



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO**

**EMANUEL VALÉRIO PEREIRA**

**ALOCAÇÃO ADAPTATIVA DE POTÊNCIA ENTRE FLUXOS DE MENSAGENS  
PRIVADAS E COMUM EM SISTEMAS RSMA MULTIPORTADORAS**

**SOBRAL**

**2024**

EMANUEL VALÉRIO PEREIRA

ALOCAÇÃO ADAPTATIVA DE POTÊNCIA ENTRE FLUXOS DE MENSAGENS  
PRIVADAS E COMUM EM SISTEMAS RSMA MULTIPORTADORAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia de Computação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Engenharia de Computação.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Rafael Marques Lima.

SOBRAL

2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Sistema de Bibliotecas  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

- P49a Pereira, Emanuel Valério.  
ALOCAÇÃO ADAPTATIVA DE POTÊNCIA ENTRE FLUXOS DE MENSAGENS PRIVADAS E  
COMUM EM SISTEMAS RSMA MULTIPORTADORAS / Emanuel Valério Pereira. – 2024.  
79 f. : il. color.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Sobral,  
Curso de Engenharia da Computação, Sobral, 2024.  
Orientação: Prof. Dr. Francisco Rafael Marques Lima.
1. RSMA. 2. Alocação de Potência. 3. Somatório da taxa ponderada. 4. Multiportadora. I. Título.  
CDD 621.39
-

EMANUEL VALÉRIO PEREIRA

ALOCAÇÃO ADAPTATIVA DE POTÊNCIA ENTRE FLUXOS DE MENSAGENS  
PRIVADAS E COMUM EM SISTEMAS RSMA MULTIPORTADORAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
ao Curso de Graduação em Engenharia de  
Computação da Universidade Federal do Ceará,  
como requisito parcial à obtenção do grau de  
bacharel em Engenharia de Computação.

Aprovada em: 18/09/2024

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Francisco Rafael Marques  
Lima (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Victor Farias Monteiro  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Dr. Iran Mesquita Braga Júnior

A Deus, detentor de toda honra e glória. À minha família, especialmente ao meu pai e à minha mãe, por sempre acreditarem em mim e me apoiarem em todos os momentos. A presença de vocês me trouxe segurança e a certeza de que nunca estive sozinho nesta caminhada.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por me manter firme em todos esses anos, por me reerguer quando cai, por me manter convicto de meus objetivos, por iluminar todas as minhas decisões e pela saúde de todos que me rodeiam.

Aos meus pais, Roberto Valério e Luzanira Pereira, por todo apoio, carinho e sacrifícios que me permitiram chegar até aqui. Nada disso seria possível sem o apoio de vocês. Aos meus irmãos, Conceição, Humberto e Márcia, por sempre me apoiarem durante esses mais de 5 anos. Com muito carinho, dedico esta conquista a vocês.

Em memória à minha avó Maria de Lourdes, que nos deixou nesse período. Dedico este trabalho em sua homenagem, com eterna gratidão e carinho. À minha avó Ana Anita, agradeço por todos os ensinamentos de vida.

Aos meus amigos do "Uber", Jefferson Marques, Vinicius Costa, Emanuel Dêvid, Frank Willian, Vitor Hugo, João Vitor e Igor Pierre. Vocês têm uma grande importância em minha trajetória. A todos os meus amigos do PET, com quem tive a honra de trabalhar e dividir grande parte dos meus dias, em especial ao Jadson Faustino, Marcos Vinicius e Luan Gomes, que iniciaram comigo em 2019. Muito obrigado por todos os momentos de estudo e descontração. Vocês foram essenciais na minha trajetória.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Rafael Lima, muito obrigado por toda a atenção, amizade e pelo conhecimento que me foi transmitido. Tenho a grande honra de aprender com o excelente profissional que o senhor é. Espelho-me e inspiro-me muito no senhor.

Aos professores tutores do PET, Prof. Dr. Iális Cavalcante e Prof. Dr. Wendley Silva, por todo companheirismo, ensinamentos e conselhos, meu muito obrigado por tudo.

A todo corpo docente do curso de Engenharia de Computação e Engenharia Elétrica, e a todos os colaboradores que fazem a universidade funcionar, meu profundo agradecimento. Aos membros da banca examinadora, Prof. Dr. Victor Farias Monteiro e Dr. Iran Mesquita Braga Júnior, expresso minha profunda gratidão pelo tempo dedicado, pelas valiosas contribuições e pelas sugestões enriquecedoras.

À Pró-Reitoria de Assuntos Estudantis (PRAE) e à Pró-Reitoria de Graduação pelo apoio financeiro e pelas oportunidades de aprendizado e contribuição acadêmica, especialmente através do PET. À Universidade Federal do Ceará, pelo acolhimento e aprendizado ao longo destes mais de 5 anos, o meu profundo obrigado.

“Até aqui nos ajudou o SENHOR.” (1 Samuel  
7:12)

## RESUMO

A técnica de múltiplo acesso por divisão da taxa (do inglês, *Rate Splitting Multiple Access* (RSMA)) tem se destacado como uma tecnologia promissora para futuras gerações de redes móveis. O RSMA baseia-se em dividir a mensagem de cada usuário em partes: privadas, destinadas a usuários específicos, e comum, decodificada por todos, permitindo um controle mais eficiente da interferência. Essa abordagem flexível torna o RSMA uma solução robusta para lidar com múltiplos usuários e com o aumento da interferência em redes móveis modernas. Este trabalho considera um cenário de múltiplas entradas e saída única (do inglês, *Multiple Input Single Output* (MISO)) baseado em RSMA multiportadora, onde dois usuários são multiplexados por subportadora. Estuda-se o problema da maximização do somatório da taxa ponderada, onde o pareamento de usuários, a atribuição de subportadoras, a alocação de potência entre subportadoras e a alocação de potência entre fluxos de mensagens devem ser definidos. Dada a complexidade do problema completo, um algoritmo de três etapas é aplicado, onde o pareamento de usuários e a atribuição de subportadoras, a alocação de potência entre subportadoras e a alocação de potência entre fluxos de mensagens privadas e comuns são resolvidos nas etapas 1, 2 e 3, respectivamente. Soluções obtidas da literatura são aplicadas para as etapas 1 e 2, e uma nova solução em forma fechada é fornecida no contexto da maximização do somatório da taxa ponderada para a etapa 3. De acordo com os resultados da simulação, a solução proposta permite alcançar taxas de dados significativamente mais altas quando comparada com vários resultados de referência. Adicionalmente, é apresentado analiticamente como o RSMA unifica e se especializa em outros esquemas de acesso múltiplo, a saber, acesso múltiplo por divisão espacial (do inglês, *Space Division Multiple Access* (SDMA)), acesso múltiplo ortogonal (do inglês, *Orthogonal Multiple Access* (OMA)), acesso múltiplo não ortogonal (do inglês, *Non-orthogonal Multiple Access* (NOMA)) e *multicasting* em um contexto multiportadora, em função dos pesos dos usuários e das condições da razão sinal-ruído (do inglês, *Signal-to-Noise Ratio* (SNR)). Do ponto de vista do *design* de sistemas, destaca-se a relevância da alocação adaptativa de potência entre fluxos de mensagens em relação à alocação adaptativa de potência entre subportadoras.

**Palavras-chave:** RSMA; Alocação de Potência; Somatório da taxa ponderada; Multiportadora.



## ABSTRACT

The Rate-Splitting Multiple Access (RSMA) technique has emerged as a promising technology for future generations of mobile networks. RSMA is based on the principle of dividing a user's message into private parts, intended for specific users, and a common part, decoded by all users, allowing for more efficient interference management. This flexibility makes RSMA capable of handling multiple users and increased interference, offering a robust solution for the challenging scenarios of modern mobile networks.

This work considers a Multiple-Input Single-Output (MISO) scenario based on multicarrier RSMA where two users are multiplexed per subcarrier. We study the weighted sum rate maximization problem, where user matching, subcarrier assignment, power allocation among subcarriers, and power allocation among streams should be defined. Given the complexity of the full formulated problem, a three-step algorithm is applied where user matching and subcarrier assignment, power allocation among subcarriers, and power allocation among private and common streams are solved in steps 1, 2, and 3, respectively. State-of-the-art solutions are applied for steps 1 and 2, and a new closed-form solution is provided in the context of weighted sum rate maximization for step 3. According to the simulation results, the proposed solution enables significantly higher data rates when compared with several benchmarks. Additionally, we analytically show how RSMA unifies, outperforms, and specializes in Spatial Division Multiple Access (SDMA), Orthogonal Multiple Access (OMA), Non-Orthogonal Multiple Access (NOMA), and multicasting in a multicarrier context as a function of the user weights and Signal-to-Noise Ratio (SNR) conditions. From a system design perspective, we highlight the relevance of adaptive power allocation among streams over adaptive power allocation among subcarriers.

**Keywords:** RSMA; Power Allocation; Weighted Sum Rate; Multicarrier.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diferença entre o acesso múltiplo ortogonal e o acesso múltiplo não ortogonal.	27
Figura 2 – Sistema MISO composto de dois usuários em um cenário de <i>downlink</i> .	28
Figura 3 – Arquitetura 1-Layer em cenário MIMO, K usuários.	30
Figura 4 – Generalização do RSMA nos esquemas OMA, NOMA, SDMA e <i>multicasting</i> .	32
Figura 5 – Arquitetura baseada na divisão da taxa de duas mensagens $W_1$ e $W_2$ .	32
Figura 6 – Modelo do Sistema.	44
Figura 7 – Solução <i>Water-Filling</i> .	48
Figura 8 – Gráfico da taxa de dados versus número de subportadoras para 8 usuários.	60
Figura 9 – Gráfico da taxa de dados versus número de usuários para 10 subportadoras.	61
Figura 10 – Gráfico da taxa de dados versus número de subportadoras para 8 usuários com $u_j = 10^{-5} \times 10^j$ .	62
Figura 11 – Gráfico da taxa de dados ponderada versus número de subportadoras para 8 usuários com $u_j = 10^{-5} \times 10^j$ .	63
Figura 12 – CDF da taxa de dados considerando $N = 1, J = 4$ e $u_j = 10^{j-1}$ .	64
Figura 13 – Porcentagem de operação dos esquemas RSMA, SDMA, NOMA, OMA e <i>multicast</i> considerando um sistema com 2 subportadoras e 4 usuários.	66

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Mapeamento dos pacotes de mensagens considerando um cenário MISO com dois usuários. . . . .	32
--	----

## LISTA DE ALGORITMOS

Algoritmo 1 – Adaptive Stream Power Allocation (ASPA). . . . .	58
--	----

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

1G	<i>First Generation of Mobile Networks</i>
4G	<i>Fourth Generation of Mobile Networks</i>
5G	<i>Fifth Generation of Mobile Networks</i>
6G	<i>Sixth Generation of Mobile Networks</i>
ASPA	<i>Adaptive Stream Power Allocation</i>
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
BS	<i>Base Station</i>
CDF	<i>Cumulative Distribution Function</i>
CDMA	<i>Code Division Multiple Access</i>
CSI	<i>Channel State Information</i>
eMBB	<i>Enhanced Mobile Broadband</i>
EPA	<i>Equal Power Allocation</i>
FDD	<i>Frequency Division Duplex</i>
FDMA	<i>Frequency Division Multiple Access</i>
ILP	<i>Integer Linear Programming</i>
IoE	<i>Internet of Everything</i>
IoT	<i>Internet of Things</i>
LP	<i>Linear Programming</i>
M2M	<i>Machine to Machine Communication</i>
MILP	<i>Mixed Integer linear Programming</i>
MIMO	<i>Multiple Input Multiple Output</i>
MINLP	<i>Mixed Integer Nonlinear Programming</i>
MISO	<i>Multiple Input Single Output</i>
MMF	<i>Max Min Fairness</i>
mMTC	<i>Massive Machine Type Communications</i>
mmWave	<i>Millimeter Waves</i>
MS	<i>Mobile Station</i>
MU-LP	<i>Multi User Linear Precoder</i>
NLP	<i>Nonlinear Programming</i>
NOMA	<i>Non-orthogonal Multiple Access</i>

OFDMA	<i>Orthogonal Frequency Division Multiple Access</i>
OMA	<i>Orthogonal Multiple Access</i>
P2M	<i>Person to Machine Communication</i>
PSPA	<i>Private Streams Power Allocation</i>
QoS	<i>Quality of Service</i>
RIS	<i>Reconfigurable Intelligent Surface</i>
RRA	<i>Radio Resource Allocation</i>
RS	<i>Rate Splitting</i>
RSMA	<i>Rate Splitting Multiple Access</i>
SC	<i>Superposition Coding</i>
SC-FDMA	<i>Single Carrier Frequency Division Multiple Access</i>
SDMA	<i>Space Division Multiple Access</i>
SIC	<i>Successive Interference Cancellation</i>
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>
SubcarrierEPA	<i>Subcarrier Equal Power Allocation</i>
TDD	<i>Time Division Duplex</i>
TDMA	<i>Time Division Multiple Access</i>
uHDD	<i>ultra High Data Density</i>
uHSLLC	<i>ultra High Speed with Low Latency Communications</i>
uMUB	<i>ubiquitous Mobile Ultra Broadband</i>
uRLLC	<i>ultra Reliable Low Latency Communications</i>
WF	<i>Water Filling</i>
ZF	<i>Zero Forcing</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a \in A$	Escalar $a \in A$ .
$\mathbf{a}$	Vetor $\mathbf{a}$ .
$\mathbf{A}$	Matriz $\mathbf{A}$ .
$\mathbf{a}^H$	Hermitiano do vetor $\mathbf{a}$ .
$\mathbf{a}^T$	Transposto do vetor $\mathbf{a}$ .
$\mathbb{C}$	Conjunto dos números complexos.
$\bar{\mathbf{a}}$	Direção do vetor $\mathbf{a}$ .
$\mathcal{CN}(0, \sigma^2)$	Distribuição Complexa Gaussiana Circularmente Simétrica com média zero e variância $\sigma^2$ .
$\sim$	Distribuído como.
$\ \cdot\ $	Norma Euclidiana.
$ \cdot $	Valor absoluto.

## SUMÁRIO

1	<b>INTRODUÇÃO</b>	16
2	<b>OBJETIVOS</b>	20
2.1	Objetivos Gerais	20
2.2	Objetivos Específicos	20
2.3	Produção Científica	20
3	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	21
3.1	<b>Pré-codificação: Técnicas e Aplicações</b>	21
3.1.1	<i>Zero Forcing</i>	22
3.2	<b>Técnicas de Múltiplo Acesso</b>	23
3.2.1	<i>Orthogonal Multiple Access</i>	24
3.2.2	<i>Non-Orthogonal Multiple Access</i>	25
3.2.3	<i>Diferenças entre NOMA e OMA</i>	26
3.3	<b>Rate Splitting Multiple Access — RSMA</b>	27
3.3.1	<i>Arquiteturas Rate Splitting Multiple Access</i>	27
3.3.1.1	<i>Arquitetura 1-Layer</i>	28
3.3.2	<i>Esquemas de múltiplo acesso generalizados por RSMA</i>	30
3.3.3	<i>Desafios e oportunidades para RSMA</i>	33
3.4	<b>Alocação de recursos de rádio</b>	34
3.5	<b>Problemas de Otimização</b>	35
3.5.1	<i>Otimização Convexa e Não Convexa</i>	36
3.5.1.1	<i>Teste da segunda derivada</i>	37
3.5.2	<i>Programação Linear e Programação Linear Inteira</i>	37
3.5.3	<i>Programação Não Linear</i>	38
3.5.4	<i>Programação Mista Linear Inteira e Não Linear</i>	38
4	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	40
5	<b>MODELAGEM DO SISTEMA E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA</b>	43
5.1	Modelagem do Sistema	43
5.2	Formulação do Problema de Otimização	45
6	<b>SOLUÇÃO PROPOSTA</b>	47
6.1	<b>Regime OMA/NOMA/multicasting</b>	49



6.1.1	<i>Caso 1: <math>\alpha \cdot P_n \cdot U_{n,1} &lt; -\Gamma</math></i> . . . . .	50
6.1.2	<i>Caso 2: <math>\alpha \cdot P_n \cdot U_{n,2} &lt; \Gamma</math></i> . . . . .	52
6.1.2.1	<i>Caso 2.1: <math>\alpha \leq \gamma</math></i> . . . . .	52
6.1.2.2	<i>Caso 2.2: <math>\alpha &gt; \gamma</math></i> . . . . .	53
6.2	<b>Regime SDMA/RSMA</b> . . . . .	54
6.2.1	<i>Caso 1: <math>U_{n,2} \geq U_{n,1}</math></i> . . . . .	55
6.2.2	<i>Caso 2: <math>U_{n,2} &lt; U_{n,1}</math></i> . . . . .	55
7	<b>RESULTADOS</b> . . . . .	59
8	<b>CONCLUSÕES</b> . . . . .	67
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	68
	<b>APÊNDICE A – PROVA TEOREMA 1</b> . . . . .	71
	<b>APÊNDICE B – PROVA TEOREMA 2</b> . . . . .	75
	<b>APÊNDICE C – PROVA TEOREMA 3</b> . . . . .	76
	<b>APÊNDICE D –PROVA LEMA 1</b> . . . . .	78
	<b>APÊNDICE E –PROVA TEOREMA 4</b> . . . . .	79

## 1 INTRODUÇÃO

Desde os primórdios do desenvolvimento de tecnologias nos diversos setores da sociedade, os sistemas de telecomunicações, especialmente as comunicações móveis, desempenham um papel fundamental no progresso tecnológico, ano após ano. Esse fator é de extrema importância, estimulando e fomentando pesquisas em busca de inovações, notadamente devido ao constante aumento do número de dispositivos conectados à rede. À medida que mais dispositivos se interconectam, a necessidade de gerenciar a divisão dos recursos disponíveis de forma cada vez mais eficiente se torna essencial.

Nesse contexto, o avanço nas gerações de sistemas celulares é impulsionado pela constante necessidade de aprimorar o desempenho dos dispositivos móveis e atender às crescentes demandas por conectividade, velocidade e eficiência. Cada nova geração visa a superar limitações anteriores, introduzindo inovações tecnológicas que impactam diretamente a experiência do usuário e a capacidade dos sistemas de comunicação sem fio. Essa evolução contínua reflete não apenas os avanços na área de telecomunicações, mas também a rápida transformação do cenário digital global.

A quinta geração de redes móveis (do inglês, *Fifth Generation of Mobile Networks* (5G)) representa um avanço significativo em relação à quarta geração de redes móveis (do inglês, *Fourth Generation of Mobile Networks* (4G)), proporcionando tecnologias mais sofisticadas e robustas para atender a novas exigências. Esse progresso é especialmente relevante ao considerar as crescentes demandas de projetos envolvendo, por exemplo, internet das coisas (do inglês, *Internet of Things* (IoT)), nos quais dispositivos estão interconectados por meio da internet ou outras redes de comunicação. No contexto do 5G, essa evolução visa a atender uma nova gama de dispositivos, abrangendo uma variedade de cenários e necessidades, promovendo uma conectividade mais eficiente e versátil para as demandas contemporâneas (MAO *et al.*, 2022).

De acordo com o *Ericsson Mobility Report* (JONSSON *et al.*, 2019), é previsto que haverá 8,9 bilhões de assinaturas móveis em 2025, excluindo dispositivos IoT. Em relação aos dispositivos IoT, a perspectiva é que em 2025 haverá 5 bilhões de conexões para dispositivos IoT celular e 19,5 bilhões para dispositivos IoT de curto alcance. Outro prognóstico importante é em relação ao tráfego mensal em 2025 que, segundo o relatório, será de 160 Exabytes. Além disso, consoante ao *Ericsson Mobility Report* (JONSSON *et al.*, 2024), estima-se que haverá aproximadamente 5,6 bilhões de assinaturas móveis 5G em 2029.

O 5G baseia-se em três pilares essenciais: banda larga móvel aprimorada (do inglês,

*Enhanced Mobile Broadband* (eMBB)), comunicações ultraconfiáveis de baixa latência (do inglês, *ultra Reliable Low Latency Communications* (uRLLC)) e comunicações massivas entre dispositivos (do inglês, *Massive Machine Type Communications* (mMTC)), onde são ilustrados diferentes cenários a serem atendidos, necessitando, por exemplo, de tecnologias robustas e flexíveis para se adaptar às necessidades de recursos exigidos. Portanto, o 5G deverá atender a diversas necessidades de serviços, incluindo a habilitação de uma nova era na internet de todas as coisas (do inglês, *Internet of Everything* (IoE)).

A IoE é um conceito baseado em quatro pilares: pessoas, processos, dados e coisas. Enquanto o conceito da IoT se concentra no pilar "coisas", IoE é um conceito que engloba comunicações que envolvem dispositivos máquina a máquina (do inglês, *Machine to Machine Communication* (M2M)), pessoa a máquina (do inglês, *Person to Machine Communication* (P2M)) e pessoa a pessoa (do inglês, *Person to Person Communication*). Esses conceitos, que outrora eram independentes, são conectados entre si através do conceito de IoE (MIRAZ *et al.*, 2015). Nessa linha de desenvolvimento contínuo, novas tecnologias e aprimoramento de tecnologias passadas estão em desenvolvimento para a sexta geração de redes móveis (do inglês, *Sixth Generation of Mobile Networks* (6G)). Os conceitos anteriormente citados de uRLLC, mMTC e eMBB serão estendidos em três outras dimensões no contexto do 6G: comunicação móvel ubíqua de banda ultralarga (do inglês, *ubiquitous Mobile Ultra Broadband* (uMUB)), que permite a transmissão de alto desempenho em todo o domínio espaço, aéreo, terrestre e marítimo; densidade de dados ultrassuperior (do inglês, *ultra High Data Density* (uHDD)), o qual deve atender aos critérios de dados com alta confiabilidade; e comunicações ultrarrápidas com baixa latência (do inglês, *ultra High Speed with Low Latency Communications* (uHSLLC)), que requerem velocidades ultrarrápidas e latência muito baixa (ALRAIH *et al.*, 2022).

Além do aumento no número de usuários, que por sua vez apresenta desafios relacionados ao múltiplo acesso e ao compartilhamento dos recursos de rádio, é importante destacar que, dependendo do uso, certos dispositivos podem exigir cada vez mais capacidade em termos de taxa de dados, enquanto outros podem priorizar uma baixa latência. Em outras palavras, as gerações atuais, como o 5G, e as futuras precisam promover tecnologias que possibilitem uma qualidade de serviço (do inglês, *Quality of Service* (QoS)) personalizada para atender às necessidades específicas de cada usuário, que podem variar significativamente. Isso enfatiza a importância de desenvolver soluções flexíveis e adaptáveis que considerem as diversas demandas da conectividade moderna.

Considerando o elevado crescimento no número de dispositivos conectados, torna-se imperativo explorar as tecnologias relacionadas à alocação de recursos de rádio (do inglês, *Radio Resource Allocation* (RRA)). Essa abordagem visa a garantir taxas de transmissão de dados suficientes para os usuários e assegurar a conectividade entre todos os dispositivos. No âmbito da alocação de recursos de rádio, um projeto eficaz envolve a alocação adequada de recursos, como faixas de frequência, potência, tempo, dentre outros, visando a maximizar a taxa de dados, ao mesmo tempo, em que se mitigam os efeitos do ruído e da interferência. Essas variáveis são fundamentais para alcançar uma melhoria na capacidade dos sistemas celulares. Além disso, o desafio de lidar com inúmeros dispositivos acessando simultaneamente a rede pode ser enfrentado por meio das técnicas de múltiplo acesso, que possibilitam o acesso de múltiplos usuários ao meio de transmissão e o compartilhamento eficiente dos recursos de rádio.

