

**ECONOMETRIA**  
**APLICADA**  
**COM O USO DO**  
**EIEWS**



Ilton G. Soares  
Ivan Castelar

**ECONOMETRIA**  
**APLICADA**  
**COM O USO DO**  
**EViews**

FORTALEZA – CE

© 2003 by Ilton G. Soares

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – É proibida a reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio. A violação dos direitos do autor (Lei nº 5.988/73) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.



Rua Dom Joaquim, 54, Aldeota / Fortaleza – CE  
PABX: (85) 433.9494 - Fax: (85) 433.9594  
[www.livrotecnico.com](http://www.livrotecnico.com)  
[livrotecnico@livrotecnico.com](mailto:livrotecnico@livrotecnico.com)



Av. da Universidade, 2700, 2º Andar, Benfica / Fortaleza – CE  
CEP: 60020-181 - Telefone: (85) 288.7750  
[www.caen.ufc.br](http://www.caen.ufc.br)  
[caen@ufc.br](mailto:caen@ufc.br)

ISBN 85-88548-04-6

Soares, Ilton G.

S676e Econometria aplicada com o uso do Eviews / Ilton G. Soares, Ivan Castelar. – Fortaleza: UFC / CAEN, 2003.

276 p.

(Série Estudos Econômicos, 4)

1 – Econometria. 2 – EViews. I – Castelar, Ivan. II – Título.

CDD: 330.015195

Impresso no Brasil / Printed in Brazil

## PARTE 01

---

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 FAMILIARIZANDO-SE COM AS PRINCIPAIS ÁREAS DO EIEWS.....</b>           | <b>02</b> |
| <b>2 CRIANDO UM ARQUIVO DE TRABALHO (WORKFILE) NO EIEWS.....</b>           | <b>04</b> |
| <b>3 IMPORTANDO DADOS DO EXCEL.....</b>                                    | <b>08</b> |
| <b>4 GERANDO SÉRIES NO EIEWS.....</b>                                      | <b>10</b> |
| 4.1 FUNÇÃO DE IDENTIFICAÇÃO DE DATA E OBSERVAÇÃO.....                      | 13        |
| 4.2 PADRONIZAÇÃO DE UMA SÉRIE NO EIEWS.....                                | 14        |
| <b>5 GERENCIANDO OBJETOS NO EIEWS.....</b>                                 | <b>15</b> |
| 5.1 CRIANDO GRUPOS NO EIEWS.....   | 15        |
| 5.2 ALTERANDO O <i>RANGE</i> E O <i>SAMPLE</i> .....                       | 15        |
| 5.3 NOMEANDO E/OU RENOMEANDO OBJETOS NO EIEWS.....                         | 17        |
| 5.4 COPIANDO E CONGELANDO OBJETOS.....                                     | 18        |
| 5.4.1 Copiando objetos.....  | 18        |
| 5.4.1.1 Duplicando objetos.....  | 18        |
| 5.4.2 Congelando e deletando objetos.....                                  | 18        |
| <b>6 GERANDO GRÁFICOS NO EIEWS.....</b>                                    | <b>20</b> |
| <b>7 HISTOGRAMA E ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS.....</b>                        | <b>24</b> |
| 7.1 TESTES PARA ESTATÍSTICA DESCRITIVA / TESTES DE HIPÓTESES SIMPLES....   | 26        |
| 7.1.1 Teste para a média.....  | 27        |
| 7.1.2 Teste para a variância.....  | 27        |
| 7.1.3 Teste para a mediana.....  | 28        |
| <b>8 ESTIMANDO UMA REGRESSÃO (MQO) NO EIEWS.....</b>                       | <b>29</b> |
| 8.1 EXIBINDO OS GRÁFICOS DOS RESÍDUOS DE UMA REGRESSÃO.....                | 36        |
| 8.2 ADICIONANDO OU EXCLUINDO VARIÁVEIS EM UM MODELO (MQO) NO<br>EIEWS..... | 37        |
| 8.2.1 Defasando variáveis em uma regressão.....                            | 37        |
| 8.3 FORMAS FUNCIONAIS COMUNS E ELASTICIDADE.....                           | 38        |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>9 TRABALHANDO COM MATRIZES E VETORES NO EIEWS.....</b>                                | <b>41</b> |
| 9.1 INTRODUÇÃO.....  | 41        |
| 9.2 FUNÇÕES GERAIS PARA CONSTRUÇÃO DE MATRIZES.....                                      | 42        |
| 9.3 FUNÇÕES DE ÁLGEBRA LINEAR E MATRICIAL.....   | 47        |
| <b>10 TRABALHANDO COM MATRIZES E VETORES – EXEMPLOS DE APLICAÇÃO..</b>                   | <b>53</b> |
| 10.1 MATRIZ DE VARIÂNCIA E COVARIÂNCIA.....  | 55        |
| <b>11 UTILIZAÇÃO DE VETORES NO ARMAZENAMENTO DE INFORMAÇÕES.....</b>                     | <b>58</b> |
| 11.1 TESTE T.....  | 59        |
| 11.2 INTERVALO DE CONFIANÇA PARA OS COEFICIENTES.....                                    | 59        |
| 11.3 REGIÃO DE CONFIANÇA PARA UM SUBCONJUNTO DE COEFICIENTES.....                        | 60        |
| 11.4 INTERVALO DE CONFIANÇA PARA A MÉDIA POPULACIONAL.....                               | 67        |
| 11.5 TESTE DE SIGNIFICÂNCIA ESTATÍSTICA PARA O COEFICIENTE DE<br>CORRELAÇÃO SIMPLES..... | 68        |
| 11.6 TESTE GLOBAL DE SIGNIFICÂNCIA – TESTE F.....  | 69        |
| 11.7 TESTE F PARA INCLUSÃO DE VARIÁVEIS EXPLICATIVAS.....                                | 69        |
| <b>12 CRIANDO TABELAS E TEXTOS NO EIEWS.....</b>   | <b>71</b> |
| 12.1 OBJETOS DO TIPO TABELA.....   | 71        |
| 12.2 OBJETOS DO TIPO TEXTO.....  | 75        |
| <b>13 GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS E EXPERIMENTO DE MONTE CARLO</b>                     | <b>76</b> |
| 13.1 GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS.....  | 76        |
| 13.2 EXPERIMENTO DE MONTE CARLO.....   | 77        |
| <b>Apêndice 1: Diagonalização de matrizes simétricas e decomposição espectral.....</b>   | <b>82</b> |
| <b>Apêndice 2: Observações básicas sobre testes de hipóteses.....</b>                    | <b>87</b> |
| <b>Apêndice 3: Curiosidade sobre a distribuição t de <i>Student</i>.....</b>             | <b>88</b> |
| <b>Apêndice 4: Métodos diretos, métodos iterativos e fontes de erro.....</b>             | <b>88</b> |

|   |    |
|---|----|
| Apêndice 5: Tópicos sobre variância.....              | 90 |
| Apêndice 6: Simulação para esperança e variância..... | 92 |

## PARTE 03

---

|   |            |
|---|------------|
| <b>14 REGRESSÃO MÚLTIPLA, ESPECIFICAÇÃO E TESTES DE DIAGNÓSTICOS.....</b>               | <b>97</b>  |
| 14.1 $R^2$ , $R^2$ AJUSTADO ( $\bar{R}^2$ ), CRITÉRIO DE AKAIKE E CRITÉRIO DE SCHWARZ.. | 102        |
| 14.2 TRÊS TESTES ASSINTÓTICOS EQUIVALENTES.....   | 106        |
| 14.3 TESTES PARA OS COEFICIENTES.....   | 107        |
| 14.3.1 Teste da restrição de coeficientes – teste de Wald.....                          | 107        |
| 14.3.2 Teste para omissão de variáveis – teste da razão de verossimilhança (RV).....    | 118        |
| 14.3.3 Teste para variáveis redundantes – teste da razão de verossimilhança (RV).....   | 122        |
| 14.4 ESPECIFICAÇÃO E TESTES DE ESTABILIDADE.....  | 125        |
| 14.4.1 Teste de Chow para quebra estrutural.....  | 126        |
| 14.4.2 Teste de previsão de Chow.....   | 129        |
| 14.4.3 Ramsey’s regression specification error test.....                                | 131        |
| 14.4.4 Estimação recursiva.....   | 132        |
| 14.5 TESTE MWD.....   | 140        |
| 14.6 TESTE J.....   | 144        |
| 14.7 A ABORDAGEM DA VARIÁVEL DUMMY NO TESTE DE ESTABILIDADE<br>ESTRUTURAL.....          | 146        |
| 14.8 MUDANÇA NAS ESCALAS DAS VARIÁVEIS.....   | 148        |
| Apêndice 1: Dados utilizados no capítulo.....   | 151        |
| <b>15 PREDIÇÃO.....</b>   | <b>156</b> |

## PARTE 04

---

|  |            |
|--|------------|
| <b>16 MULTICOLINEARIDADE.....</b>                  | <b>164</b> |
| 16.1 FORMAS DE DETECTAR A MULTICOLINEARIDADE.....  | 166        |
| 16.2 FORMAS DE CORRIGIR A MULTICOLINEARIDADE.....  | 170        |
| Apêndice 1: Variáveis explicativas ortogonais..... | 172        |

|   |     |
|---|-----|
| <b>17 MÍNIMOS QUADRADOS GENERALIZADOS</b> .....                               | 178 |
| 16.1 MÍNIMOS QUADRADOS GENERALIZADOS FACTÍVEL (MQGF).....                     | 179 |
| <b>18 HETEROSCEDASTICIDADE</b> .....  | 181 |
| 18.1 POSSÍVEIS CAUSAS DA HETEROSCEDASTICIDADE.....                            | 182 |
| 18.2 FORMAS DE DETECTAR A HETEROSCEDASTICIDADE.....                           | 182 |
| 18.2.1 Método gráfico (informal).....   | 182 |
| 18.2.2 Testes de Park, Glejser e de Spearman.....                             | 184 |
| 18.2.3 Teste geral de heteroscedasticidade de White.....                      | 184 |
| 18.2.4 Teste de Goldfeld-Quandt (GQ).....                                     | 186 |
| 18.2.5 Teste de Breusch-Pagan-Godfrey (BPG).....                              | 189 |
| 18.3 MEDIDAS CORRETIVAS.....  | 190 |
| 18.3.1 Mínimos quadrados ponderados (MQP).....                                | 190 |
| 18.3.2 Matriz de variância e covariância de White.....                        | 197 |
| <b>Apêndice 1: Dados utilizados no capítulo</b> .....                         | 201 |
| <b>19 AUTOCORRELAÇÃO</b> .....  | 202 |
| 19.1 PADRÕES DE AUTOCORRELAÇÃO E CORRELAÇÃO SERIAL.....                       | 203 |
| 19.2 POSSÍVEIS CAUSADORES DA AUTOCORRELAÇÃO.....                              | 205 |
| 19.3 FORMAS DE DETECTAR A AUTOCORRELAÇÃO.....                                 | 205 |
| 19.3.1 Método gráfico.....  | 205 |
| 19.3.2 Teste $d$ de Durbin-Watson.....  | 212 |
| 19.3.3 Teste de Wallis.....   | 215 |
| 19.3.4 Correlograma.....  | 216 |
| 19.3.5 Teste de Breusch-Godfrey (BG) de autocorrelação de ordem superior..... | 221 |
| 19.4 MEDIDAS CORRETIVAS.....  | 223 |
| 19.4.1 Estimação eficiente quando $\Omega$ é conhecida.....                   | 223 |
| 19.4.2 Estimação eficiente quando $\Omega$ é desconhecida.....                | 225 |
| <b>Apêndice 1: Dados utilizados no capítulo</b> .....                         | 227 |

|   |   |            |
|---|---|------------|
| <b>20</b>   | <b>MODELOS NÃO LINEARES.....</b>                        | <b>229</b> |
| 20.1  | VALORES INICIAIS.....                                   | 248        |
| 20.2  | NÚMERO DE ITERAÇÕES E CONVERGÊNCIA.....                 | 249        |
| <b>Apêndice 1:</b> Dados utilizados no capítulo.....                                      |   | 250        |
| <b>Apêndice 2:</b> Notas sobre gradiente, Hessiana e aproximação por série de Taylor..... |   | 252        |
| <b>21</b>   | <b>ESTIMAÇÃO POR MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA.....</b>        | <b>254</b> |
| 21.1  | TRANSFORMAÇÃO DE BOX-COX.....                           | 267        |
| 21.1.1  | Estimação por máxima verossimilhança da equação 04..... | 270        |
| 19.4.2  | Estimação por máxima verossimilhança da equação 05..... | 271        |
| <b>Apêndice 1:</b> Dados utilizados no capítulo.....                                      |   | 275        |
| <br>  |   |            |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>  |   | <b>276</b> |

---

## PREFÁCIO

---

O ensino de econometria introdutória é na verdade a busca de um delicado equilíbrio entre teoria e prática. Uma difícil escolha entre Cila e Caríbdís. Exagero em uma direção ou outra costuma desaguar, fatalmente, na esterilidade teórica ou no empirismo desinformado.

A dosagem ideal de formação teórica e prática em problemas concretos de estimação e inferência é uma sintonia fina de obtenção delicada. O alcance deste equilíbrio pressupõe, por conseguinte, a aplicação concomitante, em laboratório, dos conceitos apreendidos em sala de aula. Esta foi a motivação original deste trabalho.

Para atingir o objetivo proposto, a escolha de um programa computacional com determinadas características era crucial. Entre estas características, eram essenciais, a abrangência de técnicas, a facilidade de uso e o conteúdo informativo. Dos diversos programas econométricos disponíveis no mercado, sem sombra de dúvidas, o EViews era o que melhor se adequava a estas finalidades. Justifica-se assim a sua escolha.

Este manual foi idealizado como um *companion book* para um livro de econometria teórica que está sendo desenvolvido pelos autores. No entanto, pelas razões discutidas acima, evitou-se a apresentação de um livro meramente prático, ou um manual de exercícios. Optou-se por apresentar a informação teórica subjacente a cada problema concreto, embora de forma contida.

Tentou-se, ainda, estimular o aluno a replicar, com rotinas elementares, os procedimentos catalogados no EViews e que demandariam apenas um comando. A esperança é que isto leve o iniciante a desenvolver sua habilidade para resolver problemas econométricos que fujam do padrão dos pacotes e dos livros texto.

Este volume contempla apenas a econometria clássica, que vai do modelo linear simples a modelos não-lineares. Concentrando-se fundamentalmente em técnicas de estimação e nas diversas variedades de testes de hipóteses. Deu-se, ainda, atenção especial à construção de funções de verossimilhança e à remoção de suposições clássicas do modelo linear geral. A econometria de séries temporais, juntamente com problemas de dados em painel e equações simultâneas, bem como outros tópicos da econometria moderna, serão objeto de um próximo volume.

As notas sobre os tópicos não incluídos neste livro brevemente estarão disponíveis no site [www.caen.ufc.br](http://www.caen.ufc.br). Críticas e sugestões sobre estas notas, bem como sobre o livro, podem ser enviadas para o endereço eletrônico [iltonsoares@uol.com.br](mailto:iltonsoares@uol.com.br).

A feitura deste livro insere-se em um projeto maior de integração entre a pós-graduação, representada pelo CAEN, e a graduação em economia da Universidade Federal do Ceará. Tal projeto foi financiado pela CAPES, através do PROIN, o que permitiu a montagem de uma infraestrutura computacional, aquisição de bases de dados e *softwares*, e treinamento de alunos da pós-graduação e da graduação.

Várias turmas da graduação utilizaram-se deste manual durante o curso de econometria e contribuíram para o seu aperfeiçoamento. Seria difícil agradecer a todos, no entanto, não poderíamos deixar de citar os nomes de Jaime Filho, Marina Mapurunga, Marcus Antonio, Daniel Suliano, Orlando de Araújo, André Loureiro, Paulo Quinderé, Mirna Maia, Victor Hugo de Oliveira Silva, Pablo Castelar, Hérica Queiroz, Abílio Neto, Guaracyane Campêlo, Adriana Araújo, Alice Helena, Roberta Wichman, Lara Brito, Rejane Silva e Shirley Fragoso.

Entre os alunos da pós-graduação, Fabrício Linhares e Edilnaldo Tebaldi, foram responsáveis por treinamentos complementares, como o uso do MATLAB e da base de dados da PNAD. Djalma Veloso merece um agradecimento especial pelas valiosas sugestões durante todo o desenvolvimento deste livro.

Agradecimento especial é merecedor também o professor Antonio Gomes de Amorim, do Departamento de Matemática da UFC, que se mostrou sempre disposto a colaborar com esclarecimentos, mesmo diante dos seus inúmeros afazeres.

A ajuda e a orientação dos professores Francisco de Assis Soares e Sandra Santos foram caras para um dos autores.

Finalmente desejamos agradecer à CAPES e ao Banco do Nordeste, através de José Sydrião de Alencar, pelo financiamento do programa e pela impressão deste livro.

