



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS DE CRATEÚS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE MINAS

PAULO GILDÁRIO FERREIRA TEIXEIRA

**ANÁLISE COMPARATIVA DA OTIMIZAÇÃO DE CAVA ATRAVÉS DO ALGORITMO
DE LERCHS & GROSSMANN E DA METODOLOGIA DO SEQUENCIAMENTO
DIRETO DE BLOCOS APLICADOS POR SOFTWARES ESPECIALIZADOS**

CRATEÚS

2024

PAULO GILDÁRIO FERREIRA TEIXEIRA

ANÁLISE COMPARATIVA DA OTIMIZAÇÃO DE CAVA ATRAVÉS DO ALGORITMO DE
LERCHS & GROSSMANN E DA METODOLOGIA DO SEQUENCIAMENTO DIRETO DE
BLOCOS APLICADOS POR SOFTWARES ESPECIALIZADOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Graduação em Engenharia de Minas
do Campus de Crateús da Universidade Federal
do Ceará, como requisito parcial à obtenção do
grau de bacharel em Engenharia de Minas.

Orientador: Prof. Me. Emanuel Itaquê
De Negreiros Moreira.

CRATEÚS

2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- T268a Teixeira, Paulo Gildário Ferreira.
Análise comparativa da otimização de cava através do algoritmo de lerchs & grossmann e da metodologia do sequenciamento direto de blocos aplicados por softwares especializados / Paulo Gildário Ferreira Teixeira. – 2024.
78 f. : il. color.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Crateús, Curso de Engenharia de Minas, Crateús, 2024.
Orientação: Prof. Me. Emanuel Itaquê De Negreiros Moreira.
1. Otimização da cava final. 2. Algoritmo de Lerchs & Grossmann. 3. Sequenciamento direto de blocos.
I. Título.

CDD 622

PAULO GILDÁRIO FERREIRA TEIXEIRA

ANÁLISE COMPARATIVA DA OTIMIZAÇÃO DE CAVA ATRAVÉS DO ALGORITMO DE
LERCHS & GROSSMANN E DA METODOLOGIA DO SEQUENCIAMENTO DIRETO DE
BLOCOS APLICADOS POR SOFTWARES ESPECIALIZADOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Graduação em Engenharia de Minas
do Campus de Crateús da Universidade Federal
do Ceará, como requisito parcial à obtenção do
grau de bacharel em Engenharia de Minas.

Aprovada em: 10 de Setembro de 2024.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Me. Emanuel Itaquê De Negreiros
Moreira (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Me. Rafael Chagas Silva
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

Prof. Me. Bruno do Rêgo Soares
Universidade Federal do Ceará (UFC)

À Deus.

À minha mãe Maria Ferreira.

Ao meu irmão Paulo Gildânio.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, à minha família, que sempre me ofereceu suporte nos momentos mais desafiadores, meu eterno agradecimento.

Ao meu orientador, professor Emanuel Itaquê De Negreiros, pela paciência, orientação e tempo gasto ao longo deste percurso, que foram fundamentais para a conclusão deste projeto.

Agradeço também aos membros da banca examinadora, Rafael Chagas Silva e Bruno do Rêgo Soares, por aceitarem avaliar este trabalho e pelas valiosas contribuições para com meu estudo.

Às empresas *MiningMath Software Ltda* e *DATAMINE* por disponibilizarem as licenças dos *softwares* necessários para o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço pela confiança e pela colaboração, que foram imprescindíveis para este projeto.

Também sou grato aos meus colegas de curso pelo convívio, troca de conhecimentos e pelo incentivo mútuo durante todos esses anos e aos professores do departamento de Engenharia de Minas da UFC que me ensinaram durante a graduação, meu sincero agradecimento. Cada aula, conselho e aprendizado transmitido foi crucial para minha formação acadêmica e pessoal.

“Existe o risco que você não pode correr, e existe o risco que você não pode deixar de correr.”

(Peter Drucker)

RESUMO

O planejamento de lavra estratégico é uma etapa fundamental de qualquer empreendimento mineiro e o principal responsável pela escolha do método de otimização que irá definir o *design* da cava final. Este influencia diretamente a viabilidade técnica e econômica das operações de lavra. A cava matemática final pode ser obtida através de métodos de otimização que visam maximizar o valor econômico daquele projeto de mineração que, ao ser descontado para o tempo presente, é utilizado como parâmetro financeiro sobre a decisão de investimento do projeto. Um método de otimização da cava, considerado clássico, é o Algoritmo de Lerchs & Grossmann, formulado em 1965 e amplamente utilizado na indústria mineral desde sua concepção. Este possui duas vertentes, uma bidimensional, baseada em programação dinâmica, e outra tridimensional, formulada com base na teoria dos grafos e na construção de uma árvore normatizada. O método apresenta resultados ótimos para a maximização do valor econômico da cava, necessitando de etapas subsequentes para gerar o melhor cronograma de produção e descontar o valor econômico. Outra abordagem para otimizar a cava é o Sequenciamento Direto de Blocos, formulado no ano de 1968, por Johnson. Este utiliza programação inteira mista para maximizar o valor econômico descontado e considerar uma série de restrições simultaneamente para gerar a cava final e o sequenciamento da lavra em uma única etapa. Devido as limitações computacionais da época, essa abordagem só tornou-se viável para modelos reais na atualidade. Diante disso, o presente trabalho tem como objetivo analisar comparativamente os resultados obtidos na aplicação das duas abordagens de otimização supracitadas em um modelo de blocos. Esta aplicação ocorre para dois cenários distintos: cenário 01, sem restrição de capacidade máxima de extração total e cenário 02, limitando a 6 milhões de toneladas como capacidade anual máxima de extração. Para alcançar este objetivo, o desenvolvimento ocorreu por meio da utilização de *softwares* especializados: o *Studio NPVS*, que incorpora o Algoritmo de Lerchs & Grossmann com a implementação de cavas aninhadas, integrado à abordagem do planejamento de lavra tradicional, sendo formado por etapas sequenciais e interdependentes denominadas de *Ultimate Pit*, *Pushbacks* e *Scheduler*; e o *software MiningMath* que adota a metodologia do Sequenciamento Direto de Bloco e realiza todo o fluxo de trabalho em uma única etapa de forma simultânea. A partir da análise realizada, com base nos resultados das duas abordagens, constatou-se em ambos os cenários que, o valor presente líquido obtido pelo Sequenciamento Direto de Bloco foi superior, indicando uma maior rentabilidade, enquanto o Algoritmo de Lerchs & Grossmann apresentou uma maior eficiência na redução da relação estéril/minério.

Palavras-chave: Otimização da cava final. Algoritmo de Lerchs & Grossmann. Sequenciamento direto de blocos.

ABSTRACT

The strategic mine planning is a fundamental step of any mining enterprise and the main responsible for choosing the optimization method that will define the final pit design. This directly influences the technical and economic feasibility of the mining operations. The final pit can be obtained through optimization methods that aim to maximize the economic value of that mining project which, when discounted to the present time, is used as a financial parameter for the project's investment decision. One classic pit optimization method is the Lerchs & Grossmann Algorithm, formulated in 1965 and widely used in the mining industry since its inception. It has two branches, one two-dimensional, based on dynamic programming, and another three-dimensional, formulated based on graph theory and the construction of a normalized tree. The method presents optimal results for maximizing the economic value of the pit, requiring subsequent steps to generate the best production schedule and discount the economic value. Another approach to optimizing the pit is Direct Block Sequencing, formulated in 1968 by Johnson. This method uses mixed-integer programming to maximize the discounted economic value and simultaneously consider a series of constraints to generate the final pit and the mining sequence in a single step. Due to the computational limitations of the time, this approach only became feasible for real models in recent times. Therefore, the present work aims to comparatively analyze the results obtained from the application of the two aforementioned optimization approaches in a block model. This application occurs for two distinct scenarios: scenario 01, without a maximum total extraction capacity restriction, and scenario 02, limiting the annual maximum extraction capacity to 6 million tons. To achieve this objective, the development was carried out using specialized software: *Studio NPVS*, which incorporates the Lerchs & Grossmann Algorithm with the implementation of nested pits, integrated with the traditional mine planning approach, consisting of sequential and interdependent stages known as Ultimate Pit, Pushbacks, and Scheduler; and the *MiningMath* software, which adopts the Direct Block Sequencing methodology and performs the entire workflow in a single step simultaneously. Based on the analysis performed, considering the results of both approaches, it was found that in both scenarios, the net present value obtained through Direct Block Sequencing was higher, indicating greater profitability, while the Lerchs & Grossmann Algorithm showed greater efficiency in reducing the waste/ore ratio.

Keywords: Final pit optimization. Lerchs & Grossmann algorithm. Direct block sequencing.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Capacidade relativa das subfases da fase de lavra de influenciar nos custos . . .	18
Figura 2 – Representação do comportamento de tomada de decisão em um gráfico de tonelada de minério pelo VPL	22
Figura 3 – Modelo de blocos conceitual	23
Figura 4 – Visualização tridimensional do modelo de blocos com distribuição do teor de ferro por bloco	24
Figura 5 – Duas superfícies (azul e amarela) que respeitam a restrição de superfície . .	33
Figura 6 – Duas superfícies (azul e amarela) que não respeitam a restrição de superfície	33
Figura 7 – Fluxograma simplificado dos processos internos e decisões tomadas durante a execução do software	35
Figura 8 – Sistema de grades criado a partir de uma seção do modelo de blocos	36
Figura 9 – Esquema do corpo de minério e suas rochas encaixantes	37
Figura 10 – Modelo de blocos e valores econômicos	37
Figura 11 – Valores acumulados $M_{(i,j)}$	38
Figura 12 – 108 é definido como valor máximo de $P_{(i,j)}$	39
Figura 13 – Contorno ótimo da cava	40
Figura 14 – Vista plana do processo de criação de <i>pushbacks</i>	42
Figura 15 – Etapas de desenvolvimento do trabalho	44
Figura 16 – Modelo de blocos McLaughlin	45
Figura 17 – Parâmetros do modelo de blocos	47
Figura 18 – Exemplos dos parâmetros geométricos	48
Figura 19 – Dados de importação	49
Figura 20 – Inserção do campo de valor econômico do processamento	51
Figura 21 – Inserção do campo de valor econômico da pilha de estéril	51
Figura 22 – Inserção do valor padrão de densidade, inclinação e taxa de desconto	51
Figura 23 – Destinos dos blocos extraídos	52
Figura 24 – Restrições de produção do cenário 01	52
Figura 25 – Restrições de produção do cenário 02	53
Figura 26 – Restrições de geométricas	53
Figura 27 – Atribuição dos campos importados	54

Figura 28 – Definição do custo de processamento e recuperação do ouro que foram incorporados ao modelo econômico	55
Figura 29 – Configuração da cava final	55
Figura 30 – Gráfico de cavas aninhadas para definição da cava final	56
Figura 31 – Configuração da taxa de consumo do material <i>ore</i> pela usina	57
Figura 32 – Movimentação de material <i>ore</i> anual obtido no cenário 01	61
Figura 33 – Extração anual de material total obtido no cenário 01	62
Figura 34 – Concentração média anual de Au em ppm lavrado no cenário 01	62
Figura 35 – Comparativo entre os VPLs cumulativos do projeto no cenário 01	63
Figura 36 – Cavas do cenário 01 e o destino dos blocos	63
Figura 37 – Cavas do cenário 02 e o destino dos blocos	66
Figura 38 – Movimentação de material <i>ore</i> anual	67
Figura 39 – Extração anual de material total	67
Figura 40 – Concentração média anual de Au em ppm lavrado no cenário 02	68
Figura 41 – Comparativo entre os VPLs cumulativos do projeto no cenário 02	68

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Configuração espacial do modelo de blocos	46
Tabela 2 – Parâmetros econômicos do modelo de blocos	47
Tabela 3 – Parâmetros de capacidade adotados para cada cenário	48
Tabela 4 – Cronograma produzido pelo MiningMath para o sequenciamento da cava final	59
Tabela 5 – Cronograma produzido pelo Studio NPVS para o sequenciamento da cava final	60
Tabela 6 – Resumo dos resultados totais de cada cava final obtida no cenário 01	61
Tabela 7 – Cronograma produzido pelo MiningMath para o sequenciamento da cava final	64
Tabela 8 – Cronograma produzido pelo Studio NPVS para o sequenciamento da cava final	65
Tabela 9 – Resumo dos resultados totais de cada cava final obtida no cenário 02	66
Tabela 10 – Quantidade e classificação dos blocos extraídos em cada cenário, de acordo com a metodologia aplicada	69

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Justificativa	15
1.2	Objetivos	15
<i>1.2.1</i>	<i>Objetivo geral</i>	<i>15</i>
<i>1.2.2</i>	<i>Objetivos específicos</i>	<i>15</i>
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
2.1	Projeto de mineração	17
<i>2.1.1</i>	<i>Fase de planejamento</i>	<i>17</i>
2.2	Planejamento de Lavra Estratégico	19
<i>2.2.1</i>	<i>Valor Presente Líquido (VPL)</i>	<i>20</i>
<i>2.2.2</i>	<i>Modelo de Blocos</i>	<i>23</i>
<i>2.2.2.1</i>	<i>Valor Econômico de Blocos (VEB)</i>	<i>24</i>
2.3	Métodos de Otimização	25
<i>2.3.1</i>	<i>Sequenciamento Direto de Blocos (SDB)</i>	<i>26</i>
<i>2.3.1.1</i>	<i>Programação Inteira Mista (PIM)</i>	<i>26</i>
<i>2.3.1.2</i>	<i>Modelo de Programação Estocástica Inteira (PEI)</i>	<i>29</i>
<i>2.3.1.3</i>	<i>Programação com base em superfície</i>	<i>31</i>
<i>2.3.1.4</i>	<i>Premissa do MiningMath</i>	<i>34</i>
<i>2.3.2</i>	<i>Algoritmo de Lerchs & Grossmann (LG)</i>	<i>35</i>
<i>2.3.2.1</i>	<i>Abordagem bidimensional</i>	<i>35</i>
<i>2.3.2.2</i>	<i>Abordagem tridimensional</i>	<i>40</i>
<i>2.3.2.3</i>	<i>Premissa do Studio NPVS</i>	<i>41</i>
3	METODOLOGIA	44
3.1	Softwares	44
3.2	Dataset McLaughlin	45
3.3	Formatação do Dataset McLaughlin	45
3.4	Parâmetros e restrições	47
<i>3.4.1</i>	<i>Parâmetros econômicos</i>	<i>47</i>
<i>3.4.2</i>	<i>Parâmetros geométricos</i>	<i>48</i>
<i>3.4.3</i>	<i>Restrições de capacidade</i>	<i>48</i>

3.5	Metodologia no MiningMath	49
3.5.1	Importação	49
3.5.1.1	<i>Inserção dos valores econômicos</i>	50
3.5.2	<i>Inserção dos parâmetros e restrições</i>	50
3.5.3	<i>Otimização da cava final e scheduler</i>	53
3.6	Metodologia no Studio NPVS	54
3.6.1	Importação	54
3.6.2	<i>Modelo econômico</i>	54
3.6.3	<i>Otimização da cava final</i>	54
3.6.4	<i>Cavas aninhadas</i>	56
3.6.5	<i>Pushbacks</i>	56
3.6.6	<i>Scheduler</i>	57
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	59
4.1	Cenário 01	59
4.1.1	<i>MiningMath</i>	59
4.1.2	<i>Studio NPVS</i>	60
4.1.3	<i>Comparação no cenário 01</i>	60
4.2	Cenário 02	64
4.2.1	<i>MiningMath</i>	64
4.2.2	<i>Studio NPVS</i>	65
4.2.3	<i>Comparação no cenário 02</i>	65
4.3	Cenário 01 x Cenário 02	69
5	CONCLUSÃO	70
	REFERÊNCIAS	72
	APÊNDICE A –ESQUEMA DE ANÁLISE INDIVIDUAL DE $M_{(2,3)}$ PARA ENCONTRAR $P_{(2,3)}$	75

1 INTRODUÇÃO

O planejamento constitui uma etapa fundamental na gestão de qualquer empreendimento, e no setor de mineração, essa premissa é igualmente aplicável. Este processo é responsável por estabelecer as metas do projeto e os métodos para atingi-las em curto, médio e longo prazo (MAXIMIANO, 2000).

O planejamento de lavra estratégico, ou de longo prazo, é uma atividade realizada no início do projeto, durante os estudos de viabilidade do depósito mineral (LEE, 1984 apud HUSTRULID *et al.*, 2013). Necessitando de atualizações periódicas para considerar mudanças econômicas, condições de mercado, avanços tecnológicos e novas informações sobre o corpo de minério, sempre com o objetivo de adaptar o projeto e o sequenciamento da cava da melhor forma possível, de acordo com as informações mais recentes (SILVA, 2008).

Normalmente, o melhor projeto do planejamento estratégico de lavra trata-se da cava final, ou cava ótima, que pode ser definida como a porção do corpo de minério que, caso seja lavrada, maximiza o valor econômico do empreendimento (CURI, 2014). Para alcançar as metas de longo prazo, o planejamento tradicionalmente adota uma sequência lógica para o fluxo de trabalho, sendo: gerar a cava final; gerar os *pushbacks*; e sequenciar a extração dos blocos para cada período (BURGARELLI, 2017).

Um método de otimização, tido como clássico, e bastante incorporado ao fluxo de trabalho supracitado para gerar a cava final, é o Algoritmo de Lerchs & Grossmann (LG), datado em 1965 e formulado com duas abordagens: uma bidimensional que utiliza da programação dinâmica e uma tridimensional com base na teoria dos grafos (HUSTRULID *et al.*, 2013). Esse método visa definir o limite final da cava de acordo com a remoção dos blocos que maximizam o fluxo de caixa não descontado (LERCHS; GROSSMANN, 1965).

Outra forma de realizar a otimização da cava final é através do Sequenciamento Direto de Blocos (SDB), desenvolvido inicialmente em 1968 por Johnson. No entanto, sua utilização só tornou-se viável devido à avanços computacionais. Diferente do método tradicional, o SDB é formulado em termos de programação inteira mista e considera o período de remoção do bloco na etapa de otimização da cava final. Ou seja, determina-se simultaneamente qual bloco remover e quando remover, realizando todo o fluxo de trabalho em uma única etapa e, por consequência, considera a taxa de desconto para todo o processo (NOGHOLI, 2015).

O presente trabalho foca em analisar de forma comparativa o Algoritmo de LG e o SDB para a otimização da cava final, por meio de *softwares* específicos de mineração: o *Studio*

NPVS que utiliza a abordagem de Lerchs & Grossmann em seu fluxo de trabalho e o *MiningMath* que aplica a formulação do Sequenciamento Direto de Blocos. Para isso, serão utilizados o mesmo modelo de blocos, variáveis e restrições. Com a finalidade de acentuar as principais divergências entre as duas abordagens.

1.1 Justificativa

A decisão de investimento e continuidade do projeto ocorre com base nos resultados obtidos a partir do estudo de viabilidade do empreendimento, com destaque para o Valor Presente Líquido (VPL) e o manejo de material estéril e minério da cava, resultados obtidos especificamente no planejamento de lavra estratégico (WHITTLE *et al.*, 2005). Logo, a metodologia de otimização escolhida para alcançar tais resultados, influencia diretamente nas decisões do projeto, podendo acarretar em decisões de investimento equivocadas e levando à grandes prejuízos financeiros.

Portanto, este trabalho é justificado pela necessidade de analisar comparativamente diferentes métodos de otimização da cava, com a finalidade de aprofundar a compreensão sobre as capacidades e limitações de cada abordagem, de modo que colabore e oriente com a escolha mais assertiva para o método de otimização do planejamento de lavra estratégico.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

Comparar os resultados obtidos pela otimização da cava final por meio do Algoritmo de Lerchs & Grossmann integrado ao fluxo de trabalho convencional, com os resultados alcançados pela metodologia do Sequenciamento Direto de Blocos, utilizando um modelo de blocos de um depósito mineral de ouro.

1.2.2 Objetivos específicos

- Delimitar e sequenciar a cava final para cada metodologia, utilizando os *softwares MiningMath* e *Studio NPVS*;
- Comparar os resultados dos cronogramas gerados pelo *MiningMath* e pelo *Studio NPVS*, focando nos parâmetros anuais de VPL, manejo de massa e concentração de minério;

- Verificar o comportamento da cava final gerada pelo processamento simultâneo do SDB através de cenários distintos, removendo uma restrição de capacidade na etapa de *Scheduler*;
- Identificar e descrever as possíveis divergências e complicações encontradas nas metodologias de cada abordagem.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Com o propósito de familiarizar o leitor a respeito dos conceitos abordados ao longo da pesquisa, este capítulo tem como finalidade apresentar os fundamentos do planejamento de lavra estratégico relacionados à delimitação dos limites de cava, além de elucidar as metodologias de otimização de cava que serão objeto de estudo.

2.1 Projeto de mineração

As operações que envolvem a mineração são divididas em cinco fases distintas: prospecção, exploração, desenvolvimento, lavra e recuperação. Na primeira fase, é realizada uma inspeção visual e medição das propriedades físicas da terra, com o objetivo de localizar depósitos minerais. Na segunda fase, determina-se a existência do depósito por meio de furos de sondagem para estimar a concentração mineral e sua variabilidade ao longo do corpo de minério. A terceira fase, consiste em obter direitos de acesso à terra, preparar previamente o local para a lavra, determinar o método de mineração, estimar a capacidade de produção e infraestrutura capital, além de realizar a metodologia detalhada do projeto. Na quarta fase, o minério é extraído através de um conjunto de operações coordenadas e transportado para ser armazenado em uma pilha de estoque e posteriormente enviado para uma planta de processamento, ou enviado diretamente do local de extração para a planta de processamento. Por fim, a quinta etapa, a recuperação ou fechamento de mina, consiste em restaurar a área onde ocorreu a mineração (NEWMAN *et al.*, 2010).