No que concerne novos esquemas de múltiplo acesso, destaca-se o esquema de múltiplo acesso por divisão da taxa (do inglês, *Rate Splitting Multiple Access* (RSMA)), um promissor sistema de múltiplo acesso para as próximas gerações celulares. No cenário de *downlink* o RSMA baseia-se no princípio de dividir a mensagem do usuário (uma sequência de bits) em duas, sendo uma parte privada e uma parte comum a todos os usuários. Esse particionamento proporciona maior flexibilidade na decodificação em cenários multiusuários. Embora o princípio da divisão de taxas (do inglês, *Rate Splitting* (RS)) tenha começado a atrair interesse da comunidade acadêmica internacional para as futuras gerações de redes móveis na última década, ele já é discutido na literatura de teoria da informação desde o final dos anos 1970 e início dos anos 1980 (CLERCKX *et al.*, 2023).

RSMA surgiu como um esquema inovador, poderoso e abrangente para o projeto e otimização de estratégias de transmissão não ortogonal, acesso múltiplo e gerenciamento de interferência para as futuras gerações de redes móveis. O grande potencial do esquema RSMA se deve, em parte, à sua capacidade de generalizar outros esquemas de acesso múltiplo, a saber: acesso múltiplo ortogonal (do inglês, *Orthogonal Multiple Access* (OMA)), acesso múltiplo não ortogonal (do inglês, *Non-orthogonal Multiple Access* (NOMA)), *multicast* na camada física e o esquema de acesso múltiplo por divisão espacial (do inglês, *Space Division Multiple Access* (SDMA)), sendo atualmente utilizado na rede sem fio 5G. Em outras palavras, cada um desses esquemas de acesso múltiplo é considerado um caso especial do RSMA (MAO *et al.*, 2022).

Além de sua capacidade de generalização para outros esquemas de acesso múltiplo atuais, o RSMA também se destaca por sua robustez em cenários de condição imperfeita de canal,

onde há informação imprecisa sobre o estado do canal de comunicação (do inglês, *Channel State Information (CSI)*) (CLERCKX *et al.*, 2021). Com relação ao processo de cancelamento sucessivo de interferência (do inglês, *Successive Interference Cancellation (SIC)*), que permite a um receptor decodificar pacotes que chegam simultaneamente, em um cenário ideal de ausência de erros, as mensagens dos usuários são decodificadas perfeitamente. Entretanto, na prática, o SIC é imperfeito em alguns casos, como, por exemplo, imperfeições no *hardware* e na aquisição do CSI. Além disso, ainda não há estudos aprofundados sobre a influência do SIC imperfeito no esquema RSMA. O estudo sobre o RSMA está em suas fases iniciais no contexto das redes móveis modernas, com vários desafios e questões em aberto que precisam ser abordados. Isso representa um campo fértil para pesquisas acadêmicas e questões de padronização para a indústria.

## 2 OBJETIVOS

### 2.1 Objetivos Gerais

Este trabalho tem como objetivo principal estudar e analisar os benefícios da tecnologia RSMA para redes móveis e propor soluções de alocação de recursos em sistemas que empregam esta tecnologia. Ao explorar a potencialidade do RSMA, o trabalho pretende contribuir para o desenvolvimento de redes móveis capazes de atender às crescentes demandas de dados e serviços nas comunicações modernas.

### 2.2 Objetivos Específicos

- Estudar a tecnologia RSMA com o intuito de entender sua modelagem matemática.
- Estudar as contribuições existentes na literatura em termos de alocação de recursos para RSMA.
- Propor soluções de alocação de recursos para redes que empregam RSMA multiportadora.
- Construir um simulador computacional para realizar avaliação de desempenho.
- Avaliar computacionalmente a solução proposta.

### 2.3 Produção Científica

Os resultados obtidos nesse trabalho resultaram na publicação do seguinte artigo: PEREIRA, Emanuel Valério; LIMA, Francisco Rafael Marques. Adaptive Power Allocation among Private and Common Streams for Multicarrier RSMA System. In: **2024 19th International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)**. IEEE, 2024. p. 1-6.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesse capítulo são apresentados alguns conceitos essenciais para a compreensão deste trabalho. Na seção 3.1 são abordados conceitos de pré-codificação com foco em pré-codificadores lineares. Na seção 3.2 são introduzidos os conceitos teóricos básicos acerca dos esquemas de múltiplo acesso, enquanto na seção 3.3 o esquema RSMA é apresentado em detalhes. Por fim, na seção 3.4 são apresentados conceitos relacionados ao processo de alocação de recursos.

#### 3.1 Pré-codificação: Técnicas e Aplicações

A pré-codificação é uma técnica essencial em sistemas de comunicação sem fio cujo objetivo é aprimorar o desempenho e reduzir interferências. Nesta seção, serão abordadas as técnicas relacionadas à aplicação de pré-codificadores, explorando os fundamentos, o fluxo de processamento e as técnicas comumente utilizadas nos sistemas de comunicação modernos.

A pré-codificação de sinais desempenha um papel fundamental na transmissão de informações, visando a aprimorar a confiabilidade e a qualidade do processo. Nos sistemas modernos, uma estação rádio base (do inglês, *Base Station (BS)*) pode ser equipada com várias antenas para reduzir a interferência multiusuário e aumentar o rendimento da célula. Neste contexto, é necessário que a BS efetue a pré-codificação no seu lado. Por conseguinte, considerando o cenário de *downlink* com a BS sendo a transmissora, a aquisição do CSI atual ocorre de formas distintas a depender do sistema de duplexação adotado. Nos sistemas de duplexação por divisão no tempo (do inglês, *Time Division Duplex (TDD)*), o CSI de *downlink* pode ser estimado a partir da reciprocidade da estimação do canal no *uplink*, ou seja, uma vez que *downlink* e *uplink* utilizam a mesma banda de frequência, o terminal envia sinais pilotos à BS, que, por sua vez, estima a condição de canal. No entanto, em sistemas baseados em duplexação por divisão na frequência (do inglês, *Frequency Division Duplex (FDD)*), a reciprocidade entre os canais de *uplink* e *downlink* não se mantém, dada a utilização de bandas de frequência distintas. Dessa forma, a BS envia sinais pilotos, e o terminal estima o CSI de *downlink*, enviando então um *feedback* de volta à BS (GOLDSMITH, 2005).

Uma vez estimado o CSI, é possível determinar a matriz de pré-codificação. Essa matriz é projetada para transformar os símbolos de dados em um formato apropriado para a transmissão pelo canal sem fio. Ela é otimizada para explorar as características do canal,

considerando fatores relacionados às condições estocásticas do canal. Por exemplo, fenômenos como o desvanecimento rápido podem prejudicar o enlace para um dado usuário, enquanto para outro usuário o enlace está em boas condições de transmissão. Logo, entender essas condições de CSI permite otimizar o processo de transmissão. Além disso, é importante destacar que a análise do estado do canal é realizada periodicamente, uma vez que as condições do canal podem variar ao longo do tempo.

Em posse da matriz de pré-codificação, ela é multiplicada pelos símbolos de dados, resultando em um sinal pré-codificado que será transmitido pelo canal sem fio. No receptor, conhecendo a matriz de pré-codificação utilizada no transmissor, é possível reverter o processo de pré-codificação, permitindo a obtenção dos símbolos de dados originais.

Em um cenário ideal, com CSI perfeito, a estimação da matriz de pré-codificação garante que não haja erros nesse processo, seja no transmissor ou no receptor. No entanto, na realidade, o CSI usualmente é imperfeito, resultando em erros ocasionados no processo de estimativa ou quantização. Dependendo do grau de complexidade do sistema, da interferência presente e da otimização na obtenção de informações de CSI, é possível classificar os pré-codificadores em duas categorias predominantes: pré-codificadores lineares e pré-codificadores não lineares (GOLDSMITH, 2005).

A escolha entre pré-codificadores lineares e não lineares depende da aplicação específica, das condições do canal e dos recursos computacionais disponíveis. Destaca-se que este trabalho irá focar na arquitetura de pré-codificador linear. Portanto, essa distinção entre pré-codificadores desempenha um papel essencial na determinação da estratégia mais adequada para a pré-codificação em um determinado contexto, além disso, em cada uma dessas linhas de arquiteturas de pré-codificadores, existem diferentes modelagens de soluções.

### **3.1.1 Zero Forcing**

O pré-codificador linear modelado com o objetivo de forçar a zero a interferência (do inglês, *Zero Forcing (ZF)*) é uma técnica fundamental de processamento de sinal utilizada em sistemas de comunicação para mitigar a interferência entre os usuários. Assegurando que cada receptor receba somente o sinal destinado a ele (NGO, 2015). Nesta subseção é abordada uma ideia básica da fundamentação do pré-codificador ZF.

O ZF é comumente empregado em sistemas de comunicação de múltiplas entrada e múltiplas saídas (do inglês, *Multiple Input Multiple Output (MIMO)*), assim como em sistemas



com múltiplas antenas na BS e terminais com uma única antena (do inglês, *Multiple Input Single Output* (MISO)). Nessas configurações (múltiplas antenas), a interferência entre os usuários pode ser significativa devido a fatores como a propagação do sinal e as restrições de espectro. A ideia essencial por trás do ZF consiste em projetar uma matriz de pré-codificação que, ao ser multiplicada pelos sinais transmitidos pelos transmissores, anule a interferência no receptor. Em outras palavras, o ZF visa a encontrar uma matriz de pré-codificação que elimine a interferência entre os usuários quando os sinais são processados por essa matriz, garantindo que apenas o sinal desejado seja recebido pelo receptor. Entretanto, o algoritmo ZF apresenta a desvantagem de que a inversão da matriz de canal de comunicação (usada para desfazer o efeito do canal, isolando os sinais transmitidos) pode, nesse processo, amplificar o ruído (RAPPAPORT, 2024).

### 3.2 Técnicas de Múltiplo Acesso

A evolução das gerações celulares tem como uma de suas motivações o fornecimento de taxas de dados cada vez mais elevadas aos usuários em geral. À medida que as redes celulares evoluíram da primeira geração de redes móveis (do inglês, *First Generation of Mobile Networks* (1G)) para a 5G, esse progresso foi acompanhado pelo desenvolvimento simultâneo de novas técnicas de múltiplo acesso, aperfeiçoamento de técnicas existentes, dentre outros aspectos. A abordagem para alocar recursos de rádio passou por uma notável transformação.

Com o desenvolvimento das tecnologias de comunicação MIMO e formatação de feixes (do inglês, *Beamforming*), possibilitou-se uma discussão e inovação em estudos de viabilidade de implementação de novos esquemas de acesso múltiplo. Essas tecnologias permitem um aproveitamento mais eficiente do espectro e, ao mesmo tempo, melhoram o desempenho da rede, oferecendo taxas de dados mais altas e uma experiência de usuário aprimorada. Elas são parte integrante do constante avanço das redes celulares para atender às crescentes demandas por conectividade de alta velocidade e qualidade (MISHRA *et al.*, 2021). Considerando um sistema MISO, a capacidade de um sistema de comunicação sem fio pode ser estimada pela capacidade de Shannon como apresenta a equação a seguir:

$$R_k = B \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{h_k \cdot P_k}{\sigma^2 + I_f} \right), \quad (3.1)$$

em que  $B$  consiste na largura de banda do canal,  $h_k$  é o canal de comunicação entre o transmissor e o  $k$ -ésimo receptor,  $P_k$  a potência de transmissão do  $k$ -ésimo receptor e  $I_f$  a interferência sofrida.

De acordo com a Equação (3.1), conhecida como equação de capacidade de Shannon (KUMAR *et al.*, 2008), existem várias variáveis que podem ser otimizadas para melhorar o desempenho dos sistemas celulares. Exemplos dessas variáveis incluem a largura de banda disponível, a potência, a interferência e o ruído. Algumas dessas são variáveis que técnicas de múltiplo acesso buscam otimizar para aumentar a capacidade dos sistemas celulares. No entanto, o ganho do canal, devido à sua natureza estocástica, não pode ser alterado. Na verdade, alocação de recursos é realizada pelos sistemas de múltiplo acesso tendo como base as condições do canal de comunicação.

Não obstante, é interessante notar que, em meio à crescente evolução tecnológica e às perspectivas das futuras gerações com avanços nas faixas de frequência, incluindo a possível faixa de operação para o 6G explorando a faixa de tera-hertz, tem havido discussões na academia sobre o controle do meio físico, ou seja, o canal de comunicação em si, manipulando os percursos das ondas eletromagnéticas. Isso tem sido explorado por meio de tecnologias de superfícies inteligentes reconfiguráveis (do inglês, *Reconfigurable Intelligent Surface (RIS)*). Essas superfícies inteligentes podem realizar o *beamforming* passivo para otimizar o meio sem fio, nesse caso é uma arquitetura que não necessita da utilização de amplificadores ou rádios como elementos externos. Essas tecnologias são particularmente promissoras em faixas de ondas milimétricas (do inglês, *Millimeter Waves (mmWave)*), onde os efeitos eletromagnéticos severos, como refração e difração, podem ser mitigados. Na subseção 3.3.3 são apresentados alguns detalhes das RISs em conjunto com RSMA.

É importante destacar que a pesquisa apresentada neste documento não envolve diretamente a tecnologia RIS. No entanto, para leitores interessados, sugere-se a leitura de referências como (PEREZ-ADAN *et al.*, 2021) e (LI *et al.*, 2022), que exploram as oportunidades promissoras das RISs como também o esquema RSMA assistido por RIS detalhando suas complementaridades. Essas referências fornecem percepções valiosas sobre a combinação de RSMA e RIS para a mitigação de alguns desafios das comunicações sem fio modernas.

### **3.2.1 Orthogonal Multiple Access**

De maneira geral, os esquemas de múltiplo acesso podem ser categorizados em: OMA ou NOMA. As diferenças fundamentais entre esses modelos resultaram em um volume considerável de pesquisas que comparam as abordagens OMA e NOMA (SAITO *et al.*, 2013) (DAI *et al.*, 2015).

Essa questão é relevante devido ao fato de que gerações anteriores de redes celulares, baseadas no modelo OMA, atendiam a vários usuários usando recursos ortogonais, nos quais cada recurso era alocado exclusivamente a um único usuário. Dependendo do esquema de múltiplo acesso em questão, a divisão do espectro permite um rodízio ou compartilhamento dos recursos entre os diversos usuários. Por exemplo, no caso dos sistemas OMA, tem-se o acesso múltiplo por divisão de tempo (do inglês, *Time Division Multiple Access* (TDMA)), onde o rodízio ocorre no domínio do tempo, permitindo que um usuário utilize toda a largura de banda disponível durante um período específico de tempo. Também tem-se o acesso múltiplo por divisão de frequência (do inglês, *Frequency Division Multiple Access* (FDMA)), onde a divisão ocorre no domínio da frequência, alocando usuários em subportadoras. Por outro lado, o acesso múltiplo por divisão de código (do inglês, *Code Division Multiple Access* (CDMA)) (CLERCKX *et al.*, 2023) baseia-se na divisão no domínio do código, utilizando códigos ortogonais para permitir que apenas os usuários de interesse decodifiquem as mensagens, graças à ortogonalidade dos sinais transmitidos (LIU *et al.*, 2017). Além disso, tem-se o acesso múltiplo ortogonal por divisão na frequência (do inglês, *Orthogonal Frequency Division Multiple Access* (OFDMA)) e o esquema de acesso múltiplo por divisão de frequência de portadora única (do inglês, *Single Carrier Frequency Division Multiple Access* (SC-FDMA)), uma versão especial da técnica de acesso múltiplo que usa uma única portadora, em oposição ao OFDMA, que usa várias portadoras. O SC-FDMA é empregado na comunicação de *uplink* devido à sua eficiência energética, contribuindo para uma maior duração da bateria de dispositivos móveis, como telefones celulares (CLERCKX *et al.*, 2023).

### 3.2.2 *Non-Orthogonal Multiple Access*

No contexto de esquemas não ortogonais, existem várias abordagens de múltiplo acesso a serem consideradas. Com base nos esquemas comumente discutidos na literatura, destacam-se os modelos SDMA, NOMA e RSMA. O esquema RSMA, que é o foco deste trabalho, será detalhado na seção 3.3. Esses esquemas são exemplos de técnicas de múltiplo acesso não ortogonais, embora apresentem diferenças significativas em suas abordagens. Nos esquemas não ortogonais, vários usuários compartilham os recursos de tempo e frequência em sua totalidade. Logo, a depender do esquema de múltiplo acesso não ortogonal, os usuários podem ser isolados no domínio da potência, do espaço, dentre outros.

O esquema SDMA aborda as interferências como ruído, enquanto o NOMA adota

uma abordagem de decodificação completa das interferências. Como resultado, ambos os esquemas demonstram uma capacidade considerável de gerenciamento de interferências. No esquema SDMA, os usuários são alocados a diferentes feixes ou pré-codificadores, na mesma frequência e, ao mesmo tempo. No entanto, em casos nos quais essa divisão espacial não é perfeita, a imperfeição pode se traduzir em uma potência de feixe interferindo em outro usuário na mesma célula. Portanto, nesse esquema, usuários em uma mesma célula podem sofrer interferência multiusuário (CLERCKX *et al.*, 2023).

Por outro lado, em uma das versões do esquema NOMA, as mensagens são sobrepostas e, em seguida, transmitidas. A decodificação envolve uma complexidade computacional adicional devido à necessidade de aplicar SIC, processo pelo qual a mensagem de interesse é extraída.

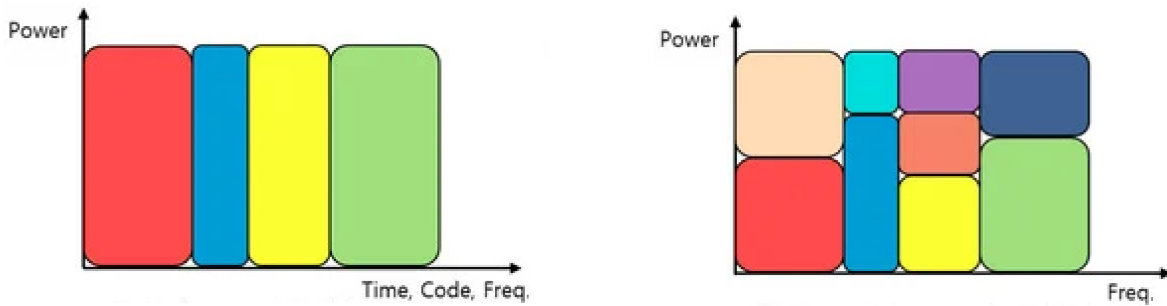
### 3.2.3 *Diferenças entre NOMA e OMA*

No protocolo OMA, os recursos são alocados exclusivamente para um usuário específico por um determinado período ou em uma faixa de frequência específica. A multiplexação pode até ser realizada no domínio do código, usando toda a largura de banda e tempo disponíveis. No modelo OMA, teoricamente, não ocorre interferência entre as mensagens de diferentes usuários, ao estarem separadas em um dos domínios mencionados anteriormente. Isso facilita a detecção da mensagem de interesse pelo receptor.

Por outro lado, no esquema NOMA, as dimensões de tempo e frequência são alocadas simultaneamente para múltiplos usuários. As mensagens sobrepostas, geram interferência entre as mensagens de diferentes usuários. Nesse cenário, é necessário decodificar os pacotes de dados individuais dos usuários. Isso é feito por meio da aplicação de SIC. A partir do SIC, é possível decodificar as mensagens sobrepostas e extrair as mensagens desejadas (CHEON; CHO, 2017). Uma ilustração da comparação entre os esquemas OMA e NOMA é apresentada na Figura 1, cada cor pode ser entendida como um usuário alocado e devido à alocação exclusiva de recursos no esquema OMA, o número máximo de usuários suportados é limitado. Por outro lado, o esquema NOMA alocará o mesmo recurso bidimensional de tempo-frequência para um número relativamente maior de usuários.

É importante destacar que a classificação dos esquemas OMA em comparação aos NOMA é uma simplificação exagerada. Na prática, nos sistemas de múltiplo acesso modernos, existe uma combinação desses modelos. Em outras palavras, essas distinções apresentadas

Figura 1 – Diferença entre o acesso múltiplo ortogonal e o acesso múltiplo não ortogonal.



(a) Acesso múltiplo ortogonal (OMA).

(b) Acesso múltiplo não ortogonal (NOMA).

Fonte: adaptado de (CHEON; CHO, 2017).

distinguem-nas em seus fatores teóricos, mas existe também a possibilidade de junção desses modelos. Visando ao aumento da capacidade dos sistemas, é comum a combinação de modelos de múltiplo acesso ortogonais e não ortogonais. Os projetos dos sistemas modernos também incorporam conceitos de múltiplas antenas, tanto no receptor quanto no transmissor, como MIMO, MIMO massivo e pré-codificadores lineares multiusuários no domínio espacial (do inglês, *Multi User Linear Precoder (MU-LP)*). Esses conceitos são uma parte integral das gerações celulares mais recentes, como 4G e 5G (CLERCKX *et al.*, 2023).

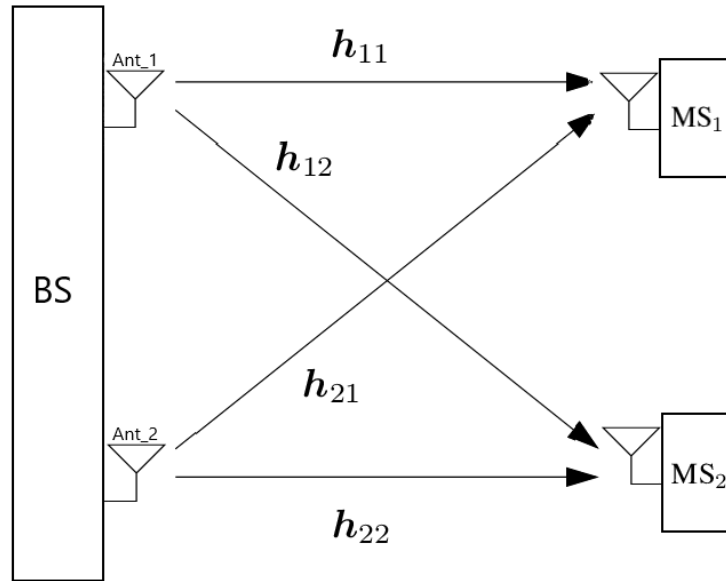
### 3.3 Rate Splitting Multiple Access — RSMA

RSMA, que utiliza pré-codificação linear e SIC, é uma tecnologia que tem chamado atenção e ganhado grande destaque no meio acadêmico, a exemplo: (MISHRA *et al.*, 2022), (YIN *et al.*, 2022), (LI *et al.*, 2022), (DIZDAR *et al.*, 2020), (DIZDAR *et al.*, 2021), (SENA *et al.*, 2022), (PARK *et al.*, 2023), (AHMAD *et al.*, 2021) e (CLERCKX *et al.*, 2019) são alguns dos trabalhos que exploram o RSMA nos paradigmas de comunicações móveis modernos. Nesta seção, são abordados pontos relevantes acerca desse promissor esquema de múltiplo acesso considerando um cenário de *downlink*.

#### 3.3.1 Arquiteturas Rate Splitting Multiple Access

A principal característica do esquema RSMA é a divisão da mensagem em diferentes partes, incluindo uma parte privada, destinada a um único usuário, e uma parte comum, que será decodificada por todos os usuários. É importante destacar que, embora o fluxo de mensagem comum no RSMA seja decodificado por todos os usuários, ele não se destina necessariamente a todos os usuários. Essas múltiplas subdivisões da mensagem são o fator crucial que distingue

Figura 2 – Sistema MISO composto de dois usuários em um cenário de *downlink*.



Fonte: próprio autor.

esse modelo não ortogonal dos demais. Esse fator proporciona sua maior flexibilidade e robustez no gerenciamento de interferências em cenários com múltiplas antenas e diversos usuários. Na literatura, existem diferentes modelos de arquitetura para o RSMA (MAO *et al.*, 2022). Este trabalho será focado na arquitetura 1-layer RS.