Os Autores



---

# PARTE 01

---

*O software econométrico EViews tem sua construção baseada no conceito de objetos. Cada objeto consiste em uma coleção de informações relacionadas a uma área particular. Assim, objetos associados a um conceito particular são ditos do mesmo tipo.*

*A primeira parte deste manual tem por finalidade introduzir o leitor aos objetos básicos do EViews, preparando-o para lidar com ferramentas mais complexas, a serem abordadas nas partes posteriores. Por se tratar de um material para aplicação, cada assunto abordado será seguido de exemplos, sempre que necessário, para melhor fixação do conteúdo. Aconselha-se que o leitor não utilize este material de forma passiva, visto que é fundamental para a boa compreensão que se tente reproduzir os procedimentos apresentados, bem como utilizá-los em novos exercícios.*

*Os procedimentos apresentados neste manual podem ser implementados nas versões 3.0, 3.1, 4.0 e 4.1 do EViews.*

## FAMILIARIZANDO-SE COM AS PRINCIPAIS ÁREAS DO EViews

A figura 1.1 ilustra o ambiente inicial do EViews, chamado de **Janela Inicial**.

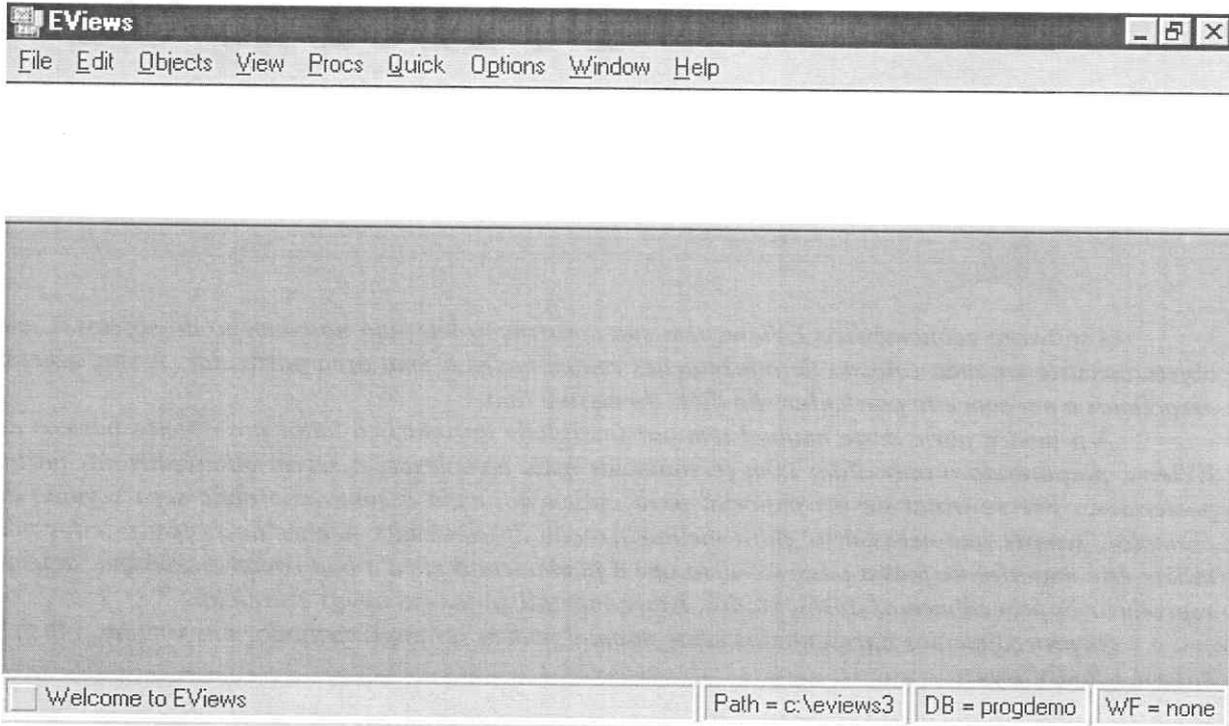


FIGURA 1.1: AMBIENTE INICIAL DO EViews

- **Barra de Título** – Encontra-se no topo da janela principal. Quando o EViews está ativado no Windows, a Barra de Títulos apresenta uma cor ativa (geralmente escura), diferenciando-a das demais;
- **Menu Principal** – Logo abaixo da Barra de Título. No menu principal há alguns botões que proporcionam acesso fácil às funções usadas com maior frequência;
- **Janela de Comandos** – Localiza-se abaixo do Menu Principal. É o local onde devem ser digitados os comandos para que sejam executados tão logo sejam confirmados através da ordem de execução dada pela tecla **Enter**. Pode-se redimensionar a janela de comandos, levando o cursor até a linha inferior da janela (observe que o cursor irá mudar de forma), bastando apenas clicar com o botão esquerdo do mouse e redimensionar a vontade;
- **Área de Trabalho** – Localizada no centro da janela principal do EViews. Local onde são mostradas as janelas contendo os objetos criados. Estando abertos vários *workfiles*, o *workfile* ativo estará na frente dos demais, diferenciando-se pela barra de título destacada por meio de uma cor mais escura. Para ativar uma janela contendo um objeto qualquer, basta clicar sobre sua barra de título ou sobre qualquer parte visível da janela. Outra opção é teclar **F6** e será feito um rodízio entre todas as janelas abertas;
- **Linha de Status** – Localizada no canto inferior esquerdo da janela principal.

Há uma ampla quantidade de objetos utilizados no EViews, cada um com sua especificidade. Os objetos são representados por um único ícone. Uma lista dos ícones relativos a cada objeto do EViews se encontra na figura 1.2.

|   |                                       |   |                                |
|---|---------------------------------------|---|--------------------------------|
|  | Coefficient Vector                    |  | Series                         |
|  | Equation                              |  | State Space                    |
|  | Graph                                 |  | System                         |
|  | Group                                 |  | SYM (Symmetric Matrix)         |
|  | Matrix                                |  | Table                          |
|  | Model                                 |  | Text                           |
|  | Pool (Time Series /<br>Cross-Section) |  | VAR (Vector<br>Autoregression) |
|  | Sample                                |  | Vector/Row Vector              |
|  | Scalar                                |   |                                |

FIGURA 1.2: TIPOS DE OBJETO DO EVIEWS

Os nomes a seguir são reservados e não podem ser usados para nomear objetos: ABS, ACOS, AR, ASIN, C, CON, CNORM, COEF, COS, D, DLOG, DNORM, ELSE, ENDIF, EXP, LOG, LOGIT, LPT1, LPT2, MA, NA, NRND, PDL, RESID, RND, SAR, SIN, SMA, SQR, THEN.

Caso o usuário tente nomear um objeto com um dos nomes reservados, será exibida uma mensagem de erro. Outra restrição que o EViews impõe sobre os nomes dos objetos é que estes não podem conter acentos nem caracteres especiais. Se, por exemplo, tentarmos nomear uma série como **SQR**, a seguinte mensagem de erro irá aparecer:

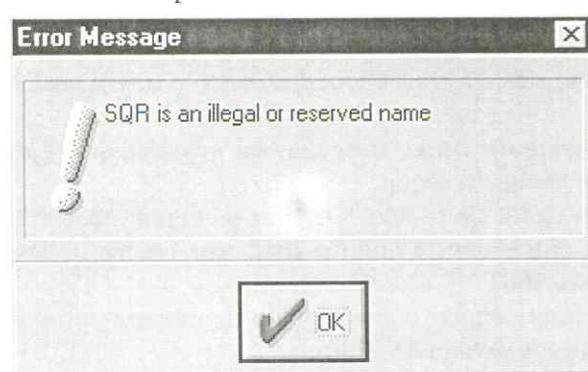


FIGURA 1.3: MENSAGEM DE ERRO

O EViews aceita tanto letras maiúsculas quanto minúsculas na digitação dos comandos, entretanto o programa não faz distinção entre elas. Por exemplo, consumo, CONSUMO, ConSumo e CONSumo representam o mesmo objeto nomeado como consumo.

## CRIANDO UM ARQUIVO DE TRABALHO (*WORKFILE*) NO EViews

O primeiro passo para se trabalhar no EViews é necessariamente criar ou abrir (se já o houver criado antes) um arquivo de trabalho (*workfile*). A criação desse arquivo é feita seguindo os seguintes procedimentos:

1. **File / New / Workfile** no menu principal; aparecerá uma janela como a que segue:

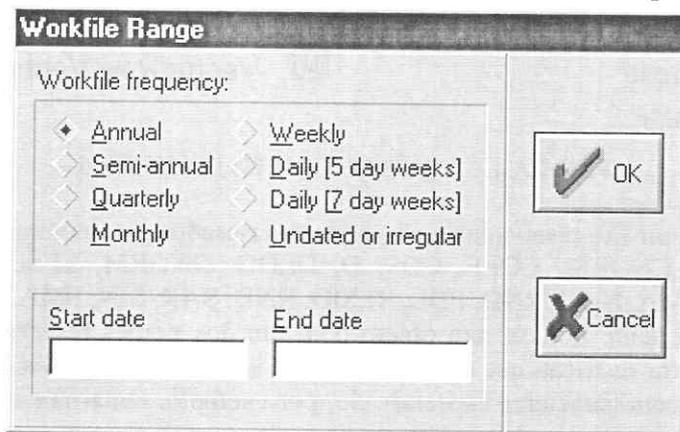


FIGURA 2.1: OPÇÕES DE FREQUÊNCIA DOS DADOS DO *WORKFILE*

Nessa janela será informada a frequência dos dados a serem analisados, bem como o período das observações. O EViews utiliza datas para identificar séries temporais. O programa reconhecerá dados transversais (*cross-section*) como irregular ou não-datado (**Undated or irregular**). As diferentes frequências são mostradas a seguir:

**Annual:** Dados anuais. Para dados do século XX pode-se digitar apenas os dois últimos dígitos (ex: 1979 ou somente 79). Para entrar com o ano de **2002**, por exemplo, deve-se digitar **2002**, pois **02** refere-se ao ano de **1902** e não **2002**.

**Semi-annual:** Dados semestrais. Digitar o ano seguido do número correspondente ao semestre (1 ou 2). Ex: 1996:1 (primeiro semestre do ano de 1996).

**Quarterly:** Dados trimestrais. Digitar o ano seguido do número correspondente ao trimestre (1, 2, 3 ou 4). Ex: 1958:4 (quarto trimestre do ano de 1958).

**Monthly:** Dados mensais. Digitar o ano seguido do número correspondente ao mês. (1, 2,..., 11 ou 12). Ex: 1980.10 (outubro de 1980).

**Weekly:** Dados semanais. Nesse caso, cada observação refere-se a uma semana, de modo que, começando uma série por uma data X qualquer, a Segunda observação será referente ao dia X acrescido de mais sete dias. Digitar o número do mês, seguido do número do dia e do ano (Padrão Americano mm/dd/aaaa). Ex: 09:25: 1979 (25 de setembro de 1979).

**Daily (5 day weeks):** Dados diários. Esta opção irá gerar um *workfile* contendo dados diários desprezando os finais de semana incluídos na amostra, ou seja, considera apenas os dias úteis (Segunda à Sexta), daí a informação entre parênteses (**5 day weeks**), indicando que para cada semana serão considerados apenas cinco dias. Digitar o número do mês, seguido do número do dia e do ano (Padrão Americano mm/dd/aaaa).

**Daily (7 day weeks):** Dados diários. Esta opção irá gerar um *workfile* contendo dados diários incluindo os finais de semana, ou seja, considerando todos os dias do período desejado, daí a observação entre parênteses (**7 day weeks**). Digitar o número do mês, seguido do número do dia e do ano (Padrão Americano mm/dd/aaaa).

**Undated or irregular:** Dados irregulares ou não-datados. Especifica-se simplesmente pelo número de observações. Ex: Para inserir 30 observações, digitar 1 em **Start Date** e 30 em **End Date**.

2. Selecionar a frequência do arquivo de trabalho a ser criado (**Annual**, **Semi-annual**,...).

3. Digitar as datas referentes ao início (**Start date**) e fim (**End date**) da série. No caso de dados não-datados ou irregulares (**Undated or Irregular**) a data inicial é 1 e a final corresponde à quantidade de observações.

Observe que as opções **Weekly**, **Daily (5 day weeks)** e **Daily (7 day weeks)** seguem o padrão americano (mm/dd/aaaa). Caso queira modificar para dd/mm/aaaa, deve-se selecionar **Options / Frequency Conversions Dates...** Será então exibida uma janela idêntica à figura 2.2.

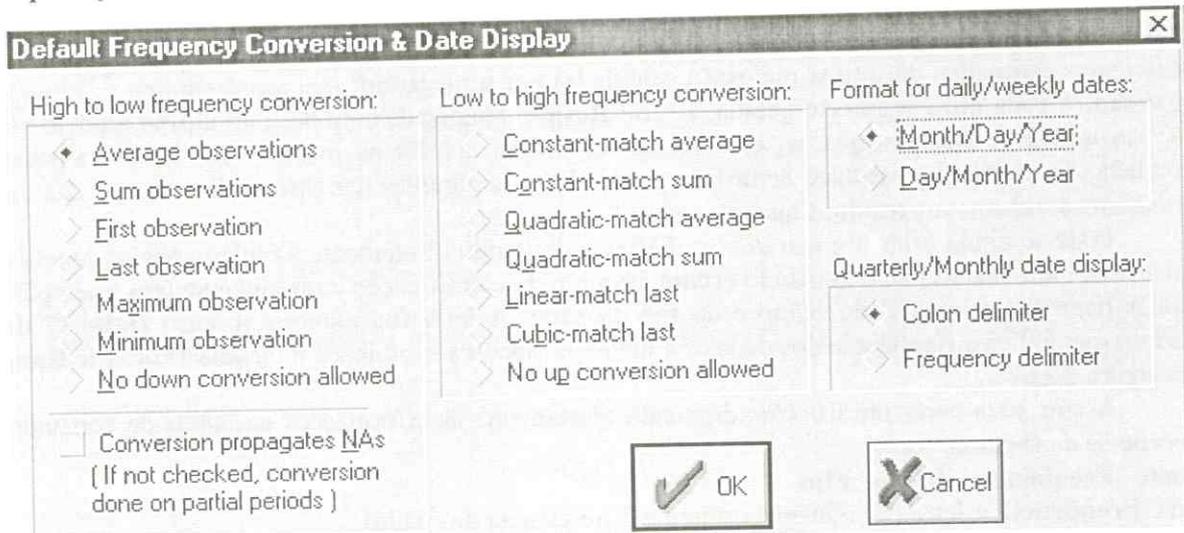


FIGURA 2.2: OPÇÕES DE MODIFICAÇÃO DO PADRÃO DE APRESENTAÇÃO DOS DADOS

Para realizar a conversão, deve ser selecionada a opção **Day/Month/Year**.

**EXEMPLO 2.1:** Os procedimentos a seguir ilustram o processo de criação de um *workfile* com dados anuais de 1970 a 1980.

01. **File / New / Workfile;**
02. Frequência dos dados: **Annual;**
03. **Start date:** 1970 ou simplesmente 70;
04. **End date:** 1980 ou simplesmente 80;

A forma inicial de um arquivo de trabalho (*workfile*) é apresentada na figura 2.3.

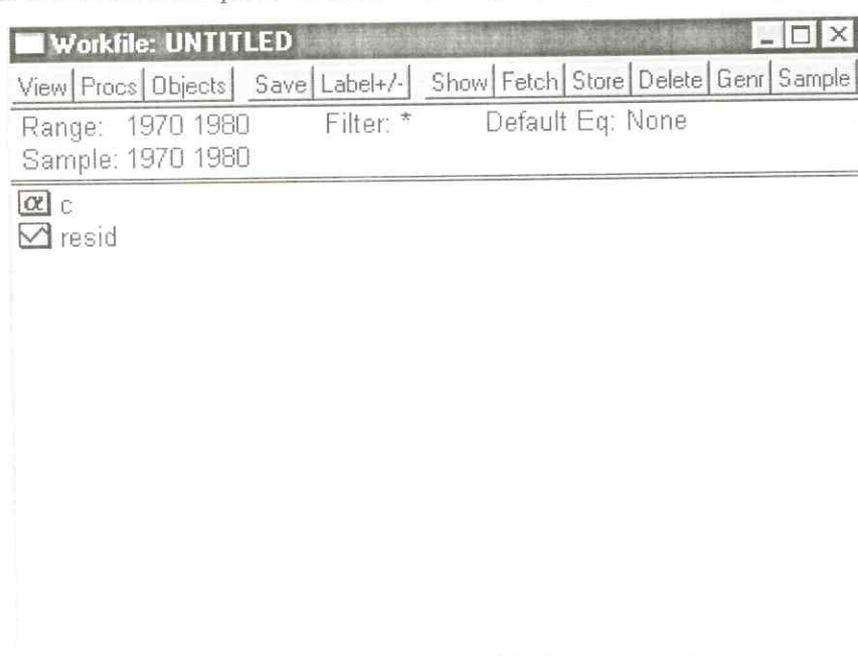


FIGURA 2.3: WORKFILE NA FORMA INICIAL

Uma vez criado um *workfile*, desde que esteja ativo, ou seja, sua barra de título se apresente em cor escura, todos os comandos do EViews se referirão aos objetos nele contidos. Como mostra a figura 2.3, ao lado da palavra **Workfile**, aparece a palavra **UNTITLED**, que significa que o arquivo de trabalho criado (*workfile*) ainda não foi salvo, ou seja, não possui título. Assim, aconselha-se salvá-lo simplesmente selecionando **Save** na barra de ferramentas do *workfile* e escolhendo o local onde este será armazenado e o título que achar adequado.