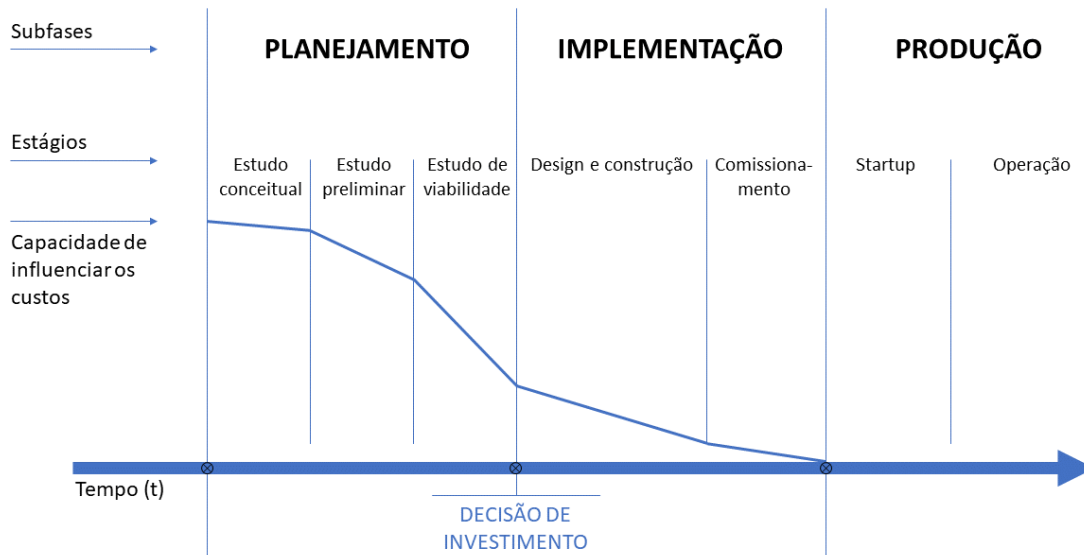
2.1.1 Fase de planejamento

Após confirmar a existência de um depósito mineral na fase de exploração, é necessário avaliar a atratividade econômica do possível empreendimento. Essa avaliação ocorre através da fase (ou subfase) de planejamento, uma etapa inicial composta por estudos, que apresenta a maior oportunidade de minimizar os custos operacionais e maximizar a produtividade e lucratividade do projeto final (HUSTRULID *et al.*, 2013).

Segundo Curi (2014), é fundamental basear todas as decisões de acordo com o entendimento atual da jazida, para isso a subfase é segmentada em três estágios sequenciais e interdependentes, sendo: estudo conceitual, estudo preliminar e estudo de viabilidade. Após realizar as deliberações ao término de cada estudo, a capacidade de influenciar os custos operacionais

diminui, conforme visto na Figura 1.

Figura 1 – Capacidade relativa das subfases da fase de lavra de influenciar nos custos



Fonte: Adaptado de (LEE, 1984 apud HUSTRULID *et al.*, 2013).

O estudo conceitual tem como premissa usar métodos comparativos para a definição prévia do escopo e de técnicas para estimar os custos. Sua principal finalidade é identificar o potencial econômico do depósito mineral. Os custos são estimados com base em dados históricos, ou seja, comparando o depósito recém-descoberto com depósitos semelhantes já estudados anteriormente. O estudo conceitual visa destacar os principais aspectos de investimento de uma possível proposta de mineração (HUSTRULID *et al.*, 2013). Segundo Curi (2014), por ser um estudo comparativo, aceita-se uma margem de erro de cerca de 30%, além de apresentar um custo percentual baixo em relação ao investimento previsto para o projeto, situando-se entre, 0.1% e 0.3%.

O estudo preliminar não apresenta resultados de caráter decisivo para a tomada de decisão do investimento. Entretanto, esse estudo apresenta resultados intermediários entre o estudo conceitual e o estudo de viabilidade. Nesse estágio, são realizados os estudos iniciais de viabilidade econômica. Portanto, seu custo relativo é maior que o do estudo conceitual, sendo na margem de 0.2% a 0.8%. O estudo preliminar tem como principal objetivo determinar se o estudo anterior justifica uma análise mais aprofundada através de estudos de viabilidade técnica e econômica (CURI, 2014).

Ao finalizar o estudo preliminar, caso seus resultados sejam satisfatórios, inicia-se o

estudo de viabilidade, descrito por Curi (2014) como uma análise minuciosa da possibilidade de extração de minério, levando em consideração aspectos econômicos, legais, tecnológicos, geológicos, ambientais e sociopolíticos. Esse estudo possui um custo significativo, variando entre 0.5% a 1.5% do investimento total.

Segundo Curi (2014), o objetivo final do estudo de viabilidade de um projeto de lavra de minas é recomendar ou não o projeto de mina, contudo, o estudo também apresenta outras funções tidas como principais, sendo:

- Prover informações detalhadas e comprovadas dos elementos fundamentais concernentes ao projeto de lavra de minas;
- Representar a lavra de minas por meio de esquemas apropriados, incluindo desenhos, figuras, relação de equipamentos, detalhamento dos custos previstos e resultados esperados;
- Avaliar a lucratividade do projeto.

A conclusão dessa subfase será similar à preparação de um relatório de viabilidade do depósito, e a partir desses dados obtidos ocorre a etapa de decisão de investimento, na qual se realiza a análise decisória acerca da continuidade ou interrupção do empreendimento mineiro (LEE, 1984 apud HUSTRULID *et al.*, 2013). Devido a magnitude do relatório de viabilidade, é imprescindível a inclusão de todas as informações detalhadas que sustentem a compreensão geral e avaliação do projeto ou os motivos para selecionar determinados processos, equipamentos ou cursos de ação. Em virtude disso, os conteúdos presentes no relatório devem abranger diversas áreas de caráter multidisciplinar (TAYLOR, 1977 apud HUSTRULID *et al.*, 2013).

De acordo com Newman *et al.* (2010), os estudos se traduzem em um projeto detalhado de engenharia na fase de desenvolvimento. Logo, o planejamento de lavra, principal responsável do plano de evolução da mina, é comumente fracionado em: planejamento de lavra estratégico; tático; e operacional. Cada plano direcionado ao cumprimento de metas e prazos em um distinto horizonte de tempo, sendo: de longo prazo; médio prazo; e curto prazo, respectivamente.

2.2 Planejamento de Lavra Estratégico

A principal conclusão para à análise sobre a decisão de investimento através do estudo de viabilidade é alcançada pelo planejamento de lavra estratégico, o que denota uma grande importância e papel fundamental para definir a viabilidade econômica do projeto. Esse processo ocorre por meio da comprovação da capacidade do empreendimento de obter lucros e

de reduzir os riscos ou falhas (SEPULVEDA, 2019).

O planejamento de lavra estratégico, nesse contexto, tem como principais metas, maximizar o valor presente líquido do projeto e realizar um aproveitamento eficaz e eficiente dos recursos minerais (SEPULVEDA, 2019). Para cumprir tais metas, os planejadores devem definir o melhor projeto através das áreas de lavra economicamente viáveis e a sequência em que os recursos devem ser aproveitados dentro dessa área (SILVA, 2008).

Segundo Newman *et al.* (2010), a pesquisa operacional vem sendo incorporada à estudos mineiros, com foco na delimitação das áreas lavráveis desde à década de 1960. Com isso, diversos métodos de otimização de cava foram formulados, em sua maioria, utilizando como base um modelo de corpo mineralizado discretizado, ou seja, um modelo de blocos.

Tradicionalmente, o planejamento de lavra estratégico é realizado em três etapas sequenciais: *ultimate pit*; *pushbacks*; e *scheduler*. De acordo com Almeida (2013), o algoritmo de Lerchs & Grossmann (LG) e a implementação de cavas aninhadas é o método de otimização de cava mais popular para delimitar o limite da cava final, através do processo de remoção do conjunto de blocos que maximiza o fluxo de caixa total do projeto e respeita as restrições de inclinação. Com a determinação do *ultimate pit*, o próximo passo é formar as *mining phases (pushbacks)* através do agrupamento das cavas aninhadas, visando orientar o processo de otimização do sequenciamento da mina (*scheduler*).

2.2.1 Valor Presente Líquido (VPL)

A mineração é um ramo em que o empreendimento se estende por um longo período de tempo em virtude da impossibilidade de lavrar todo o depósito mineral de uma só vez. Consequentemente, as empresas necessitam lavrar e processar várias frações de minério no futuro, forçando um reajuste em seu valor devido a depreciação monetária sofrida ao longo do tempo (SOUZA *et al.*, 2018). Logo, para que ocorra uma análise real do retorno sobre o investimento é necessário que todos os fluxos de caixa futuros tenham seu valor descontado para o mesmo tempo. De acordo com Brealey *et al.* (2013), cerca de 75% das organizações utilizam o VPL para realizar esta análise.

Segundo Gallo (2014), a preferência pelo VPL como escolha primária por analistas financeiros para decisão sobre a viabilidade de um empreendimento ocorre por duas razões: primeiro, o VPL considera o valor monetário com a ação do tempo, traduzindo fluxos de caixa futuros em unidades monetárias de hoje; segundo, fornece um número concreto que os gestores

podem usar para comparar facilmente um investimento inicial com o valor presente do retorno.

O processo de análise de uma proposta de investimento com base no VPL inicia-se com uma previsão dos fluxos de caixa que serão gerados pelo projeto durante sua vida útil. A segunda etapa é determinar a taxa de desconto, o qual deverá refletir o valor temporal do dinheiro e será utilizado para descontar os fluxos de caixa futuros do projeto. Como visto na Equação 2.1, o Valor Presente (VP) quando há múltiplos fluxos de caixa, resume-se a soma de todos os fluxos de caixa descontados (BREALEY *et al.*, 2013).

$$\text{Valor Presente (VP)} = \frac{C_1}{(1+i)} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \frac{C_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^n} \quad (2.1)$$

Onde:

C é o valor futuro ou fluxo de caixa;

i é a taxa de desconto;

n é o número de períodos.

Para determinar o VPL, utiliza-se o VP do projeto com a adição do fluxo de caixa inicial, geralmente trata-se do investimento no tempo 0, logo, será um valor negativo. Conforme apresentado por Gallo (2014), a fórmula para o cálculo do VPL pode ser descrita através da Equação 2.2.

$$\text{Valor Presente Líquido (VPL)} = \sum_{t=0}^n \frac{C_t}{(1+i)^t} \quad (2.2)$$

Onde:

i é a taxa de desconto;

n é o número de períodos;

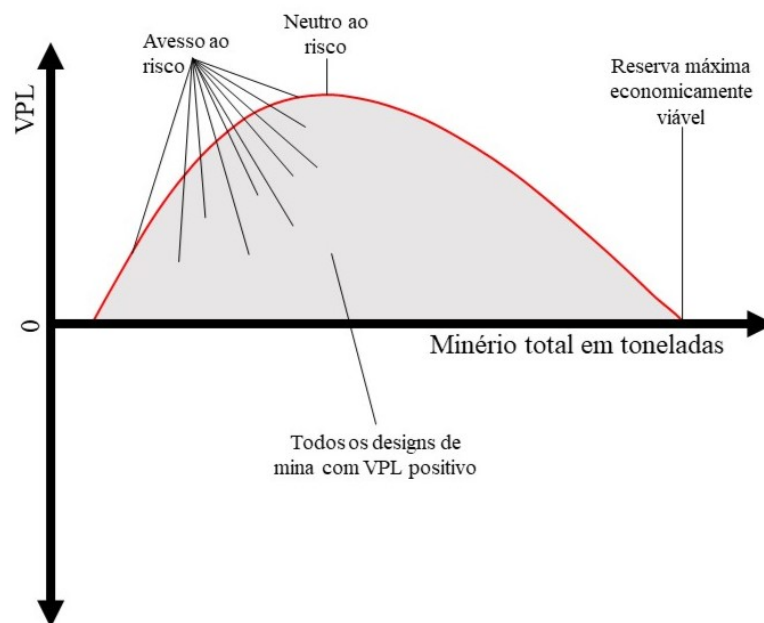
C é a projeção dos fluxos de caixa.

Por fim, com base nos resultados, ocorre a última etapa da análise. Segundo Gallo (2014), caso o valor resultante do VPL seja negativo o empreendimento não é recomendado, pois não haverá retorno suficiente para saldar o investimento inicial. No entanto, se for positivo, o projeto obterá lucros e deve ser aceito. Quanto mais positivo for o VPL, mais benéfico será para

o empreendimento. Ross *et al.* (2013) ressalta que, embora o cálculo e a análise do VPL sejam relativamente simples, a estimativa dos fluxos de caixa e da taxa de desconto, baseada apenas em informações indiretas de mercado, apresenta elevada complexidade. Pequenos erros nessas variáveis podem resultar em alterações significativas no VPL, o que pode levar a uma análise equivocada do investimento.

A maioria das empresas de mineração adotam um comportamento de decisão que busca evitar riscos, isso implica em uma diminuição de custos que gera uma capacidade de produção menor que a ótima, isso afeta o projeto encurtando a vida útil da mina. Nesse contexto, Whittle *et al.* (2005) estabelece uma relação gráfica para o comportamento da tomada de decisão, relacionando o VPL com parâmetros importantes (como tonelada total, toneladas de minério e teores) que também são otimizados para maximizar o próprio VPL em diferentes projetos viáveis. A Figura 2 denota todos os *designs* projetados em que o VPL maximizado é positivo e faz relação com o minério total de cada cava. Normalmente, a curva projetada será convexa e com um único máximo.

Figura 2 – Representação do comportamento de tomada de decisão em um gráfico de tonelada de minério pelo VPL



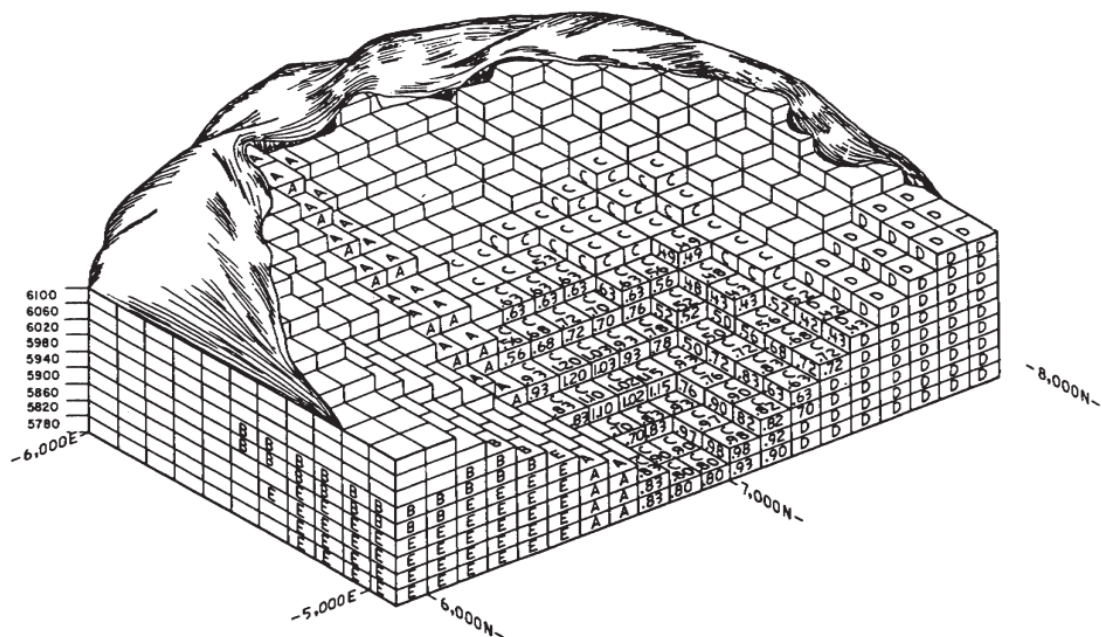
Fonte: Adaptado de (WHITTLE *et al.*, 2005).

2.2.2 Modelo de Blocos

Com o avanço da tecnologia e aprimoramento dos modelos matemáticos, técnicas computacionais foram implementadas no planejamento estratégico da lavra de minas. Uma dessas técnicas é o método de visualização de depósitos em um conjunto de blocos tridimensionais, também denominado de modelo de blocos, conforme ilustrado na Figura 3. Esse método é gerado a partir de um modelo geológico que, diferentemente do método convencional de seções, representa o corpo de minério divididos em blocos e individualmente caracterizados por cores, de acordo com seus atributos (HUSTRULID *et al.*, 2013).

Segundo Hustrulid *et al.* (2013) o modelo de blocos deve estar referenciado de acordo com o sistema de coordenadas do projeto e ter os blocos dimensionados com um tamanho mínimo de 1/4 do intervalo médio entre os furos de sondagem (exemplificando, o tamanho mínimo dos blocos é limitado em 15 metros para grids de perfuração com 60 metros), mas eventualmente a altura dos blocos é definida de modo que coincida com a altura da bancada que será utilizada na lavra.

Figura 3 – Modelo de blocos conceitual

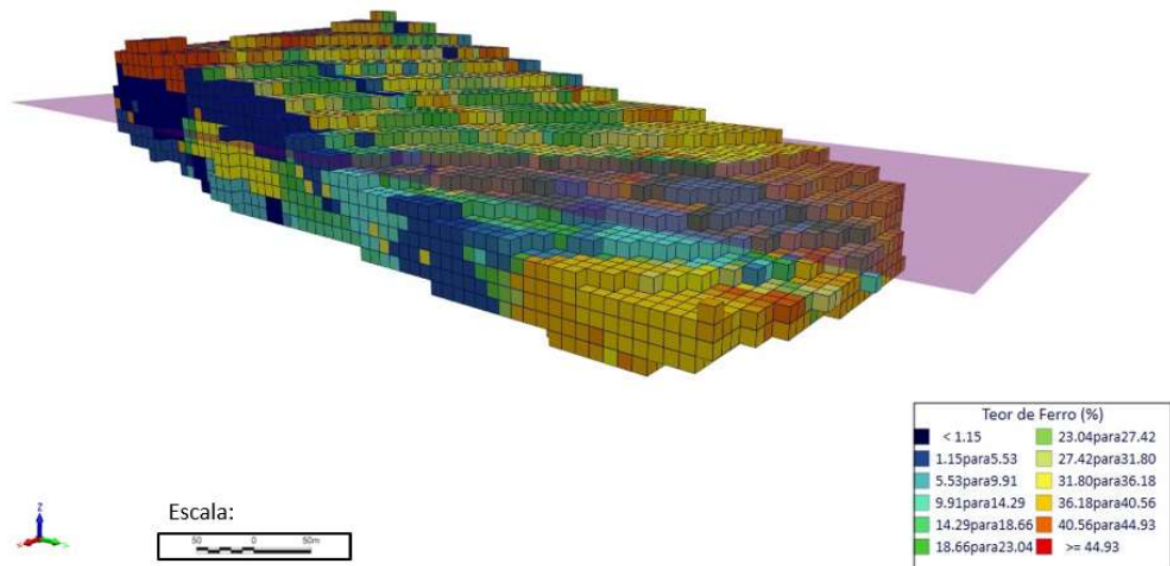


Fonte: (CRAWFORD; DAVEY, 1979 apud HUSTRULID *et al.*, 2013).

Definidas as dimensões dos blocos, Pinto e Dutra (2008) relatam que valores re-

lacionados com informações da geologia, teor, geotecnia, processamento mineral, valor dos produtos e custos de produção e venda podem ser atribuídos a cada bloco por meio de métodos de interpolação usados no cálculo de reservas. A Figura 4 exibe visualmente um modelo de blocos com as informações de teor do produto presente em cada bloco.

Figura 4 – Visualização tridimensional do modelo de blocos com distribuição do teor de ferro por bloco



Fonte: (MATA *et al.*, 2021).

2.2.2.1 Valor Econômico de Blocos (VEB)

De acordo com Wright (1990), cada bloco em um modelo de blocos pode ser caracterizado por: Receita (R), valor recuperável e comercializável do bloco; Custos Diretos (CD), custos que são atribuídos diretamente ao bloco, como: custos de perfuração, desmonte, carregamento, transporte e etc; Custos Indiretos (CI), custos globais dependentes do tempo que não podem ser atribuídos aos blocos individualmente, como: custo de pesquisa, salários, depreciação de máquinas e etc.

O VEB é um valor resultante da diferença entre a receita gerada pela venda do bloco e os custos diretamente associados ao bloco. Para gerar o modelo econômico, cada bloco deve estar conectado ao seu VEB, e é a partir desse valor que torna-se viável identificar os blocos a serem extraídos para maximizar o valor econômico do projeto, denotando a importância do valor econômico presente em cada bloco (CARMO, 2001).

Para a formulação do VEB, a receita líquida representada por R, pode ser calculada

de acordo com a Equação 2.3, sendo: Ton_b a massa do bloco em toneladas, G_b o teor do bloco, Rec é a recuperação da fase de processamento, $Price$ trata-se do preço de venda e $Selling Cost$ são os custos gerados pela venda (RAMAZAN; DIMITRAKOPOULOS, 2013).

$$R = Ton_b * G_b * Rec * (Price - Selling Cost) \quad (2.3)$$

Considerando os parâmetros supracitados, Wright (1990), define o valor econômico do bloco de acordo com a Equação 2.4:

$$VEB = R - CD. \quad (2.4)$$

Wright (1990) ressalta que a Equação 2.4 não resulta no lucro ou prejuízo gerado pela extração do bloco. Para obter tais dados, é necessário considerar os CI, como mostra a Equação 2.5:

$$Lucro \text{ (ou Prejuízo)} = \sum(VEB) - CI. \quad (2.5)$$

Normalmente a renda para blocos de estéril é zero, resultando em VEB negativos, em contrapartida blocos de minério ou de blendagem podem obter VEB menor que zero, zero ou maior que zero, dependendo da quantidade e qualidade de minério contida nos blocos (CARMO, 2001).

