



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

**FERNANDO OLIVEIRA DA SILVA GOMES**

**DINÂMICA DE MANCHAS NOS SISTEMAS PLANETÁRIOS KEPLER-9 E  
KEPLER-30**

**FORTALEZA**

**2024**

FERNANDO OLIVEIRA DA SILVA GOMES

DINÂMICA DE MANCHAS NOS SISTEMAS PLANETÁRIOS KEPLER-9 E KEPLER-30

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Doutor em Física. Área de Concentração: Física da Matéria Condensada.

Orientador: Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas.

FORTALEZA  
2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Sistema de Bibliotecas

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- 
- G614d Gomes, Fernando Oliveira da Silva .  
Dinâmica de manchas nos sistemas planetários Kepler-9 e Kepler-30 / Fernando Oliveira da Silva  
Gomes. – Fortaleza, 2024.  
100 f. :il. color.
- Tese (doutorado) - Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Física,  
Fortaleza, 2024.  
Área de Concentração: Física da Matéria Condensada.  
Orientação: Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas.
1. Rotação estelar. 2. Atividade magnética estelar. 3. Análise de séries temporais. 4. Missão  
Kepler. 5. Exoplanetologia. I. Título.

CDD 530

---

FERNANDO OLIVEIRA DA SILVA GOMES

DINÂMICA DE MANCHAS NOS SISTEMAS PLANETÁRIOS KEPLER-9 E KEPLER-30

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Doutor em Física. Área de Concentração: Física da Matéria Condensada.

Aprovada em 08/03/2024.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas (Presidente)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Antônio Carlos da Silva Miranda  
Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE)

---

Prof. Dr. Luidhy Santana da Silva  
Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF)

---

Prof. Dr. Mackson Matheus França Nepomuceno  
Universidade Federal Rural do Semi-árido (UFERSA)

---

Prof. Dr. Francisco Jânio Cavalcante  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do  
Ceará (IFCE)

Para Laura

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente à minha família, principalmente à minha mãe, Celina Oliveira da Silva, cujo apoio foi essencial a toda minha formação, da infância até hoje.

Agradeço à minha esposa, Aline Nascimento da Costa, por ser a melhor parceira que eu poderia encontrar e ser uma fonte de inspiração constante.

Agradeço ao Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas, por ter sido um orientador compreensivo, generoso, justo e por toda a ajuda que me forneceu.

Agradeço a todos os professores, funcionários e colegas do Instituto de Física da Universidade Federal do Ceará que tive a oportunidade de conhecer, por todos os ensinamentos que me passaram, principalmente aos membros da banca deste trabalho, por todo o esforço envolvido e pelo favor de aceitarem compô-la.

Ao professor Antonino Francesco Lanza do Observatorio Astrofísico di Catania, Sicília, Itália, por ceder os códigos do Spot Modelling e gentilmente me ensinar a usá-los.

À Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FUN-CAP), pelo apoio financeiro.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## RESUMO

Os sistemas Kepler-9 e Kepler-30 são compostos por estrelas hospedeiras do tipo espectral G semelhantes ao Sol e três exoplanetas. Em particular, esses sistemas são altamente interessantes porque as manchas estelares produzem perturbações luminosas características quando ocultadas pelos planetas em órbita transitando a estrela hospedeira. Usamos 4 anos de fotometria de alta precisão coletada pela missão Kepler para investigar as flutuações de fluxo luminoso causadas pela convecção fotosférica, pela rotação estelar e pelo efeito da evolução das manchas estelares em função da escala de tempo. Na presente tese, modelamos a modulação rotacional de fluxo induzida por regiões ativas usando modelagem pontual e aplicamos diversos métodos de análise: o tradicional periodograma de Lomb-Scargle, os indicadores de atividade magnética e de variabilidade, o algoritmo Multifractal Detrending Moving Average (MFDMA) e Spot Modeling. Tais ferramentas permitem uma análise do comportamento da variabilidade e das flutuações da luz em diferentes escalas de tempo. Nossos resultados mostram que a série temporal SAP é mais rica em variabilidade do que aquela produzida pelo pipeline de PDC. Além disso, as flutuações da luz causadas pela modulação rotacional podem ser descritas por um desvio padrão simples, pois fornece uma medida da razão sinal-ruído. Finalmente, esses procedimentos e métodos podem ser muito úteis para analisar dados atuais como os da missão TESS (Transiting Exoplanet Survey Satellite) e dados futuros da missão PLATO (Planetary Transits and Oscillations of Stars).

**Palavras-chave:** Rotação estelar; Atividade magnética estelar; Análise de séries temporais; Missão Kepler; Exoplanetologia.

## ABSTRACT

The Kepler-9 and Kepler-30 systems are made of a solar-like star hosting 3 exoplanets. In particular, these systems are highly interesting because starspots produce characteristic light perturbations when occulted by the orbiting planets transiting the host star. We use about 4 years of high-precision photometry collected by the Kepler mission to investigate the flux fluctuations caused by photospheric convection, stellar rotation, and the effect of starspot evolution as a function of the timescale. In this thesis, we model the flux rotational modulation induced by active regions using spot modeling and apply multiple analysis methods: Lomb-Scargle periodogram, magnetic activity, and variability indicators, the Multifractal Detrending Moving Average algorithm (MFDMA), and Spot Modeling. These tools allow an analysis of the behavior of variability and light fluctuations on different timescales. Our results show that the SAP time series is richer in variability than that produced by the PDC pipeline. Furthermore, the light fluctuations caused by the rotational modulation can be described by a simple standard deviation because it provides a measure of the signal-noise ratio. Finally, these procedures and methods may be greatly useful for analyzing data from the still active TESS (Transiting Exoplanet Survey Satellite) and future data from PLATO (Planetary Transits and Oscillations of Stars) mission.

**Keywords:** Stellar rotation; Stellar magnetic activity; Analysis of time series; Kepler mission; Exoplanetology.



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Principais características das duas estrelas: Temperatura efetiva, logaritmo da aceleração da gravidade, velocidade projetada de rotação, metalicidade, massa, raio e período de rotação. . . . .	44
Tabela 2 – Estimativas das principais características dos planetas que orbitam a estrela Kepler-30: massa, semi-eixo maior, período orbital, excentricidade, inclinação e raio. . . . .	45
Tabela 3 – Estimativas das principais características dos planetas que orbitam a estrela Kepler-9: massa, semi-eixo maior, período orbital, excentricidade, inclinação e raio. . . . .	47
Tabela 4 – Parâmetros adotados no spot modeling de Kepler-30 e de Kepler-9. . . . .	58
Tabela 5 – Índices obtidos para todas as séries temporais sem sinal de trânsito: índice magnético global ( $S_{ph}$ ), média dos índices magnéticos locais ( $\overline{S_{ph}}$ ), índice magnético em alta atividade ( $\overline{S_{ph}(n+)}$ ) e em baixa atividade ( $\overline{S_{ph}(n-)}$ ), o Contraste (C) e a média dos índices de variabilidade ( $R_{var}$ ) . . . . .	66
Tabela 6 – Indicadores multifractais extraídos do método MFDMA padrão para as séries PDC, SAP e RTS. Os resultados estão apresentados para dados originais (O), embaralhados (S) e com fase randomizada (P). Da esquerda para a direita, temos: O parâmetro de singularidade; o parâmetro $\alpha_0$ ; expoente global de Hurst; grau de multifractalidade; e grau de assimetria. . . . .	83

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Velocidades real ( $v_e$ ) e projetada ( $v_e \sin i$ ) da rotação de uma estrela. . . . .	16
Figura 2 – Uma representação do alargamento das linhas espectrais. A linha vermelha representa um perfil sem o alargamento devido a rotação, apenas com efeito do movimento termal dos átomos e moléculas que contribuem para o espectro. A linha azul representa o perfil com alargamento devido a rotação. O efeito da rotação provoca uma maior distribuição da queda na intensidade luminosa (eixo vertical) em torno do comprimento de onda (eixo horizontal) absorvido. . . . .	22
Figura 3 – Distribuição de $v \sin i$ para três aglomerados $\alpha$ Persei, Plêiades e Híades. A queda na velocidade de rotação conforme a idade da estrela aumenta é facilmente visível nessa amostra. . . . .	23
Figura 4 – Ilustração de uma elipse obtida através do Plot de Poincaré destacando os desvios-padrão SD1 and SD2. . . . .	35
Figura 5 – Um exemplo de espectro multifractal (curva parabólica) com destaque aos parâmetros (linhas tracejadas e setas) usados para calcular os indicadores multifractais. As linhas tracejas verticais marcam, da esquerda para a direita, as posições de $\alpha_{min}$ , $\alpha_0$ e $\alpha_{max}$ . As linhas tracejadas horizontais marcam as posições de $f_L^{min}$ (equivalente a $f(\alpha_{min})$ ) e $f_R^{min}$ (equivalente a $f(\alpha_{max})$ ). . . . .	37
Figura 6 – A série temporal futura PDC de K30 $x(t + \tau)$ com $\tau = 8,7$ dias contra a série temporal $x(t)$ . A subfigura mostra que $\tau = 8,7$ corresponde ao máximo valor da função de autocorrelação da série temporal . . . . .	38
Figura 7 – Concepção artística do satélite Kepler. O satélite foi projetado para observar uma região fixa no céu, sem permitir a entrada de luz solar no fotômetro, usando-a como fonte de energia . . . . .	40
Figura 8 – Séries temporais das estrelas Kepler-9 (painel esquerdo) e K30 (painel direito), da forma que constam na base de dados MAST. As curvas PDC estão em azul e as SAP em vermelho. . . . .	48
Figura 9 – Curvas de luz das estrelas Kepler-9 (painel superior) e Kepler-30 (painel inferior), já normalizadas, referentes a todo o tempo de observação pela missão Kepler. As curvas PDC estão em azul e as SAP em vermelho. . . . .	50

Figura 10 – Ajuste polinomial das séries temporais SAP de Kepler-9 (painel esquerdo) e Kepler-30 (painel direito). As séries normalizadas estão representadas por pontos pretos, a curva de ajuste em vermelho. A linha preta mostra a série residual, deslocada em 0,1 apenas para facilitar a visualização . . . . .	51
Figura 11 – Curvas de luz PDC e SAP das duas estrelas após todas as etapas de limpeza e preparação, isto é, após o ajuste polinomial e a remoção das assinaturas de trânsito planetário. O painel inferior mostra a diferença entre as duas curvas de luz de cada estrela, ou série temporal residual. . . . .	54
Figura 12 – Periodograma de LombScargle computado para as séries temporais SAP e PDC das duas estrelas, focado nos períodos próximos ao de rotação das estrelas. Os maiores picos mostrados possuem períodos (em dias) de: 16,82 para as séries Kepler-9 e 16,17 para as séries de Kepler-30. . . . .	60
Figura 13 – Periodograma de LombScargle em amplo espectro, computado para as séries temporais SAP, PDC e RTS das duas estrelas. As potências nos períodos não mostrados são da ordem de $10^{-7}$ e por isso tais períodos não foram exibidos. . . . .	62
Figura 14 – Periodograma de LombScargle em amplo espectro, computado para as séries temporais SAP e PDC das duas estrelas ainda com sinal de trânsito planetário. . . . .	63
Figura 15 – Evolução ao longo do período de observação dos índices magnéticos locais das séries PDC (azul) e SAP (vermelho). . . . .	64
Figura 16 – Evolução ao longo do período de observação dos Índices de Variabilidade $R_{var}$ das séries PDC (azul) e SAP (vermelho). . . . .	65
Figura 17 – Evolução ao longo do período de observação dos Índices Magnéticos Parciais e dos Índices de Variabilidade $R_{var}$ das séries RTS de Kepler-9 (vermelho) e Kepler-30 (azul). . . . .	66
Figura 18 – Evolução ao longo do período de observação dos índices magnéticos locais das séries PDC (azul) e SAP (vermelho) ainda com sinal de trânsito. . . . .	67
Figura 19 – Evolução ao longo do período de observação dos Índices de Variabilidade $R_{var}$ das séries PDC (azul) e SAP (vermelho) ainda com sinal de trânsito. . . . .	68
Figura 20 – Gráfico log-log das funções de flutuação $F_q(n)$ (círculos pretos para $q = 2$ ) calculado para a série PDC final da Fig. 11. As linhas vermelhas correspondem à $q$ variando entre $-5$ e $5$ em passos de $0,2$ (maiores explicações estão presentes no texto). Linhas verticais marcam os crossovers. A linha verde coincide com a inclinação média $H = h(2) = 0,95$ para escalas menores que $7,23$ dias. . . . .	69
Figura 21 – Idem Figura 20 para a curva SAP. . . . .	70
Figura 22 – Idem Figura 20 para a curva RTS. . . . .	70

Figura 23 –Idem Figura 20 para a curva PDC de Kepler-9. . . . .	71
Figura 24 –Idem Figura 20 para a curva SAP de Kepler-9. . . . .	72
Figura 25 –Idem Figura 20 para a curva RTS de Kepler-9. . . . .	73
Figura 26 –Superfície de Hurst $h(q, \tau)$ calculada para a série final PDC de Kepler-30. O plano $(h, q)$ corresponde ao $h(q)$ calculado com o método MFDMA padrão. As barras coloridas indicam os valores de $h(q, \tau)$ , onde para $q < 0$ maiores valores são encontrados e para $q > 0$ são encontrados os menores. . . . .	73
Figura 27 –Idem Fig. 26 para os dados SAP. . . . .	74
Figura 28 –Idem Fig. 26 para os dados RTS. Nesse caso, flutuações do tipo movimento aleatório ( $H > 1$ ) são mais fortes do que nas séries PDC e SAP, indicando uma evolução mais lenta no regime $q < 0$ . . . . .	75
Figura 29 –Idem Fig. 26 para os dados PDC de Kepler-9. . . . .	76
Figura 30 –Idem Fig. 26 para os dados SAP de Kepler-9. . . . .	76
Figura 31 –Idem Fig. 26 para os dados RTS de Kepler-9. . . . .	77
Figura 32 –Superfície de Hurst calculada para as séries suplentes de Kepler-30 geradas por embaralhamento (à esquerda) e por mudança aleatória de fase (à direita) das séries PDC (topo), SAP (meio) e RTS (fundo). Os resultados apresentados são uma média obtida a partir de 200 suplentes. . . . .	78
Figura 33 –Idem Fig. 32 para as séries temporais de Kepler-9 . . . . .	79
Figura 34 –Indicadores multifractais da série PDC de Kepler-30 em três versões: original (vermelho), embaralhada (verde) e com fase alterada (azul) . <i>Painel superior à esquerda:</i> função de flutuação para $q = 2$ . <i>Painel superior à direita:</i> Expoente de Hölder em função de $q$ . <i>Painel inferior à esquerda:</i> Expoente de escala multifractal $\tau(q)$ . <i>Painel inferior à direita:</i> Espectro multifractal $f(\alpha)$ . . . . .	80
Figura 35 –Idem Fig. 34 para a série SAP de Kepler 30 . . . . .	81
Figura 36 –Idem Fig. 34 para a série PDC de Kepler 9 . . . . .	82
Figura 37 –Idem Fig. 34 para a série SAP de Kepler 9 . . . . .	82
Figura 38 –Distribuição dos resíduos do Spot Modelling. . . . .	84
Figura 39 –Periodograma dos resíduos do Spot Modelling. . . . .	85
Figura 40 –Evolução da área total afetada por manchas nas duas estrelas, obtidas com o Spot Modelling e considerando o pipeline SAP. . . . .	85
Figura 41 –Periodograma da area total afetada por manchas nas duas estrelas, obtidas com o Spot Modelling e considerando o pipeline SAP. . . . .	86

Figura 42 –Distribuição do fator de preenchimento contra a longitude e tempo para o modelo regularizado por ME da curva SAP de Kepler-30. A escala do eixo horizontal foi estendida além de 360° para um melhor acompanhamento da migração das manchas . . . . .	87
Figura 43 –Distribuição do fator de preenchimento contra a longitude e tempo para o modelo regularizado por ME da curva SAP de Kepler-9. A escala do eixo horizontal foi estendida além de 360° para um melhor acompanhamento da migração das manchas . . . . .	88

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO . . . . .	15
1.1	Um breve parêntese sobre Séries Temporais . . . . .	17
1.2	Motivação . . . . .	19
1.3	Objetivos . . . . .	19
1.4	Organização . . . . .	19
2	UMA VISÃO GERAL ACERCA DA ROTAÇÃO E DO MAGNETISMO ESTELAR . . . . .	21
2.1	Rotação do Sol e das estrelas . . . . .	21
2.1.1	<i>A Espectroscopia</i> . . . . .	21
2.1.2	<i>A Fotometria</i> . . . . .	24
2.2	Atividade magnética das estrelas . . . . .	25
2.2.1	<i>Índicadores de atividade magnética</i> . . . . .	27
3	DESCRIÇÃO MULTIFRACTAL DE SÉRIES TEMPORAIS . . . . .	29
3.1	O expoente de Hurst . . . . .	29
3.2	Análise MFDMA . . . . .	31
3.3	Origens da multifractalidade e o impacto de modulações quase periódicas em séries temporais . . . . .	33
3.4	Indicadores multifractais . . . . .	36
3.5	Método MFDMA $\tau$ . . . . .	37
4	MISSÃO KEPLER E DADOS OBSERVACIONAIS . . . . .	39
4.1	Motivações e Desafios . . . . .	39
4.2	A abordagem . . . . .	40
4.3	Características dos dados . . . . .	41
4.3.1	<i>Correção de erros sistêmicos</i> . . . . .	42
4.4	Os alvos selecionados . . . . .	44
4.4.1	<i>Kepler-30</i> . . . . .	45
4.4.2	<i>Kepler-9</i> . . . . .	46
5	METODOLOGIA . . . . .	48
5.1	Pré-processamento e preparação das séries temporais de Kepler-9 e Kepler- 30 . . . . .	48
5.1.1	<i>Passo 1: Remoção das cadências de baixa qualidade</i> . . . . .	49
5.1.2	<i>Passo 2: Ajuste polinomial</i> . . . . .	49

5.1.3	<i>Passo 3: Remoção das assinaturas de trânsito planetário</i>	52
5.2	Periodograma Lomb–Scargle	53
5.3	Modulação rotacional e indicadores de atividade magnética	53
5.4	Análise Multifractal	55
5.5	Spot Modeling	56
6	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	60
6.1	Análise dos periodogramas	60
6.2	Análise dos indicadores de atividade	65
6.3	<b>A multifractalidade de Kepler-9 e de Kepler-30</b>	67
6.3.1	<i>Funções de flutuação</i>	67
6.3.1.1	<i>Kepler-30</i>	68
6.3.1.2	<i>Kepler-9</i>	71
6.3.2	<i>Superfícies de Hurst</i>	72
6.3.3	<i>Análise das séries temporais suplentes</i>	77
6.3.4	<i>Indicadores Multifractais</i>	80
6.4	Spot Modelling de Kepler-9 e Kepler-30	83
6.4.1	<i>Mapas de manchas e variações nas áreas manchadas</i>	84
7	<b>CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS</b>	90
	<b>REFERÊNCIAS</b>	94

## 1 INTRODUÇÃO

O céu noturno intriga a humanidade desde seus primórdios. Sem as luzes artificiais das cidades modernas, o céu era visto na sua forma mais fascinante por qualquer um em qualquer lugar. Eventualmente nossos antepassados procuraram entender o que era o céu, qual o motivo por trás da existência das estrelas e da Lua. Logo o céu foi associado à religião por diversos povos, e, em vários casos, a divindade diretamente relacionada ao céu era superior a todas as outras. O Sol e a Lua chegaram a ser associados a deuses, ou manifestações destes, em diversas mitologias. Coisas fora do comum, como uma estrela cadente, eram interpretadas como sinais do divino, o presságio de uma grande desgraça ou de uma grande benção.

As estrelas, entretanto, não eram tomadas como entidades poderosas por si só. Crenças a respeito das estrelas giravam em torno de situações mais sutis, como por exemplo a representação da história das Plêiades fugindo do caçador Órion, ou a estrela guia usada por alguma divindade para ajudar viajantes perdidos. Conforme a humanidade evoluiu, crenças mitológicas foram dando lugar à ciência, sucessivas descobertas nos permitiram entender cada vez mais sobre tudo que nos cerca (WEINBERG, 2015).

Com a invenção do telescópio refrator em 1608 (HELDEN; DUPRÉ; GENT, 2010), a presença e movimentação das manchas na superfície do Sol puderam ser observadas e mensuradas pela primeira vez. Nesse período, Galileu Galilei, um dos mais notórios acadêmicos da história, ainda estava vivo e ativo tendo registrado a observação das manchas solares em 1612. Contudo, a primeira observação foi feita por Thomas Harriot alguns anos antes de Galileu, mas ele nunca as registrou (CHAPMAN, 2008). A primeira medição anunciada publicamente foi documentada em 1611, por Johannes Fabricius, que mediu um movimento de leste para oeste e levantou a hipótese de que tais manchas estavam situadas na superfície solar e que esse fato era um indicativo do movimento rotacional do Sol (TASSOUL, 2000).

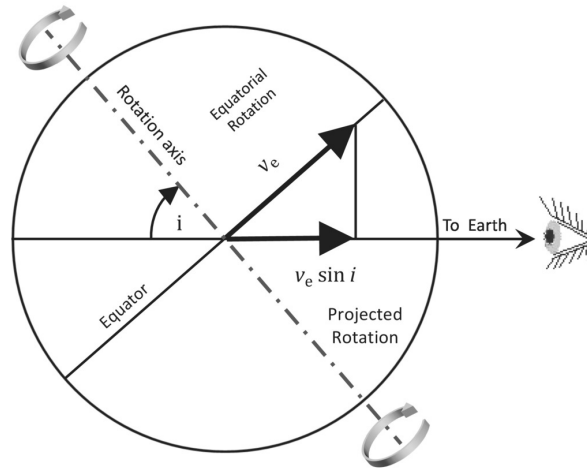
Christopher Scheiner, também contemporâneo de Galileu e geocentrista, foi a princípio crítico da ideia de um Sol maculado e com rotação e teorizou que tais manchas seriam devido à presença de planetas próximos a ele. Tal teoria foi refutada por Galileu, no tratado *Istoria e Dimostrazioni intorno alle Macchie Solari e loro Accidenti*, no qual mostrou que tais manchas apresentavam alteração do tamanho nas proximidades das bordas do disco solar. Além disso, que o movimento acelerava no trajeto até o centro, mas ficava mais lento ao passar por ele e que o tempo para a conclusão do trânsito era igual para todas as manchas, características que tornavam a hipótese planetária muito improvável. Scheiner se convenceu de que o Sol realmente girava e redigiu a primeira monografia sobre o tema (TASSOUL, 2000).

Os trabalhos de Galileu, Scheiner e Fabricius inauguraram os estudos da rotação



Solar, que mais tarde se estenderiam para estrelas em geral. Muitos anos se passaram sem contribuições significativas a respeito do tema, essencialmente devido às limitações tecnológicas. Foi apenas com a invenção do espectroscópio, no Século XIX, que houve uma mudança de paradigma. Foi possível descobrir que a velocidade de rotação do Sol varia com a latitude (HIREMATH, 2001) e que o mesmo possui um forte campo magnético, diretamente ligado às suas manchas (HALE, 1908). Com o advento do espectroscópio também foram obtidas as primeiras velocidades projetadas de rotação de estrelas (vide Fig. 1) e as primeiras evidências do magnetismo estelar, dando início aos estudos sobre esses fenômenos e, deste então, um vasto esforço tem sido empenhado na tentativa aprimorar o entendimento a respeito dos fenômenos mencionados.

Figura 1 – Velocidades real ( $v_e$ ) e projetada ( $v_e \sin i$ ) da rotação de uma estrela.



Fonte: Trypsteen & Walker (2017).

A origem da rotação estelar é uma das questões mais importantes no contexto da astrofísica. A hipótese mais aceita é que o momento angular de uma estrela vem da nuvem que a formou, mas, como de Freitas (2009) explica, uma parte significativa do momento angular da nuvem deve ser dissipada, caso contrário a contração gravitacional seria balanceada pelo momento angular e as condições para a formação do núcleo estelar não seriam alcançadas. Esse mecanismo de dissipação ainda não é conhecido.

Assim como no caso da rotação, a origem da atividade magnética estelar também é uma das questões em aberto. Um dos principais avanços teóricos, na busca por uma solução para esse problema, foi alcançado por Ludwig Biermann em 1950. O astrônomo mostrou que, em um plasma sob a rotação diferencial, um fraco campo magnético pode surgir mesmo que o meio seja originalmente desmagnetizado - tais campos são chamados de *campos semente* na literatura - e tal processo ficou conhecido como pilha de Biermann. Sua capacidade de explicar fenômenos reais, porém, é limitada, pois a teoria de Biermann prevê um longo intervalo de tempo para a geração desse campo semente (NELSON; DE MEDEIROS, 2012).

Um importante campo de pesquisa para estudar o comportamento magnético das estrelas é a Asterosismologia. Ela permite, através de uma série temporal do fluxo de fótons emitido pelas estrelas a uma dada cadência, estudar a fotometria e os efeitos que ocorrem em uma larga banda de frequência que vão da granulação ao movimento das manchas. Como um exemplo, estudos recentes como os de Mosser et al. (2009), Bonomo & Lanza (2012) e Santos et al. (2017), investigam esses fenômenos em diferentes tipos espectrais e fases evolutivas.

### 1.1 Um breve parêntese sobre Séries Temporais

Em termos gerais, existe uma ampla gama de variabilidade que pode ser investigada em séries temporais fotométricas (LANZA et al., 2003; FERREIRA LOPES et al., 2015a; FERREIRA LOPES et al., 2015b). Para que o diagnóstico seja o mais preciso e acurado possível é de suma importância entender a estrutura básica de uma série temporal. Basicamente, uma série temporal pode ser sintetizada por duas componentes: uma determinística e outra estocástica.

A primeira é responsável pela variação semi-senoidal produzida pelo comportamento orbital, rotacional ou de pulsação referente a posição, a velocidade e ao brilho dentro de um intervalo de tempo que depende da escala na qual se manifesta. A outra se refere ao ruído, que iremos identificar daqui em diante como “ruído estelar”. Essa componente estocástica está presente em uma série temporal de diferentes formas, mas, no geral, pode ser classificada como correlacionada ou não-correlacionada no tempo ou espaço. Na grande maioria dos trabalhos encontrados na literatura da astrofísica, o ruído é tratado como um processo markoviano (LANZA; Rodono; Zappala, 1993; AIGRAIN et al., 2015). No entanto, essa aproximação somente é válida quando a janela de observação é muito maior do que o tempo da variabilidade investigada ou quando os fenômenos são relativamente “suaves”. Fenômenos espúrios, como erupções, produzem uma cadeia de variações temporais que desafiam esse processo.

Para aumentar essa dificuldade na análise de diferentes mecanismos que geram ruído, um dado pode ser multivariado, ou seja, um mesmo fenômeno pode ser simultaneamente observado em diferentes faixas de comprimento de onda: das ondas de rádio aos raios gama (FEIGELSON; BABU, 2012).

Nos últimos anos, vários métodos têm sido aplicados no estudo das estruturas fractais e multifractais das séries temporais de sistemas astrofísicos, alguns exemplos podem ser vistos nos trabalhos de de Freitas et al. (2016, 2017), Belete et al. (2018) e de Franciscis et al. (2019). A estimação de flutuações locais e dependência de longo prazo nas séries temporais astrofísicas é um problema que vem sendo estudado para entendermos os efeitos de processos de longa memória gerados pela rotação estelar (DE FRANCISCIS et al., 2019; DE FREITAS et

al., 2019b). Como discutido por de Freitas et al. (2013) o expoente de Hurst<sup>1</sup> (HURST, 1951) é um indicador multifractal eficiente para analisar séries temporais, o qual é principalmente usado para elucidar a persistência devido à modulação rotacional nas próprias séries.

Recentemente, uma técnica proposta por Gu e Zhou (2010), conhecida como método MFDMA (sigla em inglês para remoção de tendências por média móvel para multifractais), começou a ser aplicada para a caracterização multifractal de séries temporais da missão Kepler (DE FREITAS et al., 2017; DE FRANCISCIS et al., 2019; DE FREITAS et al., 2019b). O método MFDMA filtra as tendências locais de séries não estacionárias pela subtração de médias locais. Além disso, o método investiga as flutuações locais das séries temporais usando uma escala de tempo fixada *a priori*. De acordo com Wang, Shang e Cui (2014), fixar uma escala de tempo *a priori* pode gerar resultados enviesados. Uma maneira de evitar esse equívoco é usar o método MFDMA com multi-escala (MDFMA $\tau$ ) (DE FREITAS et al., 2021), que será descrito no Capítulo 3.

Dentro do presente contexto, este trabalho é uma nova investida no campo da rotação estelar para sistemas com planetas. Inicialmente, nós utilizamos dados obtidos pela missão Kepler (BORUCKI et al., 2010) para dois sistemas multiplanetários, Kepler-9 e Kepler-30. Tanto suas semelhanças quanto suas diferenças são utilizadas para tentar aprimorar nosso entendimento a respeito da rotação e atividade magnética estelar.

Ambos são sistemas que possuem três planetas, mas Kepler-9 possui planetas com planos de órbita praticamente não coplanares, o que é raro nos dados coletados pela Missão Kepler. Além disso, o plano orbital dos planetas provavelmente não está alinhado com a rotação da estrela hospedeira (WALKOWICZ; BASRI, 2013). Kepler-30 não apresenta tais características, até onde se sabe.

Em ambos os sistemas as estrelas hospedeiras são do tipo espectral G. Além disso, suas massas e diâmetros são muito parecidos com as do Sol (as diferenças não passam de 5% dos valores solares, como mostrado no Capítulo 4, Tabela 1). Mas, em Kepler-9, seus três planetas estão todos muito próximos: o planeta mais distante em Kepler-9 (Semi Eixo Maior  $a = 0,225UA$ ) não está mais distante de sua estrela hospedeira do que Mercúrio está do Sol ( $a = 0,387UA$ ) (HOLMAN et al., 2010). O sistema Kepler-30 é parecido nesse quesito, mas o Semi Eixo Maior de seu planeta mais externo é  $0,5UA$ , maior que o de Mercúrio mas ainda menor que o de Vênus (FABRYCKY et al., 2012).

O trabalho de de Freitas et al. (2021) foi escrito em um esforço colaborativo junto a esta tese, compartilhando métodos, dados e resultados. Vale ressaltar que o artigo em questão se restringiu à estrela Kepler-30, enquanto esta tese estendeu o trabalho para a estrela Kepler-9.

---

<sup>1</sup>Uma discussão a respeito desse expoente se encontra no Capítulo 3

## 1.2 Motivação

Entender a atividade magnética e a evolução de rotação em estrelas que possuem o tipo espectral solar, são mais jovens e que hospedam vários planetas é crucial para entender o passado do nosso Sol. Desta forma, os dois sistemas foram selecionados por possuírem estrelas do tipo espectral G similares ao Sol (em termos de temperatura, gravidade, massa e raio ), mas com sistemas planetários sensivelmente diferentes. Além disso, estes dois sistemas são ambientes interessantes para testar teorias de maré, importantes para clarificar as diferenças na evolução da rotação de estrelas com e sem planeta. Dessa forma, as diferenças encontradas em nossas análises podem ser entendidas como originadas no perfil de rotação ou nas interações estrela-planeta.

## 1.3 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é caracterizar a atividade magnética e a dinâmica de manchas das estrelas Kepler-9 e Kepler-30 a partir de uma análise das séries temporais oriundas da missão Kepler. Os objetivos específicos são:

- Identificar a presença de rotação diferencial e manchas na superfície estelar a partir de um periodograma de Lomb-Scargle;
- Comparar a atividade magnética de ambas (tanto em janelas temporais parciais quanto em todo o período de observação) através dos índices propostos por Mathur et al. (2014);
- Verificar se existem ciclos de atividade e, caso existam, determinar o período e intensidade destes ciclos;
- Caracterizar a multifractalidade das séries temporais para investigar as flutuações como uma função da escala, assim como, a dinâmica de manchas com o auxílio do código Spot Modelling (BONOMO; LANZA, 2012) .

## 1.4 Organização

A presente tese está previamente organizada da seguinte forma:

O segundo capítulo consiste em uma revisão histórica breve das descobertas sobre rotação e magnetismo estelar. Os avanços e desafios da teoria são descritos com maiores detalhes ao abordar os tópicos de rotação diferencial, atividade magnética e freio magnético.

O terceiro capítulo aborda brevemente a análise multifractal de séries temporais, mostrando a teoria por trás do método MFDMA e explicando que tipos de resultados podem ser obtidos por meio dessa técnica.

O quarto capítulo consiste em um breve resumo sobre a missão Kepler e sobre os sistemas escolhidos para análise.

No quinto capítulo descrevemos os diferentes métodos empregados na coleta e preparação dos dados, análise dos dados, assim como suas limitações para os objetivos da tese e o tratamento dos dados usando o ferramental multifractal e o código Spot Modelling.

O sexto capítulo apresenta os resultados alcançados ao analisar os dados das estrelas Kepler denominadas Kepler-9 e Kepler-30, uma comparação entre os métodos utilizados bem como esses métodos podem se complementar.

As conclusões retiradas dos resultados, bem como perspectivas sobre como esse trabalho pode ser relevante para pesquisas futuras, são apresentadas no sétimo capítulo

## 2 UMA VISÃO GERAL ACERCA DA ROTAÇÃO E DO MAGNETISMO ESTELAR

Quando a distância a uma estrela foi medida pela primeira vez<sup>1</sup> em 1838 por Friedrich Bessel (ZEILIK; GREGORY, 1998), e entendemos quão grande e brilhante ela seria caso estivesse no lugar do Sol, tivemos a comprovação de que cada estrela que observamos no céu noturno é, na verdade, um sol distante. Desse modo veio a percepção de que o universo é imensamente vasto, que nosso planeta não é privilegiado em nenhum quesito e que provavelmente existem outros planetas como o nosso, talvez até mesmo vida como a nossa, em algum lugar nessa vastidão. Dessa forma, de coadjuvantes menos importantes que a Lua ou as nuvens, as estrelas passaram a ser vistas como personagens principais do nosso céu e do universo.

### 2.1 Rotação do Sol e das estrelas

O estudo das manchas e da rotação do Sol, que permaneceu sem maiores descobertas desde sua época inicial, voltou a avançar alguns anos após a descoberta de Bessel. No ano de 1850, Richard Carrington e Gustav Spörer determinaram que ao invés de se comportar como em um corpo rígido, a velocidade de rotação da superfície solar na verdade varia com sua latitude, fenômeno denominado *rotação diferencial* (HIREMATH, 2001).

#### 2.1.1 A Espectroscopia

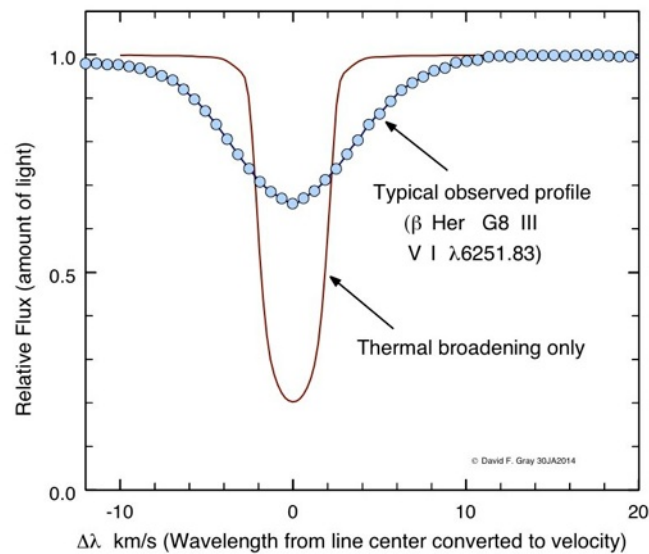
A invenção do espectroscópio conduziu o estudo da rotação estelar a um novo patamar. O fato das estrelas estarem girando faz com que a todo momento uma parte da superfície estelar esteja se aproximando de nós, enquanto outra parte da superfície se afasta, salvo o caso de nossa linha de visão coincidir com o eixo polar. Os fótons emitidos pela superfície estelar nessas regiões são afetados pelo efeito Doppler, tendo seus comprimentos de onda desviados para o azul (quando a região que o emitiu está se aproximando) e para o vermelho (quando a região se afasta), e essa diferença pode ser medida com o uso de um espectroscópio (SHER, 1968).

Em 1871, Hermann Vogel mostrou que esses desvios poderiam ser utilizados para medir a velocidade de rotação do Sol e as primeiras determinações espectrográficas foram de fato realizadas no Observatório Solar Mount Wilson, na virada do século XX, por Walter S. Adams (TASSOUL, 2000). Para estrelas no geral, observar o espectro de cada lado do contorno separadamente não era (e continua não sendo) uma estratégia possível, mas W. de W. Abney

<sup>1</sup>Tal medida foi realizada através da técnica da paralaxe, que usa a alteração na posição da estrela alvo em relação às estrelas fixas conforme a Terra orbita o Sol e a Unidade Astronômica

(ABNEY, 1877) trouxe a tona a ideia de que, ao analisarmos toda a luz recebida da estrela ao mesmo tempo, o efeito Doppler deveria provocar um alargamento das linhas espectrais, como visto na Fig 2. Ele afirmou ainda que, caso as demais condições fossem conhecidas, seria possível calcular a velocidade de rotação da estrela.