Como consequência de alguns comandos serão criados novos objetos no *workfile*. Inicialmente a tela surge com apenas dois objetos, o vetor de coeficientes **C** (onde ficarão armazenados os coeficientes estimados da última regressão calculada) e a série **Resid**, que representa os resíduos da regressão. A cada nova regressão gerada, a série **Resid** é atualizada com base no último modelo e/ou nos novos dados. Desta forma, a série **Resid** representa apenas os resíduos da última regressão calculada. Se houver necessidade de utilizar os resíduos de algumas regressões, deve ser gerada uma série correspondente aos resíduos que interessam<sup>1</sup>.

Pode-se ainda criar um *workfile* no EViews digitando diretamente as instruções na janela de comandos. Para isso usa-se o comando **create**, seguido da identificação da frequência (por exemplo, a letra **A** para dados anuais) do início e do fim da série. A letra (ou número no caso **Daily (7 day weeks)**) que indica a frequência dos dados é aquela que aparece sublinhada na janela **Workfile Range** (ver figura 2.1).

Assim, para gerar um *workfile* digitando diretamente as informações na janela de comandos, procede-se da seguinte forma:

**create** Frequência **Início Fim**

onde: **Frequência** = letra (ou número) referente à frequência dos dados;

**Início** = início da série;

**Fim** = fim da série.

Segue abaixo a lista de identificação das frequências:

Annual - A

Semi-annual - S

Quarterly - Q

Monthly - M

Weekly - W

Daily (5 day weeks) - D

Daily (7 day weeks) - 7

Undated or irregular - U

**EXEMPLO 2.2:** O comando

**create a 1970 1995**

cria um *workfile* com dados anuais começando no ano de 1970 e terminando no ano de 1995.

**EXEMPLO 2.3:** O comando

**create u 1 35**

cria um *workfile* com dados irregulares ou não datados contendo 35 observações

**EXEMPLO 2.4:** O comando

**create m 1975:2 1998:7**

cria um *workfile* com dados mensais iniciando em fevereiro de 1975 e terminando em julho de 1998.

**EXEMPLO 2.5:** O comando

**create 7 09:25:1979 10:08:1980**

cria um *workfile* com dados diários incluindo os finais de semana, iniciando em 25 de setembro de 1979 e terminando em 08 de outubro de 1980.

O EViews irá criar um arquivo de trabalho (*workfile*) sem título (**UNTITLED**) e irá mostrá-lo na área de trabalho do EViews. O *workfile* aparecerá inicialmente com duas informações sobre os dados contidos no *workfile*, uma diz respeito à extensão total de dados contido no *workfile* (**Range**) e a outra os que estão efetivamente sendo usados (**Sample**). Inicialmente o EViews apresenta valores iguais para o **Range** e para o **Sample**, entretanto eles podem ser alterados. É importante notar que:

$$\text{Sample} \leq \text{Range}$$

Essa condição é necessariamente verdade, uma vez que o **Sample** é a série de dados que está efetivamente sendo usada no *workfile* no momento, pois pode ser alterado, respeitando a condição acima, ou seja, os dados efetivamente usados no *workfile* não podem ser de amplitude maior do que os dados que o *workfile* contém. Tanto o **Range** quanto o **Sample** poderão ser alterados após a criação do

<sup>1</sup> O capítulo 4 trata da geração de séries no EViews.

*workfile*, entretanto se o **Range** for reduzido, as informações não poderão ser recuperadas, por isso certifique-se que está realmente disposto a reduzir o **Range**.

Para criar um **Sample** personalizado, basta entrar com o seguinte comando na janela de comandos:

**sample nome\_do\_sample período**

Assim, entra-se com o comando **sample**, seguido do nome que desejar e finalmente do período.

#### **EXEMPLO 2.6: sample mysample 1980 2000**

Neste exemplo, é criado um objeto do tipo **Sample** (denominado **mysample**) que, sempre que acionado irá alterar o **Sample** para o período de 1980 a 2000. Para acionar o **Sample** criado, entra-se com **smpl mysample** na janela de comandos.

#### **DICAS**

- Recomenda-se salvar o *workfile* logo após sua criação e com frequência ao longo do processo de trabalho. Para salvar as alterações no *workfile*, basta selecionar **Save** na barra de menu do *workfile* e indicar um nome e um local para salvar.
- Deve-se nomear o objeto caso se queira manter seus resultados no *workfile*. Objetos não nomeados serão rotulados de **Untitled** (sem título) e seus resultados serão perdidos quando a janela que os contém for fechada.
- Para nomear um grupo ou um objeto qualquer, deve-se selecionar **Name** na barra de menu do grupo ou objeto e digitar o nome na janela que irá aparecer. Uma vez dado o nome, o objeto é salvo no *workfile* e pode ser visualizado com um duplo clique sobre seu ícone.

## IMPORTANDO DADOS DO EXCEL

A planilha ilustrada na figura 3.1 encontra-se inicialmente no Excel (formato .xls), contendo as séries de Índice de Preços ao consumidor (IPC) e de oferta monetária (M1)<sup>2</sup>. A primeira coluna da planilha indica que os dados estão dispostos de forma trimestral, iniciando no primeiro trimestre de 1988 e terminando no terceiro trimestre de 1992.

|    | A               | B     | C      |
|----|-----------------|-------|--------|
| 1  | Ano e trimestre | IPC   | M1     |
| 2  | 1988 1          | 101 ☆ | 101587 |
| 3  | 1988 2          | 101.1 | 102258 |
| 4  | 1988 3          | 101.6 | 104653 |
| 5  | 1988 4          | 102.1 | 107561 |
| 6  | 1989 1          | 102.1 | 109525 |
| 7  | 1989 2          | 103.7 | 108442 |
| 8  | 1989 3          | 104.4 | 109176 |
| 9  | 1989 4          | 104.7 | 107660 |
| 10 | 1990 1          | 105.7 | 111600 |
| 11 | 1990 2          | 106.3 | 111929 |
| 12 | 1990 3          | 107.1 | 112753 |
| 13 | 1990 4          | 108.5 | 112155 |
| 14 | 1991 1          | 109.7 | 113150 |
| 15 | 1991 2          | 109.9 | 115827 |
| 16 | 1991 3          | 110.5 | 120718 |
| 17 | 1991 4          | 111.5 | 125891 |
| 18 | 1992 1          | 111.7 | 123589 |
| 19 | 1992 2          | 112.4 | 125583 |
| 20 | 1992 3          | 112.5 | 126816 |

FIGURA 3.1: EXEMPLO DE PLANILHA

Para a execução da importação, o arquivo no Excel deverá ser salvo, preferencialmente com nome curto e que tenha sentido com a série em questão e fechado em seguida. Com o EVIEWS aberto, o processo de importação de dados do Excel é realizado de acordo com os seguintes procedimentos:

1. Selecionar **File / New / Workfile** no menu principal;
2. Criar um *workfile* com a mesma frequência dos dados a serem importados. Para tanto deve ser selecionada a opção **Quarterly** (trimestral) e digitadas as datas de início (1988:1) e fim (1992:3) da série. Em seguida, confirmar em **OK**. Será criado um *workfile* com frequência trimestral de 1988.1 a 1992.3 somente com o vetor de coeficientes **c** e a série **resid**;
3. Selecionar **File / Import / Read Text-Lotus-Excel...** no menu principal (ver figura 3.2), localizar o arquivo e clicar em abrir. A figura 3.3 ilustra a janela que será exibida.

O primeiro campo a ser preenchido é o **Upper-left data cell**. Neste campo, devem ser informadas as coordenadas da célula que inicia as séries de dados. No caso específico da planilha apresentada na figura 3.1, deve ser digitado B2, referindo-se à célula B2 (coluna B, linha 2), que se encontra destacada por meio de uma pequena estrela em seu centro.

<sup>2</sup> Dados obtidos em Gujarati (2000, p. 82).

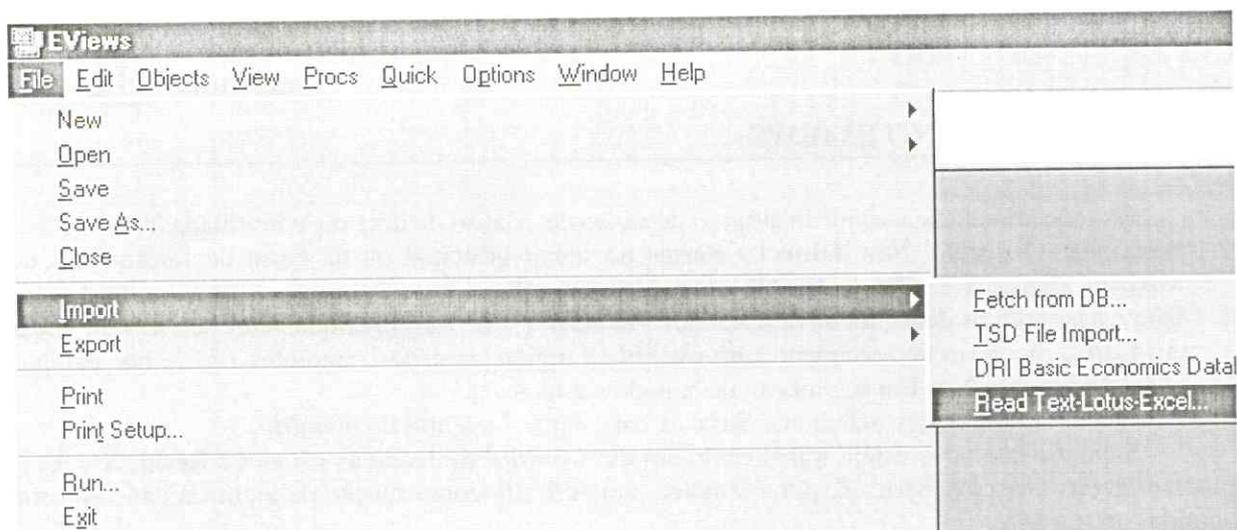


FIGURA 3.2: ILUSTRAÇÃO DOS PROCEDIMENTOS PARA IMPORTAÇÃO DE DADOS DO EXCEL

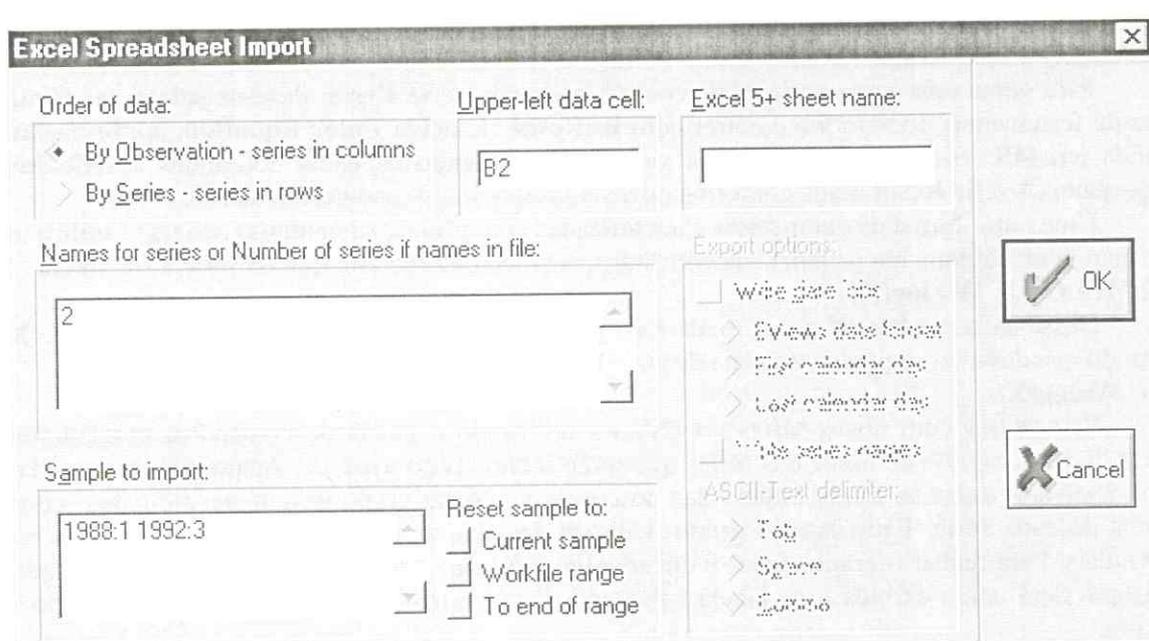


FIGURA 3.3: IDENTIFICAÇÃO DOS DADOS PARA IMPORTAÇÃO

Na janela de título **Names for series or Number of series if names in file**, digitar o nome de cada série a ser importada ou ainda, uma opção mais recomendada, digitar o número de séries a serem importadas. Note que nesse caso foi digitado o número 2, pois só serão importadas duas séries (**IPC** e **M1**), dado que a coluna A contém apenas informações sobre o período das séries. É importante observar que o EViews irá nomear as séries com os mesmos títulos da planilha original, desde que estes títulos não tenham sido digitados com acentuação, espaçamento entre caracteres ou apresentem alguma configuração especial. A estas séries o EViews irá nomear **ser01**, **ser02**,..., de acordo com a ordem de disposição na planilha original.

Na janela **Sample to import**, devem ser indicados o período inicial e final das séries que serão importadas. A sugestão padrão do EViews corresponde ao **Sample** atual.

Após adequadamente preenchidos os quadros da janela **Excel Spreadsheet Import**, confirmar em **OK**. As séries importadas **IPC** e **M1** serão então incluídas no *workfile*.

## GERANDO SÉRIES NO EViews

Os procedimentos a seguir ilustram o processo de criação de uma série intitulada Y:

1. Selecionar **Objects / New Object / Series** no menu principal ou na barra de ferramentas do *workfile*. Digitar **Y** em **Name for Object** e clicar em **OK**.
2. Para entrar com os dados da nova série, deve-se abrir a série (duplo clique sobre seu ícone), clicar em **Edit \*/** na barra de ferramentas do *workfile* e digitar os dados referentes à série nos campos preenchidos com **NA**. Em seguida a janela pode ser fechada.
3. Para salvar as alterações, selecionar **Save** na barra de ferramentas do *workfile*.

Suponha que você esteja trabalhando em um *workfile* contendo as séries **C**, **Resid**, **X** e **Y**. É possível gerar uma nova série, **Z**, por exemplo, caracterizada como função de algumas das variáveis contidas no *workfile*.

### EXEMPLO 4.1: $Z=X/Y$

Para gerar a variável **Z**, clicar em **Genr** na barra de ferramentas do *workfile* e entrar com a fórmula  $Z=X/Y$  na janela **Enter Equation**. Em seguida confirmar em **OK**. Um novo objeto intitulado de **Z** aparecerá no seu *workfile*.

### EXEMPLO 4.2: $R=Resid$

Para gerar uma nova variável **R** com os dados da série **Resid**, deve-se selecionar **Genr** na barra de ferramentas do *workfile* e entrar com  $R=Resid$  na janela **Enter Equation**, confirmando em seguida em **OK**. Será gerada uma nova variável **R** contendo os dados referentes à série **Resid**. (Importante: A série **Resid** muda conforme novas regressões vão sendo calculadas!).

Uma outra forma de gerar séries caracterizadas como função de outra(s) série(s) é utilizando o comando **genr** diretamente na janela de comandos, seguido da especificação da série a ser criada.

### EXEMPLO 4.3: $W=\log(X)$

Nesse caso, a série **W** a ser criada é definida como sendo o logaritmo natural da série **X**. O comando que deve ser digitado na janela de comandos é o seguinte:

**genr W=log(X)**

Para entrar com novas séries no EViews utilizando a janela de comandos, basta digitar o comando **data** seguido do nome das séries que serão incluídas no *workfile*. Aparecerá em seguida um grupo contendo todas as séries informadas no comando. Neste grupo devem ser digitados todos os valores de cada série. Feito isso, o grupo pode ser fechado sem perda de informações das séries individuais. Para fechar o grupo, deve-se clicar sobre o quadro com um **x** no canto superior esquerdo do grupo. Será então exibida uma janela solicitando a confirmação da ação de apagar o grupo sem salvá-lo.