Considerando um cenário de *downlink* e que uma BS esteja equipada com  $N_t$  antenas, comunicando-se simultaneamente com  $K$  usuários equipados com uma única antena, onde o conjunto de usuários é definido por  $\kappa = \{1, 2, \dots, K\}$ . Também considera-se que  $\mathbf{h}_k \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$  é o canal de comunicação entre a BS e o  $k$ -ésimo usuário, assume-se a modelagem em um cenário MISO. Seja o ruído gaussiano branco aditivo (do inglês, *Additive White Gaussian Noise* (AWGN)) expresso por  $z_k \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_z^2), \forall k \in \kappa$ , sendo  $\sigma_z^2$  a variância do ruído. A Figura 2 apresenta uma modelagem exemplo em um sistema MISO em *downlink*. Nesse sistema, uma BS equipada com duas antenas transmite para duas estações móveis (do inglês, *Mobile Station* (MS)) equipadas com uma única antena.

### 3.3.1.1 Arquitetura 1-Layer

Considerando uma arquitetura de 1-Layer, de maneira geral, a BS transmite mensagens com códigos sobrepostos, que contêm uma parte comum, definida como uma mensagem comum  $s_c$  e  $K$  mensagens privadas  $s_{p,k} \forall k \in \kappa$ . A matriz  $\mathbf{\Omega} = [\mathbf{p}_c, \mathbf{p}_{p,1}, \mathbf{p}_{p,2}, \dots, \mathbf{p}_{p,K}] \in \mathbb{C}^{N_t \times (K+1)}$  é composta pelos vetores de pré-codificação comum e privados. O pré-codificador das mensagens

comuns  $\mathbf{p}_c \in \mathbb{C}^{N_t}$  e os pré-codificadores para as mensagens privadas  $\mathbf{p}_{p,k} \in \mathbb{C}^{N_t}$ ,  $\forall k \in \kappa$ . Portanto, o sinal transmitido  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$  pode ser representado por:

$$\mathbf{x} = \mathbf{p}_c s_c + \sum_{k \in \kappa} \mathbf{p}_{p,k} s_{p,k}. \quad (3.2)$$

No lado do receptor, devido à sobreposição das mensagens, é aplicado SIC. O termo *1-layer* na arquitetura deriva do fato de que uma camada de SIC é aplicada, em outras palavras, a mensagem comum é decodificada primeiro, enquanto as mensagens privadas são consideradas ruído. Dessa forma, a taxa comum pode ser calculada como:

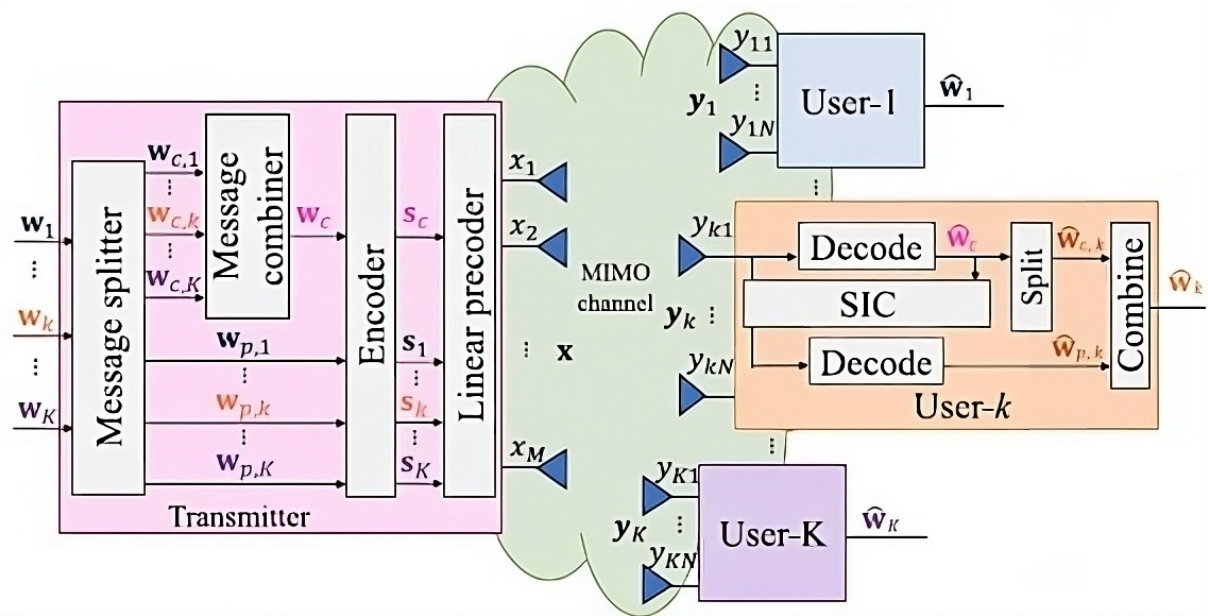
$$R_{c,k} = \log_2 \left( 1 + \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{p}_c|^2}{\sum_{q \in \kappa} |\mathbf{h}_k^H \mathbf{p}_{p,q}|^2 + \sigma_z^2} \right), \forall k \in \kappa. \quad (3.3)$$

Para garantir que todos os usuários decodifiquem a mensagem comum, é necessário que a taxa comum total não exceda a menor das taxas para os  $K$  usuários. Portanto, para garantir essa condição, temos que  $R_c = \min_{\forall k \in \kappa} R_{c,k}$ . Para a transmissão das mensagens, aplica-se o processo de superposição dos códigos (do inglês, *Superposition Coding (SC)*), e para decodificar, primeiramente os usuários decodificam o fluxo de mensagem comum considerando todos os fluxos de mensagens privadas como ruído. Posteriormente, ao decodificar o fluxo de mensagem comum, aplica-se SIC para remover o fluxo de mensagem comum e, então, decodificar o fluxo de mensagem privada a ele destinado (LI *et al.*, 2022). Essa modelagem considera SIC perfeito, o que significa que a interferência é cancelada perfeitamente no receptor. No entanto, em cenários reais, por algumas circunstâncias, como erros oriundos do *hardware*, imperfeições na aquisição de CSI, dentre outros, pode haver erros na implementação de SIC. Nesses casos, uma parte da mensagem comum apareceria no denominador como interferência, diminuindo a taxa do sistema. A equação que modela a taxa privada considerando um cenário de SIC perfeito é dada por:

$$R_{p,k} = \log_2 \left( 1 + \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{p}_{p,k}|^2}{\sum_{q \in \kappa, q \neq k} |\mathbf{h}_k^H \mathbf{p}_{p,q}|^2 + \sigma_z^2} \right), \forall k \in \kappa. \quad (3.4)$$

Ao finalizar a decodificação, tanto da parte comum quanto da parte privada, o usuário pode reconstruir a mensagem enviada pelo transmissor, combinando as partes comuns e privadas.

Figura 3 – Arquitetura 1-Layer em cenário MIMO, K usuários.



Fonte: adaptado de (CLERCKX *et al.*, 2023).

A Figura 3 ilustra uma arquitetura apresentada em (CLERCKX *et al.*, 2023) que usa esse modelo em sistemas MIMO no *downlink* para  $K$  usuários.

Na literatura, são apresentadas outras arquiteturas para o RSMA. Dentre elas, o RSMA *2-layer* também é comumente abordado. Ele se baseia na divisão dos usuários em grupos, formando os intra-grupos compostos por uma fração da quantidade total dos  $K$  usuários. Logo, o sistema utiliza SIC em duas etapas. Na primeira etapa, ocorre o cancelamento de interferência entre os intra-grupos, uma vez que há mensagens comuns entre eles e mensagens privadas direcionadas aos intra-grupos. Em seguida, uma segunda camada de SIC é aplicada nos intra-grupos para o cancelamento de interferência entre os usuários alocados ao intra-grupo em questão, permitindo a decodificação das mensagens comuns e privadas (LI *et al.*, 2022). Para maiores detalhes sobre outras arquiteturas baseadas tanto em pré-codificação linear quanto em não linear, recomenda-se a leitura do trabalho (MAO *et al.*, 2022).

### 3.3.2 Esquemas de múltiplo acesso generalizados por RSMA

Compreende-se que o RSMA apresenta uma capacidade notável de generalização em relação a outros sistemas de acesso múltiplo, tais como OMA, NOMA, SDMA e *multicasting*. O estudo conduzido pelo trabalho (CLERCKX *et al.*, 2019) proporciona uma análise aprofundada dessa generalização em um contexto MISO envolvendo dois usuários. A alta eficiência demonstrada pelo RSMA na gestão de interferências, aliada à sua notável adaptabilidade, o qualifica



para generalizar todos os paradigmas de acesso múltiplo previamente citados. Tal versatilidade representa uma relevância significativa ao considerar os distintos níveis de interferência que podem se apresentar.

No contexto de um sistema MISO, composto por um transmissor dotado de  $N_t$  antenas e dois usuários equipados com antenas únicas, a arquitetura em pauta depende da divisão das taxas referentes às mensagens  $W_1$  e  $W_2$ , destinadas aos respectivos usuários 1 e 2. Cada mensagem  $W_k$  do  $k$ -ésimo usuário é fracionada em uma parte comum,  $W_{c,k}$ , e uma parte privada,  $W_{p,k}$ . As partes comuns,  $W_{c,1}$  e  $W_{c,2}$ , de ambos os usuários, são fundidas na mensagem comum,  $W_c$ , a qual é codificada no fluxo comum,  $s_c$ , utilizando um livro de códigos (do inglês, *codebook*) compartilhado por ambos os usuários. As partes remanescentes  $W_{p,1}$  e  $W_{p,2}$  são codificadas individualmente nos fluxos  $s_1$  destinado ao usuário 1 e  $s_2$  destinado ao usuário 2. Essa concepção confere aos esquemas de acesso múltiplo uma posição especial no âmbito do RSMA, materializando-se nos cenários a seguir: SDMA, quando não há fluxo ou mensagens comuns, isto é, ao se presumir uma divisão espacial entre os usuários 1 e 2. Nesse caso, a parte comum  $W_c$  é desativada devido à potência comum  $P_c = 0$ . Dessa forma, o sinal transmitido pode ser expresso por  $\mathbf{x} = \sum_{k=1,2} \mathbf{p}_k \cdot s_k$ , onde cada pacote ou fluxo de mensagem é decodificado pelo usuário correspondente, tratando qualquer resíduo de interferência de outros fluxos como ruído. OMA, é um caso especial de RSMA quando a alocação dos recursos é direcionada a um usuário específico, o que pode ser representado, por exemplo, pela condição em que apenas o usuário 1 é atendido, resultando em  $P_c = 0$ , logo  $W_c$  é desativado e  $P_2 = 0$  desativando  $W_{p,2}$ , restando apenas  $W_1$  ou pelo caso em que  $P_1 = 0$  onde  $W_1$  é desativado, nesse caso restando apenas  $W_2$ . NOMA representa um caso específico do RSMA, como evidenciado, por exemplo, pela imposição de que a mensagem privada do usuário dois seja forçada no fluxo comum (ou seja,  $W_c = W_2$ ), enquanto  $W_1 = s_1$  dado que  $s_2$  seja desativado ( $P_2 = 0$ ). Caso  $P_1 = 0$  então  $s_1$  é desativado, nesse sentido  $W_c = W_1$  e  $W_2 = s_2$ . E por fim, *multicasting* engloba o envio exclusivo do fluxo de mensagens comuns, as mensagens  $W_1$  e  $W_2$  são ambas codificadas em  $s_c$  (ou seja,  $W_c = W_1, W_2$ ) com os fluxos privados  $s_1$  e  $s_2$  ( $P_1 = P_2 = 0$ ) desativados (CLERCKX *et al.*, 2019).

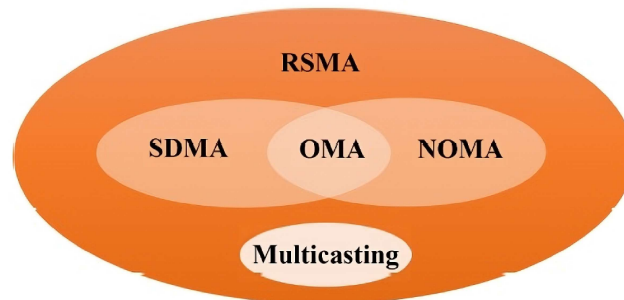
A Tabela 1 sintetiza essas concepções de generalização do RSMA, enquanto a Figura 4 ilustra os esquemas de múltiplo acesso generalizados pelo RSMA sendo eles OMA, NOMA, SDMA, *multicasting* e o próprio RSMA no caso de dois usuários no enlace de *downlink*. Cada conjunto ilustra o espaço de otimização da estratégia de múltiplo acesso. O espaço de otimização do RSMA é maior, de modo que SDMA, NOMA e *multicasting* de camada física são apenas

Tabela 1 – Mapeamento dos pacotes de mensagens considerando um cenário MISO com dois usuários.

Esquemas	$s_1$	$s_2$	$s_c$
OMA	$W_1$ -	- $W_2$	- -
NOMA	$W_1$ -	- $W_2$	$W_2$ $W_1$
SDMA	$W_1$	$W_2$	-
<i>Multicasting</i>	-	-	$W_1, W_2$
RSMA	$W_{p,1}$	$W_{p,2}$	$W_{c,1}, W_{c,2}$

Fonte: adaptado de (CLERCKX *et al.*, 2019).

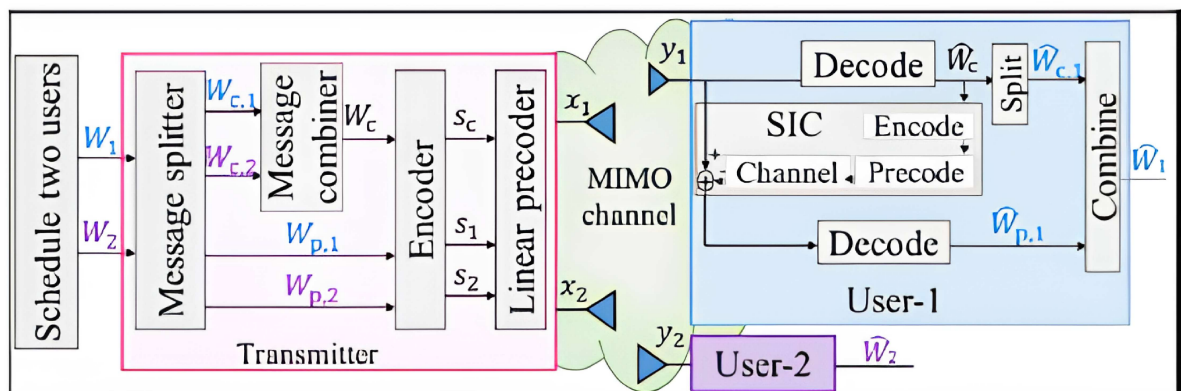
Figura 4 – Generalização do RSMA nos esquemas OMA, NOMA, SDMA e *multicasting*.



Fonte: adaptado de (CLERCKX *et al.*, 2023).

subconjuntos. Por fim, a Figura 5 ilustra a arquitetura baseada na divisão da taxa de duas mensagens  $W_1$  destinada ao usuário 1 e  $W_2$  destinada ao usuário 2.

Figura 5 – Arquitetura baseada na divisão da taxa de duas mensagens  $W_1$  e  $W_2$ .



Fonte: adaptado de (CLERCKX *et al.*, 2023).

### 3.3.3 *Desafios e oportunidades para RSMA*

Como tratado em subseções anteriores, no esquema OMA, a alocação de recursos é feita exclusivamente para cada recurso ortogonal. Já nos sistemas NOMA, com mensagens sobrepostas, é possível alocar recursos de forma mais eficiente, permitindo atender a mais usuários com a mesma fatia de recursos em comparação com o OMA. No entanto, isso intensifica os processos de interferência multiusuários, exigindo sistemas mais complexos para tratar essas interferências. RSMA, por sua vez, diferencia-se dos demais sistemas de múltiplo acesso por sua capacidade de gerenciamento de interferência. Dividindo as mensagens em partes privadas e comuns, resultando em um melhor gerenciamento de interferência. Por outro lado, introduz mais complexidade ao sistema, baseado na arquitetura *1-layer* ao menos uma camada de SIC é necessária, entretanto em outras arquiteturas do RSMA o número de camadas de aplicação de SIC cresce exponencialmente com o número de usuários, introduzindo assim elevada complexidade ao sistema (MAO *et al.*, 2022).

Em sistemas de comunicação modernos, deseja-se que os sistemas de múltiplo acesso sejam capazes de se adaptar às aleatoriedades de um sistema sem fio, lidando com vários níveis de interferência, tráfego, topologia, serviços, distribuição dos usuários, direções do canal e outras variáveis que compõem um sistema sem fio. Essas exigências demandam sistemas de múltiplo acesso mais robustos no gerenciamento de interferências. Um dos destaques do RSMA, em comparação com outros modelos, é a capacidade de tratar a interferência como ruído e decodificá-la completamente, em todos os níveis de interferência (CLERCKX *et al.*, 2023).

Quando se trata das futuras gerações de redes móveis, uma das regras fundamentais a serem atendidas diz respeito à ultraconfiabilidade e baixa latência. Com as novas demandas por serviços como cirurgias operadas remotamente por meio de robôs, sistemas de veículos autônomos e infraestruturas de cidades inteligentes, entre outros, é essencial contar com sistemas que atendam a essas exigências. Os sistemas de acesso múltiplo desempenham um papel fundamental na gestão eficiente da alocação de recursos, tais como tempo, frequência e potência, entre outros. Devido a essas características e a capacidade de gerenciamento de interferência, resultando na redução de erros, minimizando retransmissões de dados, juntamente com maior flexibilidade e generalização, RSMA destaca-se como uma tecnologia promissora para garantir o cumprimento desses requisitos nas próximas gerações de redes móveis (DIZDAR *et al.*, 2020), (DIZDAR *et al.*, 2021).

Em um canal de comunicação sem fio sujeito a diversos fenômenos de natureza

estocástica, o caminho de propagação entre transmissor e receptor é submetido a obstáculos que podem refletir, refratar e/ou espalhar o sinal transmitido. Esses fenômenos de propagação geram múltiplas réplicas do sinal transmitido que chegam ao receptor com diferentes atrasos de propagação, podendo gerar interferência construtiva ou destrutiva (CAVALCANTI *et al.*, 2018). No 5G, frequências mais altas são utilizadas para a transmissão de sinais, mais especificamente na faixa mmWave. Nessa faixa, fenômenos como sombreamento tornam-se mais significativos devido à redução dos efeitos de difração e redução de fenômenos refratários devido à menor capacidade de penetração das ondas eletromagnéticas nessas faixas. Uma tecnologia que tem obtido destaque na literatura e que contorna boa parte dos problemas previamente discutidos são as RISs, que, conjuntamente com o esquema RSMA, apresentam algumas complementariedades (LI *et al.*, 2022).

Nesse contexto, explorando todas essas aleatoriedades presentes em um canal de rádio, o esquema RSMA e as RISs conjuntamente são soluções promissoras para enfrentar esses cenários. As RISs se destacam como uma tecnologia importante na faixa mmWave, pois podem interferir no meio sem fio, alterando a direção da onda eletromagnética. As duas tecnologias apresentam complementariedades importantes. No caso do esquema RSMA, uma investigação sobre os impactos de imperfeições no processo de SIC ainda não foi realizada aprofundadamente. Entretanto, mesmo diante dos benefícios do RSMA, é notória a deterioração do desempenho do sistema quando sujeito a erros no processo de SIC. Nesse contexto, o desenvolvimento em conjunto das tecnologias RSMA e RIS pode auxiliar na mitigação deste problema (SENA *et al.*, 2022). Outra complementariedade se dá na dificuldade de obtenção do CSI instantâneo quando a RIS passiva está em conjunto com outros esquemas. No entanto, o RSMA é um esquema robusto em cenários de CSI imperfeito e em cenários de alta mobilidade (DIZDAR *et al.*, 2021). Nesse contexto, as desvantagens inerentes a uma determinada tecnologia em um cenário específico são, de fato, compensadas pela outra, que por sua vez apresenta vantagens nesse mesmo cenário. Essa abordagem revela-se uma estratégia altamente promissora ao utilizar essas tecnologias conjuntamente.

### **3.4 Alocação de recursos de rádio**

No âmbito dos esquemas de múltiplo acesso, cujo objetivo é encontrar formas otimizadas de multiplexar um elevado número de dispositivos que tentam acessar a rede, é imperativo, à luz da modelização específica do sistema de múltiplo acesso, considerar as características

estocásticas inerentes a um canal de comunicação. Além disso, o sistema pode estar sujeito as restrições de potência máxima disponível, largura de banda, restrições de QoS, dentre outros. Isso requer alocar recursos, como tempo, frequência e potência, aos dispositivos, de acordo com requisitos e restrições específicas, adaptando-se às particularidades do canal. Esse procedimento é de importância fundamental para a compreensão e otimização de um sistema de comunicação sem fio.

Com base nas várias abordagens de modelagem da capacidade do sistema e considerando as limitações inerentes a este, um passo crítico na alocação de recursos consiste na análise abrangente do modelo sob diversos prismas e na avaliação dos algoritmos mais eficazes para otimização, visando a alcançar resultados em parâmetros de tempo computacional satisfatórios, bem como outras métricas relevantes. Nesse sentido, dependendo do tipo de cenário, por exemplo, os algoritmos que apresentam uma solução ótima para a alocação dos recursos de rádio podem ser inviáveis em termos de complexidade computacional, forçando os projetistas desses sistemas a trabalharem com soluções sub-ótimas (PESSOA, 2015).

### **3.5 Problemas de Otimização**

Com o crescente número de assinaturas nos sistemas celulares, afetados por diferentes níveis de interferência e ruído, com requisitos variados de QoS e outras necessidades dos sistemas celulares, a alocação de recursos desempenha o papel crucial de distribuir os recursos disponíveis eficientemente entre os usuários. Dessa forma, o problema de otimização envolve a seleção de valores para uma série de variáveis (caso seja um problema multi-variáveis), visando a quantificar desempenho e medir a qualidade da decisão para esse dado valor. Este objetivo é maximizado (ou minimizado, dependendo da problemática) e pode estar sujeito a restrições que limitam o espaço de busca, ou pode utilizar todo o domínio da variável, no caso de problemas sem restrições (LUENBERGER *et al.*, 1984).

Para encontrar os valores que maximizam ou minimizam uma determinada função, vários pontos são relevantes. Existem diferentes métodos destinados a resolver problemas com características específicas que devem ser considerados. Dependendo, por exemplo, de: se a função objetivo é linear ou não, se é convexa (ou côncava em problemas de maximização) ou não convexa, se as variáveis apresentam restrições, se a função é univariável ou multivariável, entre outros aspectos. Compreender as nuances envolvidas na função objetivo é uma etapa importante para definir o método de otimização mais adequado para o problema em questão. Englobando

todas essas informações sobre o modelo, é possível tomar decisões mais embasadas durante o processo de otimização.

Nesta seção, são apresentadas algumas definições a respeito dos problemas de otimização, fornecendo os conceitos-base necessários para definir as soluções apropriadas para uma dada função objetivo.

### ***3.5.1 Otimização Convexa e Não Convexa***

Funções convexas e não convexas desempenham papéis importantes em problemas de otimização nos quais é necessário encontrar o valor mínimo ou máximo de uma função. A otimização convexa é uma subárea da otimização matemática que se concentra na otimização de funções convexas em problemas de minimização, e, de forma equivalente, nas funções côncavas em problemas de maximização. A otimização convexa apresenta características importantes, pois possui um único mínimo global; de forma equivalente, as funções côncavas possuem um único máximo global. Diante dessas características importantes, problemas de otimização nesses cenários têm a garantia de otimalidade.