Figura 2 – Uma representação do alargamento das linhas espectrais. A linha vermelha representa um perfil sem o alargamento devido a rotação, apenas com efeito do movimento termal dos átomos e moléculas que contribuem para o espectro. A linha azul representa o perfil com alargamento devido a rotação. O efeito da rotação provoca uma maior distribuição da queda na intensidade luminosa (eixo vertical) em torno do comprimento de onda (eixo horizontal) absorvido.



Adaptado de: (GRAY, 2005).

A medição da velocidade projetada de rotação de estrelas simples através do efeito Doppler só veio acontecer anos mais tarde, graças ao trabalho de Shajn & Struve (1929). Struve (1930) também identificou uma relação entre  $v \sin i$  e a classe espectral, com as estrelas dos tipos O, B, A e primeiras F sendo as com maiores velocidades de rotação, enquanto estrelas do tipo F tardias e demais tipos só apresentam rápida rotação na presença de uma binária próxima.

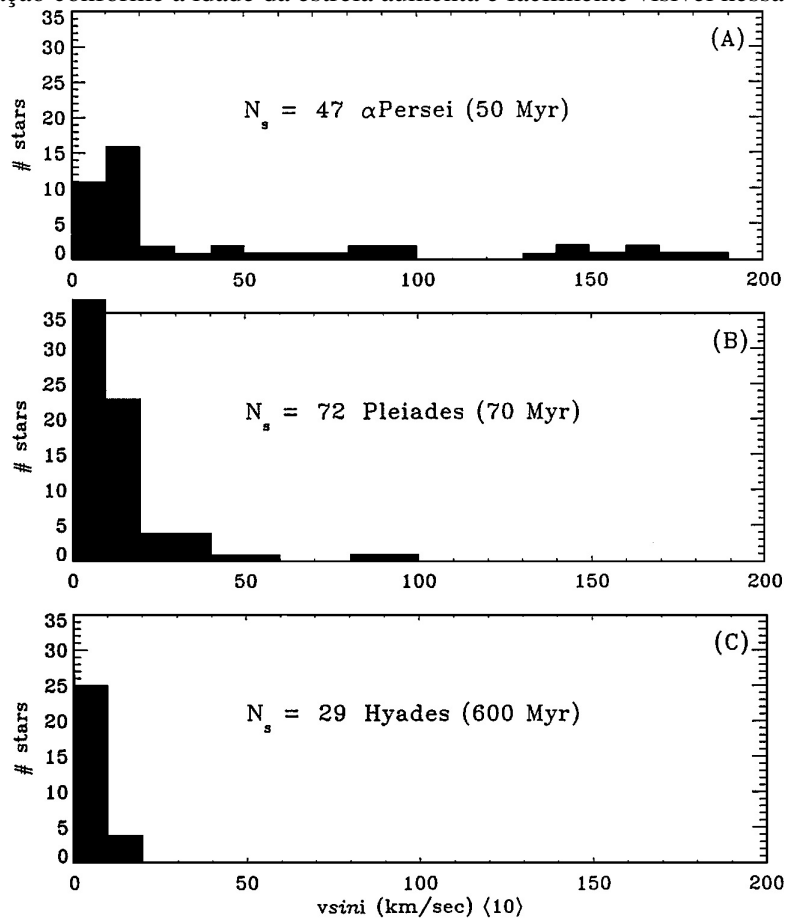
Por se tratar de um problema envolvendo um grande número de observáveis, a rotação estelar logo passou a ser estudada com as ferramentas da física estatística, com os trabalhos de Struve (1945) e Chandrasekhar & Münch (1950). Struve propôs que os eixos de rotação das estrelas estão distribuídos de forma aleatória, uma propriedade bastante importante pois indica que a rotação estelar não tem origem na rotação galáctica. Chandrasekhar & Münch partiram da proposição de Struve e sugeriram equações para descrever a distribuição de velocidades, tanto verdadeira quanto a projetada com o objetivo de fornecer uma ferramenta eficaz para analisar as funções de distribuição observadas.

Huang (1965) utilizou as funções de distribuição de Chandrasekhar & Münch para analisar a rotação de estrelas na sequência principal, introduzindo, embora sem debater sua ori-

gem, um fator de frenagem ( $x$ ) e concluiu que tal fator é pequeno nas estrelas dos primeiros tipos, O até F5, e muito maior nos demais tipos. Na continuação deste trabalho (HUANG, 1967), o autor deduziu que a taxa de decrescimento do momento angular de uma estrela deve ser proporcional a primeira e/ou maiores ordens do próprio momento angular, sem termos constantes.

Skumanich (1972) mostrou que a rotação, a abundância de Lítio e a atividade magnética estavam relacionadas - para o Sol, estrelas na constelação Ursa Major e os aglomerados Plêiades e Híades - pois ambas decaíam com o inverso do quadrado da idade (com a exceção da abundância de Lítio que cai muito mais intensamente em estrelas com mais de 1 bilhão de anos e também é muito baixa no Sol). Esse trabalho serviu como base para diversos estudos posteriores como os de Soderblom (1983) e Pace & Pasquini (2004) que encontraram as mesmas relações entre idade, rotação e atividade magnética que Skumanich obteve, mas com leis de potência diferentes, variando com o tipo espectral da estrela observada.

Figura 3 – Distribuição de  $v \sin i$  para três aglomerados  $\alpha$  Persei, Plêiades e Híades. A queda na velocidade de rotação conforme a idade da estrela aumenta é facilmente visível nessa amostra.



Fonte: Keppens, MacGregor e Charbonneau (1995).



### 2.1.2 A Fotometria

Como já foi dito, estrelas estão no intervalo espectral O-F1 giram mais rapidamente do que aquelas que estão no intervalo F5-M. Esse fato prejudica a observação do alargamento das linhas espectrais devido ao efeito Doppler em estrelas dos tipos mais tardios. Mesmo quando o alargamento é facilmente observável, a degenerescência do ângulo de inclinação  $i$  nos impede de obter a velocidade real de rotação e, conseqüentemente, o período de rotação. Além disso, tais estrelas possuem um espectro bem mais complexo uma vez que diversas moléculas maiores passam a contribuir (a alta temperatura das estrelas dos primeiros tipos impede a formação de moléculas grandes) e, por fim, estrelas do tipo M compõem a maioria da vizinhança solar (KALER, 1997).

Tais fatores limitam a utilidade da espectroscopia, e esse fato somado aos avanços tecnológicos na captação de imagens e construção de veículos espaciais, além do interesse em detectar planetas orbitando outras estrelas, resultaram uma nova mudança de paradigma: a era dos grandes telescópios fotométricos espaciais. As condições de observação em bases espaciais são muito superiores uma vez que não existem nuvens, poluição luminosa vinda das cidades ou distorções atmosféricas nessas altitudes. Outro fator importante é que, por não precisar espalhar a luz para analisar seu espectro, observações fotométricas podem ser conduzidas em um número muito maior de estrelas de uma vez.

As vantagens da fotometria não se restringem ao aparato utilizado para fazer as medições, o tipo de dado coletado também traz benefícios. A fotometria se concentra em medir a intensidade luminosa periodicamente, formando uma série temporal. Se a estrela possuir manchas como o Sol, estas manchas provocam variações periódicas na intensidade conforme a rotação da estrela insere e retira manchas do disco estelar. Essas pequenas variações podem levar a uma determinação precisa do período de rotação, sem precisar conhecer o ângulo de inclinação.

Alguns dos marcos importantes do avanço da fotometria (sem falar de muitos outros) foram o lançamento do Telescópio Espacial Hubble em 1990, a já aposentada missão Kepler (BORUCKI et al., 2010) - um telescópio espacial lançado pela NASA em 2009 com a missão de monitorar centenas de milhares de estrelas na procura por exoplanetas - e a ainda operante missão GAIA (PRUSTI et al., 2016).

Graças a missões como as citadas, um acervo gigantesco de dados fotométricos foi compilado e continua crescendo. Com a evolução da tecnologia computacional, esses dados podem ser processados com velocidade cada vez maior, possibilitando trabalhos em escala muito maior do que a dos pioneiros do ramo. Por exemplo, o importante trabalho de Reinhold et al. (REINHOLD; REINERS; BASRI, 2013) utilizou uma amostra de mais de 40000 estrelas ob-

servadas pelo satélite Kepler, conseguindo calcular o período de rotação de 24124, das quais 18000 exibiram rotação diferencial.

Os dados coletados pela missão Kepler permitiram o desenvolvimento de outros trabalhos que se destacam, como o de Nielsen et al. (2013) que conseguiu medir o período de rotação de mais de 12000 estrelas. Outro exemplo é o trabalho de McQuillan et al. (2014) que analisou dados de três anos de observação e obteve, dentre vários resultados, o período de rotação de mais de 34000 estrelas, cuja grande maioria (80%) pertence aos grupos mais tardios, indicando que a rotação de estrelas mais quentes é mais difícil de ser detectada via fotometria. As análises dos autores também indicam que, para estrelas de uma dada temperatura, a variabilidade fotométrica é menor naquelas com maior período de rotação, outro indicativo de que a atividade magnética cai com a idade.

Lanzafame et al. (2018) utilizou os dados liberados da missão GAIA para obter períodos de rotação e a modulação da amplitude de 147000 estrelas candidatas à classificação *BY Draconis*, um tipo de estrela variável caracterizada por variações fotométricas quase periódicas em escalas de tempo entre menos de um dia à alguns meses e de amplitudes entre centésimos à metade de uma magnitude (LÓPEZ-MORALES et al., 2006).

Trabalhos como estes são possíveis graças ao massivo banco de dados gerados pelos telescópios espaciais e são de suma importância para o futuro da astrofísica, uma vez que a caracterização dos parâmetros físicos de milhares de estrelas é essencial para o aprimoramento das teorias de formação e evolução estelar (MAEDER, 2009).

## 2.2 Atividade magnética das estrelas

A invenção do espectroscópio não só levou os estudos da rotação estelar a outro patamar, mas também permitiu a descoberta de uma outra característica importante: a presença do campo magnético nas estrelas. A comprovação da existência do magnetismo Solar foi alcançada antes que a velocidade de rotação do Sol fosse medida pela primeira vez, quando George E. Hale (1908) observou nas manchas solares uma manifestação do efeito Zeeman, um desdobramento nas linhas espectrais causado pela presença de campo magnético (ZEEMAN, 1897).

No ano seguinte, analisando o movimento dentro das manchas solares para entender a origem do campo magnético, Jhon Evershed (1909) constatou que o movimento nas manchas solares era radial, de dentro para fora, fenômeno até hoje sem uma explicação satisfatória. Sir Joseph Larmor (1919) foi o primeiro a propor uma teoria que explicasse o campo magnético solar e terrestre: o dínamo autoexcitado baseado no movimento de massa carregada dentro das manchas descobertas por Evershed. Essencialmente, foi a primeira teoria capaz de explicar o magnetismo presente em corpos celestes. Mas, essa teoria foi refutada por Cowling (1933), que demonstrou que o movimento dentro das manchas não seria capaz de gerar um dínamo

autossuficiente. Na década seguinte, um estudo do magnetismo em fluidos condutores foi publicado por Hannes Alfvén (1942) onde ele mostrou ser possível um movimento ondulatório eletromagnético e hidrodinâmico e ainda especulou que tal onda poderia estar associada com as manchas solares. Esse artigo marcou o início da teoria Magnetohidrodinâmica (MHD), e por isso Alfvén recebeu o prêmio Nobel de 1970. A MHD começou a ser usada em larga escala nos estudos sobre o campo magnético estelar, em especial o magnetismo solar.

A teoria do dínamo foi revisitada por diversos pesquisadores ao longo dos anos, com as primeiras contribuições matemáticas importantes sendo formuladas por Walter M. Elsasser (1946) e Edward Crisp Bullard (1949). Poucos anos depois, foi demonstrado por Eugene N. Parker (1955) que uma esfera em rotação constituída de um fluido condutor poderia regenerar um campo magnético dipolar. As primeiras formulações matemáticas mais completas, compreendendo avanços anteriores e apresentando novos modelos, podem ser atribuídas aos trabalhos de Moffatt (1983) e Parker (1979). Por outro lado, de Freitas e De Medeiros (2013) analisaram uma amostra de aproximadamente 16000 estrelas do tipo espectral F e G e concluíram que o dínamo estelar é controlado por diferentes leis de decaimento rotacional que dependem basicamente do tipo espectral. Os autores ainda mostraram que o freio magnético estelar (conceito descrito posteriormente) pode ser analisado sob a luz da mecânica estatística não-extensiva e, portanto, a dinâmica da distribuição de velocidade rotacional depende do perfil da cauda da distribuição que, por sua vez, controla a lei de decaimento. A teoria do dínamo é capaz de explicar muitos efeitos magnéticos observados, mas a realidade é mais complexa e alguns fenômenos não são previstos pela teoria, e por isso novos modelos continuam sendo propostos até os dias atuais (CHARBONNEAU, 2020).

Outro aspecto importante da atividade magnética é a sua influência direta sobre a rotação da estrela, mais especificamente sua capacidade de retirar momento angular da estrela. Em 1959, Evry Schatzman propôs a ideia de que a emissão de matéria eletricamente carregada pelas estrelas, similar ao vento solar, provoca uma diminuição do momento angular da mesma (SCHATZMAN, 1962). O mecanismo responsável seria a interação entre a matéria carregada e o campo magnético da estrela. Sob a ação do campo, a matéria ejetada é forçada a corrotacionar com a estrela até atingir uma distância crítica na qual a influência do campo se torna desprezível. Como tal distância é muito maior que o raio da estrela, esta perde uma considerável parte de seu momento angular mesmo ejetando uma quantidade relativamente pequena de massa. Tal processo acontecendo continuamente ao longo do tempo provoca uma redução significativa da rotação estelar conforme a sua idade avança.

Kraft (1967) mostrou que o comportamento médio da velocidade de rotação estelar, especialmente em estrelas dos primeiros tipos até o tipo espectral F, está de fato relacionado com o vento magnético, corroborando a teoria de Schatzman. A corrotação da matéria ejetada,

chamada na literatura de freio magnético (ou *magnetic braking*), permanece até hoje como a principal explicação para a perda de momento angular estelar e é usado em diversas pesquisas atuais, como por exemplo de Freitas (2009), Reiners (2012) e Fleming (2019).

### 2.2.1 *Índices de atividade magnética*

Recentemente, de Freitas et al. (2013, 2016, 2017, 2019a, 2019b) usou o expoente de Hurst para representar o comportamento global das flutuações presentes em uma série temporal astrofísica. Sem dúvida, o calcanhar de Aquiles do tratamento de séries temporais passa por uma excelente análise do ruído estelar, como vimos mais acima. É por isso que tal questão tem um lugar tão especial nessa tese. Outro importante ponto relacionado ao comportamento do ruído estelar vem de uma das mais recentes controvérsias no campo de pesquisa dos exoplanetas. Para alguns autores (BEDELL et al., 2015), as análises fotométrica e espectroscópica revelam que sinais interpretados como planetas podem ser na verdade ruído periódico produzido pela atividade magnética da estrela, conseqüentemente, interpretando os exoplanetas como falsos positivos.

Leão et al. (2018) detectaram um exoplaneta do tipo Júpiter pelo método de variação da velocidade radial. Os autores analisaram 29 aglomerados abertos de diferentes idades usando um survey de velocidade radial de longo prazo observado pelo HARPS para estrelas de massas intermediárias. Vale ressaltar que a detecção de exoplanetas em grupos de diferentes idades é uma ferramenta poderosa para a compreensão de várias questões abertas, dentre elas, como a taxa de ocorrência de planetas depende da metalicidade estelar, da massa ou do ambiente estelar. Do ponto de vista estatístico, um Júpiter não oferece grandes problemas, visto que a perturbação que ele provoca na variação da velocidade radial é da ordem de centenas de metros por segundo. No entanto, os autores enfrentaram o dilema estatístico de calibrar a melhor solução orbital Kepleriana aos dados.

A solução orbital<sup>2</sup> encontrada por Leão et al. (2018) foi seguida de uma bateria de outros métodos para certificar se realmente tratava-se de um exoplaneta. Dentre os métodos seguidos está o índice magnético  $S$  de Mount Wilson que é um marcador de atividade magnética pela análise das linhas de CaII H & K e a evolução da razão sinal-ruído. Pelo lado da fotometria, nós temos outros candidatos que pretendem cumprir a tarefa de estimar a atividade magnética estelar. Dentre eles, existe o índice proposto por Mathur et al. (2014) que usa o desvio padrão calculado em diferentes janelas temporais para descrever o perfil da atividade magnética. De Freitas et al. (2016, 2017) mostraram que é possível estimar a atividade magnética usando uma robusta ferramenta estatística conhecida como Multifractais, usando parâmetros geométricos

---

<sup>2</sup>Um modelo para o movimento orbital de uma estrela hospedeira. O modelo em questão foi obtido pela Cadeia Markoviana de Monte Carlo (sigla em inglês: MCMC)

extraídos do espectro multifractal, como veremos mais tarde.

Ainda não temos uma literatura que sirva de base para apontar a análise multifractal como um promissor método para diferenciar atividade de trânsito planetário, mas os recentes resultados mostram seu potencial no tratamento de séries temporais de estrelas simples sem presença de planeta. Nesse contexto, já se sabe que o expoente de Hurst tem uma forte ligação com a dinâmica das manchas e, como mencionado por de Freitas et al. (2017, 2019a, 2019b), o marcador de atividade magnética proposto por Mathur et al. (2014) está fortemente correlacionado ao grau de assimetria do espectro multifractal e o grau de multifractalidade. Isso oferece aos indicadores multifractais uma ligação direta com o magnetismo estelar e pode ser muito útil para entender os mecanismos de interação estrela-planeta e, portanto, ele pode ajudar na redução das etapas que certificam se a perturbação encontrada na velocidade radial é devido a um exoplaneta ou não.

A análise multifractal torna-se muito relevante quando consideramos um apanhado de milhões de estrelas como é a proposta do PLATO que pretende encontrar centenas de exoplanetas tão pequenos quanto à Terra (RAUER et al., 2014). Assim, implantar métodos e procedimentos mais robustos é de suma importância. Na verdade, o método multifractal é um dos poucos métodos consolidados na literatura, principalmente fora do contexto astrofísico, que permite varrer flutuações em diferentes escalas e, com isso, diagnosticar com maior precisão os efeitos físicos por trás da variabilidade fotométrica ou espectroscópica, ou seja, tanto no domínio temporal quanto espacial, respectivamente.

### 3 DESCRIÇÃO MULTIFRACTAL DE SÉRIES TEMPORAIS

O conceito de fractalidade foi formalizado por Benoit B. Mandelbrot, que abordou a ideia de que, ao tentarmos mensurar curvas geográficas (como por exemplo o comprimento da costa de um país), o resultado varia conforme mudamos com a escala da medida (MANDELBROT, 1967). Basicamente, certas formas geométricas rugosas e irregulares, como a costa de um país ou a superfície de nuvens, não possuem um comprimento ou área definidos e apresentam auto-similaridade estatística: cada porção da sua forma pode ser considerada uma cópia em menor escala da forma inteira. Mandelbrot mostra que, para esse tipo de forma, comprimento e área não são grandezas adequadas, e introduz a ideia de *dimensão fractal* para caracterizá-las.

A ideia de dimensão fractal pode ser estendida para qualquer outro tipo de medida sobre um espaço geométrico (normalmente referenciado como suporte) desde que esta medida apresente a característica de variar com escala de medição - uma medida *Multifractal* (FEDER, 1988). Um exemplo seria a distribuição de ouro no solo: poucos lugares possuem grandes concentrações, muitos lugares possuem pequenas concentrações e concentrações minúsculas estão em toda parte, isso indica que pode existir uma lei de escala que governa tal comportamento. São sobre essas leis que o formalismo multifractal tem em seu cerne, como veremos a seguir ao tratar do expoente de Hurst e os demais indicadores multifractais.

#### 3.1 O expoente de Hurst

Para determinarmos as dimensões fractais de uma série temporal é preciso conhecer o expoente de Hurst  $H$  (MANDELBROT, 1985), chamado assim em homenagem à Harold Edwin Hurst, um engenheiro hidráulico que dedicou a vida a estudar problemas relacionados ao armazenamento de água. Ele desenvolveu a análise  $R/S$  (*Rescaled Range Analysis*), um método estatístico voltado para análise de longas séries temporais e ao estudo de dependências de longo prazo. Partindo de uma série temporal  $x(t)$ , o algoritmo elaborado por Hurst é formado pelos seguintes passos (HURST, 1951): primeiramente calculamos a série integrada

$$X(t, \tau) = \sum_{i=1}^t [x(i) - \langle x \rangle_{\tau}], \quad (3.1)$$

onde  $\langle x \rangle_{\tau}$  é a média da série no período considerado. A partir de  $X(t, \tau)$ , calculamos  $R$  (*range*):

$$R(\tau) = \max_{t \leq \tau} X(t, \tau) - \min_{t \leq \tau} X(t, \tau). \quad (3.2)$$

Por fim, dividimos  $R(\tau)$  pelo desvio padrão da série  $S(\tau)$

$$S(\tau) = \left( \sum_{t=1}^{\tau} [x(t) - \langle x \rangle_{\tau}]^2 \right)^{1/2}. \quad (3.3)$$

Hurst descobriu, de forma empírica, que a razão  $R(\tau)/S(\tau)$  (*Rescaled Range*) obedece a relação:

$$R(\tau)/S(\tau) = (\tau/2)^H, \quad (3.4)$$

onde  $H$  é o expoente de Hurst (1951) obtido através de uma lei potência (ou seja, uma relação pode ser escrita na forma  $y = ax^k$ ) como mostrada na equação acima. de Freitas et al. (2013) realizam pela primeira vez, no contexto da astrofísica estelar, uma abordagem fractal das séries temporais da missão CoRoT (Convection, Rotation and planetary Transit, sigla em inglês). Como resultado, os autores encontraram que existe uma forte correlação entre o expoente de Hurst e período de rotação das estrelas. No trabalho, eles usaram 17 estrelas ativas e do tipo solar, assim como, o Sol nas fases ativa e inativa. No entanto, o trabalho não tinha uma amostra significativa robusta, onde somente veio ocorrer no artigo de de Freitas et al. (2019a). Neste trabalho, os autores demonstraram que para uma amostra expressiva, de aproximadamente 40000 estrelas, a relação entre o expoente de Hurst e o período de rotação prevalece e com interessantes particularidades, dentre elas, que o referido expoente consegue distinguir diferentes sinais que existem entre estrelas com e sem rotação diferencial. Com isso, já existe na literatura uma gama de testes que podem classificar o expoente de Hurst como um robusto índice de atividade magnética estelar.

A análise  $R/S$  é um marco importante na análise de séries temporais, mas sua eficiência é limitada, se enquadrando como um método adequado para séries fractais estacionárias (KANTELHARDT, 2014; DE FREITAS et al., 2016). Estimar o expoente de Hurst é um desafio em séries temporais complexas - para séries multifractais um único valor de  $H$  não é suficiente - e diversos métodos vêm sendo elaborados e testados para a solução desse desafio. No trabalho de Freitas et al. (2013) já foi verificado que as flutuações nos valores da razão  $R(\tau)/S(\tau)$  indicam que diferentes intervalos de tempo são governados por expoentes de Hurst ligeiramente distintos. Esse comportamento levou os autores a investigar as séries temporais à luz da multifractalidade (DE FREITAS et al., 2016).

As variações na amplitude das séries temporais de estrelas acontecem em uma grande variedade de escalas de tempo, indo das dezenas de minutos para convecções atmosféricas, passando pela modulação rotacional devido a heterogeneidades no brilho fotosférico (manchas estelares), até meses ou anos característicos dos ciclos de atividade estelar. O sinal de modulação rotacional é quase periódico e não estacionário devido à evolução das manchas nas superfícies das estrelas.

Para caracterizar as flutuações nas escalas de tempo mais curtas, em sua maioria produzidas pela convecção estelar, que são complexas demais para uma utilização direta da análise  $R/S$ , usaremos o método MFDMA.

### 3.2 Análise MFDMA

Para análise de séries temporais multifractais e/ou não estacionárias, métodos de análise mais robustos foram desenvolvidos. Duas - entre muitas - técnicas que se destacam são a DFA (*Detrended Fluctuation Analysis*) (PENG et al., 1994) para lidar com séries temporais fractais não-estacionárias e a MFDFA (*Multi-Fractal Detrended Fluctuation Analysis*) (KANTEHARDT et al., 2002), uma generalização da DFA para o caso multifractal.

O método MFDMA usado nesta tese já teve sua eficiência comprovada no contexto astrofísico devido aos trabalhos de de Freitas et al. (DE FREITAS et al., 2016; DE FREITAS et al., 2017; DE FREITAS et al., 2019a; DE FREITAS et al., 2019b), mostrando que o algoritmo MFDMA é uma poderosa ferramenta que provê informação valiosa sobre as flutuações de uma série temporal. Em particular, de Freitas et al. (2019a) usaram a análise multifractal para investigar o comportamento multiescala de uma amostra de aproximadamente 8000 estrelas ativas que foram observadas pela missão Kepler a partir da análise de mais de 40000 estrelas.

O Algoritmo MFDMA (GU; ZHOU, 2010) consiste em uma sequência de passos que estão elencados a seguir. Partindo de uma série temporal  $x(t)$  o primeiro passo, como no caso da análise  $R/S$ , é a construção da série integrada

$$y(t) = \sum_{i=1}^t x(i), \quad t = 1, 2, 3, \dots, N. \quad (3.5)$$

A partir da série integrada  $y(t)$  definida acima, é calculada a média móvel

$$\tilde{y}(t) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{\lceil n-1 \rceil} y(t-k), \quad (3.6)$$

onde  $\lceil n-1 \rceil$  é o menor inteiro não menor do que  $n-1$  e  $n$  é o tamanho da janela, e então as tendências são removidas da série  $y(t)$  através da subtração da média móvel para obter a série residual:

$$\varepsilon(i) = y(i) - \tilde{y}(i), \quad (3.7)$$

onde  $n \leq i \leq N$ . Assim, a série residual  $\varepsilon(i)$  tem  $N_n = \text{int}[N/n - 1]$  segmentos não sobrepostos e de mesmo tamanho  $n$ ,  $\text{int}[z]$  significando maior inteiro não maior que  $z$ . Cada segmento pode ser denotado por  $\varepsilon_v(i)$  de tal forma que  $\varepsilon_v(i) = \varepsilon(l+i)$  onde  $l \leq i \leq n$  e  $l = (v-1)n$ .



Em seguida, para cada segmento  $\varepsilon_v(i)$ , é calculada a média quadrática,  $F_v(n)$ :

$$F_v(n) = \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_v^2(i) \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (3.8)$$

e a partir desta são geradas as funções de flutuação de ordem  $q$

$$F_q(n) = \left\{ \frac{1}{N_n} \sum_{v=1}^{N_n} F_v^q(n) \right\}^{\frac{1}{q}}, \quad (3.9)$$

para todo  $q \neq 0$ , enquanto que para  $q = 0$

$$\ln[F_0(n)] = \frac{1}{N_n} \sum_{v=1}^{N_n} \ln[F_v(n)]. \quad (3.10)$$

Para valores negativos de  $q$  as funções de flutuação  $F_q(n)$  possuem maior contribuição dos segmentos com baixa flutuação, enquanto as grandes flutuações dominam  $F_q(n)$  quando  $q$  é positivo. A escalagem de  $F_q(n)$  obedece a relação

$$F_q(n) \propto n^{h(q)}, \quad (3.11)$$

onde  $h(q)$  é o expoente generalizado de Hurst. Em particular, quando  $q = 2$  temos o expoente de Hurst original.

Obtendo  $h(q)$ , o expoente de escalagem multifractal (ou expoente de massa)  $\tau(q)$  pode ser computado

$$\tau(q) = qh(q) - 1. \quad (3.12)$$

O último passo é obter o expoente de Hölder  $\alpha(q)$  e o espectro multifractal  $f(\alpha)$  via transformada de Legendre:

$$\alpha(q) = \frac{d\tau(q)}{dq}, \quad f(\alpha) = q\alpha - \tau(q). \quad (3.13)$$

O expoente de Hölder  $\alpha$  fornece uma estimativa do quão *singular*<sup>1</sup> é a variabilidade (mais especificamente a média quadrática) de um dado segmento da série temporal. Os segmentos com os menores  $\alpha$  representam as variações mais bruscas e irregulares, enquanto que os segmentos com maiores  $\alpha$  representam as variações mais suaves. O expoente de Hölder desempenha um papel vagamente similar ao de uma “densidade de flutuações”, indicando qual fração do total de flutuações acontecem em um determinado segmento.

O espectro multifractal  $f(\alpha)$  caracteriza como o número de segmentos com um dado  $\alpha$  varia quando alteramos o tamanho dos segmentos. Em outras palavras, é a dimensão

<sup>1</sup>Para os propósitos da pesquisa, o termo “singular” pode ser considerado equivalente à “não-diferenciável”

fractal que caracteriza a autoafinidade de um determinado subconjunto da série temporal. Por definição, para um sinal monofractal,  $h$  é o mesmo para todos os valores de  $q$  e é igual à  $\alpha$ , resultando em um “espectro” de um único valor  $f(\alpha) = f(h)$ , enquanto que para um sinal multifractal,  $h(q)$  varia e o espectro multifractal é geralmente parabólico (DE FREITAS et al., 2017).

### 3.3 Origens da multifractalidade e o impacto de modulações quase periódicas em séries temporais

O caráter multifractal de séries temporais estocásticas se manifesta em diferentes expoentes de escalagem para pequenas e grandes flutuações na mesma escala de tempo  $n$ . Esse comportamento pode ser originado pela presença simultânea de diferentes correlações de longo prazo e persistências que dependem da amplitude das flutuações e/ou por uma distribuição estatística que desvia fortemente da distribuição Gaussiana, mesmo na ausência de correlações de longo prazo. No último caso, a distribuição de flutuações normalmente exibe caudas largas (DE FREITAS et al., 2016; DE FREITAS et al., 2017; DE FREITAS et al., 2019a).

É possível determinar quais das duas fontes é a responsável pela multifractalidade de uma série temporal através do uso de séries suplentes. O primeiro tipo de suplente é obtido através de um simples embaralhamento dos pontos de toda a série. Fazendo isso, a distribuição estatística dos pontos se mantém, mas correlações de longo e curto prazo são removidas, produzindo uma nova série com  $h(q)$  próximo à 0,5, que é o expoente de Hurst de uma série temporal aleatória (DE FREITAS et al., 2016). Um segundo tipo de suplente pode ser obtido ao aplicar a transformada de Fourier à série original e modificá-la pela extração de uma fase aleatoriamente escolhida no intervalo  $[-\pi, \pi]$ , mantendo o mesmo módulo. A transformada reversa após essa modificação resulta em uma série temporal que retém as mesmas correlações da série original, mas cuja distribuição é praticamente Gaussiana, efetivamente eliminando o efeitos de caudas largas da série original (KANTELHARDT, 2014; WANG; SHANG; CUI, 2014).

Ao comparar a função  $h(q)$  e o espectro multifractal da série original com as das duas suplentes descritas acima, é possível obter a informação sobre qual é a fonte dominante de multifractalidade. Especificamente, quando a fonte dominante é uma correlação temporal, a função  $h(q)$  da primeira suplente (série embaralhada) será bem diferente daquela obtida na série original, enquanto que  $h(q)$  da segunda suplente (mudança de fase) será similar. O oposto é verdade no caso de uma série cuja fonte de multifractalidade é a distribuição não Gaussiana.

De um ponto de vista geral, séries temporais podem resultar de processos determinísticos e estocásticos, com o primeiro sendo responsável por oscilações e tendências de longo prazo. Essas tendências devem ser removidas para permitir uma melhor determinação das propriedades das flutuações estocásticas. Isso é normalmente feito através de ajustes polinômiais de

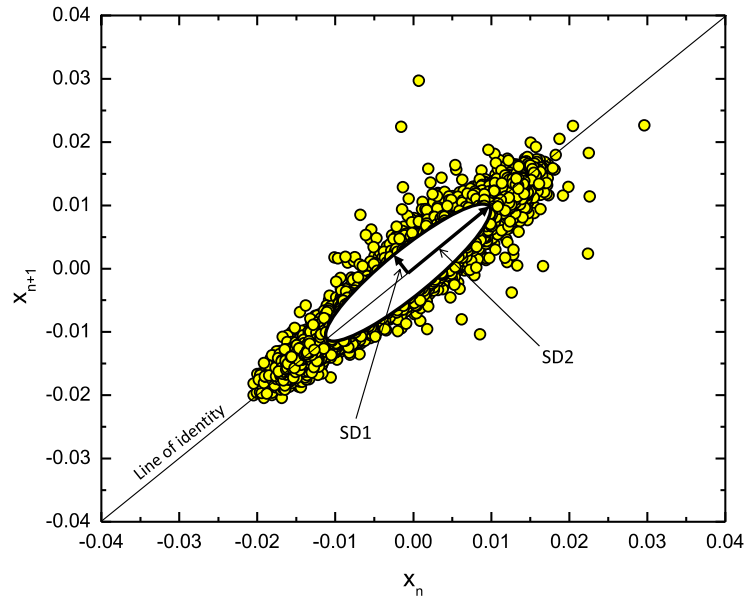
diferentes graus nas funções de flutuação (KANTELHARDT, 2014) ou pela subtração de uma média movel como no nosso caso. Contudo, no caso de sistemas astrofísicos e estrelas magneticamente ativas em particular, a separação entre determinístico e estocástico nem sempre é possível. Por exemplo, a modulação rotacional do fluxo devido a manchas estelares contém um componente estocástico produzido pela evolução de manchas individuais frequentemente aparecendo aleatoriamente no tempo e/ou na amplitude (LANZA et al., 2019).

Devido a impossibilidade de uma clara separação dos componentes de séries fotométricas de estrelas magneticamente ativas, a abordagem adotada tem sido a inclusão da modulação rotacional e evolução das heterogeneidades no brilho superficial como fontes adicionais de multifractalidade. Em outras palavras, a análise multifractal tem sido usada como técnica para caracterizar tais processos em adição à técnicas já padronizadas como o periodograma de Lomb-Scargle ou autocorrelação para medir períodos de rotação (MCQUILLAN; MAZEH; AIGRAIN, 2013) ou *Spot Modelling* para obter a evolução de manchas e fáculas (LANZA, 2016). Essa abordagem já foi utilizada até na detecção e caracterização de fenômenos estritamente periódicos como trânsitos planetários na presença de ruído (AGARWAL; SORDO; WETTLAUFER, 2017).

Em uma amostra de estrelas do tipo solar magneticamente ativas observadas pelo telescópio espacial CoRoT, de Freitas et al. (2013) encontraram uma correlação entre os períodos de rotação e o expoente de Hurst ao assumir que tais séries temporais destas estrelas eram monofractais. Em um trabalho subsequente sobre os mesmos dados, de Freitas et al. (2016) estabeleceram que tais séries eram na verdade multifractais, ou seja, as correlações produzidas pela atividade magnética e rotação eram melhor descritas ao assumir um expoente de Hurst generalizado  $h(q)$  e adotar o conjunto completo de parâmetros introduzido na seção 3.4 para caracterizar o espectro multifractal,  $\Delta\alpha$  em particular.

Posteriormente, de Freitas et al. (2017) analisaram uma amostra de 34 anãs vermelhas, anteriormente investigadas por Mathur et al. (2014), para testar o comportamento do expoente de Hurst contra o indicador de atividade magnética  $S_{ph}$  (esse parâmetro será abordado com mais detalhe no Capítulo 5), chegando a conclusão que existe uma pequena anti-correlação entre os dois índices com um coeficiente de Pearson de -0,33 quando considerada a amostra de anãs vermelhas mencionadas acima. A sutil correlação entre os índices  $S_{ph}$  e  $H$  já era esperada devido à diferença entre as escalas de tempo dominantes na obtenção deles (variações de longo e curto termo, respectivamente). Isso foi evidenciado quando de Freitas et al. (2017) compararam o desvio-padrão da série pela elipse gerada pelo método conhecido como Plot de Poincaré, que, resumidamente, é um gráfico que mostra a autocorrelação da série temporal quando relacionamos uma série temporal  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1})$  com uma versão deslocada de uma unidade  $(x_2, x_3, x_4, \dots, x_n)$ , como mostrada na Figura 4. Com esse procedimento os autores encontraram

Figura 4: Ilustração de uma elipse obtida através do Plot de Poincaré destacando os desvios-padrão SD1 and SD2.



Fonte: de Freitas et al. (2017).

uma forte correlação entre o índice  $S_{ph}$  e o desvio padrão relacionado às variações de longo termo (SD2), como é o caso do período de rotação ou outra variabilidade tipo semi-senoidal. Por outro lado, a correlação entre  $S_{ph}$  e o desvio padrão de curto termo (SD1) tem uma inexistente ou fraca correlação, indicando que atividades magnéticas de baixo período ou o ruído estelar não são perceptível ao índice  $S_{ph}$ . Além disso, o referido índice depende fortemente da janela escolhida, ou seja, é necessário ter uma ideia do período de rotação antes de usar o procedimento para gerar os valores de  $S_{ph}$ . Isso vai na contramão do que seria estimar/classificar as séries temporais quando ao período, de forma automática.

