



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA
DOUTORADO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

SAMY CLEVER POLICARPO

**COMPUTAÇÃO REVERSÍVEL FOTÔNICA: UMA PROPOSTA DE UMA PORTA
TOFFOLI USANDO QND PARA QUBITS BASEADOS EM POLARIZAÇÃO E SUAS
APLICAÇÕES**

FORTALEZA

2023

SAMY CLEVER POLICARPO

COMPUTAÇÃO REVERSÍVEL FOTÔNICA: UMA PROPOSTA DE UMA PORTA TOFFOLI
USANDO QND PARA QUBITS BASEADOS EM POLARIZAÇÃO E SUAS APLICAÇÕES

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Engenharia de Teleinformática. Área de Concentração: Eletromagnetismo aplicado.

Orientador: Prof. Dr. João Batista Rosa Silva

FORTALEZA

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

P824c Policarpo, Samy Clever.

Computação reversível fotônica: Uma proposta de uma porta Toffoli usando QND para qubits baseados em polarização e suas aplicações / Samy Clever Policarpo. – 2024.
50 f. : il. color.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática, Fortaleza, 2024.

Orientação: Prof. Dr. João Batista Rosa Silva .

1. Computação reversível. 2. circuitos ópticos. 3. medição quântica não demolidora. 4. porta $C^{(n+1)}$ -NOT. I.
Título.

CDD 621.38

SAMY CLEVER POLICARPO

COMPUTAÇÃO REVERSÍVEL FOTÔNICA: UMA PROPOSTA DE UMA PORTA TOFFOLI
USANDO QND PARA QUBITS BASEADOS EM POLARIZAÇÃO E SUAS APLICAÇÕES

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Engenharia de Teleinformática. Área de Concentração: Eletromagnetismo aplicado.

Aprovada em: 18/12/2023

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. João Batista Rosa Silva (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Sebastião José Nascimento de Pádua
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

Prof. Dr. Glendo de Freitas Guimarães
Instituto Federal do Ceará (IFCE)

Prof. Dr. Kléber Zuza Nóbrega
Universidade Federal do Ceará (UFC)

A Deus.

À minha mãe Fátima, minha irmã Nara, meus
filhos Samuel e Theo, e a minha esposa Nayane
e sua filha Marina.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me dado forças para trilhar os caminhos para mais esta conquista e pelas inúmeras boas amizades que me ajudaram com paciência e compreensão.

Ao Prof. Dr. João Batista Rosa Silva, pela excelente orientação.

Aos professores participantes da Banca examinadora prof. Dr. Sebastião José Nascimento de Pádua, prof. Dr. Glendo de Freitas Guimarães, prof. Dr. Kléber Zuza Nóbrega e o prof. Dr. Rubens Viana Ramos pelo tempo e pelas valiosas colaborações e sugestões.

À minha esposa Nayane, pelo incentivo e paciência nos momentos mais difíceis.

Aos colegas do Grupo de Informação Quântica (GIQ), pelos momentos de inquietantes reflexões.

Finalmente ao CNPq, por ter fornecido o apoio financeiro necessário, com a manutenção da bolsa de estudos.

RESUMO

A computação reversível fotônica é um campo promissora de pesquisa que busca desenvolver computadores que possam realizar cálculos sem perda de informação por meio da manipulação controlada da luz. A reversibilidade é uma propriedade importante de um sistema computacional, pois permite que o sistema seja restaurado ao seu estado inicial após o cálculo. Isso pode ser útil para aplicações como criptografia, segurança e processamento de imagens. Este trabalho apresenta um aparato óptico (*cS*) teórico para qubits de polarização baseado em medidas quânticas não demolidora (QND), onde através de cálculos analíticos e comparáveis, apresentou uma eficiência superior a 90% que é capaz de realizar a função da porta Toffoli. O sistema óptico proposto é configurável, a partir de prévia configuração e combinação, e pode-se obter as portas reversíveis AND, NAND, Toffoli, CNOT, Peres, Fredkin, a porta HNG e, a porta ALG, bem como qualquer outra porta reversível baseada em portas C^{n+1} -NOT. O sistema *cS* pode ser configuração para funcionar como um comparador binário sequencial e o mesmo pode ser usado como um gerador de estados de Bell.

Palavras-chave: computação reversível; circuitos ópticos; medição quântica não demolidora; porta C^{n+1} -NOT.

ABSTRACT

Reversible photonic computing is a promising research field that seeks to develop computers that can perform calculations without loss of information by means of the controlled manipulation of light. Reversibility is an important property of a computational system, as it allows the system to be restored to its initial state after the calculation. This can be useful for applications such as cryptography, security, and image processing. This work presents a theoretical optical apparatus (*cS*) for polarization qubits based on quantum nondemolition measurements (QND) which through analytical and comparable calculations, presented an efficiency greater than 90% that is capable of performing the Toffoli gate function. The proposed optical system is configurable, based on prior configuration and combination, and reversible AND, NAND, Toffoli, CNOT, Peres, Fredkin, HNG, and ALG gates can be obtained, as well as any other reversible gate based on C^{n+1} -NOT gates. The *cS* system can be configured to function as a sequential binary comparator and the same can be used as a Bell state generator.

Keywords: reversible computing; optical circuits; quantum non-demolition measurement; c^{n+1} -NOT gate.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estado de um qubit na esfera de Bloch	18
Figura 2 – (a) Circuito, (b) tabela verdade e (c) forma matricial que representa uma porta CNOT	20
Figura 3 – (a) Circuito, (b) tabela verdade e (c) forma matricial que representa uma porta Toffoli	20
Figura 4 – (b) Tabela verdade, (a) e (c) circuitos de uma Porta Peres	21
Figura 5 – (b) Tabela verdade, (a) e (c) circuitos de uma Porta Fredkin com o qubit A controlado	22
Figura 6 – Representação de um divisor de feixe 50/50($\theta = \frac{\pi}{4}$), mostrando as duas entradas e as duas saídas	25
Figura 7 – Representação e guiamento dos estados vertical e horizontal de polarização através de um divisor de feixe polarizado	26
Figura 8 – O estado coerente obtém o deslocamento de fase θ devido à co-propagação com o único fóton em um meio com alta não linearidade cross-Kerr	29
Figura 9 – Esquema óptico baseado em fibra em que é possível implementar a porta Toffoli para qubit baseado em polarização usando medição quântica não demolidora	33
Figura 10 – Probabilidade de sucesso em função de $ \alpha ^2$ e δ com $\eta = 0,9$ e $p_{dark} = 10^{-6}$	35
Figura 11 – Sistema óptica capaz de implementar uma porta Toffoli de $n + 1$ qubits . . .	36
Figura 12 – (a) Configuração óptica e (b) diagrama de circuito do sistema configurável $cS^{ab C}$ que pode implementar diversas funções lógicas	37
Figura 13 – (a) Diagrama de circuito, (b) tabela verdade e (c) cS configurado que pode implementar uma função AND reversível	38
Figura 14 – (a) Diagrama de circuito, (b) tabela verdade e (c) cS configurado que pode implementar uma função NAND reversível	39
Figura 15 – (a) Diagrama de circuito, (b) tabela verdade e (c) cS configurado que pode implementar uma porta Peres	39
Figura 16 – (a) Diagrama de circuito, (b) tabela verdade e (c) cS configurado que pode implementar um meio somador	39

Figura 17 – (a) Diagrama de circuito, (b) tabela verdade e (c) configuração óptica usando duas portas Peres conectadas em série para ser capaz de implementar um somador completo	40
Figura 18 – Porta Fredkin obtida a partir de circuitos cS	40
Figura 19 – (a) Símbolo, (b) tabela verdade e (c) circuito da Porta HNG	41
Figura 20 – Porta HNG obtida a partir de circuitos cS	41
Figura 21 – (a) Símbolo, (b) tabela verdade e (c) circuito da Porta ALG	42
Figura 22 – Circuito cS aplicado ao CBS e ao gerador de estados de Bell	43
Figura 23 – Porta ALG obtida a partir de circuitos cS	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – As configurações possíveis cS e suas funções lógicas implementadas.	38
--	----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	Introdução	16
2.2	Computação quântica	16
2.2.1	<i>Bit quântico</i>	17
2.2.2	<i>Portas quânticas de um qubit</i>	18
2.2.3	<i>Portas quânticas de múltiplos qubits</i>	19
2.3	Dispositivos ópticos, qubits fotônicos, parâmetros de Stokes e QND	23
2.3.1	<i>Fotodetectores</i>	23
2.3.2	<i>Rotacionadores de polarização</i>	24
2.3.3	<i>Moduladores de fase</i>	25
2.3.4	<i>Divisores de feixe</i>	25
2.3.5	<i>Divisor de feixe por polarização</i>	26
2.3.6	<i>Qubits de polarização e de estados coerentes</i>	26
2.3.7	<i>Parâmetros quânticos de Stokes e polarização de estados coerentes</i>	27
2.3.8	<i>Medição quântica não demolidora (QND)</i>	29
3	PORTA TOFFOLI BASEADA EM QND PARA QUBITS DE POLARIZAÇÃO	33
3.1	Introdução	33
3.2	Aparato óptico da porta Toffoli	33
3.3	Desempenho	34
4	APLICAÇÕES	37
4.1	Introdução	37
4.2	Circuito cS	37
4.3	Porta HNG	40
4.4	Porta ALG	41
4.5	Comparador binário sequencial e gerador de estados de Bell	42
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	45
	REFERÊNCIAS	46
	APÊNDICES	51

APÊNDICE A – Artigo Publicado	51
--	-----------

1 INTRODUÇÃO

A computação reversível é um paradigma computacional que se diferencia do modelo tradicional de computação, conhecido como computação irreversível. Enquanto na computação irreversível, as operações são realizadas de forma sequencial e não podem ser desfeitas, na computação reversível, é possível reverter todas as operações executadas, ou seja, é possível retornar ao estado anterior do sistema.

Essa abordagem é importante na computação quântica, onde portas lógicas reversíveis desempenham um papel fundamental. Em contraste com as portas lógicas irreversíveis, que descartam informações durante as operações, as portas lógicas reversíveis na computação quântica preservam todas as informações necessárias para reverter as operações.

Atualmente, existem várias tecnologias sendo utilizadas para implementar sistemas e portas para computação quântica, incluindo pontos quânticos (García-Ripoll *et al.*, 2003; Knill *et al.*, 2001; Ralph *et al.*, 2003), supercondutores (Jeong; Kim, 2002; Kok *et al.*, 2007; Oliveira *et al.*, 2013), ressonância magnética nuclear (RMN) (Silva; Ramos, 2008), íons aprisionados (O'Brien *et al.*, 2009; Costa *et al.*, 2022), spins eletrônicos em diamantes, entre outros. No entanto, uma das tecnologias promissoras é a computação quântica baseada em fotônica: óptica linear (OL) (Ladd *et al.*, 2010; Nielsen; Chuang, 2010; Imamoglu, 2003; Herrera-Martí *et al.*, 2010; Uhrig, 2007), dispositivos fotônicos (Schreier *et al.*, 2008; Chuang *et al.*, 1998; Ospelkaus *et al.*, 2008) e usando medição quântica não demolidora (QND) com não-linearidade cross-Kerr (XKNL) (Lin; Li, 2009; Sun; Ye, 2015; Xiu *et al.*, 2018; Dong *et al.*, 2018; Heo; Choi, 2021; Sousa *et al.*, 2019). Nesta abordagem, os qubits são codificados em estados de polarização de fótons e/ou em estados coerentes que são manipulados por meio de dispositivos ópticos, como espelhos, lentes e divisores de feixes.

Um exemplo notável de porta lógica reversível na computação quântica é a porta de Toffoli (Toffoli, 1980; Toffoli *et al.*, 1982; Saharia *et al.*, 2019), que opera em qubits e permite a reversão de suas operações, garantindo a consistência e a reversibilidade nos cálculos quânticos.

A porta Toffoli, em computação reversível, pode ser usada para implementar qualquer função lógica clássica (Innocenti *et al.*, 2020; Banchi *et al.*, 2016; Cao *et al.*, 2018; Samanta, 2019), mostrando que todas as operações lógicas podem ser realizadas sobre um computador quântico universal (Barenco *et al.*, 1995; Nielsen; Chuang, 2010).

A versatilidade da porta (Toffoli, 1980) torna-a uma porta quântica de múltiplos qubits muito desejável em sua implementação para computação quântica em larga escala (Nielsen;

Chuang, 2010; Gottesman, 1998). Quando associada a portas de um qubit, a porta Toffoli é universal para processamento de informações quânticas. Infelizmente, implementar uma porta Toffoli de alta fidelidade é difícil, pois envolve interação não linear de três qubits. A implementação da porta Toffoli com apenas portas de qubit único e de dois qubits requer seis portas NOT controladas e dez operações de único qubit de acordo com (Barenco *et al.*, 1995), por exemplo.

Apesar da dificuldade de implementação, a porta Toffoli foi implementada com: ressonância magnética nuclear (Cory *et al.*, 1998), óptica linear (Ralph *et al.*, 2007; Lanyon *et al.*, 2009; Huang *et al.*, 2017; Ru *et al.*, 2021; Li *et al.*, 2022), sistemas de armadilha de íons (Monz *et al.*, 2009), circuitos supercondutores (Mariantoni *et al.*, 2011; Fedorov *et al.*, 2012), interferômetro eletro-óptico de Mach-Zehnder (EO-MZI) (Awasthi *et al.*, 2022) e não linearidade cross-Kerr (XKNL) para detecções quânticas não demolidoras (Lin; Li, 2009)-(Heo; Choi, 2021).

Portanto, neste trabalho apresenta-se uma nova proposta para implementar a porta Toffoli para qubits baseados em polarização usando medição quântica não demolidora (QND) (Lin; Li, 2009; Sun; Ye, 2015; Heo; Choi, 2021), e aplicações dos mesmos para construção de portas reversíveis clássicas.

Esta tese está estruturada da seguinte forma: no Capítulo 2 é apresentada uma breve revisão de computação quântica, bits quânticos e portas quânticas de um e múltiplos qubits. Ainda nesse capítulo, é abordado qubits fotônicos, dispositivos ópticos lineares, parâmetros de Stokes e medição quântica não demolidora (QND). No Capítulo 3, apresenta-se uma proposta de configuração óptica capaz de implementar uma versão clássica da porta Toffoli para qubits baseados em polarização usando QND que, também, é analisada quanto ao seu desempenho usando dispositivos ativos reais, mostrando que é possível implementar uma porta Toffoli de múltiplos qubits e outras operações nesse sistema. No Capítulo 4, são mostradas algumas aplicações do sistema proposto no capítulo anterior. Por fim, no Capítulo 5, serão apresentadas as conclusões deste trabalho.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Introdução

Neste capítulo, apresenta-se a fundamentação teórica que motiva esse trabalho. Discorre-se também, sobre computação quântica, onde inclui os estudos de elementos básicos para o sistema como o bit quântico, portas quânticas de um e múltiplos qubits e o que realmente é usado como base para o circuito proposto que é a porta de múltiplos qubits, a porta Toffoli.