2.3 Métodos de Otimização

Segundo Darling (2011), o processo de otimização é o responsável por maximizar ou minimizar um determinado parâmetro através do ajuste de entradas, estruturas ou métodos. Na matemática, otimização tem como definição "encontrar um valor ótimo de uma função, frequentemente sujeita à restrições".

Curi (2014) afirma que até o ano de 1960 os limites da lavra eram traçados manualmente, desde então diversos métodos foram criados e aperfeiçoados em virtude da evolução da informática e da geomatemática, que possibilitou o desenvolvimento de algoritmos específicos para a mineração. As próximas subseções exploram os métodos de otimização que serão utilizados neste trabalho.

2.3.1 Sequenciamento Direto de Blocos (SDB)

A formulação original do método foi apresentada por Johnson (1968) utilizando programação inteira mista, com o propósito de otimizar a produção da época, que majoritariamente era composta por tentativa e erro. De acordo com Miranda e Nader (2019), o método foi fundamentado pelo princípio de Dantzig-Wolfe, que utiliza o algoritmo para decompor o problema principal em subproblemas. Contudo, devido às limitações computacionais da época, sua aplicação tornou-se impraticável para modelos reais, sendo viável apenas na atualidade com os avanços computacionais, dentre eles, Mata *et al.* (2021) ressalta o aperfeiçoamento dos processadores, implementação da tecnologia 64 bits e o processamento paralelo.

2.3.1.1 Programação Inteira Mista (PIM)

Segundo Nogholi (2015), o modelo deve considerar a depreciação do valor da unidade monetária sofrida com o decorrer do tempo, e aplicar restrições ao recurso, como a capacidade de produção e processamento. Uma abordagem clássica para essa formulação presente na literatura, é maximizar o VPL na função objetivo ajustando a igualdade $x_i^t = 1$ em um arranjo de blocos, isso, com a finalidade de conduzir a lavra do bloco i para o período t que contribuir melhor para o aumento do somatório do VP. A equação 2.6 define matematicamente essa abordagem modelada em termos de PIM.

$$Max \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \frac{V_i}{(1+d)^t} * x_i^t \quad (2.6)$$

Onde:

i : indexador do bloco;

I : número total de blocos do modelo (desde $i = 1$ até $i = I$);

t : período de extração do bloco;

T : número total de períodos (de $t = 1$ até $t = T$);

V_i : valor econômico do bloco i ;

d : taxa de desconto;

M_m : capacidade de produção da lavra;

M_l : demanda mínima do processamento mineral;

M_u : demanda máxima do processamento mineral;

g_l : teor mínimo permitido para o processamento mineral;

g_u : teor máximo permitido para o processamento mineral;

g_i : teor do bloco i ;

b_i : tonelagem do bloco i ;

O : conjunto de blocos de minério;

Γ_i : conjunto de blocos que deve ser extraído antes do bloco i ;

x_i^t é o bloco i extraído no período t .

Uma vez que, x_i^t seja uma variável de decisão binária, seus valores podem ser descrito como:

$x_i^t = 0$, caso o bloco i não seja lavrado no período t ;

$x_i^t = 1$, caso o bloco i seja lavrado no período t .

Sujeita às restrições:

$$\sum_{r=1}^t x_j^r - x_i^t \geq 0 \quad \forall i, j \in I; t = 1, 2, \dots, T, j \in \Gamma_i. \quad (2.7)$$

$$\sum_{i=1}^I b_i \cdot x_i^t \leq M_m \quad \forall t = 1, 2, \dots, T. \quad (2.8)$$

$$M_l \leq \sum_{i=1}^O b_i \cdot x_i^t \leq M_u \quad \forall t = 1, 2, \dots, T. \quad (2.9)$$

$$\sum_{i=1}^O (g_i - g_l) \cdot b_i \cdot x_i^t \geq 0 \quad \forall t = 1, 2, \dots, T. \quad (2.10)$$

$$\sum_{i=1}^O (g_i - g_u) \cdot b_i \cdot x_i^t \leq 0 \quad \forall t = 1, 2, \dots, T. \quad (2.11)$$

$$\sum_{t=1}^T x_i^t \leq 1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, I. \quad (2.12)$$

$$x_i^t \in \{0, 1\} \quad \forall i = 1, 2, \dots, I; t = 1, 2, \dots, T. \quad (2.13)$$

A equação 2.7 controla as restrições de precedência dos blocos, de modo que a lavra de um bloco alvo seja bloqueada até a extração completa dos blocos superiores. As equações 2.8 e 2.9 são responsáveis por controlar as capacidades de produção da lavra e do processamento mineral. As restrições 2.10 e 2.11 são responsáveis pela limitação da faixa de teor dos blocos de minérios que serão aceitos no processamento mineral. A equação 2.12 limita a extração de um bloco a um período específico, não permitindo que o mesmo bloco seja lavrado duas ou mais vezes. Por fim, a restrição 2.13 que atribui à variável o valor binário de 0 ou 1 (NOGHOLI, 2015).

Resolver o problema supracitado provou ser uma tarefa desafiadora, devido a complexidade do próprio problema e pela grande quantidade de blocos, períodos de tempo e de restrições necessárias. Logo, diferentes abordagens têm sido formuladas para resolver o sequenciamento de blocos (NOGHOLI, 2015).

Uma abordagem conhecida é minimizar as operações, esse processo ocorre através da redução do número de variáveis e restrições aplicando técnicas de simplificação no modelo, um exemplo ressaltado é o agrupamento de blocos, método de combinação dos blocos em unidades maiores baseadas em critérios de similaridade (BURGARELLI, 2017). A abordagem de agregação reduz a complexidade do problema de sequenciamento ao diminuir o tamanho do mesmo. Uma vez que a unidade do agregado é extraída, libera-se espaço suficiente para a remoção dos agregados inferiores facilitando as relações de precedência do modelo. Porém, o agregado adota como valor de atributo a média dos teores de todos os blocos que formaram a unidade, prejudicando a estimativa fiel dos teores (NOGHOLI, 2015).

Outra abordagem para resolver o problema é a busca de soluções exatas, um caminho utilizado por diversos pesquisadores, no qual pretende-se modificar a estrutura do modelo de PIM por meio de métodos de linearização para resolvê-lo utilizando métodos exatos, como Programação Linear (PL) (RAMAZAN; DIMITRAKOPOULOS, 2013).

Caccetta e Hill (2003) apresentam uma formulação baseada em Programação Linear Inteira Mista (PLIM) que incorpora restrições: do moinho (alimentação e capacidade); volume do material extraído por período; da pilha de estoque; de blendagem; e de logística. No qual desenvolveram uma abordagem *Branch and Cut* para tratar as soluções obtidas para a PLIM, de modo que incorpora todas as restrições na otimização e é capaz de produzir soluções boas

para problemas grandes. Como resultado, para o modelo de blocos com 26208 blocos obtiveram soluções ótimas em 12 minutos com uma margem de erro de 0,4%, já para modelos maiores constatou-se *gaps* de até 2,5% entre a solução encontrada em 4 horas e a ótima. Todavia, devido acordos de confidencialidade, detalhamento desse projeto não foram fornecidos.

2.3.1.2 Modelo de Programação Estocástica Inteira (PEI)

De acordo com Ramazan e Dimitrakopoulos (2013), a função objetivo do *Sequenciamento Direto de Blocos* (SDB) é tipicamente modelada em termos de PIM com o intuito de maximizar o VPL. Entretanto, incertezas nos dados geológicos de entrada precisam ser consideradas.

Para resolver o problema do sequenciamento considerando as incertezas sobre o recurso, Ramazan e Dimitrakopoulos (2013) desenvolveram um modelo de otimização com base na programação estocástica inteira em duas fase. Como entrada, o modelo PEI cria um conjunto de múltiplos cenários, igualmente prováveis, simulados estocasticamente sobre a quantidade de minério no solo. O modelo considera os diferentes cenários e gera um único sequenciamento.

Ramazan e Dimitrakopoulos (2013) utilizam uma função objetivo para maximizar a função de lucro, ou seja, é definida como a diferença entre o VPL esperado e o custo dos desvios em relação às metas de produção planejadas. A função apresentada pode ser dividida em quatro partes, como visto na Equação 2.14:

$$\text{Parte 1} - \text{Parte 2} + \text{Parte 3} - \text{Parte 4} \quad (2.14)$$

Parte 1:

$$\text{Max} \sum_{t=1}^P \sum_{i=1}^N E(VPL_i^t) * b_i^t \quad (2.15)$$

Parte 2:

$$\text{Max} \sum_{t=1}^P \sum_{i=1}^U E(VPL_j^t + MC_j^t) * w_j^t \quad (2.16)$$

Parte 3:

$$\text{Max} \sum_{t=1}^P \sum_{s=1}^M (SV^t / M) * k_s^t \quad (2.17)$$

Parte 4:

$$\text{Max} \sum_{t=1}^P \sum_{s=1}^M (C_u^{to} * d_{su}^{to} + C_l^{to} * d_{sl}^{to} + C_u^{tg} * d_{su}^{tg} + C_l^{tg} * d_{sl}^{tg} + C_u^{tq} * d_{su}^{tq} + C_l^{tq} * d_{sl}^{tq}) \quad (2.18)$$

Onde:

P : número de períodos;

b_i^t : bloco i lavrado no período t e processado no mesmo período;

N : número total de blocos;

U : número de blocos estocados;

M : número de modelos simulados;

w_j^t : bloco j lavrado no período t e enviado para a pilha de estoque;

MC_j^t : custo para enviar o bloco j para a pilha de estoque no período t ;

SV^t : lucro por tonelada obtida pelo processamento de blocos retomados no período t ;

k_s^t : bloco s retomado da pilha de estoque e processado no período t .

A *Parte 1* corresponde à estimativa do VPL obtido a partir do valor econômico de cada bloco extraído e processado no período t ; a *Parte 2* é responsável pelo ajuste do VPL esperado, que torna-se necessário devido o direcionamento dos blocos w_j^t para a pilha de estoque, contabilizando apenas os custos da lavra para esses blocos naquele período t ; a *Parte 3* representa o VPL esperado pelo processamento dos blocos k_s^t da pilha de estoque no período t ; por fim, a *Parte 4* que é responsável por penalizar blocos com base em custos de risco, que é definido baseado nas incertezas geológicas quantificadas em cenários por simulações estocásticas com a finalidade de adiar a extração desses blocos respeitando a gestão de riscos adotada (RAMAZAN; DIMITRAKOPOULOS, 2013).

Ramazan e Dimitrakopoulos (2013) utilizaram um sistema de otimização de duas fases, para aumentar a eficiência do modelo PEI. O modelo inicialmente opera com restrições iniciais para limitar o número de modelos simulados. Em seguida, o modelo é formulado

novamente incluindo as principais restrições estocásticas: restrição de blendagem do teor; restrição de processamento e; restrição de produção para cada período t .

Outras restrições devem ser consideradas: restrições estocásticas de estoques responsáveis por determinar a quantidade e capacidade do material na pilha de estoque de cada período e por definir a quantidade de material que pode ser retirado do estoque, de modo que não seja maior que a quantidade disponível; restrições de ligação que garantem a extração do bloco antes do seu armazenamento; restrições de capacidade e produção do metal e; restrições operacionais (inclinação, reserva e capacidade de mineração) (RAMAZAN; DIMITRAKOPOULOS, 2013).

O estudo apresentou resultados positivos na otimização de um depósito de ouro australiano com 22296 blocos através do modelo PEI, elevando o VPL do projeto em cerca de 10% em relação à abordagens determinística (RAMAZAN; DIMITRAKOPOULOS, 2013).

2.3.1.3 Programação com base em superfície

Almeida (2013) propõe uma abordagem alternativa à abordagem de Ramazan e Dimitrakopoulos (2013). Trata-se de uma formulação baseada em programação estocástica inteira. Entretanto, as restrições são definidas sobre superfícies. Almeida (2013) afirma que esse método reduz consideravelmente as restrições na formulação matemática, enquanto a incerteza e o risco são controlados por meio de restrições rígidas adicionais.

Para aplicar as relações de superfície, Almeida (2013) parte do pressuposto de que os blocos do modelo que descreve o depósito não são distribuídos de forma independente. Logo, é possível definir superfícies como, um conjuntos de elevações em que os períodos de mineração no cronograma de produção são divididos.

Diferente da abordagem típica, que utiliza variável binária para cada bloco, onde $x_i^t = 1$ representa o bloco i minerado no período t e $x_i^t = 0$ para o bloco i não minerado no período t . A abordagem com base em superfície considera apenas a variável binária do bloco com maior profundidade, por coluna, minerada naquele período. Para isso, adotou-se a notação $x_{c,t}^z$ onde, $x_{c,t}^z = 1$ representa o bloco c com elevação z minerado no período t e caso contrários, ajusta-se a igualdade $x_{c,t}^z = 0$ (ALMEIDA, 2013).

A função objetivo (Equação 2.19) proposta por Almeida (2013), pode ser descrita como a maximização do VPL esperado da mineração e processamento dos blocos por período de produção, no qual os valores são cumulativos por superfícies e definidos pela notação $x_{c,t}^z - x_{c,t-1}^z$.

$$\text{Max} \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T \sum_{c=1}^M \sum_{z=1}^Z V_{c,t,s}^z * (x_{c,t}^z - x_{c,t-1}^z) \quad (2.19)$$

Onde:

M : número de células/blocos em cada superfície;

c : índice de localização da célula/bloco;

Z : número de níveis no modelo do depósito mineral;

z : índice do nível;

T : número de períodos e de superfícies consideradas;

t : índice do período;

S : número de modelos de depósito mineral simulados;

s : índice de simulação;

$V_{c,t,s}^z$: VPL acumulado do bloco (c, z) e de todos os blocos acima dele na simulação s e no período t .

Na superfície, os atributos do bloco são acumulados a partir da topografia até o último bloco daquele período, essa abordagem é realizada em cada coluna do modelo. Para garantir que cada superfície t com elevação $e_{c,t}$ tenha, no máximo, a mesma elevação que a superfície $t - 1$, Almeida (2013) aplica a restrição de superfície (Equação 2.20). Essa restrição evita o cruzamento entre superfícies, conforme mostrado pelas Figuras 5 e 6.

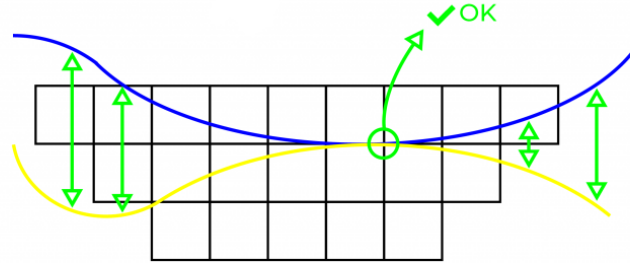
$$e_{c,t-1} - e_{c,t} \geq 0 \quad c = 1, \dots, M; \quad t = 2, \dots, T \quad (2.20)$$

Para garantir que o ângulo máximo entre células seja respeitado dentro das superfícies, Almeida (2013) atribui ao modelo uma restrição de inclinação, no qual a elevação de cada célula é comparada com a elevação das 8 células adjacentes. A restrição é descrita matematicamente pelas Equações 2.21, 2.22 e 2.23.

$$e_{c,t} - e_{x,t} \leq H_x \quad c = 1, \dots, M; \quad t = 1, \dots, T; \quad x \in X_c \quad (2.21)$$

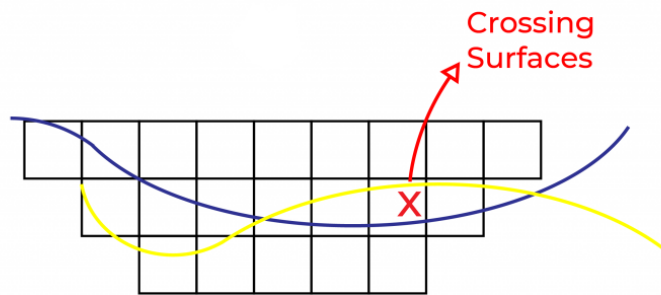
$$e_{c,t} - e_{y,t} \leq H_y \quad c = 1, \dots, M; \quad t = 1, \dots, T; \quad y \in Y_c \quad (2.22)$$

Figura 5 – Duas superfícies (azul e amarela) que respeitam a restrição de superfície



Fonte: (MININGMATH, 2024).

Figura 6 – Duas superfícies (azul e amarela) que não respeitam a restrição de superfície



Fonte: (MININGMATH, 2024).

$$e_{c,t} - e_{d,t} \leq H_d \quad c = 1, \dots, M; \quad t = 1, \dots, T; \quad d \in D_c \quad (2.23)$$

onde: H_x é a diferença máxima de elevação para células adjacentes em contato lateral na direção x; H_y é a diferença máxima de elevação para células adjacentes em contato lateral na direção y; e H_d é a diferença máxima de elevação para células adjacentes em contato diagonal na direção d.

Por fim, para que haja um vínculo entre a superfície de mineração e os blocos minerados no período t , Almeida (2013) utiliza uma restrição de *link*, que compara a elevação dos centroides de cada bloco com a elevação de cada superfície. A Equação 2.24 garante o vínculo e a Equação 2.25 garante que exista apenas um bloco c extraído no período t de nível z .

$$0 \leq \sum_{z=1}^Z (E_c^z x_{c,t}^z) - e_{c,t} \leq \Delta z \quad c = 1, \dots, M; \quad t = 1, \dots, T \quad (2.24)$$

$$\sum_{z=1}^Z x_{c,t}^z = 1 \quad c = 1, \dots, M; \quad t = 1, \dots, T \quad (2.25)$$

2.3.1.4 Premissa do MiningMath

O *software* trabalha com um algoritmo flexível baseado em programação linear inteira mista e utiliza métodos de linearização para lidar com particularidades não lineares do problema. Para tratar de forma eficaz os dados de saída, incorpora um algoritmo *Branch and Cut* ajustado para esse problema de otimização específico, o que fornece mais eficiência do que os otimizadores PLIM padrões, além de ter a formulação baseada em superfícies, como proposto por Almeida (2013), em vez do método de precedência por bloco usual (MININGMATH, 2024).

Apesar de muitos detalhes do algoritmo proprietário serem privados, o *software* utiliza uma formulação matemática similar à descrita na subseção anterior, formulada por Almeida (2013), contudo, adiciona um sistema que penaliza modelos que violam restrições e parâmetros implementados pelo usuário. Já o processo de otimização pode ser simplificado em três etapas principais:

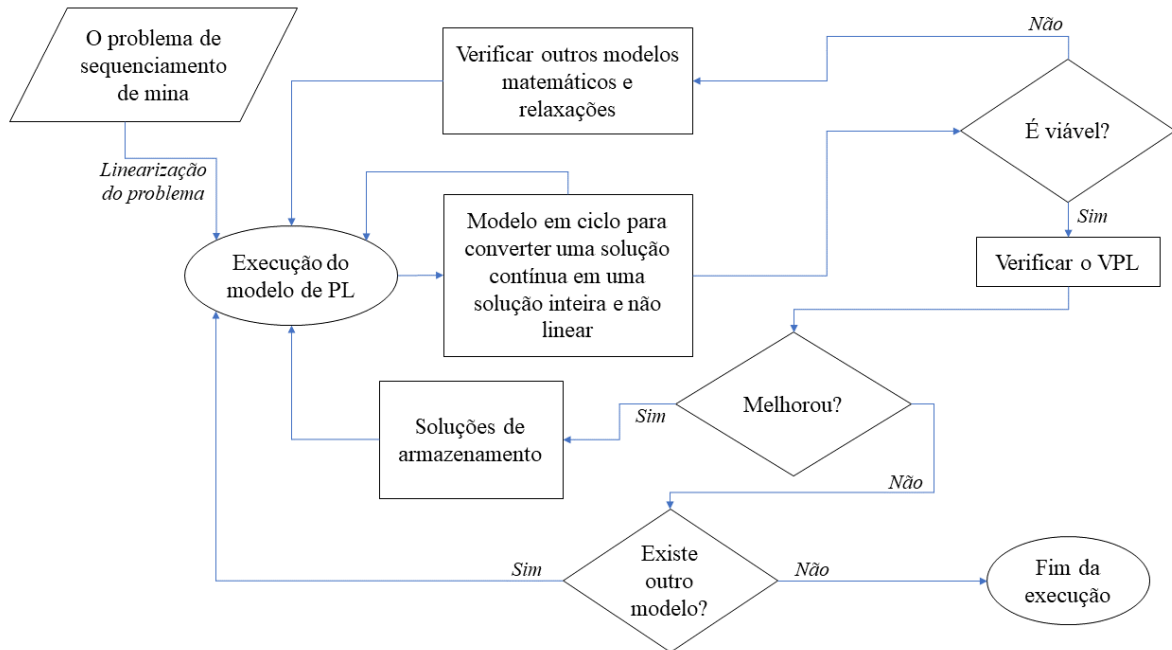
Avaliação inicial: responsável por remover todas as áreas que não agregam valor ao projeto, o resultado dessa etapa é uma superfície inicial que considera as restrições de inclinação;

Linearização do problema e otimização: etapa para aproximar o problema inteiro não linear, através de métodos de linearização, para um problema inteiro linear baseado em superfícies, para então resolvê-lo;

Solução inteira, não linear e avaliação: converter a solução inteira em uma solução inteira e não linear, por meio do algoritmo de *Branch and Cut* do *MiningMath*. Por fim, a solução obtida é avaliada.

Ota e Martinez (2017) apresentam esse processo de forma simplificada através do fluxograma exibido na Figura 7, com as etapas e tomadas de decisão realizada pelo *software* durante o processo de otimização.