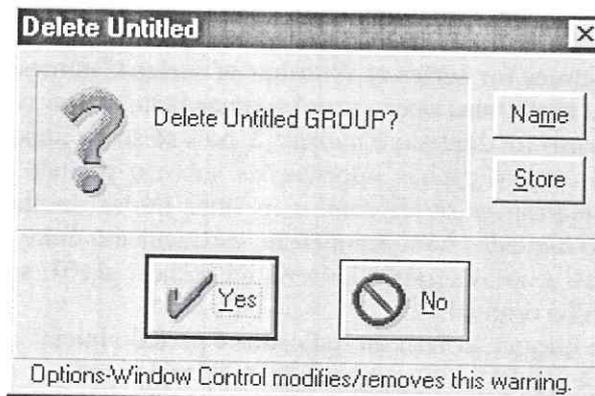


FIGURA 4.1: SOLICITAÇÃO DE CONFIRMAÇÃO PARA DELETAR UM GRUPO

Freqüentemente em equações de regressão são introduzidas variáveis qualitativas com caráter binário, chamadas de variáveis *dummy*. Para gerar esse tipo de variável no EViews precisa-se saber qual a sua natureza, ou seja, como essa variável é construída.

**EXEMPLO 4.4:** Este exemplo trata de um *workfile* com dados trimestrais. Para criar uma variável *dummy* chamada D1, atribuindo o valor 1 para o primeiro trimestre e 0 para os demais, deve ser digitada a seguinte instrução na janela de comandos:

```
genr D1 = @seas(1)
```

Um procedimento análogo é feito para gerar D2, D3 e D4 para o segundo, terceiro e quarto semestres, respectivamente:

```
genr D2 = @seas(2)
```

```
genr D3 = @seas(3)
```

```
genr D4 = @seas(4)
```

A outra possibilidade de uso do comando **@seas** é com dados mensais. O procedimento é idêntico ao caso trimestral, bastando identificar entre parênteses o mês desejado. Assim, para gerar uma *dummy* assumindo valor 1 para janeiro e 0 para os demais meses em um *workfile* com frequência mensal e atribuir a essa *dummy* o nome D01, basta digitar na janela de comandos a seguinte instrução:

```
genr D01 = @seas(1)
```

**EXEMPLO 4.5:** Se a construção da *dummy* depende de outra série, por exemplo, **DX1** assume valor 1 quando a série **X** assume valor maior que 10 e 0 caso contrário, a construção de **DX1** é bastante simples:

```
genr DX1 = X > 10
```

**EXEMPLO 4.6:** Se **DX2** assume valor 1 para  $X \geq 10$  e zero caso contrário, fazemos:

```
genr DX2 = X >= 10
```

**EXEMPLO 4.7:** Se **DX3** assume valor 1 para  $10 \leq X \leq 20$  e zero caso contrário, fazemos:

```
genr DX3 = X >= 10 and X <= 20
```

**EXEMPLO 4.8:** Se **DX3** assume valor 1 para  $X \leq 10$  ou  $X \geq 50$  e zero caso contrário, fazemos:

```
genr DX3 = X <= 10 or X >= 50
```

Uma variável que é comumente utilizada em equações de regressão envolvendo séries temporais é a variável tendência. Os comandos **@trend** e **@trend(n)** geram este tipo de variável. A função **@trend(n)** gera uma série de tendência contendo no período **n** o valor zero. Se a informação de **n** é omitida, ou seja, se for utilizada a função **@trend**, a série de tendência criada conterá o valor zero na primeira observação do *workfile*.

**EXEMPLO 4.9:** Suponha um *workfile* com dados anuais, com início em 1970 e final em 2000. Neste caso, digitando as seguintes instruções na janela de comandos teremos:

```
genr t = @trend
```

Gera uma série tendência com valor **zero** em 1970.

```
genr t = @trend(69)
```

Gera uma série tendência com valor **um** em 1970, pois o valor zero foi atribuído ao ano de 1969 (que não faz parte do **Range**).

As funções a seguir facilitam o trabalho especialmente quando se está lidando com séries temporais. Note que aparecerá **NA** nas observações cujo valor defasado não esteja presente. Por exemplo, **d(x)** gera **NA** na primeira observação da série, visto que não há valor defasado para esta observação.

QUADRO 4.1: FUNÇÕES PARA GERAR SÉRIES

| Função                            | Significado   |
|-----------------------------------|---|
| <b>d(x)</b>                       | Primeira diferença ( $X-X(-1)$ )  |
| <b>d(x,n)</b>                     | n-ésima diferença ( $X-X(-n)$ )   |
| <b>d(x,n,s)</b>                   | n-ésima diferença com uma diferença sazonal em s  |
| <b>dlog(x)</b>                    | Primeira diferença do logaritmo natural ( $\log(X)-\log(X(-1))$ )   |
| <b>dlog(x,n)</b>                  | n-ésima diferença do logaritmo natural ( $\log(X)-\log(X(-n))$ )  |
| <b>@movav(x,n)</b>                | n-ésimo período de média móvel. Ex:<br>$@movav(X,4)=(X+X(-1)+X(-2)+X(-3))/4$  |
| <b>@movsum(X,n)</b>               | n-ésimo período de soma móvel. Ex:<br>$@movsum(X,4)=X+X(-1)+X(-2)+X(-3)$  |
| <b>@pch(X)</b>                    | Mudança percentual no período, em decimais. $(X-X(-1))/X(-1)$   |
| <b>@seas(n)</b>                   | Dummy sazonal. Retorna o valor 1 quando o semestre, o trimestre ou o mês é igual a n e 0 caso contrário.  |
| <b>@trend</b><br><b>@trend(n)</b> | Tendência temporal. Retorna uma série de tendência, atribuindo o valor 0 ao período n (se informado), onde n é uma data ou o número da observação; se n for omitido, a série assumirá valor 0 na primeira observação. |

Os operadores descritos no quadro 4.2 podem ser usados em expressões envolvendo séries e escalares. Quando aplicado em uma expressão envolvendo séries, a operação é realizada para cada observação da série. Note que a correta aplicação dos operadores depende muitas vezes do uso adequado dos parênteses.

QUADRO 4.2: OPERADORES RECONHECIDOS PELO EViews

| Comando | Significado         |
|---------|---------------------|
| +       | Adição              |
| -       | Subtração           |
| *       | Multiplificação     |
| /       | Divisão             |
| ^       | Potência            |
| >       | maior que           |
| <       | menor que           |
| =       | igual a             |
| <>      | Diferente de        |
| <=      | menor ou igual a    |
| >=      | maior ou igual a    |
| and     | Comando lógico “e”  |
| or      | Comando lógico “ou” |

Para utilizar a função calculadora do EViews, deve-se trabalhar na janela de comandos, iniciando-se sempre pelo sinal de igualdade (=). O resultado da operação realizada aparecerá na linha de *status* (canto inferior esquerdo da tela). Se, por exemplo, quisermos somar os números 1234, 76987 e 32456, devemos digitar na janela de comandos a seguinte instrução:  
**= 1234 + 76987 + 32456**

As funções matemáticas a seguir quando aplicadas a uma série geram uma série onde cada observação é transformada pela função. A função fatorial, por exemplo, só é aplicável a valores inteiros não negativos.

Note que a função logarítmica **@log** refere-se ao logaritmo natural (na base  $\exp=e$ ). Para converter o logaritmo na base  $b$  em logaritmo natural (na base  $e$ ), usa-se a seguinte relação:

$$\log_b x = y \Leftrightarrow b^y = x \therefore \ln b^y = \ln x \Rightarrow y \ln b = \ln x$$

assim,

$$\log_b x = \frac{\ln x}{\ln b}$$

QUADRO 4.3: FUNÇÕES MATEMÁTICAS

| Função                           | Significado   |
|----------------------------------|---|
| <b>@abs(x), abs(x)</b>           | Valor absoluto (ou módulo) de $x$   |
| <b>@ceiling(x)</b>               | Menor inteiro não inferior a $x$ . Ex: <b>@ceiling(4.23) = 5</b><br><b>@ceiling(3) = 3</b>  |
| <b>@exp(x), exp(x)</b>           | Exponencial, $e^x$  |
| <b>@fact(x)</b>                  | Fatorial, $x!$ (aplicável somente a valores inteiros não negativos)   |
| <b>@factlog(x)</b>               | Logaritmo natural do fatorial de $x$ , $\ln(x!)$  |
| <b>@floor(x)</b>                 | Maior inteiro não superior a $x$ . Ex: <b>@floor(2.41) = 2</b><br><b>@floor(3) = 3</b>  |
| <b>@inv(x)</b>                   | Recíproco de $x$ , $(1/x)$ .  |
| <b>@log, log(x)</b>              | Logaritmo natural de $x$ , $\ln x$  |
| <b>@nan(x,y)</b>                 | Substitui as observações ausentes em $x$ por $y$ . Assume valor igual ao de $x$ se $x$ for diferente de <b>NA</b> e $y$ se $x$ for <b>NA</b> .  |
| <b>@recode(condição, v1, v2)</b> | Gera uma série que assume o valor <b>v1</b> quando a <i>condição</i> é cumprida e <b>v2</b> caso contrário: <b>@recode(condição, valor se verdadeiro, valor se falso)</b> . Exemplo: Considere um <i>workfile</i> contendo a série <b>U</b> de números aleatórios distribuídos normalmente com média zero. Pode-se criar uma variável <b>W</b> que irá assumir o valor 1 quando a observação de <b>U</b> for positiva e 3 caso contrário. Para isto, utiliza-se o seguinte comando:<br><b>gener W=@recode(u &gt; 0, 1, 3)</b><br>Perceba a grande utilidade desta função na criação de variáveis dummy. |
| <b>@round(x)</b>                 | Arredonda o número para o inteiro mais próximo. Ex: <b>@round(3.87)=4</b> ,<br><b>@round(1.5)=2</b> .   |
| <b>@sqrt(x), sqr(x)</b>          | Retorna a raiz quadrada do argumento indicado. Ex.: <b>@sqrt(16)=4</b> .  |

#### 4.1 FUNÇÃO DE IDENTIFICAÇÃO DE DATA E OBSERVAÇÃO

As funções apresentadas no quadro 4.4 permitem identificar o período associado a uma dada observação. Se, por exemplo, for criada a série

**series Y = @month**

em um *workfile* com dados dispostos mensalmente, **Y** irá conter um valor numérico (de 1 a 12) para cada mês do ano. Note que estas funções não estão disponíveis para *workfiles* com frequência inferior a da função. Por exemplo, você pode utilizar a função **@month** em um *workfile* com dados mensais ou diários, mas nunca com dados trimestrais, semestrais ou anuais.

QUADRO 4.4: FUNÇÕES DE IDENTIFICAÇÃO DE DATA E OBSERVAÇÃO

| Função       | Significado   |
|--------------|---|
| @day         | Observações diárias   |
| @elem(x,"d") | Informa o valor da série x, na data (ou observação) d, que deve aparecer entre aspas. |
| @month       | Observações mensais   |
| @quarter     | Observações trimestrais   |
| @year        | Observações anuais  |

Os comandos do quadro anterior oferecem uma boa possibilidade de criar variáveis dummy de modo rápido. Se por exemplo, estivermos trabalhando em um *workfile* com dados mensais e quisermos criar uma variável dummy mensal, podemos inicialmente criar uma série **m=@month** e em seguida gerar as 12 dummies correspondentes, como segue:

```

genr m=@month
genr d1=m=1
genr d2=m=2
:
:
genr d12=m=12

```

Como a função **@month** atribui o valor 1 para o mês de janeiro, 2 para fevereiro e assim por diante, para criarmos uma dummy mensal para janeiro, por exemplo, basta fazer **d1** assumir valor 1 quando **m=1** e zero caso contrário. Isto é obtido com o comando **genr d1=m=1**.

## 4.2 PADRONIZAÇÃO DE UMA SÉRIE NO EVIEWS

Se  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , para que  $Z = aX + b \sim N(0, 1)$ , os valores que  $a$  e  $b$  devem assumir são mostrados a seguir:

$$\text{Var}(Z) = \text{Var}(aX + b) = 1$$

$$\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X) = 1 \therefore a^2 \sigma^2 = 1 \therefore a = \frac{1}{\sigma}, \text{ considerando que } \sigma > 0.$$

$$E(Z) = 0$$

$$E(aX + b) = 0 \Rightarrow aE(X) + b = 0$$

$$a\mu + b = 0 \therefore b = -a\mu \therefore b = -\frac{\mu}{\sigma}$$

$$\text{Assim, } Z = aX + b = \frac{1}{\sigma} X + \left(-\frac{\mu}{\sigma}\right) = \frac{X - \mu}{\sigma}.$$

A variável  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$  corresponde à padronização da variável  $X$ . O comando abaixo é utilizado para gerar uma série padronizada da série original  $X$ .

```

genr XPAD = (X-@mean(X))/@stdev(X)

```

## GERENCIANDO OBJETOS NO EVIEWS

### 5.1 CRIANDO GRUPOS NO EVIEWS

Para criar um grupo, primeiramente é preciso que o *workfile* que contém os objetos que o irão compor esteja aberto. Um grupo é simplesmente uma lista de séries identificadas, e não uma cópia dos dados da série que o compõem. Dessa forma, se for alterado algum dado de alguma série do grupo, automaticamente a alteração será feita também no grupo. Se for deletada uma série do *workfile*, a mesma desaparecerá de todo grupo que a contenha. Ao renomear uma série, sua identificação no(s) grupo(s) ao(s) qual(is) pertença será devidamente alterada.

Para criar um grupo, deve-se inicialmente selecionar todas as séries que o irão compor. Os procedimentos de seleção e criação do grupo são especificados a seguir:

1. Leve o cursor até um dos objetos desejados, clicando com o botão esquerdo do mouse sobre seu ícone ou nome;
2. Para selecionar os outros objetos, mantenha pressionada a tecla **Ctrl** e leve o cursor até os demais objetos desejados, clicando com o botão esquerdo do mouse sobre seus ícones ou nomes. É importante notar que as séries estarão ordenadas no grupo de acordo com a ordem de seleção feita.

Para abrir um grupo contendo todas as séries selecionadas deve-se dar um duplo clique sobre uma das séries selecionadas e clicar em seguida sobre a opção **Open Group**. Outra maneira de abrir um grupo de séries é clicando com o botão direito do mouse sobre uma das séries selecionadas e em seguida **Open / as Group**. Se o grupo não for salvo, ele desaparecerá após ser fechado. Um grupo só pode conter objetos da mesma categoria.

Para salvar o grupo como um objeto do *workfile*, clique em **Name** na barra de ferramentas do grupo e digite um nome em **Name to identify object**.

Para verificar algumas estatísticas descritivas (média, mediana, moda, desvio padrão, assimetria, curtose e teste de normalidade de Jarque-Bera) do grupo ou de uma série qualquer, basta selecionar **View / Descriptive Stats / Individual Samples** na barra de ferramentas do grupo (ou da série).

Existe uma forma alternativa de gerar um grupo no EVIEWS, por meio da janela de comandos. Suponha que você deseje abrir um grupo contendo as séries **X1**, **X2**, **X3** e **X4** (desde que elas existam em seu *workfile*) e denomina-se este grupo como **G1**. O comando abaixo fornece um meio bastante ágil para essa finalidade:

```
group G1 X1 X2 X3 X4
```

### 5.2 ALTERANDO O RANGE E O SAMPLE

É possível que seja necessário alterar o **Range** do *workfile* gerado (normalmente amplia-lo, como em problemas que envolvam previsão). Para alterar o **Range**, deve-se selecionar **Procs / Change workfile Range** no menu principal ou na barra de ferramentas do *workfile* e preencher a janela que será aberta (ver figura 5.1) com as informações referentes ao **Range** modificado. Note que as opções de frequência aparecem desfiguradas. Isto indica que o programa não permite que seja alterada a frequência do *workfile*. A possibilidade de alteração restringe-se aos períodos inicial e final.

Para alterar o **Sample**, deve-se selecionar **Procs/Sample** no menu principal ou na barra de ferramentas do *workfile* e realizar a alteração preenchendo o campo **Sample range pairs (or sample object to copy)** com o período desejado.

Uma forma mais simples de alterar o **Range** (ou o **Sample**) é por meio de um duplo clique sobre o nome **Range** (ou **Sample**) no *workfile*. Lembre-se de que, ao diminuir o **Range**, as informações do período excluído serão perdidas e não há como recuperá-las. O **Sample** pode ser reduzido e aumentado (respeitando a condição **Sample** ≤ **Range**) sem o problema da perda de informações.

