



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA HIDRÁULICA E AMBIENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

WANA MARIA DE SOUZA

**MODELAGEM DO COMPORTAMENTO CISALHANTE DE DESCONTINUIDADES
ROCHOSAS UTILIZANDO REDES NEURAS ARTIFICIAIS DO TIPO FUNÇÃO DE
BASE RADIAL**

FORTALEZA

2024

WANA MARIA DE SOUZA

MODELAGEM DO COMPORTAMENTO CISALHANTE DE DESCONTINUIDADES
ROCHOSAS UTILIZANDO REDES NEURAIS ARTIFICIAIS DO TIPO FUNÇÃO DE
BASE RADIAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Geotecnia.

Orientador: Prof. Dr. Silvrano Adonias Dantas Neto.

Coorientador: Prof. Dr. Guilherme de Alencar Barreto

FORTALEZA

2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S236m Souza, Wana Maria de.
MODELAGEM DO COMPORTAMENTO CISALHANTE DE DESCONTINUIDADES ROCHOSAS
UTILIZANDO REDES NEURAIAS ARTIFICIAIS DO TIPO FUNÇÃO DE BASE RADIAL / Wana Maria
de Souza. – 2024.
219 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Civil: Geotecnia, Fortaleza, 2024.

Orientação: Prof. Dr. Silvrano Adonias Dantas Neto.

Coorientação: Prof. Dr. Guilherme de Alencar Barreto.

1. Redes neurais artificiais. 2. funções de base radial. 3. descontinuidades rochosas. 4. dilatância. 5. tensão
cisalhante. I. Título.

CDD 624.15


WANA MARIA DE SOUZA

MODELAGEM DO COMPORTAMENTO CISALHANTE DE DESCONTINUIDADES
ROCHOSAS UTILIZANDO REDES NEURAIIS ARTIFICIAIS DO TIPO FUNÇÃO DE
BASE RADIAL


Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Geotecnia.

Aprovada em: 25/06/2024.


BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 SILVRANO ADONIAS DANTAS NETO
Data: 27/06/2024 11:09:33-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>


Prof. Dr. Silvrano Adonias Dantas Neto (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Documento assinado digitalmente
 GUILHERME DE ALENCAR BARRETO
Data: 25/06/2024 16:59:49-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof. Dr. Guilherme de Alencar Barreto (Coorientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Documento assinado digitalmente
 ANDERSON BORGHETTI SOARES
Data: 26/06/2024 08:45:11-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof. Dr. Anderson Borghetti Soares (Avaliador interno)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Documento assinado digitalmente
 ANTONIO JUNIOR ALVES RIBEIRO
Data: 25/06/2024 16:28:04-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof. Dr. Antonio Júnior Alves Ribeiro
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida, pelo Seu amor incondicional e por me permitir usufruir das oportunidades que me foram concedidas.

A minha mãe, Antonia Miriam, e minha irmã Wellida Mirla, pelo afeto, atenção e cuidado para com os meus projetos de vida.

A família Souza, pelo incentivo aos estudos, ajuda e acolhimento de sempre.

Ao meu orientador da graduação, Antonio Júnior, por me acolher desde o início do curso, pelo incentivo, apoio e amizade. Agradeço imensamente todas as oportunidades que me foram confiadas, e pelo conhecimento repassado durante todos esses anos, o que contribuiu para estar concluindo mais essa etapa acadêmica.

Ao Prof. Dr. Silvrano Dantas Adonias Neto pela orientação, paciência e por estar sempre à disposição durante o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Guilherme de Alencar Barreto pela inestimável ajuda, excelente coorientação e pela doação do seu tempo durante a realização da pesquisa.

Aos membros da banca, Prof. Dr. Anderson Borghetti Soares e Prof. Dr. Antonio Júnior Alves Ribeiro, pelas valiosas contribuições neste trabalho.

Aos demais professores da geotecnia pelos ensinamentos, dedicação e profissionalismo, que me inspiram a ser uma grande profissional.

Aos colegas da turma de mestrado, em especial, Lucas Nogueira, Airlis Mendes e Eliana Ribeiro, pela convivência, companheirismo e amizade.

Aos amigos de longas datas, Flavia Munís, Suelho Pereira, Iraneide Souza e Aline Jacó que mesmo de longe se fizeram presente, acreditando no meu potencial. Obrigada pela fraternidade de sempre.

Ao Centro Nacional de Processamento de Alto Desempenho (CENAPAD) da UFC por subsidiar a realização da pesquisa, através da concessão da licença do *software* MATLAB.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

RESUMO

Um dos principais desafios na análise e dimensionamento de estruturas geotécnicas implantadas em maciços rochosos é a estimativa realista do comportamento cisalhante das suas descontinuidades. Dada a sua importância, diversos modelos têm sido desenvolvidos. Entretanto, apesar de adequados esses modelos apresentam limitações, sobretudo devido a disponibilidade de ensaios para validá-los, pois tratam-se de ensaios realizados em grande escala. Modelos alternativos baseados em Redes Neurais Artificiais (RNA) do tipo Perceptron Multicamadas (MLP), lógica *fuzzy* e sistema *neuro-fuzzy* também foram desenvolvidos, porém estes modelos também apresentam limitações, uma vez que a MLP exige um esforço computacional mais elevado quando comparado a outros tipos de RNA. Em relação a lógica *fuzzy* e o sistema *neuro-fuzzy* as limitações se dão pela dependência dos intervalos atribuídos às suas variáveis de entrada durante o processo de modelagem. Neste trabalho, foi proposta a utilização das Redes Neurais Artificiais (RNA) baseadas em funções de base radial (RBF, *Radial Basis Function*) no desenvolvimento de modelos alternativos para a previsão do comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas com e sem preenchimento, sob condições de carga normal constante (CNL) e rigidez normal constante (CNS), tendo em vista a sua capacidade de lidar adequadamente com problemas não lineares com uma única camada oculta e um menor tempo de processamento. Para tanto, foram desenvolvidos diversos modelos neurais, e por meio de comparações gráficas de dados experimentais e validações feitas utilizando-se descontinuidades hipotéticas, foi selecionado o modelo de melhor desempenho, sendo este obtido por meio de função de base gaussiana de abertura (*spread*) de 0,5 e erro quadrático médio desejado (*goal*) de 0,0002. O modelo apresenta como variáveis de entrada a rigidez normal externa (k_n), a tensão normal inicial (σ_{n0}), o coeficiente de rugosidade da junta (JRC), a resistência à compressão uniaxial da rocha intacta (σ_c), o ângulo de atrito básico da rocha (ϕ_b), a razão da amplitude do preenchimento pela amplitude da aspereza (t/a), o ângulo de atrito do preenchimento (ϕ_{fill}) e o deslocamento cisalhante (h). O modelo selecionado contempla duas variáveis de saída, isto é, a tensão cisalhante e a dilatância. Este, por sua vez, apresenta uma arquitetura de 8-182-2 e coeficientes de determinação superiores a 0,97 para as variáveis preditas, e um *root mean-square error* (RMSE) igual ou inferior a 0,0255 para os conjuntos de treinamento e teste. As análises de desempenho estatístico sugerem um modelo de excelente ajuste e as validações e comparações com dados hipotéticos e experimentais indicaram que o modelo proposto é capaz de representar de forma coerente a influência das variáveis de entrada no comportamento cisalhante. Em suma, a rede RBF demonstra capacidade

de modelar as relações complexas inerentes ao comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas e se mostra um método alternativo para a estimativa da tensão cisalhante e dilatância de forma rápida e econômica para aplicações diárias da engenharia, uma vez que permite a obtenção de equações para o fenômeno modelado.

Palavras-chave: Redes neurais artificiais, funções de base radial, descontinuidades rochosas, dilatância, tensão cisalhante.

ABSTRACT

One of the main challenges in the analysis and design of geotechnical structures implemented in rock masses is the realistic estimation of the shear behavior of discontinuities. Owing to their importance, several models have been developed. However, despite being adequate, these models have limitations, mainly due to the availability of tests to validate them, as these are large-scale tests. Alternative models based on Artificial Neural Networks (ANN) of Multilayer Perceptron (MLP) type, fuzzy logic, and neuro-fuzzy systems have also been developed. However, these models also have limitations considering that MLP requires a higher computational effort compared to other types of ANN. Regarding fuzzy logic and neuro-fuzzy systems, limitations arise from the dependence on the intervals assigned to their input variables during the modeling process. In this study, the use of artificial neural networks (ANN) based on Radial Basis Functions (RBF) was proposed for the development of alternative models to predict the shear behavior of rock discontinuities with and without infill under conditions of constant normal load (CNL) and constant normal stiffness (CNS), considering their ability to adequately handle nonlinear problems with a single hidden layer and a shorter processing time. To achieve this, various neural models were developed, and the best-performing model was selected through graphical comparisons of experimental data and validations using hypothetical discontinuities. This model was obtained using a Gaussian basis function with a spread of 0.5 and a desired mean squared error of 0.0002. The input variables included external normal stiffness (k_n), initial normal stress (σ_{n0}), joint roughness coefficient (JRC), uniaxial compressive strength of intact rock (σ_c), basic friction angle of the rock (ϕ_b), the ratio of infill thickness to asperity amplitude (t/a), the infill friction angle (ϕ_{fill}), and shear displacement (h). The selected model includes two output variables, that is, shear stress and dilatation. This, in turn, presents an architecture of 8-182-2 and coefficients of determination greater than 0.97 for the predicted variables, with a root mean square error (RMSE) equal to or less than 0.0255 for both the training and testing data sets. Statistical performance analyses suggested an excellent fitting model, and validations and comparisons with hypothetical and experimental data indicated that the proposed model can consistently represent the influence of input variables on shear behavior. In summary, the RBF network demonstrates the ability to model the complex relationships inherent in the shear behavior of rock discontinuities and proves to be an alternative method for estimating shear stress and dilatancy quickly and economically for everyday engineering applications, as it allows the derivation of equations for the modeled phenomenon.

Keywords: Artificial neural networks, radial basis functions, rock discontinuities, dilation, shear stress.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Influência da tensão normal na tensão cisalhante	27
Figura 2.2 – Influência da tensão normal inicial na dilatação	27
Figura 2.3 – Escavação subterrânea em maciço rochoso fraturado	29
Figura 2.4 – Representação simplificada do ensaio sob CNS	29
Figura 2.5 – Influência da rigidez normal de contorno na tensão cisalhante	30
Figura 2.6 – Influência da rigidez normal de contorno na dilatação	30
Figura 2.7 – Influência da rugosidade na tensão cisalhante	31
Figura 2.8 – Influência da rugosidade na dilatação	31
Figura 2.9 – Perfis de rugosidade propostos por Barton e Choubey (1977)	32
Figura 2.10 – Influência do preenchimento na tensão cisalhante	33
Figura 2.11 – Influência do preenchimento na dilatação	34
Figura 2.12 – Envoltória de resistência ao cisalhamento proposta por Patton (1966)	36
Figura 2.13 – Relação entre o JRC_{mob} e o deslocamento cisalhante normalizado u_s/u_p	40
Figura 2.14 – Procedimento de cálculo da dilatação sob condições CNS proposto por Skinas, Bandis e Demiris (1990)	41
Figura 2.15 – Arquitetura do modelo neuronal de Dantas Neto <i>et al.</i> (2017)	46
Figura 2.16 – Comparação entre os resultados de tensão cisalhante (a) e dilatação (b) produzidos pelo modelo neuronal de Dantas Neto <i>et al.</i> (2017) e Indraratna e Haque (2000)	47
Figura 2.17 – Modelo empírico proposto por Papaliangas <i>et al.</i> (1990) para a resistência ao cisalhamento de pico	50
Figura 2.18 – Formulação de modelo hiperbólico adotado por Indraratna, Haque e Aziz (1999)	52
Figura 2.19 – Modelo da tensão cisalhante normalizado para descontinuidades preenchidas proposto por Indraratna, Welideniya e Brown (2005)	54
Figura 2.20 – Arquitetura do modelo neuronal G_m , proposto por Leite (2019)	59
Figura 2.21 – Comparação entre os resultados obtidos por Leite (2019) e resultados fornecidos pelos modelos de Indraratna e Haque (2000) e Dantas Neto <i>et al.</i> (2017), para a tensão cisalhante (a) e a dilatação (b)	59

Figura 3.1 – Representação dos principais componentes de um neurônio artificial	63
Figura 3.2 – Estrutura da rede neural artificial do tipo função de base radial.....	67
Figura 3.3 – Exemplo ilustrativo de três funções de base gaussiana de mesma largura, mas com diferentes centros	70
Figura 3.4 – Exemplo ilustrativo de três funções de base gaussiana de mesmo centro, mas com diferentes larguras.....	71
Figura 4.1 – Fluxograma do método proposto	78
Figura 4.2 – Frequência da rigidez normal de contorno.....	80
Figura 4.3 – Frequência da razão entre a amplitude do preenchimento pelo da aspereza.....	81
Figura 4.4 – Frequência do coeficiente de rugosidade	81
Figura 4.5 – Frequência da tensão normal inicial.....	81
Figura 4.6 – Frequência da resistência à compressão uniaxial da rocha	82
Figura 4.7 – Frequência do ângulo de atrito básico da rocha	82
Figura 4.8 – Frequência do ângulo de atrito do preenchimento	82
Figura 4.9 – Frequência do deslocamento cisalhante	83
Figura 4.10 – Principais rotinas do código-fonte	86
Figura 5.1 – Comparação entre os resultados experimentais de Papaliangas <i>et al.</i> (1993) com os resultados previstos pelo modelo A3 para a tensão cisalhante.....	94
Figura 5.2 – Comparação entre os resultados experimentais de Benmokrane e Ballivy (1989) (a), Skinas, Bandis e Demiris (1990) (b) e Mehrishal <i>et al.</i> (2016) (c), com os resultados previstos pelo modelo A3 para a dilatação.....	95
Figura 5.3 – Contribuição média das variáveis de entrada para previsão da tensão cisalhante (a) e dilatação (b) dos três modelos da classe A com melhor desempenho	96
Figura 5.4 – Contribuição média das variáveis de entrada para previsão da tensão cisalhante (a) e dilatação (b) dos três modelos da Classe B com melhor desempenho	97
Figura 5.5 – Comparação entre os resultados experimentais de Papaliangas <i>et al.</i> (1993) com os resultados previstos pelo modelo C2 para a tensão cisalhante.....	98
Figura 5.6 – Comparação entre os resultados experimentais de Benmokrane e Ballivy (1989) (a), Mehrishal <i>et al.</i> (2016) (b) e Papaliangas <i>et al.</i> (1993) (c) com os resultados previstos pelo modelo C2 para a dilatação	99
Figura 5.7 – Contribuição média das variáveis de entrada para previsão da tensão cisalhante (a) e dilatação (b) dos três modelos da Classe C com melhor desempenho	100

Figura 5.8 – Comparação entre os resultados experimentais de Papaliangas <i>et al.</i> (1993) com os resultados previstos pelo modelo D1 para a tensão cisalhante	101
Figura 5.9 – Comparação entre os resultados experimentais de Benmokrane e Ballivy (1989) (a), Mehrishal <i>et al.</i> (2016) (b) com os resultados previstos pelo modelo D1 para a dilatação.....	101
Figura 5.10 – Contribuição média das variáveis de entrada para previsão da tensão cisalhante (a) e dilatação (b) dos três modelos da Classe D com melhor desempenho.....	102
Figura 5.11 – Comparação entre os resultados experimentais de Papaliangas <i>et al.</i> (1993) com os resultados previstos pelo modelo E2 para a tensão cisalhante.....	104
Figura 5.12 – Comparação entre os resultados experimentais de Skinas Bandis e Demiris (1990) (a) e Mehrishal <i>et al.</i> (2016) (b) com os resultados previstos pelo modelo E2 para a dilatação.....	104
Figura 5.13 – Comparação entre os resultados experimentais de Papaliangas <i>et al.</i> (1993) com os resultados previstos pelo modelo E3 para a tensão cisalhante.....	105
Figura 5.14 – Comparação entre os resultados experimentais de Benmokrane e Ballivy (1989) (a), Mehrishal <i>et al.</i> (2016) (b) com os resultados previstos pelo modelo E3 para a dilatação.....	105
Figura 5.15 – Contribuição média das variáveis de entrada para previsão da tensão cisalhante (a) e dilatação (b) dos três modelos da Classe E com melhor desempenho	106
Figura 5.16 – Comparação entre os resultados experimentais de Oliveira, Indraratna e Nemcik (2009) com os resultados previstos pelo modelo F2 para a tensão cisalhante.....	107
Figura 5.17 – Comparação entre os resultados experimentais de Skinas, Bandis e Demiris (1990) com os resultados previstos pelo modelo F2 para a tensão cisalhante.....	108
Figura 5.18 – Contribuição média das variáveis de entrada para previsão da tensão cisalhante (a) e dilatação (b) dos três modelos da Classe F com melhor desempenho	108
Figura 5.19 – Influência do preenchimento sob CNL (a) e CNS (b) na tensão cisalhante apresentado pelo modelo A2 com arquitetura 8-369-2.....	109
Figura 5.20 – Influência do preenchimento sob CNL (a) e CNS (b) na tensão cisalhante apresentado pelo modelo B2 com arquitetura 8-337-2.....	110
Figura 5.21 – Influência do preenchimento sob CNL (a) e CNS (b) na tensão cisalhante apresentado pelo modelo F1 com arquitetura 8-145-2	111
Figura 5.22 – Influência do preenchimento sob CNL (a) e CNS (b) na tensão cisalhante apresentado pelo Modelo C1 com arquitetura 7-257-2	112
Figura 5.23 – Influência do preenchimento sob CNL (a) e CNS (b) na tensão cisalhante apresentado pelo Modelo C3 com arquitetura 7-173-2	112
Figura 5.24 – Influência do preenchimento sob CNL (a) e CNS (b) na tensão cisalhante	

apresentado pelo Modelo D2 com arquitetura 7-271-2	113
Figura 5.25 – Influência do preenchimento sob CNL (a) e CNS (b) na tensão cisalhante apresentado pelo Modelo D3 com arquitetura 7-169-2	114
Figura 5.26 – Arquitetura do modelo RBF	118
Figura 5.27 – Correlação entre os dados experimentais e os dados previstos para o conjunto de teste da tensão cisalhante (a) e dilatância (b).....	119
Figura 5.28 – Histograma de erros do modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b)	120
Figura 5.29 – Box plot de erro do modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b).....	121
Figura 5.30 – Autocorrelação do erro do modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b)	122
Figura 5.31 – Comparação entre os resultados experimentais de Benmokrane e Ballivy (1989) com os previstos pelo modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b).....	123
Figura 5.32 – Comparação entre os resultados experimentais de Skinas, Bandis e Demiris (1990) com os previstos pelo modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b)	124
Figura 5.33 – Comparação entre os resultados experimentais de Papaliangas <i>et al.</i> (1933) com os previstos pelo modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b)	125
Figura 5.34 – Comparação entre os resultados experimentais de Haque (1999) com os previstos pelo modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b)	126
Figura 5.35 – Comparação entre os resultados experimentais de Oliveira, Indraratna e Nemcik (2009) com os previstos pelo modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b)	127
Figura 5.36 – Comparação entre os resultados experimentais de Mehrishal <i>et al.</i> (2016) com os previstos pelo modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b) .	128
Figura 5.37 – Comparação entre os resultados experimentais de Shrivastava e Rao (2017) – sob CNL com os previstos pelo modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b)	129
Figura 5.38 – Comparação entre os resultados experimentais de Shrivastava e Rao (2017) – sob CNS com os previstos pelo modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b)	130
Figura 5.39 – Resultados fornecidos pelo modelo RBF para previsão da tensão cisalhante (a) e a dilatância (b) para as descontinuidades hipotéticas comparadas aos resultados dos modelos neurais de Dantas Neto <i>et al.</i> (2017) e Leite (2019) considerando a	

variação das condições de contorno	132
Figura 5.40 – Resultados fornecidos pelo modelo RBF para previsão da tensão cisalhante (a) e a dilatância (b) para as descontinuidades hipotéticas comparadas aos resultados dos modelos neurais de Dantas Neto <i>et al.</i> (2017) e Leite (2019) considerando a variação das tensões normais iniciais	133
Figura 5.41 – Resultados fornecidos pelo modelo RBF para previsão da tensão cisalhante (a) e a dilatância (b) para as descontinuidades hipotéticas comparadas aos resultados dos modelos neurais de Dantas Neto <i>et al.</i> (2017) e Leite (2019) considerando a variação do JRC	134
Figura 5.42 – Resultados fornecidos pelo modelo RBF para previsão da tensão cisalhante (a) e a dilatância (b) para as descontinuidades hipotéticas comparadas aos resultados dos modelos neurais de Dantas Neto <i>et al.</i> (2017) e Leite (2019) considerando diferentes valores de t/a	136
Figura 5.43 – Resultados fornecidos pelo modelo RBF para previsão da tensão cisalhante (a) e a dilatância (b) para as descontinuidades hipotéticas comparadas aos resultados dos modelos neurais de Dantas Neto <i>et al.</i> (2017) e Leite (2019) considerando diferentes valor de t/a	137
Figura 5.44 – Comparação entre o modelo RBF, os dados experimentais e o modelo analítico de Indraratna e Haque (2000) e os modelos neurais de Dantas Neto <i>et al.</i> (2017) e Leite (2019) para a tensão cisalhante (a) e a dilatância (b)	139

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Constantes empíricas do modelo proposto por Indraratna, Welideniya e Brown (2005).....	55
Tabela 2.2 – Coeficientes x e y do modelo proposto por Shrivastava e Rao (2017).....	57
Tabela 3.1 – Exemplos de funções de base radial	66
Tabela 4.1 – Estatística descritiva das variáveis de interesse	80
Tabela 4.2 – Dados das classes dos modelos de previsão da tensão cisalhante e dilatação	84
Tabela 4.3 – Valores de abertura da gaussiana e do erro quadrático médio utilizados nos modelos propostos.....	88
Tabela 5.1 – Quantidade de modelos com média geométrica maior que 0,95 para cada classe considerando os dados de teste	92
Tabela 5.2 – Principais modelos da Classe A	94
Tabela 5.3 – Principais modelos da Classe B	96
Tabela 5.4 – Principais modelos da Classe C	97
Tabela 5.5 – Principais modelos da Classe D.....	100
Tabela 5.6 – Principais modelos da Classe E	103
Tabela 5.7 – Principais modelos da Classe F.....	106
Tabela 5.8 – Arquiteturas de melhor desempenho	115
Tabela 5.9 – Validação estatística do modelo RBF – Tensão cisalhante	117
Tabela 5.10 – Validação estatística do modelo RBF - Dilatação.....	117
Tabela 5.11 – Contribuição percentual de cada variável para previsão do cisalhamento e da dilatação para o modelo RBF	118
Tabela 5.12 – Parâmetros de Fourier utilizados	138

LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS

CNL	Carga normal constante
CNS	Rigidez Normal Constante
RNA	Redes Neurais Artificiais
MLP	Perceptron Multicamadas
RBF	Rede do tipo função de base radial
τ_p	Tensão cisalhante de pico
σ_n	Tensão normal atuante
ϕ	Ângulo de atrito entre os planos
c	Intercepto coesivo
i	Ângulo de dilatância para um dado deslocamento cisalhante u_s
i_0	Ângulo inicial da aspereza
ϕ_r	Ângulo de atrito residual
ϕ_b	Ângulo de atrito básico da rocha
JRC	Coefficiente de rugosidade da descontinuidade
JCS	Resistência à compressão simples da descontinuidade
σ_c	Resistência à compressão simples da rocha intacta
σ'_n	Tensão normal efetiva
k_n	Rigidez normal externa
σ_{n0}	Tensão normal inicial
ϕ_{fill}	Ângulo de atrito do preenchimento
t	Espessura do preenchimento
a	Amplitude das asperezas
t/a	Razão da espessura do preenchimento pela amplitude da aspereza
$t/a_{crít}$	Razão entre espessura do preenchimento e amplitude da aspereza crítico
h	Deslocamento cisalhante
τ_s	Tensão cisalhante
δ_v	Dilatância
η	Fator de compressão modificado
c_1	Constante empírica que controla a taxa de compressão do preenchimento
c_2	Constante empírica que controla a degradação da aspereza
c_3	Constante de ajuste do modelo

ϕ_p	Ângulo de atrito de pico da descontinuidade preenchida
NSD	Decréscimo normalizado da tensão cisalhante
JRC_{mob}	Coefficiente de rugosidade da descontinuidade mobilizado
E	Módulo de Young da rocha
ν	Coefficiente de Poisson da rocha.
Δ_{us}	Varição do deslocamento normal
a_0, a_n, b_n	Coefficientes da série de Fourier
T	Período de Fourier
N_h	Número de harmônicos da série de Fourier
μ_i	Centro da função de base radial
σ_j	Abertura da gaussiana
$d_{(k,max)}$	Distância máxima, entre o k -ésimo centro e outro centro qualquer no espaço de entrada.
N	Número de dados do treinamento
ω_k	Peso que conecta a k -ésima função de base radial
ω_0	Limiar do neurônio de saída
q	Quantidade de neurônios
y_i	Saída da rede RBF.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	20
1.1 Justificativa.....	20
1.2 Objetivos.....	23
<i>1.2.1 Objetivo Geral.....</i>	<i>23</i>
<i>1.2.2 Objetivos Específicos.....</i>	<i>23</i>
1.3 Metodologia.....	23
1.4 Estrutura da dissertação.....	24
2. COMPORTAMENTO CISALHANTE DAS DESCONTINUIDADES ROCHOSAS	26
2.1 Introdução.....	26
2.2 Parâmetros governantes.....	26
2.3 Modelos de previsão do comportamento cisalhante.....	35
<i>2.3.1 Descontinuidades rochosas sem preenchimento.....</i>	<i>35</i>
<i>2.3.2 Descontinuidades rochosas com preenchimento.....</i>	<i>48</i>
2.4 Conclusões parciais.....	60
3. REDES NEURAIAS ARTIFICIAIS DO TIPO FUNÇÃO DE BASE RADIAL	62
3.1 Introdução.....	62
3.2 Fundamentos básicos.....	62
3.3 Estrutura da rede RBF.....	66
3.4 Estimação dos Pesos de Saída.....	72
3.5 RBF aplicada a Geotecnia.....	75
3.6 Conclusões Parciais.....	76
4. MATERIAIS E MÉTODOS.....	78
4.1 Introdução.....	78
4.2 Seleção das variáveis de entrada e saída e aquisição dos dados experimentais.....	79
4.3 Tratamento Estatístico dos Dados.....	79
4.4 Configurações dos modelos desenvolvidos.....	84
4.5 Implementação dos modelos RBF.....	85
4.6 Seleção, análise de sensibilidade, validação e comparação dos modelos.....	89
5 MODELOS RBF PARA A PREVISÃO DO COMPORTAMENTO CISALHANTE DE DESCONTINUIDADES ROCHOSAS.....	91
5.1 Introdução.....	91
5.2 Modelos desenvolvidos.....	91
5.3 Seleção das melhores arquiteturas.....	93
<i>5.3.1 Classe A.....</i>	<i>93</i>

5.3.2 Classe B.....	96
5.3.3 Classe C.....	98
5.3.4 Classe D.....	100
5.3.5 Classe E.....	103
5.3.6 Classe F.....	106
5.4 Análise de desempenho dos principais modelos RBF.....	109
5.5 Modelo selecionado para previsão da variação da tensão cisalhante e dilatação com deslocamento cisalhante.....	116
5.6 Comparação dos resultados obtidos pelo modelo escolhido com os dados experimentais usados em sua elaboração.....	123
5.7 Comparação entre os resultados fornecidos pelo modelo RBF e outros modelos neurais para descontinuidades hipotéticas.....	131
5.8 Comparação entre os resultados fornecidos pelo modelo RBF e os fornecidos pelos modelos analítico e neurais existentes por meio descontinuidades idealizadas.....	138
5.9 Disponibilização do modelo RBF.....	140
5.10 Conclusões Parciais.....	140
6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	143
6.1 Conclusões.....	143
6.2 Sugestões para trabalhos futuros.....	145
REFERÊNCIAS.....	146
APÊNDICE A- INTERPOLAÇÃO DOS GRÁFICOS DAS MELHORES ARQUITETURAS.....	158
APÊNDICE B – VALIDAÇÃO DAS MELHORES ARQUITETURAS.....	200
APÊNDICE C – DADOS DO MODELO DE MELHOR DESEMPENHO.....	213

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados a justificativa da pesquisa, os objetivos gerais e específicos, a metodologia utilizada e a estrutura da dissertação, de modo a subsidiar o entendimento do trabalho.

1.1 Justificativa

Dada a importância da execução de obras em maciços rochosos, essas estruturas necessitam de estudos geotécnicos aprofundados, principalmente no que diz respeito à presença de descontinuidades (DA SILVA *et al.*, 2008).

Segundo Matos (2018) e Dantas Neto *et al.* (2022), a estabilidade de maciços rochosos depende, em grande parte, das descontinuidades, tendo em vista que a sua presença influencia significativamente a resistência mecânica e a deformabilidade do maciço rochoso. Sanei *et al.* (2015) afirmam que a estimativa da resistência ao cisalhamento de descontinuidades rochosas é de grande relevância em diversas aplicações na área de Mecânica das Rochas, especialmente em relação à avaliação da estabilidade de fundações de barragens e taludes rochosos.

O comportamento cisalhante das descontinuidades, de modo geral, está diretamente relacionado às condições de contorno impostas, a tensão normal inicial atuante, às características de rugosidade e da rocha intacta, bem como à presença ou não de material de preenchimento, conforme destacam os trabalhos de Patton (1966), Barton (1973a, 1973b, 1976, 2013), Barton e Choubey (1977), Benmokrane e Ballivy (1989), Skinas, Bandis e Demeris (1990), Papaliangas *et al.* (1993), Haque (1999), Indraratna, Welideniya e Brown (2005), Indraratna *et al.* (2010a, 2010b).

Os principais modelos analíticos existentes descrevem a resistência ao cisalhamento das descontinuidades rochosas sob diferentes condições de contorno e de preenchimento. Os primeiros modelos foram baseados em descontinuidades rochosas sem preenchimento sob carga normal constante (CNL) podendo-se citar Patton (1966), Barton (1973a, 1973b, 1976), Barton e Choubey (1977), Barton e Bandis (1990), Papaliangas *et al.* (1993), dentre outros.

Posteriormente surgiram modelos baseados em descontinuidades submetidas a condição de rigidez normal constante (CNS), sem preenchimento (BENMOKRANE; BALLIVY, 1989; SKINAS; BANDIS; DEMERIS, 1990; INDRARATNA; HAQUE, 2000), e com preenchimento (INDRARATNA; WELIDENIYA; BROWN, 2005). Outros modelos são aplicáveis a descontinuidades com preenchimento submetidos as condições CNL e CNS, tais

como os desenvolvidos por Haque (1999), Indraratna, Oliveira e Brown (2010), Shrivastava e Rao (2018), entre outros. Mais recentemente, surgiram modelos aplicáveis a descontinuidades com e sem preenchimento e submetidas às condições CNL e CNS, podendo-se citar Indraratna, Haque e Aziz (1998), etc.

Entretanto, apesar de adequados, esses modelos analíticos apresentam limitações, tendo em vista que devem ser calibrados a partir da realização de ensaios cisalhamento direto realizados em laboratório. Os equipamentos utilizados são de grande escala e apresentam dificuldade em representar as condições de contorno que a descontinuidade apresenta no campo. Outras limitações estão associadas a duração do ensaio, ao alto custo do teste e a disponibilidade do equipamento no país.

Considerando as limitações supracitadas, observa-se a necessidade e a viabilidade de empregar outros métodos de análise na previsão do comportamento cisalhante de forma mais simples, utilizando variáveis de fácil obtenção. Para tanto, pode-se citar as Redes Neurais Artificiais (RNA), desenvolvidas com base no funcionamento do cérebro humano por meio de neurônios artificiais, e têm a capacidade computacional adquirida por meio de aprendizado.

As RNAs se caracterizam como um dos métodos mais poderosos para ajustar as relações de entrada-saída não lineares (SAFARNEJAD; HORMOZI-NEZHAD; ABDOLLAHI, 2021), característica essa, inerente ao comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas. Logo, as RNAs são capazes de identificar e assimilar as particularidades relacionadas a tensão cisalhante e a dilatância com a rugosidade, rigidez normal, resistência uniaxial da rocha intacta, dentre outros aspectos.

Conforme Hecht-Nielsen (1990), Zurada (1992) e Haykin (2009), as RNAs se baseiam na utilização de sistemas paralelos compostos por unidades de processamento simples, denominados neurônios, que por sua vez, estão dispostas em uma ou mais camadas interligadas por meio de inúmeras conexões. Segundo Haykin (2009), uma rede adquire o conhecimento por meio de um processo de aprendizagem e os pesos sinápticos, que modelam a conexão entre os neurônios, são utilizados para armazenar esse conhecimento adquirido.

Dado o seu desempenho satisfatório na resolução de problemas complexos, a rede neural artificial tornou-se uma técnica comumente aplicada na geotecnia. Diversas pesquisas demonstram o seu sucesso na construção de modelos baseados nas características e propriedades dos materiais e estruturas em Mecânica das Rochas (CAI; ZHAO, 1997; MAULENKAMP; GRIMA, 1999; BENADROS; KALIAMPAKOS, 2004; ERMINI; CATANI; CASAGLI, 2005, OCAK; SEKER, 2012; MAJDI; REZAEI, 2013; SAYADI *et al.*, 2013; ZHOU *et al.*, 2020).

De modo a estimar o comportamento cisalhante das descontinuidades, Dantas Neto *et al.* (2017), Leite, Dantas Neto e Albino (2019a) e Leite *et al.* (2019b) propuseram modelos alternativos à predição do comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas utilizando RNAs do tipo Perceptron Multicamadas (MLP). Tais modelos têm fornecido resultados mais próximos aos dados experimentais do que as estimativas obtidas pelos modelos analíticos supracitados.

Contudo, as RNAs do tipo MLP apresentam um padrão de conectividade complexo, ou seja, baseados em múltiplas camadas de neurônios, e apresenta capacidade de aproximação global, em que todos os parâmetros são usualmente determinados ao mesmo tempo. Isto por sua vez, exige um elevado esforço computacional decorrente da necessidade de retropropagação do erro, resultando em uma curva de aprendizado de convergência lenta quando comparada a outros tipos de RNA. Ademais, a MLP requer a especificação de vários hiperparâmetros, tais como o número de camadas ocultas, número de neurônios em cada camada oculta, a taxa de aprendizagem, o fator de momento e o número de épocas de treinamento (BISHOP, 1997; SOARES; TEIVE, 2015; FERREIRA, 2020).

Outras abordagens foram utilizadas para estimar o comportamento cisalhante das descontinuidades, tais como a lógica *fuzzy* e sistema *neuro-fuzzy*, desenvolvidos por Matos (2018), Matos, Dantas Neto e Barreto (2018a, 2018b, 2019a, 2019b), Albino (2020) e Dantas Neto *et al.* (2022). No entanto, apesar de considerarem as incertezas intrínsecas à obtenção dos dados de entrada, os modelos desenvolvidos a partir destas abordagens ficam limitados pelos domínios de suas variáveis de entrada, os quais são definidos durante seu desenvolvimento, isto é, eles não permitem que sejam inseridas em seus dados de entrada valores que estejam fora do seu intervalo de dados preestabelecido.

Nesta perspectiva, a rede do tipo Função de Base Radial (*Radial Basis Function* - RBF) apresenta-se como uma alternativa às ferramentas aplicadas para estimar o comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas. De acordo com Gan, Peng e Chen (2012), Ferreira (2020) e Souza, Batista e Silva (2021), as redes RBF foram implementadas em diversas áreas da engenharia. Em relação à sua aplicação, diversos autores destacaram o seu potencial na predição de parâmetros geotécnicos, podendo-se citar Heshmati *et al.* (2009), Qin *et al.* (2018), Sayadi *et al.* (2013) e Mendes (2021).

Desse modo, por ter uma estrutura topológica simples, treinamento rápido, boa generalização, esforço computacional menos intensivo quando comparado a outros tipos de redes e uma saída ativada por uma função linear, esta rede torna-se uma alternativa competitiva às redes MLP na modelagem do comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas.

Diante desta motivação, o presente trabalho fundamenta-se em estimar a tensão cisalhante e a dilatância por meio de suas variáveis governantes utilizando as RNAs do tipo RBF.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral é desenvolver um modelo de previsão da tensão cisalhante e da dilatância das descontinuidades por meio de RNA, de modo a contribuir nas análises e no dimensionamento de obras geotécnicas executadas em maciços rochosos.

1.2.2 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos, podem ser citados:

- Aplicar as RNAs do tipo função de base radial na predição da tensão cisalhante e da dilatância com o deslocamento cisalhante para descontinuidades rochosas submetidas a condições CNL e CNS, bem como com e sem preenchimento.
- Desenvolver modelos com distintas configurações (classes), realizando a supressão de dados, de variáveis, e a modificação da quantidade de dados utilizados no conjunto de treinamento e teste.
- Selecionar os modelos de melhor desempenho de cada classe, por meio de análises estatísticas, comparações aos dados experimentais e validações.
- Realizar análises de sensibilidade para identificar quais variáveis apresentam maior contribuição nas variáveis de saída dos modelos.
- Selecionar o modelo de melhor desempenho, considerando sua abrangência e generalização.
- Verificar o desempenho do modelo por meio da comparação dos seus resultados aos dados experimentais, bem como por meio de descontinuidades hipotéticas e análises estatísticas.
- Comparar os resultados do modelo desenvolvido com modelos neurais e analíticos existentes.

1.3 Metodologia

De modo a obter uma maior compreensão sobre os temas que norteiam a pesquisa, a priori, foi realizada uma pesquisa bibliográfica sobre o comportamento cisalhante das

descontinuidades rochosas, a respeito dos parâmetros governantes e dos modelos de previsão voltados a descontinuidades com e sem preenchimento, bem como sobre as RNAs, sobretudo acerca da rede de funções de base radial, sua estrutura, solução e aplicação na geotecnia.

Em seguida, foram definidas as minuciosidades para o desenvolvimento dos modelos. Para o trabalho em questão, utilizou-se um banco de dados, que contempla dados de descontinuidades sob condições CNL e CNS, preenchidas e não preenchidas, e rochas de características brandas e duras, bem como de superfícies lisas e ásperas. O referido banco de dados contém 2098 padrões de entrada-saída oriundos de 116 ensaios de cisalhamento direto e contempla informações relativas as condições de preenchimento e contorno impostas, bem como informações de rugosidade e das características da rocha intacta. Portanto, a partir desses dados foi feita a seleção das variáveis de entrada e realizado o pré-tratamento, de modo a adequá-los à modelagem neural.

Na sequência foram definidas classes de modelagens, considerando diferentes configurações de rede, e por conseguinte, o desenvolvimento dos modelos de RNA para previsão do comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas. Para tanto, utilizou-se o *software* MATLAB, a partir do qual foi construído um código-fonte em linguagem *script* específica deste programa, que permite treinar, testar e validar os modelos através da técnica RNA do tipo função de base radial, implementada através da função *newrb*.

Após a modelagem, foi feita a seleção dos melhores modelos de cada classe especificada, bem como a realização da análise de sensibilidade para avaliar as variáveis que mais influenciam nas saídas das redes. Posteriormente, foi feita a comparação dos resultados fornecidos pelos modelos selecionados com os dados experimentais e suas respectivas validações. Em relação às validações, essas foram feitas através de descontinuidades hipotéticas, de modo a avaliar se os resultados obtidos apresentavam um comportamento coerente. Por fim, foi selecionado o modelo de melhor desempenho, buscando-se compará-lo com os modelos analíticos e neurais existentes.

1.4 Estrutura da dissertação

A dissertação está dividida em seis capítulos. O capítulo 1 diz respeito à introdução, em que são apresentados a justificativa da pesquisa, o objetivo geral e os específicos, bem como a metodologia empregada e a estrutura da dissertação. O capítulo 2 apresenta os aspectos inerentes ao comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas com e sem preenchimento, contemplando os parâmetros de influência do fenômeno estudado, bem como os modelos analíticos e neurais existentes e suas respectivas limitações.

O terceiro capítulo aborda os aspectos básicos de uma rede neural artificial, e uma explanação sobre a RNA do tipo função de base radial, suas características, estrutura, método de solução básico e aplicação na Geotecnia, e posteriormente uma conclusão parcial a respeito do tema.

No capítulo 4 é descrita a metodologia empregada no trabalho, detalhando a aquisição dos dados experimentais, a seleção das variáveis de entrada e de saída, tratamento estatístico e a normalização dos dados. Neste capítulo também são retratadas as configurações dos modelos, sendo estas divididos em classe, a rotina do código-fonte construído para subsidiar o desenvolvimento dos modelos de previsão da tensão cisalhante e dilatância, e em seguida tem-se a seleção, comparação e validação dos modelos que apresentaram o melhor desempenho de cada classe.

No capítulo 5 são apresentados os resultados do processo de modelagem, a seleção das redes que apresentaram melhor desempenho para a estimação das características cisalhantes das descontinuidades rochosas e a contribuição das variáveis de entrada nas respectivas redes. É abordado, ainda, a definição de um modelo ótimo, sendo este selecionado por meio de análises estatísticas e sua comparação aos dados experimentais, bem como a validação desse modelo baseado em descontinuidades hipotéticas utilizadas por Dantas Neto *et al.* (2017), Matos (2018), Leite, Dantas Neto e Albino (2019a) e Leite *et al.* (2019b) e Dantas Neto *et al.* (2022). Os resultados fornecidos pelo modelo RBF também foram comparados aos dados experimentais e ao modelo analítico de uma descontinuidade idealizada sem preenchimento, apresentados por Indraratna e Haque (2000) e Indratanta *et al.* (2010a) e aos modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019) para descontinuidades sem preenchimento.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões da pesquisa, bem como as sugestões para trabalhos futuros.

Em seguida, são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas para subsidiar a pesquisa.

Por fim, tem-se os Apêndices A, B e C, que apresentam os resultados fornecidos pelos modelos desenvolvidos em comparação aos dados experimentais; a validação dos modelos de melhor desempenho; e os pesos sinápticos do modelo selecionado para previsão da tensão cisalhantes e dilatância de descontinuidades preenchidas e não preenchidas, sob condições CNL e CNS, respectivamente.

2. COMPORTAMENTO CISALHANTE DAS DESCONTINUIDADES ROCHOSAS

2.1 Introdução

Este capítulo apresenta informações sobre o comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas visando-se identificar os seus mecanismos e variáveis governantes, de modo a contribuir para o desenvolvimento dos modelos e suas avaliações de desempenho. São apresentados ainda os principais modelos de previsão em ordem cronológica e suas respectivas limitações. Por fim, tem-se as conclusões parciais do capítulo.

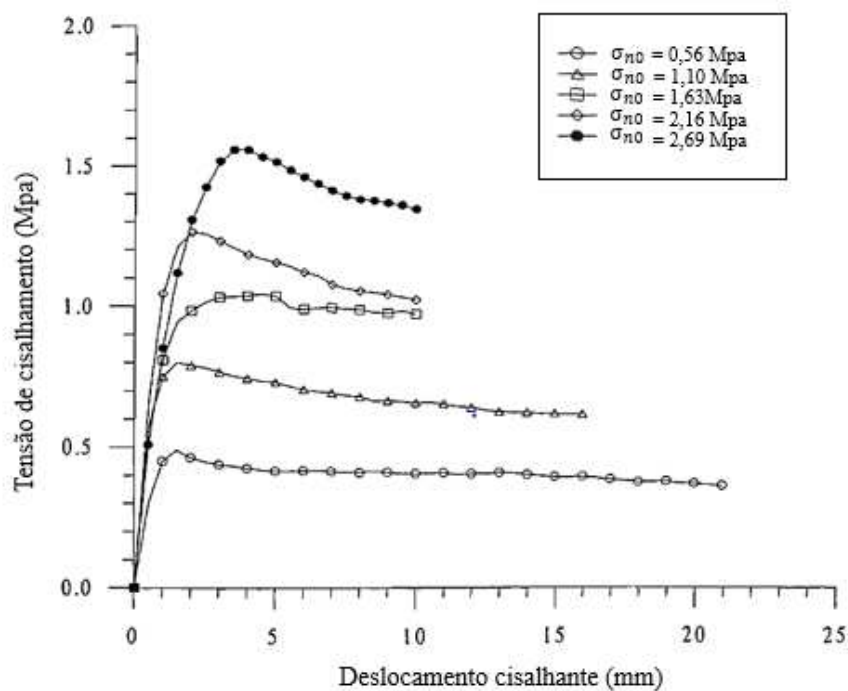
2.2 Parâmetros governantes

Diversos estudos buscaram definir os principais fatores que controlam o comportamento cisalhante das descontinuidades de maciços rochosos, podendo-se citar os trabalhos de Skinas, Bandis e Demiris (1990), Toledo e Freitas (1993), Papaliangas *et al.* (1993), Indraratna, Haque e Aziz (1998, 1999), Indraratna, Oliveira e Brown (2010), Oliveira e Indraratna (2010), Indraratna, Premadasa e Brown (2013), Indraratna *et al.* (2014), Dantas Neto *et al.* (2017), Dantas Neto *et al.* (2022), Matos (2018), Leite (2019). Para tanto, os estudos mostraram que as condições de preenchimento e de contorno (rigidez e tensão normal), bem como a rugosidade da descontinuidade e as características da rocha intacta são os principais fatores governantes.

Diversas pesquisas buscaram investigar o efeito da tensão normal inicial no comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas por meio de ensaios de cisalhamento direto realizados sob condições CNL e CNS (PAPALIANGAS *et al.* 1990, SKINAS; BANDIS; DEMIRIS, 1990; INDRARATNA; HAQUE; AZIZ, 1998; HAQUE, 1999; INDRARATNA; HAQUE, 2000). Os resultados experimentais de Haque (1999) apresentados nas Figuras 2.1 e 2.2 mostram que à medida que ocorre o aumento da tensão normal inicial, tem-se o aumento da tensão cisalhante e a redução da dilatância da descontinuidade rochosa. Conforme pode ser observado na Figura 2.2, a dilatância pode atingir valores negativos, isso ocorre porque as altas tensões contribuem para a quebra das asperezas, podendo atenuar ou eliminar a dilatância das descontinuidades.

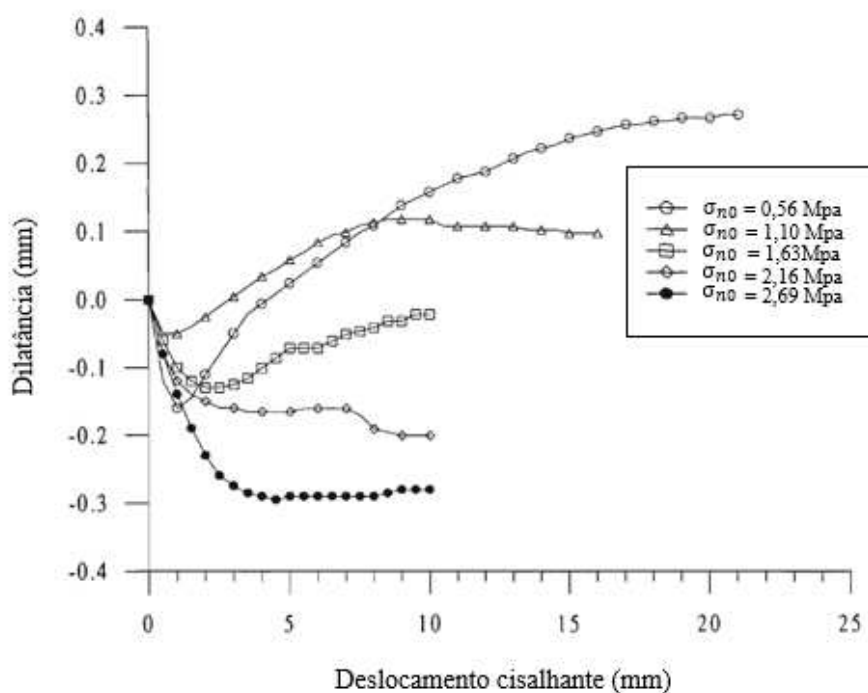
Para Indraratna, Haque e Aziz (1999), as descontinuidades submetidas a altas tensões normais também apresentam um mecanismo de degradação das asperezas mais pronunciado. De acordo com Premadasa (2013), o efeito da tensão normal pode ser distinto em descontinuidades que apresentem umidade, tendo em vista que pode ocorrer a contração da descontinuidade durante o cisalhamento.

Figura 2.1 – Influência da tensão normal na tensão cisalhante



Fonte: Haque (1999, com adaptações).

Figura 2.2 – Influência da tensão normal inicial na dilatância



Fonte: Haque (1999, com adaptações).

Segundo Patton (1966), Barton e Bandis (1990), Indraratna e Haque (2000), as propriedades do material rochoso que constituem as discontinuidades também são relevantes na definição do comportamento cisalhante, podendo-se citar a resistência à compressão simples da

rocha intacta (σ_c), o ângulo de atrito básico da rocha intacta (ϕ_b) e a resistência à compressão simples da descontinuidade (JCS).

De acordo com Ladanyi e Archambault (1970), Indraratna, Haque e Aziz (1998) e Indraratna, Haque e Aziz (1999), a resistência à compressão simples da rocha intacta tem grande influência no comportamento mecânico das descontinuidades, uma vez que interfere diretamente na quebra das asperezas durante o processo de cisalhamento. Desta forma, quanto maior o valor de σ_c , menos quebras ocorrerão, aumentando a resistência cisalhante das descontinuidades rochosas. Todavia, seu efeito deve ser menos significativo em descontinuidades com superfícies pouco rugosas.

Barton (1973) propôs o uso do esclerômetro de Schimidt para a representação da resistência à compressão simples das rochas intactas constituintes das descontinuidades rochosas, podendo ser obtida diretamente na parede da descontinuidade. Para o autor, no caso de rochas não alteradas, o valor da resistência à compressão simples da descontinuidade (JCS) é igual ao valor da resistência à compressão simples da rocha intacta (σ_c), exceto quando a descontinuidade estiver úmida, ao passo que para rochas alteradas o valor de JCS representa uma fração da resistência à compressão uniaxial da rocha intacta.

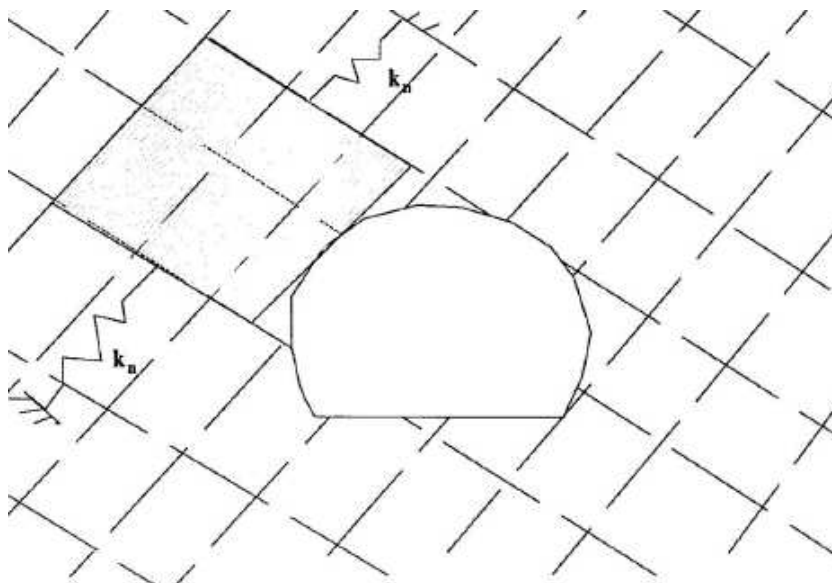
Outro parâmetro relevante para o comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas diz respeito à rigidez normal externa (BENMOKRANE; BALLIVY, 1989; SKINAS; BANDIS; DEMIRIS, 1990; SAEB; AMADEI, 1992). Modelos desenvolvidos por Patton (1966), Ladanyi e Archambault (1970), Barton (1973a, 1976), Barton e Choubey (1977), entre outros, consideraram a condição de carregamento normal constante (*Constant Normal Loading* - CNL), em que a tensão normal ao plano de cisalhamento é mantida constante.

Entretanto, o maciço circundante pode oferecer certa rigidez ao deslocamento normal decorrente do processo de cisalhamento da descontinuidade, acarretando o aumento das tensões, normal e cisalhante, no plano da descontinuidade, resultando em uma condição de rigidez normal constante (*Constant Normal Stiffness* - CNS) (INDRARATNA; HAQUE; AZIZ, 1998, 1999; HAQUE, 1999, SKINAS; BANDIS; DEMIRIS, 1990; OLIVEIRA, 2009; SHRIVASTAVA; RAO, 2017).

No caso de taludes rochosos atirantados, fundações em maciços rochosos, bem como em escavações subterrâneas (Figura 2.3), a consideração dos efeitos dessa rigidez normal externa do maciço na resistência ao cisalhamento das descontinuidades é de suma importância. Nesses casos, a presença da rigidez imposta pelo maciço ou pelo tirante, faz com que a tensão normal atuante nas descontinuidades seja variável durante o processo de cisalhamento à medida que se verifica a tendência dessas descontinuidades em dilatar, conforme relatado por Skinas,

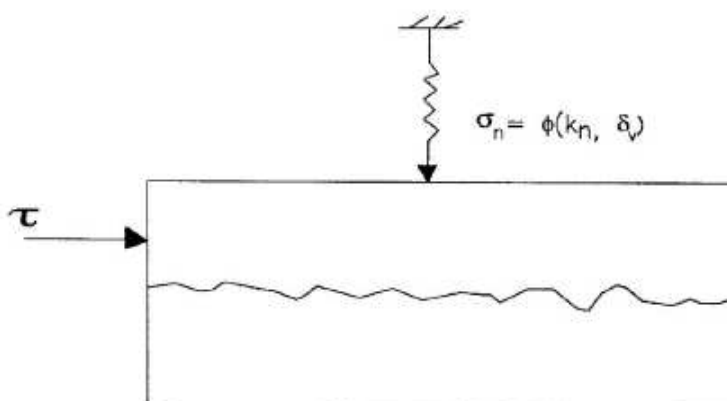
Bandis e Demiris (1990) e Indraratna e Haque (2000). Desse modo, deve-se considerar o efeito dessa rigidez, realizando o ensaio sob CNS, conforme apresentado na Figura 2.4.

Figura 2.3 – Escavação subterrânea em maciço rochoso fraturado



Fonte: Indraratna, Haque e Aziz (1999).

Figura 2.4 – Representação simplificada do ensaio sob CNS

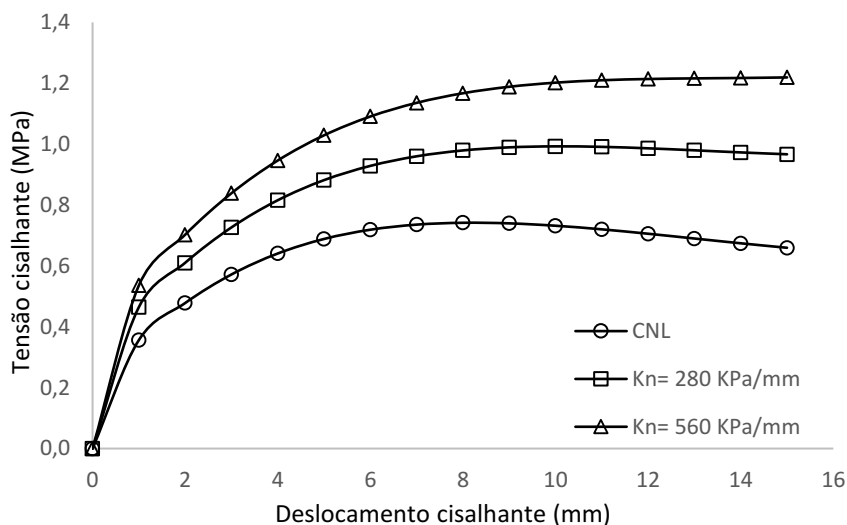


Fonte: Indraratna, Haque e Aziz (1999).

Considerando a importância da rigidez imposta pelo maciço rochoso circundante, as pesquisas começaram a considerar a condição CNS e a rigidez normal de contorno (k_n), visando representar os problemas observados em campo. No geral, foi observado que a rigidez normal de contorno aumenta a resistência ao cisalhamento, ao passo que diminui a dilatância no processo de cisalhamento (PAPALIANGAS *et al.*, 1993; INDRARATNA; HAQUE; AZIZ, 1998; INDRARATNA; HAQUE; AZIZ, 1999; INDRARATNA; WELIDENIYA; BROWN, 2005; INDRARATNA; JAYANATHAN; BROWN, 2008a; INDRARATNA; JAYANATHAN;

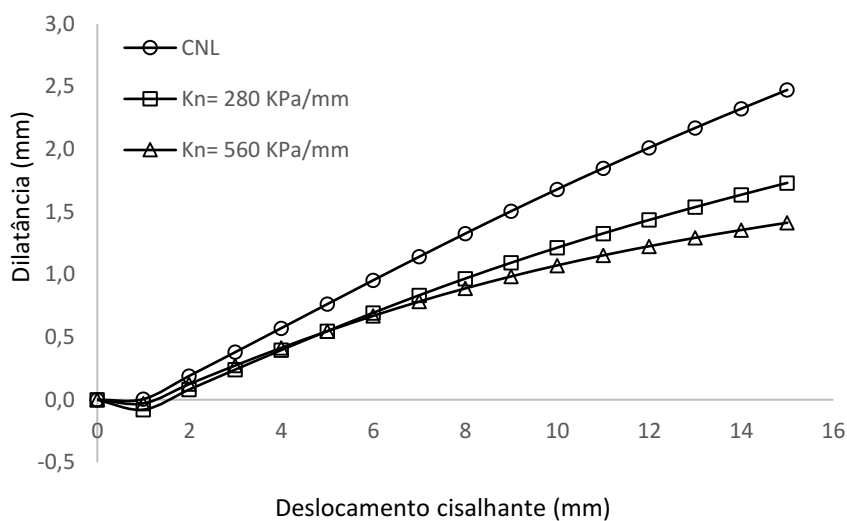
BROWN, 2008b; INDRARATNA; OLIVEIRA; BROWN, 2010; INDRARATNA *et al.* 2015; DANTAS NETO *et al.*, 2022), como pode ser visto nas Figuras 2.5 e 2.6.

Figura 2.5 – Influência da rigidez normal de contorno na tensão cisalhante



Fonte: Dantas Neto *et al.* (2017).

Figura 2.6 – Influência da rigidez normal de contorno na dilatância

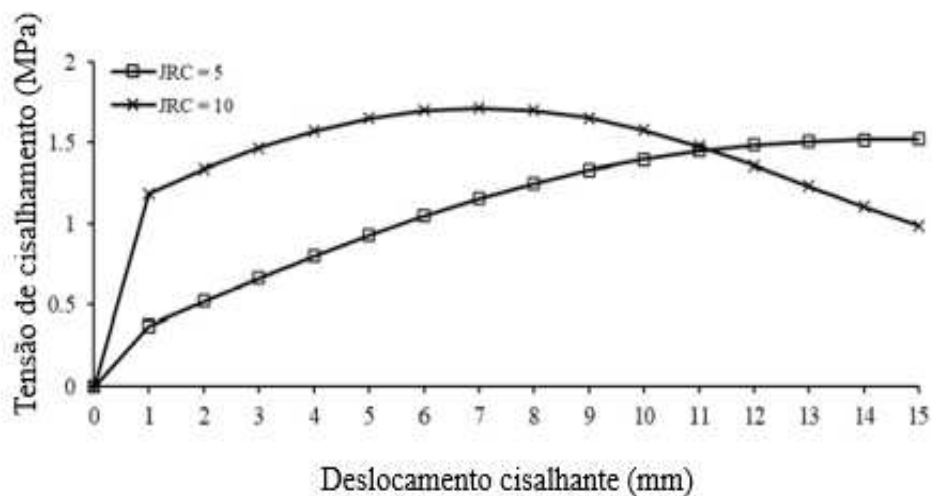


Fonte: Dantas Neto *et al.* (2017).

Convém ressaltar que a condição de contorno supracitada só é relevante em casos em que a rocha não apresenta deformabilidade o suficiente para absorver elasticamente o deslocamento horizontal (BENMOKRANE; BALLIVY, 1989; SKINAS; BANDIS; DEMIRIS, 1990).

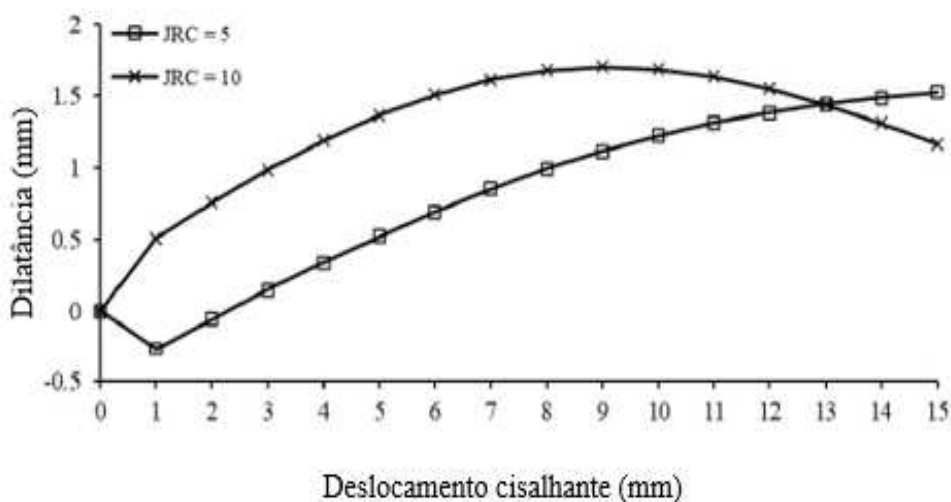
A rugosidade, expressa pelo JRC (Coeficiente de Rugosidade da Rocha) também apresenta significativa importância para o comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas, tendo em vista que superfícies mais rugosas, tendem a apresentar maiores valores de tensões cisalhantes e dilatâncias, conforme apresentado nas Figuras 2.7 e 2.8.

Figura 2.7 – Influência da rugosidade na tensão cisalhante



Fonte: Dantas Neto *et al.* (2022).

Figura 2.8 – Influência da rugosidade na dilatância



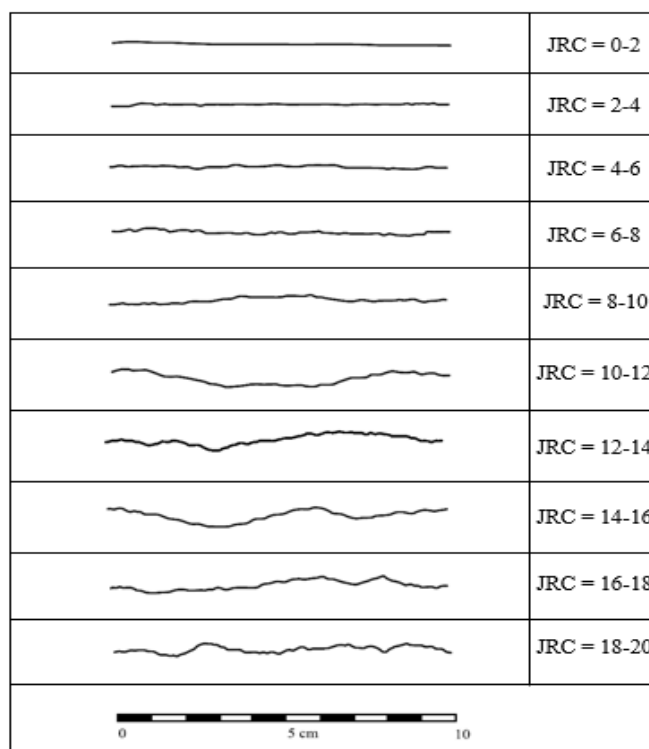
Fonte: Dantas Neto *et al.* (2022).

Diversas metodologias foram desenvolvidas para a determinação da rugosidade, sendo algumas são baseadas na geometria fractal (SEIDEL; HABERFIELD, 1995), em comparações gráficas (BARTON, 1973; BARTON; CHOUBEY, 1977) ou em séries de Fourier (INDRARATNA; HAQUE, 2000). Haque (1999) utilizou um equipamento para medição das coordenadas da superfície das descontinuidades, de modo a obter suas dimensões reais.

Porém, a metodologia abordada em Barton (1973) e Barton e Choubey (1977) é considerada a mais simples e prática. Inicialmente, Barton (1973) propôs uma metodologia de medição da rugosidade de uma descontinuidade por meio da comparação a uma escala gráfica dividida em três classes, denominadas A, B e C que correspondem aos coeficientes de 20, 10, e 5, respectivamente.

Contudo, Barton e Choubey (1977) modificaram essa metodologia, apresentando perfis de rugosidade padrão que variam entre 0 e 20, que representam a descontinuidade mais suave à mais rugosa, respectivamente, como mostrado na Figura 2.9. Esta metodologia é de fácil aplicação, mas apresenta uma certa subjetividade, uma vez que as variações nos comprimentos das ondulações e nas alturas das asperezas ao longo da superfície das descontinuidades podem comprometer a obtenção do seu valor real. Em laboratório, o JRC pode ser obtido por meio de regressão a partir do ensaio de cisalhamento direto ou do plano inclinado, *Tilt test*.

Figura 2.9 – Perfis de rugosidade propostos por Barton e Choubey (1977)



Fonte: Barton e Choubey (1977, com adaptações).

Para as descontinuidades preenchidas, tem-se ainda as características do material de preenchimento como fatores governantes do comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas. Em relação às origens dos materiais de preenchimento, essas são diversas, em sua maioria, oriundas da alteração e do intemperismo das rochas nas paredes das descontinuidades.

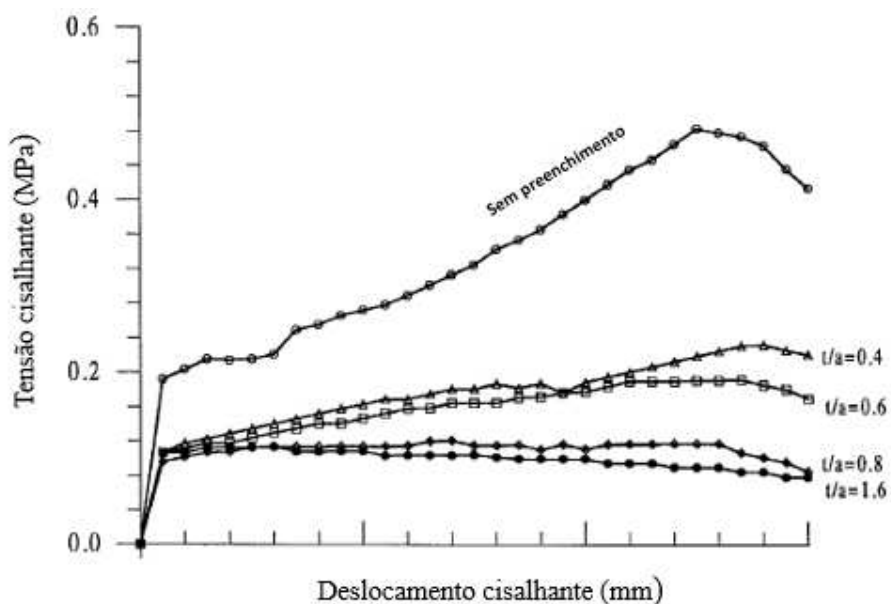
Segundo Haque (1999) e Oliveira e Indraratna (2009), o efeito mais anunciado da presença de um material de preenchimento diz respeito à redução do atrito, ou seja, do contato rocha-rocha das paredes da descontinuidade. Entretanto, a natureza do material de preenchimento, bem como as características das interfaces de preenchimento da parede também influenciam na resistência cisalhante. Desta forma, para Patton (1966), a resistência da interface

solo-rocha pode ser menor que a do material de preenchimento sozinho, fato este, corroborado por Toledo e Freitas (1993).

Indraratna, Oliveira e Brown (2010) e Oliveira e Indraratna (2010) também afirmam que a resistência cisalhante é dada pelo preenchimento e pela parede rochosa. Entretanto, a contribuição de cada um desses termos depende do nível de deslocamento imposto segundo o mecanismo cisalhante definido, bem como da relação t/a , que diz respeito a razão entre a espessura do preenchimento e a altura da ondulação.

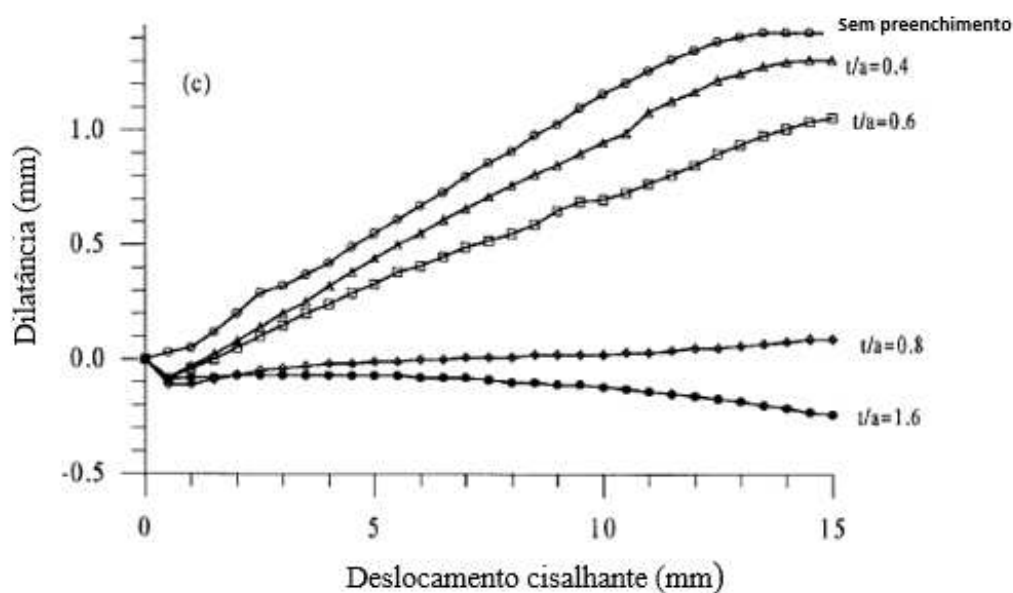
A influência da espessura do preenchimento (t) é comumente avaliada pela relação com a amplitude (a) das asperezas, por meio do parâmetro t/a . De acordo com os resultados experimentais obtidos por Indraratna, Haque e Aziz (1998) em descontinuidades submetidas a condição CNS, observa-se que à medida que ocorre o aumento da espessura do preenchimento, tem-se a redução da tensão cisalhante e da dilatância, conforme apresentado nas Figuras 2.10 e 2.11.

Figura 2.10 – Influência do preenchimento na tensão cisalhante



Fonte: Indraratna, Haque e Aziz (1998, com adaptações).

Figura 2.11 – Influência do preenchimento na dilatância



Fonte: Indraratna, Haque e Aziz (1998, com adaptações).

Indraratna, Haque e Aziz (1998) estimaram valores de t/a_{cri} entre 1 e 1,4, podendo chegar até 1,8 quando a descontinuidade estiver submetida a maiores tensões normais iniciais. Papaliangas *et al.* (1993), por meio de estudos experimentais, encontrou valores de t/a_{cri} variantes entre 1,25 e 1,5. Oliveira, Indraratna e Nemicik (2009) estimaram o valor do t/a_{cri} como 1,5 e Phien-wej, Shrestha e Rantucci (1990) constataram em seus estudos que a resistência ao cisalhamento das descontinuidades preenchidas era um valor aproximado da resistência ao cisalhamento do preenchimento quando t/a era de aproximadamente 2.

O comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas com preenchimento também é influenciado pela rigidez normal de contorno, tendo em vista que ela restringe a dilatância, acarretando o aumento das tensões normais e, conseqüentemente, aumentando a tensão cisalhante no plano da descontinuidade, conforme apresentado nos trabalhos Indraratna, Haque e Aziz (1998, 1999), Haque (1999) e Shrivastava e Rao (2017), entre outros.

Para Guerrero (2014), o comportamento físico da descontinuidade é comandado pela associação de diversas características inerentes aos materiais de preenchimento e a interface, tais como mineralogia dos materiais, tamanho das partículas, relação de sobreadensamento, também relatado por Jayanathan (2007), Indraratna, Jayanathan e Brown (2008a), bem como pelo conteúdo de água e a permeabilidade, deslocamentos tangenciais prévios, rugosidade das paredes, largura do preenchimento e fraturamento ou esmagamento da parede da rocha.

De acordo com as pesquisas realizadas por Kanji (1974) e Papaliangas *et al.* (1993), a condição da interface entre a rocha e o material de preenchimento também influencia no comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas. Kanji (1974), por meio de diversos ensaios realizados em diferentes tipos de rochas e de materiais de preenchimento, constatou que em determinados casos, a resistência ao cisalhamento das descontinuidades foi inferior à resistência ao cisalhamento do preenchimento. Segundo o referido autor, essa redução foi justificada em função da rugosidade da descontinuidade e da mineralogia do preenchimento.

Outros fatores atrelados ao material de preenchimento influenciam o comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas, a exemplo do grau de compactação (INDRARATNA; PREMADASA; BROWN, 2014), grau de saturação (PREMADASA, 2013; INDRARATNA, PREMADASA; BROWN, 2013; SADAGHIANI; NAFISI, 2014; PREMADASA; INDRARATNA, 2015; GONG; NEMCIK; REN, 2018), assim como o efeito do intemperismo, que pode ocorrer também na parede rochosa (MAIA, 2001; BEGONHA; SEQUEIRA BRAGA, 2002; HEIDARI; MOMENI; NASERI, 2013; MISCEVIC; VLASTELICA, 2014; ISMAIL *et al.*, 2019; RAM; BASU, 2019), dentre outros.

2.3 Modelos de previsão do comportamento cisalhante

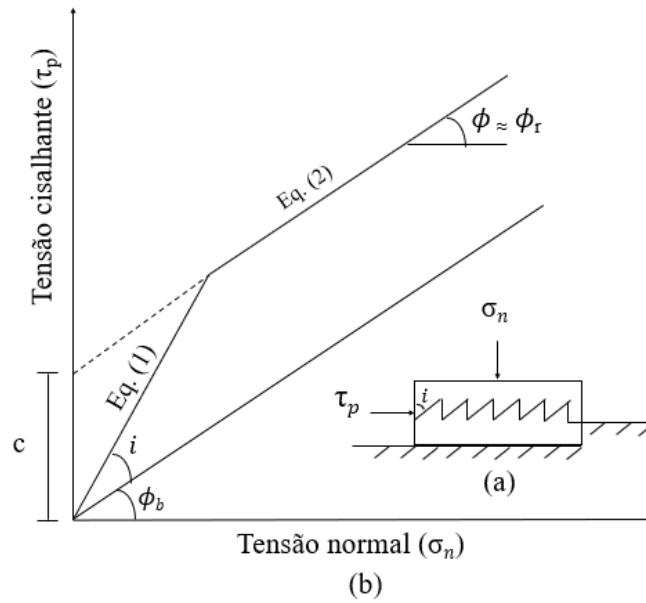
2.3.1 Descontinuidades rochosas sem preenchimento

Patton (1966) propôs um dos primeiros modelos analíticos desenvolvidos na Mecânica das Rochas para estimar a resistência ao cisalhamento de pico das descontinuidades rochosas sem preenchimento.

O referido modelo foi desenvolvido com base em uma série de ensaios de cisalhamento direto realizado sob condições CNL em descontinuidades idealizadas com perfis regulares, e é pautado na comparação de resultados oriundos de ensaios realizados em descontinuidades com e sem aspereza na área cisalhante, de modo a associar o ângulo de inclinação inicial da aspereza e o ângulo de atrito da descontinuidade.

O modelo desenvolvido por Patton (1966) apresenta uma envoltória bilinear com uma inclinação i até a tensão normal crítica e uma inclinação ϕ após isto, conforme pode ser visto na Figura 2.12.

Figura 2.12 – Envoltória de resistência ao cisalhamento proposta por Patton (1966)



Fonte: Patton (1966, com adaptações).

Para tensões normais muito baixas, a inclinação da envoltória de resistência de pico do maciço rochoso é linear, desta forma, a tensão cisalhante de pico pode ser obtida pela seguinte equação:

$$\tau_p = \sigma_n \tan(\phi + i) \quad (2.1)$$

onde o parâmetro σ_n se refere a tensão normal atuante, o parâmetro i diz respeito ao efeito das irregularidades das asperezas da superfície de descontinuidades e o ϕ se refere ao ângulo de atrito entre os planos em relação tensão cisalhante de pico (τ_p).

Não obstante, a partir de um determinado valor de tensão normal considerado crítico, a tensão cisalhante de pico passa a ser governada pela resistência cisalhante das asperezas e é dada em função do intercepto coesivo (c) e do ângulo de atrito interno residual (ϕ_r). Assim, a tensão cisalhante de pico pode ser obtida pela equação a seguir:

$$\tau_p = c + \sigma_n \tan(\phi_r) \quad (2.2)$$

Dadas as dificuldades da aplicação do modelo bilinear em superfícies irregulares, Ladanyi e Archambault (1969) propuseram um modelo mais geral e complementar ao proposto por Patton (1966), de forma a explicar os mecanismos de deslizamento e cisalhamento encontrados nas descontinuidades naturais.

O modelo proposto por Ladanyi e Archambault (1969) foi baseado nos princípios de energia, seguindo os preceitos de Rowe, Barden e Lee (1964) em que a tensão cisalhante em uma superfície com asperezas regulares não cisalhadas pode ser considerada como a soma de três componentes de tensão cisalhante, relativas ao mecanismo de deslizamento das asperezas, adicionando-se uma quarta componente à resistência cisalhante, que diz respeito ao mecanismo de cisalhamento da aspereza. De forma geral, o modelo de Ladanyi e Archambault (1969) é baseado no atrito, dilatação e cisalhamento, conforme pode ser visto na seguinte equação:

$$\tau_p = \frac{[\sigma(1 - a_s) \cdot (\dot{u} + \tan\phi_u) + a_s(\sigma \tan\phi_0 + S_0\eta)]}{[1 - (1 - a_s) \cdot \dot{u} \tan\phi_f]} \quad (2.3)$$

onde a_s diz respeito à proporção entre a área de asperezas cisalhadas e a área total de cisalhamento; \dot{u} se refere à taxa de dilatação que é dada pela razão entre os incrementos do deslocamento normal e cisalhante no momento da ruptura; ϕ_u é o ângulo de atrito resistente ao longo dos contatos das superfícies das asperezas; S_0 e ϕ_0 são os parâmetros de resistência ao cisalhamento do maciço rochoso; ϕ_f se refere à média estatística do ângulo de atrito quando ocorre deslizamento ao longo de irregularidades de diferentes orientações; e η se refere ao grau de intertravamento.

A Equação 2.3 apresenta a equação geral de resistência ao cisalhamento para uma superfície irregular. Contudo, para uma descontinuidade com asperezas regulares, conforme o modelo linear, se o nível de tensões for baixo ($a_s = 0, \dot{u} = \tan i, \phi_u = \phi_f$), então a Equação 2.3 reduz-se à Equação 2.1. No entanto, para altas tensões normais ($a_s = 1$), resume-se à Equação 2.4, na qual, $a_s = \frac{A_s}{A_t} \cong 1 - \left(1 - \frac{\sigma}{\eta\sigma_T}\right)^{k_1}$ e $\dot{u} = \left(1 - \frac{\sigma}{\eta\sigma_T}\right)^{k_2}$. Deste modo, tem-se

$$\tau = \sigma \cdot \tan\phi_0 + \eta \cdot S_0 \quad (2.4)$$

onde i se refere ao parâmetro do ângulo da rugosidade médio, k_1 e k_2 são constantes da superfície rochosa, que são aproximadamente iguais a 1,5 e 4,0. σ_T se refere à tensão normal crítica.

Barton (1973b) desenvolveu um modelo empírico não-linear para estimar a resistência ao cisalhamento de descontinuidades não alteradas sem preenchimento sob condição CNL, sendo incorporado à geometria das superfícies das descontinuidades sem preenchimento e à resistência mecânica da parede da descontinuidade, representados pelo JRC e pelo JCS. A seguinte equação expressa o referido modelo:

$$\frac{\tau_p}{\sigma'_n} = \tan \left[JRC \cdot \log \left(\frac{JCS}{\sigma'_n} \right) + \phi_b \right] \quad (2.5)$$

onde τ_p se refere à resistência ao cisalhamento de pico da descontinuidade, σ'_n diz respeito à tensão normal efetiva, ϕ_b é o ângulo de atrito básico, JRC é o coeficiente de rugosidade da descontinuidade, e σ_c expressa a resistência à compressão da rocha intacta e JCS é a resistência à compressão simples da junta/descontinuidade

No estudo realizado, Barton (1973a) obteve uma envoltória não-linear, que descreve a dependência dos parâmetros de resistência em relação ao nível da tensão normal efetiva aplicada à descontinuidade. O autor concluiu ainda, que existe uma proporcionalidade entre a área de contato real envolvida e a relação entre a resistência à compressão das paredes e o nível de tensão aplicada. O mecanismo de ruptura é similar ao modelo proposto por Ladanyi e Archambault (1969), descrevendo a dilatação e ruptura parcial das irregularidades por cisalhamento.

Posteriormente, Barton e Choubey (1977) propuseram um modelo semelhante ao de Barton (1973a), mas voltado a superfícies alteradas, para tanto, substituíram o ϕ_b pelo ângulo de atrito residual (ϕ_r), tal que $\phi_r \leq \phi_b$, bem como a resistência à compressão uniaxial da rocha intacta (σ_c) pelo coeficiente de resistência da descontinuidade (JSC), conforme a equação abaixo:

$$\tau_p = \sigma_n \cdot \tan \left[\phi_r + JRC \cdot \log \left(\frac{JCS}{\sigma_n} \right) \right] \quad (2.6)$$

O ângulo de atrito residual é estimado de forma empírica em função do ângulo de atrito básico da rocha intacta (ϕ_b), que corresponde ao ângulo de atrito da rocha quando não há ocorrência de asperezas, bem como por meio dos resultados oriundos dos ensaios de esclerometria com a utilização do martelo de Schimdt (PATTON, 1966; BARTON, 1973A, BARTON; CHOUBEY, 1977; BARTON; BANDIS, 1990; INDRARATNA; HAQUE, 2000), conforme apresentado na seguinte equação:

$$\phi_r = (\phi_b - 20^\circ) + 20 \cdot \frac{r}{R} \quad (2.7)$$

onde o parâmetro r se refere ao resultado obtido no ensaio de esclerometria em descontinuidades úmidas e o parâmetro R diz respeito ao resultado obtido no ensaio de esclerometria em descontinuidades secas.

Grasselli e Egger (2003) afirmam que o ângulo de atrito residual está diretamente relacionado à distribuição espacial, bem como a magnitude das rugosidades. Desse modo, quanto mais rugosa a rocha, maior o seu ângulo de atrito residual. Segundo os autores, rochas com planos de xistosidade, a exemplo do gnaisse, condicionam os valores de ângulo de atrito residual igual ao básico. Portanto, o ângulo de atrito básico pode ser considerado uma estimativa conservadora do limite inferior do ângulo de atrito residual utilizando a seguinte expressão:

$$\phi_r = \phi_b + \beta_r = \phi_b + \left(\frac{\theta_{m\acute{a}x}}{C} \right)^{1,18\cos\alpha} \quad (2.8)$$

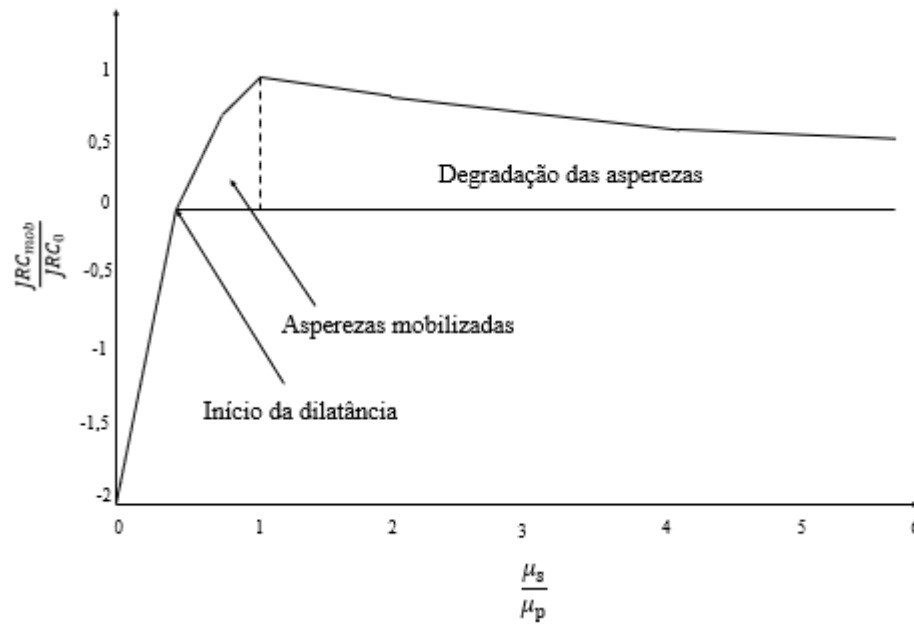
onde ϕ_b é o ângulo de atrito básico, β_r é a contribuição da rugosidade para o ângulo de atrito residual, $\theta_{m\acute{a}x}$ é o ângulo de mergulho aparente na direção do cisalhamento, C é o parâmetro da rugosidade, calculado por meio de uma função de regressão de melhor ajuste que caracteriza a distribuição dos ângulos de mergulho aparentes sobre a superfície, e α é o ângulo entre o plano da xistosidade e a normal da descontinuidade.

Barton e Bandis (1990) modificaram a equação proposta por Barton e Choubey (1977), sendo incorporados os conceitos inerentes à resistência ao cisalhamento mobilizada (τ_{mob}) e o coeficiente de rugosidade mobilizada da descontinuidade (JRC_{mob}), conforme apresentado na seguinte equação:

$$\tau_{mob} = \sigma_n \cdot \tan \left[\phi_r + JRC_{mob} \cdot \log \left(\frac{JCS}{\sigma_n} \right) \right] \quad (2.9)$$

Tal modificação foi realizada com a finalidade de considerar o processo de quebra e de danos oriundos do cisalhamento decorrente nas asperezas contempladas nas descontinuidades. O JRC_{mob} , é relacionado ao deslocamento cisalhante (u_s) e ao deslocamento cisalhante de pico u_p , como mostrado na Figura 2.13.

Figura 2.13 – Relação entre o JRC_{mob} e o deslocamento cisalhante normalizado u_s/u_p



Fonte: Barton e Bandis (1990, com adaptações).

No que concerne ao deslocamento cisalhante de pico, este pode ser estimado de forma empírica por meio da seguinte equação:

$$u_p = \frac{L_n}{500} \left(\frac{JRC_0}{L_0} \right)^{0,33} \quad (2.10)$$

onde L_n corresponde ao comprimento da descontinuidade na escala de campo, L_0 diz respeito ao comprimento da descontinuidade na escala de laboratório, e JRC_0 se refere ao coeficiente de rugosidade da descontinuidade na escala de laboratório.

A Equação 2.11 permite a obtenção da variação do deslocamento normal (Δ_{us}).

$$\Delta_{us} = \Delta_{us} \cdot \tan \left(0,5 \cdot JRC_{mob} \cdot \log \left(\frac{JCS}{\sigma_n} \right) \right) \quad (2.11)$$

- Para u_s/u_p inferior a 0,2 tem-se que:

$$\Delta\tau = \Delta_{us} \cdot \sigma_n \cdot \left(\frac{\tan(0,75 \cdot \phi_r)}{0,2 \cdot u_p} \right) \cdot L \quad (2.12)$$

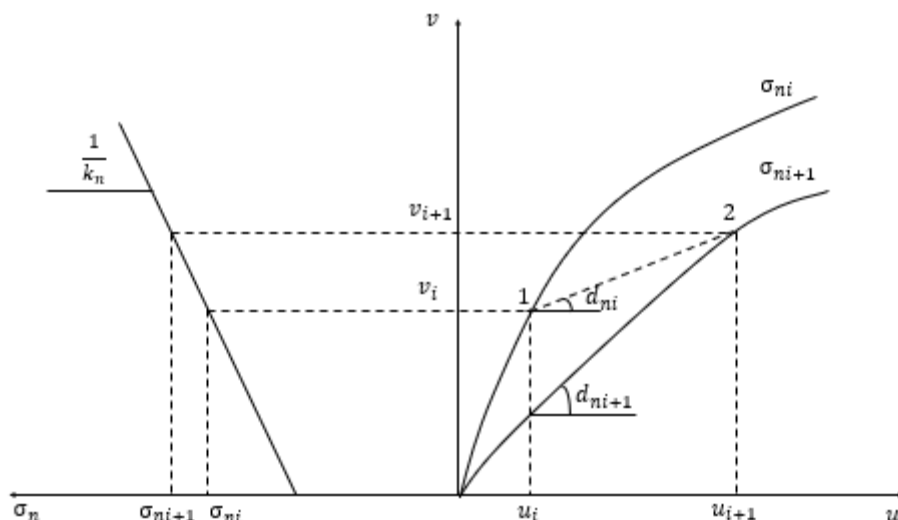
- Para u_s/u_p superior a 0,2 tem-se:

$$\Delta\tau = \Delta_{us} \cdot \sigma_n \cdot \left(\frac{\tan(0,25 \cdot \phi_r)}{0,1 \cdot u_p} \right) \cdot L \quad (2.13)$$

onde L se refere ao comprimento da descontinuidade.

Skinas, Bandis e Demiris (1990) propuseram um modelo capaz de estimar o comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas sem preenchimento sob condições CNS, incorporando-se o conceito de dilatância mobilizada, conforme apresentado na Figura 2.14.

Figura 2.14 – Procedimento de cálculo da dilatação sob condições CNS proposto por Skinas, Bandis e Demiris (1990)



Fonte: Skinas, Bandis e Demiris (1990, com adaptações).

A partir da Figura 2.14, observa-se que a reta do lado esquerdo representa a relação entre os deslocamentos normais e as tensões normais atuantes para determinada rigidez normal de contorno, ao passo que no lado direito, contempla-se duas curvas que representam a variação do deslocamento normal (Δv) ao plano em função do deslocamento cisalhante (Δu) ao plano, que podem ser calculados por meio das seguintes equações:

$$\Delta v = \Delta u \cdot \tan(d_{nmob}) \quad (2.14)$$

$$d_{nmob} = \frac{1}{M} JRC_{mob} \log\left(\frac{JCS}{\sigma_n}\right) \quad (2.15)$$

onde M se refere ao fator de dano, o JRC_{mob} diz respeito ao coeficiente de rugosidade da descontinuidade mobilizado, o JCS é a resistência à compressão na parede da descontinuidade, e σ_n é a tensão normal.

Com base na Figura 2.14, assume-se um determinado ponto da curva de dilatação como sendo o Ponto 1, e em determinado momento do cisalhamento da descontinuidade ele apresenta tensão normal inicial (σ_{ni}), deslocamento cisalhante (u_i) e deslocamento normal (v_i). À medida que a descontinuidade for cisalhada para uma nova posição (u_{i+1}), o deslocamento

normal irá variar para um valor dado por v_{i+1} , a depender da variação da tensão normal ($\Delta\sigma$). Esse incremento corresponderá ao Ponto 2 e resultará em um novo valor da tensão normal, dado por σ_{ni+1} . A variação da tensão normal ($\Delta\sigma$) pode ser calculada por meio da dilatação considerando a Equação 2.16, onde o parâmetro A corresponde a área total da descontinuidade.

$$\Delta\sigma = \frac{k_n \cdot v_{i+1}}{A} \quad (2.16)$$

De acordo com Skinas, Bandis e Demiris (1990), o k_n pode ser estimado de forma empírica por meio da Equação 2.17, contudo, esta estimativa só é válida para descontinuidades confinadas em maciço rochoso.

$$k_n = \frac{E \cdot L}{2 \cdot c (1 - \nu^2)} \quad (2.17)$$

onde o E se refere ao módulo de Young da rocha; O parâmetro L é o comprimento retangular do bloco da descontinuidade; O parâmetro c é constante e o parâmetro ν é o coeficiente de Poisson da rocha.