Figura 7 – Fluxograma simplificado dos processos internos e decisões tomadas durante a execução do software



Fonte: Adaptado de (OTA; MARTINEZ, 2017).

2.3.2 Algoritmo de Lerchs & Grossmann (LG)

Desenvolvido em 1965, o algoritmo de Lerchs & Grossmann é tido como um método clássico para se obter os limites da cava, e sua abordagem pode ser definida em duas vertentes, uma bidimensional utilizando técnicas de programação dinâmica e outra tridimensional utilizando a teoria dos grafos (HUSTRULID *et al.*, 2013).

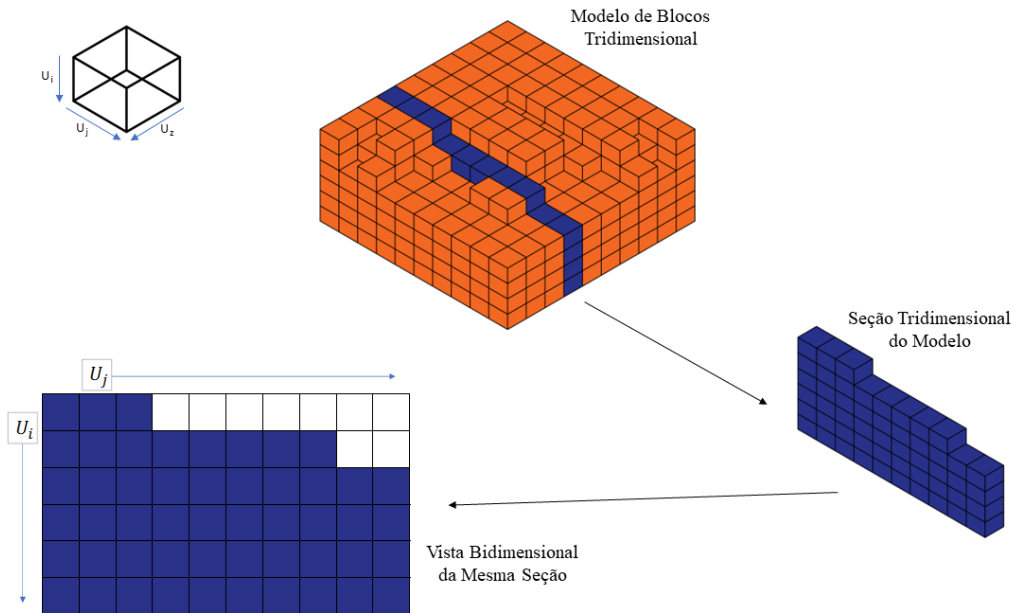
2.3.2.1 Abordagem bidimensional

Segundo Lerchs e Grossmann (1965), a abordagem em duas dimensões é possível a partir da representação do modelo em um sistema de grades formado com base em seções extraídas do modelo de blocos em que os retângulos representam unidades u_i e u_j (Equação 2.26). A Figura 8 exemplifica a criação de um sistema de grades de uma das seções utilizados pela abordagem bidimensional.

$$\frac{u_i}{u_j} = \tan \alpha \quad (2.26)$$

Para cada unidade retangular (seção vertical do bloco) é determinado um valor econômico dado pela Equação 2.4, que, de acordo com a notação utilizada por Lerchs e Grossmann

Figura 8 – Sistema de grades criado a partir de uma seção do modelo de blocos



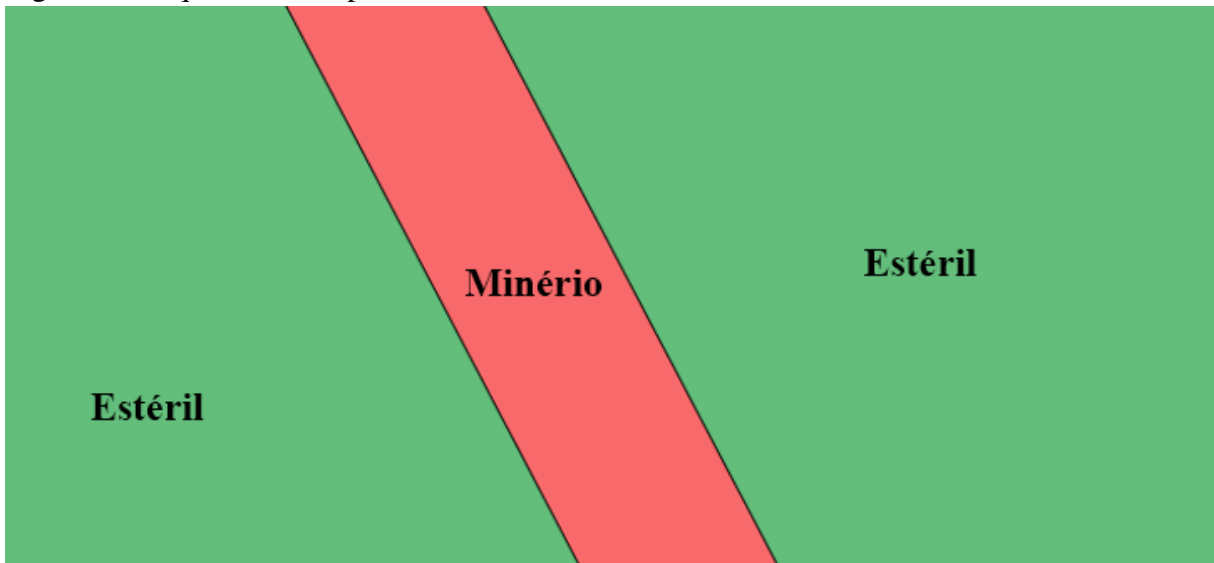
Fonte: Autor.

(1965), equivale a $m_{(i,j)} = v_{(i,j)} - c_{(i,j)}$, sendo: $m_{(i,j)}$ igual ao valor econômico no bloco (i,j); $v_{(i,j)}$ é a receita gerada pela venda do bloco (i,j); e $c_{(i,j)}$ são os custos relacionados com a extração do bloco (i,j).

A Figura 9 foi criada a partir do exemplo descrito por Lerchs e Grossmann (1965) que representa um corpo de minério. O exemplo utiliza a relação 1:1, ou seja, as duas dimensões u_i e u_j são iguais, formando assim, o ângulo de precedência de 45° . Para o valor econômico de cada bloco, foram definidos valores padrões de acordo com a mineralização do mesmo. Logo, temos: o valor líquido para cada bloco mineralizado de $\$12 * 10^3$; o valor líquido para cada bloco de estéril de $\$ - 4 * 10^3$; e os valores dos blocos situados na zona encaixante do minério, que contêm elementos de minério e estéril, obtidos através de média ponderada, resultando em valores de $\$0$ e $\$8 * 10^3$. Hustrulid *et al.* (2013) simplifica o exemplo utilizando apenas $\$12$, $\$-4$, $\$0$ e $\$8$ como valores econômicos, e após finalizar o método reintroduz o fator de 10^3 .

Por meio da discretização da jazida, os valores econômicos são inseridos em cada bloco para compor o sistema de grades, como mostrado na Figura 10. O próximo passo é obter os valores acumulados das colunas j, ou seja, a soma sucessiva dos valores acima de cada bloco que representará o lucro ou prejuízo da extração por colunas. Para isso, utiliza-se a Equação 2.27, resultando na Figura 11.

Figura 9 – Esquema do corpo de minério e suas rochas encaixantes



Fonte: Modificado de (LERCHS; GROSSMANN, 1965).

Figura 10 – Modelo de blocos e valores econômicos

	-4	-4	-4	-4	8	12	12	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
		-4	-4	-4	0	12	12	8	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
			-4	-4	-4	8	12	12	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
				-4	-4	0	12	12	8	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
					-4	-4	8	12	12	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
						-4	0	12	12	8	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
							-4	8	12	12	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
								0	12	12	8	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4

Fonte: Modificado de (LERCHS; GROSSMANN, 1965).

$$M_{(i,j)} = \sum_{k=1}^i m_{(k,j)} \quad (2.27)$$

Onde:

$M_{(i,j)}$ é o lucro obtido na extração de uma única coluna;

$m_{(k,j)}$ é o valor líquido do bloco.

Segundo Lerchs e Grossmann (1965), a próxima seção é obtida a partir de dois passos: o primeiro passo é adicionar uma linha de blocos de ar ($i=0$) acima da primeira linha ($i=1$), em que todos os valores nas unidades são zeros; o segundo passo é obter os valores descrito

Figura 11 – Valores acumulados $M_{(i,j)}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	-4	-4	-4	-4	8	12	12	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
2		-8	-8	-8	8	24	24	8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8	
3			-12	-12	4	32	36	20	-8	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12		
4				-16	0	32	48	32	0	-16	-16	-16	-16	-16	-16			
5					-4	28	56	44	12	-16	-20	-20	-20	-20				
6						24	56	56	24	-8	-24	-24	-24					
7							52	64	36	4	-24	-28						
8								64	48	16	-16							

Fonte: Modificado de (LERCHS; GROSSMANN, 1965).

pela Equação 2.29 com o objetivo de obter a soma cumulativa que representa o contorno da cava, indicando o caminho que maximiza o valor econômico da seção por uma seta indo de (i, j) a $(i + k, j-1)$, com k podendo assumir os valores de $-1, 0$ e $+1$.

Primeiro passo:

$$P_{(0,j)} = 0, \text{ sendo } j \text{ coluna por coluna} \quad (2.28)$$

Segundo passo:

$$P_{(i,j)} = M_{(i,j)} + \max \begin{cases} P_{(i-1,j-1)} \\ P_{(i+0,j-1)} \\ P_{(i+1,j-1)} \end{cases} \quad (2.29)$$

Onde:

$P_{(i-1,j-1)}$ é o bloco na coluna a esquerda e uma linha acima do bloco analisado;

$P_{(i+0,j-1)}$ é o bloco na coluna a esquerda e na mesma linha que o bloco analisado;

$P_{(i+1,j-1)}$ é o bloco na coluna a esquerda e uma linha abaixo do bloco analisado.

O Apêndice A exemplifica a realização da análise individual de um bloco, neste caso, do bloco indicado por $i=2$ e $j=3$ destacado em verde. Ao final da análise, conclui-se que o bloco $P_{(2,2)}$ é o caminho que gera o maior valor resultante para $M_{(2,3)}$, sendo, $P_{(2,3)} = 4$.

Após a conclusão dos dois passos, a nova seção representada pela Figura 12 é gerada. Esta, trata-se da otimização realizada na jazida que foi iniciada com a obtenção dos valores acumulados $M_{(i,j)}$ e tem por finalidade encontrar o valor máximo simbolizado por $P_{(i,j)}$.

Segundo Lerchs e Grossmann (1965), $P_{(i,j)}$ é a contribuição máxima possível das colunas 1 a j para qualquer cava viável que contenha o elemento (i, j) em seu contorno. Caso o elemento (i, j) faça parte do contorno ótimo, então esse contorno, à esquerda do elemento (i, j) pode ser traçado seguindo as setas. Qualquer contorno de cava viável deve conter pelo menos um elemento da primeira linha. Se o valor máximo de P na primeira linha for positivo, então o contorno ótimo é obtido seguindo as setas da direita para a esquerda. Se todos os elementos da primeira linha forem negativos, não existe contorno com lucro. A Figura 13 apresenta o contorno ótimo da cava em destaque a partir do $P_{(i,j)}$ máximo encontrado de 108 ou $\$108 * 10^3$.

Figura 12 – 108 é definido como valor máximo de $P_{(i,j)}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		-4	-4	-4	-4	8	20	44	60	76	92	96	104	108	104	104	100	96	92
2			-12	-12	-12	4	32	60	80	96	100	108	112	108	108	100	96	92	
3				-24	-24	-8	36	72	104	108	116	120	116	116	104	96	88		
4					-40	-24	24	84	116	128	132	128	128	116	104	88			
5						-44	4	80	128	148	144	144	132	120	100				
6							-20	60	136	160	164	152	140	120					
7								32	124	172	176	164	144						
8									96	172	188	172							

Fonte: Modificado de (LERCHS; GROSSMANN, 1965).

Conclui-se que diversos contornos de cavas podem ser delimitados nas seções, pois todos os $P_{(i,j)}$ que resultarem em valores positivos, podem ser considerados contornos viáveis, contudo, apenas o que apresentar o maior valor positivo será o contorno ótimo (HUSTRULID *et al.*, 2013).

O modelo final da cava é obtido por meio da união do contorno da cava ótima de cada seção extraída. Segundo Lerchs e Grossmann (1965), a principal problemática do método bidimensional é a suavização da junção de contornos, que exigia um considerável esforço para modelos reais com grande quantidade de blocos, resultando em soluções com erros que excediam

Figura 13 – Contorno ótimo da cava

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		-4	-4	-4	-4	8	20	44	60	76	92	96	104	108	104	104	100	96	92
2			-12	-12	-12	4	32	60	80	96	100	108	112	108	108	100	96	92	
3				-24	-24	-8	36	72	104	108	116	120	116	116	104	96	88		
4					-40	-24	24	84	116	128	132	128	128	116	104	88			
5						-44	4	80	128	148	144	144	132	120	100				
6							-20	60	136	160	164	152	140	120					
7								32	124	172	176	164	144						
8									96	172	188	172							

Fonte: Modificado de (LERCHS; GROSSMANN, 1965).

os limites permitidos, além de gerar ângulos maiores que os estipulados, tornando-se impraticável para três dimensões.

2.3.2.2 Abordagem tridimensional

O processo de otimização em três dimensões elaborado por Lerchs e Grossmann (1965) baseia-se em um algoritmo de grafos. No qual, o modelo de blocos deve ser transformado em um conjunto de círculos denominados de "nós" que representam os blocos físicos no grafo. Além disso, cada bloco tem um peso associado à ele, podendo ser positivo ou negativo. Em geral, o peso deve ser o atributo que será maximizado. Na mineração, esse atributo é o valor econômico do bloco (HISTRULID *et al.*, 2013).

No grafo, o conjunto de nós pode ser representado por "X". A conexão entre cada nó no grafo é feita através de linhas retas denominadas de arestas. Dois nós (x_i) e (x_j) conectados por uma aresta (e_{ij}), pode ser representado por (x_i, x_j) ou (x_j, x_i) . O conjunto de todas as arestas recebe o símbolo "E" (HISTRULID *et al.*, 2013).

Para indicar os blocos (nós) que serão extraídos antes da remoção de qualquer bloco (nó) de nível inferior, é necessário adicionar um sequenciamento com uma seta na aresta apontando para o bloco sobrejacente (HISTRULID *et al.*, 2013). Considerando um nó x_i subjacente e outro nó x_j de nível superior, o arco pode ser expresso por $a_{ij} = (x_i, x_j)$, logo, o arco a_{ij} denota que a seta aponta de x_i para x_j . O conjunto de todos os arcos é simbolizado por "A" (LERCHS; GROSSMANN, 1965).

Um grafo tridimensional direcionado é obtido através de um conjunto de nós (X) e um conjunto de arcos (A), sendo este, representado por $G = (X, A)$. De acordo com Lerchs e Grossmann (1965), qualquer contorno viável da cava é representado por um fechamento G' , composto por um conjunto de arcos A e um conjunto de nós Y . Se um peso m_i está associada a cada nó x_i , e se M_y é o peso total do conjunto Y , então, o problema do contorno ótimo de uma cava se resume a encontrar um fechamento $G' = (Y, A)$ com o peso máximo no grafo G . Portanto, o fechamento máximo de G , trata-se do contorno de cava que maximiza o valor econômico do modelo de blocos, ou seja, a cava ótima.

Para encontrar o fechamento máximo de um grafo, diferentes técnicas podem ser adotadas. Um algoritmo que se provou eficaz é o da construção de uma árvore normatizada T° em G (LERCHS; GROSSMANN, 1965). A aplicação teórica baseia-se na analogia de uma árvore e suas divisões: raiz e ramos. Sendo: a árvore T um grafo conectado e direcionado que não possui ciclos e apresenta um nó a mais do que arcos; a raiz é um nó selecionado da árvore e; o ramo é a parte da árvore que não possui raiz ao ser cortado pela eliminação de um arco.

De acordo com Carmo (2001), o procedimento para encontrar o fechamento máximo, baseia-se na aplicação da teoria dos grafos por meio das iterações dos nós por conexões. Inicialmente, forma-se uma árvore T° para então ser transformada em árvores sucessivas T^1, T^2, \dots, T^n seguindo regras simples até que nenhuma transformação adicional seja possível.

O fechamento máximo de G será dado pelos nós de um conjunto de ramos da árvore final. Já o sequenciamento da ordem de precedência será definido pelo direcionamento dos arcos do fechamento máximo (LERCHS; GROSSMANN, 1965).

2.3.2.3 *Premissa do Studio NPVS*

O *software* segue o fluxo tradicional de trabalho do planejamento de lavra, sendo formado por etapas individuais e interdependentes após gerar o modelo econômico de blocos. A primeira etapa é a otimização da cava, a segunda etapa é gerar os *pushbacks*, e por fim a terceira etapa, sequenciar os blocos em um horizonte de tempo. Cada etapa gera uma sequência ótima de extração que será utilizada como *input* na etapa seguinte.

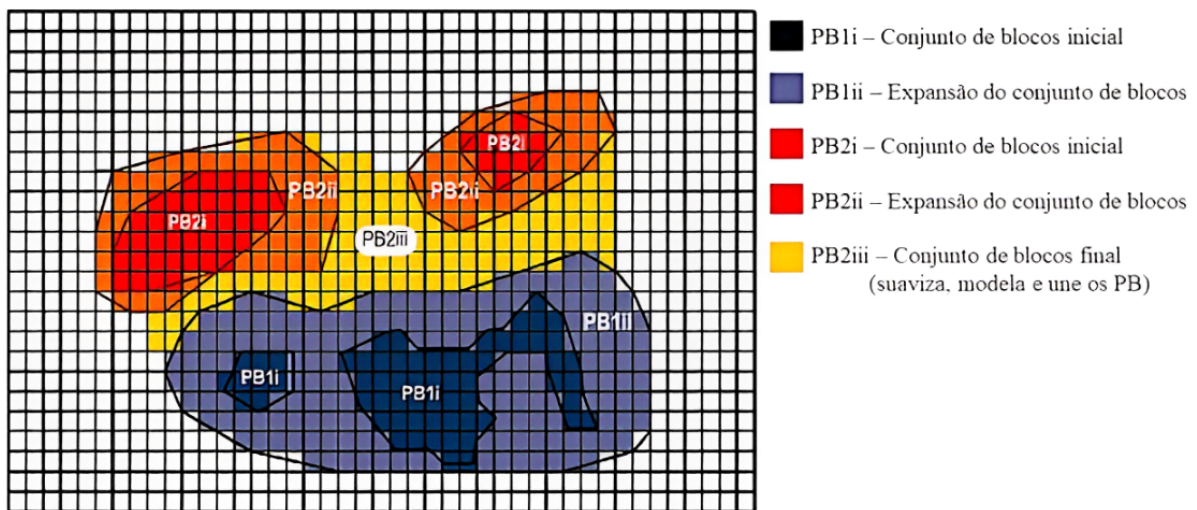
O otimizador da cava considera o fluxo de tempo proporcional à tonelagem de minério extraído. O *software* calcula o VPL com base na sequência ótima de extração, ou seja, o tempo dado para que o bloco 2001 seja extraído na sequência, é determinado pela quantidade de minério contido nos 2000 blocos precedentes (DATAMINE, 2024c).

A etapa de otimização da cava ocorre formando uma série de cavas aninhadas através do algoritmo de LG, criadas aplicando fatores de receita com incrementos no preço do produto. O principal intuito dessa etapa é determinar a maneira mais eficaz de extrair primeiro o minério de maior valor econômico e selecionar o *design* da cava. Em resumo, as cavas viáveis formadas a partir de receitas geradas por preços baixos, são utilizadas para localizar o possível local de início das operações. Conforme o preço aumenta, o tamanho das cavas subsequentes também aumenta, direcionando o sentido da lavra (DATAMINE, 2024a).

Segundo Bai *et al.* (2018), a segunda etapa é responsável por criar os conjuntos de blocos espacialmente conectados por meio da seleção e modificação das cavas aninhadas para formar os *pushbacks* de modo à atender as restrições geométricas e os requisitos de recursos. De acordo com Whittle *et al.* (2005) a principal razão econômica para gerar *pushbacks* é maximizar o VPL com cronogramas do tipo "*best case*", no qual a extração ocorre por cavas.

O processo de criação dos *pushbacks* no *Studio NPVS*, pode ser simplificado em: gerar um conjunto inicial de blocos; depois um conjunto de blocos em expansão de modo à atender as condições impostas de tamanho; e para finalizar esse processo, cria-se um conjunto final de blocos que suaviza, modela e une as *phases* na cava final. A Figura 14 apresenta um diagrama com esse processo (DATAMINE, 2024b).

Figura 14 – Vista plana do processo de criação de *pushbacks*



Fonte: Adaptado de (DATAMINE, 2024b).