Em termos matemáticos, os pontos críticos, nos quais o gradiente da função é nulo ou indefinido, são candidatos a pontos de máximos ou mínimos de uma função. Esse método identifica pontos nos quais a derivada é nula, ou seja, pontos nos quais a função objetivo não varia, sendo assim candidatos a máximos ou mínimos globais.

Uma das propriedades de relevante importância em funções convexas é a garantia de que qualquer mínimo local é também um mínimo global. Portanto, derivar e igualar a zero uma função convexa resulta em um ponto crítico correspondente a um mínimo global (DAHL, 2010). Por outro lado, encontrar os pontos críticos de uma função não convexa não garante que o mínimo global da função seja encontrado apenas se buscando os pontos críticos através da primeira derivada. Isso ocorre porque uma função não convexa pode ter múltiplos mínimos locais, pontos de sela e outros tipos de pontos críticos. A determinação do mínimo global em uma função não convexa pode exigir técnicas mais avançadas, como métodos de otimização global. Para identificar se uma função é convexa ou não, existem alguns teoremas que auxiliam nessa verificação. Este trabalho utiliza o teste da segunda derivada.

### 3.5.1.1 Teste da segunda derivada

Considerando um problema univariável (caso multivariável envolve a análise da matriz hessiana), um método matemático para a análise da convexidade de uma função  $f(x)$  contínua e diferenciável duas vezes em um dado intervalo  $I$ , envolve analisar o sinal da segunda derivada da função objetivo (BORWEIN; LEWIS, 2006), dessa forma tem-se:

$$\begin{aligned}
 \text{Côncava} &\iff \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} \leq 0 \quad \forall x \in I, \\
 \text{Estritamente côncava} &\implies \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} < 0 \quad \forall x \in I, \\
 \text{Convexa} &\iff \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} \geq 0 \quad \forall x \in I, \\
 \text{Estritamente convexa} &\implies \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} > 0 \quad \forall x \in I.
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

A Equação (3.5) apresenta as análises de convexidade de uma função univariável  $f(x)$ . Observa-se que a especificação em estritamente côncava/convexa diz respeito a funções cuja segunda derivada parcial é negativa para definição de côncava, e positiva para a definição de convexa. Por outro lado, a definição de côncava/convexa pressupõe que segunda derivada parcial seja não positiva (côncava) ou não negativa (convexa). Essa distinção é importante dado que o sinal da função objetivo  $f(x)$  quando  $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = 0$  é indeterminado, podendo ser, por exemplo, um ponto de inflexão. Em termos de otimização, uma função estritamente côncava possui a propriedade adicional de que possui um único mínimo local, conseqüentemente um único mínimo global.

### 3.5.2 Programação Linear e Programação Linear Inteira

Um problema de programação linear (do inglês, *Linear Programming* (LP)) é caracterizado, como o nome indica, por uma relação linear entre as funções e as incógnitas, ou seja, a função objetivo é linear em relação às incógnitas, e as restrições de igualdade ou desigualdade também tem comportamento linear em relação às variáveis. Um problema de programação linear pode ser descrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & \mathbf{w}^T \mathbf{x}, \\
 \text{sujeito a:} & \\
 \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \text{ e } \mathbf{x} \geq 0, &
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

onde  $\mathbf{w}$  e  $\mathbf{x}$  são vetores colunas ( $N \times 1$ ), onde  $\mathbf{x}$  é o vetor de variáveis a serem determinadas (solução do problema).  $\mathbf{A}$  é uma matriz de coeficientes com dimensões ( $M \times N$ ) e  $\mathbf{b}$  é um vetor de coeficientes de dimensão ( $M \times 1$ ) (COTTLE *et al.*, 2017).

Programação linear inteira (do inglês, *Integer Linear Programming* (ILP)) é uma classe de problemas LP com a restrição adicional de que o vetor de variáveis de decisão  $\mathbf{x}$  deve ser composto de valores inteiros. Os problemas ILP são uma classe de problemas para os quais não há solução ótima em tempo polinomial, sendo assim, uma classe de problemas NP-difíceis (MEHLHORN, 2013).

### 3.5.3 Programação Não Linear

Em contraste com a definição de LP apresentada em 3.5.2, a classe de problemas de programação não linear (do inglês, *Nonlinear Programming* (NLP)) são assim designados por conta da relação não linear entre a função objetivo e as incógnitas do problema e/ou a região viável é determinada por restrições não lineares. Um exemplo típico de problema de programação não linear é maximizar ou minimizar uma função que contenha termos não lineares, como quadráticos, exponenciais ou trigonométricos (COTTLE *et al.*, 2017). A principal diferença entre LP e NLP está na natureza da função objetivo. Em problemas NLP, a complexidade é geralmente maior devido às funções e restrições não lineares envolvidas.

Alguns métodos para solucionar essa classe de problemas envolvem, por exemplo, multiplicadores de Lagrange que é uma técnica matemática utilizada para resolver problemas no qual a função objetivo é não linear e que possuem restrições lineares ou não lineares. A ideia básica é transformar um problema de otimização com restrições em um problema sem restrições, introduzindo novas variáveis (os multiplicadores de Lagrange, geralmente denotados por  $\lambda$ ). A resolução de problemas NLP muitas vezes envolve o uso de métodos iterativos, como métodos de gradiente descendente, algoritmos de otimização convexa ou algoritmos de programação quadrática. A solução desses problemas pode ser mais demorada e requerer mais recursos computacionais, especialmente para problemas grandes ou complexos.

### 3.5.4 Programação Mista Linear Inteira e Não Linear

Programação mista linear inteira e não linear (do inglês, *Mixed Integer Nonlinear Programming* (MINLP)) é uma classe de problemas de programação que envolvem tanto variáveis de decisão discretas quanto a dinâmica de problemas NLP. MINLP engloba a combinatória



dificuldade de otimização em problemas que envolvem variáveis discretas e a complexidade de lidar com funções de natureza não linear. É uma das classes de problemas de programação mais generalista, pois envolve as classes de problemas mais comumente encontrados em cenários práticos envolvendo problemas NLP e programação mista inteira linear (do inglês, *Mixed Integer linear Programming* (MILP)). A classe de problemas MILP envolve tanto problemas LP quanto ILP, ou seja, são formulações de otimização nas quais algumas variáveis de decisão podem não ser inteiras, além disso, sua solução requer normalmente a busca em enormes árvores de busca (BELOTTI *et al.*, 2013). Dessa forma, problemas MINLP são classificados como NP-difícil.

## 4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, são abordadas algumas das contribuições presentes na literatura que serviram de base para os estudos e a formulação do problema discutido neste trabalho.

Na literatura, conforme discutido na seção 3.3, o RSMA tem recebido significativa atenção por parte da comunidade acadêmica. Diante disso, com ênfase na alocação de recursos, diversos estudos têm explorado métodos de otimização visando a maximizar a capacidade em sistemas celulares baseados em RSMA. No que diz respeito à alocação de potência, alguns trabalhos têm considerado abordagens do RSMA com portadora única, como exemplificado por (CLERCKX *et al.*, 2019) e (LUO; MAO, 2023), por outro lado, os trabalhos (LI *et al.*, 2020) e (CASTRO; LIMA, 2022) têm focado na alocação de potência considerando o RSMA com multiportadoras. Nos trabalhos utilizados como referência, considera-se o enlace de *downlink* e sistemas baseados em MISO com arquitetura *1-layer*. Além disso, os trabalhos citados assumem que não há erros nos processos de CSI e SIC.

A capacidade integrativa do RSMA, em contraste com outros esquemas como OMA, NOMA, SDMA e *multicasting*, é minuciosamente detalhada na referência (CLERCKX *et al.*, 2019). Este estudo considera um sistema RSMA com uma única portadora. O objetivo central é maximizar a taxa total do sistema, aplicando pré-codificação ZF nas mensagens privadas, além disso, é proposto um pré-codificador para as mensagens comuns. Para alcançar esse propósito, propõe-se a alocação da potência máxima disponível entre as potências do sinal privado e do sinal comum, seguindo uma fração  $t$  da potência total. Com o intuito de otimizar o sistema e maximizar a taxa, busca-se encontrar o valor ideal de  $t$  que maximize a taxa total. O cenário abordado neste trabalho envolve dois usuários. Para distribuir a potência privada entre os dois símbolos privados, considerando uma fração ideal  $t$ , emprega-se o algoritmo de enchimento de água (do inglês, *Water Filling* (WF)) (THOMAS, 1991). A partir da solução fornecida pelo WF, são definidos dois regimes de especialização do RSMA: o regime OMA\NOMA\multicasting e o regime SDMA\RSMA. Assim, dado um valor inicial de  $t$ , o RSMA se ajustará a um desses regimes. Uma vez definido o regime, o valor de  $t$  deve ser ajustado para identificar o esquema de múltiplo acesso que maximize o somatório da taxa total. (CLERCKX *et al.*, 2019) propõe uma solução fechada para o regime SDMA\RSMA, entretanto, uma solução fechada para o regime OMA\NOMA\multicasting não foi contemplada.

Em (LUO; MAO, 2023), uma solução ótima é proposta para a alocação da taxa comum entre os usuários, além da divisão da potência entre as mensagens privadas e comum. O

modelo do sistema é baseado no RSMA com uma única subportadora com 2 usuários. Para a divisão de potência entre as mensagens privadas é utilizada a solução WF, conforme apresentado em (CLERCKX *et al.*, 2019). O sistema aborda o problema de maximizar a menor entre as taxas do usuário 1 e do usuário 2, sendo, portanto, um problema de justiça (do inglês, *Max Min Fairness* (MMF)). Similarmente ao que foi abordado em (CLERCKX *et al.*, 2019), os autores do trabalho (LUO; MAO, 2023) apresentam, a partir da solução WF, dois regimes de especialização do RSMA para a divisão de potência entre os usuários. Nesse contexto, a ideia é, dada a taxa total de cada usuário composta pela taxa privada e uma parte da taxa comum, avaliar como atender ao problema de otimização MMF, identificando a melhor forma de dividir a taxa comum entre os usuários. Além disso, uma fração  $t$  da potência disponível deve ser ajustada para atender ao problema de otimização formulado.

Com foco nos trabalhos que abordam RSMA com multiportadoras, em (LI *et al.*, 2020) um problema de maximização da taxa total é apresentado e resolvido em três etapas: alocação de potência entre os fluxos de mensagens privadas e comuns em cada subportadora, atribuição de subportadora aos usuários e alocação de potência entre as subportadoras. Na primeira etapa, considera-se que a potência está dividida igualmente entre as subportadoras (do inglês, *Equal Power Allocation* (EPA)), dessa forma, a alocação de potência entre as mensagens privadas e comum é realizada individualmente em cada subportadora. Na etapa 2, baseado na alocação de potência entre os fluxos de mensagens da etapa 1, o assinalamento de um usuário por subportadora se dá pela aplicação do algoritmo húngaro, um algoritmo de otimização combinatória que resolve problemas de atribuição em tempo polinomial. Na última etapa, o problema de otimização é formulado para a divisão de potência entre as subportadoras. Observa-se, pela abordagem adotada pelos autores do trabalho (LI *et al.*, 2020), a suposição limitante (em termos de capacidade do sistema) de atribuir apenas um usuário por subportadora.

Em (CASTRO; LIMA, 2022), é utilizado um modelo baseado em RSMA com multiportadoras, visando a maximização do somatório da taxa total ponderada. A solução proposta é dividida em duas etapas: na primeira etapa, consiste em selecionar pares de usuários e associar esses pares de usuários às subportadoras; na segunda etapa, aborda-se a divisão de potência entre as subportadoras. O problema completo apresenta alta complexidade, sendo uma classe de problemas MINLP. Para simplificação, o problema é abordado em partes, considerando valores fixos para algumas variáveis de otimização. Na primeira etapa, os autores de (CASTRO; LIMA, 2022) consideram EPA entre as subportadoras, eliminando, assim, a classe NLP do

problema, restando apenas uma variável de otimização inteira que assume o valor 1 caso o par de usuários seja selecionado para uma dada subportadora ou 0 caso não seja selecionado, tornando assim uma classe de problemas ILP. Demonstra-se como solução da etapa 1 que as restrições do problema formam uma matriz totalmente unimodular e, conseqüentemente, o problema faz parte da classe de LP, podendo ser resolvido de forma ótima pelo algoritmo de *Karmarkar*, que tem complexidade polinomial  $O(l^{3.5})$ , onde  $l$  é o número de variáveis de otimização (CASTRO; LIMA, 2022). Na segunda etapa do problema, fixam-se os resultados para o pareamento de usuários obtidos na etapa 1, e considera-se EPA entre os fluxos de mensagens comuns e privados. Eliminando as variáveis inteiras do problema (solucionado na etapa 1), o problema contém agora apenas variáveis contínuas da classe de problemas NLP. Para solucionar o problema da alocação de potência entre as subportadoras, os autores propõem um algoritmo iterativo baseado no método do gradiente descendente. Entretanto, uma solução para a alocação de potência entre os fluxos de mensagens comum e privadas não é abordada no trabalho, considerando uma divisão igualitária. Ou seja, embora os usuários tenham pesos atribuídos a eles, esses pesos serão considerados apenas nas etapas 1 e 2. Assim, para uma dada subportadora, mesmo que um usuário com peso relativamente maior seja alocado, ele receberá a mesma fração da potência alocada na subportadora que um usuário com peso menor.

Diferentemente dos trabalhos mencionados anteriormente, neste trabalho, consideram-se aspectos relacionados à modelagem do sistema e contribuições algorítmicas que não foram abordadas em conjunto pelos trabalhos anteriores: 1) configuração RSMA com multiportadoras com múltiplos usuários considerando MISO e 2) solução conjunta para os problemas de correspondência de usuários, atribuição de subportadora, alocação de potência entre subportadoras e alocação de potência entre fluxos de mensagens privados e comuns para maximização do somatório da taxa ponderada. Além disso, até onde sabemos, este é o primeiro trabalho considerando o objetivo de maximização do somatório da taxa ponderada, apresentando analiticamente como o RSMA unifica, supera, e é especializado em SDMA, OMA, NOMA e *multicasting* em um cenário de multiportadora com pares de usuários alocados para cada subportadora.

## 5 MODELAGEM DO SISTEMA E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo, são abordados a modelagem do sistema de maximização do somatório da taxa ponderada, baseado em RSMA, com multiportadoras em um cenário de *downlink*, MISO, e assumindo SIC e CSI perfeitos, e a formulação do problema de otimização.

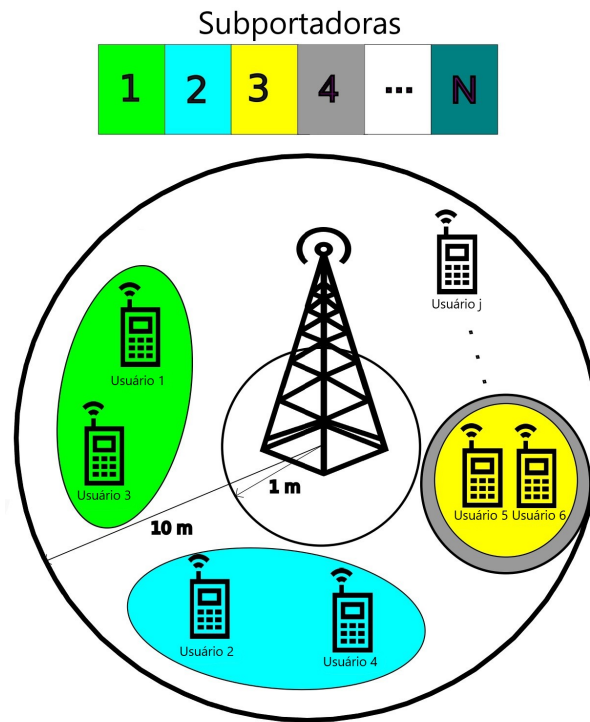
### 5.1 Modelagem do Sistema

Suponha um sistema celular que seja composto de uma BS localizada no centro de uma área em forma de anel, cujo raio interno é de 1 metro e o raio externo é de 10 metros, onde os usuários estão distribuídos uniformemente. Assuma também que a BS está equipada com  $N_t$  antenas e que o sistema celular é composto de  $J$  usuários com uma única antena, onde  $\mathcal{J} = \{1, \dots, J\}$  é o conjunto de usuários. A largura de banda disponível no sistema  $B$  é dividida entre  $N$  subportadoras, onde o conjunto de todas as subportadoras que compõe o sistema é definido por  $\mathcal{N} = \{1, \dots, N\}$  na qual  $N$  representa o número de subportadoras que compõe o sistema. Assume-se que um peso  $u_j > 0$  é atribuído a cada usuário  $j$  com  $j \in \mathcal{J}$ . No avançar deste trabalho, os pesos serão usados no problema de maximização do somatório da taxa ponderada. De uma forma geral, o peso  $u_j$  é um fator que controla a quantidade de recursos que o usuário  $j$  irá receber durante a alocação de recursos, sendo uma variável importante para a análise do modelo proposto.

Neste trabalho, para manter um bom compromisso entre complexidade e desempenho, assume-se a arquitetura *1-Layer*, na qual pares de usuários serão alocados em cada subportadora (DIZDAR *et al.*, 2020), conforme ilustra o modelo do sistema apresentado na Figura 6. Dessa forma, as mensagens destinadas a cada usuário alocado em cada uma das subportadoras é dividida em uma parte comum e em uma parte privada. As mensagens comuns são codificadas em um fluxo de mensagem comum e as mensagens privadas são codificadas individualmente em fluxos de mensagens privadas (CLERCKX *et al.*, 2019). Para reduzir a complexidade da otimização, considera-se que os usuários contribuem igualmente para a composição da mensagem comum. O fluxo comum, fluxo privado do primeiro usuário e o fluxo privado do segundo usuário são pré-codificados na BS antes da transmissão.

Seja  $\mathbf{h}'_{n,j} \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$  a resposta em frequência do canal de comunicação para o enlace entre a BS e o usuário  $j$  na subportadora  $n \in \mathcal{N}$ . Assuma que  $\mathcal{P}_n = \{(i, j)\}$  representa o par de usuários, isto é,  $i, j \in \mathcal{J}$ , assinalados na  $n$ -ésima subportadora. Para fins de simplificação nas

Figura 6 – Modelo do Sistema.



Fonte: próprio autor.

notações matemáticas, considera-se que  $\mathbf{h}_{n,1}$  e  $\mathbf{h}_{n,2}$  representam as condições de canais em uma subportadora  $n$  para o usuário com a melhor e pior condição de canal em  $\mathcal{P}_n$ , respectivamente. Dessa maneira, caso  $\mathcal{P}_n = \{(i, j)\}$  e  $\|\mathbf{h}'_{n,i}\| \geq \|\mathbf{h}'_{n,j}\|$ , então segue que  $\mathbf{h}_{n,1} = \mathbf{h}'_{n,i}$  e  $\mathbf{h}_{n,2} = \mathbf{h}'_{n,j}$ . Essa simplificação de notação também deve ser aplicada aos pesos dos usuários, assim, assume-se que  $U_{n,1} = u_i$  e  $U_{n,2} = u_j$  são os pesos ou prioridades dos usuários com a melhor e pior condição de canal na  $n$ -ésima subportadora, respectivamente.

Considera-se que a potência total disponível na BS é  $P^T$  e que essa potência deve ser ajustada entre os fluxos de mensagens comum e privadas de forma a maximizar o somatório da taxa ponderada. Então,  $P_{n,1}$ ,  $P_{n,2}$  e  $P_{n,c}$  representa a potência alocada na  $n$ -ésima subportadora para o fluxo de mensagem privada destinada ao usuário com a melhor condição de canal, para o fluxo de mensagem privada do usuário com a pior condição de canal e para o fluxo de mensagem comum, respectivamente. Dessa forma, a potência alocada na subportadora  $n$  é dada por  $P_n = P_{n,1} + P_{n,2} + P_{n,c}$ .

A direção dos pré-codificadores para os fluxos de mensagens privadas é fixada usando ZF e uma potência de ruído unitária é considerada. Com as suposições realizadas, as

taxas privadas dos usuários alocados na subportadora  $n$  é dada da seguinte forma:

$$R_{n,k} = \log_2(1 + \|\mathbf{h}_{n,k}\|^2 \rho_n P_{n,k}), k = 1, 2, \quad (5.1)$$

onde  $\rho_n = 1 - |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|^2$  representa o grau de ortogonalidade entre os vetores de canais dos usuários alocados na subportadora  $n$ , na qual  $\rho_n = 0$  corresponde a canais alinhados e  $\rho_n = 1$  corresponde a canais ortogonais.  $\bar{\mathbf{h}}_{n,k} = \frac{\mathbf{h}_{n,k}}{\|\mathbf{h}_{n,k}\|}$  representa a direção do vetor de canal.

Para garantir que o par de usuários atribuído à subportadora  $n$  decodifique a mensagem comum, é necessário que a taxa comum total não ultrapasse a menor taxa comum dos usuários atribuídos à subportadora  $n$ . Baseado na Equação (3.3) o pré-codificador comum  $\mathbf{p}_c$  pode ser denotado em um cenário multiportadora por  $\mathbf{p}_{n,c} = \sqrt{P_{n,c}} \cdot \mathbf{f}_{n,c}$  (CLERCKX *et al.*, 2019). Dessa forma, com as definições realizadas a Equação (3.3) pode ser reescrita como segue:

$$R_{n,c} = \min \left( \log_2 \left( 1 + \frac{|\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_{n,c}}{1 + \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n P_{n,1}} \right), \log_2 \left( 1 + \frac{|\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_{n,c}}{1 + \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n P_{n,2}} \right) \right), \quad (5.2)$$

onde  $\mathbf{f}_{n,c}$  é a direção o pré-codificador comum. De acordo com (CLERCKX *et al.*, 2019),  $\mathbf{f}_{n,c}$  é formulado de acordo com a solução do problema a seguir:

$$\max_{\mathbf{f}_{n,c}} \min \{ |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|, |\bar{\mathbf{h}}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}| \}, \quad (5.3)$$

de tal forma que a solução ótima do problema (5.3) é obtida quando  $|\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}| = |\bar{\mathbf{h}}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|$  (LUO; MAO, 2023), então, a direção do pré-codificador comum é definida como apresentado a seguir:

$$\mathbf{f}_{n,c} = \frac{1}{\sqrt{2(1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|)}} (\bar{\mathbf{h}}_{n,1} + \bar{\mathbf{h}}_{n,2} \cdot e^{-j\angle \bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}}). \quad (5.4)$$

## 5.2 Formulação do Problema de Otimização

Neste trabalho, estuda-se o problema de maximização do somatório da taxa ponderada executando atribuição de subportadora, correspondência de usuário e alocação de potência entre subportadoras e alocação de potência entre fluxos de mensagens privadas e comuns. O somatório da taxa ponderada no sistema é dado por:

$$W^T = \sum_{j \in \mathcal{J}} u_j R_j = \sum_{n \in \mathcal{N}} W_n = \sum_{n \in \mathcal{N}} \left( U_{n,1} \cdot R_{n,1} + U_{n,2} \cdot R_{n,2} + \frac{U_{n,1} + U_{n,2}}{2} \cdot R_{n,c} \right), \quad (5.5)$$

onde  $R_j$  é a taxa de dados alcançado pelo usuário  $j$  e  $W_n$  é o somatório da taxa ponderada na subportadora  $n$ . Com base na análise da Equação (5.5), o somatório da taxa ponderada na  $n$ -ésima subportadora depende da atribuição do par de usuários para esta subportadora, bem como da potência alocada para o fluxo de mensagens privadas  $P_{n,1}$  e  $P_{n,2}$  e para o fluxo de mensagem comum  $P_{n,c}$ . Com base nessas suposições, o problema de otimização pode ser formulado como apresentado a seguir:

$$\max_{\mathcal{P}_n, P_{n,1}, P_{n,2}, P_{n,c} \forall n \in \mathcal{N}} \sum_{n \in \mathcal{N}} W_n \quad (5.6a)$$

sujeito a

$$\sum_{n \in \mathcal{N}} P_n = \sum_{n \in \mathcal{N}} (P_{n,1} + P_{n,2} + P_{n,c}) \leq P^T, \quad (5.6b)$$

$$\mathcal{P}_n \in \{(i, j)\} \forall i, j \in \mathcal{J} \text{ with } i \neq j, \quad (5.6c)$$

onde (5.6a) é o somatório da taxa ponderada no sistema, (5.6b) representa as restrições referentes a alocação de potência, na qual deve ser não negativa e menor ou igual à potência máxima disponível no sistema. A restrição (5.6c) é relacionada a correspondência de usuários, ou seja, seleção de pares de usuários de forma a maximizar o somatório da taxa ponderada e a alocação desse par de usuários em subportadoras.