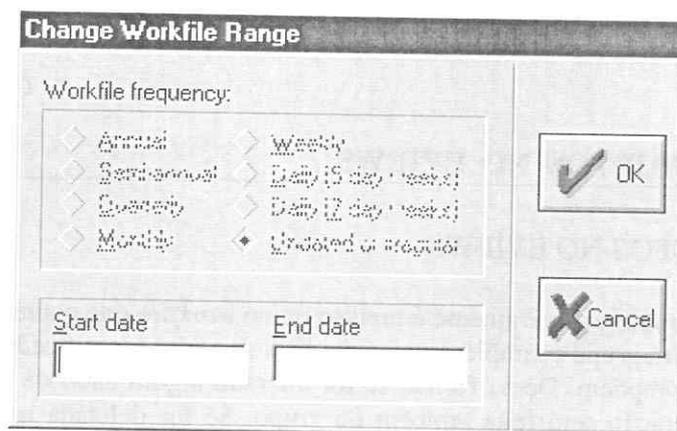


FIGURA 5.1: JANELA PARA ALTERAÇÃO DO RANGE

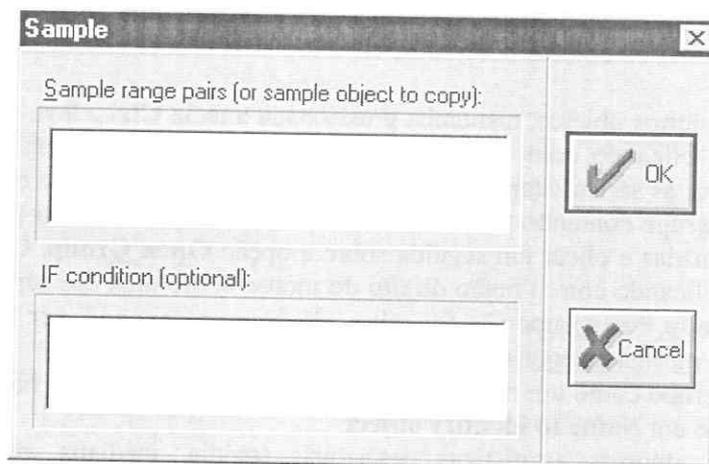


FIGURA 5.2: JANELA PARA ALTERAÇÃO DO SAMPLE

Na figura 5.2 aparece um campo de preenchimento opcional (**IF condition (optional)**). Esta opção permite associar ao **Sample** uma condição que, se respeitada, as informações irão constar no **Sample**, caso contrário, não irão. Por exemplo, se o *workfile* em questão contém dados anuais com **Sample** de 1970 a 2002, podemos inserir uma **IF condition** do tipo  $X \geq 0$ . Neste caso, o EViews irá trabalhar com o **Sample** incluindo apenas as observações cujo valor da série **X** especificada é maior ou igual a zero.

Há ainda um método de alterar o **Range** e o **Sample** por intermédio da janela de comandos. Os exemplos a seguir ilustram esta opção.

O comando **range 1970 2002** altera o **Range** para o período de 1970 até 2002.

O comando **smpl 1970 1995** altera o **Sample** para o período de 1970 até 1995.

Caso haja a necessidade de alterar o **Sample** diversas vezes, uma opção útil pode ser a criação de um objeto do tipo **Sample** com uma amplitude específica. Por exemplo, o comando **sample S1 1970 1990** trata da criação de um objeto do tipo **Sample** denominado **S1**. Assim, sempre que for necessário alterar o **Sample** para a amplitude 1970 - 1990, basta entrar com o comando **Smpl S1** na janela de comandos.

Existem três funções que possibilitam alterar a amplitude das informações do *workfile* com maior precisão, são elas: **@all**, **@first** e **@last**.

**@all** - refere-se a todas as observações do *workfile*, ou seja, quando alteramos o **Sample** para **@all** estamos tornando-o igual ao **Range**. Por exemplo:

**smpl @all**

**@first** - refere-se à primeira observação do *workfile* (menor valor que o **Range** assume).

**@last** - refere-se à última observação do *workfile* (maior valor que o **Range** assume).

Estas funções podem ainda compor expressões matemáticas do tipo:

```

smpl @last-15 @last
smpl @first+10 @last-5

```

No primeiro caso, o **Sample** é alterado para um período referente às 15 últimas observações e no segundo caso, o novo período inicial é 10 períodos à frente do período inicial original e o novo período final é cinco períodos anteriores ao período final.

### 5.3 NOMEANDO E/OU RENOMEANDO OBJETOS

Para nomear ou renomear um objeto, basta clicar com o botão direito do mouse sobre o nome do objeto desejado e selecionar a opção **Rename**. O nome não deve conter mais que 16 caracteres, acento ou espaço entre os caracteres.

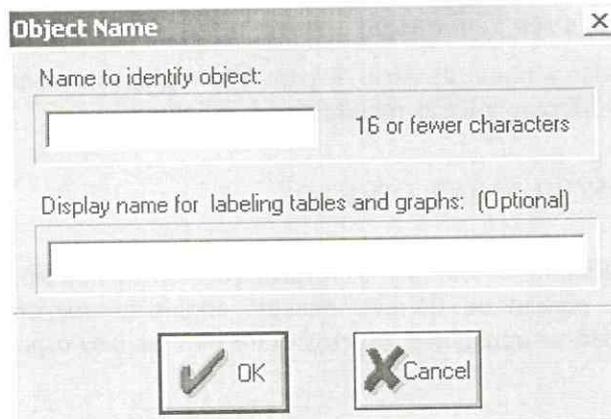


FIGURA 5.3: JANELA PARA NOMEAR/RENOMEAR OBJETOS

Se o objeto a ser renomeado estiver aberto, pode-se renomeá-lo clicando em **Name** na barra de ferramentas do objeto e preenchendo a janela anterior com o novo nome do objeto.

Há um campo opcional na mesma janela para fornecer um título ao objeto quando este for representado em tabelas ou gráficos. Nesse campo pode-se usar acentos ortográficos, bem como espaçamento entre caracteres. Caso esse campo não seja preenchido, o EViews utilizará o nome do objeto para representá-lo em todas as situações.

Após criar uma série, digamos **X**, o EViews possibilita armazenar algumas informações sobre esta série. Para isto, selecione **View / Label** na barra de ferramentas da série. Será então exibida uma janela como a que é ilustrada pela figura 5.4.

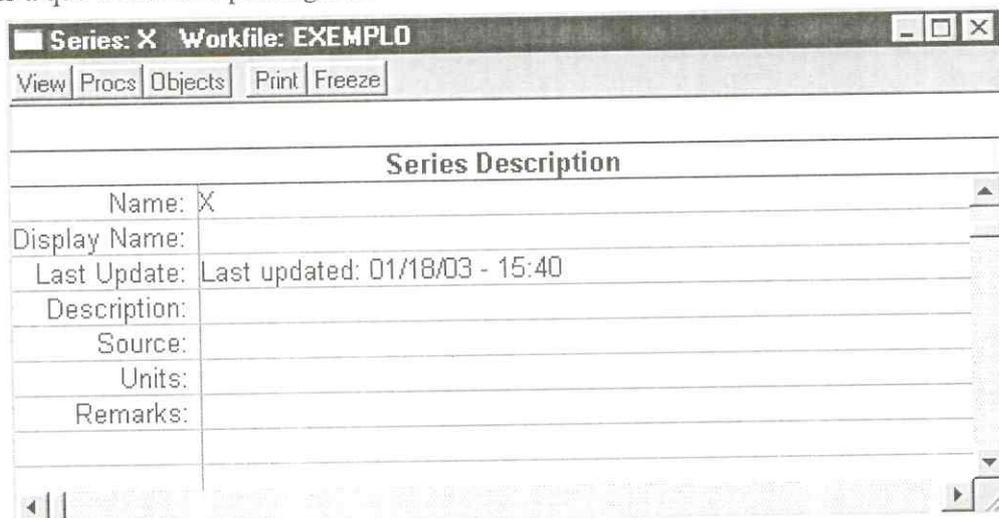


FIGURA 5.4: DESCRIÇÃO DA SÉRIE X

**Name:** nome do objeto.

**Display Name:** nome utilizado em representações gráficas. Diferentemente do nome do objeto, o **display name** pode ter mais de 16 caracteres (e também aceita caracteres especiais).

**Last Update:** informa a data e hora da última atualização da série.

**Description:** espaço reservado para descrição da série.

**Source:** espaço reservado para indicar a fonte da série.

**Units:** espaço reservado para informar a unidade de medida da série.

**Remarks:** Espaço para observações gerais.

**History:** informa o histórico da série (dia e hora de cada mudança e descreve a mudança). Neste exemplo específico não aparece o histórico, pois a série **X** não foi preenchida com valores numéricos.

Pode-se renomear objetos no EViews de maneira muito simples. Para tanto basta entrar com a seguinte instrução

**rename nome\_do\_objeto\_a\_ser\_renomeado novo\_nome\_do\_objeto**

**EXEMPLO 5.1:** Para mudar o nome da série **Y** para **Y1**, segue-se o comando **rename y y1**. Lembre que o EViews não diferencia letras maiúsculas de minúsculas.

## 5.4 COPIANDO E CONGELANDO OBJETOS

Há duas maneiras distintas de duplicar as informações de um objeto: copiando, ou congelando. O procedimento de cópia padrão do EViews executa cópias no mesmo *workfile*. Quando dois *workfiles* estão abertos, pode-se transportar objetos entre eles usando o procedimento padrão **copy-and-paste**.

### 5.4.1 Copiando objetos

1. Selecione o objeto que deseja copiar no *workfile* original. Em seguida selecione **Edit / Copy** no menu principal.
2. Selecione o *workfile* destinatário clicando na sua barra de títulos (observe que ele será transportado para frente de todos os objetos contidos na área de trabalho do EViews). Selecione então **Edit / Paste** no menu principal. O EViews irá colar uma cópia do objeto mantendo o título original, desde que não haja outro objeto com o mesmo título.

#### 5.4.1.1 Duplicando objetos

Suponha que seu *workfile* contém uma série **Y** que você deseja duplicar. Pode-se duplicar um objeto no EViews utilizando o comando **copy** da seguinte forma

**copy y z**

neste caso, será gerada uma série idêntica à **Y** nomeada como **Z**<sup>3</sup>.

O caso geral de uma duplicação de qualquer objeto no EViews é dado a seguir

**copy nome\_do\_objeto\_a\_ser\_duplicado nome\_da\_cópia\_do\_objeto**

### 5.4.2 Congelando e deletando objetos

A segunda maneira de copiar as informações de um objeto é congelando-o. Se você clicar em **Object / Freeze Output** ou no botão **Freeze** da barra de ferramentas do objeto, um novo objeto congelado será criado, duplicando o objeto original.

<sup>3</sup> Este procedimento serve para qualquer tipo de objeto, inclusive aqueles do tipo **equation**. Se, por exemplo, você deseja duplicar uma equação de regressão nomeada, digamos, como **eq01** (padrão do EViews), basta digitar o seguinte comando na janela de comandos

**copy eq01 eq02**

Neste caso será gerada uma nova equação idêntica à **eq01**, porém nomeada como **eq02**.

A opção congelar permite que seja feita uma cópia do objeto exatamente da maneira que se encontrava no momento do congelamento e gera um objeto independente, que será mantido inalterado mesmo se o objeto original vier a sofrer modificações ou mesmo ser deletado.

Objetos podem ser removidos do *workfile* por meio do comando **delete**<sup>4</sup>.

**EXEMPLO 8.2:** Para excluir o objeto nomeado como **X2**, deve-se entrar com o comando **delete X2** na janela de comandos.

---

<sup>4</sup> Note que se você selecionar o objeto que deseja deletar e clicar na tecla **delete** do seu teclado, o objeto não será deletado. Uma opção é clicar com o botão direito do mouse sobre o(s) objeto a ser(em) deletado(s), selecionar a opção delete e confirmar a exclusão do(s) objeto(s).

## GERANDO GRÁFICOS NO EViews

Os passos a seguir tratam de um *workfile* aberto com as séries X e Y, por facilidade, além é claro de C e Resid.

Para plotar o gráfico de linha de uma série X qualquer, deve-se abri-la (com um duplo clique sobre seu ícone) e em seguida selecionar **View / Line Graph** na barra de ferramentas da série. O gráfico de linha é apresentado em seguida de acordo com o padrão apresentado na figura 6.1.

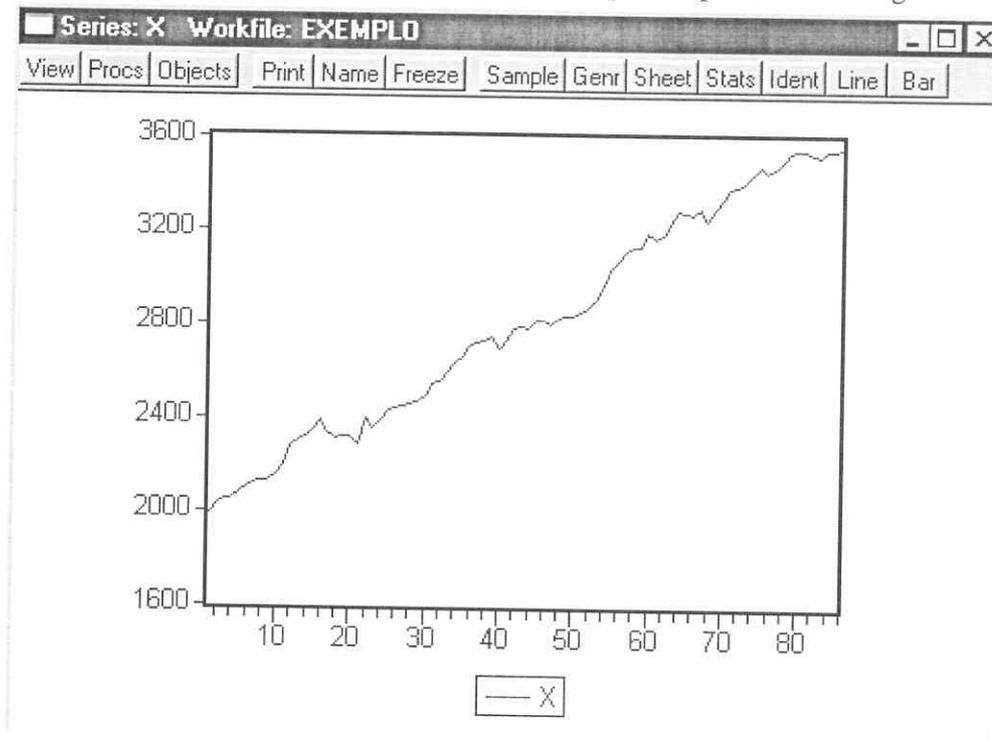


FIGURA 6.1: GRÁFICO DE LINHA DA SÉRIE X

Para gerar o gráfico de barras, seleciona-se **View / Bar Graph** na barra de ferramentas da série. Para plotar os gráficos das séries Y e X, deve-se abrir um grupo contendo as séries e em seguida clicar em **View / Graph / Line** (ou **Bar**). Esta opção irá gerar os gráficos das séries Y e X na mesma área de plotagem. Caso queira gerar os gráficos das séries em áreas de plotagem diferentes, deve-se clicar em **View / Multiple Graphs / Line** (ou **Bar**).

Para plotar Y(vertical) contra X(horizontal), deve-se:

1. Abrir um grupo contendo as duas séries (primeiro deve ser selecionada a série X e em seguida a série Y, para que o programa posicione no gráfico as séries da forma adequada. O EViews irá sempre colocar no eixo horizontal a primeira variável selecionada e no eixo vertical a segunda variável selecionada.
2. Selecionar **View / Graph / Scatter / Simple Scatter** na barra de ferramentas do grupo.
3. Outra opção de gráfico de dispersão é com a inclusão da reta de regressão. Para tanto, deve-se selecionar **View / Graph / Scatter / Scatter with regression**. Será então exibida uma janela como a ilustrada na figura 6.2.

A janela **Global Fit Options** exibe diversos tipos de transformação das séries Y (variável dependente) e X (variável explicativa). As diversas transformações são descritas a seguir:

**None:** nenhuma transformação.

**Logarithmic:** toma o logaritmo natural da série ( $\ln Y = \log_e Y$ ).

**Inverse:** Gera a inversa da série ( $1/Y$ ).

**Power:** Eleva a série à potência indicada.

**Box-Cox:** Realiza a transformação de Box-Cox<sup>5</sup> da série. A transformação de Box-Cox é dada por:  $Y^{(\lambda)} = (Y^\lambda - 1)/\lambda$ . Deve ser informado apenas o valor do parâmetro  $\lambda$ . A transformação de Box-Cox assume a forma de logaritmo natural quando fazemos o parâmetro da transformação igual a zero.

**Polynomial:** Gera uma função polinomial da variável explicativa (X).

O último quadro da janela **Global Fit Options** traz a opção **Fitted Y series (optional)**. A utilidade desta opção é a geração de uma série de valores estimados da variável dependente com base na transformação indicada. Para habilitar esta opção, basta fornecer um nome à série de valores estimados.