Na terceira etapa, para sequenciar os blocos em um cronograma, o *software* adota os dados de entrada em uma nova estrutura de grafo, composta por nós conectados por arcos, com a finalidade de construir uma árvore de decisão, que busca organizar as atividades (termo utilizado

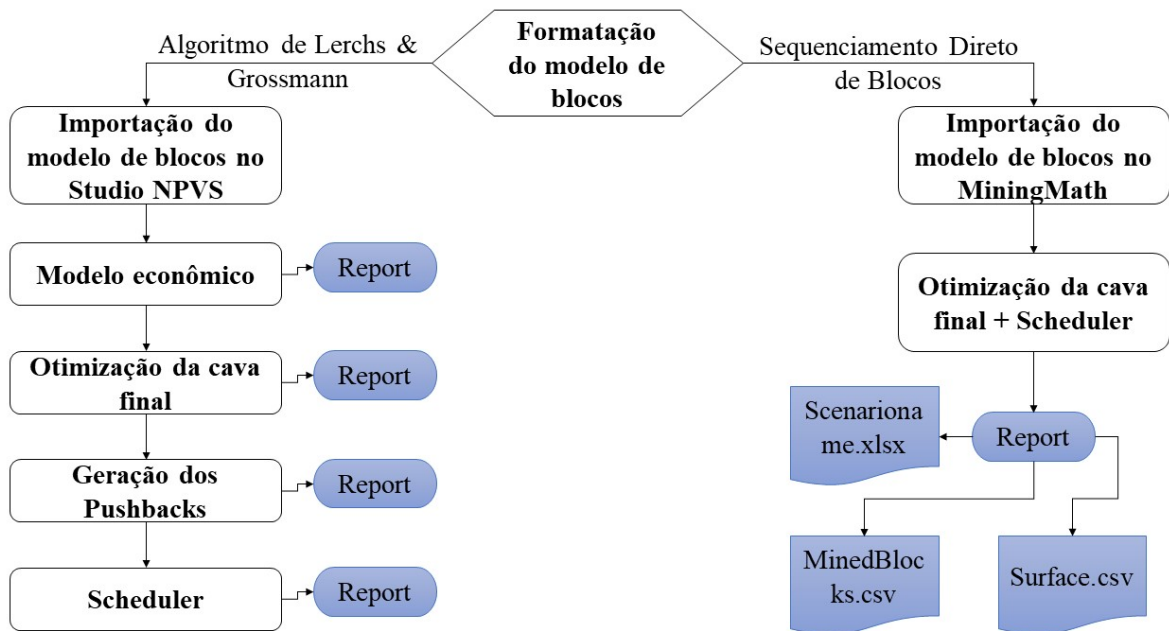
para um conjunto de blocos consecutivos de entrada) em uma sequência que atende os critérios de otimização (DATAMINE, 2024d).

O processo para encontrar o sequenciamento ideal das atividades, inicia-se com o grafo da árvore de decisão, no qual define todos os potenciais cronogramas. Ao encontrar o melhor cronograma, uma sequência de extração ótima de bloco a bloco é obtida a partir das atividades, onde cada bloco recebe uma data de extração, normalmente anual, e os blocos são classificados em uma sequência de extração, preservando a ordem dos blocos da sequência de entrada sempre que possível (DATAMINE, 2024d).

3 METODOLOGIA

Este capítulo tem como finalidade descrever a metodologia adotada com o propósito de atingir os objetivos do trabalho. Para isso, a Figura 15 apresenta de forma sucinta as etapas em um fluxograma.

Figura 15 – Etapas de desenvolvimento do trabalho



Fonte: Autor.

3.1 Softwares

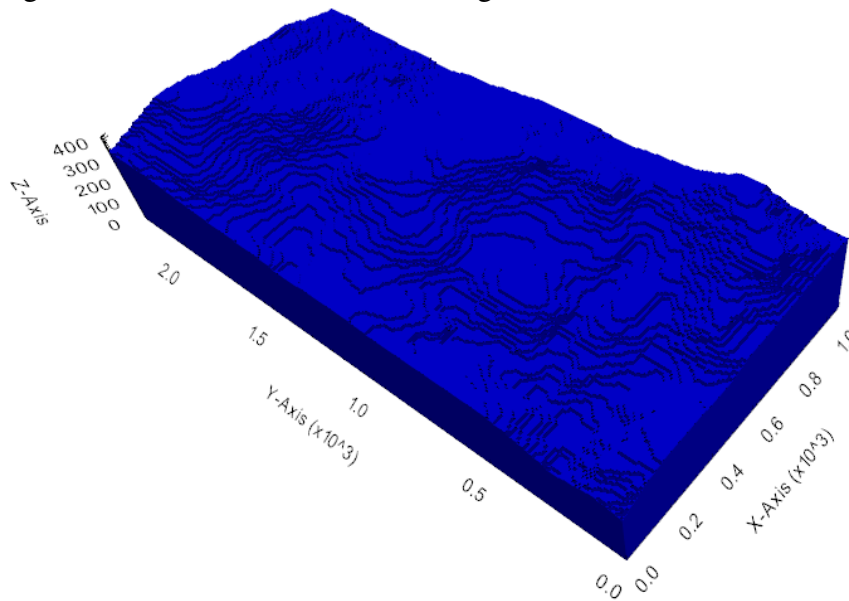
O desenvolvimento do presente trabalho ocorreu por meio dos seguintes *softwares*:

- *Software Studio NPVS* v1.5.16.0 da *DATAMINE*, realiza as etapas de otimização da cava final, *pushbacks* e *scheduler*, utilizando o algoritmo de Lerchs & Grossmann para a otimização da cava;
- *Software MiningMath* v2.4.49 da *MiningMath Software Ltda*, que utiliza o Sequenciamento Direto de Blocos para realizar todo o fluxo de trabalho do planejamento de lavra estratégico;
- *Software Datamine Table Editor* da *DATAMINE*, necessário para editar a tabela e converter o *Dataset* com extensão *.csv* para a extensão *.dm*.

3.2 Dataset McLaughlin

O conjunto de dados McLaughlin disponibilizado em *MineLib* por Espinoza *et al.* (2013), é representado tridimensionalmente pela Figura 16. A região trata-se de um modelo de blocos já regularizado do depósito de ouro, o que significa que todos os blocos possuem o mesmo tamanho. Este modelo contém 2,140,342 blocos, com dimensões em X, Y e Z expressas em índices, além de informações sobre toneladas, densidade e teor de ouro (Au (oz/ton)).

Figura 16 – Modelo de blocos McLaughlin



Fonte: Autor.

3.3 Formatação do Dataset McLaughlin

A formatação do Modelo de Blocos iniciou com a geração das coordenadas X, Y e Z dos centróides de cada bloco. Para isso, aplicou-se fórmulas que calculam a localização de cada centróide baseado nos dados do modelo e sua origem. A Equação 3.1 representa a fórmula usada no cálculo da coordenada X.

$$X = I_x * D_x + O_x - \frac{D_x}{2} \quad (3.1)$$

Onde:

X é a coordenada do centróide em metros;

I_x é o índice do centróide do bloco na direção x;

D_x é a dimensão do bloco no eixo x;

O_x é a origem do modelo de blocos na coordenada x.

Como o *dataset* não apresenta dados reais de coordenadas da origem do modelo, foi adotada uma origem teórica para a inserção de coordenadas dos centróides em metros. Esta operação foi necessária para atender os pré-requisitos de importação do modelo de blocos para ambos os *softwares* utilizados na execução deste trabalho. A Tabela 1 apresenta a configuração espacial do modelo de blocos.

Tabela 1 – Configuração espacial do modelo de blocos

Eixo	Origem	Dimensão dos Blocos	Quantidade de Blocos
X	0 m	(25 ft) 7.620 m	140
Y	0 m	(25 ft) 7.620 m	296
Z	0 m	(20 ft) 6.096 m	068

Fonte: Autor.

Outra ação necessária para foi converter a massa da unidade de onças (*troy*) por tonelada curta para gramas por tonelada métrica. Para isso, multiplicou-se toda a coluna "Au(oz/ton)" por 34.28573 para formar uma nova coluna de atributo, nomeada "Au_PPM". Além disso, outros pré-requisitos para a importação no *MiningMath* foram verificados previamente, sendo eles:

- Modelo de bloco regularizado;
- Modelo não girado;
- Remoção dos blocos de ar;
- Nomes de cabeçalho com menos de 13 caracteres especiais;
- Dados em uma única coluna e em formato de arquivo CSV (*Comma Separated Value*).

Para facilitar a importação no *Studio NPVS*, optou-se por adicionar os campo de definição do modelo de bloco diretamente no conjunto de dados. Este processo foi realizado no *software Table Editor*. A Figura 17 mostra os parâmetros inseridos no *dataset*. Além destes, criou-se um grupo denominado de "lito" que identifica os blocos mineralizados como "1" e os blocos não mineralizados como "0".

Figura 17 – Parâmetros do modelo de blocos

Parameter	Value
XMORIG:	0
YMORIG:	0
ZMORIG:	0
XINC:	7.62
YINC:	7.62
ZINC:	6.096
NX:	140
NY:	296
NZ:	68

Fonte: Autor.

3.4 Parâmetros e restrições

Esta seção apresenta os principais parâmetros e restrições que foram incorporadas na otimização matemática, sendo : os parâmetros econômicos, que influenciam diretamente a viabilidade e eficiência do empreendimento; os parâmetros geométricos, que desempenham um papel vital ao definir a forma e dimensões da cava, influenciando diretamente no processo de extração; e as restrições de capacidade, que representam os limites operacionais de processamento e lavra.

3.4.1 Parâmetros econômicos

Os parâmetros econômicos são definidos nos estudos de viabilidade. Nesta fase, são realizadas análises de sensibilidade e projeções de preços e custos relacionados com o material de produção, tendo como base em seus históricos. Visto que o foco deste trabalho é a comparação entre metodologias, realizar tais projeções supracitadas não contribuiria com os resultados. Logo, optou-se por utilizar os mesmos valores presentes na descrição do *Dataset*.

O modelo possui dois tipos de blocos, sendo blocos "Ore" aqueles que contêm mineralizações de ouro e blocos "Waste" formados por rochas encaixantes. A Tabela 2 resume todos os parâmetros econômicos que foram utilizados como dados de entrada em ambos os *softwares*.

Tabela 2 – Parâmetros econômicos do modelo de blocos

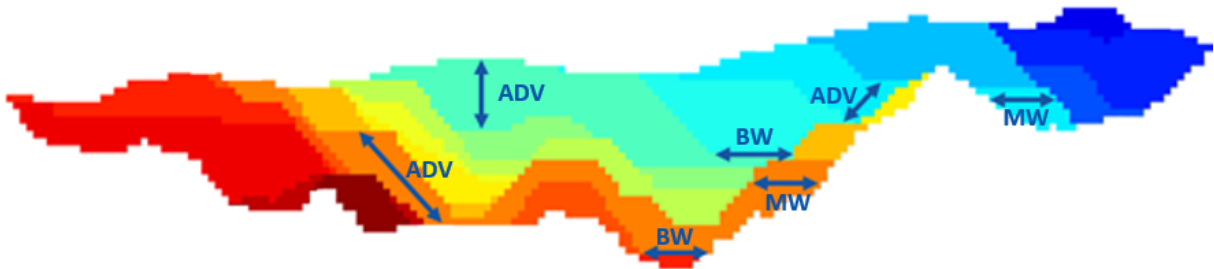
Tipo	Elemento	Preço de Venda	Custo de Venda	Custo de Extração	Custo de Processamento	Recuperação
Ore	Ouro	29 \$/g	1.32 \$/g	4 \$/ton	19 \$/ton	88%
Waste	Encaixante	-	-	4 \$/ton	-	-

Fonte: Autor.

3.4.2 Parâmetros geométricos

A Figura 18 apresenta visualmente cada parâmetro geométrico da cava, sendo: BW a largura mínima inferior da cava necessária para os equipamentos realizarem as operações; MW a largura mínima horizontal entre as superfícies das paredes das cavas de cada período e; ADV o avanço vertical máximo. Para este trabalho, foram utilizados os seguintes parâmetros: BW definido como 40 metros e MW estabelecido em 40 metros.

Figura 18 – Exemplos dos parâmetros geométricos



Fonte: (MININGMATH, 2024)

3.4.3 Restrições de capacidade

Neste tópico, dois cenários foram criados com a finalidade de acentuar as divergências entre abordagens. O cenário 01 foi definido apenas com a restrição de capacidade total de material (*ore*) em toneladas suportado pelo processamento, enquanto o cenário 02 foi composto com as restrições de capacidade total de material (*ore*) em toneladas suportado pelo processamento e a capacidade total de material extraído diretamente da lavra (*ore* e *waste*). A Tabela 3 apresenta os dados utilizados como capacidade para cada cenário deste trabalho.

Tabela 3 – Parâmetros de capacidade adotados para cada cenário

Parâmetros	Cenário 01	Cenário 02
Capacidade de processamento	3.3 M de ton/ano	3.3 M de ton/ano
Capacidade de lavra	-	6 M de ton/ano

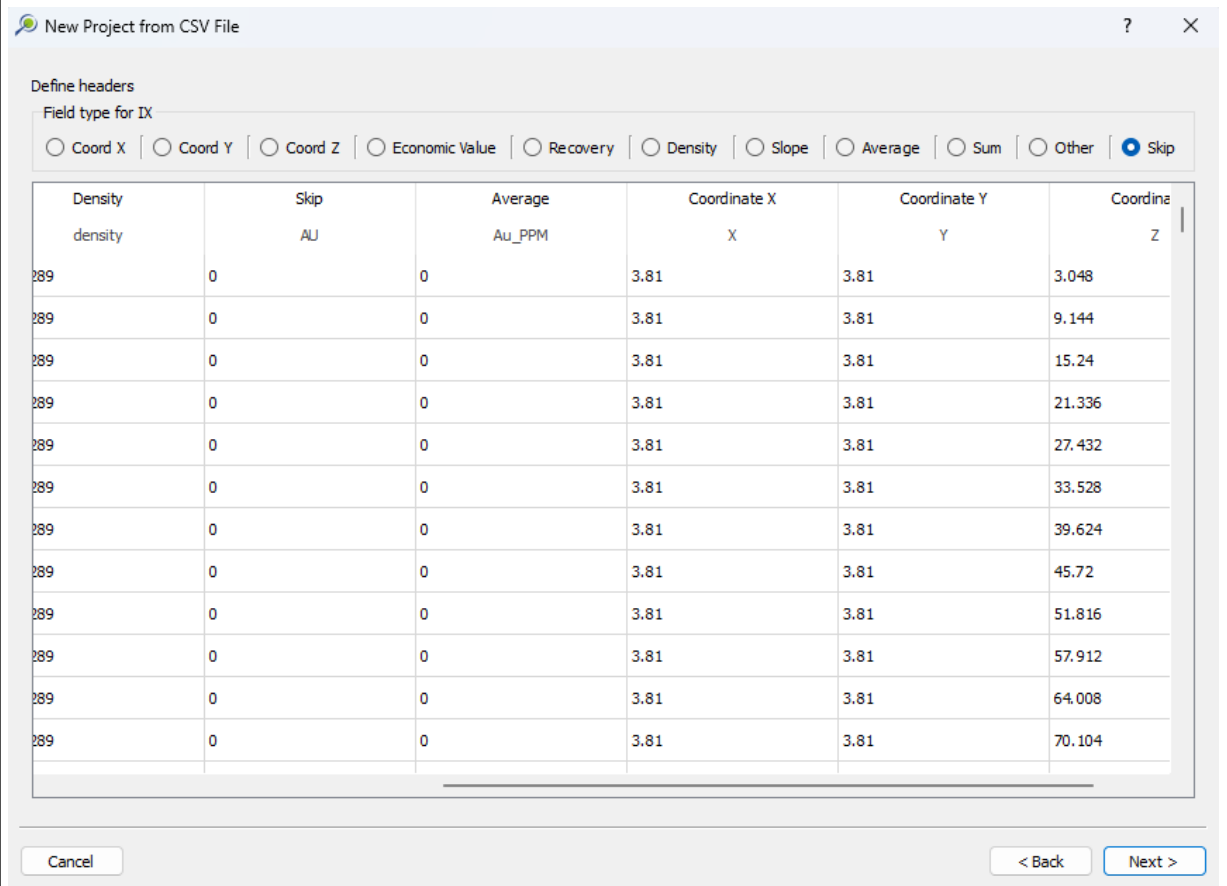
Fonte: Autor.

3.5 Metodologia no MiningMath

3.5.1 Importação

A importação ocorreu por meio de um anexo no formato .CSV, previamente formatado de acordo com os pré-requisito do *software*. Após anexar o arquivo, ocorreu a etapa de inserção dos dados de localização da origem e dimensões dos blocos de acordo com a Tabela 2. Em seguida, foi definido cada campo do cabeçalho de acordo com os atributos pré-definidos da aba de importação, sendo: coordenadas (X,Y,Z); *economic value*; *recovery*; *density*; *slopes*; *average*; *sum*; *other*; *skip*. Conforme pode ser visto na Figura 19, nesta etapa foram importados somente dados de coordenadas, teores (*average*) e densidades (*density*). Os demais valores foram rotulados como *skip*.

Figura 19 – Dados de importação



Density	Skip	Average	Coordinate X	Coordinate Y	Coordinate Z
density	AU	AU_PPM	X	Y	Z
289	0	0	3.81	3.81	3.048
289	0	0	3.81	3.81	9.144
289	0	0	3.81	3.81	15.24
289	0	0	3.81	3.81	21.336
289	0	0	3.81	3.81	27.432
289	0	0	3.81	3.81	33.528
289	0	0	3.81	3.81	39.624
289	0	0	3.81	3.81	45.72
289	0	0	3.81	3.81	51.816
289	0	0	3.81	3.81	57.912
289	0	0	3.81	3.81	64.008
289	0	0	3.81	3.81	70.104

Fonte: Autor.

Finalizado a seleção dos cabeçalhos, os dados indicados são importados e o *MiningMath* resulta em uma tela inicial com as informações do modelo de blocos e um local destinado à criação de cenários para compor a árvore de decisão do projeto.

3.5.1.1 Inserção dos valores econômicos

O *MiningMath* requer no mínimo dois destinos obrigatórios, um voltado para a usina de processamento e outro direcionado à pilha de estéril. Para isso, cada bloco do modelo deve estar associado ao valor econômico do mesmo, um para a usina de processamento e outro para a pilha de estéril, o *software* decide com qual valor econômico trabalhará em cada bloco visando a maximização do VPL. Para definir a função de destino que resulta no valor econômico de cada bloco, utilizou-se as Equações 3.2 e 3.3, conforme pode ser visto nas Figuras 20 e 21.

$$\begin{aligned} ProcessFunction = BlockSize * Density * [GradeAU * RecoveryAu * (SellingPriceAU \\ - SellingCostAu) - (ProcessingCost + MiningCost)] \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$WasteFunction = -(BlockSize * Density * MiningCost) \quad (3.3)$$

Onde:

ProcessFunction: função econômica para o processamento;

WasteFunction: função econômica para o rejeito;

BlockSize: volume do bloco (m³);

Density: densidade do bloco (ton/m³);

GradeAU: teor de ouro no bloco;

RecoveryAu: taxa de recuperação do ouro;

SellingPriceAU: preço de venda;

SellingCostAu: custo de venda;

ProcessingCost: custo de processamento;

MiningCost: custo de mineração.

3.5.2 Inserção dos parâmetros e restrições

A inserção dos parâmetros iniciou-se através do formulário *General*, onde foi possível adicionar um valor padrão para a densidade, a inclinação, a taxa de desconto e para os custos referentes à pilha de estoque. Como este projeto não possui pilha de estoque, os blocos de minério são transportados diretamente do local de lavra para a usina de processamento.

Figura 20 – Inserção do campo de valor econômico do processamento

The screenshot shows a 'New field' dialog box with the following fields:

- Field name: ProcessFunction
- Field type: Economic Value
- Expression: $[BlockSize] * [density] * ([Au_PPM] * [RecoveryAu] * (29 - 1.32) - (4 + 19))$

Fonte: Autor.

Figura 21 – Inserção do campo de valor econômico da pilha de estéril

The screenshot shows a 'New field' dialog box with the following fields:

- Field name: WasteFunction
- Field type: Economic Value
- Expression: $-[BlockSize] * [density] * 4$

Fonte: Autor.

Dessa forma, apenas os três primeiros parâmetros foram preenchidos, sendo eles: $3t/m^3$, 45° e $15\%/ano$, respectivamente (Figura 22).

Figura 22 – Inserção do valor padrão de densidade, inclinação e taxa de desconto

The screenshot shows the 'General' settings dialog box with the following fields:

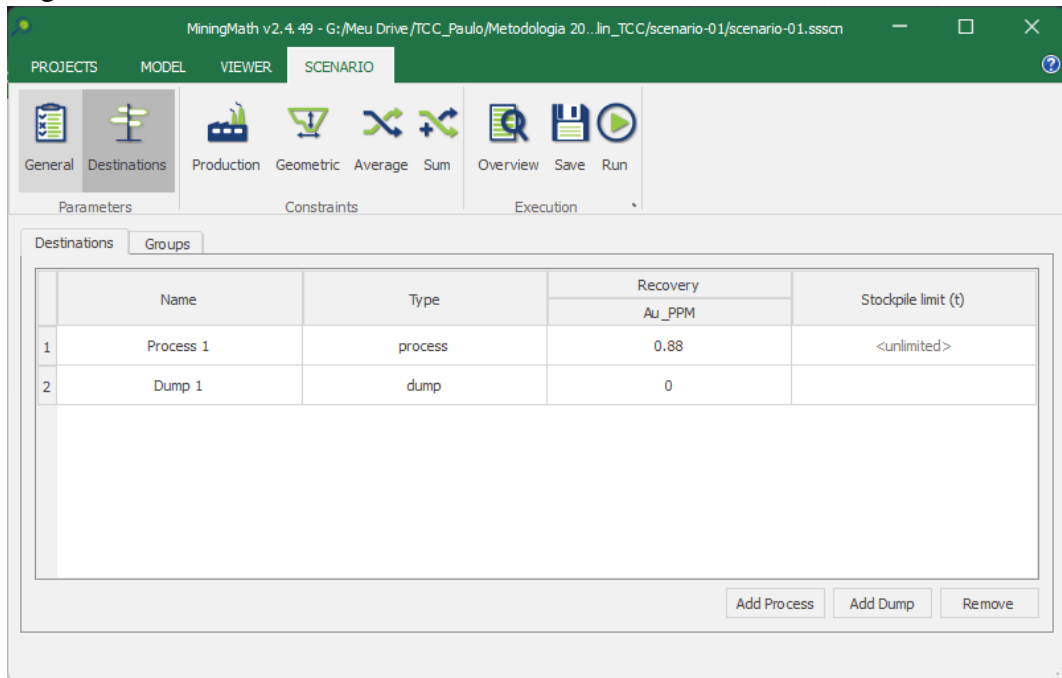
- Densities (t/m^3): Field: density, Default value: 3
- Slope angles (degrees): Field: <none>, Default value: 45
- Economic parameters (%/year): Discount rate: 15
- Stockpiling (cost/t): Stockpiling (cost/t)
- Fixed mining cost: [empty field]
- Rehandling cost: [empty field]

Fonte: Autor.

