



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

ARTHUR ANTONIO SOUSA FEIJÓ

ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGA DE CONCRETO ARMADO DE ULTRA ALTO
DESEMPENHO REFORÇADO COM FIBRAS NO SOFTWARE ABAQUS

FORTALEZA

2022

ARTHUR ANTONIO SOUSA FEIJÓ

ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGA DE CONCRETO ARMADO DE ULTRA ALTO
DESEMPENHO REFORÇADO COM FIBRAS NO SOFTWARE ABAQUS

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Silva Me-
deiros

FORTALEZA

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

F328a Feijó, Arthur Antonio Sousa.

Análise numérica de viga de concreto armado de ultra alto desempenho reforçado com fibras no software Abaqus / Arthur Antonio Sousa Feijó. – 2022.
58 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2022.

Orientação: Prof. Dr. Marcelo Silva Medeiros.

1. Abaqus. 2. Elementos finitos. 3. Concreto de ultra alto desempenho. 4. Engenharia civil. I. Título.

CDD 620

ARTHUR ANTONIO SOUSA FEIJÓ

ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGA DE CONCRETO ARMADO DE ULTRA ALTO
DESEMPENHO REFORÇADO COM FIBRAS NO SOFTWARE ABAQUS

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Engenheiro Civil.

Aprovada em: 12 de Dezembro de 2022

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Marcelo Silva Medeiros (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Profa. Dra. Marisete Dantas de Aquino
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Eng. Pedro Paulo de Oliveira Ramos
Projectus Engenharia e Consultoria

Aos meus pais, Fernando e Silvana, à minha irmã, Thaís, e à Rosa, pela confiança que sempre depositaram em mim. Sem vocês nada seria possível.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente aos meus pais, minha irmã e Rosa, pelo amor, carinho, apoio, sacrifícios e paciência, sem os quais seria impossível chegar onde cheguei.

Ao Professor Dr. Marcelo Medeiros, pela formidável orientação, atenção e tempo dedicados a mim.

À Professora Dra. Marisete Aquino, pelo apoio e puxões de orelha durante as cadeiras de PG I e PG II.

Ao Eng. Pedro Paulo, por fazer parte da minha banca de defesa e me mostrar, com ações e condutas, como ser um bom engenheiro e, acima de tudo, uma pessoa melhor.

Aos meus amigos Bruno Borges, José Matheus e Paulo Vitor por estarem do meu lado nos momentos de tristeza e dificuldade, me empurrando para frente e me ensinando, diversas vezes, que eu não estou sozinho.

Aos meus antigos colegas de estágio Maurício Filho e Gabriel Nunes por me apresentarem ao \LaTeX por, mesmo que nossos caminhos tenha se divergido, se manterem presentes tornando a vida mais leve.

Ao meu amigo de curso Pedro Ygor, por me incentivar a perseguir a engenharia estrutural e pelo companheirismo e auxílio nos momentos difíceis do curso.

Ao Doutorando em Engenharia Elétrica, Ednardo Moreira Rodrigues, e seu assistente, Alan Batista de Oliveira, aluno de graduação em Engenharia Elétrica, pela adequação do *template* utilizado neste trabalho para que o mesmo ficasse de acordo com as normas da biblioteca da Universidade Federal do Ceará (UFC).

“As convicções são inimigas mais perigosas da verdade do que as mentiras.”

(Friedrich Nietzsche)

RESUMO

Com o desenvolvimento tecnológico dos métodos construtivos procura-se, cada vez mais, por materiais superiores mecânica e quimicamente afim de possibilitar aplicações mais eficientes, seguras e econômicas. O concreto de ultra alto desempenho vem sendo alvo de pesquisas e estudos de modo a difundir seu uso em diversas aplicações ao redor do mundo. Ao adicionar-se fibras na matriz de concreto, possibilita-se que o elemento resista tensões, mesmo estando fissurado, através do fenômeno de costura associado à presença das fibras que agem como pontes distribuindo as tensões através da fissura e garantindo um aumento de ductilidade no geral. Neste trabalho, busca-se caracterizar o concreto de ultra alto desempenho reforçado com fibras através de um modelo computacional baseado em elementos finitos e validado experimentalmente de uma viga retangular biapoiada com armadura longitudinal sob esforços de flexão. Ademais, outro objetivo deste estudo é comparar o comportamento do modelo proposto com o considerado de dois modelos de cálculo utilizados para o dimensionamento de estruturas de concreto reforçado com fibras expostos na NBR 16935 (2021) (modelo rígido e modelo linear), confrontando os valores de momento resistente, distribuição de tensões e deformações na seção central obtidos através dos dois métodos. Utilizando o material Concrete Damage Plasticity no pacote Abaqus CAE o modelo foi implementado com sucesso e validado utilizando dados de ensaio experimental disponíveis em literatura. Os resultados desta pesquisa demonstram que o comportamento observado no modelo proposto se fez similar ao esperado em relação a deformações na seção e apontou uma tendência conservadora no modelo plástico, uma vez que houve uma diferença significativa entre o seu valor de momento resistente e o extraído do modelo numérico. No tocante à distribuição de tensões, observou-se uma relação interessante entre tensão e deformação na parte tracionada da seção, onde as tensões permaneceram relativamente constantes abaixo da linha neutra, enquanto as deformações aumentavam linearmente à medida que se aproximava da face mais tracionada.

Palavras-chave: Concreto de ultra alto desempenho. Concreto reforçado com fibras. Elementos finitos. Concrete Damage Plasticity. Abaqus

ABSTRACT

With the technological development of construction methods, there is an increasing demand for mechanically and chemically superior materials as to enable more efficient, safe and cheap applications. In the last decade Ultra high performance concrete has been the subject of many studies in order to disseminate its use in several applications around the world. By adding fibers in the concrete matrix, it is possible for the element to resist stresses even when fissured through the phenomenon of sewing associated with the presence of fibers that act as bridges distributing the stresses across the crack and ensuring an increase in overall ductility. In this work, the author aims to characterize ultra high performance concrete reinforced with fibers through the use of a computational model based on finite element analysis and experimentally validated of a rectangular simply supported beam with longitudinal reinforcement under bending stress. Furthermore, another objective of this study is to compare the behavior of the proposed model with the expected behavior in two calculation models used in the design fiber reinforced concrete structures presented in Brazilian standard NBR 16935 (2021) (rigid model and linear model) comparing values of moment, tension distribution and deformation in the most stressed section. Using the Concrete Damage Plasticity material in the Abaqus CAE package, the model was implemented successfully and validated using experimental test data available in literature. The results of this research demonstrate that the behavior observed in the proposed model did similar to what was expected in relation to deformations in the section and pointed to a conservative trend in the plastic model, since there was a significant discrepancy between its resistant moment value and the one extracted from the numerical model. With regard to the distribution of stresses, it was observed an interesting relationship between stress and strain in the tensioned part of the section, where the stresses remained constant while the deformations increased linearly as it approached the most tractioned face.

Keywords: Ultra high performance concrete. Fiber reinforced concrete. Finite elements. Concrete Damage Plasticity. Abaqus

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Aqueduto de <i>Pont du Gard</i>	17
Figura 2 – Fibras para concreto	18
Figura 3 – Fibras utilizadas no estudo de Li <i>et al.</i> (2021)	22
Figura 4 – Feixe de fibras poliméricas para uso em concreto	23
Figura 5 – Fibras de coco(a) e fibras de Sisal(b)	24
Figura 6 – Concentração de tensões em concreto sem (a) e com reforço de fibras (b).	26
Figura 7 – Mecanismos de interação entre fibra e matriz no Concreto Reforçado com Fibras (CRF)	26
Figura 8 – Modos de fratura no arrancamento de fibras no CRF	27
Figura 9 – Ensaio de tração na flexão com diferentes volumes de fibra.	28
Figura 10 – Pastas de cimento com fibras de diferentes fatores de forma	30
Figura 11 – Diagramas de tensões e deformações de acordo com a ACI 544.4R-88	31
Figura 12 – Diagrama de ELU para o modelo Rígido plástico	33
Figura 13 – Diagrama típico de carga <i>versus</i> CMOD	34
Figura 14 – Diagrama de ELU para o modelo Linear	36
Figura 15 – Respostas do concreto à tensões uniaxiais: compressão (a) e tração (b)	39
Figura 16 – Interface de usuário do Abaqus	40
Figura 17 – Fluxograma de cálculo do Abaqus	41
Figura 18 – Esquema de apoio e seção transversal da viga em análise	42
Figura 19 – Viga de concreto armado modelada	43
Figura 20 – Apoios Metálicos simplificados no modelo	43
Figura 21 – Malha da viga em estudo	44
Figura 22 – Curva Plástica de Compressão do concreto	45
Figura 23 – Curva Plástica de Tração do concreto	46
Figura 24 – Diagrama Tensão/deformação do Aço de idealizado	47
Figura 25 – Condição de contorno nos apoios	47
Figura 26 – Células de carga amarradas ao ponto de referência	48
Figura 27 – Comparação da resposta de carga e deformação entre o modelo e o ensaio experimental realizado por Solhmirzaei e Kodur (2017)	49
Figura 28 – Comparação gráfica dos valores de momento resistente obtidos	51
Figura 29 – Deformações na seção central para diferentes valores de deslocamento vertical	51

Figura 30 – Distribuição de tensões na seção central para diferentes valores de deslocamento vertical	52
Figura 31 – Processo de fissuração com deslocamentos de (a)=15mm, (b)=60mm e (c)=100mm	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Grupos de fibras metálicas	22
Tabela 2 – Tipos de fibras metálicas	22
Tabela 3 – Propriedades Mecânicas de alguns tipos de fibras polímericas	24
Tabela 4 – Propriedades de alguns tipos de fibras naturais	25
Tabela 5 – Parâmetros do modelo CDP	46
Tabela 6 – Parâmetros Elásticos do Aço	46
Tabela 7 – Valores das variáveis utilizadas	50
Tabela 8 – Valores das resistências residuais por Pinho (2016)	50
Tabela 9 – Comparação numérica entre os momentos obtidos	50

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CRF	Concreto Reforçado com Fibras
CAD	Concreto de Alto Desempenho
CUAD	Concreto de ultra alto desempenho
ELU	Estado Limite Último de tensões
CMOD	Crack Mouth Opening Displacement
CDP	Concrete Damage Plasticity
MEF	Método do Elementos Finitos

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Distância do centro de gravidade das armaduras à face tracionada
A_s	Área de armadura passiva utilizada na seção
b_w	Largura da viga
d	Altura Útil da viga
d_c	Parâmetro de deterioração da rigidez sob compressão
D^{el}	Quadritensor relativo à rigidez elástica danificada
D_0^{el}	Quadritensor relativo à rigidez elástica não danificada
d_f	Diâmetro da fibra de aço
d_t	Parâmetro de deterioração da rigidez sob tração
E_0	Rigidez original do material
F_{be}	Valor de eficiência da ligação fibra-concreto
f_{cd}	Resistência de cálculo à compressão do concreto
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
F_d	Ação de cálculo
f_{Fts}	Resistência à tração direta de serviço do CRF
f_{Ftud}	Resistência à tração direta última de cálculo do CRF
f_{Ftuk}	Resistência à tração direta última de característica do CRF
F_i	Carga residual para o $CMOD_i$
$f_{R,i}$	Resistência residual para o $CMOD_i$
f_{yd}	Tensão de escoamento de cálculo do aço
h	Altura da viga
h_{sp}	Distância vertical entre o topo do entalhe e a face superior do corpo de prova
l	Comprimento do vão
l_f	Comprimento da fibra de aço
M_{Uk}	Parcela de contribuição característica do momento referente às fibras
M_{Ud}	Parcela de contribuição de cálculo do momento referente às fibras

M_{Rd}	Momento resistente de cálculo da peça
T_{rb}	Resultante de tração da armadura
T_{fc}	Resultante de tração do concreto com fibras
ϵ_{cu}	Deformação última de compressão no concreto
ϵ^{el}	Parte elástica do tensor de deformação
ϵ^{pl}	Parte plástica do tensor de deformação
$\epsilon_s(\text{fibras})$	Deformação das fibras
γ_s	Coefficiente de minoração de resistências no ELU
σ_t	Resultante de tração da armadura
ρ_f	Volume de fibras

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Objetivos	18
<i>1.1.1</i>	<i>Objetivo Geral</i>	18
<i>1.1.2</i>	<i>Objetivos Específicos</i>	19
<i>1.1.3</i>	<i>Estrutura da Monografia</i>	19
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1	Propriedades dos materiais	20
<i>2.1.1</i>	<i>Concreto de Ultra alto desempenho</i>	20
<i>2.1.2</i>	<i>Tipos de fibras para concreto</i>	21
<i>2.1.3</i>	<i>Fibras Metálicas</i>	21
<i>2.1.4</i>	<i>Fibras poliméricas</i>	23
<i>2.1.5</i>	<i>Fibras Naturais</i>	24
<i>2.1.6</i>	<i>A interação fibra-matriz</i>	25
<i>2.1.7</i>	<i>Trabalhabilidade no CRF</i>	29
2.2	Cálculo do Momento Resistente	30
<i>2.2.1</i>	<i>Cálculo do momento resistente segundo a ACI 544.4R-88 (1999)</i>	31
<i>2.2.2</i>	<i>Cálculo do momento resistente segundo a NBR 16935 (2021)</i>	32
<i>2.2.2.1</i>	<i>Modelo Plástico</i>	32
<i>2.2.2.2</i>	<i>Modelo Linear</i>	35
2.3	Modelo Concrete Damage Plasticity	37
<i>2.3.1</i>	<i>Definição e base teórica</i>	37
3	METODOLOGIA	40
3.1	Método dos Elementos finitos	41
3.2	Modelagem	42
<i>3.2.1</i>	<i>Elemento Analisado</i>	42
<i>3.2.2</i>	<i>Malha (Mesh)</i>	42
<i>3.2.3</i>	<i>Propriedades dos materiais</i>	44
<i>3.2.3.1</i>	<i>Características Elásticas do concreto</i>	44
<i>3.2.3.2</i>	<i>Características Plásticas do Concreto</i>	45
<i>3.2.3.3</i>	<i>Propriedades elástico-plásticas da armadura</i>	46

3.2.4	<i>Condições de contorno</i>	47
4	RESULTADOS E ANÁLISE	49
4.1	Validação dos dados	49
4.2	Comparação do Momento resistente	49
4.3	Deformação na seção central	51
4.4	Distribuição de tensões na seção central	52
4.5	Progressão de dano por fissuração	53
5	CONCLUSÃO	55
	REFERÊNCIAS	56

1 INTRODUÇÃO

Desde o início da humanidade, com os *Homo Sapiens* que tomavam abrigo em locais oferecidos pela natureza como cavernas e grutas, o homem tem a necessidade de proteção contra as intempéries, chuva, sol, predadores e etc. Com o passar dos anos e sua evolução, o homem começou a construir seu abrigo, ao invés de procurá-lo na natureza, utilizando fibras vegetais das árvores em suas imediações e peles de animais que caçavam (KAEFER, 1998).

O concreto viu seu primeiro uso na civilização Romana, onde era composto por agregados graúdos (fragmentos de pedras calcáreas), areia, cal, *Pozolana* e água (OLIVEIRA; BUNDER, 2016). O concreto com adição de pozolanas foi utilizado para construir a Via Ápia, os banhos romanos, o Coliseu, o *Pantheon* em Roma e aquedutos, como *Pont du Gard* no sul da França (KAEFER, 1998).

