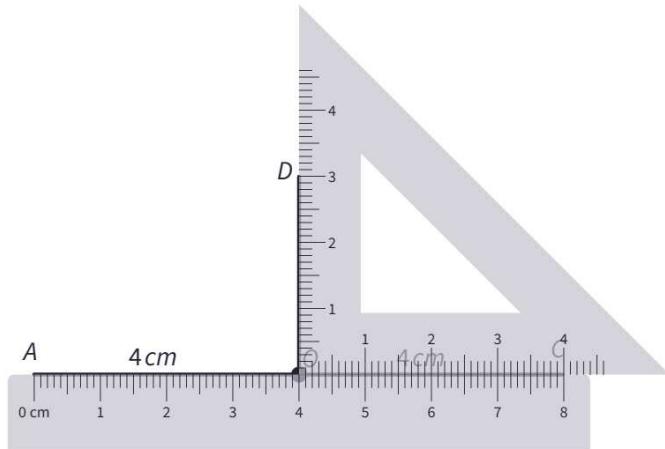
- Utilizando régua, trace o segmento $AC = 8 \text{ cm}$;



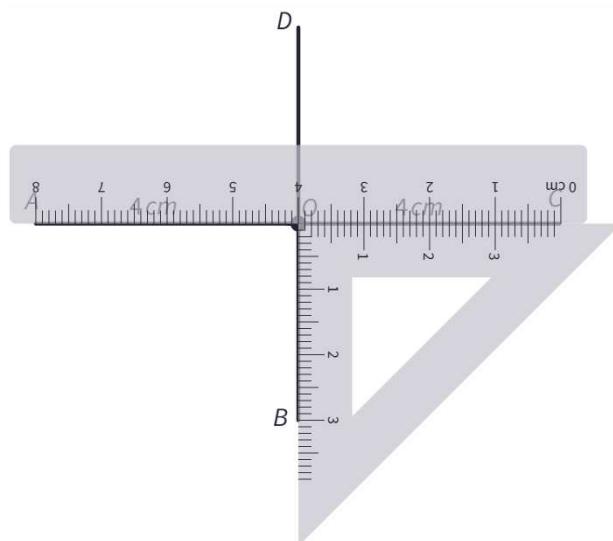
- Marque o ponto médio de AC com a letra O ;



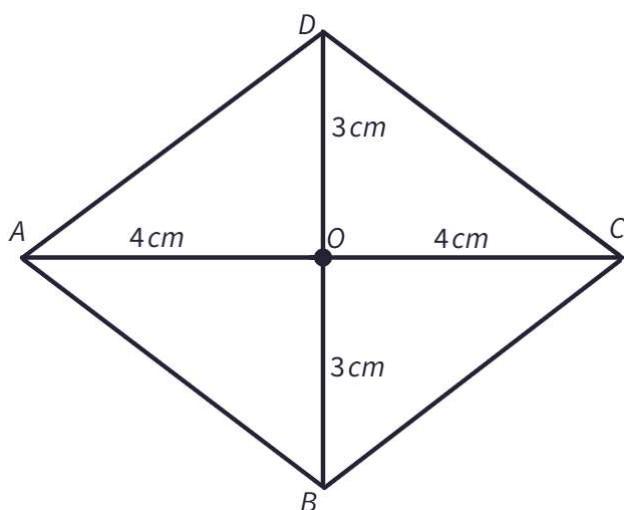
- Utilizando o esquadro isósceles com ângulo de 90° e centralizado em O apoiado sobre o AB, trace OD = 3 cm;



- Utilizando o esquadro isósceles com ângulo de 90° e centralizado em O apoiado sobre o AB, trace OB = 3 cm;



- Com a régua, trace o segmento AB, BC, CD e DA;



- Use o transferidor para verificar e identificar as medidas dos ângulos formados pelos lados AB e BC, BC e CD, CD e DA, DA e AB;
- Com o transferidor em mãos, meça cada ângulo formado por essa intersecção das diagonais AC e BD.

Tabela 16 - Ficha de observação 9

LOSANGO

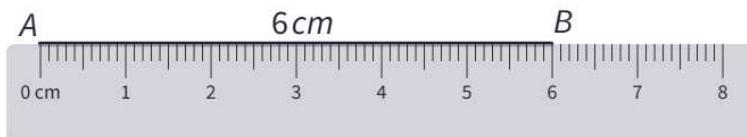
1. Qual a medida aproximada de cada lado o losango?
2. O que podemos verificar ao observar a intersecção dessas diagonais?
3. Podemos observar que ao construir as diagonais em um losango, determinamos alguns triângulos. Quantos triângulos foram formados? Identifique cada um desses triângulos.
4. Agora, separe-os a partir das medidas de seus lados.
5. Como são classificados esses triângulos?
6. Esses triângulos são congruentes? Semelhantes? Ou não possuem características comuns?
7. Qual é a soma das medidas dos ângulos $O\hat{A}B$ e $B\hat{O}C$?
8. Com relação ao paralelismo, existe lados paralelos nesse losango? Se sim, separe-os.
9. Qual é perímetro de cada triângulo?
10. Qual é o perímetro desse losango?
11. Qual é a medida de área?

Fonte: elaborado pelo autor

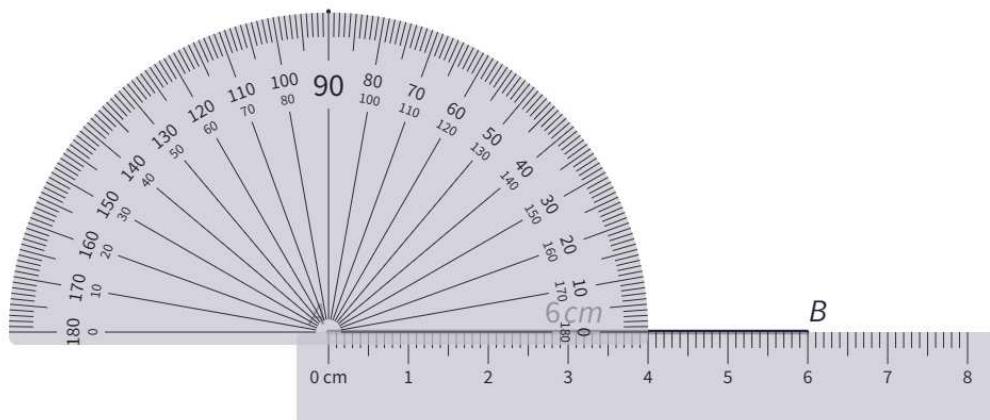
Trapézios:

a. Trapézio retângulo

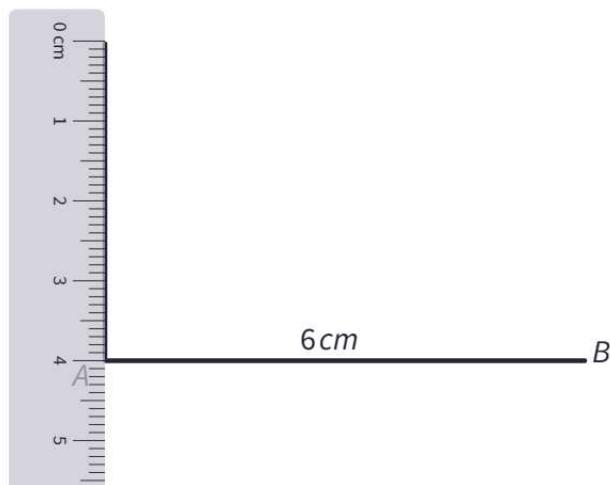
- Utilizando régua, trace segmento AB = 6 cm;



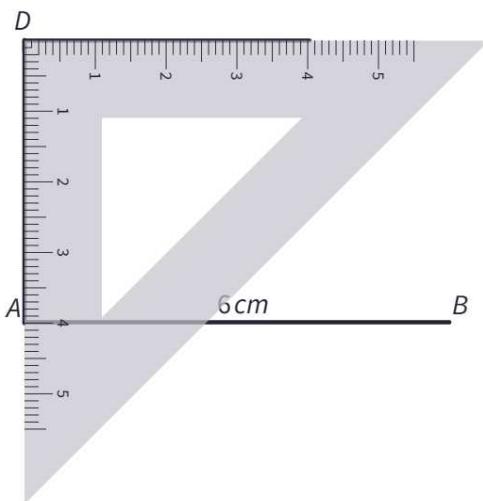
- Com o transferidor centralizado em A, marque 90° ;



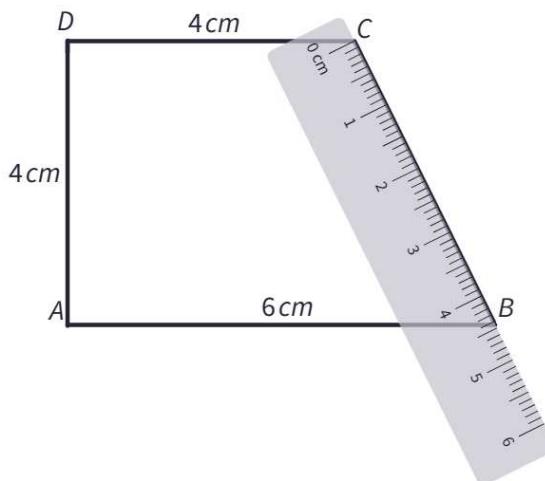
- Trace o segmento AD = 4 cm passando pela marcação do ângulo de 90° ;



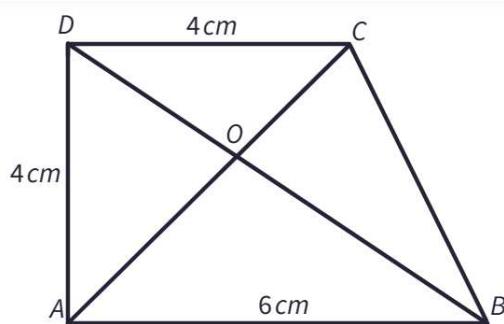
- Com a régua sobre o segmento AD e esquadro com ângulo de 90° tangente a régua, trace um segmento paralelo a AB com medida de 4 cm;



- Com régua, trace o segmento BC;



- Utilizando régua, trace as diagonais AC e BD. Marque o ponto da intersecção das diagonais com a letra O;



- Com transferidor em mãos, meça os ângulos em cada ângulo dos triângulos formados.