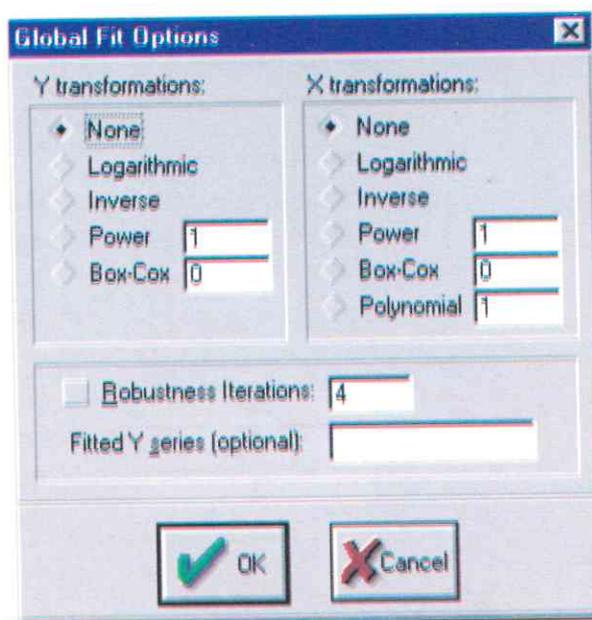


FIGURA 6.2: OPÇÕES DE TRANSFORMAÇÃO DAS VARIÁVEIS PARA EXIBIÇÃO DE GRÁFICOS

O tipo de transformação utilizada é indicado no topo do gráfico. A figura 6.3 ilustra o exemplo de um modelo duplo-log.

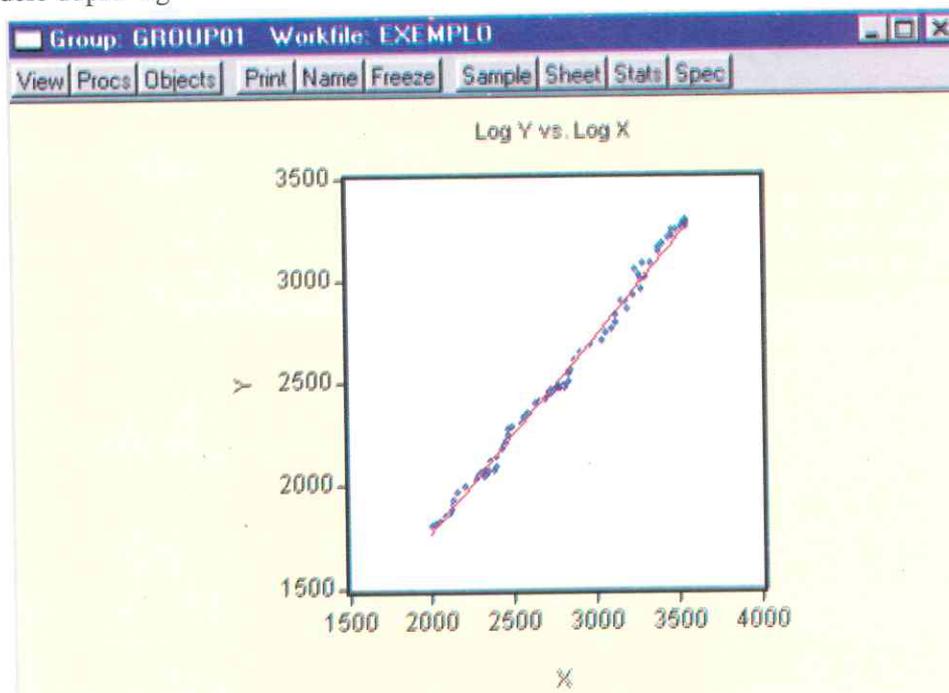


FIGURA 6.3: GRÁFICO DE DISPERSÃO DE LN(Y) x LN(X) COM RETA DE REGRESSÃO

<sup>5</sup> A seção 20.1 apresenta mais detalhes sobre a transformação de Box-Cox.

O EViews possibilita realizar algumas modificações no gráfico de modo a melhorar sua apresentação. Clicando com o botão direito sobre o gráfico, aparecerão as seguintes opções: **Options...** / **Add text...** / **Add shading...** / **Template...** / **Remove selected**. Selecionando **Options**, surgirá uma janela idêntica à figura 6.4.

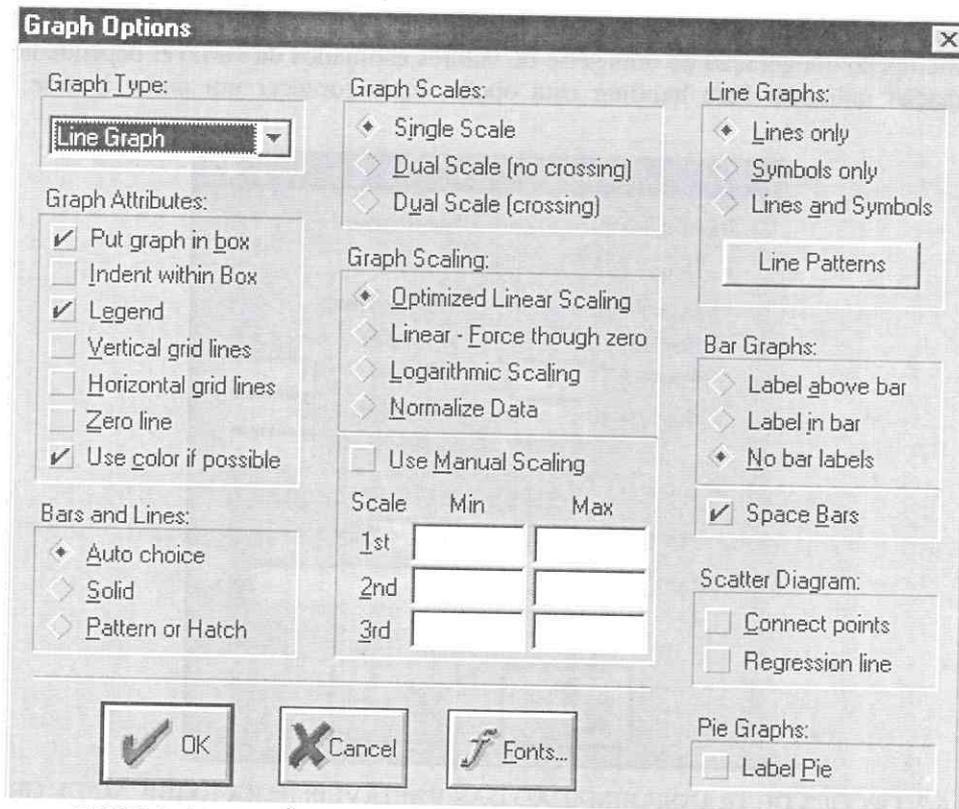


FIGURA 6.4: OPÇÕES PARA ALTERAÇÃO DO PADRÃO DO GRÁFICO

Estas opções permitem entre outras coisas, incluir linhas de grade horizontais e/ou verticais, logaritimizarem e normalizar o gráfico da série.

Selecionando **Add text...**, pode-se incluir um texto na área do gráfico das séries. Depois de incluído o texto, pode-se movê-lo simplesmente clicando sobre o mesmo (aparecerá uma borda azul com tonalidade forte, indicando que o texto foi selecionado) e arrastando para onde for conveniente. Observe que o EViews possibilita ainda alterar a fonte.

A opção **Add shading** gera um efeito sombreado na área indicada da série. Ao selecionar esta opção, será exibida uma janela intitulada **Shading and Vertical Lines**. Deve-se preencher o campo **Start** com o período inicial e o campo **End** com o período final a ser sombreado. Apresenta-se na figura 6.6 um exemplo do efeito de sombreadamento.

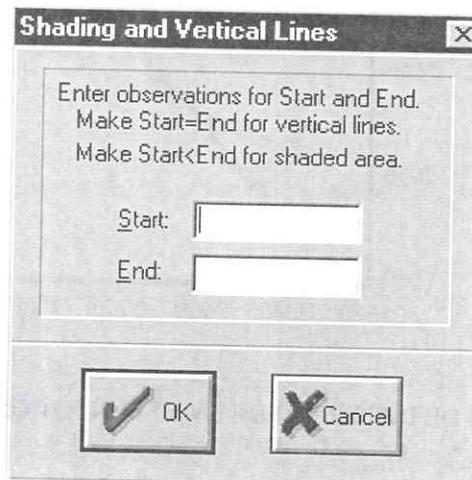


FIGURA 6.5: JANELA PARA INDICAÇÃO DO PERÍODO A SER SOMBREADO

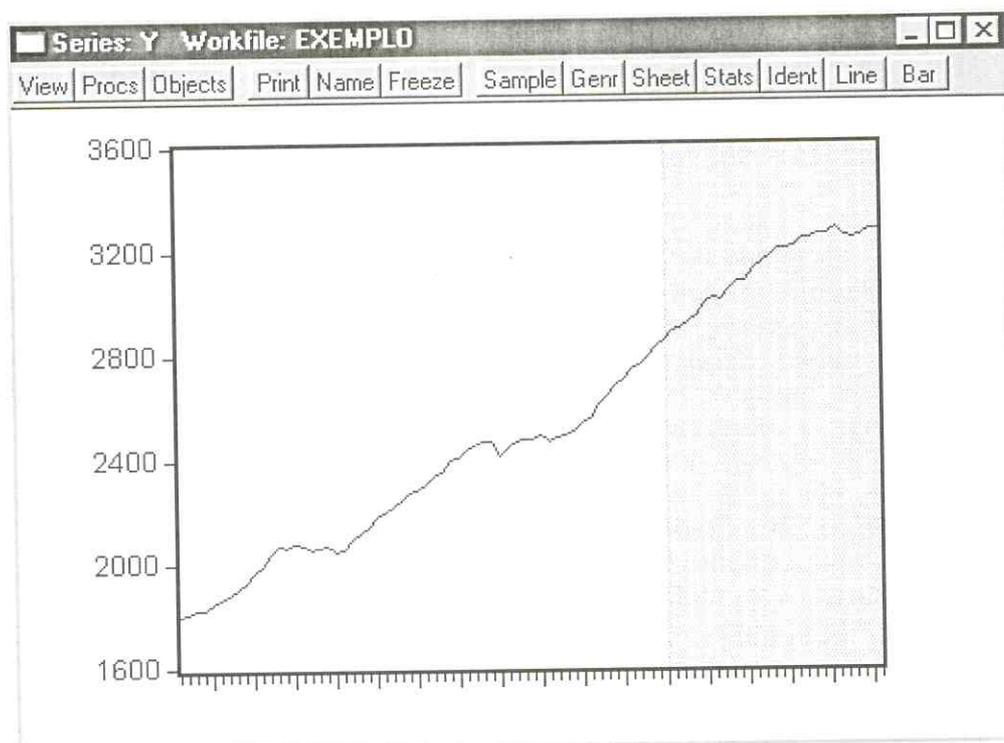


FIGURA 6.6: EXEMPLO DE GRÁFICO COM SOMBREAMENTO

Outra opção para gerar os mais diversos tipos de gráficos é digitar **Graph** na janela de comandos. Será exibida uma janela onde será(ão) indicada(s) a(s) série(s) que irá(ão) compor o gráfico. Depois de indicadas as séries, clicar em **OK**. Será então apresentada uma janela com os diversos tipos de gráficos e escalas propiciadas pelo EViews.

Caso queira copiar o gráfico para um outro programa (Word, por exemplo), basta clicar sobre o gráfico (aparecerá uma borda azul de tonalidade forte) e teclar **Ctrl + C** (como se estivesse copiando algo no Word). Será então exibida uma janela denominada **Copy Graph as Metafile**, ilustrada na figura 6.7.

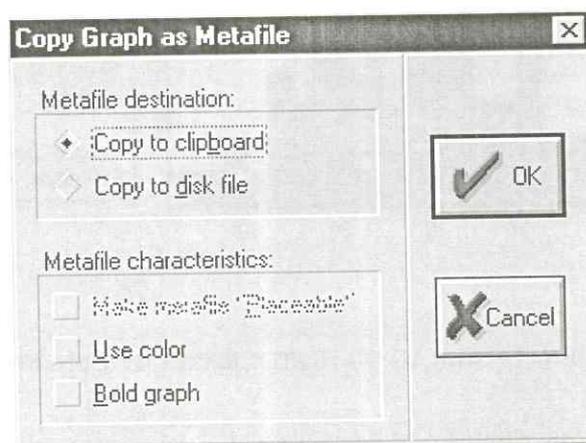


FIGURA 6.7: OPÇÕES DE FORMATAÇÃO DO GRÁFICO A SER COPIADO

Manter selecionada a opção **Copy to clipboard** em **Metafile destination** e selecionar as opções **Use color** e **Bold graph** em **Metafile characteristics**. Cumpridos estes procedimentos, o gráfico já está pronto para ser colado no programa destino.

## HISTOGRAMA E ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS

Assim como nos testes de hipóteses, as estimativas de intervalo para os coeficientes da equação de regressão se apóiam no pressuposto de que os erros, e conseqüentemente a variável dependente, se distribuem normalmente. Dessa maneira, faz-se importante escolher uma forma funcional que mantenha a distribuição dos erros.

O EViews possibilita visualizar o histograma, o teste de normalidade JB e as estatísticas descritivas de uma série qualquer, bem como dos resíduos de uma regressão. Se os resíduos se distribuem normalmente, a estatística JB não deve ser significativa, ou seja, a hipótese nula de normalidade não deve ser rejeitada, de forma que teremos um valor-p alto.

Para visualizar o histograma e um conjunto de algumas estatísticas descritivas de uma série, seleciona-se **View / Descriptive Statistics / Histogram and Stats** na barra de ferramentas da série. Para exibir o histograma e a estatística JB para os resíduos de uma regressão, seleciona-se **View / Residual Tests / Histogram-Normality Test** na barra de ferramentas da equação. A estatística JB segue a distribuição  $\chi^2$  com dois graus de liberdade sob a hipótese nula de que os erros se distribuem normalmente. A figura 7.1 ilustra o ambiente padrão de um histograma gerado no EViews.

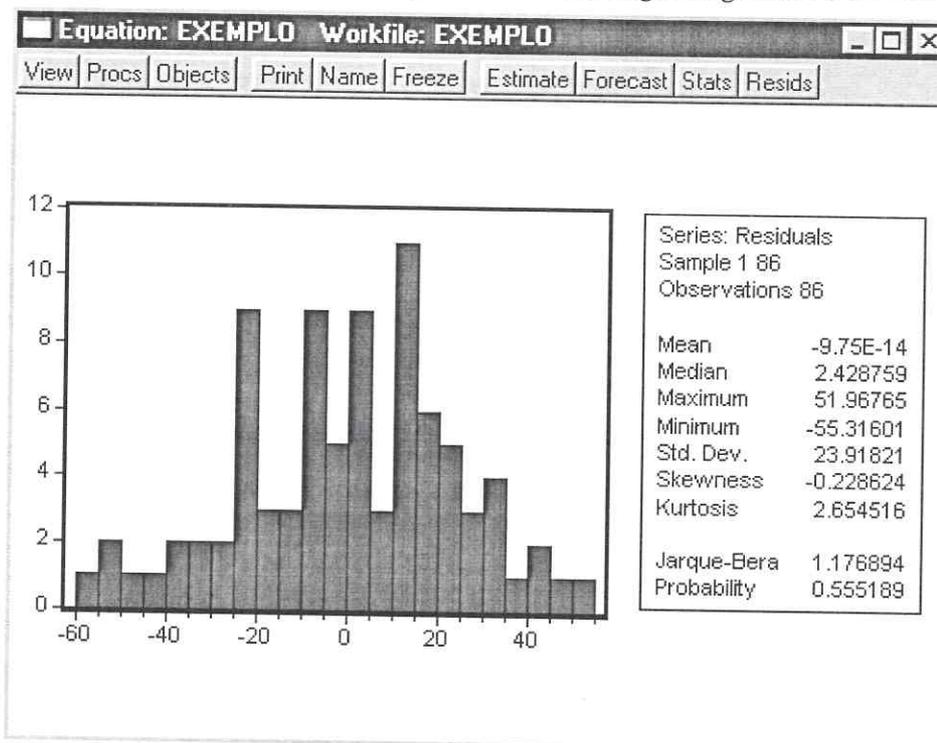


FIGURA 7.1: AMBIENTE PADRÃO DO HISTOGRAMA DE UMA SÉRIE NO EViews

Esta janela exibe a distribuição de freqüência da série como um histograma, além de uma síntese das estatísticas descritivas da série. Todas as estatísticas são calculadas com base nos dados da série para o **Sample** atual. Temos a seguir uma breve explicação de cada uma destas estatísticas geradas.

**Series** - informa o nome da série que está sendo descrita;

**Sample** - informa o intervalo no qual as observações estão sendo descritas. Note que como podemos alterar o **Sample**, podemos tomar o histograma e as estatísticas descritivas para qualquer subamostra;

**Observations** - informa o número de observações;

**Mean** - informa a média aritmética da série;

**Median** - informa o valor médio da série quando os dados são ordenados do menor para o maior<sup>1</sup>;  
**Maximum** - informa o valor máximo da série;  
**Minimum** - informa o valor mínimo da série<sup>2</sup>;  
**Std.Dev.** - informa o desvio padrão (*standard deviation*) da série. O desvio padrão é definido por

$$\hat{s} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}$$

onde  $N$  representa o número de observações utilizadas da série e  $\bar{X}$  a média das observações utilizadas.