Figura 1 – Aqueduto de *Pont du Gard*



Fonte: (FAREINS, 2020)

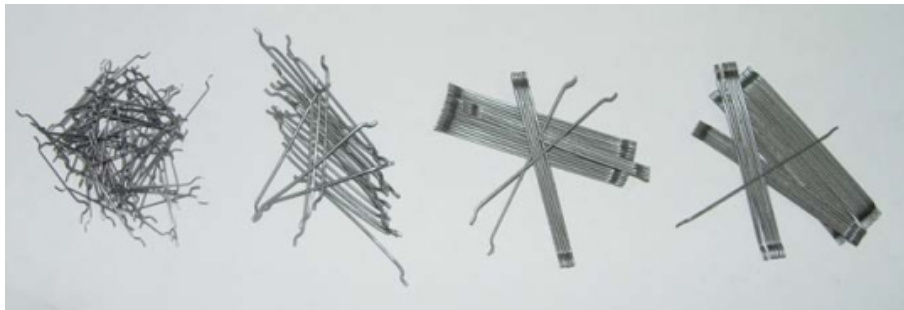
Nos dias atuais, o concreto é o material estrutural mais utilizado no mundo. De acordo com Araújo (2010) o concreto é o material resultante da mistura dos agregados, sejam estes naturais ou britados, com cimento e uma proporção de água. Em certos casos específicos, podem ser acrescentados aditivos químicos ou adições minerais para que sejam melhoradas suas características desejadas ou atenuados seus problemas e fraquezas.

Com base em Figueiredo (2011), entre as principais vantagens do concreto, pode-se elucidar o baixo custo, a capacidade de adequação a variadas condições de produção e a possibilidade de execução de formatos geométricos mais complexos através do uso de fôrmas. Figueiredo (2011) ainda comenta que o concreto também apresenta várias limitações, como a baixa relação resistência/peso e o fato de sua qualidade ser aferida apenas após a sua execução e

cura (aproximadamente 28 dias após a concretagem da peça).

Algumas das características mais marcantes e observadas do concreto são, conforme Figueiredo (2011), seu comportamento frágil e sua baixa capacidade de deformação antes da ruptura quando submetido a esforços de tração. Uma vez fissurado, o concreto simples perde sua capacidade de resistir à tração e entra em ruína. Por conta disso, surgiram alternativas tecnológicas para compensar tais empecilhos como é o caso do concreto armado, onde barras de aço são colocadas na parte tracionada da peça, e do concreto reforçado com fibras, no qual as mesmas são adicionadas durante a concretagem da peça.

Figura 2 – Fibras para concreto



Fonte: (GARCEZ *et al.*, 2006)

A utilização de fibras no concreto possui diversos benefícios. Conforme Bentur (2007), a principal função da fibra em sua adição à matriz cimentícia não é diretamente o aumento de sua resistência, mas o controle de fissuras e a alteração do comportamento da peça após seu fissuramento.

Ao controlar tais fissuras, as fibras garantem à peça uma maior ductilidade e uma maior capacidade de absorção de energia, melhorando sua performance em serviço (GARCEZ *et al.*, 2006).

1.1 Objetivos

Nesta seção serão apresentados os objetivos gerais e específicos do trabalho, bem como sua estrutura de tópicos e o conteúdo de cada um.

1.1.1 *Objetivo Geral*

O objetivo geral deste trabalho é analisar o comportamento de uma viga de concreto armado de ultra alta resistência reforçado com fibras comparando resultados obtidos através de

modelo com base em elementos finitos, modelos analíticos e resultados experimentais disponíveis em literatura

1.1.2 Objetivos Específicos

1. Implementar um modelo numérico com base no modelo Concrete Damage Plasticity, tridimensional, de flexão a 4 pontos e com armaduras de tração.
2. Validação do modelo numérico através de dados experimentais disponíveis em literatura
3. Calcular, de acordo com modelos indicados na NBR 16935 (2021), os momentos resistentes da viga em análise
4. Comparação entre valores calculados analiticamente e obtidos através da modelagem numérica tendo como base valores obtidos experimentalmente.

1.1.3 Estrutura da Monografia

No capítulo 1 encontra-se a introdução do tema, abordando aspectos gerais do tema e seus objetivos gerais e específicos.

No capítulo 2 apresenta-se uma exposição da teoria por trás do CRF, a interação fibra-matriz, tipos de fibras existentes, cálculo do momento resistente de acordo com duas recomendações normativas (NBR 16935 (2021) e ACI 544.4R-88 (1999)) e, por último, uma breve exposição sobre o modelo de Concrete Damage Plasticity e sua base teórica.

No capítulo 3 expõe-se sucintamente o método de modelagem utilizado para concretizar o modelo de análise bem como seus parâmetros.

No capítulo 4 comenta-se sobre a validação do modelo virtual com dados experimentais e o confronto de resultados obtidos através do modelo com os obtidos analiticamente.

Por fim, o capítulo 5 apresenta as conclusões dos objetivos propostos no capítulo 1.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Propriedades dos materiais

De acordo com Figueiredo (2011), o concreto de cimento Portland pode ser considerado como um compósito, visto que é formado de várias fases: a pasta de cimento, os agregados miúdos e os agregados graúdos. Após sua mistura, é processado e verificado pelos próprios engenheiros civis para que atenda as exigências necessárias nas condições de aplicação e no seu comportamento após a cura. (LI *et al.*, 2020)

É possível, portanto, obter uma variedade de propriedades utilizadas para diversos fins, a depender dos componentes principais, aditivos e suas respectivas proporções na mistura. Em geral, praticamente todos os tipos de concreto possuem potencial para serem reforçados com fibras, mas para garantir o melhoramento no desempenho, é necessária a observação de certos princípios tecnológicos em seu emprego, como a possível perda de trabalhabilidade e a homogeneidade de dispersão das fibras (FIGUEIREDO, 2011).

Nesta seção, serão retratados aspectos da matriz de concreto, das fibras e da sua interação em serviço.

2.1.1 Concreto de Ultra alto desempenho

De acordo com Li *et al.* (2020), corrosão de armaduras, reações álcali-agregado e ataque por sulfatos são percalços inevitáveis na execução de estruturas de concreto. Tais circunstâncias podem levar ao aceleramento da deterioração e causar custos adicionais com manutenções e restaurações. O concreto convencional não é adequado para aplicações em ambientes agressivos, logo deu-se o desenvolvimento do Concreto de Alto Desempenho (CAD) e do Concreto de ultra alto desempenho (CUAD). A composição do concreto de ultra alto desempenho geralmente consiste de uma combinação de cimento portland, agregados miúdos, aditivos de sílica, aditivos plastificantes de alta abrangência e microfibras de aço.

Segundo Khayat *et al.* (2019), o CUAD é uma nova classe de compósitos cimentícios desenvolvidos para possuir características mecânicas e durabilidades muito superiores ao concreto convencional. Sua resistência à compressão nos 28 dias é de 150 MPa, segundo o Instituto Americano de Concreto em sua norma ACI-239 e sua resistência à tração varia entre 7 MPa e 15 MPa, conforme Kusumawardaningsih *et al.* (2015) citam em sua pesquisa.

Para Li *et al.* (2020), graças às maiores resistências, o CUAD é uma excelente

escolha para peças pré-moldadas, por possibilitar dimensões reduzidas e, por consequência, maior eficiência de produção e transporte. Além disso, comparado com o concreto convencional e o CAD, o concreto de ultra alto desempenho possui uma baixa permeabilidade e a capacidade de um certo grau de auto-reparo sob determinadas circunstâncias, como visto em Granger *et al.* (2007).

Outra característica essencial do CUAD é a sua trabalhabilidade, já que possui uma viscosidade muito maior que concretos convencionais. É necessário conhecimento adequado de sua reologia para garantir que sua viscosidade não seja muito alta, atrapalhando a concretagem, nem muito baixa, dificultando a organização das fibras e ocasionando perda de propriedades mecânicas (KHAYAT *et al.*, 2019).

2.1.2 Tipos de fibras para concreto

De acordo com Afrouhsabet *et al.* (2016), as fibras podem ser classificadas como metálicas, poliméricas ou naturais e possuem características e usabilidades distintas, cabendo ao engenheiro avaliar qual será a melhor escolha. Nesta seção, serão abordados alguns tipos de fibras e suas características.

2.1.3 Fibras Metálicas

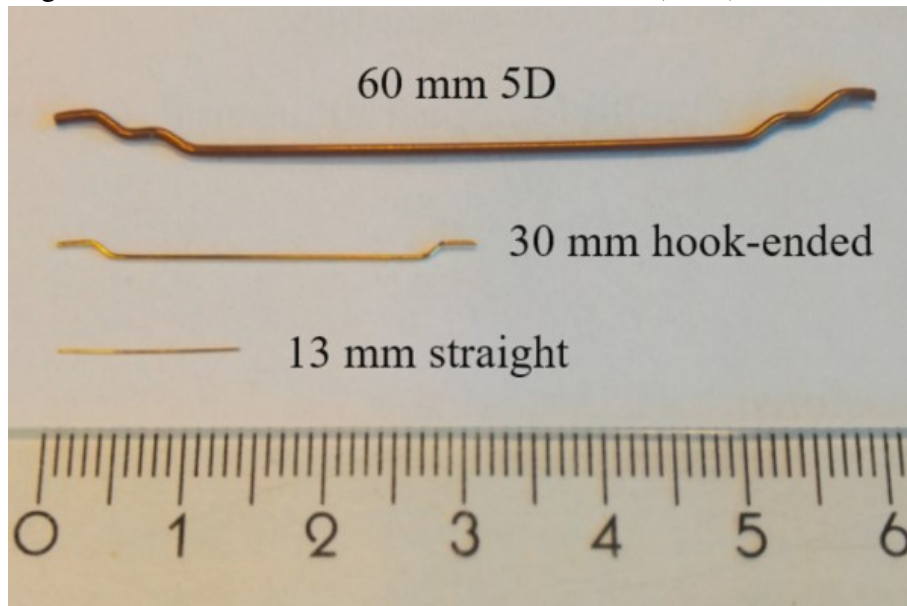
Dentre os diferentes tipos de fibras disponíveis, as mais utilizadas são as variedades de fibras metálicas que, a depender do metal utilizado, possuem características mecânicas distintas (AFROUGHSABET *et al.*, 2016).

Vários tipos de fibras metálicas de diferentes tamanhos e formas são fabricadas no mercado mundial. Estas fibras dispõem de vários comprimentos, variando de 6 a 80 milímetros e diâmetros de seção abrangendo desde 0,15 a 1,2 milímetros (WANG *et al.*, 2021b).

Li *et al.* (2021) dissertam que misturas de concreto reforçadas com fibras de longo e médio comprimento têm características mecânicas pós-cura superiores a misturas com fibras de tamanho considerado pequeno. A medida recomendada por Li *et al.* (2021) é de duas a cinco vezes o tamanho máximo dos agregados utilizados na mistura.

Fibras metálicas são comumente fabricadas a partir de fios metálicos trefilados e placas metálicas, além de possuir vários tipos de seções transversais, como a redonda e a retangular. Outra prática comum na indústria de fibras metálicas é a adição de certos aspectos para aumentar sua adesão à matriz concretícia como curvar as extremidades da fibra, impressão

Figura 3 – Fibras utilizadas no estudo de Li *et al.* (2021)



Fonte: Adaptado de Li *et al.* (2021)

de texturas em sua superfície e introdução de furos (WANG *et al.*, 2021b).

No Brasil a norma referente ao uso de fibras no reforço de concreto (NBR 15530 (2019)) conta com duas classificações para as fibras metálicas: a primeira separa as fibras pela forma de origem e está exposta na tabela 1, já a segunda classificação diz respeito à forma geral da fibra e está ilustrada na tabela 2.

Tabela 1 – Grupos de fibras metálicas

Grupo	Origem
I	Arames trefilados a frio
II	Chapas cortadas
III	Arames trefilados a frio e escarificados
IV	Fibras produzidas por fusão (Melt Extracted)
V	Fibras usinadas a partir de blocos de aço

Fonte: Adaptado de NBR 15530 (2019)

Tabela 2 – Tipos de fibras metálicas

Tipo	Característica geométrica
Tipo A	Fibra com ancoragem nas extremidades
Tipo C	Fibra com ondulações (corrugada)
Tipo R	Reta (Não possui ancoragens)

Fonte: Adaptado de NBR 15530 (2019)

2.1.4 Fibras poliméricas

Segundo Figueiredo (2011) as fibras poliméricas apareceram no mercado internacional na década de 90 e eram fornecidas em cilindros que continham feixes com grandes quantidades de fibras, presas por uma fita externa.

Figura 4 – Feixe de fibras poliméricas para uso em concreto



Fonte: Adaptado de Figueiredo (2011)

As fibras poliméricas existem em grande variedade no mercado, presentes nos mais variados tamanhos, classificados entre microfibras e macrofibras. Não existe um valor bem definido que separa as duas classes, o que gera algumas sobreposições nas definições existentes, contudo normalmente as macrofibras tem comprimentos maiores que 18 milímetros e diâmetros maiores que 0,1 milímetros (SHAFEI *et al.*, 2021).

Shafei *et al.* (2021) comenta que devido ao seu comprimento, as macrofibras são mais eficientes em lidar com a distribuição de tensões quando as microfissuras se desenvolvem e aumentam de tamanho, contudo sua contribuição para o ganho de resistência mecânica pré-fissuramento é insignificante. Já as microfibras agem de maneira contrária, dando à matriz cimentícia uma maior resistência antes da formação de fissura tanto para a tração como para a compressão a depender do tipo de matriz e do tipo de fibra utilizados na mistura, como visto em Yao *et al.* (2003).

Devido ao alto número de polímeros existentes e suas variações de características físicas e químicas, as fibras feitas com estes materiais têm diferenças significativas em suas

resistências mecânicas, módulos de elasticidade e capacidade de absorção de deformações. Alguns tipos de materiais e suas propriedades mecânicas estão resumidos na tabela 3.

Tabela 3 – Propriedades Mecânicas de alguns tipos de fibras poliméricas

Propriedade	Material			
	Nylon	Carbono	Poliéster	Acrílico
Resistência à tração (MPa)	300 - 950	1500 - 7000	250 - 1000	300 -1000
Módulo de Elasticidade (Gpa)	3 - 5.4	30 - 500	10 - 20	3.8 - 17
Deformação Limite (%)	10 - 20	0.5 - 2.5	10 - 50	7.5 - 50

Fonte: Adaptado de Shafei *et al.* (2021)

2.1.5 Fibras Naturais

De acordo com Shah *et al.* (2022), as fibras classificadas naturais, são encontradas na natureza em plantas e animais. Diversos tipos de caules e folhas podem ser utilizados, desde que processados corretamente, assim como fios e pelos de animais. A cada dia cresce a demanda por materiais ambientalmente amigáveis, renováveis e com características mecânicas aceitáveis.

Figura 5 – Fibras de coco(a) e fibras de Sisal(b)



Fonte: Shah *et al.* (2022)

Shah *et al.* (2021) expõe que comparadas com as fibras quimicamente fabricadas pelo humano, as fibras naturais não só são recicláveis e renováveis como apresentam várias vantagens como: baixa densidade, baixo custo de produção, alta resistência mecânica, alto módulo de elasticidade, propriedades térmicas, ausência de perigos à saúde humana e alta acessibilidade em diversos países, como pode ser visto em Asim *et al.* (2019).

Para Shah *et al.* (2022), além da utilização das fibras naturais com pré-tratamento em conjunto com a inclusão de aditivos e compatibilizantes na mistura de concreto, outra técnica também presente é a chamada hibridização de fibras, que consiste na utilização de mais de uma fibra natural na mistura ou a junção de fibras naturais com fibras sintéticas de

modo a complementar seus usos. Como visto em Jacob *et al.* (2004) , se feita corretamente, a hibridização de múltiplas fibras naturais tem potencial não só para tornar a obra mais sustentável, como para aumentar significativamente a performance do compósito.