Tabela 17 - Ficha de observação 10

TRAPÉZIO RETÂNGULO

1. Qual é a medida do ângulo ABC?

2. Qual é a medida aproximada de BC?

3. Qual é a medida do ângulo BCD?

4. Qual é a medida de cada diagonal?

5. Essas diagonais se interceptam em seus pontos médios?

6. Quantos triângulos se formaram após a construção das diagonais do trapézio retângulo?
Quais são eles?

7. Classifique cada triângulo formado com base na medida de seus ângulos e lados.

8. Qual o perímetro de cada triângulo formado no trapézio retângulo?

9. Os lados AB e CD são paralelos? Justifique.

10. Qual o perímetro do trapézio?

11. Qual é a medida de área desse trapézio?

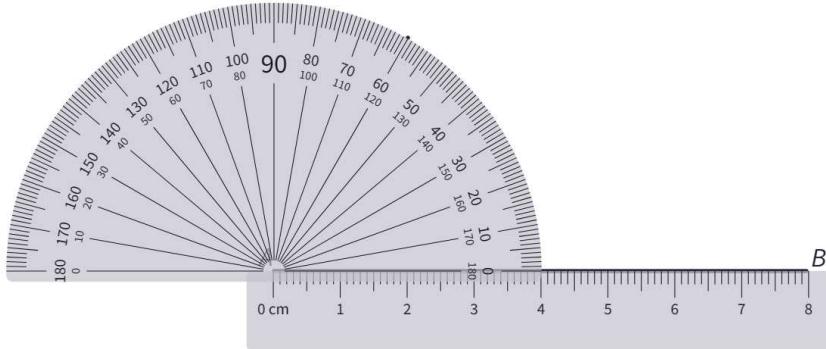
Fonte: elaborado pelo autor

b. Trapézio isósceles

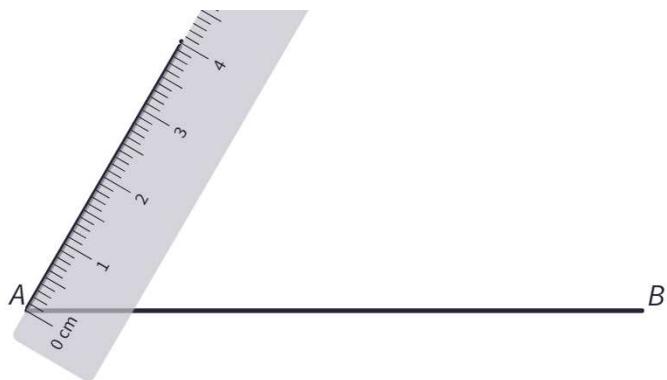
- Utilizando régua, trace segmento AB = 8 cm;



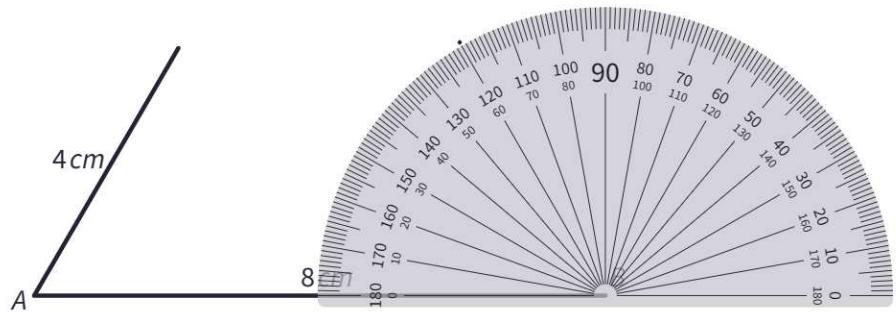
- Com o transferidor centralizado em A, marque 60° (sentido anti-horário);



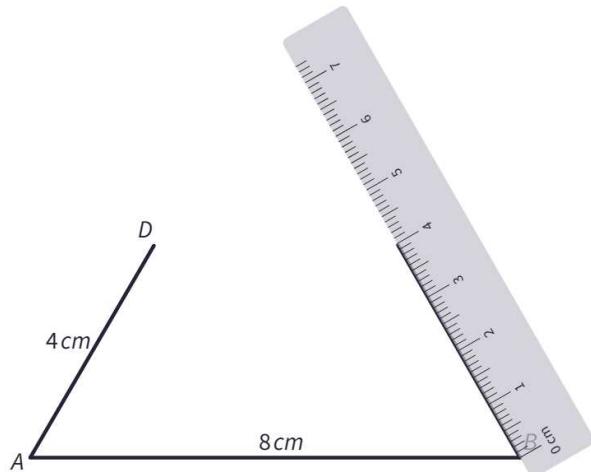
- Com a régua em mãos, traçar o segmento AD = 4 cm;



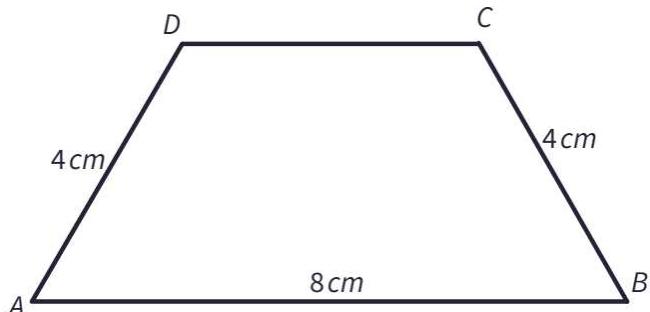
- Com o transferidor centralizado em B, marque 120° (sentido anti-horário);



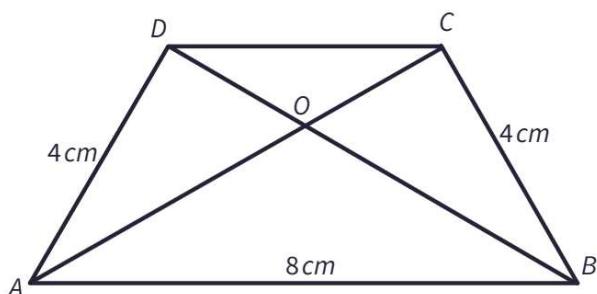
- Com a régua em mãos, traçar o segmento BC = 4 cm;



- Traçar o segmento CD;



- Utilizando régua, trace as diagonais AC e BD. Marque o ponto da intersecção das diagonais com a letra O;



- Com transferidor em mãos, meça os ângulos em cada ângulo dos triângulos formados.

Tabela 18 - Ficha de observação 11

(Continua)

TRAPÉZIO ISÓSCELES

1. Quais são as medidas dos ângulos ADC e BCD, respectivamente?
2. Qual é a medida do lado CD?
3. Qual é a medida de cada diagonal?
4. Essas diagonais se interceptam em seus pontos médios?
5. Quantos triângulos se formaram após a construção das diagonais do trapézio isósceles? Quais são esses triângulos?
6. Classifique cada triângulo formado com base na medida de seus ângulos e lados.

7. Qual o perímetro de cada triângulo formado no trapézio retângulo?

8. Os lados AB e CD são paralelos? Justifique.

9. Qual o perímetro do trapézio?

10. Qual é a medida de área desse trapézio?

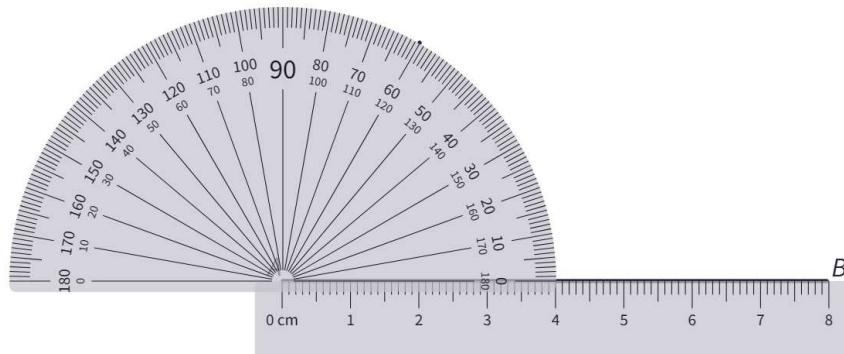
Fonte: elaborado pelo autor

c. Trapézio escaleno

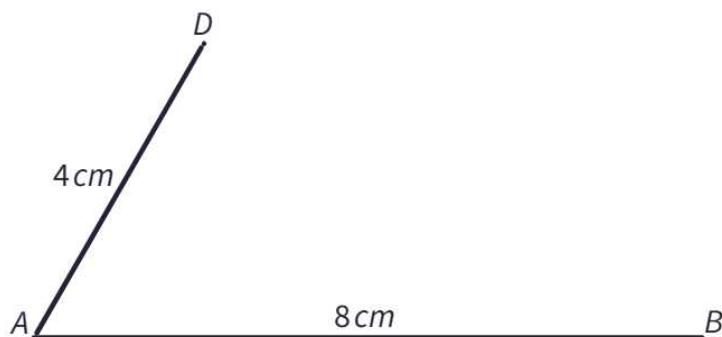
- Utilizando régua, trace segmento AB = 8 cm;