Por outro lado, mesmo com amostras cujos períodos de rotação eram limitados (menor que 15 dias), de Freitas et al. (2017) confirmaram uma forte correlação entre  $H$  e  $P_{rot}$  e descobriram que o expoente de Hurst é um indicador de atividade magnética. Recentemente, de Freitas et al. (2019a, 2019b) estenderam o campo de aplicação para séries temporais que exibem mais de uma periodicidade rotacional significativa, o que pode ser considerado um indicativo de rotação diferencial. Usando uma grande amostra de estrelas ativas coletadas pela missão Kepler, de Freitas et al. (2019a) mostraram que na relação entre expoente de Hurst e amplitude relativa da rotação diferencial  $\Delta P/P$  é observada uma tendência para o aumento de  $\Delta P/P$  para grandes valores de  $H$ . Além disso, o estudo mostra que a correlação é ainda maior para as estrelas mais ativas da amostra.

### 3.4 Indicadores multifractais

Nesta tese utilizamos quatro indicadores que podem ser extraídos das quantidades definidas nas Eqs. 3.12 e 3.13, como mostra a Fig. 5, com o objetivo de facilitar a interpretação dos resultados e a comparação dos comportamentos das duas estrelas Kepler-9 e Kepler-30. Os indicadores são definidos como segue:

1. *Parâmetro*  $\alpha_0$ , valor  $\alpha(q = 0)$ , que corresponde ao valor de  $\alpha$  que maximiza o espectro multifractal  $f(\alpha)$ . Esse parâmetro fornece um indicativo de qual o nível de singularidade geral das flutuações, com valores grandes (próximos ou maiores que 1) indicando um comportamento simples e pouco correlacionado, enquanto valores pequenos indicam comportamento muito correlacionado.
2. *Parâmetro de singularidade*  $\Delta f_{min}(\alpha)$ , definido pela diferença  $f(\alpha_{min}) - f(\alpha_{max})$ . Se  $\Delta f_{min}(\alpha)$  é grande (próximo de 1) a cauda direita é maior, as funções de flutuação são pouco sensíveis - ou insensíveis - às variações na ordem  $q$  para  $q > 0$ , significando que o ruído possui um impacto significativo no sinal periódico. Naturalmente, o inverso acontece quando temos  $\Delta f_{min}(\alpha) \approx -1$ : a cauda esquerda é maior, flutuações de grande magnitude apresentam maior complexidade, as de pequena magnitude são pouco sensíveis as variações da ordem  $q$  quando  $q < 0$  e o ruído é pouco significativo.
3. *Grau de assimetria*  $A$ , obtido pela razão:

$$A = \frac{\alpha_{max} - \alpha_0}{\alpha_0 - \alpha_{min}}, \quad (3.14)$$

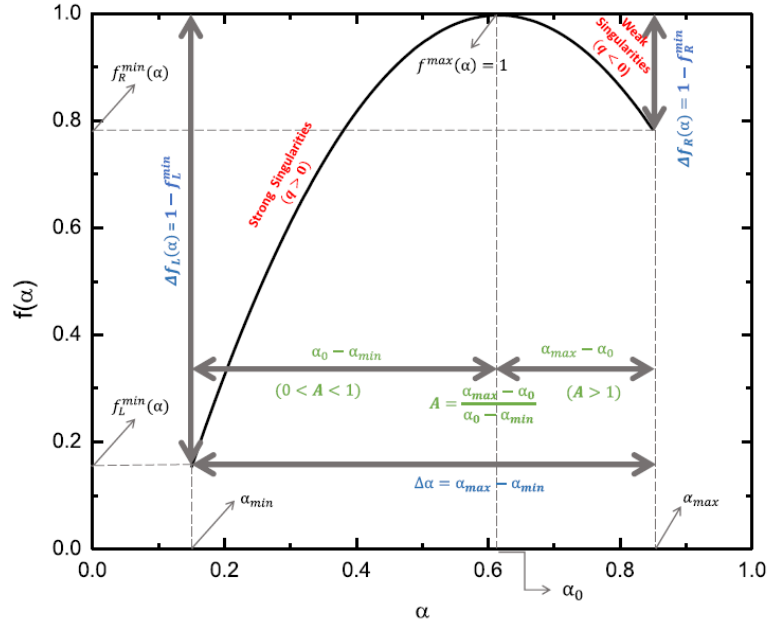
e a partir deste indicador podemos verificar se o espectro é enviesado para a esquerda ( $0 < A < 1$ ), para a direita ( $A > 1$ ) ou simétrico ( $A = 1$ ). No primeiro caso, as grandes flutuações são mais frequentes e têm um impacto mais relevante como origem de multifractalidade. No segundo caso, são as pequenas flutuações e correlações de longo prazo as responsáveis pelo caráter multifractal da série temporal. Quando há simetria, ambas origens possuem influência similar.

4. *Grau de multifractalidade*

$$\Delta\alpha = \alpha_{max} - \alpha_{min}. \quad (3.15)$$

Um baixo valor indica que a série é quase fractal, e quanto maior o valor de  $\Delta\alpha$  maior é o caráter multifractal da série temporal. Quanto mais multifractal é uma série, mais complexas são suas flutuações (DE FREITAS et al., 2016).

Figura 5: Um exemplo de espectro multifractal (curva parabólica) com destaque aos parâmetros (linhas tracejadas e setas) usados para calcular os indicadores multifractais. As linhas tracejas verticais marcam, da esquerda para a direita, as posições de  $\alpha_{min}$ ,  $\alpha_0$  e  $\alpha_{max}$ . As linhas tracejadas horizontais marcam as posições de  $f_L^{min}$  (equivalente a  $f(\alpha_{min})$ ) e  $f_R^{min}$  (equivalente a  $f(\alpha_{max})$ ).



Fonte: de Freitas et al. (2017).

### 3.5 Método MFDMA $\tau$

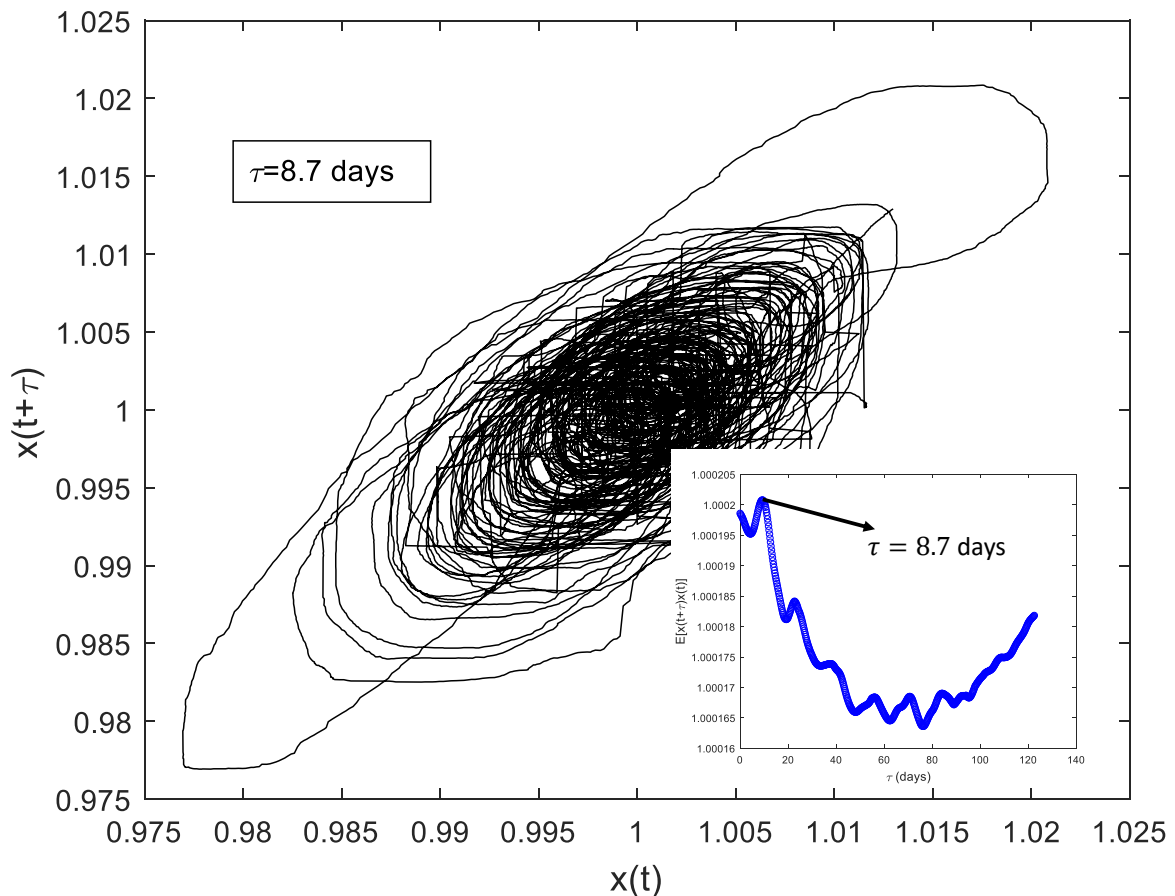
O método MFDMA é um algoritmo que tem como parâmetro de entrada a série temporal original. No entanto, sabemos, e a presente tese aponta nesse sentido, uma série temporal deslocada no tempo pode intensificar variações à medida que o deslocamento temporal se aproxima de flutuações periódicas, como é o caso do período de rotação. Esse tipo de procedimento ajuda a separar características periódicas daquelas que são apenas ruído. Desta forma, parâmetros como os indicadores multifractais podem variar quando usamos séries temporais deslocado de um fator  $\tau$ . Dentro dessa perspectiva, de Freitas et al.(2021) desenvolveram um novo método para calcular um expoente de escalagem dependente do tempo  $h(q, \tau)$  onde  $\tau$  é uma escala de tempo, permitindo expandir a investigação da variabilidade estelar pela inclusão de uma dependência temporal na descrição das flutuações multi-escala através de uma versão alterada das séries dos incrementos  $\Delta x(t, \tau) = x(t + \tau) - x(t)$ , levando a um expoente de Hurst  $h(q, \tau)$  que é uma função também da escala de tempo  $\tau$ .

Desta forma, os efeitos de todas as modulações estacionárias com período igual a  $\tau$  ou aos seus múltiplos são bastante reduzidos. Dada a notável modulação rotacional presente em séries temporais astrofísicas, esse método permite o estudo das flutuações após a remoção das modulações, dada uma escolha apropriada de  $\tau$ . Os autores nomearam tal método MFDMA

multi-escala (MFDMA $\tau$ ) e o aplicaram a série temporal de Kepler-30.

De acordo com de Freitas et al.(2021), é possível determinar o valor ideal de  $\tau$  para determinada série temporal. Os autores utilizaram dois métodos. O primeiro consiste em criar curvas  $x(t + \tau)$  contra  $x(t)$  para diferentes valores de  $\tau$ , procurando um padrão que exiba comportamento repetitivo e quase estacionário organizado ao redor de um ponto fixo. O segundo método foi através da função de autocorrelação. Mais especificamente, o valor de  $\tau$  que corresponde ao valor máximo do coeficiente de autocorrelação, definido pelo valor esperado  $E[x(t + \tau)x(t)]$  para todo  $t$ . A Fig. 6 mostra as duas curvas e o valor apropriado  $\tau = 8.7$  dias para a série PDC de Kepler-30, obtida por de Freitas et al. (2021), seguindo ambos os métodos.

Figura 6 – A série temporal futura PDC de K30  $x(t + \tau)$  com  $\tau = 8,7$  dias contra a série temporal  $x(t)$ . A subfigura mostra que  $\tau = 8,7$  corresponde ao máximo valor da função de autocorrelação da série temporal



Fonte: de Freitas et al. (2021).

Assim como obtido por de Freitas et al.(2021), a aplicação do referido método na estrela Kepler-9 pode também nos ajudar a compreender, da mesma forma que na Kepler-30, em que momento o expoente de Hurst generalizado atinge o nível de saturação. Isso é importante porque para a Kepler-30 isso ocorre exatamente no valor-ótimo de  $x(t)$ .

## 4 MISSÃO KEPLER E DADOS OBSERVACIONAIS

O satélite Kepler foi uma das mais bem sucedidas missões da história da ciência, expandindo nosso conhecimento sobre o universo com a descoberta de mais de 3000 exoplanetas e criando uma base de dados que ainda é intensamente estudada mesmo depois de sua desativação em outubro de 2018.

### 4.1 Motivações e Desafios

A partir da descoberta de 51 Pegasi b (ou apenas 51 Peg b), um planeta gigante (comparável a Júpiter) em órbita interna de uma estrela similar ao Sol (MAYOR; QUELOZ, 1995), ficou claro que nosso entendimento acerca dos processos de formação e evolução de sistemas planetários era insuficiente. Como nossa principal referência era o Sistema Solar, onde pequenos planetas rochosos ocupam órbitas internas e os grandes planetas gasosos ocupam as externas, surgia a dúvida sobre o quão comum era esse tipo de sistema planetário.

Nesse sentido, era necessário aumentar substancialmente a base de sistemas planetários, mais especificamente daqueles com planetas rochosos na zona habitável de estrelas como o Sol. No entanto, as técnicas usadas nas descobertas dos primeiros exoplanetas pareciam não ser capazes de detectar companheiros estelares tão pequenos, principalmente, porque o sucesso da técnica de velocidade radial depende da massa do exoplaneta (BORUCKI et al., 1997). Desta forma, planetas como Júpiteres quentes (51 Peg b é um exemplo) apresentavam um desvio Doppler acima do limite da precisão instrumental, onde na época de 51 Peg b girava em torno de 15 m/s (MAYOR; QUELOZ, 1995).

Por uma linha diversa da espectroscopia, a missão Kepler foi concebida para investigar a detecção de planetas por meio da técnica conhecida por *trânsito planetário*. Resumidamente, a técnica consiste em observar uma estrela por um longo período de tempo, medindo sua intensidade luminosa. Caso essa estrela possua um ou mais planetas com plano orbital próximo da linha de visão do observador, a passagem do planeta pelo disco estelar diminui a intensidade luminosa da estrela momentaneamente e de forma periódica.

Um desafio na detecção pelo método de trânsito é superar a pequena fração de sistemas com trânsitos observáveis de uma posição fixa. A probabilidade de um trânsito ser visível, assumindo que os planos orbitais estão aleatoriamente distribuídos, equivale à  $d_{\star}/2r$ , onde  $d_{\star}$  é o diâmetro da estrela e  $r$  é o raio da órbita (BORUCKI; SUMMERS, 1984). Para um caso análogo à Terra ao redor do Sol, essa probabilidade é de 0,47%. Além disso há o desafio do tempo de observação, visto que um caso análogo ao do nosso planeta significa um período



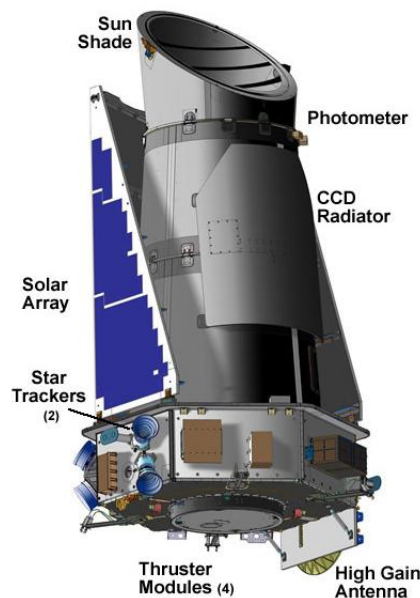
orbital de 1 ano (sendo necessários três anos de observação para confirmar a periodicidade como apontam De Medeiros et al. (2013)) ao mesmo tempo que o trânsito em si (passagem do exoplaneta pelo disco estelar) dura menos de um dia.

Entretanto, o principal desafio é perceber a queda na intensidade luminosa de uma estrela causada pelo trânsito, sendo necessários instrumentos de grande sensibilidade e condições otimizadas de observação.

## 4.2 A abordagem

A abordagem escolhida pela equipe da missão Kepler foi usar um satélite (Fig. 7) para conduzir a observação do espaço, em uma órbita heliocêntrica, evitando toda a distorção atmosférica, presença de núvens e ciclos dia-noite, possibilitando observação contínua e maximizando a qualidade do sinal. Uma região específica do céu seria selecionada para ficar sob monitoramento constante por toda a duração da missão, permitindo a detecção de múltiplos trânsitos de exoplanetas em zona habitável de estrelas similares ao Sol.

Figura 7 – Concepção artística do satélite Kepler. O satélite foi projetado para observar uma região fixa no céu, sem permitir a entrada de luz solar no fotômetro, usando-a como fonte de energia



Fonte: NASA<sup>1</sup>.

O fotômetro acoplado ao satélite estava equipado com 42 detectores CCD distribuídos em 21 módulos, cobrindo um campo de visão de 115 graus quadrados e totalizando

<sup>1</sup>Disponível em: [https://www.nasa.gov/mission\\_pages/kepler/multimedia/images/kepler-spacecraft-drawing.html](https://www.nasa.gov/mission_pages/kepler/multimedia/images/kepler-spacecraft-drawing.html). Acesso em 08 out. 2020.

94,6 milhões de pixels fotossensíveis. A precisão fotométrica estimada era de 20 ppm para estrelas tipo G2V com  $V = 12$ , para uma integração de seis horas e meia (VAN CLEVE; CALDWELL, 2016).

A seleção da região que foi observada seguiu dois critérios: estar fora do plano eclíptico para evitar que o Sol prejudicasse as medições e conter uma população de estrelas suficientemente brilhantes ( $V \leq 14$ ) tão grande quanto possível. Essa exigência nasce da necessidade de se obter uma alta razão sinal-ruído: se o brilho da estrela for baixo fica mais difícil encontrar planetas rochosos. A região escolhida fica na constelação de Cisne e permitiu que o campo de visão do fotômetro monitorasse aproximadamente 150000 estrelas com as características necessárias para a missão (BORUCKI et al., 2010). Dessa forma, mesmo com a pequena proporção estimada, era esperado detectar um número significativo de planetas tipo Terra em zona habitável (BORUCKI et al., 1997).

### 4.3 Características dos dados

O satélite foi lançado em maio de 2009, com expectativa de funcionar por pelo menos quatro anos. A missão conseguiu operar pelo tempo previsto, mas problemas técnicos tornaram inviável continuar da forma como foi concebida. Assim, a missão entrou em uma segunda fase em 2013 (chamada K2), continuando a coletar dados mas sem conseguir focar em regiões fixas por muito tempo, e por isso este trabalho não utiliza dados dessa segunda fase.

Mesmo em sua primeira fase, a missão Kepler gerou um acervo gigantesco de dados fotométricos e os disponibilizou gratuitamente na base de dados MAST (sigla em inglês para Arquivo Mikulski para Telescópios Espaciais)<sup>2</sup>. Os dados estão divididos em dezessete *quarters*: períodos de noventa dias de observação (exceto pelo primeiro e pelo último, que são menores) separados por uma pausa para a realização dos ajustes na posição dos painéis solares, o que alterava os módulos e CCDs monitorando cada alvo.

O processo de medição funcionava da seguinte forma: o fotômetro ficava exposto coletando fótons por 6,019803 segundos, o sistema então levava 0,51895 segundos para a realizar a leitura, formando uma integração ou *frame*. As medições foram registradas em dois tipos de arquivos diferentes: LC, sigla em inglês para cadência longa, e SC, sigla para cadência curta. Os arquivos LC registram a soma de 270 integrações, um registro a cada 29,4244 minutos<sup>3</sup>, e foram o foco principal da missão (GILLILAND et al., 2010). Os arquivos SC registram a soma de apenas nove integrações, resultando em um registro a cada 58,85 segundos e foram coletadas

<sup>2</sup>Os dados da missão Kepler podem ser encontrados no endereço: ([https://archive.stsci.edu/kepler/data\\_search/search.php](https://archive.stsci.edu/kepler/data_search/search.php))

<sup>3</sup>Essas informações podem ser encontradas em um dos documentos da missão Kepler, disponível em: ([https://archive.stsci.edu/files/live/sites/mast/files/home/missions-and-data/k2/\\_documents/MAST\\_Kepler\\_Archive\\_Manual\\_2020.pdf](https://archive.stsci.edu/files/live/sites/mast/files/home/missions-and-data/k2/_documents/MAST_Kepler_Archive_Manual_2020.pdf)).

de um número bem menor de alvos: até 512 em cada quarter.

A unidade de tempo usada para registrar os dados foi o dia conforme um calendário criado para a missão, o BKJD (sigla em inglês para Dia Juliano Baricentrico da missão Kepler), que é, em uma aproximação grosseira, a contagem contínua de dias a partir de primeiro de janeiro de 2009.

Os dados do fotômetro eram enviados para o Centro de Operações da missão (SOC - Science Operations Center), um complexo sistema de tratamento de dados e gerenciamento da missão composto de múltiplas partes (JENKINS et al., 2017). Uma dessas partes é o pipeline científico, composto por múltiplos módulos de tratamento de dados, resultando nos dados que foram disponibilizados para o público.

O primeiro módulo é de calibração (CAL) que aplicava correções estáticas e dinâmicas no “nível de preto” (*black level*) das medições dos CCDs, responsável por servir como referência para a determinação correta dos níveis de luminosidade capturados por cada pixel. Os artefatos de imagem eletrônica que demandam tais correções foram identificados antes mesmo do lançamento da missão.

O segundo módulo do pipeline de tratamento era a análise fotométrica (*Photometric Analysis - PA*). A principal função do módulo PA era computar o fluxo fotométrico e determinar os centros fotométricos de cada alvo. Para uma determinação precisa do fluxo era necessário aplicar uma série de correções. Uma delas era a mitigação de fenômenos “Argabrightening” - uma elevação súbita nos níveis de fluxo em vários os pixels de um ou mais CCDs, cuja origem é desconhecida (JENKINS et al., 2010). Neste módulo também foram tratadas os efeitos de raios cósmicos que incidiam com elevada frequência no fotômetro. Além disso, esse módulo também estimava o fluxo vindo do fundo da imagem ao redor de cada alvo e o subtraía do fluxo total.

Como resultado destes tratamentos o módulo PA gerava a série temporal de dados fotométricos de abertura simples, ou série temporal SAP (Simple Aperture Photometry), além de outros indicadores utilizados para controle da qualidade das medições.

#### **4.3.1 Correção de erros sistêmicos**

O módulo seguinte no pipeline da Kepler era o PDC (Pre-search Data Conditioning) que recebia como input as séries SAP e tratava os erros sistemáticos, advindos do próprio fotômetro devido a combinação da complexidade do satélite com a sensibilidade dos CCDs. As principais causas de erros sistêmicos são desvios de foco do fotômetro (causados por variações de temperatura), vibrações mecânicas, interferência elétrica entre os diversos aparelhos a bordo do satélite, erros de apontamento e aberração de velocidade diferencial (JENKINS et al., 2017).

Inicialmente, a equipe da missão Kepler utilizou um ajuste por mínimos quadrados

usando como base um conjunto de dados auxiliares da engenharia do satélite, como temperatura dos CCDs. Essa abordagem funcionou para o objetivo principal da missão que era a detecção de exoplanetas, mas em contrapartida acabava causando *overfitting* e eliminando a variabilidade natural da estrela, tornando as séries temporais retas demais e em alguns casos até acrescentava ruído à série.

Essa versão inicial do módulo PDC foi utilizada até agosto de 2011, quando uma nova versão foi desenvolvida. O novo PDC agora aplicava uma série de correções aos fenômenos como:

- Anomalias informadas pelo módulo PA;
- Balanços de atitude;
- Queda súbita na sensibilidade dos pixels;
- Pontos fora da curva (outliers).

e juntamente com essas correções, os dados eram submetidos a uma remoção de erros sistemáticos através de uma metodologia “Máximo A Posteriore” Bayesiana (MAP).

Primeiramente, o índice de correlação de Pearson era calculado para todas as séries temporais de um mesmo canal (cada CCD era dividido em dois canais) e a metade com maior correlação era usada para a determinação dos vetores de base da correção, chamados de *Cotrending Basis Vectors* ou CBVs, através da técnica de decomposição em valores singulares. O número de CBVs usados era 8 por padrão, mas esse número podia variar.

Cada série temporal do canal era então ajustada (por mínimos quadrados) na base formada pelos CBVs, porém, para evitar o sobreajuste, esse ajuste era limitado pelos coeficientes de ajuste dos alvos próximos (em 3 dimensões, duas de posição no plano focal e uma de magnitude). Essa solução é bastante eficiente porque espera-se que, ao comparar as séries de diferentes estrelas, sinais instrumentais estejam fortemente correlacionados enquanto que variabilidade intrinsecamente estelar produziria uma forte correlação apenas em casos muito raros de coincidência (JENKINS et al., 2017).

Deste módulo uma nova série temporal era gerada, comumente chamada de série PDC, livre de sinais oriundos de erros sistemáticos pronta para a procura pelos sinais de exoplanetas transitantes. Devido às melhorias no algoritmo, boa parte da variabilidade estelar foi preservada. Essas séries temporais foram o principal objeto de estudo da equipe do Kepler e ainda são intensamente estudadas até hoje.

Tabela 1 – Principais características das duas estrelas: Temperatura efetiva, logaritmo da aceleração da gravidade, velocidade projetada de rotação, metalicidade, massa, raio e período de rotação.

Estrela	$T_{eff}(K)$	$\log g$ (csg)	$v \sin i(kms^{-1})$	[Fe/H]	$M(M_{\odot})$	$R(R_{\odot})$	$P_{rot}$ (dias)
Kepler-9	$5777 \pm 61$	$4,49 \pm 0,09$	$2,74 \pm 0,4$	$0,12 \pm 0,04$	$1,0 \pm 0,1$	$0,982 \pm 0,068$	$16,797^{+0,137}_{-0,133}$
Kepler-30	$5498 \pm 54$	$4,77 \pm 0,23$	$1,94 \pm 0,22$	$0,18 \pm 0,27$	$0,99 \pm 0,08$	$0,95 \pm 0,12$	$16,196^{+0,163}_{-0,167}$

Fonte: Adaptado de Torres et al. (2011), Fabrycky et al. (2012), Walkowicz & Basri (2013), Wang et al. (2018) e Angus et al. (2018)

#### 4.4 Os alvos selecionados

Dois sistemas planetários foram selecionados para este trabalho: *Kepler-9* e *Kepler-30* (ver Tabela 1). Eles foram escolhidos por se tratarem de sistemas multiplanetários, sem binaridade e com velocidade de rotação projetada  $v \sin i$  (onde  $i$  denota o ângulo de visada em relação ao observador) próxima do valor solar ( $\sim 2kms^{-1}$ ). No entanto, como podemos observar na Tabela 1, o período de rotação dessas estrelas é muito próximo, mas correspondem aproximadamente metade do período de rotação do Sol no equador ( $\sim 32$  dias). Esses valores baixos para o período de rotação podem ser explicada observando a idade estimada dos dois sistemas, 1 giga-ano para a *Kepler-9* e 2 giga-anos para a *Kepler-30*, ou seja, sistemas planetários mais jovens que o sistema solar com a idade estimada de 4,5 giga-anos.

Nesse contexto, investigar estrelas com essas características podem trazer informações valiosas a respeito da evolução do nosso sistema solar. Em particular, ambos sistemas vem sendo ativamente estudados desde suas descobertas graças a características, explicitadas nas duas próximas seções. Eles foram observados em cadência longa (29,4244 min) desde o primeiro quarter até o fim da missão e a partir do sétimo quarter em cadência curta (58,84876 s).

É notório que existem vários sistemas planetários disponíveis na literatura com propriedades similares aos dois sistemas aqui mencionados ou mesmo mais velhos do que o Sol. No entanto, existem duas justificativas principais para a devida escolha. A primeira delas está no fato de que sistemas jovens podem apresentar maior atividade magnética do que os mais velhos (MELÉNDEZ et al., 2012). Assim, com uma maior atividade, a técnica Spot Modelling (BONOMO; LANZA, 2012) é mais eficiente, uma vez que ela é extremamente sensível a presença de manchas. A segunda se refere a capacidade computacional necessária para gerar os resultados tanto para o método multifractal quanto para o Spot Modelling, que oferece as maiores dificuldades de processamento. Além disso, isolar e analisar as peculiaridades de cada sistema tornaria a tese muito extensa. Desta forma, analisar dois sistemas permite um estudo extenso e detalhado das séries temporais de cada um deles, assim como, mostraremos que a escolha é suficiente para entender quais características são gerais e quais são específicas de cada sistema quando comparados ao sistema solar.

Como mencionado no início da seção, um ponto interessante sobre esses dois sistemas é o fato das estrelas que hospedam os exoplanetas terem praticamente o mesmo período de rotação, em torno de 16 dias. Assim, o período de rotação é um parâmetro fixo e as demais contribuições dizem respeito ao nível de atividade magnética e a interação estrela-planeta. Sobre essa interação é necessário verificar se a frequência de maré  $\hat{\omega}$  excede o valor de duas vezes a frequência rotação  $\Omega^4$ , se sim a interação é dita forte, caso contrário ela é fraca. Em primeira análise, os dois sistemas apresentam uma interação forte.

#### 4.4.1 Kepler-30

A estrela Kepler-30 é do tipo espectral G, está à 2982 anos-luz da Terra<sup>5</sup> e possui um sistema planetário com três planetas descobertos até o momento, todos com órbitas próximas. O planeta mais próximo e o mais distante são comparáveis à Netuno e entre estes há um planeta comparável a Júpiter, como pode-se ver na Tabela 2.

Tabela 2 – Estimativas das principais características dos planetas que orbitam a estrela Kepler-30: massa, semi-eixo maior, período orbital, excentricidade, inclinação e raio.

	$m(m_{\oplus})$	$\alpha(\text{au})$	$P_{orb}(\text{dias})$	$\varepsilon$	$i(^{\circ})$	$R_p(R_{\oplus})$
b	9,2	0,18479	$29,2187 \pm 0,0009$	0,0770	89,51	3,75
c	536	0,29977	$60,32503 \pm 0,00010$	0,0115	89,74	11,98
d	23,7	0,53178	$142,642 \pm 0,006$	0,0272	89,81	8,79

Fonte: (PANICHI et al., 2018a)

O sistema Kepler-30 é particularmente interessante devido a ocorrência de variações no tempo de trânsito dos planetas que estão nesse sistema. Essa variações ocorrem quando os trânsitos acontecem ligeiramente mais cedo ou mais tarde do que previsto. Essa perturbação é causada pela interação gravitacional entre planetas, e uma configuração onde a razão entre os períodos orbitais seja próxima de uma razão entre números inteiros (ressonância orbital) torna essas perturbações mais significativas (AGOL et al., 2005).

Como pode ser visto na Tabela 2, há uma ressonância orbital muito próxima de 2:1 entre os planetas Kepler-30b e Kepler-30c enquanto Kepler-30c e Kepler-30d apresentam ressonância próxima de 7:3. Essa estrutura faz com que efeitos de variação de tempo de trânsito sejam muito acentuados - amplitude total de mais de 48h para Kepler-30b (PANICHI et al., 2018b).

Sanchis-Ojeda et al. (2012) observaram sucessivas ocultações de mancha nas séries

<sup>4</sup>A frequência  $\hat{\omega}$  é definida como  $\hat{\omega} = 2(n - \Omega)$ , onde  $n = 2\pi/P_{orb}$  é a frequência orbital e  $\Omega = 2\pi/P_{rot}$  a frequência de rotação da estrela. Ver Lanza et al. (LANZA et al., 2019) para maiores detalhes sobre período sinódico e frequência de maré aplicada à estrela Kepler-17.

<sup>5</sup>Informação obtida no site: <https://exoplanets.nasa.gov/eyes-on-exoplanets/#/>.

temporais de Kepler-30, fenômenos que ocorrem quando um exoplaneta transitante se sobrepõe a uma mancha causando um breve salto no fluxo de fótons durante o trânsito. Esse resultado é um poderoso indicador de coplanaridade das órbitas dos planetas e alinhamento destas com o equador da estrela, algo que acontece no nosso Sistema Solar mas não é garantido de se observar em outros sistemas, principalmente em sistemas com Júpiteres quentes (*hot Jupiters*).

O alinhamento das órbitas de múltiplos planetas transitantes com a rotação estelar praticamente garante que a inclinação  $i$  de sua velocidade angular em relação a linha de visão é bem próxima de  $90^\circ$  e, conseqüentemente,  $v \sin(i)_{k30} \approx v_{k30}$ .

Dessa forma, podemos comparar os valores de  $v$  medidos com os calculados a partir do período  $P$  e do raio  $R$ . Assumindo o raio do Sol como  $R_\odot = 695700\text{km}$ , a fórmula geométrica básica para uma esfera rígida girando retorna uma velocidade linear de rotação de  $\approx 3,12\text{kms}^{-1}$  no equador, valor  $\approx 60\%$  superior ao medido via alargamento das linhas espectrais.

Essa discrepância pode facilmente ser explicada pela rotação diferencial, onde diferentes faixas de latitude  $\theta$  possuem diferentes períodos de rotação. A grosso modo, para solucionar essa discrepância, basta que  $\cos \theta_{mag} \leq 0,6$ , onde  $\theta_{mag}$  é a latitude das regiões com presença de manchas.

Apesar de ser um sistema extremamente compacto e que possui um exoplaneta com quase duas vezes a massa de Júpiter no meio do sistema, Kepler-30 é surpreendentemente estável (PANICHI et al., 2018b). A proximidade e massa dos planetas também tornam esse sistema interessante para o estudo dos efeitos de maré e interação magnética entre estrela e planeta.

Até o momento, outras características de Kepler-30 e de seus planetas - principalmente aquelas não diretamente ligadas à estrutura do sistema planetário - ainda não foram confirmadas.

#### 4.4.2 Kepler-9

A estrela Kepler-9 é uma estrela do tipo espectral G e está mais próxima de nós do que Kepler-30, 2049 anos-luz da Terra<sup>6</sup>. Seu sistema planetário também é composto por 3 planetas: uma super-Terra e dois planetas com tamanho comparável ao de Júpiter, mas bem menos massivos. Esse sistema foi o primeiro sistema multiplanetário descoberto pela missão Kepler (HOLMAN et al., 2010). O planeta mais próximo à estrela é uma super-Terra e foi o mais difícil de detectar e confirmar, não sendo possível ainda estimar todas suas características.

<sup>6</sup>Informação obtida no site: <https://exoplanets.nasa.gov/eyes-on-exoplanets/#/>.

Tabela 3 – Estimativas das principais características dos planetas que orbitam a estrela Kepler-9: massa, semi-eixo maior, período orbital, excentricidade, inclinação e raio.

	$m(m_{\oplus})$	$\alpha(au)$	$P_{orb}(dias)$	$\varepsilon$	$i(^{\circ})$	$R(R_{\oplus})$
d		0,02730	$1,592851 \pm 0,000045$	0		$1,64^{+0,19}_{-0,14}$
b	44,71	0,14276088	19,247	0,06378	88,936	8,252
c	30,79	0,22889876	38,944	0,067990	89,180	8,077

Fonte: Adaptado de (TORRES et al., 2011; FREUDENTHAL et al., 2018)

Os planetas Kepler-9b e Kepler-9c possuem períodos de rotação muito próximos de uma ressonância 1:2, gerando flutuações no tempo de trânsito que são significativas mas não se comparam as vistas em Kepler-30. Os companheiros de Kepler-9 possuem órbitas ainda mais compactas do que as vistas em Kepler-30: mesmo o planeta mais externo orbita com semi-eixo maior inferior ao de Mercúrio.

O sistema planetário de Kepler-9 apresenta uma estrutura mais irregular e menos estável do que Kepler-30: Kepler-9b possui parâmetro de impacto de aproximadamente 0,6, Kepler-9c possui pouco mais de 0,8 (com previsão para passar de 1 por volta de 2055, tornando-se uma órbita invisível para nós) (FREUDENTHAL et al., 2018) e Kepler-9d possui  $0,02 \pm 0,22$  (WALKOWICZ; BASRI, 2013).

Estimativas iniciais apontavam para um desalinhamento entre o plano orbital dos planetas e o eixo de rotação da estrela de  $\approx 45^{\circ} (\pm 10^{\circ})$  (WALKOWICZ; BASRI, 2013) e a uma velocidade projetada de rotação  $v \sin(i)$  chegaram ao valor de  $2,2 km/s$ .

Entretanto, Wang et al. (2018) conduziram medições espectroscópicas durante um trânsito de Kepler-9b e obtiveram um  $v \sin(i)$  significativamente maior (vide Tabela 1) e confirmaram a ocorrência do efeito Rossiter-McLaughlin (ROSSITER, 1924; MCLAUGHLIN, 1924) - uma anomalia no *redshift* da estrela, causada pelo trânsito de um objeto quando este, durante o início e fim do trânsito, bloqueia parte da luz emitida sob efeito Doppler. Esse fenômeno indica alinhamento entre spin estelar e órbita planetária além de um ângulo de inclinação próximo de  $90^{\circ}$ , assim como o sistema Kepler-30.