No que concerne à posição do Ponto 2, esta pode ser definida a partir das seguintes equações:

$$v_{i+1} = (v_i + (u_{i+1} - u_i)\tan) \quad (2.18)$$

$$\sigma_{+1} = \sigma_{ni} + k_n(v_{i+1} - v_i) \quad (2.19)$$

onde o parâmetro d_{+1} se refere ao ângulo de dilatação, dado por $\arctan = \Delta v / \Delta u$ que correspondem a variação do deslocamento normal e a variação do deslocamento cisalhante, respectivamente, e k_n é a rigidez normal de contorno. Em suma, a resistência ao cisalhamento mobilizada pode ser definida como:

$$\tau_{mob} = \sigma_{n,i+1} + 1 \cdot \tan \left[\phi_r + JRC_{mob,i+1} \cdot \log \left(\frac{JCS}{\sigma_{n,i+1}} \right) \right] \quad (2.20)$$

De acordo com Indraratna e Haque (2000), a limitação do modelo proposto por Skinas, Bandis e Demiris (1990) é o uso do JRC_{mob} , que é de difícil obtenção, dada a necessidade de realizar o ensaio de cisalhamento direto.

Por meio do conceito de energia e validações experimentais realizadas em asperezas triangulares regulares, Seidel e Haberfield (1995) determinaram que o modelo proposto por Ladanyi e Archambault (1969) para tensões cisalhantes baseado na taxa de dilatação, não é

adequado para descontinuidades rochosas que sofrem deformações inelásticas, pois subestimam a resistência cisalhante da descontinuidade e resultam em deformações permanentes e não recuperáveis no maciço rochoso. Com base nisso, Seidel e Haberfield (1995) propuseram a seguinte equação para a previsão da resistência ao cisalhamento das descontinuidades.

$$\tau = \frac{\sigma_n(\tan i + \tan \phi_u)}{(1 - v \cdot \tan \phi_u)} \quad (2.21)$$

Contudo, os referidos autores consideraram que a descontinuidade seria composta por n asperezas contemplando diferentes inclinações. Portanto, a resistência ao cisalhamento de uma descontinuidade, dada em função da tensão normal atuante (σ_{nj}) e do ângulo de aspereza (i_j) pode ser determinada por meio do somatório das resistências individuais das asperezas, conforme a seguinte equação:

$$\tau = \frac{1}{A} \sum_{j=1}^{j=n} a_j \cdot \sigma_{nj} \cdot \frac{(\tan i_j + \tan \phi_u)}{(1 - v \cdot \tan \phi_u)} \quad (2.22)$$

onde A se refere à área total de contato da descontinuidade, a_j diz respeito à área de contato individual da aspereza, e σ_{nj} é a tensão normal de contato local.

Para Seidel e Haberfield (1995), as descontinuidades de rochas duras sob condições de baixas tensões normais, os efeitos da elasticidade podem ser pequenos. Foi concluído ainda, que a resistência ao cisalhamento das rochas elásticas não depende da taxa de dilatação, conforme defendido por Ladanyi e Archambault (1969), mas dos ângulos das asperezas individuais e da distribuição das tensões normais nas asperezas.

Com base em resultados de testes de cisalhamento direto realizados em descontinuidades rochosas idealizadas, Indraratna e Haque (2000) apresentaram um modelo analítico em que a dilatância e a tensão cisalhante são estimadas em função das condições de contorno (CNL ou CNS) da descontinuidade não preenchida. Em tese, Indraratna e Haque (2000) ampliaram o modelo proposto Seidel e Haberfield (1995), de forma a considerar a dependência da tensão normal à dilatância e à rigidez normal de contorno em função do deslocamento de cisalhamento.

No referido modelo, as séries de Fourier foram empregadas para representar a variação da dilatância (δ_v) com o deslocamento cisalhante (h), conforme a equação a seguir:

$$\delta_v(h) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cdot \cos\left(\frac{2\pi nh}{T}\right) + b_n \cdot \sin\left(\frac{2\pi nh}{T}\right) \right] \quad (2.23)$$

onde os valores inerentes aos parâmetros de Fourier (a_0 , a_n , b_n e T) são determinados por meio da interpolação das curvas da dilatação obtidas nos ensaios de cisalhamento direto realizados em grande escala, utilizando as expressões a seguir:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_a^b f(x) dx \quad (2.24)$$

$$a_n = \frac{1}{T} \int_a^b f(x) \cos\left(\frac{2\pi nh}{T}\right) dx \quad (2.25)$$

$$b_n = \frac{1}{T} \int_a^b f(x) \sin\left(\frac{2\pi nh}{T}\right) dx \quad (2.26)$$

com o parâmetro T correspondendo ao período da série de Fourier, tendo em vista ser uma série cíclica.

De posse da dilatação *versus* o deslocamento cisalhante, é possível encontrar a variação da tensão normal em função de uma rigidez normal constante (k_n), por meio da seguinte equação:

$$\sigma_n(h) = \sigma_{n0} + \Delta\sigma_{nh} = \sigma_{n0} + \frac{k_n \cdot \delta_v(h)}{A} \quad (2.27)$$

Por fim, a determinação da tensão cisalhante para qualquer deslocamento cisalhante considerado é dada por:

$$\tau_h = \left(\sigma_{n0} + \frac{k_n \delta_v}{A} \right) \left(\frac{\tan\phi_b + \tan i_{i0}}{1 - \tan\phi_b \tan i_{ih}} \right) \quad (2.28)$$

onde τ_h é a tensão de cisalhamento no deslocamento cisalhante, ϕ_b é o ângulo de atrito básico da descontinuidade, o parâmetro i_0 se refere ao ângulo das asperezas inicial da descontinuidade e por fim, $i_h = \frac{\partial \delta_v}{\partial h}$, diz respeito ao ângulo da dilatação no deslocamento cisalhante (δ_h).

Portanto, tem-se que a tensão cisalhante para um determinado deslocamento é dada em função da tensão normal inicial, rigidez normal do maciço circundante, da área da superfície da descontinuidade, bem como de suas características de rugosidade, dadas pelo ângulo de inclinação da aspereza e pelo ângulo de atrito básico.

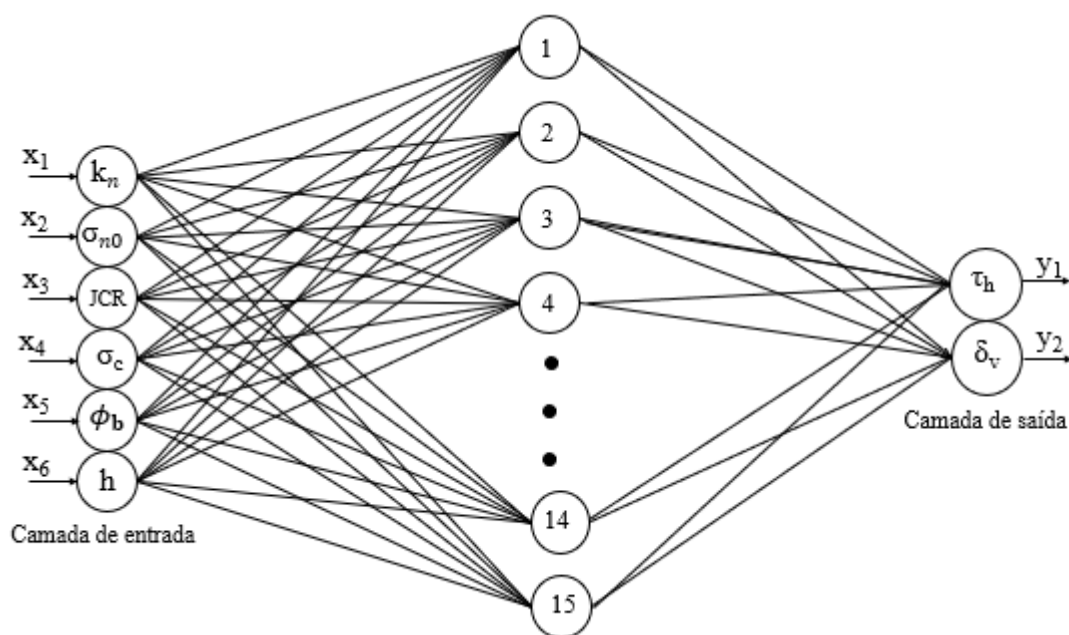
De acordo com Indraratna, Welideniya e Brown (2005), Indraratna, Oliveira e

Brown. (2010a, 2010b), e Oliveira e Indraratna (2010), o modelo proposto por Indraratna e Haque (2000) é capaz de estimar o comportamento cisalhante de descontinuidades sem preenchimento sob condições CNL e CNS, no entanto, ressaltam as dificuldades envolvidas na sua utilização, tendo em vista que para obter os parâmetros requeridos, são necessários resultados de ensaios de laboratório em grande escala, que não dispõe das mesmas condições de contorno atuantes na descontinuidade.

Segundo Dantas Neto *et al.* (2017), o modelo de Indraratna e Haque (2000) se caracteriza como um dos modelos mais avançados para a previsão da resistência ao cisalhamento de descontinuidades rochosas não preenchidas, dada a possibilidade de estimar a tensão de cisalhamento e o deslocamento cisalhante nas condições CNL e CNS. No entanto, deve-se considerar as limitações supracitadas.

De forma alternativa aos modelos analíticos, Dantas Neto *et al.* (2017) buscaram prever o comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas não preenchidas sob diferentes condições de contorno e tipos de descontinuidades. O modelo proposto por Dantas pelo autores foi desenvolvido por meio de uma RNA do tipo MLP, utilizando-se um banco de dados composto de 673 amostras de testes de cisalhamento direto em larga escala.

As variáveis de entrada empregadas foram: rigidez normal (k_n) dada em kPa/mm, tensão normal inicial (σ_{n0}) em MPa, coeficiente de rugosidade da junta (JRC), resistência à compressão uniaxial da rocha intacta (σ_c) em MPa, ângulo de atrito básico (ϕ_b) em graus e deslocamento cisalhante (δ_h) em mm. As variáveis preditoras foram a resistência ao cisalhamento (τ_s) dada em kPa e a dilatação correspondente (δ_v) em mm. O modelo que apresentou melhor desempenho foi o de arquitetura A:6-15-2, apresentado na Figura 2.15.

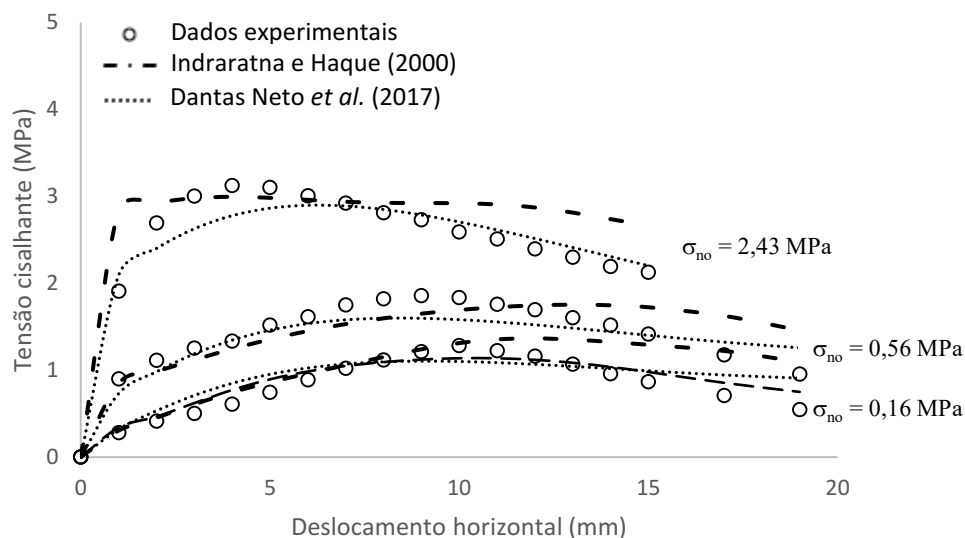
Figura 2.15 – Arquitetura do modelo neuronal de Dantas Neto *et al.* (2017)

Fonte: Dantas Neto *et al.* (2017, com adaptações).

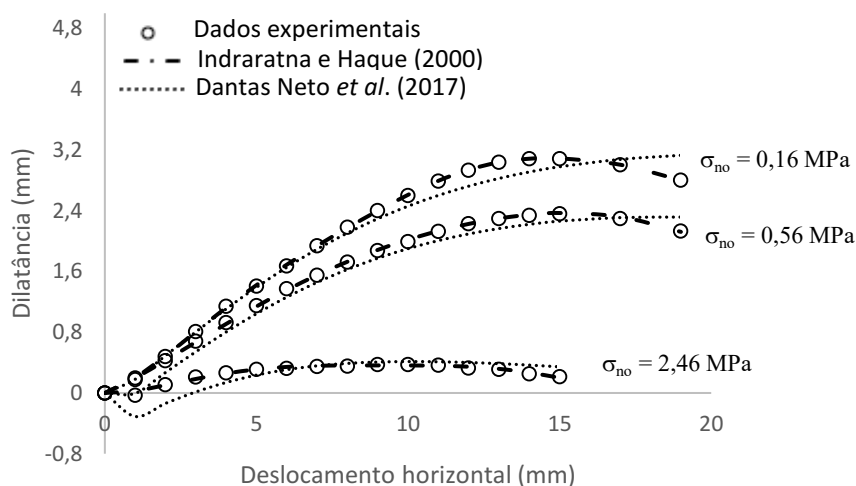
De modo geral, o modelo se mostrou satisfatório na previsão da tensão cisalhante da dilatância, pois apresentou coeficientes de correlação da ordem de 0,99 nas fases de treinamento e teste. Quando comparado ao modelo de Indraratna e Haque (2000), o modelo proposto por Dantas Neto *et al.* (2017) se ajustou melhor aos dados experimentais, especialmente no que concerne à tensão cisalhante para menores valores de tensões normais iniciais, conforme pode ser visto na Figuras 2.16. O modelo de Dantas Neto *et al.* (2017) tem ainda a capacidade de descrever a influência das variáveis de entrada no comportamento cisalhante das discontinuidades sem preenchimento.

Em suma, os autores apresentaram o modelo como uma forma alternativa aos modelos analíticos e gráficos apresentados até então, dada a sua maior facilidade na obtenção dos parâmetros necessários. Contudo, os autores ressaltam que o modelo não apresenta bons resultados para a resistência ao cisalhamento de discontinuidades de rochas brandas.

Figura 2.16 – Comparação entre os resultados de tensão cisalhante (a) e dilatância (b) produzidos pelo modelo neuronal de Dantas Neto *et al.* (2017) e Indraratna e Haque (2000)



(a)



(b)

Fonte: Adaptado de Dantas Neto *et al.* (2017).

Matos (2018) e Matos *et al.* (2019a, 2019b), propuseram modelos de previsão para a tensão cisalhante e dilatância com deslocamento cisalhante para descontinuidades sem preenchimento, e sob diferentes condições de contorno por meio de técnicas *fuzzy* e *neuro-fuzzy*. Tais modelos foram desenvolvidos utilizando-se os mesmos padrões de entrada-saída de Dantas Neto *et al.* (2017) e apresentaram resultados satisfatórios, se mostrando mais abrangente que o modelo de Dantas Neto *et al.* (2017), o qual superestima os valores de resistência ao cisalhamento de descontinuidades muito brandas.

2.3.2 Descontinuidades rochosas com preenchimento

Diversos estudos foram desenvolvidos com a finalidade investigar a influência do preenchimento no comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas, podendo-se citar Ladanyi e Archambault (1977), Papaliangas *et al.* (1990), Phien-Wej, Shrestha e Rantucci (1990), Toledo e Freitas (1993), Indraratna, Haque e Aziz (1999), Fishman (2004), Indraratna, Welideniya e Brown (2005), Oliveira e Indraratna (2010) Shiravasta e Rao (2017), Leite, Dantas Neto e Albino (2019a), Leite *et al.* (2019b), Albino (2020), Dantas Neto *et al.* (2022), dentre outros.

Com base em ensaios de cisalhamento direto em grande escala realizados em descontinuidades triangulares com preenchimento de argila caulinita e silte argiloso, sob condições CNL, Ladanyi e Archambault (1977) apresentaram um modelo fundamentado em duas perspectivas.

A primeira consiste em casos em que não ocorre a quebra das asperezas durante o processo de cisalhamento. Para essa condição, a tensão de pico pode ser obtida pelas Equações 2.29 e 2.30. Em se tratando de um material de preenchimento argiloso, a condição é válida quando i_o varia de 15° a 30° e, quando a relação entre a tensão normal e a resistência à compressão uniaxial da rocha (σ_n/σ_c) for menor do que 0,5. Quando se trata de qualquer material de preenchimento, deve-se atender a condição de que i_o é menor do que 15° e a relação σ_n/σ_c é menor do que 0,1.

$$\tau_p = \frac{c_u}{1 - \tan i' \cdot \tan \phi_b} + \sigma_n \cdot \tan(\phi_{fill} + i') \quad (2.29)$$

$$\tan(i') = m \cdot \tan(i_o) \quad (2.30)$$

onde c_u é o intercepto coesivo da argila não-drenada, i' é o ângulo da dilatação no pico e ϕ_{fill} se refere ao ângulo de atrito do preenchimento.

O parâmetro m , apresentado nas expressões acima, denota um fator redutor que varia entre 0 e 1. Este, por sua vez, vai depender da relação t/a , que diz respeito a razão da amplitude do preenchimento pela amplitude da aspereza. Para $t/a \leq 1,5$, tem-se $m = \left[1 - \frac{2}{3} \left(\frac{t}{a}\right)\right]^2$, para $t/a \geq 1,5$ tem-se $m = 0$

Na segunda perspectiva, considera-se que ocorre a quebra das asperezas durante o cisalhamento, e é válida somente quando o material de preenchimento for a argila em que $i_o > 30^\circ$ e a relação σ_n/σ_c varia entre 0,1 e 0,5. Não obstante, quando o material é não coesivo, a

segunda perspectiva é aplicável quando i_0 varia de 15° a 45° e a relação σ_n/σ_c varia entre 0,1 e 1. Logo, a resistência ao cisalhamento da descontinuidade preenchida (S), a resistência da descontinuidade sem preenchimento (R) e a resistência do preenchimento (C) são expressas pelas Equações 2.30-2.32.

$$S = m(R - C) + C \quad (2.30)$$

$$R = \sigma_n \cdot \tan(\phi_b + i) \quad (2.31)$$

$$C = c_u + \sigma_n \cdot \tan(\phi_{fill}) \quad (2.32)$$

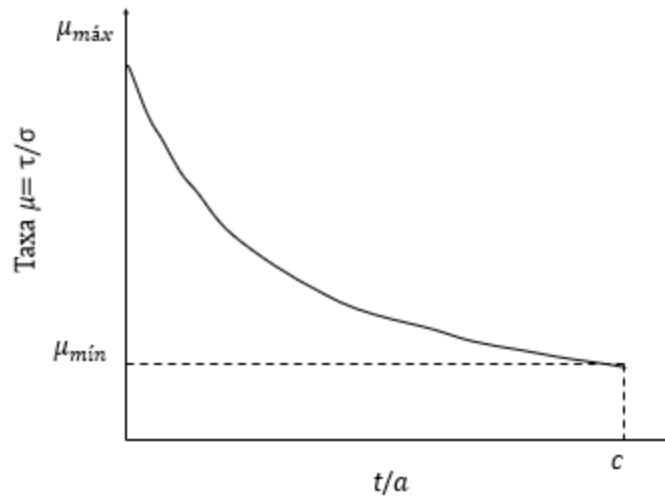
Já o ângulo da dilatância no pico para a descontinuidade sem preenchimento é obtido em função da tensão normal atuante e da espessura do preenchimento, conforme a Equação 2.33.

$$\tan(i) = \left[1 - \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c} \right)^{1/4} \right] \cdot \tan(i_0) \quad (2.33)$$

O modelo de Ladanyi e Archambault (1977) tem como desvantagem o fato de não considerar alguns parâmetros importantes em relação à resistência das descontinuidades rochosas, tais como o cálculo da dilatância e a rigidez normal de contorno.

Por meio de ensaios de cisalhamento direto em grande escala realizados em descontinuidades rochosas sob condição CNL, Papaliangas *et al.* (1990) propuseram um modelo empírico para estimar a resistência ao cisalhamento de descontinuidades preenchidas a partir do cálculo do coeficiente de atrito, como pode ser visualizado na Figura 2.17. Para tanto, utilizaram amplitudes distintas de rugosidade, tendo como material de preenchimento cinzas de combustível pulverizadas, pó de mármore e argila.

Figura 2.17 – Modelo empírico proposto por Papaliangas *et al.* (1990) para a resistência ao cisalhamento de pico



Fonte: Papaliangas *et al.* (1990, com adaptações).

A Equação 2.34 descreve o modelo em questão, onde a tensão varia entre um valor máximo, inerente a ausência do preenchimento a um valor mínimo, onde a relação t/a atingiria o ponto crítico.

$$\mu = \mu_{\min} + (\mu_{\max} - \mu_{\min})^n \quad (2.34)$$

Onde, $\mu_{\max} = \frac{\tau_{\max}}{\sigma} \cdot 100$ e $\mu_{\min} = \frac{\tau_{\min}}{\sigma} \cdot 100$ denotam a tensão de cisalhamento de pico para a descontinuidade sem preenchimento, e a resistência ao cisalhamento do material de preenchimento (descontinuidades rugosas) ou a resistência ao longo da interface (descontinuidades lisas), respectivamente. Já o $n = \left[1 - \frac{1}{c} \left(\frac{t}{a}\right)\right]^m$, se refere a uma função da espessura do preenchimento válida para o intervalo ($0 < t/a < c$), obtida mediante a espessura da descontinuidade (t), amplitude média da rugosidade (a), c é a relação t/a crítica, em que a resistência ao cisalhamento é mínima e m é uma constante de ajuste.

De acordo com Papaliangas *et al.* (1990), para as areias a constante c equivale a 1,5 e m varia entre 1,0 e 1,5, já para as argilas, a constante c equivale a 1,0 e m varia entre 2,0 e 4,0. Em relação às limitações do modelo proposto por Papaliangas *et al.* (1990), Oliveira, In-draratna e Nemicik (2009) apontam a não consideração de parâmetros relevantes, tais como os ângulos da dilatância, o ângulo de atrito básico da rocha e o ângulo de atrito do material de preenchimento. Outra desvantagem diz respeito à verificação, a priori, da constante m para as distintas relações t/a .

Phien-Wej, Shrestha e Rantucci (1990) propuseram um modelo empírico, de modo a determinar a resistência de descontinuidades, baseado em resultados de laboratório realizados em descontinuidades idealizadas, tendo a bentonita como material de preenchimento.

Com base nas tensões de cisalhamento de pico sob diferentes tensões normais e ângulos das asperezas, os autores concluíram que a tensão cisalhante apresenta comportamento linear e bilinear, sendo este definido em função dos ângulos de baixa e alta aspereza, respectivamente. Observou-se ainda que o comportamento da descontinuidade foi similar ao do preenchimento isolado quando a relação t/a atingiu o valor equivalente a 2, e o deslocamento cisalhante para atingir o pico de resistência foi maior para espessuras de preenchimento maiores. Logo, com base em tais descobertas, eles propuseram a seguinte expressão:

$$\frac{\tau_p}{\sigma_n} = \frac{\tau_o}{\sigma_n} - \frac{k_1}{\sigma_n} \left(\frac{t}{a}\right) e^{k_2 \left(\frac{t}{a}\right)} \quad (2.35)$$

onde τ_p é a tensão cisalhante de pico da descontinuidade preenchida, σ_n é a tensão normal, τ_o se refere a tensão cisalhante da descontinuidade sem preenchimento, k_1 e k_2 são constantes que variam de acordo com a rugosidade da descontinuidade e com a tensão normal, e t/a é a relação entre a espessura do preenchimento e a amplitude média da rugosidade.

Em relação a Equação 2.35, no segundo termo do lado direito, denota-se uma queda no pico da tensão cisalhante, ou seja, a resistência da descontinuidade limpa diminui em decorrência da presença de preenchimento. De acordo com Oliveira, Indraratna e Nemcik (2009), esta queda não indica claramente os parâmetros que podem afetar a resistência ao cisalhamento, a exemplo da dilatação e do tipo de preenchimento.

A partir de uma série de ensaios realizados sob condições CNS em dois tipos de descontinuidades, Indraratna, Haque e Aziz (1999) sugeriram um modelo similar ao de Phien-Wej, Shrestha e Rantucci (1990), de maneira a descrever a redução da resistência ao cisalhamento de pico de descontinuidades em função da presença do preenchimento. Para tanto, os autores definiram o conceito de queda de cisalhamento normalizada (NSD), que é obtido pela relação entre a variação da tensão de pico e a tensão normal inicial ($\Delta\tau_p/\sigma_{n0}$), e quando relacionado a razão t/a , pode ser dado pela seguinte expressão:

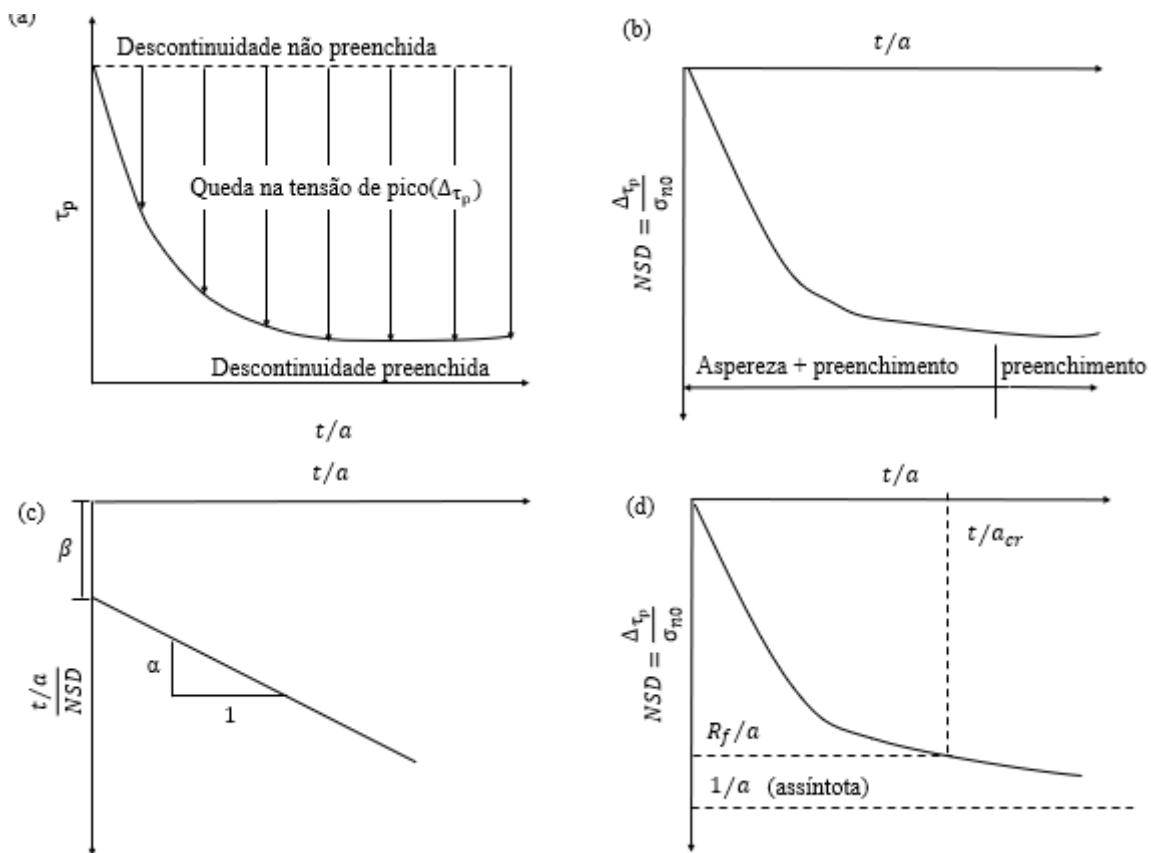
$$NSD = \frac{t/a}{\alpha(t/a) + \beta} \quad (2.36)$$

Segundo Indraratna, Haque e Aziz (1999), a taxa NSD aumenta à medida que a relação t/a diminui, isso devido ao efeito das asperezas e do preenchimento, e torna-se quase

assintótico em relação a cisalhante quando a relação t/a for excedida, ou seja, quando ocorre apenas o efeito do preenchimento (t/a_{crit}). A queda do NSD é menos acentuada para valores mais altos de σ_{n0} devido ao cisalhamento, por meio das asperezas, apresentando um menor ângulo de atrito aparente em tensões normais elevadas.

A mudança do NSD em discontinuidades preenchidas pode ser simulada por intermédio de ajustes hiperbólicos, portanto, os autores adotaram uma metodologia simplificada proposta por Duncan e Chang (1970), como ilustrado graficamente na Figura 2.18.

Figura 2.18 – Formulação de modelo hiperbólico adotado por Indraratna, Haque e Aziz (1999)



Fonte: Indraratna, Haque e Aziz (1999, com adaptações).

Os parâmetros de ajuste α e β foram definidos considerando que a diminuição na resistência se dá em função da relação t/a , podendo ser obtidos pela Equação 2.36. Logo, a resistência cisalhante de pico de uma descontinuidade preenchida sob condições CNS, bem como sem preenchimento podem ser obtidas por meio das Equações 2.37 e 2.38, respectivamente.

$$\tau_{p_{preenchida}} = \tau_{p_{limpa}} - \Delta\tau_p \quad (2.37)$$

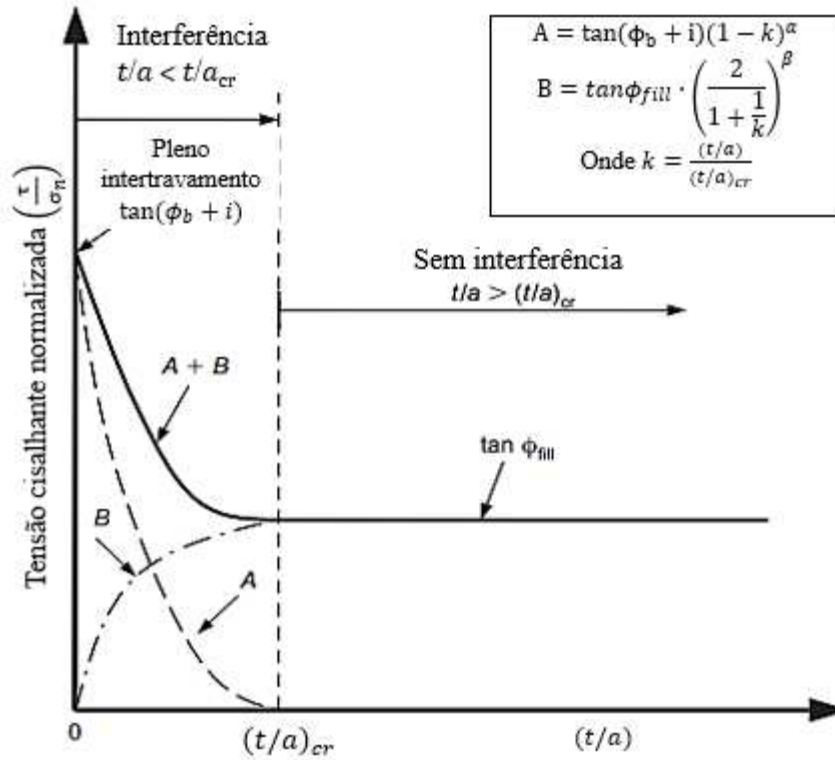
$$\tau_{p_{limpa}} = \left[\sigma_{n0} + \frac{k_n}{A_j} \cdot \left(\frac{a_0}{2} + a_1 \cdot \cos \frac{2\pi h_{\tau_p}}{T} \right) \right] \cdot \left(\frac{\tan \phi_b + \tan i}{1 - \tan \phi_b \cdot \tan i_{h_p}} \right) \quad (2.38)$$

onde σ_{n0} é a tensão normal, k_n é a rigidez normal, A_j é a área superficial da descontinuidade, a_0 e a_1 são os coeficientes de Fourier e T é o período de integração da série de Fourier. h_{τ_p} e i_{h_p} se referem ao deslocamento cisalhante e o ângulo de dilatação correspondente à tensão de cisalhamento de pico, respectivamente, i é o ângulo da aspereza inicial, ϕ_b é o ângulo de atrito básico, t/a é a razão entre a espessura do preenchimento e a altura da aspereza, e α e β são as constantes hiperbólicas.

De acordo com Indraratna, Welideniya e Brown (2005), o modelo apresenta limitações quanto ao seu uso devido à necessidade, de inicialmente, analisar as constantes hiperbólicas para várias relações t/a e os diversos perfis de asperezas. Somado a isso, tem-se que as referidas constantes são frequentemente sensíveis ao tipo de material de preenchimento, e o ajuste pela função pode ser inadequada para alguns tipos de preenchimento, a exemplo do grafite. E de maneira similar a Phien-Wej, Shrestha e Rantucci (1990), o referido modelo não mostra claramente os parâmetros governantes.

Indraratna, Welideniya e Brown (2005), propuseram um modelo semi-empírico que descreve o pico de resistência ao cisalhamento de descontinuidades preenchidas dado por duas funções algébricas (A e B), cuja soma é considerada com a finalidade de fornecer a resistência ao cisalhamento normalizada (τ_p/σ_n) para razões t/a menores que o valor crítico (t/a_{cr}). Para o caso de descontinuidades rugosas sem preenchimento, a resistência ao cisalhamento normalizada é igual a $\tan(\phi_b + i)$, conforme proposto por Patton (1966) para descontinuidades limpas. A Figura 2.19 apresenta o desenvolvimento conceitual do modelo proposto.

Figura 2.19 – Modelo da tensão cisalhante normalizado para discontinuidades preenchidas proposto por Indraratna, Welideniya e Brown (2005)



Fonte: Indraratna, Welideniya e Brown (2005, com adaptações).

Conforme apresentado na Figura 2.19, tem-se que a função A é introduzida de forma a modelar a redução da influência do termo $\tan(\phi_b + i)$ com o aumento da razão t/a , ao passo que a função B aumenta de maneira gradativa o termo $\tan\phi_{fill}$ até $(t/a)_{cri}$ ser atingido. Em $(t/a)_{cri}$ a função A torna-se zero e a função B torna-se igual a $\tan\phi_{fill}$. As Equações 2.39 – 2.41 descrevem o modelo em questão.

$$A = \tan(\phi_b + i) \cdot (1 - k)^\alpha \quad (2.39)$$

$$B = \tan\phi_{fill} \cdot \left(\frac{2}{1 + 1/k}\right)^\beta \quad (2.40)$$

$$\frac{\tau_s}{\sigma_n} = A + B = \tan(\phi_b + i) \cdot (1 - k)^\alpha + \tan\phi_{fill} \cdot \left(\frac{2}{1 + 1/k}\right)^\beta \quad (2.41)$$

Ressalta-se que para $t/a > t/a_{cri}$ na zona de não interferência apresentada na Figura 2.19, a resistência ao cisalhamento normalizada é dada pelo valor constante, expresso pela Equação 2.42.

$$\frac{\tau_s}{\sigma_n} = \tan\phi_{fill} \quad (2.42)$$

Onde ϕ_b é o ângulo de atrito básico, i é, $k = \frac{t/a}{t/a_{cri}}$, σ_n é a tensão normal, σ_{n0} é a tensão normal inicial, ϕ_{fill} é o ângulo de atrito de pico do preenchimento e α e β são constantes empíricas definidas a partir de resultados de ensaios, conforme exposto na Tabela abaixo.

Tabela 2.1 – Constantes empíricas do modelo proposto por Indraratna, Welideniya e Brown (2005)

Tipo de descontinuidade	Material de preenchimento	t/a_{cri}	α	β
Tipo 1	Grafite ($\phi_{fill}=21^\circ$)	1,2	1,7	1,3
$i= 9,5^\circ$	Bentonita ($\phi_{fill}=25^\circ$)	1,5	1,2	1,4
$a= 2,5$ mm	Areia argilosa($\phi_{fill}=30^\circ$)	1,4	1,1	2,5
Tipo 2	Grafite ($\phi_{fill}=21^\circ$)	1,4	1,5	2,2
$i= 18,5^\circ$	Bentonita ($\phi_{fill}=25^\circ$)	1,8	1,1	3,1
$a= 5,0$ mm	Areia argilosa($\phi_{fill}=30^\circ$)	1,6	1,1	4,4

Fonte: Indraratna, Welideniya e Brown (2005, p. 218).

Oliveira, Indraratna e Nemcik (2009) sugeriram alterações no que concerne à função A, para tanto, sugeriram o uso do ângulo de dilatação no pico da tensão cisalhante da descontinuidade limpa (i_{τ_p}) ao invés de (i_0). No entanto, os autores incluíram o ângulo da aspereza inicial, de maneira a manter o balanço de energia, conforme proposto por Seidel e Haberfield (1995), resultando na Equação 2.43.

$$A = \left\{ \frac{[\tan(\phi_b) + \tan(i_o)]}{[1 - \tan(\phi_b) \cdot \tan(i_{\tau_{plimpa}})]} \right\} \cdot \left(1 - \frac{t/a}{(t/a)_{cri}} \right)^\alpha \quad (2.43)$$

Desse modo, a resistência ao cisalhamento normalizada de descontinuidades preenchidas pode ser obtida mediante a seguinte expressão:

$$\frac{\tau_s}{\sigma_n} = \left\{ \frac{[\tan(\phi_b) + \tan(i_o)]}{[1 - \tan(\phi_b) \cdot \tan(i_{\tau_{plimpa}})]} \right\} \cdot \left(1 - \frac{t/a}{(t/a)_{cri}} \right)^\alpha + \tan\phi_{fill} \cdot \left(\frac{2}{1 + 1/k} \right)^\beta \quad (2.44)$$

Oliveira e Indraratna (2010) também buscaram estimar o comportamento cisalhante de descontinuidades preenchidas, para tanto, incorporaram os fatores de degradação e de compressão modificado. O modelo desenvolvido pelos referidos autores é dado em função, dentre outros parâmetros, da tensão normal, ângulo de atrito básico, bem como, ângulo de atrito residual e ângulo de dilatação, conforme as seguintes equações.

$$\tau = \sigma_n \left(\frac{[\tan(\phi_b) + \tan(i_d)]}{1 - \tan(\phi_b)\tan(i)} \cdot (1 - \eta) + \tan(\phi_r) \cdot \eta \right) \quad (2.45)$$

$$\eta = \exp\left(\frac{-u_s \cdot JCR}{100 \cdot c_1 \cdot a \cdot (t/a)}\right) \quad (2.46)$$

$$c_1 = \left(-\frac{u_p \cdot JCR}{100 \cdot \ln\left(\frac{A_1}{A_2}\right) \cdot a \cdot (t/a)} \right) \quad (2.47)$$

$$u_p = \frac{a}{\tan(i_0)} \sigma_{n0}^{-c_3} \quad (2.48)$$

$$A_1 = \tan(\phi_{peak}) - A_3 \quad (2.49)$$

$$A_2 = \tan(\phi_r) \quad (2.50)$$

$$A_3 = \left[\frac{\tan(\phi_b) + \tan(i_0)}{1 - \tan(\phi_b)\tan(i)} \right] \quad (2.51)$$

$$i_d = (i_0 - i) \exp\left(\frac{-(u_s - u_p)^2 \cdot JRC}{100 \cdot (c_2 \cdot a)^2}\right) + i \quad (2.52)$$

$$i = \tan^{-1}\left(\frac{\partial u_n}{\partial u_s}\right) \quad (2.53)$$

$$u_n = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{N_h} L_f \left[a_n \cos\left(\frac{2\pi n u_s}{T}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n u_s}{T}\right) \right] \quad (2.54)$$

onde η diz respeito ao fator de compressão e saída do preenchimento durante o processo de cisalhamento; c_1 e c_2 são constantes empíricas que controlam a taxa de saída do preenchimento e degradação da aspereza, respectivamente; c_3 é a constante de ajuste, a diz respeito à amplitude de aspereza, ϕ_p é o ângulo de atrito de pico da descontinuidade preenchida; $L_f = 1$ para $\frac{n\pi}{N_h} = 0$, caso contrário, $\left(\frac{N_h}{n\pi}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{N_h}\right)$, e o N_h se refere ao número de harmônicos da série de Fourier.

Em relação às desvantagens do modelo em questão têm-se a necessidade de calcular parâmetros empíricos que dependem de dados experimentais para serem validados, bem como

a aplicação de série de Fourier.

Shrivastava e Rao (2017) desenvolveram um modelo baseado no modelo de Patton (1966), por meio de ensaios de cisalhamento direto realizados em descontinuidades triangulares sob condições CNS e CNL, considerando valores diferentes para a razão t/a e diferentes condições de rugosidade. Para tanto, foram propostas as seguintes Equações:

$$P_n = aP_i + b \quad (2.55)$$

$$\tau_p = P_n \tan \phi \quad (2.56)$$

$$\frac{\phi}{\phi_b} = x \ln \left(\frac{P_n}{\sigma_c} \right) + y \quad (2.57)$$

Mediante as análises de regressão realizadas, a constante a é basicamente insensível ao ângulo de aspereza e a relação t/a pode ser aproximada a $a=1$, de maneira similar as descontinuidades não preenchidas. O coeficiente b varia de acordo com a rigidez normal constante, assumindo valores entre 0 a 0,36 para k_n variantes entre 0 a 0,8 k_n /mm. Os coeficientes x , y e r^2 são apresentados na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Coeficientes x e y do modelo proposto por Shrivastava e Rao (2017)

Ângulo da aspereza (i)	t/a	x	y	r^2
30°-30°	0	1,2	1,7	1,3
-	1	1,5	1,2	1,4
-	1,4	1,4	1,1	2,5
-	2	1,4	1,5	2,2
15°-15°	1	1,8	1,1	3,1
0°-0°	= 5mm	1,6	1,1	4,4

Fonte: Shrivastava e Rao (2017, com adaptações).

Substituindo-se as expressões 2.55 e 2.57 na expressão 2.56, tem-se, na Equação 2.58 a resistência cisalhante de descontinuidades preenchidas proposta por Shrivastava e Rao (2017).

$$\tau_p = (\phi_b + b) \tan \left[\phi_b + x \ln \left(\frac{a\sigma_n + b}{\sigma_c} + y \right) \cdot i \right] \quad (2.58)$$

Pode-se citar outras formulações analíticas, tais como Toledo e Freitas (1993), que definiram três faixas de valores para a espessura do preenchimento, relativas às zonas de interferência para descrever a resistência ao cisalhamento de uma descontinuidade preenchida. Fishman (2004), que por meio de observações inerentes a variação logarítmica do coeficiente de cisalhamento, definiram um modelo matemático capaz de prever a resistência cisalhante de descontinuidades.

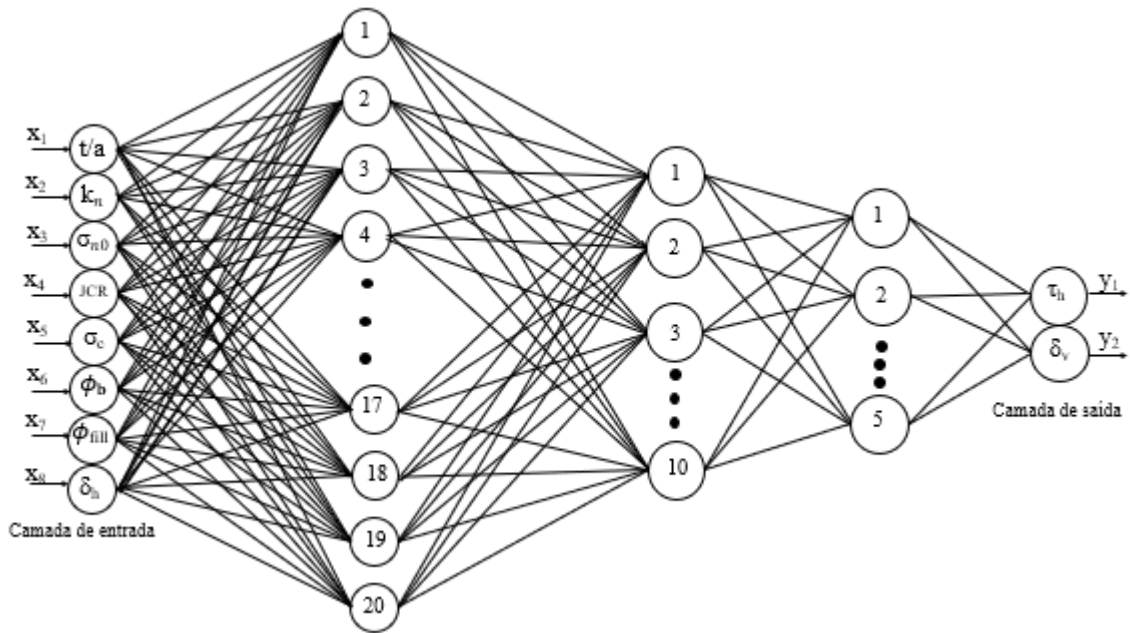
Indraratna, Jayanathan e Brown. (2008a), Indraratna, Oliveira e Jayanathan (2008b), 2014) e Premadasa e Brown (2013) propuseram modelos que consideram o pré-adensamento do preenchimento. Indraratna, Premadasa e Brown (2013) e Premadasa e Indraratna (2015) também consideraram o pré-adensamento, mas considerando também o grau de saturação do preenchimento. Gong, Nemcik e Ren (2018) e Wang, Wang e Zhan (2018) também buscaram estimar o comportamento cisalhante de descontinuidades com preenchimento, no entanto, a partir de análises numéricas.

Modelos alternativos também buscaram estimar o comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas não preenchidas e preenchidas sob condições CNS e CNL, podendo-se citar Leite (2019), Leite, Dantas Neto e Albino (2019a), Leite *et al.* (2019b), que utilizaram RNAs no desenvolvimento dos modelos e Albino (2020) e Dantas Neto *et al.* (2022) que empregaram a técnica *neuro-fuzzy* para estimar o comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas.

Leite (2019) utilizou um banco de dados com 2083 dados de entrada-saída. A priori, foram analisados diversos modelos, no entanto, o modelo que apresentou melhor desempenho foi o denominado Gm, apresentando uma arquitetura 8-20-10-5-2, como pode ser visto na Figura 2.20.

As variáveis de entrada foram rigidez normal do contorno (k_n), razão entre espessura do preenchimento pela amplitude da aspereza (t/a), tensão normal inicial (σ_{n0}), índice de rugosidade da rocha (JCR), resistência à compressão uniaxial da rocha sã (σ_c), ângulo de atrito básico (ϕ_b), ângulo de atrito do preenchimento (ϕ_{fill}) e o deslocamento cisalhante (δ_h), mas apenas para o modelo inerente a predição da tensão cisalhante e dilatância. No que concernem as métricas do modelo neural, os coeficientes de correlação foram 0,99 nas fases de treinamento e teste, respectivamente.

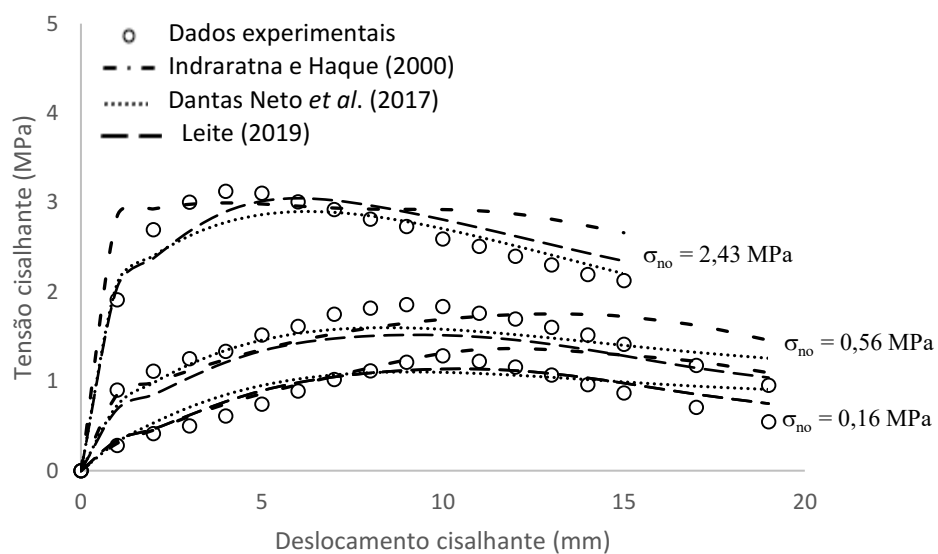
Figura 2.20 – Arquitetura do modelo neuronal Gm, proposto por Leite (2019)



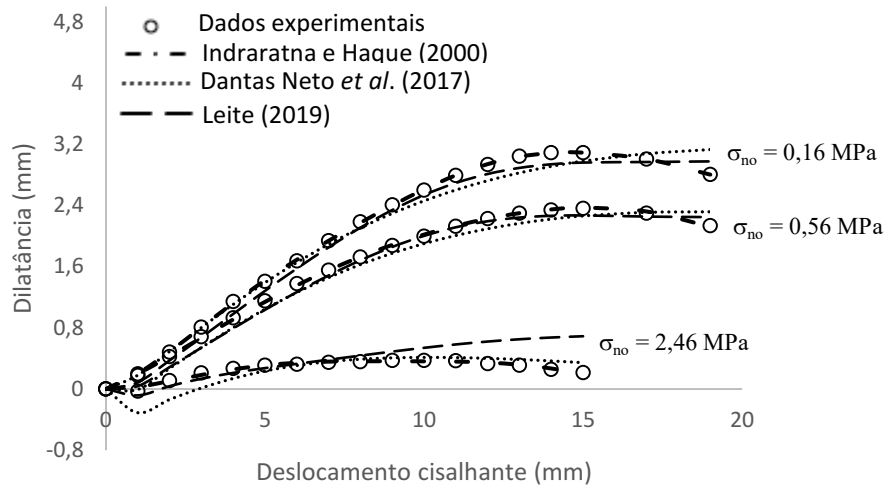
Fonte: Leite (2019, com adaptações).

Segundo Leite (2019), o modelo desenvolvido apresentou um comportamento intermediário entre os resultados do modelo analítico de Indraratna e Haque (2000) e do modelo neural de Dantas Neto *et al.* (2017) para a previsão da tensão cisalhante e da dilatância, conforme mostram as Figuras 2.21 e 2.22.

Figura 2.21 – Comparação entre os resultados obtidos por Leite (2019) e resultados fornecidos pelos modelos de Indraratna e Haque (2000) e Dantas Neto *et al.* (2017), para a tensão cisalhante (a) e a dilatância (b)



(a)



(b)

Fonte: Leite (2019, com adaptações).

Vale salientar que Leite (2019) desenvolveu ainda um modelo relativo à resistência cisalhante de pico utilizando 131 padrões de entrada-saída. As variáveis de entrada foram as mesmas utilizadas nos modelos de tensão cisalhante e dilatância, exceto o ϕ_{fill} . Assim como no modelo citado anteriormente, foram testados inúmeros modelos e após a avaliação, o modelo denominado G1m foi considerado o melhor dado o seu coeficiente de correlação, que na fase de treinamento foi de 0,99 e na fase de teste 0,98. O modelo em questão tem uma arquitetura 7-30-1.

2.4 Conclusões parciais

As descontinuidades são de suma importância no comportamento mecânico do maciço rochoso, tendo em vista a sua influência nos mecanismos de ruptura. Considerando a cronologia das pesquisas, a quantidade de variáveis a serem consideradas no comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas aumentaram ao longo do tempo, tornando sua previsão mais complexa.

A priori, os modelos eram voltados a tensão cisalhante de pico, sob condições CNL e sem preenchimento. Os principais fatores governantes considerados nas primeiras formulações analíticas foram a tensão normal inicial aplicada (σ_{n0}), as características das rugosidades dadas pelo ângulo de atrito básico da rocha (ϕ_b), ângulo de atrito residual (ϕ_r), coeficiente de rugosidade (JRC), ângulo da aspereza inicial (i), bem como os parâmetros relativos a resistência uniaxial da rocha sendo esses à resistência a compressão uniaxial da rocha (σ_c) ou a resistência à compressão simples da descontinuidade (JCS).

Ainda para descontinuidades sem preenchimento, os modelos analíticos desenvolvidos passaram a considerar a rigidez imposta pelo maciço rochoso circundante, por meio da condição CNS e da rigidez normal de contorno (k_n), buscando representar os problemas observados em campo.

Posteriormente, os modelos desenvolvidos passaram a considerar também a presença do preenchimento. Para tanto, os parâmetros utilizados foram a razão entre a amplitude do preenchimento e da rugosidade (t/a), o ângulo de atrito do preenchimento (ϕ_{fill}) e a razão entre a amplitude do preenchimento e da rugosidade crítica (t/a_{cri}) que é quando o preenchimento passa a ser o único governante do comportamento cisalhante, tendo em vista a sua espessura. De acordo com as pesquisas experimentais, foram encontrados valores de t/a_{cri} variantes de 1,25 a 2,0.

Contudo, a utilização dos métodos analíticos apresenta determinadas limitações, uma vez que requerem ensaios laboratoriais em larga escala para obtenção dos parâmetros exigidos. De forma alternativa foram propostos modelos desenvolvidos a partir de RNA do tipo MLP e técnica *fuzzy* e *neuro-fuzzy*. Apesar das limitações, tais modelos apresentam resultados satisfatórios na previsão da resistência cisalhante de descontinuidades com e sem preenchimento, e requerem dados de entrada que não exigem ensaios laboratoriais para serem obtidos.

Os modelos em questão apresentam a capacidade das ferramentas alternativas em estimar o comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas de forma prática, contudo, não se apresentam como substitutivos aos demais, mas podem ser aplicados de forma paralela em aplicações rápidas na engenharia.

No geral, os principais fatores que governam o comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas são tensão normal inicial, as características de rugosidade, dadas pelo JRC, bem como as características da rocha intacta, representadas pelo ângulo de atrito básico e resistência à compressão uniaxial, a rigidez normal externa e a presença do preenchimento, sendo estas as variáveis empregadas para a realização deste trabalho.

3. REDES NEURAIS ARTIFICIAIS DO TIPO FUNÇÃO DE BASE RADIAL

3.1 Introdução

Neste capítulo serão abordados os principais aspectos inerentes às redes neurais artificiais, sobretudo acerca das funções de base radial, de forma a subsidiar uma melhor compreensão da ferramenta utilizada. Para tanto, serão apresentados os fundamentos das RNAs, a estrutura das redes do tipo RBF, a determinação dos parâmetros iniciais da rede, a formulação básica da RBF e a sua aplicação na Geotecnia. Em seguida, serão feitas as conclusões parciais sobre a rede neural artificial do tipo função de base radial.

3.2 Fundamentos básicos

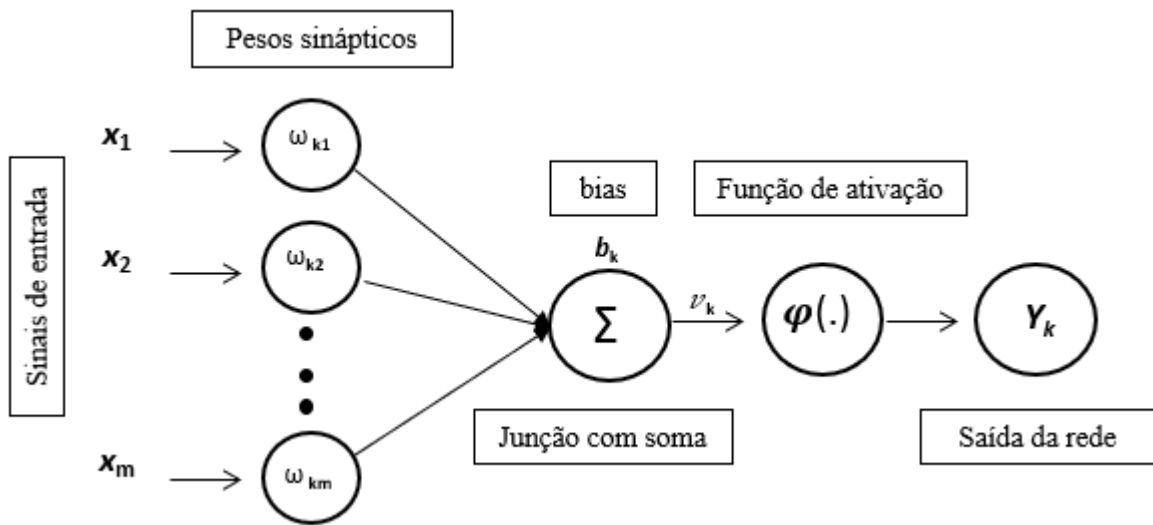
As redes neurais artificiais são modelos desenvolvidos com base na capacidade de processamento da informação do sistema nervoso biológico, sendo consideradas técnicas fundamentadas na estrutura neuronal de organismos inteligentes, principalmente em relação ao aprendizado por meio de exemplos (BRAGA *et al.*, 2000).

De acordo com Haykin (2001), as RNAs apresentam dois aspectos básicos:

- o conhecimento é adquirido a partir de seu ambiente, mediante o processo de aprendizagem;
- as forças de conexão entre neurônios artificiais (pesos sinápticos) presentes na rede são utilizadas para armazenar o conhecimento adquirido, apresentando assim uma diversidade de aplicações, tendo em vista a sua capacidade de generalização e auto-organização.

Para Fleck *et al.* (2016), as RNAs são algoritmos computacionais que apresentam um modelo matemático baseado na estrutura de organismos inteligentes, assim, os elementos computacionais existentes nas RNAs são denominados neurônios artificiais. O primeiro modelo foi proposto por McCulloch e Pitts (1943) e diz respeito a uma simplificação do que até então se conhecia a respeito do neurônio biológico. Com o auxílio da Figura 3.1 é possível observar um modelo não linear de neurônio artificial. Em termos matemáticos, pode-se descrever o neurônio k por meio das Equações 3.1-3.3.

Figura 3.1 – Representação dos principais componentes de um neurônio artificial



Fonte: Haykin (2009, com adaptações).

$$u_k = \sum_{j=1}^m \omega_{kj} x_j \quad (3.1)$$

$$v_k = u_k + b_k \quad (3.2)$$

$$y_k = \varphi(v_k) \quad (3.3)$$

onde x_m corresponde as entradas da RNA, ω_{kj} são os pesos sinápticos relacionados a cada entrada, b_k se refere ao limiar, u_k diz respeito a combinação linear dos sinais de entrada, $\varphi(\cdot)$ é a função de ativação e y_k é a saída do neurônio.

De acordo com Sitton, Zeinali e Story (2017), as redes neurais artificiais dispõem de neurônios artificiais de múltiplas camadas e são capazes de receber sinais e transmiti-los para outros neurônios por meio de conexões sinápticas. Tem-se ainda a função de ativação, que por sua vez, calculam os sinais de saída dos neurônios, e pode ser a linear, sigmoideal, gaussiana, entre outros, sendo a última comumente empregada em RNAs do tipo função de base radial.

As redes neurais artificiais consistem em elementos interconectados que tem a finalidade de produzir uma saída em resposta à inserção de um vetor de entrada. Nestas redes, os neurônios artificiais são organizados em camadas, sendo elas a camada de entrada que é responsável pela recepção de estímulos externos, uma ou mais camadas intermediárias (ou ocultas) que buscam aumentar a capacidade da rede de obter o comportamento mais complexo em relação ao fenômeno modelado e uma camada de saída, que apresenta a saída calculada pela rede neural artificial (SOUZA; RIBEIRO; DA SILVA, 2020). Nos últimos anos, tem se tornado

comum não contar a camada de entrada, apenas a camada oculta e a camada de saída, já que não há processamento da informação nas entradas, ocorrendo apenas uma transferência dos valores sensorizados das variáveis que compõem o vetor de entrada.

De forma geral, os sinais de entrada são transmitidos aos neurônios ocultos por intermédio dos pesos sinápticos que, por sua vez, visam ponderar o fluxo de informação de entrada. Posteriormente, ocorre o somatório de todos os sinais ponderados e seu respectivo processamento em uma função de ativação, fornecendo como saída um vetor resposta dos neurônios da camada. Em seguida, esta resposta é enviada a uma camada de neurônios subsequente por meio de outros pesos sinápticos, similar ao ω_{km} , entretanto, de índices ω_{km+1} (HAYKIN, 2009).

Logo, de forma análoga ao cérebro humano, as RNAs possuem a capacidade de aprender mediante sua experiência, melhorando o seu desempenho e ajustando-se às mudanças no ambiente. O aprendizado consiste no ajuste dos pesos sinápticos entre os neurônios que são utilizados para armazenar o conhecimento adquirido. Nessa fase, os pesos são ajustados de forma a minimizar o erro, que é calculado entre a saída prevista e a fornecida pela RNA e assim, conduzir a rede a um melhor desempenho com o passar do tempo. Posteriormente ao processo de treinamento, é verificada a capacidade de generalização do modelo neural, a qual é denominada de etapa de teste.

Mota *et al.* (2011) ressaltam que na fase de teste são utilizados padrões de entrada não utilizados no treinamento, e é nessa etapa que o desempenho alcançado pela RNA é efetivamente medido por meio de uma probabilidade de acerto do modelo desenvolvido, ou seja, a correlação entre os dados reais e os dados calculados.

Dentre as principais vantagens das RNAs, destaca-se a capacidade de aproximação universal de funções que é usada para estabelecer relações entrada-saída por meio de um processo de aprendizado baseado em dados. Uma vez submetida a um processo de treinamento adequado, a rede apresenta uma capacidade de generalizar o conhecimento sobre o fenômeno modelado, permitindo a realização de previsões para padrões de entrada diferentes daqueles utilizados durante o ajuste dos parâmetros da rede (FIGUEIREDO, 2007; GETAHUN; SHITOTE; ABIERO GARIY, 2018; MENDONÇA, *et al.*, 2021). Nesta perspectiva, a referida técnica se caracteriza como um dos métodos mais indicados para aproximar a relação entrada-saída não linear (SAFARNEJAD; HORMOZI-NEZHAD; ABDOLLAHI, 2021).

Existem vários tipos de RNAs, cada uma com arquiteturas e algoritmos de aprendizado próprios (SMITH; GUPTA, 2000; POSSETI, 2009; TURCATO, 2015). Dentre as mais conhecidas, pode-se citar o *perceptron* simples, criado por Rosenblatt (1958), que é forma

mais simples de uma RNA, no qual o processamento ocorre em uma única camada de saída onde os neurônios são ativados por funções não-lineares (HAYKIN, 2009).

Destaca-se ainda o perceptron multicamadas (*MultiLayer Percperton* - MLP), que pode ser entendido, por assim dizer, como uma extensão do perceptron simples, com capacidade de aproximar problemas não-lineares e mais complexos, devido à presença de uma ou mais camadas de neurônios ocultos (BRAGA *et al.*, 2000; FERREIRA, 2004). Por isso, as redes MLPs são as mais utilizadas na Geotecnia, conforme destacado por Erzin, Rao e Singh (2008), Dantas Neto *et al.* (2014), Zhang e Yu (2016). Essa ampla utilização se dá, provavelmente, devido à sua capacidade de permitir a modelagem de fenômenos multivariados não-lineares e complexos em função da utilização de um maior número de camadas e neurônios ocultos não-lineares.

Outro exemplo de RNA diz respeito às redes neurais artificiais do tipo função de base radial (*Radial Basis Function* - RBF), que apresentam uma estrutura similar à rede MLP, na qual as informações são propagadas da camada de entrada para a camada de saída, sem laços de realimentação, sendo ambas um tipo de arquitetura de rede conhecida como redes alimentadas adiante (FERREIRA, 2004; HESMATHI *et al.* 2009; FATHI; MONTAZER, 2013; LAZZARIN, 2019; DIAS *et al.* 2020; SOUZA, *et al.* 2021). A diferença entre elas se dá basicamente no tipo de função de ativação usada pelos neurônios ocultos e o tipo de algoritmo de aprendizado utilizado no ajuste dos pesos e limiares.

As redes RBF foram propostas por Broomhead e Lowe (1988) no trabalho intitulado “*Multivariable Functional Interpolation and Adaptive Networks*” e foram baseadas no método das funções de base radial, que diz respeito a uma técnica de interpolação exata, desenvolvida por Powell (1987) com importantes contribuições de Micchelli (1986).

As RNAs do tipo RBF podem ser empregadas em praticamente todos os tipos de problemas tratados pela MLP (YU *et al.*, 2011; CHAOWANAWATEE; HEEDNACRAM, 2012). Ela consiste em um modelo neural com apenas uma camada, que possui capacidade de aprender fenômenos complexos e resolver problemas não-linearmente separáveis (FERREIRA, 2020).

De forma distinta da MLP, a implementação de uma RBF consiste geralmente em uma fase de treinamento dividida em duas etapas. A primeira etapa é realizada através de técnicas não supervisionadas, com o objetivo de determinar os parâmetros livres da rede, que são os centros e as aberturas (ou raios) das funções de base radial. Para a segunda etapa, utilizam-se técnicas de aprendizado supervisionado para a estimação dos pesos dos neurônios de saída, sendo o método dos mínimos quadrados ordinários normalmente usados para este fim

(FORTE; MELO; MARIANO, 2005, DING *et al.*, 2011; PASSOS JÚNIOR *et al.*, 2015; RAUTENBERG *et al.*, 2016).

As redes RBF constroem aproximações locais para mapeamentos entrada-saída, logo, não são tão afetadas pela existência de mínimos locais em sua função objetivo como pode ocorrer com MLPs. Isso se dá porque as redes RBF formam uma representação no espaço oculto (*hidden space*) que é o espaço da projeção dos dados de entrada na camada oculta. Assim, para um dado vetor de entrada, tipicamente, apenas alguns neurônios ocultos apresentarão ativações (i.e., saídas) significantes, o que torna seu treinamento mais rápido e eficiente (VIEIRA; LEMOS; LING, 2003; BISHOP, 1997; HAYKIN, 2009).

Desse modo, por ter uma estrutura topológica simples, treinamento rápido, boa generalização, esforço computacional menos intensivo quando comparado a outros tipos de redes e uma saída ativada por uma função linear, esta rede torna-se uma alternativa competitiva às redes MLP na modelagem de problemas em engenharia (CUS; ZUPERL, 2006; ELMOUNAYRI; KISHAWY; BRICENO, 2005; NASERI; TATAR; SHOKROLLAHI, 2016).

Em relação às demais redes neurais, a exemplo da *perpetron*, das MLPs, dentre outras, a RBF tem como principal diferença, o uso de uma função de base radial como função de transferência, associada aos neurônios da camada intermediária. (BROOMHEAD; LOWE 1988; HUSH; HORN, 1993; BISHOP, 1995, PACHECO, 1996; BUHMANN, 2003; LIN *et al.*, 2020). A Tabela 3.1 apresenta as funções de base radial mais comuns.

Tabela 3.1 – Exemplos de funções de base radial

Linear	$f(x) = v^1$
Cúbica	$f(x) = v^3$
Gaussiana	$f(x) = \exp\left(\frac{-v^2}{2\sigma^2}\right)$
Multiquádrica	$f(x) = \sqrt{v^2 + \sigma^2}$
Multiquádrica inversa	$f(x) = \exp\left(\frac{1}{\sqrt{v^2 + \sigma^2}}\right)$
<i>Thin-plate-spline</i>	$f(x) = v^2 \log(v)$

Fonte: elaborado pela autora.

3.3. Estrutura da rede RBF

Uma rede neural do tipo RBF é formada por apenas três camadas: a camada de

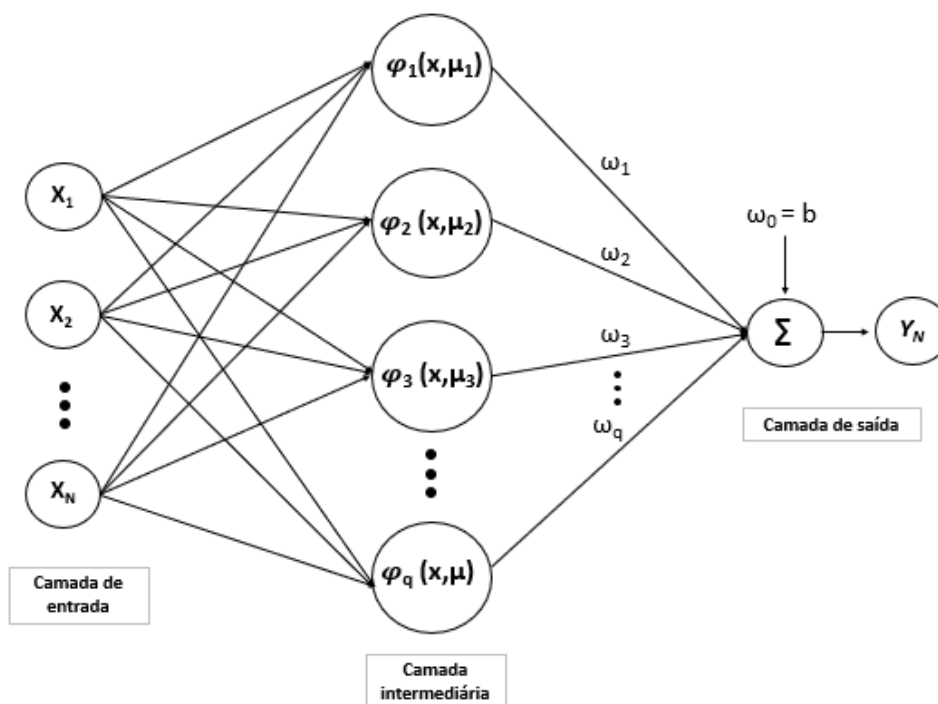
¹ $v = ||x - \mu ||$ diz respeito à distância euclidiana, onde x é o vetor de entrada e os parâmetros μ e σ representam o centro e a largura da função de base radial, respectivamente

unidades de entrada, os quais são os responsáveis por receber os estímulos externos à rede, correspondentes às variáveis de entrada do fenômeno modelado; uma camada intermediária de neurônios correspondentes às funções de base radial; e uma camada de neurônios de saída, calculados a partir de uma combinação linear dos neurônios da camada intermediária (HAYKIN, 2009; BRAGA, 2019; DIAS, INÁCIO; CARVALHO JÚNIOR, 2020).

De acordo com Haykin (1999), o Teorema de Cover, referente à separabilidade de padrões, é o que justifica a estratégia de transformação não-linear seguida de uma transformação linear. O referido teorema indica que um problema de classificação de padrões inserido em um espaço de alta dimensionalidade apresenta uma maior probabilidade de ser linearmente separável. Frequentemente, espera-se que a dimensão do espaço oculto de uma RBF seja alta ou maior do que aquela do espaço de entrada.

Na Figura 3.2 é mostrada a representação esquemática da estrutura de uma rede RBF na qual \mathbf{x} corresponde ao vetor de entrada de dimensão n ; φ_q se refere à q -ésima função de ativação de base radial cujo valor aumenta com a diminuição da distância do vetor de entrada \mathbf{x} em relação a um ponto central denominado de centro (μ_i) que define a posição da função de base radial no espaço de entrada. O parâmetro ω_k corresponde ao peso sináptico que conecta o k -ésimo neurônio oculto (ou equivalentemente, a k -ésima função de base radial) à saída y por meio da transformação linear mencionada anteriormente, representado a resposta da rede ao vetor de entrada \mathbf{x} .

Figura 3.2 – Estrutura da rede neural artificial do tipo função de base radial



Fonte: Haykin (2009, com adaptações).

Dentre as funções de base radial apresentadas na Tabela 3.1, a função de ativação mais utilizada é a função gaussiana (KURBAN; BESDOK, 2009; FERNÁNDEZ-NAVARRO *et al.*, 2011; SOARES; TEIVE, 2015; BRAGA, 2019; SOUZA; BATISTA; SILVA, 2021) e é dada por:

$$\varphi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}_k) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_k\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.4)$$

em que $\|\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_k\|$ é a distância euclidiana do vetor de entrada \mathbf{x} e o vetor $\boldsymbol{\mu}_k$ que é o centro da k -ésima função de base radial. Já o parâmetro escalar σ representa a abertura ou raio da função de base radial, que por sua vez, define a zona de influência dos dados, também chamado de campo receptivo, para uma dada função de base radial gaussiana.

Para Heshmati *et al.* (2009) e Kavaklioglu, Koseoglu e Caliskan (2018), as redes RBF com função de base gaussiana tem se apresentado como aproximadores universais com alta convergência pontual, ou seja, são capazes de aproximar mapeamentos entrada-saída não-lineares com grau de precisão arbitrário, isto é, tão pequeno quanto se deseja. Segundo Forrester *et al.* (2008), a principal vantagem da função de base gaussiana é que ela permite o uso de metodologias de melhoria da superfície de resposta, dada a possibilidade de realizar a estimativa do erro para cada ponto amostral.

Em relação à última camada, tem-se uma combinação linear de todas as saídas das funções de base radial, portanto, a resposta da RNA, representada pela variável y é representada pela soma das saídas das q funções de base radial, ponderadas por seus pesos sinápticos (ω_k) adicionada do limiar ω_0 . Matematicamente, a saída da RNA, gerada em função do vetor de entrada \mathbf{x} , é dada por:

$$y(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^q \omega_k \varphi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}_k) + \omega_0 \quad (3.5)$$

3.4 Determinação dos centros das funções de base radial

Segundo Possetti (2009), a boa eficiência de uma RBF depende da escolha dos seus parâmetros de ajuste, ou seja, da seleção adequada do número de neurônios na camada intermediária, da abertura ou raios das funções radiais de base, bem como dos pesos sinápticos e dos termos de limiar (*threshold*), também chamados de viés (*bias*), dos neurônios de saída.

Tais parâmetros são obtidos por meio de diversos procedimentos heurísticos, tendo em vista que não existem regras para indicá-los de modo ótimo. Dessa forma, a RNA deve ser

treinada até que um critério de desempenho almejado seja alcançado. Posteriormente, a arquitetura deve ser testada, de modo a avaliar a sua capacidade de generalização.

Cada neurônio oculto é centrado em uma coordenada particular do espaço multidimensional de entrada. Desse modo, cada uma destas coordenadas caracteriza-se por definir o centro de uma região de maior aglomeração de pontos, ou *cluster*, do espaço de dados de entrada (EUGÊNIO *et al.* 2010). Assim, os centros das funções de base radial são determinados como parte do processo de aprendizagem, e sua quantidade bem como posição devem contemplar um conjunto representativo da amostra de dados (NEVES; CARVALHO, 2010).

Se os centros ficam próximos entre si, a matriz de ativações, formada pelos vetores de ativação dos neurônios ocultos para cada vetor de entrada, tende a ficar próxima da singularidade, tornando o processo de estimação dos pesos de saída numericamente instável (HAYKIN, 2009). Em caso de um conjunto de dados com muitos elementos, que venha a utilizar muitos centros, o método pode levar ao sobreajuste (*overfitting*) em que o modelo representa bem apenas os pontos de treinamento, porém não realiza uma boa generalização (FORRESTER *et al.*, 2008).

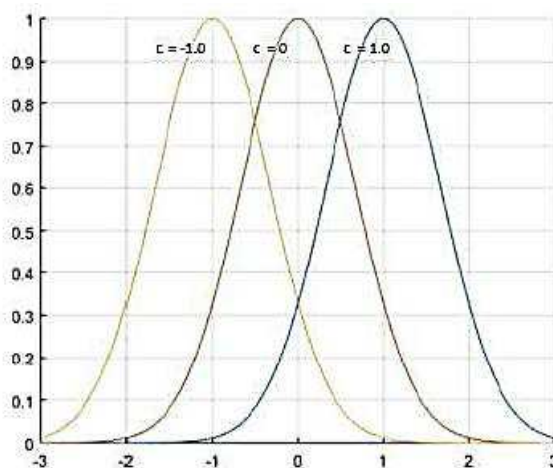
Existem diversas formas de realizar a seleção de centros. Pode-se, por exemplo, utilizar todos os dados de treinamento como centros, ou seja, usar todos os vetores de entrada para atuarem como centros da rede RBF, bem como selecionar aleatoriamente um subconjunto de K ($K < N$) amostras do conjunto de treinamento como centros das funções de base radial.

Em vez de uma seleção aleatória, os centros podem ser determinados com o auxílio de um algoritmo de clusterização, como por exemplo o algoritmo K -médias, proposto por MacQueen (1967) ou o algoritmo SOM (*Self-Organizing Map*) proposto por Kohonen (1997). Todas estas abordagens podem ser usadas tanto com o método dos mínimos quadrados ordinários, também conhecido como método da pseudoinversa (ver Equação 3.13), quanto com métodos de aprendizado sequencial, tal como o método do gradiente descendente estocástico (*Least Mean Squares*, LMS) proposto por Widrow e Hoff (1960).

Um procedimento incremental é usado na função *newrb* do Matlab (HAGAN; DEMUTH; BEALE, 1996), sendo este baseado no trabalho de Chen, Cowan e Grant (1991), que consiste em adicionar funções de base uma a uma, centrada no vetor de entrada atual, até que uma rede adequada tenha sido construída. Neste algoritmo, a inserção de um novo centro é decidida com base no decremento causado na função custo (média do erro quadrático) devido à inserção de uma nova função de base radial centrada no vetor de entrada atual. Se o decremento for relevante, insere-se uma nova função de base radial.

De modo geral, o desempenho da rede RBF depende sensivelmente dos centros escolhidos (VIEIRA; LEMOS; LING, 2003). A Figura 3.3 mostra três funções de base gaussiana de mesma largura, mas com diferentes centros.

Figura 3.3 – Exemplo ilustrativo de três funções de base gaussiana de mesma largura, mas com diferentes centros



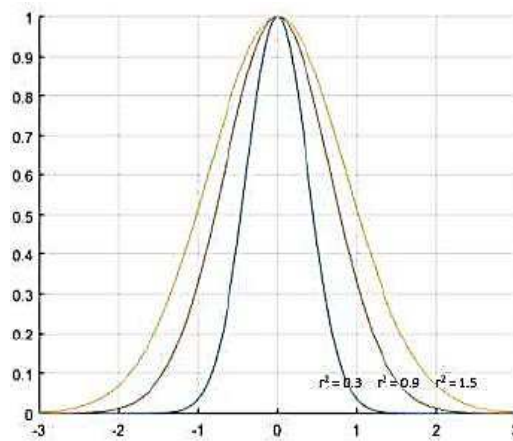
Fonte: Braga (2019, p. 31).

3.5 Determinação das aberturas da função de base radial

A abertura da função, denominada raio ou ainda largura, também é um parâmetro que exerce grande influência no desempenho da rede. Para Neves e Carvalho (2010), os parâmetros também podem ser adaptados, permitindo que a função aproximativa venha a se adequar às especificidades do problema, a exemplo dos distintos níveis de suavidade e regiões. A Figura 3.4 mostra três funções de base gaussiana de mesmo centro, mas com diferentes larguras.

Quanto maior a largura, mais suave será a função aproximativa implementada pela rede. Porém, o erro de aproximação tenderá a ser maior, tendo em vista que a rede irá requerer mais neurônios, o que demandará uma maior quantidade de cálculo. Ao passo que quanto menor a largura, menos suave será o processo de aproximação, portanto, o desempenho da rede será ruim em decorrência do fenômeno de sobreajuste, que costuma se manifestar com erros de treinamento pequenos e erros de generalização altos (HU *et al.*, 2017).

Figura 3.4 – Exemplo ilustrativo de três funções de base gaussiana de mesmo centro, mas com diferentes larguras



Fonte: Braga (2019, p. 31).

Existem diversas heurísticas voltadas para a obtenção do referido parâmetro visando uma melhor representação do mapeamento entrada-saída que se deseja aproximar. Porém, de acordo com Mulgrew (1996) e Bishop (1997), por simplicidade, é comum utilizar uma abertura que seja comum a todas as funções de base radial.

Haykin (1994) propôs uma heurística onde o número os centros (q) do modelo, bem como a distância máxima entre os pontos amostrais d_{max} , geram um vetor de abertura de mesmo valor para cada função de base radial, dado por:

$$\sigma = \frac{d_{max}}{\sqrt{2q}} \quad (3.6)$$

Posteriormente, Nakayama *et al.* (2002) propuseram uma modificação na formulação proposta por Haykin (1994), passando a considerar o número de variáveis (n), logo, a abertura pode ser obtida através da seguinte expressão:

$$\sigma = \frac{d_{max}}{\sqrt[n]{qn}} \quad (3.7)$$

Kitayama, Arakawa e Yamazaki (2011) propuseram uma formulação que permite que as funções de base radial apresentem aberturas diferentes, sendo dadas por:

$$\sigma_k = \frac{d_{(k,max)}}{\sqrt[n^q]{q-1}} \quad (3.8)$$

onde para o cálculo da largura de cada função de base (σ_j), considera-se a distância máxima, $d_{(k,max)}$ entre o k -ésimo centro e outro centro qualquer no espaço de entrada.

Em sua generalidade, o referido parâmetro pode assumir diferentes valores, porém, utilizar o mesmo para cada neurônio não-linear possibilita que a rede aproxime qualquer função contínua, desde que se tenha um número suficiente de funções de base radial (MULGREW, 1996; BISHOP, 1997). Logo, para o presente trabalho, optou-se por utilizar a mesma largura para todos os pontos do espaço, que confere a forma mais simples da RBF.

3.4. Estimação dos Pesos de Saída

As redes RBFs se caracterizam por construir mapeamentos não lineares a partir de uma arquitetura de uma única camada oculta, na qual os pesos sinápticos que conectam os neurônios ocultos à saída são estimados pelo método de mínimos quadrados ordinários (do inglês, *ordinary least squares*), também conhecido como método da pseudoinversa (BISHOP, 1995; AFANTITIS *et al.*, 2004, MELAGRAKI *et al.* 2005; VITÓRIA, 2022), método este apresentado nesta seção.

Vale salientar que há outros métodos para estimação dos pesos da camada de saída da rede RBF, tal como o já mencionado algoritmo LMS, contudo este é mais usado em situações de aprendizado online, em que os dados não estão disponíveis para uso imediato, mas chegam um a um para processamento em tempo real, sendo descartado em seguida.

Isto posto, considera-se que os vetores de entrada estão organizados em uma matriz de entrada \mathbf{X} e as saídas correspondentes estão representadas por um vetor de saída \mathbf{y} . Formalmente, tem-se que estas grandezas são representadas como:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \dots & x_{Nn} \end{bmatrix} \quad e \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

onde N representa o número de dados de treinamento e n é o número de variáveis de entrada. A matriz $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times n}$ é a matriz de dados de entrada, cuja i -ésima linha corresponde a um vetor de entrada $\mathbf{x}_i = [x_{i1} \quad x_{i2} \quad \dots \quad x_{ij} \quad \dots \quad x_{in}] \in \mathbb{R}^n$, composto por n variáveis de entrada $x_{ij} \in \mathbb{R}$. O vetor $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^N$ contém os valores da variável de saída $y_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, \dots, N$. Denomina-se o par ordenado (\mathbf{x}_i, y_i) de i -ésimo par entrada-saída de treinamento.

De posse dos dados entrada-saída, define-se o número de neurônios q ($q > 1$) na única camada oculta existente. Feito isso, deve-se escolher também o tipo da função de base

radial (e.g., gaussiana ou multiquádrica) – vide Tabela 3.1. Os parâmetros ajustáveis de cada função de base a serem determinados a partir dos dados são os seus centros, representados pelos vetores $\boldsymbol{\mu}_k \in \mathbb{R}^n$, $k = 1, \dots, q$, e a abertura da função de base radial ($\sigma > 0$).

O processo de estimação dos pesos dos neurônios de saída a ser descrito assume que os q centros já foram determinados por um dos procedimentos mencionados na Subseção 3.4 e que a abertura da função de base já foi escolhida usando-se uma das heurísticas apresentadas nas Equações 3.6 a 3.8.

Assim, tomando como base a definição da função de ativação gaussiana mostrada na Equação 3.4, tem-se que:

$$\varphi_k^{(i)} = \left[\frac{\varphi(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\mu}_k)}{\sum_{r=1}^q \varphi(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\mu}_r)} \right] = \left[\frac{\exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_k\|^2}{2\sigma^2}\right)}{\sum_{r=1}^q \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_r\|^2}{2\sigma^2}\right)} \right] \quad (3.9)$$

Esta pode ser entendida como a versão normalizada da k -ésima função de base radial; ou seja, $\sum_{k=1}^q \varphi_k^{(i)} = 1$. Com base nessas definições, a saída da rede RBF para o i -ésimo vetor de entrada \mathbf{x}_i pode ser escrita como:

$$y_i = \sum_{k=1}^q \omega_k \varphi_k^{(i)} + \omega_0 \quad (3.10)$$

onde $\omega_k \in \mathbb{R}$ é o peso que conecta a k -ésima função de base radial aos neurônios de saída da rede e $\omega_0 \in \mathbb{R}$ é o limiar do neurônio de saída. Assim, as saídas da rede para os N dados de treinamento podem ser expressas como:

$$\begin{aligned} y_1 &= \sum_{k=1}^q \omega_k \varphi_k^{(1)} + \omega_0 \\ y_2 &= \sum_{k=1}^q \omega_k \varphi_k^{(2)} + \omega_0 \\ &\vdots \\ y_N &= \sum_{k=1}^q \omega_k \varphi_k^{(N)} + \omega_0 \end{aligned}$$

Ao expandir os somatórios de cada uma das expressões acima, chega-se a:

$$\begin{aligned} y_1 &= \omega_0 + \omega_1 \varphi_1^{(1)} + \omega_2 \varphi_2^{(1)} + \dots + \omega_q \varphi_q^{(1)} \\ y_2 &= \omega_0 + \omega_1 \varphi_1^{(2)} + \omega_2 \varphi_2^{(2)} + \dots + \omega_q \varphi_q^{(2)} \\ &\vdots \\ y_N &= \omega_0 + \omega_1 \varphi_1^{(N)} + \omega_2 \varphi_2^{(N)} + \dots + \omega_q \varphi_q^{(N)} \end{aligned}$$

que de forma matricial, pode ser escrita como:

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\varphi} \boldsymbol{\omega} \quad (3.11)$$

tal que $\boldsymbol{\varphi} \in \mathbb{R}^{N \times (q+1)}$ é a matriz de ativações dos q neurônios ocultos para os N vetores de treinamento, ou seja:

$$\boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} 1 & \varphi_1^{(1)} & \varphi_2^{(1)} & \dots & \varphi_q^{(1)} \\ 1 & \varphi_1^{(2)} & \varphi_2^{(2)} & \dots & \varphi_q^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \varphi_1^{(N)} & \varphi_2^{(N)} & \dots & \varphi_q^{(N)} \end{bmatrix}$$

em que a coluna de 's se deve à inclusão do limiar ω_0 no vetor $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^{q+1}$, que é o vetor de pesos que conectam os q neurônios ocultos ao neurônio de saída, ou seja:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_0 \\ \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_q \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Na Equação 3.11, a matriz $\boldsymbol{\varphi}$ e o vetor \mathbf{y} são conhecidos ou calculados a partir dos dados, enquanto o vetor de pesos $\boldsymbol{\omega}$ é a incógnita daquela equação matricial. Ou seja, deseja-se obter $\boldsymbol{\omega}$ pela solução da expressão mostrada na Equação (3.5).

Porém, como a matriz $\boldsymbol{\varphi}$ não é quadrada ($N \gg q$), a obtenção de $\boldsymbol{\omega}$ a partir da matriz inversa $\boldsymbol{\varphi}^{-1}$ não é possível. Ou seja, a expressão $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\varphi}^{-1} \mathbf{y}$ não pode ser usada. Nesse caso, deve-se aplicar o método dos mínimos quadrados ordinários, utilizando a matriz pseudo-inversa de Moore-Penrose (BROOMHEAD; LOWE, 1988), por meio da seguinte expressão:

$$\hat{\boldsymbol{\omega}} = (\boldsymbol{\varphi}^T \boldsymbol{\varphi})^{-1} \boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{y} \quad (3.13)$$

Em que o símbolo $\hat{}$ sobre o vetor $\hat{\boldsymbol{\omega}}$ indica que se trata do vetor de pesos estimado a partir dos dados. Esta distinção faz-se necessária para diferenciar o vetor numérico $\hat{\boldsymbol{\omega}}$ do vetor teórico $\boldsymbol{\omega}$ cujos componentes foram usados na Equação 3.10. O sobrescrito T denota a operação de transposição de matriz. Uma vez estimado o vetor de pesos $\hat{\boldsymbol{\omega}}$, o valor predito da saída para um vetor de entrada \mathbf{x} qualquer pode ser calculado usando-se a seguinte expressão:

$$\hat{y}_i = \sum_{k=1}^q \hat{\omega}_k \varphi_k^{(i)} + \hat{\omega}_0 = \hat{\omega}_0 + \hat{\omega}_1 \varphi_1^{(i)} + \hat{\omega}_2 \varphi_2^{(i)} + \dots + \hat{\omega}_q \varphi_q^{(i)} \quad (3.14)$$

Em que se nota que esta equação é similar à Equação 3.10, porém com os pesos “teóricos” substituídos por seus valores estimados.

Para fins de avaliação da capacidade preditiva da rede RBF, usam-se ambas as equações para determinar o valor do erro quadrático médio (EQM), tanto para os dados de treino quanto para os dados de teste, cuja expressão é dada por:

$$\text{EQM} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (3.15)$$

em que $e_i = y_i - \hat{y}_i$ é o erro de predição para um dado vetor de entrada \mathbf{x}_i .

Para finalizar esta seção, vale ressaltar que o uso da Equação 3.13 pode ficar comprometido pelo mal-condicionamento da matriz $\boldsymbol{\varphi}$, que ocorre devido à proximidade dos centros (BROOMHEAD; LOWE, 1988; GANG; PENG; CHENG, 2012). Neste caso, a matriz $\boldsymbol{\varphi}^T \boldsymbol{\varphi}$ não tem inversa, o que pode ser verificado por $\det(\boldsymbol{\varphi}^T \boldsymbol{\varphi}) = 0$, em que $\det(\mathbf{A})$ é o determinante da matriz \mathbf{A} . Ou ainda, a matriz $\boldsymbol{\varphi}^T \boldsymbol{\varphi}$ até tem inversa, mas ela é numericamente instável, o que é verificável por um determinante muito pequeno, com valores positivos bem próximos de zero; ou seja, $\det(\boldsymbol{\varphi}^T \boldsymbol{\varphi}) \approx 0$.

Uma maneira de evitar o mal-condicionamento da matriz $\boldsymbol{\varphi}$ é mediante o uso do método dos mínimos quadrados ortogonais para estimar o vetor de pesos $\boldsymbol{\omega}$, conforme proposto por Chen, Cowan e Grant (1991), ou treinando-se a rede RBF com um menor número de funções de base radial. Uma outra técnica bastante utilizada consiste em usar a regularização de Tikonov, adicionando-se uma matriz diagonal à matriz $\boldsymbol{\varphi}^T \boldsymbol{\varphi}$ na Equação (3.13). Matematicamente, usa-se a seguinte expressão para estimar o vetor de pesos $\boldsymbol{\omega}$:

$$\boldsymbol{\omega} = (\boldsymbol{\varphi}^T \boldsymbol{\varphi} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{y} \quad (3.16)$$

em que a constante λ ($0 \leq \lambda \ll 1$) é chamada de constante de regularização e \mathbf{I} é a matriz identidade de ordem $(q+1) \times (q+1)$.

3.5 RBF aplicada a Geotecnia

Heshmati *et al.* (2009) aplicaram as redes RBF na previsão da resistência à compressão simples de solos estabilizados. As modelagens foram realizadas utilizando um banco de dados composto de 219 padrões de entrada-saída oriundos de ensaios de resistência à compressão simples de amostras de solo estabilizadas. As redes foram implementadas no

software MATLAB utilizando a função *newrb*, que cria uma rede RBF eficiente por meio do incremento de neurônios até atingir o erro médio quadrático especificado (MSE) ou ainda o número máximo de neurônios do treinamento. O modelo selecionado apresentou uma arquitetura de 8:32:1, com coeficientes de correlação de 0,99 e 0,96 nas fases de treinamento e teste, respectivamente. De acordo com os autores, a rede RBF produziu resultados melhores quando comparados aos modelos de resistência à compressão simples de amostras de solo estabilizadas existentes.

De modo a estimar um modelo de previsão de estabilidade de taludes, Qin *et al.* (2018) utilizaram o algoritmo genético (AG) para treinar a rede RBF, de modo a obter o fator de segurança à ruptura do talude. Para isso, foram utilizadas 100 amostras de dados para o desenvolvimento do modelo. Os pesquisadores observaram um erro relativamente pequeno entre o valor previsto da rede neural e o valor real, inferindo que a precisão da previsão atende aos requisitos de engenharia e ressaltaram a eficácia da ferramenta na predição do parâmetro de interesse.