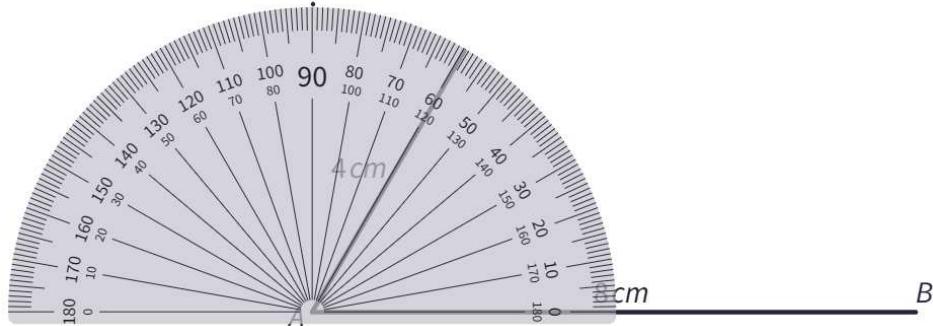
- Com o transferidor centralizado em A, marque 60° (sentido anti-horário);



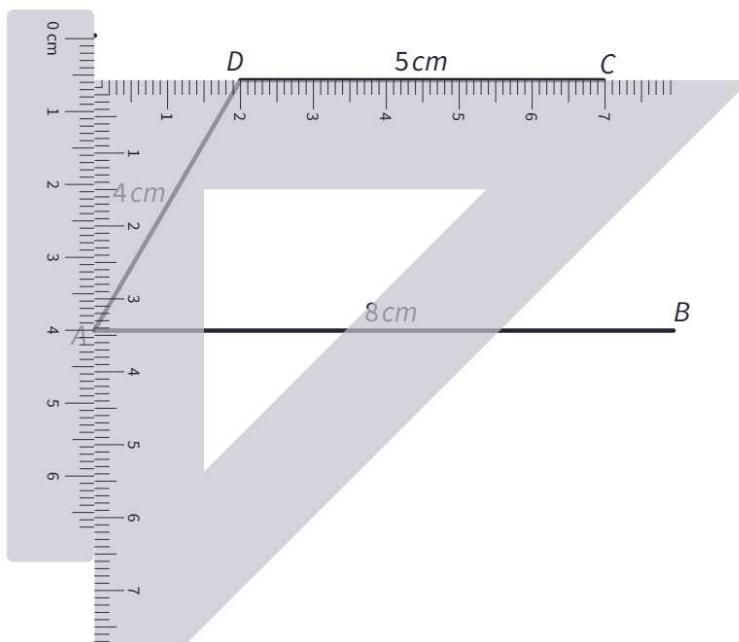
- Com a régua em mãos, traçar o segmento AD = 4 cm passando na marcação do ângulo de 60° ;



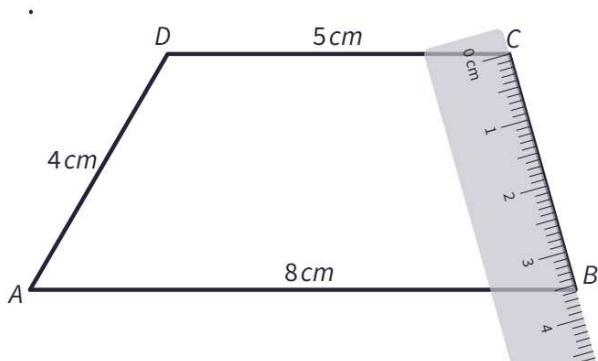
- Com o transferidor centralizado em A, marque 90° ;



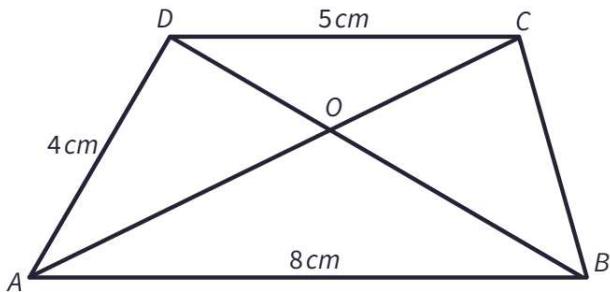
- Com régua apoiada (mão travando a régua) em A e na marcação de 90° , coloque o esquadro com medida de 90° tangente a régua. Trace DC = 5 cm;



- Com a régua em mãos, traçar o segmento BC;



- Utilizando régua, trace as diagonais AC e BD . Marque o ponto da intersecção das diagonais com a letra O ;



- Com transferidor em mãos, meça os ângulos em cada ângulo dos triângulos formados.

Tabela 19 - Ficha de observação 12

(Continua)

TRAPÉZIO ESCALENO

- Quais são as medidas dos ângulos ABC , BCD e CDA , respectivamente?
- Qual é a medida de BC ?
- Qual é a medida de cada diagonal?
- Essas diagonais se interceptam em seus pontos médios?
- Quantos triângulos se formaram após a construção das diagonais do trapézio isósceles?
Quais são eles?
- Classifique cada triângulo formado com base na medida de seus ângulos e lados.
- Qual o perímetro de cada triângulo formado no trapézio retângulo?
- Os lados AB e CD são paralelos? Justifique.
- Qual o perímetro do trapézio?
- Qual é a medida de área desse trapézio?

11. Qual é a conclusão geral que vocês chegaram após os estudos sobre Trapézios?

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 20 - Ficha de Acompanhamento 2

PERGUNTAS DE ACOMPANHAMENTO	
1.	Que conhecimentos da geometria foram utilizados nas construções com kit de geometria?
2.	Esta atividade contribuiu para uma melhor compreensão de conceitos da geometria plana? Explique.
3.	Quais as características/propriedades geométricas foram exploradas com esta atividade?
4.	Informe outras aprendizagens obtidas durante a atividade.
5.	Apresente as dificuldades e desafios encontrados na realização desta atividade.

Fonte: elaborado pelo autor

Sessão 11: Introdução ao GeoGebra e Construções Básicas

Objetivos:

Conhecer a interface do software GeoGebra

1. Compreender as ferramentas básicas do programa
2. Realizar construções geométricas simples no GeoGebra
3. Comparar construções físicas e digitais

Nível de Van Hiele:

Nível 1 (Visualização) e Nível 2 (Análise)

Descriidores do DCRFor: (EF04MA18), (EF04MA19), (EF05MA17), (EF05MA18), (EF06MA20), (EF06MA21), (EF06MA22), (EF06MA27), (EF07MA19), (EF07MA20), (EF07MA21), (EF07MA23), (EF08MA15), (EF09MA11), (EF09MA15)

1. Utilizar softwares de geometria dinâmica
2. Construir figuras geométricas utilizando recursos digitais
3. Explorar propriedades geométricas com auxílio de tecnologia

Materiais necessários:
Computadores com GeoGebra instalado ou acesso a plataforma www.geogebra.org
Projetor para demonstrações
Roteiro impresso com instruções básicas do GeoGebra
Atividades impressas para prática
Tempo estimado:
90 minutos
Desenvolvimento:
<p>1. Apresentação do GeoGebra (15 min)</p> <ul style="list-style-type: none"> a. Apresentar o software GeoGebra e sua história b. Explorar a interface do programa (barra de menus, barra de ferramentas, janelas) c. Demonstrar como salvar e abrir arquivos
<p>2. Ferramentas básicas (20 min)</p> <ul style="list-style-type: none"> a. Demonstrar as ferramentas básicas: ponto, reta, segmento, polígono b. Explicar a diferença entre objetos livres e dependentes c. Mostrar como selecionar, mover e excluir objetos
<p>3. Construções básicas guiadas (30 min)</p> <ul style="list-style-type: none"> a. Alunos seguem um roteiro para realizar construções básicas: <ul style="list-style-type: none"> • Criar pontos e nomeá-los • Traçar retas, semirretas e segmentos • Construir retas paralelas e perpendiculares • Medir distâncias e ângulos b. Professor circula pela sala auxiliando individualmente
<p>4. Exploração dinâmica (15 min)</p> <ul style="list-style-type: none"> a. Demonstrar o caráter dinâmico do GeoGebra b. Alunos exploram como as construções se comportam ao mover pontos c. Discutir as vantagens da geometria dinâmica em relação às construções físicas
<p>5. Discussão e reflexão (10 min)</p> <ul style="list-style-type: none"> a. Compartilhar descobertas e dificuldades b. Discutir as diferenças entre construções com instrumentos físicos e digitais c. Refletir sobre as possibilidades do software
Avaliação com Mapa Conceitual:
Solicitar aos alunos que construam um mapa conceitual sobre o GeoGebra, incluindo:

- Conceito central: GeoGebra
- Interface e ferramentas principais
- Tipos de objetos (pontos, retas, círculos, etc.)
- Características da geometria dinâmica
- Vantagens em relação às construções físicas

Extensão:

- Explorar outras janelas do GeoGebra (álgebra, planilha, CAS)
- Criar um tutorial básico do GeoGebra para compartilhar com colegas

Para que os alunos possam conhecer as ferramentas e seu modo de uso se faz necessário realizar construções simples, mas que possibilitem entender os conceitos de ângulos e paralelismo, dentre outros. O uso de ferramentas de medições é indispensável para que crie nos alunos mecanismos de conexões com situações do cotidiano. Abaixo apresentamos situações que fornecem pontos relevantes, pois ao entender e conectar as construções de paralelas e tipos de estacionamentos, o aluno pode constatar a importância do uso dessas ferramentas (dar significado é o mais importante nesse momento).

Tabela 21 – GeoGebra – orientações 1

Construção de Retas Paralelas

1. Crie uma reta **r** (pode ser um segmento ou uma reta infinita).
2. Selecione a ferramenta "**Reta Paralela**" na barra de ferramentas.
3. Clique na reta **r** e, em seguida, clique em um ponto fora da reta **r** para definir a posição da nova reta paralela. Uma nova reta **s** paralela a **r** será criada.