Ainda nesse capítulo, também é abordado os dispositivos ópticos como: moduladores de fase, divisores de feixes e divisor de feixe por polarização. Também será vista a aplicação dos qubits fotônicos que são os qubits de polarização e de estados coerentes, os parâmetros quânticos de Stokes e, por fim, a medição quântica não demolidora (QND).

2.2 Computação quântica

O modelo quântico de computação que é discutido aqui, é um esquema proposto no qual implementa a computação quântica usando estados coerentes e divisores de feixe, cuja geração será discutida nos próximos capítulos. É baseado no computador quântico óptico linear proposto por Knill, Laflamme e Milburn em 2001, conhecido agora como esquema KLM (Knill *et al.*, 2001, p. XX), que usa fótons para codificar o qubit no qual estimulou novos experimentos em óptica quântica e diversos aprimoramentos teóricos.

Quando reúne duas ou mais portas quânticas, as quais realizam operações unitárias sobre qubits, tem-se um circuito quântico, no qual a representação desses circuitos foi proposta primeiramente por Deutsch em 1980 (Deutsch, 1985), que desenvolveu um modelo para a computação quântica semelhante à Máquina de Turing. Este modelo era muito complexo, o que levou Deutsch a criar uma representação mais simples para a computação quântica que se assemelhava com os modelos de circuitos clássicos lógicos.

Em um circuito quântico cada qubit é representado por uma linha horizontal, com as portas lógicas a serem aplicadas no qubit sendo atravessadas por essa linha. As portas lógicas quânticas são representadas por caixas com o nome delas escrito dentro, com exceção de algumas portas que possuem uma notação mais econômica, por exemplo a CSWAP e CNOT, comentadas mais adiante. A computação é efetuada da esquerda para a direita.

2.2.1 Bit quântico

O bit é o objeto lógico com propriedades específicas de natureza fundamental da computação e informação clássicas, associado a um sistema clássico. O análogo desse bit clássico é o bit quântico ou abreviadamente, *qubit*, unidade básica da computação e informação quânticas. Tanto o bit clássico quanto o quântico são implementados como objetos físicos reais.

Da mesma forma que um bit clássico possui estados zero ou um, os estados possíveis de um qubit são $|0\rangle$ ou $|1\rangle$. A diferença entre eles é que os qubits podem estar em uma superposição da forma: $\mu|0\rangle + \nu|1\rangle$, onde μ e ν são quaisquer números complexos (Ralph *et al.*, 2003). Esses estados podem ser representados por um vetor em um espaço vetorial bidimensional:

$$|Q\rangle = \mu|0\rangle + \nu|1\rangle = \mu \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \nu \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

que satisfaz a base canônica na forma ortonormalizada, tal que $|\mu|^2 + |\nu|^2 = 1$, onde essa operação garante que a probabilidade de medir $|0\rangle$ é $|\mu|^2$ e a probabilidade de medir $|1\rangle$ é $|\nu|^2$ (Shor, 1994).

Como o computador quântico deve conter um sistema físico que é usado para representar a informação do bit quântico, em geral, qubits podem ser codificados ou implementados em sistemas de dois níveis, tais como estados de polarização de um fóton (horizontal ou vertical), elétrons em átomos de dois níveis (o que é uma aproximação), elétrons em poços quânticos, e spins nucleares.

A forma geral do estado puro de um qubit é:

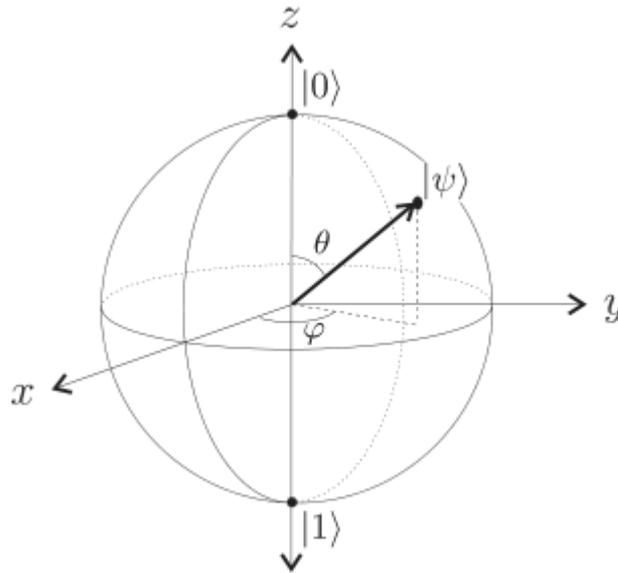
$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\sigma}{2}\right)|0\rangle + e^{j\tau}\sin\left(\frac{\sigma}{2}\right)|1\rangle. \quad (2.2)$$

Esse vetor de estado é frequentemente representado como um ponto na superfície de uma esfera tridimensional, conhecida como esfera de Bloch, conforme mostrado na Figura 1.

Na base computacional, isso pode ser escrito como o vetor coluna:

$$\begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\sigma}{2}\right) \\ e^{j\tau}\sin\left(\frac{\sigma}{2}\right) \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

Figura 1 – Estado de um qubit na esfera de Bloch



Fonte: (Kaye *et al.*, 2007)

2.2.2 Portas quânticas de um qubit

De acordo com Kaye *et al.* (2007), um operador unitário agindo em um sistema quântico bidimensional, qubit, é chamado de porta quântica de um qubit. Cada estado puro de um qubit é representado como um ponto na superfície da esfera de Bloch, ou equivalentemente como um vetor unitário cuja origem é fixada no centro da esfera de Bloch.

Uma porta quântica U de um qubit, por exemplo, transforma um estado quântico $|\psi\rangle$ em outro estado quântico $U|\psi\rangle$. Em termos da esfera de Bloch, a ação de U sobre $|\psi\rangle$ pode ser pensado como uma rotação do vetor de Bloch para $|\psi\rangle$ ao vetor de Bloch para $U|\psi\rangle$. Por exemplo, a porta NOT assume o estado $|0\rangle$ para o estado $|1\rangle$ (ou $|1\rangle$ para $|0\rangle$). Em termos da esfera de Bloch, essa ação ocorre devido a uma rotação por meio de um ângulo π em torno do eixo x .

As portas de Pauli, são operadores unitários correspondentes a portas de um qubit representadas por:

$$I \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad X \equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad Y \equiv \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \quad e \quad Z \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Essas portas servem como base dos operadores de rotação, que são gerados a partir da exponenciação. Os operadores são da forma $R_{\hat{n}}(\theta)$, e representam uma rotação de θ do qubit

sobre o eixo \hat{n} na esfera unitária do \mathbb{R}^3 :

$$R_x(\theta) \equiv e^{-j\theta X/2} = \cos\frac{\theta}{2}I - j\text{sen}\frac{\theta}{2}X. \quad (2.5)$$

$$R_y(\theta) \equiv e^{-j\theta Y/2} = \cos\frac{\theta}{2}I - j\text{sen}\frac{\theta}{2}Y. \quad (2.6)$$

$$R_z(\theta) \equiv e^{-j\theta Z/2} = \cos\frac{\theta}{2}I - j\text{sen}\frac{\theta}{2}Z. \quad (2.7)$$

Esses operadores de rotação possuem um papel muito importante na computação quântica porque, a partir deles, é possível recriar qualquer porta lógica quântica de um único qubit U , tal que:

$$U = R_z(\theta_1) \cdot R_y(\theta_2) \cdot R_z(\theta_3). \quad (2.8)$$

Conhecendo as matrizes I , X , Y e Z na base computacional, pode-se agora escrever as portas de rotação como matrizes na base computacional:

$$\begin{aligned} R_x(\theta) &= \begin{bmatrix} \cos(\frac{\theta}{2}) & -j\text{sen}(\frac{\theta}{2}) \\ j\text{sen}(\frac{\theta}{2}) & \cos(\frac{\theta}{2}) \end{bmatrix}, \\ R_y(\theta) &= \begin{bmatrix} \cos(\frac{\theta}{2}) & -\text{sen}(\frac{\theta}{2}) \\ \text{sen}(\frac{\theta}{2}) & \cos(\frac{\theta}{2}) \end{bmatrix}, \\ R_z(\theta) &= \begin{bmatrix} e^{-j\frac{\theta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{j\frac{\theta}{2}} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

2.2.3 Portas quânticas de múltiplos qubits

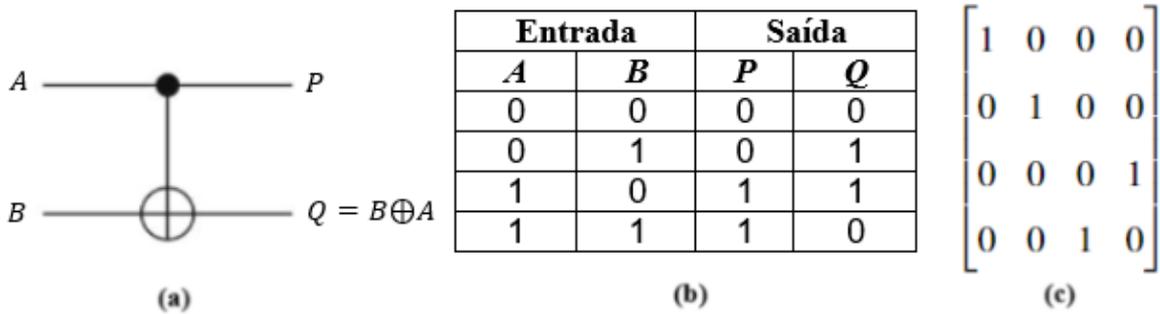
O conjunto de portas de um único qubit não é universal, isto é, não é suficiente para construir qualquer operação, sendo assim para realizar operações sobre n – *qubits*, é necessário utilizar portas de múltiplos qubits, ou seja, portas onde a entrada é dada por mais de um qubit.

Sabendo disso, nesse trabalho é utilizado as principais portas quânticas as quais realizam operações sobre dois e três qubits respectivamente. Essas portas possuem um ou/e dois qubits de controle, respectivamente, e um qubit alvo.

A porta CNOT, por exemplo, serve de base para a construção de circuitos universais quânticos e, utilizando ela em conjunto de outras de um único qubit, é possível reproduzir o comportamento de qualquer porta de múltiplos qubits.

Essa porta possui dois qubits de entrada, um chamado qubit de controle (qubit superior) e o outro chamado qubit alvo (qubit inferior). A representação do circuito da porta CNOT, sua tabela verdade e matriz são mostradas na Figura 2, respectivamente, onde \oplus pode ser vista a operação clássica XOR.

Figura 2 – (a) Circuito, (b) tabela verdade e (c) forma matricial que representa uma porta CNOT

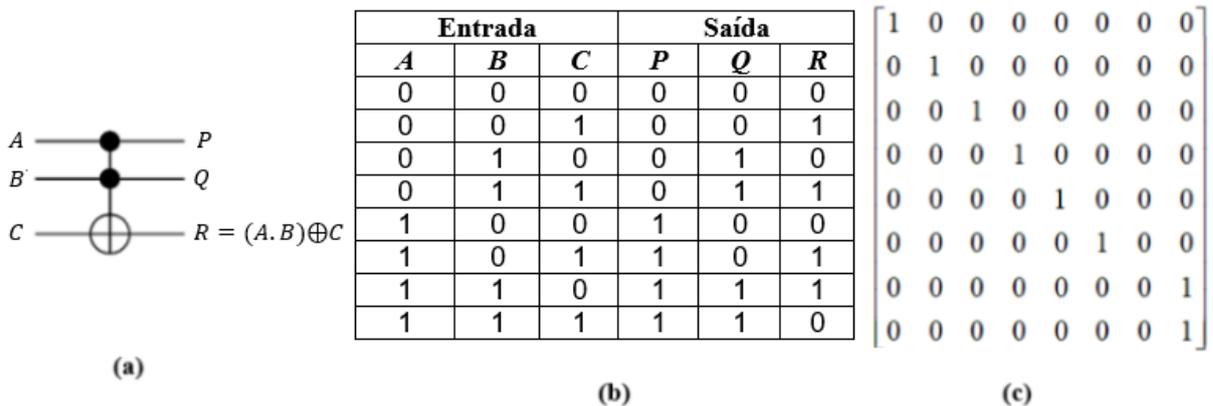


Fonte: próprio autor

A execução desta porta pode ser descrita da seguinte maneira, o qubit de controle não sofre nenhuma alteração tendo o qubit A como o controlador da negação do qubit B, ou seja, B será negado se, e somente se, $A = |1\rangle$.

A porta CNOT com resultados satisfatórios é uma das metas de muitos cientistas, uma vez que, qualquer circuito quântico pode ser construído usando portas de um qubit e CNOT's. Muitas portas quânticas tal como as próprias CNOTs, podem ser implementadas para qubits com codificação de fóton e/ou qubit codificado usando os modos auxiliares, interferômetro óptico linear passivo, detectores de fótons únicos, contadores de fótons e estados entrelaçados (Vasconcelos, 2006; Ralph *et al.*, 2003).

Figura 3 – (a) Circuito, (b) tabela verdade e (c) forma matricial que representa uma porta Toffoli



Fonte: próprio autor

A porta Toffoli (C^2 -NOT) é uma porta reversível de três qubits que realiza a operação NOT no terceiro qubit somente quando os dois primeiros qubits são $|1\rangle$ e, de outra forma, a deixa inalterada. A representação do circuito da porta C^2 -NOT, sua tabela verdade e matriz são mostradas na Figura 3, respectivamente.

A porta Toffoli quântica pode ser usada para simular portas lógicas clássicas irreversíveis, da mesma forma que a porta Toffoli clássica, garantindo que computadores quânticos sejam capazes de realizar qualquer operação que possa ser realizada por um computador clássico. Combinada com a porta Hadamard de um qubit, a porta Toffoli torna-se universal (Aharonov, 2003).

Partindo desse conceito, vários trabalhos também utilizam-se de sua implementação como, por exemplo, o trabalho de Ru *et al.* (2021), onde os autores propõem experimentalmente a porta Toffoli determinística, na qual utilizam o momento angular orbital e graus de liberdade de polarização de fóton único. Cao *et al.* (2018) apresentam um método para implementá-la usando uma matriz de cavidades acopladas com um átomo de três níveis. Levine *et al.* (2019) implementam a porta Toffoli para demonstrar o processamento de informações quânticas de alta fidelidade em uma plataforma escalonável de átomo neutro. Rasmussen *et al.* (2020) apresentam uma implementação de portas Toffoli arbitrárias de n-bits com base na condução ressonante de um único qubit para correção de erros quânticos com fidelidades acima de 0,98 mesmo na presença de decoerência e, por fim, Murphy & Brown (2019) demonstram circuitos com portas Toffoli para correção, minimização e otimização de erros, para a melhoria da probabilidade de sucesso.

