UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

MÁRCIO SANTOS RODRIGUES

A NOÇÃO DE IGUALDADE MEDIADA PELO RECURSO EDUCACIONAL DIGITAL O REINO DE ALJABAR E A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

FORTALEZA
2025

MÁRCIO SANTOS RODRIGUES

A NOÇÃO DE IGUALDADE MEDIADA PELO RECURSO EDUCACIONAL DIGITAL O REINO DE ALJABAR E A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira pela Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação. Área de concentração: Tecnologias Digitais na Educação.

Orientador: Prof. Dr. José Aires de Castro Filho

FORTALEZA

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

R614n Rodrigues, Márcio Santos.
A noção de igualdade mediada pelo recurso educacional digital O Reino de Aljabar e a formação continuada de professores / Márcio Santos Rodrigues. – 2025.
96 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Fortaleza, 2025.
Orientação: Prof. Dr. José Aires de Castro Filho .

1. Tecnologias digitais. 2. Conhecimento do professor. 3. Igualdade. 4. Álgebra. 5. Formação de professores. I. Título.

CDD 370

MÁRCIO SANTOS RODRIGUES

A NOÇÃO DE IGUALDADE MEDIADA PELO RECURSO EDUCACIONAL DIGITAL O REINO DE ALJABAR E A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação. Área de concentração: Tecnologias Digitais na Educação.

Aprovada em: 29/05/2025.

BANCA EXAMINADORA

___

Prof. Dr. José Aires de Castro Filho (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

___

Prof. Dra. Juscileide Braga de Castro
Universidade Federal do Ceará (UFC)

___

Prof. Dra. Vera Lucia Merlini
Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC)

AGRADECIMENTOS

A conclusão desta dissertação representa não apenas o encerramento de uma etapa acadêmica, mas também a celebração de uma jornada repleta de desafios, aprendizados e, sobretudo, de encontros marcantes.

Agradeço, à minha esposa, Eveline Machado, companheira incansável, pela paciência, compreensão e apoio incondicional em todos os momentos. Ao meu filho Álvaro, com seus cinco anos de vida, por me ensinar diariamente sobre amor, leveza e esperança. Que esta conquista seja também dele. Aos meus pais, por todo o esforço, exemplo e carinho. Vocês me ensinaram o valor da educação, da ética e da perseverança.

Às minhas amigas Beatriz Andrade e Georgianne Rocha, por sua amizade sincera, incentivo constante e pelas conversas que me acolheram e encorajaram nos momentos de dúvida e cansaço. À minha chefe, Aline Sousa, pela compreensão, apoio, flexibilidade e incentivo ao meu crescimento acadêmico, mesmo diante das demandas do trabalho.

Ao meu orientador, professor Dr. José Aires de Castro Filho, minha gratidão pela escuta atenta, pela confiança, pelas orientações lúcidas e pelo comprometimento com meu processo de formação. Sua postura sempre respeitosa e generosa fez toda a diferença na construção deste trabalho.

Às professoras da banca avaliadora, Profª Drª Vera Lucia Merlini e Profª Drª Juscileide Braga de Castro, expresso minha mais sincera gratidão pela leitura cuidadosa, pelas contribuições valiosas e pela escuta atenta durante a qualificação e a defesa. Suas considerações foram fundamentais para o aprimoramento deste trabalho.

Ao grupo de pesquisa Proativa-MIDE, por me acolher como pesquisador e me oferecer um espaço de reflexão, diálogo e aprendizado coletivo. O pertencimento a este grupo fortaleceu não apenas minha pesquisa, mas também minha identidade como educador e pesquisador.

Aos professores que participaram da pesquisa, agradeço pela disponibilidade, pelas trocas e pelo acolhimento. Vocês foram os verdadeiros protagonistas deste trabalho. Agradeço, de modo especial, ao grupo gestor e aos professores da Escola Norma Célia Pinheiro Crispim, local onde esta pesquisa se desenvolveu, por acreditarem na proposta e abrirem as portas com confiança e entusiasmo.

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, agradeço aos professores que me ajudaram ao longo dessa caminhada e as amizades que fiz e se tornaram uma parte da minha caminhada na jornada acadêmica.

Por fim, agradeço a todos os colegas, amigos e professores que fizeram parte da minha trajetória no mestrado. Cada conversa, leitura, aula e desafio compartilhado contribuíram para que este trabalho se tornasse realidade.

RESUMO

O ensino de Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental representa um desafio significativo para os professores pedagogos, principalmente pela complexidade dos conceitos e pela abordagem predominantemente operatória do sinal de igualdade. A pesquisa foi realizada com quatro professores do 5º ano em uma cidade da região metropolitana de Fortaleza, e estruturou-se em cinco encontros formativos, nos quais os docentes vivenciaram atividades exploratórias com a balança de dois pratos e o Recurso Educacional Digital (RED) "O Reino de Aljabar: o desafio da balança". O objetivo geral da pesquisa consistiu em investigar o conhecimento dos professores do 5º ano acerca das noções de igualdade, equação e inequação ao longo de uma formação continuada baseada no uso de Recursos Educacionais Digitais (RED). Os objetivos específicos foram: 1) Identificar os conhecimentos dos professores antes e depois da formação; 2) Analisar o aprimoramento dos conceitos ao longo da formação; 3) Avaliar a contribuição da formação. A metodologia adotada seguiu os princípios da pesquisa qualitativa, utilizando como instrumentos de coleta de dados: situações-problemas aplicadas antes e depois da formação, observações registradas em diário de campo, transcrições das conversas após as atividades e entrevistas semiestruturadas. Os dados foram analisados com base na Análise de Conteúdo. Os resultados revelaram avanços significativos no conhecimento dos professores em relação à noção de igualdade, que passou de uma compreensão operatória para uma compreensão relacional. Observou-se também o aprimoramento das estratégias didáticas dos participantes, que demonstraram maior segurança na abordagem de conteúdos algébricos. Além disso, os professores reconheceram a importância dos RED como suporte ao ensino, favorecendo a mediação do conceito de equação por meio de situações-problemas contextualizadas. A formação também contribuiu para o fortalecimento do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, ao promover momentos de reflexão sobre a prática docente e a articulação entre teoria e prática. Concluiu-se que as tecnologias digitais, quando integradas a formações continuadas contextualizadas, representam um caminho promissor para o ensino da álgebra nos anos iniciais, promovendo a construção de significados por parte dos professores.

Palavras-chave: tecnologias digitais; conhecimento do professor; igualdade; álgebra; formação de professores.

ABSTRACT

Teaching Algebra in the early years of Elementary School represents a significant challenge for teachers, mainly due to the complexity of the concepts and the predominantly operational approach to the equal sign. The research was conducted with four 5th grade teachers in a city in the metropolitan region of Fortaleza, and was structured in five training sessions, in which the teachers experienced exploratory activities with the two-pan balance and the Digital Educational Resource (RED) “The Kingdom of Aljabar: the challenge of the balance”. The general objective of the research was to investigate the knowledge of 5th grade teachers about the notions of equality, equation and inequality throughout a continuing education based on the use of Digital Educational Resources (RED). The specific objectives were: 1) To identify the knowledge of the teachers before and after the training, using diagnostic instruments with problem situations; 2) To analyze the improvement of the concepts throughout the training, using the two-pan balance and the RED; 3) To evaluate the contribution of the training through interviews with a specific script. The methodology adopted followed the principles of qualitative research, using as data collection instruments: problem situations applied before and after the training, observations recorded in a field diary, transcripts of conversations after the activities and semi-structured interviews. The data were analyzed based on Content Analysis. The results revealed significant advances in the teachers' knowledge regarding the notion of equality, which went from an operational understanding to a relational understanding. Improvements in the participants' teaching strategies were also observed, who demonstrated greater confidence in approaching algebraic content. In addition, the teachers recognized the importance of DER as a teaching support, favoring the mediation of the concept of equation through contextualized problem situations. The training also contributed to the strengthening of Pedagogical Content Knowledge, by promoting moments of reflection on teaching practice and the articulation between theory and practice. It was concluded that digital technologies, when integrated into contextualized continuing education, represent a promising path for teaching algebra in the early years, promoting the construction of deeper meanings by teachers.

Keywords: digital technologies; teacher knowledge; equality; algebra; teacher training.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CIEB	Centro de Inovação para a Educação Brasileira
EF	Ensino Fundamental
EIB	Explorador da Igualdade Básico
MIDE	Projeto Mídias Digitais na Educação
MKT	Mathematical Knowledge for Teaching
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PROATIVA	Grupo de Pesquisa e Produção de Ambientes Interativos e Objetos de Aprendizagem
RED	Recurso Educacional Digital
SGE	Sistema de Gestão Escolar
SPF	Situações-problemas Finais
SPI	Situações-problemas Iniciais
TAP	Tarefas de Aprendizagem Profissional
TDIC	Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação
TIC	Tecnologias de Informação e Comunicação
UNI7	Universidade 7 de setembro

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O cenário educacional contemporâneo é constantemente desafiado por transformações tecnológicas que redefinem as práticas pedagógicas. Conforme Oliveira e Paulo (2021), o progresso tecnológico, a disponibilidade ampliada de informações, as inovações científicas e outros elementos característicos da nossa época demandam atitudes inovadores por parte dos indivíduos em diversos contextos. Em todas as esferas, é necessário atentar para as transformações, inclusive nos ambientes educacionais.

Em dezembro de 2017, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) referente à Educação Básica foi oficialmente aprovada. Este documento tem a responsabilidade de guiar as diretrizes educacionais e os currículos das instituições de Educação Básica, sejam elas públicas ou privadas, em todo o território brasileiro (BRASIL, 2018). Isso implica na necessidade de uma completa reestruturação para se adequar à nova legislação em vigor, o que inclui a revisão e adaptação dos materiais didáticos utilizados no processo educacional. O recente documento apresenta uma segmentação da disciplina de Matemática em cinco Unidades Temáticas distintas desde o início da jornada educacional: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, além de Probabilidade e Estatística (BRASIL, 2018). O documento que, até então, orientava os currículos eram os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que segmentam a Matemática dos anos iniciais em quatro eixos: Números e operações. Espaço e forma; Grandezas e medidas e Tratamento da informação (BRASIL, 1997).

No ensino da matemática, a BNCC (BRASIL, 2018) destaca que aprender uma ideia em um contexto, generalizá-la e aplicá-la em diferentes situações requer habilidades como criar, aplicar, interpretar e avaliar, indo além da simples resolução de problemas rotineiros. Isso implica não apenas resolver problemas, mas também estimular os alunos a refletir sobre possíveis mudanças nos dados ou condições do problema, incentivando-os a formular problemas em contextos diversos.

Na BNCC, a Álgebra é instituída como uma unidade da Matemática a ser ensinada desde os anos iniciais que:

> [...] tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. [...] a relação de equivalência pode ter seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se $2 + 3 = 5$ e $5 = 4 + 1$, então $2 + 3 = 4 + 1$. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita. [...] (BRASIL, 2018, p. 270).

O pensamento algébrico é fundamental para a utilização eficaz de modelos matemáticos na compreensão e análise de relações quantitativas, tanto em grandezas numéricas quanto não numéricas.

Uma abordagem para explorar conceitos como situações algébricas e outras unidades temáticas do currículo com os estudantes, envolve a incorporação das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC). As TDIC propiciam o uso de situações reais ou imaginárias para atribuir significado aos conceitos matemáticos. Além disso, permitem o uso de múltiplas representações para um mesmo conceito, enriquecendo o repertório dos estudantes (Castro et al., 2020).

Castro-Filho, Freire e Castro (2017) apresentam como, ao longo dos anos, o desenvolvimento e uso de *softwares* possibilitou um suporte para o conhecimento da contribuição da tecnologia no desenvolvimento de conceitos matemáticos.

Dentre esses softwares, Castro-Filho, Freire e Castro (2017) citam alguns que contribuíram para aprendizagens de conceitos matemáticos como, por exemplo, LOGO que é uma linguagem de programação desenvolvida por Seymour Papert (1980), na qual o usuário comanda um objeto na tela do computador (uma tartaruga) através de comandos simples. Essa ferramenta tem influência da teoria Piagetiana e permite aos alunos refletirem sobre ideias matemáticas enquanto interagem com o ambiente computacional; Cabri Géomètre que é um software que possibilita a construção de figuras geométricas de forma interativa, permitindo aos alunos explorarem propriedades e relações matemáticas de maneira visual e manipulativa; Simcalc é um software multi-representacional para aprendizagem de funções, que permite aos estudantes explorarem diferentes representações matemáticas, como gráficos, tabelas e equações, de forma dinâmica; Function Probe que é um software específico para aprendizagem de funções, que oferece suporte computacional para a exploração e compreensão de conceitos matemáticos complexos relacionados a funções

O desenvolvimento e o uso de *softwares* têm desempenhado um papel crucial no processo de aprendizagem e desenvolvimento de conceitos matemáticos. Essas ferramentas tecnológicas permitem aos estudantes explorarem, experimentarem e visualizarem conceitos matemáticos de maneira interativa e dinâmica, o que pode facilitar a compreensão e a internalização desses conceitos (CASTRO-FILHO; FREIRE; CASTRO, 2017).

De acordo com Castro-filho, Freire e Castro (2017), estes *softwares* matemáticos possibilitam a utilização de múltiplas representações e a realização de transformações dinâmicas, o que auxilia os alunos na visualização de problemas matemáticos complexos e na compreensão de relações abstratas. Além disso, permitem aos estudantes testarem hipóteses, formular questões, e refletir sobre os resultados obtidos por meio de manipulações simbólicas.

Os alunos têm a oportunidade de experimentar diferentes abordagens para a resolução de problemas, o que pode estimular o pensamento crítico, a criatividade e a autonomia na aprendizagem matemática.

Dentre as TDIC, destacam-se atualmente os Recursos Educacionais Digitais (RED), definidos por Castro et al. (2020, p. 4) como: "[...] ferramentas utilizadas para criar, através das atividades, experiências e oportunidades para que os estudantes possam construir, usar o conhecimento e, ao mesmo tempo, desenvolver Novos Letramentos e outras habilidades genéricas para participação do século 21". De acordo com o Centro de Inovação para a Educação Brasileira (CIEB), os RED são produtos e serviços que apoiam tanto os processos de ensino e aprendizagem como a gestão pedagógica e administrativa-financeira das escolas. De uso abrangente, eles facilitam as atividades de docentes, estudantes e gestores(as) e são disponibilizados com todos os recursos necessários para a sua execução, sem dependência externa. Em termos técnicos, são replicáveis e autocontidos[1]. Os RED podem facilitar ou intermediar o processo de aprendizagem e são disponibilizados em plataformas online, como é o caso da Plataforma MEC RED[2].

É imprescindível que os professores tenham uma formação para a introdução do pensamento algébrico e uso de TDIC, de modo a poderem incorporá-los em sua prática pedagógica.

Algumas pesquisas têm contribuído para a questão da formação de professores para o ensino de conceitos matemáticos e para o uso das TDIC. Carvalho (2017) contribui para a reflexão e aprimoramento da formação de professores, destacando a importância de integrar o conhecimento matemático, pedagógico e tecnológico, a fim de preparar os educadores para atuarem de forma mais eficaz no ensino de conceitos matemáticos e no uso das TDIC, alinhando-se com as demandas atuais da Educação Matemática.

Os estudos de Maia (2016) apresentam a formação docente e utilização de TDIC. Seus resultados destacam a importância do domínio dos conceitos matemáticos, das estruturas multiplicativas e do uso adequado das TDIC no contexto do ensino de Matemática na Educação Básica.

Os resultados alcançados por Oliveira (2023), que enfatizou a formação pedagógica e o conhecimento do conteúdo, identificaram saberes necessários para a formação

---

[1] https://reds.cieb.net.br
[2] https://plataformaintegrada.mec.gov.br/

dos professores, assim como, os desafios na formação de professores polivalentes em Matemática agregando formação continuada com destaque na utilização de TDIC.

A formação contínua busca, em última instância, aprimorar tanto o crescimento pessoal quanto o social de cada educador, em uma perspectiva de educação permanente. Contudo, esse aprimoramento adquire um impacto positivo no sistema escolar quando se traduz em aprimoramentos na qualidade da educação proporcionada às crianças (Formosinho, 2009). A formação permite articular novos saberes na construção da docência, dialogando com os envolvidos no processo que envolve a mesma (Imbernón, 2010).

Como pedagogo e professor de matemática na Rede Municipal de Maracanaú[3], desde 2014, tenho dedicado minha trajetória educacional ao aprimoramento do ensino, buscando sempre inovações que possam impactar positivamente o desenvolvimento dos alunos. Ao longo desses anos, tive a oportunidade de lecionar matemática para turmas do 3º ao 5º ano, construindo uma sólida base de experiência em sala de aula.

Em 2022, assumi o desafio de contribuir diretamente para a formação dos professores do 5º ano na Secretaria de Educação do município de Maracanaú. Essa transição me proporcionou uma perspectiva mais abrangente do cenário educacional municipal, destacando a importância da formação continuada para o aprimoramento do corpo docente.

Minha jornada acadêmica inclui a especialização em Tecnologias Digitais na Educação pela Universidade 7 de setembro (Uni7), um marco que trouxe consigo uma compreensão mais profunda sobre o potencial das ferramentas digitais no contexto educacional. Inspirado por essa experiência e pela necessidade de integrar de forma eficaz os recursos educacionais digitais na formação de professores, decidi direcionar minha pesquisa de mestrado para explorar como essas tecnologias podem favorecer o favorecer a prática pedagógica do professor para desenvolver o pensamento algébrico nos alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

A produção de RED faz parte das ações do Projeto Mídias Digitais na Educação (MIDE)[4] que desenvolve Recursos Educacionais Digitais de Matemática e Língua Portuguesa para os anos iniciais do Ensino Fundamental baseados nas habilidades previstas na BNCC

[3] Município brasileiro do estado do Ceará, localizado na Região Metropolitana de Fortaleza, a 24 km de distância da capital. É o maior centro industrial do estado.
[4] https://projetosiuvi.ufc.br/projeto-mide

(Brasil, 2017). O projeto está vinculado ao Grupo de Pesquisa e Produção de Ambientes Interativos e Objetos de Aprendizagem (PROATIVA)[5][6].

O interesse desse estudo está nos RED de Matemática, em especial aqueles que visam a noção de igualdade/equivalência, equação e inequação voltados para alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Alguns RED proporcionam essas oportunidades como o RED “Reino de Aljabar: o desafio da balança” que tem como principal objetivo fortalecer as habilidades algébricas relacionadas à igualdade e envolve a capacidade de encontrar valores desconhecidos para tornar verdadeiras equações em operações com números naturais. Além do seu papel dinâmico e divertido, propicia a exploração dos conceitos de incógnita, equação e inequação. No jogo, os estudantes são inseridos em uma narrativa que se passa em um antigo reino árabe, assumindo o papel de sábios que ajudam o Califa a distribuir presentes de forma justa. Eles usam uma balança de dois pratos para comparar pesos conhecidos e desconhecidos, aplicando os conceitos de igualdade e desigualdade[7].

Sob a perspectiva do letramento matemático, o RED “Reino de Aljabar: o desafio da balança”, fundamentado na BNCC (Brasil, 2017), visa contribuir para o desenvolvimento de habilidades, relativas ao 5º ano do Ensino Fundamental, como as EF05MA10 e EF05MA11 situadas nas unidades temáticas de Números e Álgebra ao objeto do conhecimento “propriedades de igualdade e noção de equivalência”.

Diante do exposto, a pesquisa se fundamenta no seguinte questionamento: Quais são as possíveis contribuições que uma formação, baseada no uso de RED, pode trazer ao professor que ensina Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no ensino de conceitos algébricos? Com base nessa questão, a presente pesquisa tem como objetivo geral: *Investigar o conhecimento dos professores do 5º ano acerca dos conceitos de igualdade, equação e inequação ao longo de uma formação continuada baseada no uso de Recursos Educacionais Digitais (RED)*. Para atingir este objetivo, delinearam-se os seguintes objetivos específicos: 1) Identificar os conhecimentos de professores do 5º ano acerca das noções de igualdade, equação e inequação antes e depois da formação; 2) Analisar o aprimoramento dos conceitos de igualdade, equação e inequação ao longo da formação e 3) Avaliar a contribuição da formação no conhecimento desses professores.

---

[5] O PROATIVA é formado por uma equipe multidisciplinar que trabalha na perspectiva da formação de professores, produção de Objetos de Aprendizagem (OA) e projetos colaborativos.

[6] https://utapy.link/proativa_ufc

[7] https://guia-balanca-interativa.netlify.app/#!/introdução

Para alcançar os objetivos propostos na pesquisa, a organização metodológica implicou da seguinte maneira: Cinco encontros formativos foram ministrados aos professores que ensinam Matemática nas turmas de 5º ano da Rede Municipal de Maracanaú, abordando a introdução ao pensamento algébrico mediado, por RED, *Reino de Aljabar*[8]. As etapas da pesquisa se configuram na seguinte organização: 1) Aplicação de situações-problemas no início e no final da pesquisa com os professores para identificar os conhecimentos dos professores acerca dos conceitos de igualdade, equação e inequação; 2) Proporcionar aos professores uma vivência com a balança de dois prato e o RED para analisar o aprimoramento dos conceitos de igualdade, equação e inequação ao longo da formação; 3) realizar entrevistas para averiguar como a formação contribuiu para o ensino da noção de igualdade dos professores participantes da pesquisa.

Com a intenção de atender aos objetivos traçados, a presente pesquisa foi organizada da seguinte forma: o primeiro capítulo abordou o referencial teórico, proporcionando uma análise dos fundamentos conceituais pertinentes ao escopo da pesquisa, como o pensamento algébrico nos anos iniciais, conhecimento dos professores, a formação dos professores que ensinam Matemática, a equivalência e o sinal de igualdade na construção dos conceitos de equação e inequação e uso de RED para o desenvolvimento de conceitos algébricos. No segundo capítulo, foram discutidos os procedimentos metodológicos adotados, juntamente com o contexto que envolveu a pesquisa e no terceiro capítulo foram analisados e discutidos os resultados oriundos da pesquisa.

---

[8] Disponível para o acesso direto em: https://mide-balanca-interativa.netlify.app/#/ e para o download direto em: https://plataformaintegrada.mec.gov.br/recurso/358959 .

2 PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA O USO DE RESURSOS EDUCACIONAIS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

O aporte teórico da pesquisa foi dividido nos seguintes tópicos: o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, trazendo a perspectiva de como a inclusão da Álgebra nos primeiros anos do Ensino Fundamental tem sido objeto de estudo ao longo das últimas décadas (Blanton e Kaput, 2005; Carraher; Schliemann e Brizuela, 2007; Van de Walle (2009); a equivalência e o sinal de igualdade na construção dos conceitos de equação e inequação (Trivilin; Ribeiro, 2015; Merlini; Araújo; Teixeira, 2021; Luna; Merlini; Ferreira, 2021; Ponte; Branco; Matos, 2009; Carpenter et al., 2003); o conhecimento dos professores (Shulman, 1986; Mizukami, 2004; Ball; Thames; Phelps, 2008; Rodrigues; Teixeira, 2020); a formação dos professores que ensinam Matemática (Maia; Carvalho; Castro Filho; Junqueira, 2014; Maia, 2016; Cardoso; Albuquerque; Barreto, 2022; Santos,~2022 e Freire, 2011); e os Recursos Educacionais Digitais (RED) como suporte para a formação continuada e o desenvolvimento do pensamento algébrico Castro-Filho, Freire e Castro (2021), Castro (2016), Castro et al. (2020).

2.1 O pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF)

Embora a Álgebra formal seja tradicionalmente aplicada às etapas mais avançadas do currículo escolar, como nos anos Finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio, pesquisa recentes em Educação Matemática defendem e demonstram que os fundamentos do pensamento algébrico podem e devem ser trabalhados desde o início da escolarização (Blanton & Kaput, 2005; Carraher, Schliemann e Brizuela, 2007).

Dando continuidade a essa perspectiva, alguns aspectos da Álgebra nos anos iniciais se caracterizam pelo reconhecimento de padrões, generalização, representação simbólica e resolução de problemas (Kaput, 2008; Ponte; Branco; Matos, 2009; Carpenter et al., 2003). Nesse sentido, é importante compreender o papel da álgebra como um dos domínios fundamentais da Matemática, de acordo com Van de Walle (2009), a álgebra, juntamente com a geometria, números, grandezas e medidas, probabilidade e estatística, constitui um domínio distinto dentro da Matemática. funcionando como uma linguagem matemática, a álgebra utiliza símbolos, operações e propriedades aritméticas para expressar conceitos generalizados.

Assim, a generalização surge como um dos processos essenciais desse pensamento algébrico. A generalização envolve partir de experiências com números e operações que permitam aos estudantes identificarem padrões e regularidades em sequências de números ou figuras, em processos de cálculos mentais ou formais. Além disso, permite compreender que padrões e regularidades envolvendo números e operações são conhecimentos estruturantes para as propriedades dos números (Sistema de Numeração Decimal) e das operações (Van de Walle, 2009). O pensamento algébrico é intrínseco a todo o campo da Matemática e desempenha um papel fundamental na aplicabilidade prática dessa disciplina no dia a dia.

Com base nesse entendimento, é fundamental que as práticas pedagógicas nos anos iniciais favoreçam intencionalmente esse modo particular de pensar, conforme argumenta Van de Walle (2009), que nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o desenvolvimento do pensamento algébrico requer que se trate de modo intencional essa forma particular de pensar, questionando as crianças a partir da observação, da identificação de padrões que se repetem de forma organizada, da análise de regularidade e realização de generalizações.