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 22 – GeoGebra – orientações 2

(Continua)

Construção de Estacionamento de 45°

1. Crie uma reta horizontal **r** (linha de referência do estacionamento).
2. Crie um ponto **A** sobre a reta **r**.
3. Construa um ângulo de 45° com vértice em **A**, utilizando a ferramenta "**Ângulo Dada Sua Amplitude**".
4. Clique em um ponto **B**, depois em **A**, e insira 45°. Um novo ponto **B'** será criado.

(Conclusão)

- | |
|--|
| <p>5. Desenhe uma reta s passando por A e B'. Esta será a primeira linha de estacionamento.</p> <p>6. Utilize a ferramenta "Reta Paralela" para criar múltiplas retas paralelas à reta s, espaçadas uniformemente, para representar as vagas de estacionamento. Você pode criar um controle deslizante para o espaçamento entre as vagas para maior dinamismo.</p> |
|--|

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 23 – GeoGebra – orientações 3

- | |
|--|
| Construção de Estacionamento de 90° |
| <p>1. Crie uma reta horizontal r (linha de referência do estacionamento).</p> <p>2. Crie um ponto A sobre a reta r.</p> <p>3. Construa uma reta s perpendicular à reta r passando por A, utilizando a ferramenta "Reta Perpendicular". Esta será a primeira linha de estacionamento.</p> <p>4. Utilize a ferramenta "Reta Paralela" para criar múltiplas retas paralelas à reta s espaçadas uniformemente, para representar as vagas de estacionamento.</p> |

Fonte: elaborado pelo autor

Sessão 12: Construção de Triângulos no GeoGebra

Objetivos:
Construir diferentes tipos de triângulos no GeoGebra
<p>1. Explorar as propriedades dinâmicas das construções</p> <p>2. Investigar os pontos notáveis do triângulo</p> <p>3. Verificar teoremas relacionados a triângulos</p>
Nível de Van Hiele:
Nível 2 (Análise) e Nível 3 (Dedução Informal)
Descritores do DCRFor: (EF04MA18), (EF04MA19), (EF05MA17), (EF05MA18), (EF06MA20), (EF06MA21), (EF06MA22), (EF06MA27), (EF07MA19), (EF07MA20), (EF07MA21), (EF07MA23), (EF08MA15), (EF09MA11), (EF09MA15)
<p>1. Construir triângulos utilizando software de geometria dinâmica</p> <p>2. Identificar e construir pontos notáveis do triângulo</p> <p>3. Verificar propriedades dos triângulos</p>
Materiais necessários:
Computadores com GeoGebra instalado
Projetor para demonstrações

Roteiro impresso com atividades sobre triângulos

Arquivo de GeoGebra com modelos iniciais

Tempo estimado:

90 minutos

Desenvolvimento:

1. Revisão sobre triângulos (10 min)

- a. Revisar a classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos
- b. Discutir as propriedades dos triângulos
- c. Apresentar os pontos notáveis do triângulo

2. Construção de triângulos específicos (25 min)

- a. Demonstrar como construir diferentes tipos de triângulos no GeoGebra:
 - Triângulo equilátero
 - Triângulo isósceles
 - Triângulo retângulo
- b. Alunos praticam as construções seguindo o roteiro
- c. Explorar o comportamento dinâmico das construções

3. Investigação dos pontos notáveis (30 min)

- a. Demonstrar como construir os pontos notáveis do triângulo:
 - Baricentro (encontro das medianas)
 - Incentro (encontro das bissetrizes)
 - Circuncentro (encontro das mediatrizes)
 - Ortocentro (encontro das alturas)
- b. Alunos constroem os pontos notáveis em seus triângulos
- c. Investigar o comportamento dos pontos notáveis ao mover os vértices do triângulo

4. Verificação de teoremas (15 min)

- a. Investigar a soma dos ângulos internos do triângulo
- b. Verificar o teorema de Pitágoras em triângulos retângulos
- c. Explorar a relação entre os lados e os ângulos opostos

5. Discussão e síntese (10 min)

- a. Compartilhar descobertas e observações
- b. Discutir as vantagens do GeoGebra para a investigação de propriedades
- c. Sintetizar as propriedades verificadas

Avaliação com Mapa Conceitual:

Solicitar aos alunos que construam um mapa conceitual sobre triângulos no GeoGebra, incluindo:

- Conceito central: Triângulos
- Classificação e propriedades
- Pontos notáveis e suas características
- Teoremas verificados
- Ferramentas do GeoGebra utilizadas nas construções

Extensão:

- Investigar o círculo dos nove pontos
- Explorar a reta de Euler e suas propriedades

Apresentamos abaixo construções de triângulos utilizando GeoGebra (construções simples, mas com nível aprofundamento maior quanto as medidas dos ângulos e lados, perímetro e área). Oferecendo elementos que corroboram para melhor visualização dinâmica e que favorece a compreensão geométrica.

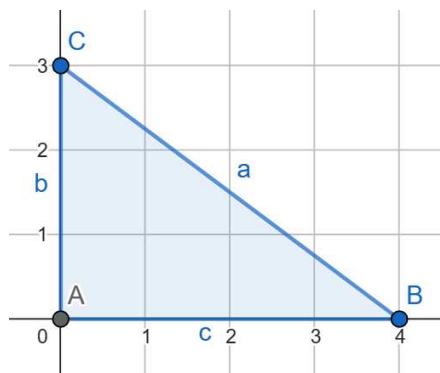
Triângulos Retângulos

a. Triângulo Retângulo Escaleno

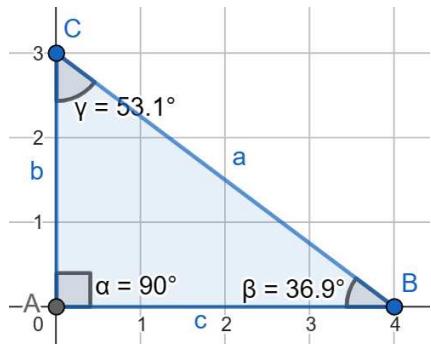
b.

Siga os passos a seguir para realizar a construção, clicando em:

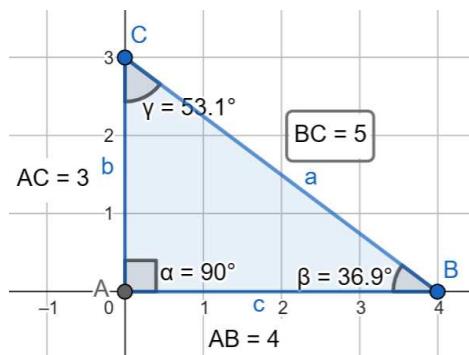
- Ferramenta Polígono , marque **A** (0,0), **B** (4,0), **C** (0,3) e novamente em **A**;



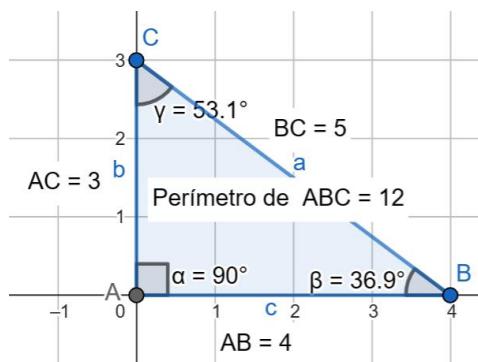
- Ferramenta Ângulo , clique no interior do triângulo;



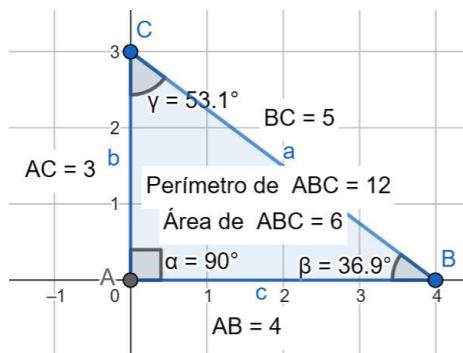
- Ferramenta distância , clique nos vértices A e B, B e C, C e A;



- Agora, clique no interior do triângulo;

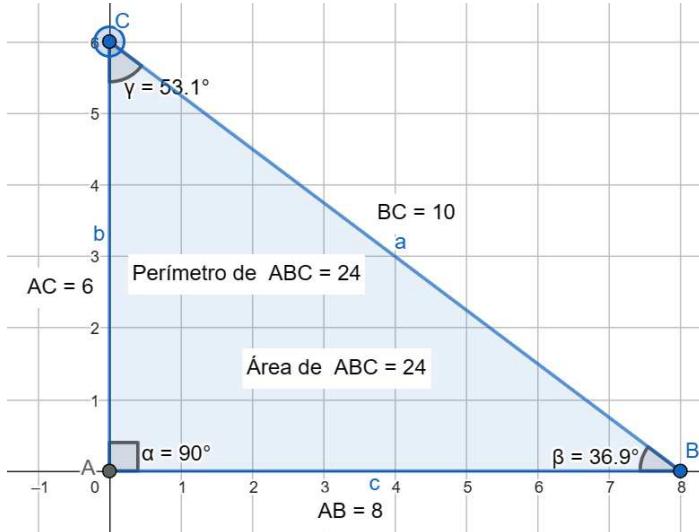


- Ferramenta área , clique no interior do triângulo;