## 6 SOLUÇÃO PROPOSTA

Neste capítulo, é apresentada a solução para o problema de otimização formulado na seção 5.2. Ao analisar o problema de otimização formulado na Equação (5.6), observa-se que o problema envolve variáveis contínuas (alocação de potência) que possuem uma relação não linear com a função objetivo, caracterizando-o como um problema da classe de otimização NLP. Além disso, contém variáveis de otimização inteiras (assinalamento de subportadoras e correspondência de usuários) com relação linear com a função objetivo, configurando assim uma classe de problemas ILP, dessa forma, o problema completo pertence à classe de problemas MINLP fazendo com que este problema pertença a uma classe complexa de otimização cuja solução ótima é difícil de se obter.

Portanto, neste trabalho, emprega-se uma estratégia sub-ótima para resolver o problema em três etapas: 1) correspondência de usuário e atribuição de subportadora, 2) alocação de potência entre subportadoras e 3) alocação de potência entre fluxos de mensagens privadas e comuns.

Adotou-se a estratégia apresentada em (CASTRO; LIMA, 2022) para as duas primeiras etapas. Para a correspondência de usuário e atribuição de subportadora (etapa 1), os autores assumem que a potência de transmissão entre subportadoras é igualmente distribuída e para o problema de alocação de potência entre as subportadoras (etapa 2) considera que a divisão da potência entre os fluxos de mensagens comuns e privadas é fixo e aplica a solução obtida na etapa 1. As etapas da solução proposta em (CASTRO; LIMA, 2022) são discutidas no capítulo 4.

Finalmente, na etapa 3, a potência de transmissão alocada para cada subportadora deve ser alocada entre os fluxos de mensagens privadas e comum. É importante notar que em (CASTRO; LIMA, 2022), os autores assumiram uma alocação fixa de potência entre os fluxos de mensagens. A potência alocada para cada fluxo de mensagens privadas e o fluxo de mensagem comum é um terço da potência disponível para cada subportadora, ou seja,  $P_{n,1} = P_{n,2} = P_{n,c} = \frac{P_n}{3}$ . Neste trabalho apresenta-se uma solução de alocação adaptativa de potência para esses fluxos de mensagens.

Para resolver a etapa 3, abordou-se o problema de alocação da potência de transmissão para cada subportadora  $n$ ,  $P_n$ , entre os fluxos de mensagens comuns e privadas. Então, considere  $\alpha$  como a parcela da potência  $P_n$  alocada para os fluxos de mensagens privadas de modo que  $\alpha P_n = P_{n,1} + P_{n,2}$  e  $(1 - \alpha)P_n = P_{n,c}$ . A partir destas expressões, a ideia é escolher  $\alpha$  para maximizar o somatório da taxa ponderada na  $n$ -ésima subportadora. Dessa forma, para um

dado  $\alpha$ , os valores de  $P_{n,1}$  e  $P_{n,2}$  que maximizam o somatório da taxa ponderada dos fluxos de mensagens privadas são obtidos a partir da solução WF dada por:

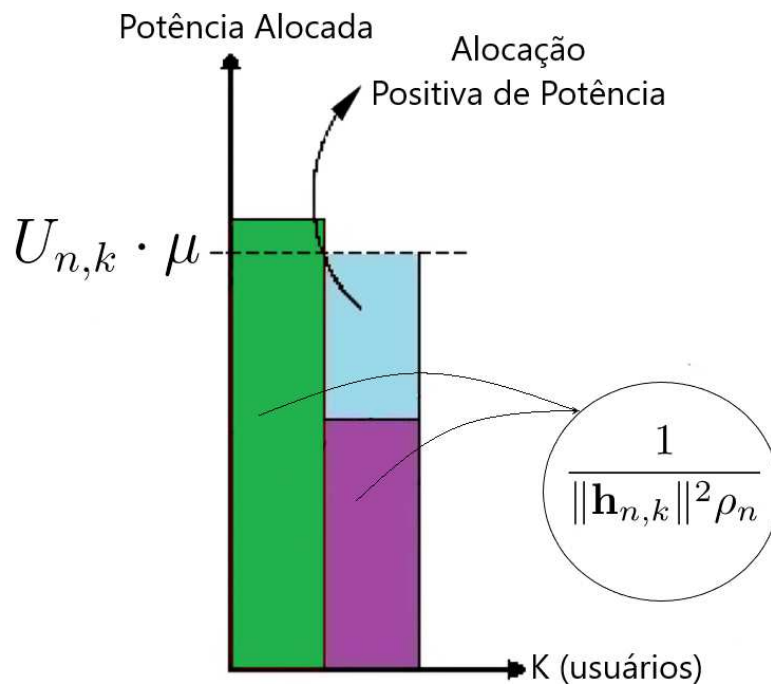
$$P_{n,k} = \max \left( \left( U_{n,k} \cdot \mu - \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,k}\|^2 \rho_n} \right), 0 \right), k = 1, 2, \quad (6.1)$$

onde  $\mu$  é definido como o nível da água, que representa um limiar para a alocação de potência, conforme apresenta a Equação (6.1).  $\mu$  deve ser escolhido de forma a garantir a igualdade  $P_{n,1} + P_{n,2} = \alpha P_n$ . Dessa forma, seja  $P_{n,1} = \left( \mu \cdot U_{n,1} - \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \cdot \rho_n} \right)$  e  $P_{n,2} = \left( \mu \cdot U_{n,2} - \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \cdot \rho_n} \right)$ . Uma expressão para  $\mu$  é obtida como segue:

$$\begin{aligned} P_{n,1} + P_{n,2} = \alpha P_n &\implies \\ \left( \mu \cdot U_{n,1} - \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \cdot \rho_n} \right) + \left( \mu \cdot U_{n,2} - \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \cdot \rho_n} \right) &= \alpha P_n \implies \\ \mu \cdot (U_{n,1} + U_{n,2}) &= \alpha P_n + \frac{1}{\rho_n} \cdot \left[ \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2} + \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2} \right] \implies \\ \mu &= \frac{\alpha P_n}{(U_{n,1} + U_{n,2})} + \frac{1}{(U_{n,1} + U_{n,2}) \rho_n} \cdot \left[ \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2} + \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2} \right], \end{aligned} \quad (6.2)$$

define-se também  $\Gamma = \frac{1}{\rho_n} \left[ \frac{U_{n,1}}{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2} - \frac{U_{n,2}}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2} \right]$ . A ideia da solução baseada no algoritmo WF para a distribuição de potência entre os fluxos de mensagens privadas é apresentada na Figura 7.

Figura 7 – Solução *Water-Filling*.



Fonte: próprio autor.

Conforme demonstrado em (6.1) e apresentado graficamente na Figura 7, observa-se o efeito dos pesos no processo de alocação de potência no problema formulado. Nesse contexto, o nível da água pode ser ajustado de acordo com o peso, o que demonstra, em termos práticos, que mesmo que um usuário tenha uma condição de canal ruim, ele ainda receberá potência, desde que o peso atribuído a ele seja suficientemente alto.

Com base nessas definições e com base em um  $\alpha$  inicial, serão definidos dois regimes principais de especialização do RSMA (CLERCKX *et al.*, 2019).

### 6.1 Regime OMA/NOMA/*multicasting*

RSMA se especializará em OMA se  $\alpha = 1$ , em NOMA se  $0 < \alpha < 1$  e se especializa em *multicasting* para o caso de  $\alpha = 0$ . Portanto, o objetivo é identificar a melhor estratégia, ajustando o valor de  $\alpha$  de forma que a alocação de potência entre o par de usuários atribuído a cada subportadora  $n$  maximize o somatório da taxa ponderada,  $W_n$ , na subportadora  $n$ . Diferentemente do *design* do pré-codificador comum adotado em (CLERCKX *et al.*, 2019), onde a direção do pré-codificador é dependente dos valores de potências  $P_{n,1}$ ,  $P_{n,2}$  e  $P_{n,c}$ , essa definição do pré-codificador comum depende de  $\alpha$  que é a variável de otimização. Para desenvolver uma solução de forma fechada para esse regime, optou-se por uma modelagem do pré-codificador comum que dependa apenas da direção do canal de comunicação dos usuários alocados na subportadora  $n$ , conforme descrito na Equação (5.4). Entretanto, ao escolher um pré-codificador independente do valor de  $\alpha$ , não se obtém, de forma direta, uma expressão para a taxa comum em decorrência da função de minimização apresentada na Equação (3.3). Para prosseguir com o desenvolvimento de uma solução que forneça um  $\alpha$  que maximize a função objetivo  $W_n$ , identifica-se dois casos especiais dentro deste regime. Esses casos são referentes aos que as potências privadas serão nulas, conseqüentemente, referem-se aos casos em que os fluxos de mensagens privadas e comuns serão desativados como apresentado na Tabela 1. A expressão a seguir desenvolve uma inequação para o caso em que  $P_{n,1} = 0$ . Logo, baseado na solução WF, tem-se:

$$\begin{aligned}
& \left( U_{n,1} \cdot \mu - \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n} \right) < 0 \implies \\
& \left( \left( \frac{\alpha P_n}{(U_{n,1} + U_{n,2})} + \frac{1}{(U_{n,1} + U_{n,2}) \rho_n} \cdot \left[ \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2} + \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2} \right] \right) \cdot U_{n,1} - \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n} \right) < 0 \implies \\
& \frac{1}{\rho_n \cdot (U_{n,1} + U_{n,2})} \cdot \left[ \frac{U_{n,1}}{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2} - \frac{U_{n,2}}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2} \right] + \frac{P_n \alpha U_{n,1}}{(U_{n,1} + U_{n,2})} < 0 \implies \\
& \alpha \cdot P_n \cdot U_{n,1} < -\Gamma.
\end{aligned} \tag{6.3}$$

Seguindo a mesma ideia, desenvolve-se, agora, uma inequação para o caso em que  $P_{n,2} = 0$ , ou seja, o caso em que o fluxo de mensagem privada do usuário com a pior condição de canal é desativado. A inequação pode ser definida como:

$$\begin{aligned}
& \left( U_{n,2} \cdot \mu - \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n} \right) < 0 \implies \\
& \left( \left( \frac{\alpha P_n}{(U_{n,1} + U_{n,2})} + \frac{1}{(U_{n,1} + U_{n,2}) \rho_n} \cdot \left[ \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2} + \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2} \right] \right) \cdot U_{n,2} - \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n} \right) < 0 \implies \\
& \frac{\alpha \cdot P_n \alpha U_{n,2}}{(U_{n,1} + U_{n,2})} - \frac{1}{\rho_n \cdot (U_{n,1} + U_{n,2})} \cdot \left[ \frac{U_{n,1}}{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2} - \frac{U_{n,2}}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2} \right] < 0 \implies \\
& \alpha \cdot P_n \cdot U_{n,2} < \Gamma.
\end{aligned} \tag{6.4}$$

Diante das expressões formuladas, observa-se os dois casos de especialização do RSMA no regime OMA/NOMA/*multicasting*.

### 6.1.1 Caso 1: $\alpha \cdot P_n \cdot U_{n,1} < -\Gamma$

Neste cenário, tem-se que  $P_{n,1} = 0$ ,  $P_{n,2} = \alpha P_n$ , e  $P_{n,c} = (1 - \alpha) P_n$ . Como comentado no início deste capítulo, a adoção de um pré-codificador comum, dependente apenas da direção dos vetores de canais, torna complexa a aplicação de métodos de otimização para maximizar o somatório da taxa ponderada, devido à função de minimização atrelada à taxa comum na subportadora  $n$ . Substituindo os valores de  $P_{n,1}$ ,  $P_{n,2}$  e  $P_{n,c}$  na Equação (3.3), tem-se que:

$$R_{n,c} = \min \left( \log_2 \left( 1 + |\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 (1 - \alpha) P_n \right), \log_2 \left( 1 + \frac{|\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 (1 - \alpha) P_n}{1 + \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n \alpha P_n} \right) \right). \tag{6.5}$$

Por meio de um valor inicial de  $\alpha$  é possível definir qual será o valor mínimo atrelado a taxa comum na  $n$ -ésima subportadora, pois, para um dado  $\alpha$  inicial os regimes de especialização do RSMA foram definidos. A ideia é a partir desse  $\alpha$  inicial definir qual será a taxa comum, conforme apresenta a seguinte inequação:

$$\begin{aligned}
1 + |\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 (1 - \alpha) P_n &\leq 1 + \frac{|\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 (1 - \alpha) P_n}{1 + \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n \alpha P_n} \implies \\
|\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 (1 - \alpha) \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 P_n &\leq \frac{|\bar{\mathbf{h}}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 (1 - \alpha) P_n}{1 + \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n \alpha P_n} \implies \\
|\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 &\leq \frac{|\bar{\mathbf{h}}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2}{1 + \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n \alpha P_n} \implies \\
\alpha &\leq \frac{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 - \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n P_n}.
\end{aligned} \tag{6.6}$$

Diante da Equação (6.6), sabendo que  $\|\mathbf{h}_{n,1}\| > \|\mathbf{h}_{n,2}\|$ , temos que, para qualquer  $\alpha$  inicial, a desigualdade apresentada em (6.6) não será satisfeita, ou seja, para todo  $\alpha$  a desigualdade  $\alpha \geq \frac{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 - \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n P_n}$  é verdadeira. Neste caso, a função objetivo  $W_n$  pode ser reescrita da seguinte forma:

$$W_n = U_{n,2} \cdot \log_2(1 + \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n P_n \alpha) + \frac{(U_{n,1} + U_{n,2})}{2} \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{|\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 (1 - \alpha) P_n}{1 + \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n \alpha P_n} \right). \tag{6.7}$$

Expandindo os termos dentro dos logaritmos e realizando simplificações na expressão tem-se:

$$W_n = \frac{U_{n,2} - U_{n,1}}{2} \cdot \log_2(1 + a\alpha) + \frac{U_{n,1} + U_{n,2}}{2} \cdot \log_2(b + c\alpha), \tag{6.8}$$

onde  $a = \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n P_n$ ,  $b = 1 + |\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n$  e  $c = 1 + a - b$ . O valor de  $\alpha$  que maximiza a Equação (6.8) é obtido como resultado da expressão ( $\frac{\partial W_n}{\partial \alpha} = 0$ ). O Teorema 1 garante que a Equação (6.8) é estritamente côncava, garantindo que o ponto crítico seja um máximo global. Assim, o valor de  $\alpha$  ajustado visando a maximizar  $W_n$  é dado por:

$$\alpha = \left( \frac{U_{n,1}(ab - c) - U_{n,2}(ab + c)}{2U_{n,2}ac} \right), \tag{6.9}$$

desde que  $0 \leq \alpha \leq 1$ , o valor ótimo  $\alpha^*$  é dado pela forma fechada expressa a seguir:

$$\alpha^* = \max \left( \min \left( \left( \frac{U_{n,1}(ab-c) - U_{n,2}(ab+c)}{2U_{n,2}ac} \right), 1 \right), 0 \right). \quad (6.10)$$

**Teorema 1.** *A função objetivo apresentada na Equação (6.8) é uma função estritamente côncava em todo domínio de  $\alpha$ .*

*Demonstração.* Veja o apêndice A. ■

### 6.1.2 Caso 2: $\alpha \cdot P_n \cdot U_{n,2} < \Gamma$

Neste cenário, tem-se que  $P_{n,1} = \alpha P_n$ ,  $P_{n,2} = 0$ , and  $P_{n,c} = (1 - \alpha)P_n$ . Conforme apresentado na subseção 6.1.1, a ideia permanece de identificar uma relação para um dado  $\alpha$  inicial de forma que seja possível determinar a expressão da taxa comum em uma subportadora  $n$ . Neste caso, a Equação (3.3) pode ser reescrita como segue:

$$R_{n,c} = \min \left( \log_2 \left( 1 + \frac{|\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 (1 - \alpha) P_n}{1 + \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n \alpha P_n} \right), \log_2 \left( 1 + |\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 (1 - \alpha) P_n \right) \right). \quad (6.11)$$

Formulando uma inequação para verificar qual das duas expressões será atrelada a taxa comum  $R_{n,c}$ , tem-se que:

$$\begin{aligned} 1 + |\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 (1 - \alpha) P_n &\leq 1 + \frac{|\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 (1 - \alpha) P_n}{1 + \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n \alpha P_n} \implies \\ |\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 (1 - \alpha) \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 P_n &\leq \frac{|\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 (1 - \alpha) P_n}{1 + \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n \alpha P_n} \implies \\ \|\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}\|^2 \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 &\leq \frac{|\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2}{1 + \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n \alpha P_n} \implies \\ \alpha &\leq \frac{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 - \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n P_n}. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Diante da Equação (6.12), dois casos são definidos para, finalmente, desenvolver uma expressão para  $\alpha$  para maximizar a função objetivo  $W_n$ . Para simplificação das expressões matemáticas define-se  $\gamma = \frac{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 - \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n P_n}$ .

#### 6.1.2.1 Caso 2.1: $\alpha \leq \gamma$

Neste caso, a função objetivo  $W_n$  pode ser reescrita da seguinte forma:

$$W_n = U_{n,1} \cdot \log_2(1 + \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n P_n \alpha) + \frac{(U_{n,1} + U_{n,2})}{2} \cdot \log_2(1 + |\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 (1 - \alpha) P_n). \quad (6.13)$$

Após algumas manipulações matemáticas, tem-se que:

$$W_n = U_{n,1} \cdot \log_2(1 + a\alpha) + \frac{U_{n,1} + U_{n,2}}{2} \cdot \log_2(b - c\alpha), \quad (6.14)$$

onde  $a = \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n P_n$ ,  $b = 1 + |\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n$ , e  $c = b - 1$ . Derivando  $W_n$  em relação a  $\alpha$  e igualando a zero, obtendo assim um ponto crítico. Embasando-se no Teorema 2, na qual garante que a Equação (6.14) é estritamente côncava, esse ponto crítico será um máximo global. Logo, o resultado da derivação é expresso da seguinte forma:

$$\alpha = \left( \frac{-c(U_{n,1} + U_{n,2}) + 2U_{n,1}ab}{3U_{n,1}ac + U_{n,2}ac} \right). \quad (6.15)$$

Se e somente se  $0 \leq \alpha \leq 1$ , o valor ótimo  $\alpha^*$  é expresso a seguir:

$$\alpha^* = \max \left( \min \left( \left( \frac{-c(U_{n,1} + U_{n,2}) + 2U_{n,1}ab}{3U_{n,1}ac + U_{n,2}ac} \right), 1 \right), 0 \right). \quad (6.16)$$

**Teorema 2.** *A função objetivo apresentada na Equação (6.14) é uma função estritamente côncava em todo domínio de  $\alpha$ .*

*Demonstração.* Veja o apêndice B. ■

#### 6.1.2.2 Caso 2.2: $\alpha > \gamma$

Neste caso, a função objetivo  $W_n$  pode ser reescrita da seguinte forma:

$$W_n = U_{n,1} \cdot \log_2(1 + \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n P_n \alpha) + \frac{(U_{n,1} + U_{n,2})}{2} \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{|\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 (1 - \alpha) P_n}{1 + \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n \alpha P_n} \right). \quad (6.17)$$

Realizando algumas manipulações matemáticas e definindo coeficientes para simplificar a expressão matemática, tem-se:

$$W_n = \frac{U_{n,1} - U_{n,2}}{2} \cdot \log_2(1 + a\alpha) + \frac{U_{n,1} + U_{n,2}}{2} \cdot \log_2(b + c\alpha), \quad (6.18)$$

onde  $a = \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n P_n$ ,  $b = 1 + |\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n$  and  $c = 1 + a - b$ . Da mesma forma apresentada nos casos anteriores,  $\alpha$  será ajustado baseado no ponto crítico obtido a partir da segunda derivada parcial de  $W_n$  em relação a  $\alpha$  e igualando a zero. O Teorema 3 apresentado posteriormente garante que a função apresentada na Equação (6.18) seja estritamente côncava, logo, o ponto crítico será um máximo global. Resolvendo a derivada parcial igualando-a a zero, se obtém que:

$$\alpha = \left( \frac{U_{n,2}(ab - c) - U_{n,1}(ab + c)}{2U_{n,1}ac} \right), \quad (6.19)$$

$\alpha$  será ótimo se e somente se  $0 \leq \alpha \leq 1$ , dessa forma, a expressão fechada para o valor ótimo  $\alpha^*$  é apresentado a seguir:

$$\alpha^* = \max \left( \min \left( \left( \frac{U_{n,2}(ab - c) - U_{n,1}(ab + c)}{2U_{n,1}ac} \right), 1 \right), 0 \right). \quad (6.20)$$

**Teorema 3.** *A função objetivo apresentada na Equação (6.18) é uma função estritamente côncava em todo domínio de  $\alpha$ .*

*Demonstração.* Veja o apêndice C. ■

## 6.2 Regime SDMA/RSMA

Neste Regime, RSMA se especializará em SDMA sempre que  $\alpha = 1$ , dessa forma, tem-se apenas os fluxos de mensagens privadas ativadas, enquanto o fluxo de mensagem comum é desativado dado que  $P_{n,c} = (1 - \alpha)P_n = 0$ . Quando  $0 < \alpha < 1$  tem-se a especialização no próprio RSMA. Nesse caso tanto os fluxos de mensagens privadas quanto o fluxo de mensagem comum são ativados. Baseando-se nas Equações (6.3) e (6.4), o regime SDMA/RSMA será identificado se  $(\alpha \cdot P_n \cdot U_{n,2} > \Gamma)$  e  $(\alpha \cdot P_n \cdot U_{n,1} > -\Gamma)$ . De acordo com a solução WF tem-se que  $P_{n,1} = U_{n,1} \cdot \mu - \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n} = \frac{\alpha P_n U_{n,1}}{(U_{n,1} + U_{n,2})} + \frac{\Gamma}{(U_{n,1} + U_{n,2})}$  e  $P_{n,2} = U_{n,2} \cdot \mu - \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n} = \frac{\alpha P_n U_{n,2}}{(U_{n,1} + U_{n,2})} - \frac{\Gamma}{(U_{n,1} + U_{n,2})}$ . Assim,  $\alpha$  precisa ser ajustado de forma eficiente para definir o compartilhamento de potência entre fluxos de mensagens privadas e comuns, visando a maximizar o somatório da taxa ponderada na subportadora  $n$ . Neste regime, também é necessário definir a expressão da taxa comum, para isso, apresenta-se o seguinte Lema:

**Lema 1.** *No regime SDMA/RSMA, a taxa comum (3.3) será definida com base apenas nos pesos atribuídos a cada usuário assinalados na subportadora  $n$ .*



*Demonstração.* Veja o apêndice D. ■

A partir do resultado do Lema 1 pode-se inferir a expressão associada à taxa comum em uma subportadora  $n$ . Como demonstrado, baseando-se apenas nos pesos dos usuários, podem-se identificar dois casos principais nesse cenário.