Na área de Mecânica das Rochas, Sayadi *et al.* (2013) empregaram a rede neural artificial do tipo RBF por meio do algoritmo *newrb*, bem como a rede MLP para estimar a fragmentação e o desmonte das rochas utilizando uma base de dados composta de 103 amostras. Os modelos selecionados da MLP e RBF apresentaram arquiteturas de 6-10-2 e 6-36-2, respectivamente. A rede MLP foi considerada melhor que a rede RBF, tendo em vista que apresentou um valor para o coeficiente de correlação (R) de 0,848 e 0,871 para a fragmentação e desmonte, respectivamente, ao passo que a rede RBF apresentou valores de R de 0,597 e 0,515 para os correspondentes parâmetros de saída.

No que se referem às descontinuidades rochosas, Mendes (2021) utilizou as redes RBF e às técnicas de algoritmo genético (AG) e a *particle swarm optimization* (PSO) para estimar os parâmetros de ajuste do modelo analítico proposto por Oliveira e Indraratna (2010) utilizando resultados obtidos em ensaios de cisalhamento direto em grande escala e posteriormente, empregou RNA do tipo perceptron e a RBF para estabelecer as relações entre os parâmetros de ajuste e as características das descontinuidades rochosas. De modo geral, os resultados obtidos mostraram que a utilização dos métodos meta-heurísticos e das RNAs permitiram uma interpolação satisfatória dos dados experimentais.

3.6 Conclusões Parciais

A RNA busca simular o funcionamento do cérebro humano por meio de sistemas computacionais. Sua capacidade técnica permite calcular funções aritméticas e lógicas, bem

como generalizar e transformar variáveis independentes em variáveis dependentes, aproximação de funções, reconhecimento de padrões, dentre outros.

Devido à sua eficiência, a referida técnica tem sido amplamente utilizada em diversas áreas, sobretudo na engenharia, de modo a estimar parâmetros complexos, especialmente a RNA do tipo MLP. Na mecânica das rochas, a RNA tem apresentado resultados satisfatórios quanto à previsão do comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas.

A rede neural artificial do tipo RBF pode ser empregada em todos os problemas tratados pela MLP e também permite a previsão de mais de uma variável de saída, contudo, apresenta vantagens sobre a referida rede, tendo em vista que a RBF constrói aproximações locais para mapeamentos entrada-saída, logo, não possui problemas de mínimos locais, o que proporciona um aprendizado mais rápido.

Dentre as principais características, a RBF contempla uma arquitetura topológica simples, treinamento computacional menos intensivo quando comparado a outros tipos de RNAs, e apresenta funções de base radial em sua camada intermediária, que geralmente se caracterizam como funções não-lineares em que o valor aumenta ou diminui em função da distância do centro e o indivíduo, ou seja, o neurônio.

Outra característica importante da RBF diz respeito aos parâmetros iniciais da RBF, que por sua vez, influenciam na generalização dos modelos e modificam as características da rede, possibilitando a obtenção de resultados distintos a cada treinamento realizado, podendo-se citar o centro, a abertura da função e os pesos sinápticos.

Em suma, a RBF apresenta uma estrutura topológica mais simples, e apresenta um procedimento mais rápido para encontrar relacionamentos complexos. Contudo, apesar de suas características, a RBF tem sido pouco aplicada a geotecnia, especialmente a Mecânica das Rochas, o que motivou a presente pesquisa.

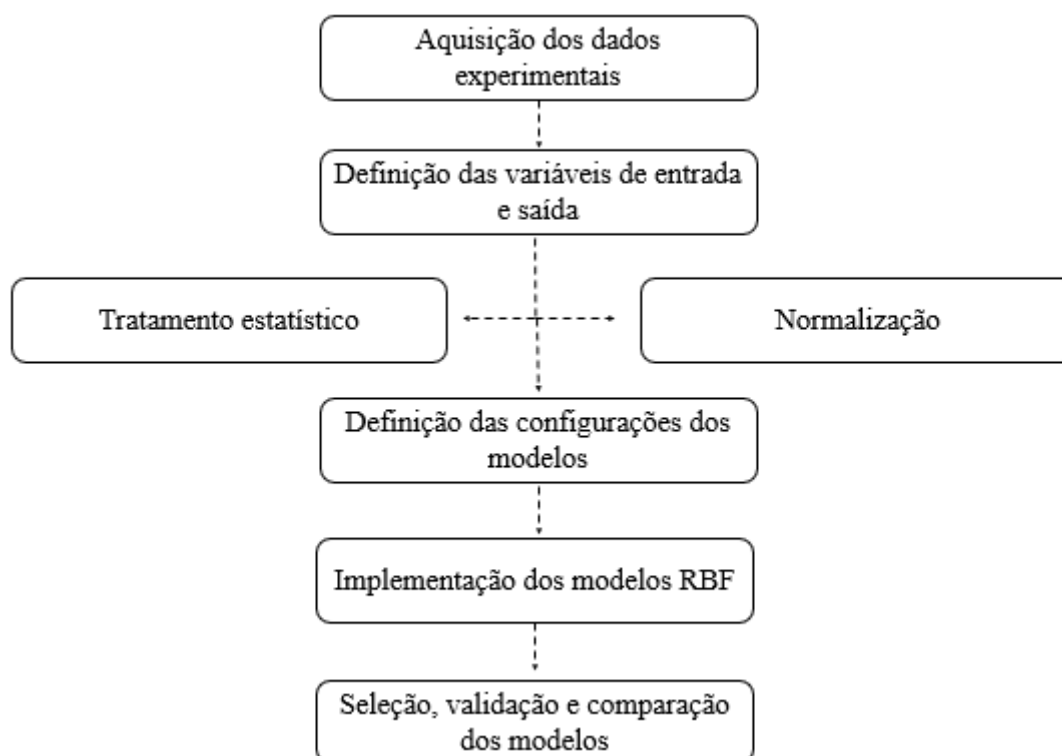
4. MATERIAIS E MÉTODOS

4.1 Introdução

Inicialmente, os dados experimentais foram extraídos de ensaios de cisalhamento direto em grande escala, oriundos dos trabalhos de de Benmokrane e Ballivy (1989), Skinas, Bandis e Demeris (1990), Papaliangas *et al.* (1993), Haque (1999), Indraratna e Haque (2000), Oliveira *et al.* (2009), Indraratna *et al.* (2010), Mehrishal *et al.* (2016) e Shrivastava e Rao (2017). Posteriormente, foram selecionadas as variáveis preditoras, e em seguida realizado o tratamento estatístico, contemplando uma análise exploratória do banco de dados por meio da estatística descritiva e das frequências dos dados, de modo a descrever a composição e ocorrências de cada variável, e por fim, o processo de normalização dos dados.

Na etapa seguinte foram definidas as configurações dos modelos a serem desenvolvidos, estabelecidas por meio da mudança da quantidade de dados do conjunto de treinamento e teste e da retirada de dados e variáveis. Desenvolvidos os modelos neurais, foram selecionados aqueles que apresentaram melhores desempenhos e realizadas as validações, sendo selecionado um modelo ótimo. A Figura 4.1 apresenta o fluxograma que resume a metodologia utilizada para o desenvolvimento dos modelos.

Figura 4.1 – Fluxograma do método proposto



Fonte: elaborado pela autora.

4.2 Seleção das variáveis de entrada e saída e aquisição dos dados experimentais

A definição das variáveis de entrada foi dada em função de sua influência no comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas com e sem preenchimento. Conforme exposto no Capítulo 2, as condições de contorno atuantes em uma descontinuidade rochosa, as características de rugosidade, a presença ou não de preenchimento, os parâmetros de resistência, as propriedades da rocha intacta e o nível de deslocamento cisalhante são os principais fatores que governam o comportamento cisalhante das descontinuidades em maciços rochosos (SKINAS; BADIS; DEMIRIS, 1990; TOLEDO; FREITAS, 1993; PAPALIANGAS *et al.*, 1993; INDRARATNA; HAQUE; AZIZ, 1998; INDRARATNA; HAQUE; AZIZ, 1999, INDRARATNA *et al.*, 2010; OLIVEIRA E INDRARATNA, 2010; dentre outros).

Logo, para a previsão da tensão cisalhante (τ_s), dada em MPa, bem como da dilatância da descontinuidade (δ_v), dada em mm, as variáveis de entrada selecionadas foram:

- Rigidez normal de contorno (k_n), em kPa/mm;
- Relação entre a espessura do preenchimento e a altura da aspereza (t/a);
- Tensão normal inicial (σ_{n0}) em MPa;
- Coeficiente de rugosidade da descontinuidade (JRC);
- Resistência à compressão uniaxial da rocha intacta (σ_c) em MPa;
- Ângulo de atrito básico (ϕ_b) em graus;
- Ângulo de atrito do preenchimento (ϕ_{fill}) em graus;
- Deslocamento cisalhante (δ_h) em mm.

É válido ressaltar que para os casos em que as descontinuidades não apresentavam preenchimento, o valor atribuído ao t/a e ao ϕ_{fill} foi 0.

O banco de dados utilizado neste trabalho contempla 2098 exemplos entrada-saída, oriundos de 116 ensaios de cisalhamento direto em grande escala realizados. Os dados foram coletados a partir dos trabalhos de Benmokrane e Ballivy (1989), Skinas, Bandis e Demeris (1990), Papaliangas *et al.* (1993), Haque (1999), Indraratna e Haque (2000), Oliveira *et al.* (2009), Indraratna *et al.* (2010), Mehrishal *et al.* (2016) e Shrivastava e Rao (2017).

4.3 Tratamento Estatístico dos Dados

De modo a obter um conhecimento prévio dos dados utilizados, realizou-se uma análise estatística descritiva das variáveis de entrada e saída. A Tabela 4.1 apresenta esses resultados e mostra que os padrões de entrada-saída que compõem o banco de dados apresentam

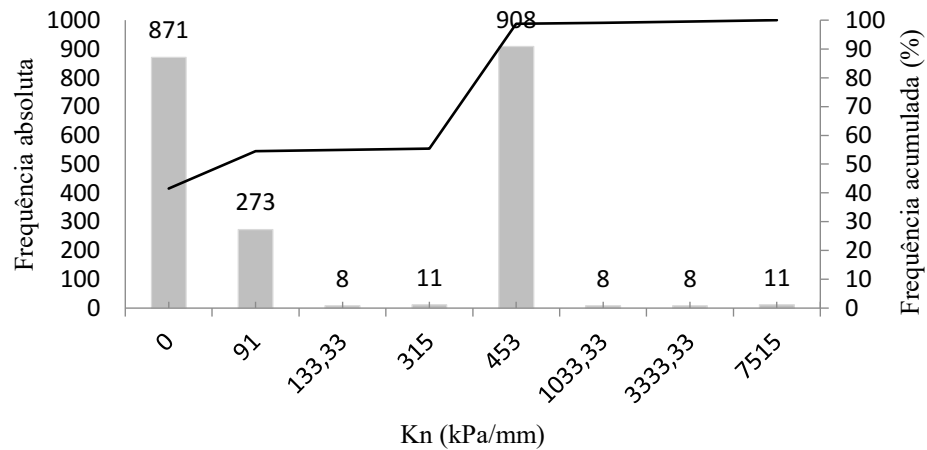
uma boa variabilidade. As Figuras 4.2-4.9 apresentam as frequências das variáveis de entrada e saída.

Tabela 4.1 – Estatística descritiva das variáveis de interesse

Parâmetros	Mínimo	Máximo	Média	Mediana	Moda	Desvio Padrão
k_n (kPa/mm)	0	7515	266,06	90,96	453	601,99
t/a	0	2	0,51	0	0	0,68
σ_{no} (MPa)	0,05	46,50	2,02	0,56	0,56	5,77
JRC	2	20	9,19	8	15	4,75
σ_c (MPa)	3,50	150	21,05	12	12	30,66
ϕ_b (Graus)	30	37,50	33,99	35	37,50	3,44
ϕ_{fill} (Graus)	0	35,50	14,62	0	0	15,98
δ_h (mm)	0,01	26	8,03	7	5	5,81
τ_s (MPa)	0,01	6,68	0,86	0,61	0,46	0,84
δ_v (mm)	-2,43	4,97	0,39	0,20	-0,006	0,83

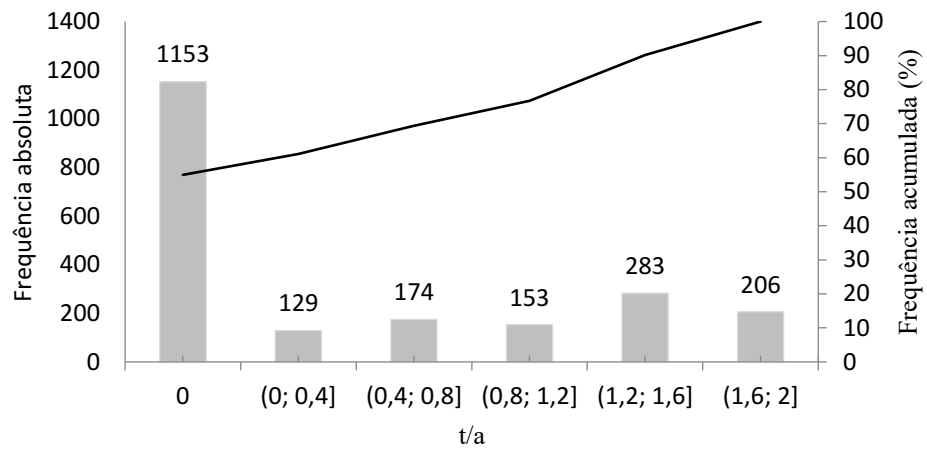
Fonte: elaborado pela autora.

Figura 4.2 – Frequência da rigidez normal de contorno



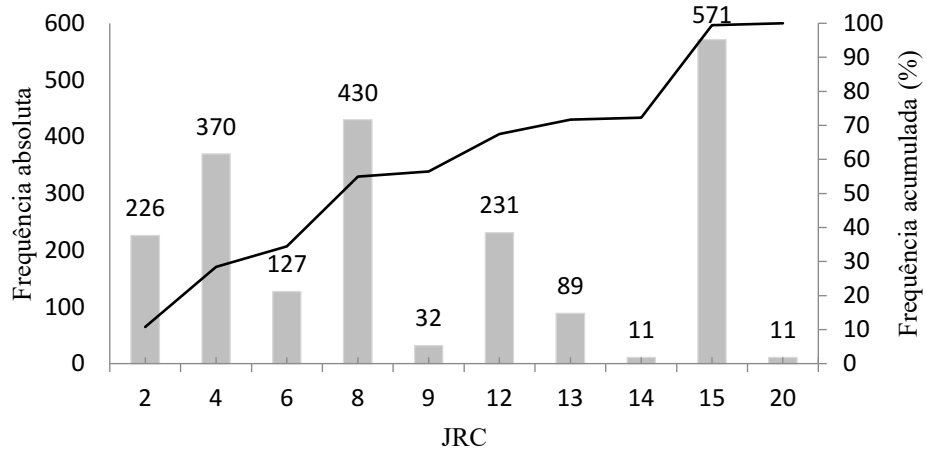
Fonte: elaborado pela autora.

Figura 4.3 – Frequência da razão entre a amplitude do preenchimento pelo da aspereza



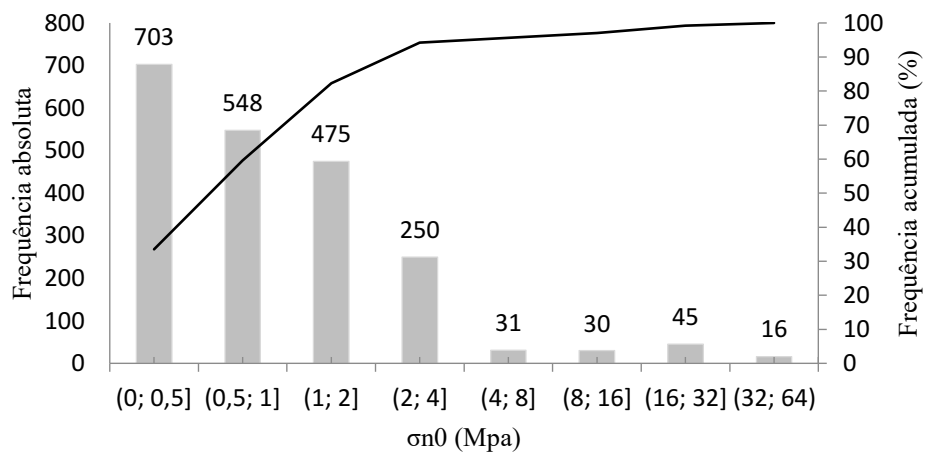
Fonte: elaborado pela autora.

Figura 4.4 – Frequência do coeficiente de rugosidade



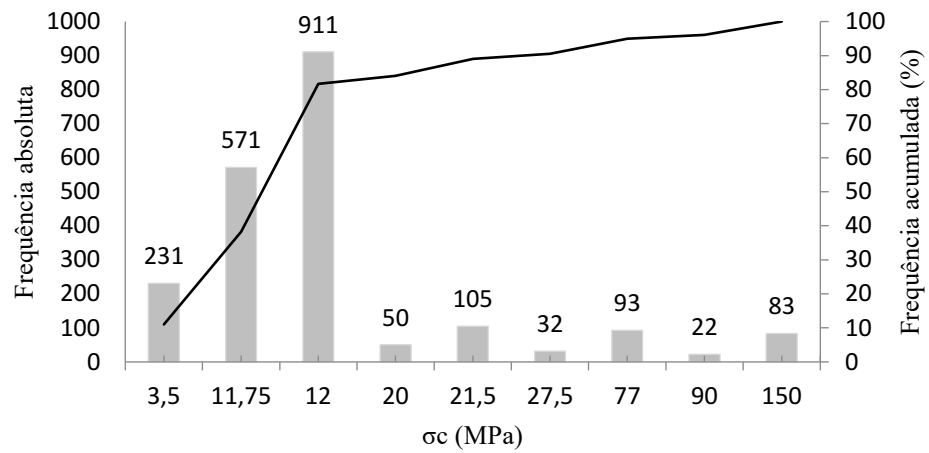
Fonte: elaborado pela autora.

Figura 4.5 – Frequência da tensão normal inicial



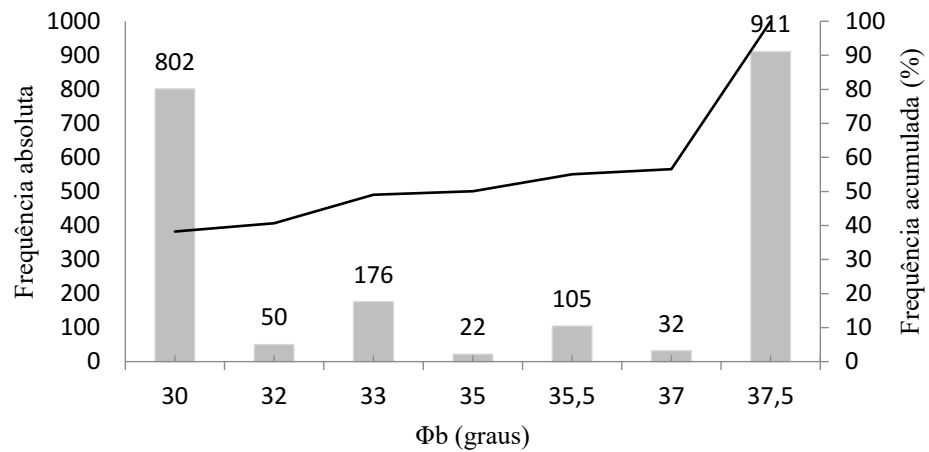
Fonte: elaborado pela autora.

Figura 4.6 – Frequência da resistência à compressão uniaxial da rocha



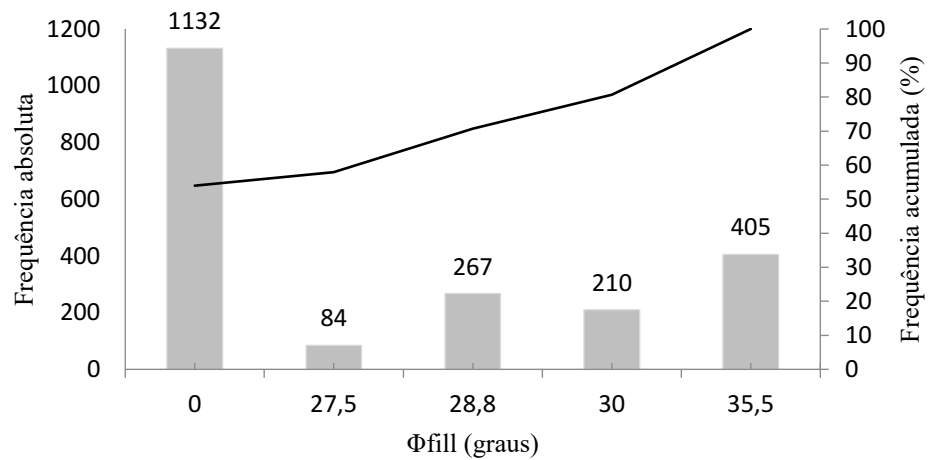
Fonte: elaborado pela autora.

Figura 4.7 – Frequência do ângulo de atrito básico da rocha



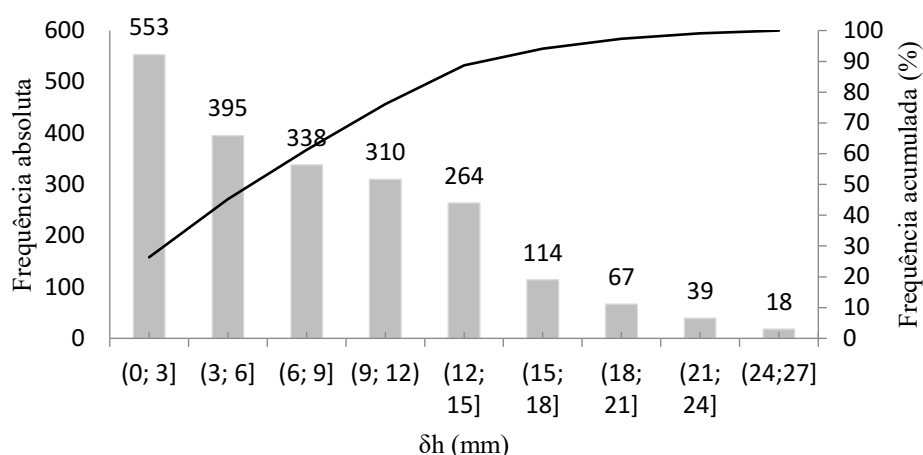
Fonte: elaborado pela autora.

Figura 4.8 – Frequência do ângulo de atrito do preenchimento



Fonte: elaborado pela autora.

Figura 4.9 – Frequência do deslocamento cisalhante



Fonte: elaborado pela autora.

De acordo com as Figuras 4.2-4.9, observa-se que os dados apresentam uma amplitude considerável para as variáveis, porém, a distribuição não é normal, o que acarreta em uma concentração de dados em valores ou faixas específicas. Fato este, que pode minimizar a robustez dos modelos neurais desenvolvidos. Em uma análise mais detalhada realizada por meio dos resultados de frequência acumulada das variáveis, conclui-se que:

- Para a variável rigidez de contorno, observa-se que 50% dos dados apresentam valores de k_n de até 315 kPa/mm, sendo observados também valores de até 7115 kPa/mm.
- 60% dos dados foram obtidos com ensaios realizados em descontinuidades sem preenchimento, porém, tem-se dados com t/a entre 1,6 a 2,0, que diz respeito a faixa comumente utilizada em descontinuidades na realização dos ensaios de cisalhamento direto.
- Em relação ao JRC, observam-se valores de 2 até 20, indicando dados de rochas lisas, rugosas e extremamente ásperas.
- 90% dos dados apresentam valores de resistência à compressão uniaxial de até 12 MPa, porém, foram observados valores de até 83 MPa, que indicam que os dados contemplam descontinuidades de rochas brandas a duras.
- 95% dos dados utilizados na modelagem foram obtidos em ensaios com tensões normais de até 8 MPa.
- 60% dos dados de ângulo de atrito básico apresentam valores de até 37°, porém, foram observados valores de até 37,5°, verificando uma baixa amplitude no

valor, no entanto, coerente com a realidade, uma vez que os valores de ϕ_b não apresentam variabilidade na natureza.

- 80% dos dados de ângulo de atrito do preenchimento apresentam valores de até 30°, porém, foram observados valores de até 35,5°, que inferem preenchimento de materiais relativos a areias e argilas.
- 90% dos dados apresentam valores de deslocamento cisalhante entre 12 e 15 mm, mas apresentando valores de até 27 mm.

Isto, por sua vez, indica que os modelos desenvolvidos apresentam uma maior aplicabilidade as faixas de valores apresentadas para cada variável, porém não se limitam a isto, visto que valores superiores aos dados mencionados também foram utilizados.

4.4 Configurações dos modelos desenvolvidos

Com o intuito de analisar de que forma os dados de treinamento afetam a eficiência dos modelos neurais, definiram-se seis classes de modelagens, abordando diferentes quantidades de dados para os conjuntos de treinamento e teste, bem como os efeitos da supressão de dados e de determinadas variáveis de entrada. A Tabela 4.2 apresenta a configuração de cada classe.

Tabela 4.2 – Dados das classes dos modelos de previsão da tensão cisalhante e dilatância

Classe	Variáveis de entrada	Número de dados	Porcentagem de dados		Ensaio utilizado
			Treinamento	Teste	
A	$k_n, \sigma_{n0}, JRC, \sigma_c, \phi_b,$ $t/a, \phi_{fiil} e h$	2098	80	20	$\sigma_c \geq 3,5$ MPa
B	$k_n, \sigma_{n0}, JRC, \sigma_c, \phi_b,$ $t/a, \phi_{fiil} e h$	1867	80	20	$\sigma_c \geq 11,75$ MPa
C	$k_n, \sigma_{n0}, JRC, \sigma_c, t/a,$ $\phi_{fiil} e h$	2098	80	20	$\sigma_c \geq 3,5$ MPa
D	$k_n, \sigma_{n0}, JRC, \phi_b, t/a,$ $\phi_{fiil} e h$	2098	80	20	—
E	$k_n, \sigma_{n0}, JRC, \sigma_c, \phi_b,$ $t/a, \phi_{fiil} e h$	2098	60	40	$\sigma_c \geq 3,5$ MPa
F	$k_n, \sigma_{n0}, JRC, \sigma_c, \phi_b,$ $t/a, \phi_{fiil} e h$	1867	60	40	$\sigma_c \geq 11,75$ MPa

Fonte: elaborado pela autora.

As classes desenvolvidas foram definidas considerando as seguintes justificativas:

- Classe A: foram utilizadas todas as variáveis de entrada contempladas no banco de dados, e os dados experimentais foram divididos randomicamente em 80% e 20% para os conjuntos de treinamento e teste, respectivamente, conforme sugerido por Turcato (2015) e executado por Dantas Neto *et al.* (2017), Leite (2019) e Albino (2020).
- Classe B: suprimiu-se os dados de resistência à compressão uniaxial de 3,5 MPa, isto é, rochas brandas, por estar abaixo do encontrado na prática e serem menos usuais na Mecânica das Rochas, segundo o relatado por Leite (2019).
- Classe C: supressão da variável ϕ_b , tendo em vista a dificuldade de obtenção deste parâmetro, uma vez que para obtê-lo, o ensaio de cisalhamento direto deve ser feito na rocha plana, sem rugosidade.
- Classe D: supressão da variável σ_c , conforme realizado por Leite (2019), de maneira a avaliar de que forma a compreensão do fenômeno seria afetado com a ausência dessa variável.
- Classe E: divisão aleatória dos dados experimentais em 60% e 40% para os conjuntos de treinamento e teste, respectivamente, buscando uma maior capacidade de generalização do conhecimento sobre o fenômeno gerado, visto que uma menor quantidade de dados no conjunto de treinamento e maior quantidade de dados no conjunto de teste.
- Classe F: supressão dos dados de resistência à compressão uniaxial de 3,5 MPa e divisão dos dados de conjunto de teste de forma randômica em 60% e 40%, respectivamente, mediante as mesmas justificativas apresentadas nas classes B e E.

Posteriormente a definição das configurações das classes de dados, foi iniciada a modelagem neural, de maneira a encontrar as arquiteturas que melhor se ajustassem aos fenômenos modelados.

4.5 Implementação dos modelos RBF

As redes RBF foram implementadas utilizando o *software* MATLAB (*MATrix LA-Boratory*) versão 13a. De acordo com Mendonça *et al.* (2021), o referido programa é interativo e de fácil aprendizagem, no qual vetores e matrizes são a base das iterações. Sua linguagem permite, ainda, que o usuário consiga escrever seu próprio código-fonte, incorporando novas

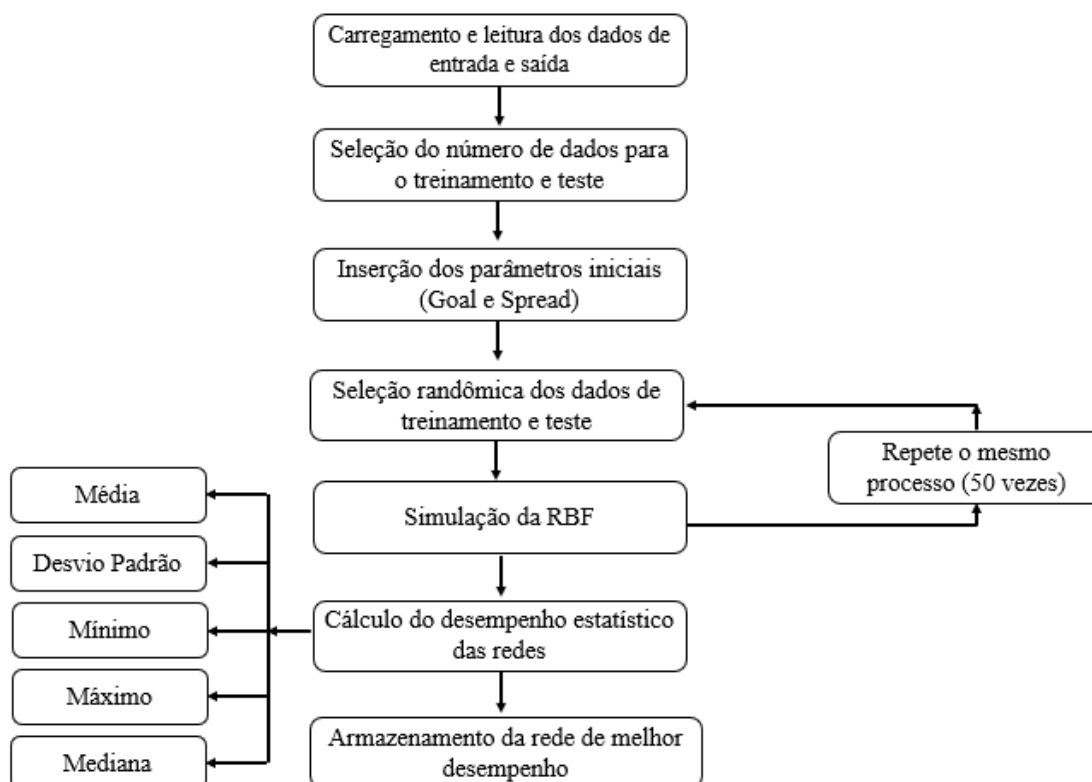
funções ao programa. O MATLAB foi utilizado em diversos trabalhos desenvolvidos com o uso de redes neurais artificiais do tipo RBF, podendo-se citar Figueiredo (2007), Heshmati *et al.* (2009), Posseti (2009), Maia *et al.* (2011) e Mendes (2021), dentre outros.

O desenvolvimento dos modelos neurais consiste em treinar, testar e validar diversas arquiteturas até que se encontre o modelo de melhor ajuste. Para tanto, foi construído código-fonte em linguagem específica MATLAB. Na Figura 4.10, é apresentado o fluxograma com as principais rotinas executadas pelo código-fonte desenvolvido.

De acordo com Souza *et al.* (2021), o treinamento da rede consiste na alteração dos pesos sinápticos e limiares existentes de acordo com um algoritmo específico. Mota *et al.* (2011) ressaltam que na fase de teste são utilizados padrões de entrada não utilizados no treinamento, e é nessa etapa que o desempenho alcançado pela rede RBF é efetivamente medido por meio de uma probabilidade de acerto do modelo desenvolvido, ou seja, pela estimativa da correlação entre os dados reais e os dados calculados.

Uma vez treinada e testada, deve ocorrer a validação dos modelos, na qual é avaliada a capacidade do modelo em representar a influência das variáveis de entrada na resposta fornecida pelo modelo, conforme os trabalhos de Dantas Neto *et al.* (2017), Leite, Dantas Neto e Albino (2019a), Leite *et al.* (2019b), Albino (2020) e Dantas Neto *et al.* (2022).

Figura 4.10 – Principais rotinas do código-fonte



Fonte: elaborado pela autora.

Em relação ao funcionamento e utilização do código-fonte, inicialmente, tem-se o carregamento e leitura dos padrões de entrada e saída. Tais dados devem estar dispostos em linhas e em um único arquivo de extensão *.dat*. Possetti (2009) ressalta que podem ser implementadas, por exemplo, técnicas de normalização ao conjunto de dados a serem modelados por meio das RBFs, de modo a tornar o processo de treinamento mais eficiente. De acordo com Haykin (2009), o referido processo consiste basicamente na transformação do intervalo original dos dados em um novo intervalo fixo para todo o conjunto. Neste trabalho, os dados foram normalizados anteriormente ao processo de modelagem, de maneira que ficassem entre 0 e 1. Para tanto, utilizou-se a equação abaixo:

$$x_{nor} = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \quad (4.17)$$

onde x é o valor a ser normalizado, x_{max} e x_{min} são o valor máximo e mínimo, respectivamente, das variáveis que se desejam normalizar, cujos valores estão dispostos na Tabela 4.1.

Posteriormente, ocorre a seleção da quantidade de dados voltados às etapas de treinamento e teste, sendo estas definidas no capítulo 4, item 4.5.

As redes RBFs foram implementadas com auxílio da função *newrb*, desenvolvida por Hagan, Demuth e Beale (1996) e disponível no *Neural Network Toolbox*². De acordo com Possetti (2009), a função *newrb* requer basicamente a inserção de um critério de parada, que consiste no erro médio quadrático pretendido (*goal*), bem como a abertura para a função de base radial (*spread*).

O procedimento de treinamento e teste usados por esta função segue o passo-a-passo descrito no Capítulo 3, com a diferença de que o processo de busca pela melhor arquitetura, dados os valores da abertura (parâmetro *spread*) da função de base gaussiana e o valor alvo (parâmetro *goal*) do erro médio quadrático de treinamento, é automatizado e incremental. Neste caso, a rede começa com um número pequeno de centros (*default* $k = 1$), selecionando aleatoriamente uma amostra do conjunto de entrada de treinamento. Em seguida, todos os dados são apresentados à rede e o par entrada-saída (\mathbf{x}_i, y_i) que gerar o maior decréscimo do valor médio quadrático de treinamento é selecionado para retreinar a rede, incrementando o número de neurônios ocultos ($k=k+1$) com a inclusão de uma nova função de base radial com centro $\boldsymbol{\mu}_k = \mathbf{x}_i$ e o valor de y_i sendo usado para calcular o peso de saída correspondente $\hat{\omega}_k$ por meio de uma nova execução da Equação (3.11). Este procedimento é

² <https://www.mathworks.com/help/deeplearning/ref/newrb.html>

repetido até que a rede alcance o valor alvo do erro médio quadrático ou o número máximo de neurônios ocultos tenha sido alcançado.

De acordo com Figueiredo (2007), se a abertura da função (*spread*) apresentar um valor muito alto, há um aumento na suavidade da resposta da rede, generalizando-a demais, isto é, diminui o seu desempenho. Quando o valor da abertura for muito pequeno, a rede deixa de generalizar, gerando um super treinamento, isso justifica o fato de testar diversos valores. No que concerne o parâmetro *goal*, este diz respeito ao erro médio quadrático permitido, e tem como principal função dar um objetivo a implementação da rede, sendo comumente empregado como critério de parada.

Conforme Dias (2005), os valores do erro quadrático médio muito baixos não significam, necessariamente, que a rede tenha um bom treinamento, tendo em vista que pode ocorrer um super treinamento, na busca de alcançar o valor definido no parâmetro, o que também pode vir a prejudicar a capacidade de generalização da rede, desta forma, assim como a abertura da gaussiana, também é preciso testar diversos valores.

Desse modo, com o intuito de avaliar a influência dos diferentes valores, buscou-se utilizar diferentes valores para a abertura da gaussiana e para o erro médio quadrático, conforme disposto na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Valores de abertura da gaussiana e do erro quadrático médio utilizados nos modelos propostos

Abertura da gaussiana	Erro médio quadrático
0,05	
0,08	0,0001; 0,0002; 0,0003; 0,0004; 0,0005;
0,1	0,0006; 0,0007; 0,0008; 0,0009; 0,001.
0,5	
1,0	

Fonte: elaborado pela autora.

Ressalta-se que os valores de abertura da gaussiana foram selecionados com base nos trabalhos de Ferreira (2004) e Figueiredo (2007), e o seu valor máximo foi considerado de tal modo que contemplasse o intervalo inteiro de variação dos dados de entrada normalizado, conforme exposto por Prado Souza (2005).

Uma vez inseridos os parâmetros, é possível escolher a quantidade de redes simuladas a cada combinação abertura-erro médio quadrático, de modo a validar estatisticamente os resultados, bem como atenuar os efeitos acarretados pela aleatoriedade das

condições iniciais e assegurar a obtenção de resultados consistentes e reproduzíveis. Para esse trabalho, para cada combinação, a rede foi simulada 50 vezes. O desempenho dessas simulações é dado pela média, desvio padrão, valores máximos e mínimos e a mediana dos coeficientes de determinação de ambas as variáveis de saída.

A última atividade executada pelo código-fonte se refere ao armazenamento da rede que apresentou o melhor desempenho. Tendo em vista que os modelos desenvolvidos apresentam dois neurônios na camada de saída (tensão cisalhante e dilatância), o modelo de melhor desempenho foi definido por meio da maior média geométrica (MG) dos coeficientes de determinação (R^2) apresentados pelas duas variáveis no conjunto de teste, calculada a partir da seguinte expressão:

$$MG = \sqrt{R2V1 \cdot R2V2} \quad (4.18)$$

onde $R2V1$ é o coeficiente de determinação da variável 1 (tensão cisalhante) e $R2V2$ diz respeito ao coeficiente de determinação da variável 2 (dilatância).

A rede armazenada permite a validação dos modelos, para tanto, faz-se necessário inserir um arquivo com extensão *.dat* com dados que não foram utilizados nas etapas anteriores. No caso deste trabalho, foram utilizados dados de descontinuidades hipotéticas preenchidas e não preenchidas, sob condições CNL e CNS, sendo estas também utilizadas por Dantas Neto *et al.* (2017), Matos (2018), Leite, Dantas Neto e Albino (2019a), Leite *et al.* (2019b) e Dantas Neto *et al.* (2022).

4.6 Seleção, análise de sensibilidade, validação e comparação dos modelos

Para cada classe delineada no item 4.5 deste capítulo, foram testadas dez arquiteturas para cada valor de abertura, referente a cada erro médio quadrático adotado, conferindo, portanto, um total cinquenta modelos para cada classe apresentada.

Os modelos que apresentaram uma média geométrica superior a 0,95 e apresentaram boa concordância em relação aos dados experimentais foram submetidos ao processo de validação e a análise de sensibilidade, que visa determinar a influência de cada variável de entrada nos resultados fornecidos pela rede.

Para a definição da contribuição das variáveis de entrada na resposta dos modelos desenvolvidos, foi aplicada uma metodologia empírica, empregada por Terci (2017). Nesta metodologia os valores apresentados por todas as variáveis de entrada são fixados no valor médio de cada uma delas, exceto a variável que se pretende saber a contribuição na resposta do modelo.

A referida análise é feita por meio da rede já treinada e testada, e é repetida para todas as variáveis que constituem o modelo. Ao final, tem-se o erro residual, que é calculado por meio da diferença entre os resultados fornecidos pela análise sem fixar a média e a análise fixando-se a média. Portanto, a contribuição de cada variável de entrada na resposta fornecida pelo modelo é dada pela relação entre o erro residual e a soma dos erros de todas as variáveis envolvidas.

Em relação ao processo de validação, foram utilizados dados de descontinuidades hipotéticas preenchidas e não preenchidas, sob CNL e CNS empregadas por Dantas Neto *et al.* (2017), Matos (2018) e Leite, Dantas Neto e Albino (2019a), Leite *et al.* (2019b). Ressalta-se que a validação foi realizada de forma a analisar se os modelos de previsão obtidos têm a capacidade de expressar a influência das variáveis de entrada governantes em função da variação da tensão cisalhante e dilatância com a variação do deslocamento cisalhante.

Posteriormente, foi feita a seleção do modelo de previsão que apresentou o melhor comportamento após as fases de treinamento, teste e validação, sendo apresentado seu desempenho estatístico e sua comparação aos dados experimentais utilizados em sua elaboração, bem como aos modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019), considerando descontinuidades hipotéticas. Por fim, realizou-se uma comparação entre o modelo selecionado e o modelo analítico de uma descontinuidade idealizada sem preenchimento, apresentadas por Indraratna e Haque (2000) e Indratanta *et al.* (2010a) e aos modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019) para descontinuidades sem preenchimento.

5 MODELOS RBF PARA A PREVISÃO DO COMPORTAMENTO CISALHANTE DE DESCONTINUIDADES ROCHOSAS

5.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados fornecidos pelos modelos desenvolvidos. Logo, serão abordadas a seleção modelos de maiores médias geométricas de cada classe e análise de comparação aos dados experimentais utilizados em sua elaboração, a média de contribuição das variáveis de entrada dos modelos de melhor desempenho de cada classe, bem como a validação desses potenciais modelos, e a definição do modelo de melhor desempenho para a previsão do comportamento cisalhante referente à tensão cisalhante e dilatância e sua respectiva apresentação e análise estatística.

Serão apresentadas ainda a comparação dos resultados fornecidos pelo modelo de melhor desempenho e os dados experimentais, oriundos de ensaios de cisalhamento direto em grande escala realizados por Benmokrane e Ballivy (1989), Skinas, Bandis e Demiris (1990), Haque (1999), Oliveira (2009), Mehrishal *et al.* (2016) e Shrivastava e Rao (2017), e a comparação dos resultados fornecidos pelo modelo de melhor desempenho e os fornecidos pelos modelos de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2009), utilizando descontinuidades hipotéticas.

Por fim, é apresentada a comparação entre os resultados fornecidos pelo modelo RBF e os resultados fornecidos pelos modelos de Indraratna e Haque (2000), Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019) desenvolvidos para descontinuidades não preenchidas sob CNS.

5.2 Modelos desenvolvidos

Para cada classe apresentada no capítulo 4 foram obtidas um total de cinquenta modelos, tendo em vista a utilização de cinco valores de abertura e dez valores de erros médios quadráticos distintos. Foi estabelecido que os modelos aptos à validação seriam aqueles que apresentassem uma média geométrica (MG) entre a tensão cisalhante e a dilatância superior a 0,95 e apresentassem uma boa concordância em relação aos dados experimentais. A Tabela 5.1 apresenta quantos modelos de cada classe atingiram esse critério.

Tabela 5.1 – Quantidade de modelos com média geométrica maior que 0,95 para cada classe considerando os dados de teste

Classe	Variáveis de entrada	Modelos com MG superior a 0,95	Porcentagem	Aberturas	Erros médios quadráticos
A	8	23	46%	0,08 a 1,0	0,0001 a 0,0008
B	8	26	52%	0,08 a 1,0	0,0001 a 0,0009
C	7	24	48%	0,08 a 1,0	0,0001 a 0,0009
D	7	25	50%	0,08 a 1,0	0,0001 a 0,0009
E	8	13	26%	0,1 a 1,0	0,0001 a 0,0006
F	8	18	36%	0,08 a 1,0	0,0001 a 0,0007

Fonte: elaborado pela autora.

Com base na Tabela 5.1, observa-se que nenhum dos modelos calculados com abertura de 0,05 atingiram o critério estabelecido. Em relação à Classe E, os modelos desenvolvidos com abertura 0,08 também não obtiveram média geométrica superior a 0,95. Sabendo-se que a abertura define a suavidade para a função de aproximação, foi observado que valores de abertura muito pequenos, a rede não generalizava bem e exigia muitos neurônios na camada intermediária no ajuste dos pesos sinápticos. O mesmo princípio foi observado em relação ao erro médio quadrático, uma vez que quanto menor o valor especificado, maior foi a quantidade de neurônios na camada intermediária, exigindo um maior tempo de treinamento.

Foi constatado que ao considerar valores de abertura maiores, tais como de 0,5 e 1,0 combinado a um erro médio quadrático muito baixo, equivalente a 0,0001, ocorre o sobreajuste, uma vez que os modelos apresentaram altos valores de R^2 para o treinamento, não realizando uma boa generalização, dados os baixos valores de R^2 para o conjunto de teste. Este fenômeno foi observado em todas as classes analisadas, desta forma, todos os modelos que apresentaram esse comportamento foram descartados.

Considerando os resultados por classe, observa-se que nas classes B e F, apesar da supressão dos dados que apresentavam uma resistência à compressão uniaxial rochas de 3,5 MPa, foram obtidos modelos com MG superiores a 0,95 para os dados de teste.

Na classe C, na qual foi suprimida a variável ϕ_b , o percentual de modelos com MG maior do que 0,95 reduziu quando comparada as classes que consideraram as oito variáveis de entrada. Na classe D, a qual não considera a presença da variável σ_c , também foi observada uma redução da quantidade de modelos que atingiram o critério estabelecido. Porém, foi uma redução menor quando comparada a classe C, de apenas 2%. Isto, provavelmente ocorreu por-

que o ϕ_b e o σ_c são parâmetros de suma importância no comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas, tendo em vista as suas constantes considerações em modelos analíticos e alternativos mencionados anteriormente.

Observa-se ainda, que as classes E e F que contemplaram uma quantidade de dados utilizados no conjunto de treinamento e teste (60% e 40%) distintos das demais classes (80% e 20%), apresentaram um menor número de modelos com MG superior a 0,95. Porém, espera-se que tais modelos tenham uma capacidade de generalização maior devido ao fato de que mesmo usando menos dados para treinamento, se conseguiu uma boa correlação para uma quantidade ainda maior de dados usados para teste.

Apesar de todas as classes terem apresentado diversos modelos com MG superior a 0,95, isso não determina que os modelos sejam capazes de interpretar devidamente o comportamento da variação da tensão cisalhante e a dilatação com o deslocamento cisalhante para a descontinuidade rochosa.

5.3 Seleção das melhores arquiteturas

Na sequência serão apresentados os principais resultados de cada classe de forma individual. Serão abordados os três modelos que apresentaram maiores médias geométricas obtidas com os coeficientes de determinação do conjunto de teste, sendo estes selecionados como potenciais modelos para previsão do comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas.

Após a seleção desses modelos, foi verificado quais, dentre os três de cada classe, apresentavam boa interpolação com os gráficos de cisalhamento direto de Benmokrane e Bally (1989), Skinas, Bandis e Demiris (1990), Papaliangas *et al.* (1993), Haque (1999), Oliveira *et al.* (2009), Mehrishal *et al.* (2016) e Shrivastava e Rao (2017). Os modelos que apresentaram melhor interpolação são apresentados no Apêndice A.

5.3.1 Classe A

Os modelos da Classe A foram desenvolvidos com oito variáveis de entrada e 2098 padrões de entrada-saída. Em relação à divisão dos dados, estes foram divididos em 80% e 20% para os conjuntos de treinamento e teste, respectivamente. A Tabela 5.2 apresenta os três modelos da referida classe que apresentaram as maiores médias geométricas, com seus respectivos valores de abertura e erro médio quadrático utilizados, bem como arquiteturas e coeficientes de determinação obtidos.

Tabela 5.2 – Principais modelos da Classe A

Modelo	Abertura	Erro médio quadrático	Arquitetura	Tensão cisalhante		Dilatância	
				R ² (Treinamento)	R ² (Teste)	R ² (Treinamento)	R ² (Teste)
A1	0,5	0,0002	8-242-2	0,9845	0,9872	0,9872	0,9840
A2	1,0	0,0002	8-369-2	0,9853	0,9869	0,9861	0,9812
A3	0,5	0,0003	8-129-2	0,9760	0,9828	0,9798	0,9800

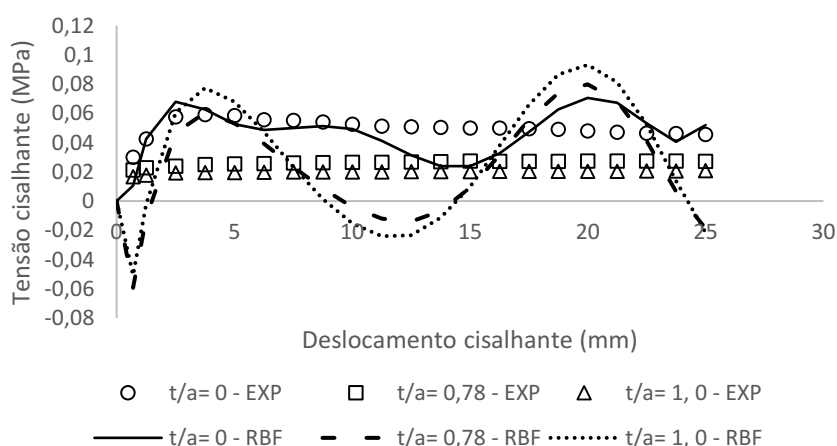
Fonte: elaborado pela autora.

De acordo com a Tabela 5.2 os modelos foram obtidos com abertura de 0,5 e 1,0 com erro médio quadrático variando entre 0,0002 e 0,0003 e apresentaram uma diferença irrelevante entre seus valores de R² para os dados de treinamento e teste quando comparados entre si. Ressalta-se que as redes com menores coeficientes de determinação para dados de teste foram obtidas com largura 0,05 e erro médio quadrático de 0,0009 e 0,001. A mesma tendência foi observada nas classes B, C, D, E e F.

Desta classe, conforme pode ser visto no Apêndice A, somente os modelos A1 e A2 apresentaram boa interpolação com os dados experimentais obtidos por Benmokrane e Ballivy (1989), Skinas, Bandis e Demiris (1990), Haque (1999), Oliveira *et al.* (2009), Mehrishal *et al.* (2016) e Shrivastava e Rao (2017), uma vez que apresentaram uma boa concordância para a maioria dos dados analisados, conferindo uma boa compreensão em relação ao comportamento cisalhante em função das variáveis.

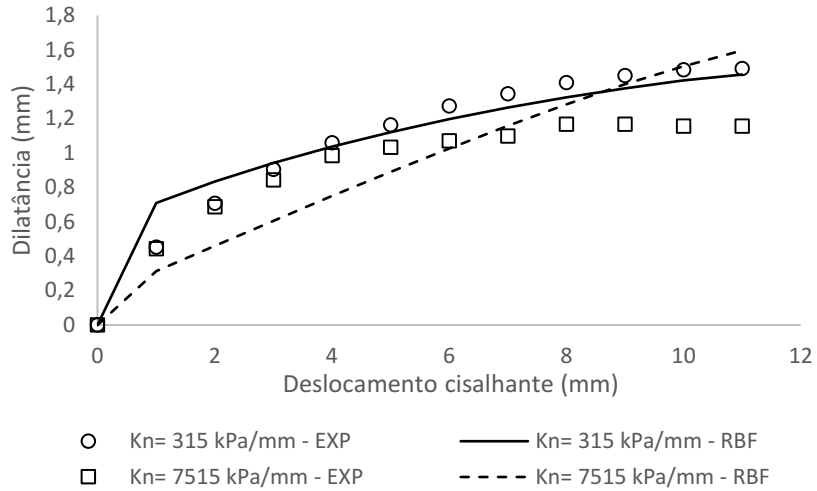
O modelo A3 apresentou resultados divergentes para a tensão cisalhante quando confrontado aos dados obtidos por Papaliangas *et al.* (1993) e para a dilatância quando comparados aos dados de Benmokrane e Ballivy (1989), Skinas, Bandis e Demiris (1990) e Mehrishal *et al.* (2016), conforme pode ser visto nas Figura 5.1 e 5.2.

Figura 5.1 – Comparação entre os resultados experimentais de Papaliangas *et al.* (1993) com os resultados previstos pelo modelo A3 para a tensão cisalhante

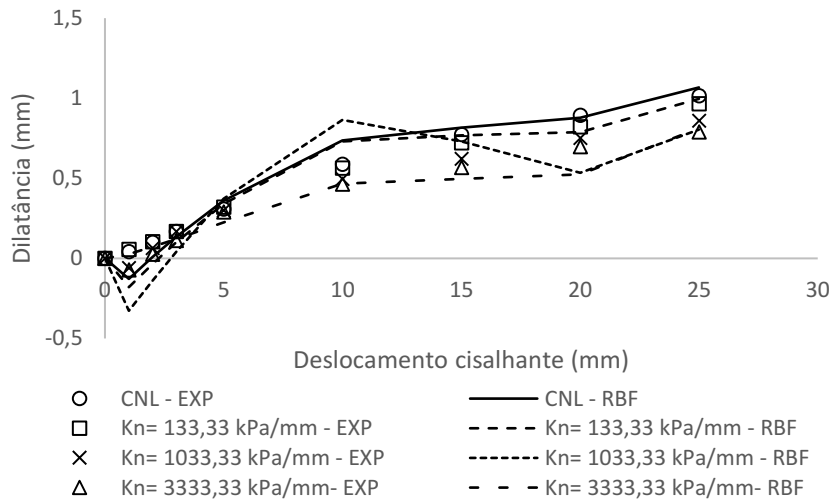


Fonte: elaborado pela autora.

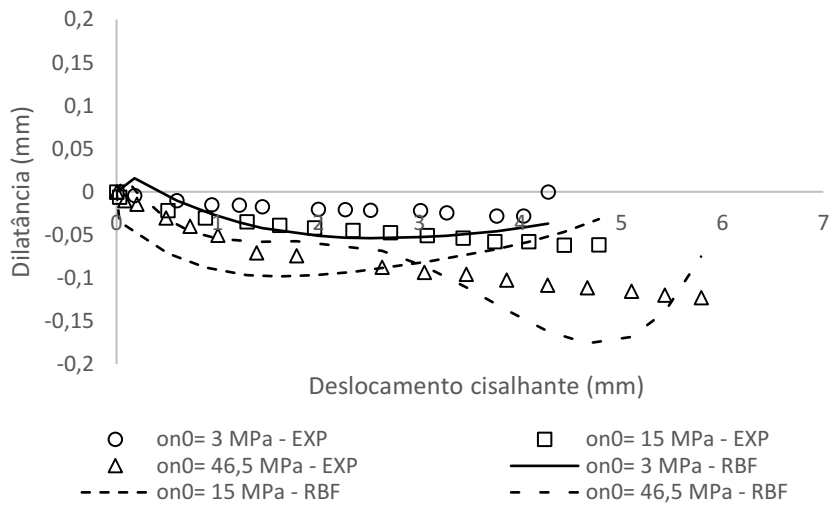
Figura 5.2 – Comparação entre os resultados experimentais de Benmokrane e Ballivy (1989) (a), Skinas, Bandis e Demiris (1990) (b) e Mehrishal *et al.* (2016) (c), com os resultados previstos pelo modelo A3 para a dilatação



(a)



(b)

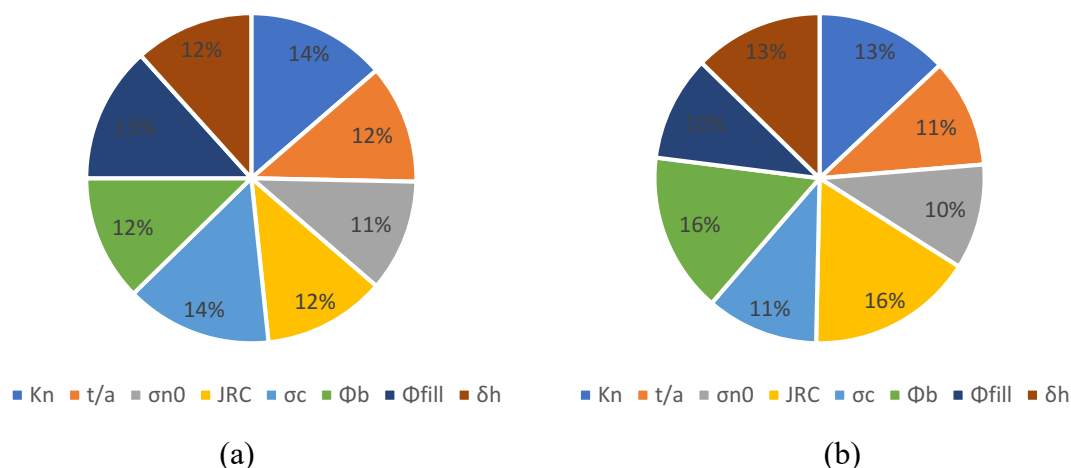


(c)

Fonte: elaborado pela autora.

A respeito da contribuição das variáveis de entrada dos modelos da classe A, conforme mostrado na Figura 5.3, tem-se uma distribuição uniforme para a tensão cisalhante (a) e para a dilatação (b), mostrando que todas as variáveis utilizadas foram de igual importância na saída das redes e que estas, influenciam significativamente o comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas.

Figura 5.3 – Contribuição média das variáveis de entrada para previsão da tensão cisalhante (a) e dilatação (b) dos três modelos da classe A com melhor desempenho



Fonte: elaborado pela autora.

5.3.2 Classe B

Os modelos da Classe B foram desenvolvidos com oito variáveis de entrada e 1867 padrões de entrada-saída, tendo em vista a exclusão dos dados que apresentavam σ_c de 3,5 MPa. A divisão dos dados para os conjuntos de treinamento e teste foi a mesma da classe A, isto é, 80%/20%. A Tabela 5.3 apresenta os três modelos da classe que apresentaram as maiores médias geométricas, com seus respectivos valores de larguras e erros médios quadráticos aplicados e arquiteturas e coeficientes de determinação resultantes.

Tabela 5.3 – Principais modelos da Classe B

Modelo	Abertura	Erro médio quadrático	Arquitetura	Tensão cisalhante		Dilatação	
				R ² (Treinamento)	R ² (Teste)	R ² (Treinamento)	R ² (Teste)
B1	0,5	0,0002	8-291-2	0,9860	0,9832	0,9888	0,9829
B2	1,0	0,0002	8-337-2	0,9853	0,9795	0,9895	0,9890
B3	0,5	0,0003	8-135-2	0,9775	0,9821	0,9850	0,9798

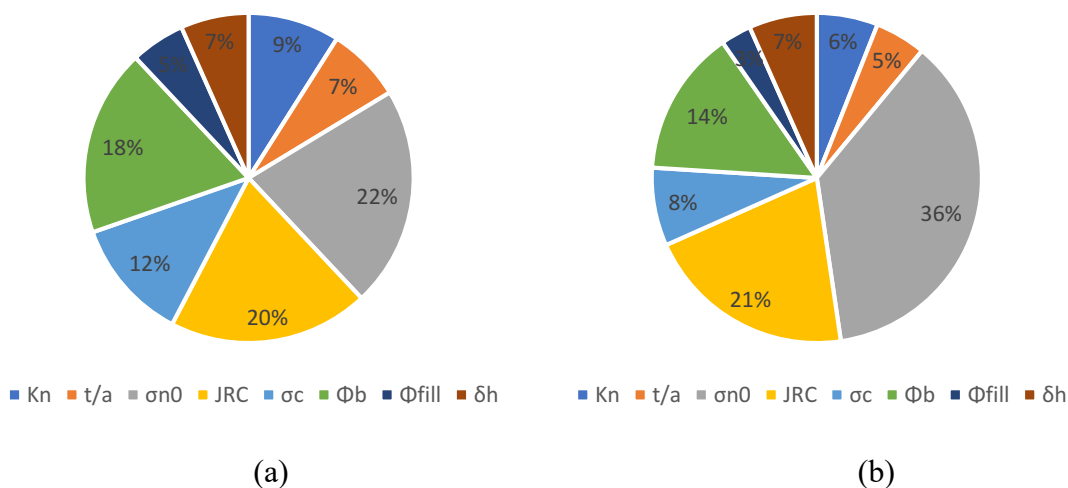
Fonte: elaborado pela autora.

As redes que apresentaram maiores valores de R² foram obtidas com abertura de 0,5 e 1,0, ao passo que foram utilizados valores de erros médio médios quadráticos equivalentes

a 0,0002 e 0,0003. Ao comparar os resultados fornecidos pelas redes desenvolvidas e os dados experimentais utilizados em sua elaboração, foi observado que todos os modelos desta classe apresentaram boa concordância, exceto quando comparados aos dados de Papaliangas *et al.* (1993), como pode ser observado no Apêndice A.

No que concerne a contribuição média das variáveis dos modelos da classe B, observa-se que a retirada dos dados de σ_c de 3,5 MPa, acarretou o aumento da influência da tensão normal inicial em ambas as variáveis de saída das redes, conforme pode ser visualizado na Figura 5.4.

Figura 5.4 – Contribuição média das variáveis de entrada para previsão da tensão cisalhante (a) e dilatância (b) dos três modelos da Classe B com melhor desempenho



5.3.3 Classe C

As redes da classe C foram desenvolvidas de forma semelhante a Classe A, no entanto, suprimindo-se a variável de entrada ϕ_b . A Tabela 5.4 apresenta os modelos classe em questão, que apresentaram as maiores médias geométricas, os valores de aberturas e erros médios quadráticos considerados, e arquiteturas e coeficientes de determinação obtidos.

Tabela 5.4 – Principais modelos da Classe C

Modelo	Abertura	Erro médio quadrático	Arquitetura	Tensão cisalhante		Dilatância	
				R ² (Treinamento)	R ² (Teste)	R ² (Treinamento)	R ² (Teste)
C1	0,5	0,0002	7-257-2	0,9875	0,9897	0,9835	0,9752
C2	0,1	0,0001	7-428-2	0,9928	0,9843	0,9934	0,9789
C3	0,5	0,0003	7-173-2	0,9817	0,9831	0,9723	0,9722

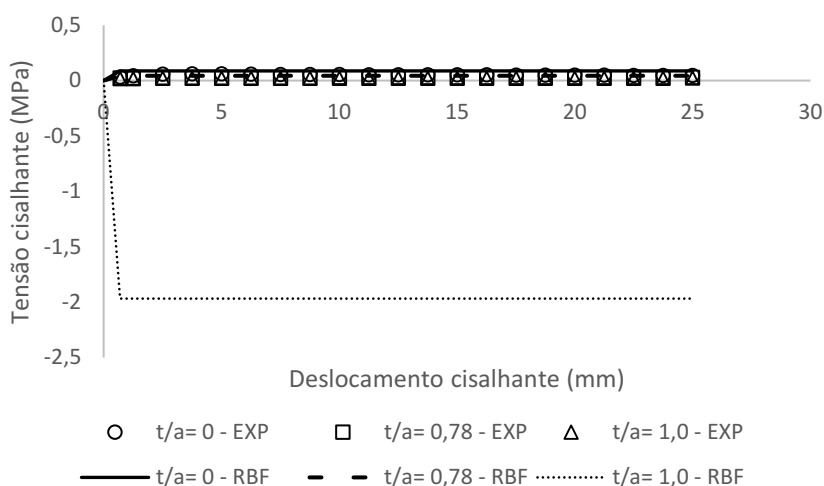
Fonte: elaborado pela autora.

Para tais configurações, as redes de maiores R^2 foram obtidas com aberturas de 0,5 e 0,1, ao passo que foram aplicados valores de erro médio quadrático variantes entre 0,0001 a 0,0003.

Assim como nas demais classes, as redes da classe C também apresentaram altos valores de R^2 , mas apesar do bom desempenho estatístico, o modelo C2, de arquitetura 7-428-2 não apresentou uma boa concordância para a tensão cisalhante quando comparado aos dados de Papaliangas *et al.* (1993) e para a dilatação considerando os dados de Benmokrane e Ballivy (1989) (a), Mehrishal *et al.* (2016) (b) e Papaliangas *et al.* (1993), conforme disposto nas Figuras 5.5 e 5.6, respectivamente.

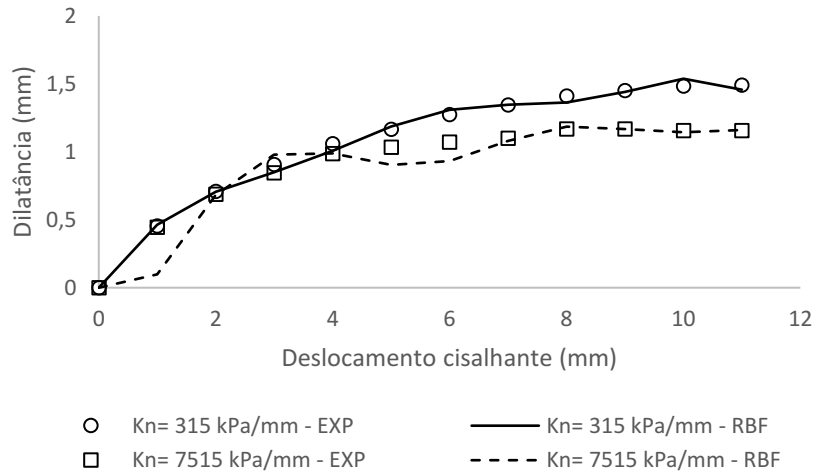
Os modelos C1 e C3, de arquitetura 7-257-2 e 7-173-2, respectivamente apresentaram boa interpolação com os dados de ensaios de cisalhamento direto considerados, com exceção dos dados de Papaliangas *et al.* (1993), como pode ser visualizado no Apêndice A.

Figura 5.5 – Comparação entre os resultados experimentais de Papaliangas *et al.* (1993) com os resultados previstos pelo modelo C2 para a tensão cisalhante

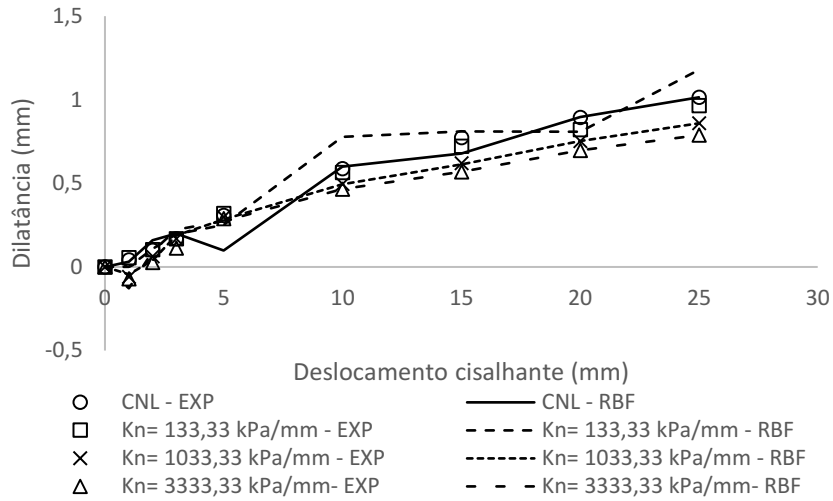


Fonte: elaborado pela autora.

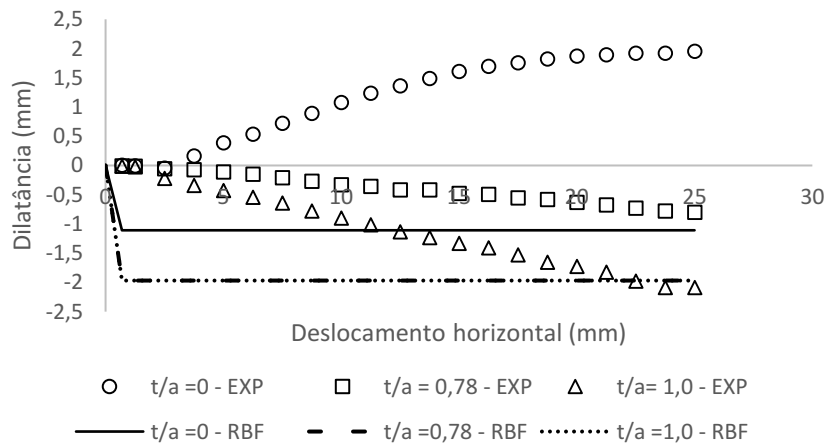
Figura 5.6 – Comparação entre os resultados experimentais de Benmokrane e Ballivy (1989) (a), Mehrishal et al. (2016) (b) e Papaliangas et al. (1993) (c) com os resultados previstos pelo modelo C2 para a dilatância



(a)



(b)

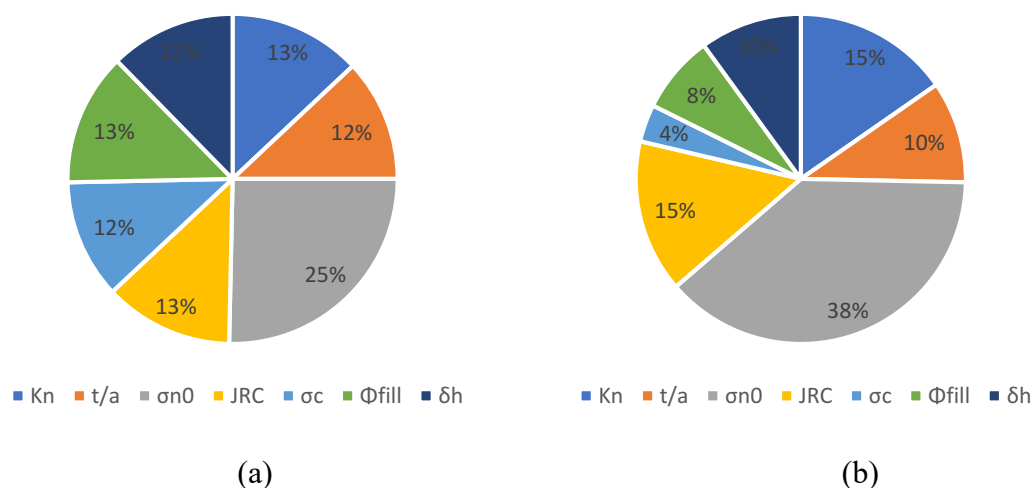


(c)

Fonte: elaborado pela autora.

Como pode ser visto na Figura 5.7, a supressão da variável ϕ_b influenciou no aumento da contribuição da variável relativa à condição de contorno do material, mais precisamente a tensão normal inicial, para ambas as variáveis de saída.

Figura 5.7 – Contribuição média das variáveis de entrada para previsão da tensão cisalhante (a) e dilatância (b) dos três modelos da Classe C com melhor desempenho



Fonte: elaborado pela autora.

5.3.4 Classe D

No que concernem as redes da classe D, estas, por sua vez, foram desenvolvidas com 2098 padrões de entrada-saída, porém, excluindo-se a variável de entrada σ_c . A Tabela 5.5 apresenta os três modelos que apresentaram as maiores médias geométricas, os valores de aberturas e erros médios quadráticos utilizados e arquiteturas e coeficientes de determinação obtidos.

Tabela 5.5 – Principais modelos da Classe D

Modelo	Abertura	Erro médio quadrático	Arquitetura	Tensão cisalhante		Dilatância	
				R^2 (Treinamento)	R^2 (Teste)	R^2 (Treinamento)	R^2 (Teste)
D1	1,0	0,0002	7-278-2	0,9835	0,9866	0,9870	0,9837
D2	0,5	0,0002	7-271-2	0,9858	0,9834	0,9865	0,9854
D3	0,5	0,0003	7-169-2	0,9772	0,9822	0,9781	0,9773

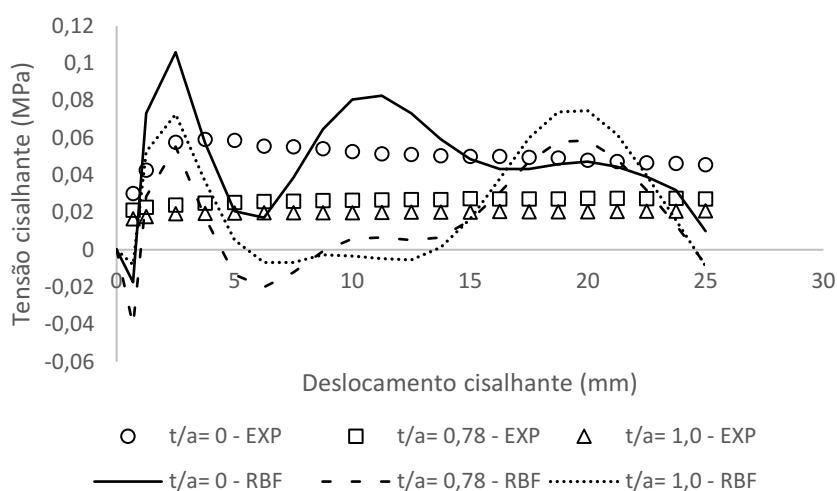
Fonte: elaborado pela autora.

Foi observado que a supressão da variável de entrada σ_c não afetou de forma considerável os valores de R^2 , tendo em vista os altos valores obtidos. A mesma situação foi observada por Leite (2019), e segundo a autora, isso pode ter ocorrido devido os ensaios de cisalhamento direto normalmente consideram uma relação de σ_{n0}/σ_c implícita, que pode ter

feito com que a ausência da variável não influenciasse de forma significativa no desempenho das redes.

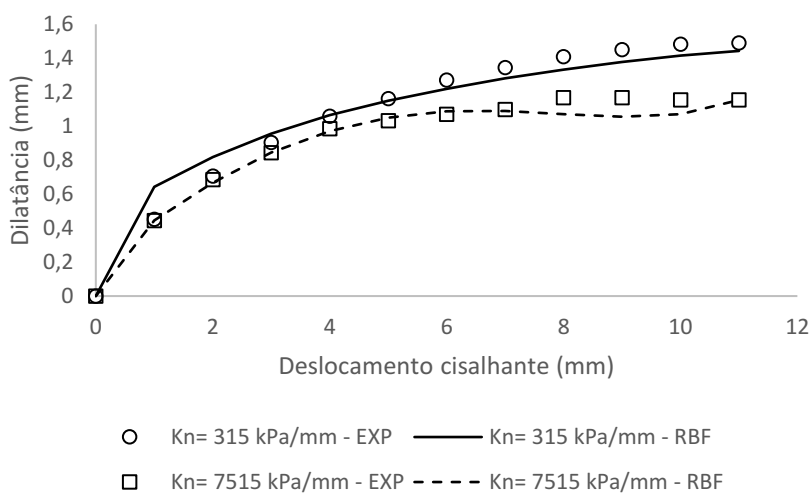
Desta classe, os modelos D2 e D3 apresentaram as melhores interpolações com os dados experimentais, como pode ser visto no Apêndice A. O modelo D1 não apresentou boa concordância para a tensão cisalhante quando contraposto aos dados de Papaliangas *et al.* (1993), bem como para dilatação, principalmente quando comparado aos dados experimentais de Benmokrane e Ballivy (1989) (a), Mehrishal *et al.* (2016) (b), conforme pode ser observado na Figuras 5.8 e 5.9, respectivamente.

Figura 5.8 – Comparação entre os resultados experimentais de Papaliangas *et al.* (1993) com os resultados previstos pelo modelo D1 para a tensão cisalhante

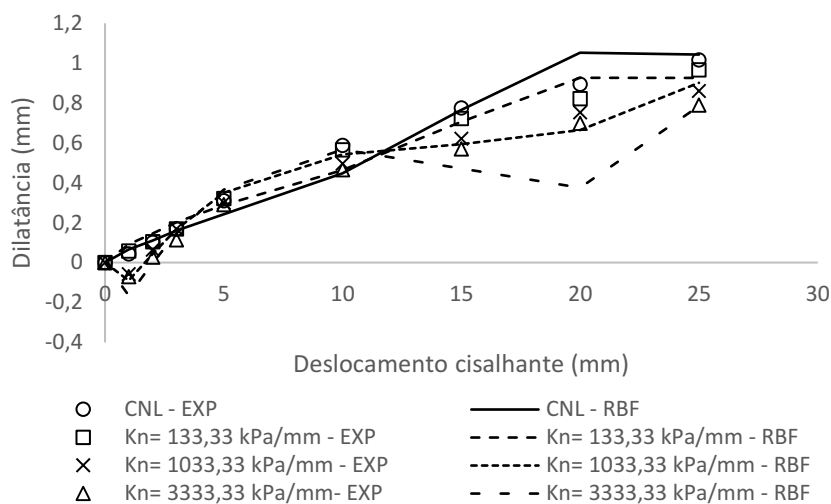


Fonte: elaborado pela autora.

Figura 5.9 – Comparação entre os resultados experimentais de Benmokrane e Ballivy (1989) (a), Mehrishal *et al.* (2016) (b) com os resultados previstos pelo modelo D1 para a dilatação



(a)

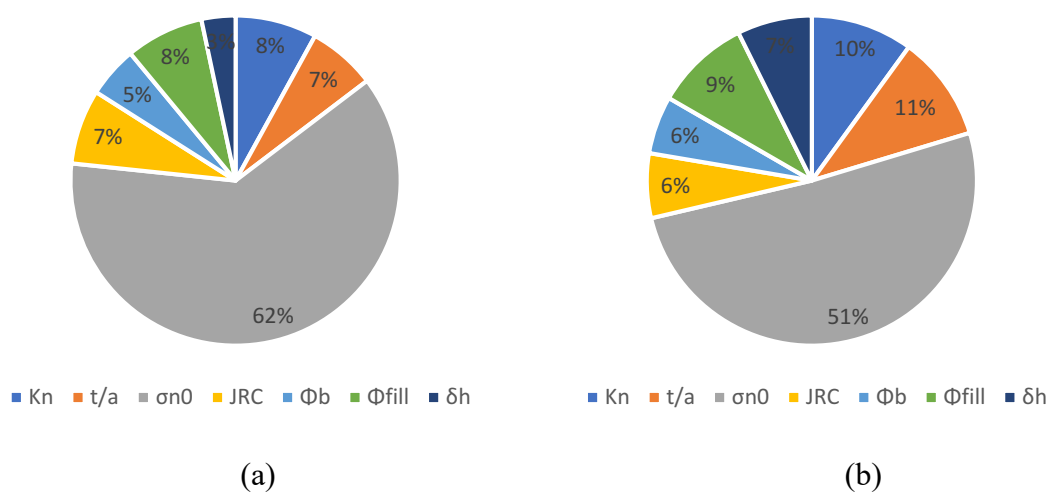


(b)

Fonte: elaborado pela autora.

De acordo com a Figura 5.10, a supressão da variável σ_c contribuiu de forma significativa com o aumento da relevância da tensão normal inicial nos modelos desenvolvidos, para ambas as variáveis de saída, visto que a retirada da variável responsável pelo contato rocha-rocha, fez com que a condição de contorno do material contribuísse com maior predominância, especialmente para a tensão cisalhante.

Figura 5.10 – Contribuição média das variáveis de entrada para previsão da tensão cisalhante (a) e dilatância (b) dos três modelos da Classe D com melhor desempenho



Fonte: elaborado pela autora.

5.3.5 Classe E

Os modelos da classe E contemplaram as oito variáveis de entrada e foram desenvolvidas através de 2098 padrões de entrada-saída. Os dados foram divididos em 60% e 40% para os conjuntos de treinamento e teste, respectivamente. Os modelos que conferiram as

maiores médias geométricas estão dispostos na Tabela 5.6, bem como os valores de aberturas e erros médios quadráticos considerados, e arquiteturas e coeficientes de determinação resultantes.

Tabela 5.6 – Principais modelos da Classe E

Modelo	Abertura	Erro médio quadrático	Arquitetura	Tensão cisalhante		Dilatância	
				R ² (Treinamento)	R ² (Teste)	R ² (Treinamento)	R ² (Teste)
E1	0,5	0,0002	8-182-2	0,9848	0,9729	0,9884	0,9856
E2	1,0	0,0003	8-180-2	0,9823	0,9736	0,9757	0,9705
E3	0,5	0,0003	8-138-2	0,9785	0,9670	0,9780	0,9767

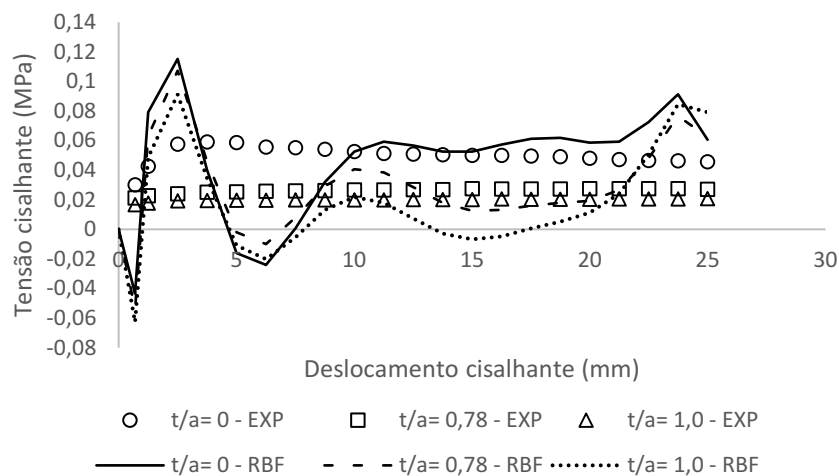
Fonte: elaborado pela autora.

Apesar de conferir uma menor quantidade de modelos com média geométrica superior a 0,95 - vide Tabela 5.1, o aumento da quantidade de dados utilizados para o teste não afetou de forma considerável os valores de R², porém implicou na capacidade de entendimento e representação do comportamento cisalhante, pois somente o modelo E1 de arquitetura 8-182-2 apresentou boa concordância com os dados experimentais, conforme pode ser visualizado no Apêndice A.

De acordo com a Figura 5.11, o modelo E2 apresentou divergências para a tensão cisalhante quando verificados os dados de Papaliangas *et al.* (1993). Em relação a dilatância, quando analisados os dados de Skinas Bandis e Demiris (1990) (a) e Mehrishal *et al.* (2016) (b), o modelo E3 também não interpolou bem, como mostrado na Figura 5.12.

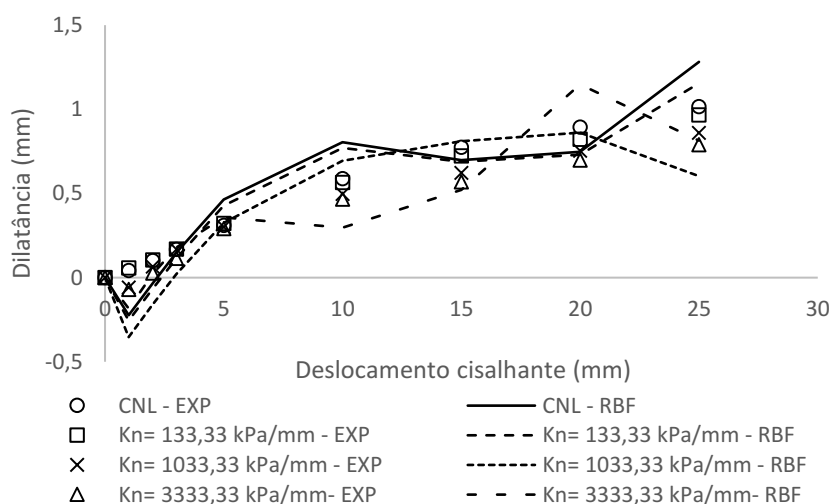
Conforme mostrado na Figura 5.13, o modelo E3 apresentou o mesmo comportamento em relação a tensão cisalhante ao ser comparado aos dados de Papaliangas *et al.* (1993). O referido modelo não também apresentou uma boa concordância para a dilatância (Figura 5.14) quando confrontado aos dados experimentais de Benmokrane e Ballivy (1989) (a), Mehrishal *et al.* (2016) (b).

Figura 5.11 – Comparação entre os resultados experimentais de Papaliangas *et al.* (1993) com os resultados previstos pelo modelo E2 para a tensão cisalhante

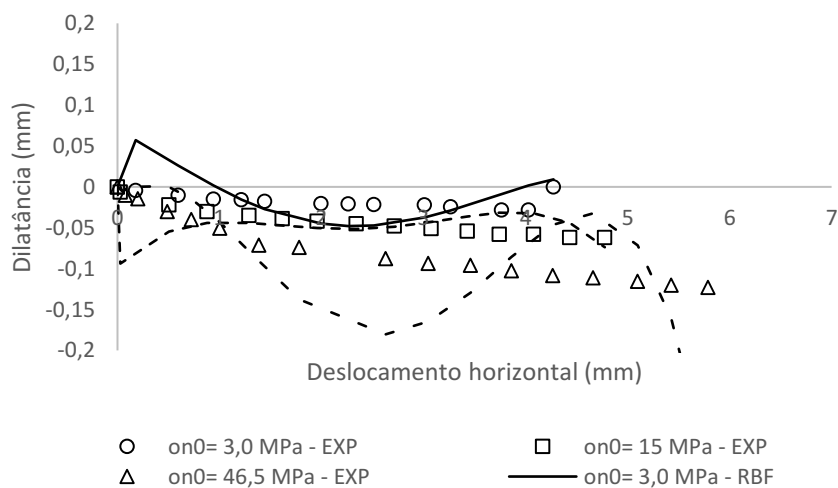


Fonte: elaborado pela autora.

Figura 5.12 – Comparação entre os resultados experimentais de Skinas Bandis e Demiris (1990) (a) e Mehrishal *et al.* (2016) (b) com os resultados previstos pelo modelo E2 para a dilatância



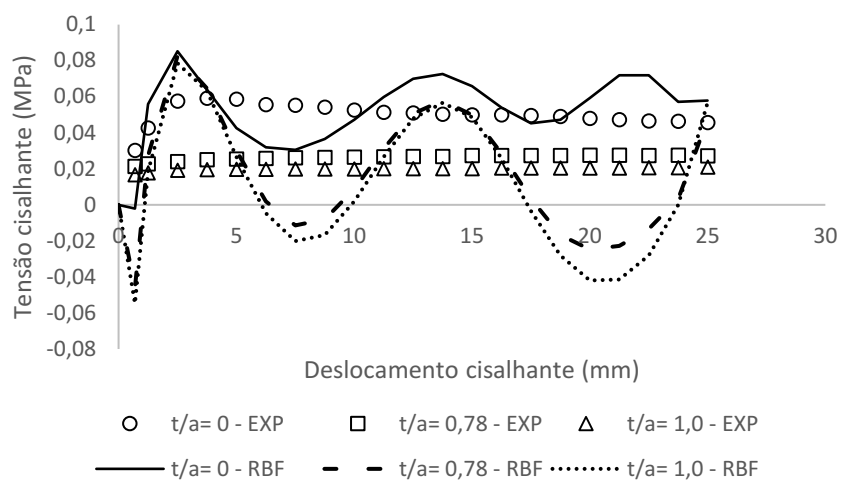
(a)



(b)

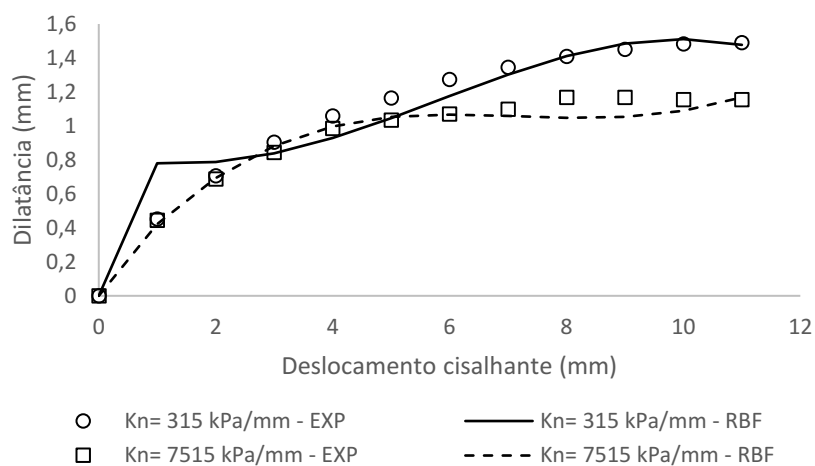
Fonte: elaborado pela autora.

Figura 5.13 – Comparação entre os resultados experimentais de Papaliangas *et al.* (1993) com os resultados previstos pelo modelo E3 para a tensão cisalhante

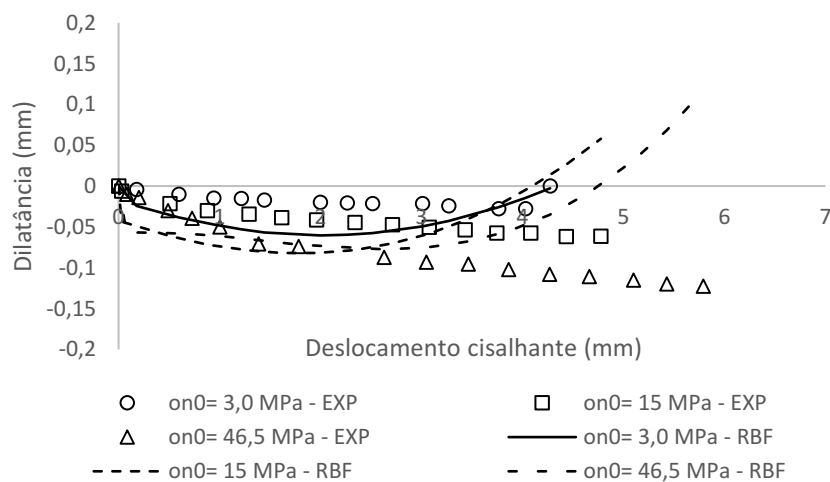


Fonte: elaborado pela autora.

Figura 5.14 – Comparação entre os resultados experimentais de Benmokrane e Ballivy (1989) (a), Mehrishal *et al.* (2016) (b) com os resultados previstos pelo modelo E3 para a dilatância



(a)

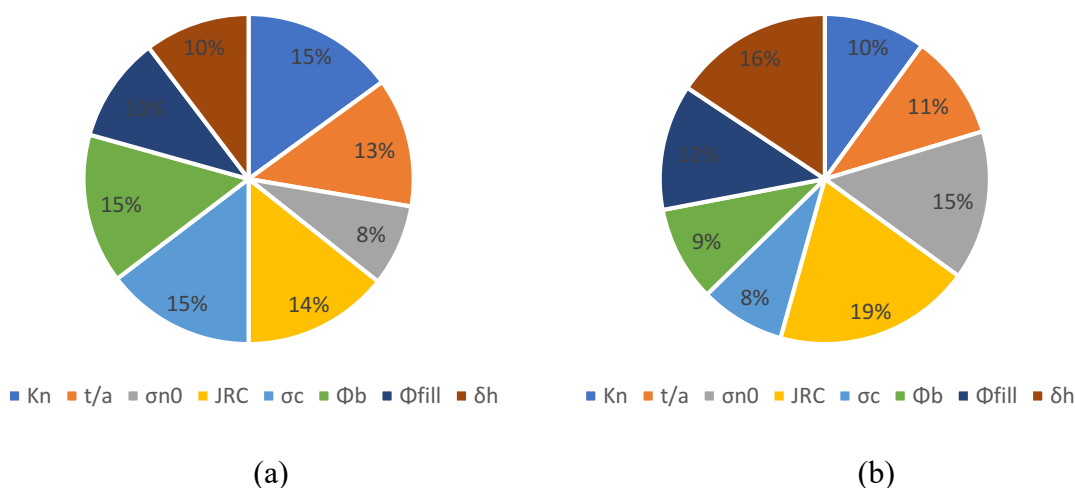


(b)

Fonte: elaborado pela autora.

A respeito da contribuição das variáveis de entrada para a tensão cisalhante, os resultados foram semelhantes aos fornecidos pelos modelos da Classe A, apresentando uma distribuição equilibrada. Já para a dilatação, a diminuição dos dados utilizados no treinamento, inferiu uma contribuição ligeiramente superior do JRC nas saídas das redes quando comparadas as redes da Classe A.