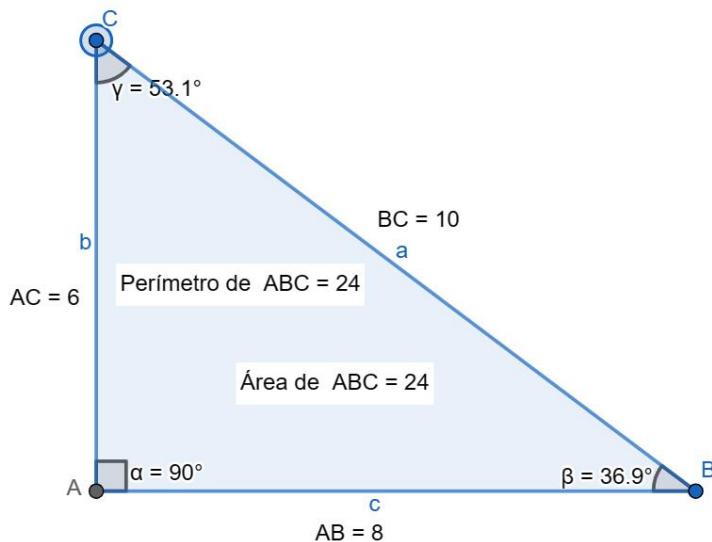




- Ferramenta mover , clique no vértice **B** e movimente-o para todas as direções;
- Agora, clique no vértice **C** e movimente-o para todas as direções;
- Para finalizar, clique no vértice **A** e movimente-o para todas as direções;
- Agora, arraste o vértice **B** no ponto $(8,0)$ e vértice **C** no ponto $(0,6)$;



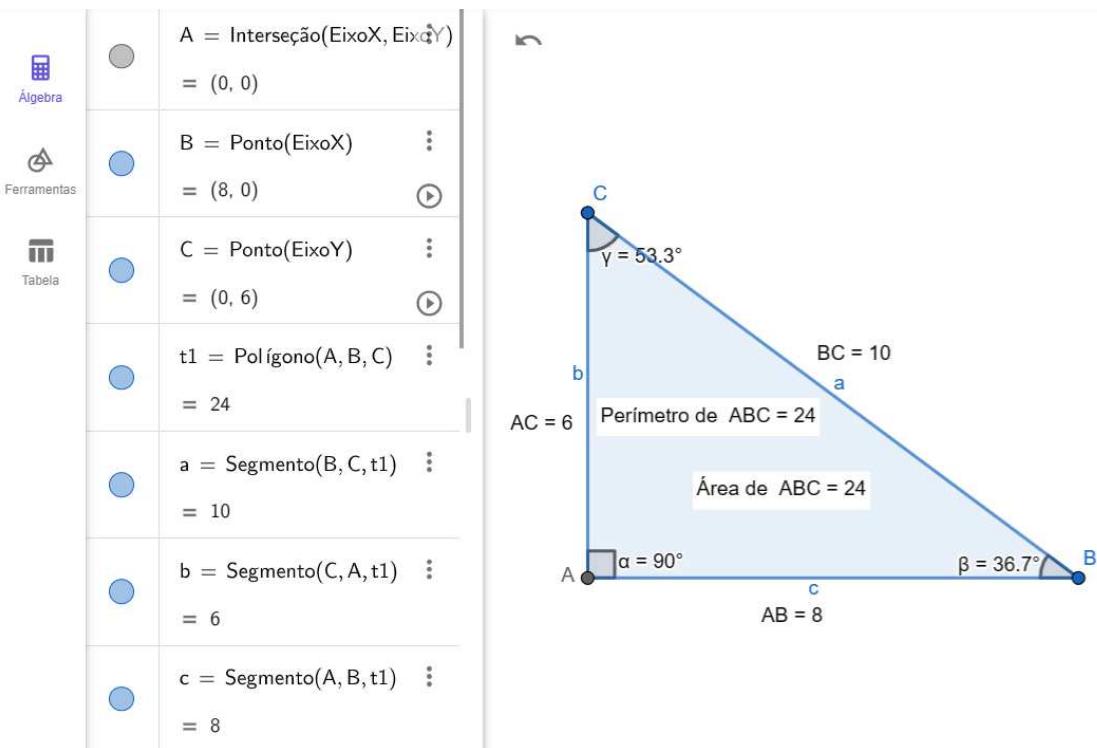
- Na parte superior à direita da tela, clique em configurações  e desabilite os eixos e a malha;



- Agora, realize algumas movimentações nos vértices **B** e **C**; A visualização do objeto é melhor com ausência dos eixos e da malha?



- Clique na janela Álgebra , localizada ao lado esquerdo da tela e realize novamente as movimentações no triângulo (observe as mudanças que ocorrem na janela Álgebra);



- Na janela Álgebra, clique no botão player (vértice **B**) e observe o que acontece com o triângulo. Depois pause e clique no botão player (vértice **C**) e, novamente observe as mudanças no triângulo.

B = Ponto(EixoX)	⋮
= (8, 0)	⟳
C = Ponto(EixoY)	⋮
= (0, 6)	⟳

- Quais mudanças ocorreram no triângulo ao acionar os botões player do vértice **B** e **C**?

No canto superior esquerdo, clique  menu principal e salvar como **GGB** (salve na pasta downloads). **Título: Triângulo Retângulo Escaleno (eixos)**.

- Agora, abra uma nova janela e realize a construção de um triângulo retângulo escaleno, com os seguintes pontos: **A** (1,1), **B** (9,1) e **C** (1,7);

- Realize as intervenções nesse novo triângulo, como as que foram realizadas no triângulo anterior;

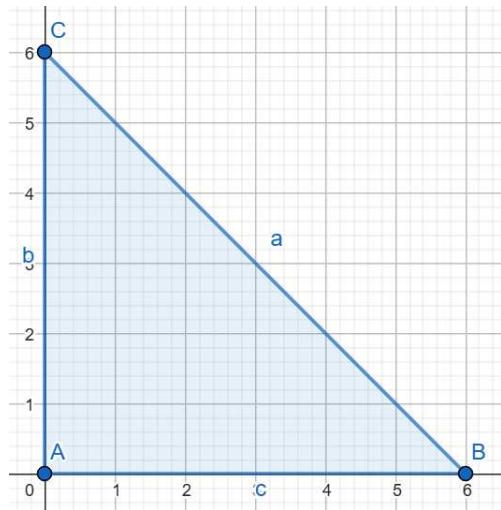
- **Que conclusões que você observa?**

- Salve a construção no formato GGB e com o **título: Triângulo Retângulo Escaleno** na pasta Downloads.

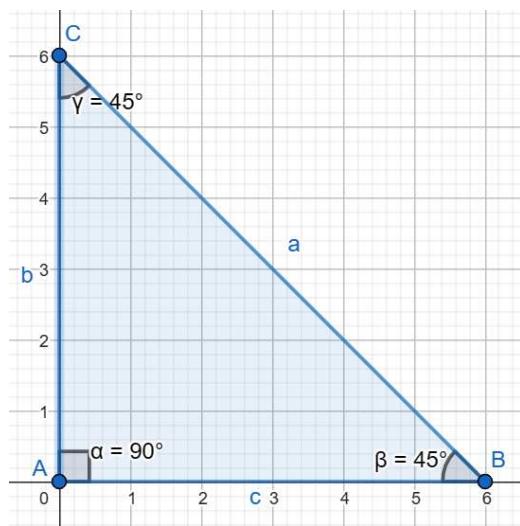
c. Triângulo Retângulo Isósceles



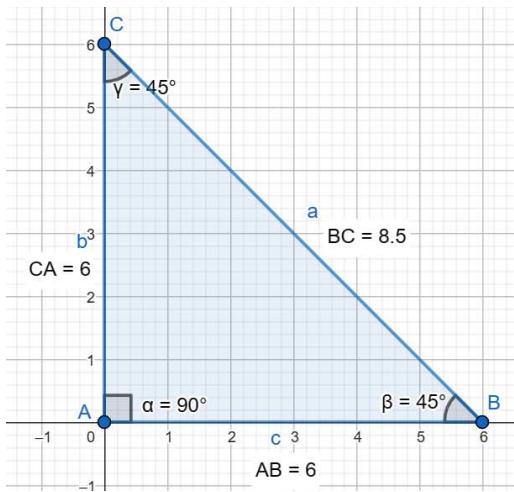
- Ferramenta Polígono , marque **A** (0,0), **B** (6,0) e **C** (0,6) e novamente em **A**;



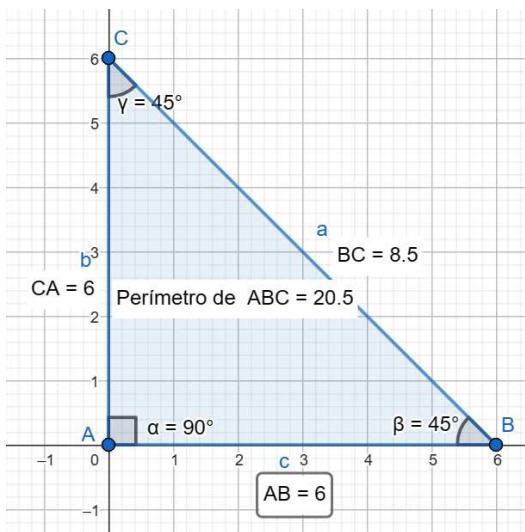
- Ferramenta Ângulo , clique no interior do triângulo;



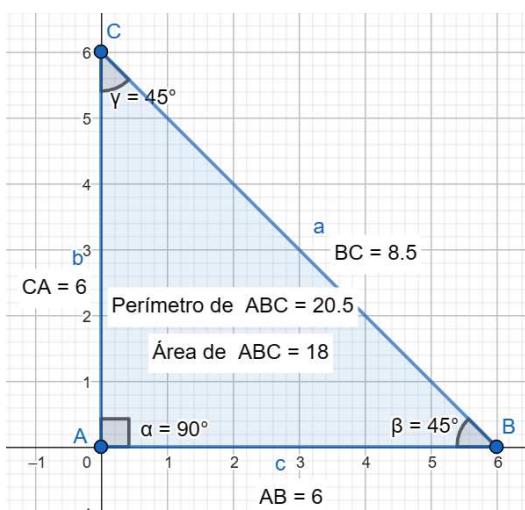
- Ferramenta distância , clique nos vértices **A** e **B**, **B** e **C**, **C** e **A**;