Figura 4 – (b) Tabela verdade, (a) e (c) circuitos de uma Porta Peres



Fonte: próprio autor

A porta Peres, além de ser mais um exemplo, usada também nesse trabalho por ser uma porta lógica reversível composta de uma porta Toffoli e de uma porta CNOT. A Figura 4 mostra as ilustrações do circuito e sua tabela verdade, onde é possível notar que uma porta Peres

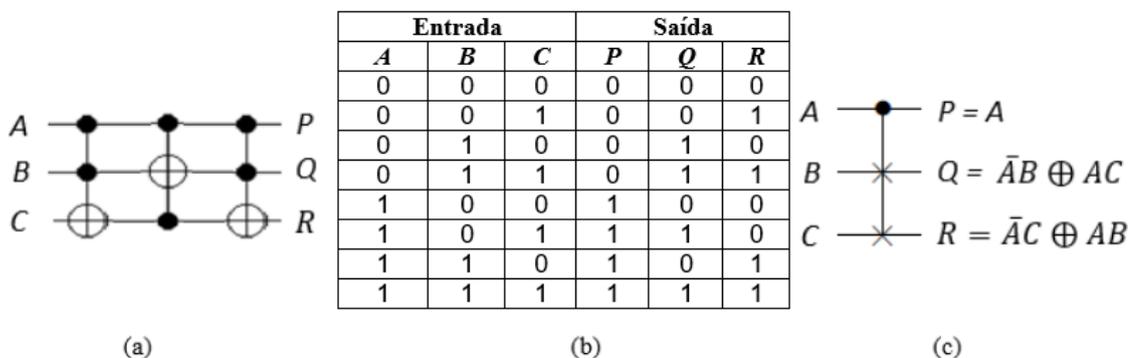
3 x 3 (Peres, 1985), na qual a sua de entrada é $(A, B$ e $C)$ e a saída é $(P, Q$ e $R)$, onde: $P = A$, $Q = A \oplus B$ e $R = AB \oplus C$.

A ideia de utilizar a aplicação em circuito como o meio somador, pois ele é um exemplo de circuito que soma dois inteiros de n bits, usando essencialmente o mesmo algoritmo para circuitos básicos, pois o elemento básico desse circuito é o menor circuito conhecido. Um meio somador toma dois bits na entrada, x e y , e retorna a sua soma módulo 2 ($x \oplus y$), junto com o bit de transporte igual a 1 se x e y forem iguais a 1, ou 0 caso contrário.

Pode-se ainda, através de dois meio somadores em cascata, formar um somador completo. Seu funcionamento consiste em receber três bits na entrada: x , y e c . Os bits x e y são os que devem ser adicionados, ao passo que c é um bit de transporte resultante de uma computação entre x e y anteriormente realizada e, assim, o circuito retorna dois bits. Uma das saídas é a soma $x \oplus y \oplus c$. O segundo bit de saída, c' , é um bit de transporte igual a 1, se dois ou mais bits na entrada forem iguais a 1, e, caso contrário, igual a 0. Como aplicação, associa-se em cascata vários desses somadores completos obtendo um circuito para adicionar dois inteiros de n -bits.

A porta Fredkin, ou porta SWAP controlada (C-SWAP), é uma porta lógica universal que pode ser usada para executar qualquer operação lógica ou aritmética. A porta Fredkin tem três entradas (A, B e C), sendo uma entrada de controle (A) e duas entradas de destino (B e C). A saída da porta Fredkin ($P = A, Q$ e R) é uma operação SWAP entre as duas entradas de destino (B e C) se o estado da entrada de controle A for igual a 1.

Figura 5 – (b) Tabela verdade, (a) e (c) circuitos de uma Porta Fredkin com o qubit A controlado



Fonte: próprio autor

2.3 Dispositivos ópticos, qubits fotônicos, parâmetros de Stokes e QND

Nessa seção será descrito brevemente os principais dispositivos ópticos utilizado neste trabalho, bem como a descrição de qubits fotônicos, parâmetros de Stokes e medição quântica não demolidora (QND).

2.3.1 Fotodetectores

O componente essencial utilizado para detecção de luz em qualquer sistema óptico de comunicação, é um dispositivo semiconductor, o fotodetector. Quando a energia luminosa incide na estrutura do fotodetector, cada fóton pode ocasionar a transferência de um elétron da banda de valência para a banda de condução.

Quando salta para a banda de condução, o elétron pode, juntamente com os demais elétrons dessa camada, dar origem a um fluxo eletrônico, ou seja, uma corrente elétrica. Para que essa corrente elétrica seja detectada, faz-se necessário construir um circuito de fotodetecção.

Os tipos de fotodetectores mais utilizados em informações e comunicações ópticas são os fotodiodos de avalanche, conhecidos como APD e que são utilizados em detecção de fótons isolados e o fotodiodo PIN (Mendonça; Ramos, 2005).

Fotodetectores PIN são dispositivos semicondutores que consistem em uma junção P-N com uma camada intrínseca entre as camadas P e N. A camada intrínseca é uma camada de material semiconductor com dopagem muito baixa, o que significa que ela tem uma densidade de portadores muito baixa.

Quando a junção P-N é polarizada inversamente, um campo elétrico é criado na região de depleção. Quando um fóton é absorvido na região de depleção, ele pode gerar um par elétron-buraco. O elétron é atraído pelo lado N da junção e o buraco é atraído pelo lado P da junção. Isso cria uma corrente elétrica que pode ser medida.

A eficiência quântica (η) de um fotodetector PIN é a fração de fótons incidentes que geram um par elétron-buraco. A eficiência quântica de um fotodetector PIN típico é de 70% a 90%.

A contagem ou probabilidade de escuro (P_{dark}) de um fotodetector é a corrente elétrica que é gerada na ausência de luz. A contagem de escuro é causada por portadores térmicos que são gerados na região de depleção. A contagem de escuro de um fotodetector PIN típico é de 10 a 100 pA.

Já os fotodetectores APD são um tipo especial de fotodetector PIN que usa um efeito chamado avalanche para gerar uma corrente elétrica maior. Quando um fóton é absorvido na região de depleção de um APD, ele pode gerar um avalanche de portadores elétricos. Isso resulta em uma corrente elétrica muito maior do que a que seria gerada por um fotodetector PIN sem avalanche.

A eficiência quântica de um APD pode ser muito alta, chegando a 99% ou mais. A contagem de escuro de um APD também pode ser muito baixa, chegando a 1 a 10 fA.

2.3.2 Rotacionadores de polarização

Os rotacionadores de polarização são utilizados para rotacionar o estado de polarização do sinal de entrada, ou seja, para acoplar os dois sinais modulados em polarizações diferentes. Isso se dá de maneira que, os sinais de entrada tenham polarizações que possam ser combinados sem haver interferência. Nesse trabalho, utiliza-se a rotação em 90° ou $\pi/2$, ou seja, a simbologia adotada é $R(\pi/2)$. Na literatura, os rotacionadores, geralmente, é uma placa de meia onda e na literatura experimental, geralmente são utilizados como as células de Pockels.

Sistemas ópticos utilizando as células de Pockels também funcionam corretamente quando estados coerentes são utilizados (Brito; Ramos, 2006).

Usando um operador unitário nos modos polarizados para fóton único $|\alpha, \beta\rangle$, é possível aplicar um deslocamento de fase ϕ , tornando em $|\alpha e^{i\theta/2}, \beta e^{i\theta/2}\rangle$, operador unitário U_ϕ , é (Saleh; Teich, 2019; Born; Wolf, 1999).

$$\hat{U}_\phi = e^{i\phi(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 - \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2)/2}. \quad (2.10)$$

No entanto, para aplicar uma rotação geométrica θ sobre o mesmo fóton, o operador unitário R_θ corresponde a:

$$\hat{R}_\theta = e^{i\theta[i(\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1 - \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2)]/2}, \quad (2.11)$$

definidos pelos autoestados do operador de aniquilação \hat{a} (ou criação \hat{a}^\dagger).

Logo,

$$|\alpha, \beta\rangle = |\beta \sin(\theta) + \alpha \cos(\theta), \beta \cos(\theta) - \alpha \sin(\theta)\rangle. \quad (2.12)$$

2.3.3 Moduladores de fase

Os moduladores de fase adicionam uma fase θ ao sinal óptico que atravessa. Seu operador unitário correspondente é dado por (Oliveira *et al.*, 2013):

$$\hat{U} = \exp(j\theta\hat{a}^\dagger\hat{a}). \quad (2.13)$$

Se o sinal de entrada for um estado coerente $|\alpha\rangle$, o estado de saída será dado por $|e^{j\theta}\alpha\rangle$. Uma aplicação para o modulador de fase é quando ele funciona como a porta NOT aplicando $\theta = \pi$.

2.3.4 Divisores de feixe

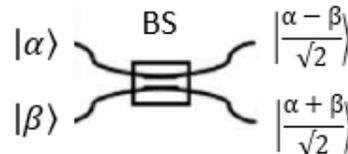
Os divisores de feixes são usados em diferentes esquemas usando computação quântica óptica, pois realiza uma função importante na geração de superposição de estados. Sabendo que \hat{a}^\dagger é o operador de criação, tendo em vista o operador unitário de um BS sem perda (ideal) (Leonhardt, 1997), definido conforme a seguir:

$$\hat{B} = \exp[\pi(\hat{a}_1\hat{a}_2^\dagger + \hat{a}_1^\dagger\hat{a}_2)/4], \quad (2.14)$$

com coeficientes de reflexão e transmissão $r = \text{sen}(\theta/2) = (1 - \eta)^{1/2}$ e $t = \text{cos}(\theta/2) = \eta^{1/2}$, respectivamente. Assim, quando dois estados coerentes $|\alpha\rangle$ e $|\beta\rangle$ passam por esse dispositivo 50/50 ($\theta = \pi/4$), conforme apresentado na Figura ??, o estado resultante na saída é:

$$|\alpha, \beta\rangle \xrightarrow{BS} |(\alpha - \beta)/\sqrt{2}, (\alpha + \beta)/\sqrt{2}\rangle. \quad (2.15)$$

Figura 6 – Representação de um divisor de feixe 50/50 ($\theta = \frac{\pi}{4}$), mostrando as duas entradas e as duas saídas

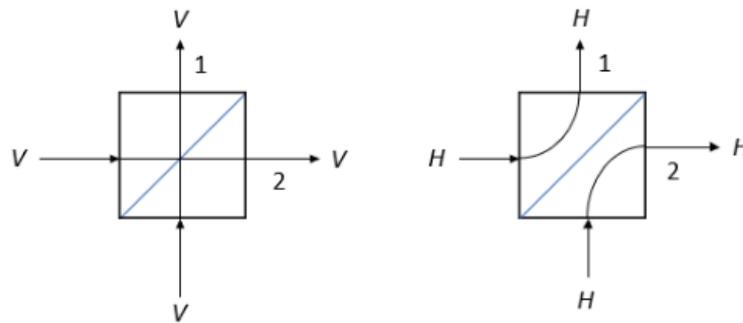


Fonte: próprio autor

2.3.5 Divisor de feixe por polarização

O divisor de feixe por polarização, ou simplesmente PBS, é um divisor de feixe que funciona como mostrado na Figura ???. Os feixes de luz polarizados horizontalmente (V) são transmitidos, enquanto que os feixes polarizados verticalmente (H) são refletidos.

Figura 7 – Representação e guiamento dos estados vertical e horizontal de polarização através de um divisor de feixe polarizado



Fonte: próprio autor

2.3.6 Qubits de polarização e de estados coerentes

Uma maneira simples de representar um qubit é usando a polarização do campo eletromagnético de um fóton, que pode ser horizontal (H) ou vertical (V), conhecida como qubit de polarização. Nesse contexto, os estados lógicos dos qubits são codificados como $|0\rangle = |H\rangle$ e $|1\rangle = |V\rangle$. No entanto, para codificar e decodificar esses qubits, são necessárias placas de meia-onda, quarto de onda e divisores de feixes por polarização. Todos os sistemas quânticos são sistemas abertos mesmo que a interação com o meio seja muito pequena. Em uma rede óptica, apesar da fraca interação dos qubits fotônicos (sistemas quânticos) em uma fibra óptica (canal), a descoerência atuará na atenuação, despolarização e/ou dispersão dos qubits quando se propagam na fibra óptica.

Outra abordagem para representar qubits na óptica envolve o uso de estados coerentes. Esses estados são autoestados do operador de aniquilação \hat{a} (ou criação \hat{a}^\dagger) com um autovalor complexo chamado α , e foram introduzidos por R. J. Glauber em 1963 (Glauber, 1963). O estado coerente pode ser expresso na base dos estados de Fock, que são estados relacionados ao

número de fótons e é dado por:

$$|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (2.16)$$

quando $\alpha = 0$, o estado coerente $|\alpha\rangle$ se torna o estado vácuo.

Estados coerentes não são estados ortogonais e o produto interno de estados coerentes com amplitudes α e β é dado por

$$|\langle\beta|\alpha\rangle|^2 = e^{-|\alpha-\beta|^2}, \quad (2.17)$$

onde estados coerentes são aproximadamente ortogonais para $|\alpha - \beta| \gg 1$.

Um estado coerente pode ser caracterizado pelo campo gerado por um laser operando bem acima do limiar. E, estado coerente polarizado, pode ser convenientemente representado como um estado coerente de dois modos, ou dois estados coerentes de modo único em direções ortogonais, que será o próximo assunto abordado.

2.3.7 *Parâmetros quânticos de Stokes e polarização de estados coerentes*

Utiliza-se a polarização neste trabalho, pois é uma propriedade que pode ter aplicações diversas em comunicação e computação quânticas. Embora, de certa forma, a polarização tenha uma definição simples baseada na trajetória descrita pelo vetor campo elétrico, quando estados quânticos da luz são considerados, a definição se torna mais complexa e o grau de polarização, ou seja, o quanto a luz é polarizada, passa a depender do número de fótons do estado.

Porém, para descrever esse estado de polarização é utilizado os parâmetros de Stokes e seus análogos, pois os operadores de Stokes são ferramentas adequadas para a descrição da polarização quântica de estados contínuos da luz.

De acordo com a descrição, S_0 caracteriza a potência total da luz tanto polarizada quanto despolarizada, S_1 é a diferença entre as potências da luz polarizada na vertical e na horizontal, S_2 é a diferença entre as potências da luz polarizada a -45° e a 45° e, finalmente, S_3 representa a diferença entre as potências da luz polarizada circular à direita e circular à esquerda.