Para efeito de comparação, algumas fibras naturais utilizadas e suas características mecânicas estão resumidas na tabela 4 .

Tabela 4 – Propriedades de alguns tipos de fibras naturais

Propriedade	Material	
	Fibras de Côco	Fibras de Sisal
Resistência à tração (MPa)	220	600 - 700
Módulo de Elasticidade (Gpa)	6	38
Deformação Limite (%)	15 - 25	2 - 3

Fonte: Shah *et al.* (2022)

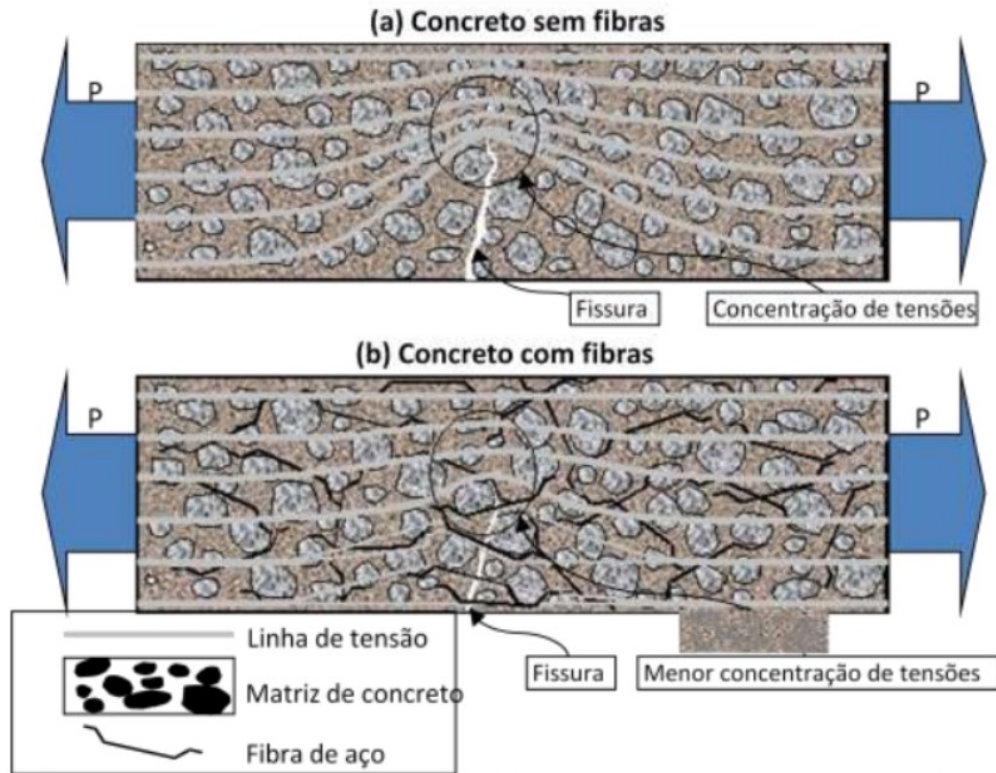
2.1.6 A interação fibra-matriz

Para Kwak e Filippou (1990), o concreto exhibe microfissuras, especialmente na interface entre o agregado e a argamassa, mesmo antes do carregamento da peça. A existência dessas microfissuras possui grande influência na performance do concreto em geral, já que a propagação dessas microfissuras durante o carregamento contribui com a não-linearidade do comportamento sob baixas tensões. A origem dessas microfissuras pode se dar por vários motivos, como segregação entre o agregado e a argamassa, retração ou expansão térmica da argamassa.

Segundo Afroughsabet *et al.* (2016), durante o carregamento as fissuras tenderão a formar uma zona de transição, que geralmente é a parte mais vulnerável do concreto enrijecido. Ademais, como o concreto possui uma resistência baixa a esforços de tração é quase impossível ter um concreto sem microfissuras.

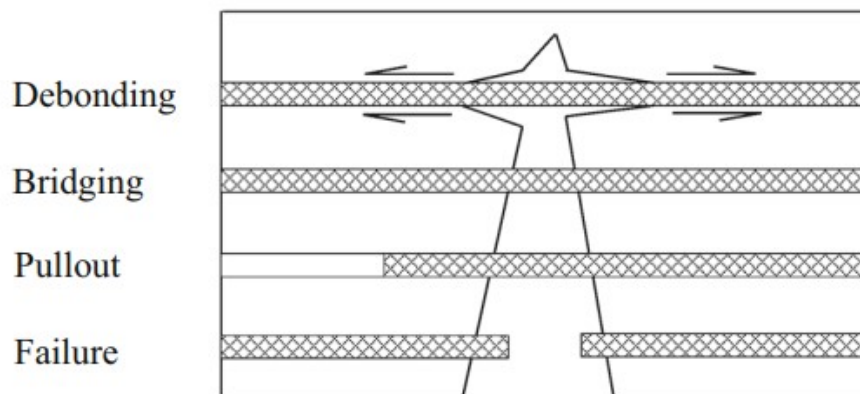
No tocante ao comportamento pré-fissuração (quando não existem microfissuras) Ding e Kusterle (2000) apontam que existe um ganho de resistência ao adicionar-se fibras com o módulo de elasticidade maior que o da matriz, mas para Afroughsabet *et al.* (2016) o maior benefício das fibras vem após a abertura das microfissuras iniciais. As fibras são capazes de transferir os esforços através das fissuras por meio do fenômeno conhecido como *bridging*, no qual agem como verdadeiras pontes de tensão entre os dois lados da fissura, diminuindo a concentração de tensão no extremo da abertura e retardando sua evolução, como ilustrado na figura 6.

Figura 6 – Concentração de tensões em concreto sem (a) e com reforço de fibras (b).



Fonte: Figueiredo (2011)

Figura 7 – Mecanismos de interação entre fibra e matriz no CRF



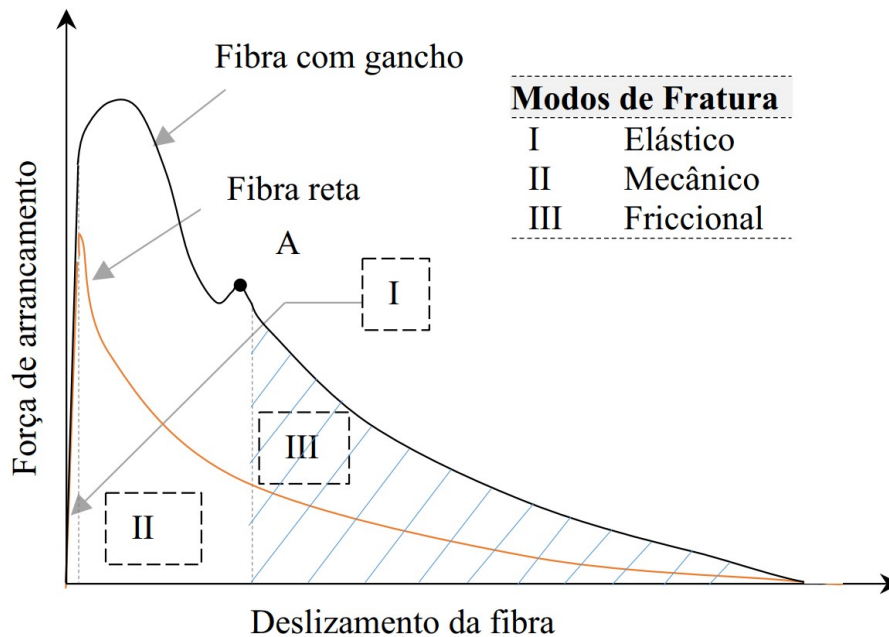
Fonte: Abbas e Khan (2016)

As inserção de fibras também é capaz de reduzir a propagação das microfissuras, como demonstrado por Mo *et al.* (2014), já que há um aumento na absorção de energia. Afroughsabet *et al.* (2016) comentam que como a resistência à tração das fibras é maior que a do concreto, a ruína advém da falha entre a ligação da fibra e da matriz. Este efeito é conhecido como *pullout* ou arrancamento e está ilustrado na figura 7. Nota-se que a inserção de fibras com extremidades modificadas (fibras metálicas com gancho, por exemplo) aumenta ainda mais a energia necessária para a extração da fibra, devido à necessidade de deformá-la plasticamente a fim de retificá-la,

dando ao concreto ainda mais resistência pós-fissuramento como observado nos trabalhos de Naaman (2003) e também Banthia e Nandakumar (2003).

Abbas e Khan (2016) comentam que o efeito de arrancamento de fibras retas pode ser classificado em dois estados ou modos de fratura: A ligação elástica físico-química e o deslizamento com fricção. Já as fibras de extremidades deformadas têm seu *pullout* classificado em cinco modos de fratura: A ligação elástica, a descolagem de fibra-matriz, a deformação plástica do gancho, a fricção no gancho e a ligação por fricção da fibra-matriz. Ilustrados na figura 8 estão os modos de fratura no arrancamento de fibras retas e com extremidades modificadas. É possível observar o aumento significativo da força de arrancamento necessária para deslizar a fibra localizada na matriz ao utilizar-se fibras modificadas geometricamente.

Figura 8 – Modos de fratura no arrancamento de fibras no CRF



Fonte: Adaptado de Abbas e Khan (2016)

Buttignol *et al.* (2017) cita que, no caso de concretos convencionais e CADs o ganho de propriedades micromecânicas não acontece uniformemente, graças à distinta evolução de propriedades microestruturais de sua interface fibra-matriz, que é marcadamente menos resistente que a matriz cimentícia devido à sua porosidade. No caso do CUAD sua alta resistência à tração e baixa porosidade melhoram a carga friccional adesiva e a ligação mecânica entre a fibra e a matriz, aumentando, assim, a energia necessária para que o *pullout* da fibra aconteça e garantindo um ganho considerável de resistência.

Abbas e Khan (2016) também dissertam que, além do tipo de fibra, existem outros

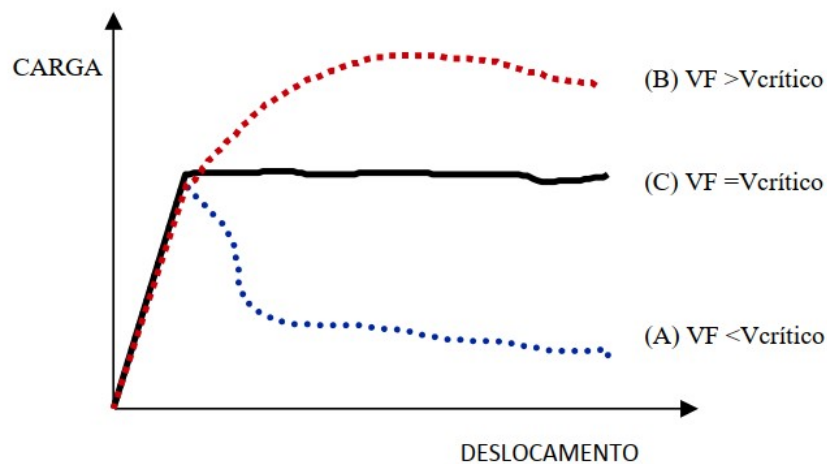
parâmetros que influenciam a qualidade e resistência da interação fibra-matriz no CRF.

O teor de fibras impacta diretamente na resposta pós fissuramento do concreto com fibras. Figueiredo (2011) comenta sobre o conceito de volume crítico, que consiste no teor capaz de manter a mesma capacidade resistente do compósito após a fissuração do mesmo. Volumes menores que o crítico ocasionam o comportamento conhecido como *strain-softening*, já teores maiores acarretam em outra resposta, chamada de *strain-hardening*.

De acordo com o ACI 544.4R-18 (2018), no *strain-softening*, o volume de fibras no concreto é suficiente apenas para realizar a costura e distribuição de tensões de uma fissura principal, causando uma perda gradual de resistência, à medida que a fissura aumenta de tamanho até atingir a falha completa. Já no *strain-hardening* existem fibras suficientes para "costurar" múltiplas fissuras e redistribuir eficientemente os esforços, acarretando um ganho de resistência após o início da fissuração até o ponto de falha.

Na figura 9 estão ilustradas as respostas obtidas em um ensaio de tração na flexão realizado por Figueiredo (2011). Em vermelho tem-se o *hardening* na peça com volume superior ao crítico, em preto vê-se a peça com volume de fibras igual ao crítico e em azul está o *softening* correspondente à peça com volume de fibras inferior ao crítico.

Figura 9 – Ensaio de tração na flexão com diferentes volumes de fibra.



Fonte: Adaptado de Figueiredo (2011)

Em seu estudo, Robins *et al.* (2002) e Naaman (1972), expuseram que o alinhamento da orientação das fibras em relação à direção do carregamento aumentou tanto a força de arrancamento quanto a resposta sob carga última. Em suma, salvos os casos em que a falha se decorreu da ruptura por tração na fibra, a maximização da resistência ao arrancamento se deu quando as fibras estavam a uma angulação de 10° a 20° em relação ao esforço.

No tocante ao tamanho das fibras, os estudos de Robins *et al.* (2002), Singh *et al.* (2004) e Shannag *et al.* (1997) encontraram que tanto a mudança de tamanho da fibra, de 12 para 25 milímetros, quanto o aumento da profundidade de embutimento da fibra resultaram, dentro de um limite, em um aumento da força de arrancamento.

2.1.7 *Trabalhabilidade no CRF*

Wang *et al.* (2021a) aludem que, além dos fatores comuns ao concreto convencional como fator água/cimento, tamanho do agregado e quantidade de água no concreto outro parâmetro influente na consistência do concreto reforçado com fibras é o volume de fibras utilizado. Na prática, é comum manter seu valor até 2% em volume. É de suma importância que o responsável possua conhecimento adequado para escolher os materiais corretos a fim de possibilitar uma trabalhabilidade adequada com o volume de fibras escolhido.

De acordo com El-Dieb e Taha (2012), o tipo de mistura e as características da fibra têm influência no teor máximo de fibras que pode ser utilizado na mistura, mantendo a mesma com uma trabalhabilidade aceitável. Li (2007) comenta que concretos com um alto teor de fibras têm a tendência de formar emaranhados de fibras, também conhecidos como ouriços, durante o processo de mistura, dificultando a obtenção da trabalhabilidade desejada e impactando negativamente na homogeneidade da mistura.

Conforme Wang *et al.* (2021a), a literatura internacional tende a convergir na conclusão de que, como esperado, a adição de um teor maior de fibras resulta numa diminuição da trabalhabilidade e capacidade de fluência. Essa influência é acentuada quando o aumento do fator de forma (razão entre o comprimento e a diâmetro) da fibra for uma relação proporcionalmente inversa entre o fator de forma da fibra e a fluidez da mistura, como identificado nos estudos de Yardimci *et al.* (2014) e Wu *et al.* (2016). O aumento do fator de forma da fibra resulta na obstrução da movimentação de partículas graúdas, limitando a capacidade de fluidez do concreto.

Martinie *et al.* (2010) teoriza que a relação entre a fração volumétrica e a trabalhabilidade do concreto pode ser quantificada utilizando como base os resultados da equação 2.1, onde r é o fator de forma da fibra.

$$\phi_{fc} = \frac{3,2}{r} \quad (2.1)$$

Segundo Martinie *et al.* (2010), se a fração volumétrica de fibras for menor que $\phi_{fc} = 3,2/r$, a interferência das fibras na reologia da mistura será pequena. Quando a fração volumétrica se aproxima de $\phi_{fc} = 3,2/r$, a influência das fibras começa a dominar outros fatores

reológicos na mistura e, finalmente, caso a fração seja maior que $\phi_{fc} = 4/r$ a mistura não deverá ser capaz de fluir, as fibras deverão formar ouriços e provavelmente existirá muito ar impregnado na mistura.