Figura 5.15 – Contribuição média das variáveis de entrada para previsão da tensão cisalhante (a) e dilatação (b) dos três modelos da Classe E com melhor desempenho



5.3.6 Classe F

As redes da classe F foram desenvolvidas com oito variáveis de entrada, contemplando 1867 dados de entrada e saída, isto é, foram excluídos os dados de σ_c iguais a 3,5 MPa. Os dados utilizados nesta classe foram divididos em 60% e 40% para os conjuntos de treinamento e teste, respectivamente. Na tabela 5.7, são apresentados os modelos que forneceram as maiores médias geométricas, bem como os parâmetros utilizados, e arquiteturas e coeficientes de determinação obtidos.

Tabela 5.7 – Principais modelos da Classe F

Modelo	Abertura	Erro médio Quadrático	Arquitetura	Tensão cisalhante		Dilatação	
				R ² (Treinamento)	R ² (Teste)	R ² (Treinamento)	R ² (Teste)
F1	1,0	0,0003	8-145-2	0,9750	0,9710	0,9880	0,9802
F2	0,5	0,0002	8-206-2	0,9858	0,9643	0,9893	0,9865
F3	0,5	0,0003	8-138-2	0,9764	0,9727	0,9861	0,9772

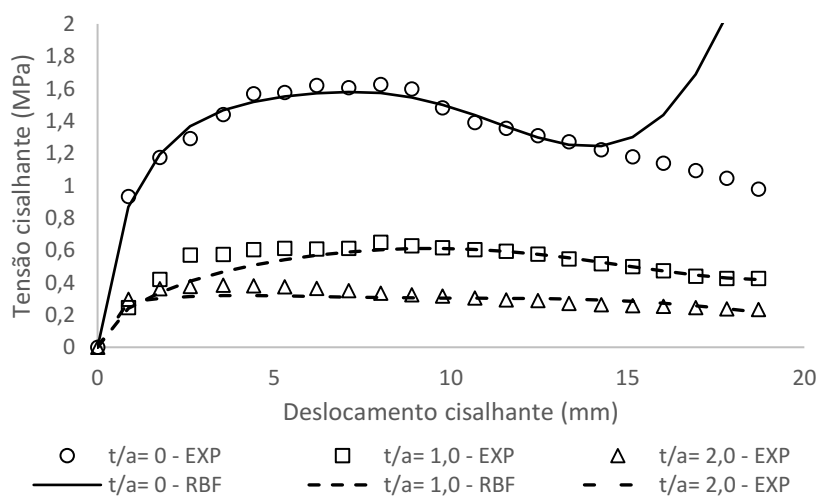
Fonte: elaborado pela autora.

As redes da classe F também apresentaram uma redução na quantidade de modelos com média geométrica superior a 0,95, conforme disposto na Tabela 5.1. Assim como a maioria dos modelos desenvolvidos nas demais classes, os valores ótimos de abertura e erro médio quadrático foram de 0,5 e 1,0 e 0,0002 e 0,0003, respectivamente.

De forma similar a classe anterior, o aumento da quantidade de dados utilizados para o teste não afetou os valores de R^2 . No entanto, a metodologia adotada, comprometeu a capacidade de compreensão do modelo F2, de arquitetura 8-206-2.

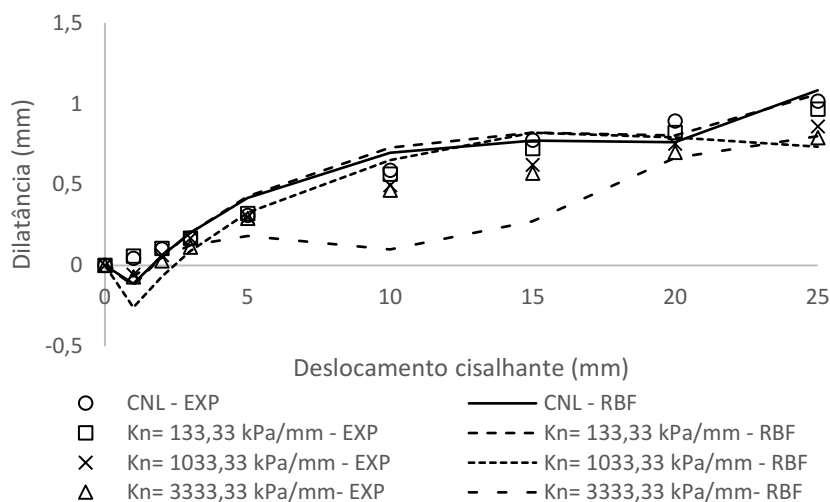
Conforme pode ser visto nas Figuras 5.16 e 5.17, o modelo supracitado não apresentou boa concordância para a tensão cisalhante quando comparado aos dados experimentais de Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) para descontinuidades sem preenchimento e apresentou resultados muito divergentes para a dilatação quando comparado aos dados de Skinas, Bandis e Demiris (1990). Os modelos F1 e F3, de arquiteturas 8-138-2 e 8-138-2 apresentaram boa interpolação com os dados experimentais, como disposto no Apêndice A.

Figura 5.16 – Comparação entre os resultados experimentais de Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) com os resultados previstos pelo modelo F2 para a tensão cisalhante



Fonte: elaborado pela autora.

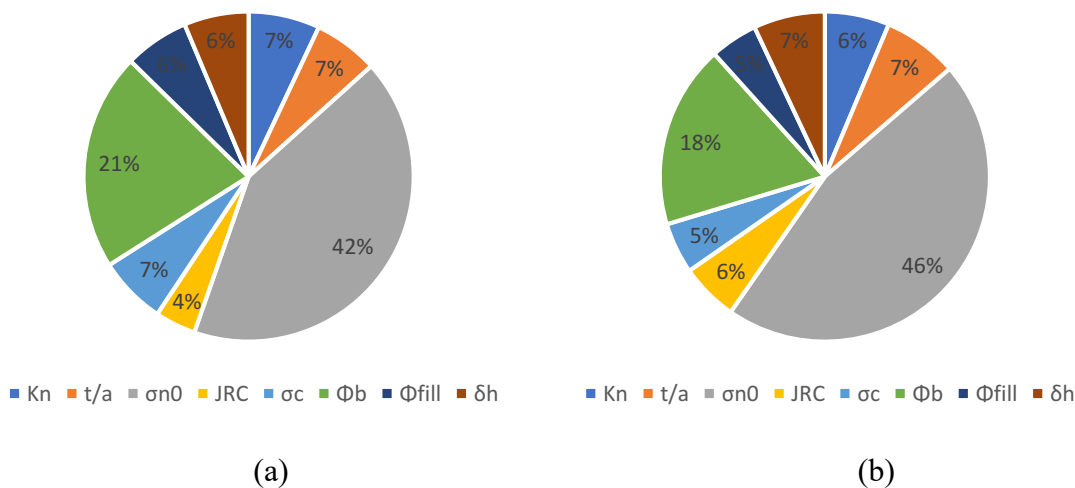
Figura 5.17 – Comparação entre os resultados experimentais de Skinas, Bandis e Demiris (1990) com os resultados previstos pelo modelo F2 para a dilatância



Fonte: elaborado pela autora.

No que concerne à contribuição média das variáveis da Classe F, de acordo com Figura 5.18, os resultados fornecidos pelos modelos em questão foram semelhantes aos da Classe B, nos quais houve o aumento da contribuição da tensão normal inicial em relação as demais variáveis, em decorrência da retirada dos dados com σ_c de 3,5 MPa.

Figura 5.18 – Contribuição média das variáveis de entrada para previsão da tensão cisalhante (a) e dilatância (b) dos três modelos da Classe F com melhor desempenho



Fonte: elaborado pela autora.

Convém destacar que os modelos que não apresentaram boa concordância em relação aos dados experimentais não foram considerados nas etapas posteriores.

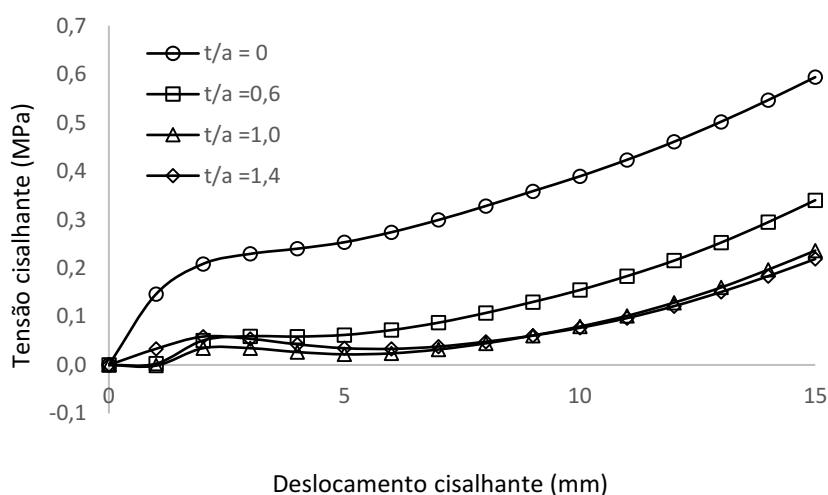
5.4 Análise de desempenho dos principais modelos RBF

Os modelos que apresentaram média geométrica superior a 0,95 e conferiram uma boa concordância com os dados experimentais foram submetidos ao processo de validação. Para tanto, foram utilizadas descontinuidades hipotéticas com o intuito de averiguar se os mesmos eram capazes de expressar a influência das variáveis que governam o comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas preenchidas e não preenchidas, sob CNL e CNS.

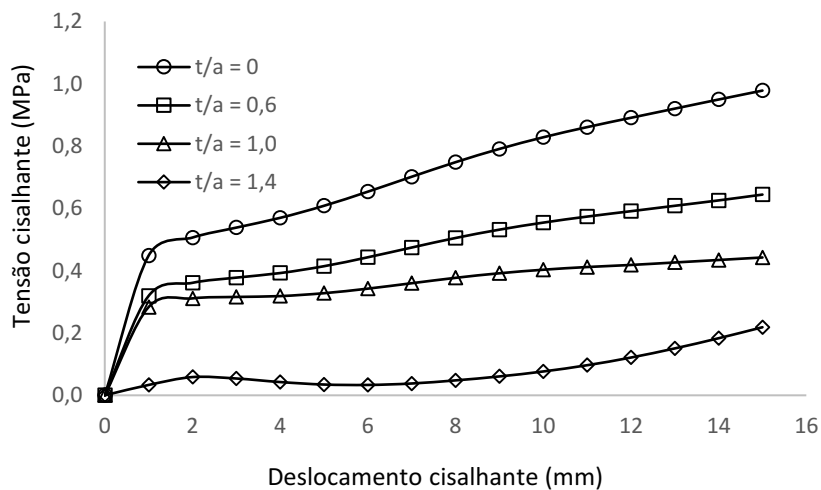
Tais descontinuidades tem como variáveis constantes $\sigma_c = 12$ MPa, $JRC = 5$, $\phi_b = 37,5^\circ$, e de modo a verificar a influência do preenchimento utilizou-se um σ_{fill} de $35,5^\circ$ e distintos valores de t/a (0; 0,6; 1,0 e 1,4).

Em relação à classe A, o modelo A2 de topologia 8-369-2 não representou bem a influência da variação do t/a , tendo em vista que o comportamento esperado da variação da tensão de cisalhamento em função do deslocamento cisalhante deve apresentar uma tendência de pico, estabilidade, ou redução da tensão de cisalhamento. A Figura 5.19 expressa a influência da variação do t/a sob CNL (a) e CNS (b) na tensão cisalhante para o modelo em questão. Ressalta-se que o mesmo comportamento foi apresentado pelos modelos B2 e F1 de arquiteturas 8-337-2 e 8-145-2, respectivamente, como pode ser visualizado na Figura 5.20 e 5.21.

Figura 5.19 – Influência do preenchimento sob CNL (a) e CNS (b) na tensão cisalhante apresentado pelo modelo A2 com arquitetura 8-369-2



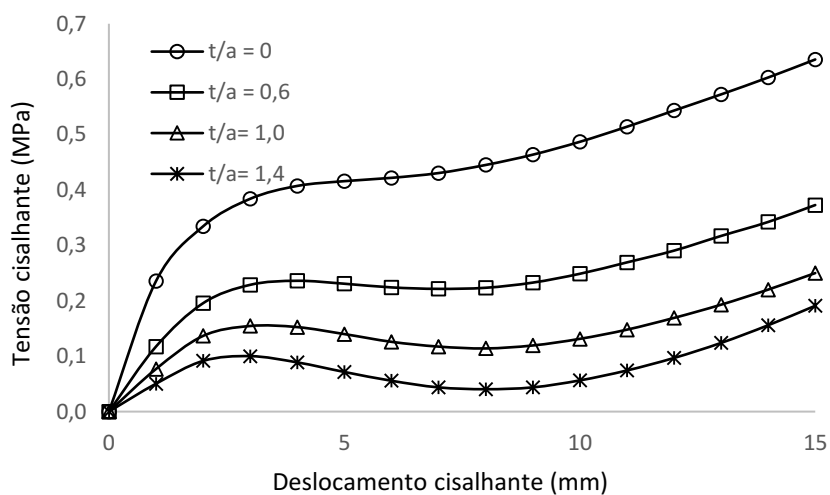
(a)



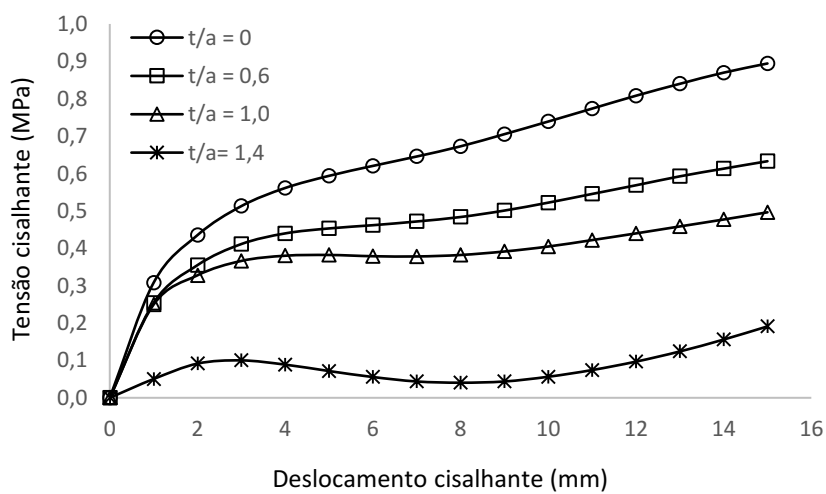
(b)

Fonte: elaborado pela autora.

Figura 5.20 – Influência do preenchimento sob CNL (a) e CNS (b) na tensão cisalhante apresentado pelo modelo B2 com arquitetura 8-337-2



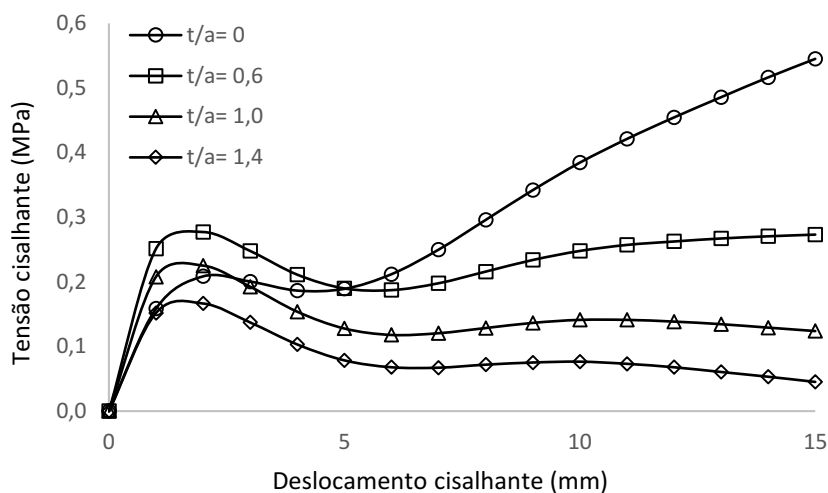
(a)



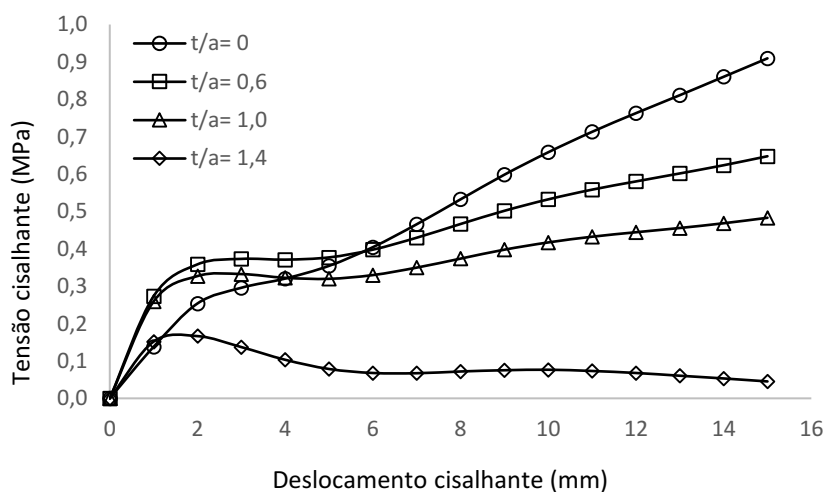
(b)

Fonte: elaborado pela autora.

Figura 5.21 – Influência do preenchimento sob CNL (a) e CNS (b) na tensão cisalhante apresentado pelo modelo F1 com arquitetura 8-145-2



(a)



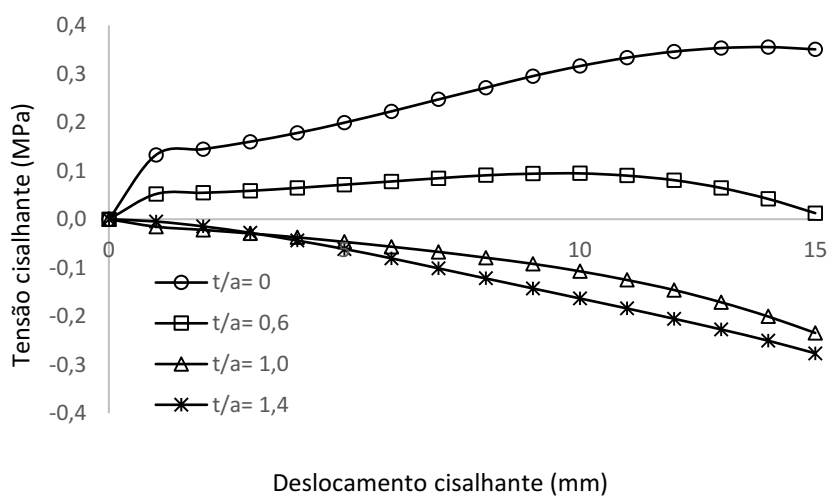
(b)

Fonte: elaborado pela autora.

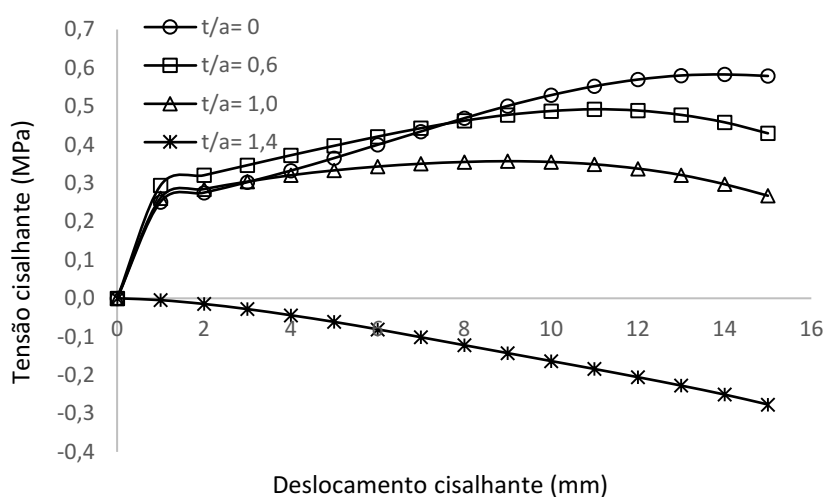
O modelo C1 também não mostrou capacidade em representar a variação da razão t/a nos valores das tensões cisalhantes, uma vez que apresentou valores de tensões negativas para a previsão da variação da tensão cisalhante com o deslocamento cisalhante. A Figura 5.22 mostra a variação do t/a sob CNL (a) e CNS (b) para o modelo C1, de arquitetura 7-257-2. Os modelos C3, D2 e D3 de topologias 7-173-2, 7-271-2 e 7-169-2 seguiram a mesma tendência, conforme pode ser observado nas Figuras 5.23, 5.24 e 5.25.

Nesta perspectiva, observa-se que a supressão das variáveis ϕ_b e σ_c não levaram a resultados satisfatórios mesmo tendo sido obtidos valores de R^2 elevados, mostrando a importância delas no comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas.

Figura 5.22 – Influência do preenchimento sob CNL (a) e CNS (b) na tensão cisalhante apresentado pelo Modelo C1 com arquitetura 7-257-2



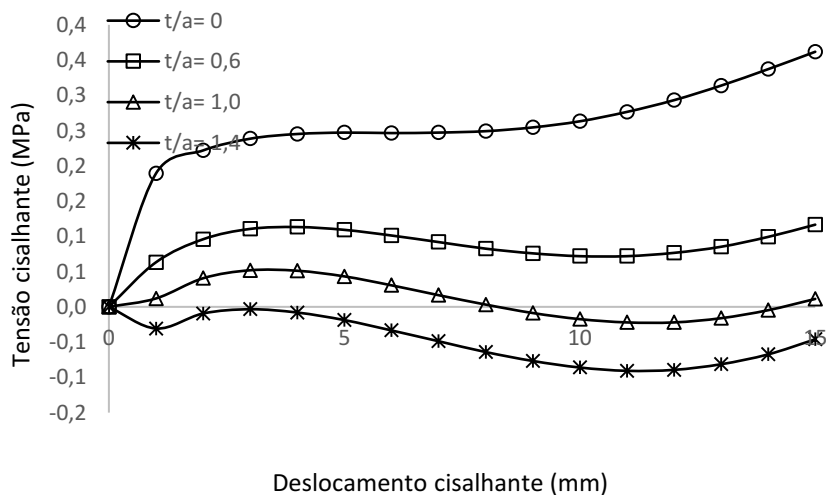
(a)



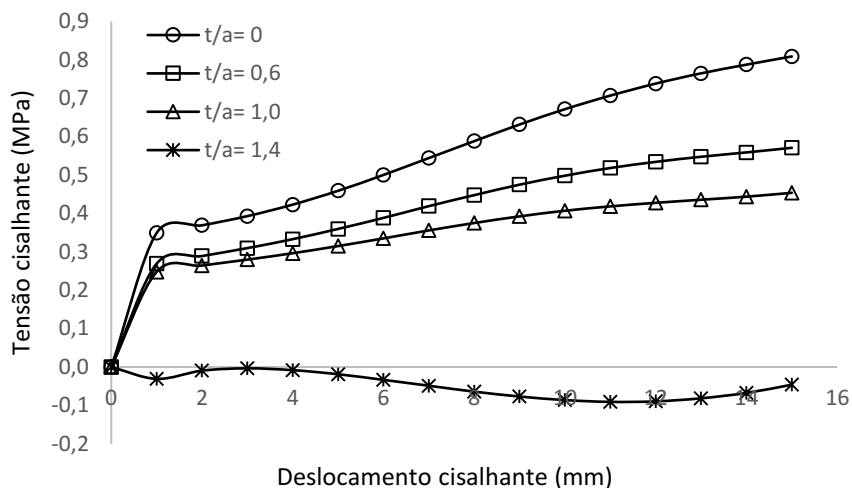
(b)

Fonte: elaborado pela autora.

Figura 5.23 – Influência do preenchimento sob CNL (a) e CNS (b) na tensão cisalhante apresentado pelo Modelo C3 com arquitetura 7-173-2

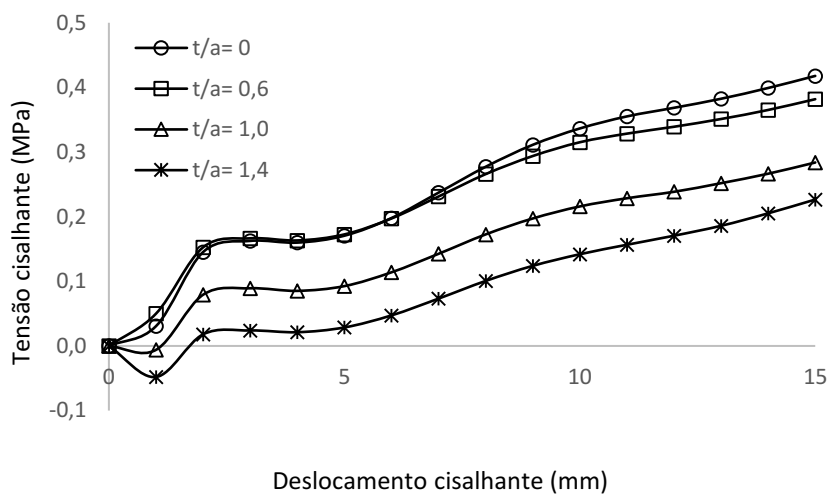


(a)

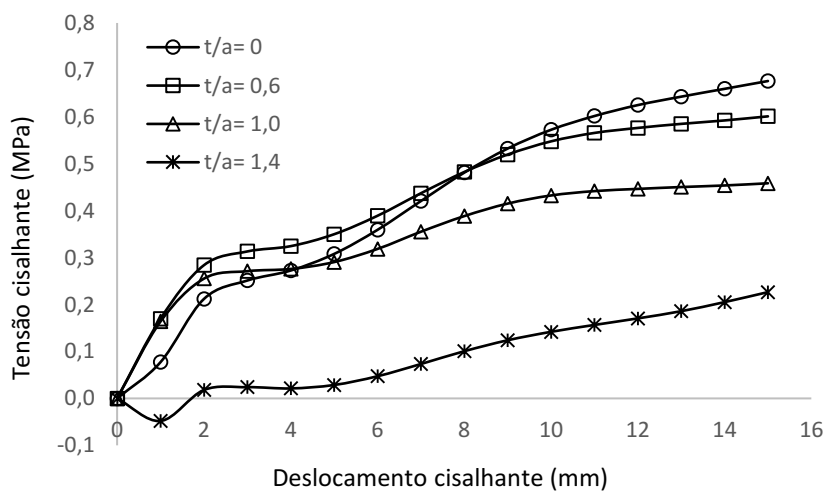


(b)

Figura 5.24 – Influência do preenchimento sob CNL (a) e CNS (b) na tensão cisalhante apresentado pelo Modelo D2 com arquitetura 7-271-2



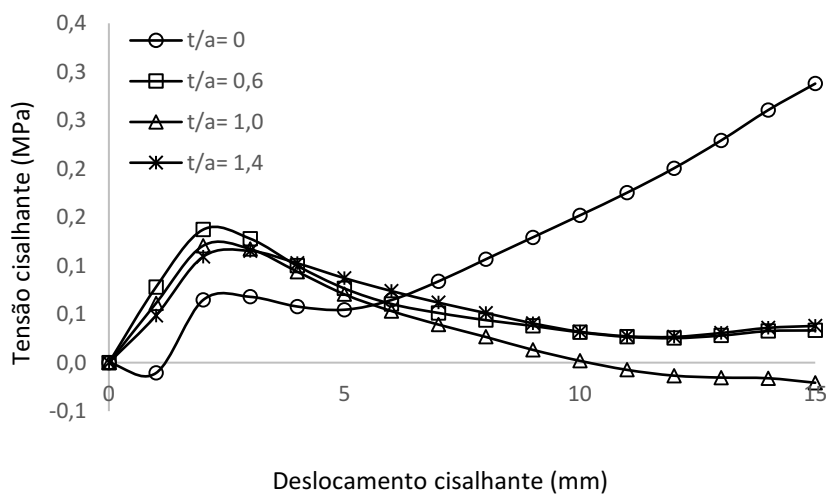
(a)



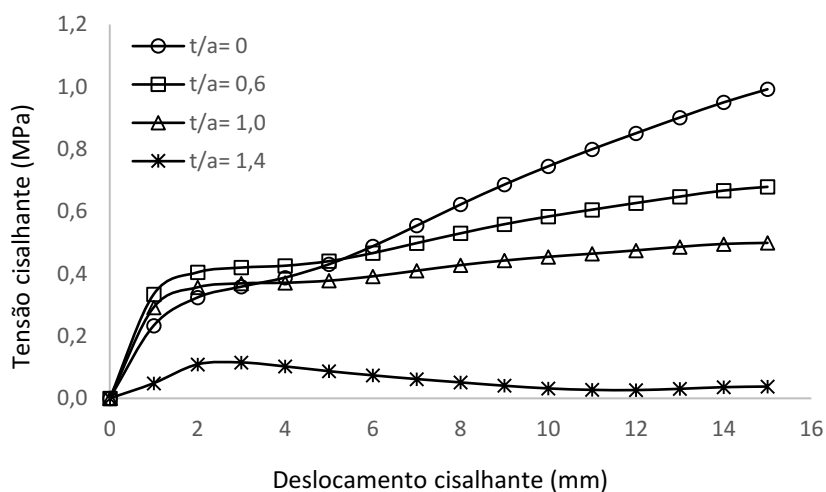
(b)

Fonte: elaborada pela autora.

Figura 5.25 – Influência do preenchimento sob CNL (a) e CNS (b) na tensão cisalhante apresentado pelo Modelo D3 com arquitetura 7-169-2



(a)



(b)

Fonte: elaborado pela autora.

Desse modo, considerando a coerência dos modelos em representar de forma coerente o comportamento cisalhante das discontinuidades rochosas com e sem preenchimento, sob condições CNL e CNS, bem como as comparações com os dados experimentais, foram seleccionados os modelos de melhor desempenho. A Tabela 5.8 mostra os modelos seleccionados.

Tabela 5.8 – Arquiteturas de melhor desempenho

Modelo	Aberturas	Erros médios quadráticos	Arquitetura	R^2 (teste) Tensão cisalhante	R^2 (teste) (Dilatância)
A1	0,5	0,0002	8-242-2	0,9872	0,9840
B1	0,5	0,0002	8-291-2	0,9832	0,9829
B3	0,5	0,0003	8-135-2	0,9821	0,9898
E1	0,5	0,0002	8-182-2	0,9729	0,9856
F3	0,5	0,0003	8-138-2	0,9727	0,9772

Fonte: elaborado pela autora.

Observa-se que o valor de abertura 0,5 apresentou os melhores desempenhos em relação aos outros quatro valores analisados. Os valores de erro médio quadrático relativamente baixos, equivalentes a 0,0002 e 0,0003, que conferem pequenos erros, também resultaram em melhores resultados, garantindo, portanto, um maior poder de generalização aos modelos apresentados na Tabela 5.8.

Os modelos dispostos na Tabela 5.8 representaram de forma satisfatória o comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas e apresentaram a capacidade de compreender a influência da rigidez normal externa (k_n), da tensão normal inicial (σ_{n0}), do coeficiente de rugosidade da junta (JRC), da resistência à compressão uniaxial da rocha intacta (σ_c), do ângulo de atrito básico da rocha (ϕ_b), da razão da amplitude do preenchimento pela amplitude da aspereza (t/a), do ângulo de atrito do preenchimento (ϕ_{fill}) e do deslocamento cisalhante (h), conforme apresentado no Apêndice B. Tais modelos também apresentaram uma boa concordância com os dados experimentais utilizados na sua elaboração, conforme disposto no Apêndice A.

De acordo com o Apêndice B, os cinco modelos expressam o aumento dos valores de tensão cisalhante com o aumento da rigidez normal de contorno, da tensão normal inicial, bem como da rugosidade. Tem-se ainda, a diminuição da tensão cisalhante com o aumento da relação t/a para as descontinuidades sob CNL e CNS, conforme esperado.

Em relação à dilatação, todos os modelos representam de forma satisfatória a diminuição dos valores de dilatação com o aumento da rigidez normal de contorno, da tensão normal inicial e da relação t/a sob CNL e CNS. Além disso, observa-se que os maiores valores de dilatação foram obtidos com o aumento da rugosidade na descontinuidade, representada pelo valor de JRC, como esperado.

Tais resultados são considerados coerentes tendo em vista que expressam as tendências observadas nos trabalhos de Benmokrane e Ballivy (1989), Sinas, Bandis e Demiris

(1990), Indraratna e Haque (2000) Indraratna *et al.* (2010), Oliveira, Indraratna e Nemcik (2009), Oliveira e Indraratna (2010), Shrivastava e Rao (2018), Matos (2018), Leite (2019) e Dantas neto *et al.* (2022).

Os modelos B3 e F3 apresentaram arquiteturas mais simples, porém, foi selecionado o modelo E1 para a previsão da variação da tensão cisalhante e dilatância das descontinuidades rochosas com e sem preenchimento, sob CNL e CNS. Apesar do modelo E1 não ter apresentado uma menor quantidade de neurônios na camada intermediária e tampouco os maiores coeficientes de determinação, é um modelo mais abrangente, tendo em vista que contempla os dados de rochas brandas ($\sigma_c = 3,5$ MPa), diferentemente dos modelos B3 e F3. Cabe destacar ainda que modelo E1 tem uma capacidade maior de generalização que os modelos B3 e F3, devido ao fato de que mesmo usando menos dados para treinamento, foi obtida uma boa correlação para uma quantidade ainda maior de dados usados para teste.

A validação por meio das descontinuidades hipotéticas permitiu avaliar os modelos, sendo constatado que o modelo selecionado foi capaz de compreender o fenômeno estudado mesmo não apresentando uma estrutura topológica mais simples quando comparado aos demais, e tampouco o maior coeficiente de determinação entre os modelos analisados. A seguir, o referido modelo será apresentado em detalhes.

5.5 Modelo selecionado para previsão da variação da tensão cisalhante e dilatância com deslocamento cisalhante

Com base nos critérios adotados, o modelo que apresentou o melhor desempenho foi o E1, com uma arquitetura 8-182-2, denominado modelo RBF. Conforme mencionado anteriormente, para cada configuração de modelo, o código-fonte verifica cinquenta possibilidades de resultados. Tal procedimento é feito de maneira a validar estatisticamente o modelo e assegurar a obtenção de resultados consistentes e reproduzíveis, conhecendo-se as medidas de dispersão e tendência central de cada configuração, e por fim, armazenar a rede de melhor desempenho.

As Tabelas 5.9 e 5.10 expressam a validação estatística para a tensão cisalhante e dilatância, respectivamente. A configuração em questão foi obtida a partir de 2098 padrões de entrada-saída, com abertura da gaussiana de 0,5 e erro médio quadrático de 0,0002. A divisão dos dados foi de 60% para o conjunto de treinamento e 40% para o conjunto de teste.

Tabela 5.9 – Validação estatística do modelo RBF – Tensão cisalhante

Parâmetros estatísticos	R² (Treinamento)	RMSE (Treinamento)	R² (Teste)	RMSE (Teste)
Média	0,9864	0,0145	0,8727	0,0545
Desvio Padrão	0,0018	0,0000	0,1623	0,0920
Mínimo	0,9837	0,0114	0,0809	0,0195
Máximo	0,9924	0,0160	0,9757	0,6660
Mediana	0,9863	0,0147	0,9333	0,0313

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 5.10 – Validação estatística do modelo RBF - Dilatância

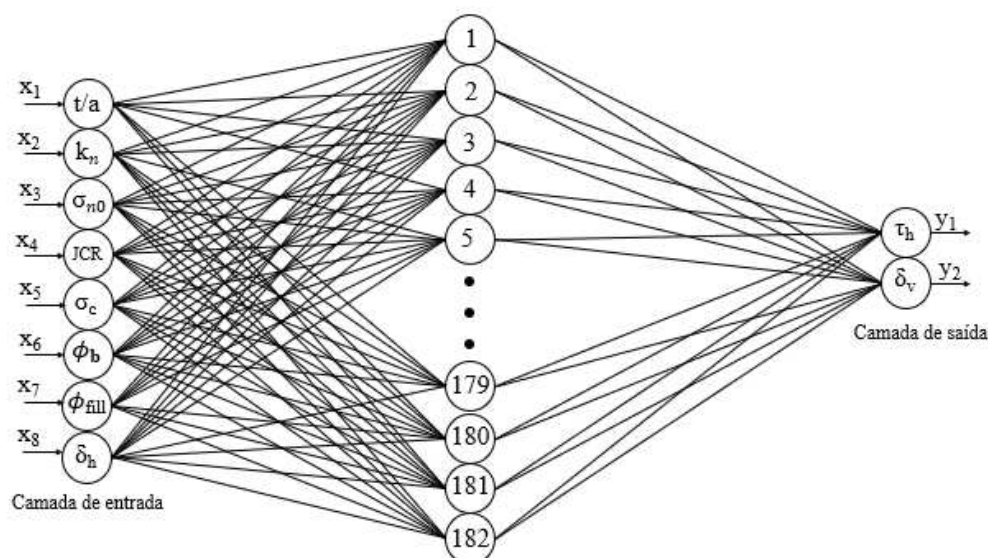
Parâmetros estatísticos	R² (Treinamento)	RMSE (Treinamento)	R² (Teste)	RMSE (Teste)
Média	0,9851	0,0136	0,8997	0,0375
Desvio Padrão	0,0021	0,0000	0,1855	0,0582
Mínimo	0,9761	0,0118	0,0608	0,0141
Máximo	0,9884	0,0164	0,9856	0,3917
Mediana	0,9854	0,0135	0,9704	0,0194

Fonte: elaborado pela autora.

O modelo em questão utilizou 182 funções de base radial, que considerando a quantidade de dados de entrada, equivale a aproximadamente 15% dos dados utilizados, logo, a função *newrb* foi suficiente para realizar uma aproximação satisfatória sem a necessidade de utilizar a mesma quantidade de neurônios da camada de entrada na camada intermediária.

A arquitetura do modelo é composta de 8 neurônios na camada de entrada, 182 na camada intermediária e 2 neurônios na camada de saída, sendo esta ilustrada na Figura 5.26. Os pesos sinápticos e bias do modelo estão dispostos no Apêndice C.

Figura 5.26 – Arquitetura do modelo RBF



Fonte: elaborado pela autora.

A Tabela 5.11 mostra o percentual de contribuição de cada variável de entrada. Observa-se que o k_n , o JRC e a σ_{n0} apresentaram uma maior relevância na predição da tensão cisalhante e da dilatância com o deslocamento cisalhante.

Tabela 5.11 – Contribuição percentual de cada variável para previsão do cisalhamento e da dilatância para o modelo RBF

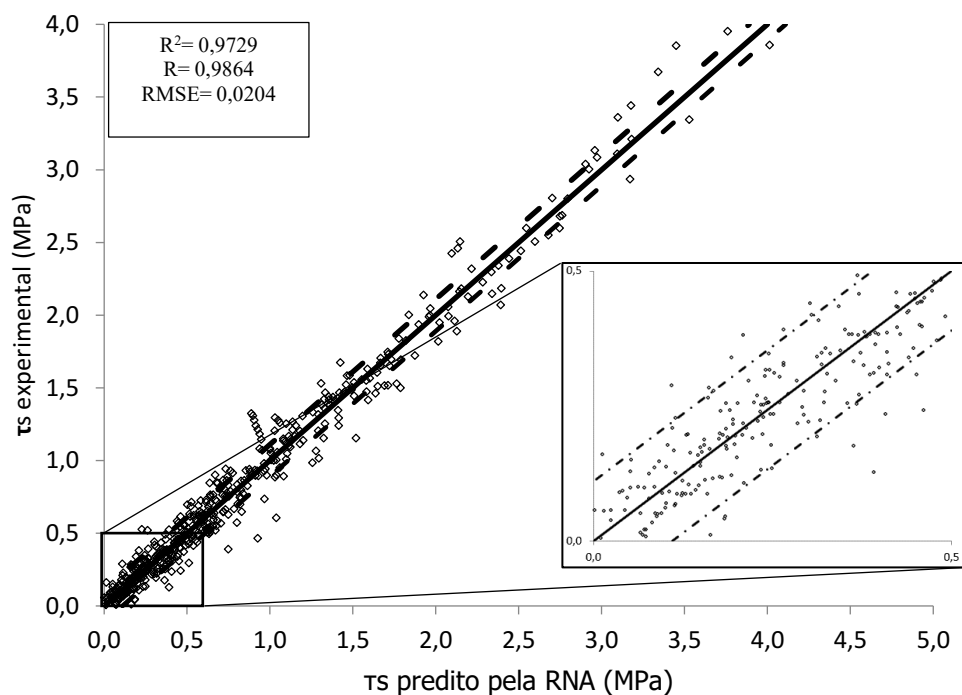
Saídas	k_n	t/a	σ_{n0}	JRC	σ_c	σ_b	σ_{fill}	δ_h
Tensão cisalhante	15	12	15	14	14	14	5	11
Dilatância	14	10	15	22	9	11	11	8

Fonte: elaborado pela autora.

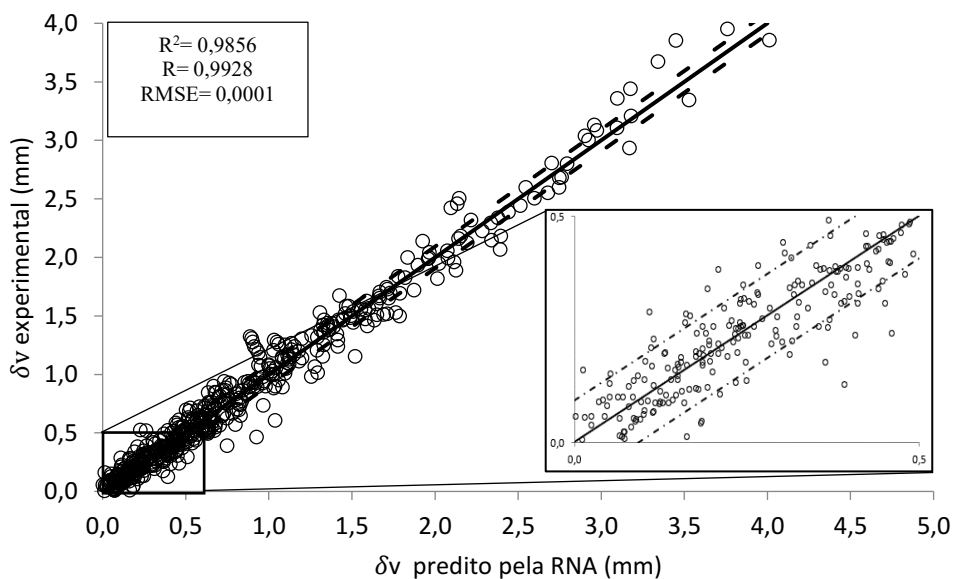
Os coeficientes de determinação foram de 0,9848 e 0,9729 para as fases de treinamento e teste da tensão cisalhante, respectivamente, e de 0,9884 e 0,9856 para os dados de treinamento e teste da dilatância. Os altos valores de coeficiente mostram uma boa concordância entre os dados experimentais e os previstos das variáveis de saída.

A Figura 5.27 mostra a correlação entre os dados experimentais e os previstos pela RBF para o conjunto de teste para a tensão cisalhante (a) e a dilatância (b) com intervalos de confiança de $\pm 0,11$ MPa para a tensão cisalhante e de $\pm 0,093$ mm para a dilatância. Tais intervalos foram obtidos pela análise de resíduos e limites de erro (inferior e superior), considerando 95% de confiança.

Figura 5.27 – Correlação entre os dados experimentais e os dados previstos para o conjunto de teste da tensão cisalhante (a) e dilatância (b)



(a)

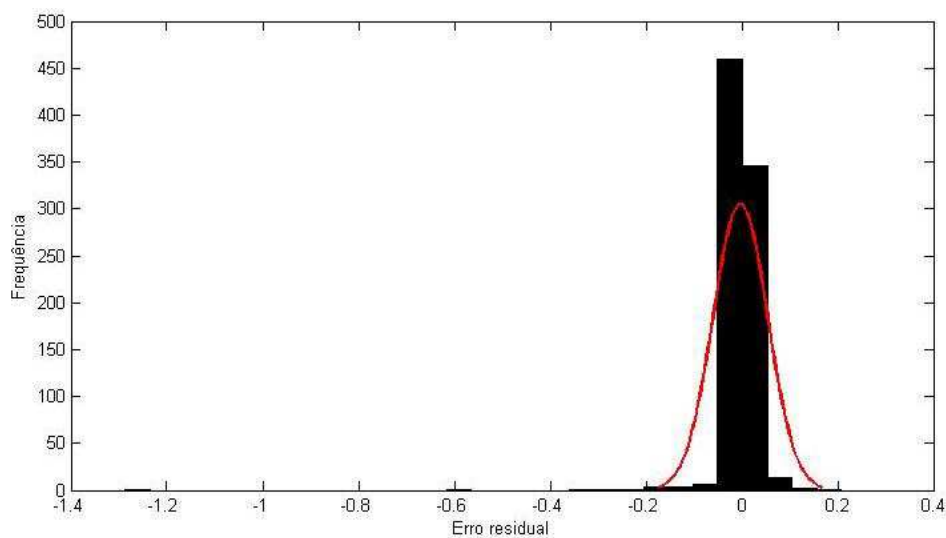


(b)

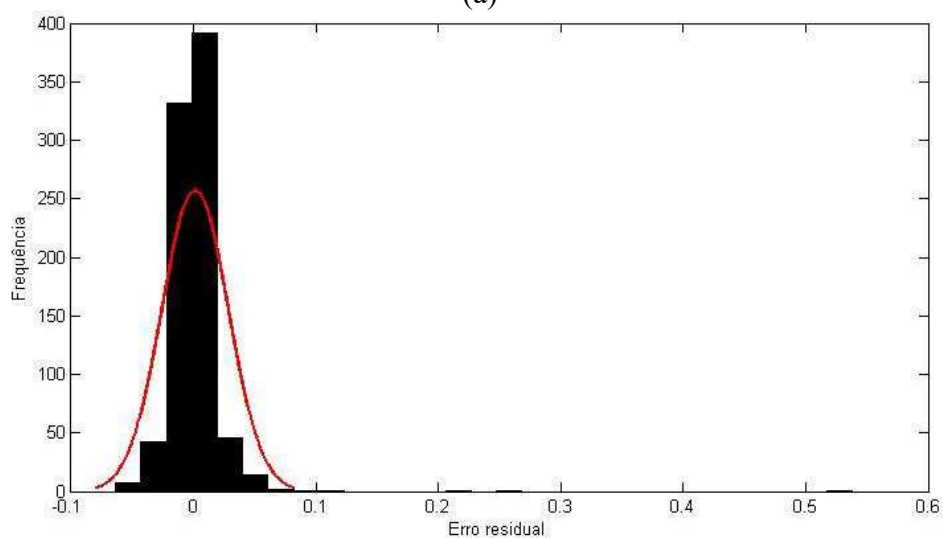
Fonte: elaborado pela autora.

Outra forma de se verificar as discrepâncias existentes entre os dados experimentais e os valores fornecidos pela RBF também baseadas no erro residual e diz respeito ao histograma de erros. A Figura 5.28 mostra a referida análise para os resultados fornecidos pelo modelo RBF para tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b).

Figura 5.28 – Histograma de erros do modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b)



(a)



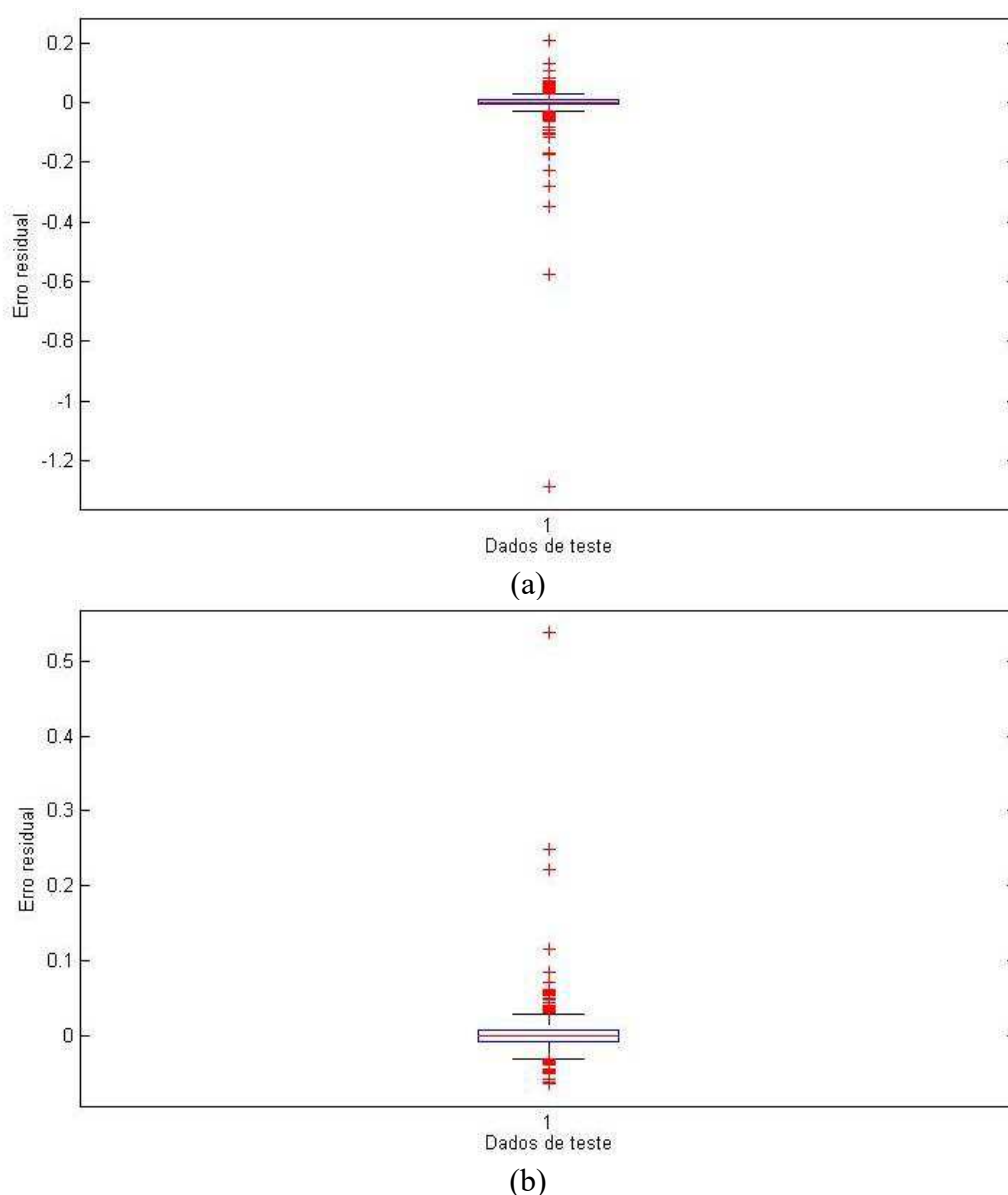
(b)

Fonte: elaborado pela autora.

De acordo com a Figura 5.28, é possível afirmar que a variância dos erros é constante para ambas as variáveis, se apresentando, portanto, na forma de distribuição normal. Observa-se que os histogramas são simétricos com concentração dos erros próximos a 0, conferindo um modelo de ótimo ajuste do ponto de vista estatístico.

De modo a identificar os valores extremos denominados *outliers*, foram considerados os gráficos *box-plot* dos erros residuais do conjunto de teste de ambas as variáveis de saída, que estão dispostos na Figura 5.29. Tal ferramenta permite ainda a representação da posição, dispersão, assimetria, caudas e dados discrepantes. A posição central é dada pela mediana e a dispersão pelo desvio interquartil. As posições relativas dos quartis dão uma noção da assimetria da distribuição.

Figura 5.29 – *Box plot* de erro do modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatação (b)

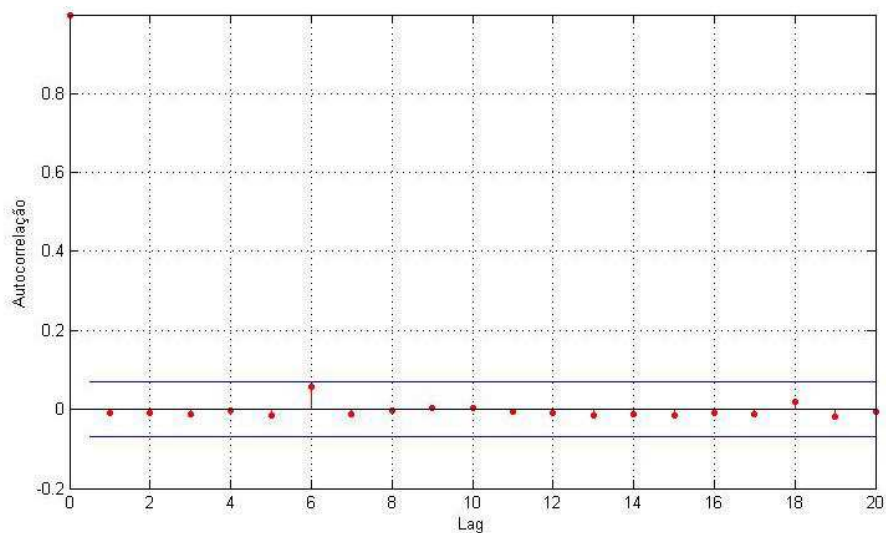


Fonte: elaborado pela autora.

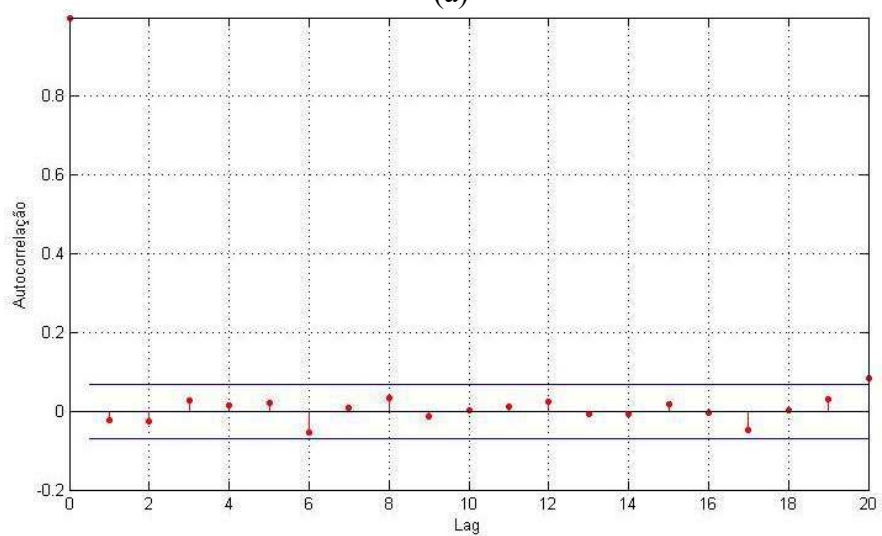
Segundo a Figura 5.29, tem-se uma distribuição simétrica dos erros tanto para a tensão cisalhante quanto para a dilatação, visto que a mediana se localiza no centro do retângulo em ambos os casos. Conforme os gráficos *box-plot*, o modelo RBF confere um bom ajuste, tendo em vista que as variáveis de interesse apresentam uma distribuição de erro em torno de zero. Observa-se ainda que a tensão cisalhante apresenta uma dispersão de erros ligeiramente superior aos erros conferidos pela dilatação, dada a representação do intervalo interquartil que denota a variabilidade dos dados sem considerar a influência dos *outliers*. Para ambas as variáveis, tem-se a presença de valores discrepantes, no entanto, o modelo apresenta um bom ajuste.

Do ponto de vista estatístico, é esperada a ausência de correlação entre os erros, isto é, os erros devem ser independentes sob a condição de normalidade. Logo, a Figura 5.30 mostra a função de autocorrelação de erro em diversas defasagens para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b). Tal medida indica a possibilidade de problemas de especificação do modelo.

Figura 5.30 – Autocorrelação do erro do modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b)



(a)



(b)

Fonte: elaborado pela autora.

Considerando o modelo RBF, para a tensão cisalhante, os índices estão adequados e todas as autocorrelações dos erros estão dentro dos limites de confiança, ou seja, são estatisticamente iguais à zero, como mostrado na Figura 5.30a. Já em relação a dilatância, o lag 20 ultrapassa de forma singela o limite de confiança (Figura 5.30b). Foram observadas correlações positivas para a tensão cisalhante e para a dilatância, o que significa que os resultados seguem as tendências traçadas nos valores anteriores, porém ainda pode-se considerar que o modelo

RBF está bem especificado, isto é, o erro é aleatório e não tende a se repetir na distribuição inteira.

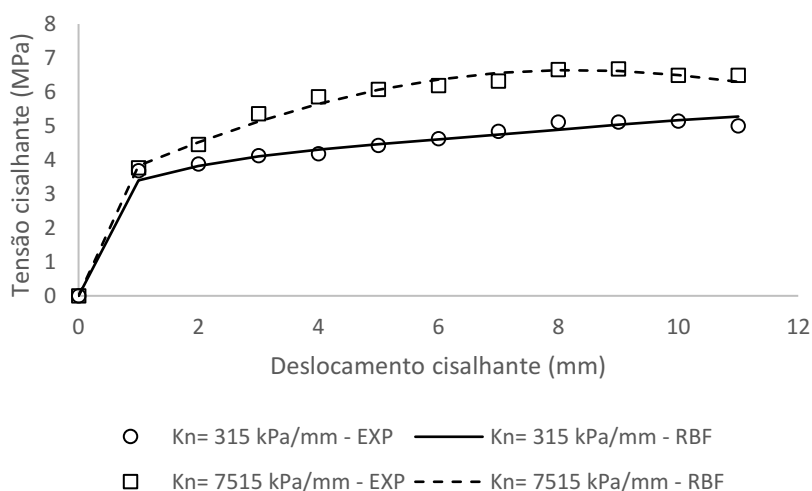
Avaliados os valores dos coeficientes de determinação, histogramas de erros, *box-plot* e autocorrelação, é possível afirmar que, em termos estatísticos, o modelo RBF apresenta um excelente ajuste, sendo, portanto, um modelo alternativo para a determinação do comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas com e sem preenchimento, sob CNL e CNS.

5.6 Comparação dos resultados obtidos pelo modelo escolhido com os dados experimentais usados em sua elaboração

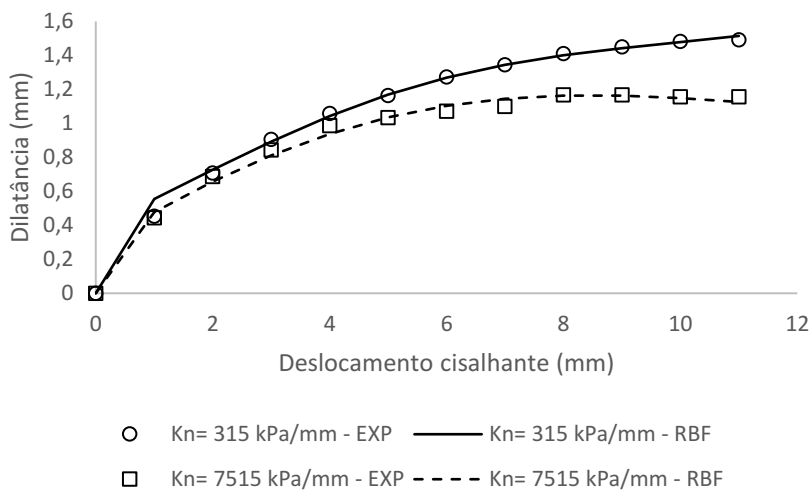
Conforme mencionado, o modelo E1, denominado RBF apresentou uma boa concordância em relação aos dados experimentais. Em seguida serão apresentados os gráficos de comparação entre os resultados fornecidos pelo modelo e os dados oriundos dos ensaios realizados por Benmokrane e Ballivy (1989), Skinas, Bandis e Demiris (1990), Haque (1999), Oliveira *et al.* (2009), Mehrishal *et al.* (2016) e Shrivastava e Rao (2017).

A Figura 5.31 apresenta os resultados dos ensaios de cisalhamento direto em larga escala obtidos por Benmokrane e Ballivy (1989) comparados as previsões do modelo RBF. Os dados experimentais são de descontinuidades não preenchidas sob condições CNS, variando-se os valores da rigidez normal externa. De acordo com as Figuras 5.31a e 5.31b, observa-se que o modelo RBF apresenta uma boa compreensão para variação significativa da rigidez normal externa. De modo geral, o modelo proposto corroborou com o esperado, em que maiores valores de rigidez denotam maiores tensões cisalhantes e menores dilatâncias.

Figura 5.31 – Comparação entre os resultados experimentais de Benmokrane e Ballivy (1989) com os previstos pelo modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b)



(a)

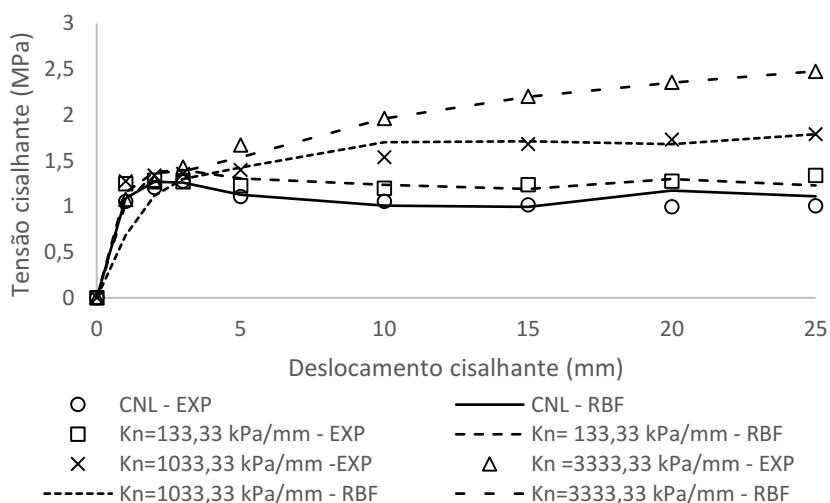


(b)

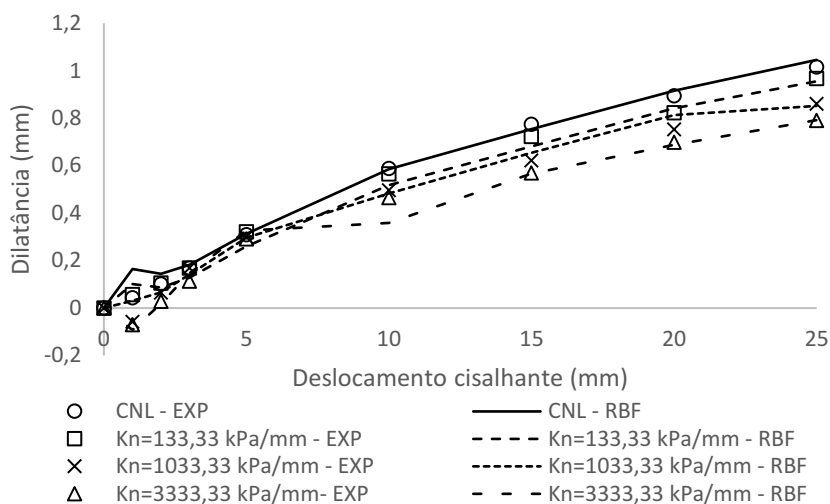
Fonte: elaborado pela autora.

A Figura 5.32 apresenta a comparação entre as estimativas fornecidas pelo modelo RBF e os dados experimentais obtidos por Skinas, Bandis e Demiris (1990). Os ensaios foram realizados em descontinuidades sem preenchimento, sob CNL e CNS, considerando diversos valores de rigidez normal de contorno. Conforme mostram as Figuras 5.32a e 5.32b, constatou-se que o modelo RBF apresenta uma aceitável interpolação em relação aos dados de tensão cisalhante e dilatação com o deslocamento cisalhante.

Figura 5.32 – Comparação entre os resultados experimentais de Skinas, Bandis e Demiris (1990) com os previstos pelo modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatação (b)



(a)

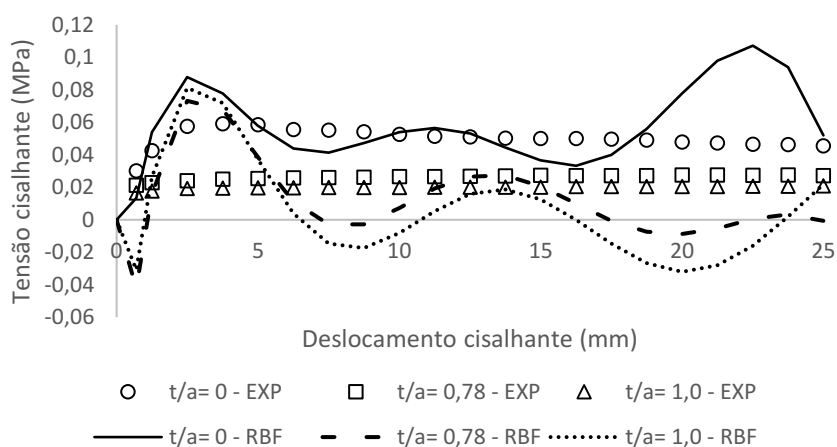


(b)

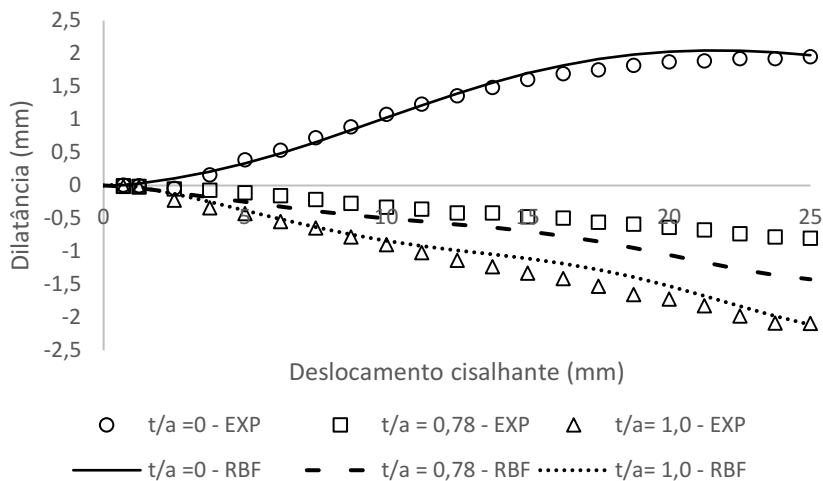
Fonte: elaborado pela autora.

A Figura 5.33 mostra a comparação entre os resultados fornecidos pelo modelo RBF e os dados experimentais obtidos por Papaliangas *et al.* (1993). Os ensaios foram realizados em descontinuidades ensaiadas sob CNL, considerando diversos valores de t/a . Tais dados se referem a descontinuidades que conferem uma resistência à compressão uniaxial equivalente a 3,5 MPa, submetidos a tensões normais consideravelmente baixas, tais como de 0,05 MPa a 0,1 MPa. De acordo com as Figuras 5.33a e 5.33b, o modelo RBF não apresenta uma boa interpolação para os dados de tensão cisalhante, mas apresenta uma concordância aceitável para a dilatância, uma vez que quando são aplicados os maiores valores de t/a , menores são os valores da dilatância, conforme esperado.

Figura 5.33 – Comparação entre os resultados experimentais de Papaliangas *et al.* (1933) com os previstos pelo modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b)



(a)



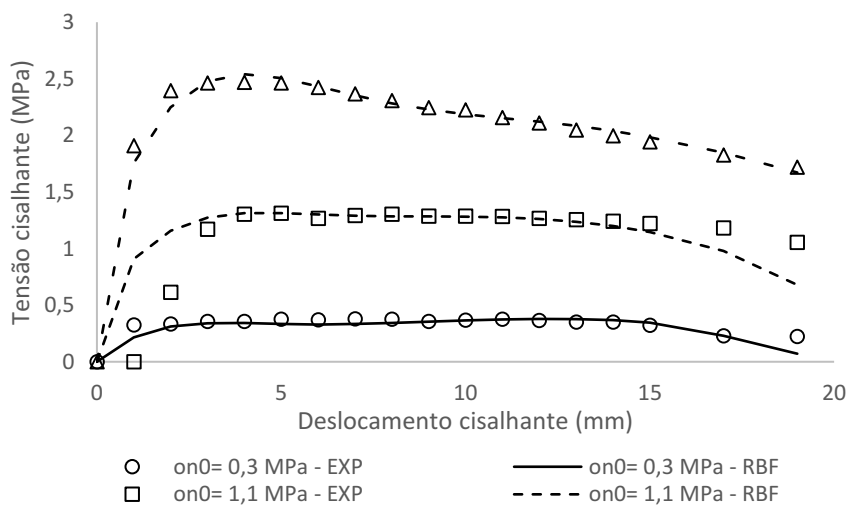
(b)

Fonte: elaborado pela autora.

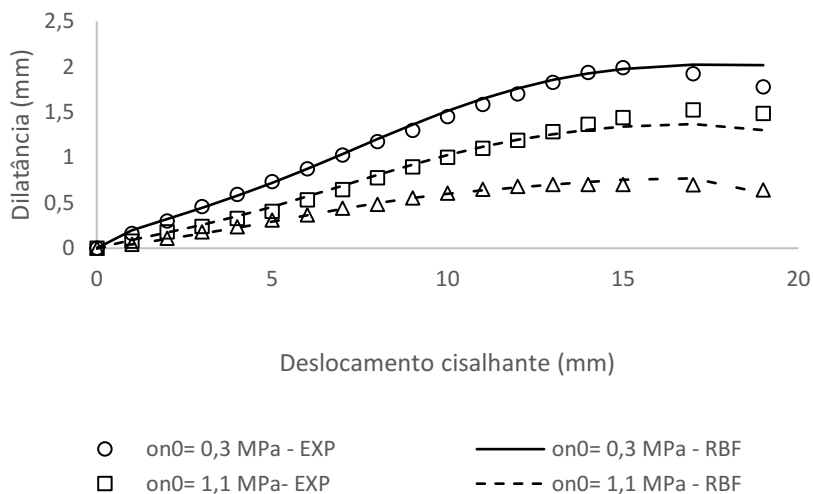
A Figura 5.34 mostra a comparação entre os dados experimentais oriundos do trabalho de Haque (1999) e o modelo RBF proposto. Tais dados foram obtidos em descontinuidades não preenchidas submetidas a ensaios sob condições CNL. Notadamente o modelo RBF apresenta uma expressiva correlação com os dados experimentais.

A Figura 5.34 evidencia a capacidade do modelo RBF em expressar o comportamento cisalhante da descontinuidade quando submetida a diversos valores de tensão normal inicial, logo, conforme o esperado, houve o aumento da tensão cisalhante e a diminuição da dilatância à medida que aumentavam os valores de tensão normal inicial.

Figura 5.34 – Comparação entre os resultados experimentais de Haque (1999) com os previstos pelo modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b)



(a)

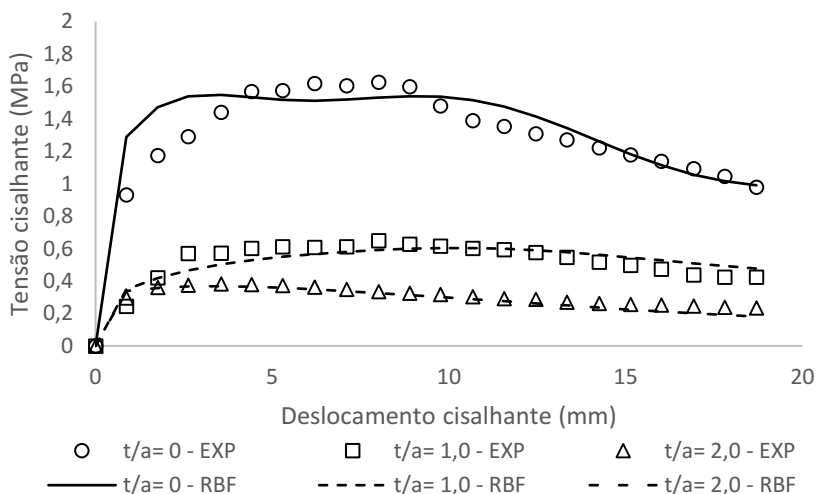


(b)

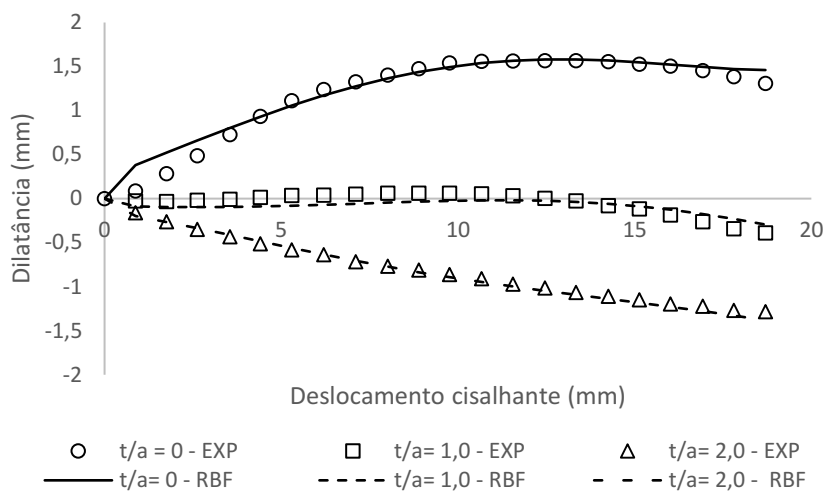
Fonte: elaborado pela autora.

A Figura 5.35 mostra a comparação entre o modelo RBF e os resultados dos ensaios de cisalhamento direto executados por Oliveira, Indraratna e Nemicik (2009). Tais ensaios foram realizados sob condições CNS e submetidos a diversos valores de t/a . conforme observado, o modelo mostra uma boa correlação com os dados experimentais e compreende bem a influência do preenchimento no comportamento cisalhante das discontinuidades, demonstrando a diminuição da tensão cisalhante e da dilatância com aumento da relação t/a , conforme o esperado.

Figura 5.35 – Comparação entre os resultados experimentais de Oliveira, Indraratna e Nemicik (2009) com os previstos pelo modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b)



(a)

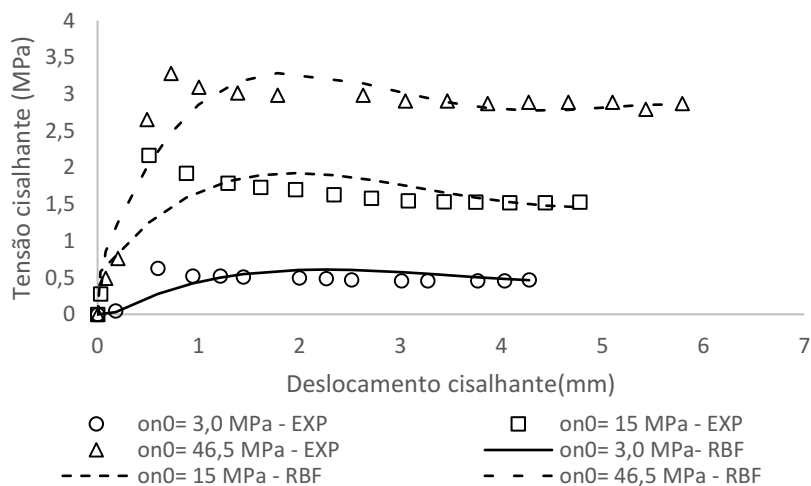


(b)

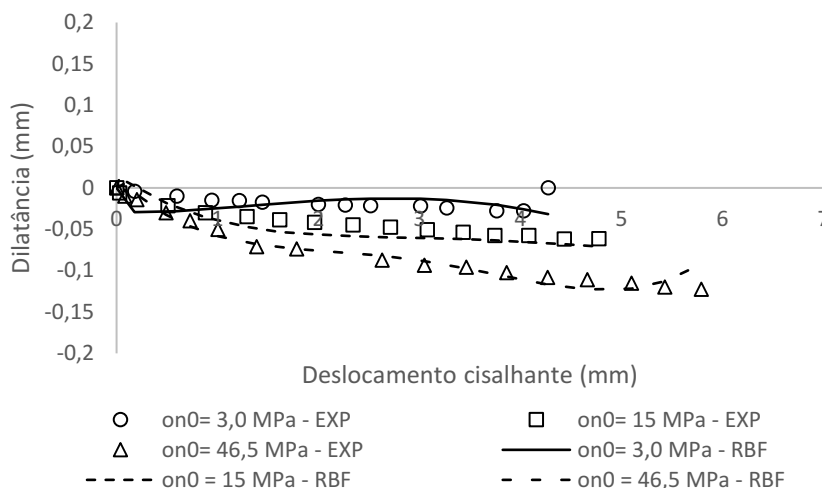
Fonte: elaborado pela autora.

A Figura 5.36 apresenta os resultados fornecidos pelo modelo RBF e os dados experimentais obtidos por Mehrishal *et al.* (2016). Os referidos ensaios são de descontinuidades não preenchidas, sob CNL, e conferem altas resistências à compressão uniaxial das rochas (150 MPa). Apesar dos valores altos e discrepantes em relação aos demais utilizados, o modelo RBF apresentou uma interpolação aceitável para ambas as variáveis de interesse.

Figura 5.36 – Comparação entre os resultados experimentais de Mehrishal *et al.* (2016) com os previstos pelo modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatação (b)



(a)



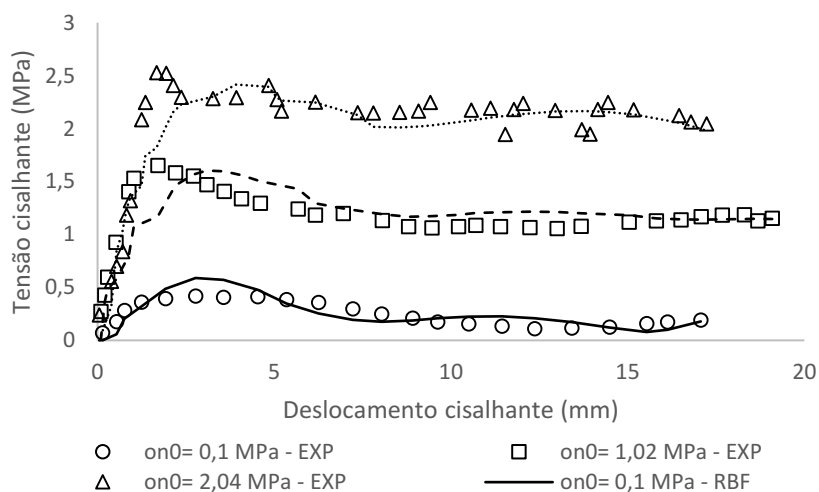
(b)

Fonte: elaborado pela autora.

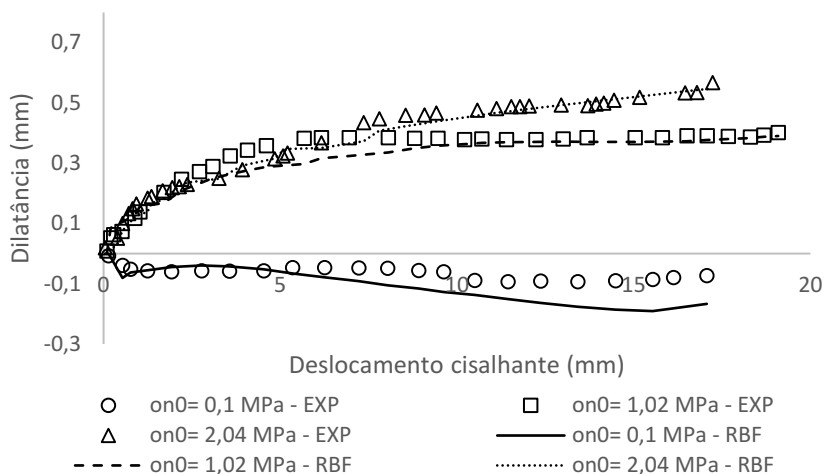
As Figuras 5.37 e 5.38 mostram os resultados fornecidos pelo modelo RBF comparados aos dados experimentais de Shrivastava e Rao (2017). Na Figura 5.37, são descontinuidades sem preenchimento e ensaiadas sob CNL, variando-se os valores de tensão normal inicial. Já na Figura 5.38, a descontinuidade foi ensaiada sob CNS variando-se os valores de t/a .

O modelo obteve uma concordância aceitável para variação da tensão cisalhante e dilatância para a descontinuidade sob CNL, mostrando um comportamento coerente a mudança dos valores de tensão normal. Contudo, não interpolou bem aos dados obtidos sob CNS e distintos valores de t/a .

Figura 5.37 – Comparação entre os resultados experimentais de Shrivastava e Rao (2017) – sob CNL com os previstos pelo modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância (b)



(a)

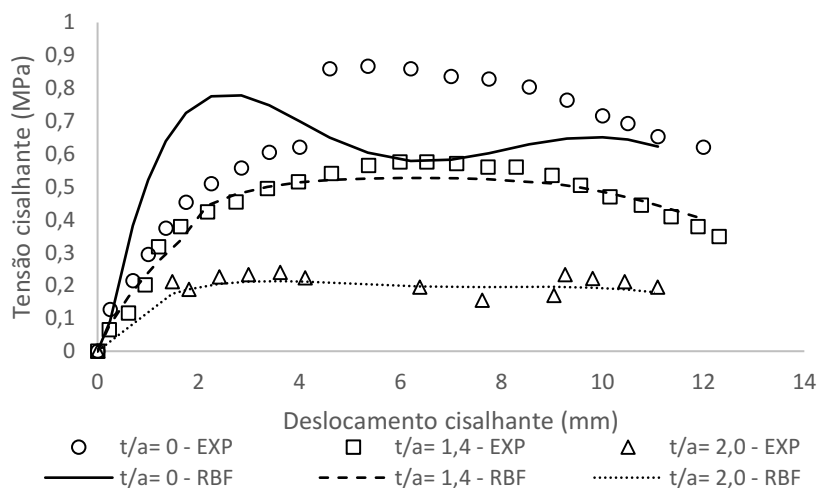


(b)

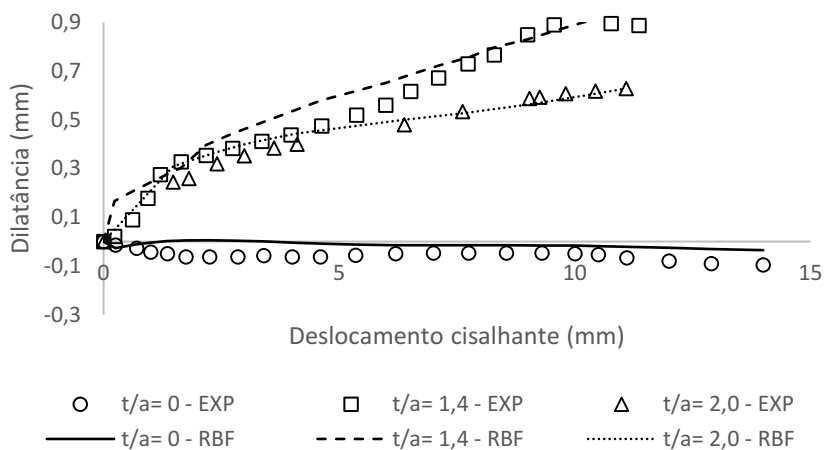
Fonte: elaborado pela autora.

Figura 5.38 – Comparação entre os resultados experimentais de Shrivastava e Rao (2017) – sob CNS com os previstos pelo modelo RBF para a tensão cisalhante (a) e para a dilatância

(b)



(a)



(b)

Fonte: elaborado pela autora.

Apesar do modelo selecionado não interpretar bem a previsão da tensão cisalhante das descontinuidades ensaiadas sob CNL por Papaliangas *et al.* (1993) e sob CNS por Shrivastava e Rao (2017), de modo geral, os resultados disponibilizados pelo modelo RBF apresentaram uma interpolação satisfatória com os dados experimentais e uma boa compreensão das variáveis de entrada, mostrando o potencial da técnica RBF na previsão do comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas com e sem preenchimento.

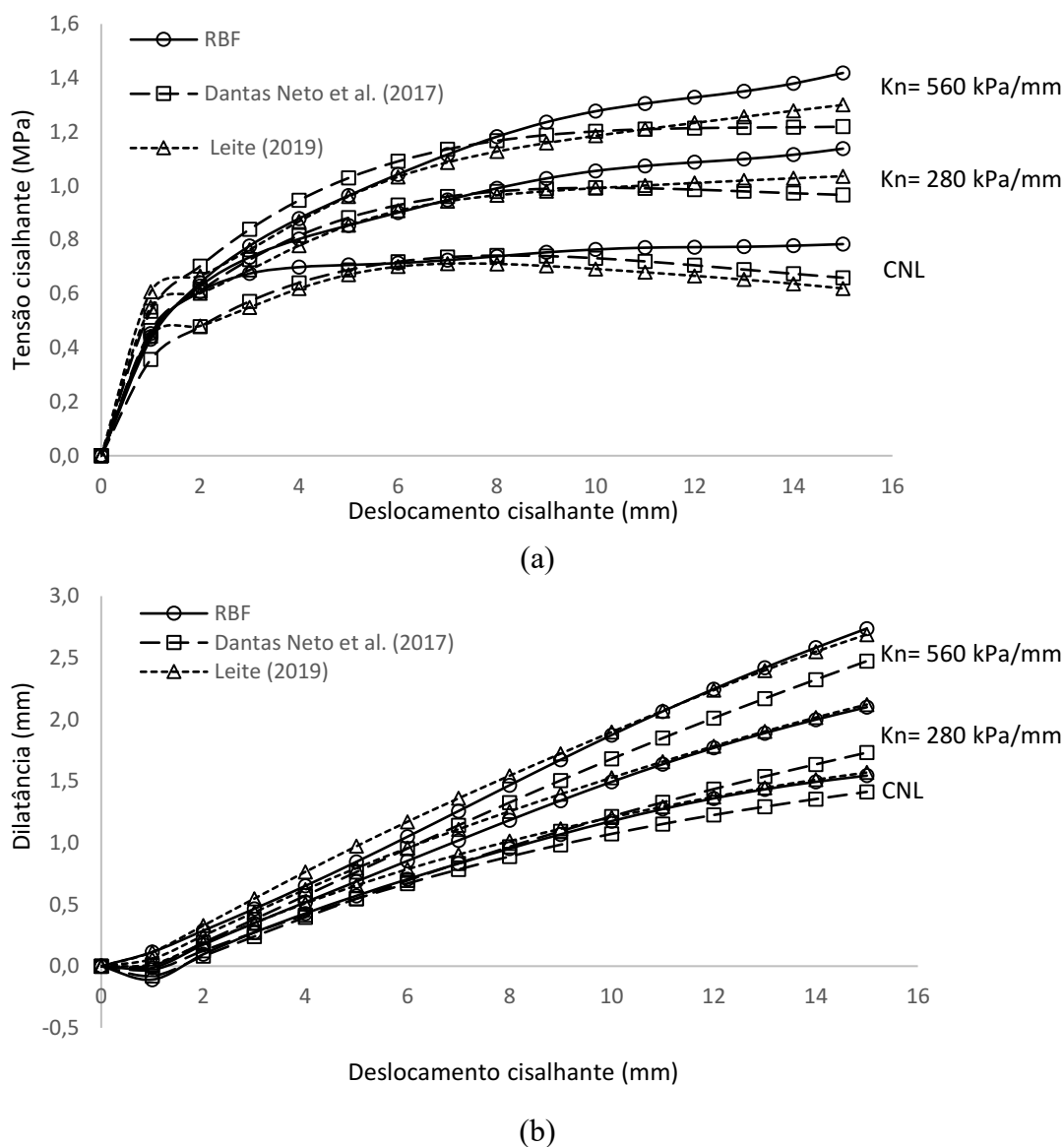
5.7 Comparação entre os resultados fornecidos pelo modelo RBF e outros modelos neurais para descontinuidades hipotéticas

Conforme mencionado anteriormente, com o intuito de validar o modelo RBF, foram utilizadas descontinuidades hipotéticas, de modo a averiguar se o referido modelo tem a capacidade expressar a influência das variáveis de entrada que, por sua vez, definem o comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas preenchidas e não preenchidas, sob CNL e CNS, por meio da variação da tensão cisalhante e dilatância com o decorrer da variação do deslocamento cisalhante.

A referida descontinuidade tem seus parâmetros baseados nas descontinuidades empregadas Dantas Neto *et al.* (2017), Matos (2018) e Leite, Dantas Neto e Albino (2019a), Leite *et al.* (2019b) e tem como variáveis constantes $\sigma_c = 12$ MPa, $JRC = 5$, $\phi_b = 37,5^\circ$. Em relação a influência do preenchimento, utilizou-se um ϕ_{fill} de $35,5^\circ$ e distintos valores de t/a (0; 0,6; 1,0 e 1,4).

Com o intuito de verificar a influência das condições de contorno no comportamento cisalhante, a descontinuidade hipotética sem preenchimento foi submetida a uma tensão normal inicial de 0,5 MPa, sendo avaliada sob CNL e sob CNS com $k_n = 280$ kPa/mm e com $k_n = 560$ kPa/mm. A Figura 5.39 mostra como o modelo RBF compreende bem o efeito das condições de contorno impostas tanto para a tensão cisalhante (a) quanto para a dilatância (b).

Figura 5.39 – Resultados fornecidos pelo modelo RBF para previsão da tensão cisalhante (a) e a dilatância (b) para as descontinuidades hipotéticas comparadas aos resultados dos modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019) considerando a variação das condições de contorno



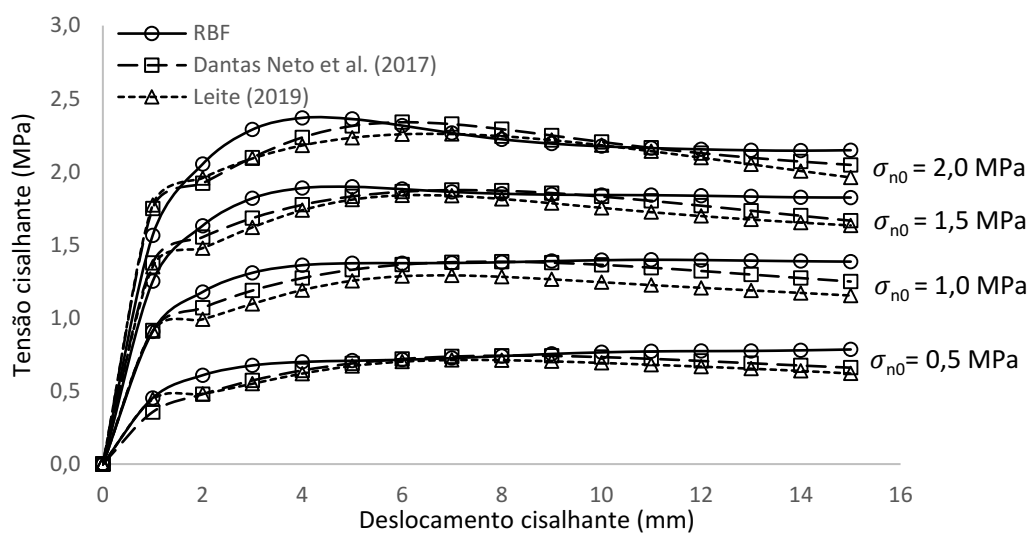
Fonte: elaborado pela autora.

Observa-se que os resultados fornecidos pela RBF foram coerentes, e conforme esperado, houve o aumento da tensão cisalhante com o aumento da rigidez normal de contorno, bem como a diminuição da dilatação. Quando comparado aos modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019), o modelo RBF apresentou a mesma tendência, com resultados semelhantes principalmente em relação à dilatância. No que concerne à tensão cisalhante, o modelo RBF apresentou valores superiores para todas as condições analisadas.