A maior velocidade de rotação de Kepler-9 permite uma configuração em que a latitude das manchas  $\theta_{mag}$  está próxima ao equador. Assumindo os valores apresentados na Tabela 1, o limite máximo para  $\cos \theta_{mag}$  é 0,91.



## 5 METODOLOGIA

Esse capítulo descreve os métodos de tratamento, técnicas e indicadores de análise utilizados nos dados de Kepler-9 e Kepler-30. Os dados utilizados foram as séries temporais SAP e PDC coletadas em cadência longa (LC) de todos os dezessete quaters disponíveis na já mencionada base de dados MAST<sup>1</sup>. Mesmo com as notáveis melhorias no algoritmo, as séries PDC podem não conter sinais astrofísicos úteis, como uma variação resultante de uma mancha ou uma tendência fruto da atividade magnética da estrela.

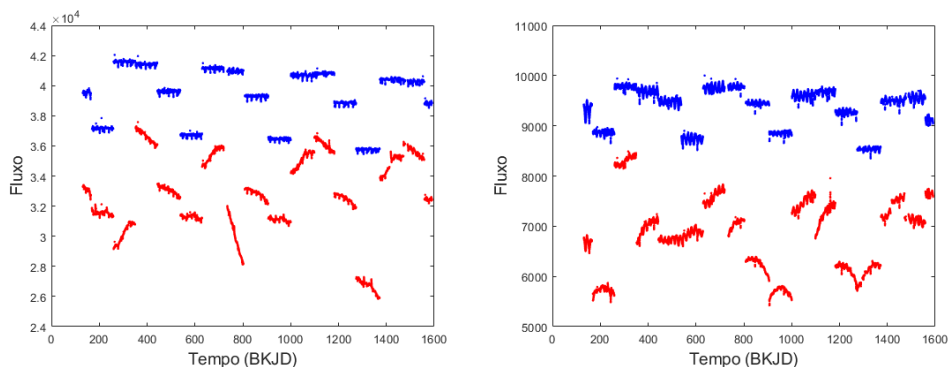
Uma vez que este trabalho foca na rotação estelar e na atividade magnética, as curvas SAP se tornam indispensáveis (CUI et al., 2019). Os dados coletados em cadência curta (SC) não foram utilizados devido a limitações computacionais e de tempo, dado que o número de pontos nessas séries é muito superior. Para ler os arquivos das curvas de luz e ter acesso aos dados foi utilizada a função para MATLAB *read\_lc\_file*, disponibilizada no *MATLAB Astronomy & Astrophysics Toolbox* (OFEK, 2014).

### 5.1 Pré-processamento e preparação das séries temporais de Kepler-9 e Kepler-30

Devido a diversos fatores mencionados no Capítulo 4, as séries SAP possuem artefatos de origem instrumental e desconhecida que são preservados para outros fins, como por exemplo comparar com os resultados das séries PDC. Desta forma, as séries PDC já passam por uma limpeza a fim de descartar tendências de longo-prazo, assinaturas instrumentais ou saltos que ocorrem de um quarter para outro. É muito importante fazer a análise considerando esses dois pipelines e, com isso, mapear as discrepâncias entre eles. Para isso, nós usamos uma nova série, resultado da diferença entre as séries SAP e PDC, como veremos mais adiante.

<sup>1</sup> [https://archive.stsci.edu/kepler/data\\_search/search.php](https://archive.stsci.edu/kepler/data_search/search.php)

Figura 8 – Séries temporais das estrelas Kepler-9 (painel esquerdo) e K30 (painel direito), da forma que constam na base de dados MAST. As curvas PDC estão em azul e as SAP em vermelho.



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 5.1.1 *Passo 1: Remoção das cadências de baixa qualidade*

O primeiro tratamento feito nos dados de cada quarter foi a remoção das cadências de baixa qualidade presentes nas séries SAP. A queda de qualidade de determinadas cadências se deve às diversas fontes de erro descritas no capítulo anterior. A determinação de quais cadências possuíam queda na qualidade foi feita pela própria equipe da Missão Kepler e registrada na décima coluna (SAP\_QUALITY) dos arquivos das curvas de luz, com diferentes códigos numéricos representando a causa por trás de cada determinação<sup>2</sup>.

A queda na qualidade não significa necessariamente que uma cadência seja inutilizável. Neste trabalho as cadências marcadas por raios cósmicos (códigos 128, 8192 e 8320) e por queda súbita na sensibilidade dos pixels (código= 1024) foram mantidas e as demais foram deletadas. Essa escolha foi feita por diversos motivos:

- Cadências marcadas com o código 1024 são as últimas cadências “boas” antes da queda brusca no fluxo;
- Muitas cadências com incidência de raios cósmicos foram pouco afetadas;
- Muitas cadências afetadas por raios cósmicos foram tratadas ainda no módulo PA e já constam corrigidas;
- Alguns raios cósmicos afetaram significativamente o pixel em que incidiram, aumentando o fluxo lido por dezenas de cadências após o impacto e tornando a remoção de apenas uma cadência (onde o impacto foi registrado) irrelevante.

A porcentagem de cadências removidas segundo esse critério foi de 3,65% para a Kepler-9 e 3,83% para Kepler-30. Após esse procedimento, as séries temporais SAP e PDC de cada quarter foram normalizadas dividindo os valores do fluxo pela mediana da série, do resultado foi subtraída unidade<sup>3</sup>.

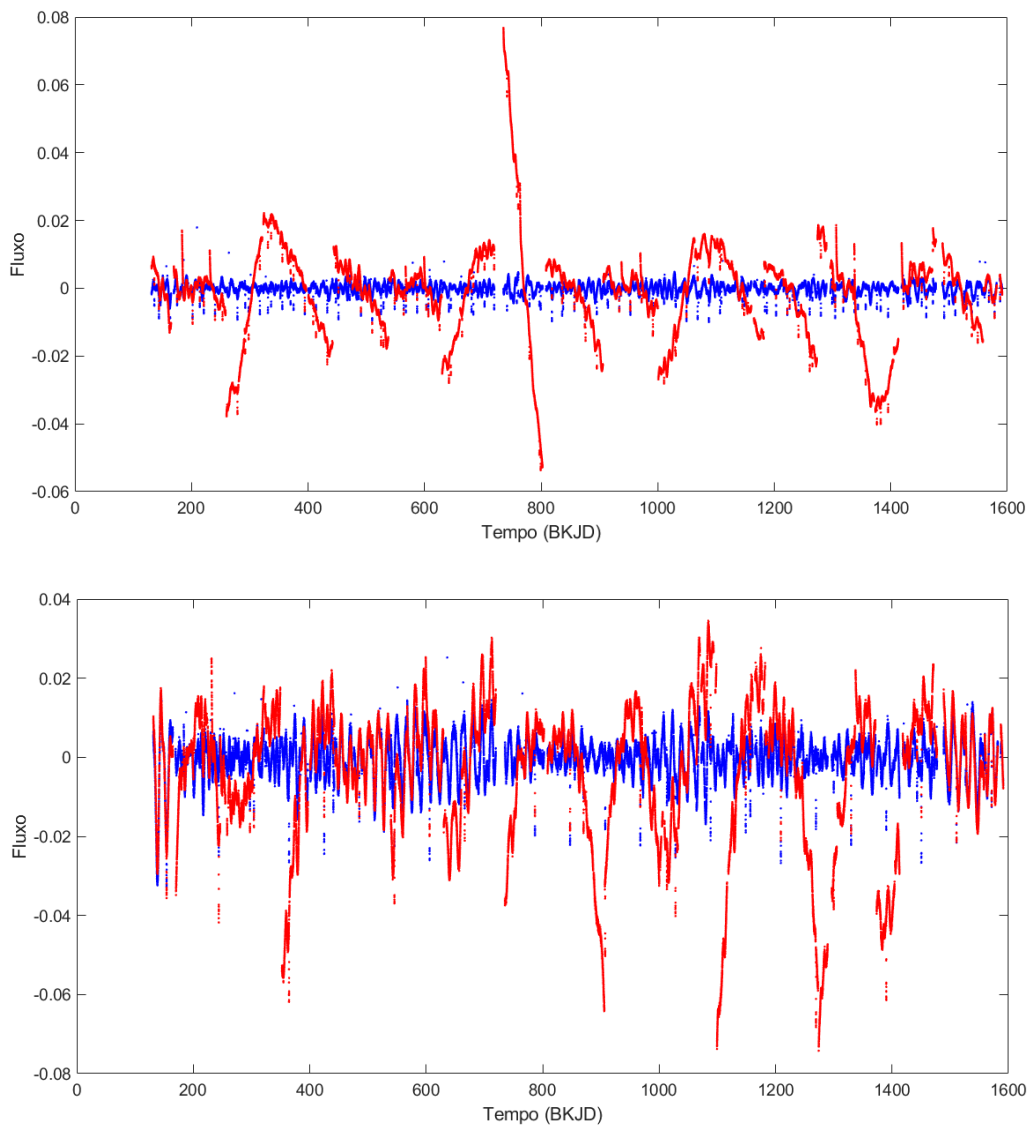
### 5.1.2 *Passo 2: Ajuste polinomial*

Como pode-se notar na Fig. 9, existem tendências muito significativas em ambas as curvas, em especial nas séries SAP, que precisam ser corrigidas pois não representam um sinal astrofísico. Diversas técnicas para a correção de séries temporal existem, como o uso de polinômios, médias móveis e muitas outras. Devido a diversos fatores envolvendo as medidas

<sup>2</sup>Mais informações sobre os arquivos contendo os dados coletados podem ser encontradas na Seção 2.3.1 do *MAST Kepler Archive Manual*, disponível em: <https://archive.stsci.edu/missions-and-data/kepler>

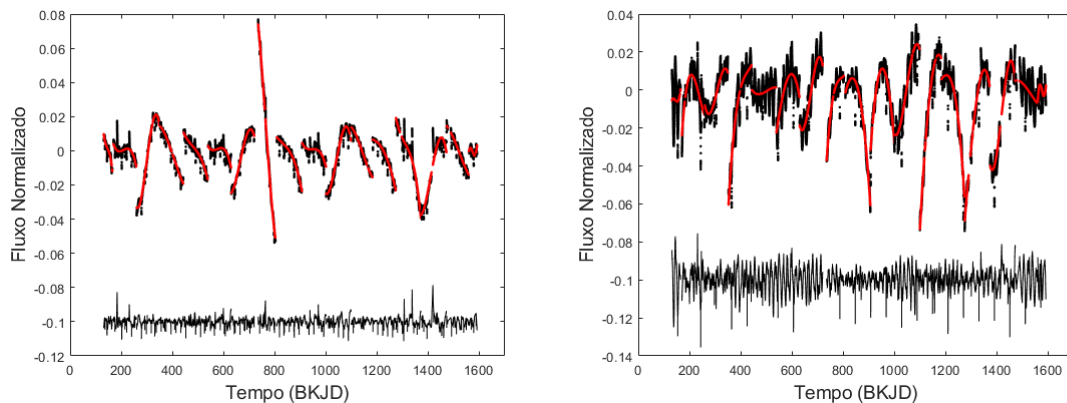
<sup>3</sup>Esse procedimento ajuda a verificar a profundidade da queda do fluxo, seja provocado pela mancha ou pelo trânsito. Por exemplo, se a curva de luz é a do Sol, a máxima queda do trânsito de Júpiter é visto em  $-0,01$ , ou seja, uma queda de 1%.

Figura 9 – Curvas de luz das estrelas Kepler-9 (painel superior) e Kepler-30 (painel inferior), já normalizadas, referentes a todo o tempo de observação pela missão Kepler. As curvas PDC estão em azul e as SAP em vermelho.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 10 – Ajuste polinomial das séries temporais SAP de Kepler-9 (painel esquerdo) e Kepler-30 (painel direito). As séries normalizadas estão representadas por pontos pretos, a curva de ajuste em vermelho. A linha preta mostra a série residual, deslocada em 0,1 apenas para facilitar a visualização



Fonte: elaborado pelo autor.

da missão Kepler (como sua precisão, individualidades de cada estrela e o uso de múltiplas câmeras para a coleta dos fótons) não existe técnica que seja igualmente eficiente para todos os alvos em todos os Quarters.

Além disso, qualquer tentativa de correção de séries fotométricas tem o potencial de remover parte da variabilidade intrínseca da estrela. Dessa forma, a seleção do método de ajuste deve ser criteriosa para que a perda de informação seja minimizada, mas dedicar muito tempo a essa seleção traz retornos cada vez menores.

A técnica aplicada foi o ajuste por polinômio de terceira ordem, método aplicado pela própria equipe da missão Kepler em um estudo sobre os dados do primeiro *Quarter* onde verificaram que ajustes lineares e quadráticos aparentemente não removem adequadamente os erros sistemáticos (BASRI et al., 2011). As curvas de luz residuais assumiram, então, uma forma estacionária, após esse ajuste os quarters foram agrupados em uma série única e o resultado deste procedimento pode ser visto na Fig. 10.

Como previsto, esse procedimento afeta as séries PDC em um grau muito pequeno. Utilizamos a função do MATLAB *corrcoef*<sup>4</sup> para obter o coeficiente de correlação de Pearson entre as séries PDC antes e depois do ajuste polinomial. Os valores obtidos foram  $\approx 0,98$  para ambas estrelas

As séries ajustadas e agrupadas foram então escaneadas em busca de valores superiores a cinco vezes o desvio padrão, que podem ser considerados outliers (DE MEDEIROS et al., 2013). Apenas 0,2% dos pontos de uma das séries (SAP de Kepler-9) superaram tal limite, tendo impacto insignificante. O foco da busca por outliers foi em valores acima de zero porque outliers abaixo de zero são mais raros e eventualmente são eliminados no processo de tratamento subsequente.

<sup>4</sup><https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/corrcoef.html>

### 5.1.3 *Passo 3: Remoção das assinaturas de trânsito planetário*

Como o objetivo é investigar a atividade magnética das estrelas, optou-se por negligenciar o trânsito planetário, assumindo que a remoção desta componente não causa prejuízo ao tratamento. O procedimento seguinte foi a eliminação dos sinais de trânsito. O desafio com este tipo de procedimento está em remover os sinais indesejáveis preservando o máximo de sinais astrofísicos úteis, isto é, que a remoção não afete a amplitude da modulação rotacional ou mesmo a dinâmica das manchas.

Um grande número de algoritmos para este tipo de processo foi e vem sendo desenvolvido. Um método usado com frequência em outros contextos é a média móvel, mas no contexto deste trabalho essa técnica não é recomendada pela grande sensibilidade à outliers (nessa etapa, os sinais de trânsito são considerados outliers). A mediana móvel é uma outra métrica comumente usada, e bem mais resistente à outliers que a média. Contudo, a mediana não é uma métrica robusta quando calculada em grandes conjuntos de dados (em outras palavras, a eficiência dessa métrica varia consideravelmente quando testada para diferentes distribuições) (MOSTELLER; TUKEY, 1977).

Um método superior à média e mediana é o “Biweight”, que atribui um peso decrescente conforme os valores se afastam da tendência central, e zero a partir de um certo limite (MOSTELLER; TUKEY, 1977). Nesse trabalho utilizamos esse estimador calculado em uma janela temporal móvel. Esse método foi recentemente comparado a vários outros e foi considerado o mais eficiente em separar as assinaturas de trânsito dos demais sinais presentes nas séries temporais da missão Kepler (e também da missão subsequente, K2) (HIPPKKE et al., 2019).

A biblioteca Python WOTAN<sup>5</sup>, criada por Hippke et al. (2019), foi usada para criar a curva de ajuste sem trânsitos. Como elucidado acima, dentre os vários métodos disponíveis nessa biblioteca, utilizamos o método iterativo Biweight com janela de 1,5 dias.

A efetiva remoção dos sinais de trânsito e de outros outliers foi executada com o descarte de todas as cadências em que a diferença entre o fluxo e o nível da curva de ajuste excede o limite de 0,001 para Kepler -9 e de 0,003 para Kepler-30. Uma vez que o ajuste polinomial já havia sido aplicado, removendo boa parte dos sinais oriundos dos erros sistemáticos, as séries temporais sem assinatura de trânsito planetário devem conter praticamente apenas a assinatura magnética das estrelas estudadas.

Esse procedimento é necessário não apenas porque o sinal de trânsito não possui utilidade para os objetivos deste trabalho, mas também porque a presença desses sinais pode atrapalhar a análise da atividade magnética em média frequência. Para analisar o impacto que estes sinais causam, os indicadores de atividade descritos nas próximas seções também foram

---

<sup>5</sup><https://pypi.org/project/wotan/>

calculados para as séries com sinal de trânsito.

Após a remoção dos trânsitos, uma outra série temporal foi gerada para cada estrela, subtraindo a série PDC da série SAP, e batizada de RTS (siga em inglês para Residual Time Series - Série Temporal Residual). O estudo das séries RTS pode fornecer informações sobre os sinais que o módulo PDC da missão Kepler acaba excluindo e por isso estas séries foram analisadas da mesma forma que as séries PDC e SAP. As curvas de luz finais podem ser vistas na Fig. 11.

## 5.2 Periodograma Lomb–Scargle

Após todos estes procedimentos, as séries temporais apresentam variação decorrente principalmente da rotação e da atividade magnética da estrela. Para tentar extrair informação a respeito dessas características foi utilizado primeiramente o Periodograma de Lomb-Scargle (LOMB, 1976; SCARGLE, 1982), um algoritmo amplamente usado na literatura para detectar e caracterizar sinais periódicos em séries temporais, estimando um espectro de frequências que compõem as curvas de luz e a potência de cada frequência.

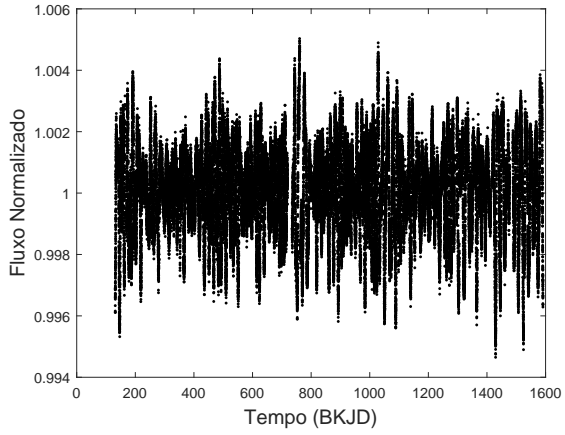
O periodograma de Lomb-Scargle é apenas um entre vários algoritmos capazes de expandir uma série temporal em um espectro de frequências, outros exemplos são a Transformada de Fourier e a Wavelet. Porém, Lomb-Scargle se encontra em uma posição privilegiada por ser um método bastante conhecido (talvez o mais conhecido), aplicável em séries com espaçamento irregular (o que é essencial para a fotometria de alta precisão, uma vez que diversos fatores podem afetar a qualidade das medições, frequentemente resultando em lacunas nas séries temporais), que pode ser visto como um método de mínimos quadrados e que pode ser derivado dos princípios da teoria de probabilidade Bayesiana (VANDERPLAS, 2018).

## 5.3 Modulação rotacional e indicadores de atividade magnética

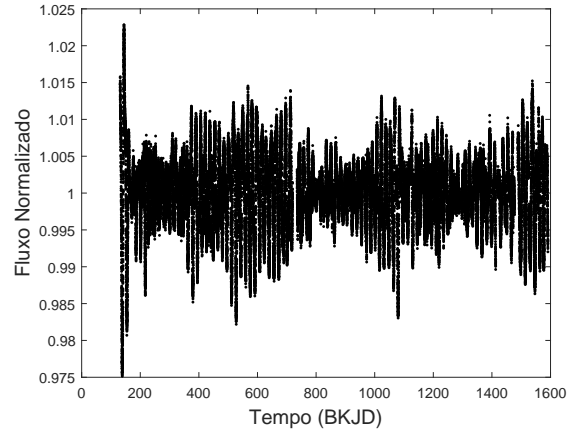
Além da aplicação do Periodograma de Lomb-Scargle, sistemas extras de análise são necessários para aprimorar a interpretação dos dados. A simples visualização de um pico de potência em uma frequência ou período específico não é o suficiente para inferir qual fenômeno físico está por trás de tal oscilação. Neste trabalho, um dos sistemas utilizados foi o elaborado por Mathur et al. (2014) que consiste no cálculo de diversos indicadores de atividade magnética.

O primeiro indicador é o *Índice Magnético*  $S_{ph}$ , definido pelos autores como o desvio padrão de uma dada série temporal inteira. Como o índice  $S_{ph}$  cobre um longo período (algo próximo de 1500 dias para Kepler-9 e Kepler-30), seu valor pode ser influenciado por ciclos magnéticos estelares e, por isso, não ser muito preciso. Com isso em mente, o índice magnético também foi calculado de forma parcial, tomando o desvio padrão do fluxo em jane-

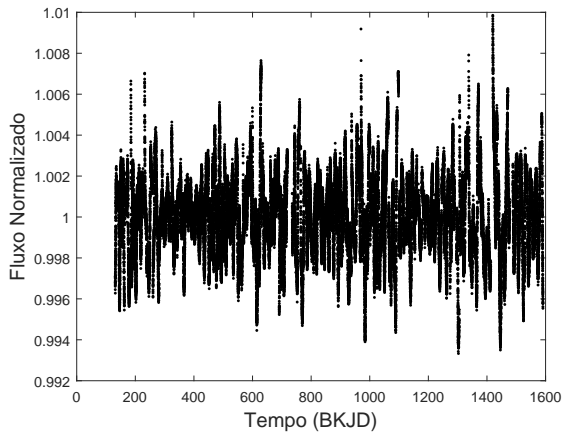
Figura 11 – Curvas de luz PDC e SAP das duas estrelas após todas as etapas de limpeza e preparação, isto é, após o ajuste polinomial e a remoção das assinaturas de trânsito planetário. O painel inferior mostra a diferença entre as duas curvas de luz de cada estrela, ou série temporal residual.



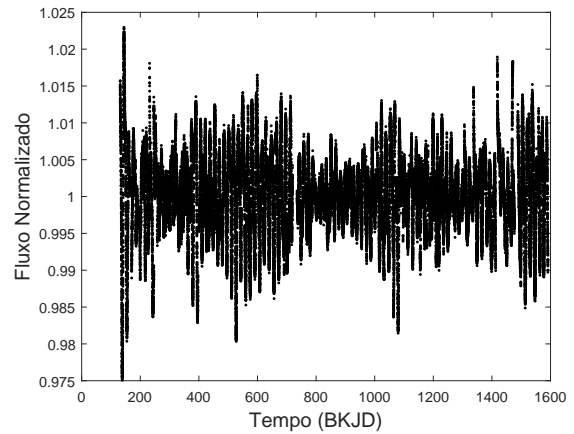
(a) Curva PDC de Kepler-9



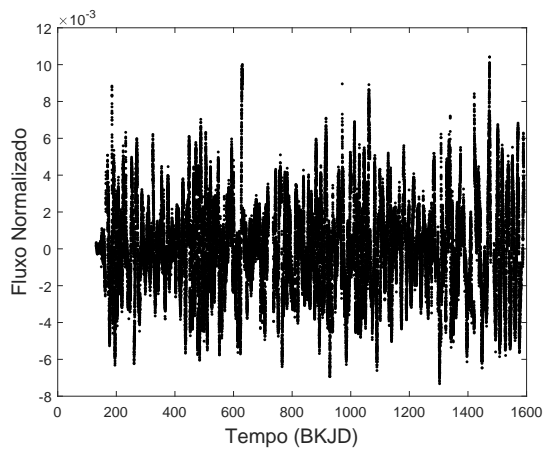
(b) Curva PDC de Kepler-30



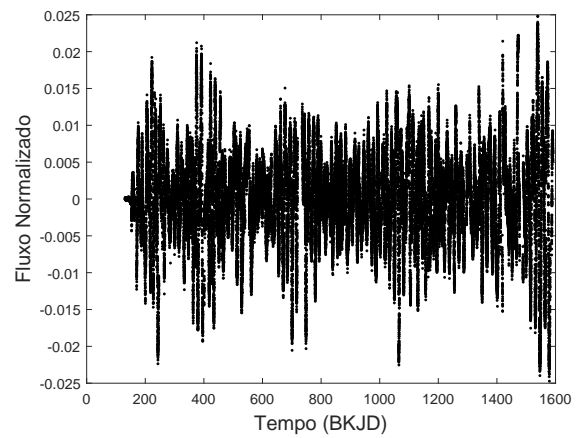
(c) Curva SAP de Kepler-9



(d) Curva SAP de Kepler-30



(e) Curva RTS de Kepler-9



(f) Curva RTS de Kepler-30

Fonte: Elaborado pelo autor.

las temporais consecutivas de tamanho equivalente à cinco vezes o período de rotação<sup>6</sup>.

A partir deste conjunto de índices magnéticos parciais, foram calculados quatro novos índices: o índice magnético médio  $\overline{S_{ph}}$ , que é a média de todos os índices parciais; os índices  $\overline{S_{ph}(n_+)}$  e  $\overline{S_{ph}(n_-)}$  obtidos através do cálculo da média dos índices parciais maiores e menores que  $S_{ph}$ , respectivamente; e o contraste entre alta e baixa atividade  $C = \overline{S_{ph}(n_+)}/\overline{S_{ph}(n_-)}$ . A evolução dos índices magnéticos parciais está na Fig. 15 e todos os demais índices obtidos estão na Tabela 2.

O último indicador de atividade magnética utilizado na análise das séries temporais é o índice de variabilidade  $R_{var}(\Delta t)$  definido por Basri et al. (BASRI et al., 2011; BASRI; WALKOWICZ; REINERS, 2013), que consiste na diferença entre o maior e o menor fluxo dentro de um intervalo de tempo específico. O intervalo de tempo utilizado foi de trinta dias, grande o suficiente para englobar pelo menos uma rotação completa, e  $R_{var}(\Delta t)$  foi calculado em intervalos consecutivos, do início ao fim da série temporal, gerando um conjunto de valores. Para evitar que valores de fluxo muito altos ou muito baixos prejudicassem o resultado, os 5% mais altos e mais baixos em cada janela temporal foram removidos antes do cálculo de  $R_{var}(\Delta t)$ . A evolução destes índices está na Fig. 16 e a Tabela 5 mostra a mediana dos valores para cada série temporal.

#### 5.4 Análise Multifractal

Além dos índices magnéticos e de variabilidade, a análise MFDMA (GU; ZHOU, 2010; TANG et al., 2015) também foi utilizada no objetivo de extrair mais informações sobre o comportamento das séries temporais de Kepler-9 e Kepler-30 em múltiplas escalas de tempo, seguindo os passos descritos no Capítulo 3. Os parâmetros utilizados para computar o espectro multifractal foram os recomendados por Gu e Zhou (2010):  $q \in [-5, 5]$  com passos de 0.2; o valor mínimo para um segmento  $n$  foi  $n_{min} = 10$ ; e o valor máximo  $n_{max} = N/10$ . Uma estimativa do desvio padrão do expoente de Hurst é dada por Kantelhardt (2014) e é menor que 0,03 para séries temporais com mais de  $10^4$  pontos.

Diferente dos demais métodos utilizados, a análise multifractal produz diversos resultados secundários que contribuem para a análise além do espectro multifractal  $f(\alpha)$ . Neste trabalho, focamos nas funções de flutuação  $F_q(n)$  (Figs 20 à 25), nas superfícies de Hurst  $h(q, \tau)$  (Figs 26 à 31) obtidas através do método MDFMA $\tau$  e nos indicadores multifractais (Tabela 6). Além destes, o expoente generalizado de Hurst  $h(q)$ , expoente de massa  $\tau(q)$  também são exibidos nas Figs 34 à 37.

<sup>6</sup>Os períodos de rotação das estrelas Kepler-9 e Kepler-30 também estão na já citado base de dados MAST, disponível em [https://archive.stsci.edu/kepler/published\\_planets/search.php](https://archive.stsci.edu/kepler/published_planets/search.php)



## 5.5 Spot Modeling

Outra técnica utilizada para análise dos dados dos dois sistemas é o mapeamento da superfície das estrelas. Porém, a pequena velocidade projetada de rotação das estrelas Kepler-9 e Kepler-30 impede a aplicação de técnicas de mapeamento Doppler (STRASSMEIER, 2009), restando apenas a Spot Modeling (modelagem de manchas, em tradução livre) a partir das séries temporais como alternativa para um mapeamento da superfície dessas estrelas.

Extrair uma imagem bidimensional a partir de uma série temporal unidimensional, processo frequentemente chamado de inversão da série temporal, não é uma tarefa simples: tem-se que determinar o número de perturbações, sua posição na imagem, seu tamanho e quão escuras (no caso das manchas) ou claras (no caso de fáculas) são essas perturbações. Todas essas variáveis evoluem no tempo, aumentando ainda mais a complexidade desse mapeamento. Para lidar com esse problema foi utilizada a abordagem elaborada por Bonomo e Lanza (2012), brevemente explicada a seguir.

Para mapear a fotosfera das estrelas, primeiro a dividimos em 200 elementos de superfícies de tamanho  $18^\circ \times 18^\circ$  e assumimos que em cada elemento haviam manchas com fator de preenchimento  $f$ , fáculas como fator  $Qf$  e fotosfera não perturbada com fator  $1 - (Q + 1)f$ , onde  $Q$  é razão entre a área ocupada por fáculas e a ocupada pelas manchas em cada elemento. Por simplicidade,  $Q$  foi assumido constante.

O contraste das manchas é definido como  $c_s \equiv I_{spot}/I_u$ , onde  $I_{spot}$  é o brilho da superfície manchada e  $I_u$  é o brilho da fotosfera não perturbada.  $c_s$  foi assumido como constante. No nosso caso, o valor  $c_s = 0,85$  foi derivado dos dados da missão Kepler a partir de ocultações por trânsito (SANCHIS-OJEDA et al., 2012).

O contraste facular é assumido como nulo no centro do disco estelar e máximo nas bordas, assim como é o caso do Sol, ou seja,  $c_f = c_{f0}(1 - \mu)$ , onde  $c_{f0} = 1,115$  é o contraste nas bordas e  $\mu = \cos\Psi$  onde  $\Psi$  é o ângulo entre a normal ao elemento analisado e a linha de visão.

O obscurecimento de bordas (do inglês *limb-darkening*) de uma fotosfera não perturbada é expressado por uma lei quadrática:

$$I_u(\mu) \propto a_p + b_p\mu + c_p\mu^2, \quad (5.1)$$

onde  $a_p, b_p$  e  $c_p$  são derivados dos coeficientes quadráticos de obscurecimento de bordas  $q_1$  e  $q_2$ .

Com esses fatores definidos podemos calcular o brilho de cada um dos 200 elementos de superfície, a menos do fator de preenchimento  $f$ . Em outras palavras temos que testar 200 valores diferentes no modelo a cada iteração, calcular o fluxo total do modelo e compará-lo

ao fluxo observado. A grandeza usada para medir a qualidade de uma iteração do modelo é  $\chi^2$ , definido por

$$\chi^2 = \sum_{t=1}^M \frac{(D_t - F_t)^2}{\sigma_t^2}, \quad (5.2)$$

onde  $D_t$  e  $F_t$  são os valores dos fluxos, real e modelado, respectivamente,  $\sigma_t$  é o desvio padrão de  $D_t$  e  $M$  determina o tamanho do intervalo em que  $\chi^2$  é calculado.

O modelo utilizado assume que a distribuição do fator de preenchimento  $f$  sobre a superfície da estrela é fixo durante determinado intervalo de tempo. Uma vez que as manchas estão evoluindo, não podemos aplicar o modelo para toda a série temporal, mas ele é válido para intervalos de duração  $\Delta t_f$ , durante os quais podemos assumir que o padrão de manchas se mantém fixo. Em estrelas com padrões de lenta evolução (como é o caso de Kepler-9) a melhor escolha pra  $\Delta t_f$  é o período médio de rotação da estrela. Já para o caso de estrelas com padrão de manchas evoluindo rapidamente, como é o caso de Kepler-30, um  $\Delta t_f$  menor é necessário. Para essa estrela, utilizamos um método já aplicado à outros alvos das missões CoRoT e Kepler (LANZA et al., 2019), que consiste em obter os valores de  $\Delta t_f$  e  $Q$  através da aplicação de um modelo de manchas preliminar simplificado que assume a existência de apenas três manchas discretas e fotosfera uniforme (LANZA et al., 2003).

Para Kepler-30 os valores utilizados foram  $\Delta t_f = 11,963$  dias, isto é,  $\sim 0,75$  do período médio de rotação, e  $Q = 0,5$  (DE FREITAS et al., 2021), que é muito menor do que o valor adotado para o spot modeling do Sol,  $Q_{\odot} = 9,0$  (LANZA; BONOMO; RODONÒ, 2007). Para Kepler-9 foi utilizado o mesmo valor de  $Q$ , escolhido após múltiplos testes com diferentes valores, mas para  $\Delta t_f$  foi mantido o período de rotação médio da estrela, devido a sua baixa atividade.

No caso de Kepler-30, a inclinação do eixo de rotação estelar em relação a linha de visão é derivada ao assumir que tal eixo é normal ao plano orbital de Kepler-30c, maior corpo no sistema depois da estrela. Note que a possibilidade de restringir a inclinação do eixo reduz as degenerescências do spot modeling e se torna possível devido a presença de planetas transitando a estrela.

Os parâmetros adotados no spot modeling estão listados na Tabela 4. A massa e o raio da estrela, juntamente com seu período de rotação, foram usados para computar a gravidade superficial como função da latitude para levar em conta efeitos de obscurecimento devido à gravidade (em inglês *gravity darkening*), que ocorre em estrelas com rotação rápida o suficiente para que seu formato torne-se um esferóide oblato com gravidade superficial significativamente maior nos polos, a ponto de aumentar a pressão, temperatura e, conseqüentemente, o brilho nessas regiões. Esses efeitos são da ordem de  $10^{-6}$  em unidade de fluxo relativo e não afetam a solução obtida.

Tabela 4 – Parâmetros adotados no spot modeling de Kepler-30 e de Kepler-9.

Parâmetros	Kepler-30	Kepler-9
Massa ( $M_{\odot}$ )	0,99	1,00
Raio ( $R_{\odot}$ )	0,95	1,10
$P_{rot}$	16,2	16,8
$i$ (deg)	89,68	89,68
$c_s$	0,85	0,85
$a_p$	0,22	0,28
$b_p$	1,18	0,97
$c_p$	-0.40	-0.25
$Q$	0,5	0,5
$\Delta t_f$ (d)	11,963	16,8

Adaptado de Sanchis-Ojeda et al. (2012), de Freitas et al. (2021) e Wang et al. (2016).

Os efeitos das incertezas nos parâmetros de um spot modeling foram discutidos em detalhes por Lanza et al. (2009) e Lanza et al. (2019). Tais efeitos são negligenciáveis para nossos propósitos porque estamos primariamente interessados em escalas de tempo típicas da evolução das manchas, e não focados em obter valores exatos de área manchadas ou de rotação diferencial superficial.

Ao minimizar  $\chi^2$  da curva de ajuste com o modelo de manchas contínuo, podemos encontrar um único mapa de manchas para Kepler-9 e Kepler-30, mas tal mapa é instável no sentido de que uma pequena mudança nos parâmetros produz grandes mudanças no mapa final porque maior parte dos detalhes do mapa surge devido ao ruído fotométrico e evolução de pequenas manchas em cada intervalo  $\Delta t_f$ . A regularização pode prover um mapa único ao reduzir o efeito do ruído e de pequenas flutuações e, assim, aumentar a estabilidade do mapa. Isso pode ser conseguido ao impor pressuposições que são codificadas no funcional de regularização  $S(\mathbf{f})$  que depende do vetor  $\mathbf{f}$ , cujos componentes são os fatores de preenchimento de cada um dos 200 elementos de superfície de nosso mapa.

No caso da melhor curva de ajuste regularizada, ao invés de minimizar  $\chi^2$  entre o fluxo modelado e o observado, minimizamos a combinação linear de  $\chi^2$  e o funcional de regularização:

$$Z(\mathbf{f}) = \chi^2(\mathbf{f}) - \lambda_{ME} S(\mathbf{f}), \quad (5.3)$$

onde  $\lambda_{ME} > 0$  é o multiplicador de Lagrange que governa o nível de regularização. O funcional  $S$  foi designado para ser máximo quando a estrela não possui manchas, e por isso, ao introduzir a regularização, aproximamos o mapa de um pertencente a uma estrela sem manchas.

O critério para fixar o multiplicador de Lagrange é crucial para determinar quando o processo de regularização deve ser interrompido (evitando que  $\chi^2$  se torne muito grande e a curva de ajuste inaceitável). Como no caso de estrelas similares com ruído de disparo da

ordem de  $\sim 1\%$  da amplitude da modulação produzida pelas manchas, utilizamos  $\lambda_{ME}$  grande o suficiente para que o valor absoluto da média dos resíduos  $|\mu_{res}|$  fosse igual ao erro padrão  $\varepsilon_{st}$  para os pontos dentro do intervalo  $\Delta t_f$ . O erro padrão é computado a partir do desvio padrão e do número de pontos  $M$  em cada intervalo  $\Delta t_f$  como  $\varepsilon_{st} = \sigma_0/\sqrt{M}$ . Para cada intervalo  $\Delta t_f$ , determinamos  $\lambda_{ME}$  ao forçar a igualdade  $|\mu_{res}| = \varepsilon_{st}$  dentro de 5% para as curvas PDC e SAP.