Na figura 10, Martinie *et al.* (2010) exemplifica comportamentos reológicos de três misturas com frações volumétricas de 0.18, 0.83 e 1.02 respectivamente.

Figura 10 – Pastas de cimento com fibras de diferentes fatores de forma



Fonte: Martinie *et al.* (2010)

Como pode ser visto nos estudos de Figueiredo e Ceccato (2015), fibras curtas, com fatores de forma menores que 50, se dispersam facilmente na mistura de concreto e fibras longas, de fatores de forma maiores que 100 tendem a se enrolar e intertravar, dificultando severamente sua separação. Wang *et al.* (2021a) resumem que uma melhora na trabalhabilidade da mistura pode ser atingida com a inserção de fibras de menores proporções geométricas, mas isso levará a uma diminuição na resistência pós-fissuramento da mistura, logo, Figueiredo e Ceccato (2015) concluem que um melhor resultado ocorreria, diminuindo o tamanho máximo do agregado ou aumentando a quantidade de argamassa no concreto. Além disso, um método de mistura onde são considerados os efeitos da fibra é essencial para garantir uma trabalhabilidade adequada no CRF.

2.2 Cálculo do Momento Resistente

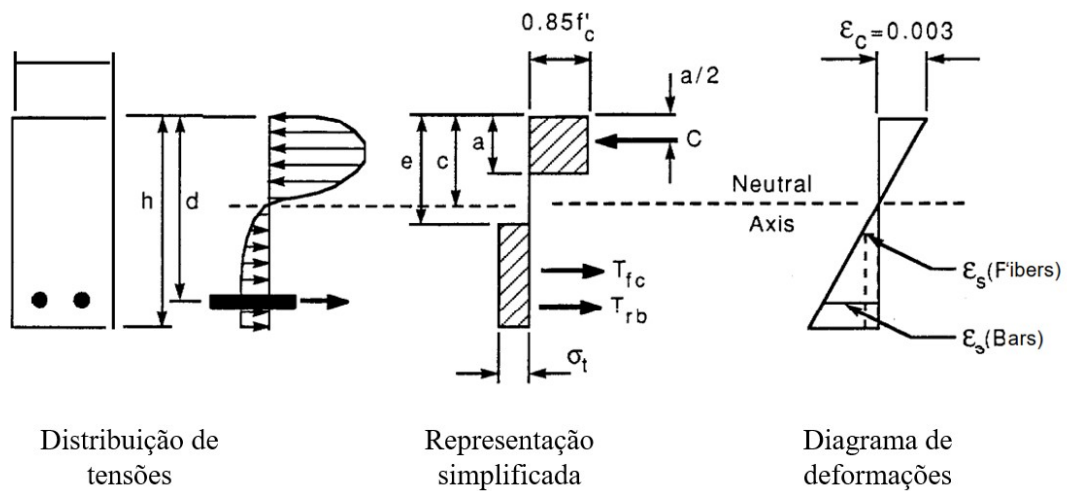
Nesta seção serão apresentadas duas propostas de cálculo do momento resistente em vigas de CRF presentes em recomendações normativas, sendo elas a ACI 544.4R-88 (1999) e a NBR 16935 (2021).

2.2.1 Cálculo do momento resistente segundo a ACI 544.4R-88 (1999)

Na figura 11 está representada a premissa da distribuição de tensões utilizada. A ACI 544.4R-88 (1999) assume o equilíbrio estático do binário principal entre a resultante do bloco comprimido (C) e a resultante de tração da armadura passiva (T_{rb}).

$$T_{rb} + C = 0 \quad (2.2)$$

Figura 11 – Diagramas de tensões e deformações de acordo com a ACI 544.4R-88



Fonte: Adaptado de ACI 544.4R-88 (1999)

No cálculo do momento resistente exposto na ACI 544.4R-88 (1999) serão necessárias as resultantes de tração da armadura (T_{rb}) e tração das fibras (T_{fc}).

$$T_{rb} = A_s \cdot f_y \quad (2.3)$$

$$T_{fc} = \sigma_t \cdot bw \cdot (h - e) \quad (2.4)$$

A tensão uniforme simplificada da tração (σ_t) e a cota e são calculadas de acordo com as equações 2.5 e 2.6 respectivamente.

$$\sigma_t = 0,00772 \cdot \frac{l}{d_f} \cdot \rho_f \cdot F_{be} \quad (2.5)$$

$$e = (\epsilon_s(\text{fibras}) + \epsilon_{cu}) \cdot \frac{c}{\epsilon_{cu}} \quad (2.6)$$

O momento resistente M_r é calculado somando as contribuições de momento da armadura passiva (T_{rb}) e do concreto com fibra (T_{fc}).

$$M_r = A_s \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right) + \sigma_t \cdot bw \cdot (h - e) \cdot \left(\frac{h}{2} + \frac{e}{2} - \frac{a}{2} \right) \quad (2.7)$$

Onde, para as equações 2.3 a 2.7:

- T_{rb} é a resultante de tração da armadura (N)
- T_{fc} é a resultante de tensão no concreto reforçado com fibra (N)
- A_s é a área de aço utilizada na seção (mm²)
- f_y é a tensão de escoamento da armadura passiva (MPa)
- σ_t tensão uniformizada de tração (MPa)
- d distância do centróide da armadura para a face mais comprimida (mm)
- a é a altura do bloco de compressão (mm)
- bw é a largura da viga (mm)
- h é a altura da viga (mm)
- e é a distância da face mais comprimida ao início da tensão de tração relativa ao concreto com fibras (mm)
- l_f é o comprimento da fibra de aço (mm)
- d_f é o diâmetro da fibra de aço (mm)
- ρ_f é o volume de fibras (%)
- F_{be} é o valor de eficiência da ligação fibra-concreto. Varia entre 1 e 1,2, dependendo das características das fibras
- $\epsilon_s(\text{fibras})$ é a deformação das fibras
- ϵ_{cu} é a deformação última de compressão no concreto
- c é o valor da linha neutra (mm)

2.2.2 Cálculo do momento resistente segundo a NBR 16935 (2021)

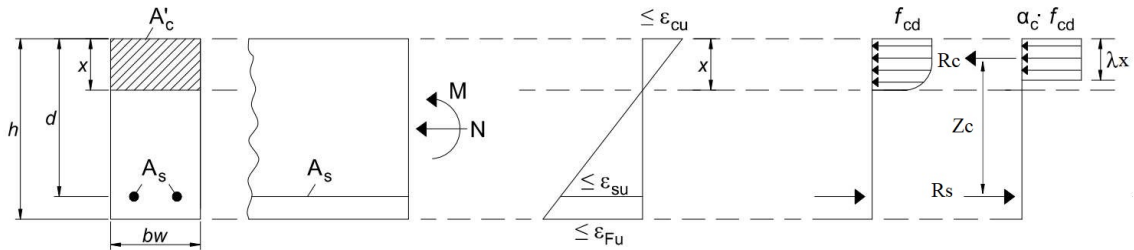
2.2.2.1 Modelo Plástico

Para o cálculo da análise linear, a contribuição do concreto na resistência geral da peça é considerada separadamente da contribuição das fibras. Desta maneira, os parâmetros de elasticidade e coeficiente de poisson são os mesmos do concreto puro, sem fibras. Efetivamente, calcula-se o momento resistente do concreto armado e soma-se à contribuição das fibras para obter-se o momento resistente característico.

Efetivamente, para cálculo, utiliza-se as equações de equilíbrio no Estado Limite Último de tensões (ELU) presentes na NBR 6118 (2014). Em princípio, deve-se garantir o equilíbrio onde a soma das resultantes de compressão (R_c) e tração (R_s) seja nula.

$$R_s - R_c = 0 \quad (2.8)$$

Figura 12 – Diagrama de ELU para o modelo Rígido plástico



Fonte: Adaptado de NBR 16935 (2021)

A resultante de tração se dá pela multiplicação da tensão de escoamento do aço pela área de aço utilizados.

$$R_s = f_{yd} \cdot A_s \quad (2.9)$$

A resultante de compressão se dá pela expressão 2.10, advinda da multiplicação da carga de compressão distribuída da parte superior da viga até a linha neutra pela largura.

$$R_c = b_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot x \quad (2.10)$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_s} \quad (2.11)$$

Onde:

- f_{yd} é a tensão de cálculo de escoamento do aço (kPa)
- A_s é a área de aço utilizada na seção (m^2)
- f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto (kPa);
- f_{cd} é a resistência de cálculo à compressão do concreto (kPa);
- x é a posição da linha neutra (m)
- $\gamma_s = 1,4$ (NBR 6118, 2014)

A NBR 6118 (2014) dá valores para α_c e λ :

- $\lambda = 0,8$ para $f_{ck} \leq 50$ MPa
- $\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$ para $f_{ck} > 50$ MPa
- $\alpha_c = 0,85$ para $f_{ck} \leq 50$ MPa
- $\alpha_c = 0,85 \cdot [1 - (f_{ck} - 50)/200]$ para f_{ck} entre 50 MPa e 90 MPa

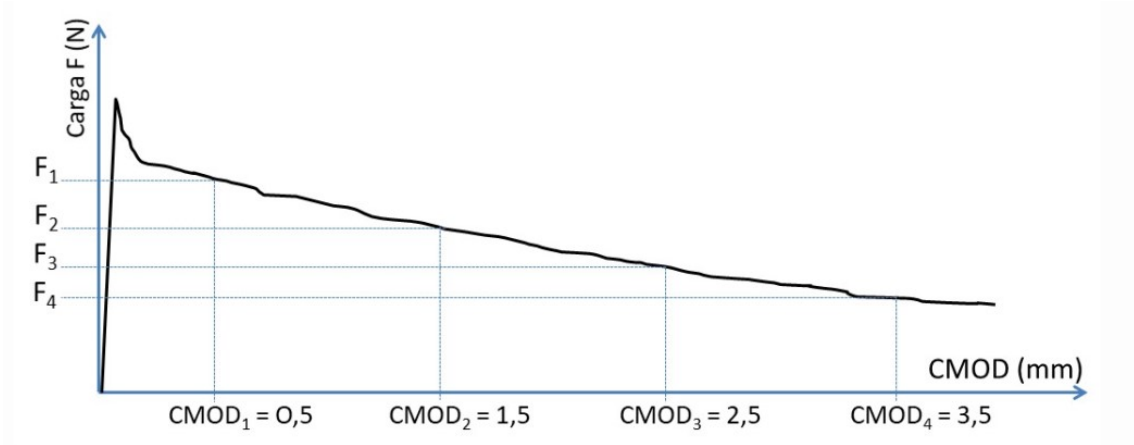
Para o cálculo da parte do momento resistente sem as fibras (M_{d1}), multiplica-se uma das resultantes calculadas (R_c ou R_s) pela distância entre as duas (Z_c).

$$M_{d1} = R_c \cdot Z_c \quad (2.12)$$

$$M_{d1} = (b_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot x) \cdot \left(d - \frac{\lambda}{2} \cdot x\right) \quad (2.13)$$

Para o cálculo da parcela referente às fibras (M_{ud}), utiliza-se os resultados de um ensaio de limite de proporcionalidade exposto com detalhes na NBR 16940 (2021), onde um dos resultados são as cargas residuais (F_i) para cada um dos 4 valores padronizados de abertura do entalhe feito no corpo de prova (Crack Mouth Opening Displacement (CMOD)).

Figura 13 – Diagrama típico de carga *versus* CMOD



Fonte: Adaptado de NBR 16940 (2021)

De posse das cargas residuais, é possível calcular as resistências residuais para cada grau de abertura de entalhe utilizando a expressão 2.14 .

$$f_{R,i} = \frac{3 \cdot F_i \cdot l}{2 \cdot b_w \cdot h_{sp}^2} \quad (2.14)$$

Onde:

- $f_{R,i}$ é a resistência residual para o $CMOD_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$) (MPa)
- F_i é a carga residual para o $CMOD_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$) (N)
- b_w é a largura do corpo de prova (mm)
- h_{sp} é a distância vertical entre o topo do entalhe e a face superior do corpo de prova (mm)
- l é o comprimento do vão (mm)

Utilizando o valor de $f_{R,3}$ obtido substituindo o valor de F_3 na equação 2.14, obtém-se a resistência última característica à tração das fibras (f_{Ftuk}). Em seguida, obtém-se o momento resistente característico (M_{Uk}) e o momento resistente de cálculo (M_{Ud}). O momento resistente total, calculado pelo método rígido plástico, se dá pela soma da contribuição de momento relativa ao concreto armado com a contribuição de momento relativa às fibras, como elucidado na equação 2.19.

$$f_{Ftuk} = \frac{f_{R,3}}{3} \quad (2.15)$$

$$f_{Ftud} = \frac{f_{Ftuk}}{\gamma_f} \quad (2.16)$$

$$M_{Uk} = \frac{f_{Ftuk} \cdot bw \cdot h^2}{2} \quad (2.17)$$

$$M_{Ud} = \frac{M_{Uk}}{\gamma_f} \quad (2.18)$$

$$M_{Rd} = M_{d1} + M_{Ud} \quad (2.19)$$

Onde:

- f_{Ftuk} é a resistência última característica à tração das fibras (kPa)
- M_{Uk} a parcela de contribuição característica do momento referente às fibras (kNm)
- M_{Ud} a parcela de contribuição de cálculo do momento referente às fibras (kNm)
- M_{Rd} é o momento resistente de cálculo da peça (kNm)
- bw é a largura da seção da viga (m)
- h é a altura da seção da viga (m)
- γ_f é o coeficiente de minoração da resistência no ELU

2.2.2.2 Modelo Linear

No modelo linear, exposto na NBR 16935 (2021), a contribuição das fibras já é considerada no diagrama de ELU e entra diretamente nas equações de equilíbrio do sistema. Este modelo leva as resistências à tração em serviço (f_{Fts}) e última (f_{Ftu}) como valores de referência para o cálculo do momento resistente. O cálculo das resistências está exposto nas equações 2.20 e 2.21

$$f_{Fts} = 0,45f_{R1} \quad (2.20)$$

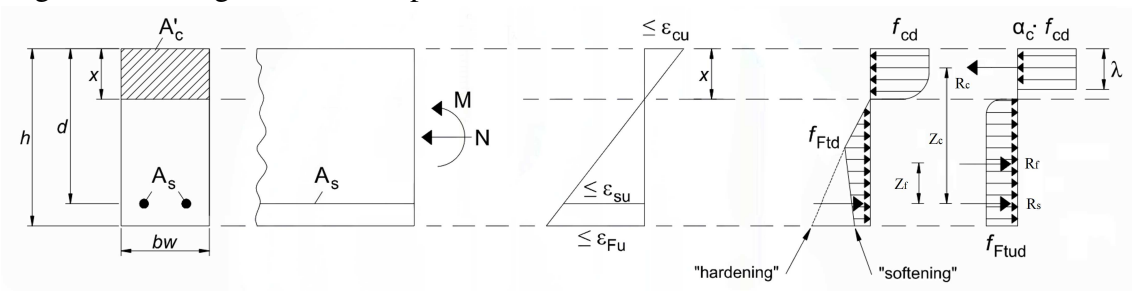
$$f_{Ftuk} = f_{Fts} - \frac{W_u}{CMOD_3} \cdot (f_{Fts} - 0,5 \cdot f_{R3} + 0,2 \cdot f_{R1}) \quad (2.21)$$

$$f_{Ftud} = \frac{f_{Ftuk}}{\gamma_f} \quad (2.22)$$

Onde:

- f_{Fts} é a resistência de serviço de característica à tração das fibras (kPa)
- f_{Ftuk} é a resistência última de cálculo à tração das fibras (kPa)
- f_{Ftud} é a resistência última de cálculo à tração das fibras (kPa)
- f_{R1} é a resistência residual para o $CMOD_1$ (kPa)
- f_{R3} é a resistência residual para o $CMOD_3$ (kPa)
- w_u é a abertura de fissura última para CMOD considerada no projeto. Considerada $w_u = 1,5$ mm
- $CMOD_1 = 2,5$ mm (NBR 16935, 2021)

Figura 14 – Diagrama de ELU para o modelo Linear



Fonte: Adaptado de NBR 16935 (2021)

Para o cálculo do equilíbrio, além das resultantes de compressão (R_c) e tração (R_s), expostas nas equações 2.10 e 2.9 respectivamente, é necessária a resultante relativa à contribuição das fibras (R_f).

$$R_f = f_{Ftud} \cdot (h - x) \cdot bw \quad (2.23)$$

Desta maneira, a equação de equilíbrio da seção é dada por:

$$R_f + R_s - R_c = 0 \quad (2.24)$$

Substituindo as resultantes de tração, compressão e relativa às fibras na equação 2.24, tem-se a seguinte expressão:

$$(f_{Ftud} \cdot (h - x) \cdot bw) + (f_{yd} \cdot A_s) - (bw \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot x) = 0 \quad (2.25)$$

Para o cálculo do momento resistente, faz-se o equilíbrio entre o momento ocasionado por uma das resultantes do binário principal (R_c ou R_s) e o momento causado pela contribuição das fibras (R_f).

$$M_d = R_f \cdot Z_f - R_c \cdot Z_c \quad (2.26)$$

$$M_d = f_{Ftud} \cdot (h - x) \cdot bw \cdot \left(\left(\frac{h - x}{2} \right) - a \right) - bw \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot x \cdot (d - 0,4x) \quad (2.27)$$

Onde:

- f_{Ftud} é a resistência última de cálculo à tração das fibras (kPa)
- h é a altura da seção da viga (m)
- x é a distância vertical da linha neutra à face mais comprimida da viga (m)
- b_w é a largura da seção da viga (m)
- a é a distância vertical entre o centro de gravidade da armadura e a face mais tracionada da viga (m)
- $\alpha_c = 0,85 \cdot [1 - (f_{ck} - 50)/200]$ para f_{ck} entre 50 MPa e 90 MPa
- f_{cd} é a resistência de cálculo à compressão do concreto (Equação 2.11) (kPa)
- $\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$ para $f_{ck} > 50$ MPa
- d é a altura útil da viga, sendo a distância entre o centro de gravidade das armaduras e a face mais comprimida (m)

Neste trabalho, optou-se por utilizar apenas os resultados obtidos com os modelos presentes na NBR 16935 (2021) para confronto de resultados.

2.3 Modelo *Concrete Damage Plasticity*

Neste trabalho, será realizada a comparação entre os momentos resistentes obtidos analiticamente, com o uso dos modelos presentes na NBR 16935 (2021), e numericamente, utilizando o pacote Abaqus CAE de análise com base em elementos finitos

A modelagem e análise numérica da viga em estudo no *software* Abaqus envolve várias etapas de caracterização e inserção de parâmetros, estas serão abordadas com mais detalhes no capítulo 3.

Um dos passos na modelagem utilizando o Abaqus é a caracterização de materiais. O material mais complexo do modelo é, sem dúvidas, o concreto, para a qual foi escolhido o modelo Concrete Damage Plasticity (CDP) como forma de análise, já que é um modelo matemático popular e com resultados precisos em modelagens realizadas previamente em outros estudos.

Nesta seção, será comentado brevemente sobre o modelo CDP, sua origem e base matemática para cálculo.

2.3.1 Definição e base teórica

A utilização do Método do Elementos Finitos (MEF) para a análise de estruturas de concreto passou por grandes desenvolvimentos desde a década de 70. O material concreto,

contudo, é composto de diferentes tipos de materiais, qualitativa e quantitativamente, o que gera diferentes propriedades quando se encontra sob tração ou compressão. A não-linearidade de suas relações de tensão-deformação somadas com os fenômenos de *Strain Hardening* e *Strain Softening* tornam a caracterização de deterioração do material uma tarefa complexa (HAFEZOLGHORANI *et al.*, 2017).

Inicialmente proposto por Lubliner *et al.* (1989) e posteriormente readequado por Lee e Fenves (1998) e Grassl e Jirásek (2006), o CDP é um modelo que busca caracterizar a falha do concreto, utilizando uma combinação de deterioração e plasticidade. Esse modelo constitutivo é capaz de descrever os aspectos fundamentais do processo de falha do concreto sob carga multiaxial e descreve bem o aumento de resistência e capacidade de deformação para níveis de confinamento crescentes (VOREL *et al.*, 2021).

Hafezolghorani *et al.* (2017) disserta que o estudo do comportamento não-linearizado do concreto foi realizado utilizando os conceitos de deterioração elástica isotrópica e os efeitos de plasticidade na tração e compressão. O tensor de deformação ε poderia ser dividido em sua parte elástica (ε^{el}), responsável pela deformação temporária, e sua parte plástica (ε^{pl}), responsável pela deformação permanente como descrito na Equação 2.28.

$$\varepsilon = \varepsilon^{el} + \varepsilon^{pl} \quad (2.28)$$

$$\bar{\sigma} = D : \sigma \quad (2.29)$$

$$\sigma = D^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (2.30)$$

$$\bar{\sigma} = D_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (2.31)$$

$$D^{el} = (1 - d)D_0^{el} \quad (2.32)$$

Sabendo-se que D^{el} é um quadritensor relativo à rigidez elástica e σ é o tensor de tensão, pode-se chegar à relação de tensão deformação na Equação 2.30. Utilizando-se da teoria de dano contínuo, tem-se que a tensão é mapeada em tensão efetiva ($\bar{\sigma}$) por um quadritensor D como na Equação 2.29 (LEE; FENVES, 1998).

Segundo Hafezolghorani *et al.* (2017), a tensão efetiva é definida pela rigidez não danificada (D_0^{el}), relação observada na Equação 2.31. O valor da rigidez danificada (função do parâmetro d , que varia entre 0 e 1) quantifica a deterioração relativa à rigidez elástica original (D_0^{el}) e está descrito na equação 2.32. É possível, utilizando estes conceitos, reescrever a relação de tensão-deformação original utilizando a variável de rigidez danificada, como exposto na equação 2.33.

$$\sigma = (1 - d)D_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (2.33)$$

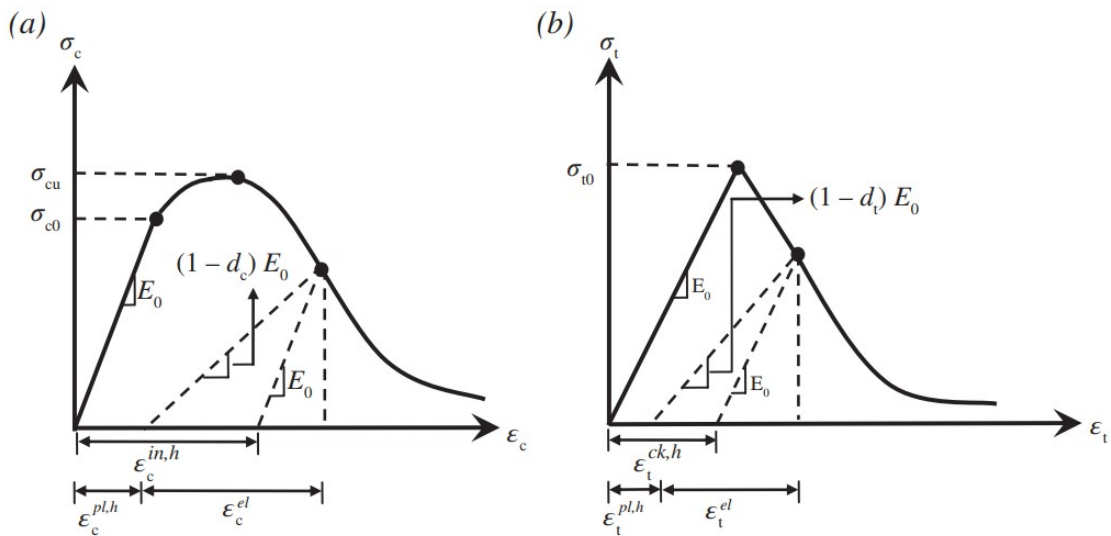
Grassl *et al.* (2013) elaboram que o modelo constitutivo do CDP é baseado na relação a seguir:

$$\sigma = (1 - d_t)\bar{\sigma}_t + (1 - d_c)\bar{\sigma}_c \quad (2.34)$$

Onde $\bar{\sigma}_t$ e $\bar{\sigma}_c$ são, respectivamente as partes positivas e negativas do tensor de tensão efetiva e (d_t) e (d_c) são duas variáveis escalares de deterioração que variam de 0 (intacto) a 1 (totalmente deteriorado)(GRASSL *et al.*, 2013).

Para tensões uniaxiais, são verificadas respostas como as ilustradas na figura 15 onde é possível observar graficamente a perda de rigidez original (E_0) em função da deterioração (d_c e d_t).

Figura 15 – Respostas do concreto à tensões uniaxiais: compressão (a) e tração (b)

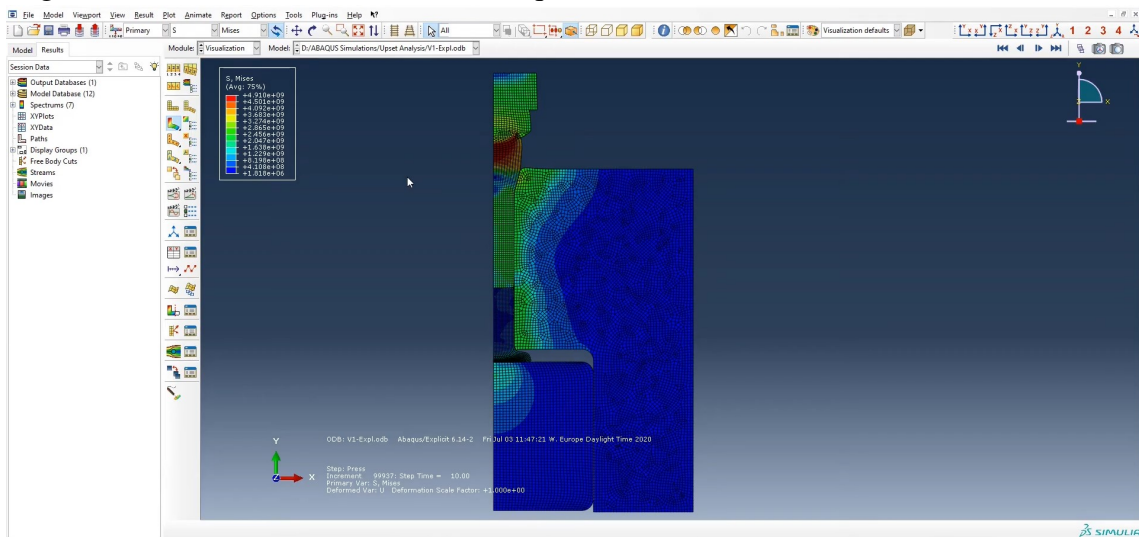


Fonte: Hafezolghorani *et al.* (2017)

3 METODOLOGIA

O Software utilizado para a modelagem e análise numérica da viga será o Abaqus, um programa muito conhecido e utilizado em pesquisas que envolvem análise de esforços em peças dos mais diversos materiais. Segundo Morone (2021) o Abaqus fornece uma interface simples e um ambiente de utilização completo que permitem a criação e análise de uma gama de modelos com diversas potencialidades. O Software é capaz de analisar e resolver problemas complexos envolvendo geometrias mais complicadas, utilizando relações lineares e não-lineares para a análise dos esforços.

Figura 16 – Interface de usuário do Abaqus

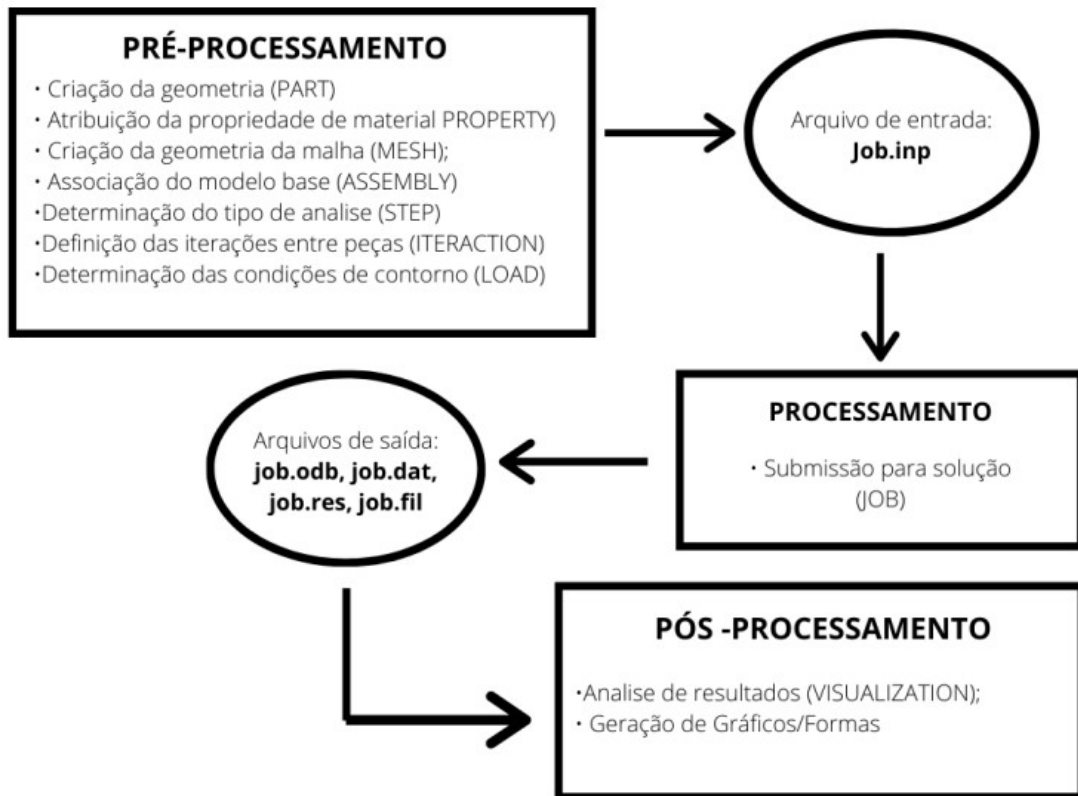


Fonte: Autor (2022)

Para Morone (2021) o Abaqus possui um fluxograma bem definido, sendo composto por três etapas ilustradas na figura 17.

De acordo com Castro e Silva (2006) o método utilizado pelo Abaqus é o de elementos finitos do deslocamento, que é baseado nas condições de equilíbrio em um viés Lagrangiano, portanto, discretizando o material e analisando cada ponto. Após a análise dos esforços nas diversas seções da peça, são obtidas as equações de equilíbrio através do método dos deslocamentos, método de cálculo baseado no uso de matrizes que permite resolver e analisar o equilíbrio de estruturas hiperestáticas.

Figura 17 – Fluxograma de cálculo do Abaqus



Fonte: Morone (2021)

3.1 Método dos Elementos finitos

Alves (2007) expõe que o MEF é um método de solução numérica aproximado de equações diferenciais, muito utilizado na ciência e engenharias. O MEF é utilizado para discretizar uma situação real em um espaço de simulação virtual, onde as subdivisões do objeto/estrutura em estudo beiram o contínuo.