O grau de polarização da luz na visão clássica é definido como (Hecht, 2017):

$$P_c = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0}. \quad (2.18)$$

Classicamente, quando o grau de polarização é igual a zero, $P_c = 0$, significa que a luz é totalmente despolarizada. No entanto, quando analisa um sistema quântico, essa condição é necessária mas não suficiente, ou seja, mesmo quando o grau de polarização é zero, não significa que a luz é totalmente despolarizada. Isso ocorre por causa das correlações que contribuem para o grau de polarização quântico.

Segundo Luis (2002), para um sistema quântico, os parâmetros de Stokes são os operadores correspondentes aos parâmetros de Stokes clássicos:

$$\hat{S}_0 = \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2, \quad (2.19)$$

$$\hat{S}_1 = \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 - \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2, \quad (2.20)$$

$$\hat{S}_2 = \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 + \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1, \quad (2.21)$$

$$\hat{S}_3 = i(\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1 - \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2). \quad (2.22)$$

De (2.19) a (2.22), \hat{a}_1^\dagger e \hat{a}_1 são os operadores aplicados ao primeiro modo do estado, enquanto \hat{a}_2^\dagger e \hat{a}_2 são os operadores aplicados ao segundo modo do estado. Os operadores \hat{S}_1 , \hat{S}_2 e \hat{S}_3 não comutam, ou seja, não se pode medir qualquer dois desses valores simultaneamente e obtermos certeza absoluta em seus valores:

$$[\hat{S}_2, \hat{S}_3] = i2\hat{S}_1. \quad (2.23)$$

Os valores médios dos operadores quânticos de Stokes para um estado coerente $|\psi\rangle = |\alpha\rangle_H |\beta\rangle_V = |\alpha, \beta\rangle_{HV}$, são dados por:

$$\langle \hat{S}_0 \rangle = |\alpha|^2 + |\beta|^2, \quad (2.24)$$

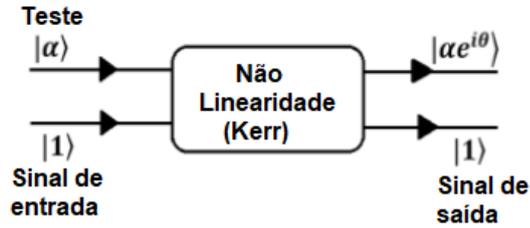
$$\langle \hat{S}_1 \rangle = |\alpha|^2 - |\beta|^2, \quad (2.25)$$

$$\langle \hat{S}_2 \rangle = (\alpha^* \beta + \alpha \beta^*), \quad (2.26)$$

$$\langle \hat{S}_3 \rangle = i(\alpha \beta^* - \alpha^* \beta). \quad (2.27)$$

Os resultados mostrados desde (2.24) a (2.27) são iguais aos valores obtidos classicamente.

Figura 8 – O estado coerente obtém o deslocamento de fase θ devido à co-propagação com o único fóton em um meio com alta não linearidade cross-Kerr



Fonte: próprio autor

2.3.8 Medição quântica não demolidora (QND)

As primeiras ideias a respeito de medida quântica não demolidora surgiram na década de 1970, propostas por Braginsky *et al.* (1980). A característica dessa medida é que ela permite medir um observável de um sistema, sem que sua evolução seja alterada, e para contornar as limitações impostas pelo princípio da incerteza de Heisenberg ao realizar medições repetidas de estados quânticos (Grangier *et al.*, 1998). A maioria dos métodos propostos baseiam-se em efeitos não lineares.

A medição não demolidora utiliza-se de um único fóton e um estado coerente que se propagam em um meio não linear. Esses estados coerentes captam uma mudança de fase que depende do tempo de interação e do valor do coeficiente não linear (Sousa *et al.*, 2019). Isso ocorre introduzindo uma fase θ ao estado coerente $|\alpha\rangle$ quando este e um único fóton $|1\rangle$ propagam em um meio com alta não linearidade cross-Kerr, conforme mostrado na Figura ??.

Nesse esquema, o estado coerente $|\alpha\rangle$ (teste) toma uma mudança de fase que depende do tempo de interação e da força do coeficiente não linear:

$$e^{iH_{QND}/\hbar}|1\rangle_s|\alpha\rangle_p = |1\rangle_s|\alpha e^{i\kappa t}\rangle_p. \quad (2.28)$$

sendo t o tempo de interação. Em consequência, o estado número mantém-se inalterado pela interação enquanto o estado coerente $|\alpha\rangle$ sofre um deslocamento de fase diretamente proporcional ao número de fótons. A medição da fase ϕ por detecção homódina determina o número de n -fótons do modo sinal, uma vez que $\phi = n\theta$ e $\theta = \kappa t$, motivo no qual o meio Kerr é colocado dentro de um interferômetro de Mach-Zehnder, salientando que a variação da fase no estado coerente não identifica a polarização (vertical ou horizontal).

A expressão (2.28) é obtida através do Hamiltoniano $H_{QND} = \hbar\kappa a_s^\dagger a_s a_p^\dagger a_p$, κ é a força da não linearidade, a_s^\dagger (a_s) são os operadores de criação (aniquilação) do modo de sinal,

enquanto $a_p^\dagger(a_p)$ são os operadores do modo teste.

O interferômetro é ajustado de modo que, quando houver detecção nas saídas, significará ausência (presença) de um fóton no modo sinal. Para ser possível detectar a presença de um fóton isolado, a condição $\theta = \kappa t > \pi/(2\langle n \rangle^{1/2})$ deve ser satisfeita (Grangier *et al.*, 1998; Kok *et al.*, 2002), onde $\langle n \rangle = |\alpha|^2$ é o número médio de fótons do estado coerente $|\alpha\rangle$. Portanto, a amplitude do estado coerente a_s^\dagger deve ser grande o suficiente para obedecer à condição $|\alpha|\kappa t \gg 1$. Condição essa nada fácil de ser obtida, devido à baixa não linearidade existente nas fibras ópticas, mas a obtenção da não linearidade Kerr através do uso de transparência eletromagnética induzida (Schmidt; Imamoglu, 1996) pode tornar possível a medição QND de fótons isolados.

Vários esquemas foram propostos utilizando a medição quântica não demolidora para garantir nos esquemas de processamento de informações quânticas uma alta eficiência, desempenho confiável, implementação eficiente e uma boa probabilidade de sucesso.

Para isso, Heo & Choi (2021) projetam uma porta experimental viável, compreendendo portas ópticas não lineares via meios utilizando as não linearidades cruzadas de Kerr e dispositivos ópticos lineares, em três qubits fotônicos, considerando um caso ideal sem qualquer efeito de decoerência, alcançou uma alta eficiência (baixa probabilidade de erro: $P_{err} < 10^{-3}$) para todas as portas ópticas não lineares.

Para essa condição experimental, utilizaram um estado coerente de alta potência diminuindo a influência do efeito de decoerência. Consequentemente, usando algumas operações quânticas controladas, a porta Toffoli experimentalmente viável proposta pode ser implementada com alta eficiência e desempenho confiável.

Xiu *et al.* (2018) propuseram um esquema de construção de uma porta quase determinística baseada em não linearidades cruzadas de Kerr fracas. Com base nos parâmetros do deslocamento de fase praticável $\theta \approx 18 \mu rad$, os pesquisadores encontraram uma eficiência dos detectores de até $\eta_r = 91\%$.

Auxiliado pelo grau de liberdade espacial, os autores propuseram transformações de troca e transformações de fóton único realizadas condicionando aos resultados da medição realizada no estado coerente, pretendendo completar a construção da porta Toffoli, que reduz bastante a complexidade da construção e é mais eficiente que a porta convencional, aumentando a viabilidade de experimentos com métodos de medições maduros e elementos tornando as operações ópticas simples.

Implementando um circuito via fraca não linearidade cross-Kerr e proposta clássica,

Sun & Ye (2015) projetaram um circuito óptico eficiente para obtenção de uma porta de alta fidelidade, testando diferentes detectores para minimizar a influência de ruídos, onde não precisa de fótons auxiliares externos de fácil implementação, encontrou em seu esquema, através de quatro conjuntos de portas de saída e a probabilidade total de sucesso para cada conjunto de portas de saída, cerca de 25% sem fóton único auxiliar.

Durante este esquema, as operações de controle baseadas em medições aplicadas nos feixes coerentes da sonda e nas portas de saída são essenciais para obter alta probabilidade de sucesso. A característica proeminente deste esquema são seus quatro conjuntos de portas de saída. Com o desenvolvimento da operação de realimentação clássica gradualmente madura e exata, espera-se que a probabilidade de sucesso seja melhorada para aproximadamente 100%.

Outro destaque do presente esquema é a implementação de um emaranhamento de polarização baseado no cruzamento duplo nos processos de modulação de fase. É esse emaranhamento de polarização que estimula a preparar uma porta Toffoli quântica quase determinística. Como a análise acima, esse protocolo não só tem uma alta probabilidade e fidelidade, mas também pode ser amplamente utilizado para computação clássica universal reversível.

Tiarks *et al.* (2016) em seus experimentos mais recentes e de última geração, demonstraram através da construção de uma porta determinística fóton-fóton, a mudança de fase óptica π criada por um pulso de fóton único. Em seu experimento, um pulso de controle de fóton único com um número médio de fótons de 0,6 é armazenado em um estado Rydberg. Em seguida, um pulso de fóton alvo com número médio de fótons de 0,9 se propaga, onde o fóton alvo experimenta uma mudança de fase controlada de até π .

A construção torna-se possível se um pulso de luz contendo apenas um fóton imprimir uma mudança de fase π em outro campo de luz. A demonstração experimental se dá através de um primeiro pulso de luz contendo menos de um fóton em média é armazenado em um gás atômico. O bloqueio de Rydberg combinado com a transparência induzida eletromagneticamente cria uma mudança de fase para um segundo pulso de luz, que se propaga através do meio. Medindo a mudança de fase π do segundo pulso quando pós-selecionado os dados após a detecção de um fóton recuperado do primeiro pulso.

Aqui, os autores mostram que as deficiências dos experimentos existentes podem ser superadas armazenando um pulso de luz de controle em um meio, deixando um pulso de luz alvo se propagar através do meio e, eventualmente, recuperando a excitação de controle armazenada. O armazenamento e a recuperação contornam o teorema do impedimento porque ele se aplica

apenas a dois campos de luz que se propagam simultaneamente. A medição é realizada na mudança de fase controlada, ou seja, quanto a presença do pulso de controle altera a fase do pulso alvo. As fortes interações Rydberg para criar uma grande mudança de fase controlada, onde o pulso de controle de entrada contém em média 0,6 fótons, obtendo uma mudança de fase controlada de $3,3 \pm 0,2$ rad, que foi pós-selecionada após a detecção de um fóton de controle recuperado.

3 PORTA TOFFOLI BASEADA EM QND PARA QUBITS DE POLARIZAÇÃO

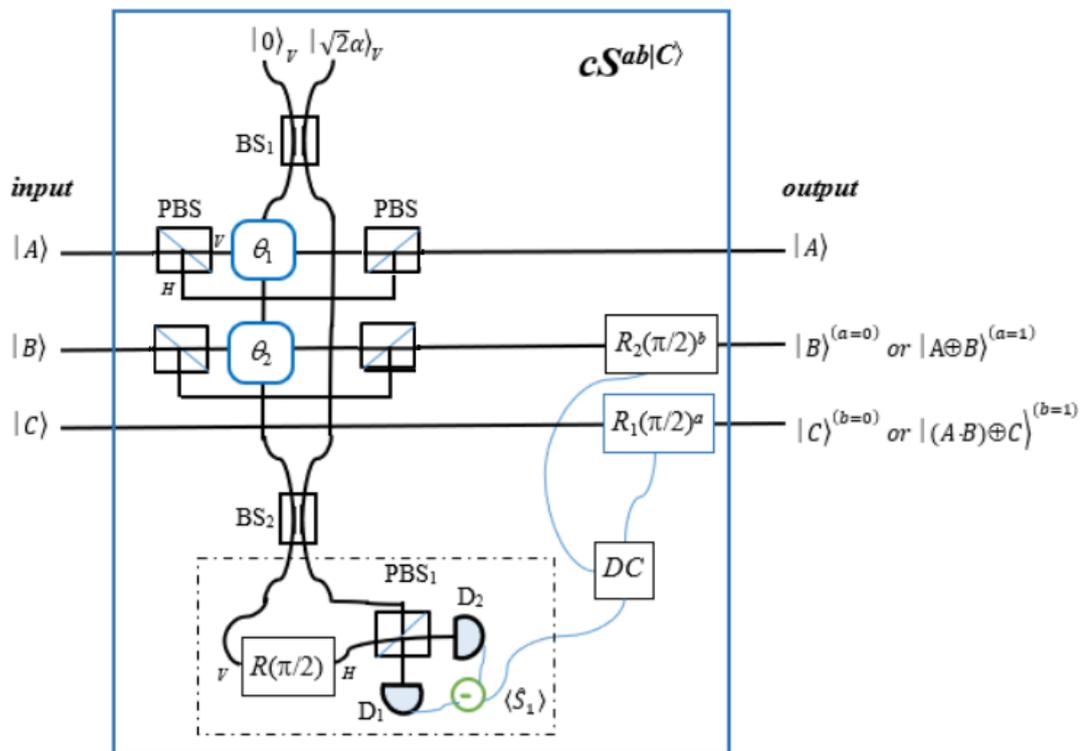
3.1 Introdução

Após fundamentar brevemente todo o trabalho, nesse capítulo é apresentada um *hardware* óptico (Policarpo; Silva, 2023), um aparato teórico que se comporta como a porta Toffoli usando QND para qubits de polarização, seu desempenho é analisado para BS ideais, e uma generalização é proposta para $n + 1$ bits.

3.2 Aparato óptico da porta Toffoli

A configuração óptica básica capaz de implementar a porta Toffoli para qubit baseado em polarização usando medição quântica não demolidora (QND) é mostrada na Figura 9.

Figura 9 – Esquema óptico baseado em fibra em que é possível implementar a porta Toffoli para qubit baseado em polarização usando medição quântica não demolidora



Fonte: próprio autor

Este sistema possui: divisores de feixe balanceados (BS), divisores de feixe de polarização (PBS), rotacionadores de polarização (R), fotodetectores (D_1 , D_2), circuito de decisão (DC) e um subsistema $R(\pi/2)$ - PBS_1 - D_1 - D_2 que funciona como um polarímetro que

mede o parâmetro de Stokes S_1 conforme em (2.25) pelo estado bimodal coerente $|\alpha, \beta\rangle_{HV}$.

Dependendo do resultado medido por este polarímetro, o DC ligará ou não $R(\pi/2)$ que funciona como uma porta NOT no qubit $|C\rangle$ baseado em polarização.