O funcional de entropia  $S$  é dado por

$$S = - \sum_k w_k \left[ f_k \log \frac{f_k}{m} + (1 - f_k) \log \frac{1 - f_k}{1 - m} \right], \quad (5.4)$$

onde  $w_k$  é a área relativa do  $k$ -ésimo elemento de superfície (considerando a área total da estrela = 1) e  $m = 10^{-6}$  é o fator de preenchimento mínimo, incluído para evitar a divergência do logaritmo. O funcional  $S$  alcança seu valor máximo para uma estrela imaculada, ou seja, quando  $f_k = m$  em cada elemento de superfície.

Uma vez que observamos ambas estrelas praticamente pelo equador, o spot modeling é incapaz de prover informação sobre a latitude das manchas porque a duração de sua visibilidade seguindo a rotação da estrela é independente de suas latitudes (aqui negligenciamos o efeito da rotação diferencial, que é desconhecida *a priori*). Portanto, podemos apenas mapear a distribuição das áreas manchadas ao longo da longitude e do tempo, em intervalos sucessivos de tempo  $\Delta t_f$ . Como consequência, nós consideramos mapas bidimensionais apenas como uma etapa intermediária em nossa modelagem e derivamos, a partir deles, a distribuição das áreas manchadas (fator de preenchimento) ao longo da longitude. Essa distribuição pode ser diretamente ligada à modulação rotacional se assumirmos que o contraste das manchas é constante. Isso reduz significativamente as degenerescências associadas à inversão da curva de luz.

O efeito de fáculas (como as solares) foi incluído no modelo, mas sua contribuição para a modulação do fluxo é muito pequena e pode ser negligenciada para uma estrela tão ativa quanto Kepler-30 (RADICK et al., 2018).

Trabalhos recentes têm questionado a validade de modelos de manchas que assumem um pequeno número de discretas manchas na superfície das estrelas (BASRI; SHAH, 2020). O modelo aqui utilizado é baseado em uma distribuição contínua de manchas e fáculas na fotosfera estelar e foi amplamente testado no caso do Sol (LANZA; BONOMO; RODONÒ, 2007), assim como no caso de estrelas ativas com planetas transitantes ao comparar o mapa obtido pela inversão das curvas de luz tanto com a distribuição real dos grupos de manchas solares quanto à manchas detectadas por ocultação durante trânsitos planetários (SILVA-VALIO; LANZA, 2011; LANZA et al., 2019). Assim, consideramos que o modelo é capaz de reproduzir a distribuição da área manchada ao longo da longitude com resolução de  $\approx 60^\circ$ .

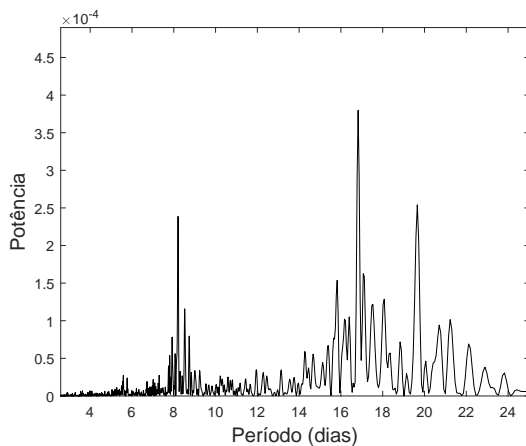
## 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados obtidos expostos aqui estão na mesma ordem das técnicas que foram apresentadas no Capítulo anterior.

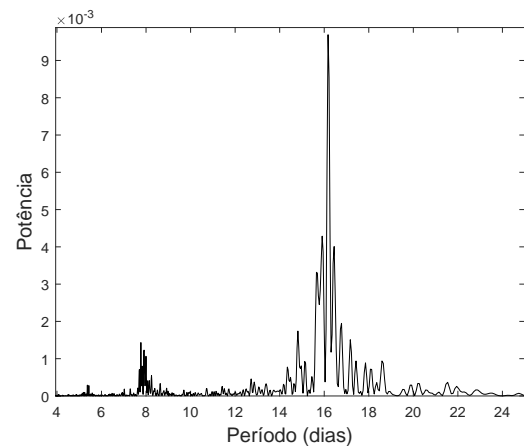
### 6.1 Análise dos periodogramas

Tipicamente, e neste trabalho não foi diferente, periodogramas de séries temporais do fluxo fotométrico de estrelas apresentam picos de potência em períodos iguais ou próximos ao período de rotação da estrela, e normalmente esses picos são os mais relevantes e de interesse particular para investigar o comportamento da variabilidade seja de origem rotacional ou de outra natureza como oscilação, pulsação ou erupções (MATHUR et al., 2014).

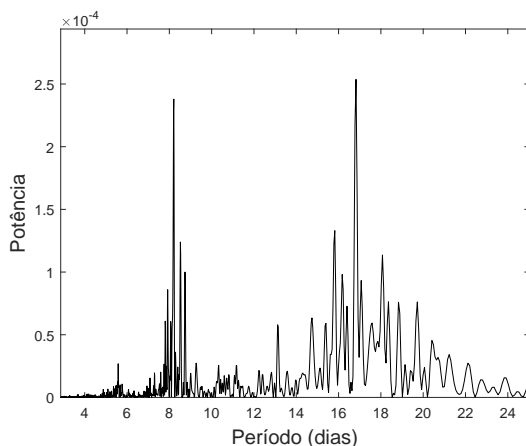
Figura 12 – Periodograma de LombScargle computado para as séries temporais SAP e PDC das duas estrelas, focado nos períodos próximos ao de rotação das estrelas. Os maiores picos mostrados possuem períodos (em dias) de: 16,82 para as séries Kepler-9 e 16,17 para as séries de Kepler-30.



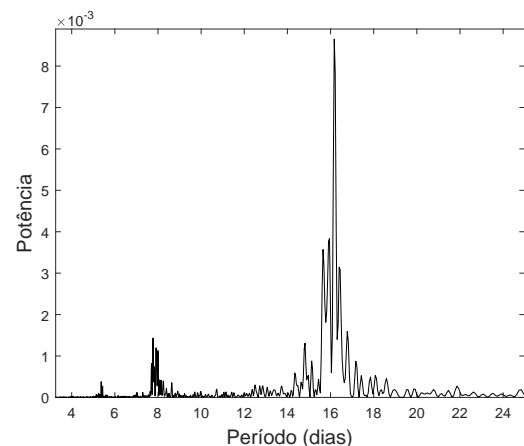
(a) Periodograma da Série SAP de Kepler-9



(b) Periodograma da Série SAP de Kepler-30



(c) Periodograma da Série PDC de Kepler-9



(d) Periodograma da Série PDC de Kepler-30

Fonte: elaborado pelo autor.

A rotação diferencial pode apresentar características típicas como múltiplos picos com períodos próximos ao da rotação da estrela, mas no geral são de difícil interpretação<sup>1</sup> uma vez que a série temporal é uma compilação em uma dimensão de manifestações que ocorrem na superfície estelar em diferentes latitudes.

Nessa linha de raciocínio, a técnica Spot Modelling irá nos ajudar a interpretar melhor esses resultados, já que ela consegue desmembrar a série em assinaturas rotacionais que ocorrem em diferentes latitudes.

Os periodogramas obtidos neste trabalho não fugiram do padrão típico. Considerando os períodos de rotação que constam na literatura, aproximadamente 16,797 dias para Kepler-9 e 16,20 dias para Kepler-30 (ANGUS et al., 2018), pode-se ver na Fig. 12 que existem potências significativas em torno desses períodos. Algumas delas podem apenas representar um harmônico do período dominante, como é o caso do período de aproximadamente 8 dias que aparece em destaque na Fig. 12, considerando apenas o periodograma em torno do valor do período de rotação.

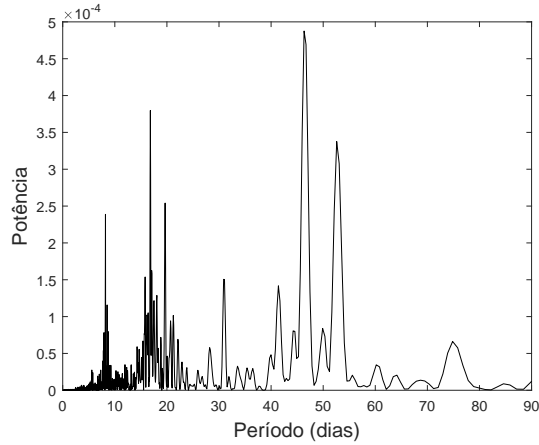
Ainda analisando a Fig. 12, existe uma diferença evidente entre os periodogramas das duas estrelas quanto a intensidade do segundo pico. Para ambos os pipelines, SAP ou PDC, o pico de 8 dias para a Kepler-9 é mais significativo. Existem três possíveis causas para isso. A primeira delas é a Interferência Harmônica, onde os picos em um periodograma Lomb-Scargle podem interferir uns nos outros, fazendo com que os harmônicos pareçam mais intensos (SANTOS et al., 2017). Uma outra possibilidade são as Irregularidades da Amostragem. Neste caso, a série temporal com espaçamento desigual podem amplificar harmônicos, especialmente se a frequência de amostragem coincidir com a frequência harmônica, resultando em aumento de potência (GUÉDENEY et al., 2013). Por fim, esse comportamento pode ser devido à características do sinal, onde sinais periódicos fortes ou fenômenos físicos subjacentes podem produzir harmônicos com potência significativa, semelhante ao pico principal (PISKORSKI et al., 2010). Saber realmente qual ou quais deles geram essa diferença somente será possível com a aplicação das técnicas Multifractal e Spot Modelling.

No entanto, quando analisamos os periodogramas Lomb-Scargle em um espectro mais amplo (Fig. 13), é perceptível que as séries SAP possuem um número maior de variações significativas quando comparadas as PDC. Em especial, nos periodogramas de Kepler-9, é possível ver dois períodos (46,33 e 52,60 dias) que se destacam não apenas por apresentarem picos de potência superiores ao maior pico da série PDC, mas também porque esses períodos não possuem potências relevantes nesta última série. Este ponto é importante porque os períodos de rotação de diversas estrelas foram calculados a partir das séries PDC e a presença de sinais

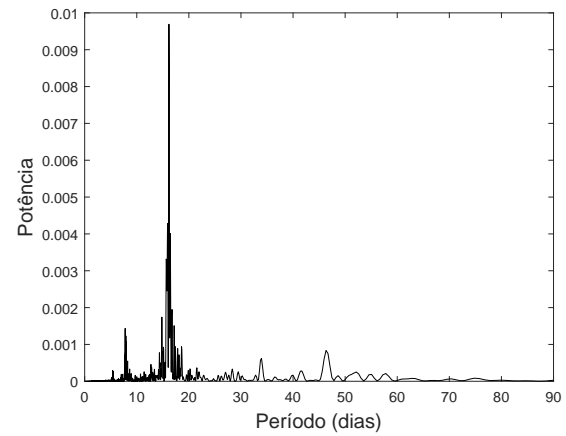
---

<sup>1</sup>Uma forma de mensurar a rotação diferencial de estrelas ativas do tipo M foi implementada por Das Chagas et al.(2016) e, como apresentado pelos autores, requer um procedimento relativamente complexo.

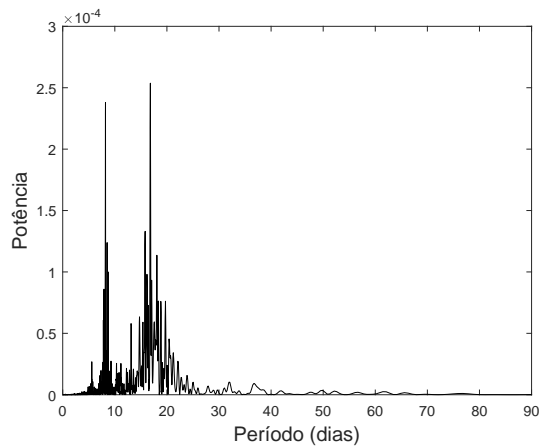
Figura 13 – Periodograma de LombScargle em amplo espectro, computado para as séries temporais SAP, PDC e RTS das duas estrelas. As potências nos períodos não mostrados são da ordem de  $10^{-7}$  e por isso tais períodos não foram exibidos.



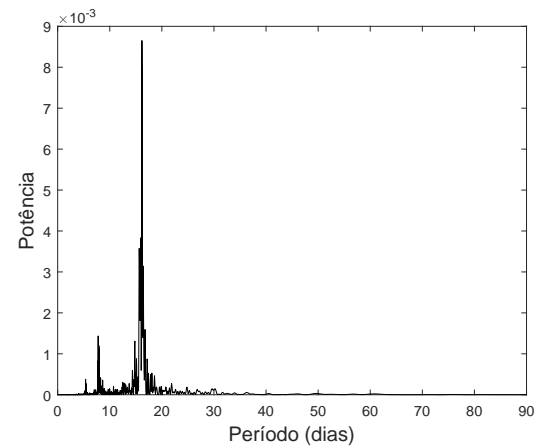
(a) Periodograma da Série SAP de Kepler-9



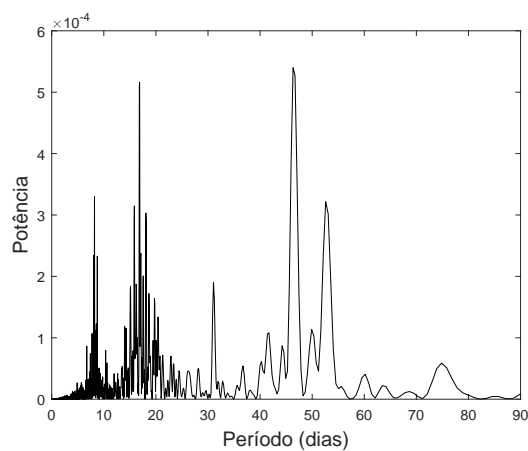
(b) Periodograma da Série SAP de Kepler-30



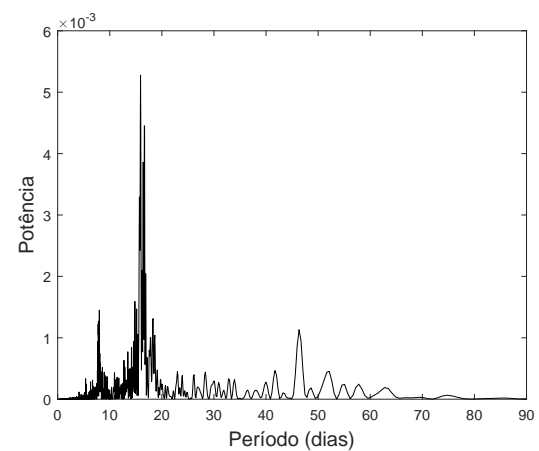
(c) Periodograma da Série PDC de Kepler-9



(d) Periodograma da Série PDC de Kepler-30



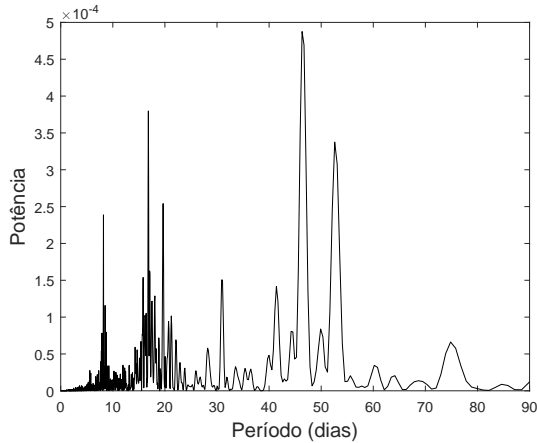
(e) Periodograma da Série RTS de Kepler-9



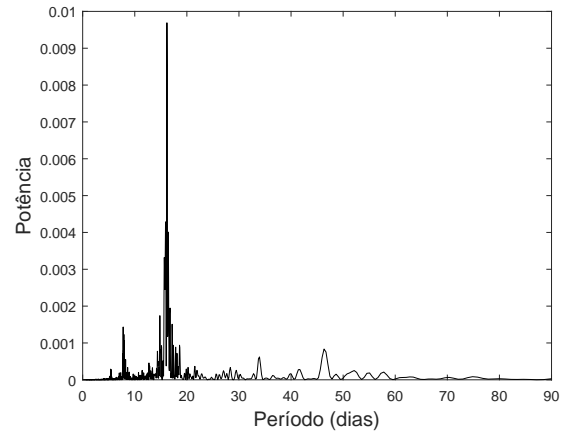
(f) Periodograma da Série RTS de Kepler-30

Fonte: elaborado pelo autor.

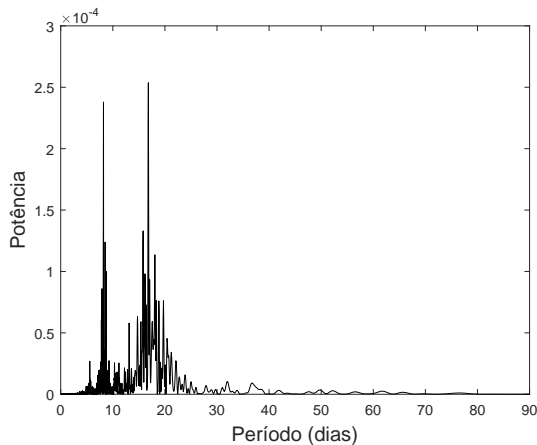
Figura 14 – Periodograma de LombScargle em amplo espectro, computado para as séries temporais SAP e PDC das duas estrelas ainda com sinal de trânsito planetário.



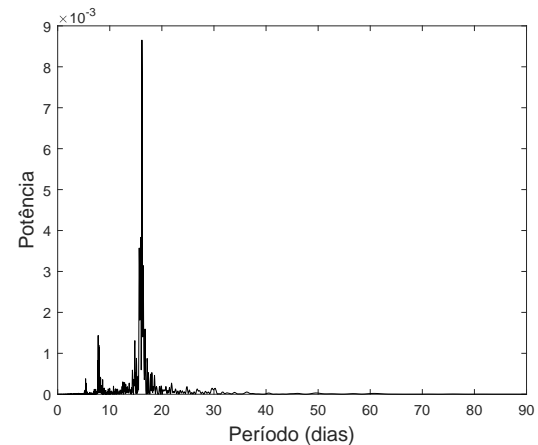
(a) Periodograma da Série SAP de Kepler-9



(b) Periodograma da Série SAP de Kepler-30



(c) Periodograma da Série PDC de Kepler-9



(d) Periodograma da Série PDC de Kepler-30

Fonte: Elaborado pelo autor.

reais e fortes nas séries SAP pode significar que esses períodos devem ser revistos.

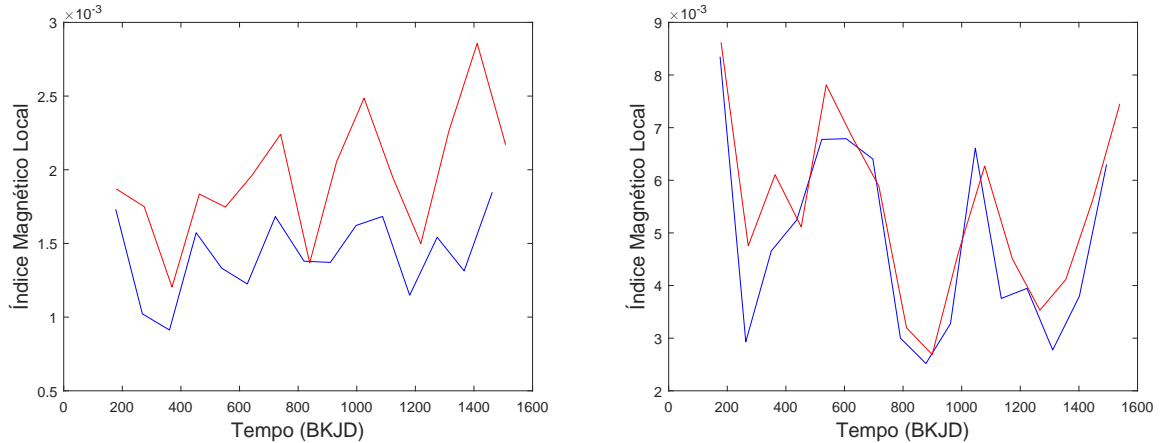
Ainda com relação a Figura 13, as diferenças entre as intensidades dos picos, principalmente em torno do período de 46 dias, somente será quantificado quando isolarmos esses picos daqueles que estão relacionados ao período de rotação de 16 dias destacado na literatura. Para isso, vamos criar uma nova série temporal resultado do resíduo deixado pela subtração entre os pipelines SAP e PDC. Chamaremos essa série temporal de RTS, como já mencionado em capítulos anteriores.

O periodograma da série RTS de Kepler-9 também mostra dois picos de potências nos períodos 46,62 dias e 52,50, fornecendo mais um indício da existência de um fenômeno físico cujo sinal é excluído pelo pipeline PDC. Contudo, esses resultados precisam ser combinados com os índices de atividade para oferecer quadro mais amplo antes de avaliar o valor de uma série RTS.

Para Kepler-30 os periodogramas apresentam diferenças significativas entre PDC



Figura 15 – Evolução ao longo do período de observação dos índices magnéticos locais das séries PDC (azul) e SAP (vermelho).



(a) Curvas PDC e SAP de Kepler-9

(b) Curvas PDC e SAP de Kepler-30

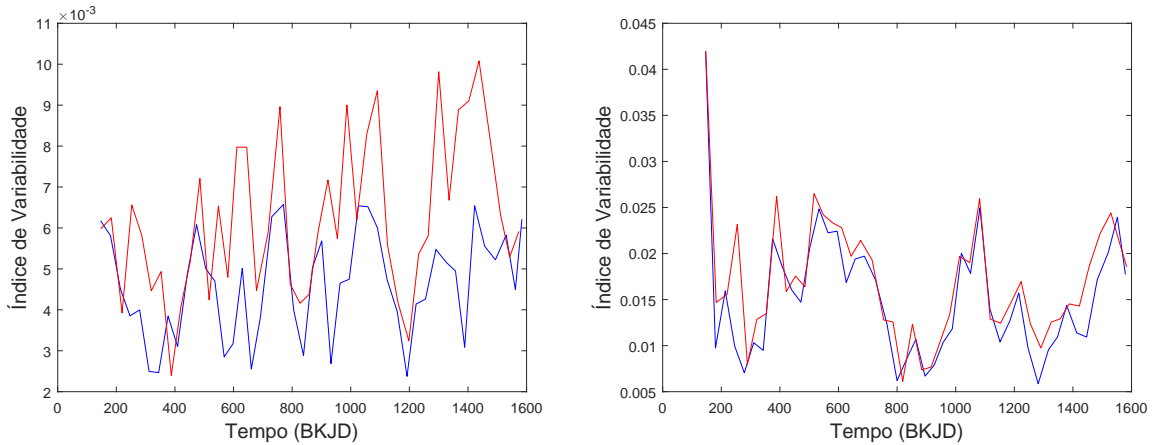
Fonte: elaborado pelo autor.

e SAP, evidenciadas pela série residual RTS. Para ambas as séries temporais, há dois picos principais de 7,8 e 16,8 dias. No entanto, para séries temporais SAP, um pico mais baixo em 46,6 dias também aparece. Conforme mencionado acima, o pipeline SAP preserva outras variabilidades que são atenuadas ou removidas pelo pipeline PDC. Conseqüentemente, a série residual RTS pode revelar a origem desse pico.

Na Fig. 13, traçamos o periodograma de Lomb-Scargle da série RTS. O periodograma Lomb-Scargle mostra claramente o período de 46,6 dias, bem como os períodos de 23,1 e 33,9 dias, preservados pelo pipeline SAP. A técnica de Lomb-Scargle tem uma clara desvantagem, pois se limita a analisar no espaço de frequências e, portanto, não é capaz de resolver a evolução no tempo de uma determinada periodicidade. Além disso, esta técnica não permite analisar o comportamento da variabilidade e a sua flutuação ao longo de diferentes escalas de tempo. Assim, uma análise do tipo multiescala como é o caso da análise multifractal, nos daria mais informações sobre esses períodos.

Para fins de comparação, também foram computados os periodogramas das séries com sinal de trânsito, que podem ser vistos na Fig. 14. De forma geral, tais periodogramas são semelhantes àqueles sem trânsito e os períodos orbitais dos planetas de ambas estrelas não possuem potências significativas. Isso pode ser justificado pelo simples fato de que a assinatura planetária contribui com apenas 1% dos dados e a queda do fluxo é da ordem ou inferior à amplitude da modulação rotacional. Deste modo, vamos verificar se os indicadores magnéticos trazem mais informações a respeito.

Figura 16 – Evolução ao longo do período de observação dos Índices de Variabilidade  $R_{var}$  das séries PDC (azul) e SAP (vermelho).



(a) Curvas PDC e SAP de Kepler-9

(b) Curvas PDC e SAP de Kepler-30

Fonte: elaborado pelo autor.

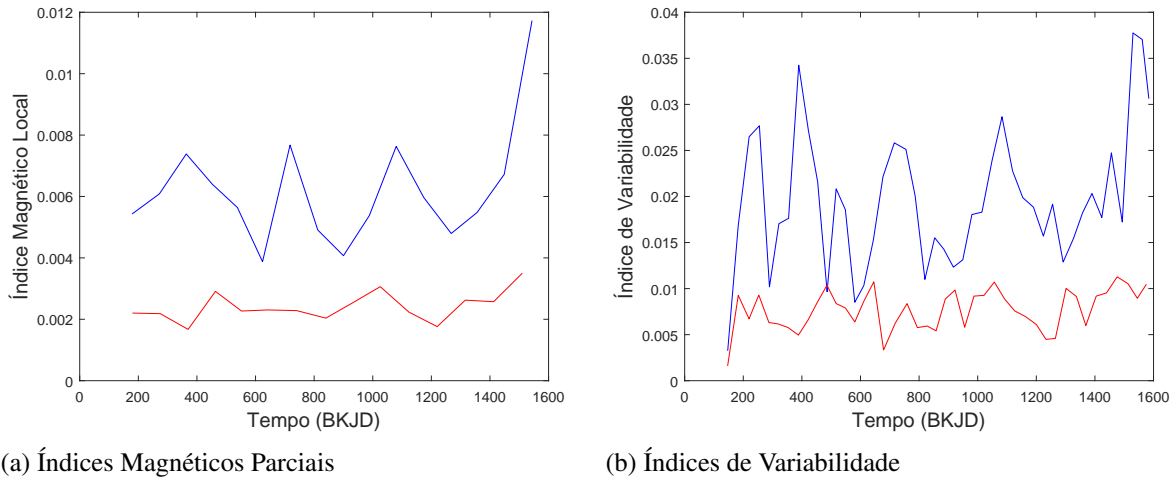
## 6.2 Análise dos indicadores de atividade

Os indicadores de atividade descritos no Capítulo 5 foram calculados para todas as séries temporais, já considerando a normalização. Os índices singulares obtidos foram multiplicados por  $10^6$  para serem exibidos em parte por milhão (ppm), como mostrado na Tabela 5. A Fig. 15 contém a evolução dos índices magnéticos parciais das séries SAP e PDC das duas estrelas após a remoção dos sinais de trânsito planetário. Com base nesses índices, pode-se observar que Kepler-30 é mais ativa e não exibe diferenças significativas entre as séries SAP e PDC quando comparada a Kepler-9. Um padrão similar ao senoidal pode ser visto em todas as séries temporais do índice de variabilidade magnética, embora seja mais claro na evolução dos índices de série PDC de Kepler-30 - exibindo um ciclo de atividade que dura aproximadamente 500 dias. Em geral, os índices magnéticos das séries SAP são superiores aos da série PDC nas duas estrelas em análise, sugerindo que os dados SAP incorporam uma quantidade superior de flutuações em distintos valores de frequência.

A evolução dos índices de variabilidade também demonstra que Kepler-30 é uma estrela com atividade mais intensa do que Kepler-9, como pode ser visto na Fig. 16. Os índices calculados para Kepler-30 exibem um padrão muito similar ao visto na evolução dos índices magnéticos, mas aqui a curva possui melhor definição devido ao maior número de pontos.

Em Kepler-9 o padrão também fica mais claro, mas as diferenças entre as séries SAP e PDC são acentuadas, exibindo dois comportamentos diferentes. Para a série PDC os índices de variabilidade exibem um padrão similar ao de duas senoides sobrepostas frequências  $f_1$  e  $f_2$  obedecendo  $f_1/f_2 \approx 2$ . Para a série SAP o padrão é mais complexo: um mínimo de atividade é visto em torno de 400 dias e não é alcançado novamente durante o período de

Figura 17 – Evolução ao longo do período de observação dos Índices Magnéticos Parciais e dos Índices de Variabilidade  $R_{var}$  das séries RTS de Kepler-9 (vermelho) e Kepler-30 (azul).



Fonte: elaborado pelo autor.

observação, a intensidade dos picos de atividades segue uma tendência crescente, deixando aberta a possibilidade de um ciclo de longa duração, como o ciclo de 11 anos do Sol.

Tabela 5 – Índices obtidos para todas as séries temporais sem sinal de trânsito: índice magnético global ( $S_{ph}$ ), média dos índices magnéticos locais ( $\overline{S_{ph}}$ ), índice magnético em alta atividade ( $\overline{S_{ph}(n_+)}$ ) e em baixa atividade ( $\overline{S_{ph}(n_-)}$ ), o Contraste (C) e a média dos índices de variabilidade ( $R_{var}$ )

Curvas de Luz	$S_{ph}$ (ppm)	$\overline{S_{ph}}$ (ppm)	$\overline{S_{ph}(n_+)}$ (ppm)	$\overline{S_{ph}(n_-)}$ (ppm)	C	$R_{var}$ (ppm)
Kepler-9 - PDC	1471	1449	1686	1213	1,389	4745
Kepler-9 - SAP	1995	1944	2345	1704	1,376	5912
Kepler-9 - RTS	2480	2415	2941	2105	1,397	8367
Kepler-30 - PDC	5173	4895	6569	3407	1,928	14363
Kepler-30 - SAP	5696	5479	6875	4238	1,622	15722
Kepler-30 - RTS	6463	5923	8228	4962	1,658	18431

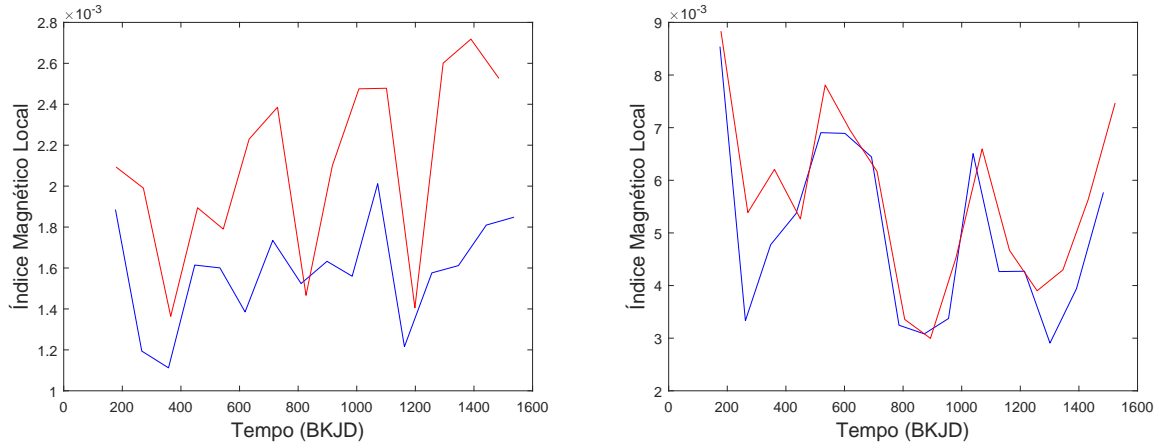
Fonte: Elaborada pelo autor.

O primeiro painel da Fig. 17 mostra a evolução dos índices magnéticos para as séries RTS. Kepler-30 exibe um comportamento similar ao visto nas séries PDC e SAP, a menos de um salto de intensidade no final da curva. Em Kepler-9 observamos uma evolução dos índices magnéticos sem características notáveis, exceto que as flutuações do índice de variabilidade são bem mais expressiva do que a observada nos índices magnéticos parciais.

Os índices de variabilidade da série RTS de Kepler-30 exibem flutuações intensas, mesmo com a semelhança entre estes índices nas séries SAP e PDC, como pode ser visto no segundo painel da Fig. 17. Em Kepler-9 vemos variabilidade menos intensa e uma evolução que não segue um padrão claro.

Os índices magnéticos e de variabilidade também foram calculados para as séries temporais com sinal de trânsito, cuja evoluções podem ser vistas nas Figs. 18 e 19, respecti-

Figura 18 – Evolução ao longo do período de observação dos índices magnéticos locais das séries PDC (azul) e SAP (vermelho) ainda com sinal de trânsito.



(a) Curvas PDC e SAP de Kepler-9

(b) Curvas PDC e SAP de Kepler-30

Fonte: Elaborado pelo autor.

vamente. Como no caso dos periodogramas, o processo de remoção dos sinais de trânsito não acarreta diferenças significativas nestes índices, por razões já mencionadas quando foi investigado o periodograma Lomb-Scargle.

Isso mostra que, pelo menos para as ferramentas de análise utilizadas até aqui, e para o caso particular das estrelas Kepler-9 e Kepler-30, a remoção dos sinais de trânsito não se apresenta como processo essencial para o estudo da atividade magnética estelar. No entanto, isso pode ser um efeito do número de dados. Evidentemente, quando o período orbital dos planetas é grande, é razoável pensar que sua periodicidade será minimizada por uma estrela que gira com um período curto. Como um exemplo, a estrela Kepler-30 tem um período de rotação muito menor que o período do planeta com órbita mais interna.

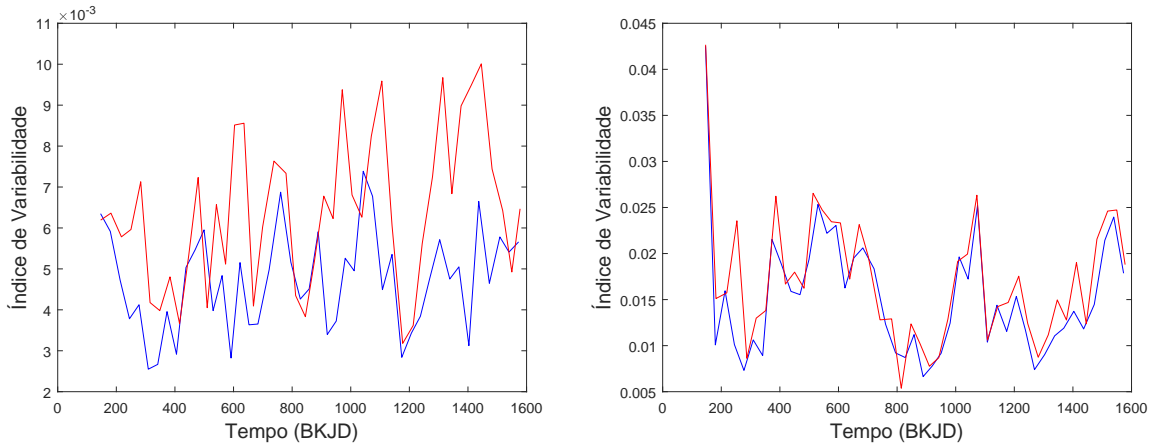
### 6.3 A multifractalidade de Kepler-9 e de Kepler-30

Nesta seção são apresentados os diversos resultados obtidos com a análise multifractal, tanto por meio do método MFDMA quanto pelo MFDMA $\tau$ .

#### 6.3.1 Funções de flutuação

As funções de flutuação são um resultado parcial da análise multifractal, sua análise pode ajudar na interpretação do espectro multifractal e dos indicadores multifractais. As Figs. 20 à 25 mostram o gráfico das funções de flutuação  $F_q(n)$  como uma função das escalas de tempo  $n$  para valores diferentes de  $q$  para ambas as séries temporais PDC e SAP das estrelas de nossa amostra. Nesses gráficos a relação de escalagem dada pela Eq. 3.9 se torna uma linha reta nos intervalos em que  $h(q)$  é constante. Um valor  $n$  separando dois intervalos consecutivos

Figura 19 – Evolução ao longo do período de observação dos Índices de Variabilidade  $R_{var}$  das séries PDC (azul) e SAP (vermelho) ainda com sinal de trânsito.