- Agora, clique no interior do triângulo;

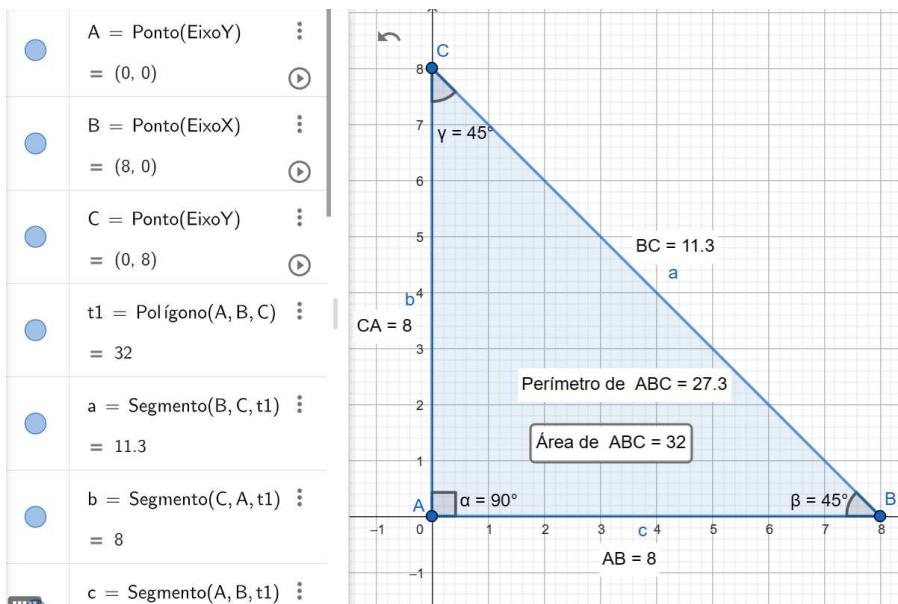


- Ferramenta área , clique no interior do triângulo;





- Ferramenta mover , clique no vértice **B** e movimente-o para todas as direções;
- Movimente o vértice **B** para (8,0), o vértice **C** para (0,8) e observe as mudanças que ocorrem na janela Álgebra;



- Na janela Álgebra, clique no botão player (vértice **B**) e observe o que acontece com o triângulo. Depois pause no player do vértice **B** e clique no botão player (vértice **C**) e novamente, observe as mudanças no triângulo. Por fim, pause o player do vértice **C** e clique no botão player (vértice **A**) e observe o que ocorre;

A = Ponto(EixoY)	\vdots
$= (0, 0)$	⟳
B = Ponto(EixoX)	\vdots
$= (8, 0)$	⟳
C = Ponto(EixoY)	\vdots
$= (0, 8)$	⟳

- No canto superior esquerdo, clique  menu principal e salvar como **GGB** (salve na pasta downloads). **Título: Triângulo Retângulo Isósceles(eixos).**

Tabela 24 - Ficha de observação 13

(Continua)

TRIÂNGULOS

1. Sobre o triângulo retângulo escaleno, o que aconteceu ao movimentar os vértices B e C?
2. Ao realizar as movimentações no vértice B ou C do triângulo retângulo escaleno construído, o que acontece com:
 - a) Os ângulos?
 - b) As medidas dos lados?
 - c) O perímetro?
 - d) A medida de área?
3. Sobre o triângulo retângulo escaleno com vértices A(0,0), B(0,8) e C(0,6), responda:
 - a) Qual é a medida dos ângulos internos?
 - b) Quais as dimensões dos lados? E o perímetro?
 - c) Qual é a medida de área?
4. O que se observa ao dobrar as dimensões de um triângulo retângulo escaleno? O que acontece com a área desse triângulo?
5. Ao clicar nos botões player dos vértices B e C, quais mudanças ocorreram no triângulo?
6. Sobre o triângulo retângulo escaleno com vértices A(1,1), B(9,1) e C(1,7), responda:
7. Ao movimentar os vértices, foi possível deslocá-los para todas as direções?
8. O que aconteceu com o ângulo reto?

9. Existe o botão player na janela de Álgebra?

10. Sobre o triângulo retângulo isósceles, responda:

a) Qual é a medida dos ângulos internos?

b) Quais as dimensões dos lados? E o perímetro?

c) Qual é a medida de área?

Fonte: elaborado pelo autor

Sessão 13: Construção de Quadriláteros no GeoGebra

Objetivos:

Construir diferentes tipos de quadriláteros no GeoGebra

1. Explorar as propriedades dinâmicas dos quadriláteros
2. Investigar as diagonais e suas propriedades
3. Estabelecer relações hierárquicas entre os quadriláteros

Nível de Van Hiele:

Nível 2 (Análise) e Nível 3 (Dedução Informal)

Descritores do DCRFor: (EF04MA18), (EF04MA19), (EF05MA17), (EF05MA18), (EF06MA20), (EF06MA21), (EF06MA22), (EF06MA27), (EF07MA19), (EF07MA20), (EF07MA21), (EF07MA23), (EF08MA15), (EF09MA11), (EF09MA15)

1. Construir quadriláteros utilizando software de geometria dinâmica
2. Identificar propriedades dos quadriláteros
3. Estabelecer relações entre diferentes tipos de quadriláteros

Materiais necessários:

Computadores com GeoGebra instalado

Projetor para demonstrações

Roteiro impresso com atividades sobre quadriláteros

Arquivo de GeoGebra com modelos iniciais

Tempo estimado:

90 minutos

Desenvolvimento:

1. Revisão sobre quadriláteros (10 min)

- a. Revisar a classificação dos quadriláteros
- b. Discutir as propriedades de cada tipo
- c. Apresentar a hierarquia dos quadriláteros

2. Construção de quadriláteros específicos (30 min)

- a. Demonstrar como construir diferentes tipos de quadriláteros no GeoGebra:

- Quadrado
- Retângulo
- Paralelogramo
- Losango
- Trapézios

- b. Alunos praticam as construções seguindo o roteiro

- c. Enfatizar a importância de construções que preservem as propriedades ao mover os pontos

3. Investigação das diagonais (20 min)

- a. Construir as diagonais dos quadriláteros
- b. Investigar as propriedades das diagonais em cada tipo de quadrilátero
- c. Verificar relações como:
 - Diagonais do quadrado são congruentes e perpendiculares
 - Diagonais do retângulo são congruentes
 - Diagonais do losango são perpendiculares
 - Diagonais do paralelogramo se bissectam

4. Transformações entre quadriláteros (20 min)

- a. Demonstrar como um tipo de quadrilátero pode se transformar em outro
- b. Alunos exploram as transformações movendo pontos estratégicos
- c. Discutir as condições para que um quadrilátero se torne de outro tipo

5. Discussão e síntese (10 min)

- a. Organizar uma tabela comparativa das propriedades dos quadriláteros
- b. Discutir a hierarquia dos quadriláteros com base nas observações
- c. Sintetizar as descobertas realizadas

Avaliação com Mapa Conceitual:

Solicitar aos alunos que construam um mapa conceitual sobre quadriláteros no GeoGebra, incluindo:

- Conceito central: Quadriláteros
- Tipos e suas propriedades específicas
- Propriedades das diagonais
- Relações hierárquicas
- Transformações possíveis entre os tipos

Extensão:

- Investigar quadriláteros inscritíveis e circunscritíveis
- Explorar quadriláteros com área máxima para um perímetro fixo

Agora que os alunos já estão familiarizados com as ferramentas e processos de construção, se faz necessário verificar seu desenvolvimento ao realizar construções com comandos (sem apoio das imagens). Para isso, o professor precisa acompanhar cada grupo durante as etapas e auxiliá-los quando for necessário.

Tabela 25 – GeoGebra – orientações 4

Construção do Quadrado
1. Crie um segmento AB que será um lado
2. Crie uma reta perpendicular a AB passando por B
3. Crie um círculo com centro em B e raio AB
4. Marque o ponto C na interseção da perpendicular com o círculo
5. Crie uma reta perpendicular a BC passando por C
6. Crie uma reta perpendicular a AB passando por A
7. Marque o ponto D na interseção das duas perpendiculares
8. Crie o quadrilátero ABCD usando a ferramenta "Polígono"

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 26 – GeoGebra – orientações 5

(Continua)

Construção do Retângulo
1. Crie um segmento AB que será a base
2. Crie retas perpendiculares a AB passando por A e B
3. Marque um ponto C na perpendicular que passa por B

- | |
|---|
| 4. Crie uma reta paralela a AB passando por C |
| 5. Marque o ponto D na interseção da paralela com a perpendicular que passa por A |
| 6. Crie o quadrilátero ABCD usando a ferramenta "Polígono" |

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 27 – GeoGebra – orientações 6

- | |
|--|
| Construção do Paralelogramo |
| 1. Crie um segmento AB que será a base |
| 2. Crie um ponto C não alinhado com AB |
| 3. Crie uma reta paralela a AB passando por C |
| 4. Crie uma reta paralela a AC passando por B |
| 5. Marque o ponto D na interseção das duas paralelas |
| 6. Crie o quadrilátero ABCD usando a ferramenta "Polígono" |

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 28 – GeoGebra – orientações 7

- | |
|--|
| Construção do Losango |
| 1. Crie um segmento AC que será uma diagonal |
| 2. Determine o ponto médio O de AC |
| 3. Crie uma reta perpendicular a AC passando por O |
| 4. Marque um ponto B na perpendicular |
| 5. Crie uma reta paralela a AB passando por C |
| 6. Crie uma reta paralela a BC passando por A |
| 7. Marque o ponto D na interseção das duas paralelas |
| 8. Crie o quadrilátero ABCD usando a ferramenta "Polígono" |

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 29 – GeoGebra – orientações 8

(Continua)

- | |
|---|
| Construção do Trapézio |
| 1. Crie um segmento AB que será a base maior. |
| 2. Crie um ponto C não alinhado com AB . |
| 3. Crie uma reta paralela a AB passando por C . |
| 4. Marque um ponto D na paralela, de modo que CD seja menor que AB . |

(Conclusão)

5. Crie o quadrilátero ABCD usando a ferramenta "Polígono".

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 30 – GeoGebra – orientações 9

Construção de um Trapézio Retângulo

1. Crie um segmento **AB** (base maior).
2. Construa uma reta perpendicular ao segmento **AB** passando por **A**.
3. Marque um ponto **D** sobre essa reta perpendicular (**altura do trapézio**).
4. Construa uma reta paralela ao segmento **AB** passando por **D**.
5. Marque um ponto **C** sobre essa reta paralela, de forma que o segmento **DC** seja menor que **AB (base menor)**.
6. Construa o polígono **ABCD**. Este será o seu **trapézio retângulo**.