Isso significa que a generalização ocupa um papel central, sendo necessário proporcionar experiências que estimulem essa habilidade. A generalização assume um papel importantíssimo no desenvolvimento do pensamento algébrico. Significa dar uma afirmação que descreve uma verdade geral sobre um conjunto de dados. Isto é, as crianças precisam vivenciar situações que envolvam a análise do que é comum entre essas situações, identificarem a existência ou não de uma regularidade ou entre seus procedimentos.

Paralelamente à generalização, a representação simbólica também se destaca como um aspecto relevante na constituição do pensamento algébrico, que surge das relações que os alunos fazem com base na apresentação de figuras que compõem uma sequência, que segundo Ponte, Branco e Matos (2009), a observação de sequências pictóricas progressivas pode auxiliar na compreensão das expressões algébricas, bem como facilitar a compreensão das operações para simplificá-las.

Nesse contexto, destaca-se também a importância da análise de regularidades, que contribui significativamente para o desenvolvimento da capacidade analítica dos estudantes. Nesta perspectiva, o pensamento algébrico desempenha um papel importante no desenvolvimento da capacidade analítica e na resolução de problemas. Santos (2022) faz referência à habilidade de compreender, analisar e generalizar padrões matemáticos, muitas vezes representados por expressões ou equações.

Por fim, é necessário abordar um conceito-chave da Álgebra que perpassa todas essas habilidades: a equivalência ou igualdade. No aspecto da equivalência ou igualdade, o sinal de igualdade é um ponto que se deve destacar. Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), o sinal de igualdade pode ser interpretado de três maneiras distintas: como concepção operacional, de equivalência ou relacional. Na perspectiva operacional, o foco está na aritmética, onde o sinal de igual é utilizado para determinar o resultado de uma operação matemática. Na perspectiva da equivalência, o sinal de igualdade está vinculado à ideia de equilíbrio e ao conceito de busca. Nas pesquisas em Educação Matemática, a balança, por exemplo, é frequentemente destacada como um recurso manipulável eficaz para explorar e desenvolver esse sentido de equivalência (Carpenter et al., 2003). Na perspectiva relacional, o sinal de igualdade é uma representação de uma igualdade de sentenças.

2.2 A equivalência e o sinal de igualdade na construção dos conceitos de equação e inequação

A Matemática, enquanto linguagem universal do raciocínio lógico, estrutura-se sobre conceitos fundamentais que permitem a interpretação e a modelagem de diversas situações do cotidiano. Entre esses conceitos, a equivalência, o sinal de igualdade, as equações e as inequações desempenham um papel central na construção do pensamento algébrico e no desenvolvimento do raciocínio matemático em diferentes níveis de ensino. A forma como esses conceitos são compreendidos e trabalhados desde os anos iniciais influencia diretamente a aprendizagem futura de tópicos mais avançados da Matemática.

O conceito de equivalência na Matemática está intimamente relacionado à ideia de igualdade. A igualdade é um princípio basilar que fundamenta a comparação de quantidades e estabelece relações formais entre expressões numéricas e algébricas. Desde os primeiros anos da Educação Básica, os estudantes são introduzidos ao sinal de igualdade (=), muitas vezes de maneira operatória, ou seja, como um indicativo de resultado de uma operação aritmética (Kieran, 1981). Esse entendimento inicial, embora comum, tende a limitar a compreensão mais ampla e profunda desse símbolo matemático.

As pesquisas categorizam o significado do sinal de igualdade em três principais abordagens: operacional, relacional e de equivalência (Ponte; Branco; Matos, 2009). No significado operacional, predominante no ensino tradicional da aritmética, o sinal de igualdade é visto apenas como um comando que separa uma operação do seu resultado, como em "8 + 4 = 12", interpretado como "oito mais quatro dá doze" (Trivilin; Ribeiro, 2015). Essa visão unidirecional pode gerar dificuldades na transição para a álgebra, onde o sinal de igualdade assume um papel relacional, conectando duas expressões matemáticas com o mesmo valor, como em "3 + 6 = 5 + 4" (Trivilin; Ribeiro, 2015).

A compreensão plena do sinal de igualdade requer que o estudante perceba que ele expressa uma equivalência entre duas expressões, independentemente de sua forma superficial. Nesse sentido, o significado de equivalência é fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico, pois permite reconhecer que diferentes representações podem ser matematicamente equivalentes. Essa concepção deve ser trabalhada pedagogicamente por meio de atividades manipulativas, como o uso de balanças de dois pratos, que permitem visualizar concretamente a equivalência entre quantidades (Lessa, 1996; Ponte; Branco; Matos, 2009).

Pesquisas indicam que muitas crianças interpretam inadequadamente expressões como "8 + 4 = __ + 5", respondendo "12" em vez de "7", porque compreendem o sinal de igualdade apenas como um comando de resultado (Carpenter; Franke; Levi, 2003). Essa dificuldade também se estende a professores dos anos iniciais, que muitas vezes possuem uma visão restrita e operacional do conceito de igualdade, o que compromete a formação algébrica dos estudantes (Trivilin; Ribeiro, 2015).

O conceito de equação emerge como uma formalização da relação de equivalência entre expressões matemáticas contendo variáveis. Uma equação pode ser entendida como uma proposição que afirma a igualdade entre duas expressões com incógnitas, cuja solução consiste em encontrar os valores que tornam essa proposição verdadeira (Sfard, 1991). Historicamente, as equações contribuíram significativamente para o avanço da Matemática, viabilizando o desenvolvimento de métodos algébricos e soluções computacionais complexas.

No ensino de matemática, é fundamental que a introdução das equações seja realizada de modo a consolidar a ideia de manutenção da igualdade. Ou seja, resolver uma equação significa encontrar o(s) valor(es) que mantêm o equilíbrio entre as expressões. Para isso, Recursos Educacionais Digitais (RED), como jogos interativos e simulações, são valiosas ferramentas de ensino. O jogo "O Reino de Aljabar: o desafio da balança", por exemplo, possibilita aos estudantes experimentarem de forma visual e interativa o conceito de manter o equilíbrio entre dois lados de uma equação, reforçando a compreensão conceitual das operações algébricas (Castro-Filho; Freire; Castro, 2021).

Além do uso de RED, outras estratégias também têm sido propostas, como o uso de representações alternativas e atividades com jogos de memória, que exploram múltiplas formas de expressar equivalências. Expressões como "$7 = 0 + 7$; $1 + 6 = 2 + 5$" ajudam a consolidar a ideia de que uma mesma quantidade pode ser representada de maneiras distintas (Merlini; Araújo; Teixeira, 2021). Esses exercícios contribuem para o fortalecimento do raciocínio relacional, essencial para o avanço no estudo da álgebra.

Diferente das equações, as inequações introduzem o conceito de desigualdade matemática. Elas estabelecem relações de ordem entre duas expressões, utilizando os símbolos de maior que ($>$), menor que ($<$), maior ou igual ($\geq$) e menor ou igual ($\leq$). Ensinar inequações exige atenção à interpretação correta dos sinais, especialmente quando envolvem operações com números negativos. Atividades com representações gráficas e materiais manipulativos podem facilitar a compreensão desses conceitos, promovendo uma aprendizagem significativa (Sfard, 1991)

Diferentemente das equações, que geralmente admitem um número finito de soluções, as inequações podem apresentar conjuntos infinitos de soluções dentro de intervalos definidos. Essa característica demanda uma abordagem pedagógica que destaque não apenas os procedimentos de resolução, mas também a interpretação dos resultados no contexto dos problemas propostos.

A construção dos conceitos de equivalência, igualdade, equação e inequação é um processo que deve ser tratado com intencionalidade pedagógica e fundamentado em estratégias que superem a mera manipulação simbólica. O desenvolvimento de uma compreensão profunda do sinal de igualdade — em suas dimensões operacional, relacional e de equivalência — constitui a base para a aprendizagem da álgebra.

Desde a Educação Infantil, é possível cultivar noções de equivalência por meio de atividades lúdicas e manipulativas (Luna; Merlini; Ferreira, 2021). Entretanto, a manutenção de práticas pedagógicas tradicionais, que reforçam apenas o significado operacional do sinal de igualdade, pode comprometer significativamente a transição dos estudantes para conceitos mais abstratos. Assim, é fundamental que os professores recebam formação específica sobre esses significados e estejam preparados para utilizar recursos variados, como jogos, atividades práticas como a balança e o RED, que favoreçam a construção do pensamento algébrico desde os anos iniciais.

Compreender a equivalência não apenas como um resultado, mas como um princípio estruturante do pensamento matemático, é essencial para que os estudantes desenvolvam uma visão funcional, crítica e aplicada da Matemática em suas diversas manifestações.

2.3 Conhecimentos dos professores

O conhecimento dos professores é uma tarefa complexa, primeiramente por se tratar de uma definição de características que está intrinsecamente ligada a transformações econômicas, políticas, culturais e sociais ao longo do tempo. Além disso, esse conhecimento é resultado do trabalho de indivíduos que vislumbram e projetam a sociedade que desejam construir. Uma das grandes mudanças em nossa sociedade atual é a imensa quantidade de informações disponíveis, assim como a velocidade com que elas são divulgadas. Essas informações, mais do que simplesmente selecionadas, precisam ser detalhadas, organizadas e aplicadas de forma eficaz para que sejam transformadas em conhecimento significativo (Freire, 2011).

De acordo com Mizukami (2004), as abordagens teóricas de pesquisa sobre o conhecimento dos professores e sua formação culminaram, na década de 70, em avanços significativos que delinearam diretrizes para a estruturação de programas de formação. Esses programas tinham como objetivo compreender como os comportamentos dos professores se conectam às variações no desempenho dos estudantes. Conforme destacado pelo autor, essa vertente do estudo foi investigada por investigações experimentais que analisaram a relação entre as práticas docentes e o desempenho ou as atitudes dos alunos. Além disso, visava identificar, por meio de generalizações, condutas pedagógicas eficazes capazes de promover melhorias na aprendizagem, contribuindo assim para a concepção de modelos de formação de professores.

A compreensão sobre o que os professores precisam saber para ensinar bem tem sido um campo fértil de estudos nas últimas décadas. A pergunta central — “O que o professor deve saber para ensinar?” — remete não apenas à dimensão do conteúdo, mas também à forma como esse conhecimento é transformado em saber ensinável e acessível aos estudantes. O conhecimento docente, portanto, deve ser analisado em sua complexidade, considerando as dimensões que o compõem, as experiências que o alimentam e os contextos nos quais se manifesta (Shulman, 1986; Ball; Thames; Phelps, 2008).

Historicamente, diferentes abordagens investigaram os saberes docentes sob múltiplas perspectivas. Pesquisadores como Shulman (1986) propuseram modelos teóricos que influenciaram de maneira decisiva a forma como se compreende o conhecimento profissional dos professores. Para o autor, o conhecimento necessário ao ensino pode ser organizado em três categorias principais: o conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento curricular. Cada uma dessas categorias cumpre um papel específico na prática docente e é indispensável para uma atuação eficaz na sala de aula.

O conhecimento do conteúdo refere-se à compreensão profunda do professor sobre os conceitos, princípios, procedimentos e estruturas de uma área específica do saber. Esse conhecimento vai além da simples memorização de fatos: ele implica conhecer as formas de produção do conhecimento, sua lógica interna, suas representações e variações conceituais (Shulman, 1986). Em estudos recentes, foi constatado que muitos professores dos anos iniciais apresentam dificuldades para reconhecer diferentes significados de conceitos fundamentais, como o sinal de igualdade, evidenciando lacunas nesse tipo de conhecimento (Trivilin e Ribeiro, 2015).

O conhecimento pedagógico do conteúdo, por sua vez, trata da habilidade de transformar esse conhecimento em algo ensinável. Envolve a seleção de exemplos, a construção de analogias, a antecipação de dificuldades dos alunos, o uso de materiais didáticos e estratégias de ensino adequadas. Trata-se de um saber eminentemente prático, resultante da experiência e da reflexão sobre o fazer pedagógico. Segundo Shulman (1986), essa dimensão é uma forma particular de conhecimento do conteúdo, que incorpora os aspectos mais pertinentes para seu ensino.

Além disso, destaca-se o conhecimento curricular, que corresponde à familiaridade do professor com os programas e objetivos de ensino, os materiais didáticos disponíveis e as articulações entre diferentes conteúdos ao longo dos anos escolares. Esse tipo de conhecimento permite ao docente situar o conteúdo dentro de um percurso formativo mais amplo e tomar decisões pedagógicas coerentes com as diretrizes curriculares (Shulman, 1986).

Buscando refinar essas categorias para o campo específico da Matemática, Ball, Thames e Phelps (2008) propuseram o modelo do Conhecimento Matemático para o Ensino (*Mathematical Knowledge for Teaching* – MKT), que aprofunda e especifica as exigências matemáticas do trabalho docente. O MKT divide o conhecimento em dois grandes domínios: o Conhecimento Específico do Conteúdo e o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, cada um subdividido em categorias mais detalhadas.

No domínio do conteúdo específico, incluem-se o conhecimento comum do conteúdo — aquele que qualquer adulto escolarizado possui —, o conhecimento especializado do conteúdo — necessário apenas para o ensino — e o conhecimento do conteúdo no horizonte, que diz respeito à articulação entre tópicos matemáticos ao longo do currículo (Ball; Thames; Phelps, 2008).

Já o domínio pedagógico compreende o conhecimento do conteúdo em relação aos estudantes — antecipando erros e compreensões comuns —, o conhecimento do conteúdo e do ensino — escolhendo estratégias e abordagens pedagógicas —, e o conhecimento curricular — semelhante ao descrito por Shulman (1986). Essa sistematização mais refinada permite aos pesquisadores e formadores de professores investigar, com maior precisão, os saberes mobilizados no ensino da Matemática.

Estudos como o de Trivilin e Ribeiro (2015) evidenciam como as limitações no conhecimento específico e pedagógico impactam diretamente a prática docente. A pesquisa com professores dos anos iniciais revelou que muitos compreendem o sinal de igualdade apenas como um indicativo de resultado, deixando de lado seus significados relacionais e de equivalência. Além disso, Trivilin e Ribeiro (2015) chamam atenção para o papel das interações sociais nas aulas de Matemática, enfatizando que o trabalho em grupo e o diálogo entre pares são estratégias importantes para a construção do conhecimento. No entanto, os professores da pesquisa demonstraram desconhecimento quanto ao potencial pedagógico dessas interações, o que sugere uma fragilidade no conhecimento pedagógico do conteúdo.

Por outro lado, ações formativas, como as analisadas por Rodrigues e Teixeira (2020), demonstram que a formação continuada pode contribuir significativamente para o desenvolvimento do MKT, especialmente quando baseada em situações reais de ensino, reflexões sobre a prática e análise de tarefas matemáticas. Os autores identificaram, em uma ampla revisão de dissertações e teses brasileiras, que os estudos sobre MKT têm se concentrado em reflexões docentes, ações formativas, práticas profissionais e análises de documentos oficiais, revelando uma diversidade de abordagens e uma crescente valorização desse referencial no Brasil.

Em síntese, compreender o conhecimento dos professores requer uma abordagem ampla, que considere suas múltiplas dimensões e os contextos em que são mobilizadas. Modelos como os de Shulman (1986) e Ball et al. (2008) têm oferecido importantes ferramentas conceituais para investigar, formar e apoiar os docentes no enfrentamento dos desafios do ensino da Matemática. A pesquisa na área evidencia a necessidade de investir em formações que integrem o conteúdo, a didática e a prática profissional, promovendo uma base sólida e articulada de saberes que sustentem o ensino de qualidade.

2.4 Formação de professores que ensinam Matemática

A formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática, seja licenciados ou pedagogos, tem se configurado em abordagens ora no aprofundamento dos conteúdos, ora em conhecimentos pedagógicos. A priori, como afirma Oliveira (2023, p. 43):

> O profissional responsável pelo ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental é formado atualmente por meio do curso de Pedagogia, embora também seja admitido a assunção de tal função por professores com o nível médio pedagógico. Nessa etapa de ensino, esses educadores são responsáveis por ensinar, além de Matemática, as disciplinas de Português, História, Geografia, Ciências, Artes e Ensino Religioso. Compreende-se que a gestão do ensino dessa diversidade de áreas requer a elaboração de diferentes saberes e competências.

Oliveira (2023) traz que a formação dos professores de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental nos cursos de Pedagogia tem sido abordada de diversas formas. Oliveira (2023) apontam que os cursos de Pedagogia muitas vezes enfatizam a preparação pedagógica em detrimento do aprofundamento no conhecimento do conteúdo matemático. Isso significa que, embora os futuros professores recebam orientações sobre como ensinar Matemática, nem sempre há um foco suficiente no estudo aprofundado dos conteúdos matemáticos que serão ensinados por eles.

Essa limitação de tempo curricular pode resultar em lacunas conceituais que não são supridas durante a formação inicial, levando a dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Para que ocorra uma formação conceitual e pedagógica, diversos obstáculos e desafios são postos no caminho. Oliveira (2023, p. 43- 44) relata que "a tentativa de formar o futuro professor, conceitual e pedagogicamente, para ensinar Matemática encontra diversos obstáculos, dentre os quais destacam-se dois: falta de tempo curricular destinado a tal fim e as resistências construídas na escolaridade dos pedagogos". E como se constrói essa resistência? De acordo com Oliveira (2023), os principais desafios enfrentados pelos professores pedagogos na preparação para o ensino de Matemática são: falta de aprofundamento do conteúdo, limitação do tempo curricular e a falta de preparação pedagógica específica.

Entre as questões enfrentadas na prática dos professores de Matemática, observa-se a presença de lacunas na formação e equívocos conceituais que influenciam sua atuação profissional (Maia, 2016). Cardoso, Albuquerque e Barreto (2022) analisam e as dificuldades de ensino e as correspondentes necessidades formativas, manifestadas por professores que ensinam matemática, em atuação na Educação Básica do Estado do Ceará.

Trazendo um pouco para a questão do ensino da Álgebra nos anos iniciais do EF, os autores revelam que "[...] a unidade temática Álgebra foi contemplada apenas no que diz respeito a conceitos previstos pela BNCC para os anos finais do Ensino Fundamental. Os aspectos inerentes aos conceitos algébricos que estão previstos para serem trabalhados desde o 1º ano do Ensino Fundamental não foram mencionados pelos professores" (Cardoso, Albuquerque e Barreto, 2022, p. 11 e 12). Assim, pode-se entender que a Álgebra pode, ainda, não ter sido incorporada pelos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental nas suas práticas pedagógicas.

A pesquisa sobre formação de professores tem crescido tanto quantitativamente quanto qualitativamente. O professor passa a ser considerado como um elemento importante do processo de ensino e aprendizagem, ele começa a ser analisado como sujeito do estudo com participação ativa e colaborativa em muitos casos (Carvalho, 2017). Com bem afirma Oliveira (2023, p. 44), "as formações continuadas têm sido fundamentais para a preparação desse profissional, quanto ao ensino de Matemática".

No que diz respeito às formações que contribuem para a apropriação de métodos e utilizações de tecnologias e abordagens pedagógicas inovadoras, Maia et al. (2014, p. 452) corroboram com a ideia de que "o uso das tecnologias digitais favorece a criação e ampliação de espaços de formação e possibilitam uma reflexão compartilhada independente de tempo e espaço físico" e que cursos formais e informais mediados por tecnologias digitais podem contribuir para a formação docente inicial e continuada (Maia, 2014).

Não se pode ignorar nas formações de professores (inicial ou continuada) as exigências que a sociedade do conhecimento impõe como realidade para o campo da educação. Conforme com Mercado (1998), à medida que a sociedade avança em direção a uma maior integração tecnológica, é crucial reconhecer a importância de integrar habilidades e competências relacionadas às novas tecnologias nos currículos escolares. Na mesma linha de raciocínio, Castro-Filho, Freire e Maia (2016) enfatizam que os programas de capacitação para professores precisam criar um ambiente onde possam compartilhar experiências, atualizar conhecimentos e encontrar soluções inovadoras para desafios reais.

Os professores devem ser reconhecidos como aprendizes contínuos e sujeitos ativos no processo de educação e também quando se trata das tecnologias digitais. Dessa forma, têm a oportunidade de explorar uma variedade de recursos e interagir com colegas de profissão para ampliar seus conhecimentos e práticas (Maia et al, 2014).

Os professores têm muito a aprender com os novos recursos, mas é necessário que os educadores estejam abertos à exploração e ao domínio das tecnologias emergentes, bem como de outras fontes de informação disponíveis.

2.5 Recursos Educacionais Digitais (RED)

A presença cada vez mais significativa das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) no contexto educacional tem impulsionado novas formas de ensinar e aprender. No campo da Educação Matemática, uma das vertentes promissoras têm sido o desenvolvimento e a utilização de Recursos Educacionais Digitais (RED) como instrumentos didáticos para potencializar a aprendizagem. Esses recursos não apenas favorecem a representação de conceitos matemáticos por meio de diferentes linguagens, mas também ampliam as possibilidades de interação, experimentação e construção de significados pelos estudantes (Castro, 2016; Castro et al., 2020; Castro-Filho et al., 2021).

Segundo Churchill (2017), os RED são materiais multimídia produzidos com o objetivo específico de promover a aprendizagem. Tais recursos integram elementos visuais, sonoros, interativos e, frequentemente, gamificados, visando engajar os alunos em experiências mais significativas. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reconhece a importância da cultura digital e destaca o uso das TDIC como uma das competências gerais a serem trabalhadas na Educação Básica, incentivando sua integração nos processos de ensino e aprendizagem (Brasil, 2018).

Nesse contexto, a introdução de Recursos Educacionais Digitais (RED), como uma possibilidade pedagógica, tem o potencial de tornar o processo de ensino dinâmico e atraente, envolvendo os alunos de maneira efetiva. Castro-Filho, Freire e Castro (2021) apresentam como, ao longo dos anos, diversos softwares como o Function Probe ou o Cabri possibilitaram um suporte para o conhecimento da contribuição da tecnologia no desenvolvimento de conceitos matemáticos. Dessa forma, na segunda metade dos anos 1990, observou-se um significativo aporte de recursos por parte dos órgãos ligados ao Ministério da Educação para promover a difusão do saber acerca da aplicação das tecnologias digitais no ensino fundamental. Esse empenho se materializou em uma iniciativa de capacitação contínua de professores e gestores, fortalecida ainda pela disponibilização de RED (Castro-Filho, Freire e Castro, 2021).

Além disso, conforme Castro (2016), a incorporação das TDIC nas atividades escolares é justificada pelas vantagens destacadas no âmbito educacional. Essas incluem a facilidade de visualização e representação de gráficos, simulações de situações práticas, engajamento em contextos investigativos e a capacidade de produzir conteúdo e informação. Esses benefícios, entre outros, fundamentam a relevância do uso das TDIC para enriquecer as práticas pedagógicas.

Quando Recursos Educacionais Digitais (RED) são introduzidos no ambiente escolar, as atividades incorporadas buscam, por meio da resolução de problemas, engajar tanto os alunos quanto os professores. O objetivo é promover a aprendizagem para os alunos e proporcionar compreensão aos professores sobre como seus alunos interagem com as variadas ferramentas digitais, influenciando suas dinâmicas de aprendizado (Castro et al. 2020).

No campo específico da Matemática, os RED têm se mostrado úteis para abordar conteúdos tradicionalmente desafiadores, como as estruturas multiplicativas e os conceitos iniciais da Álgebra. Isso se deve, em grande parte, à capacidade desses recursos de explorar múltiplas representações — textuais, numéricas, icônicas, tabulares e gráficas — que, conforme pontua Castro (2016); Castro et al. (2020); Castro-Filho et al. (2021), são suportes tecnológicos para que os alunos compreendam o significado dos conceitos matemáticos.

Dentre os RED desenvolvidos com essa finalidade de trabalhar com a noções algébricas, destaca-se "O Reino de Aljabar: o desafio da balança". Este recurso digital, elaborado pelo grupo PROATIVA da Universidade Federal do Ceará, tem como objetivo principal promover o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de situações-problema contextualizadas e mediadas pela metáfora de uma balança de dois pratos. Inspirado no antigo recurso "Balança Interativa", descontinuado devido à obsolescência tecnológica, o "Reino de Aljabar" propõe desafios nos quais o estudante deve compreender relações de igualdade e desigualdade, equivalência e resolução de expressões que envolvem conceitos iniciais de equação e inequação (Castro-Filho et al., 2021).

O diferencial do RED "Reino de Aljabar" está na combinação entre narrativa, ludicidade e conteúdo matemático. Ambientado em um reino árabe fictício, o estudante assume o papel de um sábio que deve ajudar o Califa a distribuir presentes de forma justa. A mecânica do jogo permite que o aluno manipule objetos em uma balança digital, receba feedbacks e visualize as expressões algébricas correspondentes aos desafios propostos, promovendo um ambiente propício para o raciocínio algébrico (Castro-Filho et al., 2021).

A interface do RED proporciona uma experiência dinâmica e contextualizada, explorando o raciocínio algébrico. Vergnaud (1990) entende o conhecimento como um sistema constituído por situações, invariantes operatórios e representações. Ao integrar essa perspectiva teórica à construção do recurso, os desenvolvedores buscaram garantir que os conceitos não fossem apresentados de forma isolada, mas emergiram das interações entre os elementos da narrativa e os problemas propostos.

As contribuições pedagógicas dos RED vão além da motivação e da contextualização. Eles permitem que os estudantes desenvolvam competências cognitivas superiores, como a análise crítica, a resolução de problemas e a elaboração de estratégias próprias. Conforme observado por Castro (2016), as tecnologias digitais favorecem a construção de significados quando associadas a atividades que incentivam a produção de conhecimento.

Portanto, a utilização de Recursos Educacionais Digitais no ensino de Matemática revela-se uma estratégia eficaz para lidar com as dificuldades históricas relacionadas a conceitos como proporcionalidade, multiplicação e pensamento algébrico. Quando bem planejados e fundamentados teoricamente, esses recursos oferecem aos professores ferramentas valiosas para promover aprendizagens mais significativas, contextualizadas e conectadas à cultura digital dos estudantes.