Na guia *Destinations*, o destino dos blocos após a extração é adicionado. Neste caso, será adicionado apenas um destino denominado *process* (blocos direcionados para a usina de processamento) e um destino denominado *dump* (blocos enviados para a pilha de estéril) (Figura 23).

No grupo *Constraints*, as restrições de produção e geométricas foram aplicadas. Utilizando a ferramenta *Production*, o cenário 01 foi configurado conforme mostra a Figura 24. Com o intervalo em anos, definido do ano 1 até o ano final de produção, e no campo *Production*

Figura 23 – Destinos dos blocos extraídos



Fonte: Autor.

capacities (t), a capacidade da usina foi limitada a 3.3 Mt/ano. Não foram estabelecidos limites para a pilha de estéril e a para a capacidade de extração total. Por fim, no campo *Economic Values*, foram selecionados os dados anteriormente gerados pelas Equações 3.2 e 3.3.

Figura 24 – Restrições de produção do cenário 01

Periods ranges				Production capacities (t)			Economic Values	
From	To	Timeframe	Description	Process 1	Dump 1	Total	Process 1	Dump 1
1	<end>	Years (1)		3,300,000	<unlimited>	<unlimited>	ProcessFunci...	WasteFunction

Fonte: Autor.

Da mesma forma, o cenário 02 foi configurado conforme mostra a Figura 25, com o intervalo em anos, do ano 1 até o ano final de produção. No campo *Production capacities (t)*, a capacidade da usina foi novamente definida em 3.3 Mt/ano, sem limite estabelecido para a pilha de estéril, mas com a capacidade de extração total definida em 6 Mt/ano; Por fim, semelhante ao cenário anterior, os dados no campo *Economic Values* foram selecionados a partir das Equações 3.2 e 3.3.

Figura 25 – Restrições de produção do cenário 02

Periods ranges				Production capacities (t)			Economic Values	
From	To	Timeframe	Description	Process 1	Dump 1	Total	Process 1	Dump 1
1	<end>	Years (1)		3,300,000	<unlimited>	6,000,000	ProcessFunci...	WasteFunction

Add Range Remove

Fonte: Autor.

A ferramenta *Geometric* permitiu adicionar os parâmetros geométricos e os limites de lavra. No grupo *Geometric constraint (m)* foi inserido os parâmetros citados na subseção 3.4.2 e no grupo *Surface mining limits* não foi definido limite de bloqueio na superfície para a lavra (Figura 26).

Figura 26 – Restrições de geométricas

Period ranges			Geometric constraint (m)				Surface mining limits	
From	To	Timeframe	jm mining width	jm mining length	jm bottom width	l rate of advanc	Force mining	Restrict mining
1	<end>	1	40	<none>	40	<unlimited>	<none>	<none>

Fonte: Autor.

3.5.3 Otimização da cava final e scheduler

No grupo *Execution*, a ferramenta *Overview* resumiu todos os parâmetros que foram incorporados na otimização em uma única tela, e através do comando *Run* é iniciada a otimização da cava final e o processo de sequenciamento em uma única etapa que, ao finalizar, resultou em

um *report* formado por tabelas exportadas.

3.6 Metodologia no Studio NPVS

3.6.1 Importação

Após devidamente formatado e convertido em arquivo.dm pelo *software Table Editor*, o conjunto de dados é importado pela opção *Import Data: Datamine Model* presente na ferramenta *Optimization* da aba *Tasks Pane*.

Assim como no *MiningMath*, foram importados os dados de coordenadas dos centróides, teores e densidades. Além destes, também foi importado um campo denominado de lito. A Figura 27 apresenta à atribuição de cada função aos campos importados e os tipos de rochas do campo "Lito".

Figura 27 – Atribuição dos campos importados

	Field	Assigned to
1	density	Density
2	Au_PPM	Product
3	Lito	Rock Type

Code	Label	Material
0	WASTE	waste
1	ORE	ore

Fonte: Autor.

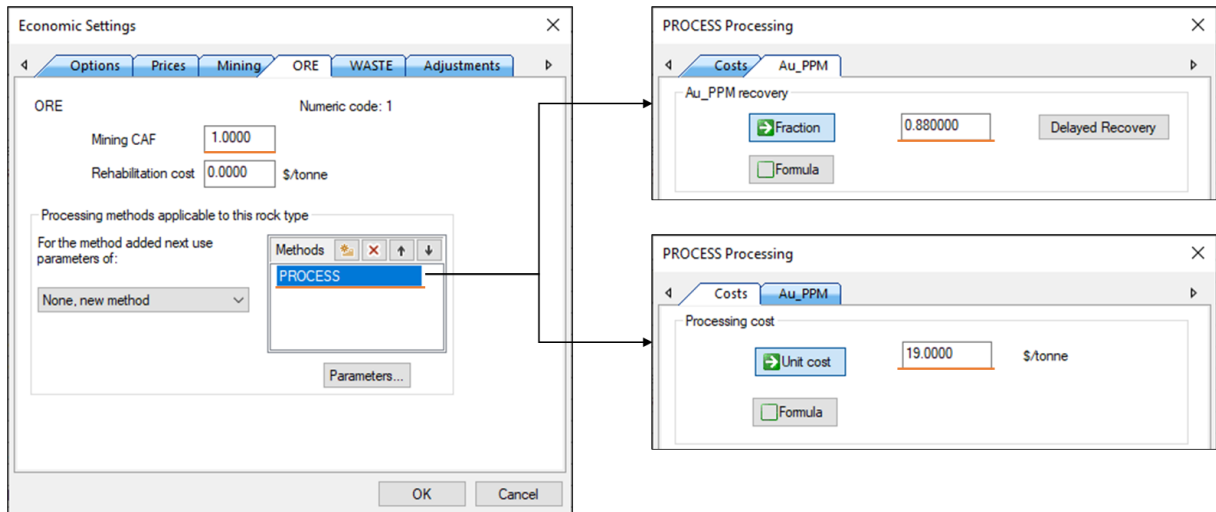
3.6.2 Modelo econômico

Para gerar o modelo econômico após a importação do modelo de blocos, utilizou-se como dados de entrada os parâmetros descritos na Tabela 2. O custo de processamento e recuperação do produto foram implementados de acordo com a Figura 28, além disso, o fator *Mining CAF* foi mantido com valor igual a 1 para os dois tipos de rochas: "ORE" e "WASTE". Por fim, gerou-se o modelo econômico.

3.6.3 Otimização da cava final

Na opção *Ultimate Pit: Settings* configurou-se os dados necessários para a otimização da cava final, inicialmente preenchendo a taxa de desconto anual que será empregue no cálculo do VPL e a taxa média de produção de minério por ano. Os valores de entrada foram: 15% e 3,300,000 tonelada/ano respectivamente. Na guia *Ultimate Pit*, selecionou-se o campo para maximizar o fluxo de caixa através do método de Lerchs & Grossmann (Figura 29). Já na guia

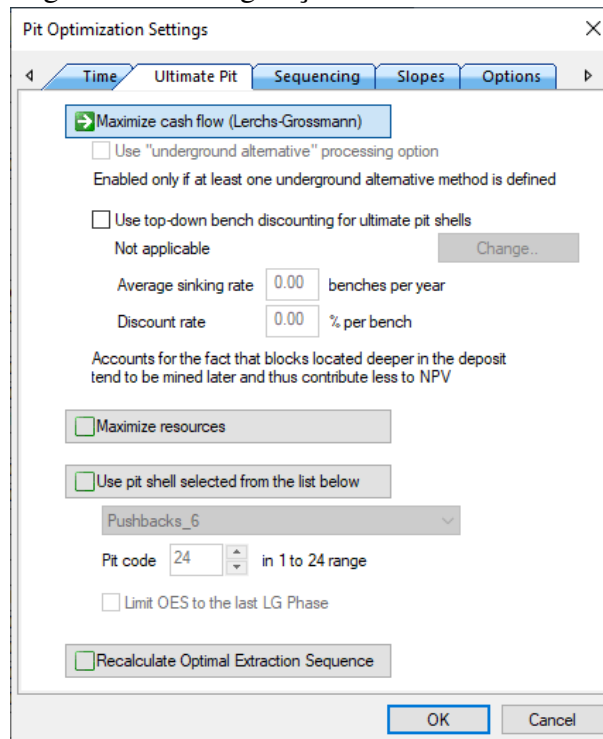
Figura 28 – Definição do custo de processamento e recuperação do ouro que foram incorporados ao modelo econômico



Fonte: Autor.

Sequencing, a otimização do VPL seguiu o parâmetro de *price factors* com o fator de receita máximo estipulado em 100% e incrementos de 1%. Por fim, definiu-se uma região global com o ângulo geral de 45° e uma restrição geométrica (BW) para gerar a largura mínima inferior da cava de 40 metros.

Figura 29 – Configuração da cava final

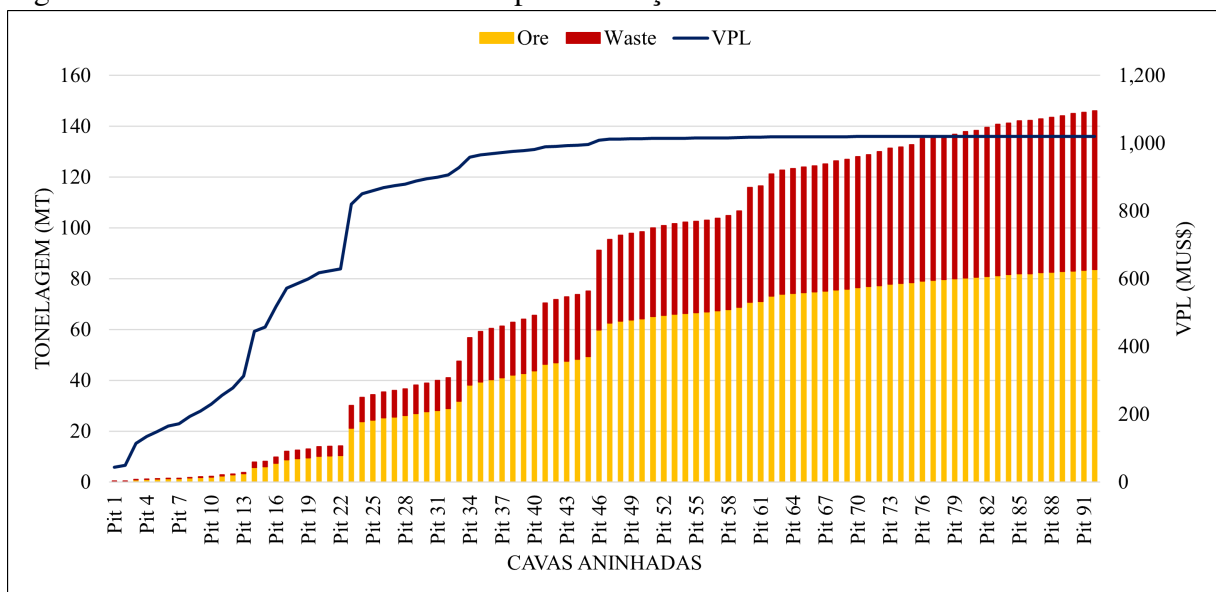


Fonte: Autor.

3.6.4 Cavas aninhadas

Como *report* do *Studio NPVS* na etapa de otimização da cava final, o *software* apresentou um conjunto de cavas denominadas de *phases* que compõe um sequenciamento de cavas aninhadas, objeto de análise gráfica para determinar o projeto de cava final para o desenvolvimento das etapas subsequentes. A Figura 30 apresenta um gráfico *pit-by-pit* com todas as cava aninhadas que foram geradas no processo de otimização da cava final pelo método de Lerchs & Grossmann.

Figura 30 – Gráfico de cavas aninhadas para definição da cava final



Fonte: Autor.

A escolha do *design* ocorreu com base nos VPLs maximizados de cada projeto e na Relação Estéril/Minério (REM) das cavas. Como visto na Figura 30, a partir da cava 47 o VPL tornou-se praticamente constante com variação percentual abaixo de 1% com relação ao maior VPL dentre as cavas, limitando a escolha da cava entre o *pit* 47 ao 92. Por fim, a cava 47 foi escolhida, por tratar-se do *pit* com menor extração de estéril por minério.

3.6.5 Pushbacks

Conforme descrito na Subseção 3.6.4, a cava 47 gerada pelo *Pit Optimization* foi definida como limite final e utilizada em *Pushback: Settings* como dado de entrada. A cava possui cerca de 62.55 milhões de toneladas de *ore*. Em controle da largura de mineração o parâmetro geométrico MW foi estabelecido em 40 metros.

Para definir a quantidade ideal de *pushbacks* para o projeto, utilizou-se um sistema de tentativa e erro para ajustar a quantidade de minério presente em cada *phase*. De acordo com Bai *et al.* (2018), normalmente um *pushback* é extraído no período de um a dois anos. Neste trabalho, foi utilizado uma divisão em até 9 *pushbacks*, com um controle mínimo de 6.6 milhões de toneladas de minério para os *pushbacks* de 1 a 8, e um controle mínimo de 3.3 milhões de toneladas de minério para o *pushback* 9. Essa configuração garante pelo menos 2 anos de produção para cada um dos primeiros oito *pushbacks* e pelo menos 1 ano para o último.

3.6.6 Scheduler

O sequenciamento dos blocos é gerado em *Scheduler: Settings*, onde, a taxa de consumo e as metas de capacidade são definidos. Para o cenário 01, adicionou-se uma taxa de consumo *ore-process* com 3,300,000 toneladas de material anual, conforme mostra a Figura 31. Como resultado, foi gerado um *report* no próprio *software*, que posteriormente foi exportado no formato de tabela.

Figura 31 – Configuração da taxa de consumo do material *ore* pela usina

Scheduler Settings

Time Targets Parameters Pushback Dependencies

Planning period called Year equals 365 days

Define time flow as output of the following attributes per Year

Attribute Consumption Rates
 Truck Hours

Reset all Rates to

	Attribute	Consumption Rate
1	ORE-Process	3,300,000
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Consumption rates adjustments over time

	End Year	Factor
1	200	1
2		
3		
4		
5		

OK Cancel

Fonte: Autor.

Para o cenário 02, além da taxa de consumo aplicada, também foi definido uma taxa de lavra na guia *Targets*, tendo como meta no máximo 6,000,000 de toneladas por ano para o atributo *rock (ore + waste)*, podendo variar de 0 à 6,000,000 de toneladas. Como resultado, também foi gerado um *report* no próprio *software*, que posteriormente foi exportado no formato de tabela.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, serão apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir de cada abordagem de otimização analisada, utilizando dois cenários distintos de capacidade. O cenário 01 é executado sem a restrição de capacidade máxima de lavra, com a finalidade de permitir mais liberdade para os *softwares* durante o sequenciamento e acentuar o comportamento das cavas para comparação. Já o cenário 02 é executado com 6,000,000 toneladas de material como capacidade máxima de lavra.

4.1 Cenário 01

4.1.1 MiningMath

A Tabela 4 apresenta de forma simplificada o cronograma anual gerado através do SDB para o sequenciamento da cava final do cenário 01, no qual exhibe, para cada ano, as movimentações de massa do tipo *ore* e *waste*, a concentração média de Au em ppm e os VPLs resultantes de cada período. Além disso, observa-se que o planejamento apresenta vida útil de 13 anos e que a restrição imposta sobre o material *ore* para o processamento foi respeitada.

Tabela 4 – Cronograma produzido pelo MiningMath para o sequenciamento da cava final

Anos	Ore-process (Mt)	Waste-dump (Mt)	VPL (MUS\$)	Au (PPM)
1	3.30	4.10	195.90	3.951
2	3.30	6.39	213.80	4.780
3	3.30	4.23	193.40	4.814
4	3.30	12.47	103.70	3.822
5	3.30	4.67	111.70	3.972
6	3.30	4.05	67.30	3.082
7	3.30	7.97	46.60	2.884
8	3.30	6.45	38.30	2.721
9	3.30	7.37	23.00	2.320
10	3.30	9.74	27.00	2.790
11	3.30	4.71	20.50	2.364
12	3.30	5.21	13.80	2.119
13	3.30	12.16	9.80	2.298

Fonte: Autor.

4.1.2 *Studio NPVS*

A Tabela 5 representa o cronograma anual gerado pela abordagem segundo o *Studio NPVS* para o sequenciamento de blocos da cava final do cenário 01, no qual exibe, para cada ano, as movimentações de massa do tipo *ore* e *waste*, a concentração média de Au em ppm e os VPLs resultantes de cada período. Além disso, observa-se que o planejamento apresenta vida útil de 19 anos e que a restrição imposta sobre o material *ore* para o processamento foi respeitada.

Tabela 5 – Cronograma produzido pelo Studio NPVS para o sequenciamento da cava final

Anos	Ore-process (Mt)	Waste-dump (Mt)	VPL (MUS\$)	Au (PPM)
1	3.30	2.04	169.39	3.468
2	3.30	1.06	158.23	3.600
3	3.30	2.67	101.45	2.997
4	3.30	4.33	15.81	1.504
5	3.30	1.01	88.13	3.200
6	3.30	1.34	18.52	1.544
7	3.30	1.21	25.65	1.853
8	3.30	2.38	23.88	1.972
9	3.30	3.52	36.26	2.707
10	3.30	2.05	58.00	3.965
11	3.30	2.32	16.04	1.988
12	3.30	2.62	13.89	1.999
13	3.30	1.46	15.99	2.241
14	3.30	1.19	11.19	1.989
15	3.30	0.97	10.96	2.102
16	3.30	1.36	8.34	1.983
17	3.30	1.19	9.12	2.225
18	3.30	0.24	9.59	2.433
19	3.15	0.24	11.29	3.053

Fonte: Autor.

4.1.3 *Comparação no cenário 01*

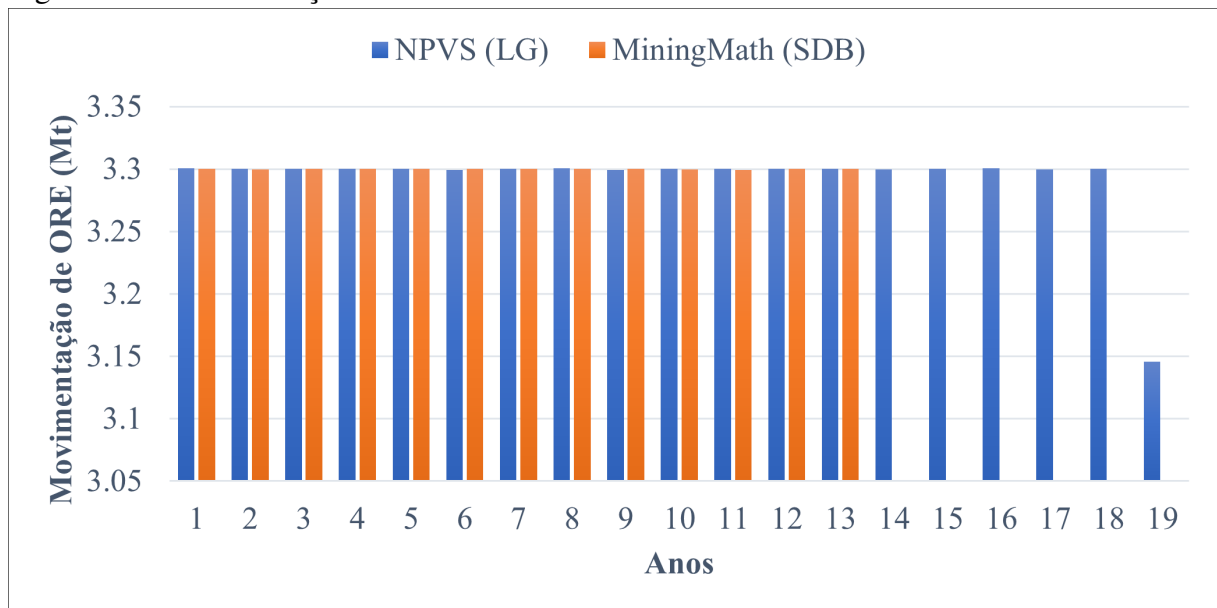
A Tabela 6 apresenta uma breve comparação entre os resultados totais obtidos por cada abordagem. Com base em cada parâmetro, constata-se que o *MiningMath* gerou um rendimento superior através de um planejamento de 13 anos, 6 anos à menos que o cronograma gerado pela abordagem convencional. O VPL superior apresentado pelo SDB é justificado principalmente pelo teor dos blocos extraídos que resulta na média de 3.22 ppm de Au, enquanto a média obtida para a cava final pelo algoritmo de LG é de 2.46 ppm de Au, uma variação percentual de 23.57%.

Tabela 6 – Resumo dos resultados totais de cada cava final obtida no cenário 01

Parâmetros	MiningMath (SDB)	Studio NPVS (LG)
Vida útil (anos)	13	19
Ore-process (Mt)	42.90	62.55
Waste-dump (Mt)	89.51	33.21
VPL (MUS\$)	1064.80	801.74
Au (PPM)	3.22	2.46
REM	2.09	0.53

Fonte: Autor.