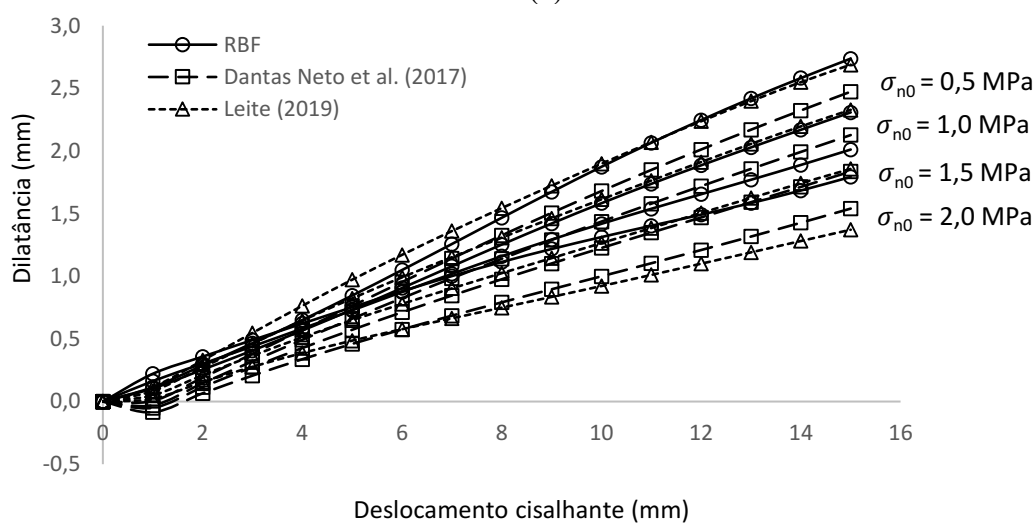
De modo a verificar a influência da tensão normal inicial no comportamento cisalhante, a descontinuidade hipotética foi avaliada sem preenchimento, sob CNL, sendo considerados diferentes valores de tensões normais. A Figura 5.40 apresenta a tensão cisalhante (a) e a

dilatância (b) expressas pelo modelo RBF quando submetido a tensões normais de 0,5 MPa, 1,0 MPa, 1,5 MPa e 2,0 MPa.

Figura 5.40 – Resultados fornecidos pelo modelo RBF para previsão da tensão cisalhante (a) e a dilatância (b) para as descontinuidades hipotéticas comparadas aos resultados dos modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019) considerando a variação das tensões normais iniciais



(a)



(b)

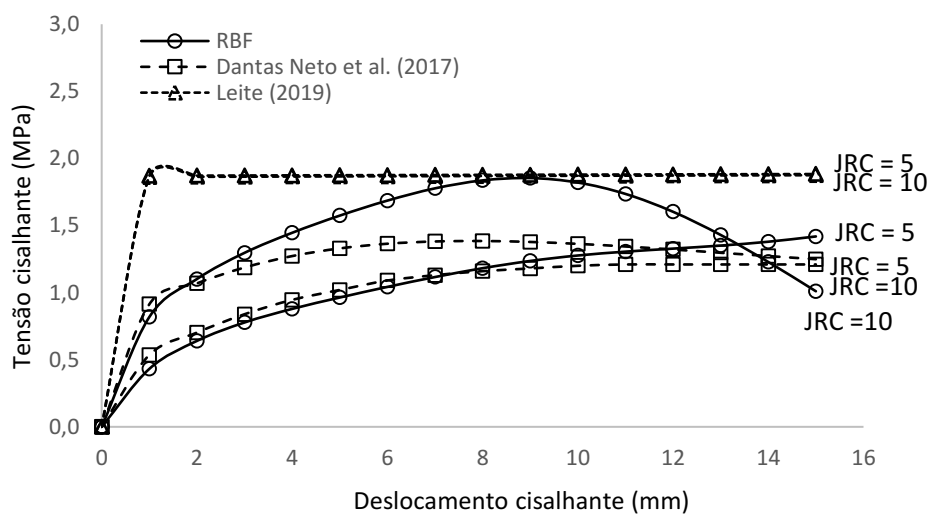
Fonte: elaborado pela autora.

O modelo RBF confere uma maior tensão cisalhante à medida que ocorre o aumento da tensão normal, assim como a diminuição da dilatância. Os resultados encontrados foram similares aos de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019). Desta forma, o modelo apresenta capacidade em expressar o comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas quando submetidas a distintos valores de σ_{n0} .

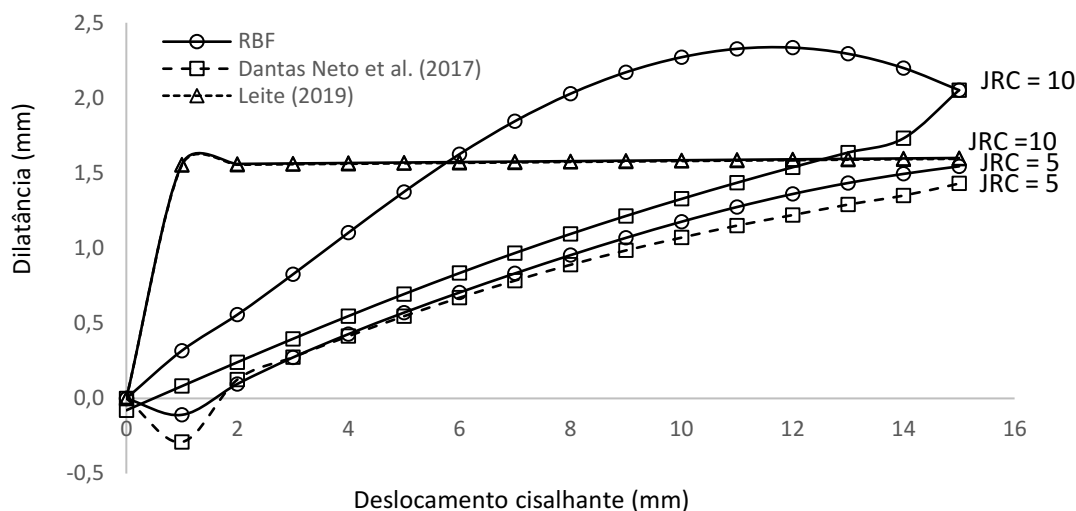
Observa-se que ao submeter a descontinuidade a uma tensão normal inicial superior a 1,5 MPa, o modelo RBF confere o aumento da tensão cisalhante até um determinado pico e posteriormente, tende a um valor residual semelhante ao apresentado pelos modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019). A respeito da dilatância, o modelo se comportou de forma semelhante ao de Dantas Neto *et al.* (2017), conferindo o aumento da dilatância à medida que aumenta o deslocamento cisalhante, já os resultados fornecidos por Leite (2019), o modelo Gm apresenta um certo acréscimo após uma queda. Segundo a autora, isso ocorre devido ao modelo apresentar a capacidade em interpretar a quebra da aspereza.

De modo a avaliar o comportamento do modelo com a mudança da rugosidade, foram assumidos valores de JRC de 5 e 10 para descontinuidade hipotética sem preenchimento, sob CNS (560 kPa/mm). A Figura 5.41 mostra a tensão cisalhante (a) e a dilatância (b) quando a descontinuidade é submetida a distintos valores de JRC.

Figura 5. 41 – Resultados fornecidos pelo modelo RBF para previsão da tensão cisalhante (a) e a dilatância (b) para as descontinuidades hipotéticas comparadas aos resultados dos modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019) considerando a variação do JRC



(a)



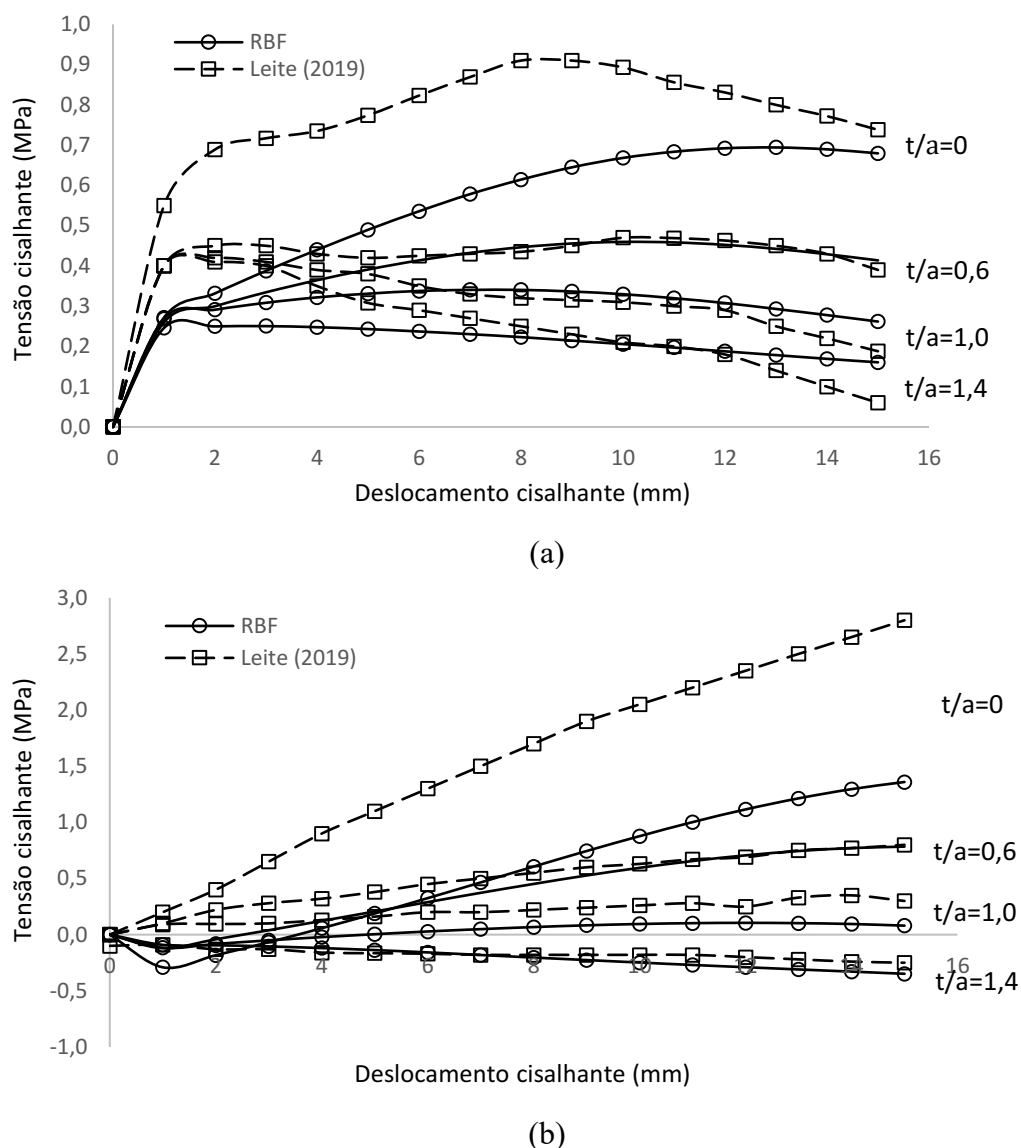
(b)

Fonte: elaborado pela autora.

Diferentemente do modelo de Leite (2019), o modelo RBF representou de forma coerente a influência do JRC no comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas, assim como o modelo de Dantas Neto *et al.* (2017). Os maiores valores de tensão cisalhante e dilatação foram obtidos com o aumento da rugosidade na descontinuidade, representada pelo valor de JRC, conforme relatado por Haque (1999) e Indraratna *et al.* (2015).

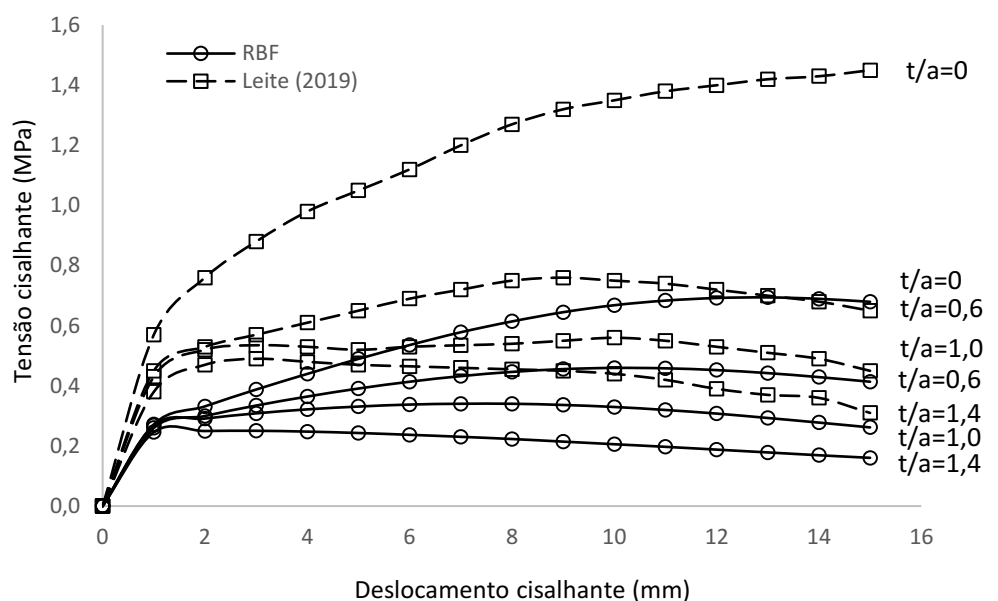
Em relação à influência do preenchimento no comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas, a descontinuidade hipotética foi analisada sob CNL e CNS, com rigidez normal de contorno de 560 KPa/mm, ambas sob tensão normal de 0,5 MPa e testadas com valores de t/a inerentes a 0, 0,6, 1,0 e 1,4. As Figuras 5.42 e 5.43 apresentam as previsões para a tensão cisalhante (a) e para a dilatação (b) variando-se os valores de t/a para as descontinuidades sob CNL e CNS, respectivamente.

Figura 5.42 – Resultados fornecidos pelo modelo RBF para previsão da tensão cisalhante (a) e a dilatação (b) para as descontinuidades hipotéticas comparadas aos resultados dos modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019) considerando diferentes valores de t/a

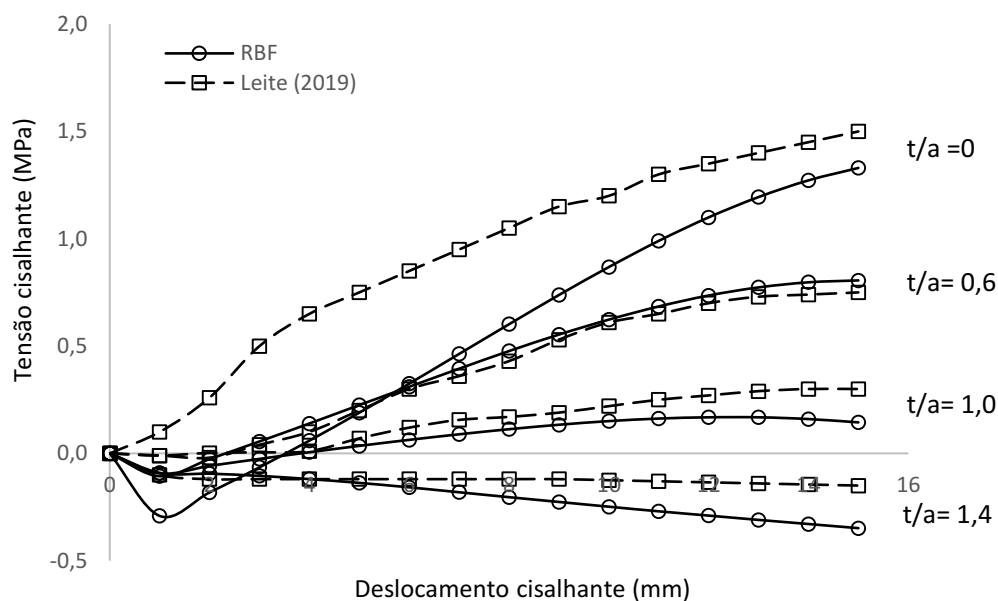


Fonte: elaborado pela autora.

Figura 5.43 – Resultados fornecidos pelo modelo RBF para previsão da tensão cisalhante (a) e a dilatância (b) para as descontinuidades hipotéticas comparadas aos resultados dos modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019) considerando diferentes valor de t/a



(a)



(b)

Fonte: elaborado pela autora.

Conforme apresentado nas Figuras 5.42 e 5.43, o modelo RBF apresentou coerência em relação ao comportamento cisalhante, uma vez que, para ambas as situações, houve a redução dos valores da tensão cisalhante e da dilatância com o aumento da razão t/a , corroborando com a tendência observada por Haque (1999), Indraratna, Haque e Aziz (1998) e Oliveira (2009).

Diferentemente do modelo de Leite (2019), que conferiu uma diminuição significativa tanto para a tensão cisalhante quanto para a dilatação, quando considerada a razão de $t/a = 0$ para $t/a = 0,6$, o modelo RBF apresentou uma diminuição equilibrada para ambas as variáveis de interesse, considerando todas as variações de t/a . Semelhante ao modelo de Leite (2019), o modelo RBF também conferiu valores negativos para a dilatação quando utilizado um $t/a = 1,4$.

5.8 Comparação entre os resultados fornecidos pelo modelo RBF e os fornecidos pelos modelos analítico e neurais existentes por meio de descontinuidades idealizadas

De modo a realizar uma comparação entre o modelo RBF, a formulação analítica apresentada por Indraratna e Haque (2000) e Indratanta *et al.* (2010a) e os modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019), empregou-se uma descontinuidade idealizada, sem preenchimento, de característica branda sob CNS (453 kPa/mm). Ressalta-se que os modelos de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019) foram desenvolvidos com base em 673 e 2083 padrões de entrada-saída, respectivamente.

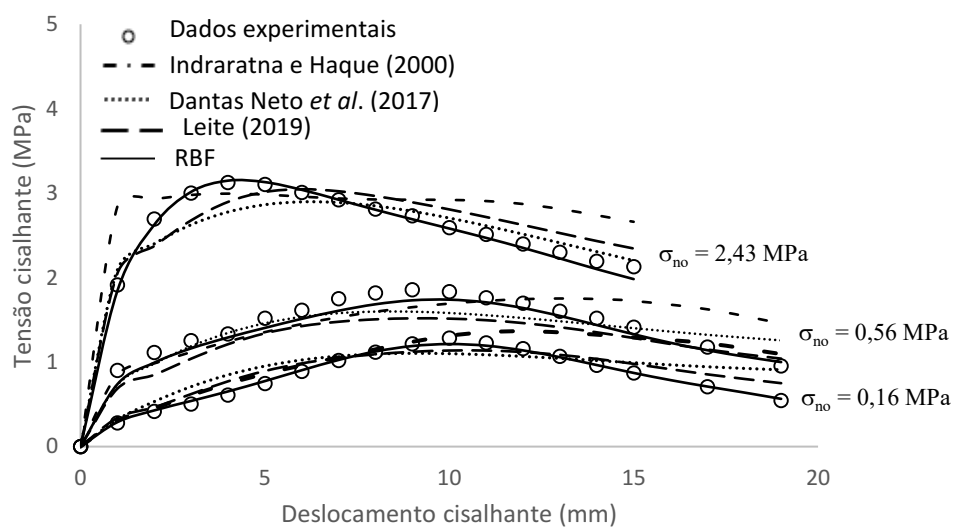
A Figura 5.44 contempla a referida comparação e na Tabela 5.12 estão dispostos os parâmetros necessários para o uso do modelo analítico obtidos através da interpolação das curvas de dilatação, utilizando-se uma série de Fourier.

Tabela 5.12 – Parâmetros de Fourier utilizados

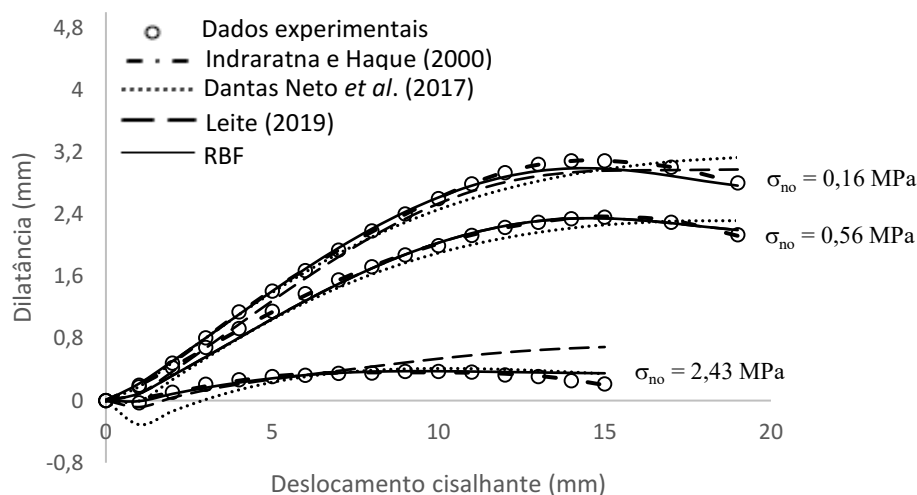
σ_{n0}	T	a_0	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3
0,16	29,410	3,556	-1,525	-0,234	-0,022	0,099	0,174	0,089
0,56	35,670	2,164	-1,136	0,039	0,000	-0,083	0,1511	0,000
2,43	20,380	0,413	-0,194	-0,039	0,000	0,068	0,031	0,000

Fonte: elaborado pela autora.

Figura 5.44 – Comparação entre o modelo RBF, os dados experimentais e o modelo analítico de Indraratna e Haque (2000) e os modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019) para a tensão cisalhante (a) e a dilatância (b)



(a)



(b)

Fonte: elaborado pela autora.

O modelo proposto expressa de forma satisfatória a tensão cisalhante e a dilatação de descontinuidades brandas. Diferentemente do analítico de Indraratna e Haque (2000), o modelo RBF manteve um bom ajuste para baixos valores de tensão normal inicial, bem como para grandes deslocamentos horizontais.

Apesar de não ser um modelo voltado apenas as descontinuidades sem preenchimentos, o modelo RBF apresentou uma melhor previsão tanto para a tensão cisalhante quanto para a dilatância quando comparado aos modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019). De forma semelhante ao modelo de Dantas Neto *et al.* (2017), o modelo RBF

também representa de forma adequada a degradação das asperezas durante o processo de cisalhamento quando submetidas a altas tensões normais iniciais, conforme relatado por Indraratna, Haque e Aziz (1998).

O modelo RBF se apresenta de forma mais generalista aos Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019) devido a quantidade de padrões de entrada-saída utilizados, contemplando dados de descontinuidades preenchidas, com resistência uniaxial da rocha de 3,5 MPa, permitindo também a sua aplicação em descontinuidades de rochas brandas.

Para ambas as variáveis de interesse, o modelo RBF se ajustou melhor aos dados experimentais quando comparado ao modelo analítico de Indraratna e Haque (2000) e aos modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019) em todas as condições de tensão normal inicial, inferindo o potencial da rede RBF na previsão do comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas em distintos valores de tensão normal inicial aplicada.

5.9 Disponibilização do modelo RBF

De modo a viabilizar o uso do modelo RBF, o arquivo de extensão *.m*, de origem do Matlab foi disponibilizado na nuvem³. O código-fonte do modelo está disposto no arquivo de extensão *.m*, sendo este comentado a cada etapa, de modo a facilitar a sua aplicação.

Ressalta-se que todas informações do modelo RBF estão armazenadas no arquivo de extensão *.mat*. Desta forma, para utilizá-lo, basta fazer download da pasta e inserir um arquivo com extensão *.dat* contendo os dados normalizados entre 0 e 1, com os intervalos máximos e mínimos de cada variável dispostos na Tabela 4.1. Posteriormente, deve-se chamar o *.dat* no arquivo *valida.m*, na opção *V=load* e em seguida, calcular o modelo. A saída é apresentada pelo termo *resultvalida*.

5.10 Conclusões Parciais

A presente etapa objetivou a obtenção de um modelo para a previsão do comportamento cisalhante para descontinuidades rochosas com e sem preenchimento, sob CNL e CNS através do desenvolvimento de modelos neurais a partir da rede RBF. Para tanto, foram criadas seis classes de dados, das quais, quatro delas considerava todas as variáveis de entrada, variando-se apenas as quantidades de dados para os conjuntos de treinamento e teste (80%/20% e 60%/40%) e a amplitude dos dados relativos a σ_c . As demais, tiveram os dados divididos em

³ https://drive.google.com/drive/u/1/folders/1TEb0wIKF-4jBL6Q5N4JT3FVGjims_nX1

80%/20% para treinamento e teste e foram suprimidas as variáveis ϕ_b e σ_c , de modo a avaliar a generalização da rede.

De modo geral, a retirada das variáveis de entrada ϕ_b e σ_c não afetou de forma significativa a generalização das redes em relação aos coeficientes de determinação, pois a quantidade de modelos com média geométrica superior a 0,95 foi aproximada a apresentada pelas classes que tiveram os dados de treinamento e teste divididos em 80%/20%, respectivamente. No entanto, em relação a contribuição das variáveis de entrada, a retirada desses parâmetros acarretou um aumento significativo da importância da σ_{n0} em relação as demais variáveis.

Em relação aos modelos desenvolvidos com percentuais de dados utilizados no treinamento e teste equivalentes a 60% e 40%, respectivamente, foi observado que a utilização de menos dados para treinamento e mais dados para o teste apresentaram um menor número de modelos com MG superior a 0,95. Porém, era esperado que esses modelos tivessem uma maior capacidade de generalização devido a essa divisão de dados, o que realmente aconteceu.

Para cada classe, foram selecionados os três modelos que apresentaram médias geométricas superiores a 0,95. Logo, foi apresentada contribuição média das variáveis de entrada nas saídas destas redes, bem como seus resultados comparados aos dados experimentais de Benmokrane e Ballivy (1989), Skinas, Bandis e Demiris (1990), Haque (1999), Oliveira *et al.* (2009), Mehrishal *et al.* (2016) e Shrivastava e Rao (2017). Os modelos que apresentaram boas interpolações foram posteriormente submetidos ao processo de validação através de descontinuidades hipotéticas, semelhantes as utilizadas por Dantas Neto *et al.* (2017), Matos (2018), Leite, Dantas Neto e Albino (2019a), Leite *et al.* (2019b) e Dantas Neto *et al.* (2022).

Em seguida, foram selecionados os modelos que apresentaram as melhores interpolações com os gráficos experimentais, bem como a coerência em relação a influência das variáveis de entrada. Os cinco modelos selecionados foram obtidos utilizando-se aberturas de 0,5 e erros médios quadráticos de 0,0002 e 0,003, referentes as classes A, B, E e F.

Com a finalidade de selecionar o modelo de melhor desempenho, adotou-se o modelo E1 para a previsão da variação da tensão cisalhante e dilatância de descontinuidades rochosas com e sem preenchimento, sob CNL e CNS, por ser mais abrangente, tendo em vista que contempla os dados de rochas brandas ($\sigma_c = 3,5$ MPa), e por ter uma capacidade maior de generalização devido ao fato de que mesmo usando menos dados para treinamento, foi obtida uma boa correlação para uma quantidade ainda maior de dados usados para o teste.

O referido modelo foi denominado modelo RBF e foi obtido através de 2098 padrões de entrada-saída, utilizando 60% para o conjunto de treinamento e 40% dos dados para o

conjunto de teste, com abertura de 0,5 e erro médio quadrático de 0,0002. Os coeficientes de determinação foram de 0,9848 e 0,9884 e 0,9729 e 0,9856 para as fases de treinamento e teste da tensão cisalhante e dilatância, respectivamente, apresentado, portanto, uma arquitetura de 8-182-2. A rede supracitada foi apresentada através da validação estatística, comparações gráficas entre os valores reais e preditos, bem como a representação gráfica do histograma de erros, do *box-plot* e da autocorrelação, que por sua vez, indicaram um modelo de excelente ajuste.

Sequencialmente, foi apresentada a comparação entre os dados experimentais e os modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019) utilizando descontinuidades hipotéticas. De modo geral, os resultados disponibilizados pelo modelo RBF apresentaram comportamento semelhante em relação aos modelos mencionados, apresentando uma boa compreensão das variáveis de entrada.

Por fim, comparado aos modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019) e ao modelo analítico de Indraratna e Haque (2000) através de descontinuidades idealizadas. Para ambas as variáveis de interesse, o modelo RBF se ajustou melhor aos dados experimentais quando comparado aos modelos neurais e analítico analisados.

6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste capítulo são apresentadas as conclusões obtidas nesse trabalho, a partir dos objetivos almejados. Ao fim, são tecidas as sugestões para pesquisas futuras que podem ser feitas, baseadas no estudo desenvolvido.

6.1 Conclusões

As RNAs são ferramentas capazes de aprender fenômenos complexos e resolver problemas não-linearmente separáveis. Dentre os seus mais diversos tipos, a rede RBF tem se tornado um dos seus exemplos notáveis, desse modo, foi empregada como uma ferramenta alternativa as demais já utilizadas para estimar o comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas, tendo em vista a sua estrutura simples, treinamento rápido e boa generalização.

Os modelos foram implementados em um código-fonte construído em linguagem específica MATLAB e foram desenvolvidos em função dos dados oriundos de ensaios de cisalhamento direto em larga escala executados por diversos autores. Os dados utilizados na elaboração do modelo apresentaram uma boa variabilidade, contemplando amostras obtidas sob CNL e CNS, bem como descontinuidades com e sem preenchimento, e abrangendo ainda amostras de rochas lisas, rugosas e extremamente ásperas, bem como rochas brandas e duras.

Para a previsão da tensão cisalhante (τ_s), bem como a dilatância da descontinuidade (δ_v), as variáveis utilizadas foram a rigidez normal de contorno (k_n), a relação entre a espessura do preenchimento e a altura da aspereza (t/a), a tensão normal inicial (σ_{n0}), o coeficiente de rugosidade da descontinuidade (JRC), a resistência à compressão uniaxial da rocha intacta (σ_c), o ângulo de atrito básico (ϕ_b), o ângulo de atrito do preenchimento (ϕ_{fill}) e o deslocamento cisalhante (δ_h).

Foram construídas 300 redes distintas, desenvolvidas sob diferentes configurações, sendo essas estabelecidas por meio da supressão de dados, da retirada de variáveis e da mudança quantidade de dados voltados ao conjunto de treinamento e teste. De acordo com a análise de sensibilidade, foi verificado que as variáveis de entrada de maior relevância para os modelos desenvolvidos foram a σ_{n0} e o JRC .

Foi observado que apesar dos valores altos dos coeficientes de determinação, nenhum modelo das Classes C e D, nos quais foram excluídas as variáveis ϕ_b e σ_c , respectivamente, apresentaram a capacidade de compressão dos modelos, portanto, não representaram adequadamente o comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas.

Dentre os modelos desenvolvidos, cinco deles apresentaram boa correlação com os dados experimentais e representaram de forma satisfatória o comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas, sendo eles pertencentes as Classes A, B, E e F. Contudo, foi selecionado o modelo mais abrangente, sendo ele o modelo E1 (8-182-2), denominado modelo RBF. O referido modelo contempla 2098 padrões de entrada-saída, e seus dados foram divididos em 60% para treinamento e 40% para teste, respectivamente e tem como variáveis de entrada k_n , t/a , σ_{n0} , JRC , σ_c , ϕ_b , ϕ_{fill} , δ_h .

O modelo RBF apresenta coeficientes de determinação de 0,9848 e 0,9884 para as fases de treinamento e teste da tensão cisalhante, respectivamente, e de 0,9729 e 0,9866 para os dados de treinamento e teste da dilatância. Ressalta-se que o modelo em questão foi obtido com uma abertura de gaussiana de 0,5 e um erro médio quadrático de 0,0002 e teve seus pesos sinápticos e bias obtidos com 182 neurônios ocultos. As variáveis que apresentaram maior relevância na resposta da rede para ambas as variáveis de saída foram σ_{n0} , o JRC e o k_n .

As análises estatísticas realizadas por meio dos coeficientes de determinação, histogramas de erros, *box-plot* e autocorrelação indicaram um modelo de excelente ajuste, podendo este ser aplicado na previsão da variação da tensão cisalhante e dilatância com o deslocamento cisalhante de descontinuidades rochosas com e sem preenchimento, sob CNL e CNS.

Através de descontinuidades hipotéticas, os resultados fornecidos pelo modelo selecionado foram comparados aos de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019). Suas estimativas representaram de forma satisfatória a tendência esperada para a tensão cisalhante e para dilatância em função da modificação dos parâmetros governantes. O modelo RBF apresentou um comportamento semelhante em relação aos modelos supracitados, conferindo uma boa compreensão das variáveis de entrada.

A aplicação do modelo RBF torna-se mais abrangente quando comparado aos modelos de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2019) devido a quantidade de padrões de entrada-saída utilizados, contemplando também dados de descontinuidades preenchidas, e com resistência uniaxial da rocha de 3,5 MPa, que permitem a sua aplicação em descontinuidades de rochas brandas.

Por fim, os resultados fornecidos pelo modelo RBF foram comparados aos resultados oriundos do modelo analítico de Indraratna e Haque (2000), e dos modelos neurais de Dantas Neto *et al.* (2017) e Leite (2017), considerando uma descontinuidade sem preenchimento sob CNS de característica branda. De modo geral, o modelo RBF se ajustou melhor aos dados experimentais quando comparado ao modelo analítico e aos modelos neurais mencionados em todas as condições de tensão normal inicial, apresentando o potencial da rede RBF na previsão

do comportamento cisalhante das discontinuidades rochosas em distintos valores de tensão normal inicial aplicada.

De modo a facilitar o acesso ao modelo desenvolvido, o arquivo executável em linguagem MATLAB foi disponibilizado via link. Desse modo, é possível utilizar quaisquer dados desde que estejam normalizados entre 0 e 1, e dispostos em arquivos de extensão de texto (*.dat*). A limitação do modelo RBF é que não foram considerados fatores importantes que vêm sendo investigados recentemente e que também influenciam o comportamento cisalhante, sendo estes fatores relacionados ao material de preenchimento (grau de compactação, saturação e coesão) e ao efeito do intemperismo nas paredes das discontinuidades rochosas.

Em suma, o referido modelo não se apresenta de forma substitutiva aos métodos analíticos e gráficos existentes, e tampouco a execução de ensaios de cisalhamento direto em larga escala, mas como uma ferramenta alternativa no apoio a tomada de decisão na análise e no dimensionamento de obras geotécnicas executadas em rochas, podendo ser utilizada de forma paralela devido a sua praticidade e necessidade de variáveis de fácil obtenção em campo.

6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Para a melhoria e validação dos resultados obtidos, seguem as seguintes recomendações para pesquisas futuras:

- Incluir mais variáveis pertinentes ao comportamento cisalhante das discontinuidades rochosas, a exemplo do grau de compactação, coesão e saturação do material de preenchimento;
- Incrementar mais dados relativos a discontinuidades com e sem preenchimento, principalmente de rochas duras para maior poder de aprendizado e representatividade de modelos neurais;
- Aplicar os modelos em situações práticas na mecânica das rochas;
- Empregar o modelo em discontinuidades reais que sofreram falhas devido ao escorregamento para verificação dos resultados e possíveis melhorias;
- Realizar análises de estabilidade de taludes rochosos rompidos reais com discontinuidades e condições de contorno diversas a fim de verificar a acurácia dos modelos;
- Aplicar o conjunto de regressores, de modo a considerar a média dos modelos de melhor desempenho;
- Considerar distintos valores de abertura para cada neurônio, de modo a analisar a sua capacidade de generalização.

REFERÊNCIAS

AFANTITIS, A.; MELAGRAKI, G.; MAKRIDIMA, K.; ALEXANDRIDIS, A.; SARIMVEIS, H.; IGGLESSI- MARKOPOULOU, O. Prediction of high weight polymers glass transition temperature using RBF neural networks. **Journal of Molecular Structure: THEOCHEM**, v. 716, n. 1-3, p. 193-198, 2005.

ALBINO, M.C. **Desenvolvimento de modelos neuro-fuzzy para a previsão do comportamento cisalhante das descontinuidades rochosas**. 2020. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2020.

BARTON, N. R. The shear strength of rock and rock joints. **Int. J. Rock Mech. Min. Sci.**, v. 13, n. 9, p. 255-279, 1976.

BARTON, N. R. A review of the shear strength of filled discontinuities in rock. **Norwegian Geotechnical Institute Publication**, n. 105, p. 1-38, 1973a.

BARTON, N. R. A Review of a New Shear-Strength Criterion for Rock Joints. **Engineering Geology**, v. 7, n. 4, p. 287-332, 1973b.

BARTON, N. R.; CHOUBEY, V. The shear strength of rock joints in theory and practice. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, v. 10, n. 1-2, p. 1-54, 1977.

BARTON, N. R.; BANDIS, S. C. Review of predictive capabilities of JRC-JCS model in engineering practice. IN: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ROCK JOINTS, 1990, Rotterdam. **Proceedings...** Loen, Balkema, Rotterdam: Barton N. e Stephansson O. (eds), 1990, p. 603-610.

BEGONHA, A.; SEQUEIRA BRAGA, M. A. Weathering of the Oporto granite: geotechnical and physical properties. **Catena**, v. 49, n. 1-2, p. 57-76, 2002.

BENADROS, A. G.; KALIAMPAKOS, D. C. Modeling TBM performance with artificial neural networks. **Tunneling and Underground Space Technology**, v.19, n. 6, p. 597-605, 2004.

BENMOKRANE, B.; BALLIVY, G. Laboratory study of shear behaviour of rock joints under constant normal stiffness conditions. **Rock Mechanics as a Guide for Efficient Utilization of Natural Resources**, Khair, Balkema, Rotterdam, p. 899-906, 1989.

BRAGA, F. D. (2019). **Uso de redes neurais de funções de base radial e regressão linear múltipla para a previsão de propriedades mecânicas de vergalhões de aço**. 2019. 64 f. Monografia (Graduação em Engenharia Metalúrgica) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

BRAGA, A.; CARVALHO, A.; LUDERMIR, T. **Redes Neurais artificiais: Teoria e aplicações**, Livro Técnico e científico: Rio de Janeiro, 2000.

BUHMANN, M.D. **Radial Basis Functions: Theory and Implementations**, Cambridge University Press, 2003.

BISHOP, C. M. **Neural Networks for Pattern Recognition**. Oxford University Press Inc., USA, NY - New York, 1995.

BISHOP, C.M. **Neural Networks for Pattern Recognition**. Oxford University Press Inc., USA, NY - New York, reprinted 1997.

BISHOP, Chistopher M. **Neural Networks for Pattern Recognition**. Oxford University Press Inc., USA, NY - New York, reprinted 1999.

BROOMHEAD, D. S.; LOWE, D. Multivariable functional interpolation and adaptive networks. **Complex systems**, v. 2, p. 321-355, 1988.

CAI, J. G.; ZHAO, J. Use of neural networks in rock tunneling. In: 9TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER METHODS AND ADVANCES IN GEOMECHANICS. A.A. **Proceedings...**Balkema: Rotterdam; 1997. p. 629–34.

CHAOWANAWATEE, K.; HEEDNACRAM, A. Implementation of cuckoo search in RBF neural network for flood forecasting, 2012. In: FOURTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE, COMMUNICATION SYSTEMS AND NETWORKS (CICSyN), IEEE, p.22-26, 2012.

CHEN, C. F. N.; COWAN.; P. M. GRANT. Orthogonal least squares learning algorithm for radial basis function networks, **IEEE Transactions on Neural Networks**, vol. 2, n. 2, p. 302-309, 1991.

CUS, F.; ZUPERL, U. Approach to optimization of cutting conditions by using artificial neural networks. **Journal of Materials Processing Technology**, v.173, n.3, 281–290, 2016.

DA SILVA, L. C.; PEDROSA-SOARES, A. C.; TEIXEIRA, L. R.; ARMSTRONG, R. Tonian rift-related, A-type continental plutonism in the Araçuaí Orogen, eastern Brazil: New evidence for the breakup stage of the São Francisco–Congo Palecontinent. **Gondwana Research**, v.13, n. 4, p.527–537, 2008.

DANTAS NETO, S. A.; AMÂNCIO, L. B.; JACQUES, G. Pile Settlement Modeling with Multilayer Perceptrons. **EJGE**, v.19, p. 4517-4528, 2014.

DANTAS NETO, A. S.; INDRARATNA, B.; OLIVEIRA, D. A. F. Prediction of the Shear Behaviour of Clean Joints in Soft Rocks Using Perceptron. In: VII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE MECÂNICA DAS ROCHAS, 2016, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, Minas Gerais: SBMR, 2016. p. 1817-1831.

DANTAS NETO, S. A.; INDRARATNA, B.; OLIVEIRA, D. A. F.; ASSIS, P. Modelling the Shear Behaviour of Clean Rock Discontinuities Using Artificial Neural Networks. **Rock Mech.Rock Eng.**, v. 50, p. 1817-1831, 2017.

DANTAS NETO, S. A.; ALBINO, M.C.; LEITE, A.R.S.; ABREU, A. A. Development of neuro-fuzzy models for predicting shear behavior of rock joints. **Soil and Rocks**, v.45, p. 1-13, 2022.

DIAS, M. P. A.; INÁCIO, M.J.; CARVALHO JÚNIOR, A.B. Aplicação de redes neurais artificiais para previsão da incidência solar na cidade de Belo Horizonte. **Braz. J. of Develop.**, Curitiba, v. 6, n. 7, p. 52603-52615, 2020.

DING, S.; XU, X.; ZHU, H.; WANG, J.; JIN, F. Studies on Optimization Algorithms for Some Artificial Neural Networks Based on Genetic Algorithm (GA). **Journal of Computers**, v. 6, n. 5, p. 939–946, 2011.

DUNCAN, J. M.; CHANG, C. Y. Non-linear analysis of stress and strain in soils. **J. Soil Mech. Found. Div.**, ASCEE 96, n. 5, p. 1629-1653, 1970.

EL-MOUNAYRI, H.; KISHAWY, H.; BRICENO, J. Optimization of CNC ball end milling: a neural network-based model. **Journal of Materials Processing Technology**, v.166, n. 1, p.50-62, 2005.

ERMINI, L.; CATANI, F.; CASAGLI, N. Artificial neural networks applied to landslide susceptibility assessment. **Geomorphology**, v. 66, n. 1–4, p. 327–43, 2005.

ERZIN, Y.; RAO, B. H.; SINGH, D. N. Artificial neural network models for predicting soil resistivity. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 47, n. 10, p. 1347-1358, 2008.

FATHI, V.; MONTAZER, G. A. An improvement in RBF learning algorithm based on PSO for real time applications. **Neurocomputing**, v.111, p. 169–176, 2013.

FERREIRA, A. A. **comparação de arquiteturas de redes neurais para sistemas de reconhecimento de padrões em narizes artificiais**. 2004. 119f. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação. Universidade Federal de Pernambuco, Recife - PE. 2004.

FERREIRA, J. A. B. **Redes neurais artificiais aplicadas em aprendizagem de trajetória em robótica móvel**. 2020. 111f. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Sistemas Mecatrônicos, Universidade de Brasília, Brasília – DF. 2020.

FERNÁNDEZ-NAVARRO, F.; HERVÁS-MARTÍNEZ, C.; SANCHEZMONEDERO, J.; GUTIÉRREZ, P. A. MELM-GRBF: a modified version of the extreme learning machine for generalized radial basis function neural networks. **Neurocomputing**, v.74, p. 2502-2510, 2011.

FIGUEIREDO, A. V. P. **Comparação estatística de performance de métodos de redes neurais para sistema de olfação biológica**. 2007. 66 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.

FISHMAN, Y. A. Shear resistance along rock mass discontinuities: results of large-scale field tests. **International journal of rock mechanics and mining sciences** (1997), v. 41, n. 6, p. 1029–1034, 2004.

FORRESTER, A. I. J.; SOBESTER, A.; KEANE, A. J. **Engineering design via surrogate modelling: a practical guide**. [S.l.]: Wiley, 2008.

FORTE, V. L; MELO, G. P; MARIANO, R. Aplicação da Função de Autocorrelação na Determinação de Parâmetros de Entrada em Rede RBF na Predição de Séries Temporais. In: XXVIII CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL. Santo Amaro, SP, 2005.

FLECK, L.; TAVARES, M.H. F.; EYNG, E.; HELMANN, A. Redes Neurais Artificiais:

Princípios Básicos. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia**, v. 1, n. 13, p. 47-57, 2016.

GAN, M.; PENG, H.; CHEN, L. A hybrid global–local optimization approach to parameter estimation of RBF-type models. **Information Sciences**, v. 197, p. 144–160, 2012.

GETAHUN, M. A.; SHITOTE, S. M.; ABIERO GARIY, Z. C. Artificial neural network based modelling approach for strength prediction of concrete incorporating agricultural and construction wastes. **Construction and Building Materials**, v. 190, p. 517–525, 2018.

GONG, L., NEMCIK, J.; REN, T. Numerical Simulation of the Shear Behaviour of Rock Joints Filled with Unsaturated Soil. **Int. J. Geomech.**, v. 18, n. 9. 16, p. 2018.

GRASSELLI, G.; EGGER, P. Constitutive law for the shear strength of rock joints based on three-dimensional surface parameters. **International Journal of Rock Mechanics e Mining Sciences**, v. 40, n. 1, p. 25-40, 2003.

GUERRERO, D. A. G. **Comportamento geomecânico das rochas brandas sob fluência da Mina N4E – Carajás/PA**. 2014. 151 f. Dissertação (Mestrado em Geotecnia) - Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2014.

HAGAN, M.T.; DEMUTH, H.B.; BEALE, M.H. **Neural network design**, PWS Publishing Co., Boston. 1996.

HAQUE, A. **Shear Behaviour of Soft Rock Joints under Constant Normal Stiffness**. 1999. Tese (Doutorado) - University of Wollong. Department of Civil, Mining and Environmental Engineering. Wollogong, Austrália, 1999.

HAYKIN, S. **Neural Networks and Learning Machines**. 3 ed, p. 1-263, New York: Prentice Hall, 2009.

HAYKIN, S. **Neural Networks: A Comprehensive Foundation**, ed. 2, Prentice-Hall, 1999.

HAYKIN. **Neural networks for radar signal processing**. [S.l.]: John Wiley amp; Sons, 2012.

HAYKIN, S. **Redes neurais: princípios e prática**. 2 ed. Porto Alegre, Bookman, 2001.

HAYKIN, S. **Neural Networks: A Comprehensive Foundation**. [S.l.]: Macmillan Publishing, 1994.

HEIDARI, M.; MOMENI, A. A.; NASERI, F. New weathering classifications for granitic rocks based on geomechanical parameters. **Engineering Geology**, v. 166, pp. 65– 73, 2013.

HESHMATI, A. A. R.; ALAVI, A. H.; KERAMATI, M.; GANDOMI, A. H. A Radial Basis Function Neural Network Approach for Compressive Strength Prediction of Stabilized Soil. **Geotechnical special publication**. n. 91. p. 147-153. 2009.

HESHMATI, H.; TORABMOSTAEDI, M.; GILANI, H. G. Kinetic, isotherm, and thermodynamic investigations of uranium (VI) adsorption on synthesized ion-exchange chelating resin and prediction with an artificial neural network. **Desalination e Water Treatment**, v. 55, n. 4, p. 1076-87, 2015.

HECHT-NELSEN, R. **Neurocomputing**. Massachusetts, United States: Addison-Wesley Publishing Company, Reading, 1990.

HU· G. Y.; XU· Y.Y.; PAN· H.P.; SHUANG, F. Decoupling research on a flexible tactile sensor array with novel structure. 4th International Conference on Mechanics and Mechatronics Research (ICMMR 2017). IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 224 (2017) 012045.

HUSH, D. R.; HORNE, B. G. Progress in Supervised Neural Networks - What's New Since Lippmann? **IEEE Signal Processing Magazine**, Janeiro de 1993, p. 8-39.

INDRARATNA, B.; HAQUE, A.; AZIZ, N. Laboratory modelling of shear behaviour of soft joints under constant normal stiffness conditions. **Geotechnical and Geological Engineering**, v. 16, p. 17-44, 1998.

INDRARATNA, B.; HAQUE, A.; AZIZ, N. Shear behaviour of idealized infilled joints under constant normal stiffness. **Géotechnique**, Thomas Telford Ltd, v. 49, n. 3, p. 331–355, 1999.

INDRARATNA, B.; HAQUE, A. Experimental and numerical modeling of shear behaviour of rock joints, **GeoEng 2000**, 2000. CD-ROM.

INDRARATNA, B.; JAYANATHAN, M.; BROWN, E. T. Shear strength model for overconsolidated clay-infilled idealised rock joints. **Géotechnique**, v. 58, n. 1, p. 55-65, 2008a.

INDRARATNA, B.; OLIVEIRA, D. A. F.; BROWN, E. T. A shear-displacement criterion for soil-infilled rock discontinuities. **Géotechnique**, v. 60, n. 8, p. 623-633, 2010a.

INDRARATNA, B.; OLIVEIRA, D. A. F.; BROWN, E. T.; ASSIS, A. P. Effect of soil-infilled joints on the stability of rock wedges formed in a tunnel roof. **Int. J. Rock Mech. Min. Sci.**, v. 47, n.5, p. 739-751, 2010b.

INDRARATNA, B.; OLIVEIRA, D. A. F.; JAYANATHAN, M. Revised Shear Strength Model for Infilled Rock Joints Considering Overconsolidation Effect. In: 1ST SOUTHERN HEMISPHERE INTERNATIONAL ROCK MECHANICS SYMPOSIUM SHIRMS, 1, 2008, Perth, **Proceedings...** Perth, Australia: SHIRMS, 2008b. p. 16-19.

INDRARATNA, B.; PREMADASA, W.; BROWN, E. T. Shear Behaviour of Rock Joints with Unsaturated Infill. **Géotechnique**, v. 3, n. 15, p. 1356-1360. 2013.

INDRARATNA, B.; PREMADASA, W.; BROWN, E. T.; GENS, A.; HEITOR, A. Shear strength of rock joints influenced by compacted infill. **Int. J. Rock Mech. Min. Sci.**, v. 70, p. 296-307, 2014.

INDRARATNA, B.; KUMARA, C.; ZHU, S. P.; SLOAN, S. Mathematical Modeling and Experimental Verification of Fluid Flow through Deformable Rough Rock Joints, **Int. J. Geomech.**, v. 15, n. 4, p. 04014065-1-04014065-11, 2015.

INDRARATNA, B.; WELIDENIYA, H.; BROWN, E. A shear strength model for idealized infilled joints under constant normal stiffness. **Géotechnique**, v. 55, n. 3, p.215–226, 2005.

ISMAIL, M. K. A.; MOHD-NORDIN, M. M.; MD HASAN, A. S.; ALBAR, A.; RAZALI, M. Shear strength behaviour of rock joint material influenced by different weathering grade. **Journal of Physics: Conference Series**, v.1349, 9 p., 2019.

JAYANATHAN, M. **Shear behaviour of normally consolidated and overconsolidated infilled rock joints under undrained triaxial conditions**, 2571 Tese (Doutorado) -School of Civil, Mining and Environmental Engineering, University of Wollongong, Wollongong. 2007.

KANJI, M. Unconventional laboratory tests for the determination of the shear strength of soil-rock contacts. In: CONFERENCE. 4F, IT, 22R. PROC. THIRD CONGRESS. INT. SOC. ROCK MECH. DENVER. v.1. 2, p. 241-247, 1974.

KAVAKLIOGLU, K.; KOSEOGLU, M. F.; CALISKAN, O. Experimental investigation and radial basis function network modeling of direct evaporative cooling systems. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 126, p. 139–150, 2018.

KAWASE, K. H. F. **Aplicação de redes neurais RBF e MLP na análise de evasão discente do curso de Sistemas de Informação da UFRRJ**. 2015. 59 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica-RJ, 2015.

KITAYAMA, S.; ARAKAWA, M.; YAMAZAKI, K. Sequential approximate optimization using radial basis function network for engineering optimization. **Optimization and Engineering**, v. 12, n. 4, p. 535–557, 2010.

KURBAN, T.; BEŞDOK, E. A comparison of RBF neural network training algorithms for inertial sensor based terrain classification. **Sensors**, v. 9, p. 6312-6329, 2009.

KOHONEN, T. **Self-Organizing Maps**, Springer Verlag (Berlim), 2nd edition, 1997.

LADANYI, B.; ARCHAMBAULT, G. Simulation of shear behaviour of a jointed rock mass. In: 11TH SYMPOSIUM ON ROCK MECHANICS, 1969. **Proceedings...** Urbana, Illinois, 1969, p. 105-125.

LADANYI, B.; ARCHAMBAULT, G. Shear Strength and Deformability of Filled Indented Joints. In: INT. SYMP. ON GEOTECHNICS OF STRUCTURALLY COMPLEX FORMATIONS. 1977, Berkeley, **Proceedings...** Alexandria, VA: American Rock Mechanics Association Press, 1977. p. 317-326.

LAZZARIN, L. N. A. **Método ensemble baseado em redes neurais artificiais para estimação de internações por doenças respiratórias**. 2019. 115f. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa – PR. 2019.

LEITE, A. R. S.; DANTAS NETO, S. A. A predictive model for the peak shear strength of infilled soft rock joints developed with a multilayer perceptron. **Soils and Rocks**, v. 43, p. 575–589, 2020.

LEITE, A.R.S.; DANTAS NETO, S.A.; ALBINO, M.C. Modelo de rede neural artificial para previsão do comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas. In: XL IBERO-LATIN

AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING (CILAMCE). Belo Horizonte, Brazil: ABMEC. p. 1-13, 2019.

LEITE, A.R.S., DANTAS NETO, S.A., POLEMIS JUNIOR, K.; OLIVEIRA, C.M.O. Study on the shear behaviour of rock joints using different models of artificial neural networks. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON ROCK MECHANICS AND ROCK ENGINEERING (pp. 2707-2714). Salzburg, Austria: ISRM. 2019.

LIN, H.; DAI, Q.; ZHENG, L.; HONG, H.; DENG, W.; WU, F. Radial basis function artificial neural network able to accurately predict disinfection by-product levels in tap water: Taking haloacetic acids as a case study, **Chemosphere**, v. 248, n. 2, p. 125999, 2020.

MACQUEEN, J. B. Some methods for classification and analysis of multivariate observations, In: Proc. of the 5th BERKELEY SYMPOSIUM ON MATHEMATICAL STATISTICS AND PROBABILITY, University of California Press, vol. 1, p. 281–297, 1967.

MAIA, P. C. A. **Avaliação do comportamento geomecânico e de alterabilidade de enrocamentos**. 2001. Doutorado (Tese). Programa de Pós-Graduação em Ciências da Engenharia Civil. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC, Rio de Janeiro, RJ, 2001.

MAJDI, A.; REZAEI, M. Prediction of unconfined compressive strength of rock surrounding a roadway using artificial neural network. **Neural Computing and Applications**, v. 23, n. 2, p. 381–389, 2013.

MATOS, Y. M. P. **Desenvolvimento de modelos de previsão do comportamento cisalhante em descontinuidades sem preenchimento de maciços rochosos utilizando técnicas fuzzy e neuro-fuzzy**. 2018. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.

MATOS, Y. M. P.; DANTAS NETO, S. A.; BARRETO, G. A. Previsão da Dilatancia em Descontinuidades de Maciços Rochosos Utilizando Técnicas Fuzzy. **V Congresso Brasileiro de Sistemas Fuzzy (CBSF)**, Fortaleza, Ceará, Brasil, 2018a.

MATOS, Y. M. P. DANTAS NETO, S. A.; BARRETO, G. A. Desenvolvimento de um Modelo Fuzzy para Previsão da Dilatancia em Descontinuidades Sem Preenchimento em Maciços Rochosos, **Simposio Brasileiro de Mecânica das Rochas (SBMR 2018)**. Salvador, Bahia. Brasil, 2018b.

MATOS, Y. M. P.; DANTAS NETO, S. A.; BARRETO, G. A. A Takagi-Sugeno fuzzy model for predicting the clean rock joints shear strength, **REM - Int. Eng. J.**, v. 72, o. 2, p. 193-198, 2019a.

MATOS, Y. M. P.; DANTAS NETO, S. A.; BARRETO, G. A. Predicting the Shear Strength of Unfilled Rock Joints with the First-Order Takagi-Sugeno Fuzzy Approach. **Soils and Rocks**, v. 42, n. 1, p. 21-29, 2019b.

MAULENKAMP, F.; GRIMA, M. A. Application of neural networks for the prediction of the unconfined compressive strength (UCS) from Equotip hardness. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 36, n. 1, p. 29–39, 1999.

MCCULLOCH, W.S.; PITTS, W. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. **Bull Math Biophys**, v. 5, p. 115–133, 1943.

MENDES, G. A. R. **Otimização e previsão de parâmetros para definição do comportamento cisalhante de descontinuidades rochosas por meio de métodos meta-heurísticos e redes neurais artificiais**. 2021. 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil: Geotecnia) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Geotecnia, Fortaleza, 2021.

MEHRISHAL, S.; SHARIFZADEH, M.; SHAHRIAR, K.; SONG, J. J. An Experimental Study on Normal Stress and Shear Rate Dependency of Basic Friction Coefficient in Dry and Wet Limestone Joints. **Rock Mech. Rock Eng.**, v. 49, n. 12, p. 4607-4629, 2016.

MELAGRAKI, G.; AFANTITIS, A.; SARIMVEIS, H.; IGGLESSI-MARKOPOULOU, O.; ALEXANDRIDIS, A. A novel RBF neural network training methodology to predict toxicity to *Vibrio fischeri*. **Molecular Diversity**, v. 10, n. 2, p. 213-221, 2006.

MENDONÇA, M. R. M.; TEIXEIRA, B.S.; QUADRELLI, G.; FRANCISS, R. Rede neural artificial aplicada à estimativa da pressão de poros de uma formação rochosa. **Revista do Instituto de Geociências – USP**, Geol. USP, Sér. cient., São Paulo, v. 21, n. 2, p. 4-58, 2021.

MICCHELLI, C. A. Interpolation of scattered data: Distance matrices and conditionally positive definite functions. *Constructive Approximation*, v. 2, p.11–22, 1986.

MISCEVIC, P.; VLASTELICA, G. Impact of weathering on slope stability in soft rock mass. **Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering**, v. 6, n. 3, p. 240- 250, 2014.

MOTA, J.F.; SIQUEIRA, P. H.; SOUZA, L. V.; VITOR, A. Uma rede neural de base radial baseada em computação evolucionária. In: XXXII CILAMCE: CONGRESSO IBERO LATINO AMERICANO DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS EM ENGENHARIA. Ouro Preto – MG, 2011.

MULGREW, B. Applying Radial Basis Functions. **IEEE Signal Processing Magazine**, p. 50-65, 1996

NAKAYAMA, H.; ARAKAWA, M.; SASAKI, R. Simulation-based optimization using computational intelligence. **Optimization and Engineering**, v. 3, n. 2, p. 201–214, 2002.

NASERI, S.; TATAR, A.; SHOKROLLAHI, A. Development of an accurate method to prognosticate choke flow coefficients for natural gas flow through nozzle and orifice type chokes. **Flow Measurement and Instrumentation**, v. 48, p. 1–7, 2016.

NEVES E CARVALHO, G.R. **Utilização de RNA RBF para predição de quantidade de água no solo**. 2010. 73f. Monografia (Graduação). Curso de Ciência da Computação. Faculdades Integradas de Caratinga. Caratinga - MG. 2010.

OCAK, I.; SEKER, S. E. Estimation of elastic modulus of intact rocks by artificial neural network. **Rock mechanics and rock engineering**, Springer, v. 45, n. 6, p. 1047–1054, 2012.

OLIVEIRA, O.C. **Desacoplamento de um gerador síncrono através de um controle adaptativo por modelo de referência baseado em funções de base radial**. Dissertação

(Mestrado). Programa de Pós-graduação em engenharia elétrica. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. 2011.

OLIVEIRA, D.; INDRARATNA, B. Comparison between models of rock discontinuity strength and deformation. **Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering**, American Society of Civil Engineers, v. 136, n. 6, p. 864–874, 2010.

OLIVEIRA, D. A. F.; INDRARATNA, B.; NEMCIK, J. Critical Review on Shear Strength Models for Soil-Infilled Joints. **Geomechanics and Geoengineering**, v. 4, n. 3, p. 237-244, 2009.

PACHECO, R. C S. **Hybrid Intelligent System for Prediction and Solving Financial Problems of Small Retail Firms**. Ph.D. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção - PPGEP, 1996.

PAPALIANGAS, T.; HENCHER, S. R.; LUMSDEN, A. C.; MANOLOPOULOU, S. The Effect of Frictional Fill Thickness on the Shear Strength of Rock Discontinuities. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomatics**, v. 30, n. 2, p. 81-91.1993.

PAPALIANGAS, T.; LUMSDEN A. C.; HENCHER, S. R.; MANOLOPOULOU, S. Shear Strength of Modelled Filled Rock Joints. In: INT. SYMP. ON ROCK JOINTS, 1990, Balkema, **Proceedings...** Balkeman, Rotterdam: Barton & Stephansson (eds), 1990. p. 275-282.

PATTON, F. D. Multiple modes of shear failure in rocks. In: 1ST CONG, INT. SOC. ROCK MECH., 1, 1966. Lisboa. **Proceedings...** Lisboa, Portugal: ISRM, 1966. p. 509-513.

PASSOS JÚNIOR, L.A.; COSTA, K. A. P.; ROSA, G. H.; PAPA, J. P. Obtenção De Neurônios De Redes Neurais De Base Radial Via Agrupamento de Dados por Floresta de Caminhos Ótimos. **Interciência e Sociedade**, v.4, n.1. 2015.

PHIEN-WEJ, N.; SHRESTHA, U.; RANTUCCI, G. Effect of infill thickness on shear behaviour of rock joints. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ROCK JOINTS**. [S.l.: s.n.], 1990. p. 289–294.

POSSETTI, G, R, C. **Sensor Inteligente a Fibra Ótica Para Análise da Qualidade da Gasolina Brasileira**. 2009. 115f. Dissertação (Mestrado). Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, PR, 2009.

POWELL, M.J.D. Radial Basis Functions Approximations to Polynomials. In: 12TH BIENNIAL NUMERICAL ANALYSIS CONFERENCE, **Proceedings...** 1987.

PRADO SOUZA, R. M. G. **Determinação Do Fator De Pico De Potência Utilizando Barras De Controle, Detectores Ex-Core e Redes Neurais**. Tese (Doutorado). Universidade de São Paulo (2005).

PREMADASA, W. N. **The influence of infill saturation on the shear strength of soil-infilled rock joints**. 297 f. Tese (Doutorado) -School of Civil. Mining and Environmental Engineering, University of Wollongong. Wollongong, 2013.

PREMADASA, W.; INDRARATNA, B. Shear Behaviour of Infilled Rock Joints Related to Partially Saturated Infill Conditions. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON GEOTECHNICAL ENGINEERING, 2015, Colombo, **Proceedings...** Colombo, United Kingdom: ICGE, 2015. CD-ROM.

QIN, Z., CHEN, X.; FU, H.; HU, S.; WANG, J. Slope Stability Analysis Based on the Radial Basis Function Neural Network of the Cerebral Cortex. **NeuroQuantology**, v. 16, n. 5, p. 734-740, 2018.

RAM, B. K.; BASU, A. Shear Behaviour of Unfilled-Planar Quartzitic Rock Joints with Reference to Weathering Grade of Joint Surfaces. **Rock Mechanics and Rock Engineering**. p. 1-10, 2019.

RAUTENBERG, S.; MEDEIROS, L. F.; IGARASHI, W.; TODESCO, J. L.; GAUTHIER, F.O.; BASTOS, R. C. Aplicação iterativa do algoritmo AINET de sistemas imunológicos artificiais na construção de uma rede neural com função de base radial. **Sociedade Brasileira de Inteligência Computacional**, p. 1-6, 2016.

ROWE, P.W., BARDEN, I., LEE, I.K. Energy components during the triaxial cell and direct shear tests. **Géotechnique**, v. 14, n.3, p. 247-261, 1964.

ROSENBLATT, F. The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain. **Psychological Review**, v.65, n. 6, p. 386-408, 1958.

SADAGHIANI, M. H.; NAFISI, A. The Effects of Water Moisture Content of Filling Material, Infill Thickness, and Normal Stress on Shear Behavior of Filled Joints. **Electronic Journal of Geotechnical Engineering**, v. 19. p. 7011-7019. 2014.

SAEB, S.; AMADEI, B. Modelling rock joints under shear and normal loading. **Int. J. Rock Mech. Min. Sci.**, v. 29, n. 3, p. 267-278, 1992.

SAFARNEJAD, A.; HORMOZI-NEZHAD, M. R.; ABDOLLAHI, H. Radial basis function-artificial neural network (RBF-ANN) for simultaneous fluorescent determination of cysteine enantiomers in mixtures. **Spectrochimica Acta Part A: Molecular and Biomolecular Spectroscopy**, n.26. p.1-10. 2021. <https://doi.org/10.1016/j.saa.2021.120029>

SANEI, M.; FARAMARZI, L.; FAHIMIFAR, A.; GOLI, S.; MEHINRAD, A.; RAHMATI, A. Shear strength of discontinuities in sedimentary rock masses based on direct shear tests. **International Journal of Rock Mechanics e Mining Sciences**, v. 75, p. 119-131, 2015.

Sayadi, A.; Monjezi, M.; Talebi, N.; Khandelwal, M. A comparative study on the application of various artificial neural networks to simultaneous prediction of rock fragmentation and backbreak. **Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering** v, 5, p. 318-324, 2013.

SAYAHI, T.; TATAR, A.; BAHRAMI, M. A. RBF model for predicting the pool boiling behavior of nanofluids over a cylindrical rod heater. **International Journal of Thermal Sciences**, v.99, p. 180-194, 2016.

SCHWENKER, F.; KESTLER, H. A.; PALM, G. Three learning phases for radial-basis-function networks. **Neural Networks**, v. 14, n. 4-5, p. 439-458, 2001.

SEIDEL, J.; HABERFIELD, C. The application of energy principles to the determination of the sliding resistance of rock joints. **Rock mechanics and rock engineering**, Springer, v. 28, n. 4, p. 211–226, 1995.

DA SILVA, C. H. C.; LOPES, M. C.; LANA, M. S.; PEREIRA, L. C. Mecanismos de Ruptura em Taludes de Mina – O Caso da Mina Córrego do Sítio. IN: V CONGRESSO BRASILEIRO DE MINA A CÉU ABERTO, V CONGRESSO BRASILEIRO DE MINA SUBTERRÂNEA E O WORKSHOP BARRAGENS DE REJEITO. Belo Horizonte, 2008.

SITTON, J. D.; ZEINALI, Y.; STORY, B. Rapid soil classification using artificial neural networks for use in constructing compressed earth blocks. **Construction and Building Materials**, v. 138. p.214–221. 2017.

SHRIVASTAVA, A. K.; RAO, K. S. Physical Modeling of Shear Behavior of Infilled Rock Joints Under CNL and CNS Boundary Conditions. **Rock Mech. Rock Eng.**, v. 51, n. 1, p. 101-118, 2017.

SKINAS, C. A.; BANDIS, S. C.; DEMIRIS, C. A. Experimental Investigations and Modelling of Rock Joint Behaviour Under Constant Stiffness. In: Barton, Stephanson (eds). **Rock joints**, Balkema Publisher, Rotterdam. p. 301-307, 1990.

SMITH, K. A.; GUPTA, J. N. D. Neural networks in business: techniques and applications for the operations researcher. **Computers & Operations Research**, v. 27, p.1023-1044, 2000.

SOUZA, L. P.; BATISTA, P. V. C.; SILVA, P, C. L. A New Heuristic for Radius Estimation in RBF Neural Networks. In: XVIII ENCONTRO NACIONAL DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL E COMPUTACIONAL. At: **Online Event**. 2021.

SOUZA, W. M.; RIBEIRO, A. J. A.; DA SILVA, C. A. U. Use of ANN and visual-manual classification for prediction of soil properties for paving purposes. **International Journal of Pavement Engineering**. v. 21, p. 1-9, 2020.

SOARES, D. G. TEIVE, R. C. G. Estudo Comparativo entre as Redes Neurais Artificiais MLP e RBF para Previsão de Cheias em Curto Prazo. **Revista de Informática Teórica e Aplicada**, v.22, n.2, p. 67-86, 2015.

TERCI, R. T. **Aplicação de redes neurais no circuito da moagem em uma usina de pelotização**. 2017. 80f. Trabalho de Conclusão de Curso (Monografia). Curso de engenharia de produção. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, Caracica – ES. 2017.

THEODORIDIS, S.; KOUTROUMBAS, K. **Pattern Recognition**, 1^a ed., Academic Press, San Diego, 1999, p. 120–126, 482-484.

TOLEDO, P. D.; FREITAS, M. D.; CGCOL. Laboratory testing and parameters controlling the shear strength of filled rock joints. **Geotechnique**, Thomas Telford Ltd, v. 43, n. 1, p. 1–19,1993.

TURCATO, A, C. **Desenvolvimento de uma metodologia baseada em redes neurais artificiais para a identificação de anomalias em redes de comunicação Profinet**. 115 2015. 218

f. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade de São Paulo, São Carlos - SP, 2015.

VIEIRA, F. H. T., LEMOS, R.P., LING, L.L. Aplicação de Redes Neurais RBF Treinadas com Algoritmo ROLS e Análise Wavelet na Predição de Tráfego em Redes Ethernet. Proceedings of the VI Brazilian Conference on Neural Networks - VI Congresso Brasileiro de Redes Neurais pp. 145–150, June 2–5, 2003 – Centro Universitário da FEI, São Paulo - SP - Brazil

VITÓRIA, L. S. **Aplicação de redes neurais do tipo função de base radial simples com poucos neurônios na previsão da temperatura de transição vítrea de boratos de metais alcalinos**. 2022. 123f. Dissertação (mestrado), Programa de Pós-Graduação em Física, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão – SE, 2022.

WANG, X.; WANG, R.; ZHANG, Z. Numerical Analysis Method of Shear Properties of Infilled Joints under Constant Normal Stiffness Condition **Advances in Civil Engineering**, v 2018, 13 p., 2018.

WIDROW, B.; HOFF JR, M. E. **Adaptive switching circuits**. 1960 IRE Western Electric Show and Convention Record, Part 4, pp. 96-104, Aug. 23, 1960

YU, H.; XIE, T.; PASZCZYNSKI, S.; WILAMOWSKI, B.M. Advantages of radial basis function networks for dynamic system design, **Ind. Electron. IEEE Trans.** v.58, n.2, p. 5438-5450, 2011.

ZHANG, H.; YU, T. Prediction of subgrade elastic moduli in different seasons based on BP neural network technology. **Road Materials and Pavement Design**, v. 19, n. 8, p. 1-18, 2016. DOI: 10.1080/14680629.2016.1259122.

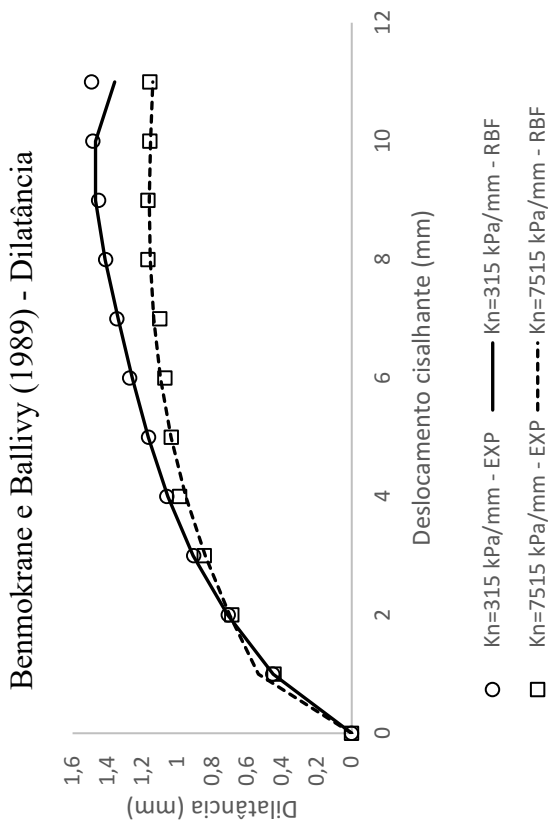
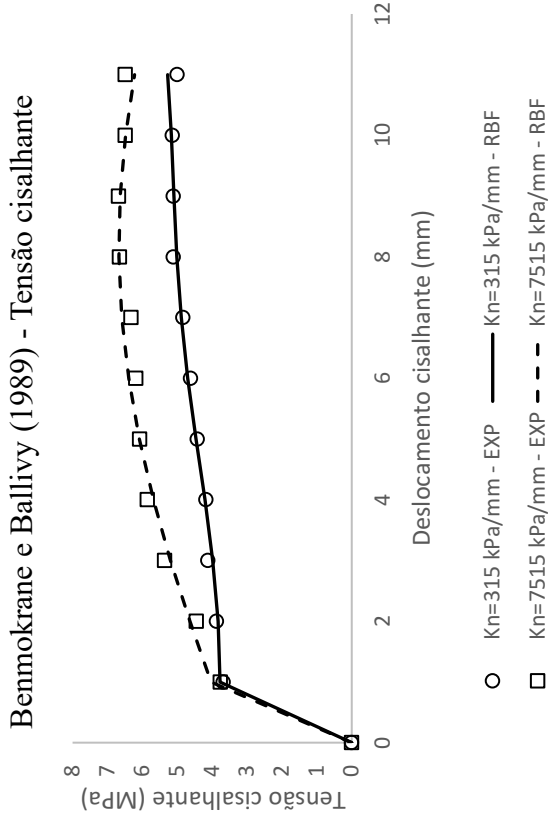
ZHOU, J.; BEJARBANEH, B. Y.; ARMAGHANI, D. J.; TAHIR, M. Forecasting of tbn advance rate in hard rock condition based on artificial neural network and genetic programming techniques. **Bulletin of Engineering Geology and the Environment**, Springer, v. 79, p. 2069–2084, 2020.

ZURADA J. M. **Introduction to Artificial Neural Systems**. (1ª ed). New York: West Publishing Company, 1992.

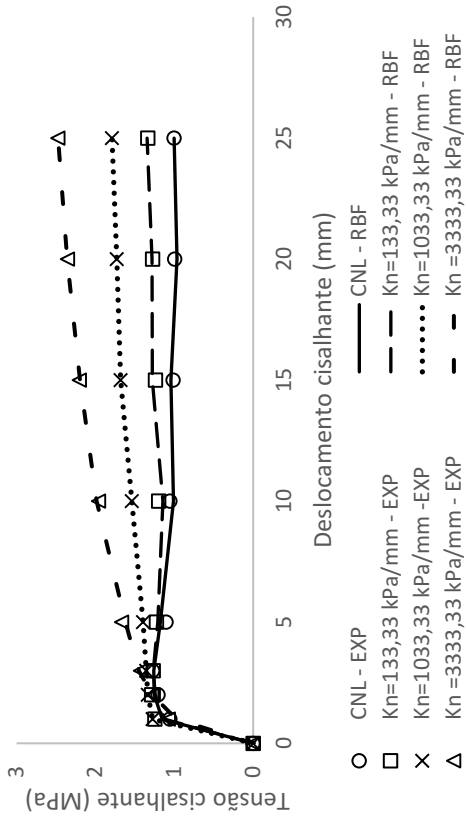
APÊNDICE A- INTERPOLAÇÃO DOS GRÁFICOS DAS MELHORES ARQUITETURAS

Comparação gráfica entre os resultados fornecidos pelos modelos neurais selecionados e os ensaios de cisalhamento direto das descontinuidades rochosas executados por Benmokrane e Ballivy (1989), Sikinas, Bandidis e Demiris (1990), Haque (1999), Oliveira, Indraratna e Nemcick (2009), Mehrishal *et al.* (2016) e Shrivastava e Rao (2017).

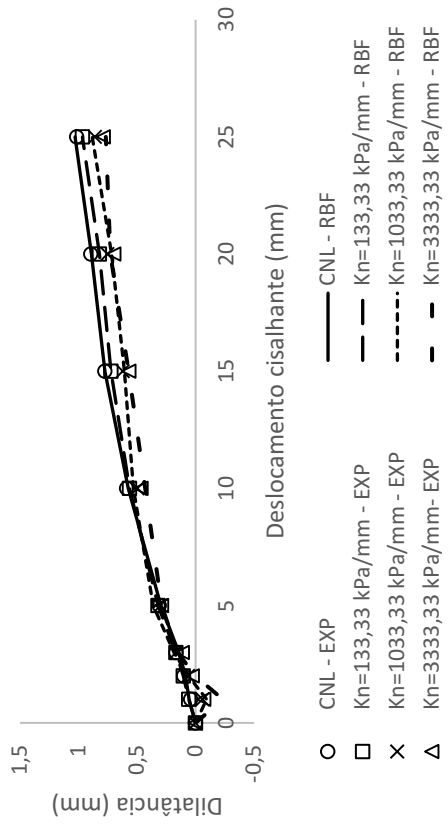
MODELO A1 – ARQUITETURA: 8-242-2 – GRÁFICOS



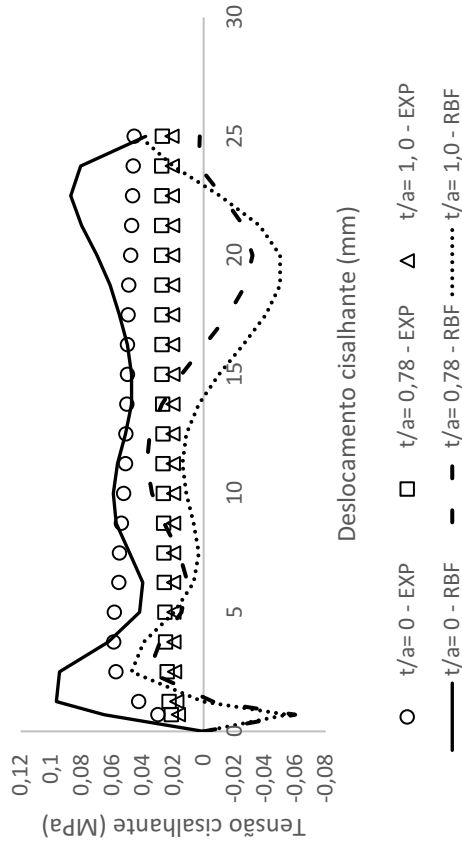
Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Tensão cisalhante



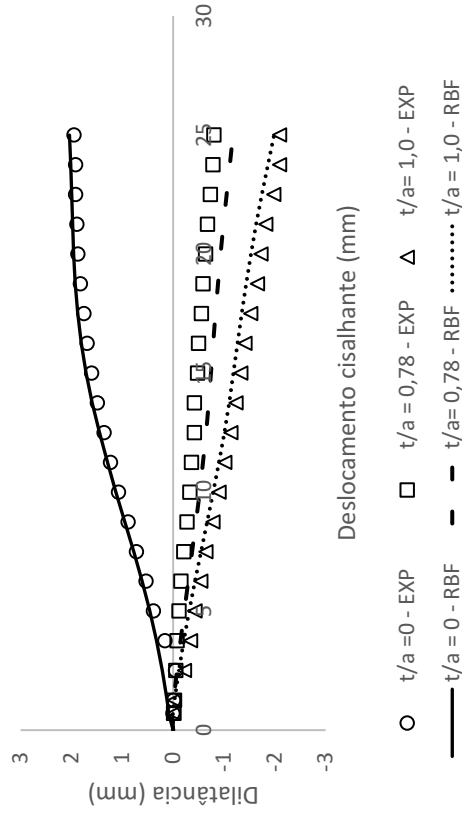
Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Dilatância



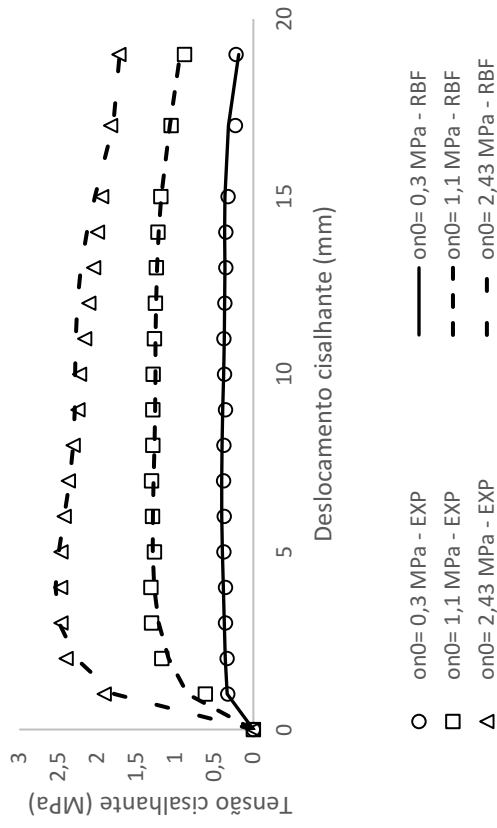
Papaliangas et al. (1993) - Tensão cisalhante



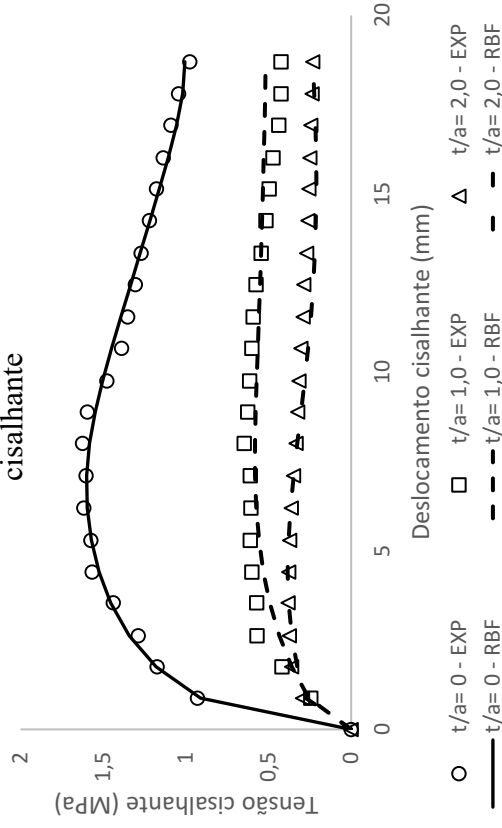
Papaliangas et al. (1993) - Dilatância



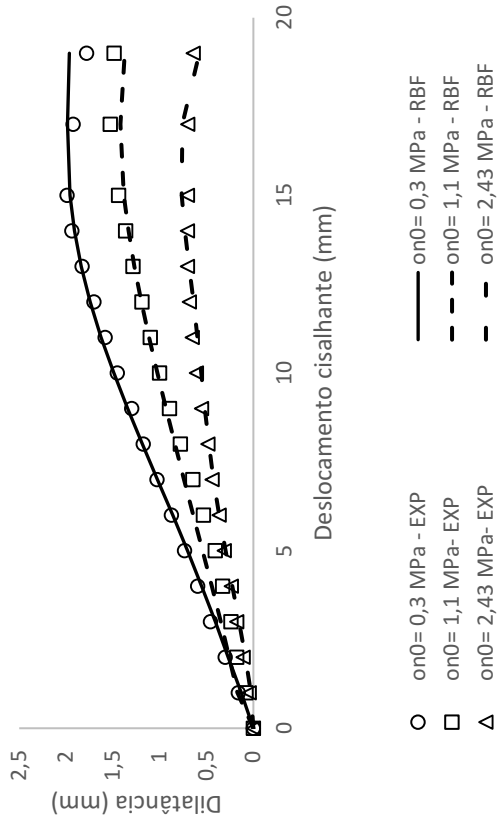
Haque (1999) - CNL - Tensão cisalhante



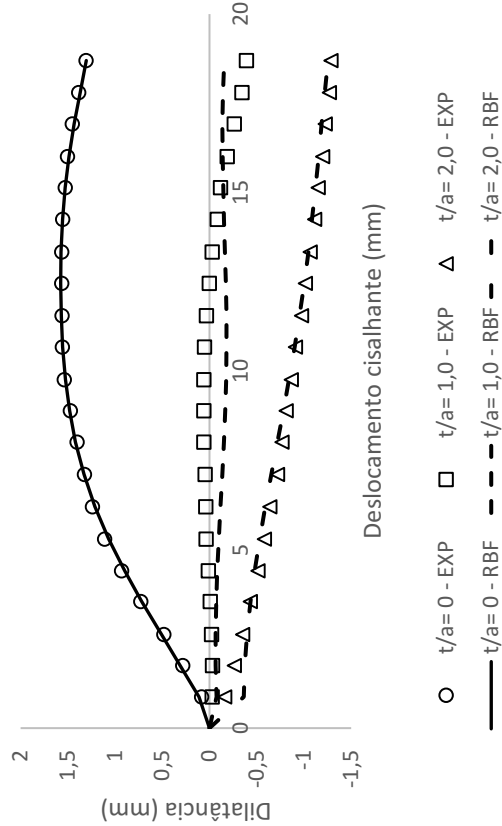
Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) - Tensão cisalhante



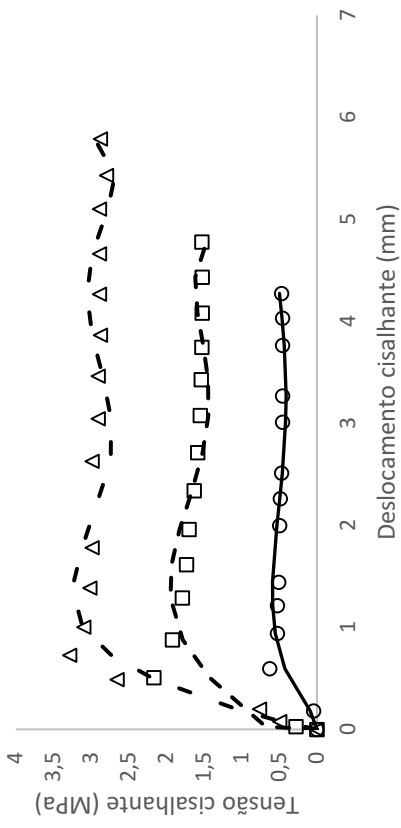
Haque (1999) - CNL - Dilatância



Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) - Dilatância

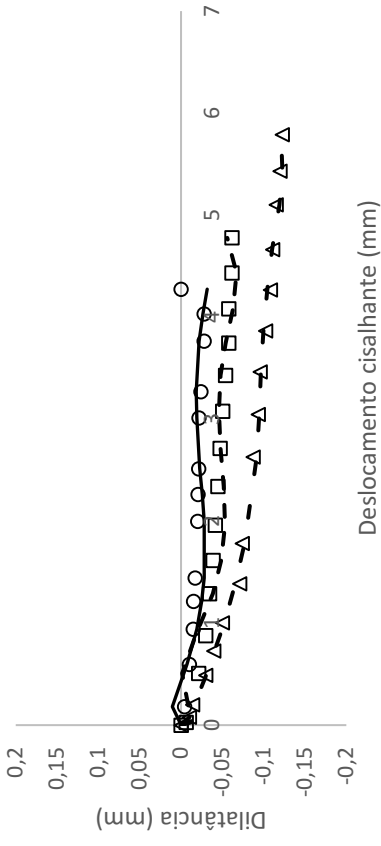


Mehrishal *et al.* (2016) - Tensão cisalhante



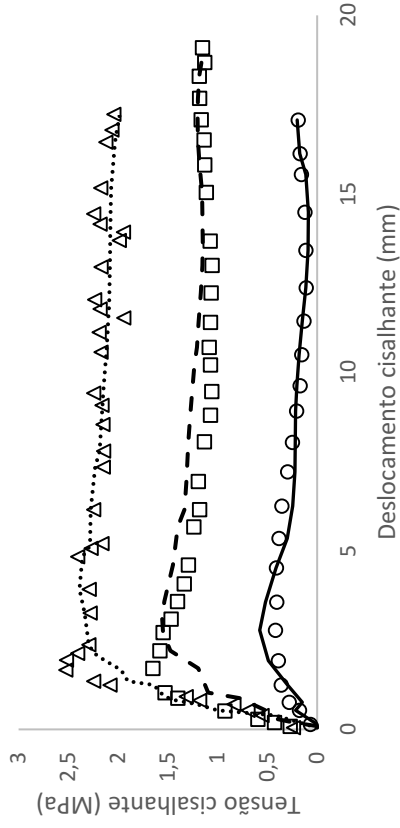
○ on0= 3,0 MPa - EXP □ on0= 15 MPa - EXP △ on0= 46,5 MPa - EXP
 — on0= 3,0 MPa- RBF - - - on0= 15 MPa- RBF - - - on0= 46,5 MPa- RBF

Mehrishal *et al.* (2016) - Dilatância



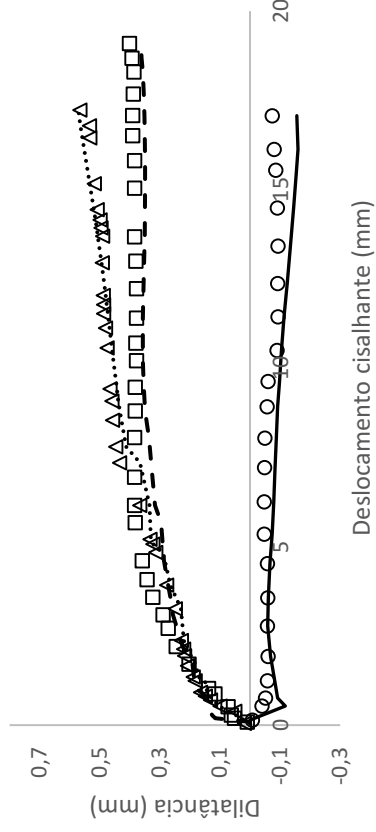
○ on0= 3,0 MPa - EXP □ on0= 15 MPa - EXP △ on0= 46,5 MPa - EXP
 — on0= 3,0 MPa- RBF - - - on0= 15 MPa- RBF - - - on0= 46,5 MPa- RBF

Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNL



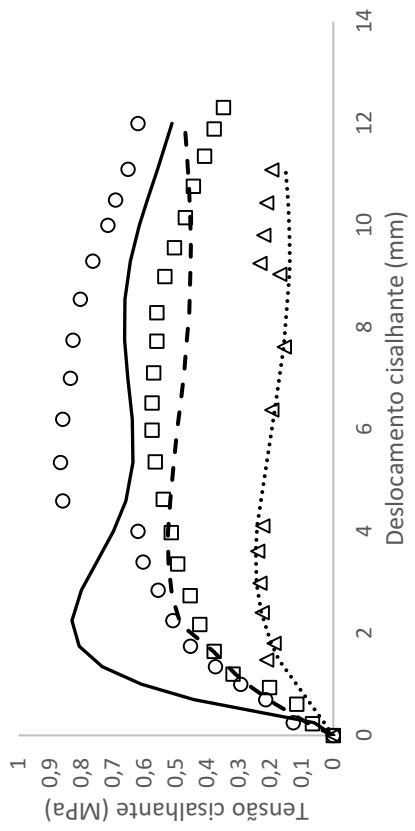
○ on0= 0,1 MPa - EXP □ on0= 1,02 MPa - EXP △ on0= 2,04 MPa - EXP
 — on0= 0,1 MPa - RBF - - - on0= 1,02 MPa - RBF on0= 2,04 MPa - RBF

Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância- CNL



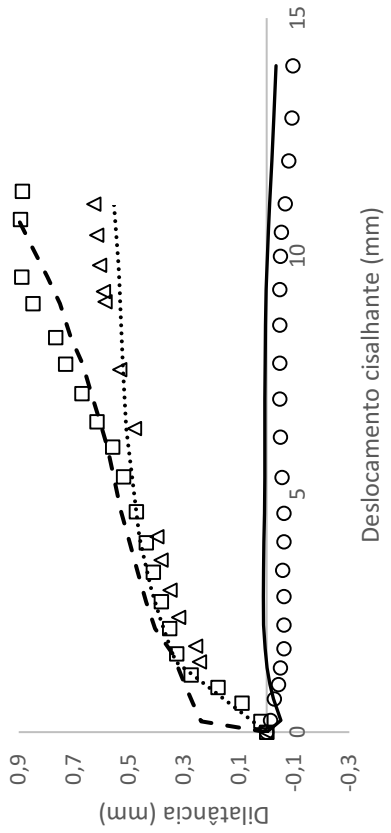
○ on0= 0,1 MPa - EXP □ on0= 1,02 MPa - EXP △ on0= 2,04 MPa - EXP
 — on0= 0,1 MPa - RBF - - - on0= 1,02 MPa - RBF on0= 2,04 MPa - RBF

Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNS



○ t/a=0 - EXP □ t/a=1,4 - EXP △ t/a=2,0 - EXP
 — t/a=0 - RBF - - t/a=1,4 - RBF t/a=2,0 - RBF