De acordo com Alves (2007) o princípio do MEF consiste em subdividir o domínio sob análise em subdomínios de dimensões finitas e conhecidas, de modo que o conjunto de todos os subdomínios seja equivalente ao conjunto total. Para cada subdomínio (elemento finito), adota-se funções de simplificadas na tentativa de simular um comportamento aproximado dos mesmos.

Após designados os subdomínios com suas respectivas equações, forma-se o sistema global de equações, composto pelo agrupamento das matrizes características de cada elemento. A resolução deste sistema retorna os valores das incógnitas de pontos específicos no material. Através de interpolações pode-se obter os valores de diversos parâmetros em qualquer lugar do domínio geométrico do objeto em estudo (ALVES, 2007)

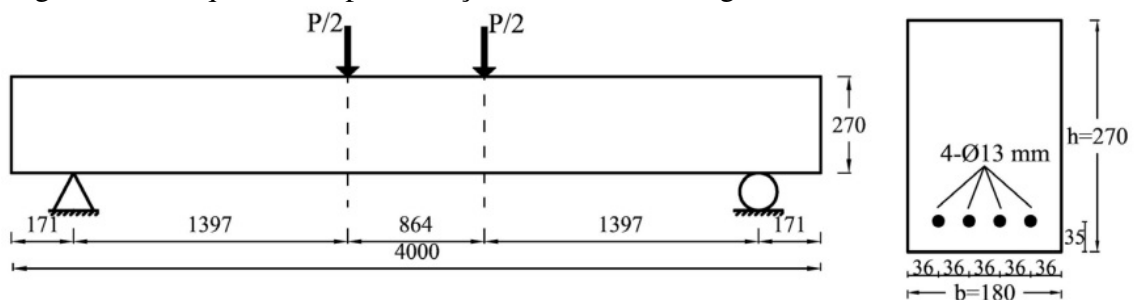
3.2 Modelagem

Nesta seção será abordada, de forma breve, a metodologia de modelagem utilizada na análise numérica do ensaio de flexão a 4 pontos proposto por Solhmirzaei e Kodur (2017).

3.2.1 Elemento Analisado

O elemento em estudo se trata de uma viga retangular de concreto armado somente com armadura longitudinal. A viga e os apoios metálicos foram discretizados utilizando elementos C3D8 (Elemento tridimensional do tipo *Brick* com 8 nós de integração). As barras da armadura longitudinal foram discretizadas utilizando elementos T3D2 (Elemento tridimensional tipo *Truss* com 2 nós de integração).

Figura 18 – Esquema de apoio e seção transversal da viga em análise



Fonte: Adaptado de Solhmirzaei e Kodur (2017)

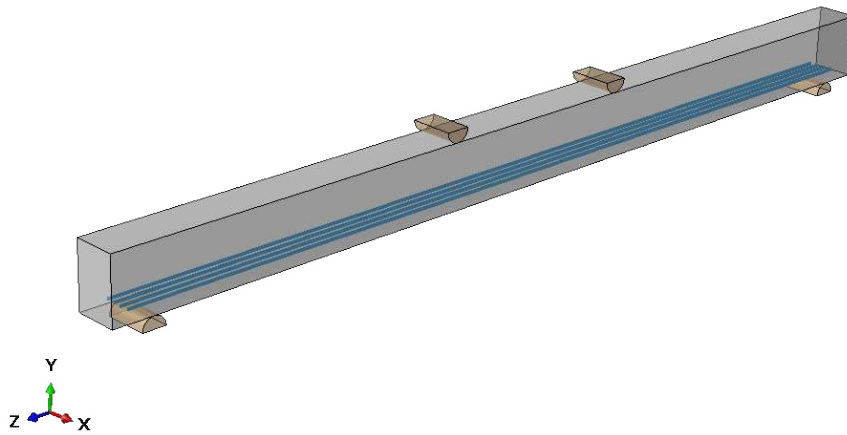
Como é possível observar na figura 18, a viga possui seção transversal de 18x27cm, um vão total de 4,0m e um vão efetivo entre os apoios de 3,658m. Seus apoios estão aproximadamente a 17cm das extremidades da viga. Como armadura longitudinal, temos 4 barras de 13mm de diâmetro com 3,83m de comprimento, totalizando 5,3cm² de área de aço constante ao longo da viga. A mesma viga modelada no Abaqus encontra-se ilustrada na figura 19:

Foram modelados junto à peça elementos metálicos simplificados, elucidados na figura 20, para simular seus apoios e as células de carga utilizadas no ensaio de flexão a 4 pontos executado por Solhmirzaei e Kodur (2017).

3.2.2 Malha (Mesh)

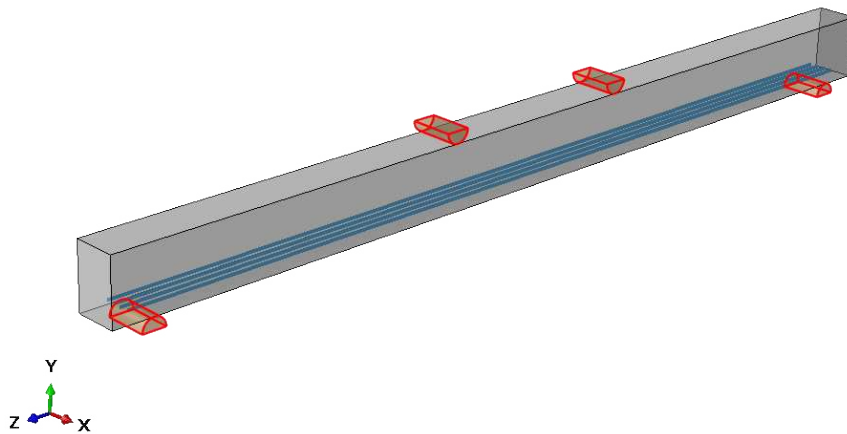
A análise com base em elementos finitos exige que a peça em estudo seja subdividida e discretizada em elementos menores, que compõem uma malha de nós. O tamanho de cada um desses elementos é de escolha do implementador da análise e impacta diretamente na realização

Figura 19 – Viga de concreto armado modelada



Fonte: Autor (2022)

Figura 20 – Apoios Metálicos simplificados no modelo



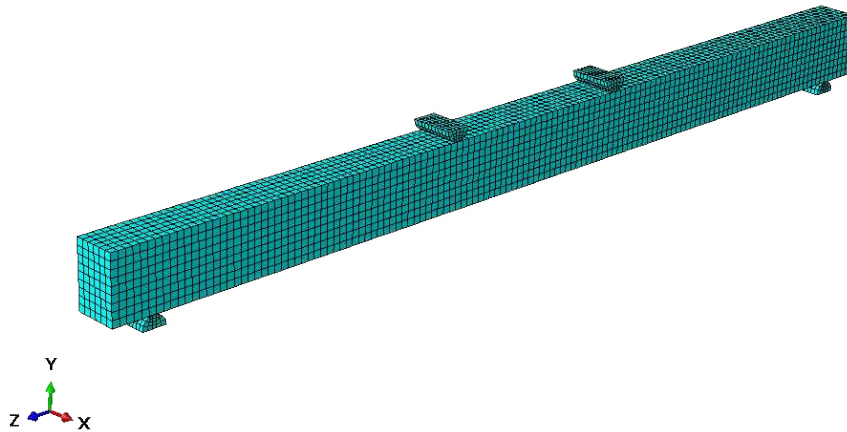
Fonte: Autor (2022)

dos cálculos.

Subdividir a peça em elementos muito pequenos em relação ao seu tamanho total aumentará a precisão e fidelidade dos resultados, mas, em contrapartida, exigirá um esforço computacional maior e necessitará de mais tempo para a realização do processamento, podendo levar vários dias em alguns casos complexos. Já discretizar o objeto analisado em poucos elementos de tamanho grande relativo ao tamanho total diminuirá consideravelmente o tempo de processamento mas afetar­á negativamente na precisão dos resultados. Após consideração, o autor optou por utilizar um elemento de 3 centímetros de tamanho para a viga e barras metálicas. Para os apoios, utilizou-se elementos de 2 centímetros. O modelo com sua malha ilustrada

encontra-se ilustrado na figura 21.

Figura 21 – Malha da viga em estudo



Fonte: Autor (2022)

3.2.3 Propriedades dos materiais

Como exposto na seção 2.3, o modelo utilizado para representar comportamento do concreto ante esforços de tração e compressão foi o modelo de Dano Plástico de Concreto (*Concrete Damage Plasticity*) CDP proposto por Lubliner *et al.* (1989) e modificado por Lee e Fenves (1998). Para que a análise seja realizada com sucesso, é necessária a inserção dos parâmetros relativos às características dos materiais presentes no elemento em estudo. Estes valores estão descritos nas subseções a seguir.

3.2.3.1 Características Elásticas do concreto

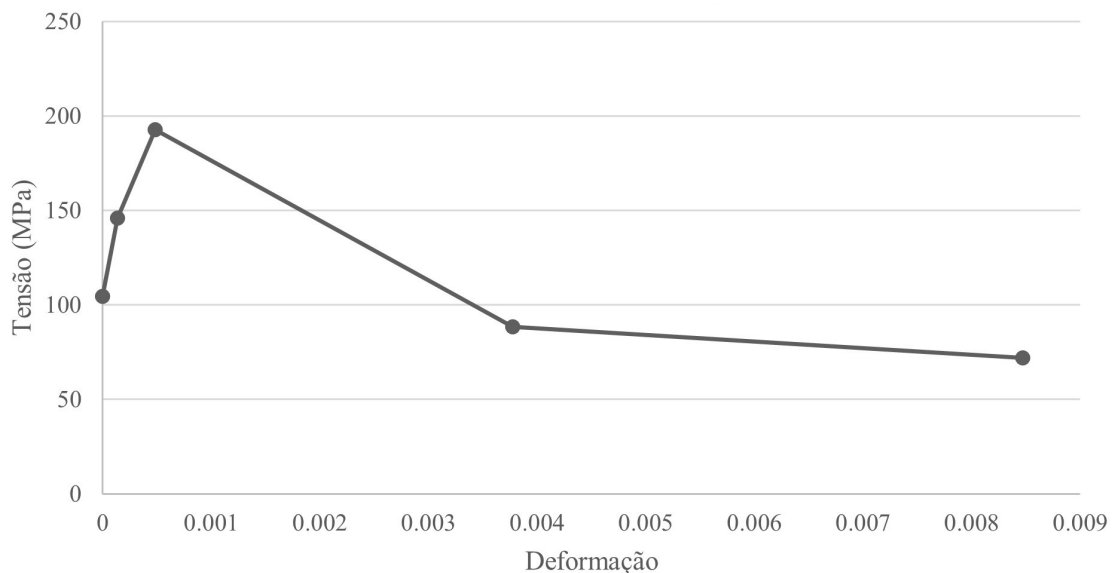
Para possibilitar a construção da parte elástica da curva de tensão deformação do CDP, são necessários os valores do módulo de elasticidade e do coeficiente de Poisson. O primeiro dita a relação linear entre a tensão e deformação na parte elástica, correspondendo à inclinação da reta gerada. O segundo refere-se à razão entre a deformação longitudinal e a deformação transversal do material sob tensões. Os valores utilizados para ambos encontram-se na tabela 5:

3.2.3.2 Características Plásticas do Concreto

Segundo Hany *et al.* (2016), a modelagem correta do comportamento plástico do CDP necessita da caracterização rigorosa de três fatores: O comportamento sob tração, o comportamento sob compressão e os parâmetros de plasticidade.

As figuras 22 e 23 representam respectivamente os conjuntos de dados utilizados para a representação das curvas plásticas de compressão e tração. Os dados foram inseridos no Abaqus na forma de planilha. Em complemento com os dados elásticos, tem-se a formação da curva tensão deformação para esforços uniaxiais.

Figura 22 – Curva Plástica de Compressão do concreto



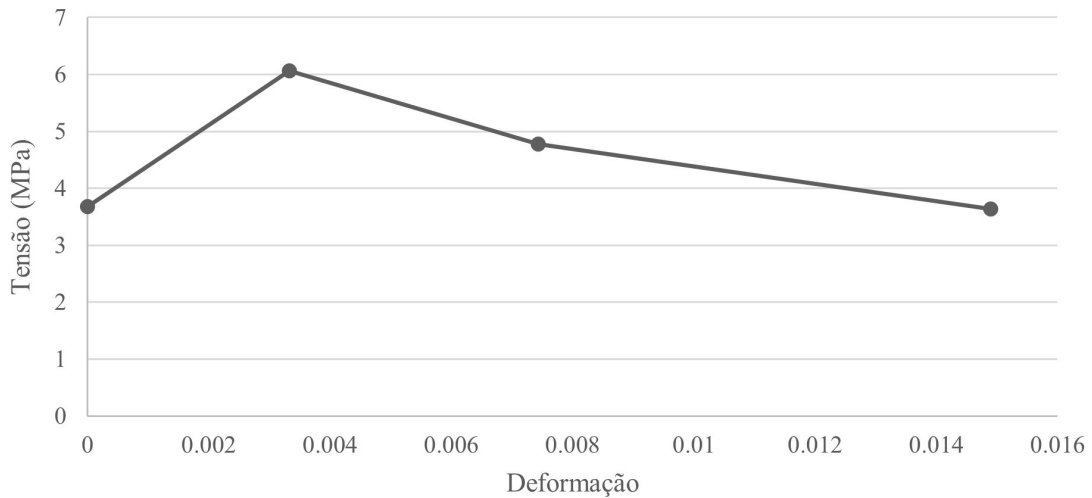
Fonte: Autor (2022)

Além das curvas características, o modelo também exige cinco parâmetros específicos para a definição do comportamento plástico do CDP:

- Angulo de dilatação;
- Parâmetro de excentricidade de fluência;
- Razão entre a tensão biaxial de escoamento por compressão e a tensão uniaxial de escoamento por compressão (f_{b0}/f_{c0});
- Razão da segunda tensão invariante no meridiano de tração em relação a mesmo no meridiano de compressão (k).
- Parâmetro de viscosidade

Os valores utilizados estão ilustrados na tabela 5.

Figura 23 – Curva Plástica de Tração do concreto



Fonte: Autor (2022)

Tabela 5 – Parâmetros do modelo CDP

Parâmetro	Valor	Unidade
Módulo de Elasticidade Secante	48031	MPa
Coefficiente de Poisson	0,2	–
Ângulo de dilatação	30	°
Excentricidade	0,1	–
fb0/fc0	1,05	–
Coefficiente K	0,667	–
Parâmetro de viscosidade do material	0,0001	–

Fonte: Autor (2022)

3.2.3.3 Propriedades elástico-plásticas da armadura

Para a caracterização do aço presente na armadura, são necessárias, apenas, as características elásticas (de forma análoga ao concreto) e uma curva de tensão/deformação para definir a resposta plástica à esforços uniaxiais de tração e compressão, uma vez que o aço é um material isotrópico.