2.6 Estudos Relacionados

No intuito em realizar uma verificação sobre as produções acadêmicas relacionadas a temática a qual o projeto se propõe, buscou-se fazer um levantamento dessas pesquisas em quatro plataformas – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD); Portal da CAPES; Scielo.org e *Google* Acadêmico, considerando o período de 2020 a 2024. Esse método constitui-se em uma pesquisa bibliográfica ou de fontes secundárias, que abrange toda bibliografia já tornada pública em relação ao tema de estudo (Marconi; Lakatos, 2003). Foi conduzido um levantamento bibliográfico com o objetivo de identificar dissertações, teses e artigos científicos que abordassem os conceitos de igualdade, equivalência, álgebra, anos iniciais, formação de professores, conhecimentos do professor e tecnologias digitais no contexto da Educação Matemática.

Esse levantamento fundamentou-se no seguinte questionamento: Quais são as possíveis contribuições que uma formação, baseada no uso de Recursos Educacionais Digitais (RED), pode trazer ao professor que ensina Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no ensino de conceitos algébricos? Com base nisso, definiu-se como objetivo analisar como as tecnologias digitais podem contribuir para a introdução do pensamento algébrico na formação continuada de professores que lecionam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Para refinar os resultados da busca, foram estabelecidos critérios de inclusão e exclusão. Como critérios de inclusão, foram considerados: trabalhos publicados entre 2020 e 2024; estudos que abordassem a relação entre igualdade e equivalência na Educação Matemática; pesquisas que envolvessem a formação de professores e o ensino de álgebra nos anos iniciais; produções acadêmicas que utilizassem tecnologias digitais como recurso educacional. Como critérios de exclusão, foram considerados: trabalhos fora do período estipulado; pesquisas que tratassem de igualdade e equivalência em contextos não relacionados à Educação Matemática; estudos cuja abordagem metodológica não estivesse alinhada ao foco da investigação.

Na análise inicial foram encontrados 79 arquivos. Após a aplicação desses critérios, foram selecionados oito trabalhos para análise detalhada (quadro 1): quatro dissertações (D) e quatro artigos (A). Essa análise se deu pela leitura do resumo, aporte teórico, metodologia e resultados. Esses estudos apresentaram abordagens teóricas e metodológicas que contribuem significativamente para a fundamentação do presente trabalho.

Quadro 1 - Levantamento de artigos, dissertações e teses entre 2020 a 2024[9]

Código	Ano	Autores(as)	Título
A	2020	José Aires de Castro Filho, Juscileide Braga de Castro, Maria de Fátima de Souza, Raquel Santiago Freire, Gabriel Marques do Nascimento	O reino de Aljabar: o desafio da balança: Um Recurso Educacional Digital para favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico
D	2022	Maria Teresa Merino Ruz	As aulas de Matemática nos anos iniciais e a integração das tecnologias: uma investigação dos conhecimentos docentes
D	2024	Dayany Barros Ferreira	Uma investigação sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais com o recurso educacional digital o reino de aljabar

[9] O uso do título e da fonte no quadro do cronograma segue a regra para ilustrações, da seção 5.8, da ABNT NBR. 15.287:2011.

D	2022	Matheus Souza de Almeida	Relação de igualdade e a noção de equivalência: um estudo sobre a implementação de orquestrações instrumentais on-line em uma aula remota
D	2020	Rejane Bianchini	Formação continuada para o uso de tecnologias digitais no ensino de ciências e matemática nos anos iniciais do ensino fundamental
A	2021	Vera Lucia Merlini, Nayana Silva Santos Araújo e César Teixeira	A Concepção de Igualdade de Estudantes do 5º Ano: um diagnóstico
A	2021	Ana Virginia de Almeida Luna, Vera Lucia Merlini e Ângela Ateone Batista do Carmo Ferreira	A igualdade na aula de matemática da educação infantil: por que devemos ficar atentos ao usar esse sinal?
A	2020	Lilian Cristina de Souza Barboza, Alessandro Jacques Ribeiro e Vinícius Pazuch	Aprendizagem Profissional de Professores dos Anos Iniciais: Explorando os Diferentes Significados do Sinal de Igualdade

Fonte: Elaboração do autor.

Na pesquisa de Castro-Filho et al., 2020 é apresentado o processo de criação de um Recurso Educacional Digital (RED) com base no modelo do Design Thinking. O RED simula uma balança de dois pratos em um ambiente gamificado, permitindo ao aluno interagir com conceitos de equivalência, igualdade e desigualdade. Os resultados mostram que o recurso contribui significativamente para o desenvolvimento do pensamento algébrico de forma lúdica, acessível e com apoio a múltiplas representações simbólicas e visuais, favorecendo a compreensão dos conceitos estruturantes da álgebra desde os anos iniciais.

Ruz (2022) buscou investigar os conhecimentos docentes de professoras polivalentes dos anos iniciais quanto à inserção das tecnologias digitais no ensino de matemática. Utilizando uma abordagem qualitativa, foi aplicado um questionário a docentes de uma escola da rede privada de São Paulo. Os resultados revelaram fragilidades significativas nos conhecimentos matemáticos e dificuldades no uso autônomo de recursos digitais. As professoras demonstraram necessidade de formações específicas, indicando que o domínio do conteúdo influencia na forma como a tecnologia é integrada ao ensino.

A pesquisa de Ferreira (2024) investigou o pensamento algébrico de estudantes do 3º e 4º ano do Ensino Fundamental em escolas públicas de Fortaleza. Diante do baixo desempenho dos alunos brasileiros em Matemática, especialmente em Álgebra, conforme apontado pelo PISA 2021, a pesquisa explorou a introdução da Álgebra desde os primeiros anos escolares por meio do desenvolvimento do pensamento algébrico. Para isso, utilizou-se o Recurso Educacional Digital (RED) *Reino de Aljabar: o Desafio da Balança*, que buscou tornar a aprendizagem mais acessível e interativa. A pesquisa analisou conceitos como equações, inequações e incógnitas por meio de atividades utilizando o RED, coletando dados via situações-problema, diários de campo, videografia e entrevistas individuais. Os resultados indicaram que os alunos avançaram na capacidade de operar com quantidades desconhecidas, resolver problemas de igualdade e desigualdade, interpretar sentenças matemáticas e compreender o símbolo de igual como representação de equivalência entre expressões. O estudo reforçou o potencial das tecnologias digitais para melhorar o ensino de Matemática e superar desafios na aprendizagem, contribuindo para novas práticas pedagógicas e pesquisas futuras na área.

O trabalho de Almeida (2022) foi realizado durante um estágio supervisionado em ensino remoto com alunos do Ensino Fundamental. A metodologia é qualitativa e exploratória, utilizando ferramentas como o Explorador da Igualdade Básico (EIB), slides e videoconferência. Inicialmente, os estudantes apresentavam uma compreensão operacional da igualdade, mas após a sequência de atividades propostas, passaram a adotar uma perspectiva relacional. A pesquisa destaca o papel do planejamento e do uso de artefatos digitais para promover a compreensão de propriedades da igualdade.

Bianchini (2020) utilizou uma abordagem qualitativa, com traços de estudo de caso. Foram aplicados questionários e utilizados registros em diário de campo e gravações ao longo de uma formação continuada com professores da rede pública. Os resultados revelaram que os participantes desenvolveram aprendizagens significativas sobre conteúdos matemáticos como álgebra, frações, perímetro e área, e avançaram em relação ao uso de tecnologias digitais. O curso permitiu não apenas ampliar o conhecimento tecnológico, mas também articular esse conhecimento com o conteúdo e a didática, promovendo desenvolvimento profissional docente.

A pesquisa de Merlini, Araújo e Teixeira (2021) teve por objetivo diagnosticar a compreensão de alunos do 5º ano sobre o sinal de igualdade. A metodologia envolveu a aplicação de um instrumento a 99 estudantes de duas escolas públicas. Os resultados mostraram que os alunos apresentam maior facilidade em situações em que o sinal de igualdade é interpretado como operador, revelando uma visão processual e unidirecional.

Apesar de ainda não estudarem equações formalmente, muitos conseguiram resolver problemas que exigiam concepções estruturais, o que aponta para a possibilidade de antecipação do trabalho com equivalência nos anos iniciais, ainda dentro do campo da aritmética.

Luna, Merlini e Ferreira (2021) analisam como o discurso sobre igualdade foi ressignificado por uma professora da Educação Infantil que participou de uma formação em *Early Algebra*. Com abordagem qualitativa, foi utilizada a Linguagem de Descrição de Bernstein para analisar o deslocamento do discurso teórico para a prática. As observações de duas atividades em sala de aula revelaram que é possível trabalhar noções de equivalência desde a Educação Infantil, por meio de interações lúdicas, brincadeiras e atividades manipulativas, aproximando as crianças de uma compreensão algébrica inicial.

Barboza, Ribeiro e Pazuch (2020), com abordagem qualitativa e interpretativa, envolveu um ciclo de 14 encontros formativos com seis professoras de anos iniciais, com base em Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP). Os resultados demonstram que as participantes ressignificaram o sinal de igualdade, deslocando sua compreensão de um significado puramente operacional para os significados de equivalência e relacional. Houve também indícios claros de mobilização de pensamento algébrico, o que reforça a eficácia de formações centradas em situações didáticas autênticas.

A análise dos oito trabalhos selecionados evidencia a relevância crescente de investigações que abordam o ensino da álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, especialmente quando articulados com a formação docente e o uso de tecnologias digitais.

Os estudos discutem, por diferentes perspectivas, a importância de compreender e ressignificar o sinal de igualdade, de promover a introdução gradual de conceitos algébricos e de estimular práticas pedagógicas que considerem a equivalência não apenas como uma operação, mas como uma relação fundamental à estrutura algébrica.

Muitos dos trabalhos destacam que os professores dos anos iniciais ainda enfrentam dificuldades conceituais para tratar desses temas, o que reforça a necessidade de formações continuadas bem estruturadas, como mostram as pesquisas de Bianchini (2020) e Barboza et al. (2020).

Além disso, o uso de Recursos Educacionais Digitais (RED), como o analisado por Castro-Filho et al. (2020) e Ferreira (2024), revela-se uma estratégia relevante para favorecer a compreensão de conceitos estruturantes da álgebra por meio de experiências interativas e lúdicas.

Por fim, os estudos reforçam a ideia de que, para uma integração efetiva das tecnologias ao ensino da matemática, é imprescindível que os professores possuam tanto domínio conceitual quanto didático, o que exige investimentos contínuos na formação docente inicial e continuada. Essas discussões, ao abordarem diferentes dimensões do problema de pesquisa, fundamentaram as escolhas metodológicas adotadas neste trabalho.

3 METODOLOGIA

Este capítulo aborda a metodologia, incluindo o tipo de pesquisa e os procedimentos metodológicos da pesquisa. Serão explicados durante esse capítulo, o local e os sujeitos da pesquisa, bem como as atividades utilizadas durante os encontros. Logo após, será descrito o desenvolvimento da pesquisa que se deu em um processo de formação continuada em cinco encontros. Após a descrição das atividades que foram realizadas, serão descritos os instrumentos de coleta de dados e técnica de análise de dados.

Pesquisas científicas não devem ser vistas apenas como um conjunto de técnicas e atividades a serem seguidas de forma fixa. É importante entender a pesquisa como essencial para a construção de conhecimento que vai apoiar discussões futuras na sociedade. Na Educação, a pesquisa tem um papel crucial, pois é através dela que se valida o conhecimento científico para propor novas ideias e desenvolver novas teorias (Andrade, 2010). De acordo Andrade (2010), a pesquisa consiste em uma série de procedimentos organizados de forma sistemática, fundamentados no raciocínio, com vistas a encontrar soluções para problemas apresentados, utilizando métodos científicos.

Segundo Gil (1994), os tipos de pesquisa podem ser classificados de várias formas e por critérios que variam de acordo com diferentes perspectivas. Quanto à sua abordagem, natureza, objetivos, procedimentos e objetos.

Para Lüdke e André (1986), esse tipo de estudo é rico em descrições detalhadas de situações e acontecimentos. Além disso, o objetivo do pesquisador, ao estudar um problema, é entender como ele aparece nas atividades, procedimentos e interações diárias.

Na ideia de delimitar nosso estudo, a abordagem apropriada é o estudo exploratório, pois ele serve para desenvolver e esclarecer conceitos e ideias, ajudando a formular problemas mais específicos ou hipóteses que podem ser investigadas em estudos futuros (Gil, 1994).

A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. Ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Ou seja, ela "trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis". (Minayo, 2001, p. 22). Conforme, a abordagem qualitativa aprofunda-se no mundo dos significados das ações e relações humanas, um lado não perceptível e não captável em equações, médias e estatísticas (Minayo,2001).

A presente pesquisa, quanto ao seu procedimento, pode ser descrita como uma pesquisa-ação. Gil (1994) apresenta a pesquisa-ação como uma metodologia que integra a investigação científica com a ação prática, visando à resolução de problemas concretos no contexto estudado. Essa abordagem é especialmente relevante em áreas como as ciências sociais e a educação.

Gil (1994) destaca que a pesquisa-ação se desenvolve por meio de um processo cíclico e participativo, envolvendo as seguintes etapas principais: a) fase exploratória; b) formulação do problema; c) realização do seminário; d) coleta de dados; e) análise e interpretação dos dados; f) divulgação dos resultados.

A fase exploratória consiste na identificação e compreensão preliminar do problema, incluindo o reconhecimento do campo de investigação, as expectativas dos envolvidos e os recursos disponíveis.

Na formulação do problema se tem uma definição clara e precisa do problema a ser investigado, estabelecendo os objetivos e os possíveis caminhos para sua resolução. Na realização do seminário (encontros formativos) tem-se a inclusão de encontros com os participantes para discutir o problema, as hipóteses e as estratégias de ação, assegurando o envolvimento coletivo no processo. Na coleta de dados é necessária uma reunião de informações relevantes por meio de técnicas adequadas, como observações, entrevistas e questionários. Na análise e interpretação dos dados tem-se um olhar crítico dos dados coletados para identificar padrões, relações e *insights* que contribuam para a compreensão do problema. Na divulgação dos resultados tem-se um compartilhamento dos conhecimentos produzidos com os participantes e a comunidade em geral, promovendo a aplicação prática das conclusões.

Kemmis e McTaggart (1988) defendem que a pesquisa-ação no campo educacional está diretamente ligada a iniciativas de inovação curricular, ao fortalecimento do desenvolvimento profissional, à formação de professores e à transformação das práticas pedagógicas. Esses autores veem a pesquisa-ação como uma oportunidade para que os docentes desenvolvam projetos genuínos voltados à identificação e solução de problemas, promovendo mudanças tanto nas perspectivas educacionais quanto nas metodologias de ensino. Portanto, a pesquisa foi direcionada para nessa perspectiva trazendo instrumentos e métodos que contribuam para o desenvolvimento profissional dos sujeitos da pesquisa.

3.1 Os sujeitos

Durante o desenvolvimento da pesquisa, houve ajustes na composição dos participantes devido a circunstâncias institucionais e logísticas, levando à inclusão de professores de outras escolas. A ideia inicial era trabalhar com os três professores do 5º ano, mas um deles teve ausências devido a problemas de natureza médica.

Para não correr o risco de ficar com apenas dois professores, enviamos o convite a outros profissionais de outras escolas para participar da pesquisa. No final, a amostra foi composta por quatro professores provenientes de três escolas diferentes (E1, E2 e E3): dois docentes de uma mesma escola (E1), um de uma segunda escola (E2) e outro de uma terceira (E3). Essas alterações foram necessárias para garantir a viabilidade da pesquisa, respeitando o contexto e as disponibilidades dos participantes, sem comprometer a qualidade ou a relevância dos dados coletados.

Participaram da pesquisa, quatro professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que lecionavam em escolas públicas de um município da região metropolitana de Fortaleza. O quadro 2 apresenta o perfil dos professores participantes. No início da pesquisa, foi proposto e enviado para cada professor um pequeno formulário (Apêndice A) a fim de colher algumas informações relevantes dos participantes conforme o propósito da presente pesquisa.

Quadro 2 - Perfil dos professores participantes

Escola	Professor	Idade	Sexo	Tempo de experiência no Município	Formação acadêmica	Turmas que leciona
E1	P1	49	M	5 a 10 anos	Especialização	5º ano
E1	P2	43	M	5 a 10 anos	Especialização	5º ano
E2	P3	54	M	5 a 10 anos	Especialização	4º e 5º anos
E3	P4	45	F	5 a 10 anos	Especialização	5º ano

Fonte: arquivo da pesquisa

A amostra desta pesquisa considerou quatro professores com experiência mínima de cinco anos no ensino de Matemática em turmas de 5º ano. A escolha inicial dessa quantidade de participantes foi pautada pela organização das turmas das escolas participantes.

Essa reconfiguração da amostra permitiu uma diversidade maior de perspectivas e contextos educacionais, enriquecendo a análise das práticas e reflexões dos professores.

Apesar da mudança em relação à proposta inicial, a metodologia seguiu rigorosamente os critérios estabelecidos para garantir a consistência da pesquisa, e a inclusão de participantes de diferentes escolas possibilitou uma compreensão mais ampla dos desafios e oportunidades no ensino de Matemática no 5º ano.

3.2 Procedimentos

A pesquisa foi realizada em dois locais: no Centro Universitário FaX (pseudônimo) e em uma escola pública municipal localizada na região metropolitana de Fortaleza. A escolha da FaX se deu porque é onde acontecem mensalmente as formações continuadas oferecidas pelo município e a escolha da escola se deu pelo número grande de turmas de 5º ano (5 turmas) e o número de professores que trabalham com Matemática nessas turmas (3 professores).

A formação foi estruturada em cinco encontros, com duração de quatro horas-aula cada. Esses encontros foram programados para coincidir com os dias destinados ao planejamento pedagógico dos professores.

Os encontros formativos ocorreram na seguinte sequência: O 1º Encontro Formativo ocorreu no dia 21 de agosto de 2024, na sala dos professores da Escola (E1), com duração de 4 horas e participação de 10 professores das turmas do 1º ao 5º ano, incluindo os quatro professores sujeitos da pesquisa.

O encontro iniciou com a apresentação dos projetos do PROATIVA, destacando o Projeto Mídias Digitais na Educação (MIDE), que ressaltou a importância das mídias digitais no processo educacional, particularmente no ensino da matemática. Em seguida, foi feita uma introdução a alguns Recursos Educacionais Digitais (RED), apresentando uma explicação teórica sobre sua definição e relevância no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Após essa introdução, os professores exploraram alguns RED para sua familiarização e conhecimentos. Entre os RED apresentados para tal fim foi o "Chocomática[10]" (Figura 2) e "Reino de Aljabar: o desafio da balança". Apesar de algumas dificuldades na manipulação dos RED, o grupo conseguiu realizar as atividades propostas. No encerramento, houve um momento de discussão e reflexão em que os professores compartilharam suas contribuições.

[10] https://mide-chocomatica-treinamento.netlify.app/#/

Figura 1 - 1º encontro: apresentando aos professores os objetivos do encontro

Fonte: arquivo da pesquisa.

Figura 2 - Professores jogando o RED “chocomática” para familiarização

Fonte: arquivo da pesquisa.

O 2º Encontro Formativo ocorreu no dia 25 de setembro de 2024, no Centro Universitário FaX, com duração de 4 horas. Estiveram presentes os quatro professores do 5º ano, que são os sujeitos da pesquisa.

O encontro teve como objetivo principal aprofundar os conceitos de igualdade e equivalência por meio de atividades práticas e reflexivas. Inicialmente, os professores participaram da resolução de situações-problema iniciais (Figura 3) relacionadas à habilidade EF05MA10, que trata das propriedades de igualdade e das noções de equivalência. Esse momento foi importante para identificar os conhecimentos prévios e estratégias utilizadas pelos professores na resolução das questões propostas.

Na sequência, foi realizada uma atividade utilizando a balança de dois pratos (Figura 4) como um recurso didático para facilitar a visualização e compreensão dos conceitos de igualdade e uma atividade para a descoberta de valores desconhecidos. Essa prática foi alinhada à habilidade EF05MA11.

Ao final das atividades foi reservado um momento de compartilhamento, no qual os professores tiveram a oportunidade de discutir as atividades realizadas, relatar as dificuldades encontradas e apresentar suas contribuições e sugestões para a continuidade do trabalho formativo.

Esse espaço de diálogo foi gravado com a ciência e autorização de cada participante. Esse momento permitiu que eles expressassem suas percepções e refletissem sobre as implicações das atividades em suas práticas pedagógicas. Nesses momentos gravados foram tratados de maneira leve e informal, porém com a percepção e anotações de tudo que acontecia.

Figura 3 - Momento da resolução das situações problemas iniciais

Fonte: arquivo da pesquisa

Figura 4 - Atividade com a balança de dois pratos

Fonte: arquivo da pesquisa.

O 3º Encontro Formativo aconteceu no dia 2 de outubro de 2024, na sala dos professores da Escola 1 (E1), com duração de 4 horas. Contou com a participação de 10 professores das turmas do 1º ao 5º ano, incluindo os 4 sujeitos da pesquisa.

Durante o encontro, os professores exploraram o RED "Reino de Aljabar: o desafio da balança"(Figura 5). Para esta pesquisa foi escolhido o modo sequencial do jogo, visando observar como os professores utilizam os conceitos algébricos ou conhecimentos de equivalência, equação, inequação e evoluem ao longo das diferentes fases. Essa abordagem também permite identificar até que nível os jogadores com maior ou menor dificuldade conseguem progredir no jogo.

Após a utilização do RED, foi realizado um momento de reflexão e discussão, no qual os professores tiveram a oportunidade de compartilhar ideias, reflexões, dificuldades e sugestões sobre a experiência. Esse espaço de diálogo foi importante para que os docentes analisassem as possibilidades de utilização do recurso em suas práticas pedagógicas e refletissem sobre os impactos desse tipo de tecnologia no ensino de matemática.

Figura 5 - Momento da utilização do RED

Fonte: arquivo da pesquisa.

O 4º Encontro Formativo foi realizado no dia 9 de outubro de 2024, no Centro Universitário FaX, com duração de 4 horas. Estiveram presentes 4 professores do 5º ano. O principal objetivo do encontro foi avaliar os avanços dos professores em relação aos conceitos abordados durante a formação. Para isso, foi realizada a resolução de situações-problema finais, replicando as mesmas atividades do segundo encontro. Essa abordagem buscou identificar o progresso nas estratégias utilizadas e nos conceitos explícitos de igualdade, equivalência, equação e inequação, em consonância com a habilidade EF05MA10.

Após a conclusão das atividades, houve um momento de compartilhamento, no qual os professores tiveram a oportunidade de relatar suas contribuições, dificuldades e sugestões relacionadas ao desenvolvimento das atividades. Esse espaço de troca foi essencial para que os participantes refletissem sobre o impacto das estratégias formativas em sua compreensão dos conceitos e nas suas práticas pedagógicas.

O encontro representou um momento importante para consolidar os aprendizados da formação e identificar possíveis avanços no conhecimento dos professores em relação aos conceitos trabalhados, destacando a relevância de práticas reflexivas no processo de ensino e aprendizagem.

O 5º e último Encontro Formativo ocorreu no dia 16 de outubro de 2024, no Centro Universitário FaX, com duração de 4 horas. Participaram 4 professores do 5º ano, sujeitos da pesquisa. O encontro teve como foco principal realizar uma avaliação final dos encontros e aprofundar a compreensão sobre o que foi apresentado. A atividade inicial consistiu na realização de entrevistas individuais com cada um dos quatro professores participantes da pesquisa, com o objetivo de analisar de forma detalhada como a formação contribuiu para o aprimoramento de seus conhecimentos sobre conceitos como igualdade, equivalência, equação e inequação. Essa entrevista durou 20 minutos com cada professor, totalizando 80 minutos (1 hora e 20 minutos) e permitiu identificar avanços, lacunas e a aplicabilidade dos aprendizados em suas práticas pedagógicas.

Na sequência, foi promovida uma avaliação geral da formação, proporcionando um espaço de reflexão coletiva sobre todo o processo formativo. Durante esse momento, os professores expressaram suas percepções sobre as contribuições da formação em sua prática docente, seus conceitos a respeito da Álgebra, destacaram os aspectos mais relevantes das atividades desenvolvidas e apresentaram sugestões para aprimoramentos futuros.

3.3 Instrumentos de coleta de dados

A coleta de dados foi realizada por meio de diferentes instrumentos: a) situações-problemas (Anexo A); b) diário de campo, com perguntas direcionadas para a observação das interações e comportamentos observados durante a realização das atividades (Apêndice B); c) roteiro de entrevista, aplicado durante os encontros finais para aprofundar a compreensão sobre as percepções e aprendizagens dos professores ao longo da formação (Apêndice C).

3.3.1 Situações-problemas

As situações-problema foram elaboradas com base nos estudos de Carraher, Brizuela e Jones (1998), Schliemann e Brizuela (2006) e Freire (2011) e foram compostas de oito questões, divididas igualmente entre aquelas em que as quantidades das transformações são implícitas e explícitas em contextos cotidianos, envolvendo operações de adição, subtração, comparação e redistribuição, com o intuito de mobilizar os conceitos de igualdade, equação e inequação (Apêndice A e B).

Essas situações foram apresentadas no início dos encontros (2º encontro) e após as atividades com a balança de dois pratos e o RED: O reino de Aljabar: o desafio da balança (4º encontro). O objetivo foi avaliar como as atividades contribuíram para o aprendizado dos participantes. Apesar de os contextos e as quantidades dos problemas variarem entre os dois testes, o grau de dificuldade das situações-problema foi mantido equivalente.