### 6.2.1 Caso 1: $U_{n,2} \geq U_{n,1}$

Para este cenário, pode-se escrever o somatório da taxa ponderada na subportadora  $n$ ,  $W_n$ , substituindo os valores de  $P_{n,1}$ ,  $P_{n,2}$  e  $P_{n,c}$  na Equação (5.5) como segue:

$$\begin{aligned}
 W_n = & \left( U_{n,1} \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n \Gamma}{(U_{n,1} + U_{n,2})} + \frac{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n P_n U_{n,1} \alpha}{(U_{n,1} + U_{n,2})} \right) \right. \\
 & + \frac{U_{n,2} - U_{n,1}}{2} \cdot \log_2 \left( 1 - \frac{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n \Gamma}{U_{n,1} + U_{n,2}} + \frac{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n P_n U_{n,2} \alpha}{(U_{n,1} + U_{n,2})} \right) \\
 & \left. + \frac{U_{n,1} + U_{n,2}}{2} \cdot \log_2 \left( 1 - \frac{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n \Gamma}{(U_{n,1} + U_{n,2})} + |\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n + \frac{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n P_n U_{n,2} \alpha}{(U_{n,1} + U_{n,2})} - |\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n \alpha \right) \right). \quad (6.21)
 \end{aligned}$$

Para simplificação matemática, algumas variáveis foram renomeadas como apresentado a seguir:

$$W_n = \left( U_{n,1} \cdot \log_2(a + b\alpha) + \frac{U_{n,2} - U_{n,1}}{2} \cdot \log_2(c + d\alpha) + \frac{U_{n,1} + U_{n,2}}{2} \cdot \log_2(f + (d - e)\alpha) \right), \quad (6.22)$$

onde  $b = \frac{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n P_n U_{n,1}}{(U_{n,1} + U_{n,2})}$ ,  $d = \frac{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n P_n U_{n,2}}{(U_{n,1} + U_{n,2})}$ ,  $a = 1 + \frac{b\Gamma}{P_n U_{n,1}}$ ,  $c = 1 - \frac{d\Gamma}{P_n U_{n,2}}$ ,  $e = |\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n$ , e  $f = c + e$ . O valor de  $\alpha$  que maximiza a função objetivo (6.22) é obtido derivando  $W_n$  em relação a  $\alpha$  e igualando a zero. Dessa forma, resolvendo  $\frac{\partial W_n}{\partial \alpha} = 0$ , para fim de simplificação das expressões matemáticas, definem-se os seguintes coeficientes  $\phi = 4(U_{n,1} + U_{n,2}) \cdot (b^2 d - bde)$ ,  $\chi = U_{n,1} \cdot (4b^2 c - 4bce + 2bdf - 2ade + 2abd) + U_{n,2} \cdot (6abd - 6ade + 2bdf)$  e  $\psi = U_{n,1} \cdot (2bcf - 2ace + 2abc) + U_{n,2} \cdot (4adf + 2abc - 2bcf - 2ace)$ .

### 6.2.2 Caso 2: $U_{n,2} < U_{n,1}$

Neste cenário, dado que  $U_{n,2} < U_{n,1}$ , dentre os usuários alocados na subportadora  $n$ , a menor taxa comum será a taxa comum do usuário com a melhor condição de canal, dado que

nesse caso, o peso do usuário com a melhor condição de canal é maior do que o peso do usuário com a pior condição de canal. Substituindo os valores de  $P_{n,1}$ ,  $P_{n,2}$  e  $P_{n,c}$  na função objetivo  $W_n$ , tem-se que:

$$\begin{aligned}
W_n = & \left( \frac{U_{n,1} - U_{n,2}}{2} \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n \Gamma}{(U_{n,1} + U_{n,2})} + \frac{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n P_n U_{n,1} \alpha}{(U_{n,1} + U_{n,2})} \right) \right. \\
& + U_{n,2} \cdot \log_2 \left( 1 - \frac{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n \Gamma}{U_{n,1} + U_{n,2}} + \frac{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n P_n U_{n,2} \alpha}{(U_{n,1} + U_{n,2})} \right) \\
& \left. + \frac{U_{n,1} + U_{n,2}}{2} \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n \Gamma}{(U_{n,1} + U_{n,2})} + |\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n + \frac{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n P_n U_{n,1} \alpha}{(U_{n,1} + U_{n,2})} - |\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n \alpha \right) \right). \tag{6.23}
\end{aligned}$$

Os coeficientes  $a, b, c$  e  $d$  permanecem com a mesma definição apresentada na subseção 6.2.1, entretanto, os seguintes coeficientes são escritos da seguinte forma:  $e = |\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n$  e  $f = a + e$ . Os coeficientes foram assim definidos para simplificação das expressões matemáticas, dessa maneira,  $W_n$  é escrito a seguir:

$$W_n = \left( \frac{U_{n,1} - U_{n,2}}{2} \cdot \log_2(a + b\alpha) + U_{n,2} \cdot \log_2(c + d\alpha) + \frac{U_{n,1} + U_{n,2}}{2} \cdot \log_2(f + (b - e)\alpha) \right). \tag{6.24}$$

Derivando a função  $W_n$  apresentada pela Equação (6.24) em relação a  $\alpha$  e igualando a zero, obtêm-se os pontos candidatos a máximo global. Para fins de simplificação, definiram-se os seguintes coeficientes:  $\phi = 4(U_{n,1} + U_{n,2}) \cdot (b^2 d - bde)$ ,  $\chi = U_{n,1} \cdot (4b^2 c - 4bce + 2bdf - 2ade + 2abd) + U_{n,2} \cdot (6abd - 6ade + 2bdf)$  e  $\psi = U_{n,1} \cdot (2bcf - 2ace + 2abc) + U_{n,2} \cdot (4adf + 2abc - 2bcf - 2ace)$ .

Para ambos os casos (6.2.1 e 6.2.2) apresentados para o regime SDMA/RSMA, o valor de  $\alpha$  será dado da seguinte forma:

$$\alpha = \frac{-\chi \pm \sqrt{\chi^2 - 4\phi\psi}}{2\phi}. \tag{6.25}$$

Baseado na Equação (6.25), existem dois valores candidatos a um ponto crítico correspondente a um máximo global, dessa forma, deve ser verificado a validade dos candidatos a máximo global. Além disso, desde que  $\alpha \leq 1$ , o valor ótimo  $\alpha^*$  será definido como segue:

$$\alpha^* = \min \left( \frac{-\chi \pm \sqrt{\chi^2 - 4\phi\psi}}{2\phi}, 1 \right). \quad (6.26)$$

Na expressão (6.25), são apresentados dois candidatos a máximo global. O valor escolhido deve satisfazer os seguintes requisitos: a primeira derivada de  $W_n$  em relação a  $\alpha$  deve ser zero, além disso, a função objetivo  $W_n$ , deve ser definida nesse ponto. Caso nenhum dos pontos satisfaça estas condições e tendo em conta as características de uma função estritamente côncava (característica assegurada pelo Teorema 4), basta avaliar os extremos do intervalo de valores assumidos por  $\alpha$  e escolher o  $\alpha$  correspondente à taxa mais elevada. Neste regime, o extremo inferior é avaliado considerando  $10^{-3}$  (valor próximo de zero), pois  $0 < \alpha \leq 1$  e o limite superior é 1. Baseando-se nas discussões levantadas neste capítulo, resumiu-se no Algoritmo 1 todos os casos para alocação de potência entre fluxos de mensagens privadas e comuns para cada subportadora  $n$ . Baseando-se no Teorema 4, garante-se que as funções objetivo (6.22) e (6.24) são funções estritamente côncavas, logo, possuem um único ponto de máximo global.

Na solução proposta, o problema é resolvido em forma fechada, o que significa que a complexidade do problema completo é restringida pelas etapas de otimização definidas na referência utilizada para a solução das duas etapas iniciais do processo de alocação de recurso. Ao operar em uma forma fechada, garante-se que as soluções obtidas são não apenas otimizadas, mas também facilmente verificáveis. Isso facilita a aplicação prática do modelo em cenários reais, onde a agilidade na obtenção de soluções é crucial para a alocação eficiente de recursos.

**Teorema 4.** *As funções objetivo (6.22) e (6.24) são funções estritamente côncavas em todo domínio de  $\alpha$ .*

*Demonstração.* Veja o apêndice E. ■

---

**Algoritmo 1:** Adaptive Stream Power Allocation (ASPA).
 

---

Definir  $N$  como o número de subportadoras.

Definir  $W^T$  como o somatório da taxa ponderada do sistema.

Definir  $W_n$  como o somatório da taxa ponderada na subportadora  $n \forall n \in \mathcal{N}$ .

Inicializar o somatório da taxa ponderada do sistema:  $W^T = 0$ .

**for**  $n = 1 : N$  **do**

Inicializar  $\alpha$  de forma que  $\alpha \in [0, 1]$ .

Calcular as potências  $P_{n,1}$ ,  $P_{n,2}$  e  $P_{n,c}$

Identificar os regimes de especialização do RSMA como abordado nas seções 6.1 e 6.2.

**if** *OMA/NOMA/multicasting* **then**

**if**  $\alpha \cdot P_n \cdot U_{n,1} < -\Gamma$  **then**

Definir  $P_{n,1} = 0$ .

Calcular  $\alpha$  de acordo com a Equação (6.10).

**end**

**if**  $\alpha \cdot P_n \cdot U_{n,2} < \Gamma$  **then**

Definir  $P_{n,2} = 0$ .

**if**  $\alpha \leq \gamma$  **then**

Calcular  $\alpha$  de acordo com a Equação (6.16).

**end**

**if**  $\alpha > \gamma$  **then**

Calcular  $\alpha$  de acordo com a Equação (6.20).

**end**

**end**

Recalcular as potências privadas e comuns para consequentemente recalcular o somatório da taxa ponderada  $W_n$ .

**end**

**if** *RSMA/SDMA* **then**

**if**  $U_{n,2} \geq U_{n,1}$  **then**

Calcular  $\chi$ ,  $\phi$  e  $\psi$  de acordo com a subseção 6.2.1.

**end**

**if**  $U_{n,2} < U_{n,1}$  **then**

Calcular  $\chi$ ,  $\phi$  e  $\psi$  de acordo com a subseção 6.2.2.

**end**

Calcular  $\alpha$  de acordo com a Equação (6.26).

Recalcular as potências privadas e comuns.

Calcular  $W_n$ .

**end**

$W^T = W^T + W_n$ .

**end**

**Saída:**  $W^T$ .

---

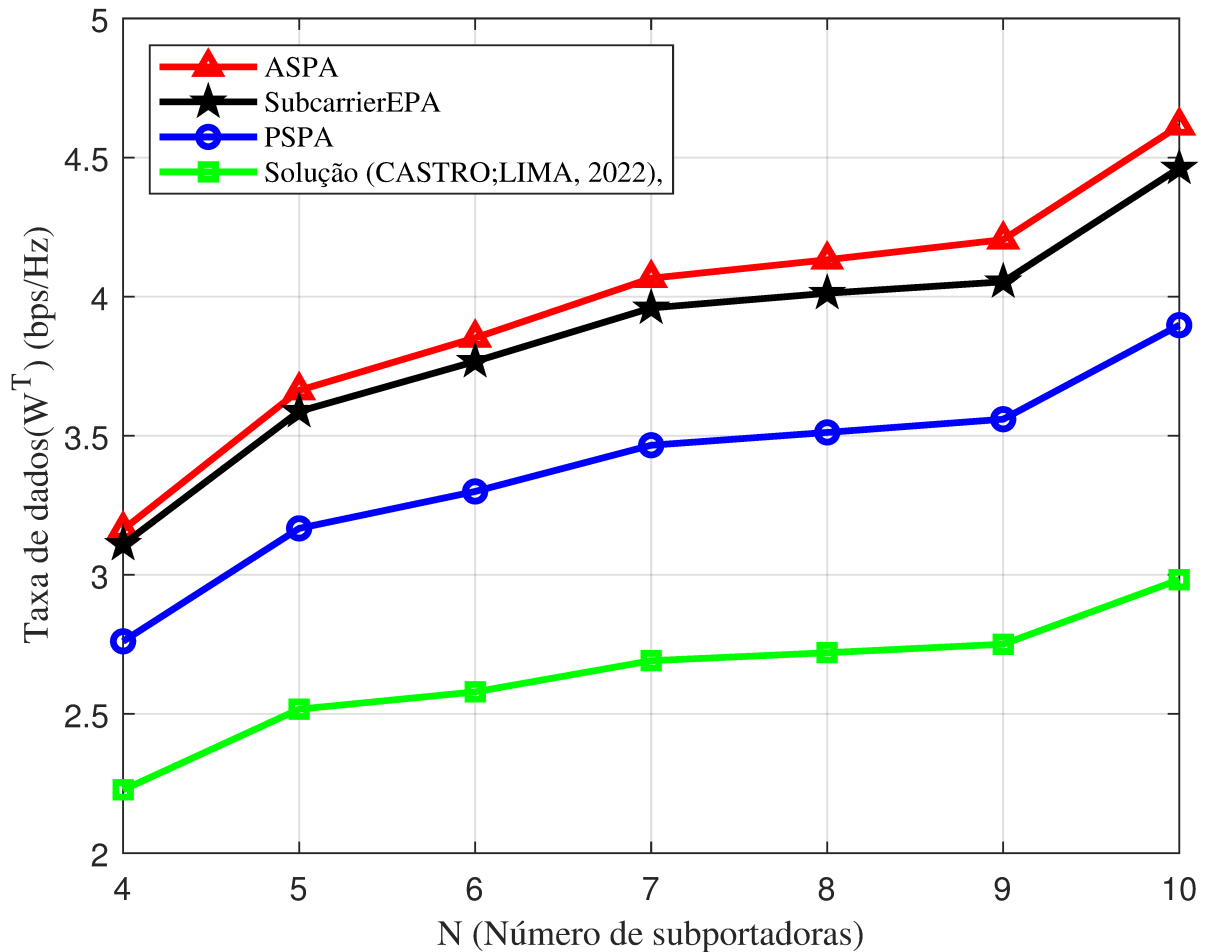
## 7 RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos por meio de simulações onde se implementaram os principais aspectos do modelo de sistema apresentado e algoritmos. É assumido que uma BS com  $N_t = 4$  antenas está localizada no centro de uma área em forma de anel com raio interno igual a 1 metro e raio externo igual a 10 metros. As entradas do vetor de resposta de frequência do canal para o usuário  $j$  na subportadora  $n$ ,  $\mathbf{h}'_{n,j} \sim \mathcal{CN}\left(0, \frac{1}{N_t \cdot \Delta_j^\xi}\right)$ , onde  $\Delta_j$  é a distância entre o usuário  $j$  e a BS.  $\xi = 3$  é o expoente de perda de caminho. Para obter confiança estatística, foram realizadas 1.000 repetições para cada ponto das curvas.

Para avaliar o desempenho da solução proposta nomeada alocação de potência adaptativa para fluxos de mensagens (do inglês, *Adaptive Stream Power Allocation* (ASPA)) simularam-se outras soluções de referência. A primeira referência nomeada de divisão igualitária de potência entre subportadoras (do inglês, *Subcarrier Equal Power Allocation* (SubcarrierEPA)) aloca igualmente a potência total entre as subportadoras e aplica a etapa 3 da solução para distribuir potência entre fluxos de mensagens privadas e comuns. A segunda referência, denominada alocação de potência entre os fluxos de mensagens privadas (do inglês, *Private Streams Power Allocation* (PSPA)), usa uma divisão de potência fixa entre fluxos de mensagens privadas e comuns ( $\alpha = 2/3$ ) e aplica a solução WF para alocação de potência entre os fluxos de mensagens privadas. A terceira referência é baseada na solução proposta em (CASTRO; LIMA, 2022), onde a potência alocada à subportadora é dividida igualmente entre os fluxos de mensagens privadas e comuns. É importante notar que todas as soluções simuladas empregam o passo 1 da solução proposta, ou seja, correspondência de usuário e atribuição de subportadora.

Na Figura 8, é plotado o gráfico do somatório da taxa em relação ao número de subportadoras, considerando  $J = 8$ ,  $P^T = 100 W$  e também considerando pesos unitários para todos os usuários. Pode-se observar que a solução proposta apresenta a maior taxa de dados. Isto mostra a relevância da alocação de potência entre subportadoras e entre fluxos de mensagens privadas e comuns. Curiosamente, comparando o desempenho das referências SubcarrierEPA e da solução (CASTRO; LIMA, 2022), pode-se perceber que a alocação de potência adaptativa entre fluxos de mensagens privadas e comuns com alocação de potência igualitária entre subportadoras é capaz de fornecer ganhos maiores do que a potência adaptativa entre subportadoras e alocação de potência igualitária entre fluxos de mensagens privadas e comuns. PSPA, onde é empregada potência adaptativa entre subportadoras, alocação de potência fixa entre fluxos privados e comuns e alocação de potência adaptativa entre fluxos de mensagens privadas (WF), apresenta

Figura 8 – Gráfico da taxa de dados versus número de subportadoras para 8 usuários.



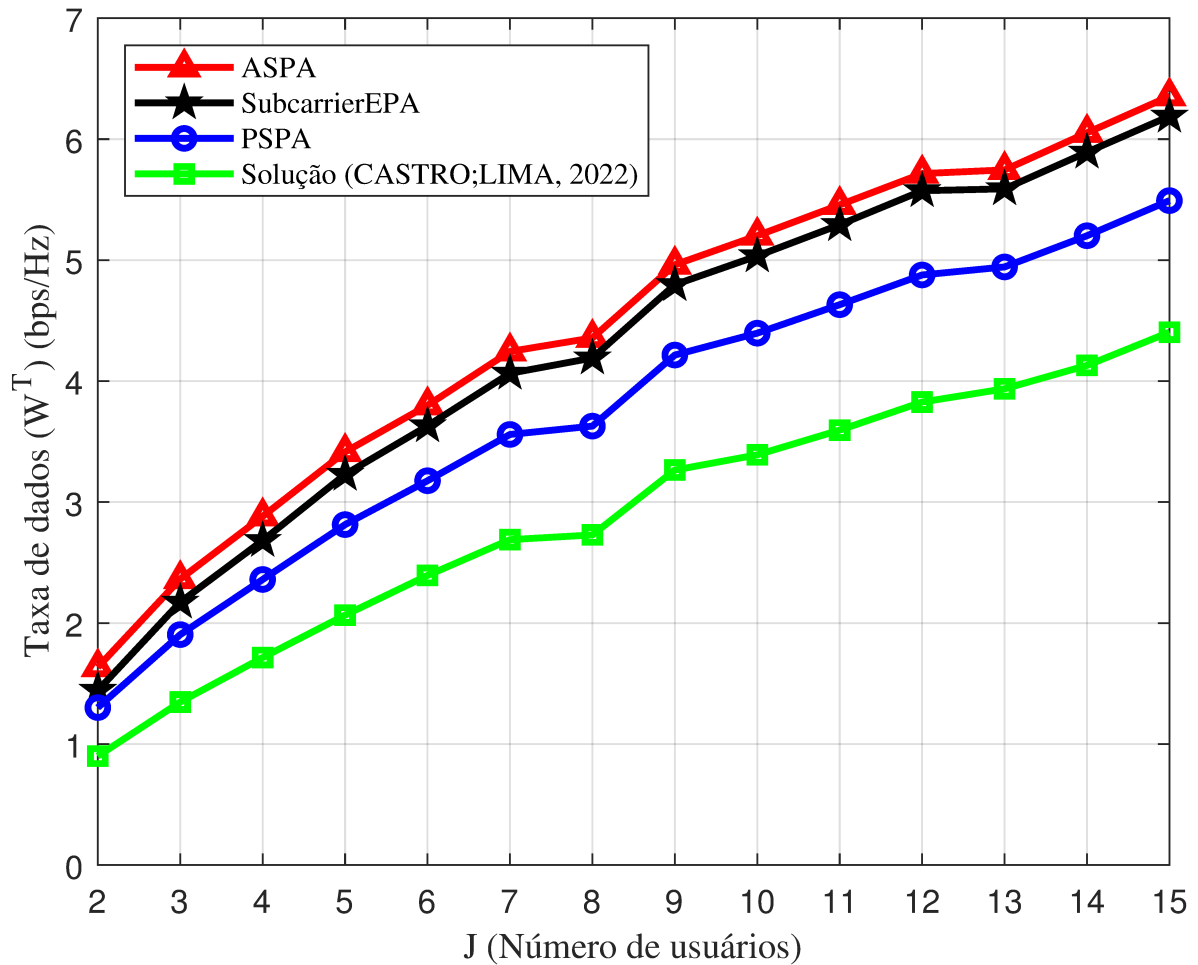
Fonte: próprio autor.

desempenho intermediário. Além dessas observações, pode-se notar que todos os algoritmos aumentam a taxa de dados em função do aumento do número de subportadoras.

Na Figura 9, apresenta-se graficamente a taxa de dados  $W^T$  versus o número de usuários assumindo o número fixo de 10 subportadoras e os mesmos parâmetros da Figura 8. Pode-se observar a mesma tendência da Figura 8; a alocação adaptativa de potência entre fluxos de mensagens privadas e comuns empregados na solução proposta é capaz de fornecer os maiores ganhos de desempenho. Este ganho é mantido mesmo para diferentes números de usuários no sistema. Além disso, pode-se observar que todos os algoritmos aproveitam a diversidade multiusuário e são capazes de melhorar o somatório da taxa ponderada do sistema  $W^T$  à medida que o número de usuários aumenta.

A Figura 10 apresenta os mesmos parâmetros da Figura 8, com a única diferença de que agora estão sendo aplicados diferentes pesos aos usuários. Considerando 8 usuários, os pesos atribuídos foram (0.0001, 0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100, 1000), onde  $u_j = 10^{-5} \times 10^j$ . Observa-se

Figura 9 – Gráfico da taxa de dados versus número de usuários para 10 subportadoras.

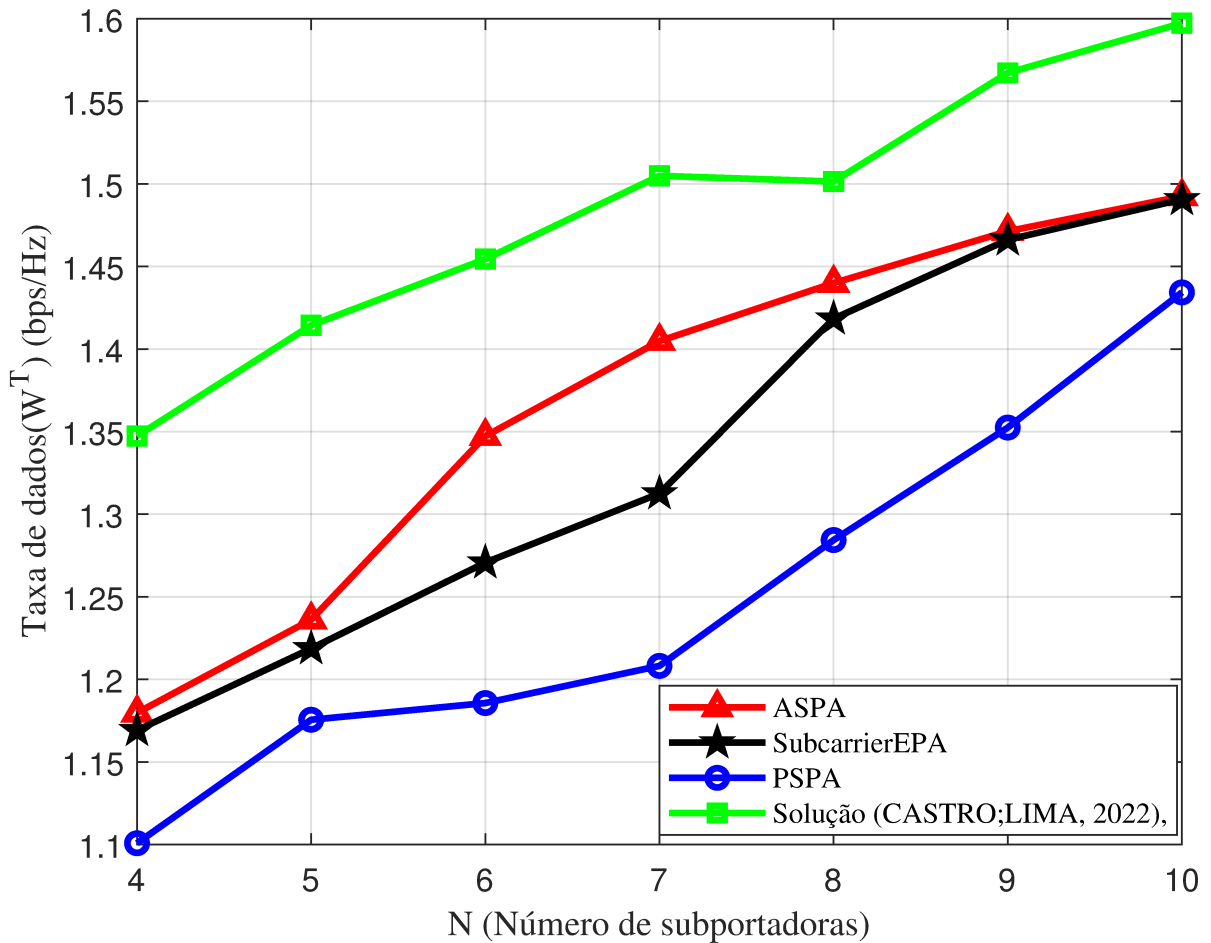


Fonte: próprio autor.

uma tendência similar entre os resultados apresentados pelas Figuras 8 e 10 em relação às referências ASPA, PSPA e SubcarrierEPA. Entretanto, nota-se um decréscimo acentuado no somatório da taxa ponderada, além da inferioridade da solução proposta neste trabalho em comparação à solução apresentada em (CASTRO; LIMA, 2022). No entanto, deve-se observar que o trabalho (CASTRO; LIMA, 2022) propõe uma modelagem baseada no somatório da taxa ponderada, mas os pesos efetivamente só são considerados nas etapas 1 e 2, ou seja, no processo de correspondência de usuários e assinalamento de subportadoras, e no processo de alocação de potência entre as subportadoras. Em outras palavras, independentemente do peso atribuído a um usuário, na etapa de alocação de potência entre os fluxos de mensagens comuns e privadas ele receberá a mesma fração da potência  $P_n$ .