As informações lógicas 0 e 1 são codificadas nos estados de polarização ortogonal (H-horizontal e V-vertical) para qubit único, ou seja, o bit 0 é representado por $|H\rangle$ ($|H\rangle = |0\rangle$) e o bit 1 para $|V\rangle$ ($|V\rangle = |1\rangle$) (Nielsen; Chuang, 2010; Saharia *et al.*, 2019).

Conforme mostrado na Figura 9, os estados de entrada $|A\rangle$ e $|B\rangle$ são os qubits de controle e o estado $|C\rangle$ é o qubit alvo da porta Toffoli. O estado coerente bimodal na entrada de BS_2 é $|\alpha e^{j\Sigma\theta}, \alpha\rangle$, a interação com $|A\rangle(|B\rangle)$ que se propagou através do caminho $PBS - \theta_{1(2)}^{A(B)} - PBS$, após sofrer interferência em BS_2 e antes de PBS_1 é

$$\left| \alpha \left(\frac{e^{j\Sigma\theta} + 1}{\sqrt{2}} \right), \alpha \left(\frac{e^{j\Sigma\theta} - 1}{\sqrt{2}} \right) \right\rangle_{HV}, \quad (3.1)$$

onde $\Sigma\theta = \theta_1^A + \theta_2^B$ se $|A\rangle = |V\rangle$ ($\theta_1^A \neq 0$) e $|B\rangle = |V\rangle$ ($\theta_2^B \neq 0$), caso contrário $\Sigma\theta = 0$. Aplicando (3.1) em (2.25), o valor médio medido de $\langle \hat{S}_1 \rangle$ é

$$\langle \hat{S}_1 \rangle = 2|\alpha|^2 \cos(\Sigma\theta). \quad (3.2)$$

Em (3.2), pode ser visto que, se $\theta_1^A = \theta_2^B = \pi/2$ ($\Sigma\theta = \pi$) implica que $\langle \hat{S}_1 \rangle < 0$, ou seja, ambos os qubits de controle, $|A\rangle$ e $|B\rangle$ são iguais a $|V\rangle$, então o circuito de decisão DC, conforme mostrado na Figura 9, ativa o rotacionador de polarização R_1 , porta NOT (X) em (2.4), para alterar o estado de polarização do qubit alvo $|C\rangle$. Se $\langle \hat{S}_1 \rangle \geq 0$, R_1 permanece desligado. Assim, o circuito mostrado na Figura 9 é capaz de implementar classicamente a porta Toffoli para qubits baseados em polarização.

3.3 Desempenho

Na análise de desempenho do circuito da Figura 9, inicia-se com o cálculo da probabilidade de sucesso, considerando apenas dispositivos cross-Kerr reais, introduzindo uma pequena variação de fase δ . O estado na saída do circuito, antes da medição $\langle \hat{S}_1 \rangle$ dado por (3.2), será $|\Psi_{AB\delta}\rangle = |AB\rangle |\alpha(e^{j(\Sigma\theta \pm \delta)} - 1)/\sqrt{2}, \alpha\rangle |\alpha(e^{j(\Sigma\theta \pm \delta)} + 1)/\sqrt{2}\rangle_{HV}$. Então a probabilidade de sucesso P_{succ} será dada por:

$$P_{succ} = \frac{1}{4} (\langle \Psi_{HH0} | \rho_{HH\delta} | \Psi_{HH0} \rangle + \langle \Psi_{HV0} | \rho_{HV\delta} | \Psi_{HV0} \rangle + \langle \Psi_{VH0} | \rho_{VH\delta} | \Psi_{VH0} \rangle + \langle \Psi_{VV0} | \rho_{VV\delta} | \Psi_{VV0} \rangle), \quad (3.3)$$

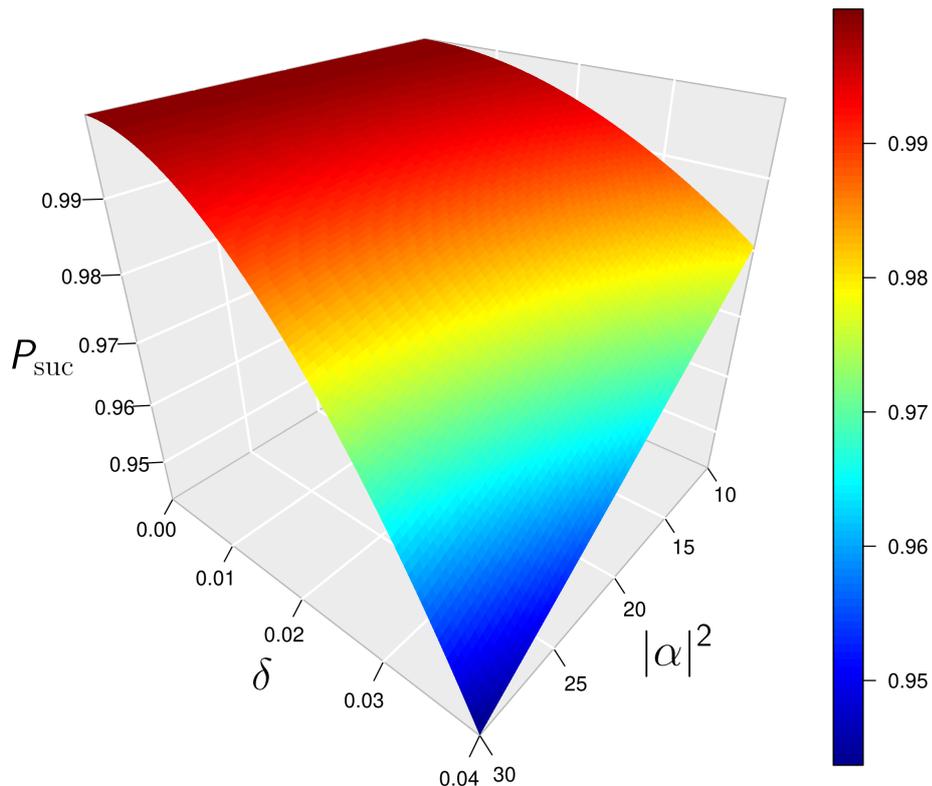
onde $\rho_{AB\delta} = |\Psi_{AB\delta}\rangle\langle\Psi_{AB\delta}|$ é a matriz de densidade de $|\Psi_{AB\delta}\rangle$ para $\delta \neq 0$.

Associado a probabilidade de escuro p_{dark} e eficiência quântica η para os fotodetectores, [3.3] será dada por:

$$P_{succ} = (1 - p_{dark})^2 \frac{e^{-4|\alpha|^2 \sin^2(\delta/2)} (1 - e^{-2|\alpha|^2 \eta \cos^2(\delta/2)}) e^{-2|\alpha|^2 \eta \sin^2(\delta/2)}}{2} + (1 - p_{dark})^2 \frac{e^{-4|\alpha|^2 \sin^2(\delta/2)} (1 - e^{-2|\alpha|^2 \eta [1 + \sin(\delta)]}) (1 - e^{-2|\alpha|^2 \eta [1 - \sin(\delta)]})}{2}, \quad (3.4)$$

onde pode-se inferir que o esquema tem uma probabilidade de sucesso de 19/20 (para $\delta = 0,04$ radianos com $|\alpha|^2 = 25$, $p_{dark} = 10^{-6}$ e $\eta = 0,9$). Na Figura ?? é apresentado o comportamento da probabilidade de sucesso em função do número médio de fótons $|\alpha|^2$ e da variação de fase δ para detectores de fótons com um valor fixo de probabilidade de contagem de escuro $p_{dark} = 10^{-6}$. Nota-se que, a variação de fase δ afeta a qualidade e desempenho de um sistema óptico.

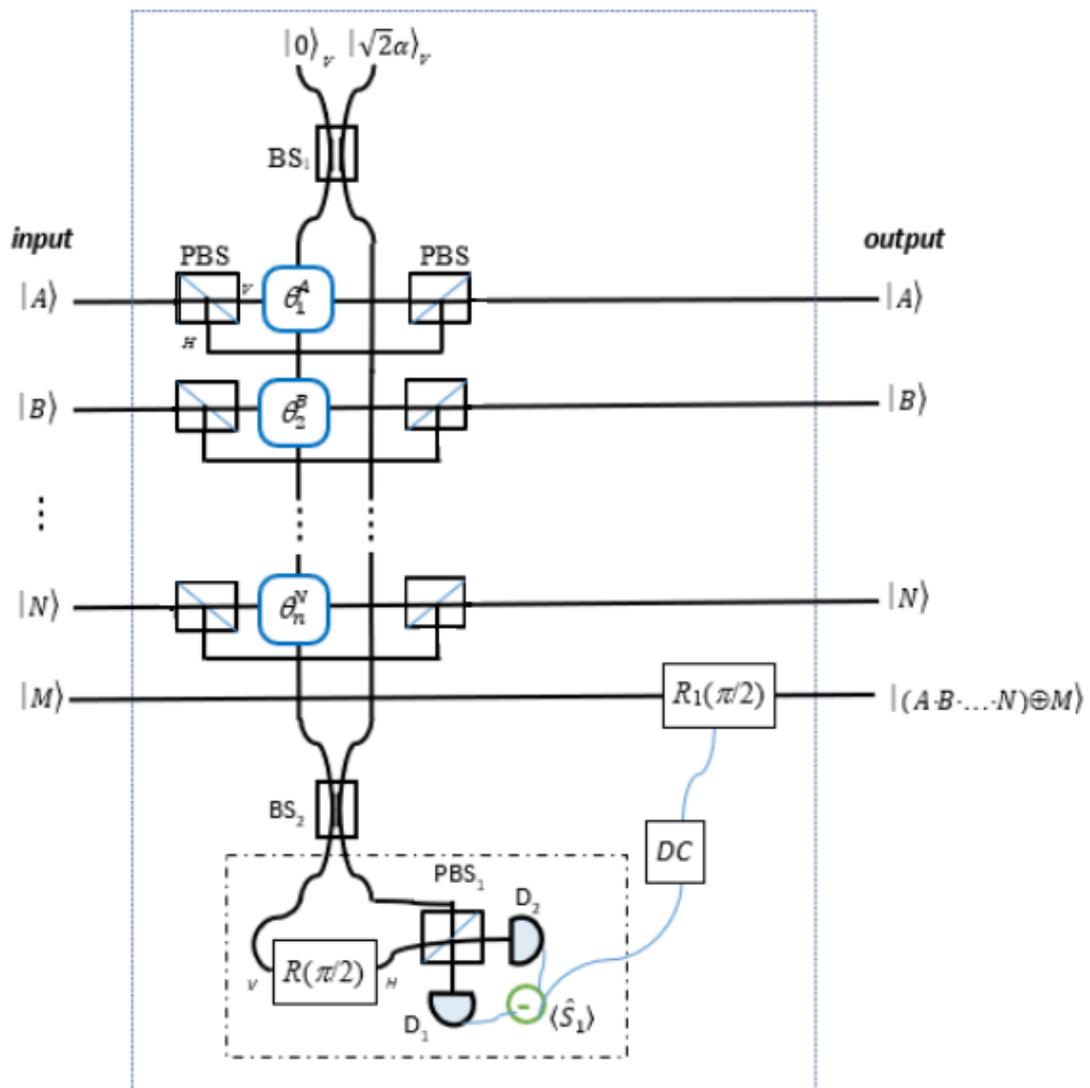
Figura 10 – Probabilidade de sucesso em função de $|\alpha|^2$ e δ com $\eta = 0,9$ e $p_{dark} = 10^{-6}$



Fonte: próprio autor

Uma versão da porta Toffoli de $n + 1$ qubits ($C^{n+1} - NOT$) pode ser obtida a partir da Figura 9, como mostrado na Figura 11, onde $\sum \theta = \theta_1^A + \theta_2^B + \dots + \theta_n^N$ e $\theta_1^A = \theta_2^B = \dots = \theta_n^N = \pi/n$ ($\sum \theta = \pi$).

Figura 11 – Sistema óptico capaz de implementar uma porta Toffoli de $n + 1$ qubits



Fonte: próprio autor

4 APLICAÇÕES

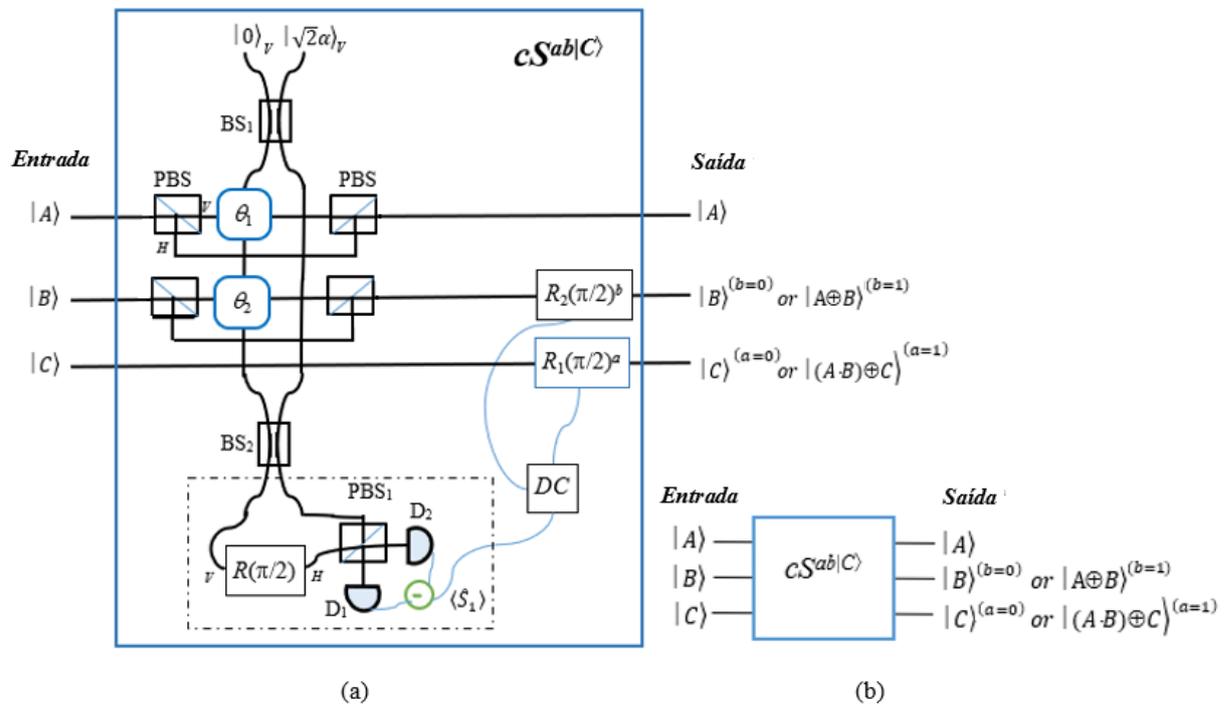
4.1 Introdução

Para esse último capítulo, é mencionado várias aplicações baseadas no capítulo anterior da proposta da porta Toffoli. Aplicado para um circuito denominado cS (Policarpo; Silva, 2023), que pode fazer a função das portas: AND, NAND, a própria Toffoli, CNOT, Peres, Fredkin, HNG e ALG. Também é proposto um comparador binário sequencial e um gerador de estados de Bell.