As situações-problemas foram adaptadas do estudo de Freire (2011) e tiveram um total de oito questões, divididas de forma equilibrada entre aquelas em que as quantidades de transformação são implícitas e explícitas. O objetivo foi verificar se os participantes compreendem que uma equação mantém sua equivalência quando a mesma quantidade é adicionada ou subtraída em ambos os lados.

Por outro lado, quando as quantidades adicionadas ou subtraídas são diferentes, isso gera uma inequação, demonstrando que os termos da equação deixam de ser iguais. As situações-problema apresentadas utilizam contextos do cotidiano, como aniversários, coleções de objetos e biscoitos, sendo organizadas em duas categorias de questões: 1) aquelas em que as quantidades são conhecidas desde o início e 2) aquelas em que as quantidades são desconhecidas (Ferreira, 2024).

Nas quatro questões com quantidades conhecidas, os desafios envolvem a adição ou subtração de valores previamente determinados, que podem ser iguais ou diferentes. Ao final de cada questão, os participantes são convidados a refletir e responder se a quantidade de itens permanece igual ou se houve alteração, de acordo com a situação apresentada.

Na primeira questão, os personagens começam com a mesma quantidade de bolas de gude, e em seguida são adicionadas quantidades iguais. Na segunda questão, segue-se a mesma lógica, mas com a subtração de duas quantidades iguais. Na terceira questão, ocorre novamente a adição de quantidades, porém agora os valores adicionados são diferentes. Por fim, na quarta questão, são subtraídas quantidades diferentes.

Nas outras quatro situações-problema, nas quais quantidades desconhecidas, os desafios envolvem a adição ou subtração de valores que podem ser iguais ou diferentes, mas que não são claramente indicados no enunciado.

Embora a lógica dos questionamentos seja a mesma das primeiras quatro situações, a ausência de informações explícitas exige dos participantes um maior nível de abstração para resolver as questões.

3.3.2 Balança de dois pratos

As balanças tradicionais de dois pratos, como as representadas no RED Reino de Aljabar não são mais comuns no cotidiano. Dessa forma, essa atividade teve, além do objetivo de trabalhar conceitos algébricos como a noção de equivalência, teve a intenção de promover uma compreensão mais clara sobre o funcionamento desse tipo de balança. Segundo Castro-Filho et al. (2021), a atividade proporciona aos jogadores, de forma individual, o acesso a uma balança de dois pratos e a uma variedade de materiais.

De acordo com Ferreira (2024), entre esses materiais estavam pesos conhecidos de 50g, 100g, 200g, 500g, 1kg e 2kg, bem como sete recipientes diferentes com pesos não informados aos professores (considerados pesos desconhecidos). Esses recipientes incluíam: 150g (preto), 300g (verde e roxo), 350g (laranja), 400g (rosa), 450g (vermelho) e 900g (amarelo), como ilustrado na Figura 6.

Figura 6 - Atividade com a balança. Igualando os pesos

Fonte: arquivo da pesquisa.

Os valores dos recipientes foram escolhidos para estimular os professores a utilizarem diferentes estratégias na tarefa de equilibrar a balança. Por exemplo, para determinar o peso de um recipiente de 150g, o professor poderia colocar um peso conhecido de 200g em um dos pratos da balança e, no outro prato, posicionar o recipiente desconhecido junto com um peso de 150g. Se a balança permanecesse equilibrada, o professor poderia concluir que o peso do recipiente desconhecido é 50g (200g - 150g). Outra estratégia possível seria colocar um peso conhecido de 100g em um prato e, no outro, o recipiente desconhecido acompanhado de um peso de 50g. Se a balança equilibrasse, o professor poderia deduzir que o peso do recipiente é 150g (100g + 50g).

3.3.3 RED O Reino de Aljabar: o desafio da balança

O Reino de Aljabar: o desafio da balança[11] (Castro-Filho et al., 2021) é um Recurso Educacional Digital (RED) desenvolvido para promover o desenvolvimento de habilidades relacionadas ao pensamento algébrico. Ele teve inspiração no recurso Balança Interativa (Castro-Filho et al., 2003). O RED utiliza elementos de gamificação para engajar os alunos e oferece uma abordagem contextualizada, que dialoga com as recentes mudanças pedagógicas, legislativas, como as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e tecnológicas.

A narrativa do jogo se desenrola no fictício Reino de Aljabar, referência à palavra "álgebra" em árabe. No enredo, o califa Al Mansur, conhecido por sua generosidade, deseja recompensar seus súditos por virtudes como empatia, cooperação, responsabilidade e persistência, presenteando-os de forma justa. O jogador assume o papel de um(a) sábio(a) que ajuda o califa a realizar essa distribuição justa dos presentes (Figura 7).

[11] http://mide-balanca-interativa.netlify.app/

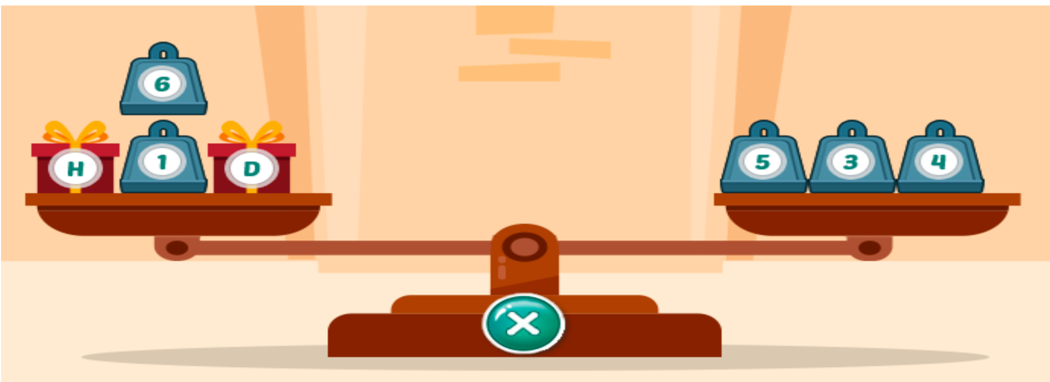
Figura 7 – Tela inicial do RED Reino de Aljabar

Fonte: telas do RED Reino de Aljabar.

O desafio proposto ao jogador consiste em identificar os pesos dos presentes, utilizando uma balança como ferramenta para comparar pesos conhecidos com desconhecidos. A balança permite posicionar até cinco pesos em cada prato e apresenta três estados possíveis: equilíbrio, desequilíbrio para a direita e desequilíbrio para a esquerda, conforme ilustrado nas Figuras 8 e 9.

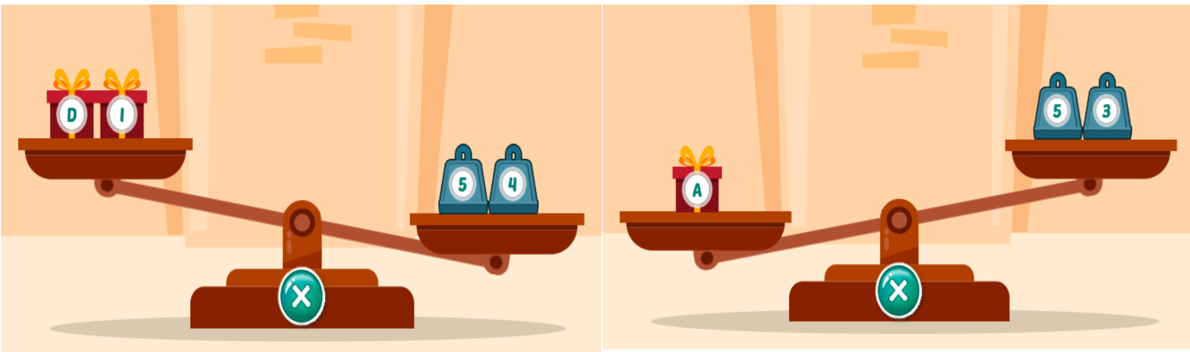
O estado de igualdade ocorre quando a soma dos pesos presentes em ambos os pratos da balança é exatamente igual (Figura 8). A desigualdade para a direita acontece quando a soma dos pesos ou presentes no lado direito da balança supera a do lado esquerdo. Já a desigualdade para a esquerda ocorre quando a soma dos pesos ou presentes no lado esquerdo é maior do que a do lado direito (Figura 9). Essa dinâmica exige que o jogador raciocine sobre as relações de igualdade e desigualdade; equação e inequação, utilizando a balança como uma representação visual para desenvolver o pensamento algébrico de forma prática e contextualizada.

Figura 8 - Balança em estado de igualdade



Fonte: telas do RED Reino de Aljabar.

Figura 9 - Balança em desigualdade à direita e à esquerda, respectivamente



Fonte: telas do RED Reino de Aljabar.

O jogo é estruturado em quatro níveis, oferecendo a opção de escolha entre sequencial e livre. Na sequência, o jogador deve seguir todas as sequências que vão do nível 1 ao nível. Para prosseguir, o jogador precisa concluir o desafio de equilibrar a balança achando os valores dos pesos. No livre, o jogador pode escolher qualquer nível ao qual ele deseja jogar. Há quatro níveis de dificuldade, desafiando os jogadores a determinar os valores dos presentes com base nas indicações visuais da balança (Castro Filho, et al., 2021).

No nível 1, o principal objetivo é familiarizar o usuário com as regras básicas, os botões e as funcionalidades do jogo. Nesse estágio, são introduzidos pesos desconhecidos, representados pelas letras de A a I, com valores que variam de 1 a 10, além de pesos conhecidos, cujos valores variam de 1 a 9. Esse nível permite que o jogador compreenda como o jogo funciona, aprenda a inserir informações corretamente e receba feedback em tempo real sobre suas ações.

Nos níveis seguintes (2, 3 e 4), a estrutura básica do jogo permanece semelhante à do nível inicial, mas com algumas variações. A quantidade de pesos conhecidos disponíveis diminui progressivamente: no nível 2, são 7; no nível 3, são 5; e, no nível 4, apenas 3, sendo que os valores dos pesos conhecidos são randômicos. Já os pesos desconhecidos continuam variando de 1 a 10. Essa redução gradual no número de pesos conhecidos é projetada para incentivar os jogadores a desenvolverem estratégias de resolução de problemas algébricos, sem que se sintam sobrecarregados com informações ou recursos excessivos. A Figura 10 ilustra os botões e as funcionalidades da tela principal, que são detalhados em seguida.

Figura 10 – Tela do Balança Interativa

Fonte: telas do Reino de Aljabar.

Funcionalidades:

1. **Presentes com pesos desconhecidos:** nomeados das letras A à I, representam as incógnitas a serem encontradas.
2. **Retornar ao início do jogo: permite** retornar ao começo do jogo e alterar o modo de jogo, sequencial ou livre.
3. **Notas de orientação: notas** com orientações sobre o jogo que podem ser acessadas a qualquer momento.
4. **Registro de pesos encontrados:** local para registro dos pesos dos presentes encontrados (incógnitas).
5. **Indicação de nível:** indica o nível que está sendo utilizado.
6. **Contagem de movimentos:** indica a quantidade de movimentos realizados.
7. **Registro de erros:** registra a quantidade de erros em cada nível.
8. **Expressão algébrica:** apresenta a expressão algébrica representada na balança virtual, a partir dos pesos conhecidos e presentes.
9. **Histórico de movimentos:** permite acesso ao histórico de movimentos realizados e anotações que podem ser feitas pelos usuários no decorrer do jogo.
10. **Valores dos pesos conhecidos:** apresenta os valores dos pesos conhecidos, que variam de quantidade de acordo com o nível.
11. **Balança virtual:** Balança para manipulação dos presentes e pesos conhecidos.
12. **Botão de reinício:** Botão que permite retirar todos os pesos da balança sem contagem de movimento.
13. ***Feedback* de acerto:** *feedback* de acerto de valor registrado.
14. ***Feedback* de erro:** *feedback* de erro do valor registrado.

Destinado a alunos do 4º ano do Ensino Fundamental (com idades entre 9 e 10 anos), o principal objetivo pedagógico é o desenvolvimento de habilidades do pensamento algébrico, com ênfase nas competências EF04MA14 (Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos) e EF04MA15 (Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais), que podem ser correlacionados com a habilidades EF05MA10 e EF05MA11, conforme propostas pela BNCC (Brasil, 2018).

Em relação às habilidades do 5º ano, a EF05MA10 propõe que o aluno "a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência" (Brasil, 2018, p. 295).

A habilidade EF05MA11 estabelece que o aluno deve "Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido" (Brasil, 2018, p. 295).

Essas competências indicam a compreensão do conceito de equivalência e sua aplicação na resolução de problemas. Ambas buscam explorar as propriedades da igualdade, promovendo o raciocínio lógico e o pensamento algébrico inicial.

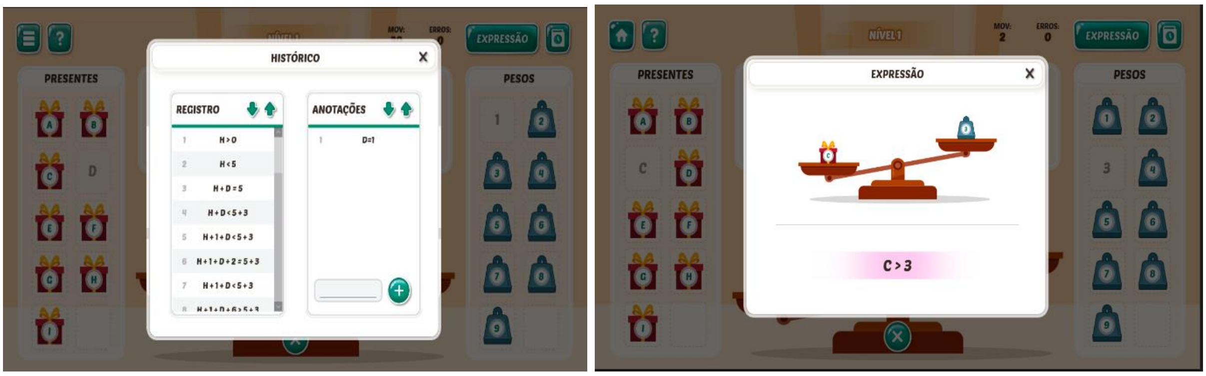
Elas incentivam o uso de estratégias diversas, como operações inversas e representações icônicas e simbólicas, para resolver sentenças matemáticas envolvendo números desconhecidos, fortalecendo assim a capacidade de manipular relações de igualdade de forma simbólica e contextualizada.

Além disso, elas se complementam ao envolver não apenas a resolução de problemas, mas também a elaboração de situações que reforcem o entendimento do conceito de equivalência, permitindo ao aluno aplicar os conhecimentos em contextos práticos e criativos (BNCC, 2018).

O RED também permite explorar habilidades da unidade temática de números, por meio de atividades que propiciam a resolução de problemas que envolvem adição e subtração por meio de diferentes estratégias (EF05MA07). O Reino de Aljabar oferece, durante o jogo, a possibilidade de acessar, a qualquer momento, um histórico detalhado das ações realizadas pelos usuários. Esse histórico, juntamente com a funcionalidade de expressão (Figura 11), utiliza notação algébrica para indicar as relações entre os presentes e os pesos, empregando os símbolos matemáticos > (maior que), < (menor que) e = (igual a).

Essas ferramentas registram todas as movimentações realizadas no jogo e introduzem o uso de notações formais, ajudando os jogadores a desenvolver estratégias mais eficazes para superar os desafios apresentados. Por exemplo, ao consultar o histórico, o jogador pode analisar se os presentes são maiores, menores ou iguais ao peso, o que contribui para o aprimoramento de suas habilidades algébricas e para a compreensão das relações matemáticas envolvidas.

Figura 11 - Histórico e expressão



Fonte: telas do RED O Reino de Aljabar.

O RED combina um design visualmente atrativo para crianças com elementos de gamificação. Por meio de estratégias, os jogadores são recompensados com itens temáticos, como artefatos árabes, perfumes, moedas e joias, conforme avançam pelos níveis do jogo. Os participantes têm a opção de acumular mais recompensas repetindo os níveis ou de seguir para o próximo desafio (Figura 12).

Durante a experiência, os jogadores recebem feedbacks sobre seus acertos e erros, e, caso enfrentem dificuldades, podem escolher entre retornar ao nível anterior, revisar as orientações ou continuar jogando. A introdução de elementos típicos de jogos, como narrativas, recompensas, feedbacks e desafios progressivos, busca motivar e engajar os estudantes.

Figura 12 - Exemplos de recompensas durante o jogo

Fonte: telas do RED, O Reino de Aljabar

Ao passo que os jogadores vão atingindo os seus objetivos (passar de nível no modo sequencial), eles são compensados com algumas premiações. As premiações se diferenciam em cada fase concluída.

3.4 Análise de dados

A análise de dados constitui uma etapa crucial na pesquisa, pois é o momento em que o pesquisador busca interpretar e dar sentido às informações coletadas, de modo a responder aos objetivos da investigação. No caso desta pesquisa, optou-se pela utilização da Análise de Conteúdo (Bardin, 1977) como técnica para examinar as respostas obtidas por meio dos instrumentos diagnósticos, observações e entrevistas. Essa técnica permite explorar em profundidade os significados subjacentes às falas, comportamentos e interações dos participantes, possibilitando uma compreensão mais ampla e detalhada das especificações investigadas.

3.4.1 Procedimentos de Análise de Conteúdo

3.4.1.1 Pré-Análise

A fase de pré-análise nesta pesquisa envolveu a leitura inicial do material coletado, que inclui as respostas dos instrumentos diagnósticos, os registros do diário de campo e as transcrições das entrevistas.

3.4.1.2 Codificação e Categorização

Na fase de exploração do material, foi realizada a confirmação das respostas e dos relatos, de modo a identificar unidades de sentido que representam temas ou conceitos-chave, como "igualdade", "equação", "inequação", entre outros.

3.4.1.3 Análise das Categorias

Após a categorização dos dados, foi realizada uma análise aprofundada das categorias identificadas. A análise buscou responder a questões como: quais são as dificuldades mais recorrentes relacionadas aos professores? Como eles compreendem os conceitos de igualdade, equação e inequação antes e após a formação? Qual foi o impacto do uso do RED nesse processo de aprendizagem?

4 RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados obtidos. As informações foram organizadas pelas atividades: resoluções das situações-problemas iniciais (SPI) e finais (SPF) pelos professores; a atividade com a balança de dois pratos; as estratégias e dificuldades encontradas no uso do RED Reino de Aljabar e as respostas dos sujeitos às perguntas da entrevista realizada com eles.

4.1 Resoluções das situações-problemas iniciais (SPI) e finais (SPF) pelos professores

Esta seção apresenta o desempenho dos professores em cada situação-problemas (inicial e final), fazendo uma relação com o corpo teórico da pesquisa, assim como os registros e as falas dos próprios sujeitos da pesquisa.

A análise das resoluções dos professores identificou o acerto ou erro de cada questão e também as estratégias utilizadas, os tipos de representação adotados e o nível de formalização matemática presente nas respostas.

A tabela 1 apresenta um panorama do desempenho dos quatro professores participantes (P1, P2, P3 e P4) em cada uma das oito situações-problema, tanto na versão inicial (SI) quanto na versão final (SF). O indicador "Acertou" refere-se à obtenção correta da resposta e /ou com justificativa adequada, enquanto "Errou" indica a presença de erros nos cálculos e /ou ausência de justificativa.

Tabela 1 - Desempenho dos Professores nas Situações-Problema Iniciais (SI) e Finais (SF)

Situação	P1	P2	P3	P4
SPI1	Acertou	Acertou	Errou	Acertou
SPF1	Acertou	Acertou	Errou	Acertou
SPI 2	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
SPF 2	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
SPI 3	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
SPF 3	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
SPI 4	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
SPF 4	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
SPI 5	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
SPF 5	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
SPI 6	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
SPF 6	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
SPI 7	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
SPF 7	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
SPI 8	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou
SPF 8	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou

Fonte: elaboração do próprio autor

O resultado do desempenho dos professores nas situações-problemas iniciais e finais revela um alto índice de acertos. Como cada professor respondeu 16 questões (8 situações-problemas iniciais e 8 finais), o que representa 64 resoluções, tivemos 14 questões acertadas e 2 questões erradas. Portanto, a porcentagem de acertos foi de 96,87% de visto que somente P3 errou a situação-problema 3 nos dois instrumentos (inicial e final).

Esse ótimo desempenho pode ser atribuído a diferentes fatores interligados ao conhecimento docente, à familiaridade com os tipos de atividades e à própria prática pedagógica cotidiana.

As situações apresentadas, ainda que estruturadas para mobilizar conceitos de igualdade, equação e inequação, aproximam-se de problemas que esses professores já estão habituados a trabalhar com seus alunos do 5º ano, sobretudo no campo da aritmética.

Embora os professores possam inicialmente tratar a equação de forma operatória, como aponta Kieran (1981), seu conhecimento lhes confere habilidade para interpretar e resolver problemas contextualizados.

Ao contrário dos estudantes, que ainda estão em processo de construção conceitual, os professores contam com a bagagem acumulada de sua formação inicial e continuada, além da vivência com resoluções semelhantes em sala de aula.

Na seção a seguir foi analisado o desempenho dos professores em cada situação-problema inicial e final, fazendo relação com suas falas e registros realizados pelo pesquisador.

4.1.1 Situação-Problema Inicial e Final 1 (SPIF 1)[12]

Na SPIF 1 trata-se de comparação de quantidades iguais (João e Sara). Na versão inicial, a maioria dos professores reconheceu a igualdade de quantidades. O P3, porém, errou por desconsiderar os ganhos adicionais de João e Sara (Figura 13). Percebeu-se que o P3 ap armar a conta relativo ao João, ele a fez de maneira equivocada.

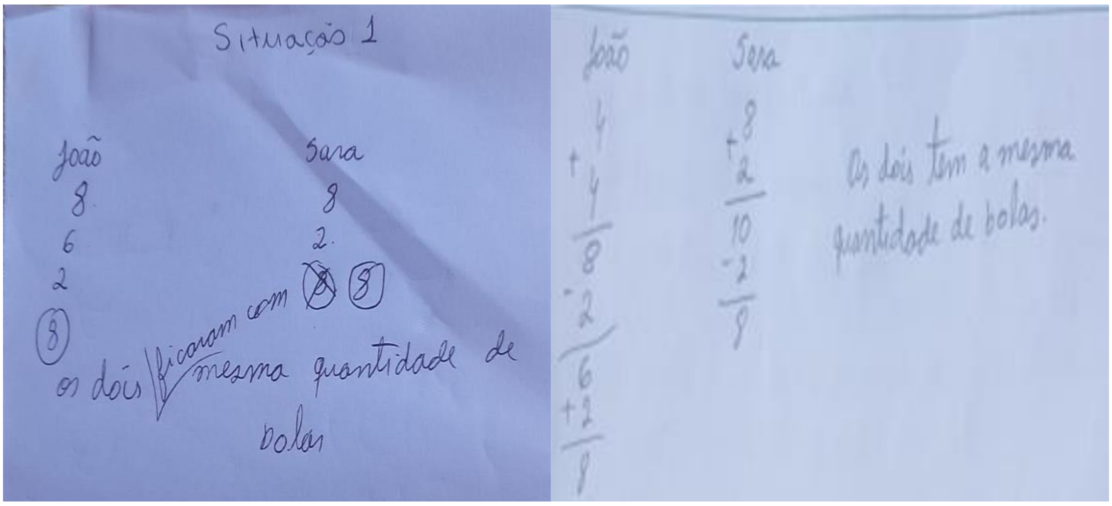
A soma das duas primeiras parcelas passa a ser o minuendo da segunda operação. Em seguida o resto passa a ser uma das parcelas da última operação. Da mesma forma ele fez

[12] João e Sara estão brincando de bolas de gude. João pegou 4 bolas de gude do seu bolso esquerdo para brincar. João pegou então mais 4 bolas de gude do seu bolso direito para brincar. Sara levou 8 bolas de gude da sua coleção para brincar. Durante o jogo, Sara ganhou mais 2 bolas de gude. João também ganhou 2 bolas de gude durante o jogo. Você acha que João tem a mesma quantidade de bolas de gude da Sara? Ou você acha que um tem mais bolas de gudes que outro?

para calcular a quantidade de Sara. Isso tem que ser ressaltado, pois é muito comum os alunos registrarem 8+2=10-2=8, o que significa dizer que 8+2=8, que não é verdade.

Ele considerou a equivalência, porém, esqueceu de adicionar os ganhos tanto na SPI1 como na SPF1 e, consequentemente, errou o resultado final nas duas situações-problemas.

Figura 13 - Resolução da SPI e SPF 1 - P3



Fonte: arquivo da pesquisa.

Já na versão final, os professores P1, P2 e P4 apresentaram argumentos mais completos, com destaque para P1 e P4, que utilizaram termos como “equilíbrio” e “igualdade” explicitamente como na fala da P4. *“Apesar das dimensões diferentes, ela vai se equilibrar até chegar na mesma quantidade, no mesmo número”.*

Na fala da professora P4 há indícios de compreensão da equivalência, em que se entende que diferentes expressões ou combinações de valores podem conduzir ao mesmo total que é algo que está na base da noção de equação. Essa fala mostra aproximação ao pensamento relacional descrito por Sfard (1991).

O avanço verificado se encaixa no que Sfard (1991) chamaria de transição de um pensamento operacional, focado na execução de procedimentos, para um pensamento estrutural, voltado à compreensão das propriedades e relações que sustentam os cálculos.

Além disso, o argumento mais completo é evidenciado também pela melhor organização da resposta escrita, com mais atenção à apresentação dos dados e justificativas, o que mostra não apenas maior domínio do conteúdo, mas também uma maior preocupação com a clareza do discurso matemático — importante para a prática docente, como discutem Ball, Thames e Phelps (2008) ao tratar do conhecimento matemático especializado para o ensino.