A solução proposta neste trabalho considera os pesos atribuídos aos usuários em todas as etapas de alocação de recursos. Portanto, é esperado um decréscimo na taxa de dados nesta análise, visto que um usuário com uma condição de canal ruim pode ter um peso alto e

Figura 10 – Gráfico da taxa de dados versus número de subportadoras para 8 usuários com  $u_j = 10^{-5} \times 10^j$ .



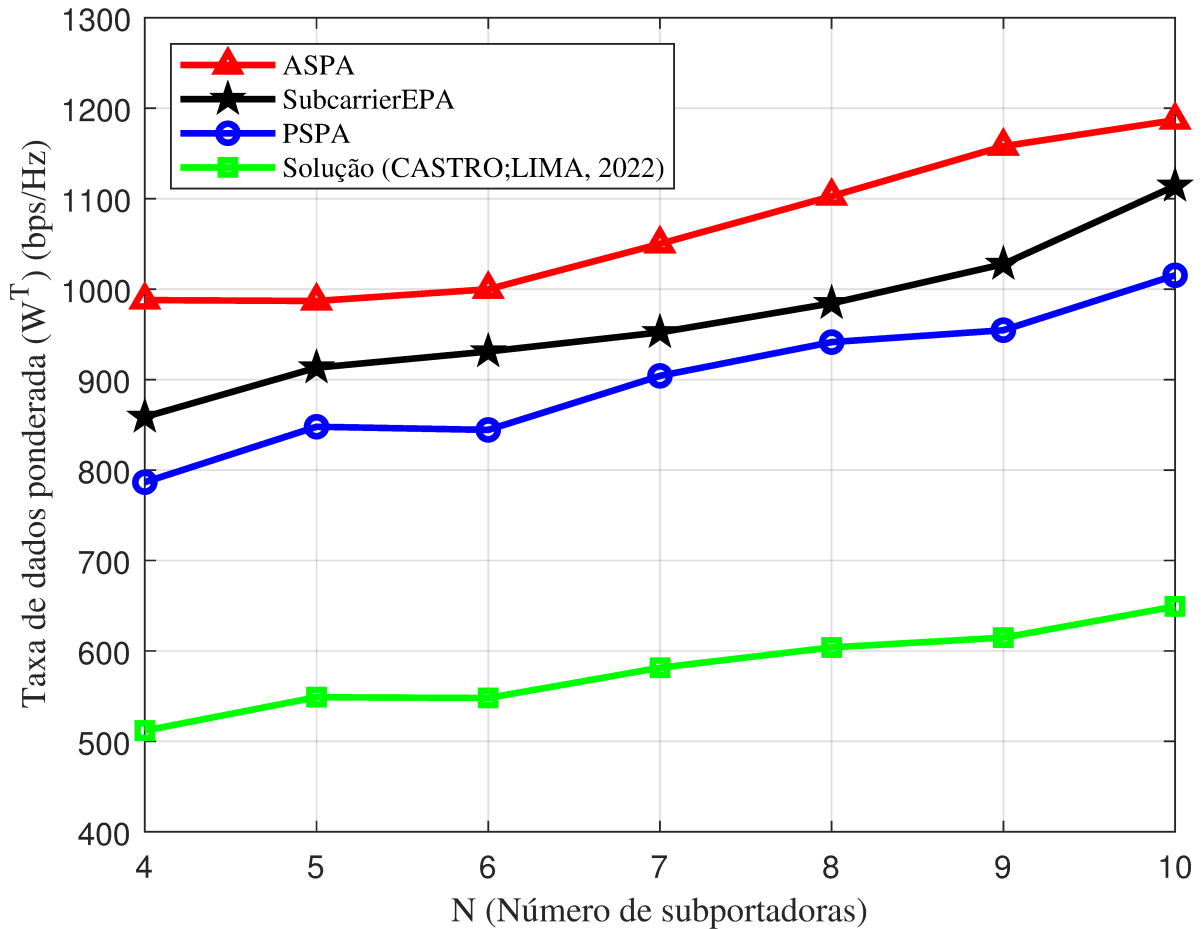
Fonte: próprio autor.

usuários com alta prioridade tendem a receber maior parte da potência  $P_n$ . Assim, embora ele possua uma condição de canal ruim, ele terá prioridade no processo de alocação de recursos. Nesse contexto, a Figura 11 apresenta o gráfico do somatório da taxa ponderada em função do número de subportadoras, utilizando os mesmos parâmetros da Figura 10. Os resultados demonstram a superioridade da solução proposta, o algoritmo ASPA, ao alcançar maiores ganhos na função objetivo. Observa-se as mesmas tendências apresentadas na Figura 8, evidenciando a importância do processo de alocação de potência entre os fluxos de mensagens e garante o cumprimento do objetivo central, sendo a maximização do somatório da taxa ponderada, levando em consideração o impacto dos pesos em todas as etapas do processo de alocação de recursos.

A Figura 12 apresenta a função de distribuição acumulada (do inglês, *Cumulative Distribution Function* (CDF)) do somatório da taxa ponderada considerando 4 usuários e 1 subportadora, com o objetivo de avaliar o impacto dos pesos e das condições de canais. Consideram-se os pesos dos usuários sendo (1, 10, 100, 1000), onde  $u_j = 10^{j-1}$  e que os usuários



Figura 11 – Gráfico da taxa de dados ponderada versus número de subportadoras para 8 usuários com  $u_j = 10^{-5} \times 10^j$ .

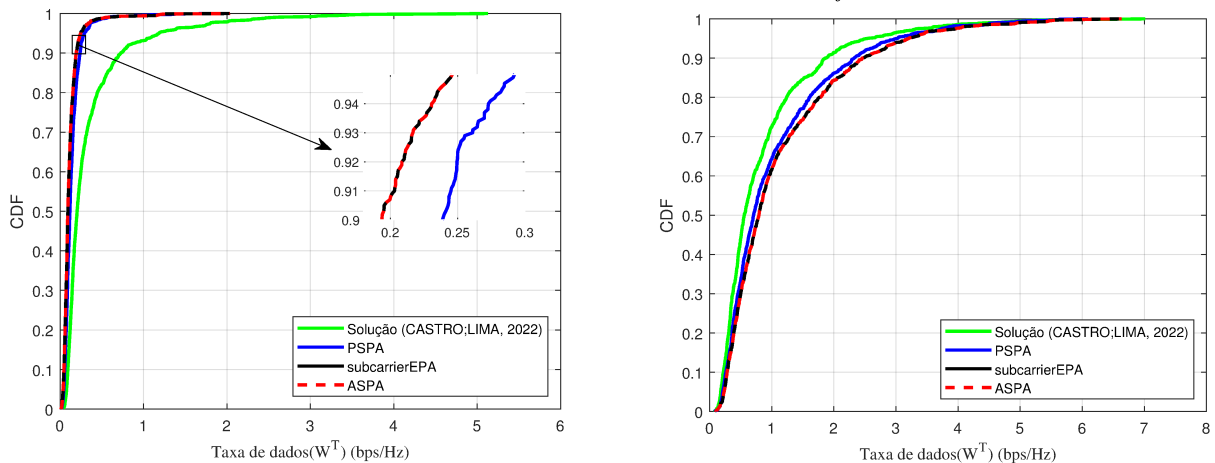


Fonte: próprio autor.

são ordenados conforme sua condição de canal. Nesta configuração de portadora única, a etapa 2, que corresponde à alocação de potência entre as subportadoras, não é necessária. Na Figura 12a, os usuários com a pior condição de canal têm atribuídos a eles os maiores pesos. Dessa forma, garante-se que, para um dado par de usuários  $\mathcal{P}_n = \{(i, j)\}$ , o usuário com a pior condição de canal alocado na subportadora  $n$  terá o maior peso.

Seguindo a análise, na Figura 12b, os usuários com a melhor condição de canal têm atribuídos a eles os maiores pesos. Pela Figura 12a, observa-se que a solução proposta neste trabalho, pelo fato de destinar os recursos considerando o peso do usuário em questão em todas as etapas do problema de otimização, difere do trabalho (CASTRO; LIMA, 2022), que não leva em consideração os pesos dos usuários no processo de alocação de potência entre os fluxos de mensagens comuns e privadas. Logo, em decorrência desse fato, a solução proposta apresenta menores taxas de dados. Na Figura 12b, a solução proposta apresenta maiores taxas, visto que os recursos tendem a ser direcionados aos usuários com a melhor condição de canal, dado

Figura 12 – CDF da taxa de dados considerando  $N = 1$ ,  $J = 4$  e  $u_j = 10^{j-1}$ .



(a) Maiores pesos aplicados aos usuários com a pior condição de canal.

(b) Maiores pesos aplicados aos usuários com a melhor condição de canal.

Fonte: próprio autor.

que, nessa configuração, eles têm maiores pesos. Como observado na Figura 12, os resultados ASPA e subcarrierEPA coincidem por conta de ser um modelo de portadora única. Nesta análise, evidencia-se a diferença de considerar os pesos em todo o processo de alocação de recursos, mantendo a coerência do problema original e respeitando as requisições que se baseiam nos pesos de cada usuário.

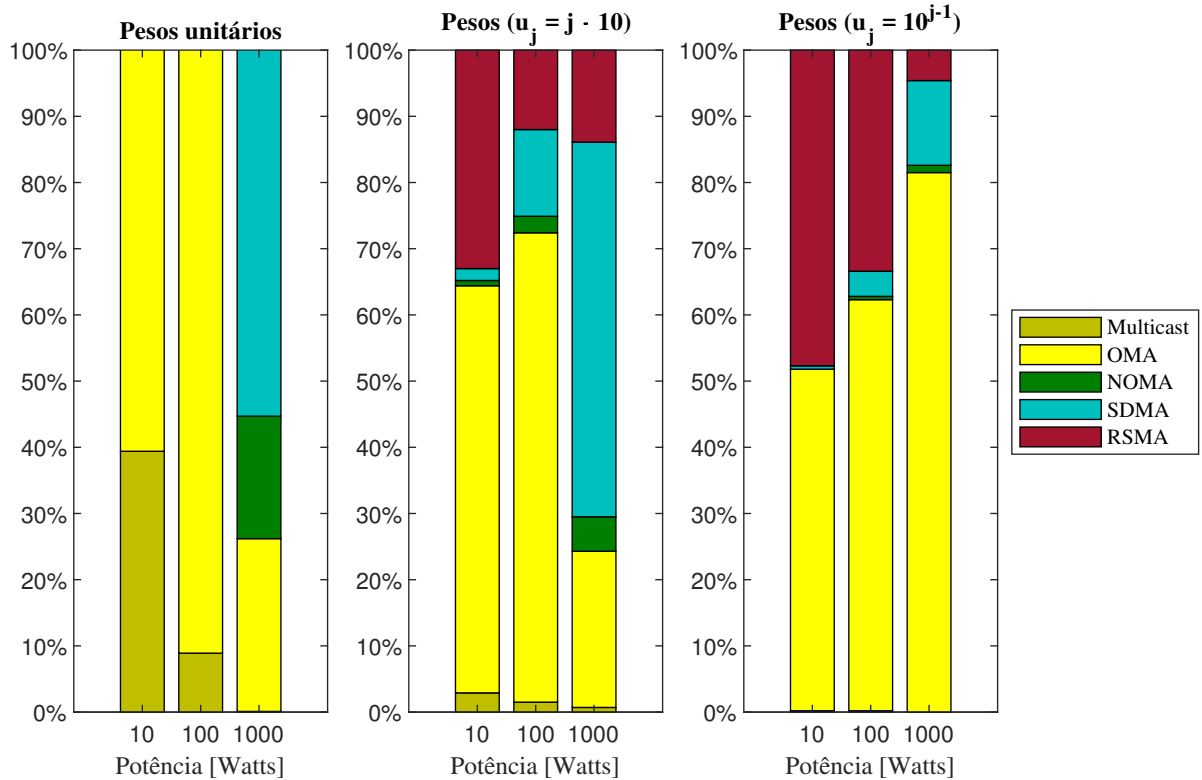
Para avaliar a influência dos pesos dos usuários na forma como o RSMA se especializa em outros esquemas de múltiplo acesso, realizou-se a análise descrita na Figura 13, em que se consideram 2 subportadoras e 4 usuários. Na análise, consideraram-se três casos: pesos unitários; pesos distintos, mas com uma diferença relativamente pequena ( $u_j = j \cdot 10, \forall j \in \mathcal{J}$ ); e pesos diferentes, mas com uma diferença relativamente grande ( $u_j = 10^{j-1}, \forall j \in \mathcal{J}$ ).

Conforme apresenta a Figura 13, a preferência percentual por cada esquema de múltiplo acesso varia com a potência total de transmissão  $P^T$ . Observa-se nas Figuras 13a e 13b preferências distintas, o que é esperado, dado que as subportadoras possuem condições de canal distintas e, portanto, podem optar por esquemas de múltiplo acesso distintos entre as subportadoras. Entretanto, notam-se similaridades independentemente das subportadoras: para pesos unitários e com uma alta relação sinal-ruído (do inglês, *Signal-to-Noise Ratio* (SNR)) ( $P^T = 1000$ ), SDMA é o esquema preferível, enquanto para baixa SNR ( $P^T = 10$ ), OMA é o esquema com maior porcentagem de operação.

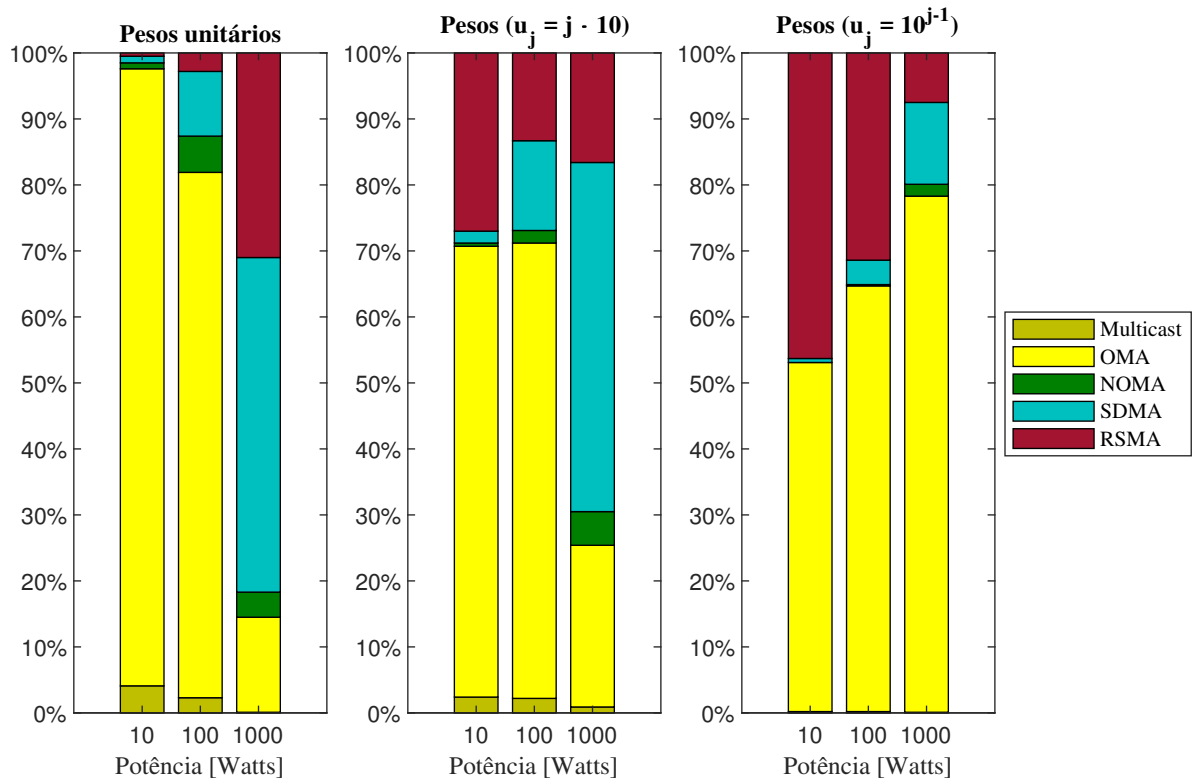
Com a adoção de pesos distintos, percebe-se uma porcentagem maior de operação do RSMA nas regiões de potência ( $P^T = 10$ ) e ( $P^T = 100$ ) comparado com o caso de pesos

unitários. Outra observação importante refere-se a pesos bastante distintos, ou seja, no caso de pesos  $u_j = 10^{j-1}$ , nessa configuração o regime OMA é preferível independentemente do SNR. De fato, para um dado par de usuários atribuídos a uma dada subportadora  $n$ , no sentido de que um desses usuários possua um peso muito maior, é esperado que esse usuário receba a maior parte dos recursos, sendo a técnica OMA condizente com esse cenário. Notavelmente, a alocação de potência entre os fluxos é significativamente influenciada pelos pesos dos usuários; assim, os usuários com pesos mais altos são devidamente priorizados, o que leva à adoção de esquemas de acesso múltiplo que respondem com eficiência a essas necessidades.

Figura 13 – Porcentagem de operação dos esquemas RSMA, SDMA, NOMA, OMA e *multicast* considerando um sistema com 2 subportadoras e 4 usuários.



(a) Subportadora 1.



(b) Subportadora 2.

Fonte: próprio autor.

## 8 CONCLUSÕES

Neste trabalho, estudou-se o problema de maximização da soma das taxas ponderadas considerando o esquema RSMA multiportadora por meio da correspondência de usuários, atribuição de subportadoras, alocação de potência entre subportadoras e alocação de potência entre fluxos de mensagens privados e comuns. É proposto um algoritmo de três etapas em que, na etapa 1, a correspondência de usuários e a atribuição de subportadora são resolvidas. A alocação de potência entre as subportadoras é resolvida na etapa 2. Por fim, a alocação de potência entre fluxos privados e comuns é realizada na etapa 3. Enquanto as etapas 1 e 2 são resolvidas aplicando soluções da literatura, uma nova solução foi proposta para a etapa 3 para o problema de maximização do somatório da taxa ponderada. Para a etapa 3, derivou-se uma solução de forma fechada para a alocação ideal de potência entre fluxos comuns e privados, considerando o efeito dos pesos em um sistema RSMA multiportadoras. A solução proposta neste trabalho não apenas preenche uma lacuna nos estudos de RSMA multiportadora, ao introduzir um problema completo de otimização solucionado em três etapas e demonstrando ganhos significativos em comparação com as referências (considerando pesos unitários), mas também cumpre a premissa inicial de maximização do somatório da taxa ponderada, ao considerar os efeitos dos pesos atribuídos aos usuários em todas as etapas do processo de otimização.

Por meio de simulações, foram fornecidas informações valiosas sobre a relevância da alocação de potência entre fluxos de mensagens privados e comuns. Especificamente no caso de pesos unitários, observou-se que a alocação de potência entre os fluxos, com a potência dividida igualmente entre as subportadoras, produz maiores ganhos no somatório da taxa ponderada total do que o cenário oposto, ou seja, a alocação de potência entre as subportadoras com potência uniforme entre os fluxos privados e comuns. Nos resultados da simulação, também foi discutida a flexibilidade do RSMA no cenário de várias portadoras, em que ele pode se especializar em diferentes outros esquemas de múltiplo acesso para cada subportadora, dependendo do estado do canal e da alocação de potência.

## REFERÊNCIAS

- AHMAD, A. A.; MAO, Y.; SEZGIN, A.; CLERCKX, B. Rate splitting multiple access in C-RAN: A scalable and robust design. **IEEE Transactions on Communications**, IEEE, v. 69, n. 9, p. 5727–5743, 2021.
- ALRAIH, S.; SHAYEA, I.; BEHJATI, M.; NORDIN, R.; ABDULLAH, N. F.; ABU-SAMAH, A.; NANDI, D. Revolution or evolution? technical requirements and considerations towards 6G mobile communications. **Sensors**, MDPI, v. 22, n. 3, p. 762, 2022.
- BELOTTI, P.; KIRCHES, C.; LEYFFER, S.; LINDEROTH, J.; LUEDTKE, J.; MAHAJAN, A. Mixed-integer nonlinear optimization. **Acta Numerica**, Cambridge University Press, v. 22, p. 1–131, 2013.
- BORWEIN, J.; LEWIS, A. **Convex Analysis**. [S. l.]: Springer, 2006.
- CASTRO, J. A. D.; LIMA, F. R. M. Subcarrier assignment, user matching and power allocation for weighted sum-rate maximization with RSMA. In: IEEE. **2022 Global Information Infrastructure and Networking Symposium (GIIS)**. [S. l.], 2022. p. 20–24.
- CAVALCANTI, F. R. P.; MACIEL, T. F.; JR, W. C. F.; SILVA, Y. C. **Comunicação móvel celular**. [S. l.]: Elsevier Brasil, 2018.
- CHEON, J.; CHO, H.-S. Power allocation scheme for non-orthogonal multiple access in underwater acoustic communications. **Sensors**, MDPI, v. 17, n. 11, p. 2465, 2017.
- CLERCKX, B.; MAO, Y.; JORSWIECK, E. A.; YUAN, J.; LOVE, D. J.; ERKIP, E.; NIYATO, D. A primer on rate-splitting multiple access: Tutorial, myths, and frequently asked questions. **IEEE Journal on Selected Areas in Communications**, IEEE, 2023.
- CLERCKX, B.; MAO, Y.; SCHOBBER, R.; POOR, H. V. Rate-splitting unifying SDMA, OMA, NOMA, and multicasting in MISO broadcast channel: A simple two-user rate analysis. **IEEE Wireless Communications Letters**, IEEE, v. 9, n. 3, p. 349–353, 2019.
- CLERCKX, B.; MAO, Y.; SCHOBBER, R.; JORSWIECK, E. A.; LOVE, D. J.; YUAN, J.; HANZO, L.; LI, G. Y.; LARSSON, E. G.; CAIRE, G. Is NOMA efficient in multi-antenna networks? a critical look at next generation multiple access techniques. **IEEE Open Journal of the Communications Society**, IEEE, v. 2, p. 1310–1343, 2021.
- COTTLE, R.; THAPA, M. N. *et al.* **Linear and nonlinear optimization**. [S. l.]: Springer, 2017. v. 253.
- DAHL, G. An introduction to convexity. **University of Oslo, Centre of Mathematics for Applications, Oslo, Norway**, 2010.
- DAI, L.; WANG, B.; YUAN, Y.; HAN, S.; CHIH-LIN, I.; WANG, Z. Non-orthogonal multiple access for 5G: solutions, challenges, opportunities, and future research trends. **IEEE Communications Magazine**, IEEE, v. 53, n. 9, p. 74–81, 2015.
- DIZDAR, O.; MAO, Y.; HAN, W.; CLERCKX, B. Rate-splitting multiple access: A new frontier for the PHY layer of 6G. In: IEEE. **2020 IEEE 92nd vehicular technology conference (VTC2020-Fall)**. [S. l.], 2020. p. 1–7.