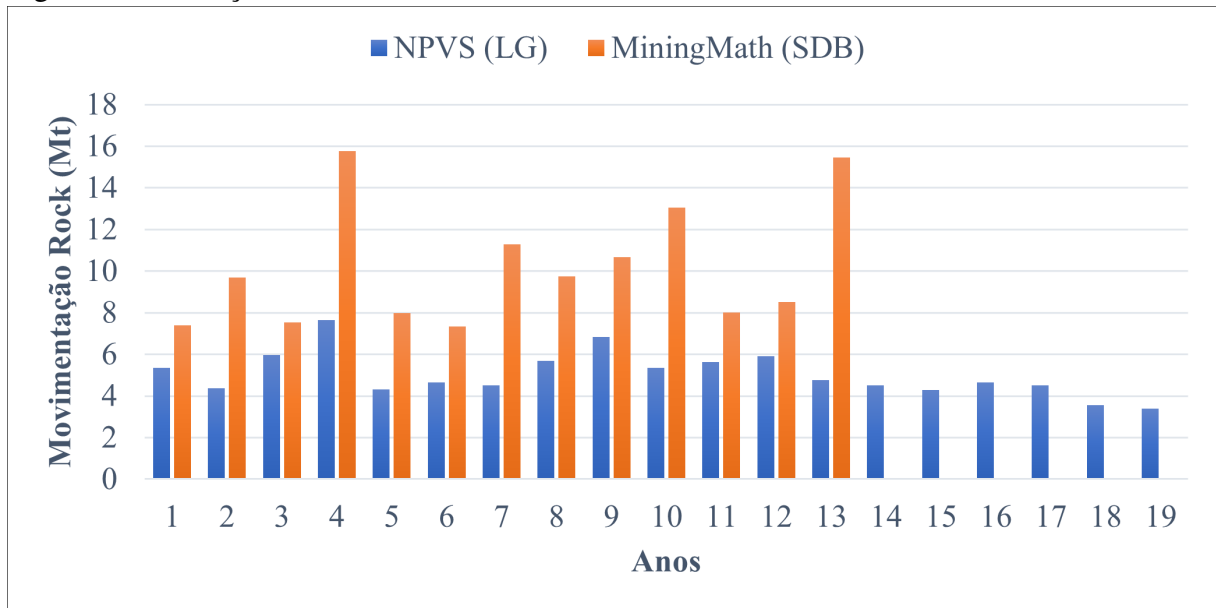
As Figuras 32 e 33 apresentam comparações gráficas da quantidade de massa movimentada anualmente por cada abordagem. A primeira exibe a movimentação da tonelagem de blocos de minério para a usina de processamento, enquanto a segunda representa o material movimentado na lavra (*ore + waste*).

Figura 32 – Movimentação de material *ore* anual obtido no cenário 01

Fonte: Autor.

Através do gráfico apresentado pela Figura 33, observa-se que o *MiningMath* preferiu extrair anualmente uma quantidade superior de estéril para lavar a mesma tonelagem anual de *ore* do *Studio NPVS*. A extração de material estéril em elevada quantidade e a redução na vida útil do projeto são indicativos de uma abordagem mais agressiva, que opta por antecipar a extração de zonas de alto teor, mesmo que em grande profundidade, resultando em uma maior quantidade de *waste* de cada período. A Figura 34 corrobora com esta análise, apresentando graficamente a concentração média anual de ouro em ppm. Nos anos iniciais da operação (8 primeiros anos) o *MiningMath* atingiu zonas com teores mais elevados, maximizando o retorno

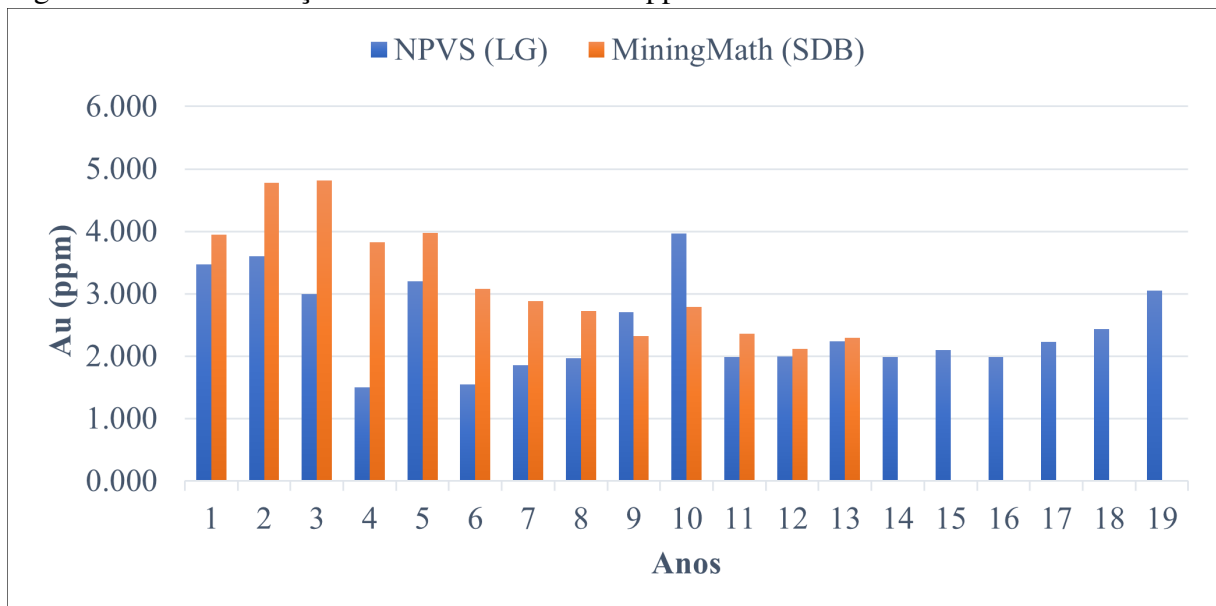
Figura 33 – Extração anual de material total obtido no cenário 01



Fonte: Autor.

inicial e reduzindo a depreciação monetária. Uma vez que antecipar a extração de blocos mais valiosos, evita a perda do valor pela depreciação que sofreriam se fossem lavrados nos anos finais da operação.

Figura 34 – Concentração média anual de Au em ppm lavrado no cenário 01

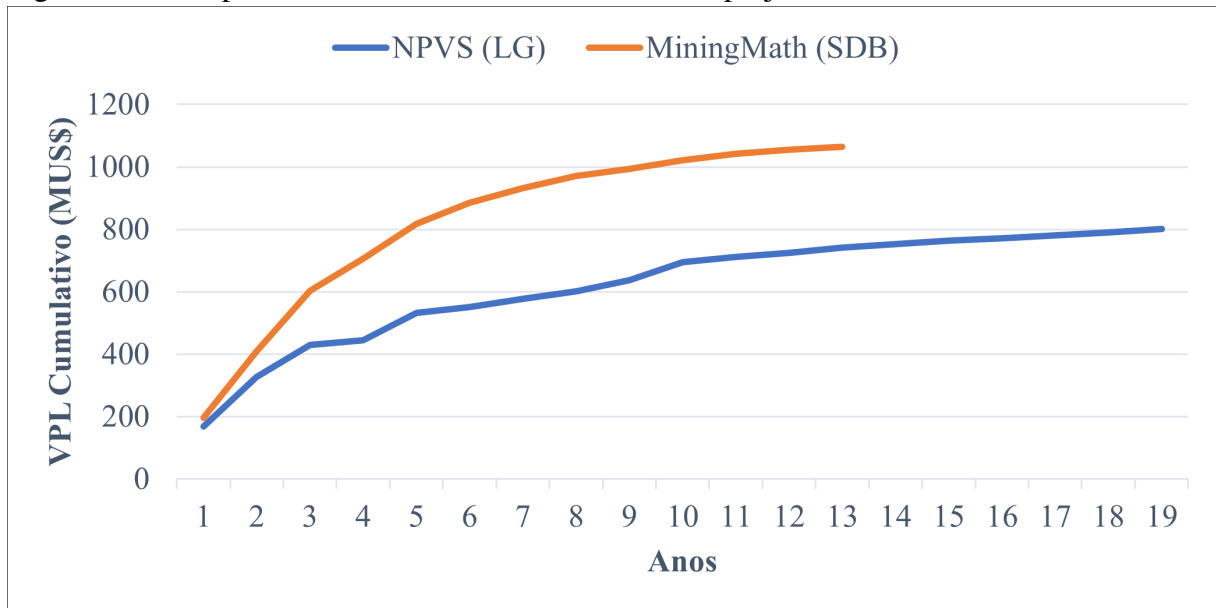


Fonte: Autor.

O impacto desta estratégia do *MiningMath* pode ser visto na Figura 35, que exhibe graficamente o VPL cumulativo de cada ano da operação. Observa-se um crescimento acelerado quando comparado com o produzido pela abordagem convencional.

Os resultados deste cenário foram acentuados pela ausência da restrição de ca-

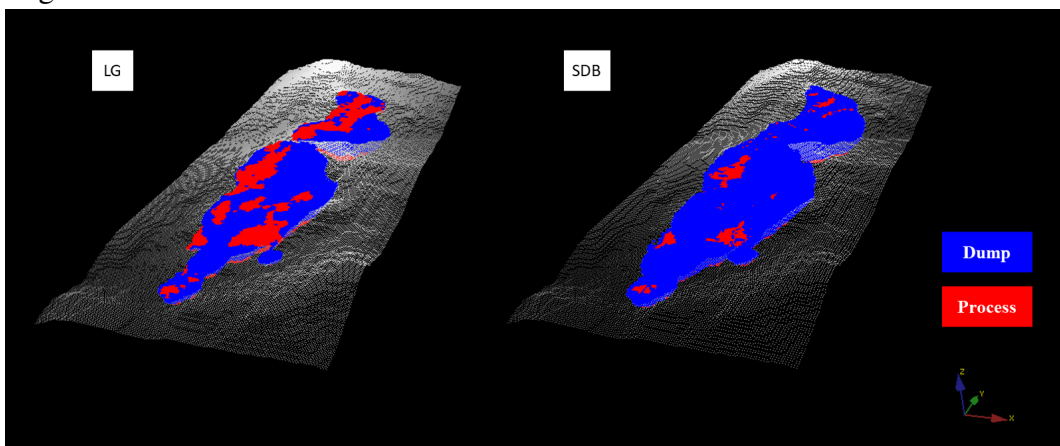
Figura 35 – Comparativo entre os VPLs cumulativos do projeto no cenário 01



Fonte: Autor.

pacidade de extração total e de avanço vertical máximo, permitindo que o SDB realize seu processamento simultâneo e selecione com mais liberdade apenas os blocos de minério com maior teor, de forma a maximizar o VPL dentro dos limites físicos de cada período, enviando vários blocos mineralizados próximos da superfície para a pilha de estéril, ou postergando sua extração para anos posteriores. Em contrapartida, a abordagem convencional primeiramente gera o *design* da cava final, para posteriormente criar os *pushback* e o *scheduler*. Isto induz à primeira etapa a selecionar o conjunto de blocos que ao ser extraído maximiza o valor econômico do projeto como um todo, baseando a sequência ótima de extração em valores próximos sem considerar o período de remoção. A Figura 36 apresenta visualmente o comparativos das cavas e o destino dos blocos.

Figura 36 – Cavas do cenário 01 e o destino dos blocos



Fonte: Autor.

4.2 Cenário 02

4.2.1 MiningMath

A Tabela 7 exibe o cronograma gerado pelo *MiningMath* para o cenário 02. O planejamento contém vida útil de 24 anos, um aumento de 11 anos em relação ao agendamento produzido pelo cenário 01.

Tabela 7 – Cronograma produzido pelo MiningMath para o sequenciamento da cava final

Anos	Ore-process (Mt)	Waste-dump (Mt)	VPL (MUS\$)	Au (PPM)
1	3.30	2.67	108.00	2.622
2	3.30	2.73	79.30	2.384
3	3.30	2.70	111.80	3.194
4	3.30	2.69	65.40	2.501
5	3.30	2.55	34.00	1.923
6	3.30	2.81	139.80	5.107
7	3.30	2.71	105.10	4.558
8	3.30	2.72	39.40	2.580
9	3.30	2.45	23.40	2.089
10	3.30	2.78	22.70	2.225
11	1.30	4.70	1.00	1.679
12	3.30	2.83	33.00	3.282
13	3.30	2.75	10.40	1.880
14	3.30	2.72	6.90	1.685
15	3.30	2.54	17.30	2.821
16	3.30	2.83	11.90	2.468
17	3.30	2.63	4.90	1.734
18	3.20	2.65	3.40	1.617
19	1.28	4.71	-0.50	1.341
20	1.49	4.66	2.30	2.507
21	2.63	3.38	5.00	2.614
22	2.98	3.11	2.00	1.698
23	2.10	3.68	0.90	1.684
24	2.61	3.38	1.00	1.613

Fonte: Autor.

O cronograma apresentou uma constância de 3.3 milhões de toneladas na movimentação de *ore* entre o primeiro e o décimo ano, e entre o décimo segundo e o décimo sétimo ano. Os demais períodos apresentaram variações devido à extração de *waste*, que diminuiu significativamente o VPL desses anos, chegando ao VPL incremental negativo de -0.50 MUS\$ no décimo nono ano.

4.2.2 *Studio NPVS*

A Tabela 8 apresenta o cronograma obtido pelo *Studio NPVS* para o cenário 02. O cronograma é semelhante ao obtido pelo cenário 01, mas com realocação de material *waste*, para adequar-se à capacidade máxima da lavra.

Tabela 8 – Cronograma produzido pelo Studio NPVS para o sequenciamento da cava final

Anos	Ore-process (Mt)	Waste-dump (Mt)	VPL (MUS\$)	Au (PPM)
1	3.30	2.12	169.10	3.468
2	3.30	2.44	132.24	3.241
3	3.30	2.71	98.21	2.937
4	3.30	2.31	49.05	2.126
5	3.30	1.41	79.17	2.995
6	3.30	1.34	18.52	1.544
7	3.30	1.33	25.47	1.853
8	3.30	2.66	20.65	1.863
9	3.30	2.58	22.26	2.047
10	3.30	2.73	27.37	2.458
11	3.30	2.44	49.67	3.940
12	3.30	2.56	18.54	2.306
13	3.30	1.37	16.27	2.258
14	3.30	1.19	11.19	1.989
15	3.30	0.97	10.96	2.102
16	3.30	1.36	8.34	1.983
17	3.30	1.19	9.12	2.225
18	3.30	0.24	9.59	2.433
19	3.15	0.24	11.29	3.053

Fonte: Autor.

O cronograma apresentou constância na extração de *ore* em praticamente toda a vida útil da operação, variando apenas na movimentação de *waste* e no teor de minério resultante da extração, refletindo em variações no VPL. Todavia, o manteve positivo em todos os períodos.

4.2.3 *Comparação no cenário 02*

Por tratar-se de um cenário mais realista que o anterior, o cenário 02 conta com o acréscimo de mais uma restrição. Convergindo a maioria dos resultados totais de cada abordagem para valores próximos. A Tabela 9 resume os resultados totais obtidos pela criação das cavas do cenário 02 por meio de cada abordagem. Destaca-se o VPL obtido pelo *MiningMath* que sofreu uma diminuição de 236.40 MUS\$ em relação ao cenário 01, enquanto o VPL através do *Studio NPVS* apresentou a redução de apenas 14.73 MUS\$.

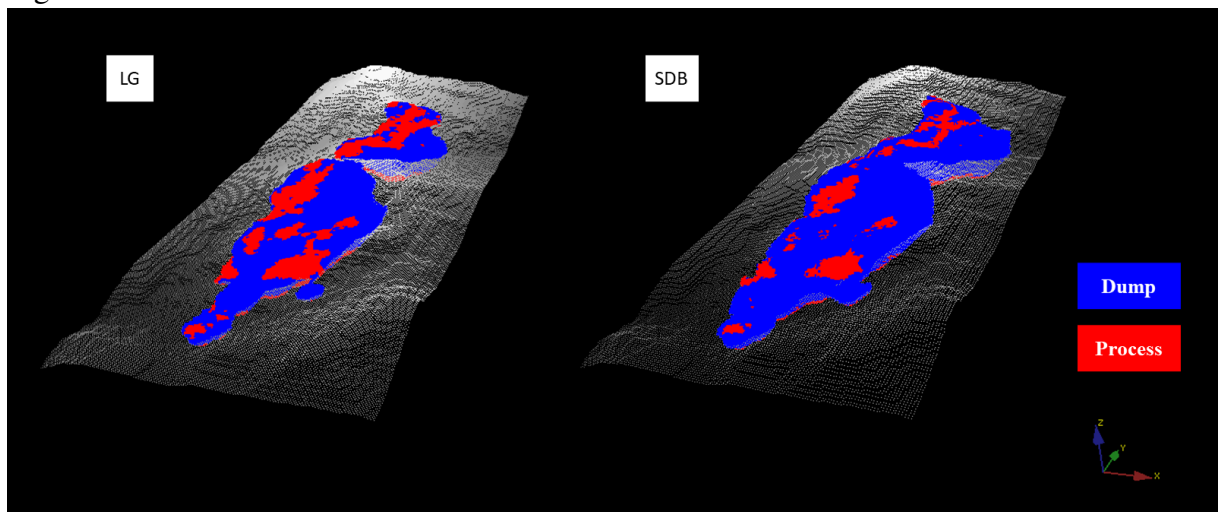
Tabela 9 – Resumo dos resultados totais de cada cava final obtida no cenário 02

Parâmetros	MiningMath (SDB)	Studio NPVS (LG)
Vida útil (anos)	24	19
Ore-process (Mt)	70.39	62.55
Waste-dump (Mt)	73.38	33.21
VPL (MUS\$)	828.40	787.01
Au (PPM)	2.41	2.46
REM	1.04	0.53

Fonte: Autor.

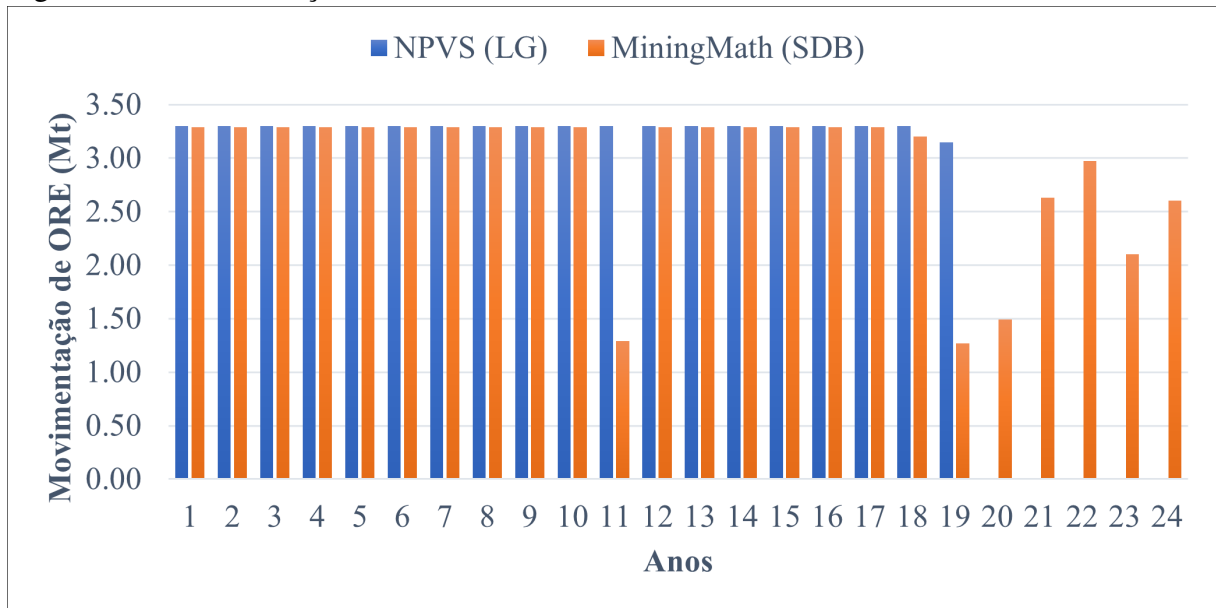
A concentração média total de Au obtida pelo algoritmo de LG manteve-se igual ao cenário anterior (2.46 PPM). No entanto, pelo *MiningMath* houve a redução de 3.22 para 2.41 PPM. Além disso, a REM da abordagem com SDB é aproximadamente o dobro da obtida pela abordagem convencional, o que indica novamente um maior manuseio de material estéril pelo *MiningMath*. A Figura 37 apresenta visualmente o comparativos das cavas finais e o destino dos blocos.