Segundo Vergnaud (1990), esse tipo de mudança indica um rearranjo nos esquemas conceituais. Antes, o esquema ativado era operatório (somar valores diretos). Depois, ele passou a articular a situação na totalidade, mobilizando o conceito de equivalência aritmética.

4.1.2 Situação-Problema Inicial e Final 2 (SPIF 2)[13]

A SPIF 2 trata de alterações compensatórias (Bruno e Tiago). Desde a atividade inicial, os professores compreenderam bem a equivalência envolvida na situação. A fala do P2 no 2º encontro sintetiza essa compreensão: "*É parecido porque a gente usa a soma. A diferença é que tem que subtrair*."

Essa capacidade de reconhecer relações de compensação é um resultado de avanço na dimensão relacional da álgebra (Lima e Bianchini, 2017). Os professores (especialmente P1 e P2) chegaram ao resultado correto, mas o fizeram de forma resumida, com uma fala do tipo mais simples, como disse o P2 no 2º encontro: *"Bruno e Tiago têm a mesma quantidade."*

Na versão final, os professores melhoraram a comunicação escrita da matemática, detalhando as etapas com mais clareza, o que representa também um avanço em seu Conhecimento Matemático para o Ensino (Ball et al., 2008).

Os mesmos professores passaram a demonstrar os cálculos, indicando os valores de soma e subtração usados; separar os dados de Bruno e de Tiago e comparar os totais de forma argumentativa. No 4º encontro os professores P1 e P2 disseram frases como: *"Bruno: 4 + 3 + 5 – 2 = 10. Tiago: 6 + 4 – 0 = 10. Ambos têm a mesma quantidade."*.

Os professores também passaram a organizar as etapas do problema de forma sequencial, respeitando a estrutura lógica da resolução (exposição dos dados → cálculo → comparação → conclusão), fazendo assim uma organização estrutural das resoluções mais fácil para a compreensão do outro.

Essa organização que os professores demonstraram nas suas resoluções (figuras 14 e 15) melhora a comunicação matemática escrita, pois torna o pensamento acessível aos leitores — alunos, outros professores ou avaliadores — e é fundamental para a prática docente. Como afirmam Ball, Thames e Phelps (2008), essa capacidade de transformar o conhecimento

---

13

Bruno e Tiago adoram comer chocolate. Um dia, Bruno levou 10 chocolates para a escola e depois comprou mais 2 na loja da escola. Tiago levou 5 chocolates, comprou então mais 5 na loja da escola e ganhou mais 2 de um outro amigo. No recreio, Tiago comeu 2 de seus chocolates e Bruno comeu também 2 de seus chocolates. Você pensa que após o recreio Tiago tem a mesma quantidade de chocolates que Bruno? Ou, você acha que um tem mais chocolates do que o outro? Explique como pensou. Explique como pensou.

matemático em linguagem clara, acessível e organizada é parte do *conhecimento especializado para o ensino*.

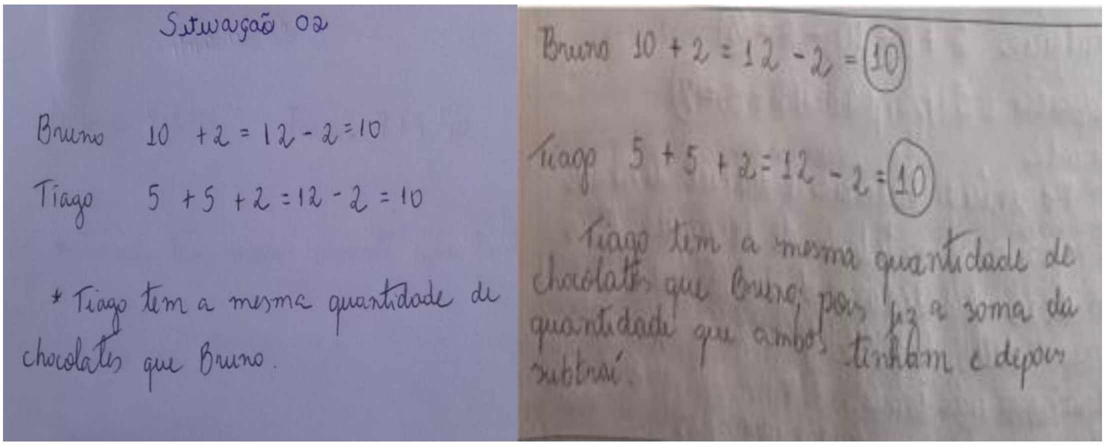
Apesar de uma melhor organização dos dados da questão, o Professor 1 (P1) resolveu a situação de forma aritmética, apresentando os cálculos das quantidades de chocolates recebidas e consumidas por Bruno e Tiago, ele concluiu que: "*Tiago tem a mesma quantidade de chocolates que Bruno, pois fiz a soma da quantidade que ambos tinham e depois subtrai.*" Ele usou resolução aritmética, ou seja, executou as operações numéricas de forma direta, somando e subtraindo os valores apresentados no enunciado. Não há uso de variáveis ou raciocínio algébrico.

Apesar de correta, a resolução é aritmética e limitada à manipulação numérica direta. Ela ainda não demonstra uma compreensão mais abstrata ou relacional da igualdade, como seria possível com uma abordagem algébrica (por exemplo, equacionando a situação como $10+2-2 = 5+5+2-2$.

A justificativa oferecida por P1 é coerente com a estratégia usada ("*fiz a soma da quantidade que ambos tinham e depois subtrai*"), o que revela que ele conseguiu interpretar logicamente a sequência das ações na situação e validar a igualdade de quantidades finais.

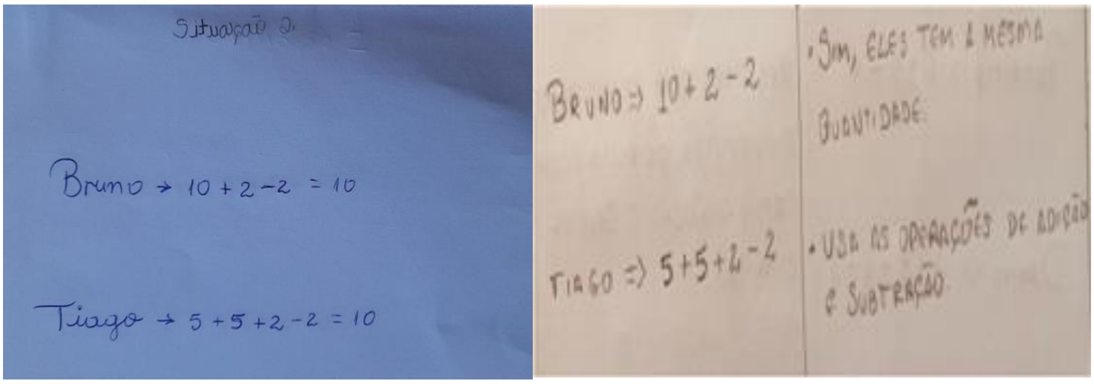
O P1 apresentou uma resolução correta e coerente, mas ainda dentro de um nível operatório e aritmético, conforme definido por Kieran (1981) e Lima & Bianchini (2017). Ainda que não haja transição para um raciocínio algébrico mais relacional, observa-se clareza no raciocínio e progressão na capacidade de justificar os resultados.

Figura 14 - Resolução da SPI e SPF 2 - P1



Fonte: arquivo da pesquisa.

Figura 15 - Resolução da SPI e SPF 2 - P2



Fonte: arquivo da pesquisa.

Embora a fala de P2 seja a mais explícita, todos os professores, na versão final da Situação 2, passaram a apresentar os cálculos separados para cada personagem (Bruno e Tiago), detalharam as operações (soma e subtração) e chegaram à conclusão explícita da equivalência. Essa mudança organizacional dá suporte empírico à fala de P2, consolidando a interpretação de que houve uma melhoria concreta na comunicação matemática.

4.1.3 Situação-Problema Inicial e Final 3 (SPIF 3)[14]

Na SPIF 3, a questão da *desigualdade* é abordada no problema (Bárbara e Joana). Os professores identificaram a diferença entre as quantidades com facilidade, associando corretamente à noção de desigualdade. No 2º encontro, o P4 resumiu bem essa compreensão ao dizer que: "*Há um desequilíbrio*."

Essa concepção está alinhada com a dimensão comparativa das inequações, conforme discutem Filloy e Rojano (1989). Entre as versões, o que evoluiu foi a explicitação dos cálculos e da argumentação, com alguns professores passando a usar termos algébricos ou representações simbólicas, sinalizando uma transição do pensamento aritmético ao algébrico (Carraher et al., 2006).

Na situação inicial, a resposta do P3 é direta e sintética. Ele afirma que Bárbara tem mais presentes do que Joana, mas não apresenta cálculos explícitos nem argumentação formalizada, ou seja, apenas conclui com base no senso comum.

---

[14] Bárbara e Joana fazem aniversário no mesmo dia. Bárbara ganhou 7 presentes das suas amigas, e Joana também ganhou 7 presentes das suas amigas. Quando a festa acabou, as duas garotas tiveram uma festa surpresa feita por suas famílias e receberam mais presentes. Bárbara recebeu mais 6 presentes da sua família. Joana recebeu mais 3 presentes da sua. Você acha que no final do dia, Joana tem a mesma quantidade de presentes que Bárbara?

Já na versão final, o mesmo professor apresenta os cálculos separados (figura 16). O total de presentes de Bárbara e a soma dos números fornecidos; o total de presentes de Joana com valor inferior e conclusão de que Bárbara tem mais presentes.

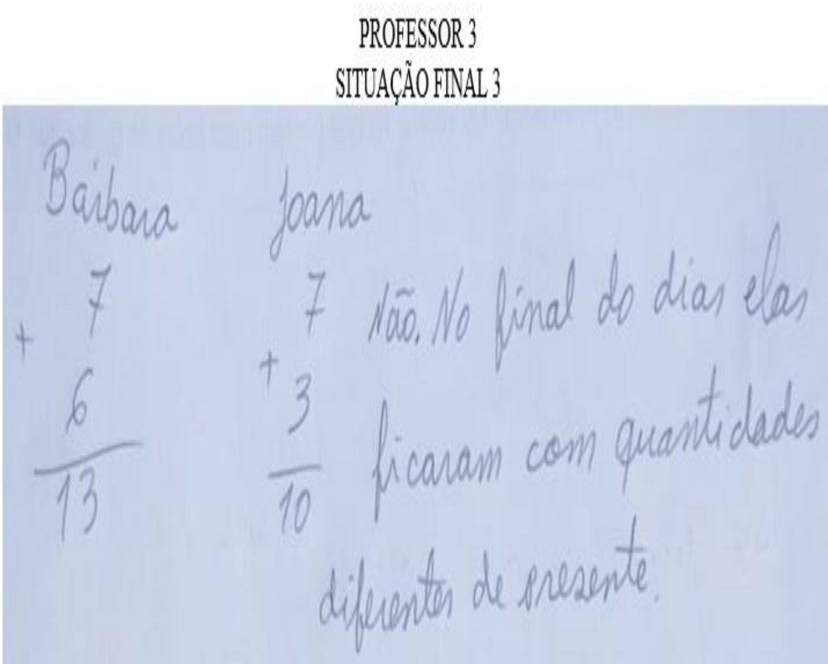
A justificativa apresentada por P3 é simples e objetiva, e mostra que o professor entendeu corretamente o desenvolvimento da situação. Ele não apenas acertou o cálculo, como também identificou corretamente a desigualdade entre as quantidades finais.

O raciocínio continua no campo aritmético. P3 não recorre a variáveis, expressões algébricas ou argumentações mais estruturais, mas ainda assim demonstra um entendimento claro da lógica da situação.

Segundo Kieran (1981) e Filloy & Rojano (1989), essa abordagem revela uma concepção operatória da igualdade, centrada em cálculos diretos. Ainda não se observa um avanço para a dimensão relacional da álgebra, conforme propõem Lima & Bianchini (2017).

A resolução de P3 é correta e coerente, embora limitada ao plano operatório. Mostra domínio básico dos procedimentos aritméticos e capacidade de interpretar corretamente a situação-problema. Faltou, contudo, uma representação mais abstrata ou o uso de uma linguagem algébrica que caracterizaria um avanço para o pensamento relacional. Mesmo assim, trata-se de uma resposta sólida do ponto de vista da compreensão do problema.

Figura 16 - Resolução da SPF 3 - P3



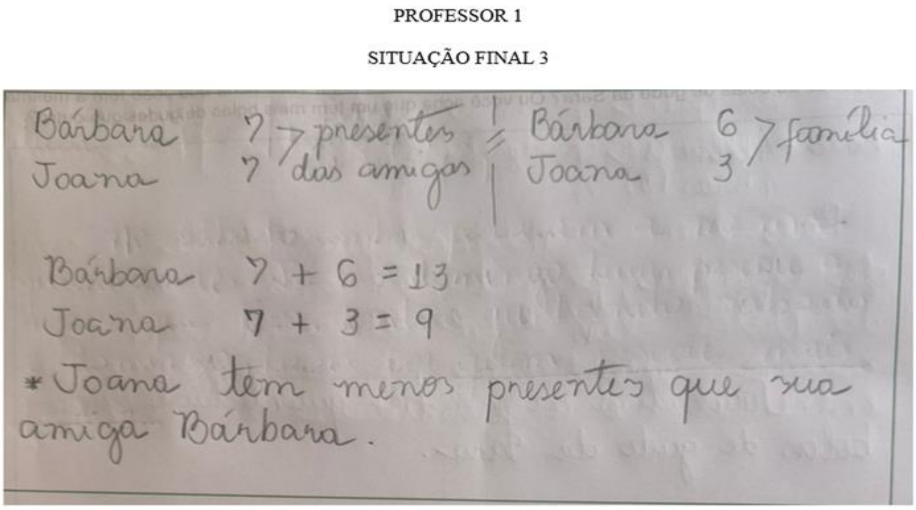
Fonte: arquivo da pesquisa.

Aqui, ele não apenas afirma o resultado, mas demonstra o raciocínio com maior clareza, tornando visível o caminho que o levou à resposta. Essa passagem de uma resposta curta e direta para uma resposta com explanação dos passos é o que justifica a afirmação de que houve avanço na argumentação e explicitação dos cálculos.

A fala dos professores P2 e P4 e a resolução escrita dos professores P1 e P2, no 4º encontro, condiz com a ideia de avanço e evolução da noção de igualdade e desigualdade, equação e inequação (figuras 17 e 18).

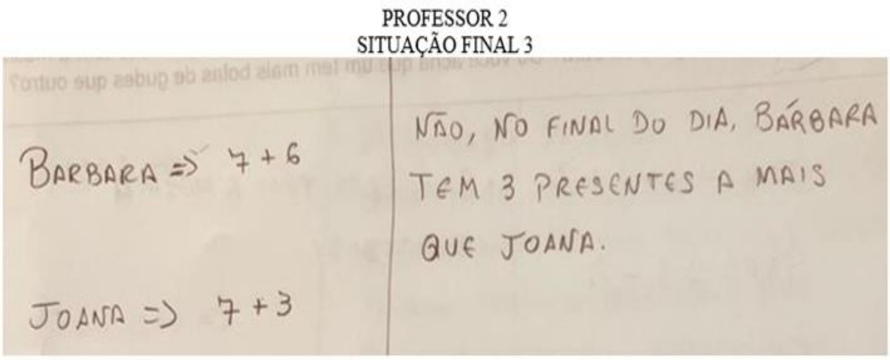
> **Pesquisador:** *Essa questão (situação 3) traz que tipo de noção?*
> **P2:** *Essa questão traz a noção de maior e menor, apesar de trabalhar com a situação de igualdade e desigualdade, equação e inequação, esses termos aparecem mais em metodologias, mas é um conceito que já tem em nosso dia a dia.*
> **P4:** *Há uma desigualdade. O conceito de inequação é interessante, pois quando a gente vai resolvendo, vemos como ela surge.*

Figura 17 - Resolução da SPF 3 - P1



Fonte: arquivo da pesquisa.

Figura 18 - Resolução da SPF 3 - P2



Fonte: arquivo da pesquisa.

Essas falas revelam que os professores passaram a refletir sobre o conceito de desigualdade de maneira mais formal, conectando com conceitos do campo algébrico (equação e inequação). Dessa forma, passaram a ver a comparação entre quantidades como estrutura matemática. A argumentação e os cálculos da SPF 3 evoluíram bem como observado nas resoluções.

Esse uso explícito dos termos equação e inequação, mesmo que num discurso ainda em construção, é um indício de que o professor está começando a operar com categorias matemáticas mais elaboradas para interpretar situações de desigualdade — exatamente como apontam Carraher, Schliemann & Brizuela (2006) sobre a transição do pensamento aritmético ao algébrico.

Na Situação-Problema 3, que envolvia a comparação entre quantidades distintas (presentes recebidos por Bárbara e Joana), observou-se uma evolução na forma como os professores explicitaram os cálculos e organizaram suas justificativas entre as versões inicial e final.

4.1.4 Situação-Problema Inicial e Final 4 (SPIF 4)[15]

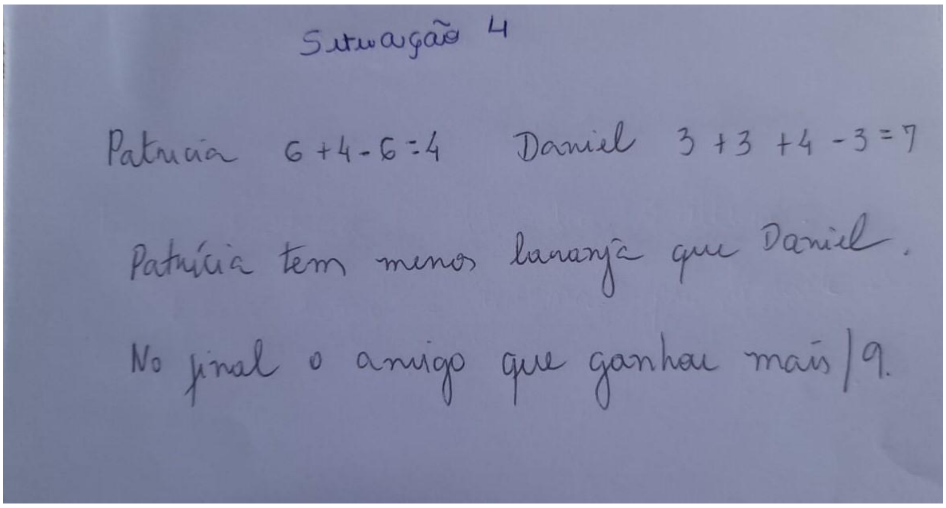
Nesta situação acontece a transferência de quantidade entre Patrícia e Daniel. O problema exige raciocínio lógico com soma e subtração. Os professores apresentaram bom desempenho, mas relataram a necessidade de atenção e organização, como disse a P4 no 2º encontro: *"tem que ter paciência, organização e planejamento para fazer."*

Esse tipo de comentário remete à complexidade cognitiva das tarefas que envolvem múltiplas etapas, como apontado por Carpenter et al. (2003). Na versão final, os professores estruturaram melhor os cálculos, reforçando o uso de estratégias formais e uma argumentação matemática mais densa. Separaram as etapas de soma e subtração com clareza; apresentaram os valores numéricos e resultados parciais de maneira explícita e conduziram a resolução até a conclusão com encadeamento lógico.

O P1, na SPI 4 apresenta os valores das frutas recebidas e doadas, mas a estrutura está pouco organizada e sem grandes anotações.

[15] Patrícia e Daniel estão brincando fora da vizinhança. Como os dois gostam de laranja, foram às suas casas pegar laranja. Patrícia pegou 6 laranjas e Daniel pegou 3. Depois eles voltaram para suas casas e pegaram mais laranja. Patrícia pegou mais 4 laranjas e Daniel pegou mais 3. Daniel voltou pela terceira vez à sua casa e retornou com mais 4 laranjas. Nessa hora chegou um amigo deles e Patrícia deu para esse amigo 6 laranjas e Daniel deu 3 laranjas. Você acha que, agora, depois de eles terem dado algumas laranjas, Patrícia e Daniel tem a mesma quantidade de laranjas? Ou você acha que um tem mais laranja que outro?

Figura 19 - Resolução da SPI 4 - P1



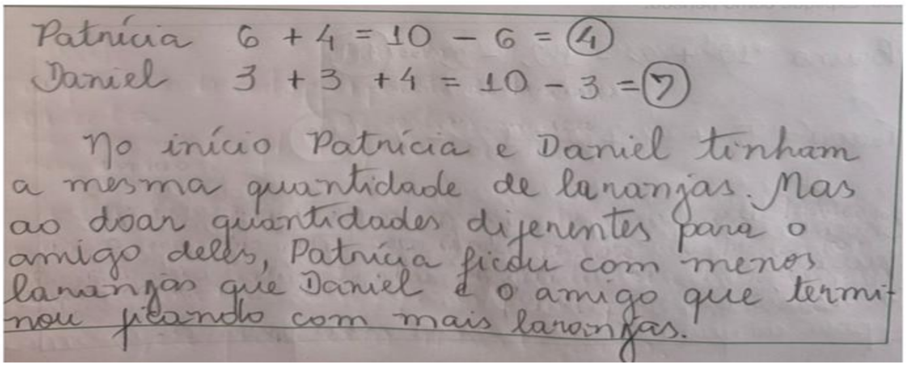
Fonte: arquivo da pesquisa.

Na SPF 4, o mesmo professor reescreve os dados de forma clara (Patrícia: 3 + 4 - 3 = 4 / Daniel: 4 + 5 - 2 = 7), concluindo que Daniel ficou com mais (Figura 20). Há uso de igualdades explícitas, o que demonstra estruturação formal.

Figura 20 - Resolução da SPF 4 - P1

PROFESSOR 1

SITUAÇÃO FINAL 4

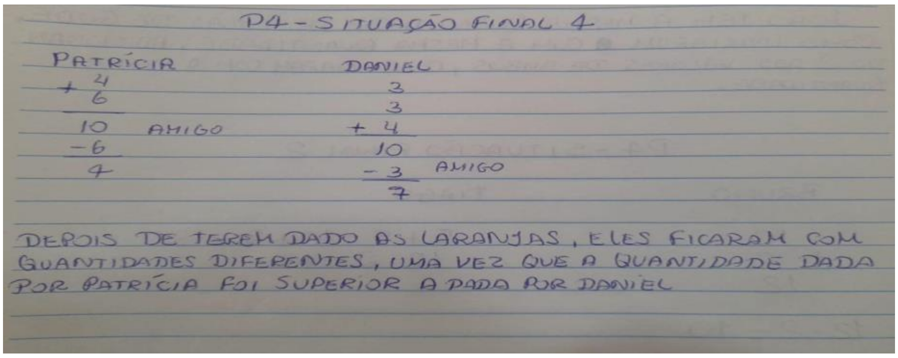


Fonte: arquivo da pesquisa.

Esse tipo de estrutura corresponde ao que Ball, Thames e Phelps (2008, p. 395) chamam de Conhecimento Matemático Especializado — ou seja, a capacidade de apresentar o raciocínio de forma acessível e sistemática. Quando falamos em estratégias formais é o que os professores utilizam para demonstrar suas resoluções como, por exemplo, símbolos convencionais, numerais, sinais etc.

Essa sequência indica que o professor está mobilizando uma estratégia formal, articulando as operações e usando a linguagem matemática esperada no ensino de aritmética ao invés da álgebra, o que vai ao encontro do que Vergnaud (1990) chama de mobilização de *esquemas conceituais*. Os professores utilizaram uma argumentação mais elaborada na resolução das SPF. Entre eles, se destacam o professor P4.

Figura 21 - Resolução da SPF 4 - P4



Fonte: arquivo da pesquisa.

A argumentação matemática torna-se mais densa quando o professor justifica por que um personagem ficou com mais ou menos com base nas operações e valores; constrói um raciocínio articulado, em vez de dar apenas a resposta final e explica o processo, relacionando dados do problema com a conclusão.

4.1.5 Situação-Problema Inicial e Final 5 (SPIF 5)[16]

Nesta Situação-problema o que se busca é uma análise sobre compreender que a equivalência se mantém mesmo com distribuições diferentes**. A** P4 aplicou bem esse raciocínio, na resolução da SPF 5 dizendo: *"metade de X e metade de X... acaba tendo a mesma quantidade."* Observa-se a entrada da representação algébrica como forma de expressar relações, o que evidencia um avanço na dimensão simbólica da álgebra (Lima e Bianchini, 2017). Na versão final, os professores passaram a usar notação algébrica, utilizando incógnitas com mais propriedade, mostrando crescimento conceitual, como preconizado por Vergnaud (1990) ao discutir a mobilização de esquemas em diferentes contextos.