**Skewness** - é uma medida de assimetria, dada por:

$$S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{X_i - \bar{X}}{\hat{\sigma}} \right)^3$$

onde  $\hat{\sigma}$  representa o desvio padrão baseado no estimador viesado da variância, dado por:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}$$

A assimetria de uma distribuição simétrica, como a normal, por exemplo, é zero. Valores positivos indicam assimetria à direita (longa cauda à direita) e valores negativos indicam assimetria à esquerda (longa cauda à esquerda).

**Kurtosis** - é uma medida de elevação ou achatamento da distribuição da série (curtose), dada por

$$K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{X_i - \bar{X}}{\hat{\sigma}} \right)^4$$

onde, assim como no caso da assimetria,  $\hat{\sigma}$  representa o desvio padrão baseado no estimador viesado da variância. A curtose da distribuição normal é igual a três. Se a curtose excede três, a distribuição é chamada leptocúrtica (fina ou de cauda longa). Se a curtose é inferior a três, a distribuição é chamada de platicúrtica (gorda ou de cauda curta).

**Jarque-Bera** - informa o valor do teste de normalidade Jarque-Bera (JB). O teste se baseia na hipótese nula de normalidade. Assintoticamente, a estatística segue a distribuição qui-quadrado com 2 gl. O teste Jarque-Bera verifica se a assimetria e a curtose da série difere significativamente das mesmas medidas no caso de distribuição normal. A assimetria da distribuição normal é zero, pois esta é simétrica. A curtose da normal é igual a 3. Esta medida se refere ao grau de achatamento da distribuição. Dessa forma, a questão consiste em verificar se os valores da assimetria e da curtose referentes à série diferem significativamente de 0 e 3, respectivamente. A estatística JB é dada por:

$$JB = N \left( \frac{S^2}{6} + \frac{(k-3)^2}{24} \right) \sim \chi^2_{2 \text{ gl}}$$

onde  $S$  = coeficiente de assimetria,  $k$  = curtose e  $N$  = número de observações.

**Probability** - (valor-p ou *p-value*) indica o menor nível de significância para o qual se rejeita a hipótese nula. Dessa maneira, um valor-p baixo (próximo de zero) leva à rejeição da hipótese nula de normalidade<sup>3</sup>.

Com relação à ilustração apresentada na figura 7.1, nota-se que o histograma é centrado em zero, a média dos resíduos de mínimos quadrados (modelos com intercepto). O desenho do histograma assemelha-se levemente à curva normal. À medida que o número de observações aumenta, o histograma tende a ter uma forma mais parecida com a da curva normal.

O coeficiente de assimetria (**Skewness**) é -0.228624 e a curtose (**Kurtosis**) é 2.654516. Note que o valor da média não é precisamente zero (-9.75E-14, ou seja, 0.0000000000000975), porém computacionalmente podemos considerá-lo como zero<sup>4</sup>. O valor-p relativo ao teste JB (0.555189) indica que a hipótese nula de normalidade não pode ser rejeitada, pois o menor nível de significância

<sup>1</sup> A mediana é uma medida de tendência central com a característica de não ser sensível à presença de observações aberrantes (*outliers*) como é a média aritmética.

<sup>2</sup> Subtraindo o mínimo do máximo, tem-se a amplitude da série.

<sup>3</sup> Ver apêndice 2, parte 2, para maiores esclarecimentos sobre teste de hipóteses.

<sup>4</sup> Ver apêndice 4 da parte 2 deste manual para esclarecimentos sobre fontes de erro em computação

para o qual esta pode ser rejeitada é de 0.56, portanto totalmente fora do padrão de um nível de significância aceitável (0.01, 0.05 e 0.10 são os níveis de significância mais utilizados).

As funções apresentadas no quadro 7.1 geram estatísticas descritivas para uma amostra específica, excluindo observações ausentes, se houver. Se nada for informado sobre o **Sample** a ser utilizado, o EViews irá utilizar o **Sample** atual.

QUADRO 7.1: FUNÇÕES ESTATÍSTICAS

| Função         | Significado   |
|----------------|---|
| @cor(x,y)      | Coefficiente de correlação amostral entre x e y   |
| @cov(x,y)      | Covariância entre x e y   |
| @inner(x,y)    | Produto interno Euclidiano entre x e y  |
| @obs(x)        | Número de observações de x (exclui as observações ausentes "NA")  |
| @mean(x)       | Média dos valores de x  |
| @median(x)     | Mediana de x (no caso de número ímpar de observações, é informada a média das duas observações centrais). |
| @min(x)        | Valor mínimo que x assume na amostra analisada  |
| @max(x)        | Valor máximo que x assume na amostra analisada  |
| @quantile(x,q) | Informa o q-ésimo quartil da série x. Ex: @quantile(x,0.5) informa a mediana de x                         |
| @stdev(x)      | Raiz quadrada da variância amostral não viesada (divisão por n-1)   |
| @sum(x)        | Soma dos valores de x   |
| @sumsq(x)      | Soma dos quadrados dos valores de x   |
| @var(x)        | Variância de x (divisão por n)  |

## 7.1 TESTES PARA ESTATÍSTICA DESCRITIVA / TESTES DE HIPÓTESES SIMPLES

Esta seção trata de testes de hipóteses simples para a média, mediana e variância de uma série. Para conduzir qualquer um destes testes, deve-se abrir a série a ser testada (com um duplo clique sobre o nome da série) e selecionar **View / Tests for Descriptive Stats / Simple Hypothesis Tests**. Uma janela como a que segue será aberta:

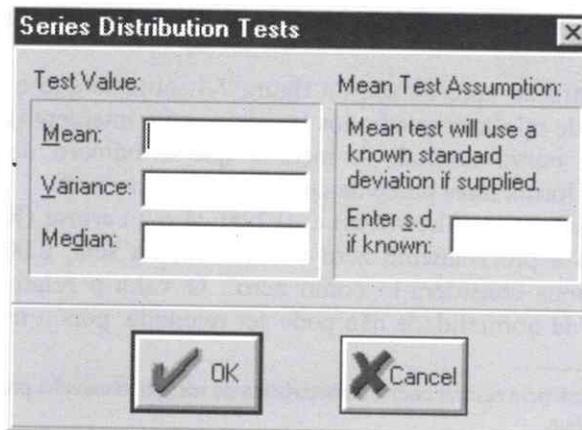


FIGURA 7.2: JANELA DE TESTE PARA MÉDIA, MEDIANA E VARIÂNCIA

### 7.1.1 Teste para a média

O EViews conduz um teste de hipóteses simples considerando como hipótese nula que a média ( $\mu$ ) da série  $X$  é igual a um valor especificado ( $m$ ) contra a hipótese alternativa (bicaudal) de que a média é diferente de  $m$ .

$$\begin{cases} H_0 : \mu = m \\ H_1 : \mu \neq m \end{cases}$$

Se você não especificar o desvio padrão de  $X$ , o EViews apresentará uma estatística-t baseada no desvio-padrão estimado de  $X$ , computada como:

$$t = \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{N}}, \text{ com o desvio-padrão definido como } s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}$$

onde  $N$  representa o número de observações de  $X$  e  $\bar{X}$  representa a média de  $X$ . Sob a hipótese nula e se  $X$  é normalmente distribuído, a estatística-t segue uma distribuição t com  $N-1$  graus de liberdade.

Se for especificado um valor para o desvio-padrão de  $X$ , o EViews apresentará uma estatística-z da seguinte forma:

$$z = \frac{\bar{X} - m}{\sigma/\sqrt{N}}$$

onde  $\sigma$  é o valor especificado do desvio-padrão de  $X$ . Sob a hipótese nula e se  $X$  é normalmente distribuído com desvio-padrão  $\sigma$ , a estatística-z segue uma distribuição normal padrão.

Para conduzir o teste para a média, entre com o valor sob hipótese nula no campo em branco após **Mean**. Se você desejar computar uma estatística-z para um dado desvio-padrão, digite o valor do desvio-padrão no campo em branco após (**Enter S.D. if known**). Você pode entrar com qualquer número nestes campos, inclusive com fórmulas.

A probabilidade apresentada é o valor-p, ou nível de significância marginal, contra a hipótese alternativa bicaudal. Se esta probabilidade for menor que o tamanho do teste<sup>10</sup>, digamos 0.05, rejeita-se a hipótese nula. O valor-p para um teste unicaudal é a metade do correspondente ao teste bicaudal.

### 7.1.2 Teste para a variância

O EViews conduz um teste sob a hipótese nula de que a variância da série  $X$  é igual a um valor especificado  $\sigma_0^2$  contra a hipótese alternativa (bicaudal) de que a variância de  $X$  é diferente de  $\sigma_0^2$ :

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{cases}$$

O EViews retorna uma estatística  $-\chi^2$  computada como:

$$\chi^2 = \frac{(N-1)s^2}{\sigma_0^2}, \text{ com } s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2$$

onde  $N$  representa o número de observações de  $X$  e  $\bar{X}$  representa a média de  $X$ . Sob a hipótese nula e se  $X$  é normalmente distribuído, a estatística- $\chi^2$  segue uma distribuição  $\chi^2$  com  $N-1$  graus de liberdade. Se o valor-p for inferior ao nível de significância estabelecido, rejeita-se a hipótese nula.

Para conduzir o teste de variância, digite o valor que ficará sendo a hipótese nula, no campo em branco ao lado de **Variance**. Pode ser digitado qualquer número positivo<sup>11</sup> neste campo, inclusive fórmulas.

<sup>10</sup> Tamanho do teste é a probabilidade de cometer um erro do tipo 1. É normalmente denotado por  $\alpha$  e também é conhecido como nível de significância (ver apêndice 2, parte 2).

<sup>11</sup> Se for informado um valor negativo, o EViews não realizará o teste e irá exibir a mesma janela com todos os campos em branco.

### 7.1.3 Teste para a mediana

O EViews conduz um teste sob a hipótese nula de que a mediana da série  $X$  é igual a um valor especificado  $m$  contra a hipótese alternativa (bicaudal) de que a mediana de  $X$  é diferente de  $m$ :

$$\begin{cases} H_0 : med(X) = m \\ H_1 : med(X) \neq m \end{cases}$$

O EViews apresenta quatro testes para a mediana. A interpretação do valor-p em todos os casos é análoga às descrições feitas para os testes de média e de variância. Para conduzir o teste de mediana, digite o valor que ficará sendo a hipótese nula, no campo em branco ao lado de **Median**.

## ESTIMANDO UMA REGRESSÃO (MQO) NO EVIEWS

Foi visto que ao criar um *workfile*, dois objetos estão inicialmente presentes: **C** e **RESID**. O vetor **C**, que armazena os valores dos coeficientes estimados da última regressão calculada no EVIEWS não é o único vetor que pode cumprir este papel. Pode-se criar outros vetores de coeficientes no EVIEWS. Para criar um novo vetor de coeficientes, seleciona **Objects / New Object...** na barra de ferramentas do *workfile* e em seguida selecione **Matrix-Vector-Coef**. Digite um nome para seu novo vetor de coeficientes e clique em OK. Surgirá uma janela da seguinte forma:

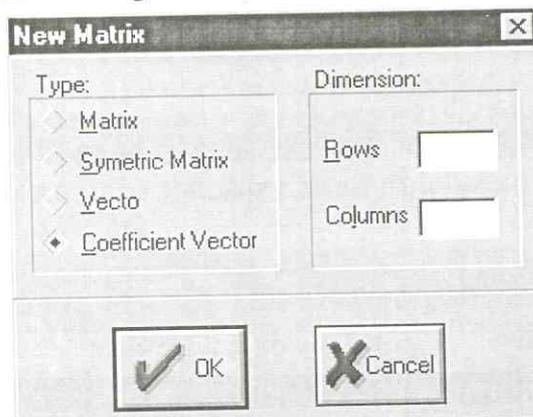


FIGURA 8.1: JANELA DE CRIAÇÃO DE OBJETOS MATEMÁTICAS

Selecione a opção **Coefficient Vector** e especifique o número de linhas (**Rows**) que este irá conter. O novo objeto será então incluído no *workfile* com o ícone de identificação de um vetor de coeficientes .

Uma outra forma de criar um vetor de coeficientes, por sinal bem mais simples, é utilizando a janela de comandos. Para tanto basta digitar **coef(n) nome**

Desta forma, se você quiser criar um vetor de coeficientes denominado **beta**, contendo cinco linhas, o comando é:

**coef(5) beta**

Este novo vetor de coeficientes poderá a partir de agora ser incluído em equações de regressão. Suponha que você tenha criado dois vetores de coeficientes, **alfa** e **beta**, cada um com uma única linha. Pode-se então especificar uma regressão como:

$$Y = \text{alfa}(1) + \text{beta}(1)*X$$

São descritos a seguir os procedimentos para calcular uma regressão simples no EVIEWS.

1. Selecionar **Objects / New Object / Equation** na barra de ferramentas do *workfile*<sup>12</sup> que contém as séries Y e X.
2. Digitar um nome para a equação (ex: EQ01) em **Name for Object** e clicar em **OK**;
3. Uma janela denominada **Equation Specification** será aberta (ver figura 8.2), onde devem ser digitados, nessa ordem, os nomes referentes à **variável dependente** (Y), a **constante** (C), se houver, e a **variável independente** (X), (ex: **Y C X**). Uma outra forma de especificar a equação de regressão é descrevendo sua forma funcional, ex: **Y = c(1) + c(2)\*X**.
4. Selecionar o método de estimação. O método que o programa mostra inicialmente (*default*) é o de Mínimos Quadrados (**LS-Least Squares (NLS and ARMA)**). Para visualizar outras opções de estimação disponíveis, deve-se clicar sobre a seta ao lado do campo **Method** (ver figura 8.3).

<sup>12</sup> Pode-se ainda clicar em **Quick / Estimate Equation...** no menu principal ou simplesmente entrar com o comando **equation** na janela de comandos.

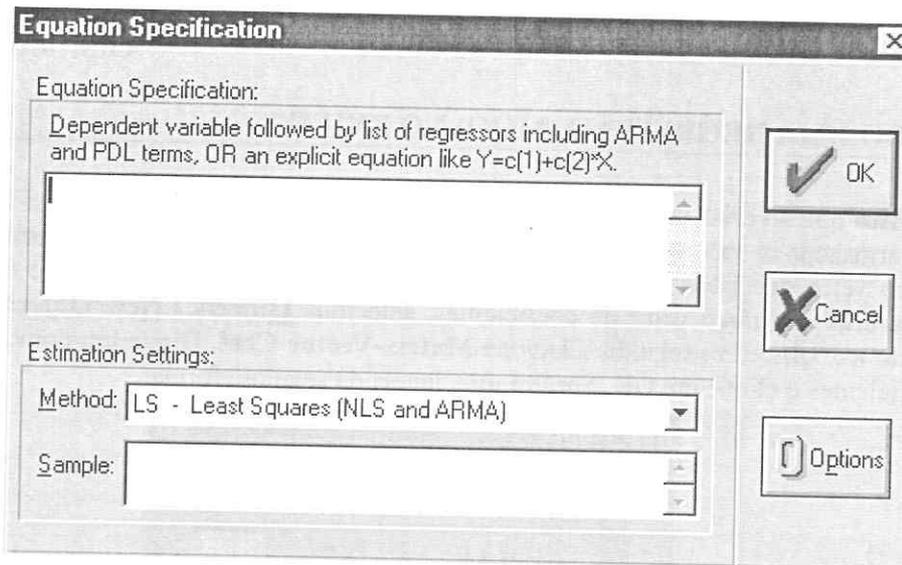


FIGURA 8.2: JANELA DE ESPECIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO

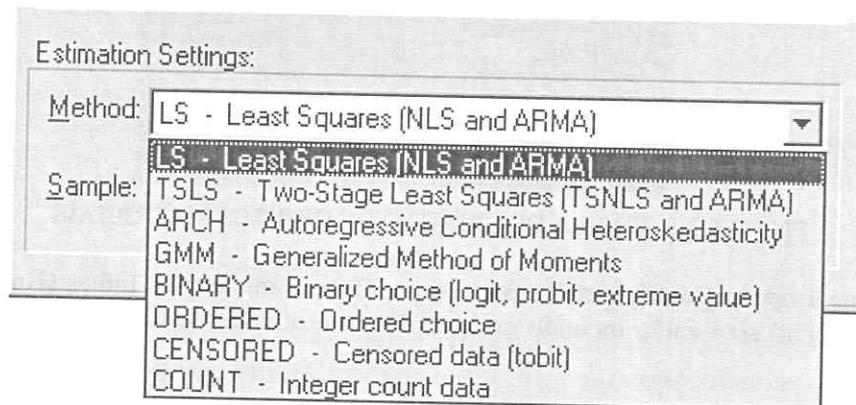


FIGURA 8.3: MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO

5. Resta finalmente especificar o **Sample** a ser utilizado na equação e clicar em **OK**. É interessante notar que o **Sample** que irá aparecer inicialmente como sugestão é o **sample** atual do *workfile*. Note ainda que mudanças no **Sample** da regressão não alteram o **Sample** do *workfile*.