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 31 – GeoGebra – orientações 10

Construção de um Trapézio Isósceles

1. Crie um segmento **AB** (base maior).
2. Construa a mediatrix do segmento **AB**.
3. Marque um ponto **M**, ponto médio de **AB**.
4. Construa uma reta perpendicular a **AB** passando por **M**.
5. Marque um ponto **P** sobre essa reta perpendicular.
6. Construa uma circunferência com centro em **P** e raio **PA**.
7. Marque os pontos de intersecção da circunferência com a reta perpendicular (**C** e **D**).
8. Construa o polígono **ABCD**. Este será o seu trapézio isósceles.

Fonte: elaborado pelo autor

Após finalizarem as construções é importe que os alunos investiguem sobre as diagonais, os triângulos formados por essas diagonais (semelhança, ângulos, medidas dos lados desses triângulos) e realizar a manipulação desses objetos construídos.

A seguir temos uma variação dos processos de construção dos quadriláteros e que apresentam um nível mais elevado (verificar o nível que os alunos estão). Com isso, espera-se que ao final os alunos possam distinguir as diferenças, dificuldades e vantagens entre as técnicas utilizadas.

Tabela 32 – GeoGebra – orientações 11

Construção de um Quadrado (método que não o deforma ao mover os vértices):

1. Crie uma reta qualquer passando por dois pontos **A** e **B** (reta **r**).
2. Trace o ponto médio **M** de **A** e **B**.
3. Construa uma reta **s** perpendicular à reta **r** passando pelo ponto médio **M**.
4. Construa uma circunferência **C1** de centro **M** passando por **A**.
5. Marque os pontos de intersecção **C** e **D** entre a reta **s** e a circunferência **C1**.
6. Oculte as retas **r**, **s**, a circunferência **C1** e o ponto **M**.
7. Construa um polígono passando pelos pontos **A**, **C**, **B** e **D**.
8. Este será o seu **quadrado**.

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 33 – GeoGebra – orientações 12

Construção de um Retângulo (método que não o deforma ao mover os vértices):

1. Crie uma reta qualquer passando por dois pontos **A** e **B** (reta **r**).
2. Construa uma reta **s** perpendicular à reta **r** passando pelo ponto **A**.
3. Construa uma reta **t** perpendicular à reta **r** passando pelo ponto **B**.
4. Construa uma reta **v** paralela à reta **r** passando por um ponto **C** qualquer sobre a reta **s**.
5. Marque o ponto de intersecção **D** entre a reta **t** e a reta **v**.
6. Oculte as retas **r**, **s**, **t** e **v**.
7. Construa um polígono passando pelos pontos **A**, **B**, **D** e **C**.
8. Este será o seu **retângulo**.

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 34 – GeoGebra – orientações 13

(Continua)

Construção de um Paralelogramo (método que não o deforma ao mover os vértices):

1. Crie uma reta qualquer passando por dois pontos **A** e **B** (reta **r**).
2. Construa uma reta **s** paralela à reta **r** passando por um ponto **C** qualquer (ponto **C** não deve estar em **r**).
3. Crie uma reta **t** passando por **A** e **C**.
4. Construa uma reta **v** paralela à reta **t** passando por **B**.
5. Marque o ponto de intersecção **D** entre a reta **s** e a reta **v**.
6. Oculte as retas **r**, **s**, **t** e **v** (clique com o botão direito sobre a reta e desmarque 'Exibir

(Conclusão)

Objeto'). Construa um polígono passando pelos pontos A, B, D e C.

7. Este será o seu paralelogramo.

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 35 – GeoGebra – orientações 14

Construção de um Losango (método que não o deforma ao mover os vértices):

- 1.** Crie uma reta qualquer passando por dois pontos **A** e **B** (reta **r**).
- 2.** Trace o ponto médio **M** de **A** e **B**.
- 3.** Construa uma reta **s** perpendicular à reta **r** passando pelo ponto médio **M**.
- 4.** Marque um ponto **C** qualquer sobre a reta **s**.
- 5.** Construa uma reta **t** passando por **A** e **C**.
- 6.** Construa uma reta **u** passando por **B** e **C**.
- 7.** Construa uma reta **v** paralela à reta **t** passando por **B**.
- 8.** Construa uma reta **w** paralela à reta **u** passando por **A**.
- 9.** Marque o ponto de intersecção **D** entre as retas **v** e **w**.
- 10.** Oculte as retas **r**, **s**, **t**, **u**, **v**, **w** e o ponto **M**.
- 11.** Construa um polígono passando pelos pontos **A**, **B**, **D** e **C**.
- 12. Este será o seu losango.**

Fonte: elaborado pelo autor

Sessão 14: Transformações Geométricas no Plano com GeoGebra

Objetivos:

Compreender os conceitos de transformações geométricas

- 1.** Realizar transformações geométricas no GeoGebra
- 2.** Investigar as propriedades das transformações
- 3.** Criar composições de transformações

Nível de Van Hiele:

Nível 3 (Dedução Informal) e Nível 4 (Dedução Formal)

Descritores do DCRFor: (EF04MA18), (EF04MA19), (EF05MA17), (EF05MA18), (EF06MA20), (EF06MA21), (EF06MA22), (EF06MA27), (EF07MA19), (EF07MA20), (EF07MA21), (EF07MA23), (EF08MA15), (EF09MA11), (EF09MA15)

- 1.** Reconhecer e aplicar transformações geométricas
- 2.** Identificar propriedades invariantes nas transformações
- 3.** Compor transformações geométricas

Materiais necessários:
Computadores com GeoGebra instalado
Projetor para demonstrações
Roteiro impresso com atividades sobre transformações
Arquivo de GeoGebra com modelos iniciais
Tempo estimado:
90 minutos
Desenvolvimento:
<p>1. Introdução às transformações geométricas (15 min)</p> <ul style="list-style-type: none"> a. Apresentar os tipos de transformações: reflexão, rotação, translação e homotetia b. Discutir exemplos de transformações no mundo real c. Demonstrar como acessar as ferramentas de transformação no GeoGebra
<p>2. Reflexão (20 min)</p> <ul style="list-style-type: none"> a. Demonstrar como realizar reflexões em relação a uma reta b. Alunos constroem figuras e suas reflexões c. Investigar as propriedades preservadas na reflexão d. Explorar a reflexão em relação a um ponto
<p>3. Rotação (20 min)</p> <ul style="list-style-type: none"> a. Demonstrar como realizar rotações em torno de um ponto b. Alunos constroem figuras e suas rotações com diferentes ângulos c. Investigar as propriedades preservadas na rotação d. Explorar rotações sucessivas
<p>4. Translação (15 min)</p> <ul style="list-style-type: none"> a. Demonstrar como realizar translações segundo um vetor b. Alunos constroem figuras e suas translações c. Investigar as propriedades preservadas na translação d. Explorar translações sucessivas
<p>5. Composição de transformações (15 min)</p> <ul style="list-style-type: none"> a. Demonstrar como compor diferentes transformações b. Alunos criam composições de transformações c. Investigar o resultado de diferentes sequências de transformações d. Discutir a comutatividade (ou não) das transformações
<p>6. Discussão e síntese (5 min)</p>

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"> a. Compartilhar descobertas e observações b. Discutir aplicações das transformações geométricas c. Sintetizar as propriedades de cada transformação |
|---|

Avaliação com Mapa Conceitual:

Solicitar aos alunos que construam um mapa conceitual sobre transformações geométricas, incluindo:

- Conceito central: Transformações geométricas
- Tipos: reflexão, rotação, translação, homotetia
- Propriedades de cada transformação
- Invariante geométricos
- Composições de transformações
- Aplicações práticas

Extensão:

- Criar um caleidoscópio digital usando reflexões
- Explorar transformações em obras de arte (Escher, arte islâmica)

Tabela 36 – GeoGebra – orientações 15

Construção de Reflexão Axial
1. Crie uma figura geométrica.
2. Crie uma reta que será o eixo de reflexão.
3. Selecione a ferramenta "Reflexão em Relação a uma Reta".
4. Clique na figura que deseja refletir e, em seguida, clique na reta que será o eixo de reflexão. Uma nova figura, refletida, será criada.

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 37 – GeoGebra – orientações 16

Construção de Reflexão Central (Simetria em Relação a um Ponto)
1. Crie uma figura geométrica.
2. Crie um ponto que será o centro de reflexão. Selecione a ferramenta "Reflexão em Relação a um Ponto".
3. Clique na figura que deseja refletir e, em seguida, clique no ponto que será o centro de reflexão. Uma nova figura, refletida, será criada.

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 38 – GeoGebra – orientações 17

Construção de Rotação
1. Crie uma figura geométrica.
2. Crie um ponto que será o centro de rotação.
3. Selecione a ferramenta " Girar em Torno de um Ponto ".
4. Clique na figura que deseja rotacionar, depois no centro de rotação e, em seguida, insira o ângulo de rotação (em graus ou radianos) e o sentido (horário ou anti-horário). Uma nova figura, rotacionada, será criada.