4.2 Circuito cS

Baseado no esquema da Figura 9, o sistema óptico mostrado na Figura 12, funciona como um sistema configurável $cS^{ab|C}$ pelas variáveis a e b , e que pode implementar algumas funções reversíveis, no qual é citado as portas AND, NAND, a própria Toffoli, CNOT, Peres e meio somador, todos para dois qubits como descrito na Tab. 1.

Figura 12 – (a) Configuração óptica e (b) diagrama de circuito do sistema configurável $cS^{ab|C}$ que pode implementar diversas funções lógicas



Fonte: próprio autor

Na Tab. 1, as variáveis a e b definem quais dos rotacionadores, R_1 e R_2 , podem ser

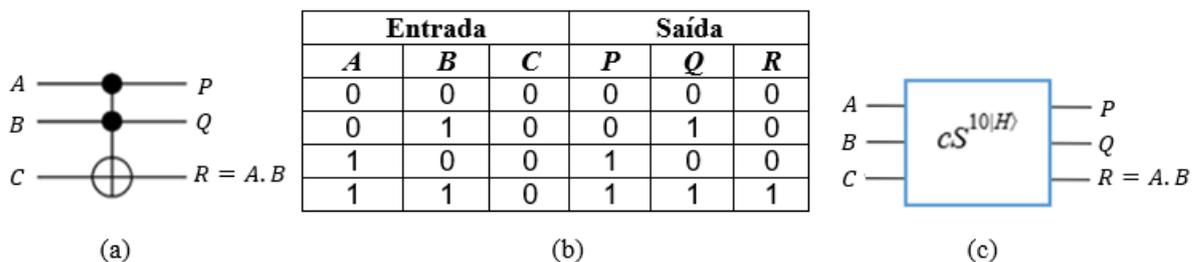
ativados pelo DC com base no valor normalizado em (3.2) para implementar a função desejada. Por exemplo, se $a = 1$ e $b = 0$, apenas R_1 pode ser ativado pelo DC para $\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$, onde: se $C = |H\rangle$, o sistema configurado $cS^{10|H}\rangle$ na Figura 13 implementa a função AND reversível de $|A\rangle$ e $|B\rangle$ para dois qubits ($A \cdot B$), mas se $C = |V\rangle$, o sistema configurado $cS^{10|V}\rangle$ na Figura 14 implementa a função NAND reversível, $\overline{A \cdot B}$. A partir da porta Peres ($a = 1$ e $b = 1$) mostrada na Figura 15, é possível implementar um meio somador de dois qubits, como mostrado na Figura 16, quando $C = |H\rangle$ e onde A e B são qubits de entrada, dando a soma $|A + B\rangle$ com *carry out* $|C_{out}\rangle = R$.

Tabela 1 – As configurações possíveis cS e suas funções lógicas implementadas.

ab	$ C\rangle$	θ_1	θ_2	DC	Função
10	$ H\rangle$	$\pi/2$	$\pi/2$	$R_1 ON \leftrightarrow \langle \hat{S}_1 \rangle = -1$	$A \cdot B$
10	$ V\rangle$	$\pi/2$	$\pi/2$	$R_1 ON \leftrightarrow \langle \hat{S}_1 \rangle = -1$	$\overline{A \cdot B}$
10	$ H\rangle$ ou $ V\rangle$	$\pi/2$	$\pi/2$	$R_1 ON \leftrightarrow \langle \hat{S}_1 \rangle = -1$	porta Toffoli
10	$ H\rangle$ ou $ V\rangle$	$\pi/2$	$\pi/2$	$R_1 ON \leftrightarrow \langle \hat{S}_1 \rangle = -1$	$A \oplus C$ para $ B\rangle = V\rangle$
11	$ H\rangle$ ou $ V\rangle$	π	$\pi/3$	$R_2 ON \leftrightarrow \langle \hat{S}_1 \rangle = -1$ ou R_1 e $R_2 ON \leftrightarrow \langle \hat{S}_1 \rangle = -1/2$	porta Peres
11	$ H\rangle$	π	$\pi/3$	$R_2 ON \leftrightarrow \langle \hat{S}_1 \rangle = -1$ ou R_1 e $R_2 ON \leftrightarrow \langle \hat{S}_1 \rangle = -1/2$	Meio somador

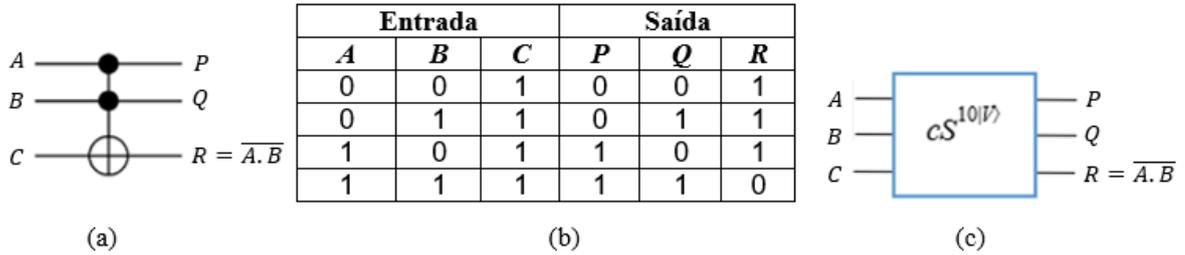
Fonte: próprio autor

Figura 13 – (a) Diagrama de circuito, (b) tabela verdade e (c) cS configurado que pode implementar uma função AND reversível



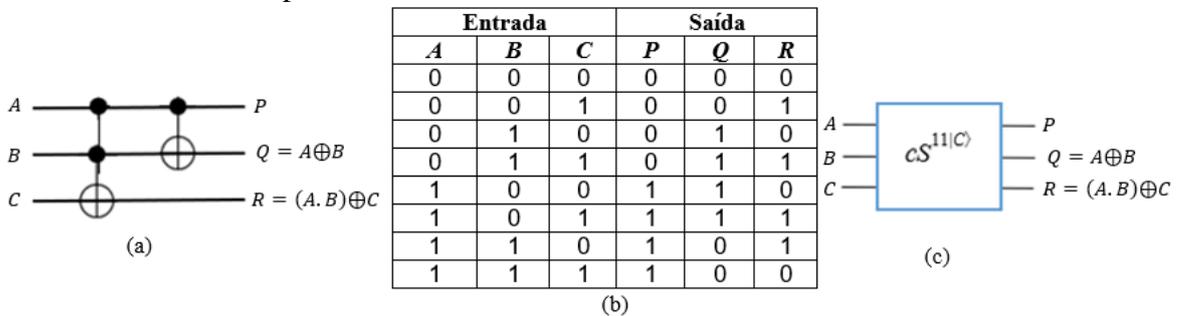
Fonte: próprio autor

Figura 14 – (a) Diagrama de circuito, (b) tabela verdade e (c) cS configurado que pode implementar uma função NAND reversível



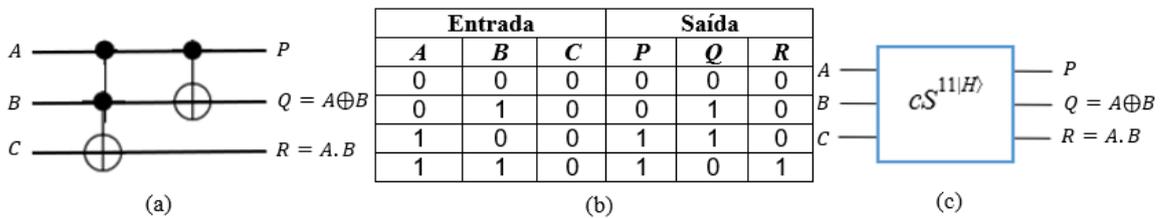
Fonte: próprio autor

Figura 15 – (a) Diagrama de circuito, (b) tabela verdade e (c) cS configurado que pode implementar uma porta Peres



Fonte: próprio autor

Figura 16 – (a) Diagrama de circuito, (b) tabela verdade e (c) cS configurado que pode implementar um meio somador

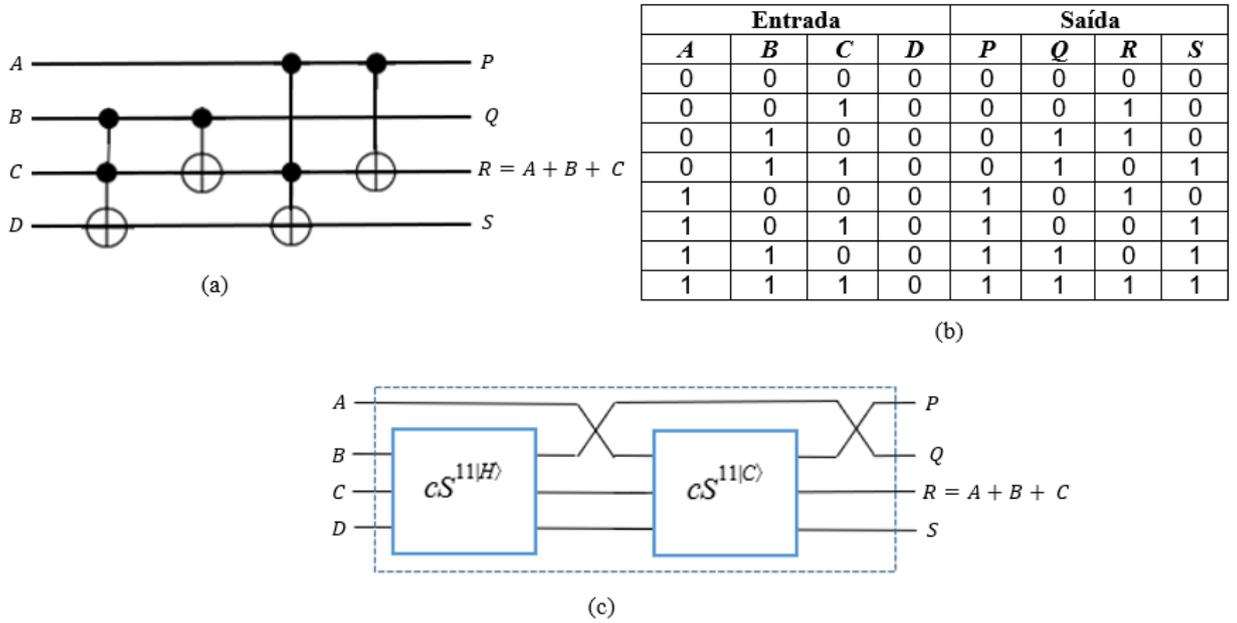


Fonte: próprio autor

Pode-se ainda, através de dois meio somadores em cascata, formar um somador completo. Ele é cascateando duas portas Peres em série, de acordo com o diagrama do circuito e sua tabela verdade mostrados na Figura 17, baseado no circuito cS, mostrado na Figura 12, onde $|C_{in}\rangle = A$ é o qubit carry-in, B e C são qubits de entrada, dando a soma $A + B + C$ com carry out $|C_{out}\rangle = S$ projetada no qubit auxiliar de entrada D.

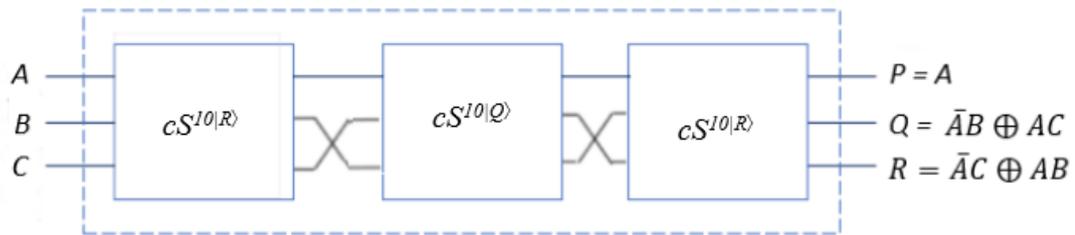
Aplica-se também, conforme a Figura 18, a porta Fredkin mencionada anteriormente obtida a partir do circuito cS mostrado na Figura 12 tendo como referência no circuito que implementa a C-SWAP a partir de três portas Toffoli.

Figura 17 – (a) Diagrama de circuito, (b) tabela verdade e (c) configuração óptica usando duas portas Peres conectadas em série para ser capaz de implementar um somador completo



Fonte: próprio autor

Figura 18 – Porta Fredkin obtida a partir de circuitos cS



Fonte: próprio autor

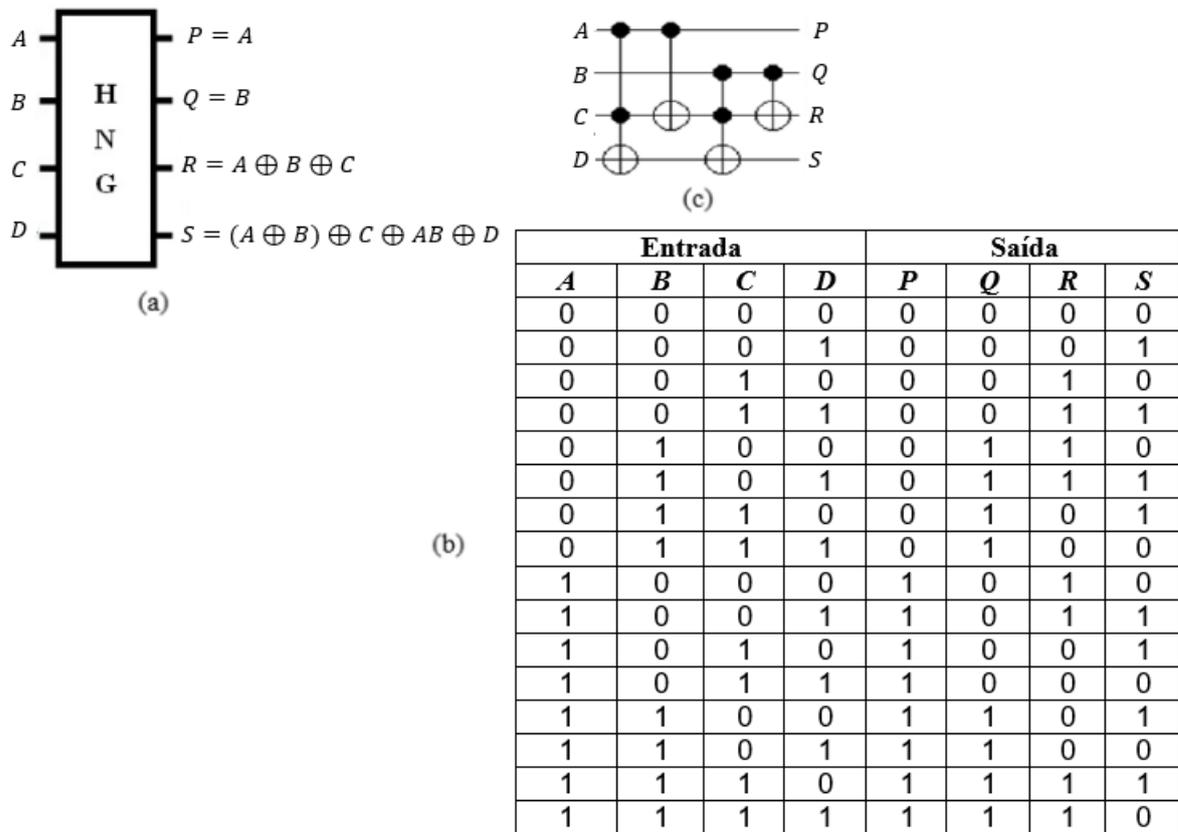
4.3 Porta HNG

É uma porta reversível de quatro entradas (A, B, C e D), onde as saídas (P, Q, R e S) são, respectivamente: $P = A$, $Q = B$, $R = A \oplus B \oplus C$ e $S = (A \oplus B)C \oplus AB \oplus D$.