Essa notação algébrica pode ser entendida como o uso de letras para representar quantidades desconhecidas (ex: X, Y, Z), o uso de igualdades envolvendo letras como, por exemplo: x = a + b. Esse tipo de pensamento não precisa estar formalmente completa como uma equação típica do Ensino Médio, mas precisa demonstrar que o professor está pensando,

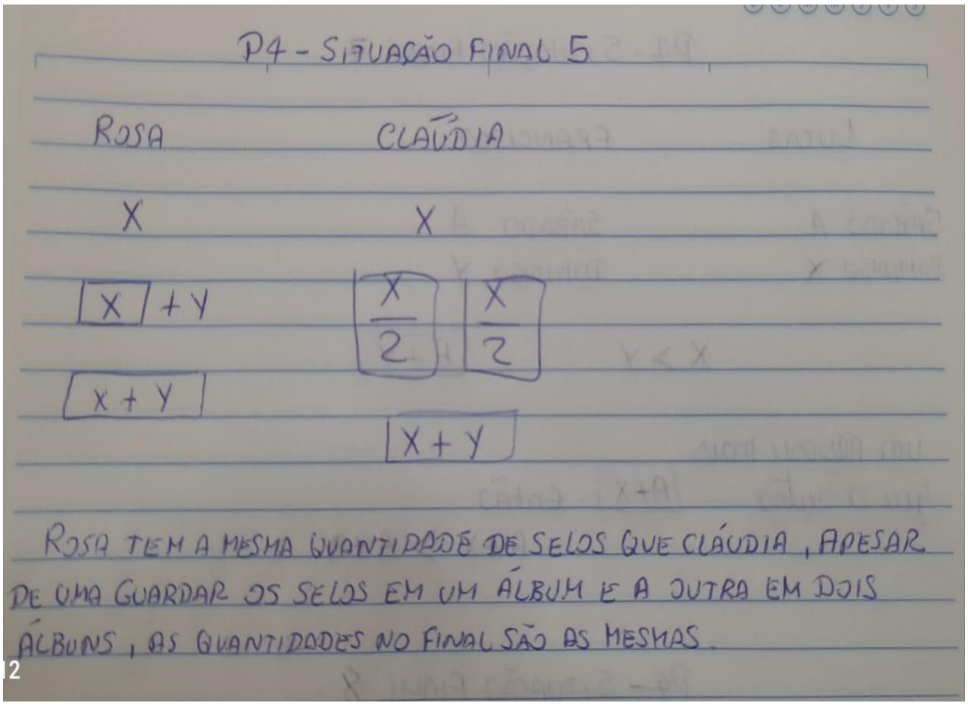
[16] Rosa e Cláudia colecionam selos. Antes do Natal Rosa e Cláudia tinham a mesma quantidade de selos. Rosa colocou todos seus selos em um álbum. Cláudia colocou seus selos em dois álbuns. Depois do Natal elas pegaram todos os selos que ganharam de seus familiares e viram que tinham recebido a mesma quantidade de selos e então foram colocar nos seus álbuns. Você acha que Rosa tem a mesma quantidade de selos de Cláudia? Ou você acha que uma tem mais selos que a outra?

como disse a P4 no 4º encontro: *"Quando a gente utiliza as letras, a gente pensa e comunica-se por meio de relações simbólicas e variáveis, e não apenas por números fixos"* Essa é justamente a ideia da dimensão simbólica da álgebra descrita por Lima e Bianchini (2017) e também tratada por Kieran (1981) como característica de um pensamento algébrico emergente.

A professora P4 fez uma generalização simbólica, caracterizando uma abordagem mais abstrata e relacional da equação. Segundo Sfard (1991, 2000), esse tipo de resolução demonstra um pensamento algébrico estrutural, que ultrapassa a simples manipulação de números para compreender e expressar relações entre quantidades.

Além disso, de acordo com Lima & Bianchini (2017), essa resolução se insere na dimensão relacional da álgebra, pois a professora demonstrou entender que a quantidade de selos não depende da forma como são armazenados (em um ou dois álbuns), mas da soma das partes.

Figura 22 - Resolução da SPF 5 - P4



Fonte: arquivo da pesquisa.

A resolução apresentada demonstra uma compreensão adequada dos conceitos iniciais de álgebra, especialmente no que diz respeito à equivalência de expressões e ao uso de representações simbólicas para comparar quantidades.

Ela usou X como variável desconhecida; expressa que um personagem distribuiu X/2 + X/2, o que mostra compreensão de propriedades da equivalência e conclui que isso resulta novamente em X, demonstrando raciocínio relacional e simbólico. No 4º encontro, na conversa sobre a referida questão, a P4 demonstrou acesso a essa ideia ao ser perguntada sobre a questão do valor desconhecido:

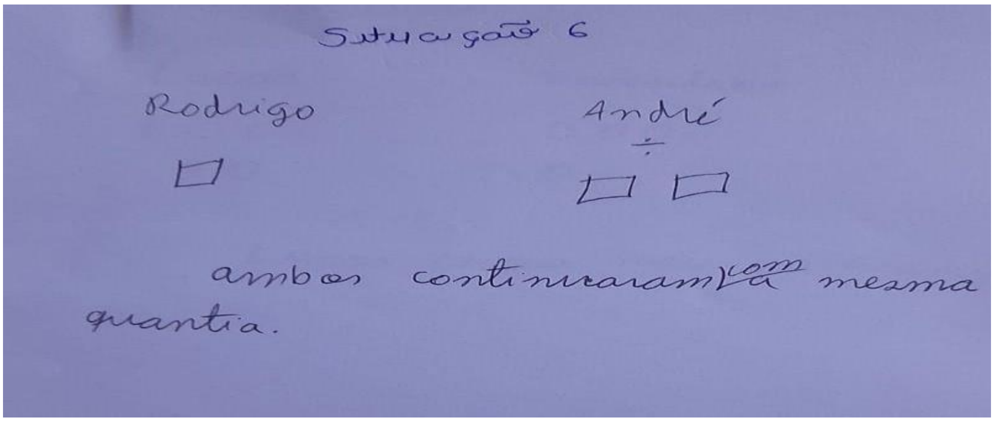
> **Pesquisador:** *Você acha que o conceito de valor desconhecido ou incógnita cabe nessa questão?*
> **P4:** *Sim, cabe.*
> **P4:** *Veja. O maior vai começar com X. Aí, um coloca igual, um X, né? E a outra coloca em dois álbuns, um X sobre dois, mais um X sobre dois.*

Essa fala foi uma evidência clara de que a P4 está se apropriando de uma linguagem simbólica típica da álgebra, o que comprova o avanço e o uso mais adequado da notação algébrica. Esse avanço para um raciocínio simbólico generalizado reflete nas pesquisas de Carraher, Schliemann e Brizuela (2006) como fundamental no desenvolvimento do pensamento algébrico em professores dos anos iniciais.

4.1.6 Situação-Problema Inicial e Final 6 (SPIF 6)[17]

Assim como na situação-problema anterior, temos a questão da equivalência em que suas diferentes formas de distribuição não alteram a igualdade (Figura 23). Os professores compreenderam esse princípio. Na versão inicial, o professor P3 utilizava representações visuais e diagramas para resolver a questão.

Figura 23 - Resolução da SPI 6 - P3

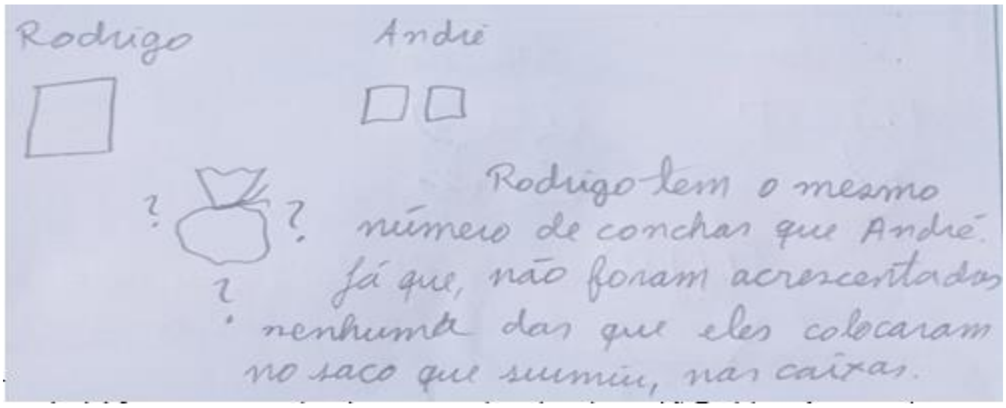


Fonte: arquivo da pesquisa.

[17] Rodrigo e André foram pegar conchas do mar na praia cedo pela manhã. Rodrigo pôs as conchas que encontrou em uma caixa grande. André encontrou o mesmo número de conchas que Rodrigo, mas ele dividiu igualmente em duas caixas pequenas. De tarde, foram novamente à praia e Rodrigo encontrou outra vez a mesma quantidade de conchas como as de André. Desta vez, cada menino pôs as conchas que eles tinham encontrado em um saco. No dia seguinte foram contar quantas conchas cada um tinha nas caixas, mas não encontraram os sacos. Você acha que Rodrigo tem o mesmo número de conchas que André? Ou você acha que um deles tem mais concha que o outro?

Na versão final, P3 passou a empregar representações visuais e com justificativa mais detalhada, o que amplia o modo de comunicação matemática (figura 24).

Figura 24 - Resolução da SPF 6 - P3



Fonte: arquivo da pesquisa.

No 4º encontro em que foi discutido a referida situação, o P3 fez a seguinte fala: *"Estou pensando assim: é tipo metade de X, metade de X. Como você representaria isso? Desenhando, né? e fazendo proporções"* nesta fala, o P3 verbaliza sua necessidade de representação visual para organizar o raciocínio simbólico, e até cogita usar proporções e esquemas como estratégias. Essa fala mostra que o professor está pensando em estratégias de visualização para expressar equivalência, o que indica avanço no uso de registros matemáticos diversos, como propõem Lima e Bianchini (2017).

O uso de múltiplas representações está em consonância com a ideia de construção de conhecimento por meio de diferentes linguagens matemáticas. A justificativa mais estruturada na versão final mostra avanço no conhecimento matemático especializado para o ensino de Ball, Thames e Phelps (2008), pois eles passam a pensar não apenas na solução, mas em como apresentá-la aos alunos.

Em contextos de ensino e aprendizagem da álgebra nos anos iniciais, representações visuais e diagramas podem se referir a desenhos esquemáticos que ajudam a organizar quantidades (como caixas, círculos, conjuntos, linhas, setas) e estruturas que demonstram relações entre partes e o todo. Essas representações são importantes porque ajudam na transição do raciocínio concreto para o pensamento abstrato, como defendem autores como Vergnaud (1990), Carraher, Schliemann e Brizuela (2006) e Papert (1980).

Os resultados da SPIF 6 mostram que os professores estão buscando formas de representar a equivalência além do cálculo numérico e em como esse conteúdo pode ser apresentado aos alunos, como parte do Conhecimento Especializado para o Ensino de Ball, Thames e Phelps (2008) e está alinhado com a ideia de transição do pensamento aritmético para o algébrico (Carraher et al., 2006).

4.1.7 Situação-Problema Inicial e Final 7 (SPIF 7)[18]

Na SPIF 7, existe uma adição de duas quantidades diferentes. Como essa situação-problema não apresentar numerais, os professores, ao ser perguntado sobre a questão no 2º encontro, disseram:

> ***Pesquisador:*** *O que vocês acharam da situação 7?*
> ***P1:*** *é complicado essa questão porque não aparece números e temos que usar a lógica e estar atento na leitura.*
> ***P4:*** *eu usei as letras X e Y para tentar entender a questão e no final deu certo.*
> ***P3:*** *eu estava tentando resolver com a cabeça dos meus alunos, ou seja, eu desenhei bolinhas. No final, lendo a questão com atenção, acho que acertei.*
> ***Pesquisador:*** *Nessa situação 7, para finalizar, o que foi mais fácil na hora de concluir a resposta e qual de vocês achou que seria mais difícil?*
> ***P3:*** *Essa questão eu acho mais lógica.*
> ***Pesquisador:*** *Por que é mais lógica?*
> ***P3:*** *Se você colocar figurinhas, fica mais fácil de responder.*

Essas falas revelam que o professor está refletindo sobre estratégias acessíveis de mediação para seus alunos — o uso de recursos visuais, como figurinhas ou bolinhas, representa uma preocupação em adaptar o conteúdo à realidade cognitiva das crianças do 5º ano. Isso se alinha diretamente à dimensão do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (Shulman, 1986), pois ele não apenas domina o conceito, mas pensa em formas de representá-lo de maneira significativa.

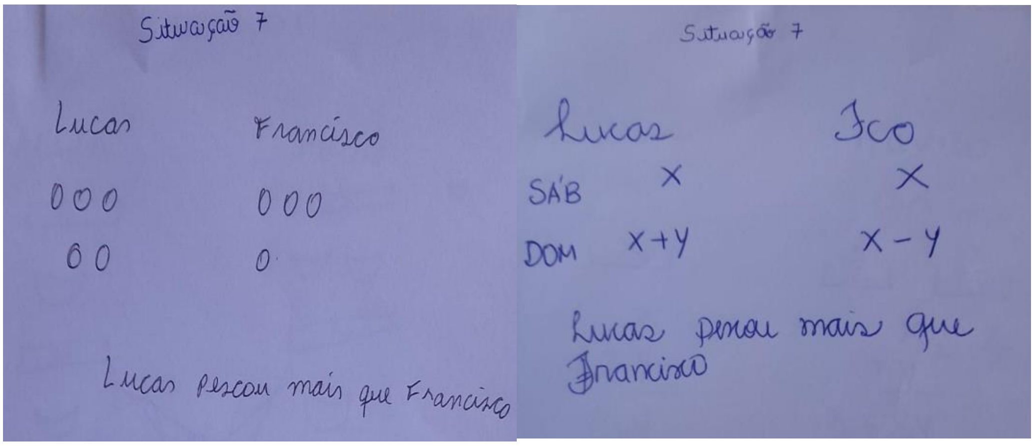
Além disso, a fala do P3 revela o uso de um registro semiótico alternativo (desenhos) para representar relações de comparação, o que corresponde à importância de múltiplos registros na aprendizagem matemática.

A análise dos registros mostra que, na versão inicial, (figura 25) os professores identificaram corretamente a resposta, mas suas justificativas ainda eram essencialmente operatórias, centradas na lógica da soma direta dos valores.

---

[18] Em um fim de semana, Lucas e Francisco foram pescar. No sábado eles pescaram a mesma quantidade de peixes. Lucas e Francisco pescaram no domingo também. No final do dia eles contaram a quantidade de peixes que cada um tinha pescado. Eles descobriram que Lucas pescou mais do que Francisco. No final do fim de semana, você acha que Lucas pescou a mesma quantidade de peixes de Francisco? Ou você acha que um pescou mais do que outro?

Figura 25 - Resolução da SPI 7 - P3 e P4

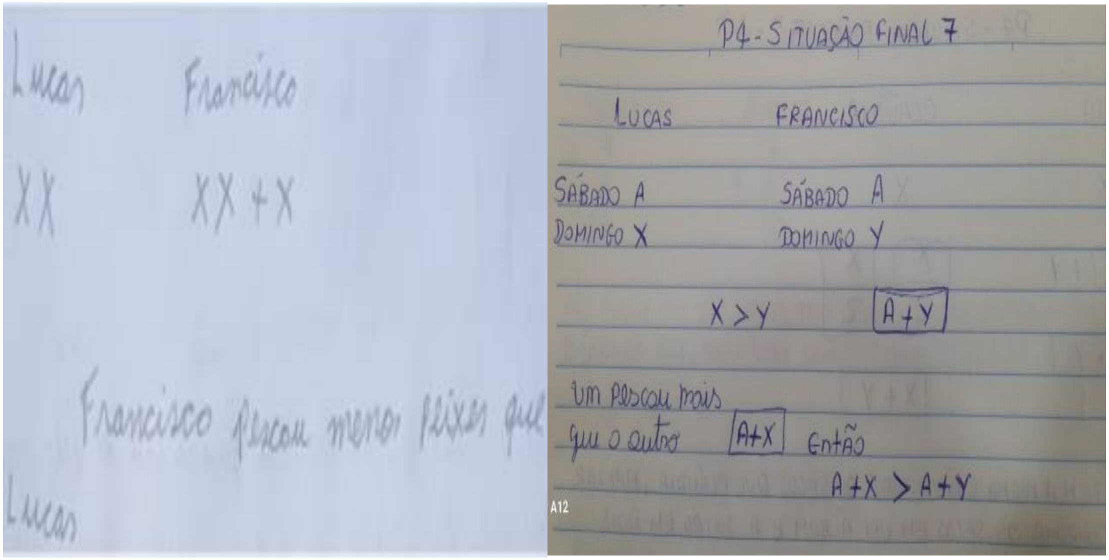


Fonte: arquivo da pesquisa.

Observou-se a resolução do P3 que ele precisou quantificar a pescaria de Lucas (3 e 2) e Francisco (3 e 1) para concluir que Lucas pescou mais que Francisco. Ele não generaliza, ele resolve aritmeticamente. Na resolução do P4, embora tenha utilizado letras x e y para quantidades iguais e diferentes, no registro de Domingo ele faz uma relação que pode não existir. Ele supõe que a pescaria do domingo para Lucas foi maior que a do sábado (x + y) para Francisco foi menor que a do sábado (x - y). Se a pesca do domingo for maior que a de sábado, a conta de Francisco terá um resultado negativo, o que é impossível, pois não há quantidade de peixes negativa. Então, embora eles tenham utilizado linguagem própria da Matemática, a fizeram de forma equivocada. A linguagem matemática é generalizada, portanto deverá servir para qualquer que seja o valor atribuído a x e a y. O fato dessa utilização da linguagem matemática não garante que o professor esteja expressando de maneira correta a situação apresentada.

Nas situações finais, observou-se que os professores organizaram explicitamente os dados em duas etapas (sábado e domingo); realizaram somas separadas e compararam os totais finais e alguns chegaram a representar as quantidades com letras (como X e Y), sugerindo um avanço no uso de linguagem algébrica informal.

Figura 26 - Resolução da SPF 7 - P3 e P4



Fonte: arquivo da pesquisa.

Esse uso de variáveis representa um movimento em direção à representação simbólica e relacional da equação, ainda que não formalizada. Essa prática se aproxima do que Lima e Bianchini (2017) identificam como a dimensão simbólica da álgebra, na qual letras são utilizadas para representar quantidades variáveis em contextos de equivalência ou comparação.

Essa observação revela que, na ausência de valores explícitos, o professor foi levado a mobilizar formas de raciocínio mais abstratas, associadas à noção de igualdade como uma situação relacional, e não apenas como resultado de operações – o que corresponde à superação da visão operatória discutida por Kieran (1981).

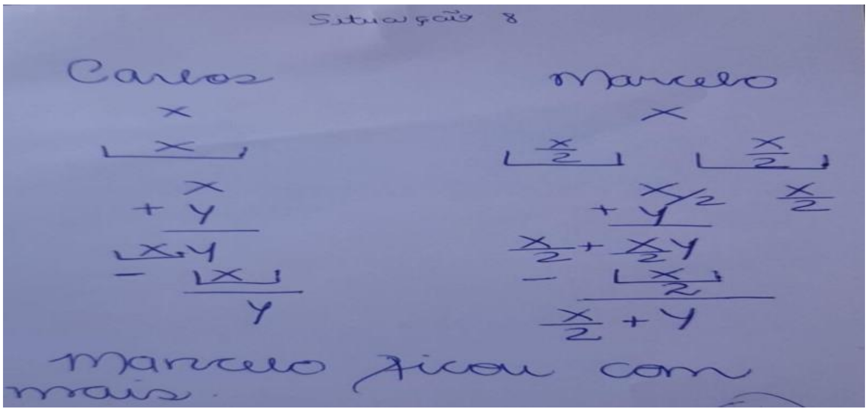
4.1.8 Situação-Problema Inicial e Final 8 (SPIF 8)[19]

Essa situação desafiou os professores a identificar qual personagem termina com mais biscoitos após um processo de redistribuição: um dos personagens entrega tudo que tem; o outro divide em duas partes e entrega apenas a metade. Em seguida, ambos recebem a mesma quantidade adicional. A tarefa exigiu o entendimento de *equivalência* e convida à construção de modelos simbólicos para organizar o raciocínio.

[19] Carlos e Marcelo adoram biscoitos. Cada um deles possui um pacote de biscoito com a mesma quantidade. Carlos colocou todos seus biscoitos em uma cesta. Marcelo dividiu seus biscoitos em duas cestas. Então, eles pegaram um outro pacote. Carlos e Marcelo pegaram a mesma quantidade de biscoito, mas desta vez os dois colocaram os biscoitos em um depósito para comer depois. O irmão mais novo de Carlos foi à cozinha e disse que queria biscoito também. Carlos deu para ela sua cesta de biscoito e Marcelo deu para ela uma de suas cestas de biscoito. Agora, depois de ter dividido seus biscoitos, você acha que Carlos tem o mesmo número de biscoitos que Marcelo? Ou você acha que um tem mais biscoito que o outro?

As falas dos professores indicam que eles mobilizaram raciocínios mais estruturados e abstratos ao lidar com essa situação. A professora P4, por exemplo, demonstrou um nível de formalização algébrica ao explicar seu raciocínio com uso de letras e frações (Figura 27): *"Cada um começou com X. Aí, o Carlos colocou tudo em uma cesta, enquanto o Marcelo dividiu, dando metade para o outro... Então, no final, ele ficou com Y e X sobre 2. O outro ficou só com Y, porque ele deu tudo o que tinha."* Neste trecho a professora P4 utiliza o X como valor inicial desconhecido (variável), o Y como valor adicional dado a ambos e o X/2 como fração do valor retido por Marcelo.

Figura 27 - Resolução da SPI 8 - P4



Fonte: arquivo da pesquisa.

Observou-se que ela representou as quantidades x e y e x/2 de maneira aceitável. Mas o resultado da operação que ele registrou para Carlos está equivocada. Ela deve ser $x+y$ e não xy. Na oralidade ele expressou de maneira correta, mas a sua representação na escrita está incorreta.

Essa estrutura corresponde à modelagem algébrica relacional esperada na transição para o pensamento algébrico, como descrita por Carraher, Schliemann e Brizuela (2006). Além disso, a forma como ela descreve a equivalência entre os dois personagens demonstra entendimento de expressões compostas com variáveis, aproximando-se do que Lima e Bianchini (2017) classificam como dimensão simbólica da álgebra.

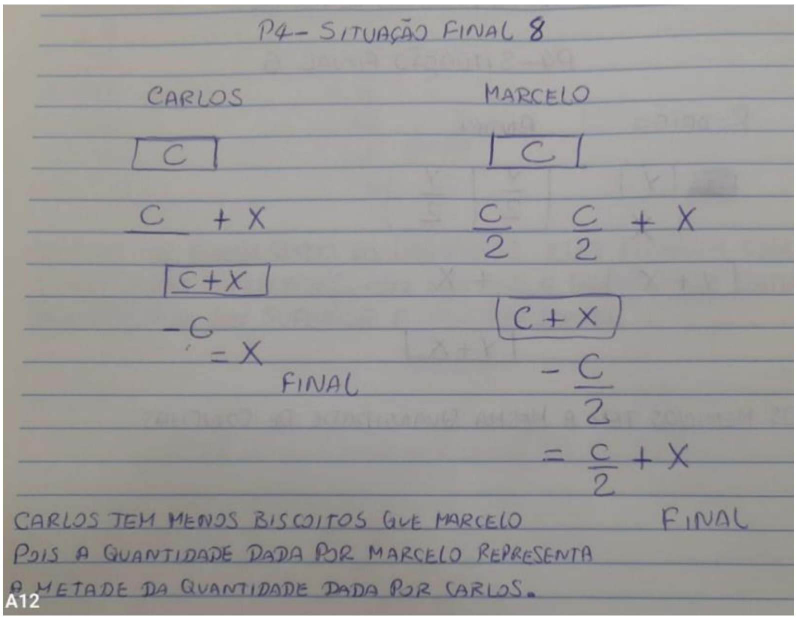
Já o professor P3, mesmo não usando letras, verbaliza um raciocínio proporcional com apoio em analogias concretas: *"Mesmo assim, o Marcelo ficou com mais, porque tinha a outra metade. Eu entendi isso".* Essa fala indica que ele está compreendendo a ideia de compensação e relacionando explicitamente a redistribuição ao conceito de desigualdade.

Complementarmente, O P2 afirma: *"Não é que o pote seja o mesmo, mas a gente não tem igualdade."*

Essa observação aponta para a compreensão da desigualdade como um conceito relacional, dissociado de aparências superficiais ou do suporte material (o “pote”). Isso revela que o P2 já compreende que a igualdade não se refere à forma, mas à quantidade efetiva distribuída, evidenciando um avanço na internalização do conceito matemático, como propõe Kieran (1981) ao tratar da superação da visão operatória.

Nos registros escritos da SPF 8, especialmente de P4, (figura 29) observa-se o uso de esquemas visuais que acompanham a explicação com variáveis, e o P3, o uso de linguagem figurativa (como “cestas”, “tigelas”, “metade”) para justificar a diferença final.

Figura 28 - Resolução da SPF 8 - P4



Fonte: arquivo da pesquisa.

A professora P4 desenvolveu a ideia de atribuir uma variável comum à quantidade inicial de biscoitos. No 4º encontro, a P4 fez a seguinte fala ao ser perguntado sobre como deveria resolver essa questão:

> ***Pesquisador:*** *O que vocês acharam da situação 8 e como resolveram?*
> ***P4:*** *Eu fiz assim: usei o C para dizer a quantidade inicial de Carlos e Marcelo. Por exemplo: Carlos tem C e Marcelo tem C. Como Carlos entregou tudo o que tinha para outra pessoa e Marcelo dividiu os biscoitos em duas partes iguais e entrega apenas uma dessas partes, eu chamei de X. Aí eu cheguei à conclusão que Marcelo ficou com mais, né?*
> ***P3:*** *Eu me dividi em barras e fui comparando. Inventei um valor, que foi o 3 e depois percebi que Marcelo ficou com mais.*
> ***P3:*** *Eles ainda dividiram a cesta, tigela, sei lá, mas o Marcelo ficou com mais, porque tinha a outra metade. Eu entendi isso.*

A fala da P4, ao dizer *“usei o C para dizer a quantidade inicial de Carlos e Marcelo”*, mostra que o professor mobilizou uma representação algébrica literal (uso de letras para representar quantidades desconhecidas), aspecto que está diretamente relacionado ao desenvolvimento do pensamento algébrico inicial, conforme autores como Kieran (1981) e Carraher et al. (2006).