Figura 37 – Cavas do cenário 02 e o destino dos blocos



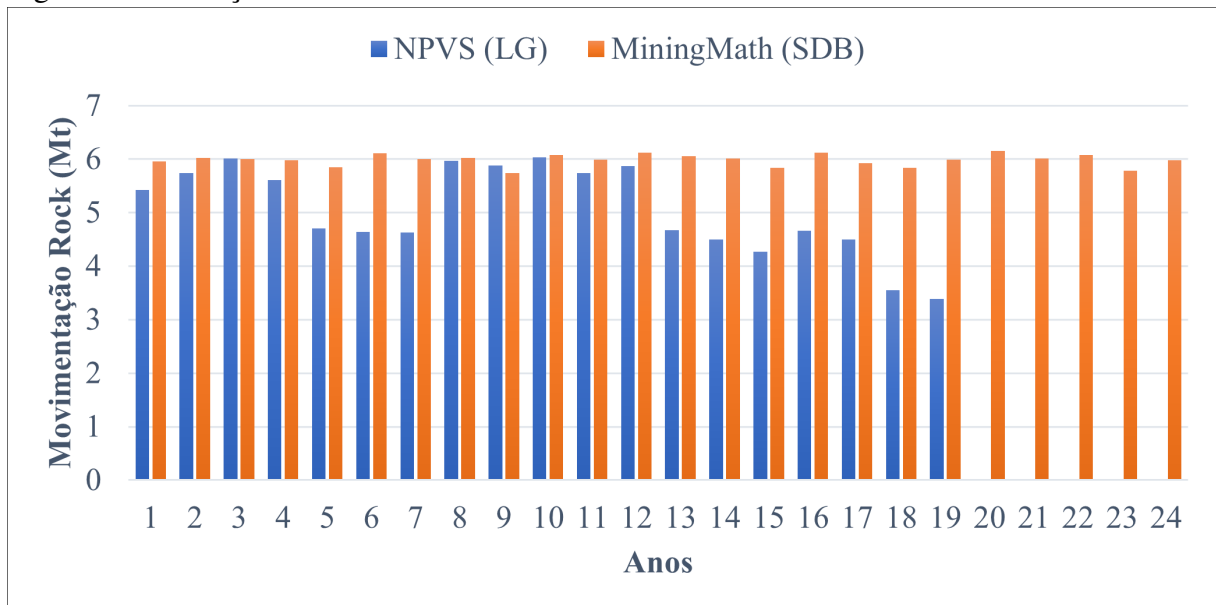
Fonte: Autor.

As Figuras 38 e 39 apresentam um comparativo gráfico do manuseio anual de material. Verifica-se a tendência do *MiningMath* em atingir a capacidade máxima de extração total em todos os períodos, optando por extrair mais estéril mesmo que resulte em uma diminuição da quantidade de *ore* movimentado para a usina, visando manter a estratégia de extração agressiva das zonas mais mineralizadas, ao mesmo tempo em que busca respeitar a nova restrição imposta ao modelo. Enquanto o *Studio NPVS* mantém o limite de *ore* máximo, sinalizando novamente uma estratégia de extração mais estável.

Figura 38 – Movimentação de material *ore* anual

Fonte: Autor.

Figura 39 – Extração anual de material total



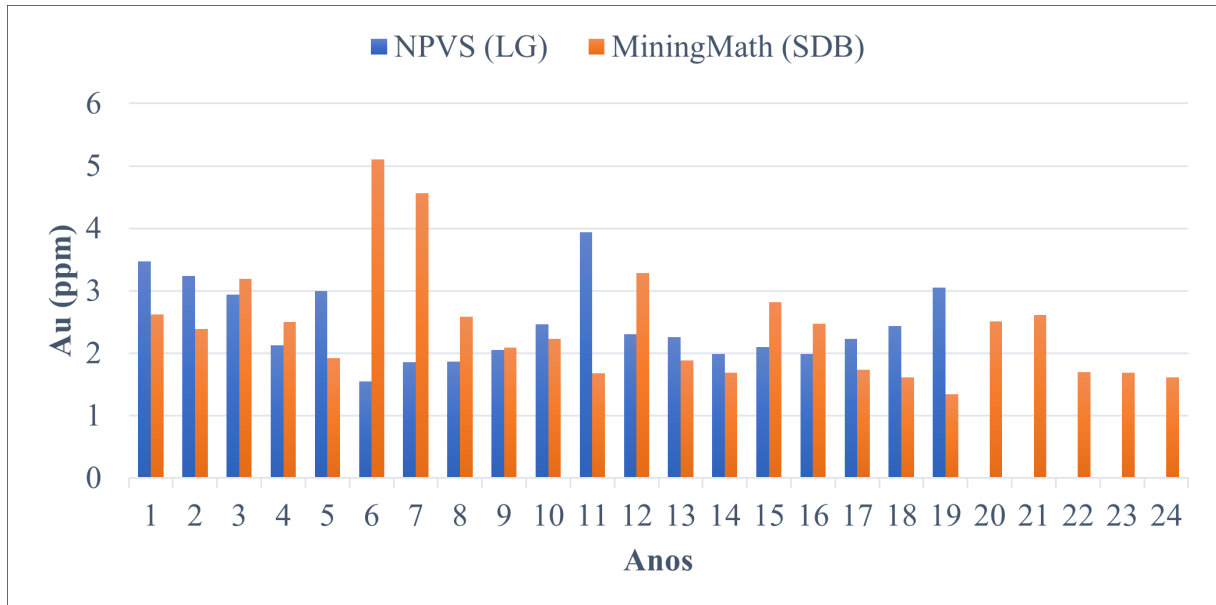
Fonte: Autor.

A Figura 40 apresenta um gráfico comparativo entre a concentração média anual de cada abordagem. A partir dos dados de concentração, constata-se que o desvio padrão dos valores obtido pela média anual de Au (PPM) através do *MiningMath* para o cenário 02 é de 0.894007, enquanto o obtido pelo *Studio NPVS* é de 0.616661. Indicando que a abordagem convencional apresentou resultados com menor variabilidade entre períodos.

Através da Figura 40, também observa-se que no *MiningMath* a restrição de extração total afetou o alcance da lavra nos anos iniciais de operação, atingindo as zonas mais mineralizadas apenas no sexto, sétimo e oitavo ano. Impacto pontual que pode ser visto no comparativo

entre os VPLs cumulativos de cada abordagem, apresentado na Figura 41.

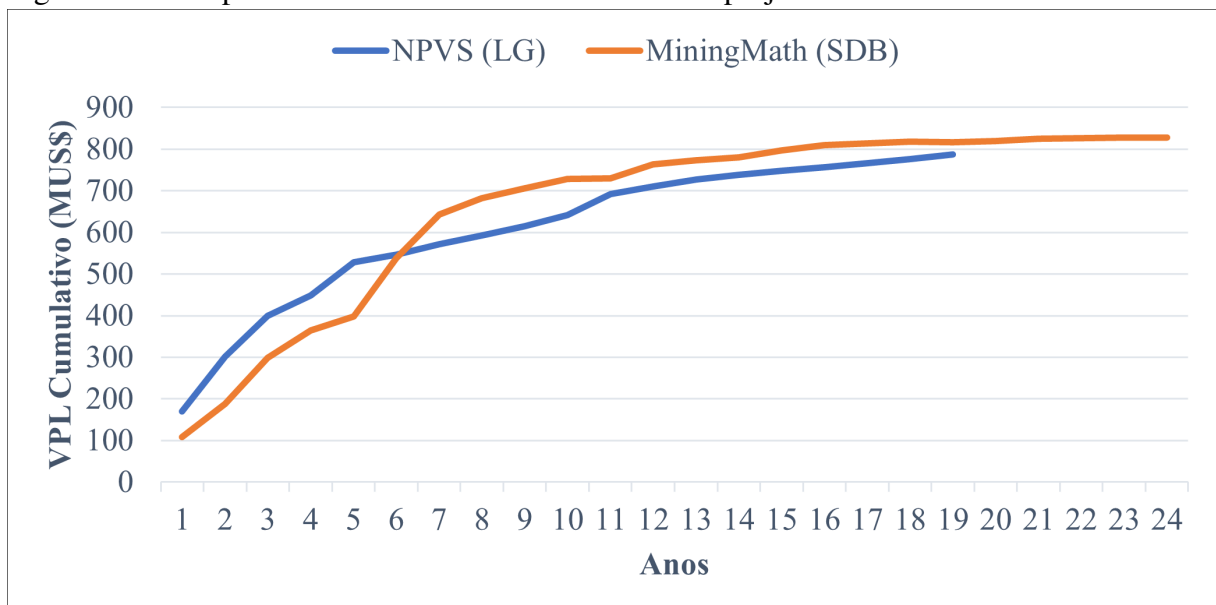
Figura 40 – Concentração média anual de Au em ppm lavrado no cenário 02



Fonte: Autor.

Do primeiro ao quinto ano de operação, o *Studio NPVS* apresentou resultados com VPL superior, em decorrência dos teores próximos e da quantidade superior de material *waste* movimentado pelo *MiningMath* que aumentou os custos do projeto. Contudo, a partir do sexto ano, o VPL cumulativo do cronograma *MiningMath* ultrapassou e finalizou em uma posição superior ao do *Studio NPVS*, mas com variação percentual baixa de aproximadamente 5%.

Figura 41 – Comparativo entre os VPLs cumulativos do projeto no cenário 02



Fonte: Autor.

Semelhante ao cenário 01, mas em menor escala, o *MiningMath* gerou um cronograma para o cenário 02 que pretende maximizar o retorno inicial nos primeiros oito anos. Entretanto, devido a limitação da capacidade máxima de extração, a produção dos anos finais tornou-se instável, resultando em VPL incremental negativo e movimentação de material *ore* muito abaixo da capacidade de processamento da usina.

4.3 Cenário 01 x Cenário 02

Como o *Studio NPVS* utiliza em seu processamento o planejamento tradicional, dividindo as etapas em otimização da cava final, *pushback* e *scheduler*. A delimitação da cava é realizada apenas na primeira etapa, não sendo afetada por restrições do sequenciamento. A Tabela 10, apresenta a contagem de blocos de cada cava final obtida, confirmando que a abordagem convencional resultou em cavas finais idênticas para ambos os cenários, mantendo a mesma quantidade de blocos *ore* e *waste*. A única variável que sofre alteração em seus valores entre os cenários foi a data de extração dos blocos, sugerindo que a restrição imposta na etapa de *scheduler* influenciou apenas no cronograma gerado e não na delimitação da cava final.

Todavia, o *MiningMath*, que realiza o SDB com processamento de forma simultânea, apresentou cavas finais distintas entre os cenários. Este comportamento é provavelmente atribuído ao fato de que o *MiningMath* integra todas as etapas de otimização em um único processo, permitindo que restrições do *scheduler* influenciem diretamente no *design* da cava final e na seleção dos blocos lavrados.

Tabela 10 – Quantidade e classificação dos blocos extraídos em cada cenário, de acordo com a metodologia aplicada

Blocos	MiningMath		Studio NPVS	
	Cenário 01	Cenário 02	Cenário 01	Cenário 02
Ore (bloco)	41449	68411	61254	61254
Waste (bloco)	90243	74490	34441	34441
Total (bloco)	131692	142901	95695	95695

Fonte: Autor.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi realizado uma análise comparativa dos resultados obtidos pela otimização da cava final do *dataset* McLaughlin por duas metodologias distintas: o sequenciamento direto de blocos e o algoritmo de Lerchs & Grossmann integrado ao fluxo tradicional de trabalho do planejamento de lavra estratégico, aprofundando a compreensão sobre as capacidades e limitações de cada abordagem.

Visando acentuar as divergências entre métodos, o desenvolvimento do trabalho e a análise dos resultados ocorreram sobre dois cenários, o primeiro sem restrição de capacidade máxima de extração total, e o segundo aplicando 6 milhões de toneladas como capacidade máxima.

A partir dos resultados obtidos para o modelo estudado, foi possível realizar as seguintes observações: o SDB apresentou uma rentabilidade maior, finalizando a otimização da cava final de ambos cenários com o VPL total superior, apesar de ter apresentado pouca variação no cenário 02 em relação ao VPL obtido pela abordagem convencional; a abordagem com o algoritmo de Lerchs & Grossmann apresentou uma melhor adaptação ao problema, buscando reduzir a extração de material estéril e resultou em cronogramas do *scheduler* com concentrações médias entre períodos com menor variabilidade. Em ambos os cenários, o *MiningMath* produziu cronogramas com custo de extração mais elevados devido a grande quantidade de material estéril extraída. Sendo este, justificado pela lavra estratégica de blocos *ore* com maior concentração de minério nos anos iniciais da operação. Por fim, constatou-se que a cava final formada pelo SDB é bastante sensível a alterações no sequenciamento de blocos, gerando cavas com volumes distintos entre cenários, além de adaptar a seleção dos blocos de minério que serão extraídos para diferentes cenários, com parâmetros e restrições distintos, visando exclusivamente otimizar o VPL e respeitar as restrições do modelo, podendo resultar em instabilidade no manejo de massa. Enquanto a abordagem convencional, realiza primeiro a etapa de cava final e por último o sequenciamento, que resultou em um volume da cava praticamente inalterado entre cenários, modificando apenas a sequência ótima de extração do *scheduler*.

Com relação às metodologias aplicadas pelos *softwares*, o *MiningMath* apresentou uma abordagem operacional simples, mas com formulação complexa e apenas uma única etapa de otimização, necessitando que sejam disponibilizados somente o *dataset*, os parâmetros e as restrições. Enquanto o *Studio NPVS* apresentou a abordagem dividida em etapas, necessitando de conhecimentos específicos para realizar análises entre *report* e *input* de cada fase. Isto permitiu

mais liberdade para interagir diretamente com a cava, possibilitando, por exemplo, a escolha do *design* da cava ótima que melhor se adéque ao projeto, ou até mesmo alterações diretas no formato dos *pushbacks*.

Ressalta-se que as considerações supracitadas são referentes ao modelo de blocos utilizado e os parâmetros e restrições disponibilizados juntamente ao *dataset* em seu site de origem. A adição de restrições e alteração nos valores econômicos podem afetar no resultado final. Como sugestão, em pesquisas futuras pode-se comparar os resultados das metodologias em cenários operacionais, com variação econômica, metalúrgica e estoque de material com baixo teor.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, A. Marinho de. Surface constrained stochastic life-of-mine production scheduling. 2013.
- BAI, X.; MARCOTTE, D.; GAMACHE, M.; GREGORY, D.; LAPWORTH, A. Automatic generation of feasible mining pushbacks for open pit strategic planning. **Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy**, The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, v. 118, n. 5, p. 514–530, 2018.
- BREALEY, R. A.; MYERS, S. C.; ALLEN, F. **Princípios de Finanças Corporativas-10**. [S. l.]: AMGH, 2013.
- BURGARELLI, H. R. Avaliação da metodologia de sequenciamento direto de blocos aplicada em depósitos de minério de ferro. Universidade Federal de Minas Gerais, 2017.
- CACCETTA, L.; HILL, S. P. An application of branch and cut to open pit mine scheduling. **Journal of global optimization**, Springer, v. 27, p. 349–365, 2003.
- CARMO, F. A. R. do. Metodologia para planejamento de cavas finais a minas a céu aberto otimizadas. **Ouro Preto**, 2001.
- CRAWFORD, J.; DAVEY, R. Case study in open pit limit analysis. **Computer Methods for the 80's in the Mineral Industry**, SME-AIME, p. 310–318, 1979.
- CURI, A. **Minas a Céu Aberto: planejamento de lavra**. [S. l.]: Oficina de Textos, 2014.
- DARLING, P. **SME mining engineering handbook**. [S. l.]: SME, 2011. v. 1.
- DATAMINE. **About Lerchs-Grossmann Pits**. 2024. Disponível em: <https://docs.dataminesoftware.com/StudioNPVS/Latest/STUDIO_NPVS/About%20Nested%20LG%20Pits.htm?Highlight=lg%20phases>. Acessado em 25 de fevereiro de 2024.
- DATAMINE. **About Pushbacks**. 2024. Disponível em: <https://docs.dataminesoftware.com/StudioNPVS/Latest/STUDIO_NPVS/About%20Pushbacks.htm?tocpath=Using%20Studio%20NPVS%7COptimize%20Schedule%7CPushback%20Generation%7C_____1>. Acessado em 15 de abril de 2024.
- DATAMINE. **Pit Optimization Essentials**. 2024. Disponível em: <https://docs.dataminesoftware.com/StudioNPVS/Latest/STUDIO_NPVS/PO%20Essentials.htm>. Acessado em 21 de julho de 2024.
- DATAMINE. **Scheduler Essentials**. 2024. Disponível em: <https://docs.dataminesoftware.com/StudioNPVS/Latest/STUDIO_NPVS/SH%20Essentials.htm?tocpath=Using%20Studio%20NPVS%7COptimize%20Schedule%7CScheduling%7C_____2>. Acessado em 19 de abril de 2024.
- ESPINOZA, D.; GOYCOOLEA, M.; MORENO, E.; NEWMAN, A. Minelib: a library of open pit mining problems. **Annals of operations research**, Springer, v. 206, p. 93–114, 2013.
- GALLO, A. A refresher on net present value. **Harvard Business Review**, v. 19, 2014.
- HUSTRULID, W. A.; KUCHTA, M.; MARTIN, R. K. **Open pit mine planning and design, two volume set & CD-ROM pack**. [S. l.]: CRC Press, 2013.

- JOHNSON, T. B. **Optimum open pit mine production scheduling**. [S. l.]: University of California, Berkeley, 1968.
- LEE, T. Planning and mine feasibility study—an owners perspective. **Proceedings of the 1984 NWMA Short Course „Mine Feasibility–Concept to Completion”**.(GE McKelvey, compiler) Spokane, WA, 1984.
- LERCHS, H.; GROSSMANN, L. Optimum design of open-pit mines. **Trans CIM**, v. 68, p. 17–24, 1965.
- MATA, J. F. C. da; MARTINS, S. de C.; PROCESSOS, S. de; MORAIS, S. S. de; SOLUTIONS, B. M.; NADER, A. S.; MAZZINGHY, D. B. Planejamento de lavra utilizando sequenciamento direto de blocos com inclusão de variáveis geometalúrgicas. 2021.
- MAXIMIANO, A. C. A. Introdução à administração. 5a edição. **Editora Atlas**, 2000.
- MININGMATH. **Mining Optimization Algorithm**. 2024. Disponível em: <<https://forum.miningmath.com/docs/knowledgebase/theory/>>. Acessado em 12 de fevereiro de 2024.
- MIRANDA, A.; NADER, B. Direct sequencing of blocks in stochastic models with multi-mines and multi-destinations. **REM-International Engineering Journal**, SciELO Brasil, v. 72, p. 661–666, 2019.
- NEWMAN, A. M.; RUBIO, E.; CARO, R.; WEINTRAUB, A.; EUREK, K. A review of operations research in mine planning. **Interfaces**, Informs, v. 40, n. 3, p. 222–245, 2010.
- NOGHOLI, A. A. M. **Optimisation of open pit mine block sequencing**. Tese (Doutorado) – Queensland University of Technology, 2015.
- OTA, R.; MARTINEZ, L. Simsched direct block scheduler: A new practical algorithm for the open pit mine production scheduling problem. In: **Conference APCOM**. [S. l.: s. n.], 2017. v. 2017.
- PINTO, C.; DUTRA, J. Introdução ao planejamento e operação de lavra. **Universidade Corporativa Chemtech, Belo Horizonte, MG**, 2008.
- RAMAZAN, S.; DIMITRAKOPOULOS, R. Production scheduling with uncertain supply: a new solution to the open pit mining problem. **Optimization and engineering**, Springer, v. 14, n. 2, p. 361–380, 2013.
- ROSS, S.; WESTERFIELD, R.; JORDAN, B. *et al.* **Fundamentos de administração financeira**. [S. l.]: Bookman Editora, 2013.
- SEPULVEDA, F. J. P. Planejamento estratégico de minas a partir de um modelo geo-mínero-metalúrgico. 2019.
- SILVA, N. C. S. **Metodologia de planejamento estratégico de lavra incorporando riscos e incertezas para a obtenção de resultados operacionais**. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, 2008.
- SOUZA, F. R.; BURGARELLI, H. R.; NADER, A. S.; ORTIZ, C. E. A.; CHAVES, L. S.; CARVALHO, L. A.; TORRES, V. F. N.; CÂMARA, T. R.; GALERY, R. Direct block scheduling technology: Analysis of avidity. **REM-International Engineering Journal**, SciELO Brasil, v. 71, p. 97–104, 2018.

TAYLOR, H. Mine valuation and feasibility studies. **Mineral industry costs. Northwest Min Assoc, WA, Spokane**, p. 1–17, 1977.

WHITTLE, D.; WHITTLE, J.; WHARTON, C.; HALL, G. Strategic mine planning. **Melbourne: Gemcom Software International Inc**, 2005.

WRIGHT, E. Open pit design models. an introduction with fortran/77 programs. 1990.

**APÊNDICE A – ESQUEMA DE ANÁLISE INDIVIDUAL DE $M_{(2,3)}$ PARA
ENCONTRAR $P_{(2,3)}$**

(A) Valores econômicos dos blocos

0	0	0	0	0
1	-2	-2	-2	-2
2	-6	5	5	5
3	-7	-2	-2	-2
4	-8	-8	-8	3

(B) Valores acumulados $M_{(i,j)}$

0	0	0	0	0
1	-2	-2	-2	-2
2	-8	3	3	3
3	-15	1	1	1
4	-23	-7	-7	4

(C) Início da otimização $P_{(i,j)}$

0	0	0	0	0
1	-2	-2	-1	-2
2	-8	1	3	3
3	-15	-7	1	1
4	-23	-22	-7	4

$$P_{(2,3)} = M_{(2,3)} + \text{Max} \begin{cases} P_{(1,2)} \\ P_{(2,2)} \\ P_{(3,2)} \end{cases}$$

	2	3
1	$P_{(1,2)}$	
2	$P_{(2,2)}$	$M_{(2,3)}$
3	$P_{(3,2)}$	

	2	3
1	-2	
2	1	3
3	-7	

$$P_{(2,3)} = 3 + \text{Max} \begin{cases} -2 \\ +1 \\ -7 \end{cases}$$

	2	3
1	-2	
2	1	3-2
3	-7	

$$P_{(2,3)} = 3 + (-2) = 1$$

	2	3
1	-2	
2	1	3+1
3	-7	

$$P_{(2,3)} = 3 + 1 = 4$$

	2	3
1	-2	
2	1	3-7
3	-7	

$$P_{(2,3)} = 3 + (-7) = -4$$

$$P_{(2,3)} = 4$$

	2	3
1	-2	
2	1	4
3	-7	