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 39 – GeoGebra – orientações 18

Construção de Translação
1. Crie uma figura geométrica (por exemplo, um polígono).
2. Crie um vetor de translação. Para isso, utilize a ferramenta " Vetor " e clique em dois pontos para definir o vetor (por exemplo, do ponto A ao ponto B).
3. Selecione a ferramenta " Translação por Vetor ".
4. Clique na figura que deseja transladar e, em seguida, clique no vetor de translação. Uma nova figura, transladada, será criada.

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 40 – GeoGebra – orientações 19

(Continua)

Parte 1: Construção da Figura Base
1. Abra o GeoGebra e ative Exibir > Eixos e Exibir > Grade.
2. Insira quatro pontos com as coordenadas: A(2,2), B(5,2), C(4,4), D(2,4) (um quadrilátero qualquer).
3. Use a ferramenta Polígono para unir os pontos e formar a figura.
Parte 2: Primeira Transformação — Translação
1. Crie um vetor de translação, por exemplo $u = (3,2)$.
2. Selecione Transformações > Transladar objeto por vetor.
3. Clique na figura e depois no vetor.
4. Observe a nova imagem ($A'B'C'D'$).

Parte 3: Segunda Transformação — Reflexão da Figura Transladada

1. Crie uma reta de reflexão (por exemplo, o eixo y).
2. Selecione Transformações > Refletir objeto em torno de uma reta.
3. Selecione a figura $A'B'C'D'$ e depois a reta de reflexão.
4. Observe a nova imagem ($A''B''C''D''$).

Parte 4: Terceira Transformação — Rotação da Figura Refletida

1. Defina um ponto de rotação (pode ser a origem $(0,0)$ ou outro ponto estratégico).
2. Selecione Transformações > Rotacionar objeto em torno de um ponto.
3. Selecione a figura $A''B''C''D''$ e o ponto de rotação.
4. Defina o ângulo de rotação (90° no sentido anti-horário).
5. Observe a nova imagem ($A'''B'''C'''D'''$).

Parte 5: Quarta Transformação — Ampliação da Figura Rotacionada

1. Defina um centro de ampliação (por exemplo, a origem $(0,0)$).
2. Selecione Transformações > Ampliar/Reduzir em relação a um ponto.
3. Selecione a figura $A'''B'''C'''D'''$ e o ponto de ampliação.
4. Defina o fator de ampliação (por exemplo, 1,5).
5. Observe a nova imagem ($A^4B^4C^4D^4$).

Fonte: elaborado pelo autor

Tabela 41 - Ficha de Acompanhamento 3

(Continua)

PERGUNTAS DE ACOMPANHAMENTO

1. Que conhecimentos da geometria foram utilizados nas construções com o GeoGebra?
2. Esta atividade contribuiu para uma melhor compreensão de conceitos da geometria espacial? Explique.
3. Quais as características/propriedades geométricas foram exploradas com esta atividade?
4. Informe outras aprendizagens obtidas durante a atividade.
5. Apresente as dificuldades e desafios encontrados na realização desta atividade.

Fonte: elaborado pelo autor

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este produto educacional foi fruto de uma profunda reflexão sobre o ensino da geometria na rede pública de educação de Fortaleza, destaca a urgência de se repensar as práticas pedagógicas atuais.

A observação inicial de que a geometria, apesar de sua natureza intrinsecamente visível e concreta, é frequentemente relegada a um segundo plano em favor da aritmética e da álgebra, serviu como catalisador para a elaboração deste produto educacional.

A geometria não é apenas um componente curricular; ela é uma ferramenta fundamental para a compreensão do mundo que nos cerca, desde a análise dos ângulos em movimentos cotidianos até a complexidade das estruturas arquitetônicas.

A fundamentação teórica que permeou este produto educacional, foi ancorada nas Teorias de David Ausubel e de van Hiele.

As sessões didáticas são compostas por atividades que buscam ativar o conhecimento prévio dos alunos, tornando a aprendizagem da Geometria significativa, com base na premissa de que a aprendizagem é mais eficaz quando os novos conhecimentos são ancorados em estruturas cognitivas preexistentes, conforme preconizado por David Ausubel e Joseph Novak.

Conectando com esses pressupostos, van Hiele (2009), ofereceu um arcabouço sólido para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Toda a estrutura das sessões didáticas traz os níveis sequenciais de compreensão – Visualização, Análise, Dedução Informal, Dedução Formal e Rigor – delineando um caminho claro, para que os educadores possam guiar seus alunos de uma percepção intuitiva das formas para um raciocínio geométrico mais abstrato e dedutivo.

A proposta de van Hiele não se limita à descrição desses níveis; ela também oferece fases de aprendizagem que, quando aplicadas, promovem a transição entre eles, garantindo um desenvolvimento contínuo e significativo.

Sendo assim, a progressão das atividades ocorreu, do concreto (dobraduras e kit de geometria) ao abstrato (GeoGebra), e a ênfase na manipulação e na experimentação, foram as estratégias que visam facilitar a assimilação e a acomodação de novos conceitos na estrutura cognitiva dos alunos.

Adicionalmente, a integração com o Documento Curricular Referencial de Fortaleza (DCRFor) assegura que as abordagens propostas estejam em consonância com as diretrizes educacionais locais.

A ênfase do DCRFor no desenvolvimento do pensamento geométrico como um processo de exploração do espaço e de resolução de problemas do mundo físico e de outras áreas do conhecimento reforça a relevância das estratégias pedagógicas aqui apresentadas.

A seleção cuidadosa de descritores específicos para o ensino fundamental 2, categorizados pelas ferramentas pedagógicas – dobraduras, kit de geometria e GeoGebra – demonstra um esforço em tornar o ensino da geometria mais dinâmico, interativo e alinhado às necessidades dos estudantes.

As ferramentas pedagógicas exploradas neste P.E. representam um leque de possibilidades para enriquecer o ensino da geometria.

As dobraduras, por sua simplicidade e acessibilidade, permitem a manipulação concreta de formas e a visualização de propriedades geométricas de maneira lúdica.

O kit de geometria, com seus instrumentos tradicionais, auxilia no desenvolvimento de habilidades de construção e medição.

O GeoGebra emergiu como uma ferramenta poderosa e versátil, combinando geometria, álgebra e outras áreas da matemática em um ambiente dinâmico e interativo. Sua natureza gratuita e multiplataforma o torna acessível a um vasto público, potencializando a exploração de conceitos geométricos de forma visual e experimental.

Por fim, a valorização da cultura "mão na massa" e a busca por uma Geometria presente no cotidiano dos alunos, conforme defendido por Sergio Lorenzato, e a atenção à diversidade de saberes e contextos, inspirada pela Etnomatemática de Ubiratan D'Ambrosio, permeiam todo o manual.

Em suma, este produto educacional não apenas diagnostica uma lacuna no ensino da geometria, mas também propõe soluções práticas e teoricamente embasadas para preenchê-la.

Ao alinhar as Teorias de David Ausubel e van Hiele com o DCRFor, propomos o uso diversificado de ferramentas pedagógicas. Com isso, esse trabalho visa capacitar educadores a transformar a experiência de aprendizagem da geometria, tornando-a mais engajadora, compreensível e relevante para os alunos.

Acreditamos que a implementação das sugestões aqui contidas, contribuirá significativamente para o aprimoramento do raciocínio geométrico dos estudantes, preparando-os não apenas para os desafios acadêmicos, mas também para uma compreensão mais profunda e aplicada do mundo em que vivem.

REFERÊNCIAS

- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano, 2003.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- CEARÁ. Secretaria da Educação do Estado do Ceará. **Documento Curricular Referencial do Ceará: educação infantil e ensino fundamental**. Fortaleza: SEDUC, 2019. Disponível em: https://www.seduc.ce.gov.br/wp-content/uploads/sites/37/2020/02/DCRC_2019_OFICIAL.pdf. Acesso em: 12 mar. 2021.
- COELHO, A. da S. Tarefas para o ensino de equações polinomiais de segundo grau com o software GeoGebra: uma alternativa para o desenvolvimento de habilidades em estudantes do 8º ano. 2021. 204 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) – Universidade Estadual de Roraima, Boa Vista, 2021.
- D' AMBRÓSIO, U. Da realidade à ação. **Reflexões sobre Educação e Matemática**. São Paulo: Sumus; Campinas: UNICAMP, 1986.
- D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- D'AMBROSIO, U. **Uma História concisa da Matemática no Brasil**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.
- D'AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. 16 ed. Campinas: Papirus, 2008a.
- KALEFF, A. M. *et al.* Desenvolvimento do pensamento geométrico: Modelo de van Hiele. *Bolema*, [s.l.], v. 10, p. 21-30, 1994
- LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista**. São Paulo, v.3, n. 4, p. 03-13, 1995.
- LORENZATO, S. A. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio (org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores associados, 2006.
- LORENZATO, S. **O ensino de matemática: conceitos e transformações**. Campinas: Autores Associados, 2006.
- MEDEIROS, M. F. **Geometria dinâmica no ensino de transformações no plano: Uma experiência com professores da Educação Básica**. 2012. 172 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. **Aprendizagem significativa:** A teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro, 2006.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem.** São Paulo: E.P.U., 2017.

NOVAK, J. D.; GOWIN, B. **Aprender a aprender.** 2. ed. Lisboa: Plátano, 1999.

NASCIMENTO, C. H. M. de H. (org.). **Documento Curricular Referencial de Fortaleza: incluir, educar e transformar (DCRFor);** v. 1. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 2024. Disponível em: <https://dgpe.fgv.br/noticia/fortaleza-lanca-documento-curricularreferencial> . Acesso em: 28 jul. 2024.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.