- DIZDAR, O.; MAO, Y.; XU, Y.; ZHU, P.; CLERCKX, B. Rate-splitting multiple access for enhanced URLLC and eMBB in 6G. In: IEEE. **2021 17th International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)**. [S. l.], 2021. p. 1–6.
- GOLDSMITH, A. **Wireless communications**. [S. l.]: Cambridge university press, 2005.
- JONSSON, P.; CARSON, S.; BLENNERUD, G.; SHIM, J. K.; ARENDSE, B.; HUSSEINI, A.; LINDBERG, P.; ÖHMAN, K. **Ericsson Mobility Report**. [S. l.], 2019.
- JONSSON, P.; CARSON, S.; BLENNERUD, G.; SHIM, J. K.; ARENDSE, B.; HUSSEINI, A.; LINDBERG, P.; ÖHMAN, K. **Ericsson Mobility Report**. [S. l.], 2024.
- KUMAR, A.; MANJUNATH, D.; KURI, J. **Wireless networking**. [S. l.]: Elsevier, 2008.
- LI, H.; MAO, Y.; DIZDAR, O.; CLERCKX, B. Rate-splitting multiple access for 6G—part iii: Interplay with reconfigurable intelligent surfaces. **IEEE Communications Letters**, IEEE, v. 26, n. 10, p. 2242–2246, 2022.
- LI, L.; CHAI, K.; LI, J.; LI, X. Resource allocation for multicarrier rate-splitting multiple access system. **IEEE Access**, IEEE, v. 8, p. 174222–174232, 2020.
- LIU, Y.; QIN, Z.; ELKASHLAN, M.; DING, Z.; NALLANATHAN, A.; HANZO, L. Nonorthogonal multiple access for 5G and beyond. **Proceedings of the IEEE**, v. 105, n. 12, p. 2347–2381, 2017.
- LUENBERGER, D. G.; YE, Y. *et al.* **Linear and nonlinear programming**. [S. l.]: Springer, 1984. v. 2.
- LUO, F.; MAO, Y. A practical max-min fair resource allocation algorithm for rate-splitting multiple access. **IEEE Communications Letters**, IEEE, 2023.
- MAO, Y.; DIZDAR, O.; CLERCKX, B.; SCHÖBER, R.; POPOVSKI, P.; POOR, H. V. Rate-splitting multiple access: Fundamentals, survey, and future research trends. **IEEE Communications Surveys & Tutorials**, IEEE, 2022.
- MEHLHORN, K. **Linear programming and integer linear programming**. 2013.
- MIRAZ, M. H.; ALI, M.; EXCELL, P. S.; PICKING, R. A review on internet of things (IoT), internet of everything (IoE) and internet of nano things (IoNT). **2015 Internet Technologies and Applications (ITA)**, IEEE, p. 219–224, 2015.
- MISHRA, A.; MAO, Y.; DIZDAR, O.; CLERCKX, B. Rate-splitting multiple access for downlink multiuser MIMO: Precoder optimization and PHY-layer design. **IEEE Transactions on Communications**, IEEE, v. 70, n. 2, p. 874–890, 2021.
- MISHRA, A.; MAO, Y.; DIZDAR, O.; CLERCKX, B. Rate-splitting multiple access for 6G—part i: Principles, applications and future works. **IEEE Communications Letters**, IEEE, v. 26, n. 10, p. 2232–2236, 2022.
- NGO, H. Q. **Massive MIMO: Fundamentals and system designs**. [S. l.]: Linköping University Electronic Press, 2015. v. 1642.
- PARK, J.; LEE, B.; CHOI, J.; LEE, H.; LEE, N.; PARK, S.-H.; LEE, K.-J.; CHOI, J.; CHAE, S. H.; JEON, S.-W. *et al.* Rate-splitting multiple access for 6G networks: Ten promising scenarios and applications. **IEEE Network**, IEEE, 2023.

PEREZ-ADAN, D.; FRESNEDO, O.; GONZALEZ-COMA, J. P.; CASTEDO, L. Intelligent reflective surfaces for wireless networks: An overview of applications, approached issues, and open problems. **Electronics**, MDPI, v. 10, n. 19, p. 2345, 2021.

PESSOA, A. M. **Alocação de Recursos com Uso de Repetidores para Otimização em Redes Móveis de Última Geração**. Dissertação – Universidade Federal do Ceará, Sobral, 2015.

RAPPAPORT, T. S. **Wireless communications: principles and practice**. [S. l.]: Cambridge University Press, 2024.

SAITO, Y.; BENJEBBOUR, A.; KISHIYAMA, Y.; NAKAMURA, T. System-level performance evaluation of downlink non-orthogonal multiple access (NOMA). In: IEEE. **2013 IEEE 24th annual international symposium on personal, indoor, and mobile radio communications (PIMRC)**. [S. l.], 2013. p. 611–615.

SENA, A. S. de; NARDELLI, P. H.; COSTA, D. B. da; POPOVSKI, P.; PAPADIAS, C. B. Rate-splitting multiple access and its interplay with intelligent reflecting surfaces. **IEEE Communications Magazine**, IEEE, v. 60, n. 7, p. 52–57, 2022.

THOMAS, J. A. **Elements of information theory**. 1991.

YIN, L.; MAO, Y.; DIZDAR, O.; CLERCKX, B. Rate-splitting multiple access for 6G—part ii: Interplay with integrated sensing and communications. **IEEE Communications Letters**, IEEE, v. 26, n. 10, p. 2237–2241, 2022.



## APÊNDICE A – PROVA TEOREMA 1

Seja a função objetivo expressa como:

$$W_n = \frac{U_{n,2} - U_{n,1}}{2} \cdot \log_2(1 + a\alpha) + \frac{U_{n,1} + U_{n,2}}{2} \cdot \log_2(b + c\alpha), \quad (\text{A.1})$$

onde  $a = \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n P_n$ ,  $b = 1 + |\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n$  and  $c = 1 + a - b$ . Para analisar se a função é estritamente côncava, deve-se analisar o sinal da segunda derivada parcial da função. Se o sinal for negativo para todos os valores de  $\alpha$ , a função é dita estritamente côncava. Dessa forma, a segunda derivada parcial de  $W_n$  em relação a  $\alpha$  será dada por:

$$\frac{\partial^2 W_n}{\partial \alpha^2} = \frac{-(U_{n,2} - U_{n,1}) a^2}{2 \ln(2) (1 + a\alpha)^2} - \frac{-(U_{n,1} + U_{n,2}) c^2}{2 \ln(2) (b + c\alpha)^2}. \quad (\text{A.2})$$

É notório que (A.2) é sempre negativa para  $U_{n,1} \leq U_{n,2}$ . Resta, então, analisar o sinal da segunda derivada para o caso em que  $U_{n,2} < U_{n,1}$ . Construindo a inequação para avaliar a negatividade da expressão (A.2), tem-se que:

$$\begin{aligned} & \alpha^2 (2a^2 c^2 U_{n,1}) + \alpha (2ac^2 (U_{n,1} + U_{n,2}) + 2a^2 bc (U_{n,1} - U_{n,2})) \\ & + c^2 (U_{n,1} + U_{n,2}) + a^2 b^2 (U_{n,1} - U_{n,2}) > 0. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Assume-se o valor máximo de  $\alpha$ , ou seja, 1. Para garantir a desigualdade (A.3), deve-se primeiro notar que os coeficientes  $a$ ,  $b$  são sempre positivos, mas  $c$  pode ser negativo ou positivo. Nota-se que a desigualdade (A.3) é válida se  $U_{n,1} > U_{n,2}$  e  $c > 0$ , mas ainda é necessário verificar a desigualdade quando  $c < 0$ . Nas equações seguintes, será analisado para qual valor de  $\rho_n$  o coeficiente  $c$  é negativo.

Para fins de simplificação, pode-se reescrever a expressão  $|\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2$  da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
|\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 &= \left| \bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \cdot \left( \frac{\bar{\mathbf{h}}_{n,1} + \bar{\mathbf{h}}_{n,2} \cdot e^{-j\angle \bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}}}{\sqrt{2(1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|)}} \right) \right|^2 \Rightarrow \\
|\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 &= \left| \frac{\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,1} + \bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2} \cdot e^{-j\angle \bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}}}{\sqrt{2(1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|)}} \right|^2 \Rightarrow \\
|\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 &= \left| \frac{\|\bar{\mathbf{h}}_{n,1}\|^2 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}| \cdot \cancel{e^{j\angle \bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}}} \cdot \cancel{e^{-j\angle \bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}}}{\sqrt{2(1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|)}} \right|^2 \Rightarrow \\
|\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 &= \left| \frac{1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|}{\sqrt{2(1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|)}} \right|^2 = \frac{|1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}||^2}{|\sqrt{2(1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|)}|^2} \Rightarrow \\
|\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 &= \frac{(1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|)^2}{2(1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|)} = \frac{1}{2} \cdot (1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|),
\end{aligned} \tag{A.4}$$

dessa forma, conclui-se que  $|\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 = |\bar{\mathbf{h}}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 = \frac{1}{2} \cdot (1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|)$ .

Analisando a desigualdade referente a negatividade de  $c$ , tem-se:

$$\begin{aligned}
c < 0 &\Rightarrow \\
1 + a - b < 0 &\Rightarrow \\
1 + \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \cdot \rho_n \cdot P_n - 1 - |\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n < 0 &\Rightarrow \\
\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \cdot \rho_n \cdot P_n - |\bar{\mathbf{h}}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 P_n < 0 &\Rightarrow \\
\cancel{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2} \cdot \rho_n \cdot \cancel{P_n} < \frac{P_n}{2} \cdot \cancel{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2} \cdot (1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|) &\Rightarrow \\
2\rho_n < (1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|) &\Rightarrow \\
2\left(\rho_n - \frac{1}{2}\right) < \sqrt{1 - \rho_n} &\Rightarrow \\
4\left(\rho_n - \frac{1}{2}\right)^2 < 1 - \rho_n &\Rightarrow \\
4\rho_n^2 - 3\rho_n < 0 &\Rightarrow \\
\rho_n \cdot (4\rho_n - 3) < 0.
\end{aligned} \tag{A.5}$$

Com base em (A.5), observa-se que  $c$  é negativo quando  $\rho_n < \frac{3}{4}$ . Com esses resultados, para demonstrar a desigualdade inicial em (A.3), basta provar a seguinte desigualdade:

$$\begin{aligned}
 a^2 b^2 (U_{n,1} - U_{n,2}) &> 2a^2 b c (U_{n,1} - U_{n,2}) \implies \\
 \cancel{a^2 b^2} (\cancel{U_{n,1}} - \cancel{U_{n,2}}) &> \cancel{2a^2 b c} (\cancel{U_{n,1}} - \cancel{U_{n,2}}) \implies \\
 b &> 2(1 + a - b) \implies \\
 3b &> 2 + 2a,
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

substituindo os valores de  $a$  e  $b$ , tem-se que:

$$\begin{aligned}
 3(1 + |\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n) &> 2 + 2\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n P_n \implies \\
 3 + 3|\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n &> 2 + 2\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n P_n \implies \\
 1 + 3|\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n &> 2\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n P_n,
 \end{aligned} \tag{A.7}$$

sabendo que  $|\mathbf{h}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 = |\bar{\mathbf{h}}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}| \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2$ , obtém-se:

$$1 + 3|\bar{\mathbf{h}}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 P_n > 2\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 \rho_n P_n,$$

para fins de simplificação, assume-se que  $\zeta = \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2 P_n$ , logo:

$$\begin{aligned}
 1 + 3|\bar{\mathbf{h}}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 \zeta &> 2\rho_n \zeta \implies \\
 \frac{1}{\zeta} + 3|\bar{\mathbf{h}}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 &> 2\rho_n.
 \end{aligned}$$

Sabendo que o termo  $\frac{1}{\zeta}$  é sempre positivo e visando a simplificar a análise matemática, será analisada apenas a desigualdade a seguir:

$$\begin{aligned}
& \frac{3}{2} |\bar{\mathbf{h}}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 > \rho_n \implies \\
& \frac{3}{2} \left( \frac{1}{2} \cdot (1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|) \right) > \rho_n \implies \\
& \frac{3}{4} \cdot (1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|) > \rho_n \implies \\
& \frac{3}{4} \cdot (1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|) > 1 - |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|^2 \implies \\
& \frac{3}{4} \cdot (1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|) > (1 - |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|) \cdot (1 + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}|) \implies \\
& \frac{3}{4} + |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \bar{\mathbf{h}}_{n,2}| > 1 \implies \\
& \sqrt{1 - \rho_n} > \frac{1}{4} \implies \\
& 1 - \rho_n > \frac{1}{16} \implies \\
& \rho_n < \frac{15}{16} = 0.9375.
\end{aligned} \tag{A.8}$$

Dessa forma, diante das simplificações realizadas é possível garantir que (A.6) é uma desigualdade verdadeira, conseqüentemente, a desigualdade (A.3) também é provada verdadeira, uma vez que  $c$  só é negativo para  $\rho_n < \frac{3}{4}$ .

## APÊNDICE B – PROVA TEOREMA 2

Para a prova do Teorema 2, deve-se analisar o sinal da segunda derivada parcial da função objetivo (6.14). Logo, calculando a segunda derivada de  $W_n$  com relação a  $\alpha$  tem-se que:

$$\frac{\partial^2 W_n}{\partial \alpha^2} = -\frac{U_{n,1} \cdot a^2}{\ln(2) \cdot (1 + a\alpha)^2} - \frac{(U_{n,1} + U_{n,2}) \cdot c^2}{2\ln(2) \cdot (b - c\alpha)^2}, \quad (\text{B.1})$$

dessa forma, observa-se que para qualquer peso aplicados aos usuários a função é estritamente côncava em todo o domínio de  $\alpha$ .

### APÊNDICE C – PROVA TEOREMA 3

Seja a função objetivo expressa por:

$$W_n = \frac{U_{n,1} - U_{n,2}}{2} \cdot \log_2(1 + a\alpha) + \frac{U_{n,1} + U_{n,2}}{2} \cdot \log_2(b + c\alpha), \quad (\text{C.1})$$

onde  $a = \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n P_n$ ,  $b = 1 + |\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n$  e  $c = 1 + a - b$ . Para analisar se a função é estritamente côncava, deve-se analisar o sinal da segunda derivada parcial da função. Se o sinal for negativo para todos os valores de  $\alpha$ , a função é dita estritamente côncava. Dessa forma, a segunda derivada parcial de  $W_n$  em relação a  $\alpha$  será dada por:

$$\frac{\partial^2 W_n}{\partial \alpha^2} = \frac{-(U_{n,1} - U_{n,2}) a^2}{2 \ln(2) (1 + a\alpha)^2} - \frac{(U_{n,1} + U_{n,2}) c^2}{2 \ln(2) (b + c\alpha)^2}. \quad (\text{C.2})$$

É notório que (C.2) é sempre negativa para  $U_{n,2} \leq U_{n,1}$ . Resta, então, analisar o sinal da segunda derivada para o caso em que  $U_{n,1} < U_{n,2}$ . Construindo a inequação para avaliar a negatividade da expressão (C.2), tem-se que:

$$\begin{aligned} & \alpha^2 (2a^2 c^2 U_{n,1}) + \alpha (2ac^2 (U_{n,1} + U_{n,2}) + 2a^2 bc (U_{n,2} - U_{n,1})) \\ & + c^2 (U_{n,1} + U_{n,2}) + a^2 b^2 (U_{n,2} - U_{n,1}) > 0. \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Assume-se o valor máximo de  $\alpha$ , ou seja, 1. Para garantir a desigualdade (C.3), deve-se primeiro observar que os coeficientes  $a$  e  $b$  são sempre positivos, mas  $c$  pode ser negativo ou positivo. Nota-se que a desigualdade (C.3) é válida se  $U_{n,2} > U_{n,1}$  e  $c > 0$ , mas ainda é necessário verificar a desigualdade quando  $c < 0$ . No apêndice A é apresentado detalhadamente que  $c$  é negativo para  $\rho_n < \frac{3}{4}$ . Com esse resultado, para provar a desigualdade inicial (C.3), é suficiente provar a seguinte desigualdade:

$$\begin{aligned} a^2 b^2 (U_{n,2} - U_{n,1}) & > 2a^2 bc (U_{n,2} - U_{n,1}) \implies \\ \cancel{a^2 b^2} (U_{n,2} - U_{n,1}) & > 2\cancel{a^2} \cancel{bc} (U_{n,2} - U_{n,1}) \implies \\ b & > 2(1 + a - b) \implies \\ 3b & > 2 + 2a, \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

substituindo os valores de  $a$  e  $b$ , tem-se que:

$$\begin{aligned}
3(1 + |\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n) &> 2 + 2\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n P_n \implies \\
3 + 3|\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n &> 2 + 2\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n P_n \implies \\
1 + 3|\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 P_n &> 2\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n P_n,
\end{aligned} \tag{C.5}$$

sabendo que  $|\mathbf{h}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 = |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}| \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2$ , obtém-se:

$$1 + 3|\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 P_n > 2\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 \rho_n P_n,$$

para fins de simplificação, assume-se que  $\zeta = \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2 P_n$ , logo:

$$\begin{aligned}
1 + 3|\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 \zeta &> 2\rho_n \zeta \implies \\
\frac{1}{\zeta} + 3|\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 &> 2\rho_n.
\end{aligned}$$

Sabendo que o termo  $\frac{1}{\zeta}$  é sempre positivo, para fins de simplificação na análise matemática, será analisado apenas a desigualdade a seguir:

$$\frac{3}{2} |\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 > \rho_n, \tag{C.6}$$

dessa forma, sabendo que  $|\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}| = |\bar{\mathbf{h}}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|$ , o resultado obtido decorre exatamente como apresentado no apêndice A, ou seja, com as considerações realizadas, mostrou-se que a desigualdade é verdadeira para  $\rho_n < \frac{15}{16}$  o que comprova que a inequação objetivo (C.3) é verdadeira.

## APÊNDICE D – PROVA LEMA 1

Para a prova do Lema 1, na qual é apresentado que a taxa comum em uma subportadora  $n$  será composta pela taxa comum do usuário com o maior peso. Para essa análise, deve-se realizar a substituição dos valores de  $P_{n,1} = \frac{\alpha P_n U_{n,1}}{(U_{n,1} + U_{n,2})} + \frac{\Gamma}{(U_{n,1} + U_{n,2})}$ , e  $P_{n,2} = \frac{\alpha P_n U_{n,2}}{(U_{n,1} + U_{n,2})} - \frac{\Gamma}{(U_{n,1} + U_{n,2})}$  na função da taxa comum apresentada em (5.2). Realizando a substituição e algumas manipulações matemáticas é obtido que:

$$R_{n,c,k} = \log_2 \left( 1 + \frac{(U_{n,1} + U_{n,2}) |\bar{\mathbf{h}}_{n,k}^H \mathbf{f}_{n,c}|^2 (1 - \alpha) P_n}{U_{n,k} \cdot \left( P_n \rho_n \alpha + \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,1}\|^2} + \frac{1}{\|\mathbf{h}_{n,2}\|^2} \right)} \right), \quad (\text{D.1})$$

onde  $R_{n,c} = \min(R_{n,c,1}, R_{n,c,2})$ . Considerando que  $|\bar{\mathbf{h}}_{n,1}^H \mathbf{f}_{n,c}| = |\bar{\mathbf{h}}_{n,2}^H \mathbf{f}_{n,c}|$ , conclui-se que o valor atribuído à taxa comum  $R_{n,c}$  dependerá exclusivamente dos pesos dos usuários alocados na subportadora  $n$ .



## APÊNDICE E – PROVA TEOREMA 4

Para a prova do Teorema 4, deve-se mostrar que para qualquer  $\alpha$ , a segunda derivada de  $W_n$  será negativa (função estritamente côncava). Para ambos os casos (6.22) e (6.24), pode-se reescrever o coeficiente  $a$  da seguinte forma:  $a = 1 - \frac{U_{n,2}}{(U_{n,1}+U_{n,2})} + \frac{U_{n,1} \cdot \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2}{(U_{n,1}+U_{n,2}) \cdot \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2}$  e o coeficiente  $c$  é reescrito na forma  $c = 1 - \frac{U_{n,1}}{(U_{n,1}+U_{n,2})} + \frac{U_{n,2} \cdot \|\mathbf{h}_{n,2}\|^2}{(U_{n,1}+U_{n,2}) \cdot \|\mathbf{h}_{n,1}\|^2}$ . Evidentemente os coeficientes  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$  e  $f$  serão positivos, desta forma, é possível analisar as seguintes equações da segunda derivada parcial em relação a  $\alpha$  para os casos em que  $U_{n,2} \geq U_{n,1}$  e  $U_{n,2} < U_{n,1}$ .

*Caso  $U_{n,2} \geq U_{n,1}$*

Construindo a desigualdade para avaliar o sinal da segunda derivada parcial da função objetivo (6.22) com relação a  $\alpha$ , observa-se que:

$$\frac{\partial^2 W_n}{\partial \alpha^2} = \frac{-U_{n,1} \cdot b^2}{\ln(2)(a+b\alpha)^2} - \frac{(U_{n,2}-U_{n,1}) \cdot d^2}{2\ln(2)(c+d\alpha)^2} - \left( \frac{(U_{n,1}+U_{n,2}) \cdot (d-e)^2}{2\ln(2)(e(1-\alpha)+c+d\alpha)^2} \right) < 0, \quad (\text{E.1})$$

sabendo que nesse caso  $U_{n,2} \geq U_{n,1}$  a desigualdade é verdadeira para qualquer peso atribuído aos usuários em todo domínio de  $\alpha$ .

*Caso  $U_{n,2} < U_{n,1}$*

Da mesma forma, construindo a desigualdade para avaliar o sinal da segunda derivada parcial da função objetivo (6.24) com relação a  $\alpha$ , observa-se que:

$$\frac{\partial^2 W_n}{\partial \alpha^2} = \frac{-(U_{n,1}-U_{n,2}) \cdot b^2}{2\ln(2)(a+b\alpha)^2} - \frac{U_{n,2} \cdot d^2}{\ln(2)(c+d\alpha)^2} - \left( \frac{(U_{n,1}+U_{n,2}) \cdot (b-e)^2}{2\ln(2)(f+(b-e)\alpha)^2} \right) < 0, \quad (\text{E.2})$$

nesse caso, sabendo que  $U_{n,2} < U_{n,1}$  a desigualdade é verdadeira para qualquer peso atribuído aos usuários em todo domínio de  $\alpha$ .

Finalmente, diante das análises desenvolvidas, conclui-se que as funções (6.22) e (6.24) são estritamente côncavas em todo domínio de  $\alpha$ .