Isso revela uma transição de uma abordagem aritmética para uma abordagem algébrica, em que o professor utiliza variáveis (C e X) para descrever relações entre quantidades.

Ainda, ao dizer que *“Carlos entregou tudo… e Marcelo dividiu… eu chamei de X”*, nota-se o uso deliberado de uma letra para representar uma fração da quantidade inicial, que é uma construção algébrica mais elaborada, que envolve não apenas a compreensão da igualdade como equivalência entre expressões, mas também a introdução de ideias de desigualdade e raciocínio.

A fala do P3, por sua vez, indica o uso de uma estratégia numérica com apoio visual, ao dizer: *“me dividi em barras e fui comparando. Inventei um valor, que foi o 3”*. Isso sugere um raciocínio por simulação e comparação de quantidades, com base em um modelo concreto (divisão em barras) e atribuição de valores numéricos.

Essa combinação de abordagens — simbólica com letras (P4) e numérica-visual (P3), representa um avanço conceitual em relação à fase inicial da formação, na qual predominam estratégias operatórias simples e respostas descritivas. Agora, os professores demonstram compreensão das estruturas matemáticas subjacentes às situações e capacidade de manipular essas estruturas com maior abstração, algo que também pode ser interpretado com apoio em Vergnaud (1990).

Os professores consideraram a viabilidade de trabalhar essa situação com seus alunos, inclusive prevendo estratégias de representação acessíveis. A fala do P3 no 4º encontro, ao comparar os depósitos e tigelas usadas pelos personagens, é uma forma de transpor a abstração da igualdade para um contexto mais concreto e visível, o que remete à preocupação com a compreensão dos estudantes.

Esses trechos revelam uma tentativa de formular uma explicação que seja didaticamente comunicável. Essa mediação com recursos simbólicos e visuais se alinha ao que Ball, Thames e Phelps (2008) chamam de conhecimento especializado para o ensino, pois revela que o professor pensa tanto no conteúdo quanto em como apresentá-lo para seus alunos.

4.2 Atividade com a balança de dois pratos

Nessa análise procuramos incluir algumas categorias relacionadas aos objetivos da pesquisa para um direcionamento mais completo daquilo que queríamos saber a respeito da atividade. Essas categorias foram: *compreensão sobre igualdade, equação e inequação, análise de desempenho dos professores, dificuldade apresentadas e aplicabilidade no ensino.*

Vamos aos resultados da atividade com a balança de dois pratos realizada no 2º encontro com os professores. Nessa atividade, tinham materiais que estavam com pesos conhecidos de 50g, 100g, 200g, 500g, 1kg e 2kg, bem como sete recipientes diferentes com pesos não informados aos professores (considerados pesos desconhecidos).

A atividade começou com uma explicação clara sobre o objetivo da atividade, que era determinar os pesos desconhecidos por meio da comparação com pesos conhecidos na balança de dois pratos. Algumas perguntas iniciais foram feitas para explorar o pensamento dos professores, incluindo: "O que você sabe sobre balanças de dois pratos?", "Como você acha que essa balança funciona?", "O que você acha que acontece ao colocar objetos diferentes em cada prato da balança?" e "Como podemos descobrir o peso de um objeto utilizando essa balança?", sabendo da experiência de vida dos professores, todos eles já tinham um certo conhecimento sobre o funcionamento da balança.

Após essa introdução, os professores foram chamados à frente, em equipe a começar a explorar a balança e realizar a tarefa solicitada. Os professores tiveram o desafio de utilizar a balança de dois pratos para encontrar os valores de cada recipiente. Para isso, eles poderiam utilizar qualquer estratégia que pudesse facilitar a resolução do problema. Depois de encontrar os valores de cada peso, eles poderiam colocá-los em ordem crescente.

4.2.1 Compreensão sobre igualdade, equação e inequação

A atividade com a balança de dois pratos foi muito importante consolidar a compreensão dos professores sobre os conceitos de igualdade e equação. Através da fala de P3, que disse: *"é colocar os pesos que você confeccionou e igualar com o peso real da coisa"*. Essa fala é de quem entendeu o funcionamento da balança (Lins e Gimenez,1997, p.108).

É possível perceber que a ideia da balança tornou concreto o significado do sinal de igualdade, reforçando o entendimento de que igualdade não representa apenas o "resultado" de uma operação, mas o equilíbrio entre dois lados, conforme salientam Ponte, Branco e Matos (2009) sobre o ensino da álgebra como linguagem de relações e não apenas de cálculos.

A percepção da balança como representação de equação foi explícita nas falas dos professores P1 e P2, quando afirmaram que é necessário "testar hipóteses" até "alcançar o equilíbrio". Isso evidencia uma conceituação dos mesmos, conectando-se à ideia discutida por Castro-Filho, Freire e Castro (2021) de que o uso de representações concretas auxilia no desenvolvimento do pensamento algébrico desde os primeiros anos.

Nesse encontro (2º) umas das falas que chamou a atenção foi do P2 que disse: "Nunca tinha pensado nessa ideia da álgebra. Sempre percebi o sinal como um operador"revela uma mudança de concepção sobre o símbolo “=”, reforçando as reflexões de Ponte, Branco e Matos (2009) e Carpenter et al. (2003) sobre a necessidade de promover uma leitura relacional do sinal de igualdade.

A noção relacional é identificada em situações em que o sinal de igualdade é utilizado para representar uma igualdade de expressões, em uma relação funcional. Ponte, Branco e Matos (2009) consideram fundamental que se explorem situações nas quais o sinal de igualdade apresente diferentes significados. A forma limitada como se compreendem os significados do sinal de igualdade é resultado de experiências matemáticas no Ensino Básico, uma vez que as situações de aprendizagem mais utilizadas se resumem a realizar cálculos para obter uma resposta numérica.

De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), o sentido do sinal de igual como resultado de uma operação é largamente usado nos primeiros anos. No entanto, é fundamental que não se perca o sentido mais geral deste sinal como estabelecendo uma equivalência entre duas expressões numéricas. Os alunos devem, por isso, ser capazes de começar por reconhecer igualdades muito simples. Contudo, o professor deve ter em conta que estas igualdades não devem surgir apenas do modo que é mais habitual, ou seja, na forma a+b=c, mas também como c=a+b.

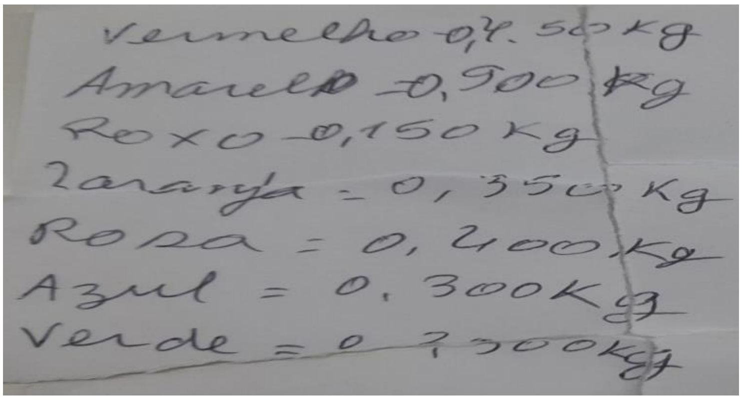
A partir dessa prática, os professores avançaram no entendimento de que equação é a busca pelo equilíbrio entre grandezas equivalentes e que inequação seria a ausência desse equilíbrio, embora, nesta atividade específica, o enfoque tenha se concentrado mais na construção de equações.

4.2.2 Análise de desempenho dos professores

Durante a atividade, foram observadas interações interessantes entre eles e a balança. Aparentemente eles não tiveram muitas dificuldades, pois conversando entre eles, uns separaram por cores e outro por pesos e iam testando as hipóteses para chegar mais rápido as respostas.

Após a identificação dos valores dos pesos desconhecidos (Figura 30), foi apresentada a proposta de organizar os pesos em ordem crescente, do mais leve ao mais pesado para consolidar e verificar se os valores descobertos foram os valores corretos da atividade proposta (Figura 31).

Figura 29 - Valores encontrados pelos professores



Fonte: arquivo da pesquisa.

Figura 30 - Ordem crescente dos pesos ordenada pelos professores

Fonte: arquivo da pesquisa.

Considerando as cores e os valores correspondentes de cada peso (Vermelho: 450g; Amarelo: 900g; Roxo: 150g; Laranja: 350g; Rosa: 400g; Azul: 300g; Verde: 200g), os professores chegaram a um resultado coerente.

Os professores demonstraram desempenho altamente satisfatório na identificação correta dos pesos associados às caixas coloridas: vermelho (450g), amarelo (900g), roxo (150g), laranja (350g), rosa (400g), azul (300g) e verde (200g)

Além disso, organizaram-se de maneira colaborativa, como apontou a P4 ao dizer: "*um ficou com os pesos, outro ficou anotando, outro ficou olhando se a balança estava equilibrada*" revelando uma prática de trabalho em equipe que favorece a resolução de problemas complexos, conforme discutido por Ponte, Branco e Matos (2009) sobre a importância da comunicação e da colaboração no ensino de matemática.

A sequência de manipulação concreta (experimentação, anotação, comparação) indica que os professores aplicaram estratégias de modelagem matemática, como propõe Castro et al. (2020) ao tratar da integração de recursos manipulativos no ensino da álgebra.

4.2.3 Dificuldade apresentadas

Apesar do bom desempenho, foram relatadas dificuldades de ordem logística e pedagógica: a P4 e o P3 mencionaram o desafio de realizar essa atividade com muitas crianças, indicando que a "*atividade poderia se tornar caótica sem um bom controle*". As falas do P2 e P1 sobre a ausência de materiais como a balança em algumas escolas, ao dizerem que "*o problema é que a gente não tem como conseguir uma balança dessas*" indica a dificuldade de implementação dessa atividade e com esse material específico de forma ampla.

No entanto, a sugestão de adaptação que o P3 disse: "*uso de um cabide*" mostra criatividade e compromisso em promover o conceito de equação com os meios disponíveis, tal como propõe Castro (2016) ao defender a utilização de materiais alternativos na construção de conhecimentos matemáticos.

Embora seja uma ideia viável pela facilidade da disponibilidade de se obter cabides, é preciso levar em conta a fidelidade do equilíbrio desse material. A balança de dois pratos conta com o fiel da balança, que tem por finalidade o equilíbrio entre os dois pratos. Por outro lado, o cabide não pode contar com esse recurso, o que pode gerar conclusões inexatas na sua manipulação, o que poderia proporcionar uma construção distorcida de conceito de equivalência.

Além disso, P4 relatou que o uso da balança "*exige mais tempo e pensamento*"do que a resolução simbólica tradicional, sugerindo que atividades manipulativas requerem maior planejamento didático, mas geram compreensão mais profunda.

As colocações de P4 são pertinentes e vale a pena complementá-las com a análise de conhecimento pedagógico. Observe que toda intervenção, seja ela qual for, deve seguir um planejamento didático.

No caso do uso de um material manipulativo, a exigência desse planejamento é maior ainda, porque não pode ter caráter apenas de conhecer o objeto manipulado, mas de fazer com que a atividade tenha questionamentos que leve o aprendente a raciocinar matematicamente, mesmo que ele não perceba. Daí vem o papel do professor no final da atividade, em institucionalizar o conceito que ele propôs ao oferecer o material manipulativo.

Por isso a importância do planejamento das atividades em relação ao papel de cada um dos membros do grupo que irá explorá-lo; das perguntas elaboradas pelo professor e a forma de registro dessas respostas; socializar essas respostas no grupo maior; institucionalizar, matematicamente, o conceito que fora trabalhado com o referido material manipulativo.

4.2.4 Aplicabilidade no ensino

Os professores reconheceram o enorme potencial didático da balança para o ensino de igualdade e equação. O P1 destacou que "*a balança é fundamental para que as crianças percebam a questão da igualdade e da incógnita*" apontando para uma compreensão da balança como material mediador do raciocínio algébrico inicial, conforme Castro et al. (2020).

O P3 sugeriu adaptações para tornar a atividade viável em salas com poucos recursos (uso de cabide), o que reforça o princípio da adequação didática defendido por Castro (2016). A estratégia de dividir a turma em equipes pequenas (sugerida pela P4) reforça a importância do trabalho cooperativo para o desenvolvimento de habilidades matemáticas em atividades práticas.

A atividade com a balança de dois pratos contribuiu significativamente para fortalecer nos professores tanto a concepção correta de igualdade, equação e inequação, quanto a percepção de que a manipulação concreta favorece a aprendizagem algébrica, mostrando como acontece o equilíbrio da balança tentando igualar os pesos e encontrar os valores.

Apesar dos desafios materiais e logísticos apontados pelos professores na discussão, o potencial pedagógico da atividade foi plenamente reconhecido pelos participantes como ferramenta importante para visualizar como acontece a igualdade dos pesos.

4.3 Atividade com o RED o Reino de Aljabar, o desafio da balança

Na análise dessa atividade incluímos as mesmas categorias da atividade da balança ressaltando que essas categorias puderam ser analisadas por se tratar das ideias de igualdade, equação e inequação.

4.3.1 compreensão sobre igualdade, equação e inequação

As falas dos professores evidenciaram que a utilização do RED reforçou significativamente a concepção de igualdade como equilíbrio e o entendimento intuitivo da equação como uma relação entre duas expressões que precisam ser balanceadas. Por exemplo, o P3 afirmou que "*sempre associei a equação ao equilíbrio, a lógica de uma direita igual à esquerda*" revelando que o RED contribuiu para visualizar e fortalecer essa noção.

A dinâmica do jogo, que exigia estabelecer relações de igualdade por meio da equivalência de pesos (presentes) proporcionou experiências diretas de manipulação e comparação, alinhando-se à perspectiva de Castro (2016) sobre o papel das tecnologias digitais em favorecer visualizações matemáticas relevantes.

Conforme destaca Castro (2016), o ambiente digital amplia a experiência algébrica inicial ao permitir que os alunos explorem padrões e relações sem a formalidade da álgebra simbólica.

Embora a atividade não trabalhasse de modo explícito o conceito formal de inequação, houve momentos em que os professores utilizaram relações de desigualdade. Segundo o P2 "*o presente D era maior que 6, quando a gente olha no ícone lá em cima, aparece o sinal de diferente, ou seja, não é igual*", o que indica um avanço inicial na percepção de relações matemáticas.

4.3.2 Análise de desempenho dos professores

Todos os professores conseguiram atingir o objetivo principal do RED, que era os desafios até o nível 4, o que demonstra um excelente desempenho coletivo. Os registros indicam que P2 e P3 resolveram as fases com maior agilidade, enquanto P1 e P4 demandaram mais tempo para concluir, mas ainda assim com sucesso.

Esses dados corroboram as ideias de Castro-Filho, Freire e Castro (2021) de que ambientes gamificados bem planejados oferecem oportunidades de aprendizagem, respeitando diferentes ritmos e estilos de resolução. A superação dos desafios revela não apenas domínio operacional, mas também apropriação gradativa de estratégias de raciocínio lógico e algébrico.

4.3.3 Dificuldade apresentadas

Apesar do bom desempenho final, os professores relataram algumas dificuldades importantes como questões operacionais reveladas pela P4 ao dizer que "*sentiu dificuldades na manipulação pela ausência de um mouse*". Também na familiarização do próprio jogo ao iniciar e "*logo querer encontrar os valores dos presentes através da tentativa e erro*" como disse o P3 na discussão do 3º encontro. A P4 relatou que sentiu dificuldades com a "*sobrecarga de informações antes do início do jogo, que poderia ser mais bem distribuída ao longo da execução*".

Essas dificuldades são importantes, pois evidenciam que, mesmo em um ambiente digital, fatores externos (interface) e internos (apropriação do raciocínio algébrico) impactam o processo de aprendizagem, como apontam Castro (2016) e Castro et al. (2020), que defendem que o sucesso dos RED depende tanto da qualidade técnica quanto da mediação pedagógica.

4.3.4 Aplicabilidade no ensino

Todos os professores manifestaram percepções positivas sobre o potencial do RED para o ensino dos conceitos de igualdade e equação nos anos iniciais. Entretanto, sugeriram adaptações como: diminuir a quantidade inicial de objetos/presentes (P1, P3) para facilitar a familiarização; inserir orientações mais dinâmicas dentro do jogo, no decorrer das fases (P4) e adaptar a dificuldade gradativamente (P2), aumentando a complexidade conforme o avanço nos níveis.

Essas sugestões são consistentes com as observações de Castro-Filho, Freire e Castro (2021), que enfatizam a importância da adequação das tarefas digitais ao estágio de desenvolvimento dos alunos, garantindo acessibilidade e desafios. Além disso, o uso de elementos de tentativa e erro para descoberta de relações matemáticas aproxima-se da visão defendida por Castro-Filho, Freire e Castro (2021) sobre o potencial dos RED para fomentar aprendizagens exploratórias e construtivas, valorizando tanto a resolução correta quanto o processo investigativo.

A atividade realizada com o RED O Reino de Aljabar mostrou-se extremamente proveitosa para a consolidação das noções de igualdade, equação e inequação entre os professores participantes. A experiência favoreceu o entendimento mais amplo da equação como relação de igualdade entre expressões, além de estimular a percepção de estratégias variadas de resolução.

O envolvimento ativo no jogo revelou capacidades de adaptação, aprendizagem autônoma e análise crítica, o que reforça o potencial dos RED como recursos potentes no ensino de matemática nos anos iniciais, especialmente se acompanhados de boas práticas de mediação e adaptações pedagógicas.

A atividade reafirmou a ideia de que a experimentação concreta, associada à exploração digital, pode fortalecer significativamente o pensamento algébrico desde os primeiros anos escolares, ampliando os horizontes dos professores e, consequentemente, de seus alunos.

4.4 Entrevista com os professores sobre a formação

No 5º e último encontro com os professores foi realizada algumas perguntas com os sujeitos da pesquisa seguindo um roteiro de entrevista com o objetivo de sintetizar todos os momentos da formação e o que esses encontros contribuíram para os conhecimentos dos professores acerca das noções de igualdade, equação e inequação.

Da mesma maneira que foi analisada as atividades da balança e do RED, achamos necessário utilizar as mesmas categorias incluindo uma categoria a mais que é a *contribuição da formação para os conhecimentos dos professores.* Essa análise será estruturada e organizada nas falas dos quatro professores que remetem às categorias de análise.

4.4.1 Compreensão sobre igualdade, equação e inequação

As entrevistas mostraram que os professores apresentaram avanços na concepção dos conceitos de igualdade, equação e inequação. Em suas respostas, é possível identificar uma superação das ideias iniciais centradas no resultado e uma aproximação de compreensões mais estruturais e relacionais, como defendem Kieran (1981) e Carraher, Schliemann e Brizuela (2006).

Professor 1 (P1): *"Eu entendia a igualdade como o final de uma conta. Agora eu vejo que ela representa o equilíbrio entre duas coisas. A equação é esse equilíbrio, não é só uma conta com letra".*

A fala do P1 demonstra a transição da compreensão operatória (igualdade como resultado) para uma concepção relacional (igualdade como relação de equilíbrio), fundamental no desenvolvimento do raciocínio algébrico, conforme apontam Ponte, Branco e Matos (2009).

Professor 2 (P2): "Depois da formação, eu percebi que a equação é como tentar manter o equilíbrio. Não é fazer conta para achar o número, é ver como os dois lados têm que se manter iguais".

O P2 expressa que passou a entender que a equação é um modelo de equilíbrio entre duas expressões, e não apenas um procedimento de cálculo, como defendem Kieran (1981) e Sfard (1991).

Professor 3 (P3): "Eu sempre vi a igualdade como fazer a conta e pronto. Agora eu vejo que se não dá para equilibrar, aí é uma inequação. Então aprendi que inequação é quando um lado é maior que o outro".

Essa fala é bastante relevante, pois mostra que o P3 assimilou também o conceito de inequação, o que indica um salto conceitual significativo, alinhado ao que aponta Carraher et al. (2006) sobre o papel da comparação de grandezas no surgimento da álgebra.

Professor 4 (P4): "Antes eu só resolvia a conta. Agora eu vejo que preciso pensar em manter o equilíbrio, entender o que acontece de um lado e do outro."

A professora P4 expressa uma compreensão mais dinâmica da equação, reconhecendo que as operações devem manter relações estáveis entre as duas partes — um raciocínio algébrico fundamental.

4.4.2 Análise de desempenho dos professores

As entrevistas evidenciam que os professores foram capazes de refletir de maneira crítica e consciente sobre sua evolução durante a formação, reconhecendo avanços no domínio dos conceitos e nas estratégias de resolução, como indicam Shulman (1986) e Ball, Thames e Phelps (2008) sobre o desenvolvimento do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo.

Professor 1 (P1): *"Antes eu resolvia só pensando no resultado. Durante a formação, fui entendendo que precisava ver os dois lados, pensar no equilíbrio antes de fazer a operação."*

Essa fala mostrou que o P1 evoluiu de um raciocínio procedimental para um raciocínio relacional, conforme apontam Carraher et al. (2006) sobre a transição necessária na construção do pensamento algébrico.

Professor 2 (P2): *"Eu aprendi a organizar melhor o que estava tentando fazer. Antes eu testava qualquer coisa. Agora, eu penso primeiro, vejo se faz sentido antes de tentar equilibrar."*

Aqui, o P2 evidenciou o desenvolvimento de uma postura estratégica e reflexiva diante dos problemas, característica importante da evolução no raciocínio matemático, como propõem Carraher, Schliemann e Brizuela (2006).

Professor 3 (P3): *"Fui percebendo que podia usar uma informação para encontrar outra. Se eu sei quanto pesa um presente, posso usar para descobrir o outro."*

O P3 apresentou o uso consciente da substituição algébrica, estratégia central no raciocínio algébrico formal, conforme descrito por Lima e Bianchini (2017).

Professor 4 (P4): *"No começo era muito no chute. Depois fui prestando mais atenção no que acontecia, vendo o que precisava mudar de um lado para equilibrar o outro."*

A fala da P4 mostrou claramente a evolução de uma abordagem na estratégia de tentativa e erro para uma abordagem planejada e estruturada, alinhada ao desenvolvimento de competências cognitivas superiores no ensino de álgebra, como afirmam Ball, Thames e Phelps (2008).

4.4.3 Dificuldade apresentadas

Apesar dos avanços expressivos na compreensão dos conceitos e na elaboração de estratégias, as entrevistas revelam que os professores ainda enfrentam algumas dificuldades conceituais e procedimentais típicas da transição do pensamento aritmético para o algébrico, conforme discutem Kieran (1981), Carraher, Schliemann e Brizuela (2006) e Sfard (1991).

Professor 1 (P1): *"Ainda fico inseguro se estou somando ou subtraindo do lado certo da balança. Dá medo de errar o equilíbrio."*

Essa fala mostrou que o P1 ainda apresentou insegurança na manipulação das expressões algébricas, especialmente na aplicação de operações algébricas, uma dificuldade clássica na transição para o pensamento algébrico.

Professor 2 (P2): *"Quando tem muitas variáveis juntas, eu acabo me perdendo. Às vezes esqueço o que já descobri."*

Aqui, o P2 revelou dificuldade na gestão de múltiplas informações, um desafio comum na resolução de problemas algébricos mais complexos, conforme analisado por Carraher, Schliemann e Brizuela (2006).

Professor 3 (P3): *"Às vezes eu ainda prefiro ir testando a parar para pensar tudo certinho antes."*

Essa fala do P3 mostrou que ainda persiste uma tendência à estratégia de tentativa e erro, indicando que a internalização do raciocínio antecipatório (planejamento antes da ação) ainda está em processo de consolidação, como descreve Sfard (1991).

Professor 4 (P4): *"Se eu não prestar atenção, coloco peso errado e perco o equilíbrio."*

A P4 apontou uma dificuldade de atenção e controle, reforçando que, mesmo compreendendo o conceito, a execução ainda exige concentração contínua, o que é natural em processos de aprendizagem de novos modos de pensamento matemático.

4.4.4 Aplicabilidade no ensino

As entrevistas revelaram que os professores foram capazes de transpor os conhecimentos adquiridos para propostas práticas de ensino da matemática, especialmente no que se refere à introdução de conceitos algébricos nos anos iniciais. Essa capacidade de projetar a aplicação do conteúdo, adaptando-o ao contexto da sala de aula, indica a consolidação do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), conforme defendido por Shulman (1986).

Professor 1 (P1): *"Eu quero usar a ideia da balança com as crianças para mostrar que o que a gente faz de um lado tem que fazer do outro para manter o equilíbrio."*

Aqui, O P1 propôs o uso de representações concretas para desenvolver a compreensão da igualdade de forma visual e experiencial, estratégia recomendada por Ponte, Branco e Matos (2009) para introduzir o pensamento algébrico nos anos iniciais.

Professor 2 (P2): *"Nem toda escola tem computador, mas dá para fazer um jogo parecido com cartõezinhos, colocando pesos e presentes de mentira."*

O P2 demonstrou criatividade didática e sensibilidade à realidade escolar, propondo adaptações do RED *O Reino de Aljabar* para contextos de baixa infraestrutura, em consonância com o que Castro (2016) defende sobre a democratização do uso de recursos tecnológicos.

Professor 3 (P3): *"Quero montar desafios de quem consegue equilibrar a balança primeiro, em duplas, para trabalhar o raciocínio lógico de forma divertida."*

A proposta de P3 evidenciou o entendimento da importância do desafio e da colaboração na aprendizagem matemática, princípios alinhados ao que Carraher, Schliemann e Brizuela (2006) destacam como fundamentais para tornar o ensino de álgebra mais significativo e ativo.

Professor 4 (P4): *"Pretendo trabalhar situações de comparação: quem tem mais, quem tem menos, para já ir preparando para trabalhar equação e inequação depois."*

A P4 mostrou uma visão pedagógica de progressão conceitual, preparando os alunos gradativamente para conceitos mais complexos que é uma estratégia pedagógica fundamental para a aprendizagem significativa, segundo Lima e Bianchini (2017).