Os Parâmetros elásticos utilizados estão expostos na tabela 6:

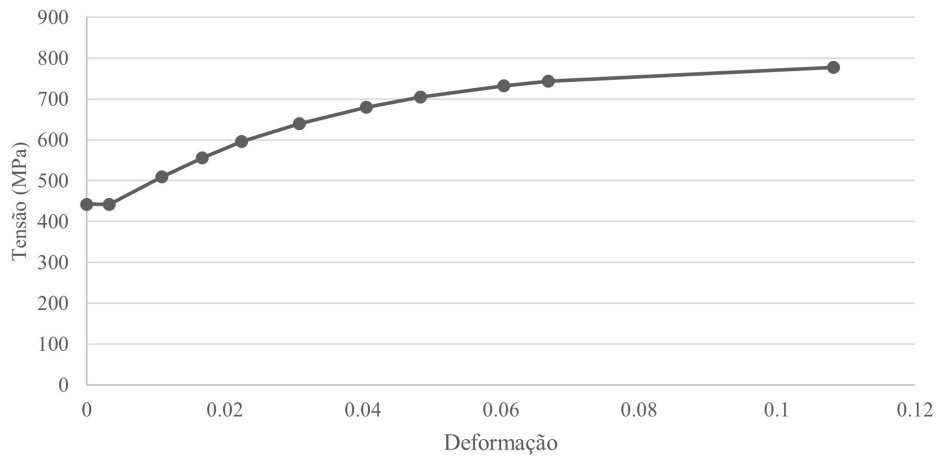
Tabela 6 – Parâmetros Elásticos do Aço

Parâmetro inserido	Valor
Es (Módulo Secante de Elasticidade)	210000 MPa
Coefficiente de Poisson	0,3

Fonte: Autor (2022)

No modelo utilizado, a curva de tensão/deformação que representa seu comportamento está ilustrada na figura 24.

Figura 24 – Diagrama Tensão/deformação do Aço de idealizado

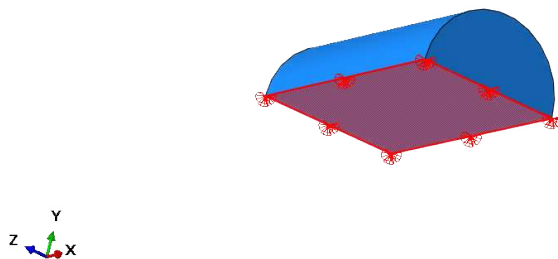


Fonte: Autor (2022)

3.2.4 Condições de contorno

Para a modelagem dos apoios utilizou-se a condição de contorno *Pinned*, que restringe deslocamentos nos eixos X, Y e Z. Esta condição foi aplicada na face inferior dos apoios a fim de representar a fixação existente no ensaio experimental.

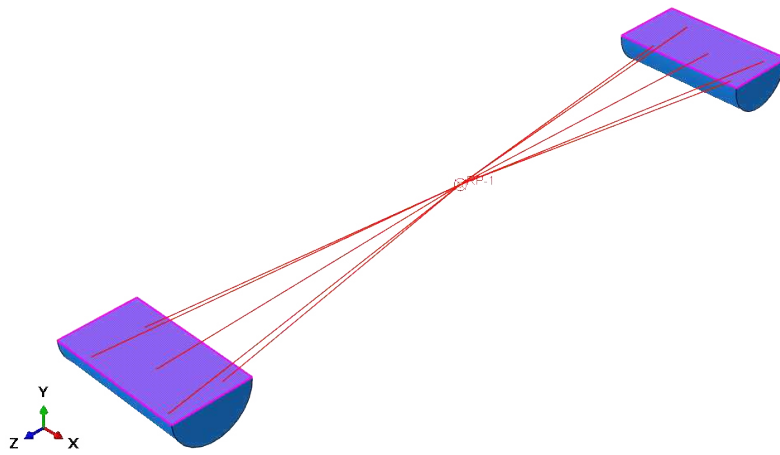
Figura 25 – Condição de contorno nos apoios



Fonte: Autor (2022)

Para a implementação do deslocamento prescrito de 100mm nas células aplicadas na parte superior do elemento e garantir que estas ajam de forma idêntica e síncrona, utilizou-se o artifício de "amarrar" um ponto de referência imaterial à face superior das células com a função *coupling*. Aplicou-se então a condição de contorno de deslocamento ao ponto de referência.

Figura 26 – Células de carga amarradas ao ponto de referência



Fonte: Autor (2022)

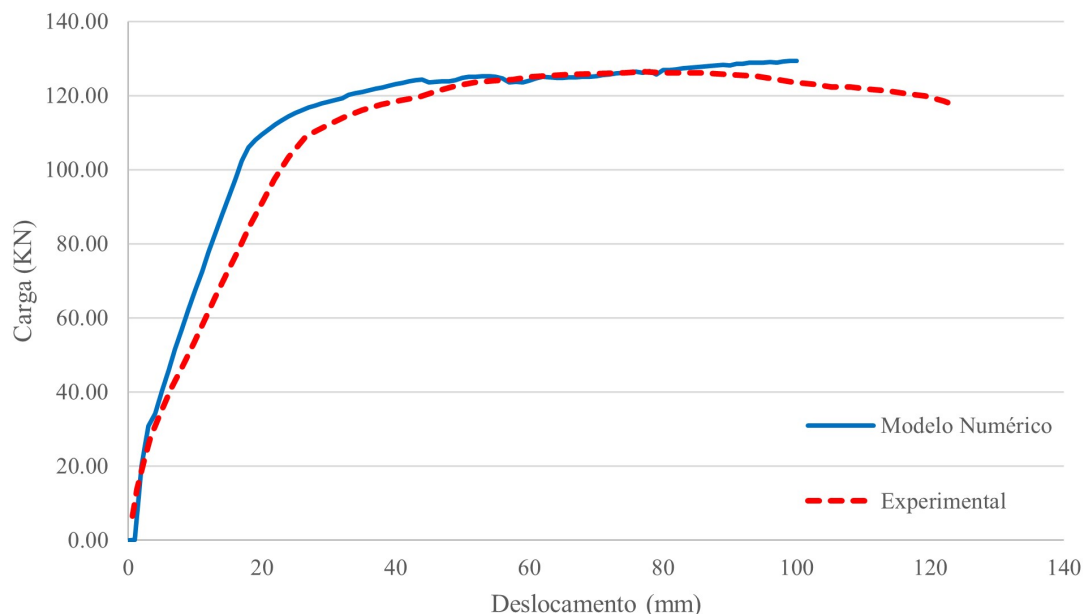
4 RESULTADOS E ANÁLISE

Neste capítulo serão apresentados os resultados da análise de esforços do modelo, bem como sua validação.

4.1 Validação dos dados

Para a validação do modelo, está ilustrada na figura 27 a comparação dos dados do mesmo com os obtidos no ensaio em vigas de concreto de ultra alta performance realizado por Solhmirzaei e Kodur (2017).

Figura 27 – Comparação da resposta de carga e deformação entre o modelo e o ensaio experimental realizado por Solhmirzaei e Kodur (2017)



Fonte: Autor (2022)

4.2 Comparação do Momento resistente

O principal objetivo deste trabalho é comparar os resultados da análise numérica utilizando elementos finitos com os resultados obtidos de maneira analítica.

Para tal, um componente principal no dimensionamento de vigas e outros elementos lineares de concreto é o momento resistente da peça, pois este traduz os esforços de tração na seção em análise. Utilizando os valores presentes no quadro 7 e os valores experimentais obtidos por Pinho (2016), expostos no quadro 8, foram calculados os momentos resistentes de acordo

com a NBR 16935 (2021) nos modelos Plástico e Linear.

Na figura 28 está graficamente exposta a comparação direta entre os momentos analíticos e os dados obtidos através da análise no Abaqus.

Tabela 7 – Valores das variáveis utilizadas

Variável	Valor	Unidade
α_c	0,749	–
f_{cd}	52545,94	kPa
λ	0,741	–
x	0,0446	m
h	0,27	m
b_w	0,18	m
R_c	234,883	kN
f_{yd}	442.400	Kpa
A_s	0,000530	m ²
R_s	234,883	kN
d	0,235	m
Z	0,2126	m
w_u	1,5	mm

Fonte: Autor (2022)

Tabela 8 – Valores das resistências residuais por Pinho (2016)

Variável	Valor médio
f_L	7,77
f_1	10,44
f_2	12,81
f_3	12,33
f_4	11,35

Fonte: Adaptado de Pinho (2016)

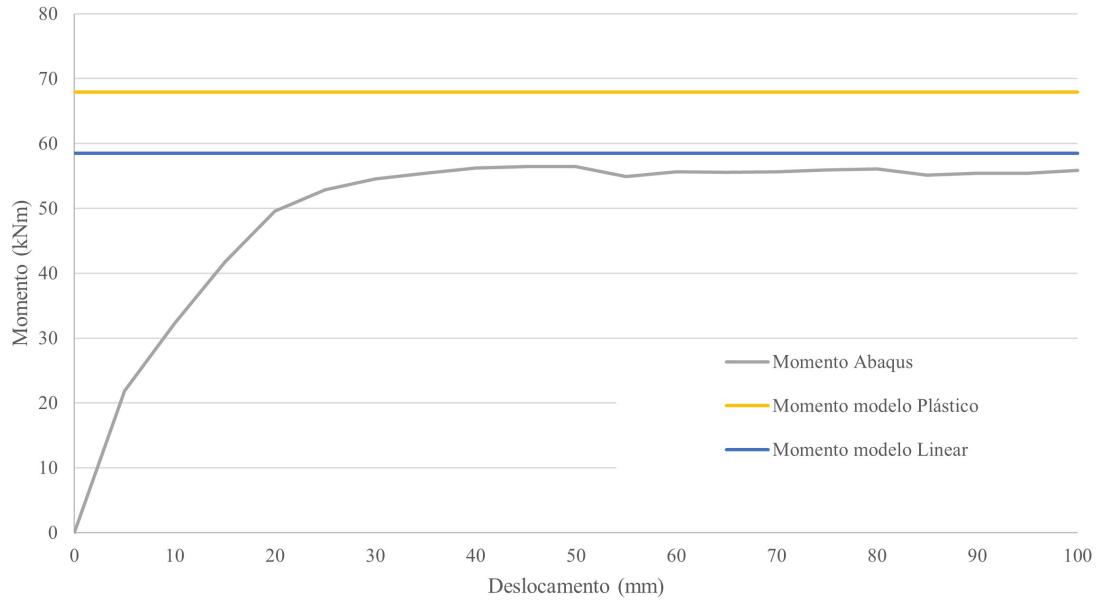
Tabela 9 – Comparação numérica entre os momentos obtidos

Momento	Valor	Diferença Percentual
Abaqus (kNm)	56,45	–
Modelo Plástico (kNm)	67,92	20,33%
Modelo Linear (kNm)	58,51	3,64%

Fonte: Autor (2022)

Observando a figura 28 e a tabela 9 é possível observar que o modelo numérico demonstrou comportamento mais conservador que ambos os modelos analíticos considerados, apresentando valores de momento resistente mais baixos do que os obtidos nos modelos Linear e Plástico. Estudos experimentais mais aprofundados são necessários para a melhor justificativa do fenômeno.

Figura 28 – Comparação gráfica dos valores de momento resistente obtidos

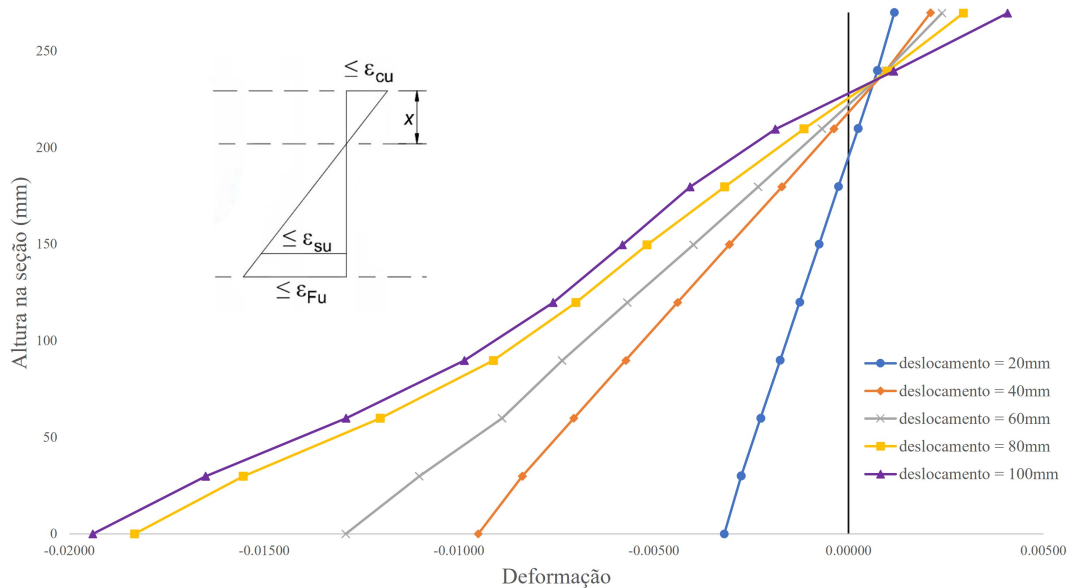


Fonte: Autor (2022)

4.3 Deformação na seção central

Ilustradas na figura 29 estão os estados de deformação na seção central da viga para vários valores de deslocamento vertical aplicados. Para fins de ilustração inverteu-se, neste gráfico, os sinais das deformações, onde as deformações negativas estão relacionadas à tração e as positivas à compressão.

Figura 29 – Deformações na seção central para diferentes valores de deslocamento vertical



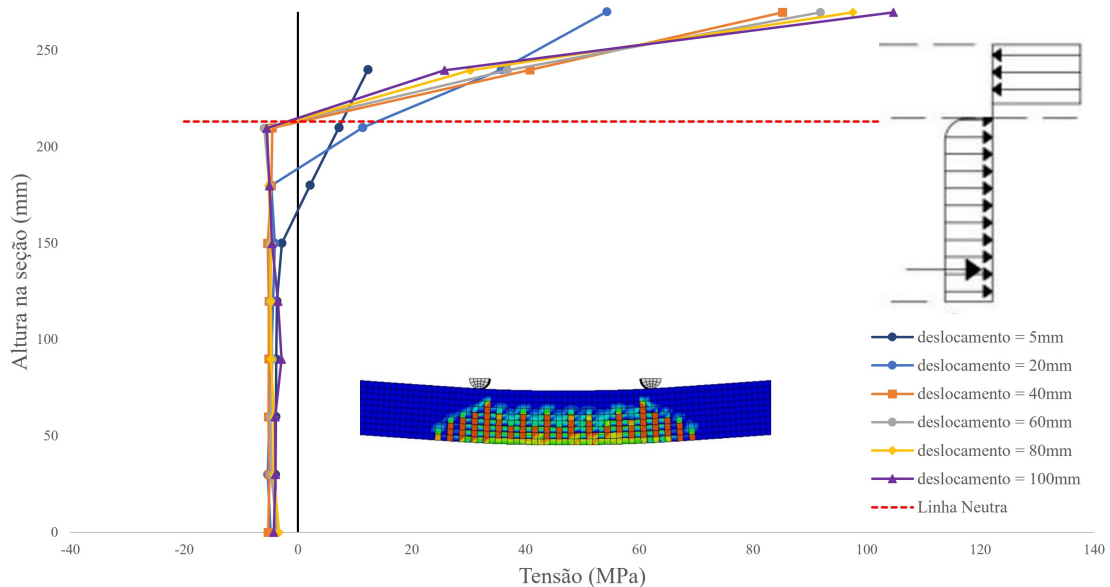
Fonte: Autor (2022)

Comparando os dados obtidos através do modelo computacional com a premissa adotada nos modelos de cálculo (ilustrada ao lado esquerdo das curvas na figura 29), é possível observar um comportamento compatível com o esperado, apresentando um comportamento linear de deformações na seção durante toda a aplicação do deslocamento vertical prescrito.

4.4 Distribuição de tensões na seção central

Outro parâmetro interessante é a distribuição de tensões na seção e sua evolução ao longo da aplicação do deslocamento na viga. Na figura 30 é possível observar graficamente como as tensões de tração e compressão se distribuíram na seção central da viga.