De acordo com Arun & Saravanan (2013), o símbolo, a representação do circuito e a tabela verdade da porta HNG e seu mapeamento um para um são dados pela Figura 19. E ainda, na Figura ??, a porta HNG é obtida usando apenas dois circuitos cS.

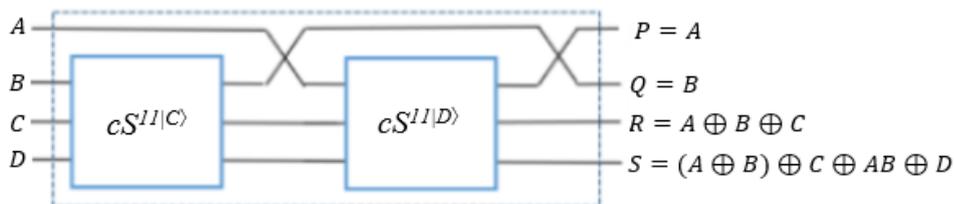
Uma das funcionalidades proeminentes dessa porta é que ela pode funcionar isoladamente como um somador completo reversível usando apenas uma porta HNG reversível, produzindo apenas duas saídas inúteis.

Figura 19 – (a) Símbolo, (b) tabela verdade e (c) circuito da Porta HNG



Fonte: (Arun; Saravanan, 2013)

Figura 20 – Porta HNG obtida a partir de circuitos cS



Fonte: próprio autor

4.4 Porta ALG

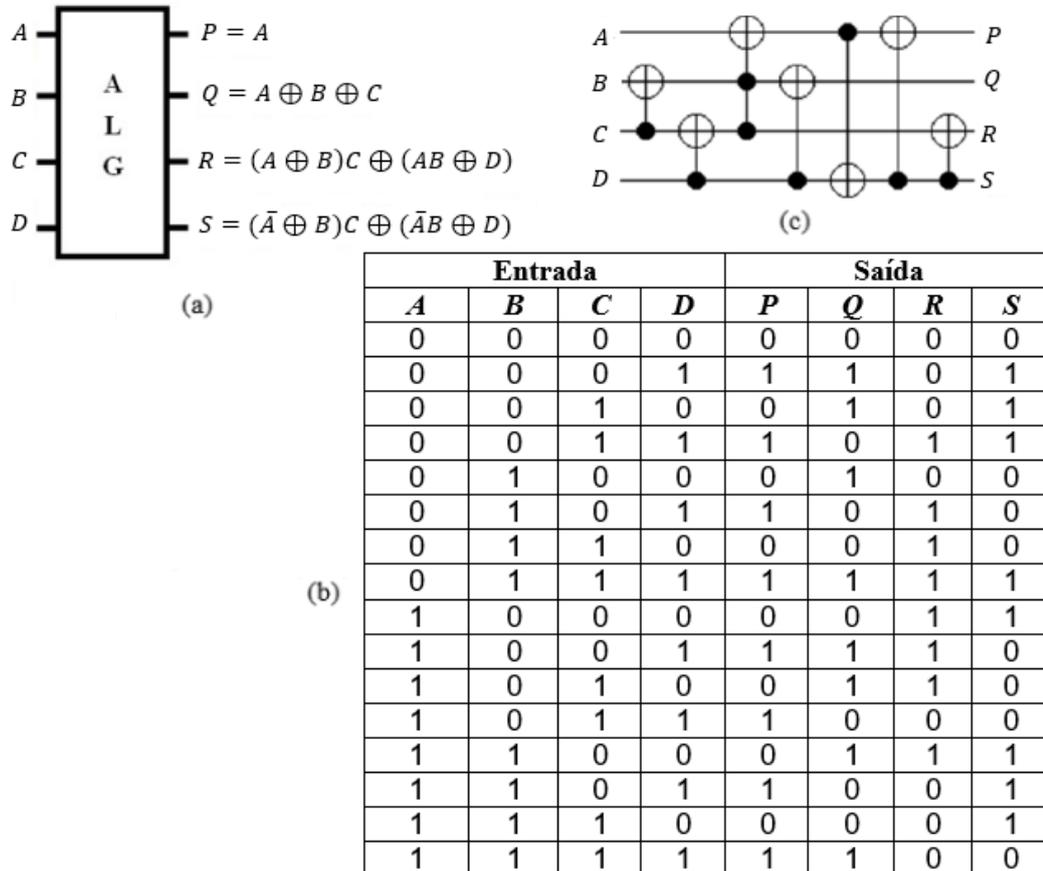
A porta ALG é uma porta reversível de quatro entradas (A, B, C e D) cujas saídas são: $P = A$, $Q = A \oplus B \oplus C$, $R = (A \oplus B)C \oplus (AB \oplus D)$ e $S = (\bar{A} \oplus B)C \oplus (\bar{A}B \oplus D)$. Segundo Arun & Saravanan (2013), o símbolo, a representação do circuito e a tabela verdade da porta ALG são apresentados na Figura 19. As funcionalidades da porta são:

- se $D = 0$, a porta pode atuar como somador/subtrator completo;
- se $D = 1$ e $C = 0$, a porta pode funcionar como geradora de funções lógicas.

Devido a essa natureza de funcionalidades dessa porta, uma versão na mesma a partir

de circuitos cS é proposto e mostrado na Figura ??.

Figura 21 – (a) Símbolo, (b) tabela verdade e (c) circuito da Porta ALG



Fonte: (Arun; Saravanan, 2013)

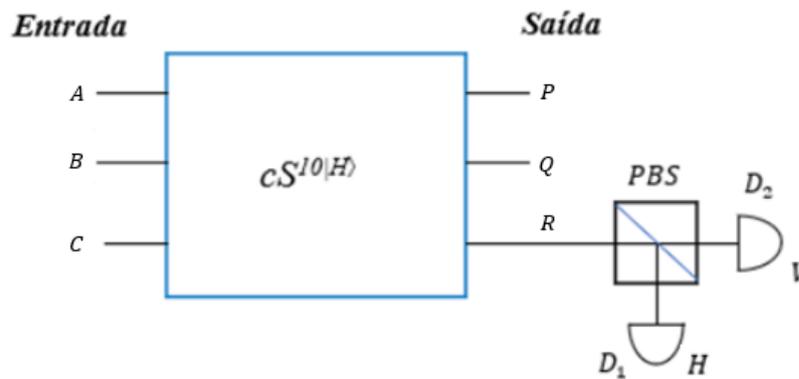
4.5 Comparador binário sequencial e gerador de estados de Bell

Uma outra aplicação do circuito cS , Figura 12, é de um comparador binário sequencial (CBS), conforme mostrado na Figura 12. O CBS proposto é capaz de determinar se dois números binários de n bits são iguais, para isso, a configuração é $cS^{10|H\rangle}$ para $\theta_1 = -\theta_2 = \pi/2$. Esse sistema compara bit a bit entre os bits das entradas A e B (com $C = |H\rangle$). Assim, a terceira saída permanecerá em $C = R = |H\rangle$ se $A_n(P) = B_n(Q)$, ou seja, $\langle \hat{S}_1 \rangle = 1$ em (3.1) e rotacionador R_1 mantém-se desligado de acordo com a atuação do circuito de decisão (DC) mostrado na Figura 9(a). Caso contrário, quando $A_n(P) \neq B_n(Q)$, a terceira saída (R) será $|V\rangle$ devido a atuação de R_1 ($\langle \hat{S}_1 \rangle = 0$ e DC ligará R_1).

A mesma configuração do CBS ($cS^{10|H\rangle}$) pode ser usado como um gerador de estados de Bell. Nesse caso, os estados de entradas A e B são, respectivamente, $|A\rangle = \frac{|H\rangle \pm |V\rangle}{\sqrt{2}}$

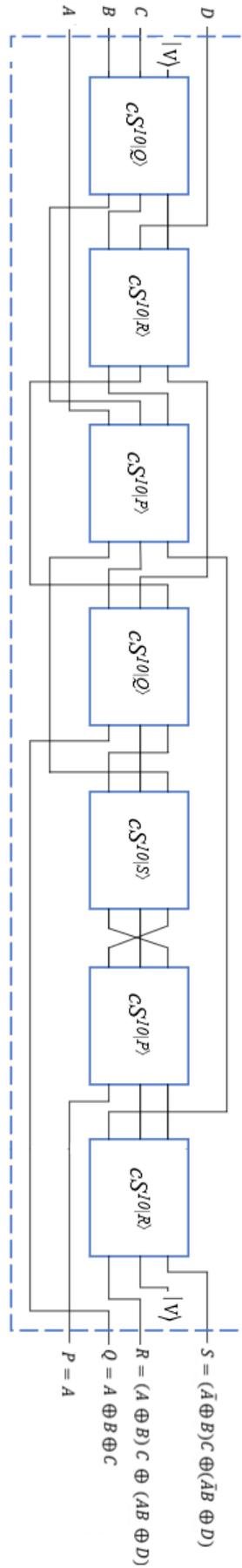
e $|B\rangle = \frac{|H\rangle \pm |V\rangle}{\sqrt{2}}$. Logo, o estado de entrada em $cS^{10|H}\rangle$ é $|A\rangle_1|B\rangle_2|H\rangle_3 = \frac{1}{2}(|HH\rangle \pm |HV\rangle \pm |VH\rangle \pm |VV\rangle)_{12}|H\rangle_3$. Então, a saída será $|PQR\rangle = \frac{|HH\rangle \pm |VV\rangle}{\sqrt{2}}_{12}|H\rangle_3$ se $\langle \hat{S}_1 \rangle = 1$ ou $|PQR\rangle = \frac{|HV\rangle \pm |VH\rangle}{\sqrt{2}}_{12}|V\rangle_3$ se $\langle \hat{S}_1 \rangle = 0$. Ou seja, se o estado medido na terceira saída (R) for $|H\rangle$, o estado gerado das saídas 1 e 2 é $|PQ\rangle = \frac{|HH\rangle \pm |VV\rangle}{\sqrt{2}}$, caso contrário, o estado gerado será $|PQ\rangle = \frac{|HV\rangle \pm |VH\rangle}{\sqrt{2}}$ quando o resultado da medição da terceira saída (R) for $|V\rangle$.

Figura 22 – Circuito cS aplicado ao CBS e ao gerador de estados de Bell



Fonte: próprio autor

Figura 23 – Porta ALG obtida a partir de circuitos cS



Fonte: próprio autor

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresentou um sistema óptico baseado na não linearidade cross-Kerr usando QND, que implementa uma porta Toffoli para qubits baseados em polarização com desempenho de 95% para dispositivos ópticos ativos reais e número médio de fótons de aproximadamente 25. O mesmo sistema pode ser estendido para portas Toffoli com qubit $n + 1$.

Foi possível, também, através de propostas de sistemas ópticos, configurar um sistema cS ($cS^{ab|C}$), para implementar as portas reversíveis AND, NAND, a própria Toffoli, CNOT, Peres, e a partir da Peres o meio somador, o somador completo, a porta Fredkin, a porta HNG, a porta ALG, e por fim, um comparador binário sequencial.

Além das portas descritas que podem ser implementadas com o sistema configurável proposto cS , se $|A\rangle = |V\rangle$ para a primeira entrada e $|C\rangle = |H\rangle$ na terceira entrada, também é possível simular a porta FANOUT que em combinação com NAND são portas universais para computação reversíveis.

Com essas operações, é possível simular todos os outros elementos em um circuito clássico e, portanto, um circuito clássico arbitrário pode ser simulado por um circuito reversível equivalente.

No campo de processamento quântico da informação para qubits de polarização, o sistema proposto cS pode ser usado para geração de estados de Bell.

A implementação da porta proposta pode ser complexa, mas é importante para a construção de algoritmos e códigos de correção de erros. A porta Toffoli é uma porta lógica universal para computação clássica e, portanto, é importante para a construção de circuitos que possam realizar qualquer operação lógica. Além disso, a implementação da porta Toffoli usando medição de não-demolição (QND) é importante porque a QND é uma técnica que permite medir um estado sem perturbá-lo significativamente. Isso é importante para a construção de circuitos que possam realizar operações com alta fidelidade e baixa taxa de erro. Portanto, apesar da complexidade da implementação da porta proposta, ela tem aplicações importantes na construção de circuitos para processamento fotônico de informações.

E, finalmente, para trabalhos futuros, pode-se:

- propor uma versão do sistema cS com meio fracamente não linear para QND;
- propor uma porta Toffoli totalmente quântica.