4.4.5 Contribuição da formação para os conhecimentos dos professores

As respostas dos professores demonstram que a formação não apenas promoveu avanços conceituais sobre igualdade, equação e inequação, mas também ampliou sua capacidade de refletir criticamente sobre o ensino da matemática. Esse amadurecimento teórico e prático confirma a perspectiva de que o saber docente é construído na prática formativa.

Professor 1 (P1): *"Mudou a forma como eu vejo a matemática. Agora eu penso mais nas relações e menos em fazer conta.".*

Essa fala revelou uma transformação de visão: o P1 passou a compreender a Matemática como uma Ciência de relações e estruturas, e não apenas de procedimentos, uma transição fundamental para a consolidação do raciocínio algébrico, como defende Kieran (1981).

Professor 2 (P2): *"Foi uma ótima experiência, poder rever conceitos de assuntos que não são tratados todos os dias em sala de aula, formações etc., utilizar material concreto para melhorar compreensão desses conceitos, e poder compartilhar experiências e conhecimentos com os colegas que fizeram parte".*

O P2 demonstrou muita satisfação e aprendizado nos encontros formativos, o que revelou o quão importante foi a pesquisa para o aprofundamento dos seus conceitos.

Professor 3 (P3): *"A formação me ajudou a ver que é possível ensinar equação de forma divertida, não só por contas e cálculos".*

Aqui, o P3 destacou um ponto central: a formação também impactou sua visão sobre como ensinar matemática, valorizando práticas mais lúdicas e investigativas, como propõem Castro-Filho, Freire e Castro (2021) .

Professor 4 (P4): *"Antes eu nem pensava em falar de equação com alunos pequenos. Agora eu vejo que dá para trabalhar isso de forma concreta, com balança, com jogo"*.

Essa fala de P4 demonstrou que a formação ampliou sua compreensão sobre a possibilidade de antecipar o pensamento algébrico desde os anos iniciais, como defendem Lima e Bianchini (2017) e Kieran (1981).

Além disso, os professores destacaram a valorização de atividades práticas como recurso para introdução de conceitos abstratos, o fortalecimento do raciocínio lógico em suas próprias práticas pedagógicas e a ampliação da consciência crítica sobre o ensino de álgebra.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como objetivo investigar o conhecimento dos professores do 5º ano acerca dos conceitos de igualdade, equação e inequação ao longo de uma formação continuada baseada no uso de Recursos Educacionais Digitais (RED). A partir da análise dos dados, foi possível compreender a evolução conceitual dos professores, os desafios encontrados e as implicações dessa formação para a prática docente.

Do ponto de vista da formação continuada, os processos formativos colaborativos e contextualizados permitiram aos professores que revisitassem seus conhecimentos e repensassem suas práticas. Os depoimentos coletados evidenciaram que a formação possibilitou essa reconstrução, fornecendo aos professores novas estratégias para ensinar álgebra nos seus vários aspectos, entre eles a relação de equivalência de uma equação ou expressão algébrica e tornando-os mais conscientes sobre os desafios enfrentados pelos alunos na aprendizagem da álgebra.

Com o avanço da formação, os professores passaram a expressar uma compreensão mais estruturada da igualdade, integrando a ideia de equilíbrio dinâmico e reconhecendo a equação como uma relação, e não apenas como um processo mecânico de cálculo. Lima e Bianchini (2017) indicam que a álgebra pode ser compreendida em diferentes dimensões, e os professores demonstraram uma progressão dessas dimensões: inicialmente restritos à dimensão numérico-operatória, passaram a explorar também a dimensão relacional da equação.

O uso da balança de dois pratos e do RED desempenhou um papel central no desenvolvimento conceitual dos professores. Essas ferramentas não apenas mediaram a construção de significado para os conceitos matemáticos, mas também forneceram um ambiente exploratório para testar hipóteses e compreender relações algébricas implícitas nas atividades (Castro et al, 2021).

A atividade com a balança permitiu que os professores visualizassem o conceito de igualdade como um equilíbrio, evidenciando um avanço na compreensão da equação como uma relação bidirecional. Conforme Shulman (1986), a aprendizagem é mediada por instrumentos e contextos interativos, e a balança possibilitou aos professores transitarem de uma compreensão intuitiva para uma estruturação mais relacional da equação.

Os professores que inicialmente não viam relação entre a balança e a equação passaram a reconhecer sua aplicabilidade como ferramenta didática. Esse resultado está alinhado com as pesquisas de Ball, Thames e Phelps (2008), que indicam que o conhecimento matemático para o ensino envolve não apenas a compreensão do conteúdo, mas também a capacidade de o transformar em conhecimento acessível para os alunos.

A introdução do RED ampliou ainda mais as possibilidades de compreensão da equação, permitindo aos professores explorarem diferentes estratégias de resolução. Segundo Borba e Villarreal (2005), a tecnologia modifica a forma como aprendemos matemática, e isso ficou evidente na experiência dos professores, que passaram a perceber a equação de maneira mais dinâmica e interativa.

Os professores relataram que a tentativa e erro no RED ajudou a reforçar a ideia de igualdade, fortalecendo a noção de que a equação não é um processo linear, mas um ajuste contínuo entre as partes. Esse resultado é consistente com os estudos de Papert (1980), que argumentam que a interação com ferramentas tecnológicas favorece um aprendizado exploratório e construcionista.

A avaliação da formação, a partir das entrevistas e das respostas às atividades, revelou que os professores tiveram um avanço conceitual significativo, tanto em relação ao conteúdo matemático quanto à sua prática pedagógica.

Os professores demonstraram maior confiança na aplicação dos conceitos em sala de aula, indicando que a formação contribuiu para o desenvolvimento do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (Shulman, 1986). A P4, por exemplo, relatou que pretende utilizar a balança e o RED para ensinar equações em suas aulas, enquanto P2 sugeriu estratégias de adaptação para diferentes níveis de ensino.

A formação também levou os professores a refletirem criticamente sobre o ensino da álgebra. A pesquisa de Fiorentini e Lorenzato (2006) destaca a importância de uma formação crítica para que os professores consigam contextualizar o ensino e torná-lo significativo para os alunos. Esse aspecto foi evidenciado nas falas dos professores, que passaram a questionar como os alunos interpretam a igualdade e a equação, sugerindo que o ensino precisa ser mais acessível e interativo.

Os resultados desta pesquisa evidenciam que a formação baseada em atividades concretas e recursos digitais proporcionou um avanço significativo na compreensão dos conceitos de igualdade, equação e inequação pelos professores. Inicialmente, suas concepções eram marcadas por uma visão operária da igualdade e dificuldades na transição do pensamento aritmético para o algébrico. No entanto, ao longo da formação, os professores passaram a compreender a equação como um processo relacional e balanceado, estruturando melhor seus raciocínios matemáticos.

Além disso, a formação contribuiu para prática docente dos participantes, fornecendo-lhes novas estratégias para o ensino da álgebra no 5º ano, fortalecendo o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. A mediação da balança e do RED demonstrou ser essencial para essa aprendizagem, reforçando a importância de metodologias exploratórias e interativas no ensino da matemática.

Dessa forma, a pesquisa reforça que a formação continuada dos professores é um elemento-chave para o fortalecimento do ensino da matemática no Ensino Fundamental. A utilização de recursos concretos e digitais se mostrou eficaz na ressignificação dos conceitos de igualdade, equação e inequação, favorecendo uma aprendizagem mais significativa e interativa.

No entanto, reconhece-se que há limitações e possibilidades de aprofundamento para futuras investigações. Um aspecto relevante a ser explorado em estudos futuros é a análise das contribuições dessas metodologias diretamente na aprendizagem dos alunos, verificando como a mudança na abordagem docente se reflete na compreensão dos estudantes sobre equações e inequações.

Além disso, investigações sobre a sustentabilidade das transformações no conhecimento dos professores ao longo do tempo podem contribuir para a formulação de programas de formação continuada mais eficazes e duradouros.

Portanto, os resultados desta pesquisa evidenciam que o desenvolvimento profissional dos professores é um processo dinâmico e contínuo, que exige formação reflexiva e metodologias inovadoras para fortalecer o ensino da matemática.

Ao investir na qualificação docente, promovendo experiências concretas e tecnológicas, cria-se um ambiente propício para que os professores avancem na compreensão da matemática e transformem suas práticas pedagógicas, beneficiando, em última instância, a aprendizagem dos alunos.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Matheus Souza de. **Relação de igualdade e a noção de equivalência**: um estudo sobre a implementação de orquestrações instrumentais on-line em uma aula remota. 2022. 78f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2022.

ANDRADE, Maria Margarida de. **Introdução à metodologia do trabalho científico**. 10. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

BALL, Deborah Lowenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content Knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v.59, n.5, p.389-407, 2008.

BARBOZA, Lilian Cristina de Souza; RIBEIRO, Alessandro Jacques; PAZUCH, Vinícius. **Aprendizagem Profissional de Professores dos Anos Iniciais**: Explorando os Diferentes Significados do Sinal de Igualdade. **Acta Scientiae**, v. 22, n. 4, p. 71-120, jul./ago. 2020.

BIANCHINI, Rejane. **Formação continuada para o uso de tecnologias digitais no ensino de ciências e matemática dos anos iniciais**: possibilidade de desenvolvimento profissional. 2020. 182 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari, Lajeado, 2020.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005. Disponível em: https:// doi.org/ 10.2307/ 30034944. Acesso em: 31 out. 2023.

BORBA, Marcelo de Carvalho; VILLARREAL, Mónica E. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking**: Information and Communication Technologies, Modelling, Experimentation and Visualization. Estados Unidos: Springer, 2005, 232 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais. Matemática**: Ensino de primeira à quarta série. Brasília, DF: MEC, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de implementação da Base Nacional Comum Curricular**: orientações para o processo de implementação da BNCC. Brasília, DF: MEC, 2018.

CARDOSO, M.B.; ALBUQUERQUE, R. L.; BARRETO, M. C. Necessidades formativas reveladas por professores que ensinam matemática. **Revista Cocar**, v. 17, p. 1-21, 2022.

CARPENTER, T. P.; FRANKE, M. L.; LEVI, L. **Thinking mathematically**: Integrating arithmetic and algebra in elementary school. Portsmouth, NH: Heeinemann, 2003. 146p.

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D.; BRIZUELA, B. M.; EARNEST, D. Arithmetic and algebra in early mathematics education. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 37, n. 2, p. 87-115, 2006.

CARVALHO, Rodrigo Lacerda. **Contribuições do campo conceitual multiplicativo para a formação inicial de professores de matemática com suporte das tecnologias digitais**.

2017. 182 f. – Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.

CASTRO FILHO, J. A.; CASTRO, J. B.; SOUZA, M. F. C.; FREIRE, R. S. NASCIMENTO, G. M. O reino de Aljabar: o desafio da balança: um recurso educacional digital para favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO CONCURSO APPS.EDU - PROTÓTIPO, 10., 2021, Porto Alegre. **Anais dos Workshops** [...]. Porto Alegre: Sociedade Brasileira da Computação, 2021. v. 1, p. 197-204.

CASTRO FILHO, J. A.; FREIRE, R. S.; CASTRO, J. B. Tecnologia e Aprendizagem de Conceitos Matemáticos. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 10, p. 98-103, 2017. Disponível em: https://jieem.pgsskroton.com.br/article/view/5508. Acesso em: 21 abr. 2024.

CASTRO FILHO, J. A.; LEITE, Monalisa de Abreu; FREIRE, Raquel Santiago; PAZ, I. V. P. **Balança Interativa**: Um software para o ensino da álgebra. In: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORDESTE, 16., 2003, Aracaju. Anais [...]. Aracaju: [*s. n.*], 2003.

CASTRO, J. B.; MEDEIROS, M. D.; SOUZA, M. F. C.; CASTRO-FILHO, J. A.; FREITAS, F. Y. M.; SOUSA, J. SS.; RUFINO, L. L. M. As múltiplas representações como estratégia para explorar as relações quaternárias do campo multiplicativo em um recurso educacional digital gamificado. **Revista Tecnologias na Educação**, v. 33, p. 1-18, 2020.

CASTRO, Juscileide Braga de. **Construção do conceito de covariação por estudantes do ensino fundamental em ambientes de múltiplas representações com suporte das tecnologias digitais**. 2016. 275f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

CHURCHILL, D. et al. **Digital resources for learning**: A guide for educators. Singapore: Springer, 2017.

FERREIRA, D. B**. Uma investigação sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais com o recurso educacional digital O Reino de Aljabar**. 2024. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2024.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

FORMOSINHO, J. **Formação contínua de professores**: realidades e perspectivas. Aveiro: Universidade de Aveiro, 2009.

FREIRE, R. S. **Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2011. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Universidade do Ceará, Fortaleza, 2011. Disponível em: http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/3304. Acesso em: 31 out. 2023.

GIL, A.C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1994.

IMBERNÓN, F. **Formação continuada de professores**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

KAPUT, J. What is algebra? What is algebraic reasoning? *In*: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. (ed.). **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008. p. 5–17.

KEMMIS, Stephen; McTAGGART, Robin. **Cómo planificar la investigación-acción**. Barcelona: Laertes, 1988.

KIERAN, C. Concepts associated with the equality symbol. **Educational Studies in Mathematics**, v. 12, p. 317-326, 1981.

LESSA, M. M. L. **Balança de dois pratos e problemas verbais como ambientes didáticos para iniciação à Álgebra**: um estudo comparativo. 1996. 236 f. Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 1996.

LIMA, J. R. C.; BIANCHINI, B. L. A álgebra e o pensamento algébrico na proposta de Base Nacional Curricular Comum para os anos iniciais do Ensino Fundamental. **Rev. Prod. Disc. Educ. Matem***,* São Paulo, v. 6, n. 1, p. 197-208, 2017.

LINS, R.C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. **Pesquisa em Educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

LUNA, A. V. A; MERLINI, V. L; FERREIRA, A. A. B. C. A igualdade na aula de Matemática da Educação Infantil: por que devemos ficar atentos ao usar esse sinal? **Em Teia**: revista de educação matemática e tecnológica iberoamericana, v. 12, p. 1-21, 2021.

MAIA, D. L. et al. Formação de Professores que Ensinam Matemática no Contexto da Cibercultura: Estudo em uma Escola UCA. **Holos**, v. 4, p. 450-462, 2014. ISSN 1807-1600.

MAIA, Dennys Leite. **Aprendizagem docente sobre estruturas multiplicativas a partir de uma formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais**. 2016. 195f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MERCADO, Luís Paulo Leopoldo et al. **Formação docente e novas tecnologias**. In: IV Congresso RIBIE, Brasília. 1998.

MERLINI. V. L.; ARAÚJO, N. S. S; TEIXEIRA. C. A concepção de igualdade dos estudantes do 5 ano: um diagnóstico. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2021, Uberlândia. **Anais** [...]. Uberlândia: SIPEM 2021.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa social**. Teoria, método e criatividade. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

MIZUKAMI, M. G. N. Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L.S. Shulman. **Revista do Centro de Educação**, Santa Maria, n. 2, v. 29, p. 33-49, 2004.

OLIVEIRA, Caio; MAGINA, Sandra. **O raciocínio algébrico e a formação híbrida de professores que ensinam matemática**: o poder dos símbolos. Revista Interinstitucional Artes de Educar, [*s. l.*], v. 9, n. 1, p. 263-283, 2023. DOI: 10.12957/riae.2023.70575.

OLIVEIRA, R. M. **Formação online de professores dos anos iniciais do ensino fundamental**. 2023. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2023.

OLIVEIRA, Vanessa de; PAULO, Rosa Monteiro. Pensamento algébrico nos anos iniciais: o que pensam os professores? **Em Teia**: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, v. 12, n. 3, p. 1-25, 2021.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

RODRIGUES, André Lima; TEIXEIRA, Bruno Rodrigo. Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT): um levantamento bibliográfico em dissertações e teses brasileiras. **Revista Prática Docente**, Confresa, v. 5, n. 2, p. 608-625, maio/ago. 2020.

RUZ, Maria Teresa Merino. **As aulas de Matemática nos anos iniciais e a integração das tecnologias**: uma investigação dos conhecimentos docentes. 2022. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, São Paulo, 2022.

SANTOS, Maria José Costa dos. **Ensino de Matemática**: discussões teóricas e experiências formativas exitosas para professores do ensino fundamental. Coleção Publicação GTERCOA, vol 2. Editora: CRV, Curitiba - PR, 2022.

SCHLIEMANN, A.D.; CARRAHER, D.W.; BRIZUELA, B.M. **Trazendo à tona o caráter algébrico da aritmética**: Das ideias das crianças à prática em sala de aula. Lawrence Erlbaum: Associates Publishers, 2007.

SFARD, A. On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. **Educational Studies in Mathematics**, v. 22, n. 1, p. 1-36, 1991.

SHULMAN, Lee. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v.15, n.2, p.4-14, 1986.

TRIVILIN, L. R.; RIBEIRO, A. J. Conhecimento matemático para o ensino de diferentes significados do sinal de igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos anos iniciais do ensino fundamental. **Bolema**, v. 29, n. 51, p. 38-59, 2015.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no ensino fundamental**. formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGNAUD, G. La Théorie des Champs Conceptuels. **Researches en Didactique des Mathématiques**, v. 10, 1990. Disponível em: https://gerardvergnaud.wordpress.com/wp-content/uploads/2021/09/gvergnaud_1990_theorie-champs-conceptuels_recherche-didactique-mathematiques-10-2-3.pdf. Acesso em: 5 out. 2014.

APÊNDICE A - FORMULÁRIO

Este formulário visa coletar algumas informações dos professores sujeitos da pesquisa.

Seção 1: Dados Pessoais

Idade: ___

Sexo: M (   ) F (   ) Não informar (   )

Seção 2 - Dados profissionais

Turmas que leciona na escola:

(   ) Pré I (   ) Pré II (   ) 1º ano (   ) 2º ano (   ) 3º ano (   ) 4º ano (   ) 5º ano

Tempo de experiência como professor na rede de Maracanaú:

(   ) Menos de 1 ano

(   ) 1 a 3 anos

(   ) 3 a 5 anos

(   ) 5 a 10 anos

Formação Acadêmica:

(   ) Graduação

(   ) Especialização

(   ) Mestrado

(   ) Doutorado

ANEXO A - SITUAÇÕES-PROBLEMAS

S1	João e Sara estão brincando de bolas de gude. João pegou 4 bolas de gude do seu bolso esquerdo para brincar. João pegou então mais 4 bolas de gude do seu bolso direito para brincar. Sara levou 8 bolas de gude da sua coleção para brincar. Durante o jogo, Sara ganhou mais 2 bolas de gude. João também ganhou 2 bolas de gude durante o jogo. Você acha que João tem a mesma quantidade de bolas de gude da Sara? Ou você acha que um tem mais bolas de gudes que outro?
S2	Bruno e Tiago adoram comer chocolate. Um dia, Bruno levou 10 chocolates para a escola e depois comprou mais 2 na loja da escola. Tiago levou 5 chocolates, comprou então mais 5 na loja da escola e ganhou mais 2 de um outro amigo. No recreio, Tiago comeu 2 de seus chocolates e Bruno comeu também 2 de seus chocolates. Você pensa que após o recreio Tiago tem a mesma quantidade de chocolates que Bruno? Ou, você acha que um tem mais chocolates do que o outro? Explique como pensou. Explique como pensou.
S3	Bárbara e Joana fazem aniversário no mesmo dia. Bárbara ganhou 7 presentes das suas amigas, e Joana também ganhou 7 presentes das suas amigas. Quando a festa acabou, as duas garotas tiveram uma festa surpresa feita por suas famílias e receberam mais presentes. Bárbara recebeu mais 6 presentes da sua família. Joana recebeu mais 3 presentes da sua. Você acha que no final do dia, Joana tem a mesma quantidade de presentes que Bárbara?
S4	Patrícia e Daniel estão brincando fora da vizinhança. Como os dois gostam de laranja, foram às suas casas pegar laranja. Patrícia pegou 6 laranjas e Daniel pegou 3. Depois eles voltaram para suas casas e pegaram mais laranja. Patrícia pegou mais 4 laranjas e Daniel pegou mais 3. Daniel voltou pela terceira vez à sua casa e retornou com mais 4 laranjas. Nessa hora chegou um amigo deles e Patrícia deu para esse amigo 6 laranjas e Daniel deu 3 laranjas. Você acha que, agora, depois de eles terem dado algumas laranjas, Patrícia e Daniel tem a mesma quantidade de laranjas? Ou você acha que um tem mais laranja que outro?
S5	Rosa e Cláudia colecionam selos. Antes do Natal Rosa e Cláudia tinham a mesma quantidade de selos. Rosa colocou todos seus selos em um álbum. Cláudia colocou seus selos em dois álbuns. Depois do Natal elas pegaram todos os selos que ganharam de seus familiares e viram que tinham recebido a mesma quantidade de selos e então foram colocar nos seus álbuns. Você acha que Rosa tem a mesma quantidade de selos de Cláudia? Ou você acha que uma tem mais selos que a outra?
S6	Rodrigo e André foram pegar conchas do mar na praia cedo pela manhã. Rodrigo pôs as conchas que encontrou em uma caixa grande. André encontrou o mesmo número de conchas que Rodrigo, mas ele dividiu igualmente em duas caixas pequenas. De tarde, foram novamente à praia e Rodrigo encontrou outra vez a mesma quantidade de conchas como as de André. Desta vez, cada menino pôs as conchas que eles tinham encontrado em um saco. No dia seguinte foram contar quantas conchas cada um tinha nas caixas, mas não encontraram os sacos. Você acha que Rodrigo tem o mesmo número de conchas que André? Ou você acha que um deles tem mais concha que o outro?
S7	Em um fim de semana, Lucas e Francisco foram pescar. No sábado eles pescaram a mesma quantidade de peixes. Lucas e Francisco pescaram no domingo também. No final do dia eles contaram a quantidade de peixes que cada um tinha pescado. Eles descobriram que Lucas pescou mais do que Francisco. No final do fim de semana, você acha que Lucas pescou a mesma quantidade de peixes de Francisco? Ou você acha que um pescou mais do que outro?

S8	Carlos e Marcelo adoram biscoitos. Cada um deles possui um pacote de biscoito com a mesma quantidade. Carlos colocou todos seus biscoitos em uma cesta. Marcelo dividiu seus biscoitos em duas cestas. Então, eles pegaram um outro pacote. Carlos e Marcelo pegaram a mesma quantidade de biscoito, mas desta vez os dois colocaram os biscoitos em um depósito para comer depois. O irmão mais novo de Carlos foi à cozinha e disse que queria biscoito também. Carlos deu para ela sua cesta de biscoito e Marcelo deu para ela uma de suas cestas de biscoito. Agora, depois de ter dividido seus biscoitos, você acha que Carlos tem o mesmo número de biscoitos que Marcelo? Ou você acha que um tem mais biscoito que o outro?

APÊNDICE B - DIÁRIO DE CAMPO

OBSERVAÇÃO GERAL

1. Compreensão dos Conceitos

Como os professores definem e explicam os conceitos de igualdade, equação e inequação durante as atividades?

Observação de expressões verbais ou escritas que evidenciam sua compreensão.

Quais analogias ou exemplos os professores utilizam para explicar esses conceitos?

Identificação de referências ou associações feitas pelos professores.

2. Interação com a balança de dois pratos

De que forma os professores manipulam a balança de dois pratos para resolver problemas?

Observação das estratégias utilizadas na manipulação física do recurso.

3. Estratégias de Resolução de Problemas

Quais métodos os professores empregam para resolver as situações-problema apresentadas?

Identificação de abordagens algébricas, aritméticas ou outras.

Como os professores justificam suas soluções ou afirmações?

Registro de respostas e argumentações fornecidas.

4. Interação com o RED

Como os professores navegam e interagem com o RED "O Reino de Aljabar"?

Registro de facilidades e dificuldades no uso da ferramenta digital.

Quais soluções ou caminhos os professores escolhem ao enfrentar os desafios propostos pelos recursos?

Análise das decisões tomadas durante as atividades.

Descrição das Atividades:

- **Atividade 1:** Resolução de situações-problemas relacionadas à igualdade e equivalência, baseadas na habilidade EF05MA10.
- **Atividade 2:** Manipulação da balança de dois pratos para descobrir valores desconhecidos, baseados na habilidade EF05MA11.
- **Momento de Compartilhamento:** Discussão coletiva sobre as experiências, dificuldades e percepções das atividades realizadas.

APÊNDICE C - ROTEIRO DE ENTREVISTA

Como a formação contribuiu para a sua compreensão dos conceitos de igualdade, equação e inequação?

Como você explicaria a diferença entre equação e inequação? Sua abordagem mudou depois da formação?

Como você descreveria sua experiência geral com a formação?

Quais aspectos mais influenciaram positivamente e/ou negativamente?

De que maneira a formação contribuiu para o seu conhecimento sobre os conceitos de igualdade, equação e inequação? Você acredita que sua compreensão sobre esses temas se aprofundou?

Você já aplicou ou pretende aplicar alguma das estratégias apresentadas na formação? Como foi/será essa experiência?

Quais foram as maiores dificuldades que você encontrou durante a formação e como você as superou?

Em que momento da formação você percebeu que algo mudou na sua forma de pensar sobre o ensino de matemática, especialmente em relação à álgebra?

Você se sente mais confiante para ensinar os conceitos de igualdade, equação e inequação após a formação? De que forma essa confiança afeta seu planejamento e prática de ensino?

Quais sugestões você tem para melhorar futuras formações? Há algum tema ou recurso que você gostaria de ver abordado?

Após essa formação, você sente a necessidade de continuar se aprofundando em algum conceito ou metodologia? Quais seriam seus próximos passos?