Figura 30 – Distribuição de tensões na seção central para diferentes valores de deslocamento vertical



Para fins de visualização, optou-se por inverter os sinais das tensões em relação à convenção geralmente utilizada no dimensionamento de elementos de concreto. Utilizou-se, portanto, tensões positivas para simbolizar compressão e tensões negativas para simbolizar tração. É possível observar que a linha neutra do modelo numérico se deu a aproximadamente 5,7cm de distância da face mais comprimida, enquanto a linha neutra do modelo analítico ocorreu a aproximadamente 4,4cm da face superior.

Analisando o conjunto de dados observa-se que a parte acima da linha neutra (região comprimida) se comporta como esperado, obedecendo uma relação linear entre tensões e deformações. Já a parte tracionada exibe um comportamento diferente, se mantendo constante

mesmo com o aumento das deformações na seção. Uma provável causa para este comportamento é a influência da deterioração da rigidez do material presente no modelo CDP. A ocorrência progressiva de fissuras à medida que o deslocamento prescrito é aplicado no elemento acarreta em uma perda gradual de sua elasticidade, alterando a relação entre as tensões e as deformações na região em questão.

À direita das curvas na figura 30 está ilustrada a premissa simplificada de tensões no ELU utilizada no modelo linear da NBR 16935 (2021).

4.5 Progressão de dano por fissuração

É possível, através da análise numérica no Abaqus, quantificar e ilustrar o dano por tração na peça ao longo da aplicação d deslocamento. Isto se dá pois, como exposto na seção 2.3.1, o modelo CDP de caracterização do concreto leva em consideração a perda gradual da elasticidade/rigidez em decorrência da fissuração.

Apesar do processo de fissura em peças de concreto armado ser um exemplo clássico de fratura, onde as tensões estão concentradas na zona de processamento da fratura, neste trabalho utilizou-se, com sucesso, um modelo de dano contínuo para descrever este processo de falha.

Na figura 31 vê-se em vermelho as partes danificadas em decorrência da existência de concentrações de tração e, portanto, também ilustra a ocorrência de fissuras.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi realizada a implementação de um modelo numérico de análise com base em elementos finitos, validado com dados experimentais. Seus resultados de momento resistente, distribuição de tensões na seção e deformações foram comparados com os obtidos de acordo com a norma adotada no Brasil, a NBR 16935 (2021).

O concreto de ultra alta desempenho reforçado com fibras de aço é uma nova solução de engenharia que supre as deficiências encontradas na utilização de concretos comuns, como a baixa resistência à tração, alta porosidade e baixa resistência química além de melhorar os pontos fortes dos concretos usuais no caso da resistência à compressão aos 28 dias.

Como exposto, a performance, as características mecânicas do compósito e a sua aplicabilidade dependem fortemente do tipo de fibra utilizada, de seu diâmetro, das particularidades geométricas e da quantidade utilizada. É de suma importância possuir conhecimento adequado para garantir a melhor escolha possível de materiais e proporcionar a boa usabilidade do produto final.

A caracterização dos materiais propostos utilizando o modelo Concrete Damage Plasticity pode ser considerada bem sucedida em virtude da alta correspondência com os dados experimentais na validação de dados.

Quanto à comparação dos momentos resistentes, constatou-se que o modelo numérico foi mais conservador que ambos os modelos analíticos considerados na análise. Recomenda-se um estudo experimental mais aprofundado para melhor entender o caso.

No tocante à deformação na seção central da viga observou-se resultados considerados esperados, apresentando um comportamento próximo do linear nas deformações à medida que se distanciava da linha neutra, corroborando a premissa utilizada na NBR 16935 (2021).

Na região comprimida, a distribuição de tensões na seção crítica apresentou resultados esperados, exibindo a relação linear entre tensão e deformação utilizada na teoria. Já na parte tracionada, observou-se a influência do dano por fissuração na seção, degradando a rigidez do elemento nesta região e provocando uma relação não convencional entre tensão e deformação, onde a primeira se manteve constante à medida que a segunda aumentava linearmente.

REFERÊNCIAS

- ABBAS, Y. M.; KHAN, M. I. Fiber–matrix interactions in fiber-reinforced concrete: A review. **Arabian Journal for Science and Engineering**, Springer, v. 41, n. 4, p. 1183–1198, 2016.
- AFROUGHSAKET, V.; BIOLZI, L.; OZBAKKALOGLU, T. High-performance fiber-reinforced concrete: a review. **J Mater Sci** **51**, 6517–6551, 2016.
- ALVES, L. M. Método dos elementos finitos. **Universidade Federal do Paraná. Curitiba**, p. 438, 2007.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI). **ACI 544.4R-88**: Design considerations for steel fiber reinforced concrete. Unites States of America, 1999.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI). **ACI 544.4R-18**: Guide to design with fiber-reinforced concrete. Unites States of America, 2018.
- ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010. v. 1.
- ASIM, M.; JAWAID, M.; PARIDAH, M. T.; SABA, N.; NASIR, M.; SHAHROZE, R. M. Dynamic and thermo-mechanical properties of hybridized kenaf/palf reinforced phenolic composites. **Polymer Composites**, v. 40, n. 10, p. 3814–3822, 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15530**: Fibras de aço para concreto - requisitos e métodos de ensaio. Rio de Janeiro, 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16935**: Projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras — procedimento. Rio de Janeiro, 2021.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16940**: Concreto reforçado com fbras — determinação das resistências à tração na fexão (limite de proporcionalidade e resistências residuais) — método de ensaio. Rio de Janeiro, 2021.
- BANTHIA, N.; NANDAKUMAR, N. Crack growth resistance of hybrid fiber reinforced cement composites. **Cement and Concrete Composites**, v. 25, n. 1, p. 3–9, 2003.
- BENTUR, A. **Fibre reinforced cementitious composites**. 3. ed. Great Britain: Taylor Francis, 2007. 601 p.
- BUTTIGNOL, T. E. T.; SOUSA, J. L. A. O.; BITTENCOURT, T. N. Ultra high-performance fiber-reinforced concrete (UHPFRC): a review of material properties and design procedures. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, FapUNIFESP (SciELO), v. 10, n. 4, p. 957–971, ago 2017.
- CASTRO E SILVA, A. L. R. de. **Análise numérica não-linear da flambagem local de perfis de aço estrutural submetidos à compressão uniaxial**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil - Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas: Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.
- DING, Y.; KUSTERLE, W. Compressive stress–strain relationship of steel fibre-reinforced concrete at early age. **Cement and Concrete Research**, v. 30, n. 10, p. 1573–1579, 2000.

EL-DIEB, A.; TAHA, M. R. Flow characteristics and acceptance criteria of fiber-reinforced self-compacted concrete (FR-SCC). **Construction and Building Materials**, Elsevier BV, v. 27, n. 1, p. 585–596, fev 2012.

FAREINS, Y. **Aqueduto Pont du Gard**. 2020. Disponível em: <http://pontdugard.com/pt/pont-du-gard/historia-de-uma-ponte-notavel>. Acesso em: 11 jun. 2022.

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto Reforçado com Fibra**. Tese (Obtenção do título de Livre docente) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

FIGUEIREDO, A. D. de; CECCATO, M. R. Workability analysis of steel fiber reinforced concrete using slump and ve-be test. **Materials Research**, FapUNIFESP (SciELO), v. 18, n. 6, p. 1284–1290, nov 2015.

GARCEZ, E. O.; CAETANO, L.; FILHO, L. C.; RIOS, R. D. Análise experimental do comportamento de concretos reforçados com fibras de aço submetidos a cargas de impacto. In: 48º CONGRESSO BRASILEIRO DE CONCRETO. Rio de Janeiro, 2006.

GRANGER, S.; LOUKILI, A.; PIJAUDIER-CABOT, G.; CHANVILLARD, G. Experimental characterization of the self-healing of cracks in an ultra high performance cementitious material: Mechanical tests and acoustic emission analysis. **Cement and Concrete Research**, Elsevier BV, v. 37, n. 4, p. 519–527, apr 2007.

GRASSL, P.; JIRÁSEK, M. Damage-plastic model for concrete failure. **International Journal of Solids and Structures**, v. 43, n. 22, p. 7166–7196, 2006.

GRASSL, P.; XENOS, D.; NYSTRÖM, U.; REMPLING, R.; GYLLTOFT, K. Cdp2: A damage-plasticity approach to modelling the failure of concrete. **International Journal of Solids and Structures**, v. 50, n. 24, p. 3805–3816, 2013.

HAFEZOLGHORANI, M.; HEJAZI, F.; VAGHEI, R.; JAAFAR, M. S. B.; KARIMZADE, K. Simplified damage plasticity model for concrete. **Structural Engineering International**, Taylor Francis, v. 27, n. 1, p. 68–78, 2017.

HANY, N. F.; HANTOUCHE, E. G.; HARAJLI, M. H. Finite element modeling of frp-confined concrete using modified concrete damaged plasticity. **Engineering Structures**, v. 125, p. 1–14, 2016.

JACOB, M.; THOMAS, S.; VARUGHESE, K. Mechanical properties of sisal/oil palm hybrid fiber reinforced natural rubber composites. **Composites Science and Technology**, v. 64, n. 7, p. 955–965, 2004.

KAEFER, L. F. A evolução do concreto armado. São Paulo, v. 43, 1998. Disponível em: <https://www.feb.unesp.br/lutt/Concreto\%20Protendido/HistoriadoConcreto.pdf>. Acesso em: 10 jun. 2022.

KHAYAT, K. H.; MENG, W.; VALLURUPALLI, K.; TENG, L. Rheological properties of ultra-high-performance concrete — an overview. **Cement and Concrete Research**, Elsevier BV, v. 124, out 2019.

KUSUMAWARDANINGSIH, Y.; FEHLING, E.; ISMAIL, M.; ABOUBAKR, A. A. M. Tensile strength behavior of UHPC and UHPFRC. **Procedia Engineering**, Elsevier BV, v. 125, p. 1081–1086, 2015.

- KWAK, H.-G.; FILIPPOU, F. Finite element analysis of reinforced concrete structures under monotonic loads. **Structural Engineering Mechanics and materials**, 1990.
- LEE, J.; FENVES, G. L. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 124, n. 8, p. 892–900, 1998.
- LI, J.; WU, Z.; SHI, C.; YUAN, Q.; ZHANG, Z. Durability of ultra-high performance concrete – a review. **Construction and Building Materials**, Elsevier BV, v. 255, set. 2020.
- LI, P.; CAO, Y.; SLUIJSMANS, M.; BROUWERS, H.; YU, Q. Synergistic effect of steel fibres and coarse aggregates on impact properties of ultra-high performance fibre reinforced concrete. **Cement and Concrete Composites**, v. 115, 2021.
- LI, Z. State of workability design technology for fresh concrete in japan. **Cement and Concrete Research**, Elsevier BV, v. 37, n. 9, p. 1308–1320, set 2007.
- LUBLINER, J.; OLIVER, J.; OLLER, S.; OñATE, E. A plastic-damage model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, v. 25, n. 3, p. 299–326, 1989.
- MARTINIE, L.; ROSSI, P.; ROUSSEL, N. Rheology of fiber reinforced cementitious materials: classification and prediction. **Cement and Concrete Research**, Elsevier BV, v. 40, n. 2, p. 226–234, fev 2010.
- MO, K. H.; YAP, K. K. Q.; ALENGARAM, U. J.; JUMAAT, M. Z. The effect of steel fibres on the enhancement of flexural and compressive toughness and fracture characteristics of oil palm shell concrete. **Construction and Building Materials**, v. 55, p. 20–28, 2014.
- MORONE, M. F. **ANÁLISE NUMÉRICA DE UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO COM BAMBU NO SOFTWARE ABAQUS**. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Desenvolvimento de Ensino, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe, 2021.
- NAAMAN, A. E. **A statistical theory of strength for fiber reinforced concrete**. Tese (Doutorado) – Massachusetts Institute of Technology, 1972.
- NAAMAN, A. E. Engineered steel fibers with optimal properties for reinforcement of cement composites. **Journal of Advanced Concrete Technology**, v. 1, n. 3, p. 241–252, 2003.
- OLIVEIRA, F.; BUNDER, J. O concreto: sua origem, sua história. São Paulo, 2016. Disponível em: https://www.academia.edu/30709030/O_CONCRETO_SUA_ORIGEM_SUA_HISTÓRIA. Acesso em: 15 jun. 2022.
- PINHO, M. P. S. **Avaliação da resistência ao esforço transversal em vigas de betão reforçado com fibras de aço**. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Porto, Porto, jun. 2016.
- ROBINS, P.; AUSTIN, S.; JONES, P. Pull-out behaviour of hooked steel fibres. **Materials and Structures**, v. 35, n. 7, p. 434–442, ago 2002.
- SHAFEI, B.; KAZEMIAN, M.; DOPKO, M.; NAJIMI, M. State-of-the-art review of capabilities and limitations of polymer and glass fibers used for fiber-reinforced concrete. **Materials**, MDPI, v. 14, n. 2, p. 409, 2021.

- SHAH, I.; JING, L.; FEI, Z. M.; YUAN, Y. S.; FAROOQ, M. U.; KANJANA, N. A review on chemical modification by using sodium hydroxide (naoh) to investigate the mechanical properties of sisal, coir and hemp fiber reinforced concrete composites. **Journal of Natural Fibers**, Taylor Francis, p. 1–19, 2021.
- SHAH, I.; LI, J.; YANG, S.; ZHANG, Y.; ANWAR, A. Experimental investigation on the mechanical properties of natural fiber reinforced concrete. **Journal of Renewable Materials**, Tech Science Press, v. 10, n. 5, p. 1307, 2022.
- SHANNAG, M.; BRINCKER, R.; HANSEN, W. Pullout behavior of steel fibers from cement-based composites. **Cement and Concrete Research**, Elsevier BV, v. 27, n. 6, p. 925–936, jun 1997.
- SINGH, S.; SHUKLA, A.; BROWN, R. Pullout behavior of polypropylene fibers from cementitious matrix. **Cement and Concrete Research**, Elsevier BV, v. 34, n. 10, p. 1919–1925, out 2004.
- SOLHMIRZAEI, R.; KODUR, V. Modeling the response of ultra high performance fiber reinforced concrete beams. **Procedia Engineering**, Elsevier BV, v. 210, p. 211–219, 2017.
- VOREL, J.; MARCON, M.; CUSATIS, G.; CANER, F.; Di Luzio, G.; WAN-WENDNER, R. A comparison of the state of the art models for constitutive modelling of concrete. **Computers Structures**, v. 244, 2021.
- WANG, W.; SHEN, A.; LYU, Z.; HE, Z.; NGUYEN, K. T. Fresh and rheological characteristics of fiber reinforced concrete—a review. **Construction and Building Materials**, v. 296, 2021.
- WANG, X.; FAN, F.; LAI, J.; XIE, Y. Steel fiber reinforced concrete: A review of its material properties and usage in tunnel lining. In: **Structures**. Xi'an, China: Elsevier, 2021. v. 34, p. 1080–1098.
- WU, Z.; SHI, C.; HE, W.; WU, L. Effects of steel fiber content and shape on mechanical properties of ultra high performance concrete. **Construction and Building Materials**, Elsevier BV, v. 103, p. 8–14, jan 2016.
- YAO, W.; LI, J.; WU, K. Mechanical properties of hybrid fiber-reinforced concrete at low fiber volume fraction. **Cement and Concrete Research**, v. 33, n. 1, p. 27–30, 2003.
- YARDIMCI, M. Y.; BARADAN, B.; TAŞDEMİR, M. A. Effect of fine to coarse aggregate ratio on the rheology and fracture energy of steel fibre reinforced self-compacting concretes. **Sadhana**, Springer Science and Business Media LLC, v. 39, n. 6, p. 1447–1469, nov 2014.