REFERÊNCIAS

- AHARONOV, D. A simple proof that toffoli and hadamard are quantum universal. **arXiv preprint quant-ph/0301040**, 2003.
- ARUN, M.; SARAVANAN, S. Reversible arithmetic logic gate (alg) for quantum computation. **International Journal of Intelligent Engineering and Systems**, v. 6, n. 3, p. 1–9, 2013.
- AWASTHI, S.; SHARMA, S.; CHOWDHURY, B.; SINGH, G.; METYA, S. K.; MAJUMDER, A. Configuring logic operations from new reversible toffoli gate using pockel’s effect of ti: Linbo 3. In: IEEE. **2022 IEEE Region 10 Symposium (TENSYP)**. [S.l.], 2022. p. 1–6.
- BANCHI, L.; PANCOTTI, N.; BOSE, S. Quantum gate learning in qubit networks: Toffoli gate without time-dependent control. **npj Quantum Information**, Nature Publishing Group, v. 2, n. 1, p. 1–6, 2016.
- BARENCO, A.; BENNETT, C. H.; CLEVE, R.; DIVINCENZO, D. P.; MARGOLUS, N.; SHOR, P.; SLEATOR, T.; SMOLIN, J. A.; WEINFURTER, H. Elementary gates for quantum computation. **Physical review A**, APS, v. 52, n. 5, p. 3457, 1995.
- BORN, M.; WOLF, E. Principles of optics, 7th (expanded) edition. **United Kingdom: Press Syndicate of the University of Cambridge**, v. 461, p. 401–424, 1999.
- BRAGINSKY, V. B.; VORONTSOV, Y. I.; THORNE, K. S. Quantum nondemolition measurements. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 209, n. 4456, p. 547–557, 1980.
- BRITO, D. B. de; RAMOS, R. V. Passive quantum error correction with linear optics. **Physics Letters A**, Elsevier, v. 352, n. 3, p. 206–209, 2006.
- CAO, Y.; WANG, G.; LIU, H.; SUN, C. Implementation of a toffoli gate using an array of coupled cavities in a single step. **Scientific reports**, Nature Publishing Group, v. 8, n. 1, p. 1–10, 2018.
- CHUANG, I. L.; GERSHENFELD, N.; KUBINEC, M. G.; LEUNG, D. W. Bulk quantum computation with nuclear magnetic resonance: theory and experiment. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, The Royal Society, v. 454, n. 1969, p. 447–467, 1998.
- CORY, D. G.; PRICE, M.; MAAS, W.; KNILL, E.; LAFLAMME, R.; ZUREK, W. H.; HAVEL, T. F.; SOMAROO, S. S. Experimental quantum error correction. **Physical Review Letters**, APS, v. 81, n. 10, p. 2152, 1998.
- COSTA, M. A. M.; EVANGELISTA, A. A.; SILVA, J. B. R. Proposta de implementação de portas reversíveis com estados coerentes. In: SBMO. **20th Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica (SBMO 2022)**. [S.l.]: Natal-RN, 2022.
- DEUTSCH, D. Quantum theory, the church–turing principle and the universal quantum computer. **Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences**, The Royal Society London, v. 400, n. 1818, p. 97–117, 1985.
- DONG, L.; WANG, S.-L.; CUI, C.; GENG, X.; LI, Q.-Y.; DONG, H.-K.; XIU, X.-M.; GAO, Y.-J. Polarization toffoli gate assisted by multiple degrees of freedom. **Optics Letters**, Optica Publishing Group, v. 43, n. 19, p. 4635–4638, 2018.

- FEDOROV, A.; STEFFEN, L.; BAUR, M.; SILVA, M. P. da; WALLRAFF, A. Implementation of a toffoli gate with superconducting circuits. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 481, n. 7380, p. 170–172, 2012.
- GARCÍA-RIPOLL, J. J.; ZOLLER, P.; CIRAC, J. I. Speed optimized two-qubit gates with laser coherent control techniques for ion trap quantum computing. **Physical Review Letters**, APS, v. 91, n. 15, p. 157901, 2003.
- GLAUBER, R. J. The quantum theory of optical coherence. **Physical Review**, APS, v. 130, n. 6, p. 2529, 1963.
- GOTTESMAN, D. Theory of fault-tolerant quantum computation. **Physical Review A**, APS, v. 57, n. 1, p. 127, 1998.
- GRANGIER, P.; LEVENSON, J. A.; POIZAT, J.-P. Quantum non-demolition measurements in optics. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 396, n. 6711, p. 537–542, 1998.
- HECHT, E. **Optics, 5e**. [S.l.]: Pearson, 2017.
- HEO, J.; CHOI, S.-G. Toffoli gate with photonic qubits based on weak cross-kerr nonlinearities. **Quantum Information Processing**, Springer, v. 20, n. 10, p. 1–17, 2021.
- HERRERA-MARTÍ, D. A.; FOWLER, A. G.; JENNINGS, D.; RUDOLPH, T. Photonic implementation for the topological cluster-state quantum computer. **Physical Review A**, APS, v. 82, n. 3, p. 032332, 2010.
- HUANG, H.-L.; BAO, W.-S.; LI, T.; LI, F.-G.; FU, X.-Q.; ZHANG, S.; ZHANG, H.-L.; WANG, X. Deterministic linear optical quantum toffoli gate. **Physics Letters A**, Elsevier, v. 381, n. 33, p. 2673–2676, 2017.
- IMAMOGLU, A. Are quantum dots useful for quantum computation? **Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures**, Elsevier, v. 16, n. 1, p. 47–50, 2003.
- INNOCENTI, L.; BANCHI, L.; FERRARO, A.; BOSE, S.; PATERNOSTRO, M. Supervised learning of time-independent hamiltonians for gate design. **New Journal of Physics**, IOP Publishing, 2020.
- JEONG, H.; KIM, M. S. Efficient quantum computation using coherent states. **Physical Review A**, APS, v. 65, n. 4, p. 042305, 2002.
- KAYE, P.; LAFLAMME, R.; MOSCA, M. *et al.* **An introduction to quantum computing**. [S.l.]: Oxford University Press on Demand, 2007.
- KNILL, E.; LAFLAMME, R.; MILBURN, G. J. A scheme for efficient quantum computation with linear optics. **nature**, Nature Publishing Group, v. 409, n. 6816, p. 46–52, 2001.
- KOK, P.; LEE, H.; DOWLING, J. P. Single-photon quantum-nondemolition detectors constructed with linear optics and projective measurements. **Physical Review A**, APS, v. 66, n. 6, p. 063814, 2002.
- KOK, P.; MUNRO, W. J.; NEMOTO, K.; RALPH, T. C.; DOWLING, J. P.; MILBURN, G. J. Linear optical quantum computing with photonic qubits. **Reviews of modern physics**, APS, v. 79, n. 1, p. 135, 2007.

LADD, T. D.; JELEZKO, F.; LAFLAMME, R.; NAKAMURA, Y.; MONROE, C.; O'BRIEN, J. L. Quantum computers. **nature**, Nature Publishing Group UK London, v. 464, n. 7285, p. 45–53, 2010.

LANYON, B. P.; BARBIERI, M.; ALMEIDA, M. P.; JENNEWEIN, T.; RALPH, T. C.; RESCH, K. J.; PRYDE, G. J.; O'BRIEN, J. L.; GILCHRIST, A.; WHITE, A. G. Simplifying quantum logic using higher-dimensional hilbert spaces. **Nature Physics**, Nature Publishing Group, v. 5, n. 2, p. 134–140, 2009.

LEONHARDT, U. **Measuring the quantum state of light**. [S.l.]: Cambridge university press, 1997. v. 22.

LEVINE, H.; KEESLING, A.; SEMEGHINI, G.; OMRAN, A.; WANG, T. T.; EBADI, S.; BERNIEN, H.; GREINER, M.; VULETIĆ, V.; PICHLER, H. *et al.* Parallel implementation of high-fidelity multiqubit gates with neutral atoms. **Physical review letters**, APS, v. 123, n. 17, p. 170503, 2019.

LI, M.; LI, C.; CHEN, Y.; FENG, L.-T.; YAN, L.; ZHANG, Q.; BAO, J.; LIU, B.-H.; REN, X.-F.; WANG, J. *et al.* On-chip path encoded photonic quantum toffoli gate. **Photonics Research**, v. 10, n. 7, p. 07001533, 2022.

LIN, Q.; LI, J. Quantum control gates with weak cross-kerr nonlinearity. **Physical Review A**, APS, v. 79, n. 2, p. 022301, 2009.

LUIS, A. Degree of polarization in quantum optics. **Physical review A**, APS, v. 66, n. 1, p. 013806, 2002.

MARIANTONI, M.; WANG, H.; YAMAMOTO, T.; NEELEY, M.; BIALCZAK, R. C.; CHEN, Y.; LENANDER, M.; LUCERO, E.; O'CONNELL, A. D.; SANK, D. *et al.* Implementing the quantum von neumann architecture with superconducting circuits. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 334, n. 6052, p. 61–65, 2011.

MENDONÇA, F. A.; RAMOS, R. V. Optical receiver for instrumentation and communication. **Microwave and Optical Technology Letters**, Wiley Online Library, v. 45, n. 5, p. 415–419, 2005.

MONZ, T.; KIM, K.; HÄNSEL, W.; RIEBE, M.; VILLAR, A.; SCHINDLER, P.; CHWALLA, M.; HENNRICH, M.; BLATT, R. Realization of the quantum toffoli gate with trapped ions. **Physical review letters**, APS, v. 102, n. 4, p. 040501, 2009.

MURPHY, D. C.; BROWN, K. R. Controlling error orientation to improve quantum algorithm success rates. **Physical Review A**, APS, v. 99, n. 3, p. 032318, 2019.

NIELSEN, M. A.; CHUANG, I. L. **Quantum computation and quantum information**. [S.l.]: Cambridge university press, 2010.

O'BRIEN, J. L.; FURUSAWA, A.; VUČKOVIĆ, J. Photonic quantum technologies. **Nature Photonics**, Nature Publishing Group UK London, v. 3, n. 12, p. 687–695, 2009.

OLIVEIRA, M. d. S. R. d.; VASCONCELOS, H.; SILVA, J. B. R. A probabilistic cnot gate for coherent state qubits. **Physics Letters A**, Elsevier, v. 377, n. 39, p. 2821–2825, 2013.

- OSPELKAUS, C.; LANGER, C. E.; AMINI, J. M.; BROWN, K. R.; LEIBFRIED, D.; WINELAND, D. J. Trapped-ion quantum logic gates based on oscillating magnetic fields. **Physical review letters**, APS, v. 101, n. 9, p. 090502, 2008.
- PERES, A. Reversible logic and quantum computers. **Physical review A**, APS, v. 32, n. 6, p. 3266, 1985.
- POLICARPO, S. C.; SILVA, J. B. R. A qnd-based toffoli gate for polarization qubits and its applications. **Optical and Quantum Electronics**, Springer, v. 55, n. 4, p. 306, 2023.
- RALPH, T.; RESCH, K.; GILCHRIST, A. Efficient toffoli gates using qudits. **Physical Review A**, APS, v. 75, n. 2, p. 022313, 2007.
- RALPH, T. C.; GILCHRIST, A.; MILBURN, G. J.; MUNRO, W. J.; GLANCY, S. Quantum computation with optical coherent states. **Physical Review A**, APS, v. 68, n. 4, p. 042319, 2003.
- RASMUSSEN, S.; GROENLAND, K.; GERRITSMAN, R.; SCHOUTENS, K.; ZINNER, N. Single-step implementation of high-fidelity n-bit toffoli gates. **Physical Review A**, APS, v. 101, n. 2, p. 022308, 2020.
- RU, S.; WANG, Y.; AN, M.; WANG, F.; ZHANG, P.; LI, F. Realization of a deterministic quantum toffoli gate with a single photon. **Physical Review A**, APS, v. 103, n. 2, p. 022606, 2021.
- SAHARIA, A.; MADDILA, R. K.; ALI, J.; YUPAPIN, P.; SINGH, G. An elementary optical logic circuit for quantum computing: a review. **Optical and Quantum Electronics**, Springer, v. 51, n. 7, p. 224, 2019.
- SALEH, B. E.; TEICH, M. C. **Fundamentals of photonics**. [S.l.]: John Wiley & sons, 2019.
- SAMANTA, D. Implementation of polarization-encoded quantum toffoli gate. **Journal of Optics**, Springer, v. 48, n. 1, p. 70–75, 2019.
- SCHMIDT, H.; IMAMOGLU, A. Giant kerr nonlinearities obtained by electromagnetically induced transparency. **Optics letters**, Optical Society of America, v. 21, n. 23, p. 1936–1938, 1996.
- SCHREIER, J. A.; HOUCK, A. A.; KOCH, J.; SCHUSTER, D. I.; JOHNSON, B. R.; CHOW, J. M.; GAMBETTA, J. M.; MAJER, J.; FRUNZIO, L.; DEVORET, M. H. *et al.* Suppressing charge noise decoherence in superconducting charge qubits. **Physical Review B**, APS, v. 77, n. 18, p. 180502, 2008.
- SHOR, P. W. Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring. In: **IEEE. Proceedings 35th annual symposium on foundations of computer science**. [S.l.], 1994. p. 124–134.
- SILVA, J. B. R.; RAMOS, R. V. Smart generation of a tripartite ghz-type state for coherent state qubit. **Optics communications**, Elsevier, v. 281, n. 9, p. 2705–2709, 2008.
- SOUSA, C. de; SILVA, J.; RAMOS, R. Optical quantum bit string comparator. **Optical and Quantum Electronics**, Springer, v. 51, n. 1, p. 28, 2019.
- SUN, Q.; YE, L. Implementing toffoli gate via weak cross-kerr nonlinearity and classical feedback. **Modern Physics Letters B**, World Scientific, v. 29, n. 09, p. 1550032, 2015.

TIARKS, D.; SCHMIDT, S.; REMPE, G.; DÜRR, S. Optical π phase shift created with a single-photon pulse. **Science Advances**, American Association for the Advancement of Science, v. 2, n. 4, p. e1600036, 2016.

TOFFOLI, E. F. T. *et al.* Conservative logic. **Int. J. Theor. Phys**, v. 21, p. 219–253, 1982.

TOFFOLI, T. Reversible computing. In: SPRINGER. **International Colloquium on Automata, Languages, and Programming**. [S.l.], 1980. p. 632–644.

UHRIG, G. S. Keeping a quantum bit alive by optimized π -pulse sequences. **Physical Review Letters**, APS, v. 98, n. 10, p. 100504, 2007.

VASCONCELOS, H. H. M. de. **Topics in coherent state quantum computation and state purification**. [S.l.]: University of Notre Dame, 2006.

XIU, X.-M.; CUI, C.; GENG, X.; WANG, S.-L.; LI, Q.-Y.; DONG, H.-K.; DONG, L.; GAO, Y.-J. Constructing the nearly deterministic toffoli polarization gate with the spatial degree of freedom based on weak cross-kerr nonlinearities. **Optics Communications**, Elsevier, v. 426, p. 308–312, 2018.

APÊNDICE A – ARTIGO PUBLICADO

Policarpo, S.C., Silva, J.B.R. A QND-based Toffoli gate for polarization qubits and its applications. *Opt Quant Electron* 55, 306 (2023). <<https://doi.org/10.1007/s11082-023-04601-6>>

SPRINGER LINK

[Home](#) > [Optical and Quantum Electronics](#) > [Article](#)

A QND-based Toffoli gate for polarization qubits and its applications

Published: 05 February 2023
Volume 55, article number 306, (2023) [Cite this article](#)

[Samy C. Policarpo & João Batista R. Silva](#) 



Optical and Quantum Electronics