(a) Curvas PDC e SAP de Kepler-9

(b) Curvas PDC e SAP de Kepler-30

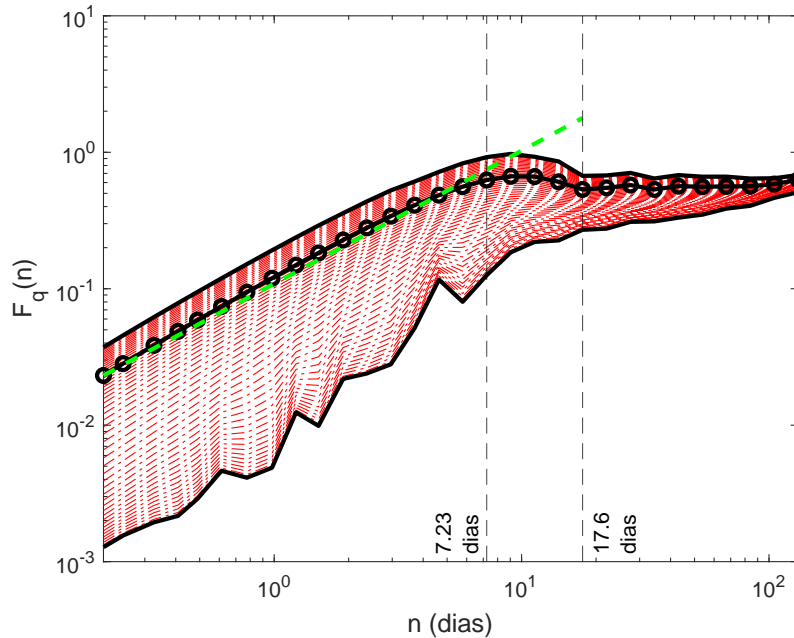
Fonte: Elaborado pelo autor.

onde  $h(q)$  é uma constante para um dado  $q$  é chamado de *crossover*, um ponto onde duas leis de potência com expoentes distintos se cruzam. O aparecimento de uma ou mais *crossover* certifica que a série temporal tem características multifractais. Caso contrário, sem *crossover*, a série pode ser classificada como fractal (ou monofractal).

### 6.3.1.1 Kepler-30

Para a série PDC, pode-se ver dois *crossovers* nos gráficos para valores  $q > 0$  nas marcas de 7,23 e 17,6 dias como indicado pelas linhas verticais tracejadas. A mudança na inclinação que ocorre após cada *crossover* é facilmente perceptível. A pequena queda após os *crossovers* é pouco significativa, pois é causada pela variação na amplitude produzida devido ao uso de uma média móvel para aproximar uma modulação quase senoidal. Uma vez que o período de rotação, 16,2 dias, é alcançado a amplitude da função de flutuação permanece quase constante. Em outras palavras, a inclinação após o segundo *crossover* é praticamente zero porque a modulação rotacional passa a ser a fonte dominante de variabilidade, principalmente para valores de  $q > 0$  que estão acima da curva representada pelas círculos abertos, onde ocorrem os eventos relacionados às fortes flutuações originadas pelo ruído estelar. Para todas as funções de flutuação presentes na tese, o regime de  $q < 0$  (abaixo a curva representada pelas círculos abertos) apresenta uma sutil inclinação positiva. Esse comportamento está associado às fracas singularidades originadas das variações periódicas, como é o caso da modulação rotacional, que ainda apresentam momentos estatísticos de ordem superior. Esses momentos representados pelos valores de  $q$  ocorrem em menor número na região do ruído ( $q > 0$ ) que, no máximo, terão momentos associados a média ( $|q| = 1$ ) ou a variância ( $|q| = 2$ ). Outros momentos, como a kurtosis ( $|q| = 3$ ) e de ordem superior, estão presentes quando existe uma ampla família de

Figura 20 – Gráfico log-log das funções de flutuação  $F_q(n)$  (círculos pretos para  $q = 2$ ) calculado para a série PDC final da Fig. 11. As linhas vermelhas correspondem à  $q$  variando entre  $-5$  e  $5$  em passos de  $0,2$  (maiores explicações estão presentes no texto). Linhas verticais marcam os crossovers. A linha verde coincide com a inclinação média  $H = h(2) = 0,95$  para escalas menores que  $7,23$  dias.



Fonte: Elaborado pelo autor.

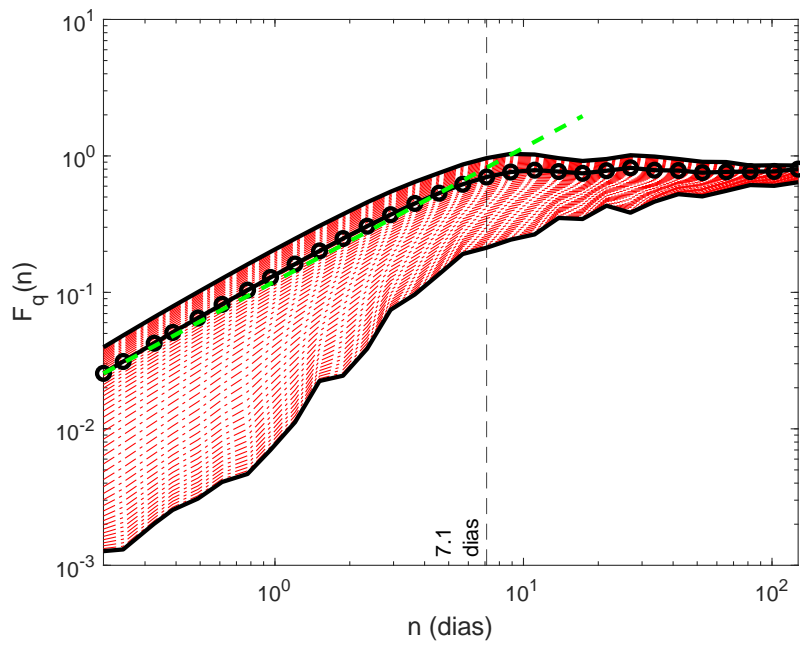
frequências com características periódicas.

Para a série SAP, apenas um crossover é visto na escala de  $7,1$  dias, o que indica que as flutuações entre as escalas de  $7$  e  $17$  dias possuem amplitudes semelhantes àquelas de escalas maiores. A presença de alguns resíduos maiores na série SAP provavelmente é a explicação para essa diferença no intervalo entre os períodos de  $7,23$  e  $17,6$  dias, uma vez que o ruído é responsável por amortecer a oscilação.

Na Fig. 22 está o gráfico para a curva RTS. O crossover se mantém na escala de  $7,1$  dias. O comportamento das funções para diferentes valores de  $q$  é diferente do visto nas séries PDC e SAP: a convergência das funções acontece em uma escala de tempo maior e de forma muito mais abrupta, diferente da convergência gradual vista anteriormente.

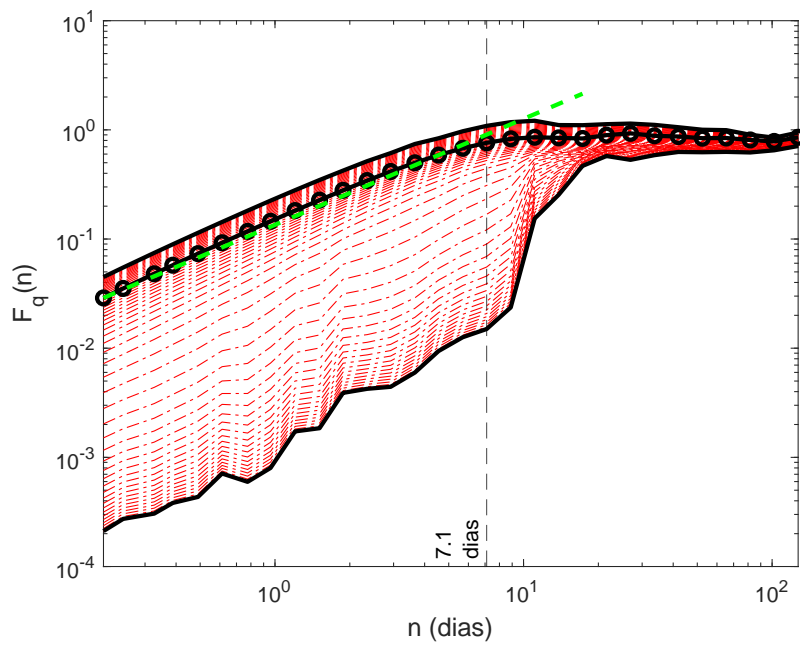
Tais resultados foram baseados em funções de flutuação com  $q$  positivo, o que favorece o efeito de flutuações associados a amplitudes mais acentuadas. O inverso acontece para  $q$  negativo, flutuações de menor escala passam a ter maior impacto nas funções de flutuação. Em todos os gráficos de  $F_q(n)$  exibidos, percebe-se que com  $q < 0$ , o expoente da lei de escalagem (inclinação no gráfico logarítmico) varia bruscamente. Isso indica que o regime assintótico onde a Eq. 3.9 é satisfeita não é alcançado graças ao efeito de pequenas flutuações que dominam as funções.

Figura 21 – Idem Figura 20 para a curva SAP.



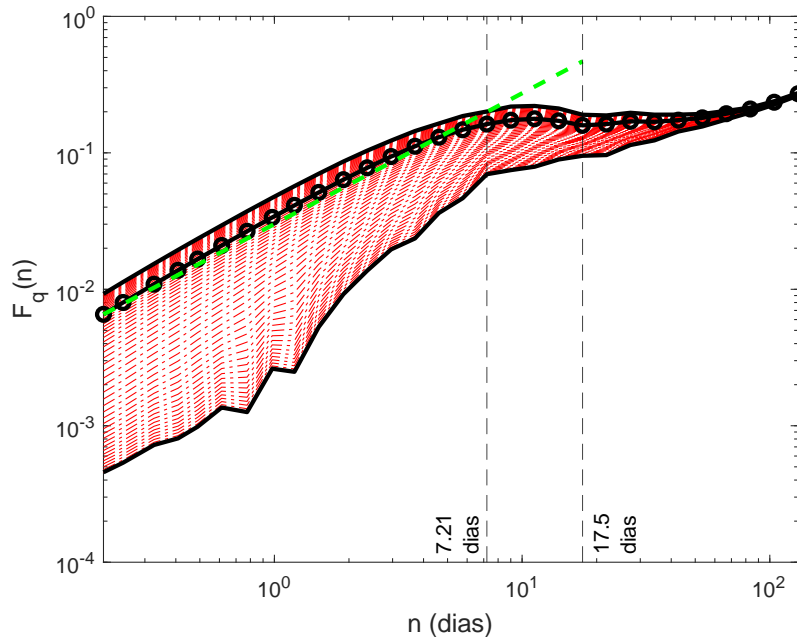
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 22 – Idem Figura 20 para a curva RTS.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 23 – Idem Figura 20 para a curva PDC de Kepler-9.



Elaborado pelo autor.

### 6.3.1.2 Kepler-9

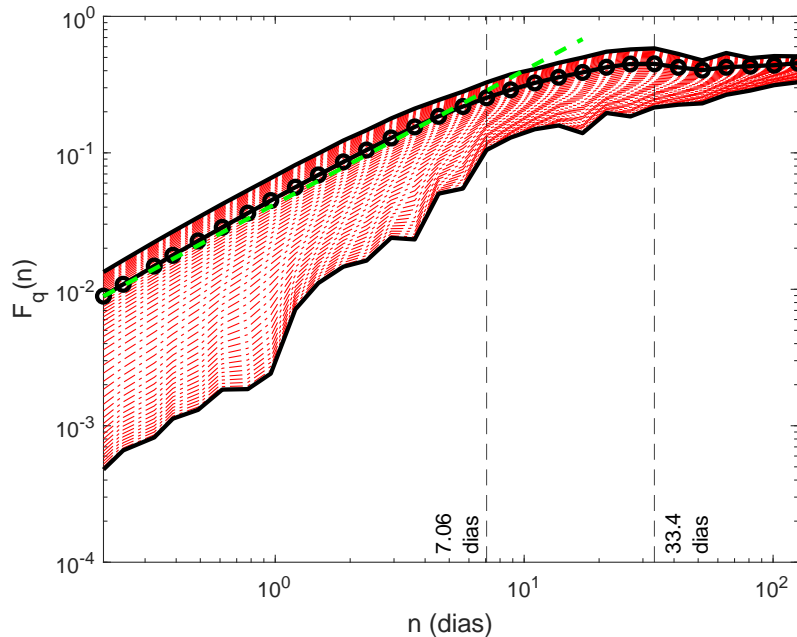
As Figs. 23, 24 e 25 mostram as funções de flutuação em função da escala de tempo para as séries temporais de Kepler-9. Ao comparar as figuras com informações referentes as duas estrelas pode-se notar que o comportamento é, de forma geral, similar, isto é, iniciando com alta sensibilidade à variações de  $q$  para pequenas escalas de tempo e, conforme a escala de tempo cresce, vai perdendo essa sensibilidade.

Apesar da similaridade no aspecto geral das funções de flutuação, em pontos específicos é possível notar diferenças significativas. As curvas PDC e SAP de Kepler-9 exibem intensidade de flutuação menor do que a vista em Kepler-30. Mais especificamente, na Fig. 23 pode-se ver um crossover em 17,5 dias que pode ser associado ao período de rotação de Kepler-9 registrado na literatura. O crossover em 7,21 dias não pode ser associado a um harmônico do período de rotação da estrela ou do período de órbita de nenhum dos planetas do sistema.

A curva SAP ainda apresenta uma considerável sensibilidade aos valores de  $q$ , mesmo no regime de grandes escalas de tempo. Ao analisar a Fig. 24 é possível ver que os crossovers se deslocam significativamente (algo que não acontece na análise de Kepler-30). O segundo crossover está na escala de tempo de 33,4 dias, escala de tempo que exibe um período significativo segundo o periodograma de Lomb-Scargle exibido na Fig 13 e que não aparece no periodograma da curva PDC. A curva RTS de Kepler-9 apresenta uma maior sensibilidade aos valores de  $q$ , em todas as escalas de tempo, e possui dois crossovers nas escalas 7,06 (também visto nas funções da série SAP) e de 26,7 dias. A melhor associação que pode ser feita a esses



Figura 24 – Idem Figura 20 para a curva SAP de Kepler-9.



Elaborado pelo autor.

crossovers é à escala de tempo característica da evolução das regiões ativas, dada a natureza da série RTS.

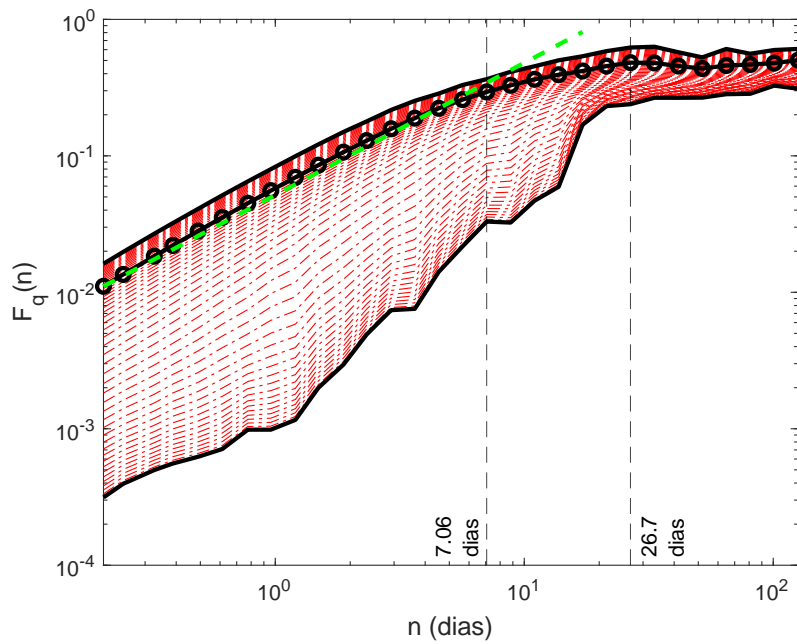
Tais resultados são compatíveis com os obtidos nos demais métodos de análise utilizados até aqui, ou seja, que a modulação rotacional, considerando o período atualmente encontrado na literatura, não domina a flutuação da curva SAP de Kepler-9. Outro resultado importante se refere à discussão acerca da forte variabilidade presente no periodograma Lomb-Scargle da estrela Kepler-9. As funções de flutuação não exibiram crossovers, ou mesmo variações bruscas, nas escalas de tempo similares aos períodos vistos no periodograma, 46 e 52 dias. Em outras palavras, as duas técnicas forneceram resultados conflitantes a respeito dessas periodicidades.

### 6.3.2 Superfícies de Hurst

Seguindo o percurso metodológico mencionado no capítulo precedente, a investigação dos efeitos de uma tendência periódica usando as superfícies de Hurst  $h(q, \tau)$  nos permite estudar o comportamento do expoente generalizado de Hurst  $h$  como função não apenas do momento  $q$  (como é o caso do método MFDMA tradicional) mas também da escala de tempo  $\tau$  (MFDMA $\tau$ ). As superfícies de Hurst ilustradas nas Figs. 26, 27 e 28 pertencem às curvas PDC, SAP e RTS de Kepler-30, respectivamente, e mostram características que podem não ser visíveis no método MFDMA tradicional.

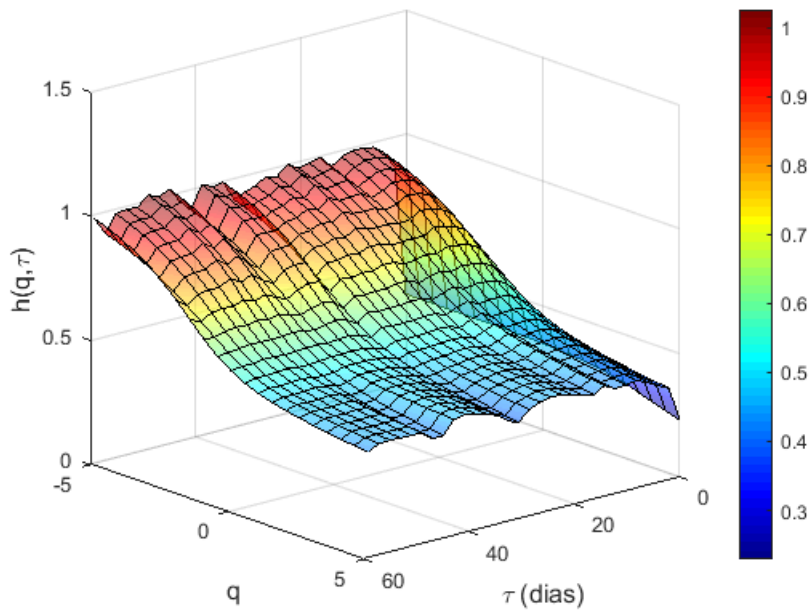
Para uma escala fixada  $\tau$ , quando  $q$  varia de  $-5$  à  $5$ , existem tendências decrescen-

Figura 25 – Idem Figura 20 para a curva RTS de Kepler-9.



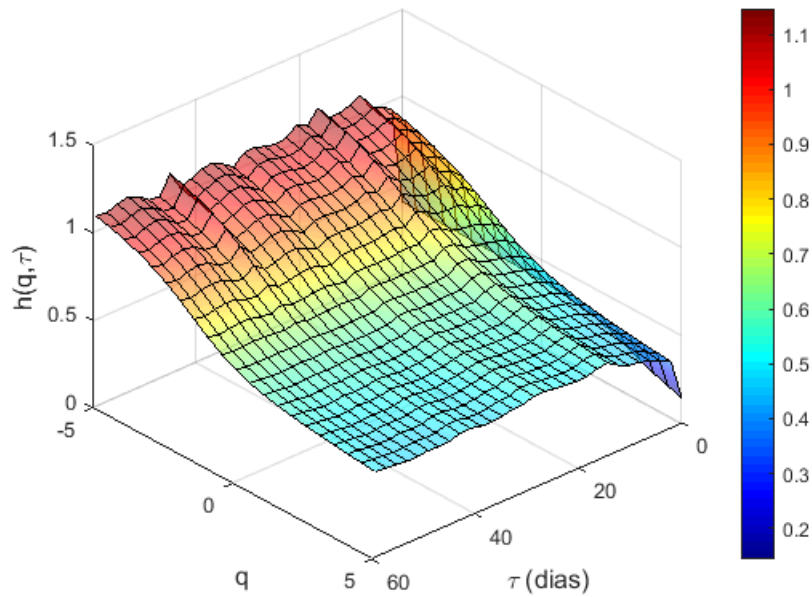
Elaborado pelo autor.

Figura 26 – Superfície de Hurst  $h(q, \tau)$  calculada para a série final PDC de Kepler-30. O plano  $(h, q)$  corresponde ao  $h(q)$  calculado com o método MFDMA padrão. As barras coloridas indicam os valores de  $h(q, \tau)$ , onde para  $q < 0$  maiores valores são encontrados e para  $q > 0$  são encontrados os menores.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 27 – Idem Fig. 26 para os dados SAP.



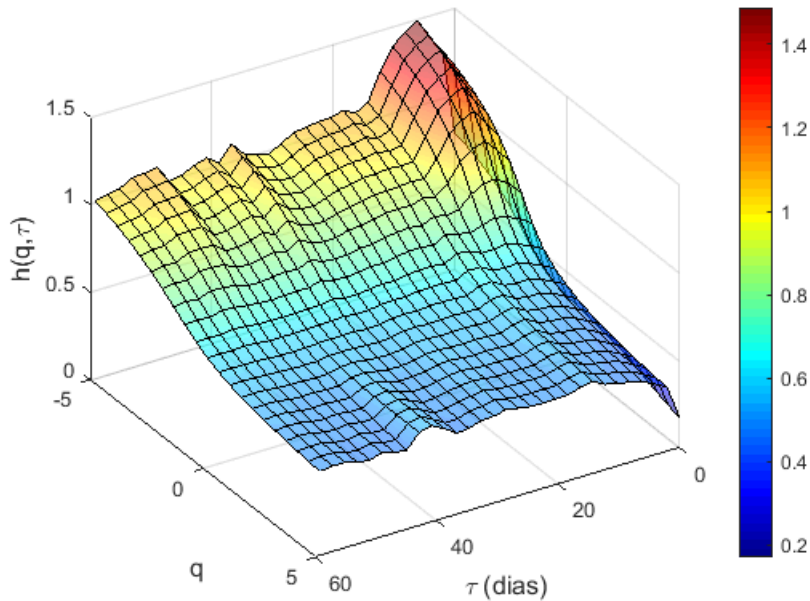
Fonte: Elaborado pelo autor.

tes para todas as superfícies de Hurst, iniciando com uma descida mais acentuada até  $q = 0$ , onde assume um perfil quase horizontal, exceto para  $\tau < 2$  dias, onde assume valores pequenos e quase constantes, isso se deve ao fato de que nesse domínio temporal o ruído estelar é dominante. Em particular, podemos recuperar os resultados do método MFDMA, calculando o expoente de escalagem para cada  $q$  em todos os valores da escala  $n$ . Dessa forma, variando  $q$ , quando  $\tau$  muda de pequenos para grandes valores, todas as curvas  $h(q > 0, \tau)$  mostram crescimento rápido até seus valores máximos, e então permanecem aproximadamente constantes. Para  $h(q < 0, \tau)$  existem oscilações que aumentam conforme  $q$  diminui, além de um salto maior quando  $\tau$  é pequeno e  $q < 0$  para as curvas PDC e SAP (tal salto não é tão alto na série RTS). A presença de ressaltos na região  $q < 0$  pode ser resultado do impacto amplificado de flutuações pequenas que, por sua vez, derivam de diversos efeitos como evolução de regiões ativas e rotação diferencial.

A principal característica de  $h(t, \tau)$  é a notável queda do valor de  $h$ , indo de aproximadamente 1 quando  $q \sim -5$  para  $\sim 0,5$  quando  $q > 0$ . Isto sugere que as flutuações de pequena escala possuem um forte grau de persistência, enquanto flutuações maiores são similares à processos aleatórios independentes. Os resultados baseados na porção dos gráficos com  $q < 0$  devem ser tomados cuidadosamente por causa das notáveis flutuações de  $h$ , mas esses gráficos sugerem uma origem física diferente para pequenas e grandes flutuações, conclusão que pode ser útil para restringir modelos de microvariabilidade estelar.

As superfícies de Hurst das séries PDC e SAP de Kepler-30 são bastante similares.

Figura 28 – Idem Fig. 26 para os dados RTS. Nesse caso, flutuações do tipo movimento aleatório ( $H > 1$ ) são mais fortes do que nas séries PDC e SAP, indicando uma evolução mais lenta no regime  $q < 0$ .



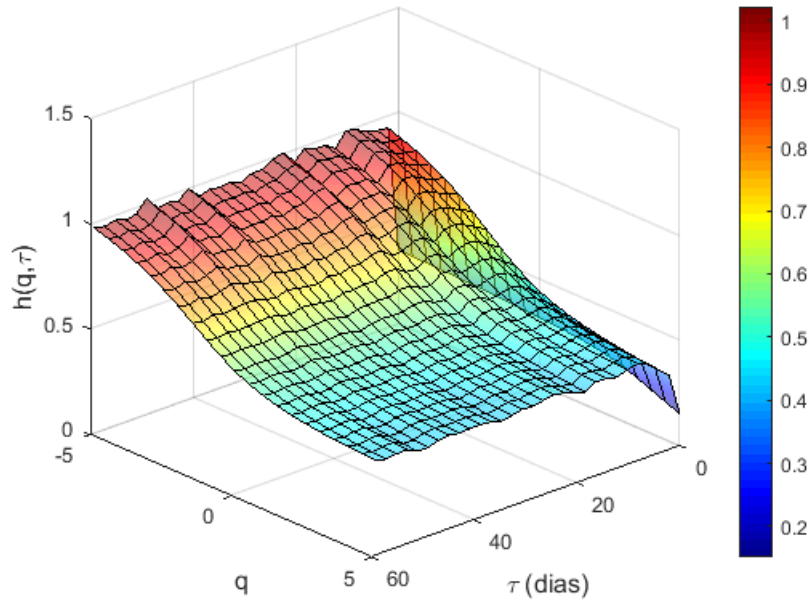
Fonte: Elaborado pelo autor.

Por outro lado, para a série RTS, a superfície de Hurst exibe uma região ( $2 \leq \tau \leq 12$  e  $q < -1$ ) em que os valores de  $h(t, \tau)$  são maiores do que os vistos nas demais curvas. Uma explicação para esse comportamento é o número reduzido de flutuações periódicas, uma vez que a série é o que sobra da subtração entre as séries SAP e PDC.

Seguindo a discussão da Seção 3.4, os valores obtidos para o índice de atividade  $\langle S_{ph} \rangle_{k=5}$  (Tabela 5) foram de 5174 e 5696 para as curvas PDC e SAP, respectivamente. O maior valor encontrado na série SAP é consequência da redução da variabilidade estelar na série PDC para escalas maiores do que 15 dias. A superfície de Hurst  $h(2, \tau)$  mostra uma subida até  $\tau = 8,2$  dias, seguida de uma tendência aproximadamente constante, indicando que a maior parte da variabilidade da série temporal ocorre numa escala menor que metade do período de rotação, que significa 10% do intervalo de tempo no qual  $\langle S_{ph} \rangle_{k=5}$  foi calculado. Portanto, tal índice provê uma descrição muito limitada da variabilidade estelar, enquanto as superfícies de Hurst permitem uma descrição mais detalhada.

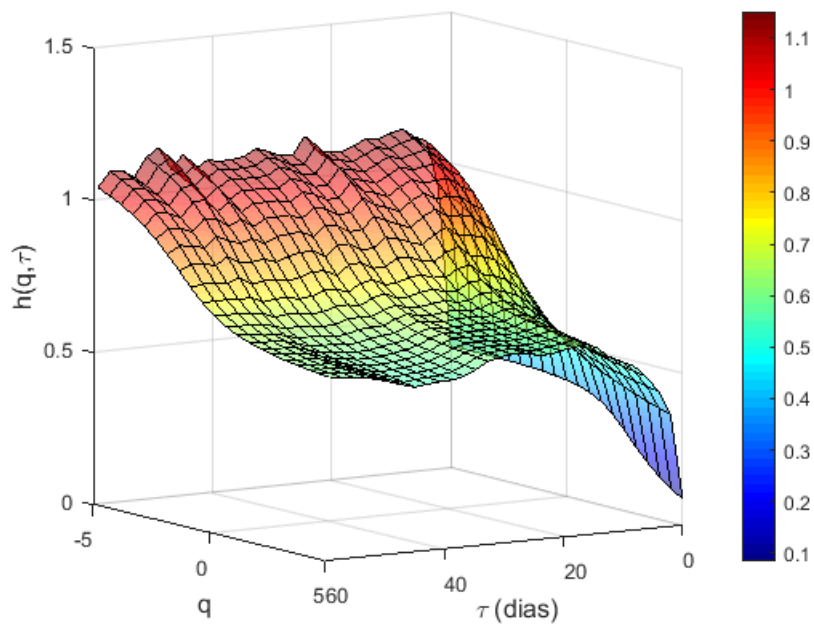
As Figs. 29, 30 e 31 mostram as superfícies de Hurst para a estrela Kepler-9. Apesar de muito similares às suas equivalentes de Kepler-30, principalmente no regime de pequenos  $q$  e  $\tau$ , estas superfícies apresentam valores  $h(q, \tau)$  mais elevados conforme de  $\tau$  e  $q$  crescem. A superfície de Hurst da série RTS (Fig. 31) mostra alta volatilidade para  $q > 1$ , em especial valores bastante altos para  $\tau > 40$  dias, um reflexo da exclusão da modulação rotacional (intrínseca ao método de obtenção da série RTS), assim como visto em Kepler-30. Este resultado pode ser

Figura 29 – Idem Fig. 26 para os dados PDC de Kepler-9.



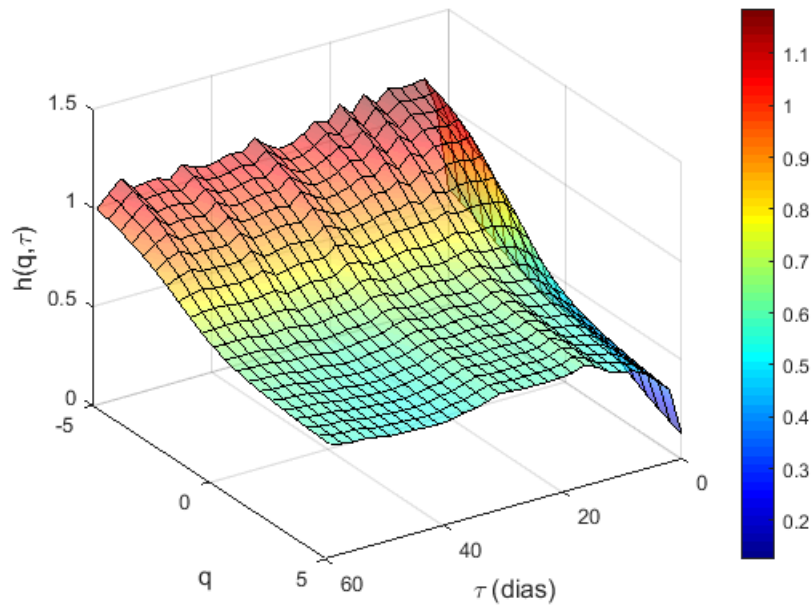
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 30 – Idem Fig. 26 para os dados SAP de Kepler-9.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 31 – Idem Fig. 26 para os dados RTS de Kepler-9.



Fonte: Elaborado pelo autor.

interpretado como a presença de múltiplos fenômenos físicos de grande período acontecendo em Kepler-9 onde os sinais são descartados pelo pipeline PDC.

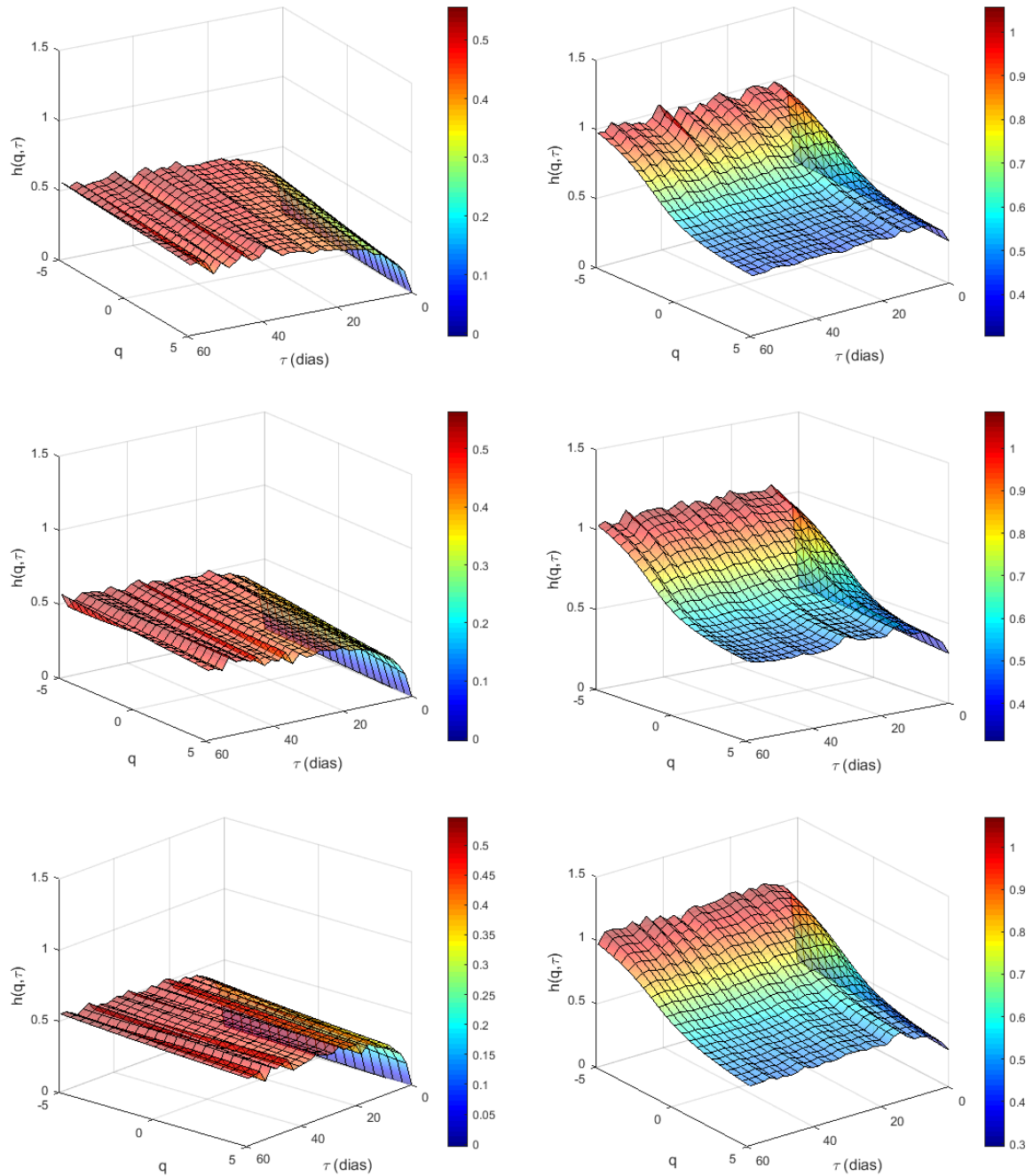
### 6.3.3 Análise das séries temporais suplentes

Como mencionado na Seção 3.3, a multifractalidade pode ser originada por duas fontes principais: correlações de longo prazo e distribuição com caudas largas. No caso das séries temporais da missão Kepler, já foi mostrado que a primeira fonte é, de longe, a dominante (DE FREITAS et al., 2017). Esse resultado é confirmado ao calcular  $h(q, \tau)$  para as duas séries suplentes (embaralhamento e mudança de fase) de cada série considerada acima.

A Fig. 32 mostra que o resultado médio de 200 embaralhamentos e mudanças de fase das curvas PDC, SAP e RTS de Kepler-30. Pode-se ver na referida figura que a superfície de Hurst da série embaralhada é plana ( $\langle h(q, \tau) \rangle \approx 0,5$ , valor correspondente ao ruído branco), indicando que o processo removeu as correlações, como esperado. Contudo, o processo de mudança de fase gerou suplentes cuja superfície de Hurst varia quase da mesma forma que a série original tanto em ordem ( $q$ ) quanto em escala de tempo ( $\langle h(q, \tau) \rangle \approx 0,82$ ), mas os efeitos de não-linearidade não podem ser descartadas.