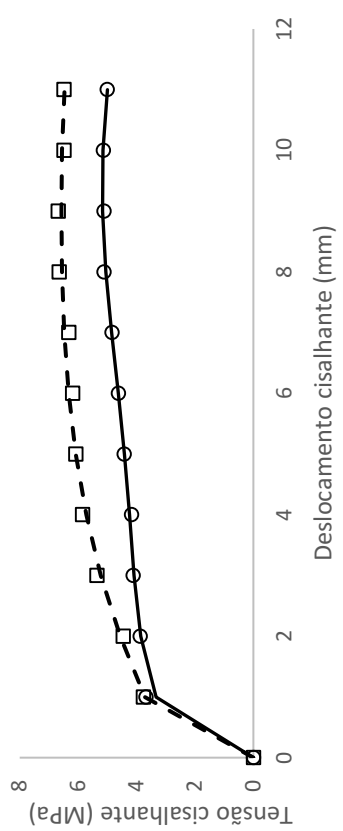
Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNS



○ t/a=0 - EXP □ t/a=1,4 - EXP △ t/a=2,0 - EXP
 — t/a=0 - RBF - - t/a=1,4 - RBF t/a=2,0 - RBF

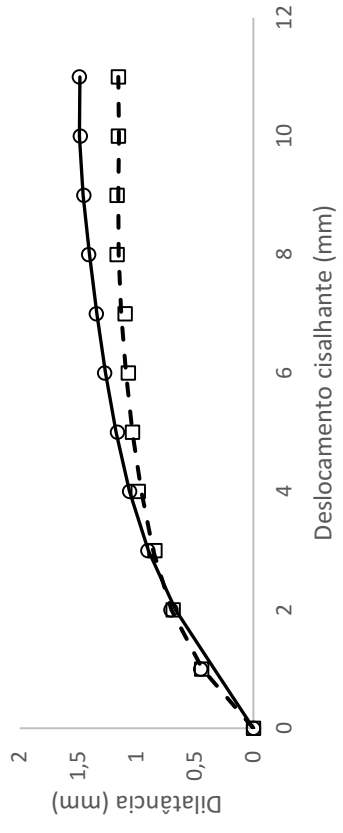
MODELO A2 – ARQUITETURA: 8-369-2 – GRÁFICOS

Benmokrane e Ballivy (1989) - Tensão cisalhante



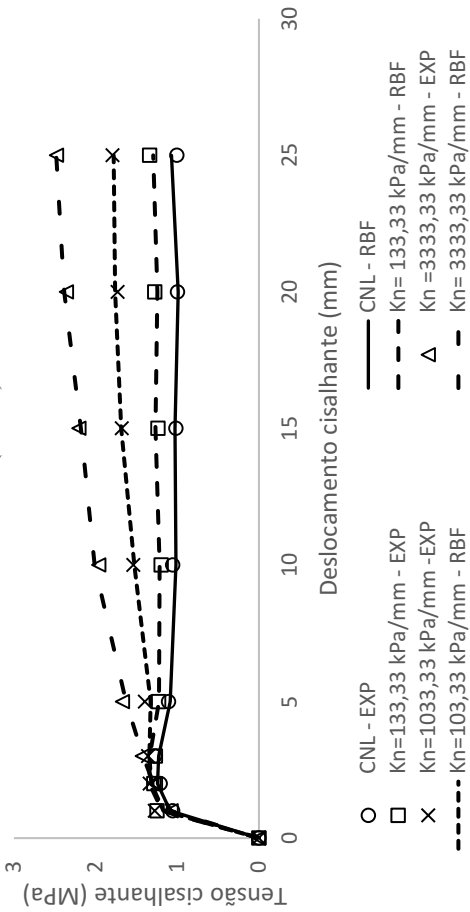
○ Kn=315 kPa/mm - EXP — Kn=315 kPa/mm - RBF
 □ Kn=7515 kPa/mm - EXP - - Kn=7515 kPa/mm - RBF

Benmokrane e Ballivy (1989) - Dilatância

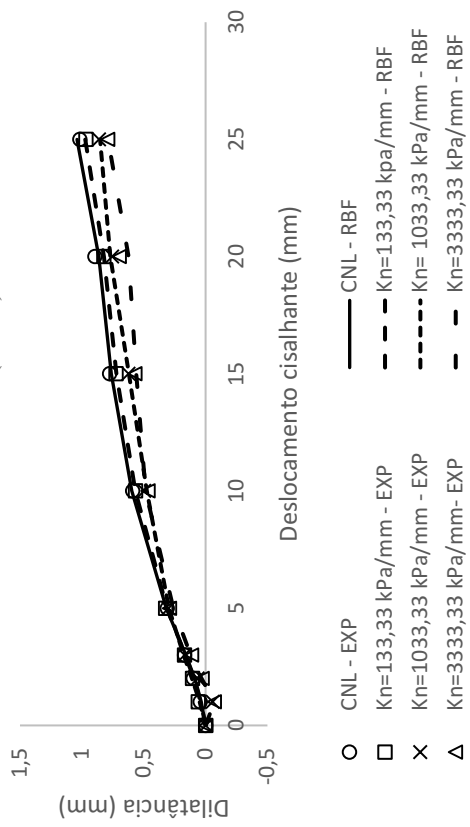


○ Kn=315 kPa/mm - EXP — Kn=315 kPa/mm - RBF
 □ Kn=7515 kPa/mm - EXP - - Kn=7515 kPa/mm - RBF

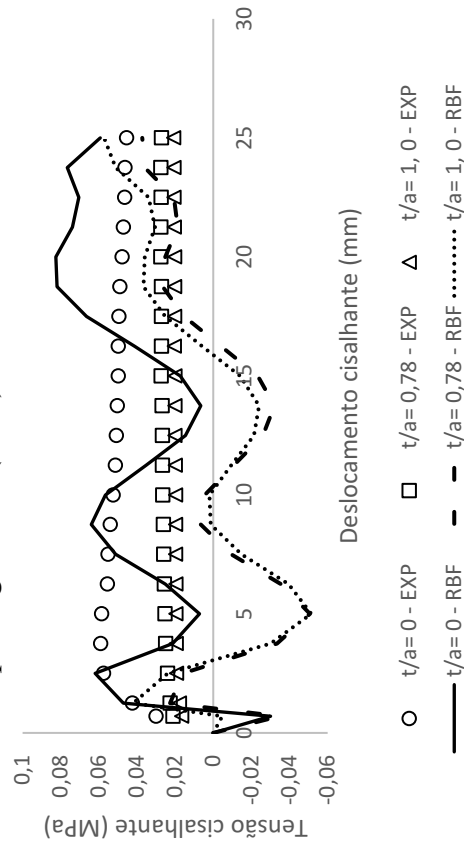
Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Tensão cisalhante



Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Dilatância



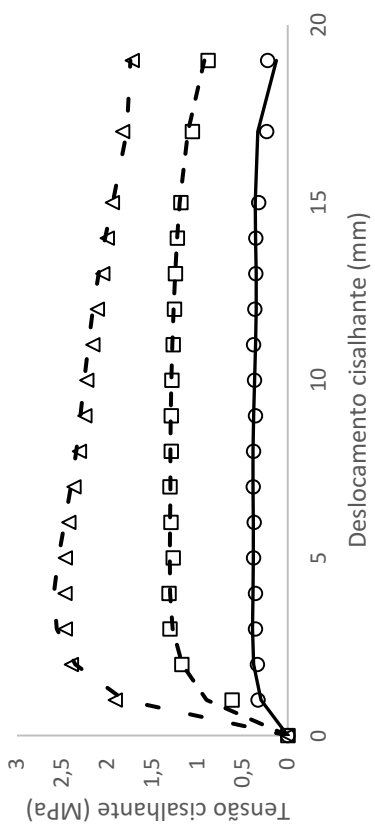
Papaliangas *et al.* (1993) - Tensão cisalhante



Papaliangas *et al.* (1993) - Dilatância

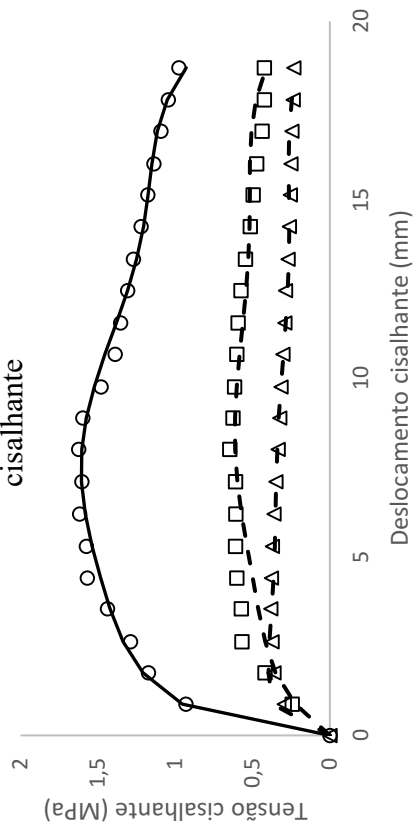


Haque (1999) - CNL - Tensão cisalhante



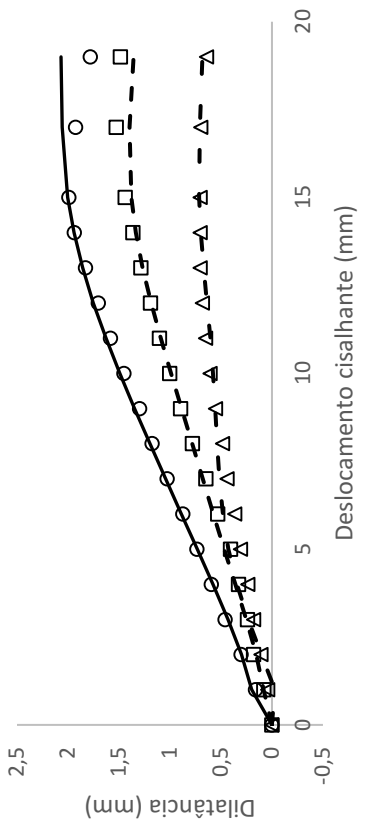
○ on0= 0,3 MPa - EXP — on0= 0,3 MPa - RBF □ on0= 1,1 MPa - EXP
 - - on0= 1,1 MPa - RBF △ on0= 2,43 MPa - EXP - - on0= 2,43 MPa - RBF

Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) - Tensão cisalhante



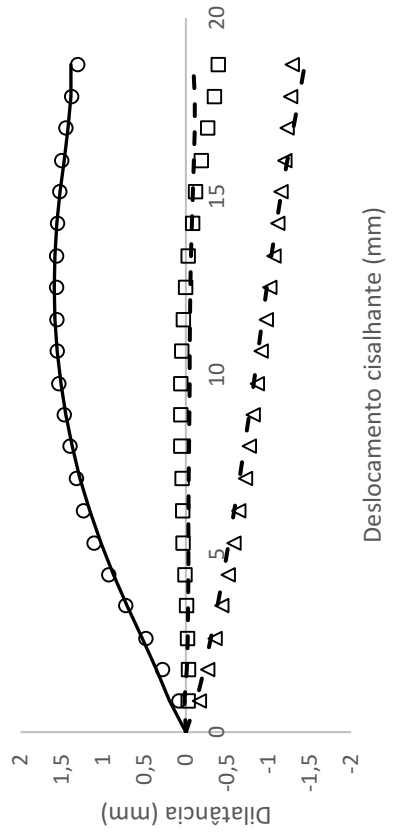
○ t/a= 0 - EXP □ t/a= 1,0 - EXP △ t/a= 2,0 - EXP
 — t/a= 0 - RBF - - t/a= 1,0 - RBF - - t/a= 2,0 - RBF

Haque (1999) - CNL - Dilatância



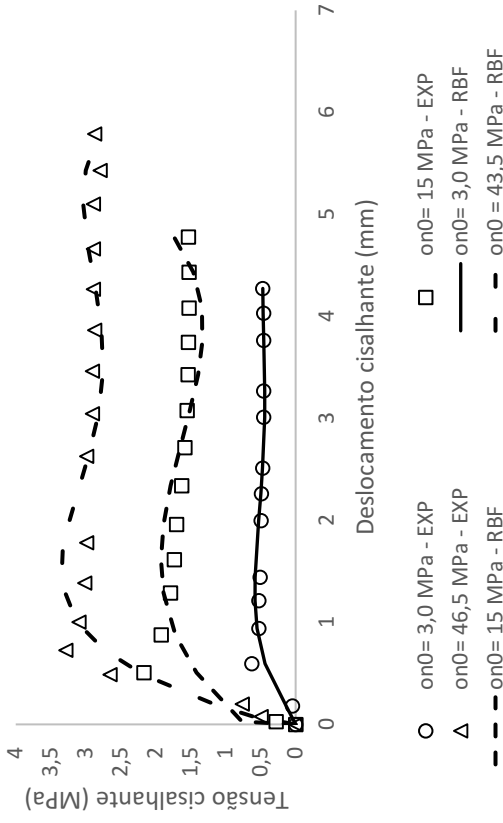
○ on0= 0,3 MPa - EXP — on0= 0,3 MPa - RBF □ on0= 1,1 MPa - EXP
 - - on0= 1,1 MPa - RBF △ on0= 2,43 MPa - EXP - - on0= 2,43 MPa - RBF

Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) - Dilatância

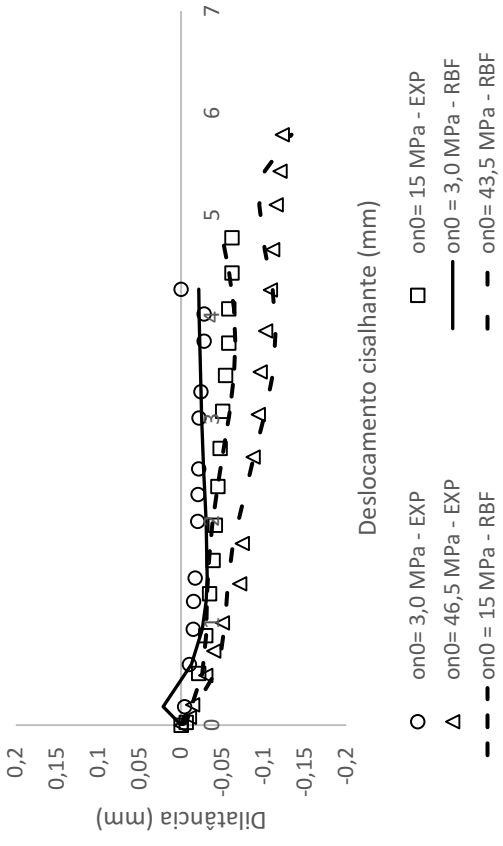


○ t/a= 0 - EXP □ t/a= 1,0 - EXP △ t/a= 2,0 - EXP
 — t/a= 0 - RBF - - t/a= 1,0 - RBF - - t/a= 2,0 - RBF

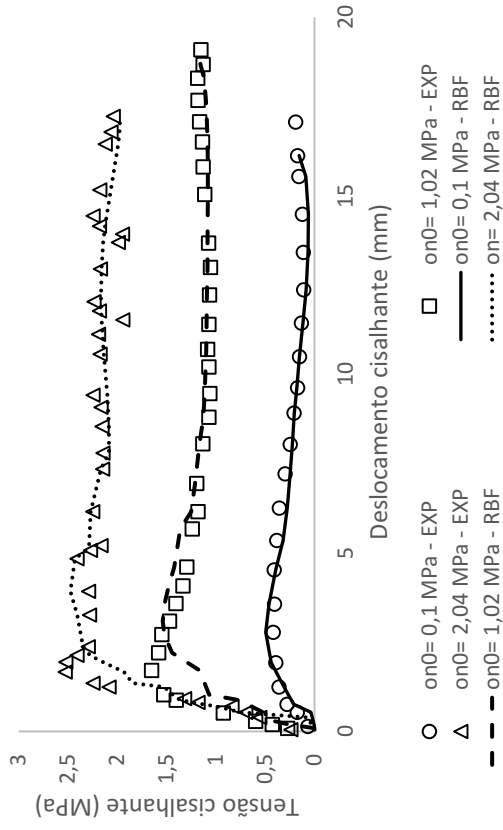
Mehrishal *et al.* (2016) - Tensão cisalhante



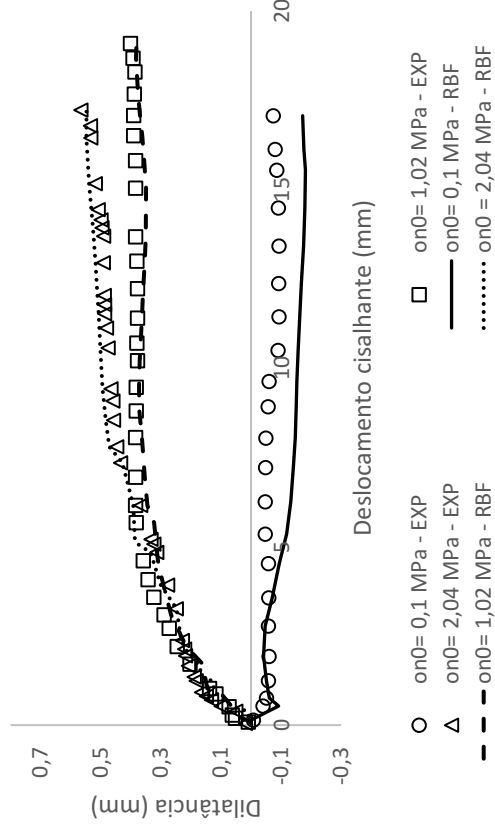
Mehrishal *et al.* (2016) - Dilatância



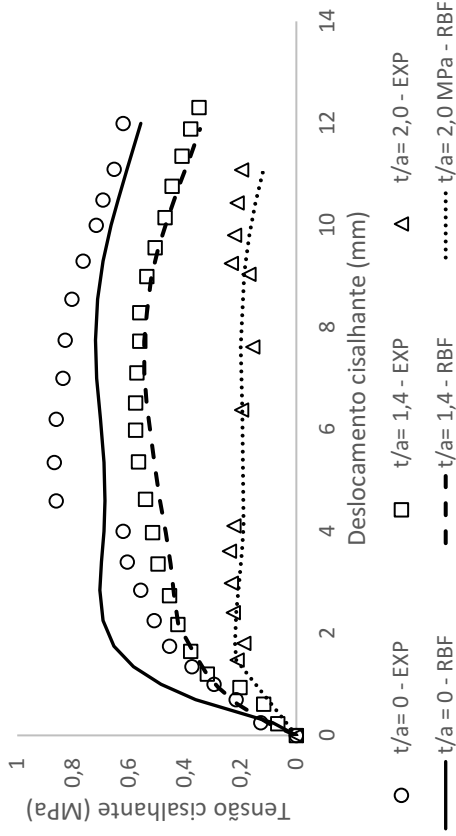
Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNL



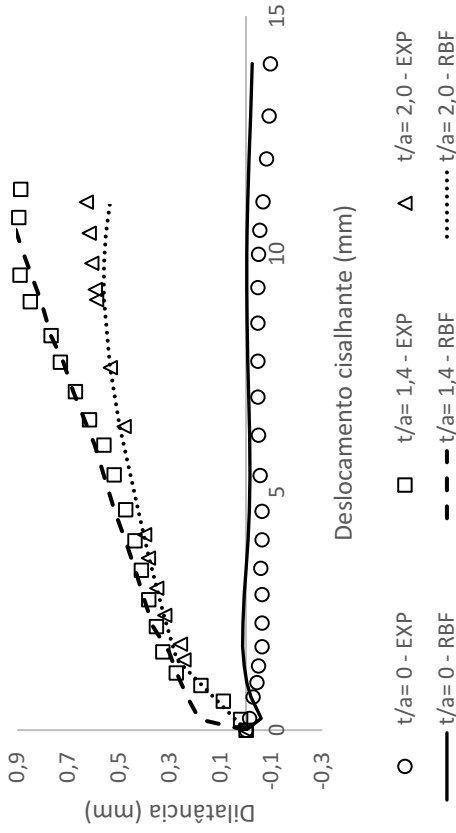
Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância- CNL



Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNS

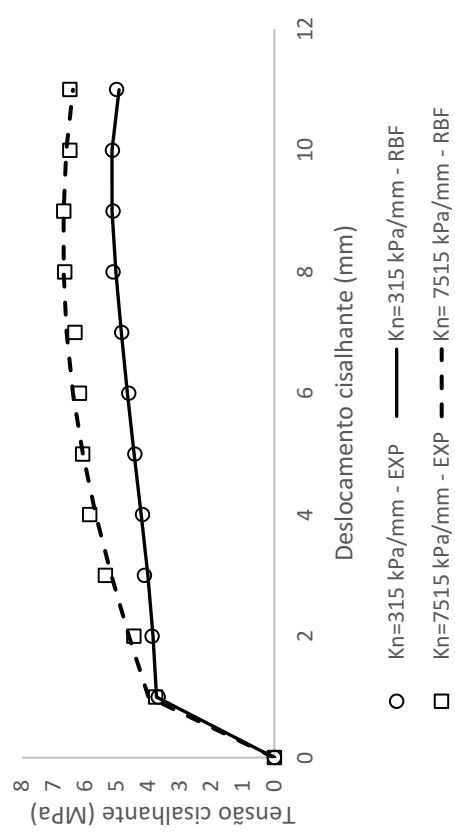


Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNS

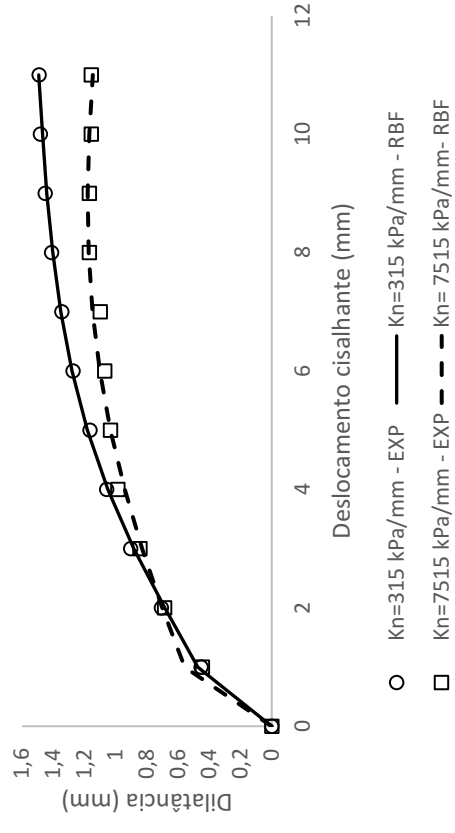


MODELO B1 – ARQUITETURA: 8-291-2 – GRÁFICOS

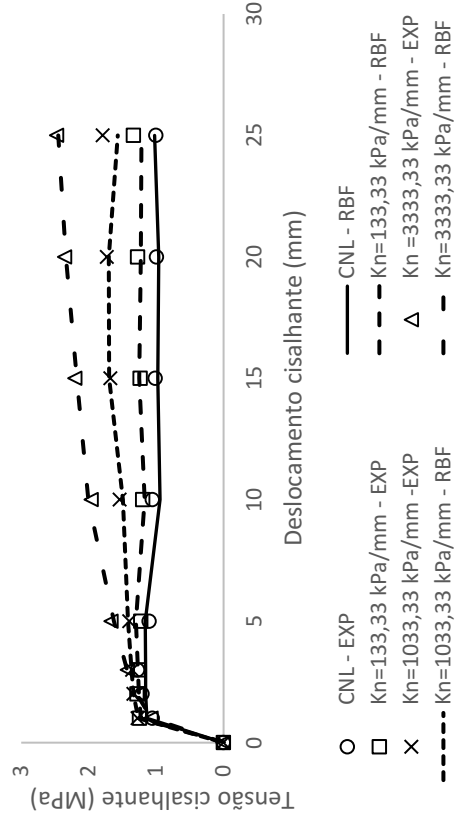
Benmokrane e Ballivy (1989) - Tensão cisalhante



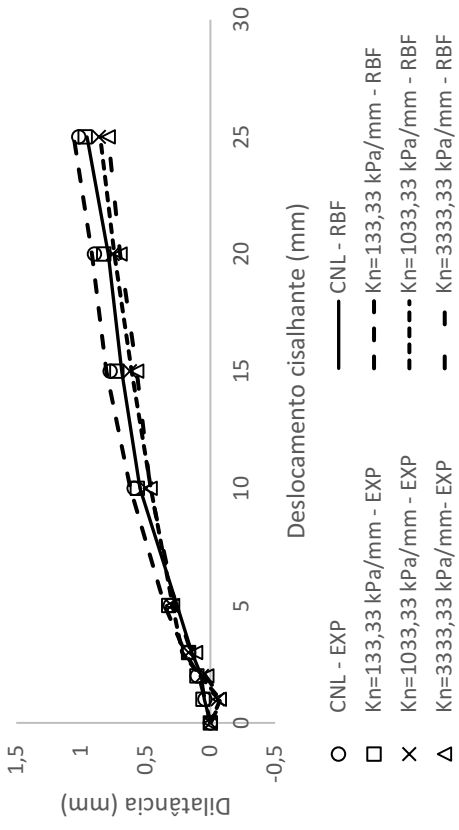
Benmokrane e Ballivy (1989) - Dilatância



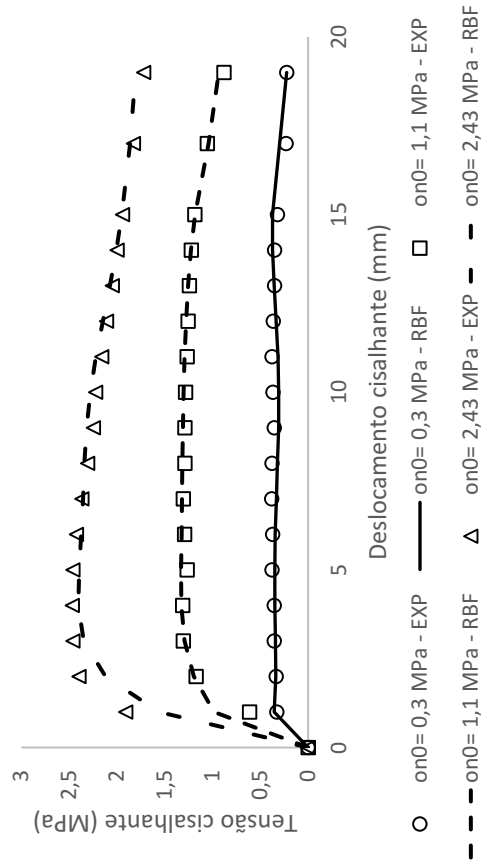
Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Tensão cisalhante



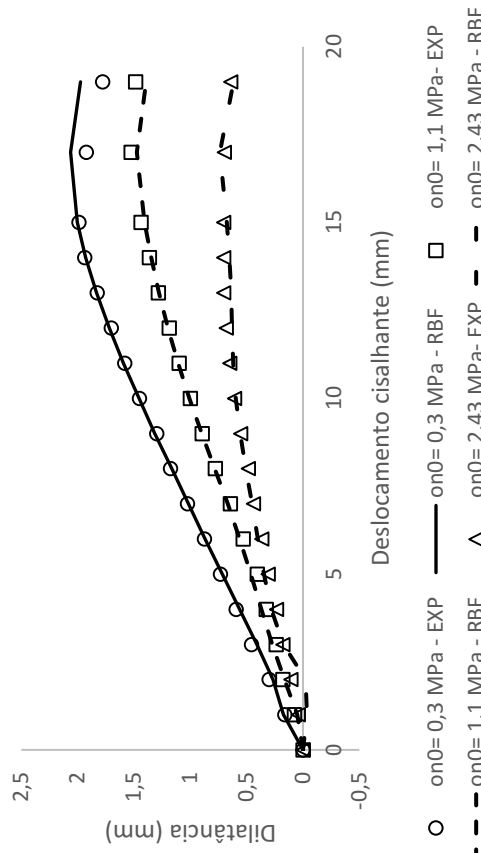
Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Dilatância



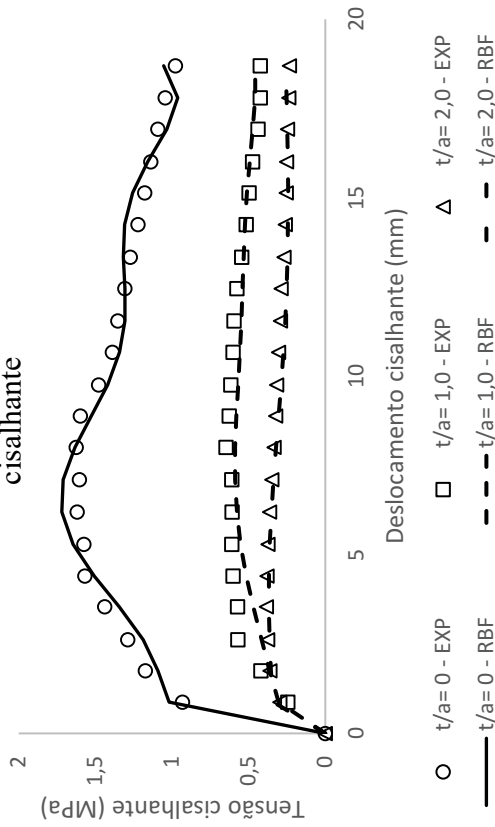
Haque (1999) - CNL - Tensão cisalhante



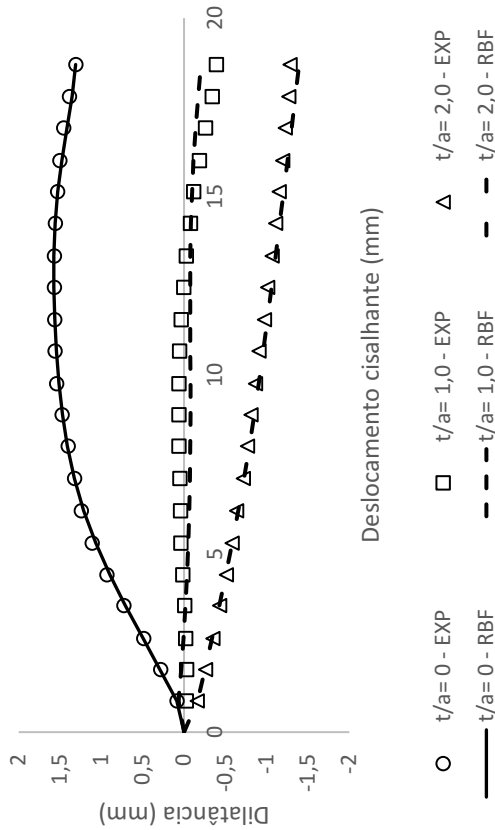
Haque (1999) - CNL - Dilatância



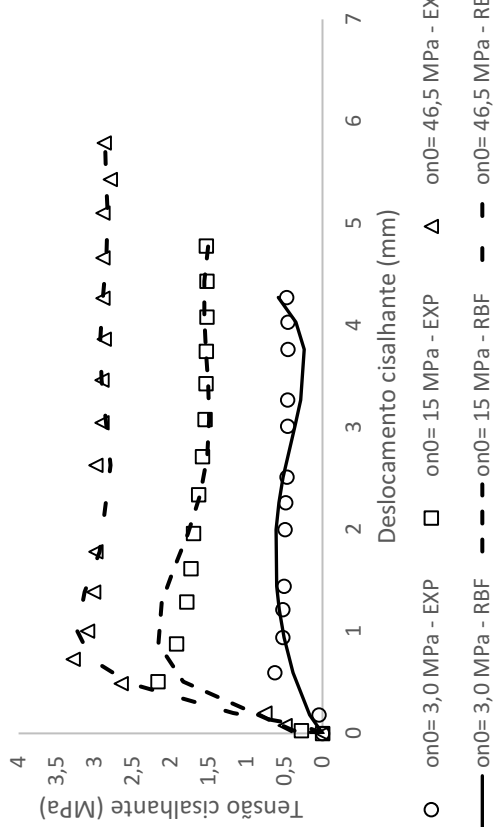
Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) - Tensão cisalhante



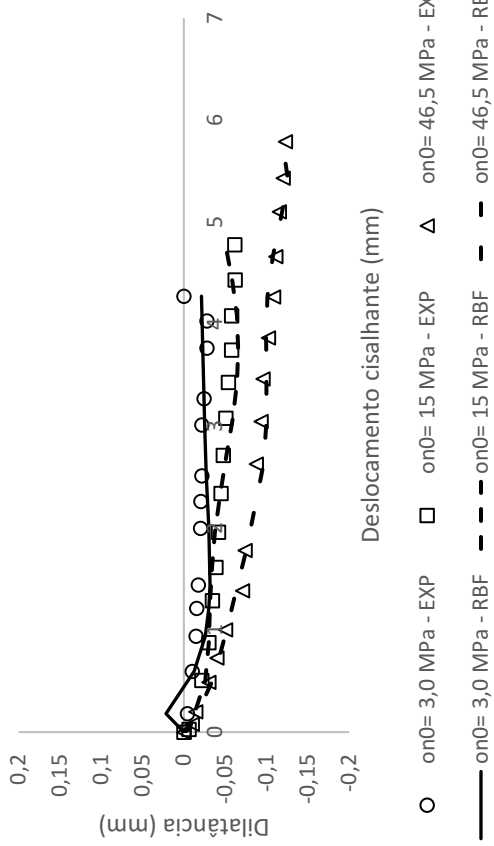
Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) - Dilatância



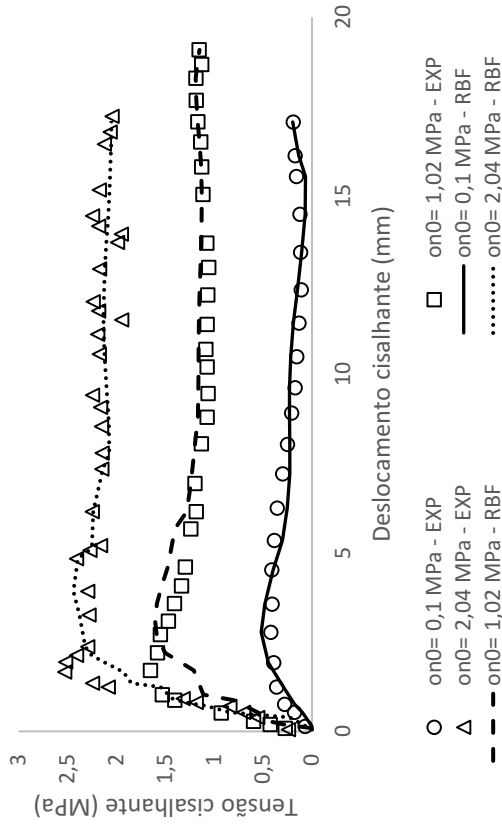
Mehrishal et al. (2016) - Tensão cisalhante



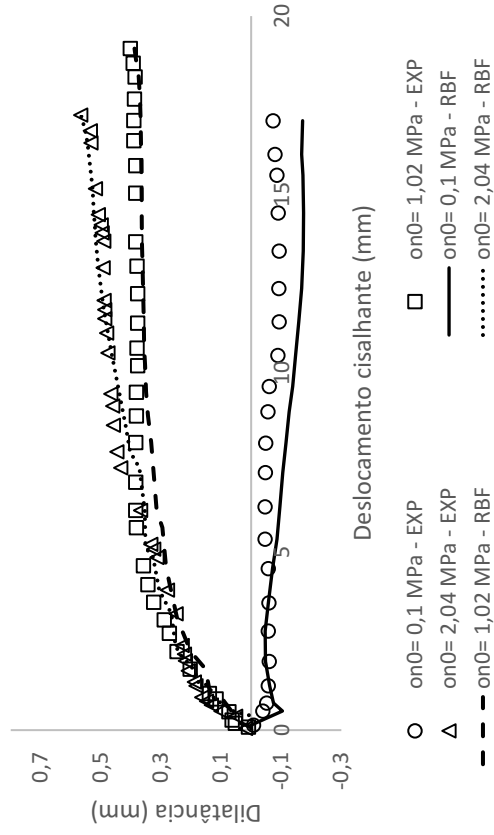
Mehrishal et al. (2016) - Dilatância



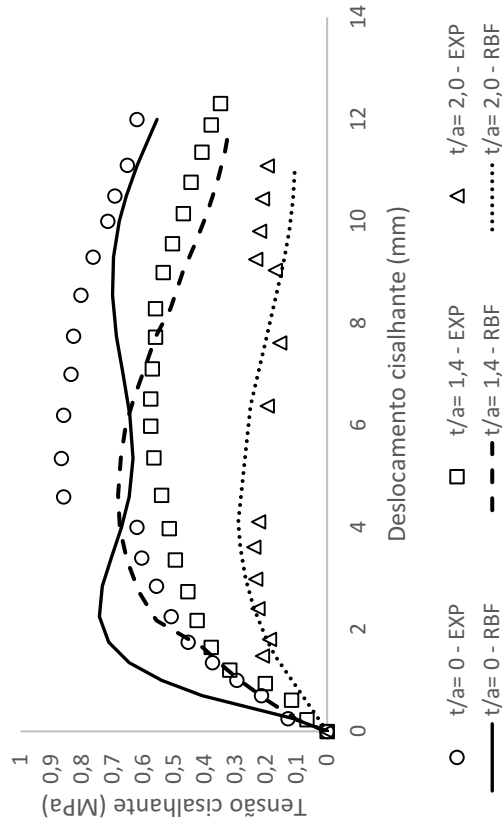
Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNL



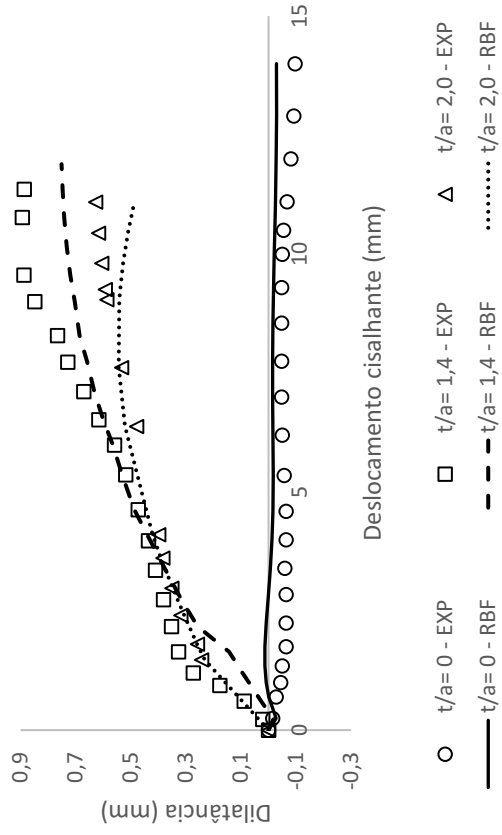
Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNL



Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNS

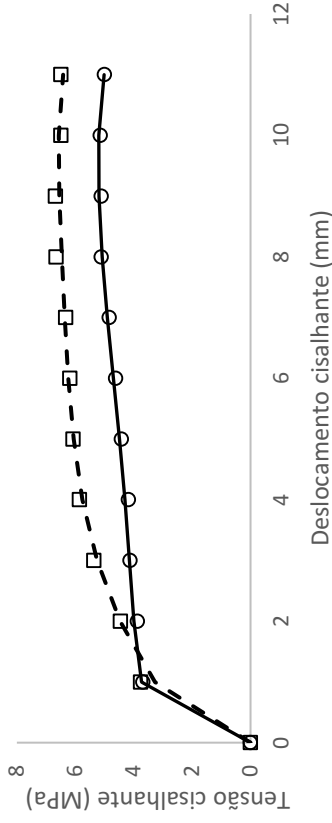


Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNS

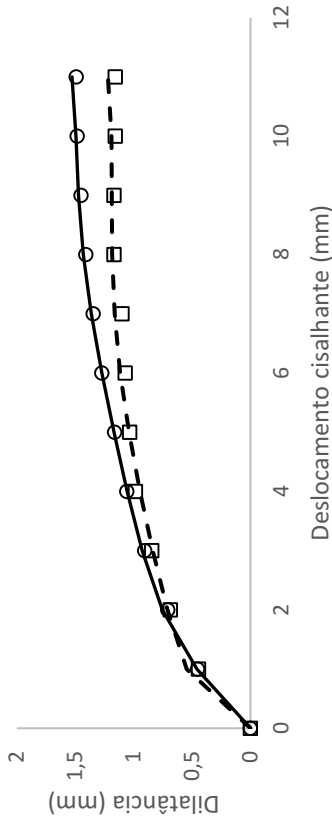


MODELO B2 – ARQUITETURA: 8-337-2 – GRÁFICOS

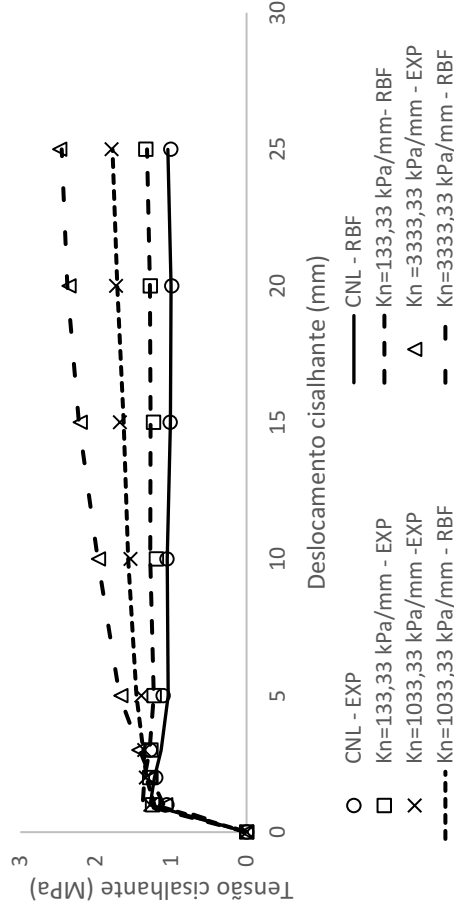
Benmokrane e Ballivy (1989) - Tensão cisalhante



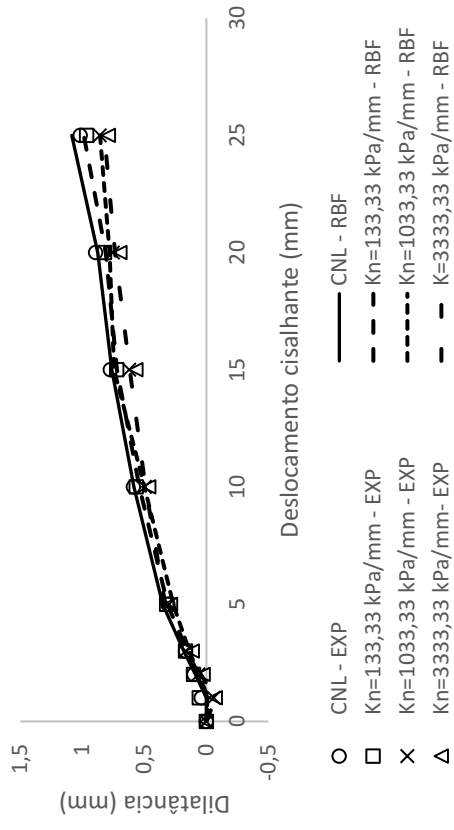
Benmokrane e Ballivy (1989) - Dilatância



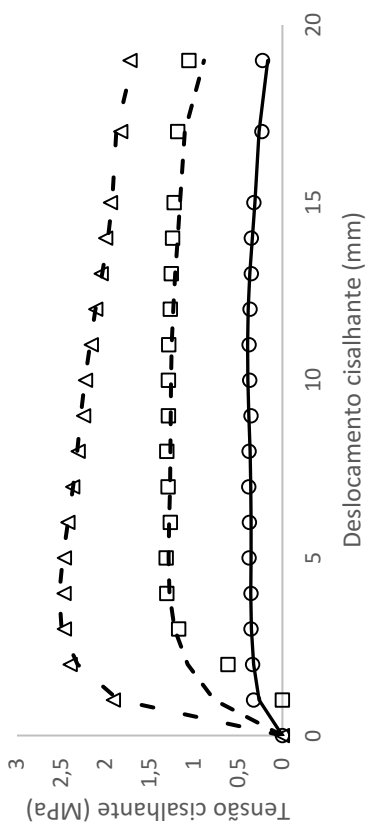
Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Tensão cisalhante



Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Dilatância

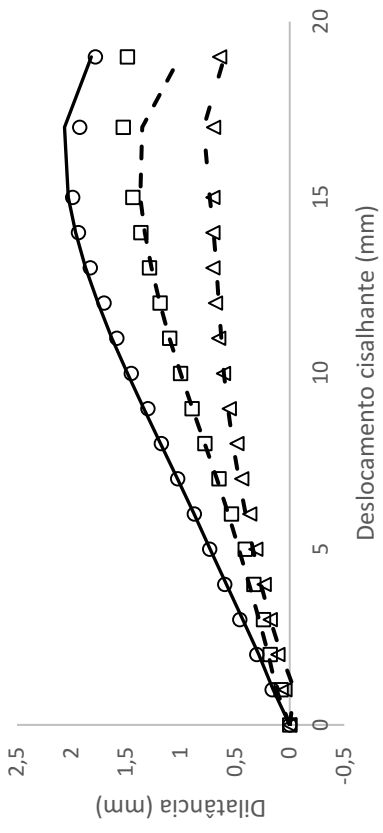


Haque (1999) - CNL - Tensão cisalhante



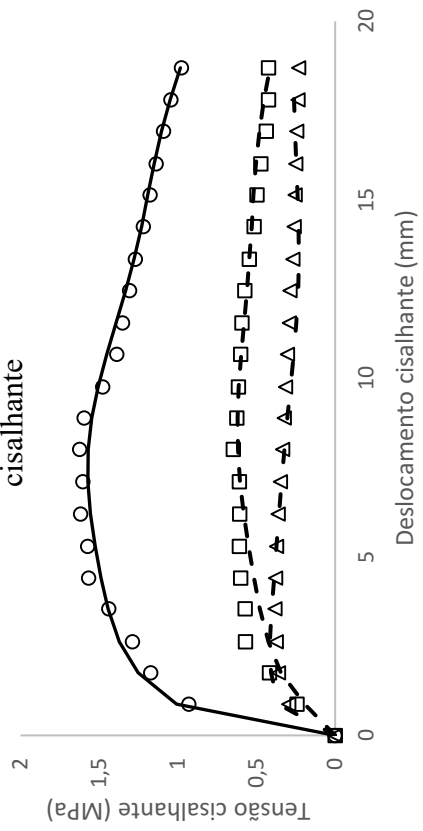
○ on0= 0,3 MPa - EXP — on0= 0,3 MPa - RBF □ on0= 1,1 MPa - EXP — on0= 1,1 MPa - RBF
 △ on0= 1,1 MPa - RBF △ on0= 2,43 MPa - EXP — on0= 2,43 MPa - RBF

Haque (1999) - CNL - Dilatância



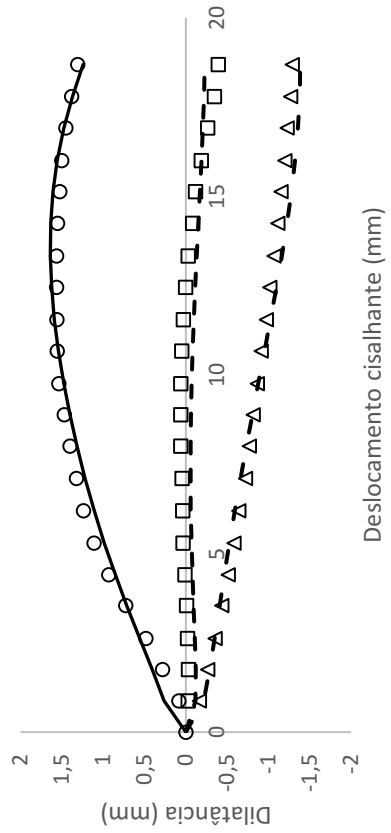
○ on0= 0,3 MPa - EXP — on0= 0,3 MPa - RBF □ on0= 1,1 MPa - EXP — on0= 1,1 MPa - RBF
 △ on0= 1,1 MPa - RBF △ on0= 2,43 MPa - EXP — on0= 2,43 MPa - RBF

Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) - Tensão cisalhante



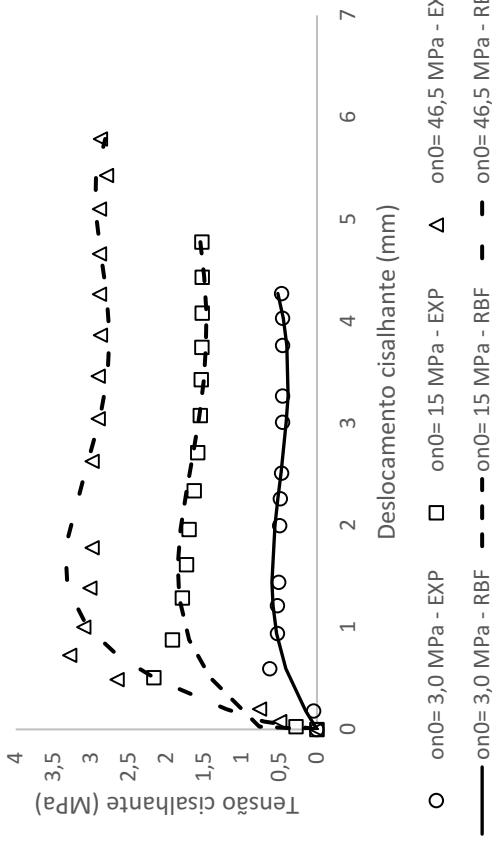
○ t/a= 0 - EXP — t/a= 0 - RBF □ t/a= 1,0 - EXP — t/a= 1,0 - RBF △ t/a= 2,0 - EXP — t/a= 2,0 - RBF

Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) - Dilatância

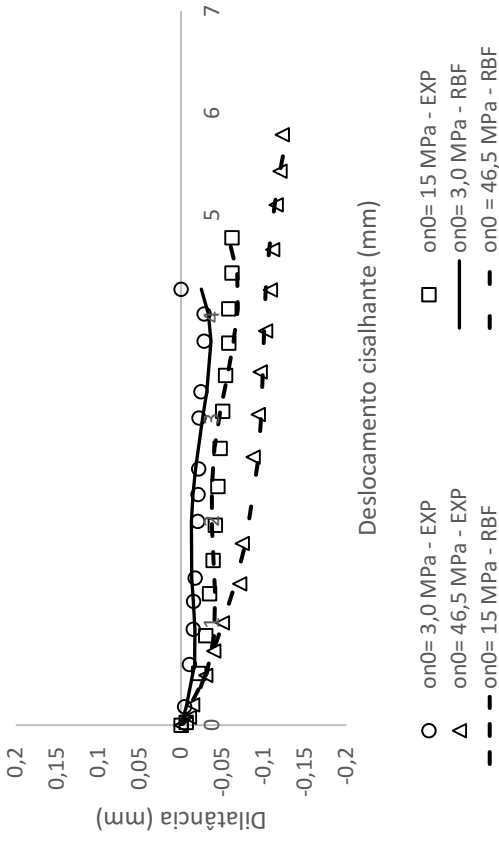


○ t/a= 0 - EXP — t/a= 0 - RBF □ t/a= 1,0 - EXP — t/a= 1,0 - RBF △ t/a= 2,0 - EXP — t/a= 2,0 - RBF

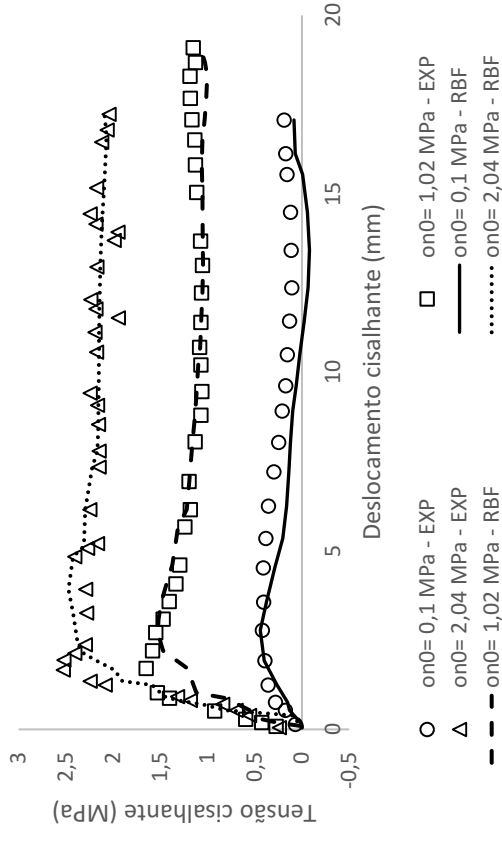
Mehrishal *et al.* (2016) - Tensão cisalhante



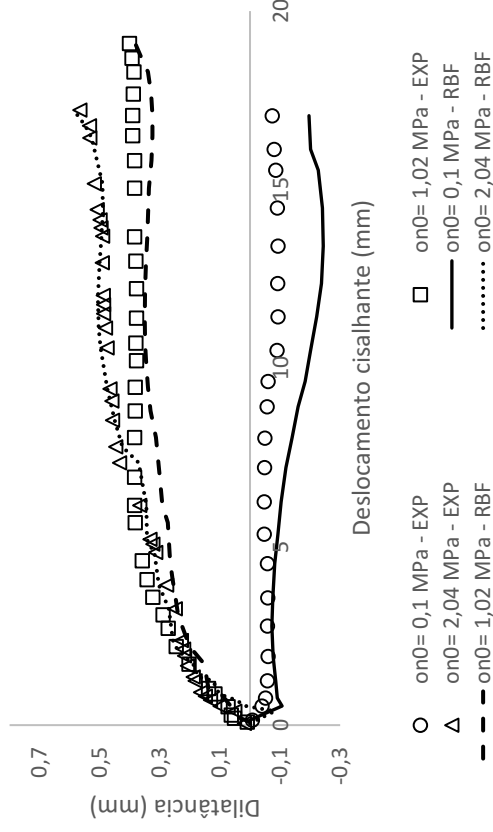
Mehrishal *et al.* (2016) - Dilatância



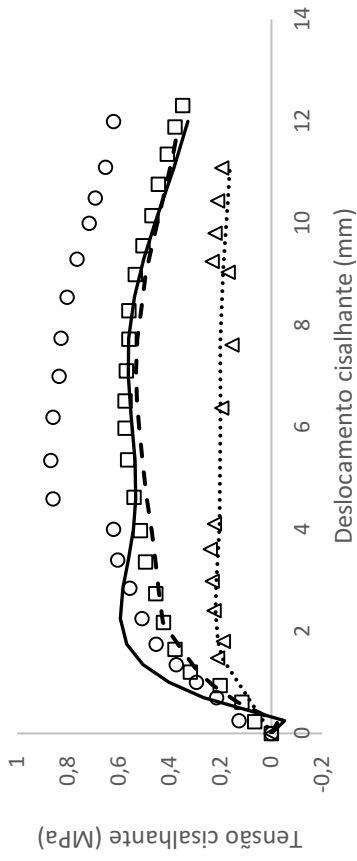
Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNL



Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância- CNL

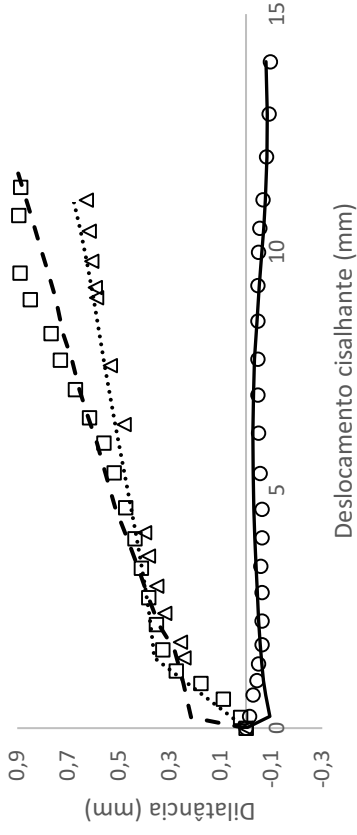


Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNS



○ t/a=0 - EXP □ t/a=1,4 - EXP △ t/a=2,0 - EXP
 — t/a=0 - RBF - - t/a=1,4 - RBF t/a=2,0 - RBF

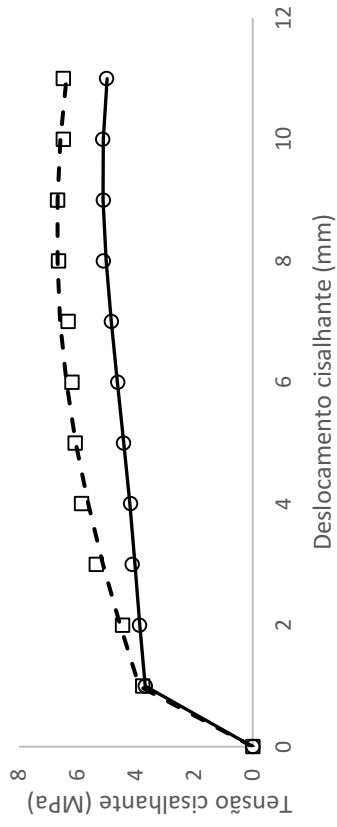
Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNS



○ t/a=0 - EXP □ t/a=1,4 - EXP △ t/a=2,0 - EXP
 — t/a=0 - RBF - - t/a=1,4 - RBF t/a=2,0 - RBF

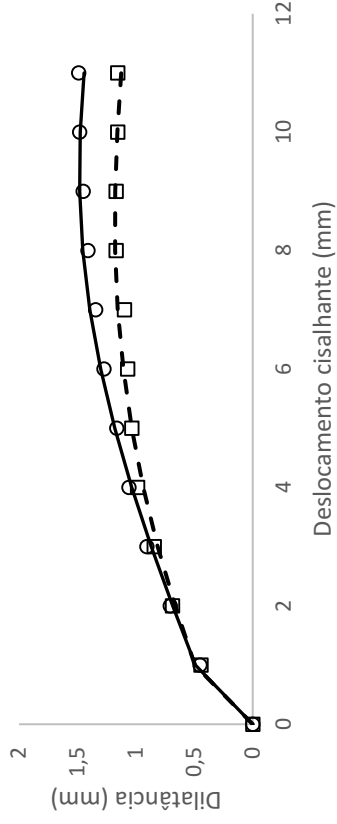
MODELO B3 – ARQUITETURA: 8-135-2 – GRÁFICOS

Benmokrane e Ballivy (1989) - Tensão cisalhante



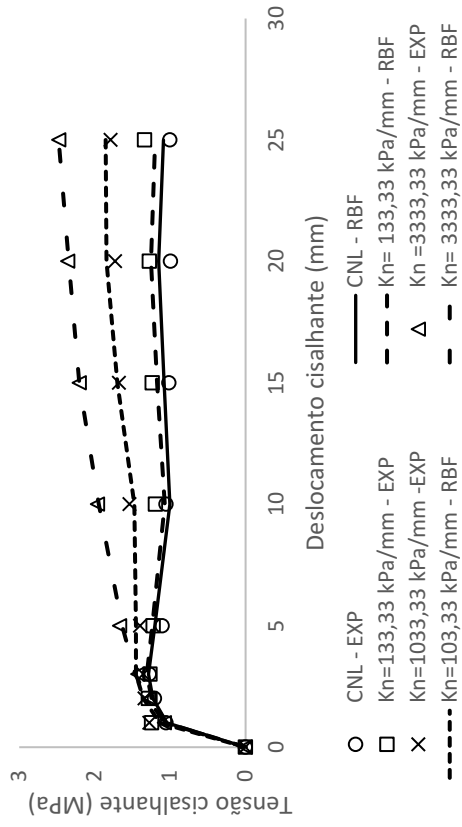
○ Kn=315 kPa/mm - EXP — Kn =315 kPa/mm- RBF
 □ Kn=7515 kPa/mm - EXP - - Kn= 7515 kPa/mm - RBF

Benmokrane e Ballivy (1989) - Dilatância

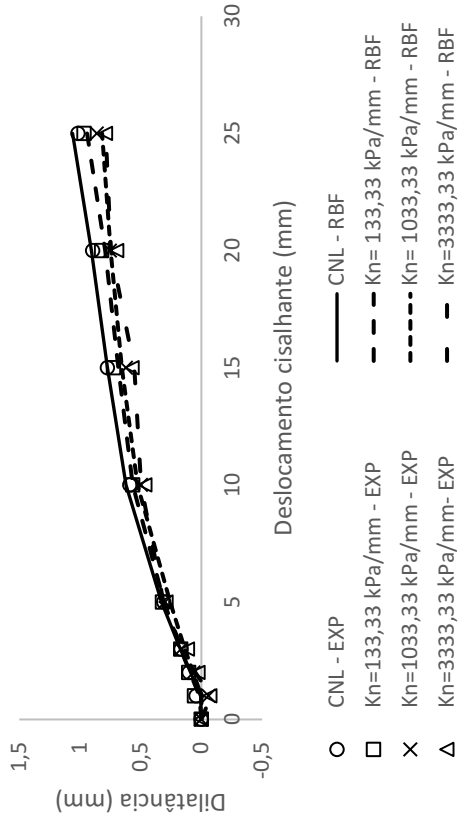


○ Kn=315 kPa/mm - EXP — Kn= 315 kPa/mm - RBF
 □ Kn=7515 kPa/mm - EXP - - Kn= 7515 kPa/mm - RBF

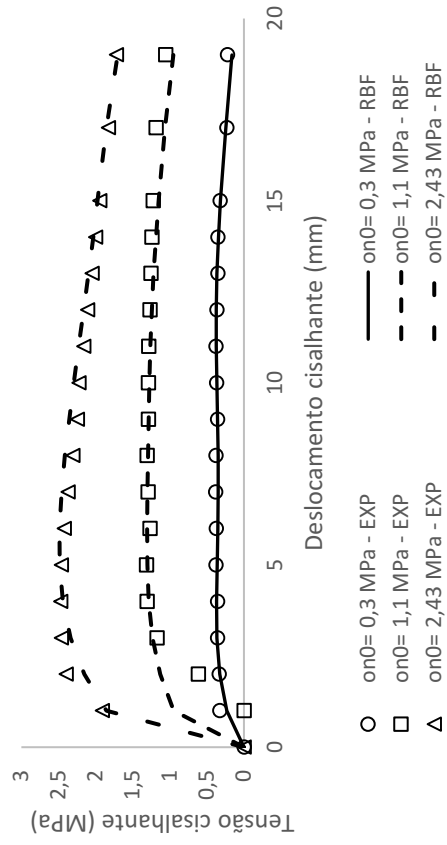
Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Tensão cisalhante



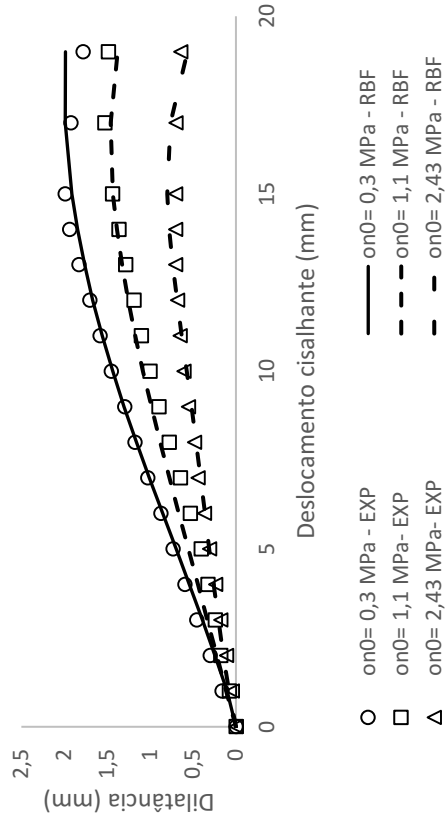
Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Dilatância



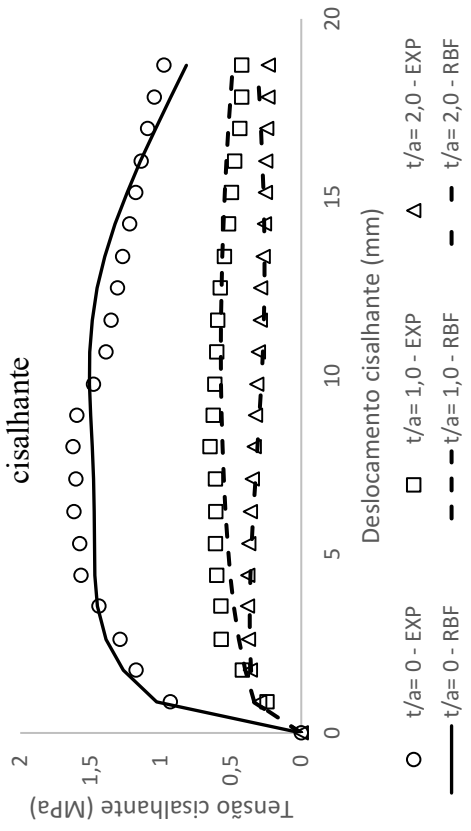
Haque (1999) - CNL - Tensão cisalhante



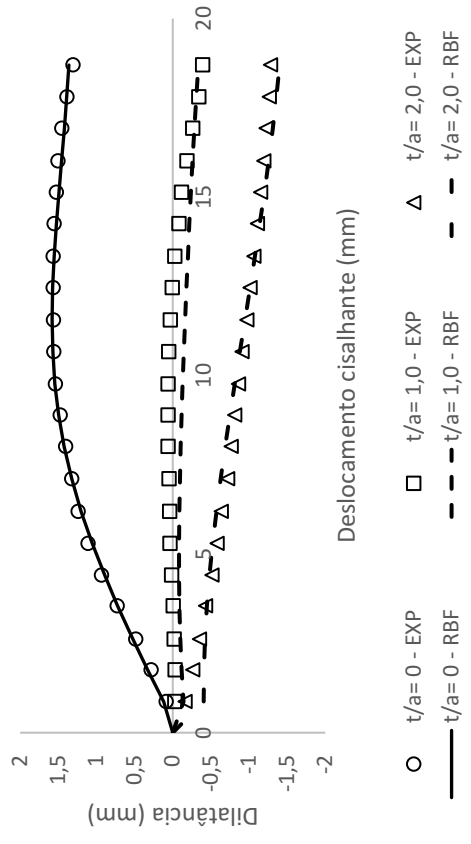
Haque (1999) - CNL - Dilatância



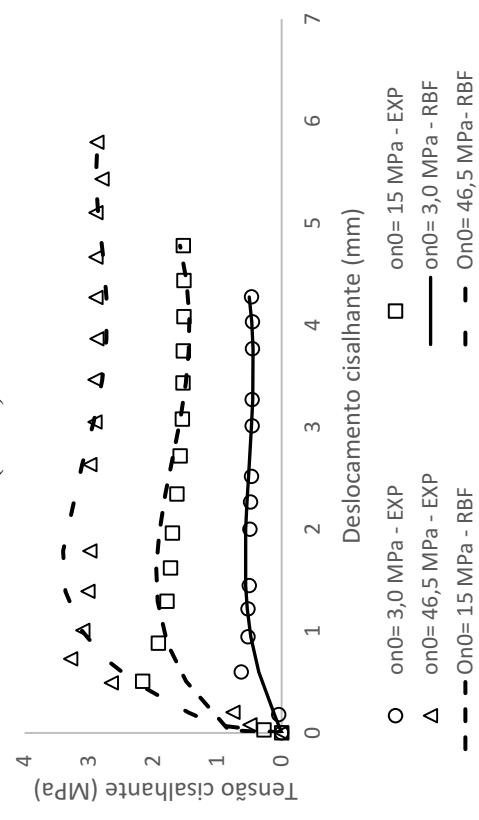
Oliveira, Indraratna e Nencik (2009) - Tensão



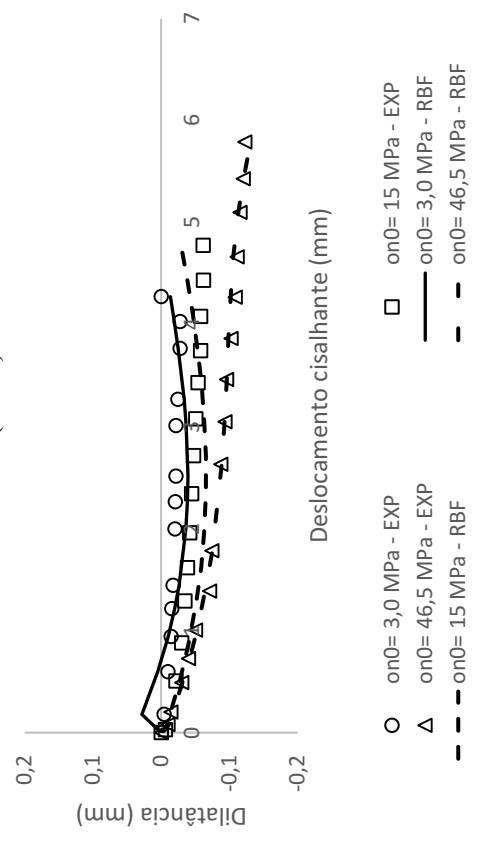
Oliveira, Indraratna e Nencik (2009) - Dilatância



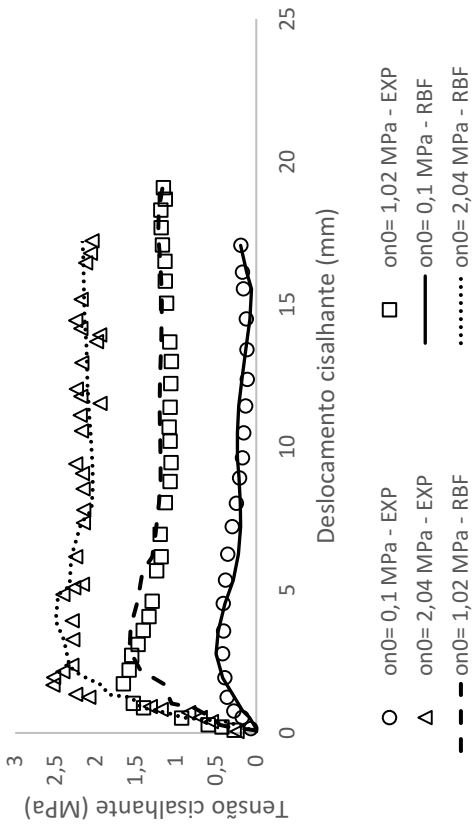
Mehrishal *et al.* (2016) - Tensão cisalhante



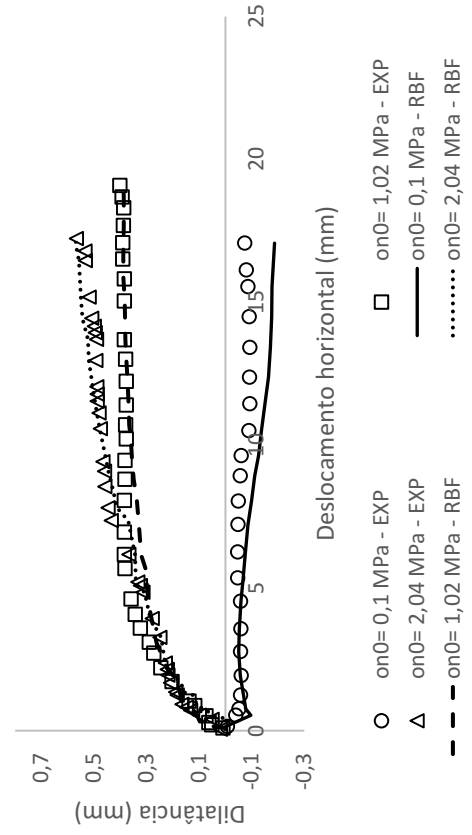
Mehrishal *et al.* (2016) - Dilatância



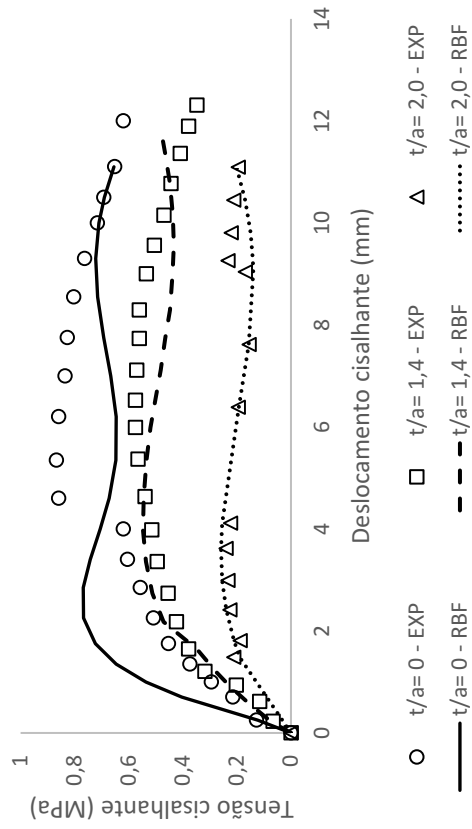
Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNL



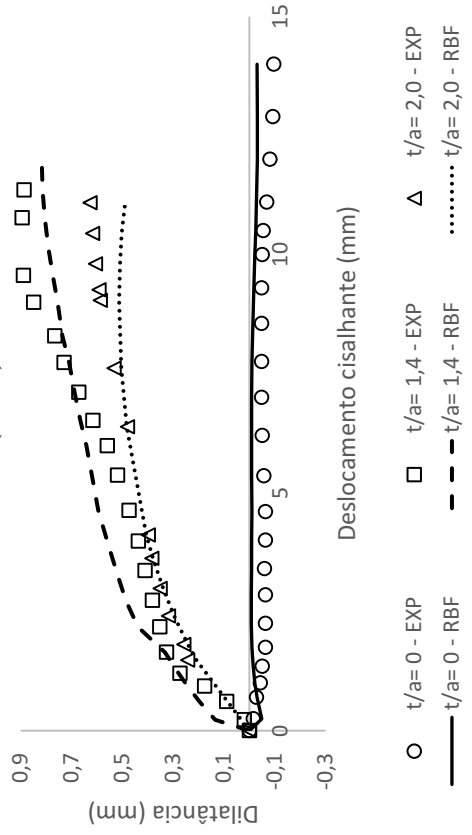
Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNL



Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNS

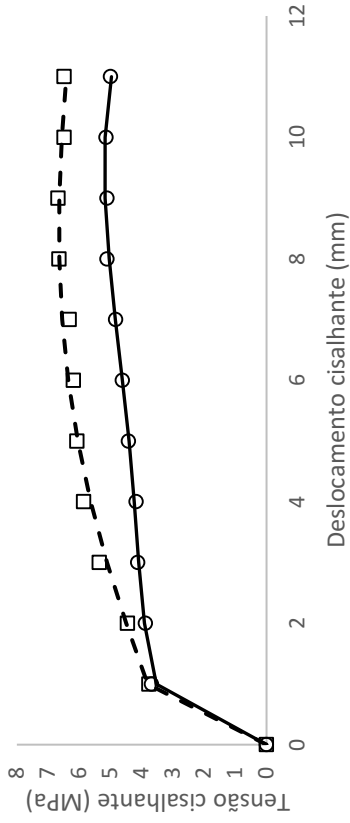


Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNS



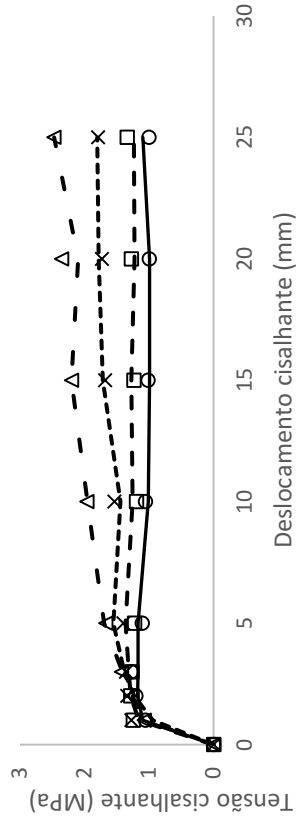
MODELO C1 – ARQUITETURA: 7-257-2 – GRÁFICOS

Benmokrane e Ballivy (1989) - Tensão cisalhante



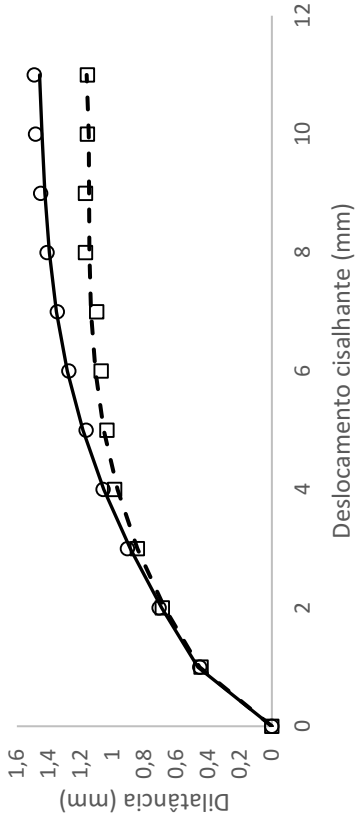
- Kn=315 kPa/mm - EXP
- Kn=7515 kPa/mm - EXP
- Kn= 315 kPa/mm - RBF
- - - Kn= 7515 kPa/mm - RBF

Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Tensão cisalhante



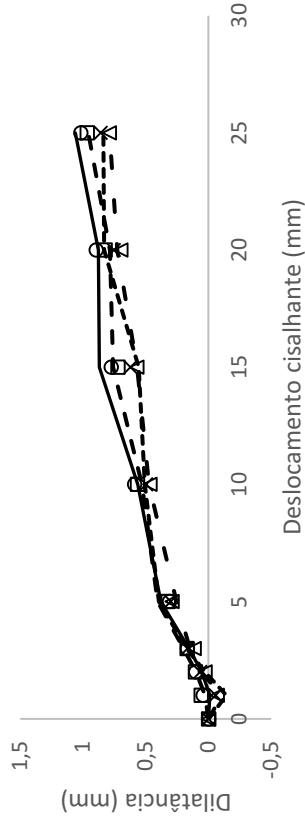
- CNL - EXP
- Kn=133,33 kPa/mm - EXP
- × Kn=1033,33 kPa/mm - EXP
- - - Kn= 1033,33 kPa/mm - RBF
- CNL - RBF
- - - Kn= 133,33 kPa/mm - RBF
- △ Kn =3333,33 kPa/mm - EXP
- - - Kn= 3333,33 kPa/mm - RBF

Benmokrane e Ballivy (1989) - Dilatância



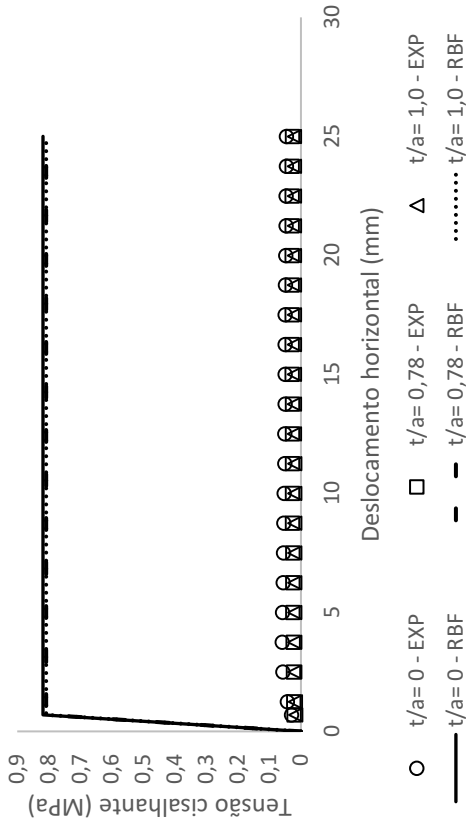
- Kn=315 kPa/mm - EXP
- Kn=7515 kPa/mm - EXP
- Kn=315 kPa/mm - RBF
- - - Kn= 7515 kPa/mm - RBF

Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Dilatância

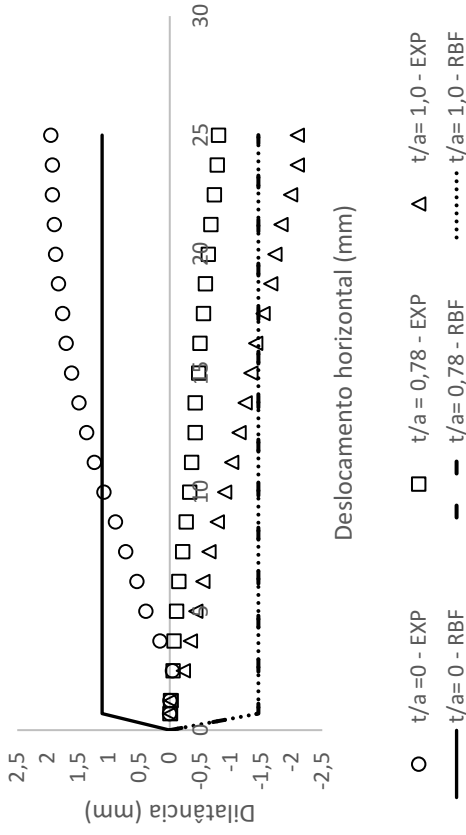


- CNL - EXP
- Kn=133,33 kPa/mm - EXP
- × Kn=1033,33 kPa/mm - EXP
- - - Kn=3333,33 kPa/mm - EXP
- CNL - RBF
- - - Kn=133,33 kPa/mm - RBF
- - - Kn=1033,33 kPa/mm - RBF
- - - Kn= 3333,33 kPa/mm - RBF

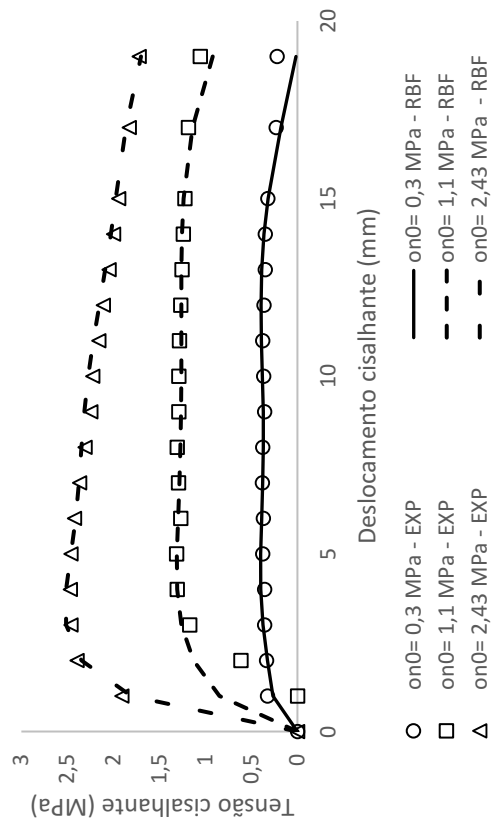
Papaliangas *et al.* (1993) - Tensão cisalhante



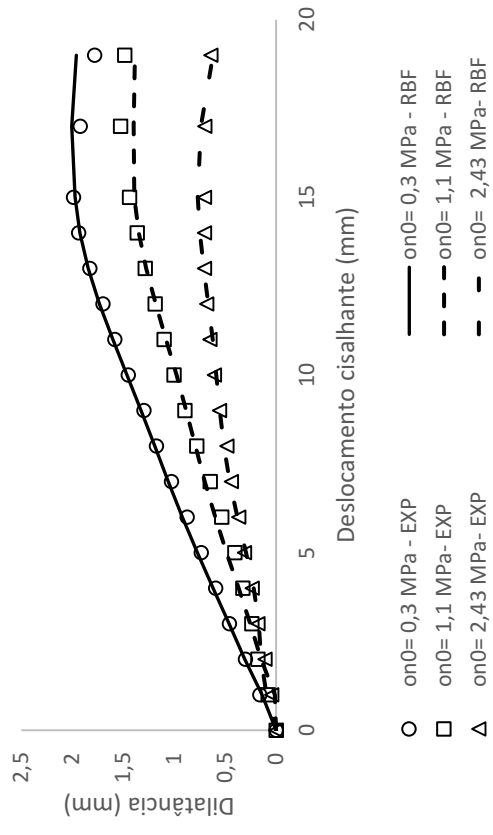
Papaliangas *et al.* (1993) - Dilatância



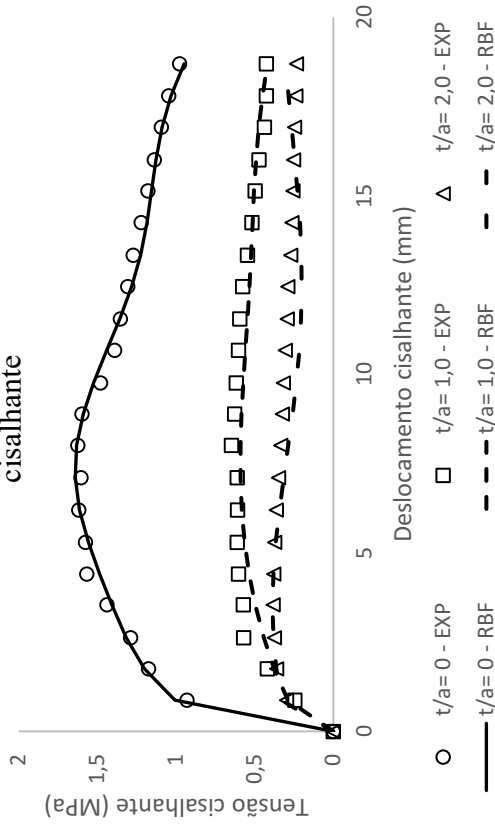
Haque (1999) - CNL - Tensão cisalhante



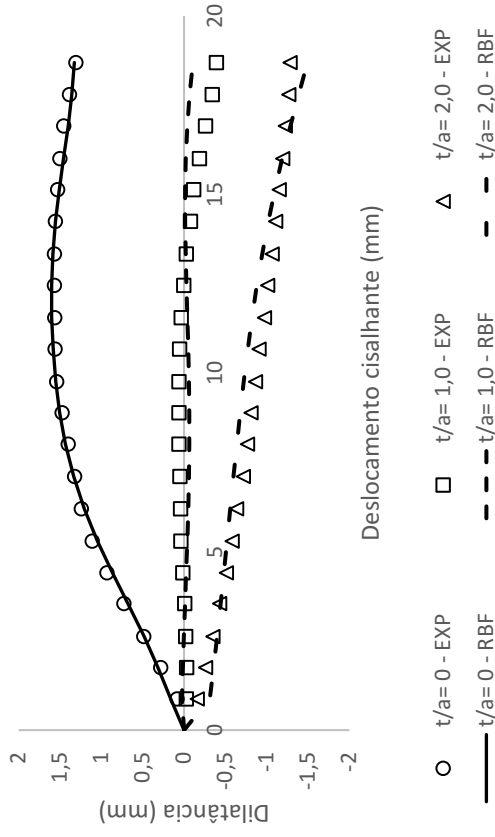
Haque (1999) - CNL - Dilatância



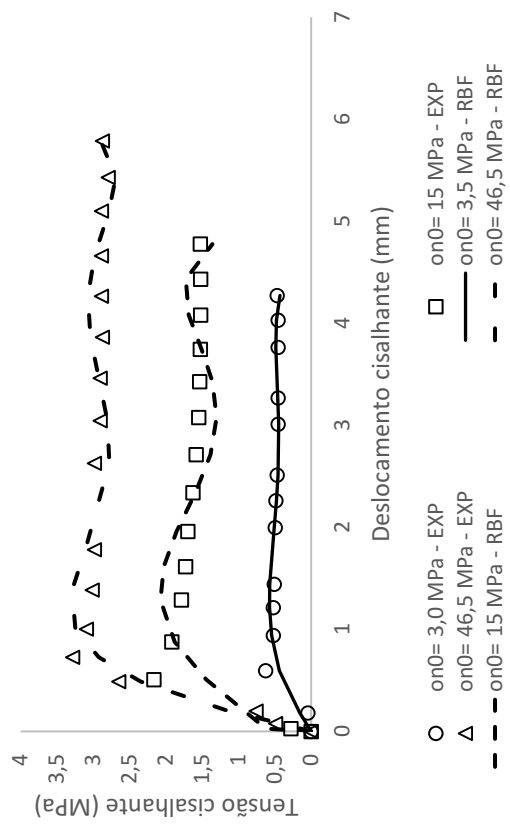
Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) - Tensão cisalhante



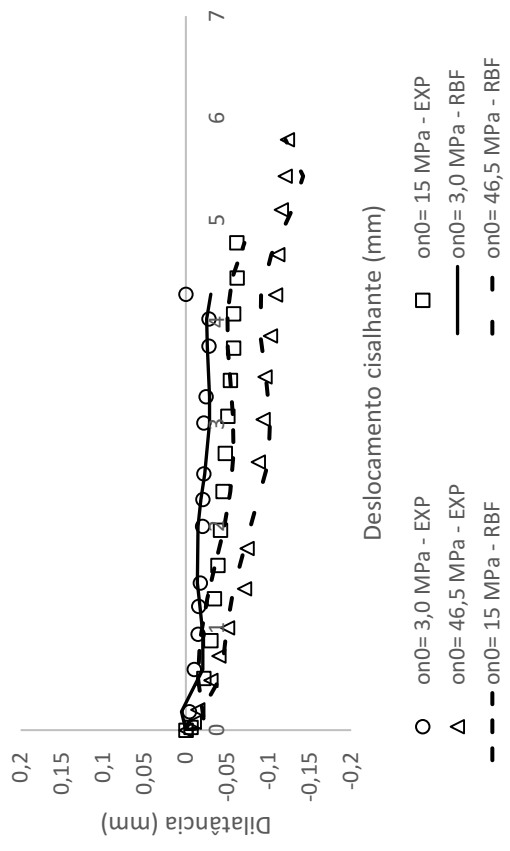
Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) - Dilatância



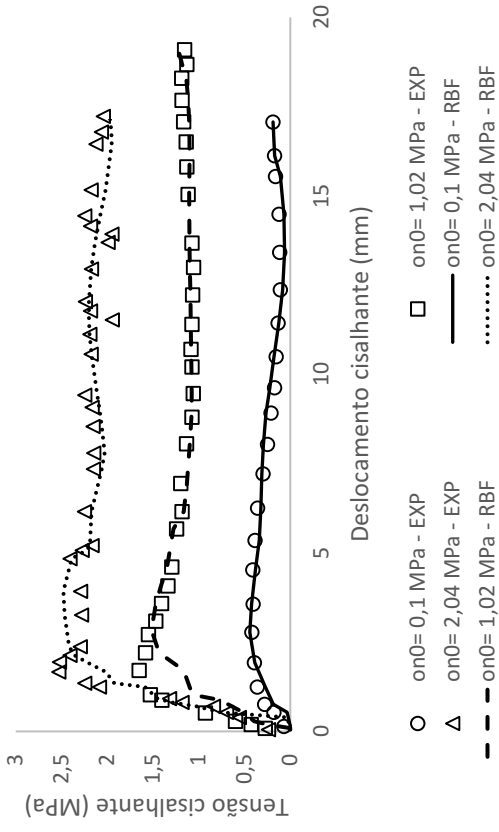
Mehrishal *et al.* (2016) - Tensão cisalhante



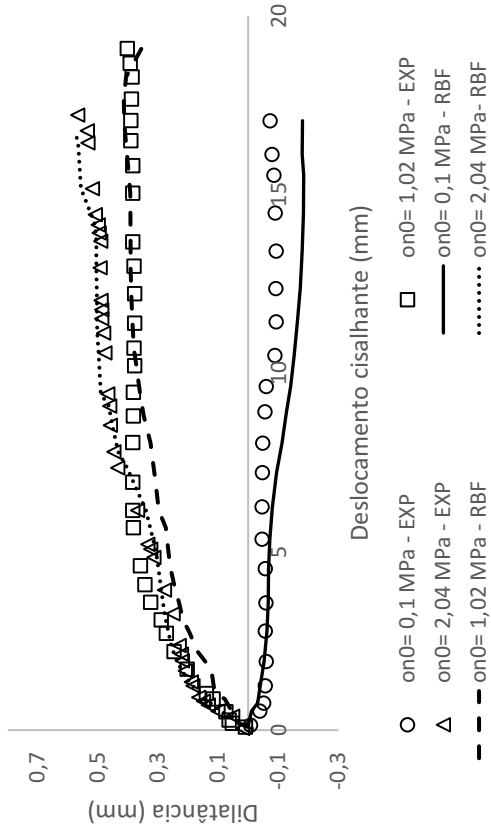
Mehrishal *et al.* (2016) - Dilatância



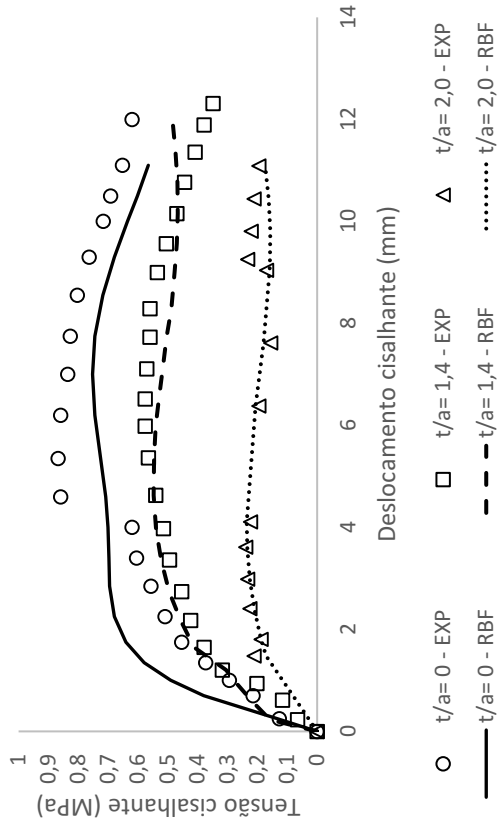
Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNL



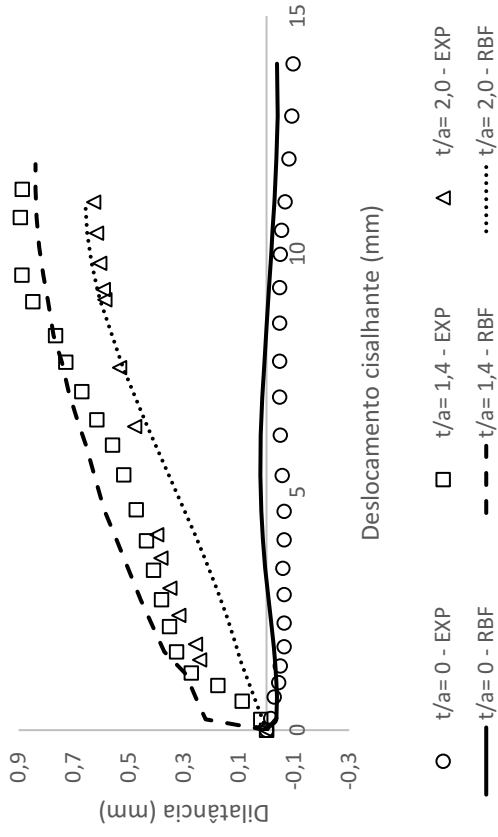
Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNL



Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNS

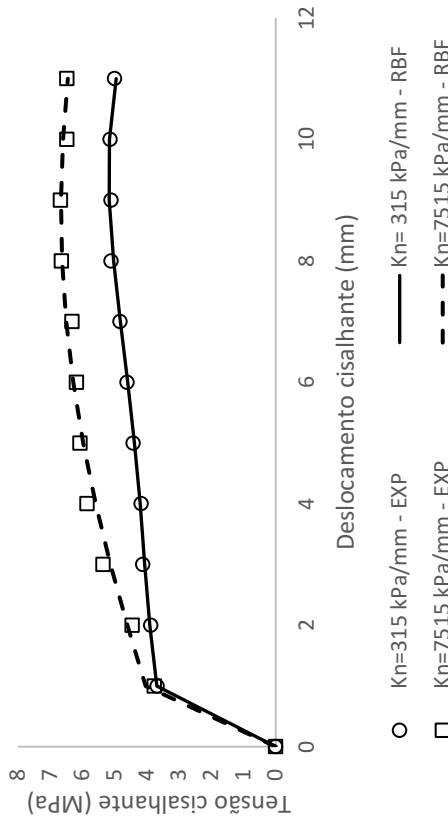


Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNS

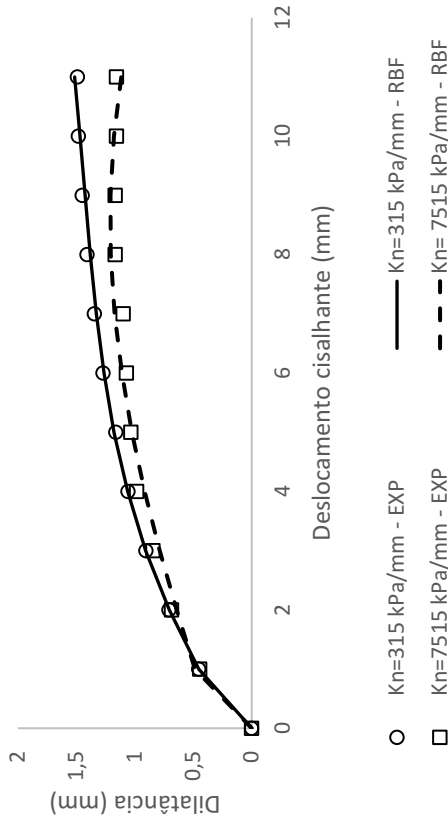


MODELO C3 – ARQUITETURA: 7-173-2 – GRÁFICOS

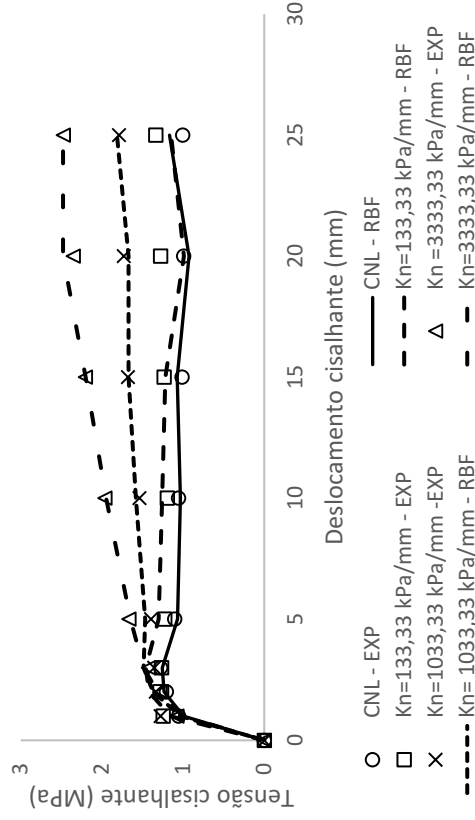
Benmokrane e Ballivy (1989) - Tensão cisalhante



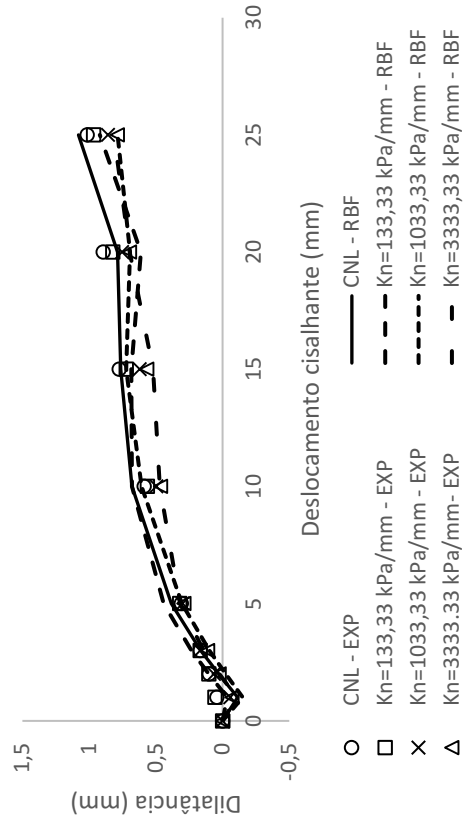
Benmokrane e Ballivy (1989) - Dilatância



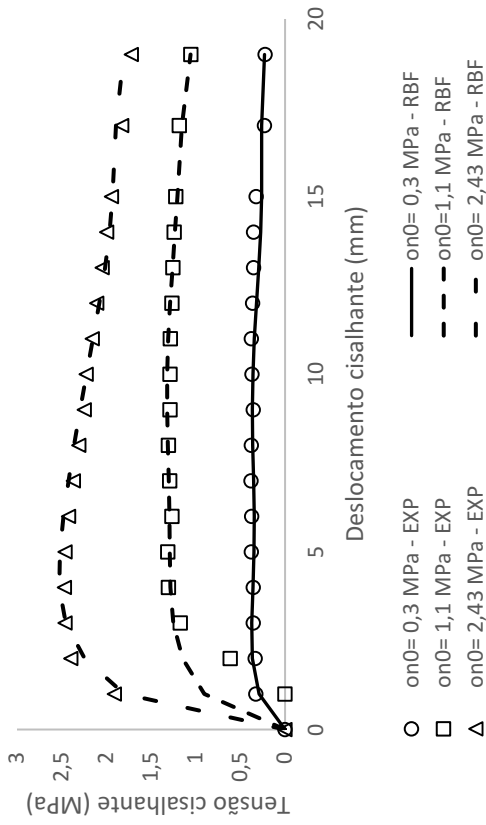
Skinas, Bandidis e Demiris (1990) - Tensão cisalhante



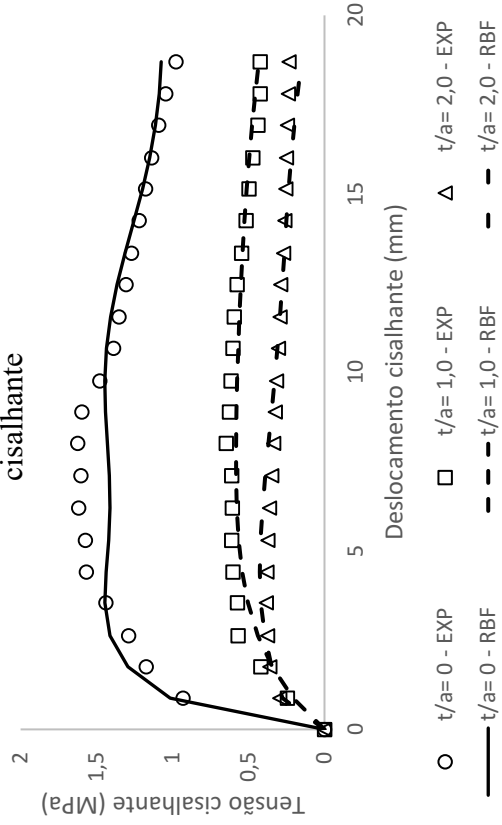
Skinas, Bandidis e Demiris (1990) - Dilatância



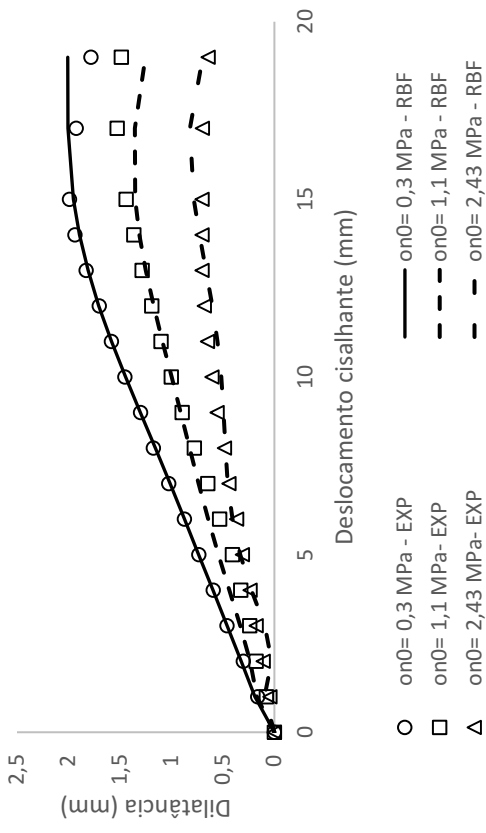
Haque (1999) - CNL - Tensão cisalhante



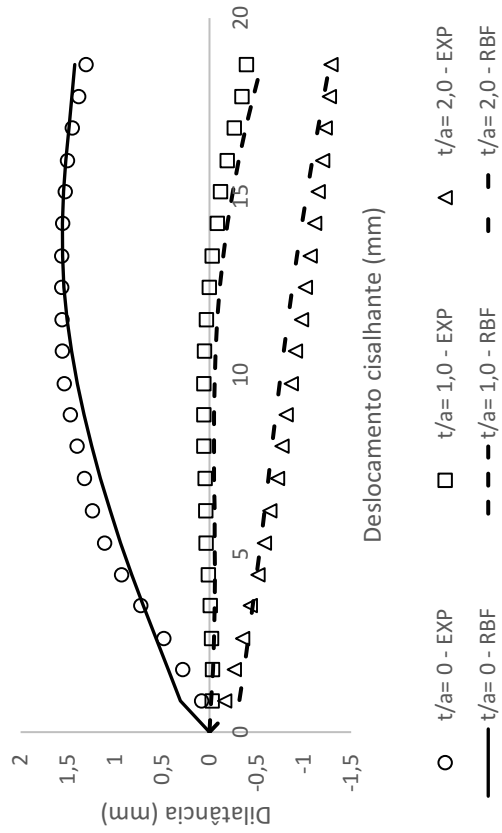
Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) - Tensão cisalhante



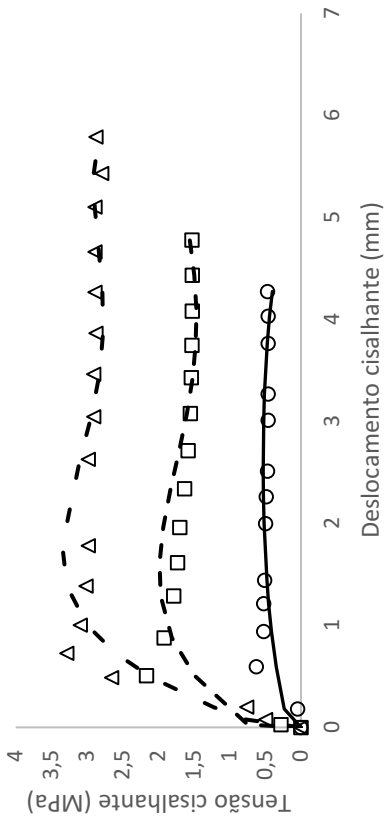
Haque (1999) - CNL - Dilatância



Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) - Dilatância

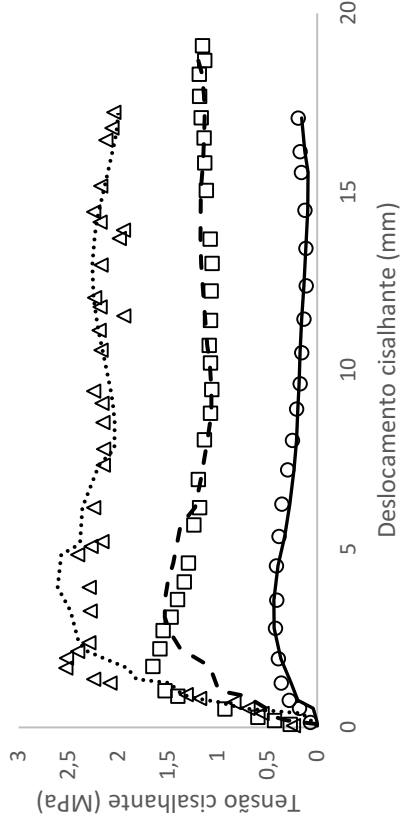


Mehrishal *et al.* (2016) - Tensão cisalhante



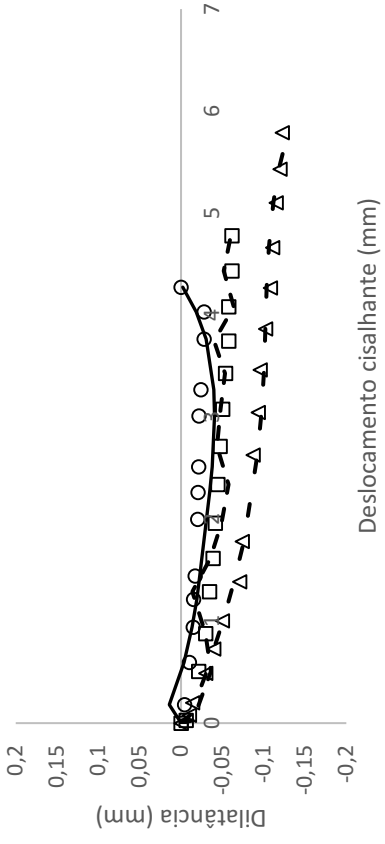
- on0= 3,0 MPa - EXP
- △ on0= 46,5 MPa - EXP
- on0= 15 MPa - EXP
- on0= 3,0 MPa - RBF
- - on0= 46,5 MPa - RBF
- - on0= 15 MPa - RBF

Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNL



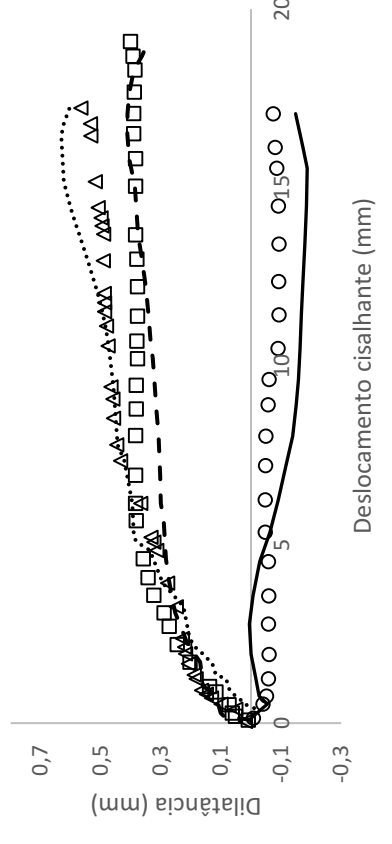
- on0= 0,1 MPa - EXP
- △ on0= 1,02 MPa - EXP
- on0= 2,04 MPa - EXP
- on0= 0,1 MPa - RBF
- - on0= 1,02 MPa - RBF
- on0= 2,04 MPa - RBF

Mehrishal *et al.* (2016) - Dilatância



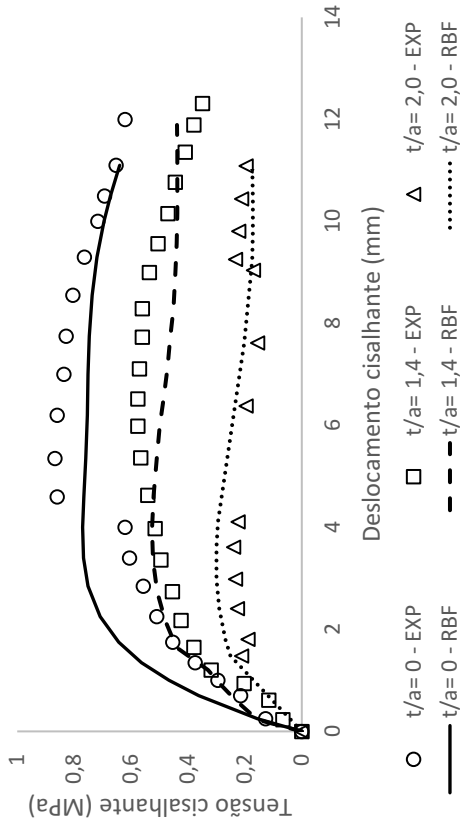
- on0= 3,0 MPa - EXP
- △ on0= 46,5 MPa - EXP
- on0= 15 MPa - EXP
- on0= 3,0 MPa - RBF
- - on0= 46,5 MPa - RBF
- - on0= 15 MPa - RBF

Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância- CNL

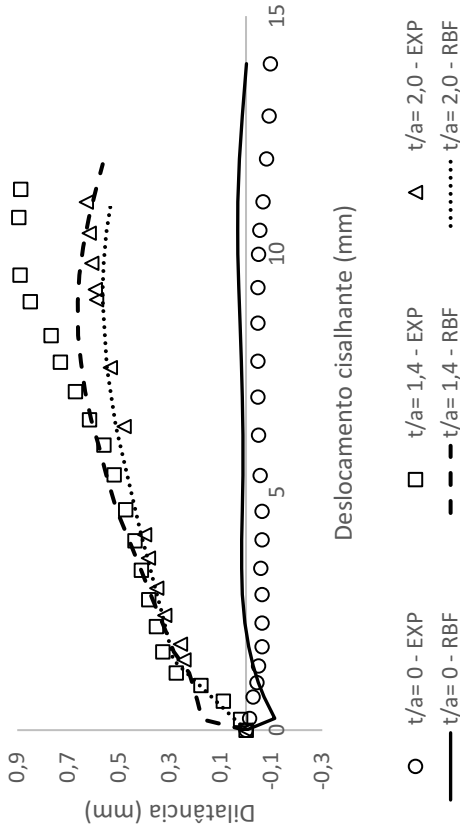


- on0= 0,1 MPa - EXP
- △ on0= 1,02 MPa - EXP
- on0= 2,04 MPa - EXP
- on0= 0,1 MPa - RBF
- - on0= 1,02 MPa - RBF
- on0= 2,04 MPa - RBF

Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNS

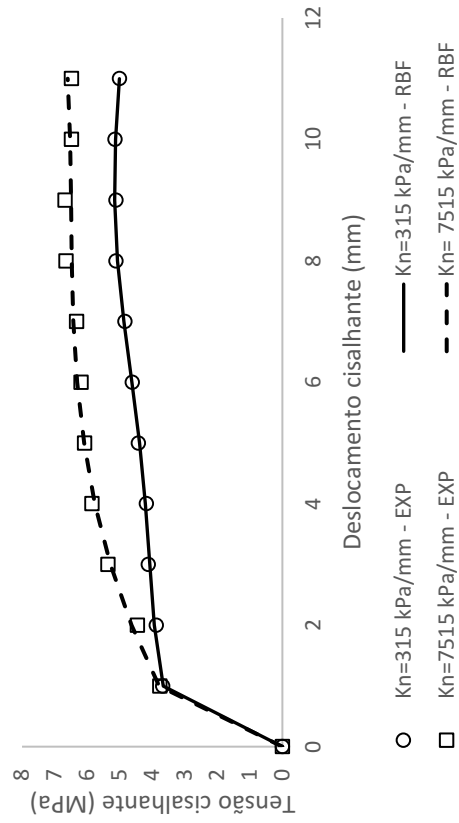


Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNS

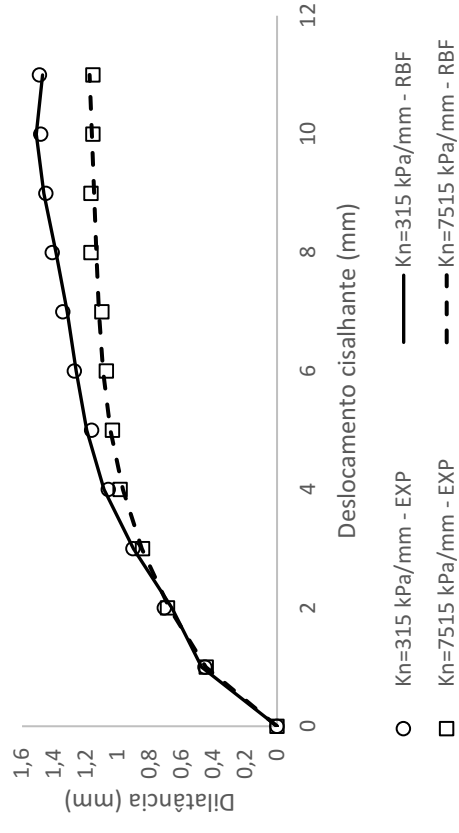


MODELO D2 – ARQUITETURA: 7-271-2 – GRÁFICOS

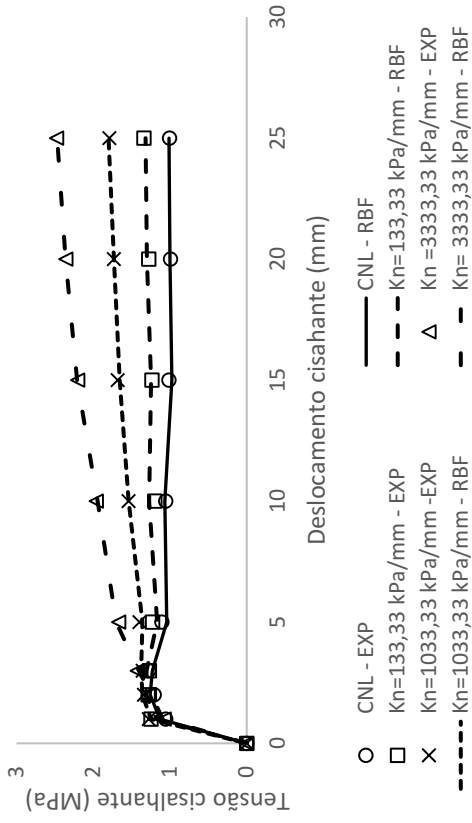
Benmokrane e Ballivy (1989) - Tensão cisalhante



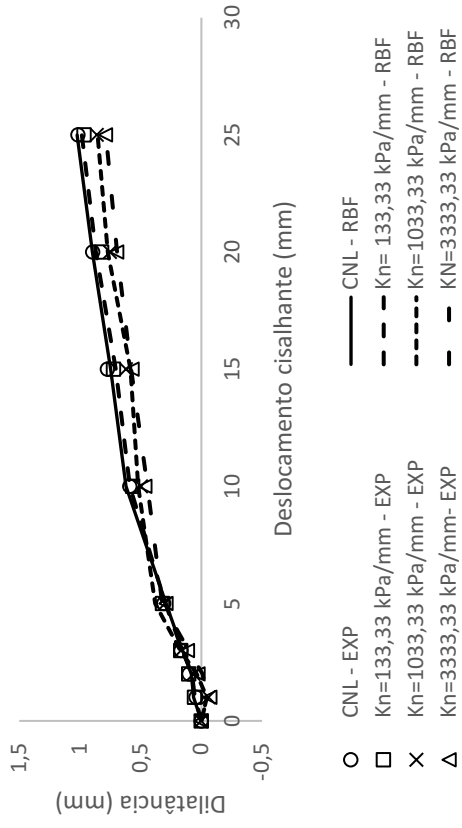
Benmokrane e Ballivy (1989) - Dilatância



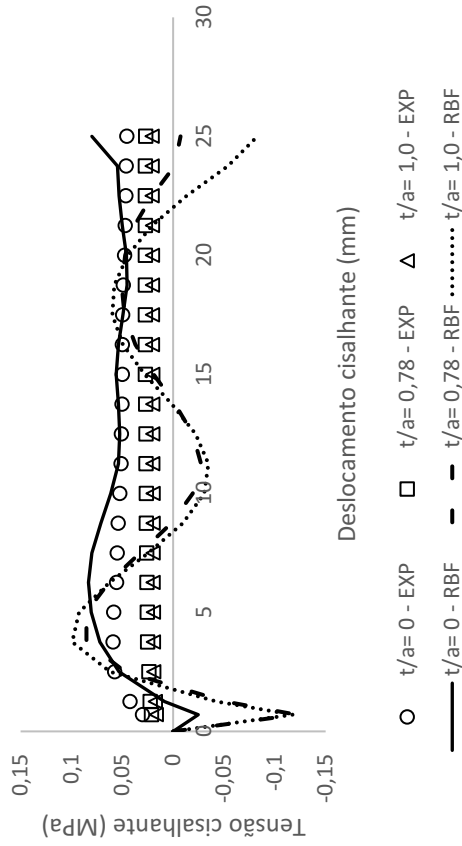
Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Tensão cisalhante



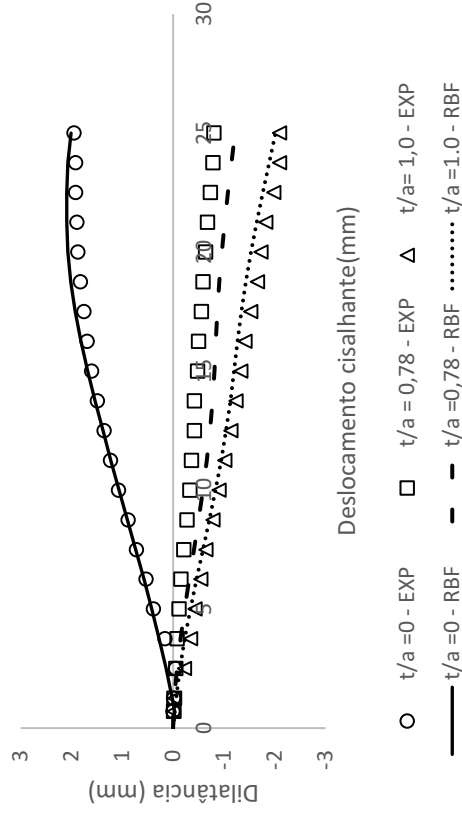
Skinas, Bandis e Demiris - Dilatância



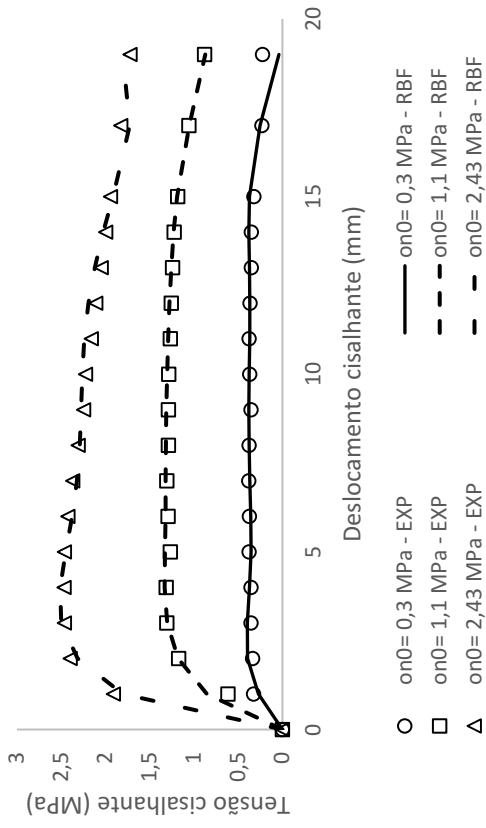
Papaliangas *et al.* (1993) - Tensão cisalhante



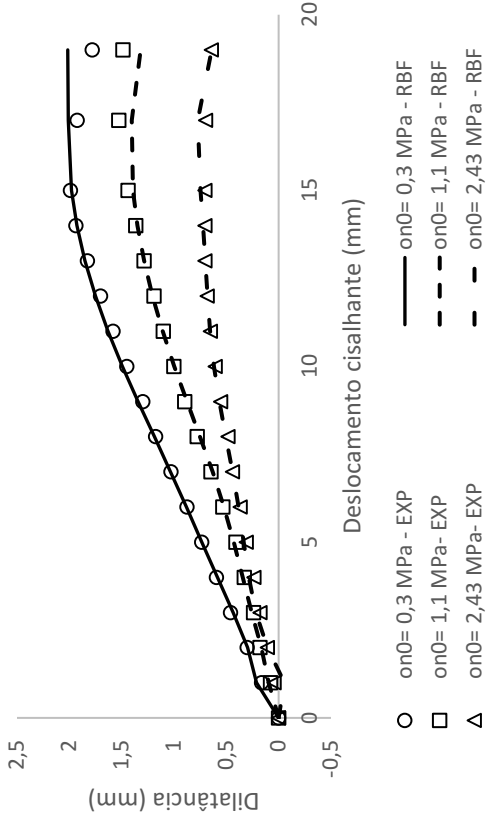
Papaliangas *et al.* (1993) - Dilatância



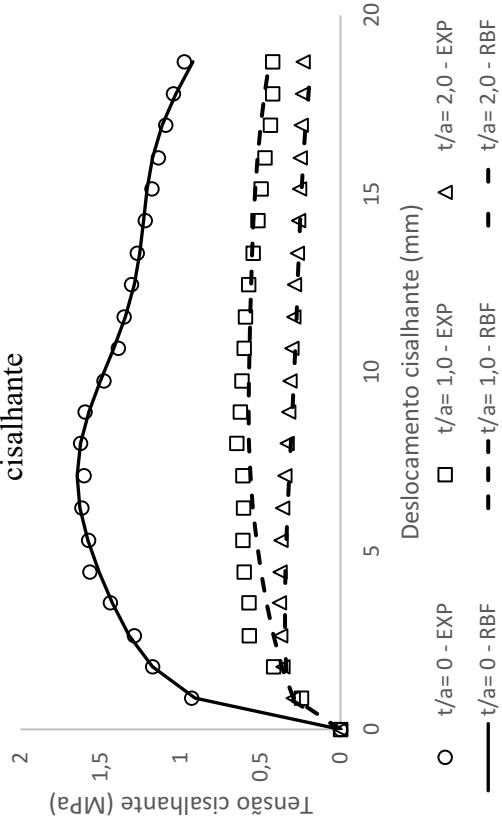
Haque (1999) - CNL - Tensão cisalhante



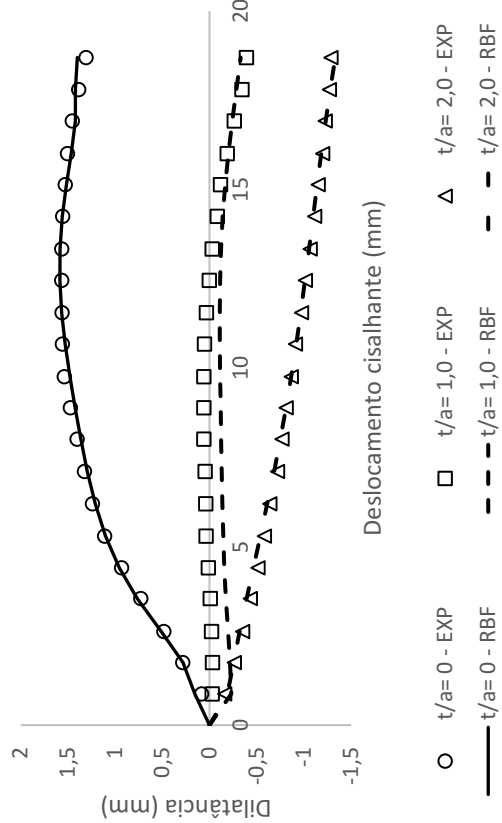
Haque (1999) - CNL - Dilatância



Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) - Tensão cisalhante



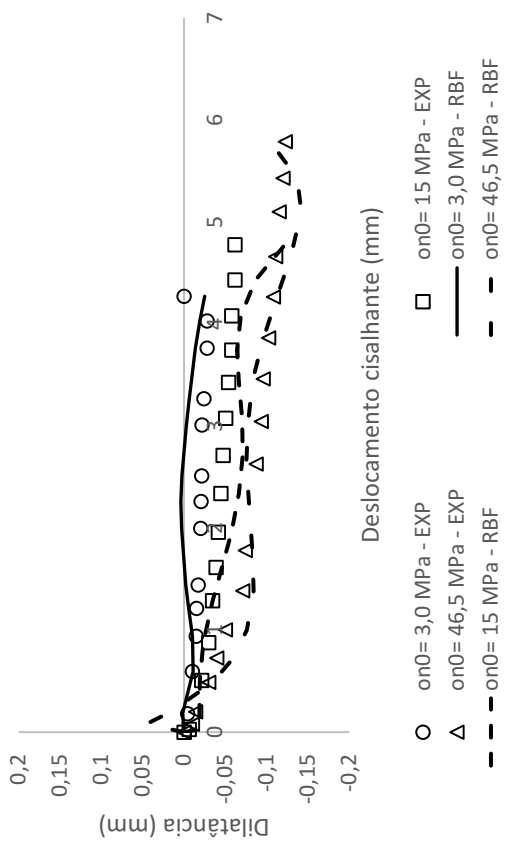
Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) - Dilatância



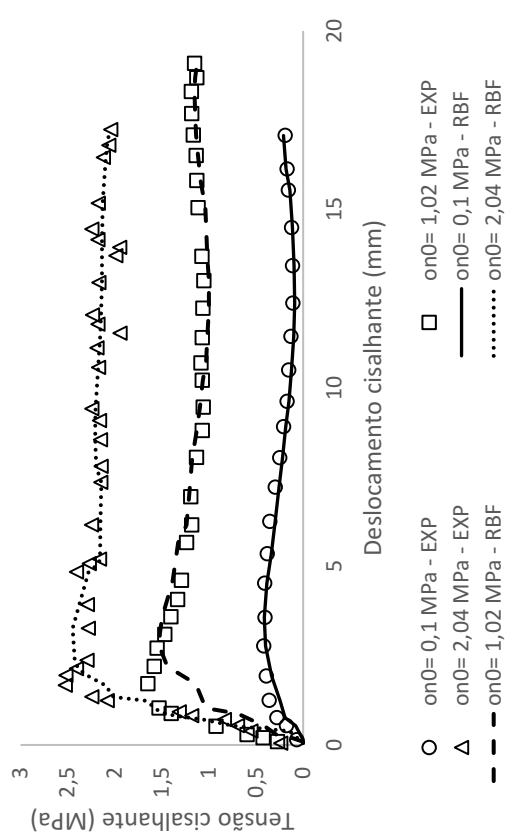
Mehrishal *et al.* (2016) - Tensão cisalhante



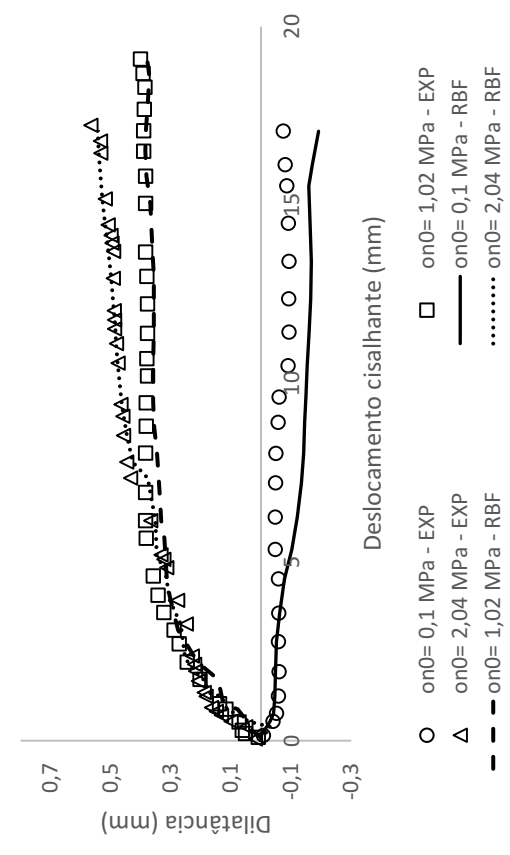
Mehrishal *et al.* (2016) - Dilatância



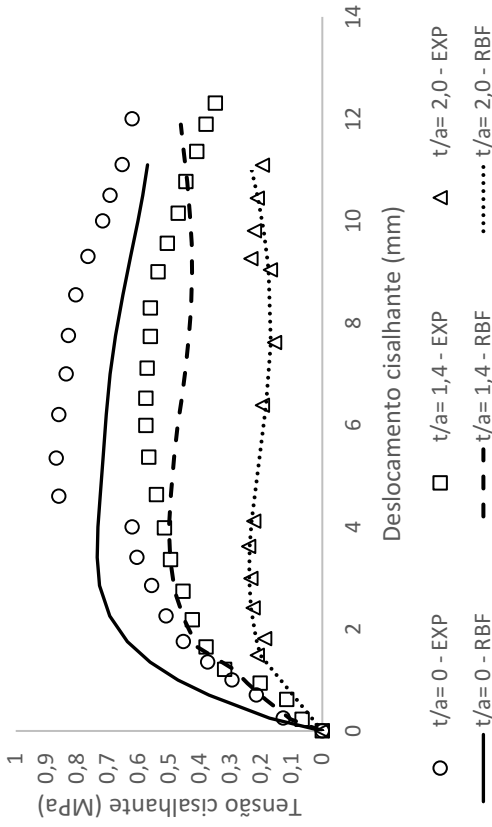
Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNL



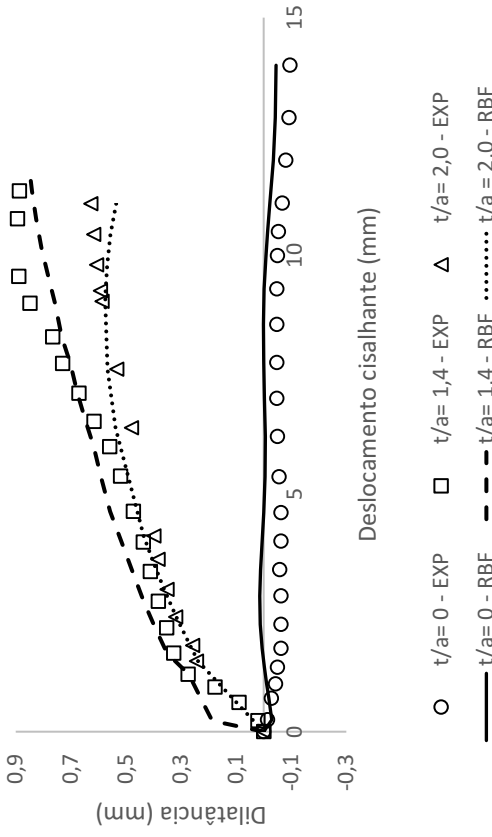
Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNL



Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNS

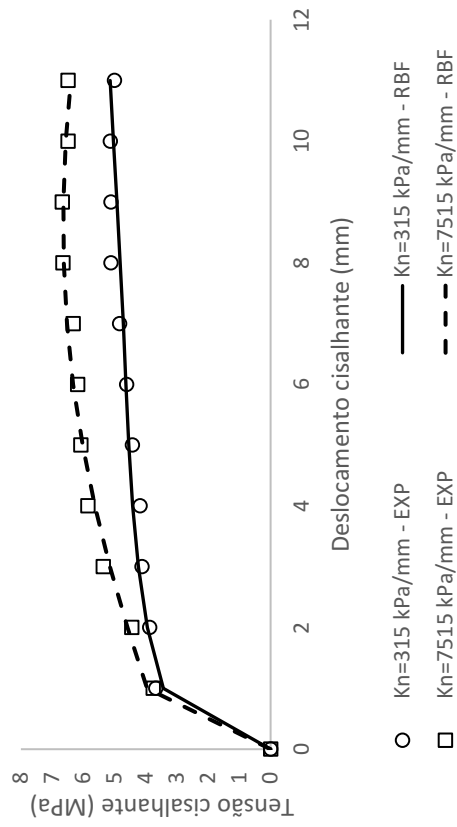


Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNS

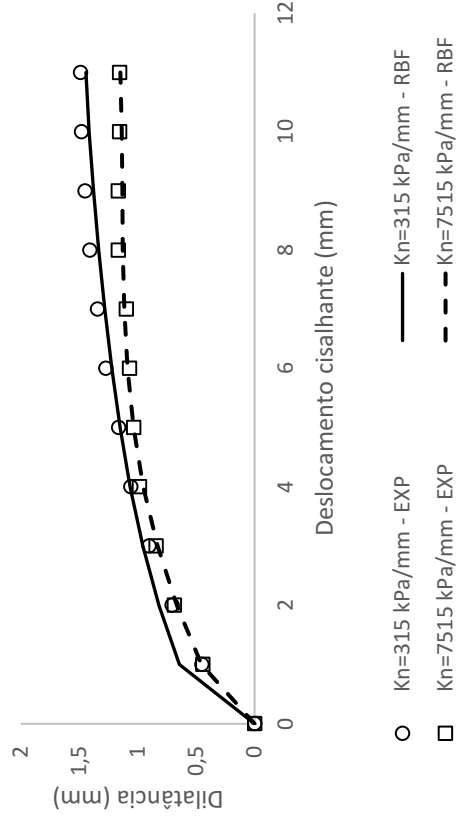


MODELO D3 – ARQUITETURA: 7-169-2 – GRÁFICOS

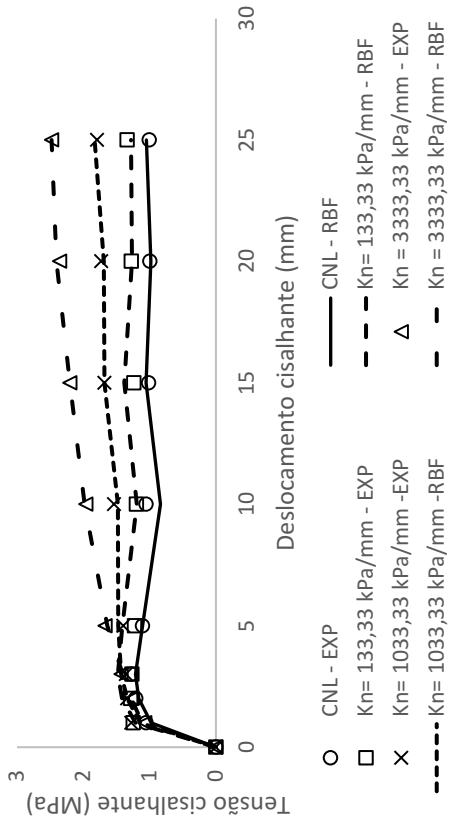
Benmokrane e Ballivy (1989) - Tensão cisalhante



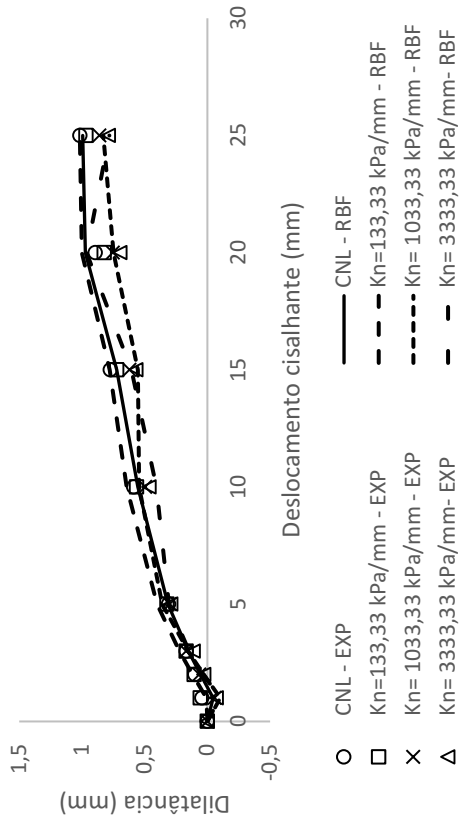
Benmokrane e Ballivy (1989) - Dilatância



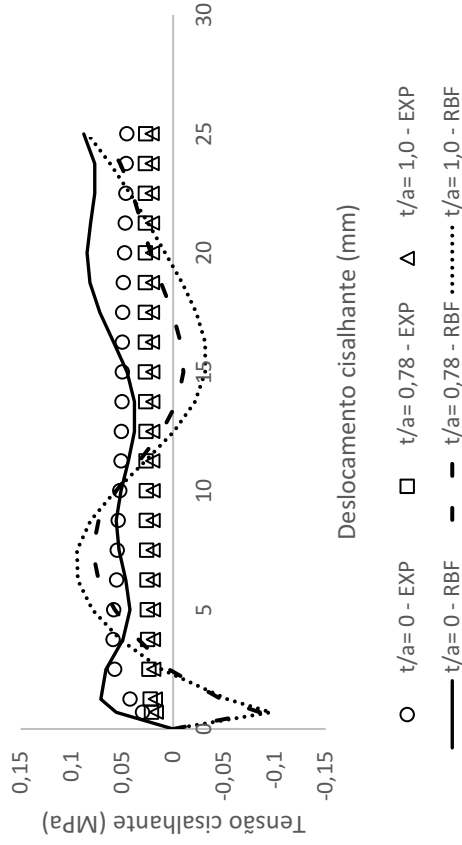
Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Tensão cisalhante



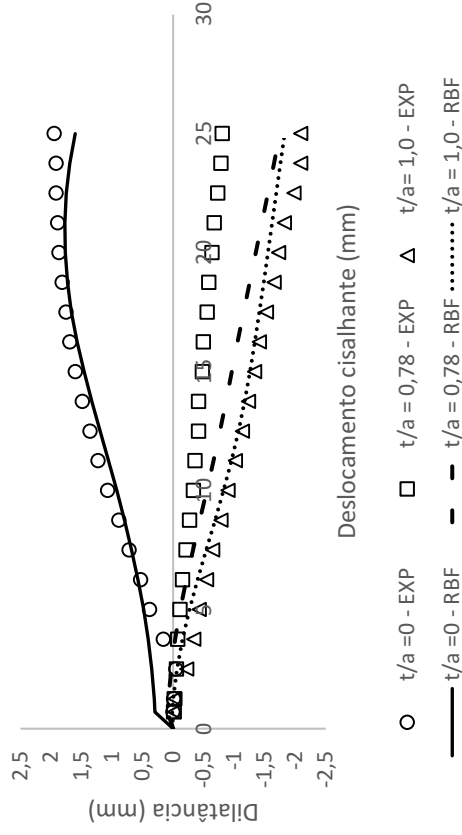
Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Dilatância



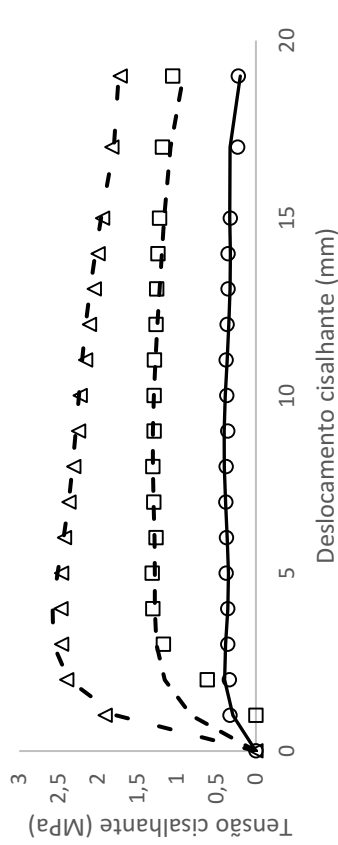
Papaliangas *et al.* (1993) - Tensão cisalhante



Papaliangas *et al.* (1993) - Dilatância

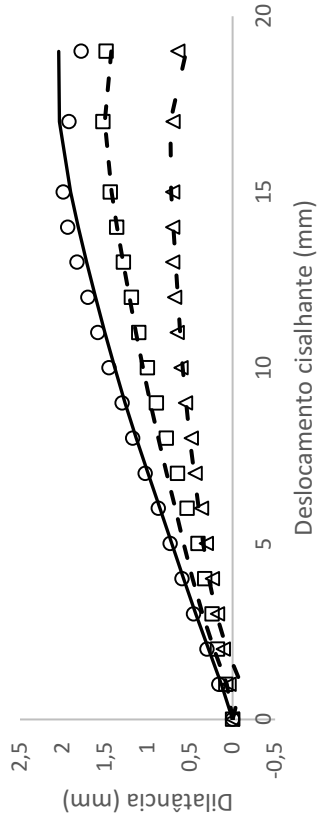


Haque (1999) - CNL - Tensão cisalhante



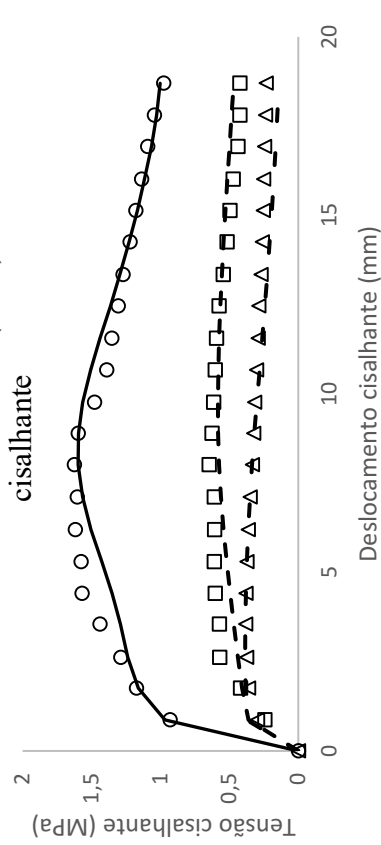
○ on0= 0,3 MPa - EXP — on0= 0,3 MPa - RBF □ on0= 1,1 MPa - EXP — on0= 1,1 MPa - RBF
 - - on0= 1,1 MPa - RBF △ on0= 2,43 MPa - EXP - - on0= 2,43 MPa - RBF

Haque (1999) - CNL - Dilatância



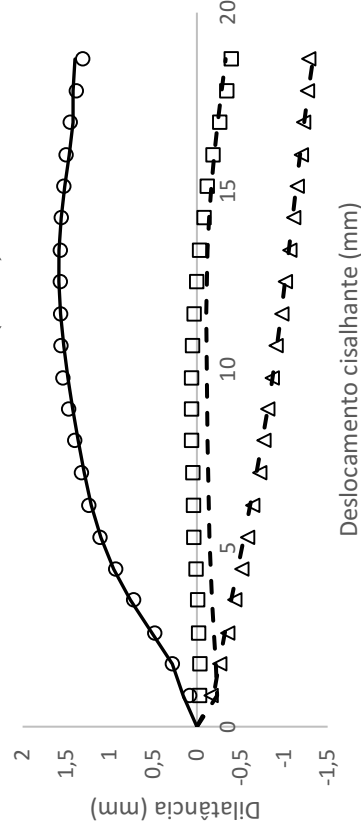
○ on0= 0,3 MPa - EXP — on0= 0,3 MPa - RBF □ on0= 1,1 MPa - EXP — on0= 1,1 MPa - RBF
 - - on0= 1,1 MPa - RBF △ on0= 2,43 MPa - EXP - - on0= 2,43 MPa - RBF

Oliveira, Indraratna e Nencik (2009) - Tensão cisalhante



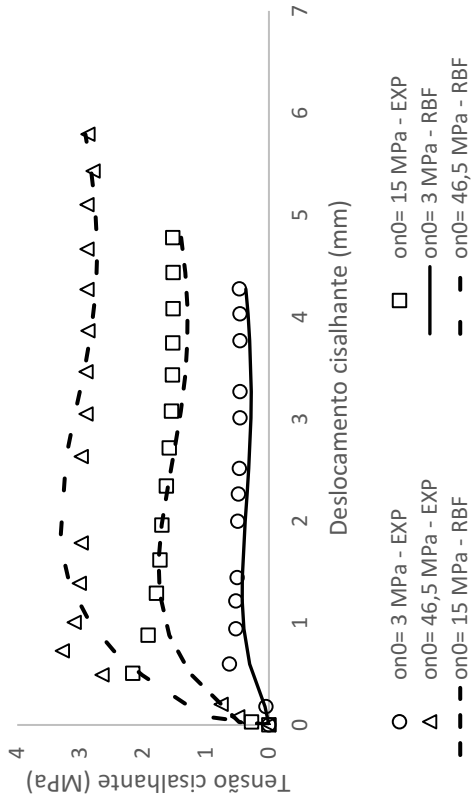
○ t/a= 0 - EXP — t/a= 0 - RBF □ t/a= 1,0 - EXP — t/a= 1,0 - RBF △ t/a= 2,0 - EXP - - t/a= 2,0 - RBF

Oliveira, Indraratna e Nencik (2009) - Dilatância

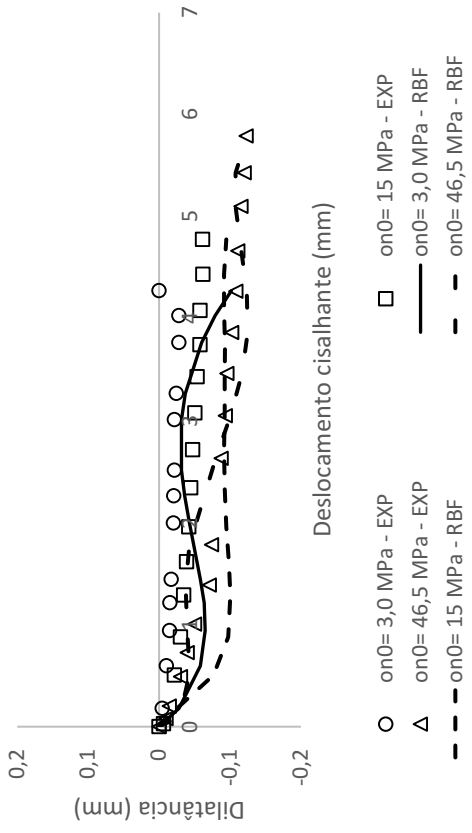


○ t/a= 0 - EXP — t/a= 0 - RBF □ t/a= 1,0 - EXP - - t/a= 1,0 - RBF △ t/a= 2,0 - EXP - - t/a= 2,0 - RBF

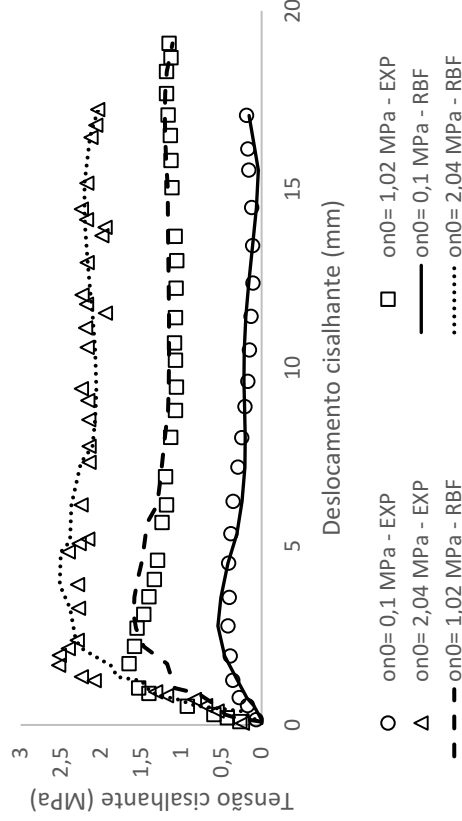
Mehrishal *et al.* (2016) - Tensão cisalhante



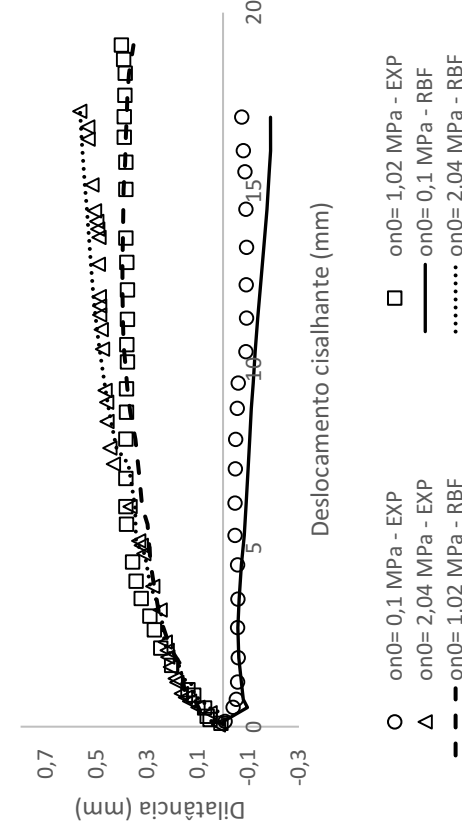
Mehrishal *et al.* (2016) - Dilatância



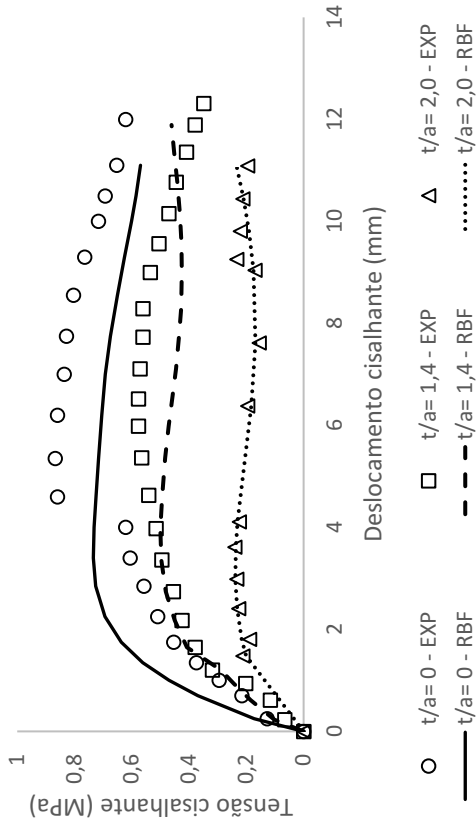
Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNL



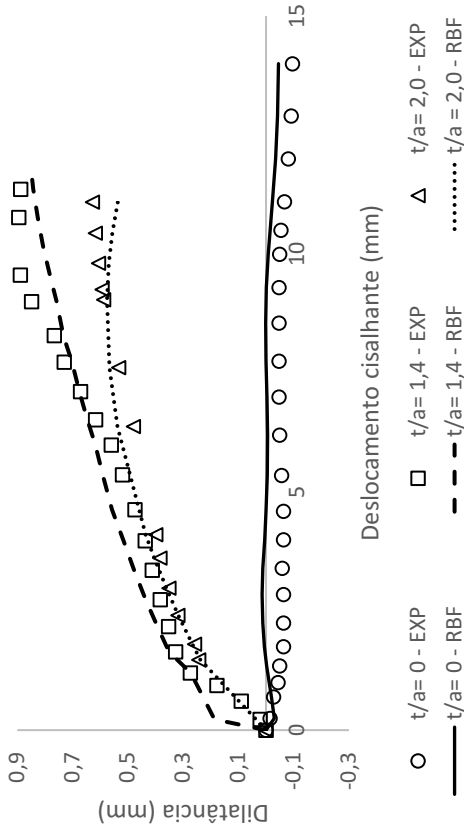
Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNL



Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNS

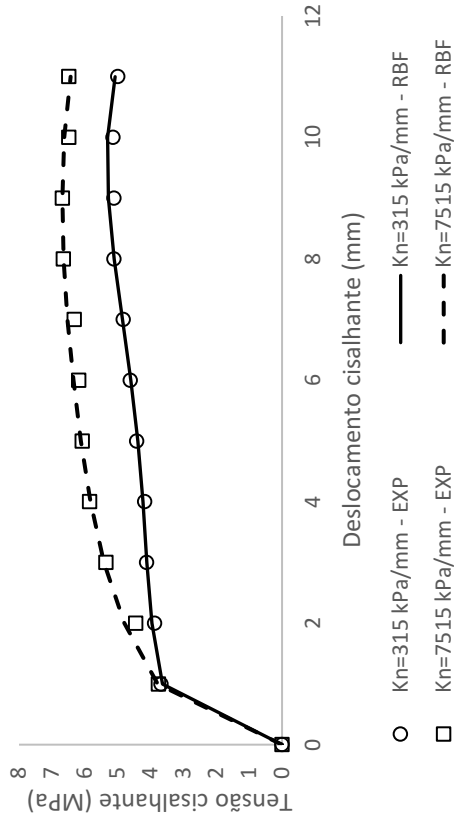


Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNS

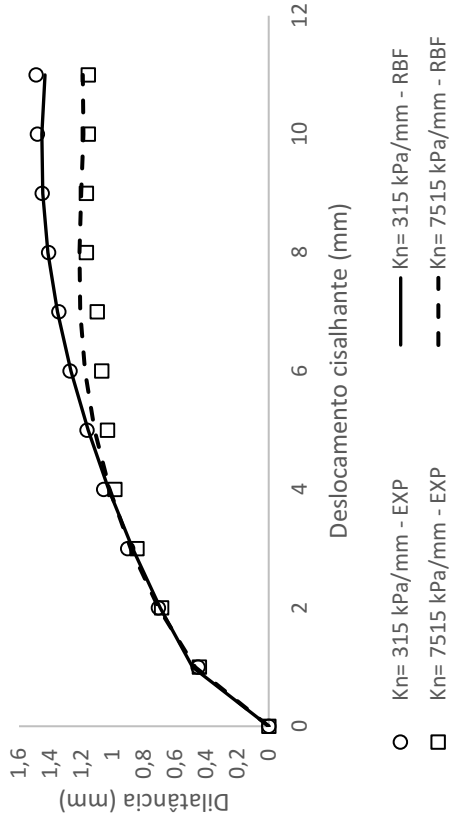


MODELO F1 – ARQUITETURA: 8-145-2 – GRÁFICOS

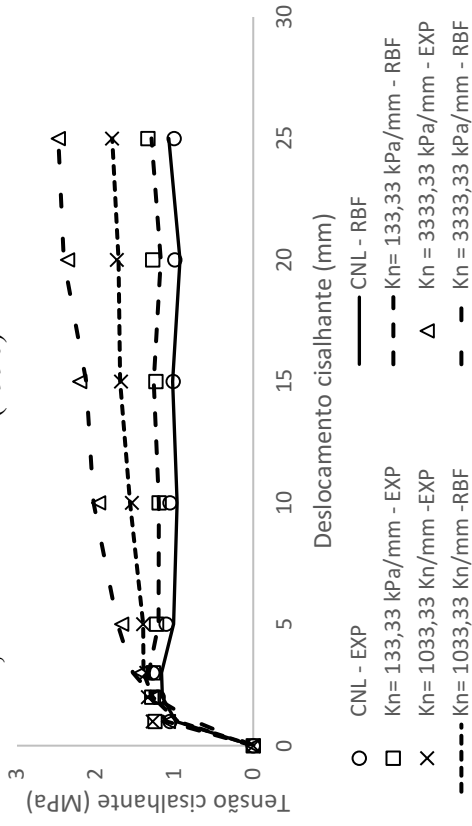
Benmokrane e Ballivy (1989) - Tensão cisalhante



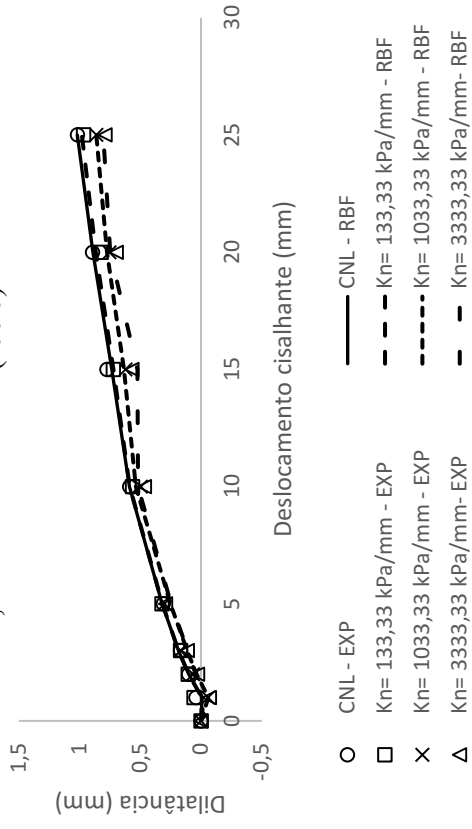
Benmokrane e Ballivy (1989) - Dilatância



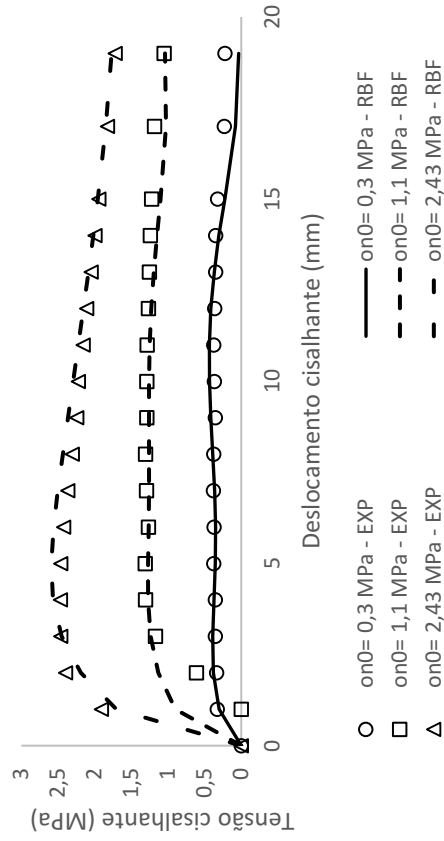
Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Tensão cisalhante



Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Dilatância



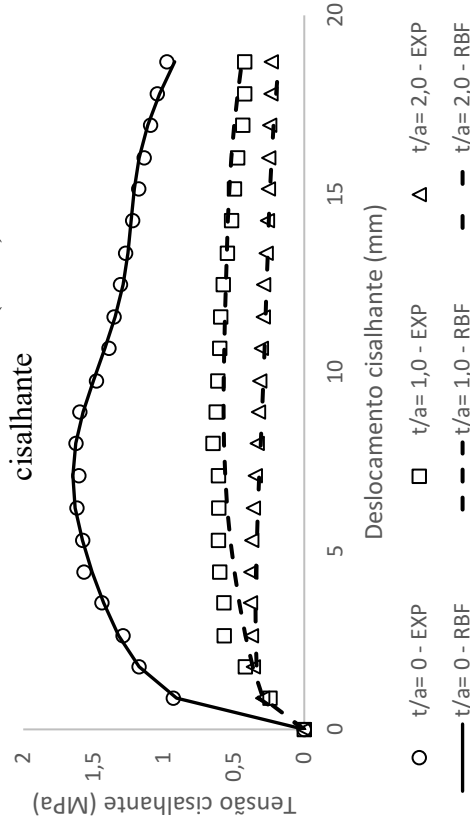
Haque (1999) - CNL - Tensão cisalhante



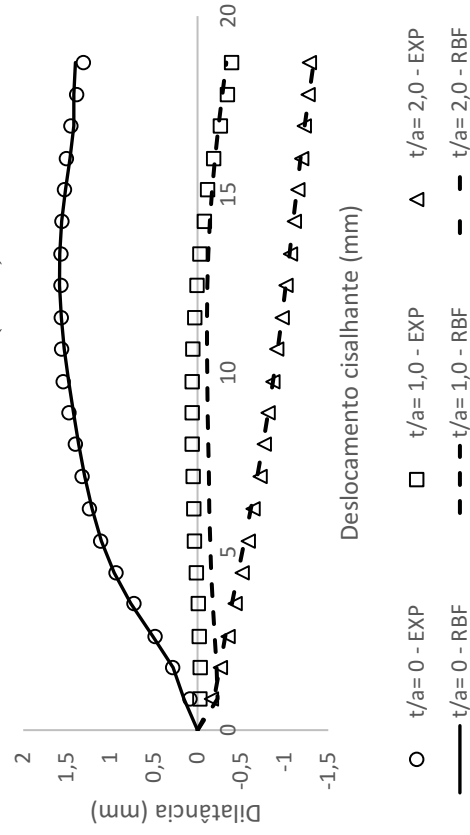
Haque (1999) - CNL - Dilatância



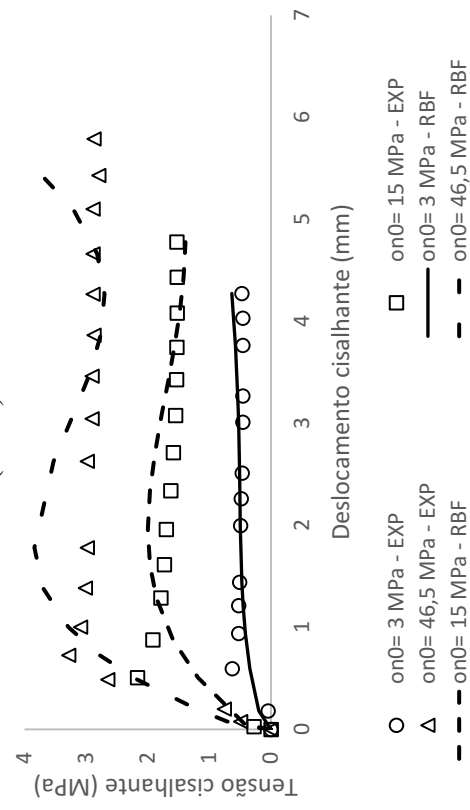
Oliveira, Indraratna e Nencik (2009) - Tensão



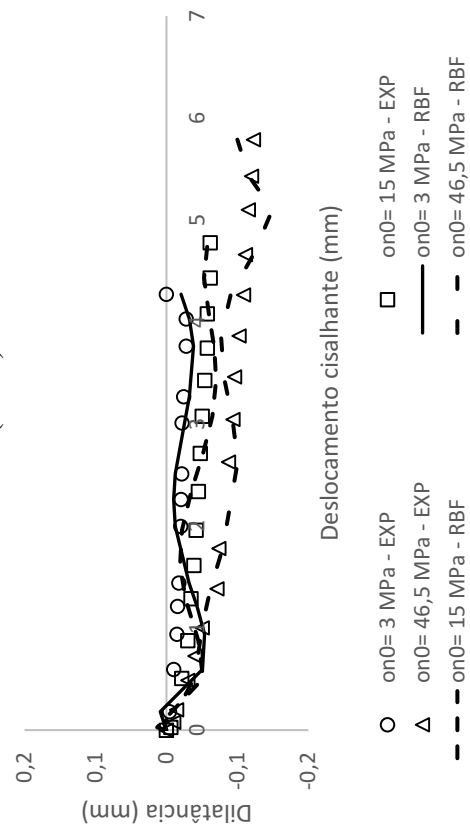
Oliveira, Indraratna e Nencik (2009) - Dilatância



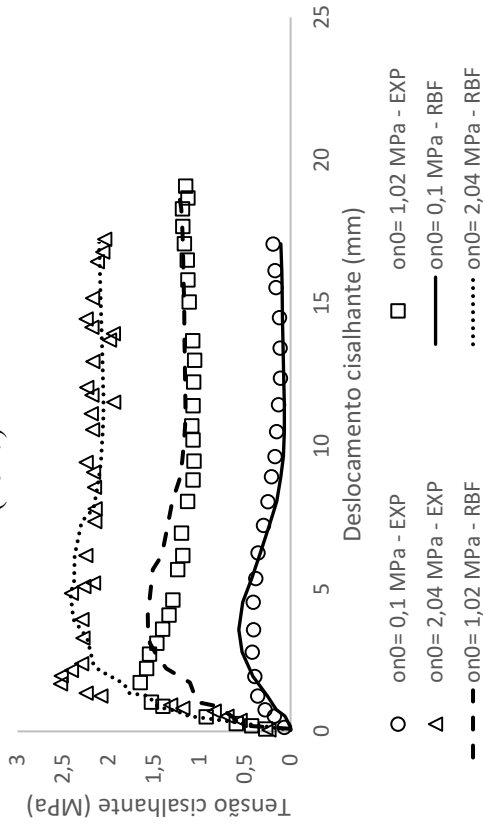
Mehrishal et al. (2016) - Tensão cisalhante



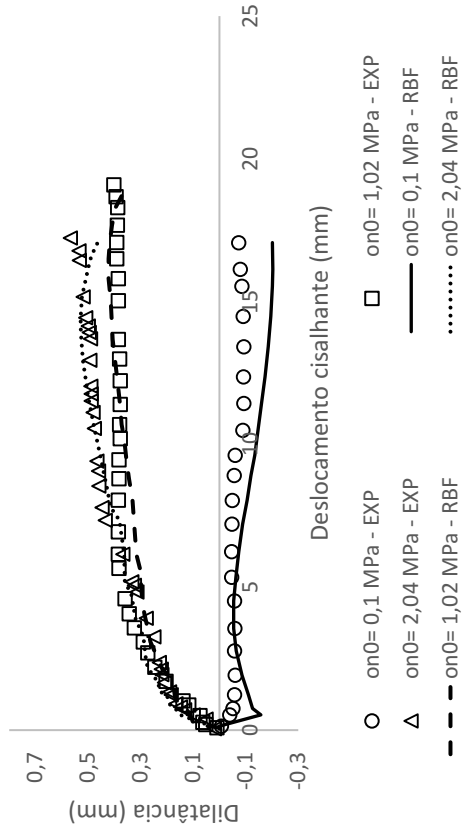
Mehrishal et al. (2016) - Dilatância



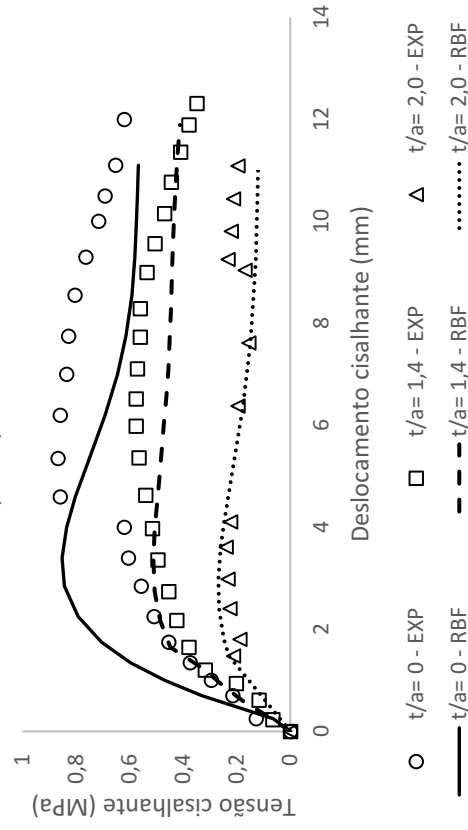
Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNL



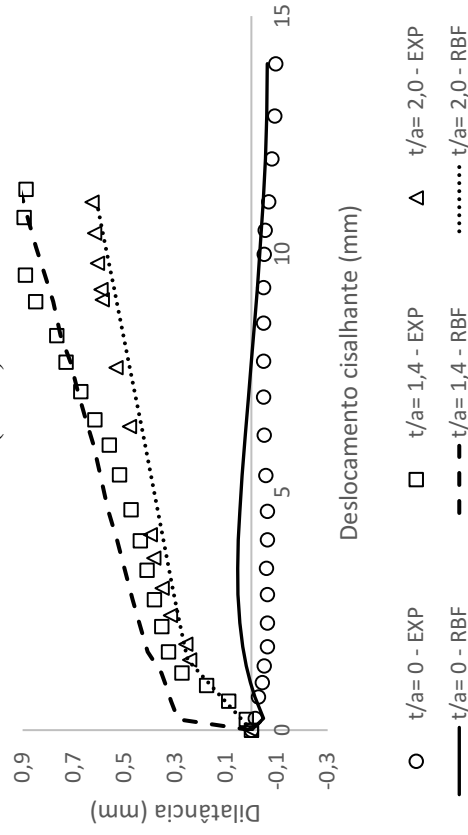
Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNL



Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNS

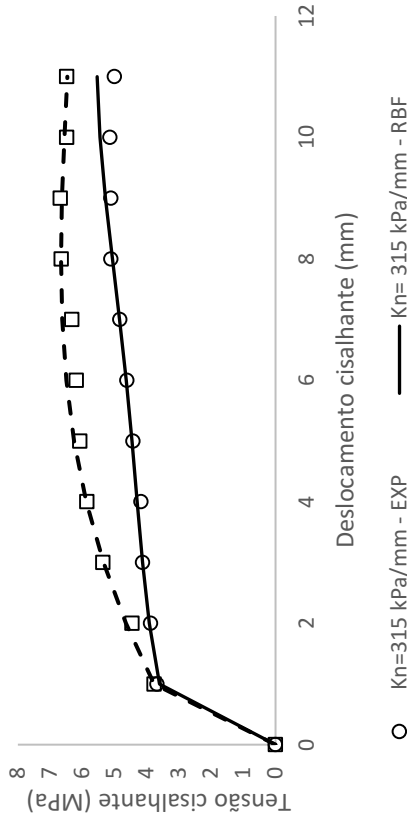


Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNS

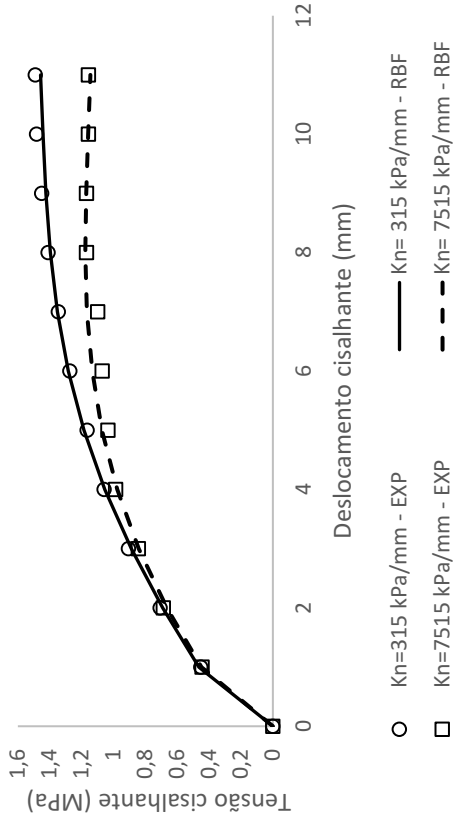


MODELO F3 – ARQUITETURA: 8-138-2 – GRÁFICOS

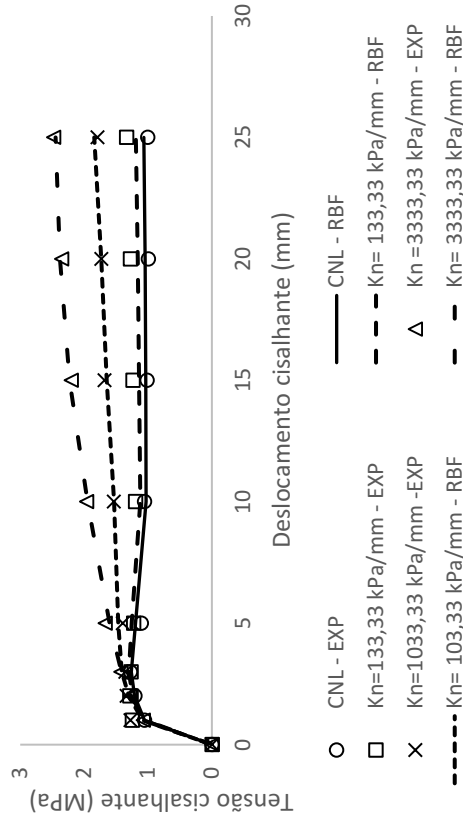
Benmokrane e Ballivy (1989) - Tensão cisalhante



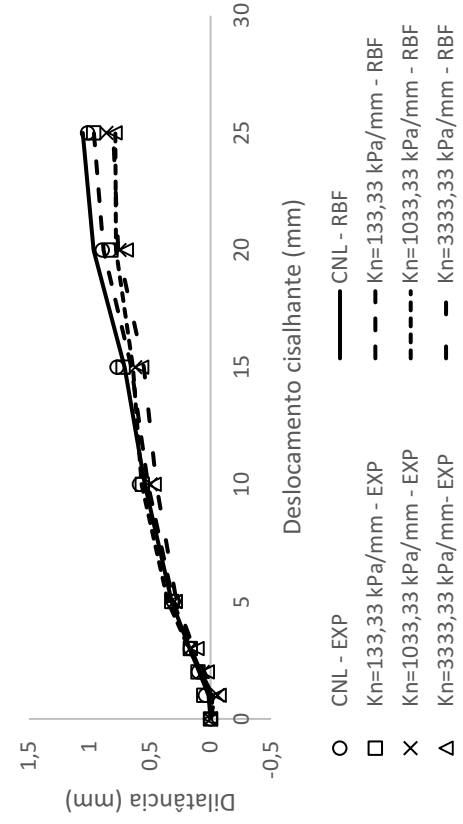
Benmokrane e Ballivy (1989) - Dilatância



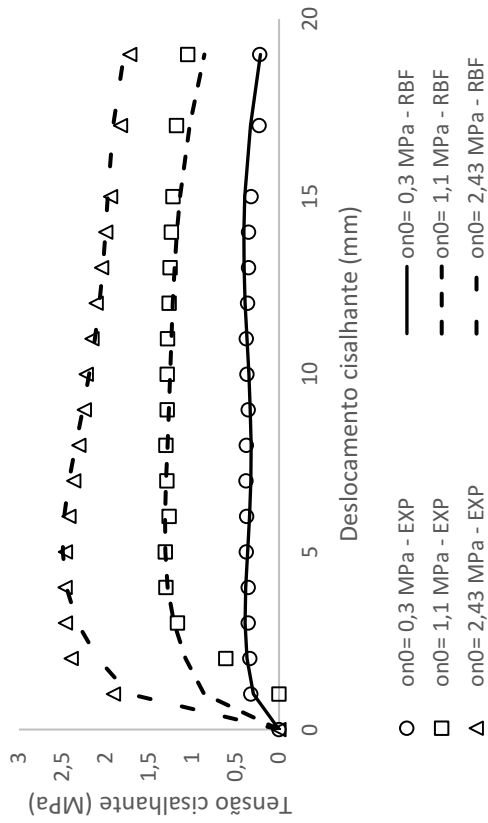
Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Tensão cisalhante



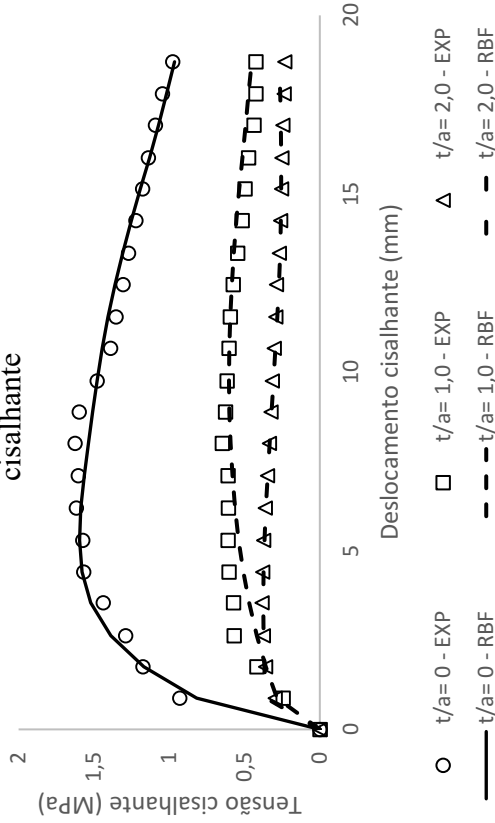
Skinas, Bandis e Demiris (1990) - Dilatância



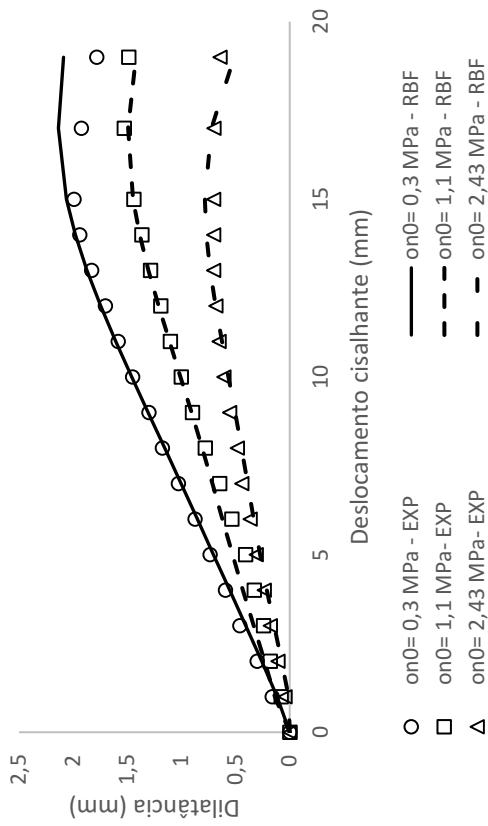
Haque (1999) - CNL - Tensão cisalhante



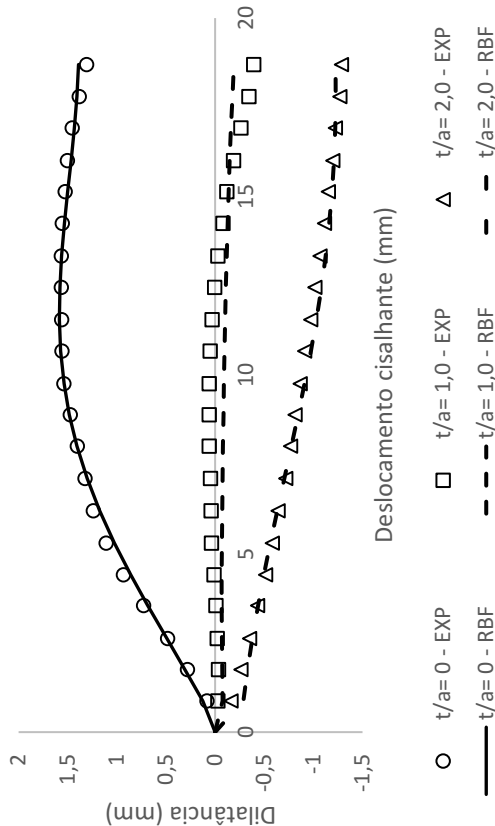
Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) - Tensão cisalhante



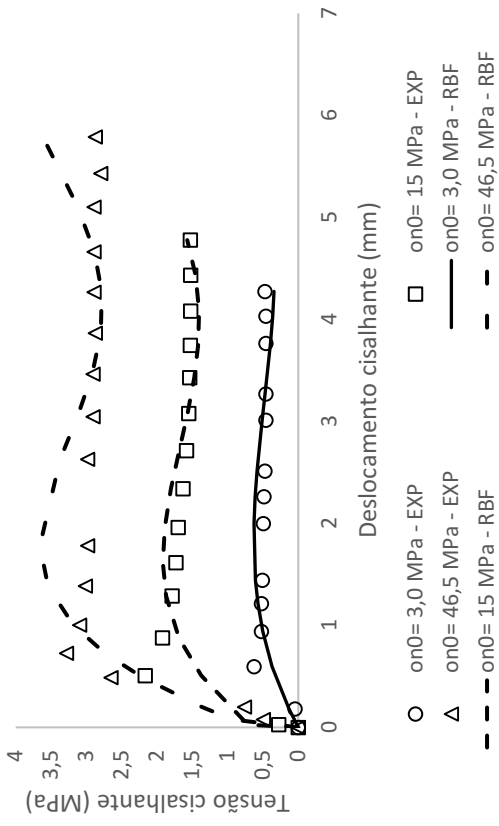
Haque (1999) - CNL - Dilatância



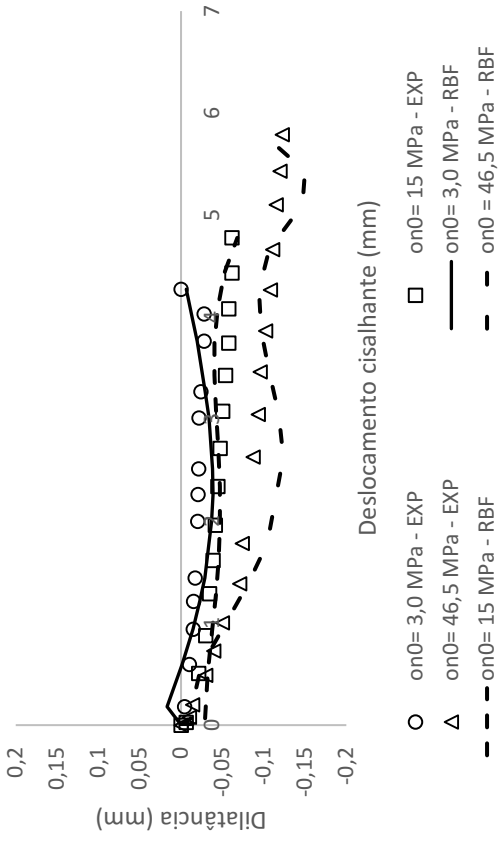
Oliveira, Indraratna e Nemeik (2009) - Dilatância



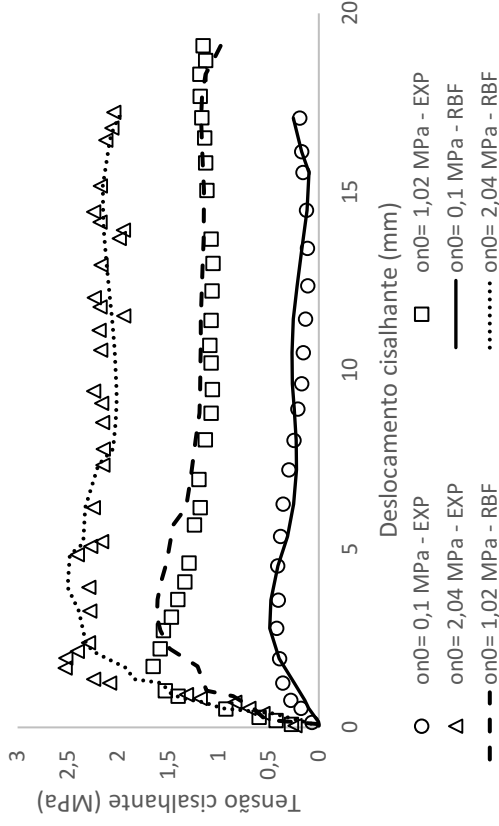
Merishal *et al.* (2016) - Tensão cisalhante



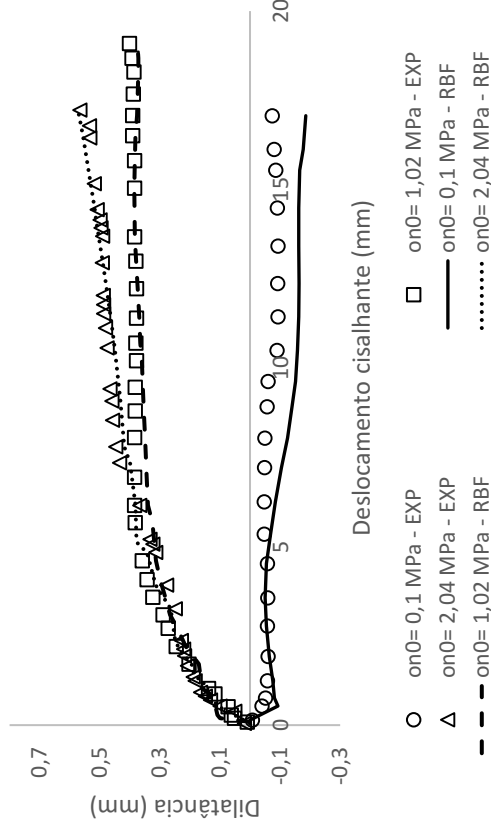
Merishal *et al.* (2016) - Dilatância



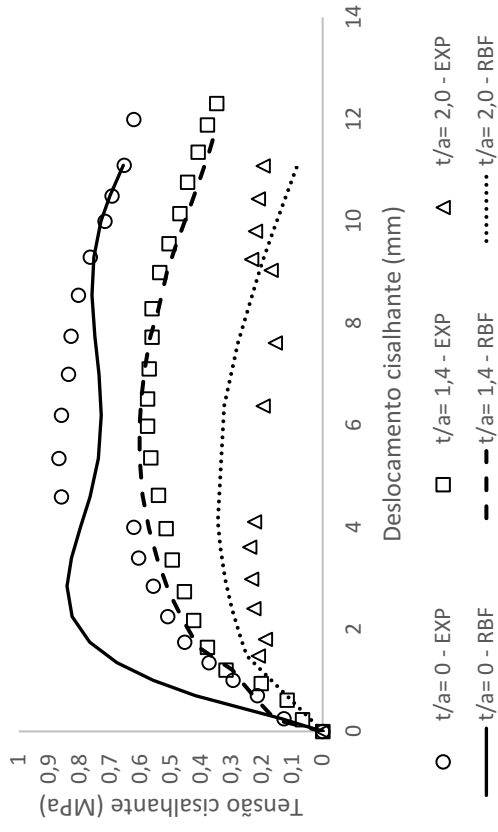
Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNL



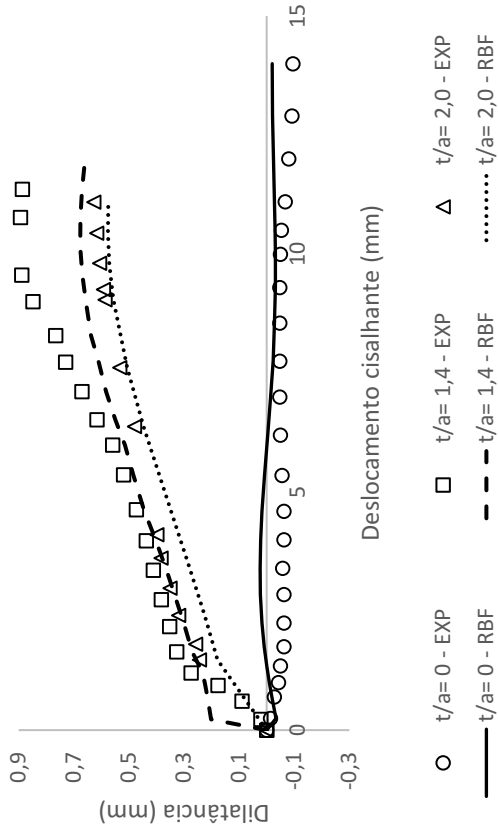
Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância- CNL



Shrivastava e Rao (2017) - Tensão cisalhante - CNS



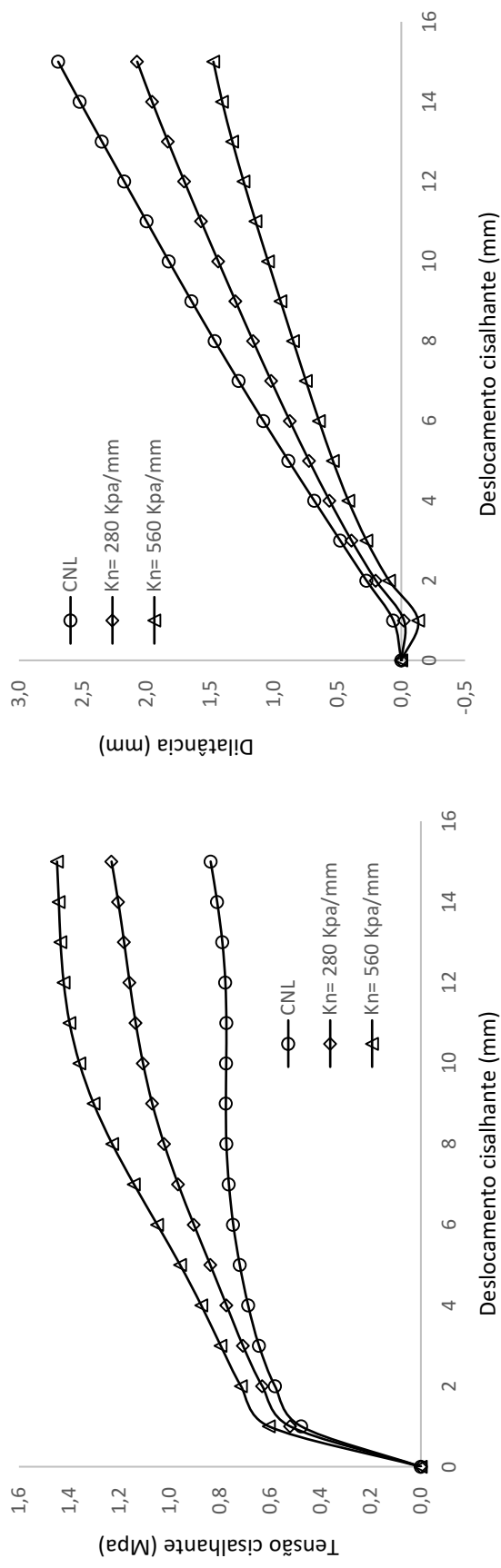
Shrivastava e Rao (2017) - Dilatância - CNS

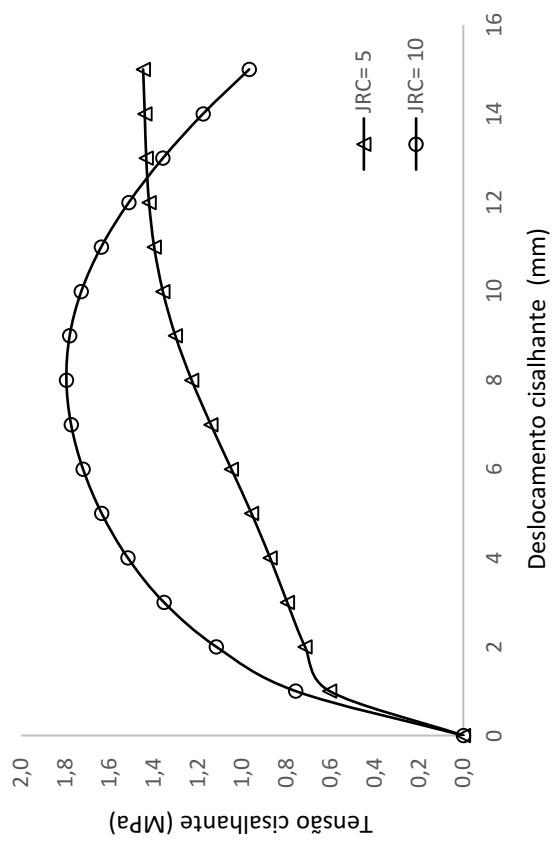
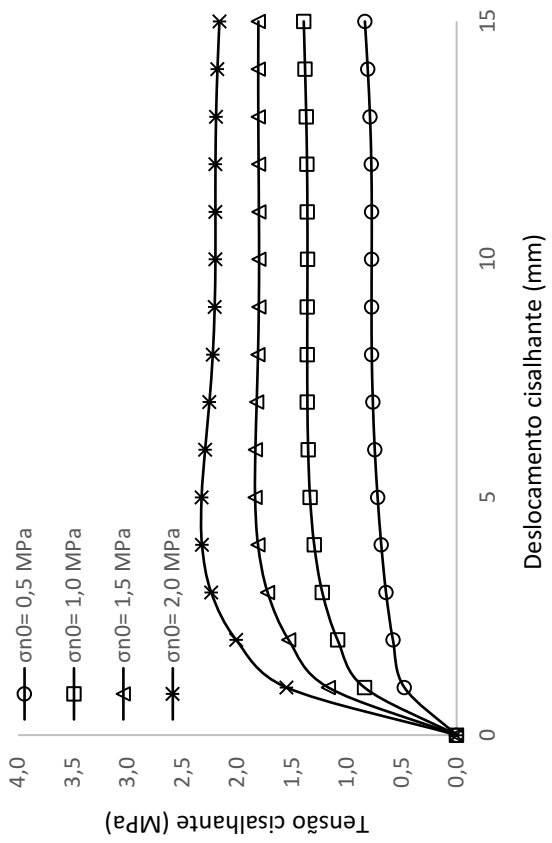
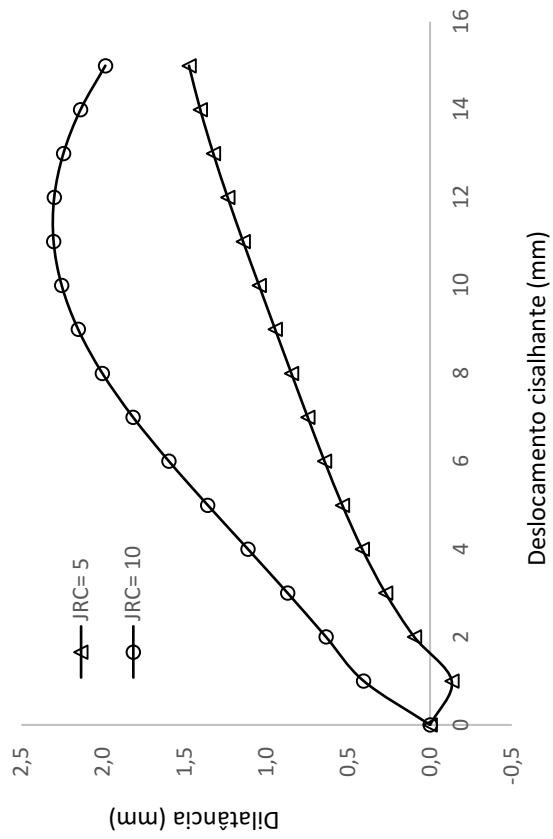
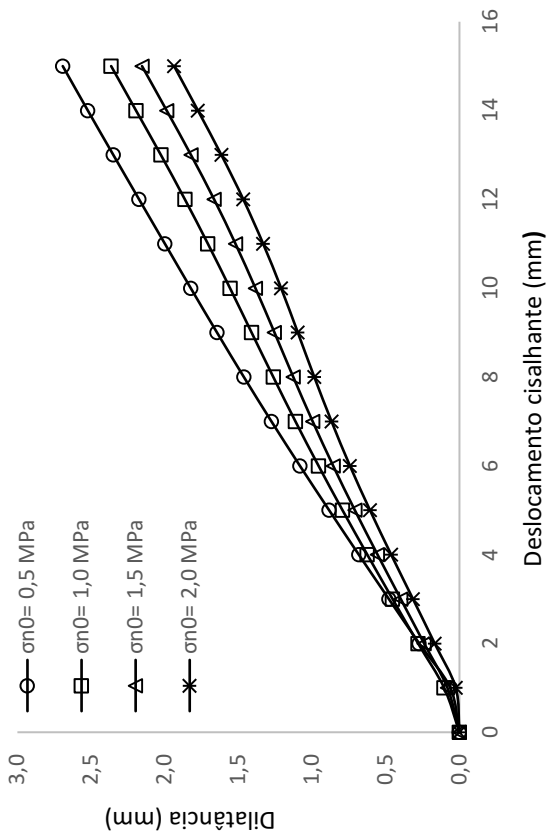


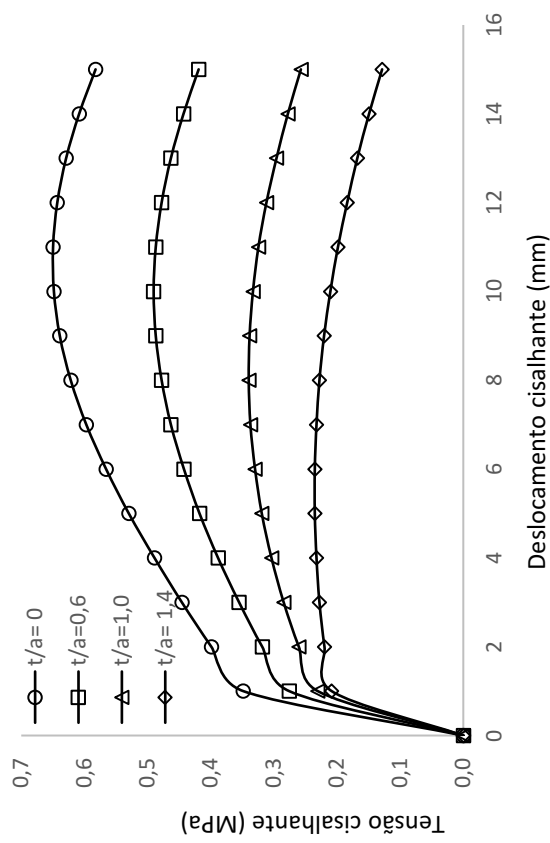
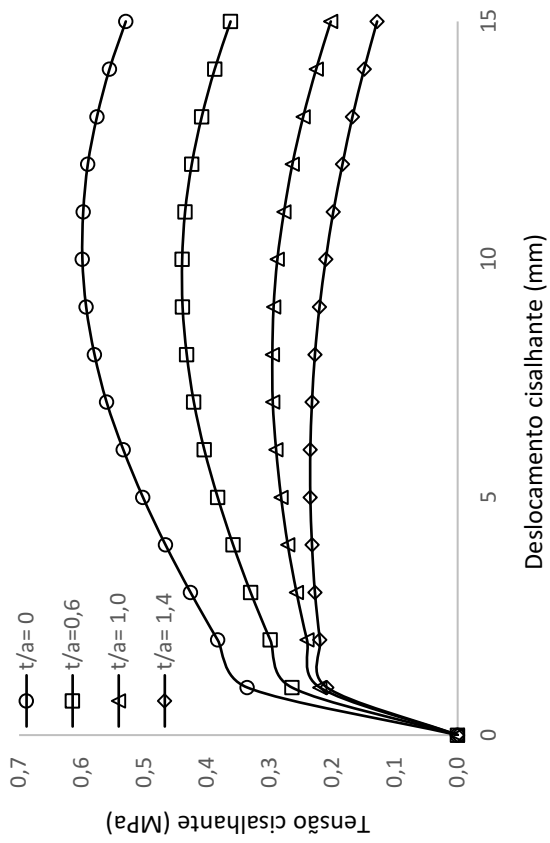
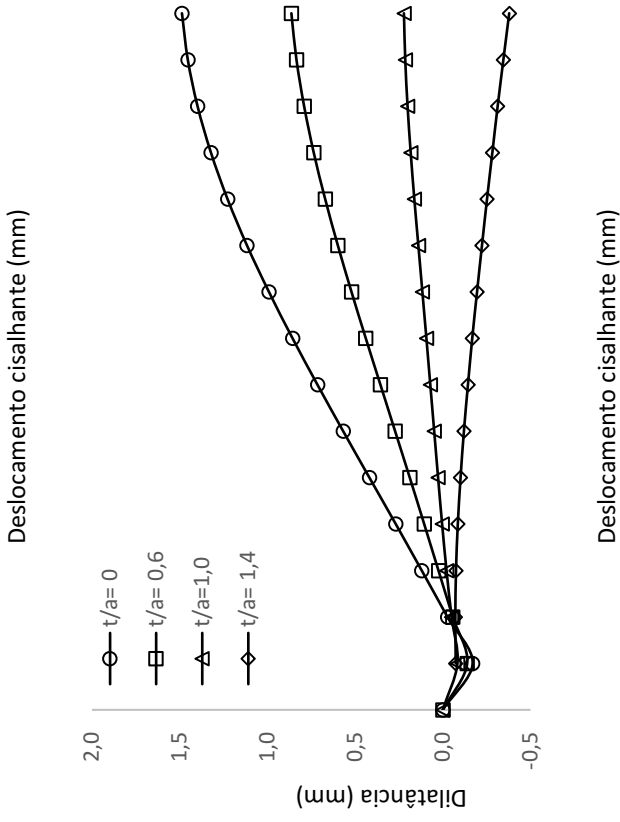
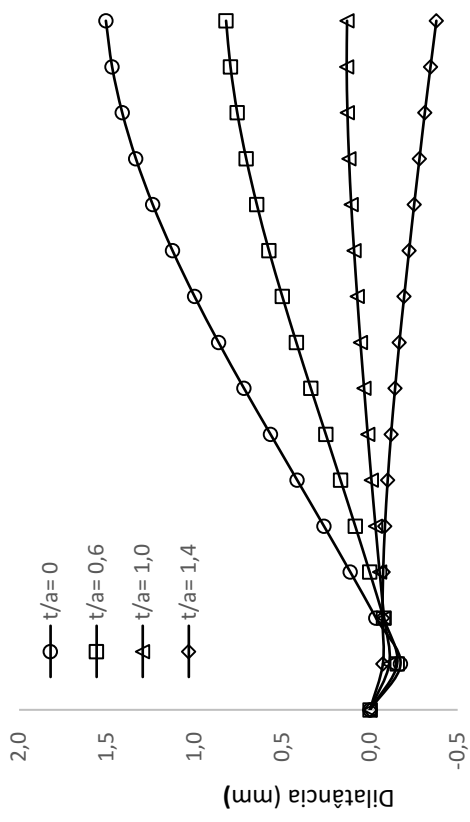
APÊNDICE B – VALIDAÇÃO DAS MELHORES ARQUITETURAS

Gráficos oriundos do processo de validação das cinco melhores arquiteturas. As validações foram realizadas com o intuito de verificar a compreensão do modelo em relação ao modelo estudado, através de descontinuidades hipotéticas preenchidas e não preenchidas, sob CNL e CNS, também utilizadas por Dantas Neto *et al.* (2017), Matos (2018), Leite *et al.* (2019a, b) e Dantas Neto *et al.* (2022). Na sequência, os gráficos que representam a influência da rigidez normal de contorno, tensão normal inicial, JRC e relação t/a para descontinuidades sob CNL e CNS, respectivamente.

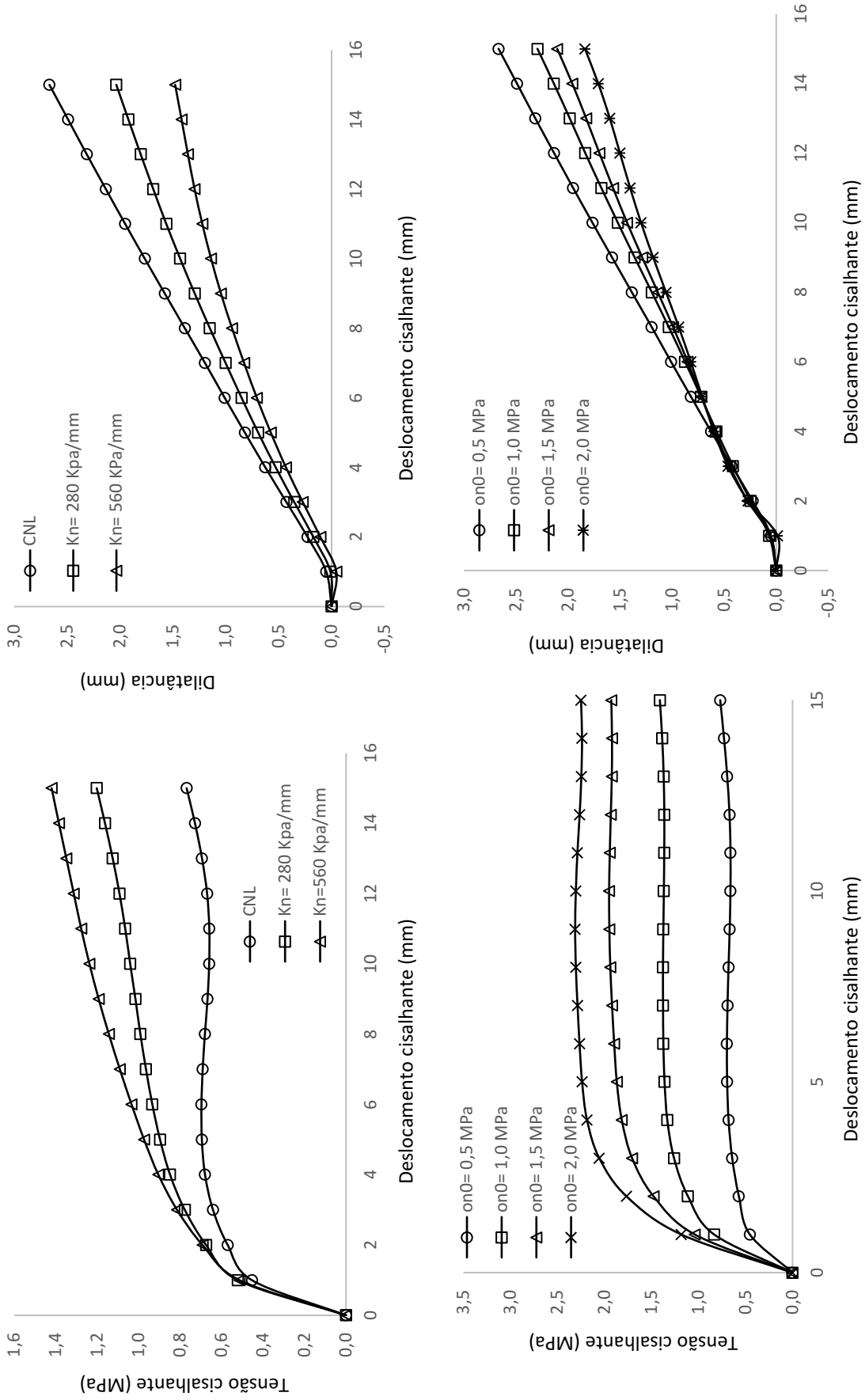
MODELO A1 – ARQUITETURA: 8-242-2 - GRÁFICOS

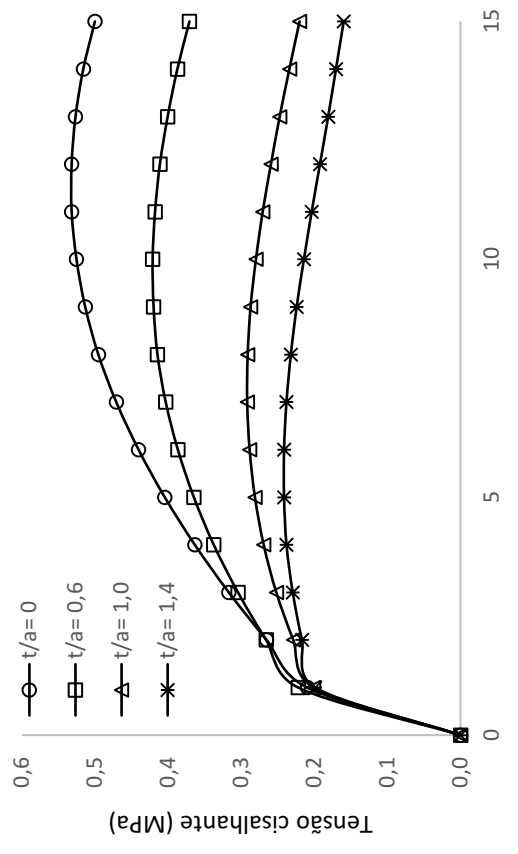
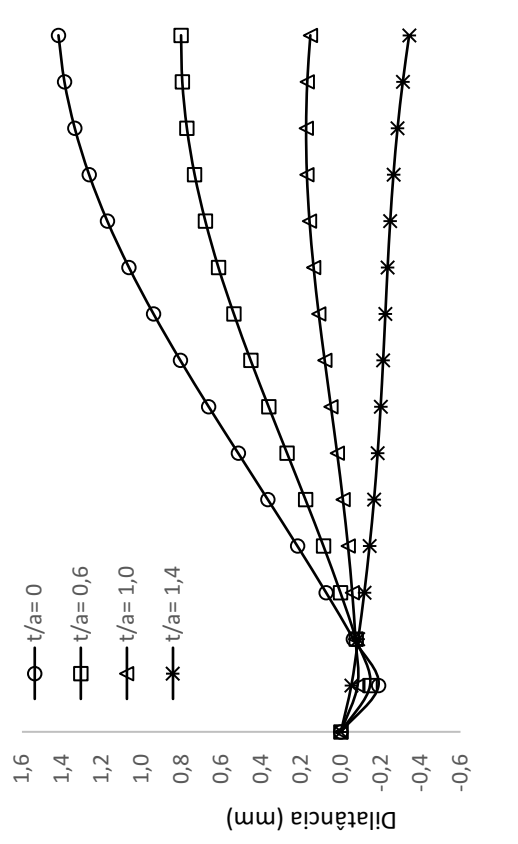
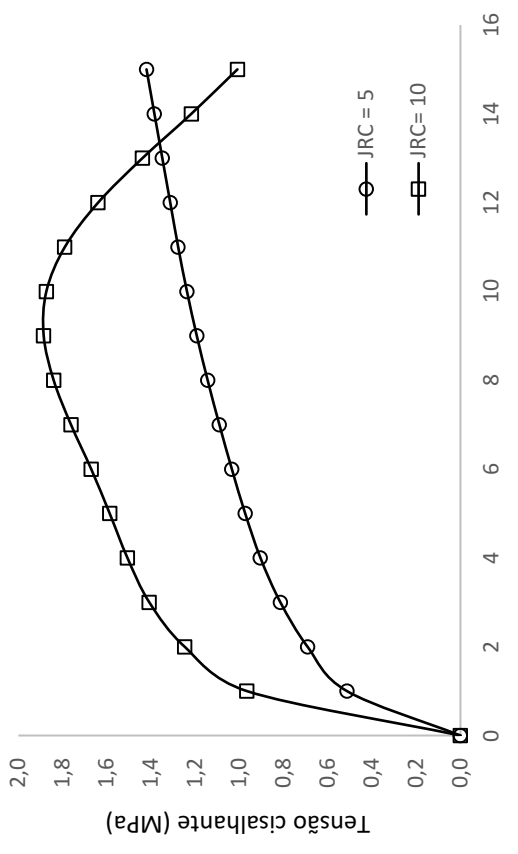
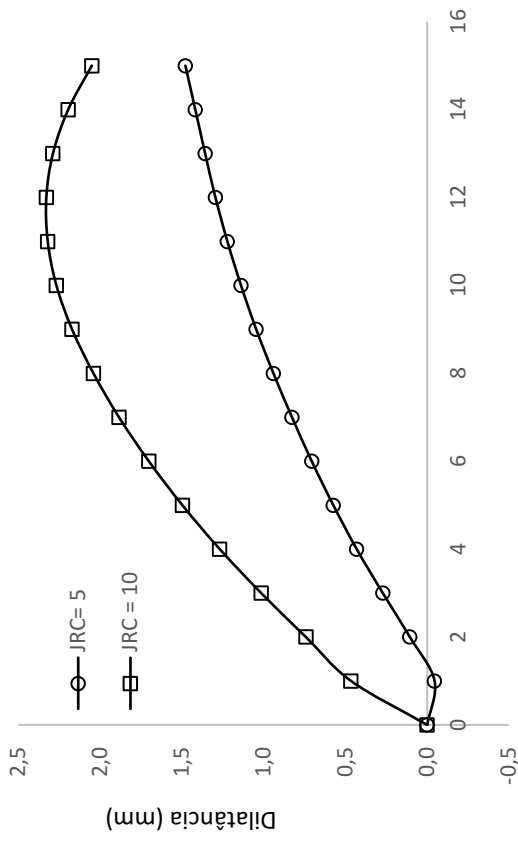


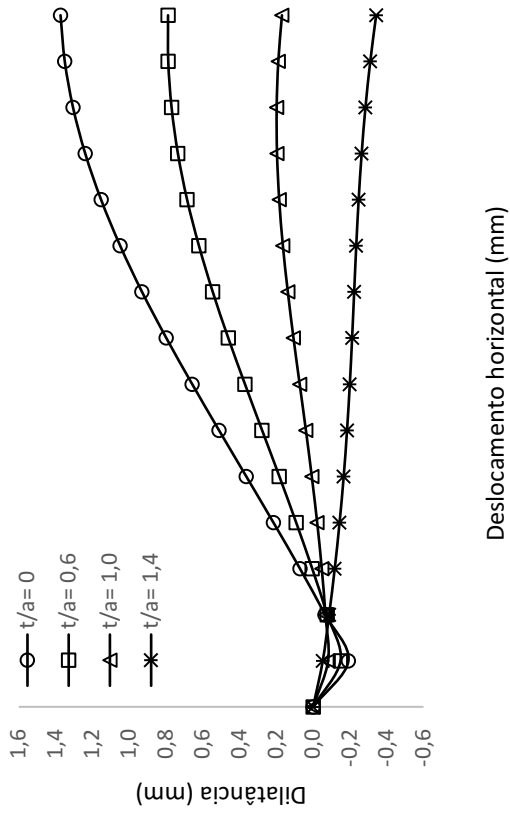
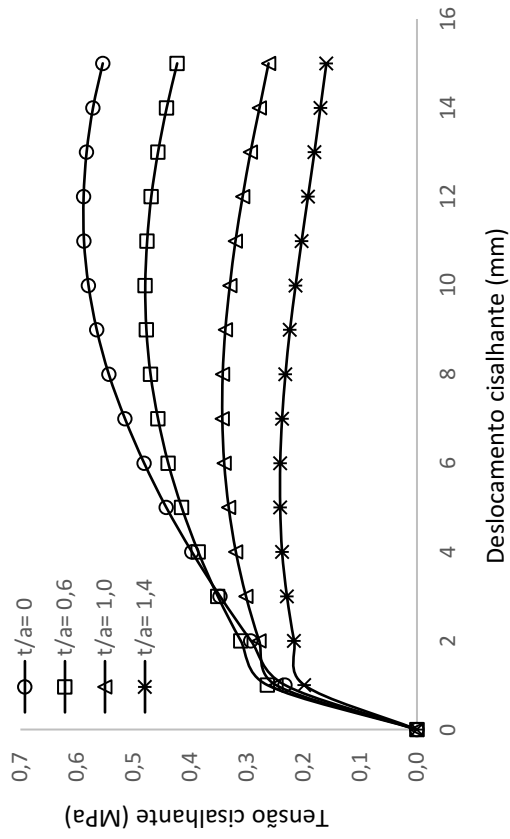




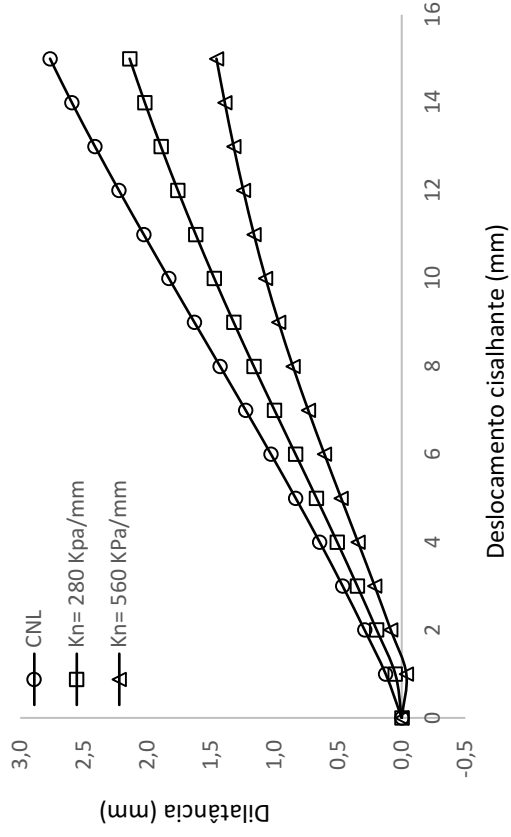
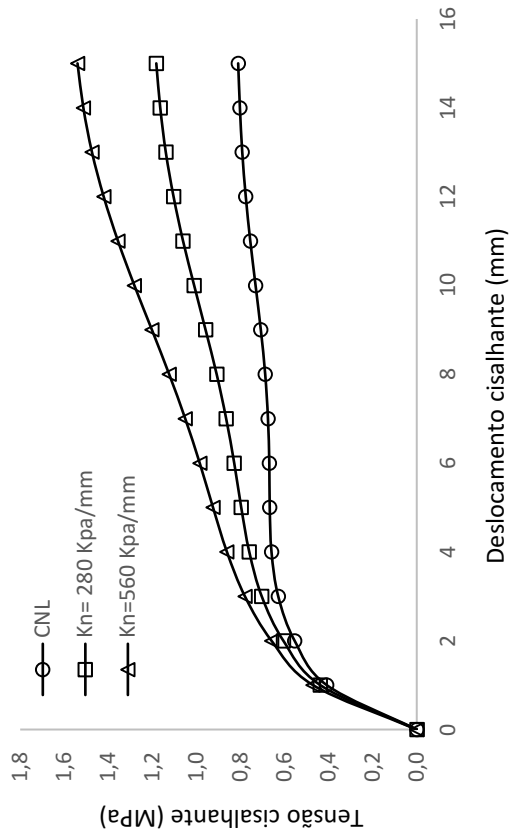
MODELO B1 – ARQUITETURA: 8-291-2 – GRÁFICOS

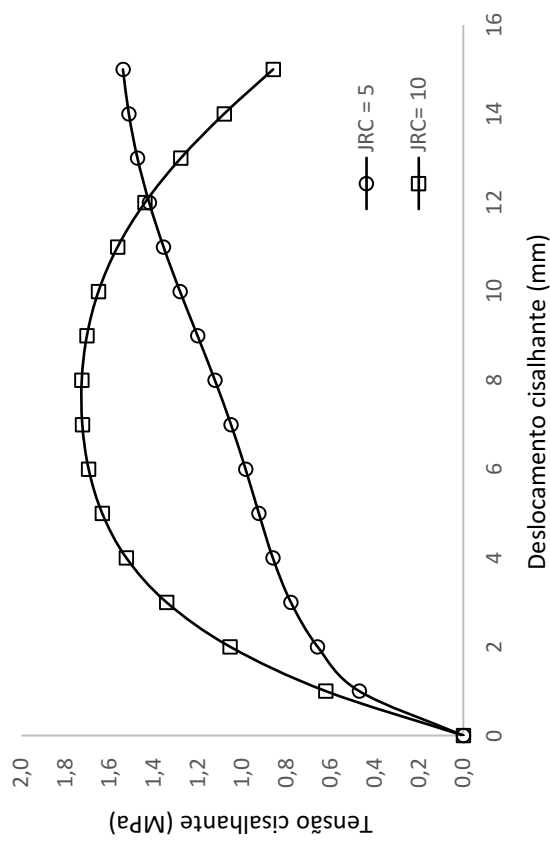
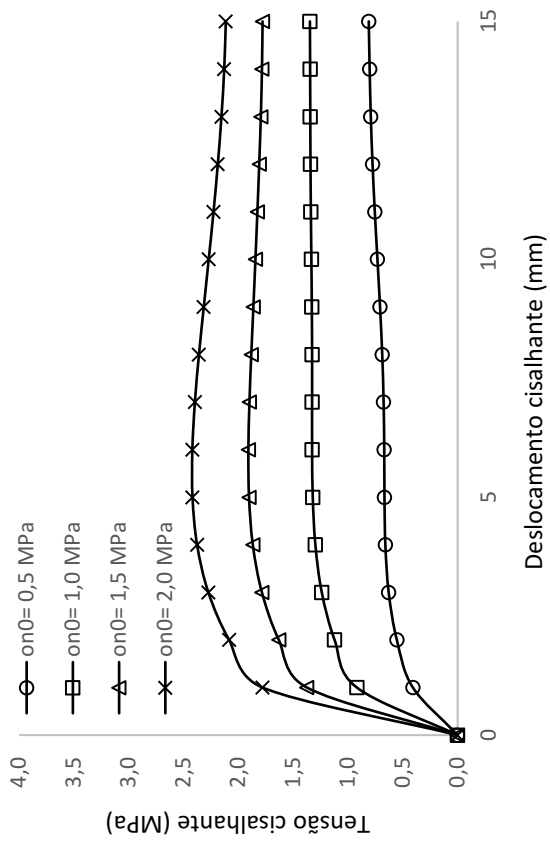
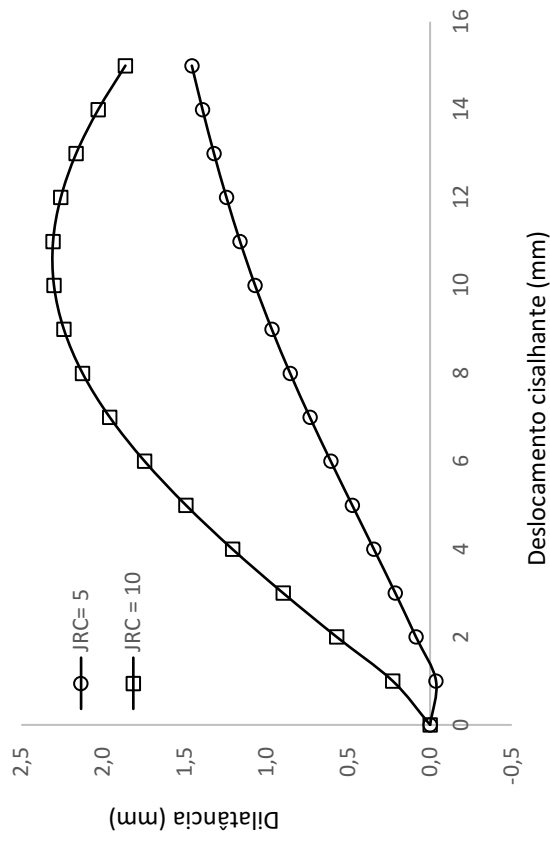
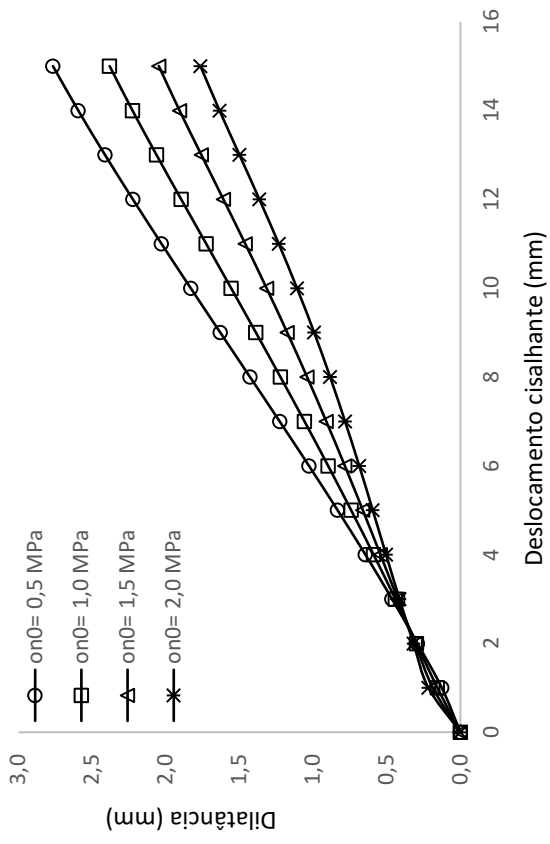


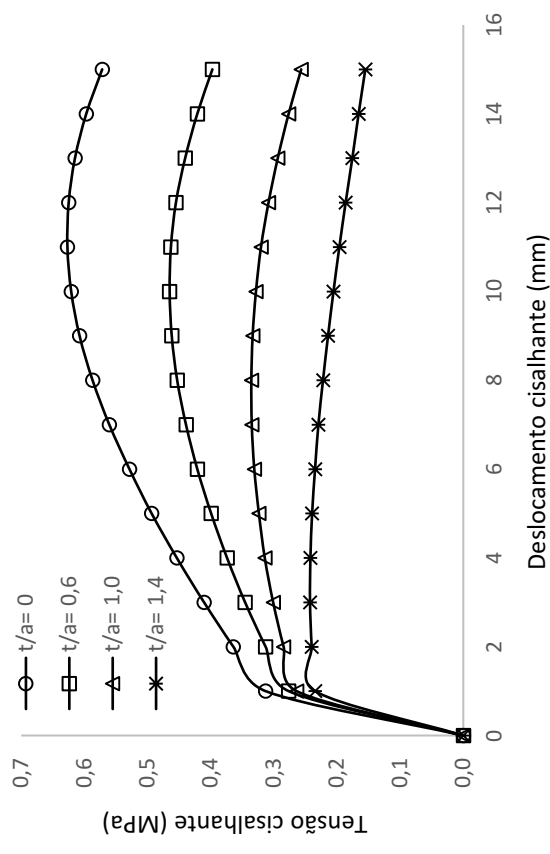
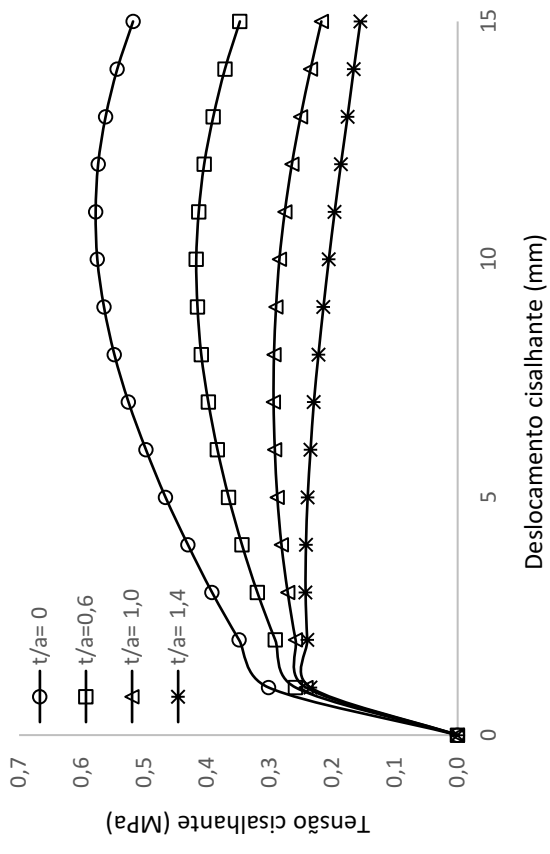
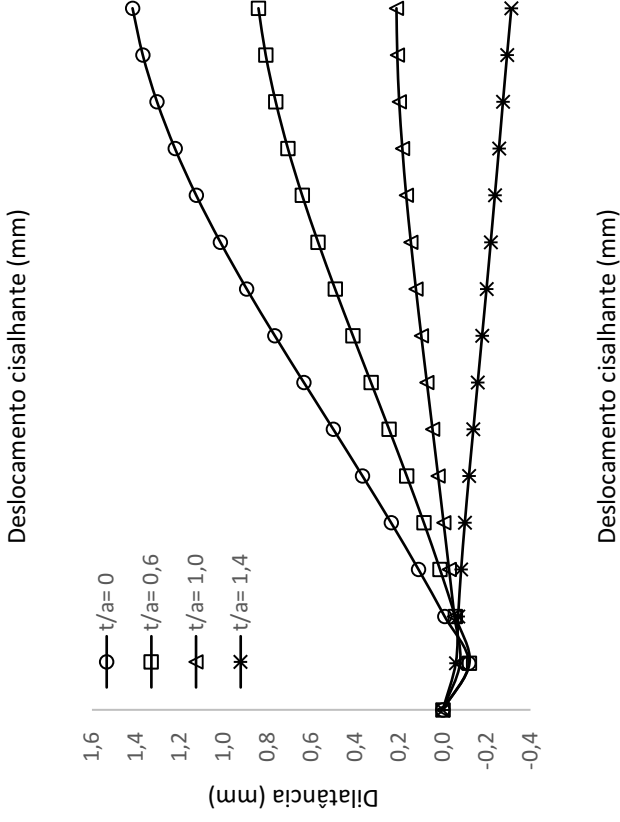
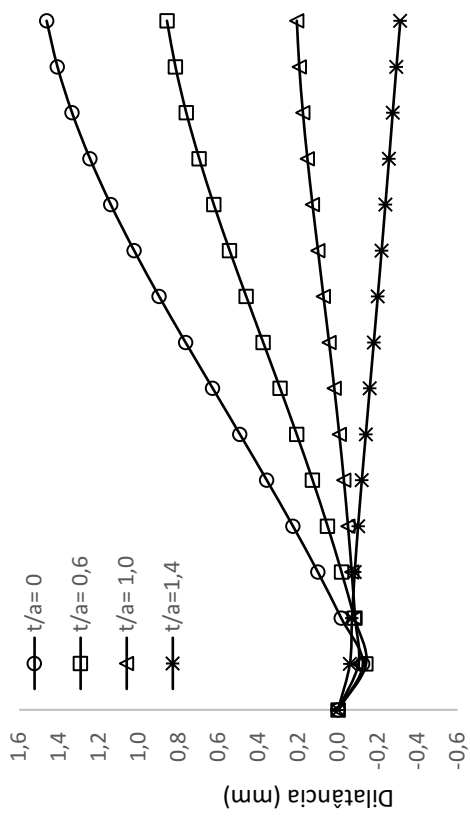




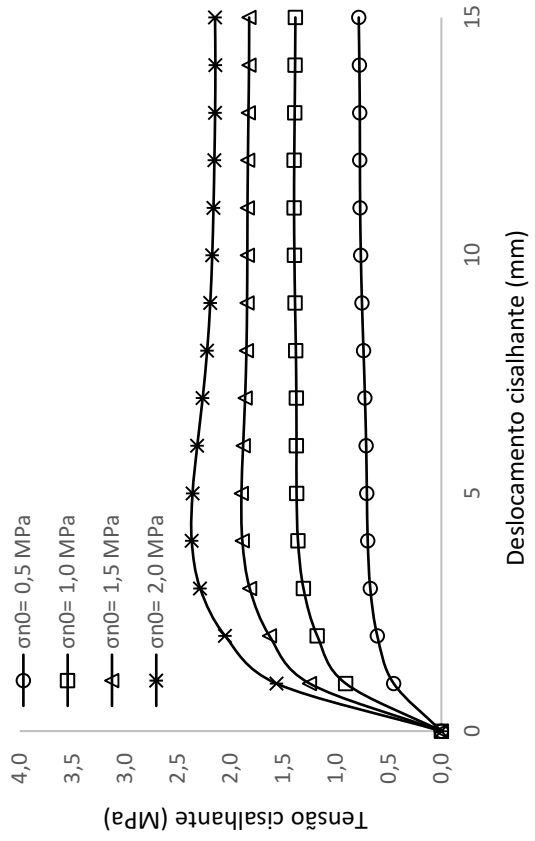
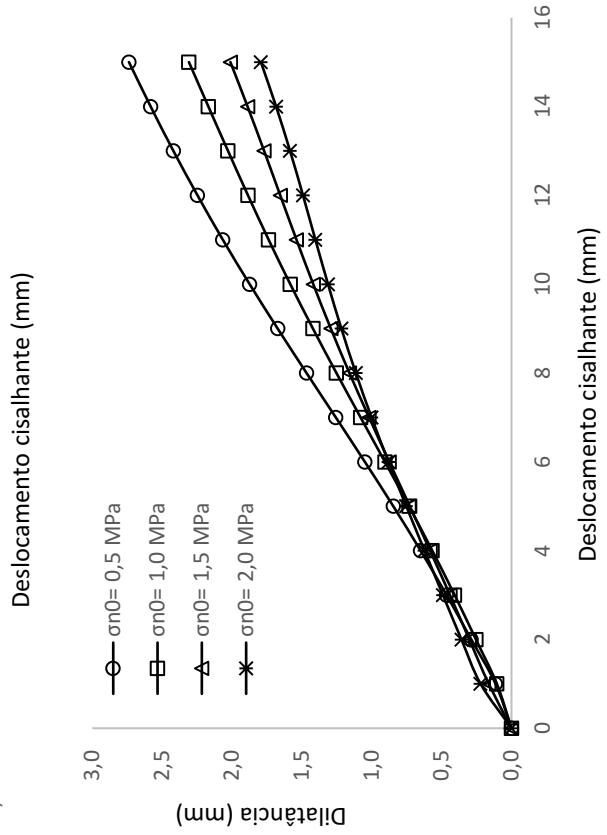
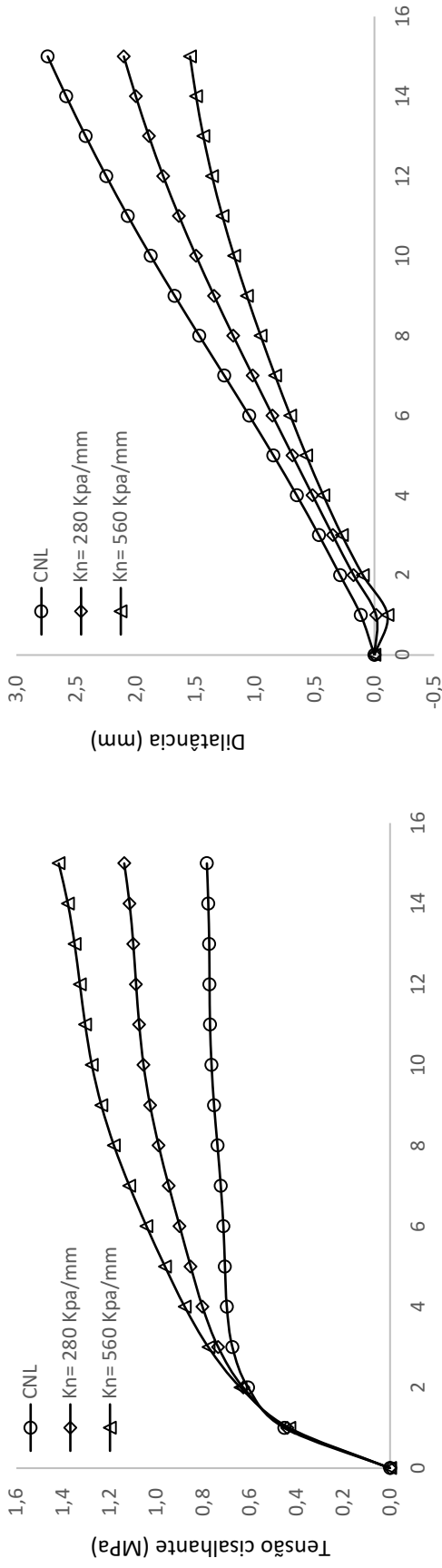
MODELO B3 – ARQUITETURA: 8-135-2 – GRÁFICOS

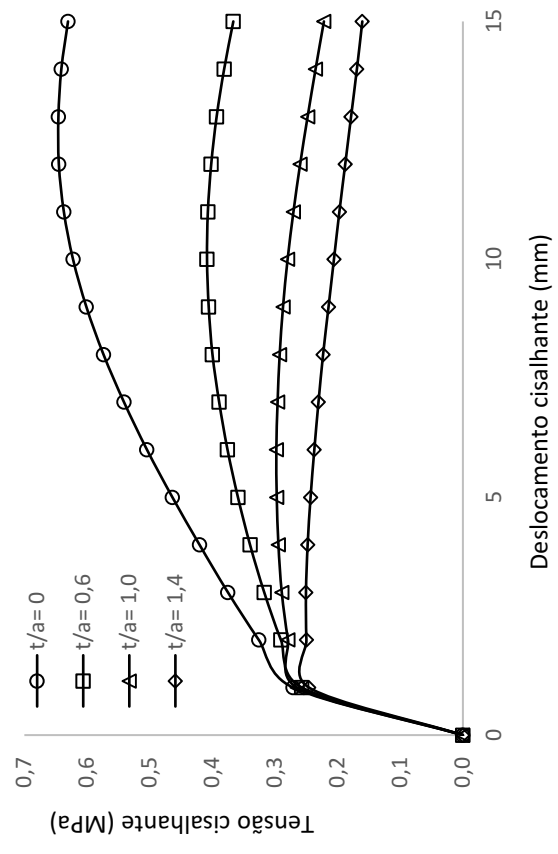
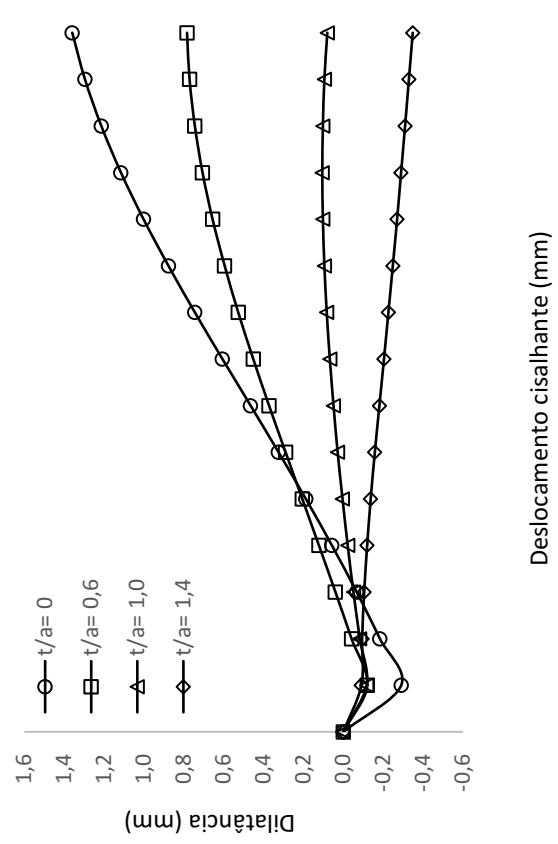
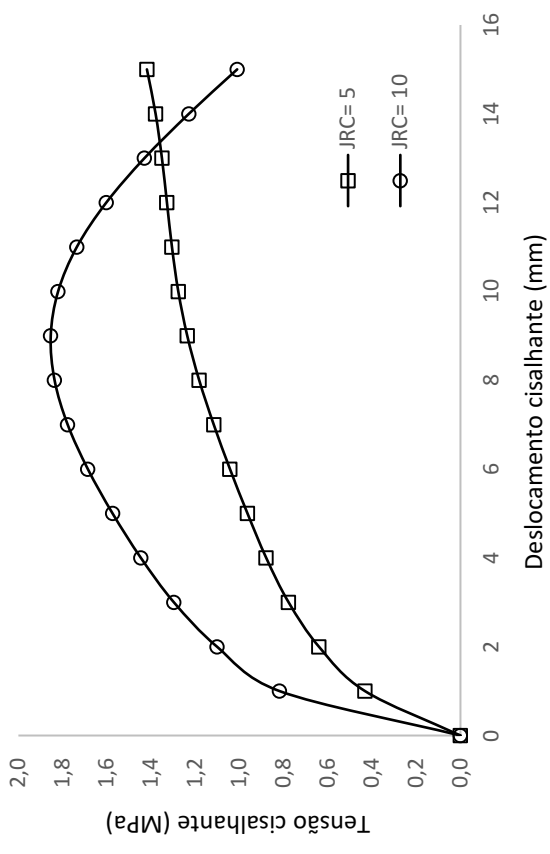
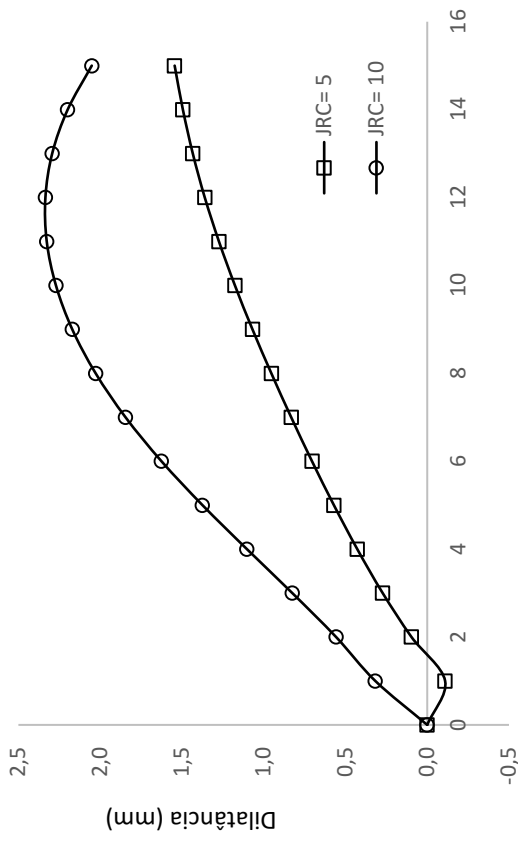


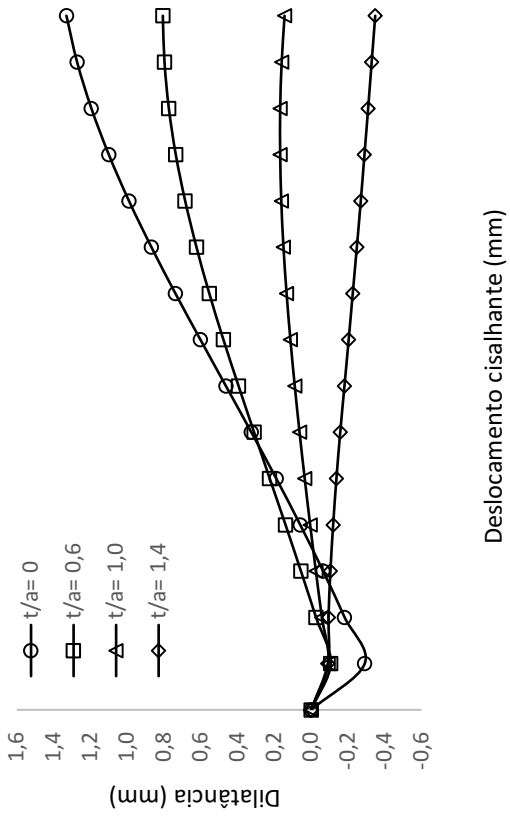
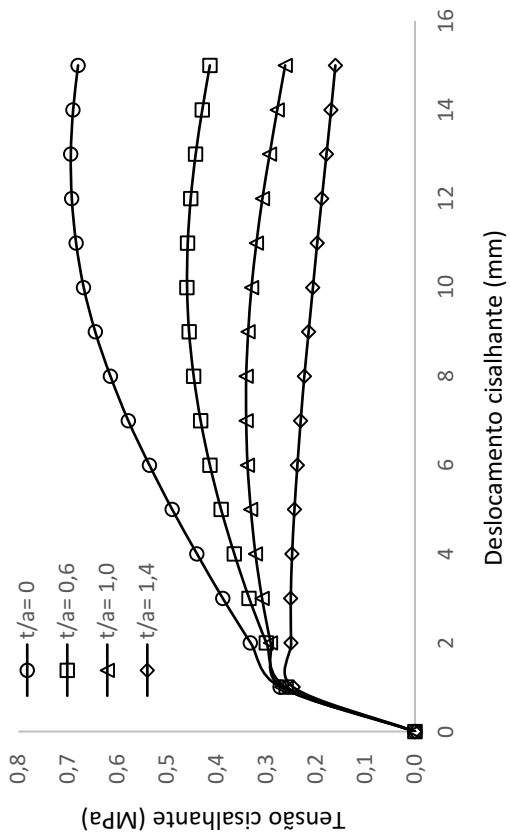




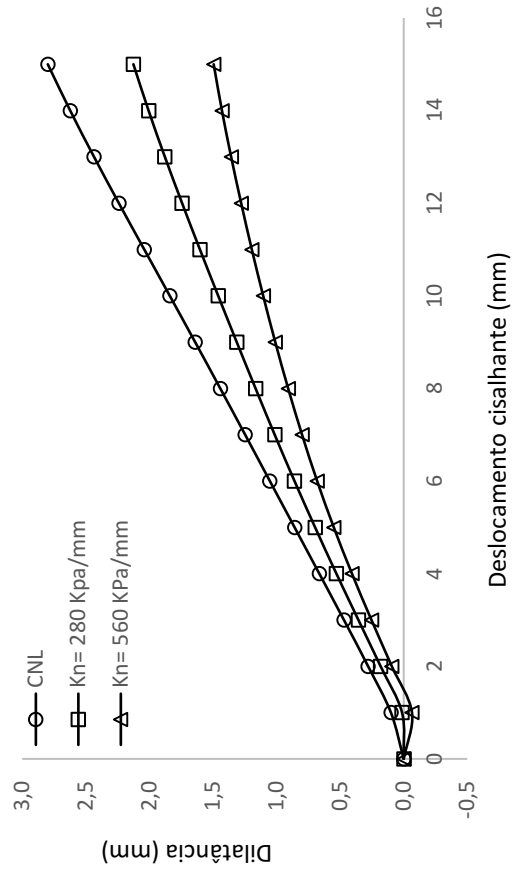
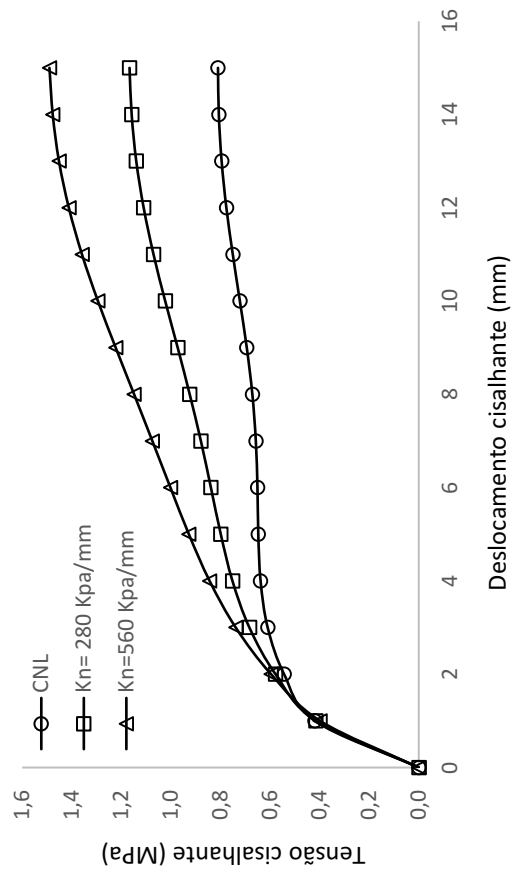
MODELO E1 – ARQUITETURA: 8-182-2 - GRÁFICOS

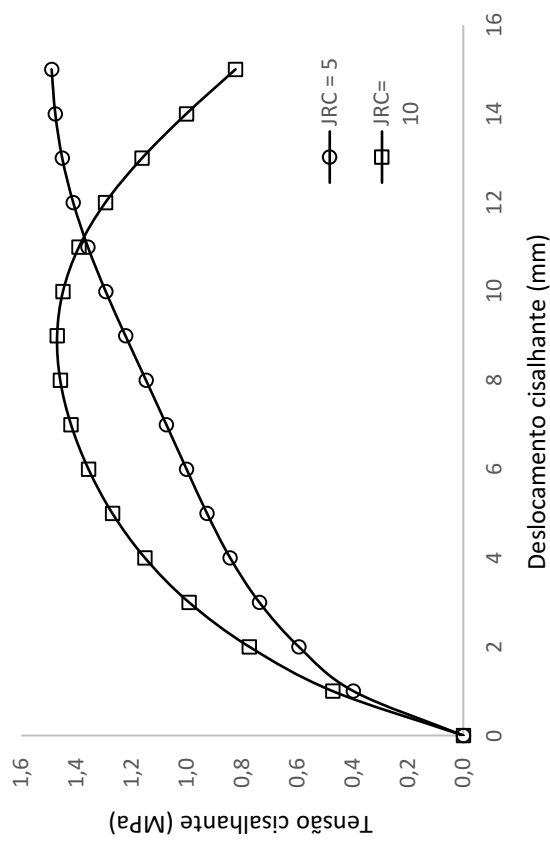
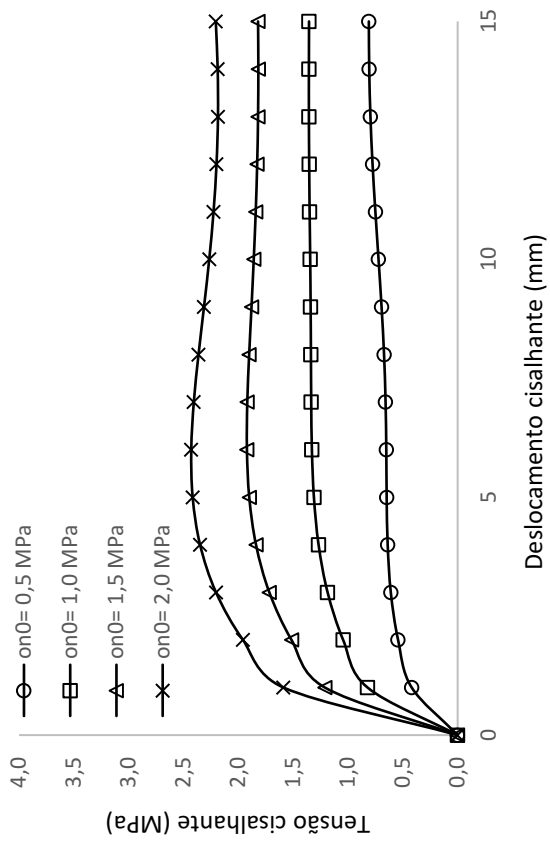
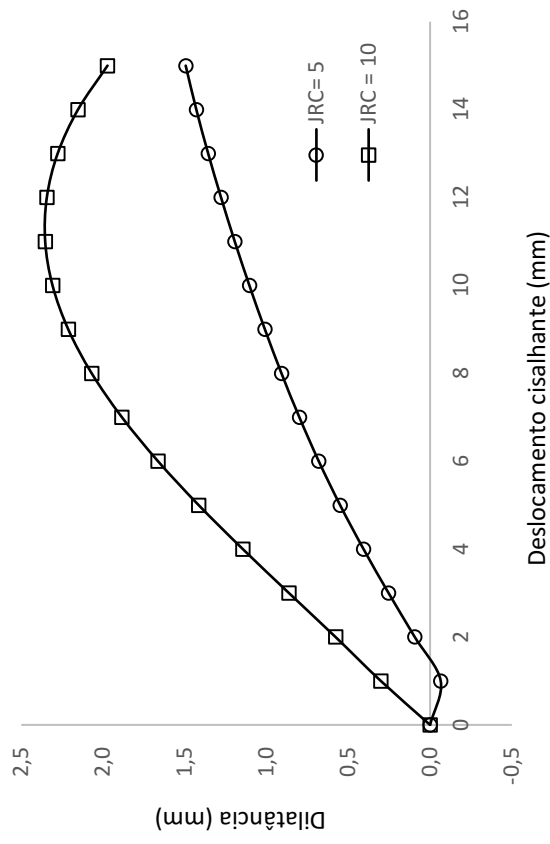
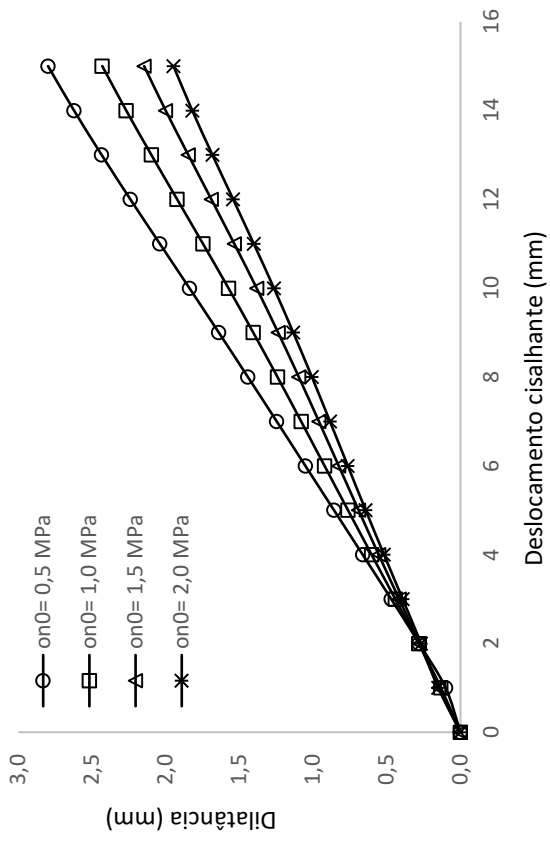


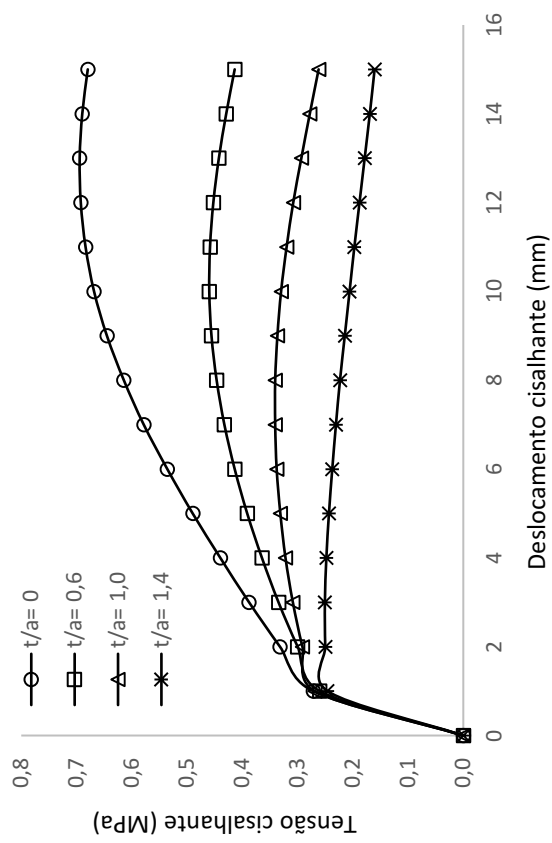
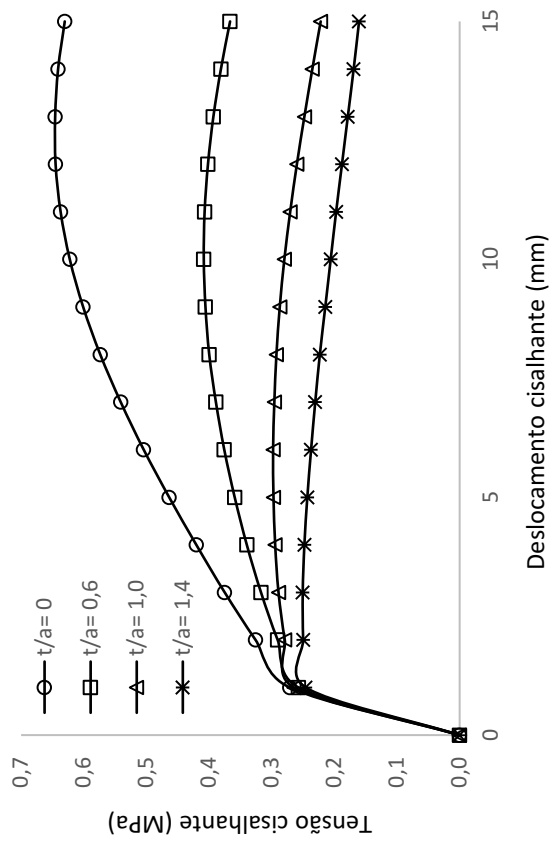
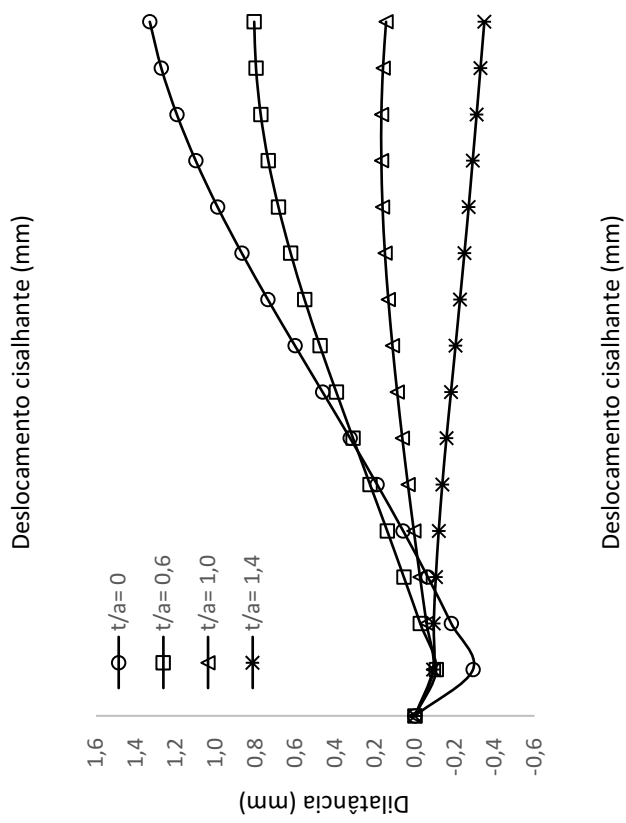
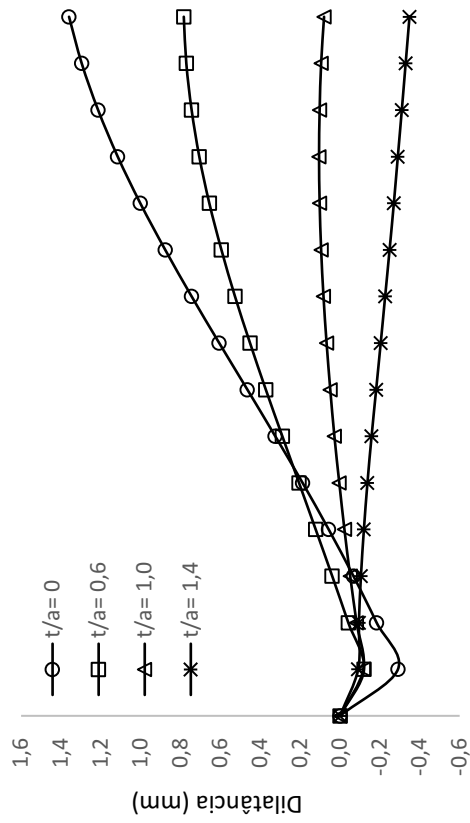




MODELO F3 – ARQUITETURA: 8-138-2 – GRÁFICOS







APÊNDICE C – DADOS DO MODELO DE MELHOR DESEMPENHO

	Neurônios da camada intermediária						Neurônios da camada de saída		
	Centros (u_{18z})						τ_s	δ_v	
0,0419	0,0000	0,0204	0,6667	0,5904	0,6667	0,0000	0,3842	0,0000	0,0000
0,0603	0,2500	0,0162	0,3333	0,1229	0,7333	0,7746	0,3750	0,0000	0,0000
1,0000	0,0000	0,0204	1,0000	0,5904	0,6667	0,0000	0,3842	0,0000	0,0000
0,0000	0,7000	0,0428	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,3002	-0,0018	-0,0008
0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000	0,4000	0,0000	0,2083	-0,0019	0,0001
0,0603	0,0000	0,0162	0,3333	0,1229	0,7333	0,0000	0,6508	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,0011	0,5556	0,0000	0,0000	0,0000	0,2880	0,0000	0,0000
0,0000	0,7000	0,0011	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,3000	0,0006	-0,0001
0,0603	0,5000	0,0054	0,1111	0,0580	1,0000	1,0000	0,3072	0,0000	0,0000
0,0603	0,5000	0,0110	0,1111	0,0580	1,0000	1,0000	0,3072	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,0635	0,0000	1,0000	0,4000	0,0000	0,0063	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,0000	0,5556	0,0000	0,0000	0,8451	0,8172	0,0000	0,0000
0,0000	0,2100	0,0011	0,5556	0,0000	0,0000	0,8451	0,7691	0,0000	0,0000
0,0603	0,0000	0,0512	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,6536	0,0009	-0,0020
0,0603	0,0000	0,0054	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,6536	0,0012	-0,0044
0,0000	0,0000	0,4962	0,0000	0,5017	0,4000	0,0000	0,0093	-0,0001	-0,0003
0,0000	0,0000	0,0512	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,6536	-0,0009	0,0012
0,0603	0,1500	0,0226	0,3333	0,0580	1,0000	1,0000	0,4997	0,0000	0,0000
0,0603	0,9000	0,0054	0,1111	0,0580	1,0000	1,0000	0,0763	0,0000	0,0000
0,0603	0,0000	0,0340	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,0378	-0,0593	-0,0053
0,0603	0,0000	0,0024	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,0378	0,0492	-0,0044
0,0603	0,0000	0,0568	0,0000	0,1126	0,2667	0,0000	0,1918	-0,0084	0,0064
0,0603	0,0000	0,0110	0,0000	0,1126	0,2667	0,0000	0,1918	0,0081	-0,0062
0,0121	0,0000	0,0209	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,3055	-0,0002	0,0000

0,0000	0,0000	0,0011	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,3087	-0,0011	-0,0002
0,0000	0,0000	0,0428	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,3487	-0,0001	-0,0001
0,0603	0,0000	0,0054	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	1,000	0,0002	0,0013
0,0000	0,0000	0,0248	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,4612	-0,0010	-0,0060
0,0000	0,0000	0,0011	0,5556	0,0000	0,0000	0,0000	0,8172	0,0000	0,0000
0,4436	0,0000	0,0204	0,3889	0,1638	0,9333	0,0000	0,5767	0,0000	0,0000
0,0603	0,0000	0,0110	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,0378	0,0001	0,0001
0,0177	0,0000	0,0204	0,3889	0,1638	0,9333	0,0000	0,5767	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,0054	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,2687	0,0002	0,0007
0,0121	0,7000	0,0428	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,3094	-0,0030	-0,0006
0,0000	0,0000	0,0000	0,5556	0,0000	0,0000	0,8451	0,0474	0,0000	0,0000
0,0000	1,0000	0,0428	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,4716	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000	0,4000	0,0000	0,0071	-0,0168	0,0011
0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000	0,4000	0,0000	0,0273	0,0603	-0,0038
0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000	0,4000	0,0000	0,1788	0,0032	-0,0002
0,0000	0,0000	0,0312	0,0000	0,5017	0,4000	0,0000	0,2198	0,0000	0,0000
0,0000	0,5000	0,0000	0,5556	0,0000	0,0000	0,8451	0,5767	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,0054	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,4612	0,0002	0,0004
0,0603	0,0000	0,0024	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,7306	-0,0034	0,0000
0,0603	0,0000	0,0340	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,7306	0,0069	0,0020
0,0603	0,0000	0,0024	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,0763	2,6599	-0,5641
0,0603	0,0000	0,0512	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,1148	0,1306	-0,0579
0,4436	0,0000	0,0204	0,3889	0,1638	0,9333	0,0000	0,0763	0,0000	0,0000
0,0603	0,3000	0,0054	0,3333	0,0580	1,0000	1,0000	0,4227	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,0428	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,0012	-0,0007	-0,0001
0,0121	0,0000	0,0209	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,0560	-0,0004	0,0000
0,0603	0,3000	0,0110	0,3333	0,0580	1,0000	1,0000	0,4227	0,0000	0,0000
1,0000	0,0000	0,0204	1,0000	0,5904	0,6667	0,0000	0,0378	0,0000	0,0000
0,0000	0,7000	0,0011	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,0283	0,0000	0,0000
0,0000	0,7000	0,0209	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,0138	0,0000	0,0000

0,0603	0,0000	0,0110	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,7306	0,0133	0,0023
0,0603	0,0000	0,0226	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,7306	-0,0168	-0,0043
0,0000	0,0000	0,1647	0,0000	0,5017	0,4000	0,0000	0,1872	0,0000	0,0000
0,0121	0,0000	0,0000	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,2499	0,0003	0,0000
0,0000	0,0000	0,0209	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,0651	0,0034	0,0003
0,0121	0,0000	0,0000	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,6313	-0,0001	0,0000
0,0000	0,0000	0,0209	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,6567	-0,0001	0,0000
0,0603	0,0000	0,0454	0,0000	0,1126	0,2667	0,0000	0,1918	0,0167	-0,0128
0,0121	0,0000	0,0099	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,6813	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,3305	0,0000	0,5017	0,4000	0,0000	0,0825	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,1604	0,0000	1,0000	0,4000	0,0000	0,0524	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,0054	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,6536	-0,0064	0,0094
0,1375	0,0000	0,0204	0,3889	0,1638	0,9333	0,0000	0,7691	0,0000	0,0000
0,0000	0,3900	0,0000	0,5556	0,0000	0,0000	0,8451	0,6729	0,0000	0,0000
0,0603	0,3000	0,0054	0,1111	0,0580	1,0000	1,0000	0,4997	0,0000	0,0000
1,0000	0,0000	0,0204	1,0000	0,5904	0,6667	0,0000	0,0763	0,0000	0,0000
0,0603	0,0000	0,0226	0,0000	0,1126	0,2667	0,0000	0,1918	-0,0164	0,0126
0,0000	0,0000	0,1647	0,0000	0,5017	0,4000	0,0000	0,1062	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,3219	0,0000	1,0000	0,4000	0,0000	0,1832	0,0000	0,0000
0,0603	0,5000	0,0162	0,3333	0,1229	0,7333	0,7746	0,2379	0,0000	0,0000
0,0603	0,5000	0,0110	0,1111	0,0580	1,0000	1,0000	0,5767	0,0000	0,0000
0,0603	0,5000	0,0162	0,3333	0,1229	0,7333	0,7746	0,0669	0,0000	0,0000
0,0121	0,7000	0,0209	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,0116	0,0000	0,0000
0,0121	0,7000	0,0011	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,4731	0,0000	0,0000
0,0603	0,0000	0,0054	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,0763	-5,3191	0,7327
0,0603	0,0000	0,0054	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,1148	0,5063	0,2142
0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000	0,4000	0,0000	0,0379	-0,0448	0,0029
0,0419	0,0000	0,0204	0,6667	0,5904	0,6667	0,0000	0,2687	0,0000	0,0000
0,0419	0,0000	0,0204	0,6667	0,5904	0,6667	0,0000	0,2303	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,0248	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,2303	0,0000	0,0000

0,0000	0,0000	0,0110	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,3072	-0,0006	-0,0014
0,0603	0,0000	0,0226	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,1533	0,3936	0,1497
0,0603	0,0000	0,0340	0,3333	0,0580	1,0000	0,0000	0,7306	-0,0018	-0,0006
0,0603	0,0000	0,0110	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,7306	0,0007	-0,0051
0,0603	0,0000	0,0512	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,2687	0,0377	0,0179
0,0603	0,0000	0,0054	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,8076	0,0002	-0,0002
0,0000	0,0000	0,0054	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,5382	0,0000	0,0001
0,0000	0,0000	0,0110	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,0378	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,0248	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,3457	0,0000	-0,0003
0,0000	0,0000	0,0204	0,3889	0,1638	0,9333	0,0000	0,5767	0,0000	0,0000
0,0603	0,0000	0,0024	0,3333	0,0580	1,0000	0,0000	0,3072	0,0002	0,0001
0,0603	0,0000	0,0162	0,3333	0,1229	0,7333	0,0000	0,5126	0,0000	0,0000
0,0603	0,0000	0,0248	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,1148	-0,0001	-0,0001
0,0000	0,0000	0,0054	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,5767	-0,0001	-0,0006
0,0000	0,0000	0,0818	0,0000	0,5017	0,4000	0,0000	0,1929	0,0000	0,0000
0,0603	0,0000	0,0110	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,9615	-0,0008	-0,0050
0,4436	0,0000	0,0204	0,3889	0,1638	0,9333	0,0000	0,3842	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,0011	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,5570	0,0001	0,0000
0,0000	0,0000	0,0512	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,4997	0,0000	-0,0001
0,0000	0,0000	0,0209	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,3381	0,0007	0,0003
0,0603	0,0000	0,0340	0,3333	0,0580	1,0000	0,0000	0,2687	0,0001	0,0000
0,0000	0,0000	0,0054	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,0763	0,0000	0,0000
0,0603	0,0000	0,0054	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,0378	-0,0001	-0,0001
0,0603	0,0000	0,0512	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,4612	0,0025	-0,0028
0,0603	0,0000	0,0226	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,5382	-0,0002	0,0003
0,0603	0,7500	0,0162	0,3333	0,1229	0,7333	0,7746	0,1361	0,0000	0,0000
0,0603	1,0000	0,0162	0,3333	0,1229	0,7333	0,7746	0,0329	0,0000	0,0000
0,0000	0,5500	0,0011	0,5556	0,0000	0,0000	0,8451	0,0263	0,0000	0,0000
0,0000	0,0600	0,0011	0,5556	0,0000	0,0000	0,8451	0,9615	0,0000	0,0000
0,0121	0,7000	0,0428	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,4685	0,0000	0,0000

0,0000	0,5000	0,0000	0,5556	0,0000	0,0000	0,0000	0,8451	0,8653	0,0000	0,0000
0,0000	0,3450	0,0011	0,5556	0,0000	0,0000	0,0000	0,8451	0,9134	0,0000	0,0000
0,0603	0,7500	0,0162	0,3333	0,1229	0,7333	0,7746	0,8113	0,6508	0,0000	0,0000
0,0000	1,0000	0,0209	0,7222	0,0563	0,0000	0,8451	0,0000	0,4631	0,0000	0,0000
0,0000	0,5000	0,0000	0,5556	0,0000	0,0000	0,8451	0,0000	0,0474	0,0000	0,0000
0,0177	0,0000	0,0204	0,3889	0,1638	0,9333	0,0000	0,0000	0,7691	0,0000	0,0000
0,0603	0,5000	0,0054	0,3333	0,0580	1,0000	1,0000	1,0000	0,5767	0,0000	0,0000
0,0603	0,2500	0,0162	0,3333	0,1229	0,7333	0,7746	0,0000	0,0669	0,0000	0,0000
0,0603	0,0000	0,0568	0,0000	0,1126	0,2667	0,0000	0,0000	0,3842	0,0000	0,0000
0,0603	0,0000	0,0340	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,0000	0,1148	-0,3299	0,3791
0,0603	0,0000	0,0226	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,0000	0,1148	-0,4192	-0,6288
0,0000	0,0000	0,4962	0,0000	0,5017	0,4000	0,0000	0,0000	0,0181	0,0003	0,0006
0,0000	0,0000	0,6448	0,0000	1,0000	0,4000	0,0000	0,0000	0,0030	-0,0244	0,0052
0,0000	0,0000	0,4962	0,0000	0,5017	0,4000	0,0000	0,0000	0,1700	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,0011	0,5556	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,4804	0,0000	0,0000
0,0000	0,1500	0,0011	0,5556	0,0000	0,0000	0,8451	0,0000	0,0263	0,0000	0,0000
0,0603	0,3000	0,0226	0,3333	0,0580	1,0000	1,0000	1,0000	0,5382	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,0110	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,0000	0,6536	0,0072	-0,0106
0,0603	0,0000	0,0226	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,0000	0,6536	-0,0020	0,0064
0,0603	0,0000	0,0054	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,0000	0,1148	0,0002	0,0001
0,0603	0,0000	0,0024	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,0000	0,3457	0,0627	0,0334
0,0603	0,0000	0,0340	0,3333	0,0580	1,0000	0,0000	0,0000	0,0378	0,0000	0,0000
0,0603	0,0000	0,0110	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,0000	0,9230	0,0012	0,0068
0,0603	0,0000	0,0512	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,0000	0,4227	-0,0033	0,0039
0,0603	0,0000	0,0110	0,3333	0,0580	1,0000	0,0000	0,0000	0,2687	-0,0003	-0,0002
0,0000	0,0000	0,6448	0,0000	1,0000	0,4000	0,0000	0,0000	0,0078	0,0522	-0,0111
0,0000	0,0000	0,6448	0,0000	1,0000	0,4000	0,0000	0,0000	0,0141	-0,0314	0,0067
0,0000	0,0000	0,6448	0,0000	1,0000	0,4000	0,0000	0,0000	0,0299	0,0036	-0,0008
0,0603	0,3000	0,0054	0,3333	0,0580	1,0000	1,0000	1,0000	0,5382	0,0000	0,0000
0,0603	0,5000	0,0110	0,3333	0,0580	1,0000	1,0000	1,0000	0,5767	0,0000	0,0000

0,0603	0,1500	0,0054	0,3333	0,0580	1,0000	1,0000	0,4997	0,0000	0,0000
0,0603	0,0000	0,0248	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,4612	0,0000	-0,0001
0,0603	0,7000	0,0054	0,1111	0,0580	1,0000	1,0000	0,5767	0,0000	0,0000
0,0603	0,9000	0,0226	0,1111	0,0580	1,0000	1,0000	0,4612	0,0000	0,0000
0,0603	0,9000	0,0054	0,1111	0,0580	1,0000	1,0000	0,4612	0,0000	0,0000
0,0603	0,9000	0,0226	0,3333	0,0580	1,0000	1,0000	0,0378	0,0000	0,0000
0,0603	0,9000	0,0054	0,3333	0,0580	1,0000	1,0000	0,0378	0,0000	0,0000
0,0603	0,0000	0,0054	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,3457	-0,0654	-0,0366
0,0603	0,0000	0,0110	0,0000	0,1126	0,2667	0,0000	0,0378	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,0248	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,5382	0,0002	0,0021
0,0603	0,0000	0,0110	0,3333	0,0580	1,0000	0,0000	0,7306	0,0083	0,0043
0,0603	0,0000	0,0054	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,7306	-0,0008	0,0054
0,0000	0,0000	0,0248	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,4227	0,0009	0,0051
0,0603	0,0000	0,0054	0,2222	0,0580	1,0000	0,0000	0,8845	-0,0008	-0,0032
0,0000	0,0000	0,4962	0,0000	0,5017	0,4000	0,0000	0,0269	-0,0002	-0,0003
0,0603	0,0000	0,0024	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,0763	-0,0001	-0,0001
0,0603	0,0000	0,0054	0,3333	0,0580	1,0000	0,0000	0,7306	-0,0065	-0,0037
0,0603	0,0000	0,0110	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,0763	2,7133	-0,1198
0,0603	0,0000	0,0054	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,1533	-0,2952	-0,0762
0,0603	0,0000	0,0512	0,6111	0,0580	1,0000	0,0000	0,2303	-0,0641	-0,0354
0,0603	0,0000	0,0226	0,0000	0,1126	0,2667	0,0000	0,3457	0,0000	0,0000
0,0121	0,7000	0,0011	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,2969	-0,0012	0,0011
0,0121	0,7000	0,0428	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,2877	0,0033	0,0007
0,0000	1,0000	0,0428	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,4558	0,0000	0,0000
0,0000	0,7000	0,0099	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,2943	0,0018	-0,0002
0,0000	0,7000	0,0209	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,2741	-0,0005	0,0007
0,0121	0,7000	0,0011	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,3184	0,0019	-0,0003
0,0000	0,7000	0,0011	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,3331	-0,0018	-0,0003
0,0000	0,7000	0,0428	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,3355	0,0017	0,0006
0,0000	1,0000	0,0428	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,0035	0,0000	0,0000

0,0000	1,0000	0,0099	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,0225	0,0000	0,0000	
0,0121	0,7000	0,0099	0,7222	0,0563	0,0000	0,8113	0,2696	-0,0010	-0,0009	
0,0603	0,0000	0,0024	0,1111	0,0580	1,0000	0,0000	0,1918	0,0000	0,0000	
0,0000	0,0000	0,0011	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,1366	0,0017	0,0004	
0,0000	0,0000	0,0428	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,1856	0,0000	0,0000	
0,0000	0,0000	0,0000	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,2194	0,0010	0,0000	
0,0121	0,0000	0,0428	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,0168	0,0003	0,0000	
0,0000	0,0000	0,0099	0,7222	0,0563	0,0000	0,0000	0,1083	-0,0048	-0,0007	
Bias							1,6651	0,0167	0,169	