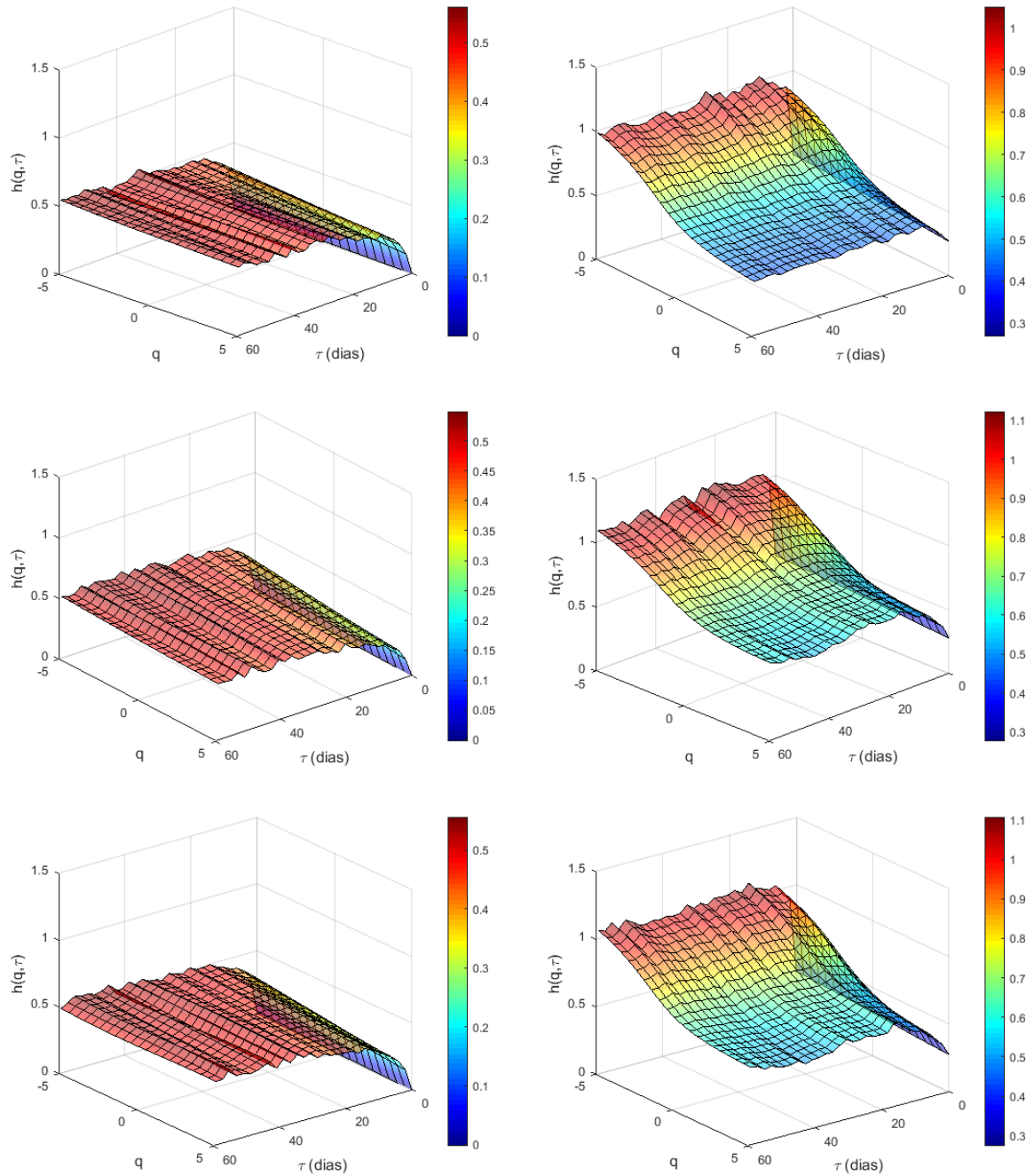
Ao repetir essa análise com as séries temporais de Kepler-9, o resultado obtido foi virtualmente idêntico. Esses resultados sugerem que a multifractalidade da modulação rotacional deve-se tanto à correlações de longo prazo quanto à não linearidade advinda das distribuições de caudas largas, mas a primeira é a fonte principal. Esse resultado é consistente

Figura 32 – Superfície de Hurst calculada para as séries suplentes de Kepler-30 geradas por embaralhamento (à esquerda) e por mudança aleatória de fase (à direita) das séries PDC (topo), SAP (meio) e RTS (fundo). Os resultados apresentados são uma média obtida a partir de 200 suplentes.



Fonte: Elaborado pelo autor.

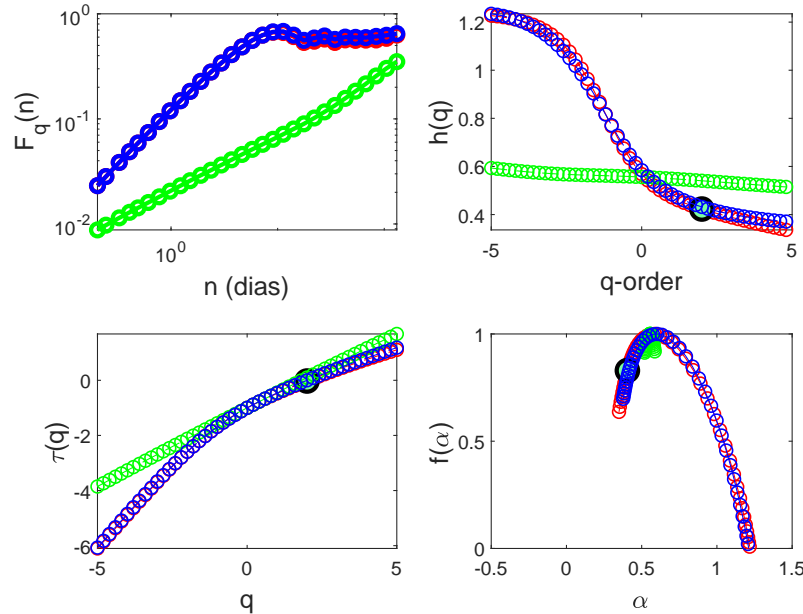
Figura 33 – Idem Fig. 32 para as séries temporais de Kepler-9



Fonte: Elaborado pelo autor.



Figura 34 – Indicadores multifractais da série PDC de Kepler-30 em três versões: original (vermelho), embaralhada (verde) e com fase alterada (azul). *Painel superior à esquerda*: função de flutuação para  $q = 2$ . *Painel superior à direita*: Expoente de Hölder em função de  $q$ . *Painel inferior à esquerda*: Expoente de escala multifractal  $\tau(q)$ . *Painel inferior à direita*: Espectro multifractal  $f(\alpha)$



Fonte: Elaborado pelo autor.

com os resultados do método MFDMA tradicional.

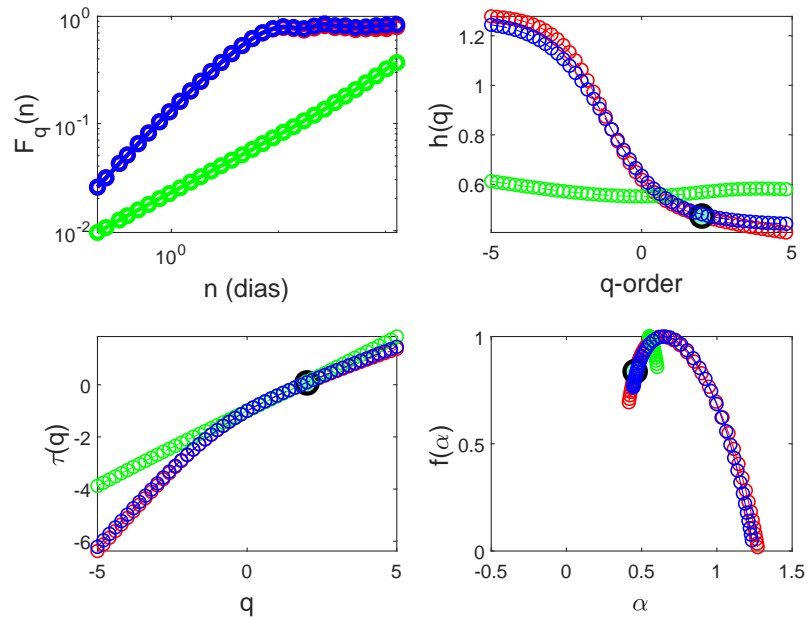
### 6.3.4 Indicadores Multifractais

Os indicadores multifractais definidos na seção 3.4 foram calculados para as séries temporais originais e suplentes e podem ser vistos nas Figs. 34 a 37, com os valores mostrados na Tabela 6. No geral, os perfis de todas as curvas são semelhantes. A característica mais evidente é a diferença entre os indicadores das séries suplentes obtidas através do embaralhamento de pontos e os indicadores das demais séries, reforçando a conclusão de que as fontes de multifractalidade dominante são as correlações de longo-prazo.

Analisando primeiramente os indicadores das séries originais, tanto os expoentes de Hurst quanto  $\alpha_0$  de Kepler-9 são maiores em relação a Kepler-30, e em ambas estrelas observa-se o mesmo padrão: nas séries SAP esses indicadores são mais altos, seguidos de perto pelos indicadores da RTS. As séries RTS apresentam um grau de assimetria e de multifractalidade maior do que os vistos nas demais séries.

O expoente de Hurst é menor que 0,5 em todas as séries de Kepler-30, o que indica a presença de anti-persistência nessa série: aumento no fluxo sendo, na maior parte das vezes, seguidos por quedas no fluxo e vice-versa. As séries SAP e RTS de Kepler-9 apresentam o oposto,  $H > 0,5$ , comportamento persistente, variações de menor amplitude para pequenas

Figura 35 – Idem Fig. 34 para a série SAP de Kepler 30



Fonte: Elaborado pelo autor.

escalas de tempo e presença de tendências longas de crescimento e queda no fluxo.

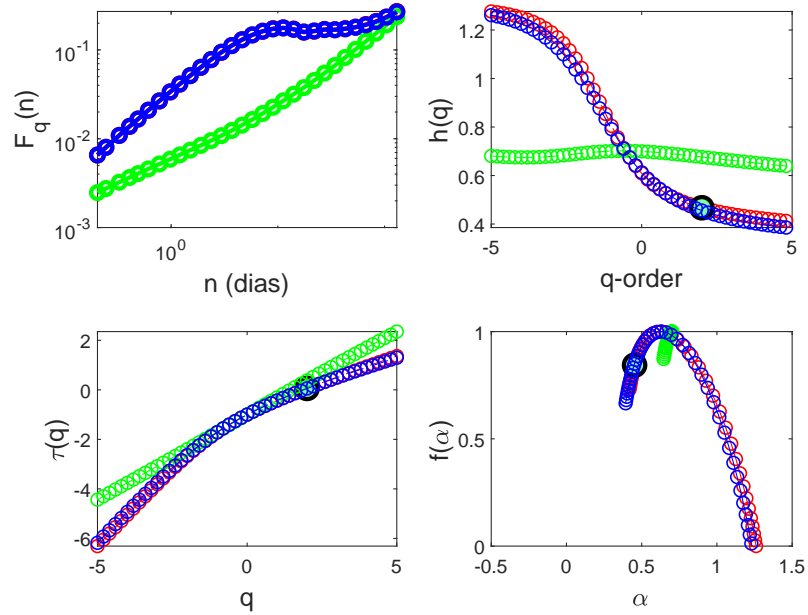
O indicador  $\Delta f_{min}(\alpha)$  está relacionado a quantidade de saltos abruptos (difíceis de se modelar com uma função diferenciável) presentes na série. As séries RTS apresentam os maiores valores devido ao método com o qual são obtidas. O menor valor foi calculado para a série PDC de Kepler-30, indicando que o módulo PDC executou uma limpeza precisa dos erros sistemáticos. O contrário é visto em Kepler-9: o valor de  $\Delta f_{min}(\alpha)$  é maior na série PDC do que na SAP. Isso indica que o módulo PDC não foi tão preciso ao tratar os dados desse sistema, aumentando a quantidade de saltos abruptos e inserindo ruído na série. Isso reforça a necessidade de se trabalhar também com as séries SAP ao usar dados do Kepler.

Outra evidência da injeção de ruído que o módulo PDC provoca está no grau de multifractalidade  $\Delta\alpha$ . Em todas as versões calculadas, esse indicador é maior nas séries PDC do que nas séries SAP.

Se  $\Delta f_{min}(\alpha)$  nos dá informação sobre a presença de saltos abruptos na série,  $\alpha_0$  nos informa sobre a severidade desses saltos (quão íngrimes e quão grandes são essas singularidades), tornando esse índice ligado a amplitude das variações de fluxo. Nesse caso, quanto mais próximo  $\alpha_0$  for de 1, mais suaves são as singularidades, e menor são as amplitudes da flutuações. Kepler-30 apresenta os menores valores para  $\alpha_0$ , o que significa que esta estrela possui atividade mais intensa, corroborando diversos outros resultados aqui apresentados.

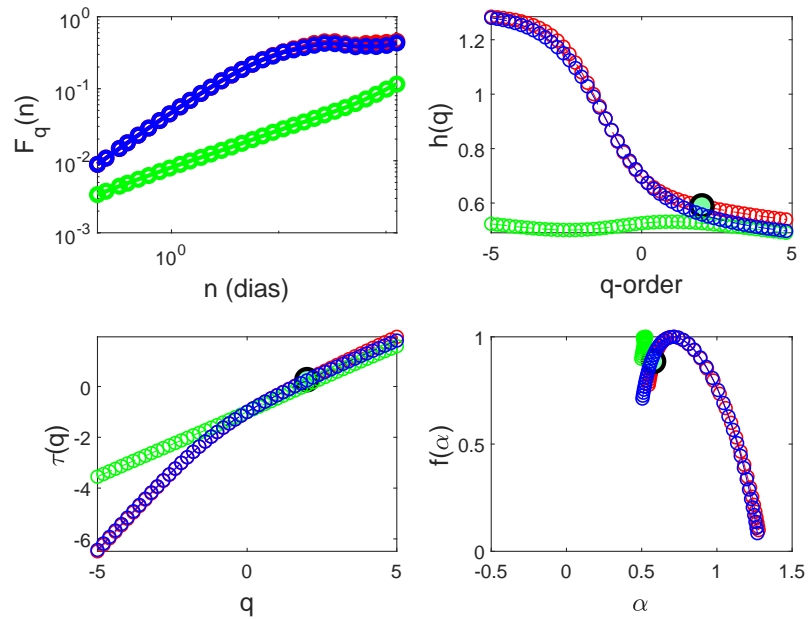
O embaralhamento das séries afeta drasticamente os graus de assimetria e de multifractalidade. O parâmetro  $\alpha_0$  também é significativamente afetado, com seu valor se aproxi-

Figura 36 – Idem Fig. 34 para a série PDC de Kepler 9



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 37 – Idem Fig. 34 para a série SAP de Kepler 9



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 6 – Indicadores multifractais extraídos do método MFDMA padrão para as séries PDC, SAP e RTS. Os resultados estão apresentados para dados originais (O), embaralhados (S) e com fase randomizada (P). Da esquerda para a direita, temos: O parâmetro de singularidade; o parâmetro  $\alpha_0$ ; expoente global de Hurst; grau de multifractalidade; e grau de assimetria.

	$\Delta f_{min}^o(\alpha)$	$\alpha_0^O$	$\alpha_0^S$	$\alpha_0^P$	$H_O$	$H_S$	$H_P$	$\Delta\alpha_O$	$\Delta\alpha_S$	$\Delta\alpha_P$	$A_O$	$A_S$	$A_P$
Kepler-9 - PDC	0,73	0,63	0,69	0,63	0,47	0,68	0,46	0,84	0,06	0,84	3,02	0,02	2,52
Kepler-9 - SAP	0,68	0,71	0,52	0,71	0,59	0,53	0,56	0,73	0,03	0,76	3,39	0,25	2,65
Kepler-9 - RTS	0,80	0,70	0,56	0,71	0,57	0,57	0,54	0,91	0,03	0,73	4,90	1,52	2,22
Kepler-30 - PDC	0,63	0,59	0,56	0,60	0,42	0,54	0,43	0,87	0,07	0,83	2,63	0,80	2,66
Kepler-30 - SAP	0,68	0,64	0,56	0,64	0,47	0,56	0,48	0,86	0,04	0,79	2,81	1,16	2,78
Kepler-30 - RTS	0,74	0,65	0,51	0,62	0,46	0,50	0,47	1,26	0,05	0,80	4,35	1,45	3,08

Fonte: Elaborado pelo autor

mando de 0,5 em todas as séries, com exceção da PDC de Kepler-9. O expoente de Hurst de todas as séries de Kepler-30 é maior nas suplentes embaralhadas, mas o aumento mais expressivo é visto na série PDC de Kepler-9.

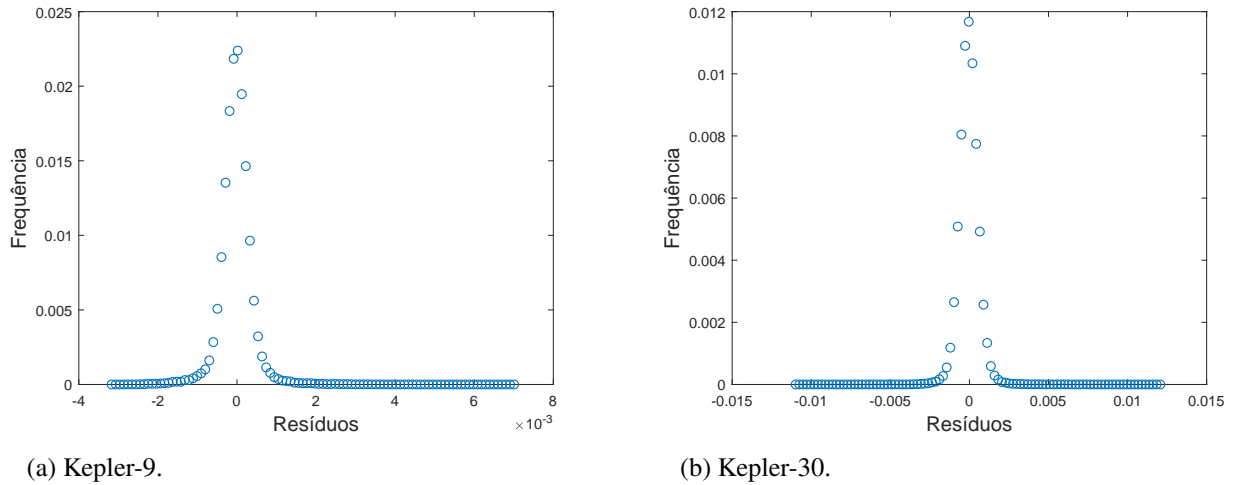
As séries suplentes obtidas por mudança de fase apresentam índices próximos das séries originais, mantendo o mesmo padrão na maioria dos casos. As exceções estão nos graus de multifractalidade e de assimetria da série RTS de Kepler-9, que apresentam os maiores valores nas séries originais, mas os menores nessas séries suplentes.

#### 6.4 Spot Modelling de Kepler-9 e Kepler-30

O Spot Modeling foi aplicado para as séries SAP das duas estrelas por possuírem mais sinais de atividade magnética. Como nosso objetivo é caracterizar a dinâmica de manchas e atividades magnéticas que se manifestam em escalas de tempo da modulação rotacional, a presente aplicação da técnica Spot Modeling está baseada nas observações destacadas no trabalho de de Freitas et al. (2021). Esse autores destacam que os resultados da técnica Spot Modelling são similares em ambos os pipelines PDC e SAP. No entanto, existe uma particularidade na série de Kepler-30 que nos orientou a decidir aplicar a técnica Spot Modelling apenas nas séries SAP. Ainda segundo os autores, a série temporal SAP mostra uma gama de amplitudes da modulação maior do que a série PDC porque o pipeline PDC da estrela Kepler-30 tende a reduzir a variabilidade em escalas de tempo superiores a 15-20 dias. Como consequência, o mapa Spot Modelling da série SAP mostra uma distribuição mais ampla do fator de preenchimento do que o mapa de manchas da PDC, mas a localização dos pontos e a sua evolução são muito semelhantes às mostradas no mapa PDC (DE FREITAS et al., 2021).

A distribuição dos resíduos da modelagem das duas estrelas é mostrada na Fig. 38. Para Kepler-30 a distribuição é quase Gaussiana com média próxima à zero  $\mu_{res} = -4.4246 \times 10^{-5}$  e desvio padrão  $\sigma_0 = 6.6034 \times 10^{-4}$ . A distribuição dos resíduos de Kepler-9 exibe uma cauda direita mais extensa, mas no geral ainda se assemelha a uma Gaussiana, com média

Figura 38 – Distribuição dos resíduos do Spot Modelling.



Fonte: Elaborado pelo autor.

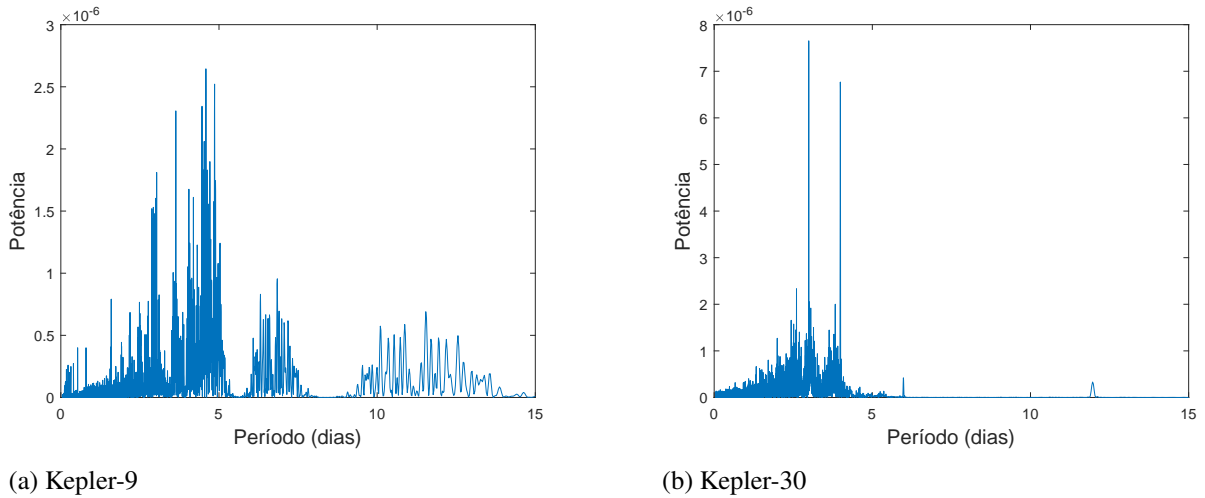
$\mu_{res} = -2.1265 \times 10^{-5}$  e desvio  $\sigma_0 = 3.9762 \times 10^{-4}$ . O desvio padrão observado nos resíduos de ambas estrelas é pouco maior que o ruído de fótons (um ruído aleatório, onde a contagem de fótons segue um processo clássico de Poisson). Isso indica que a presença de outros processos, contribuindo para o nível de ruído aleatório, provavelmente tais processos estão associados com a convecção superficial e campos magnéticos afetando o fluxo estelar.

Um periodograma de Lomb-Scargle generalizado dos resíduos também é exibido na Fig. 39. Os perfis das duas estrelas difere significativamente, Kepler-30 exibe dois picos nos períodos de 3 dias e 4 dias, bem destacados das demais variações. Kepler-9 exibe um padrão mais disperso, exibindo picos de baixa significância, com máximo no período de 4.6 dias. Infelizmente, a presente tese não chegou a conclusão da origem física desses períodos que aparecem nos resíduos, eles podem ser originadas por meso-granulação que aparecem em escalas de tempo da ordem de 2 dias (AIGRAIN, 2005) ou mesmo a presença de outro planeta com característica semelhantes a Mercúrio. Uma análise das séries temporais de cadência curta (mencionadas no Capítulo 4), ou mesmo uma nova aplicação do Spot Modeling com uma escala de tempo da ordem de 1 dia, pode fornecer maiores detalhes sobre esses períodos em estudos futuros.

#### 6.4.1 Mapas de manchas e variações nas áreas manchadas

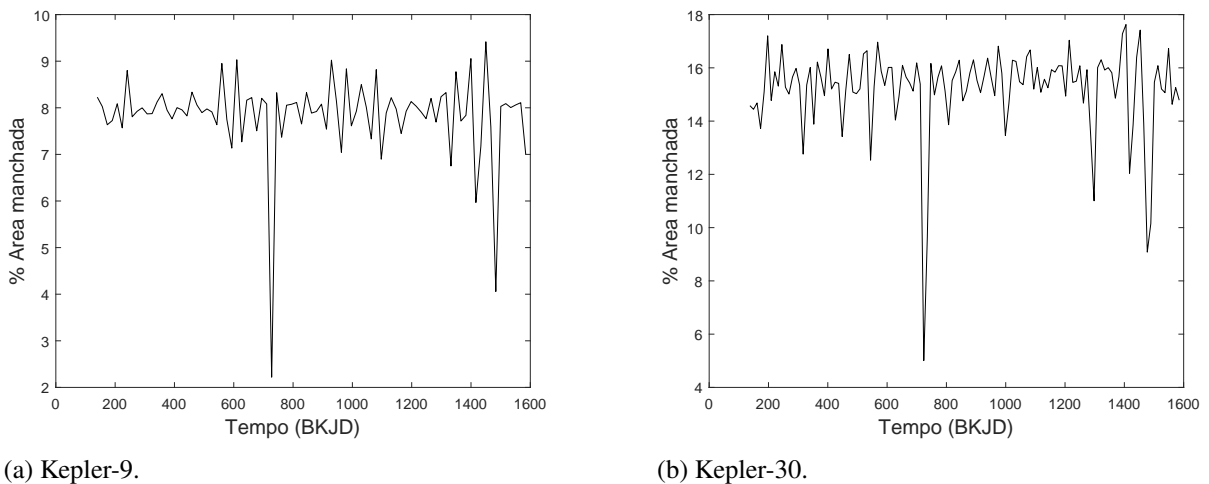
A área manchada total ao longo do tempo, obtida ao integrar o fator de preenchimento sobre todas as longitudes, está na Fig. 40. As duas figuras mostram quedas bastante significativas nas faixas temporais próximas a BKJD 800 e BKJD 1400, provavelmente provenientes de erros sistemáticos da missão Kepler que não foram corrigidos. Remover os intervalos de tempo afetados por lacunas nos dados, como feito por de Freitas et al. (2021), não surtiu efei-

Figura 39 – Periodograma dos resíduos do Spot Modelling.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 40 – Evolução da área total afetada por manchas nas duas estrelas, obtidas com o Spot Modelling e considerando o pipeline SAP.



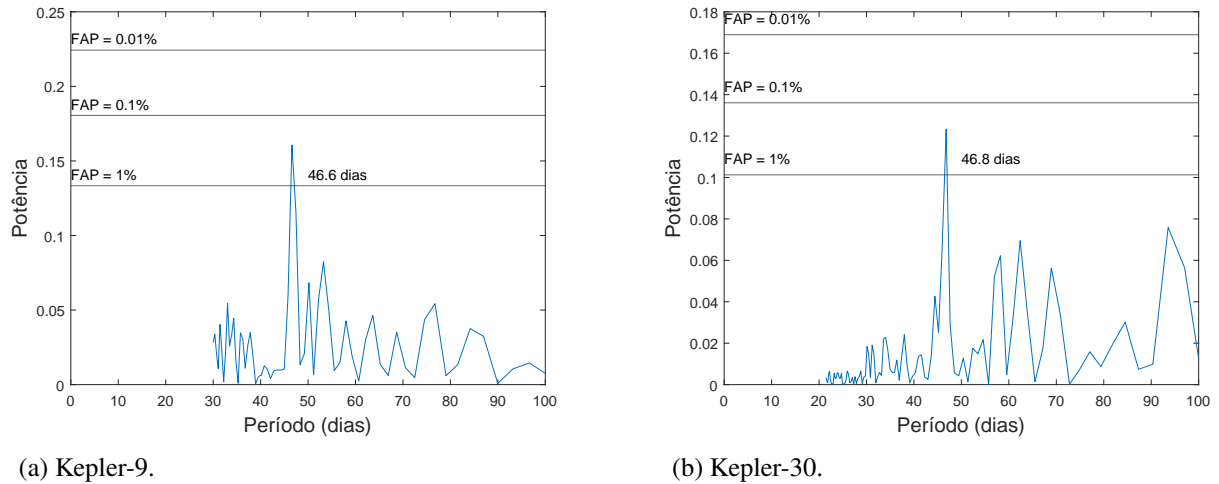
Fonte: Elaborado pelo autor.

tos nessas quedas.

A Fig. 41 mostra periodograma Lomb-Scargle generalizado da área manchada das duas estrelas, onde pode-se ver um pico no período de 46.8 dias para Kepler-30, com probabilidade de falso alarme abaixo de 1% de acordo com a fórmula analítica de Zechmeister e Kürster (2009). Para Kepler-9, o periodograma Lomb-Scargle generalizado mostra um pico no período de 46,6 dias com probabilidade de falso alarme inferior a 1%, reproduzindo praticamente o mesmo período visto na Fig. 13, e bastante próximo ao período visto em Kepler-30. Fora essas similaridades, as curvas não exibem outras características interessantes e, em especial, não exibem correlações com os demais índices calculados.

O mapa de manchas obtido através da técnica Spot Modelling obtido a partir da série SAP de Kepler-30 é exibido na Fig. 42. O quadro de referência adotado circunda a estrela

Figura 41 – Periodograma da area total afetada por manchas nas duas estrelas, obtidas com o Spot Modelling e considerando o pipeline SAP.



Fonte: Elaborado pelo autor.

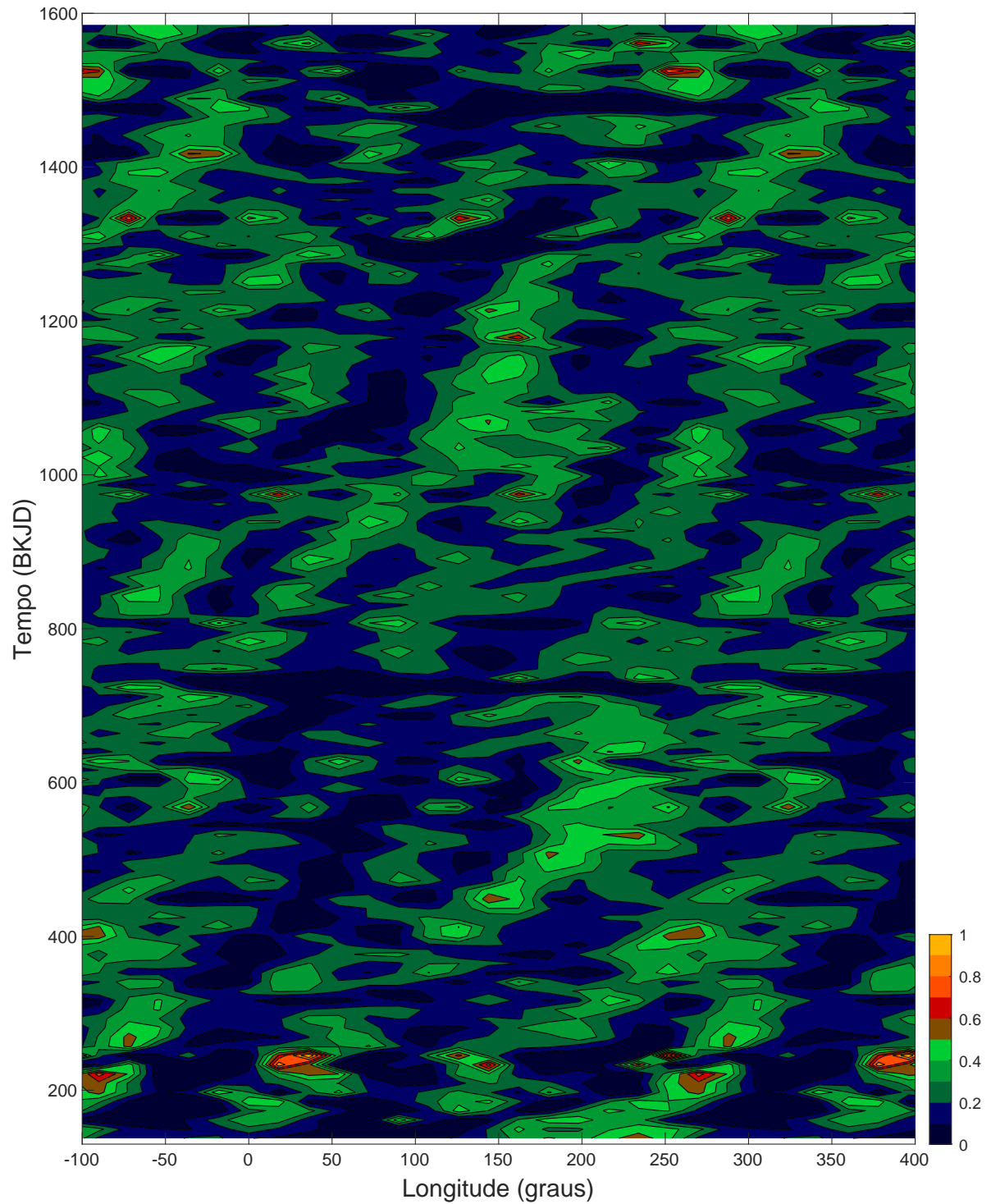
com o período de rotação médio de 16 dias e a longitude cresce na direção da rotação. Portanto, manchas rotacionando com período de 16 dias ficam em uma longitude constante nesse gráfico. Por outro lado, manchas mais velozes são representadas por uma longitude crescente no tempo e manchas mais lentas mostram uma longitude decrescente. É possível ver que a evolução das manchas de Kepler-30 é rápida com variações do fator de preenchimento em escalas de tempo de 20 à 30 dias. Durante a primeira metade da série modelada, as manchas se aglomeram em torno de duas longitudes principais  $\sim 0^\circ$  e  $\sim 200^\circ$  enquanto uma região intermitentemente ativa pode ser observada em torno de  $100^\circ$ .

A partir de  $\sim 300$  dias (na contagem BKJD) as regiões ativas começam a migrar, aumentando e diminuindo suas longitudes, respectivamente. A provável causa é o decaimento de manchas que acompanhavam o período de rotação médio e a formação de novas manchas em latitudes diferentes. A região intermediária acaba sendo unificada à região principal que inicialmente estava na longitude  $\sim 200^\circ$ . A partir da marca de 800 dias, as zonas ativas são menos bem definidas como funções da longitude, e o padrão é caracterizado por manchas individuais com duração variando de  $\approx 30$  até  $\approx 200$  dias circundando a estrela com períodos diferentes.

A migração de diferentes manchas pode ser usada para estimar a rotação diferencial superficial, se assumirmos que a migração é devido às manchas estarem localizadas em diferentes latitudes. Dada a falta de dados a respeito da latitude das manchas, podemos apenas obter um limite inferior para o cisalhamento superficial. Contudo, outra causa possível para a aparente migração reside na evolução das manchas. No caso de Kepler-30 a evolução das manchas ocorre em escalas de tempo comparáveis às da migração, e isso introduz mais incerteza sobre as estimativas.

Olhando para o mapa de manchas na Fig. 42, a melhor estimativa para a rotação

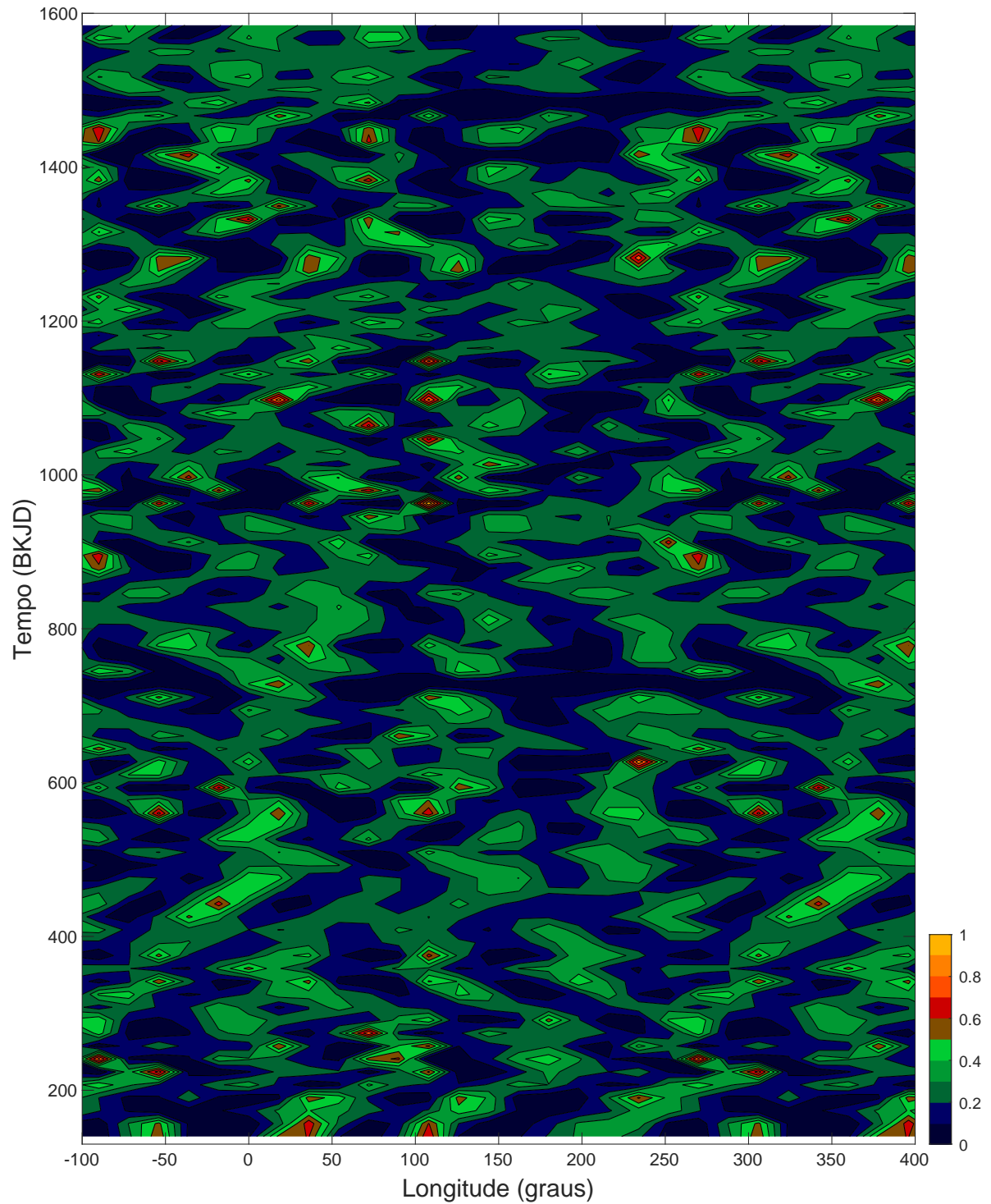
Figura 42 – Distribuição do fator de preenchimento contra a longitude e tempo para o modelo regularizado por ME da curva SAP de Kepler-30. A escala do eixo horizontal foi estendida além de  $360^\circ$  para um melhor acompanhamento da migração das manchas



Fonte: Elaborado pelo autor.



Figura 43 – Distribuição do fator de preenchimento contra a longitude e tempo para o modelo regularizado por ME da curva SAP de Kepler-9. A escala do eixo horizontal foi estendida além de  $360^\circ$  para um melhor acompanhamento da migração das manchas



Fonte: Elaborado pelo autor.

diferencial pode ser obtida a partir da região ativa migrando da longitude de aproximadamente  $30^\circ$  ( $\sim 400$  dias) para  $100^\circ$  ( $\sim 550$  dias). Levando em consideração uma incerteza de  $\pm 40^\circ$  entre essas duas datas devido à largura intrínseca e espalhamento da região ativa ao longo do tempo, é possível estimar um cisalhamento superficial de  $\Delta\Omega/\Omega \sim 0.020 \pm 0.012$ , onde  $\Omega$  é a velocidade angular, baseada no período de rotação médio.

O mapa de manchas obtido a partir da série SAP de Kepler-9 é exibido na Fig. 43. A modelagem exhibe regiões ativas menores, o que está de acordo com os resultados obtidos com outros métodos na presente tese que revelou a Kepler-9 significativamente menos ativa do que Kepler-30. Pode-se notar também uma evolução mais lenta, com as algumas regiões ativas mantendo até mesmo longitude constante mesmo após múltiplas rotações. Apesar disso, o modelo é mais complexo e difícil de analisar e decifrar o real comportamento das manchas.

Inicialmente, as manchas se aglomeram em torno de quatro longitudes principais, aproximadamente em:  $30^\circ$ ,  $100^\circ$ ,  $200^\circ$  e  $300^\circ$ . Essas regiões avançam em longitude até cerca de 200 dias. Desse ponto, as duas primeiras regiões começam a regredir em longitude, o que indica que tais regiões mudaram de latitude, alcançando uma faixa com velocidade superficial de rotação inferior. A região que iniciou em  $\sim 300^\circ$  permanece ganhando longitude e se une a primeira região a partir de 200 dias. A região que iniciou em  $\sim 200^\circ$  continua ganhando longitude até aproximadamente 600 dias, quando aparentemente começa a se dispersar.

A partir do dia  $\sim 600$  BKJD as regiões ativas começam a se dispersar, assim como em Kepler-30, provavelmente se trata do decaimento de manchas antigas e formação de novas outras latitudes. Na marca de 900 dias, regiões ativas concentradas começam a surgir novamente. Uma dessas regiões, em  $\sim 100^\circ$ , permanece na mesma longitude até a marca de 1200 dias, provavelmente se tratando de uma mancha acompanhando o período de rotação médio da estrela. As demais regiões evoluem de uma forma menos organizada, tornando difícil acompanhar a evolução. Depois de 1400 dias as regiões começam a se dispersar novamente, se espalhando por quase toda a extensão longitudinal da estrela.

Ao tentar repetir a estimativa para a rotação diferencial com base no que se vê na Fig. 43 encontramos variados padrões de evolução. Esse comportamento variado sugere a presença múltiplas faixas de rotação diferencial. A região em  $\sim 270^\circ$  na marca de 290 dias avança aproximadamente  $108^\circ$  até 590 dias, resultando em uma estimativa para o cisalhamento superficial de  $\sim 0.046 \pm 0.012$ . A região em ( $180^\circ$ , 291 dias) retrocede para a posição ( $90^\circ$ , 358 dias), o que leva a uma estimativa de  $\sim -0.125 \pm 0.012$ , um cisalhamento mais severo que o obtido anteriormente, indicativo de que existem pelo menos 3 faixas de rotação diferentes.

## 7 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Os periodogramas de Lomb-Scargle mostraram que as séries SAP, mesmo após todo o processo de tratamento de dados, apresentam sinais excluídos das séries PDC. O mais notável é o caso de Kepler-9, cuja série SAP apresenta uma acentuada potência no período de 46,33 dias, ao passo que nas séries PDC esse período não é evidente. Além disso, as séries SAP apresentam índices magnéticos e de variabilidade ligeiramente maiores que as PDC, mas em ambos os casos os índices são muito inferiores aos de Kepler-30.

No capítulo 2 foi apresentada uma breve descrição acerca da relação entre idade, rotação e atividade magnética, onde estrelas mais velhas tendem a perder momento angular e ficar menos ativas magneticamente. Dentro deste contexto e com os resultados obtidos é possível conjecturar que o período de rotação de Kepler-9 de aproximadamente 16 dias encontrado na literatura pode estar errado. Dois indicadores corroboram esta hipótese: primeiramente o período de rotação de Kepler-9 atualmente conhecido é menos do que 10% maior que o de Kepler-30, mas a atividade de Kepler-30, segundo os parâmetros calculados, é muito superior. Basicamente, a diferença nos períodos das duas estrelas é desproporcional à diferença de suas atividades magnéticas. Além disso temos o fato de que o período de 46,33 dias foi detectado com elevada potência no periodograma da série SAP de Kepler-9. Esses dois resultados juntos podem significar também que a idade de Kepler-9 conhecida não está correta, já que baixa rotação e baixa atividade indicam uma idade estelar avançada.

Contudo, um período de 46,6 dias aparece no periodograma da série SAP de Kepler-30. Comparando as séries SAP das duas estrelas e considerando as escalas dos periodogramas, pode-se ver que esse pico em Kepler-30 é superior ao de Kepler-9 para o período de 46,33 dias.

Além disso, se levarmos em conta a relação entre o expoente de Hurst e o período de rotação encontrada por de Freitas et al. (2016, Fig. 7), o período de 16,7 é o mais adequado para o expoente de Hurst  $H = 0,59$  encontrado para a série SAP de Kepler-9. Por fim, as funções de flutuação não exibiram características notáveis, como crossovers, nas escalas de tempo maiores que 30 dias.

Essa combinação de resultados levam a conclusão de o período de aproximadamente 46 dias encontrados nos periodogramas das séries SAP não representam um processo físico ocorrendo nas estrelas, mas sim algum outro fenômeno, como um erro sistemático não removido.

A disparidade entre as atividades das duas estrelas foi confirmada por diversos resultados. Uma possível causa para essa diferença é a interação com os planetas que as orbitam. O ciclo de atividade magnética em Kepler-30, de aproximadamente 500 dias, observado nas

Figs. 15 e 16 pode estar associado ao alinhamento dos planetas Kepler-30c e Kepler-30d, que leva pouco mais de 420 dias para ocorrer (7 órbitas de Kepler-30c e 3 de Kepler-30d, de acordo com os períodos orbitais exibidos na Tabela 5). Por outro lado, as análises feitas para as séries com os sinais de trânsito não resultaram em diferenças significativas quando comparadas as séries sem tais sinais.

Outra hipótese para a disparidade entre as atividades das duas estrelas é que tal disparidade está associada a diferenças no perfil de rotação diferencial. As estimativas obtidas com o Spot Modeling apontam para diferenças notáveis nesse sentido. Além disso, existe uma forte correlação entre o expoente de Hurst  $H$  e  $\Delta P/P$ <sup>1</sup> para estrelas exibindo traços de rotação diferencial (DE FREITAS et al., 2019a). O expoente de Hurst é maior para Kepler-9, confirmando que a rotação diferencial é mais intensa nesta estrela e é a principal explicação para a diferença de atividade das duas estrelas.

Pelos periodogramas de Kepler-30 é possível ver que poucos períodos são destacados, o que pode significar que um número pequeno de fenômenos distintos acontecem em Kepler-30 em comparação com Kepler-9. A série RTS de Kepler-30 apresenta mais dois picos no periodograma que, inicialmente, estão associados ao período sinódico do planeta mais interno, Kepler-30b. Além disso, outros períodos, como o de 23 dias, pode também estar associado ao período sinódico, só que do exoplaneta Kepler-30c.

Ao analisar os resultados obtidos a partir das técnicas Spot Modeling e MFDMA $\tau$  podemos observar que as escalas de tempo da atividade de Kepler-30 são significativamente mais curtas do que as janelas de tempo utilizadas nos cálculos dos índices de atividade magnética e índice de variabilidade, mostrando que tais índices têm utilidade limitada quando o objetivo é caracterizar a atividade desse alvo.

As funções de flutuação  $F_q(n)$  mostram que as propriedades multifractais das séries temporais de Kepler-30 e Kepler-9 possuem uma relação com a escala de tempo  $n$  e, portanto, indicam que o método MFDMA padrão também possui utilidade limitada. O método MFDMA com multiescala (MFDMA $\tau$ ) se mostrou uma alternativa de análise mais interessante para investigar as dinâmicas presentes nas séries PDC, SAP e RTS.

As superfícies de Hurst revelam que, para valores negativos de  $q$ , existem flutuações notáveis no expoente de Hurst local  $h(q, \tau)$  e diferenças significativas para diferentes valores de  $q$ . Em valores positivos de  $q$ , as superfícies das séries PDC e SAP se tornam planas após um determinado período ( $\sim 2$  dias). Para Kepler-9, as superfícies de Hurst exibem comportamento bastante similar aos vistos em Kepler-30 para as ordens  $q$  mais baixas, mas, conforme  $q$  atinge a metade mais alta,  $h(q, \tau)$  não decresce tanto, mostrando que há um comportamento mais complexo. Para as séries PDC e SAP, esse regime ainda apresenta baixa variação além das

<sup>1</sup>Diferença entre os períodos observados dividida pela média destes

escalas de tempo mais baixas. Por outro lado, a superfície de Hurst da série RTS exibe grande variabilidade ao longo das diferentes escalas de tempo.

Outra importante conclusão da tese se refere à multifractalidade das séries temporais das duas estrelas. Os resultados revelam que a origem física da multifractalidade está associada preferencialmente a correlações de longo prazo. Esse resultado é encontrado ao compararmos as superfícies de Hurst das séries originais com as das séries suplentes obtidas por embaralhamento dos pontos e por mudança aleatória de fase. Os expoentes  $h(t, \tau)$  calculados sugerem que flutuações de pequena escala, que dominam as funções  $F_q$  para  $q < 0$ , possuem notável persistência enquanto que as de grande escala, dominantes para  $q > 0$ , possuem um comportamento aleatório e não correlacionado, como o de um ruído branco, uma vez que o efeito da modulação rotacional tenha sido removido.

Uma análise dos espectros e indicadores multifractais reforça este resultado, uma vez que os indicadores obtidos para a série com mudança de fase são similares aos da série original, enquanto os indicadores das séries embaralhadas são bastante diferentes. Os indicadores multifractais  $\alpha_0$ , expoente de Hurst e grau de assimetria corroboram os resultados obtidos com os índices magnéticos  $S_{ph}$  e  $R_{var}$ , ou seja, as flutuações das séries SAP são mais complexas e Kepler-9 apresenta maior complexidade do que Kepler-30. Por sua vez, o indicador  $\Delta\alpha$  se mostra associado à diferença entre os níveis máximos e mínimos de flutuação da série temporal, um resultado importante que pode ajudar na classificação de estrelas nas fases ativa e inativa.

A técnica Spot Modeling usando o conceito de máxima entropia mostra que as características fotométricas de Kepler-30 evoluem em escalas de tempo que variam de 10 ou 20 dias para regiões ativas individuais até poucas centenas de dias para longitudes cuja atividade tem longa vida. A migração pode ser usada para estimar um limite inferior para o cisalhamento superficial de  $\Delta\Omega/\Omega \sim 0,02 \pm 0,01$  que deve ser considerado com muita cautela devido à rápida evolução de manchas individuais que podem imitar os efeitos atribuídos à rotação diferencial. Um ciclo curto de aproximadamente 34 dias na área total manchada pode existir, e essa escala de tempo coincide com a encontrada na análise da série RTS.

As escalas de tempo relevantes e as características persistentes das flutuações de fluxo de Kepler-9 e Kepler-30, estrelas análogas ao Sol e estrelas mais jovens, podem prover parâmetros de comparação para modelos de fluxo estelar baseados em efeitos magnéticos e de convecção, e, assim, contribuir para o aperfeiçoamento destes modelos em investigações futuras.

Os métodos multifractais aqui utilizados são interessantes para analisar os dados das missões ainda em atividade, como é o caso das missões TESS (sigla em inglês para Transiting Exoplanet Survey Satellite) e JWST (sigla em inglês para James Webb Space Telescope), e futuras missões, como a do satélite PLATO. Os métodos e procedimentos relacionados à mul-

tifractalidade podem servir como metodologia complementar para Spot Modelling e podem ser utilizados na investigação de fenômenos em escalas de tempo comparáveis com o período de rotação da estrela, assim como, período de ordem superior. A análise multifractal pode cobrir um espectro completo de escalas de tempo muito mais curtas que o período de rotação, e os resultados das duas metodologias convergem nas escalas de tempo que têm em comum. Nesse caso, a modelagem de manchas pode permitir uma melhor compreensão das origens dos resultados dados pela análise multifractal.

Além disso, o espectro multifractal  $f(\alpha)$  pode também ter utilidade como uma ferramenta para melhorar a qualidade de ajustes e remoção de outliers de séries temporais fotométricas. Regiões específicas do espectro (ou mesmo valores pontuais de  $\alpha$ ) podem ainda fornecer uma caracterização da atividade magnética de estrelas. Também é possível estender o conceito utilizado nas superfícies de Hurst para o espectro multifractal, adicionando uma dimensão temporal e criando uma superfície  $f(\alpha, \tau)$ , como uma promissora perspectiva da tese.

Ainda dentro da linha das perspectivas, os procedimentos adotados neste trabalho podem ser usados como base para o treinamentos de algoritmos de Machine Learning para, entre outras coisas, classificar estrelas em diferentes linhas, tais como, distinguir estrelas ativas e inativas, diferenciar o sinal de um pequeno planeta com características similares presentes no ruído estelar, detectar trânsitos planetários em situações onde os modelos tradicionais falham, separar a assinatura de trânsito da modulação rotacional e encontrar evidências de interação estrela-planeta.

Por fim, o ferramental desenvolvido na tese, já testado em alguns artigos produzidos pelo grupo de pesquisa Stellar Team especializado em Astrofísica Observacional e Exoplanetologia da Universidade Federal do Ceará, pode ser um poderoso caminho para a caracterização de atmosfera de exoplanetas, elucidar a dinâmica interior dos exoplanetas terrestres, que desempenha um papel crucial na determinação das suas condições de superfície e habitabilidade e, assim como, avançar nos testes comparativos para diferenciar Júpiteres quentes em trânsito e mundos temperados do tamanho da Terra. Os esforços investidos aqui terão seu ápice de aplicabilidade quando os dados da Missão PLATO estiverem disponíveis, nesse meio tempo, várias frentes de pesquisa podem sair da presente tese, e dissertações de mestrado e teses de doutorado podem se inspirar nos resultados alcançados.

## REFERÊNCIAS

- ABNEY, W. D. W. Effect of a star's rotation on its spectrum. *mnras*, Oxford, v. 37, p. 278–279, Mar 1877.
- AGARWAL, S.; SORDO, F. D.; WETTLAUFER, J. S. Exoplanetary detection by multifractal spectral analysis. *aj*, [s. l.], v. 153, p. 12, Jan 2017.
- AGOL, E. et al. On detecting terrestrial planets with timing of giant planet transits. *mnras*, Oxford, v. 359, n. 2, p. 567–579, May 2005.
- AIGRAIN, S. *Planetary transits and stellar variability*. Tese (Doutorado) — University of Cambridge, UK, Jan 2005.
- AIGRAIN, S. et al. Testing the recovery of stellar rotation signals from Kepler light curves using a blind hare-and-hounds exercise. *mnras*, Oxford, v. 450, n. 3, p. 3211–3226, July 2015.
- ALFVÉN, H. O. G. Existence of electromagnetic-hydrodynamic waves. *Nature*, London, v. 150, p. 405–406, 1942.
- ANGUS, R. et al. Inferring probabilistic stellar rotation periods using Gaussian processes. *mnras*, Oxford, v. 474, n. 2, p. 2094–2108, Feb 2018.
- BASRI, G.; SHAH, R. The information content in analytic spot models of broadband precision light curves. II. Spot distributions and lifetimes and global and differential rotation. *apj*, [s. l.], v. 901, p. 14, Sept 2020.
- BASRI, G. et al. Photometric variability in Kepler target stars. II. An overview of amplitude, periodicity, and rotation in first quarter data. *aj*, [s. l.], v. 141, p. 20, Jan 2011.
- BASRI, G.; WALKOWICZ, L. M.; REINERS, A. Comparison of Kepler photometric variability with the Sun on different timescales. *apj*, [s. l.], v. 769, p. 37, May 2013.
- BEDELL, M. et al. The solar twin planet search. II. A Jupiter twin around a solar twin. *AA*, [s. l.], v. 581, p. A34, Sept 2015.
- BELETE, A. B. et al. Multifractality signatures in quasars time series - I. 3C 273. *mnras*, Oxford, v. 478, n. 3, p. 3976–3986, Aug 2018.
- BONOMO, A. S.; LANZA, A. F. Starspot activity and rotation of the planet-hosting star kepler-17. *A&A*, [s. l.], v. 547, p. A37, Oct 2012.
- BORUCKI, W. J. et al. Kepler planet-detection mission: introduction and first results. *Science*, [s. l.], v. 327, n. 5968, p. 977–980, Feb 2010.
- BORUCKI, W. J. et al. The Kepler mission: A mission to determine the frequency of inner planets near the habitable zone for a wide range of stars. In: SODERBLOM, D. (Ed.). *Planets Beyond the Solar System and the Next Generation of Space Missions*. [Baltimore]: aspcs, 1997. v. 119, p. 153–173.
- BORUCKI, W. J.; SUMMERS, A. L. The photometric method of detecting other planetary systems. *Icarus*, [s. l.], v. 58, n. 1, p. 121–134, Apr 1984.

- BULLARD, E. C. The magnetic field within the earth. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, London, v. 197, n. 1051, p. 433–453, July 1949.
- CHANDRASEKHAR, S.; MÜNCH, G. On the integral equation governing the distribution of the true and the apparent rotational velocities of stars. *apj*, Chicago, v. 111, p. 142–156, Jan 1950.
- CHAPMAN, A. Thomas Harriot: the first telescopic astronomer. *Journal of the British Astronomical Association*, [s. l.], v. 118, p. 315–325, Dec 2008.
- CHARBONNEAU, P. Dynamo models of the solar cycle. *Living Reviews in Solar Physics*, [s. l.], v. 17, p. 1–104, June 2020.
- COWLING, T. G. The magnetic field of sunspots. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford, v. 94, p. 39–48, Nov 1933.
- CUI, K. et al. Long rotation period main-sequence stars from kepler sap light curves. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford, v. 489, n. 4, p. 5513–5529, Sept 2019.
- DAS CHAGAS, M. L. et al. New suns in the cosmos II: differential rotation in Kepler Sun-like stars. *mnras*, Oxford, v. 463, n. 2, p. 1624–1631, Dec 2016.
- DE FRANCISCIS, S. et al. A fractal analysis application of the pre-whitening technique to  $\delta$  Scuti stars time series. *mnras*, Oxford, v. 487, n. 3, p. 4457–4463, Aug 2019.
- DE FREITAS, D. B. *Formação de caudas maxwellianas no contexto da rotação estelar*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal-RN, 2009.
- DE FREITAS, D. B.; DE MEDEIROS, J. R. A non-extensive approach to the stellar rotational evolution – I. F- and G-type stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford, v. 433, n. 3, p. 1789–1795, June 2013.
- DE FREITAS, D. B. et al. Multiscale behaviour of stellar activity and rotation of the planet host Kepler-30. *aap*, [s. l.], v. 650, p. A40, June 2021.
- DE FREITAS, D. B. et al. New suns in the cosmos? *apjl*, [s. l.], v. 773, p. L18, Aug 2013.
- DE FREITAS, D. B. et al. New suns in the cosmos. V. Stellar rotation and multifractality in active Kepler stars. *apj*, [s. l.], v. 880, p. 151, Aug 2019.
- DE FREITAS, D. B. et al. Multifractal detrended moving average analysis of Kepler stars with surface differential rotation traces. *mnras*, Oxford, v. 488, n. 3, p. 3274–3297, Sept 2019.
- DE FREITAS, D. B. et al. New suns in the cosmos. III. Multifractal signature analysis. *apj*, [s. l.], v. 831, p. 87, Nov 2016.
- DE FREITAS, D. B. et al. New suns in the cosmos. IV. the multifractal nature of stellar magnetic activity in kepler cool stars. *The Astrophysical Journal*, [s. l.], v. 843, p. 103, July 2017.
- DE MEDEIROS, J. R. et al. Overview of semi-sinusoidal stellar variability with the CoRoT satellite. *aap*, [s. l.], v. 555, p. A63, July 2013.



- ELSASSER, W. M. Induction effects in terrestrial magnetism part i. theory. *Phys. Rev.*, American Physical Society, [s. l.], v. 69, p. 106–116, Feb 1946.
- EVERSHED, J. Radial movement in sun-spots. *The Observatory*, London, v. 32, p. 291–292, July 1909.
- FABRYCKY, D. C. et al. Transit timing observations from Kepler. IV. Confirmation of four multiple-planet systems by simple physical models. *apj*, [s. l.], v. 750, p. 114, May 2012.
- FEDER, J. *Fractals*. New York: Springer, 1988.
- FEIGELSON, E. D.; BABU, G. J. *Modern statistical methods for astronomy*. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.
- FERREIRA LOPES, C. E. et al. Stellar cycles from photometric data: CoRoT stars. *aap*, [s. l.], v. 583, p. A134, Nov 2015.
- FERREIRA LOPES, C. E. et al. The variability behaviour of CoRoT M-giant stars\*. *aap*, [s. l.], v. 583, p. A122, Nov 2015.
- FLEMING, D. P. et al. Rotation period evolution in low-mass binary stars: the impact of tidal torques and magnetic braking. *apj*, [s. l.], v. 881, p. 88, Aug 2019.
- FREUDENTHAL, J. et al. Kepler object of interest network. II. Photodynamical modelling of Kepler-9 over 8 years of transit observations. *aap*, [s. l.], v. 618, p. A41, Oct 2018.
- GILLILAND, R. L. et al. Initial characteristics of kepler short cadence data. *The Astrophysical Journal*, [s. l.], v. 713, n. 2, p. L160–L163, Mar 2010.
- GRAY, D. F. *The Observation and Analysis of Stellar Photospheres*. 3. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.
- GU, G.-F.; ZHOU, W.-X. Detrending moving average algorithm for multifractals. *pre*, [s. l.], v. 82, p. 011136, July 2010.
- GUÉDENEY, T. et al. Non-uniform time sampling for multiple-frequency harmonic balance computations. *Journal of Computational Physics*, [s. l.], v. 236, p. 317–345, Mar 2013.
- HALE, G. E. On the probable existence of a magnetic field in Sun-spots. *apj*, [Chicago], v. 28, p. 315, Nov 1908.
- HELDEN, A. V.; DUPRÉ, S.; GENT, R. van. *The origins of the telescope*. [Amsterdam]: Amsterdam University Press, 2010. v. 12.
- HIPPKE, M. et al. Wōtan: comprehensive time-series detrending in Python. *aj*, [s. l.], v. 158, p. 143, Oct 2019.
- HIREMATH, K. M. Steady part of rotation and toroidal component of magnetic field in the solar convective envelope. *Bulletin of the Astronomical Society of India*, [s. l.], v. 29, p. 169–191, Sep 2001.
- HOLMAN, M. J. et al. Kepler-9: a system of multiple planets transiting a Sun-like star, confirmed by timing variations. *Science*, [s. l.], v. 330, n. 6000, p. 51–54, Oct 2010.

- HUANG, S.-S. Rotational behavior of the main-sequence stars and its plausible consequences concerning formation of planetary systems. *apj*, Chicago, v. 141, p. 985, Apr 1965.
- HUANG, S.-S. Rotational behavior of the main-sequence stars and its plausible consequences concerning formation of planetary system. II. *apj*, Chicago, v. 150, p. 229, Oct 1967.
- HURST, H. E. Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, New York, v. 116, n. 1, p. 770–799, Jan 1951.
- JENKINS, J. M. et al. Overview of the kepler science processing pipeline. *The Astrophysical Journal Letters*, The American Astronomical Society, [s. l.], v. 713, p. L87, Mar 2010.
- JENKINS, J. M. et al. *Kepler data processing handbook: transiting planet search*. Moffett field: Kepler Science Document, 2017.
- KALER, J. B. *Stars and their Spectra, an introduction to the spectral sequence*. [Cambridge]: Cambridge University Press, 1997.
- KANTELHARDT, J. et al. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. In: *APS March Meeting Abstracts*. [S.l.: s.n.], 2002. p. M30.016.
- KANTELHARDT, J. W. Fractal and multifractal time series. In: MEYERS, R. A. (Ed.). *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2014. p. 1–37.
- KEPPENS, R.; MACGREGOR, K. B.; CHARBONNEAU, P. On the evolution of rotational velocity distributions for solar-type stars. *aap*, Chicago, v. 294, p. 469–487, Feb 1995.
- KRAFT, R. P. Studies of stellar rotation. V. The dependence of rotation on age among solar-type stars. *apj*, Chicago, v. 150, p. 551, Nov 1967.
- LANZA, A. F. Imaging surface spots from space-borne photometry. In: ROZELOT, J.-P.; NEINER, C. (Ed.). *Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag*. [S.l.]: Springer, 2016. v. 914, p. 43–68.
- LANZA, A. F.; BONOMO, A. S.; RODONÒ, M. Comparing different approaches to model the rotational modulation of the Sun as a star. *aap*, [s. l.], v. 464, n. 2, p. 741–751, Mar 2007.
- LANZA, A. F. et al. Stellar activity and rotation of the planet host Kepler-17 from long-term space-borne photometry. *aap*, [s. l.], v. 626, p. A38, June 2019.
- LANZA, A. F. et al. Magnetic activity in the photosphere of CoRoT-Exo-2a. Active longitudes and short-term spot cycle in a young Sun-like star. *aap*, [s. l.], v. 493, n. 1, p. 193–200, Jan 2009.
- LANZA, A. F. et al. Modelling the rotational modulation of the Sun as a star. *aap*, [s. l.], v. 403, p. 1135–1149, June 2003.
- LANZA, A. F.; Rodono, M.; Zappala, R. A. Fourier analysis of spotted star light curves as a tool to detect stellar differential rotation. *aap*, [s. l.], v. 269, n. 1-2, p. 351–354, Mar 1993.
- LANZAFAME, A. C. et al. Gaia data release 2 - rotational modulation in late-type dwarfs. *A&A*, [s. l.], v. 616, p. A16, Aug 2018.

- LARMOR, J. How could a rotating body such as the Sun become a Magnet? *Report of the British Association for the Advancement of Science*, London, v. 87, p. 159–160, 1919.
- LEÃO, I. C. et al. Incidence of planet candidates in open clusters and a planet confirmation. *aap*, [s. l.], v. 620, p. A139, Dec 2018.
- LOMB, N. R. Least-squares frequency analysis of unequally spaced data. *apss*, [s. l.], v. 39, n. 2, p. 447–462, Feb 1976.
- LÓPEZ-MORALES, M. et al. Limits to transits of the neptune-mass planet orbiting gj 5811. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, [s. l.], v. 118, n. 849, p. 1506–1509, Nov 2006.
- MAEDER, A. *Physics, formation and evolution of rotating stars*. [S.l.]: Springer, 2009.
- MANDELBROT, B. B. How long is the coast of britain? statistical self-similarity and fractional dimension. *Science*, [New York], v. 156, p. 636 – 638, 1967.
- MANDELBROT, B. B. Self-affine fractals and fractal dimension. *physscr*, [s. l.], v. 32, n. 4, p. 257–260, Oct 1985.
- MATHUR, S. et al. Magnetic activity of F stars observed by Kepler. *aap*, [s. l.], v. 562, p. A124, Feb 2014.
- MAYOR, M.; QUELOZ, D. A Jupiter-mass companion to a solar-type star. *Nature*, [London], v. 378, n. 6555, p. 355–359, Nov 1995.
- MCLAUGHLIN, D. B. Some results of a spectrographic study of the Algol system. *apj*, [Chicago], v. 60, p. 22–31, July 1924.
- MCQUILLAN, A.; MAZEH, T.; AIGRAIN, S. Stellar rotation periods of the kepler objects of interest: A dearth of close-in planets around fast rotators. *The Astrophysical Journal*, [s. l.], v. 775, n. 1, p. 1–4, Sept 2013.
- MCQUILLAN, A.; MAZEH, T.; AIGRAIN, S. Rotation periods of 34,030 Kepler main-sequence stars: the full autocorrelation sample. *apjs*, [s. l.], v. 211, p. 24, Apr 2014.
- MELÉNDEZ, J. et al. The remarkable solar twin hip 56948: a prime target in the quest for other earths. *A&A*, [s. l.], v. 543, p. A29, July 2012.
- MOFFATT, H. K. *Magnetic field generation in electrically conducting fluids*. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.
- MOSSER, B. et al. Short-lived spots in solar-like stars as observed by corot\*. *A&A*, [s. l.], v. 506, n. 1, p. 245–254, Oct 2009.
- MOSTELLER, F.; TUKEY, J. W. *Data analysis and regression. A second course in statistics*. [S.l.]: Addison-Wesley, 1977.
- NELSON, O. R.; DE MEDEIROS, J. R. Assim na terra como no céu: a teoria do dínamo como uma ponte entre o geomagnetismo e o magnetismo estelar. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, [s. l.], v. 34, p. 1 – 9, 2012.

- NIELSEN, M. B. et al. Rotation periods of 12 000 main-sequence Kepler stars: Dependence on stellar spectral type and comparison with  $v \sin i$  observations. *aap*, [s. l.], v. 557, p. L10, Sept 2013.
- OFEK, E. O. *MAAT: MATLAB Astronomy and Astrophysics Toolbox*. [s. l.]: [s.n.], 2014. ascl:1407.005 p. Astrophysics Source Code Library, record ascl:1407.005.
- PACE, G.; PASQUINI, L. The age-activity-rotation relationship in solar-type stars. *Astronomy & Astrophysics*, [s. l.], v. 426, n. 3, p. 1021–1034, Nov 2004.
- PANICHI, F. et al. The architecture and formation of the Kepler-30 planetary system. *mnras*, Oxford, v. 478, n. 2, p. 2480–2494, Aug 2018.
- PANICHI, F. et al. The architecture and formation of the kepler-30 planetary system. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford, v. 478, n. 2, p. 2480–2494, Apr 2018.
- PARKER, E. N. Hydromagnetic Dynamo Models. *apj*, Chicago, v. 122, p. 293, Sept 1955.
- PARKER, E. N. *Cosmical magnetic fields. Their origin and their activity*. Oxford: Oxford University Press, 1979.
- PENG, C. K. et al. Mosaic organization of DNA nucleotides. *pre*, [s. l.], v. 49, n. 2, p. 1685–1689, Feb 1994.
- PISKORSKI, J. et al. Cardiopulmonary resonance at 0.1 Hz demonstrated by averaged Lomb-Scargle periodogram. *Central European Journal of Physics*, [s. l.], v. 8, n. 3, p. 386–392, June 2010.
- PRUSTI, T. et al. The *Gaia* mission. *Astronomy & Astrophysics*, [s. l.], v. 595, p. A1, Nov 2016.
- RADICK, R. R. et al. Patterns of Variation for the Sun and Sun-like Stars. *apj*, [s. l.], v. 855, p. 75, Mar 2018.
- RAUER, H. et al. The PLATO 2.0 mission. *Experimental Astronomy*, [s. l.], v. 38, n. 1-2, p. 249–330, Sep 2014.
- REINERS, A.; Mohanty, S. Radius-dependent Angular Momentum Evolution in Low-mass Stars. I. *apj*, Chicago, v. 746, p. 43, Feb 2012.
- REINHOLD, T.; REINERS, A.; BASRI, G. Rotation and differential rotation of active Kepler stars. *aap*, [s. l.], v. 560, p. A4, Dec 2013.
- ROSSITER, R. A. On the detection of an effect of rotation during eclipse in the velocity of the brighter component of beta Lyrae, and on the constancy of velocity of this system. *apj*, [Chicago], v. 60, p. 15–21, July 1924.
- SANCHIS-OJEDA, R. et al. Alignment of the stellar spin with the orbits of a three-planet system. *nat*, [s. l.], v. 487, n. 7408, p. 449–453, July 2012.
- SANTOS, A. R. G. et al. Starspot signature on the light curve. Learning about the latitudinal distribution of spots. *aap*, [s. l.], v. 599, p. A1, Mar 2017.

- SCARGLE, J. D. Studies in astronomical time series analysis. II. Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data. *apj*, Chicago, v. 263, p. 835–853, Dec 1982.
- SCHATZMAN, E. A theory of the role of magnetic activity during star formation. *Annales d'Astrophysique*, [s. l.], v. 25, p. 18, Feb 1962.
- SHAJN, G.; STRUVE, O. On the rotation of the stars. *mnras*, Oxford, v. 89, p. 222–239, Jan 1929.
- SHER, D. The Relativistic Doppler Effect. *jrasc*, [s. l.], v. 62, p. 105, June 1968.
- SILVA-VALIO, A.; LANZA, A. F. Time evolution and rotation of starspots on CoRoT-2 from the modelling of transit photometry. *aap*, [s. l.], v. 529, p. A36, May 2011.
- SKUMANICH, A. Time Scales for Ca II Emission Decay, Rotational Braking, and Lithium Depletion. *apj*, Chicago, v. 171, p. 565, Feb 1972.
- SODERBLOM, D. R. Rotational studies of late-type stars. II. Ages of solar-type stars and the rotational history of the Sun. *apjs*, Chicago, v. 53, p. 1–15, Sept 1983.
- STRASSMEIER, K. G. Starspots. *aapr*, [s. l.], v. 17, n. 3, p. 251–308, Sept 2009.
- STRUVE, O. On the axial rotation of stars. *apj*, Chicago, v. 72, p. 1–18, July 1930.
- STRUVE, O. The cosmogonical significance of stellar rotation. *Popular Astronomy*, [Northfield], v. 53, p. 259–275, June 1945.
- TANG, L. et al. Complexity testing techniques for time series data: A comprehensive literature review. *Chaos Solitons and Fractals*, [s. l.], v. 81, p. 117–135, Dec 2015.
- TASSOUL, J.-L. *Stellar Rotation*. [Cambridge]: Cambridge University Press, 2000.
- TORRES, G. et al. Modeling Kepler Transit Light Curves as False Positives: Rejection of Blend Scenarios for Kepler-9, and Validation of Kepler-9 d, A Super-earth-size Planet in a Multiple System. *apj*, [s. l.], v. 727, p. 24, Jan 2011.
- TRYPSTEEN, M. F. M.; WALKER, R. *Spectroscopy for Amateur Astronomers: Recording, Processing, Analysis and Interpretation*. Cambridge: Cambridge University Press, 2017.
- VAN CLEVE, J. E.; CALDWELL, D. A. *Kepler Instrument Handbook*. Moffett Field: Kepler Science Document, 2016.
- VANDERPLAS, J. T. Understanding the Lomb-Scargle Periodogram. *apjs*, [s. l.], v. 236, p. 16, May 2018.
- WALKOWICZ, L. M.; BASRI, G. S. Rotation periods, variability properties and ages for Kepler exoplanet candidate host stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford, v. 436, n. 2, p. 1883–1895, Oct 2013.
- WANG, J.; SHANG, P.; CUI, X. Multiscale multifractal analysis of traffic signals to uncover richer structures. *pre*, [s. l.], v. 89, p. 032916, Mar 2014.
- WANG, S. et al. Stellar spin–orbit alignment for kepler-9, a multi-transiting planetary system with two outer planets near 2:1 resonance. *The Astronomical Journal*, [s. l.], v. 155, n. 2, p. 70, Jan 2018.

WEINBERG, S. *Para explicar o mundo - A descoberta da ciência moderna*. 1<sup>a</sup>. ed. [S.l.]: Companhia das Letras, 2015.

ZECHMEISTER, M.; KÜRSTER, M. The generalised Lomb-Scargle periodogram. A new formalism for the floating-mean and Keplerian periodograms. *aap*, [s. l.], v. 496, n. 2, p. 577–584, Mar 2009.

ZEEMAN, P. The Effect of Magnetisation on the Nature of Light Emitted by a Substance. *nat*, London, v. 55, n. 1424, p. 347, Feb 1897.

ZEILIK, M.; GREGORY, S. A. *Introductory Astronomy and Astrophysics*. 4th. ed. Stamford: Cengage Learning, 1998.