O relatório padrão de uma regressão de mínimos quadrados no EViews é apresentado na figura 8.4.

| Equation: EQ01 Workfile: EXEMPLO   |       |                    |             |                       |             |          |          |       |        |
|--|-------|--------------------|-------------|-----------------------|-------------|----------|----------|-------|--------|
| View   | Procs | Objects            | Print       | Name                  | Freeze      | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: Y<br>Method: Least Squares<br>Date: 02/27/03 Time: 23:12<br>Sample: 1 10<br>Included observations: 9<br>Excluded observations: 1 |       |                    |             |                       |             |          |          |       |        |
|  |       | Variable           | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.    |          |       |        |
|  |       | C                  | 27.35484    | 6.098499              | 4.485504    | 0.0028   |          |       |        |
|  |       | X                  | 0.485484    | 0.035581              | 13.64462    | 0.0000   |          |       |        |
|  |       | R-squared          | 0.963764    | Mean dependent var    | 106.1111    |          |          |       |        |
|  |       | Adjusted R-squared | 0.958587    | S.D. dependent var    | 29.02346    |          |          |       |        |
|  |       | S.E. of regression | 5.906335    | Akaike info criterion | 6.583058    |          |          |       |        |
|  |       | Sum squared resid  | 244.1935    | Schwarz criterion     | 6.626886    |          |          |       |        |
|  |       | Log likelihood     | -27.62376   | F-statistic           | 186.1755    |          |          |       |        |
|  |       | Durbin-Watson stat | 2.997269    | Prob(F-statistic)     | 0.000003    |          |          |       |        |

FIGURA 8.4: RELATÓRIO PADRÃO DE UMA REGRESSÃO DE MÍNIMOS QUADRADOS NO EViews

Para efeito de simplificação, divide-se o relatório padrão em três partes, detalhadas a seguir:

#### 1 - Informações gerais

**Linha 1** – Nome da variável dependente;

**Linha 2** – Método de estimação utilizado;

**Linha 3** – Data e horário da execução da regressão;

**Linha 4** – Amostra utilizada na regressão;

**Linha 5** – Número de observações incluídas na regressão;

**Linha 6** – Número de observações excluídas da regressão. Em caso de ausência de informação em alguma das séries envolvidas na regressão, o EViews irá automaticamente ajustar o **Sample** de modo a excluir estas observações. O EViews irá informar sempre que isto ocorrer. (observe que no presente exemplo apenas uma observação foi excluída, isto é, possivelmente uma variável incluída na regressão (ou as duas) possui (em) uma observação não preenchida numericamente). Deve estar claro que esta linha pode ou não aparecer no relatório da regressão.

#### 2 - Resultados

Uma regressão padrão ( $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i$ ) pode ser escrita com base na notação matricial como  $Y = X\beta + \varepsilon$ , onde  $Y$  é um vetor coluna  $n$ -dimensional,  $X$  é uma matriz ( $n \times k$ ),  $\beta$  é o vetor ( $k \times 1$ ) de coeficientes,  $\varepsilon$  é o vetor ( $n \times 1$ ) de perturbações,  $n$  é o número de observações e  $k$  é o número de coeficientes do modelo, incluindo o termo de intercepto, se houver.

O EViews computa os valores dos coeficientes estimados pelo método dos mínimos quadrados da forma padrão:  $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$ . Estes valores são apresentados na segunda coluna, abaixo de **Coefficient**. Desta forma, a equação de regressão estimada é  $Y = X\hat{\beta} + e$ , onde  $e$  é o vetor ( $n \times 1$ ) de resíduos. A terceira coluna traz os valores dos desvios-padrões dos coeficientes estimados de acordo com sua posição na matriz de variância e covariância dada por:  $s^2(X'X)^{-1}$ , onde  $s^2 = (e'e)/(n-k)$ . A estatística  $t$  é dada pela razão entre o coeficiente estimado e seu desvio padrão, uma vez que o referido teste tem como hipótese nula que o coeficiente em questão é estatisticamente igual a zero.

**Coluna 1** – Identificação de cada variável (C para a constante). É interessante notar que se a regressão for especificada como lista (ex:  $Y \ C \ X$ ), os coeficientes serão nomeados na coluna **Variable** com o nome do regressor correspondente. Se a equação for especificada por fórmula (ex:  $Y=c(1)+c(2)*X$ ), o EVIEWS listará os coeficientes como  $c(1)$ ,  $c(2)$ , etc. ou outra denominação dada ao vetor de coeficientes.

**Coluna 2** – Valores dos coeficientes estimados, onde  $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$ ;

**Coluna 3** – Desvio padrão dos coeficientes estimados, com base na matriz de variância e covariância  $s^2(X'X)^{-1}$ , onde  $s^2 = \frac{e'e}{n-k}$ ;

**Coluna 4** – Estatística t dos coeficientes estimados. A estatística t computada trabalha com a hipótese nula de que o coeficiente em questão é estatisticamente igual a zero,

$$\begin{cases} H_0: \beta_i = 0 \\ H_1: \beta_i \neq 0 \end{cases} \quad t = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{ep(\hat{\beta}_i)} = \frac{\hat{\beta}_i}{ep(\hat{\beta}_i)}$$

onde  $ep(\hat{\beta}_i)$  corresponde ao erro padrão estimado do i-ésimo coeficiente estimado da regressão. Desse modo, a estatística t apresentada resume-se simplesmente à razão entre o coeficiente estimado e seu erro padrão estimado;

**Coluna 5** – Probabilidade (valor-p ou *p-value*). Este valor consiste na probabilidade exata de cometer um erro do tipo 1<sup>13</sup>. O valor-p pode ainda ser definido como o mais baixo nível de significância em que a hipótese nula pode ser rejeitada. Assim, se o valor-p for maior que o nível de significância que se está adotando, não se deve rejeitar a hipótese nula.

### 3 - Estatísticas gerais da regressão

**R-squared** - Coeficiente de determinação da regressão ( $R^2$ ), obtido por:

$$R^2 = \frac{\hat{y}'\hat{y}}{y'y} = 1 - \frac{e'e}{y'y}$$

onde  $\begin{cases} \hat{y} = \hat{Y} - \bar{Y} \\ y = Y - \bar{Y} \end{cases}$  e  $\hat{Y}$  corresponde ao  $Y$  estimado por MQO;

**Adjusted R-squared** -  $R^2$  ajustado ( $\bar{R}^2$ ), dado por:

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k}$$

**S.E. of regression** - Desvio padrão da regressão dado por  $\sqrt{s^2}$ ;

**Sum squared resid** - Soma dos quadrados dos resíduos ( $e'e$ );

**Log likelihood** - logaritmo natural da função de máxima verossimilhança (assumindo que os erros são normalmente distribuídos), dado por:

$$\ell = -\frac{n}{2} [1 + \ln(2\pi) + \ln(e'e/n)]$$

**Durbin-Watson stat** - estatística  $d$  de Durbin-Watson definida como:

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2}$$

**Mean dependent var** - média da variável dependente;

**S.D. dependent var** - desvio padrão da variável dependente;

<sup>13</sup>O Erro do tipo 1 consiste em rejeitar a hipótese verdadeira, enquanto que o Erro do tipo 2 em não rejeitar a hipótese falsa (ver apêndice 2, parte 2).

**Akaike info criterion** - critério de Akaike, definido por:  $AIC = -2\ell/n + 2k/n$ , onde  $k$  = número de coeficientes estimados e  $n$  = número de observações.

**Schwarz criterion** - critério de Schwarz, definido por:  $SC = -2\ell/n + (k \ln n)/n$

**Obs:** Detalhes sobre **Akaike info criterion** e **Schwarz criterion** são dados no capítulo 14, seção 14.1.

**F-statistic** - Estatística F. Testa a significância global da regressão, ou seja:

$$\begin{cases} H_0 : R^2 = 0 \\ H_1 : R^2 > 0 \end{cases} \text{ ou alternativamente, } \begin{cases} H_0 : \beta_2 = \dots = \beta_k = 0 \\ H_1 : \text{pelo menos um dos } \beta\text{'s} \neq 0 \end{cases}$$

**Prob (F-statistic)** - valor-p<sup>14</sup> referente à estatística F.

Para calcular uma regressão múltipla no EVIEWS, o procedimento é semelhante ao de uma regressão simples, devendo-se acrescentar apenas as outras variáveis explicativas à expressão após o termo de intercepto (C), caso o modelo contenha.

$$\text{Ex.: } Y_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + e_i$$

Depois de criado o *workfile* e importados ou digitados os dados referentes às variáveis que serão utilizadas na regressão, deve-se seguir os seguintes procedimentos:

1. Selecionar no menu principal **Objects / New Object / Equation**;
2. Digitar em **Equation Specification** as séries nesta ordem: 1: variável dependente; 2: intercepto (C) se houver; 3: o conjunto de variáveis explicativas. Desta forma, o modelo do exemplo nos sugere que seja digitado **Y C X2 X3** e em seguida clicar em **OK**. Será então aberta uma janela com os resultados da regressão.
3. Selecionando **View / Representations** na barra de ferramentas da janela da equação, você poderá verificar o comando, a forma funcional da equação e a equação com os coeficientes substituídos pelos valores encontrados. Deverá aparecer uma janela como a que se segue:

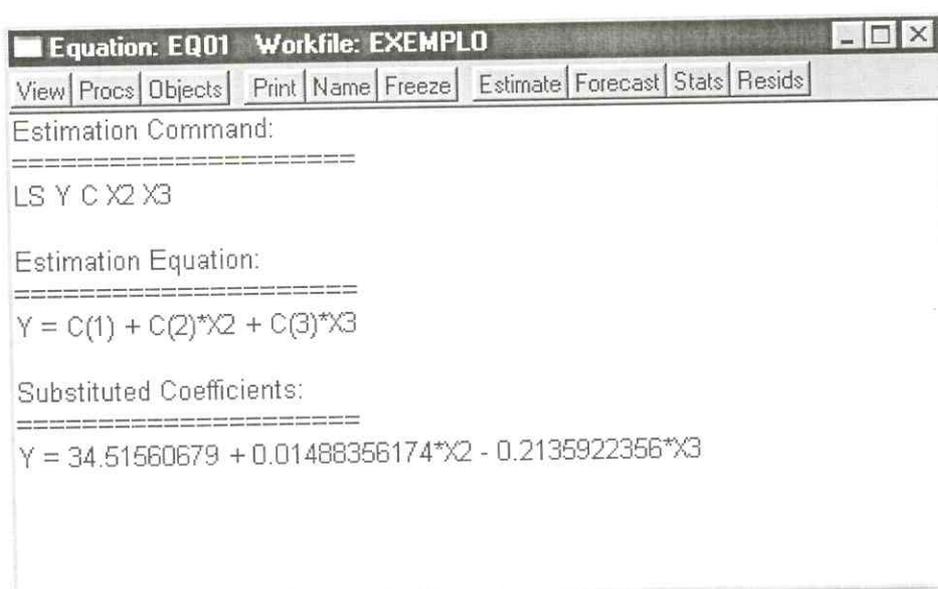


FIGURA 8.5: REPRESENTAÇÕES DA EQUAÇÃO DE REGRESSÃO ESTIMADA

É possível copiar as informações da janela acima simplesmente selecionando a parte de interesse e teclando **Ctrl + C**. Em seguida, pode-se colar a informação no Word, por exemplo, da forma usual.

Para gerar a matriz de variância e covariância, deve-se selecionar **View / Covariance Matrix** na barra de ferramentas do *workfile*. Será gerada então uma matriz simétrica contendo na diagonal

<sup>14</sup> Ver apêndice 2, parte 2.

principal as variâncias dos coeficientes estimados da regressão e fora da diagonal principal aparecem as covariâncias<sup>15</sup>.

| Equation: EQ01 Workfile: EXEMPLO  |           |           |           |  |
|---|-----------|-----------|-----------|--|
| View   Procs   Objects   Print   Name   Freeze   Estimate   Forecast   Stats   Resids |           |           |           |  |
| Coefficient Covariance Matrix   |           |           |           |  |
|   | C         | X2        | X3        |  |
| C   | 14.86704  | 0.006977  | -0.455393 |  |
| X2  | 0.006977  | 4.81E-06  | -0.000249 |  |
| X3  | -0.455393 | -0.000249 | 0.014861  |  |

FIGURA 8.6: MATRIZ DE VARIÂNCIA E COVARIÂNCIA DOS COEFICIENTES DA REGRESSÃO

É importante notar que esta matriz refere-se aos coeficientes estimados, sendo assim diferente daquela gerada quando temos o grupo contendo **Y**, **X2**, **X3** e selecionamos **View / Covariance** na barra de ferramentas do grupo. Este último processo gera uma matriz como a que é apresentada em seguida.

| Group: GROUP01 Workfile: EXEMPLO   |          |          |          |  |
|--|----------|----------|----------|--|
| View   Procs   Objects   Print   Name   Freeze   Sample   Sheet   Stats   Spec |          |          |          |  |
| Covariance Matrix  |          |          |          |  |
|  | Y        | X2       | X3       |  |
| Y  | 51.99690 | 4127.104 | 65.85509 |  |
| X2   | 4127.104 | 365137.8 | 6121.228 |  |
| X3   | 65.85509 | 6121.228 | 118.2187 |  |

FIGURA 8.7: MATRIZ DE VARIÂNCIA E COVARIÂNCIA DAS VARIÁVEIS Y, X2 E X3.

Note que o título da cada matriz deixa bastante clara a diferença entre ambas. Enquanto que na matriz acima (matriz de variância e covariância das séries) temos o título **Covariance Matrix**, na matriz de variância e covariância dos coeficientes estimados temos o título **Coefficient Covariance Matrix**.

Foi visto que há duas maneiras de especificar uma equação de regressão no EViews. Uma opção é listar as variáveis que compõem o modelo na seguinte ordem:

**Variável dependente**      **intercepto** (se houver)      **Variáveis explicativas**

O modelo  $Y_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + \hat{\beta}_4 X_{4i} + e_i$  é especificado no formato de lista como **Y C X2 X3 X4**. Na forma de equação, este modelo é especificado por **Y=c(1)+c(2)\*X2+c(3)\*X3+c(4)\*X4**

As duas maiores utilidades de especificar um modelo no formato de equação ocorrem na estimação de modelos restritos ou de modelos não lineares. Por exemplo, suponha-se que na regressão  $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \beta_4 X_{4i} + \varepsilon_i$ , deseja-se restringir os coeficientes  $\beta_2, \beta_3$  e  $\beta_4$  à  $\beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 1$ . Temos então que a seguinte equação deve ser especificada:

**Y=c(1)+c(2)\*X2+c(3)\*X3+(1-c(2)-c(3))\*X4**

Note que na forma de lista, o modelo com restrição seria expresso por:

**Y-X4 C X2-X4 X3-X4**

<sup>15</sup> No capítulo 10 é mostrado passo a passo como criar uma matriz de variância e covariância.

pois

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \beta_4 X_{4i} + \varepsilon_i$$

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + (1 - \beta_2 - \beta_3) X_{4i} + \varepsilon_i$$

$$Y_i - X_{4i} = \beta_1 + \beta_2 (X_{2i} - X_{4i}) + \beta_3 (X_{3i} - X_{4i}) + \varepsilon_i$$

Para estimar um modelo não linear, simplesmente digite a fórmula do modelo não linear no campo de especificação da equação e o EVIEWS irá automaticamente detectar a não linearidade e estimar o modelo usando mínimos quadrados não lineares.

QUADRO 8.1: COMANDOS ÚTEIS PARA TRABALHAR EM PROGRAMAÇÃO UTILIZANDO A JANELA DE COMANDOS OU O MODO DE PROGRAMAÇÃO DO EVIEWS (RESPOSTA = ESCALAR)

|               |  |
|---------------|--|
| @aic          | Critério de Akaike   |
| @coefcov(i,j) | Covariância entre os coeficientes estimados $i$ e $j$  |
| @coefs(i)     | Valor do $i$ -ésimo coeficiente estimado   |
| @dw           | Estatística de Durbin-Watson   |
| @f            | Estatística F  |
| @jstat        | Estatística J (utilizada no GMM)   |
| @logl         | Valor do log da função de verossimilhança  |
| @meandep      | Média da variável dependente   |
| @ncoef        | Número de coeficientes estimados   |
| @r2           | Coefficiente de determinação da regressão ( $R^2$ )  |
| @rbar2        | $R^2$ ajustado   |
| @regobs       | Número de observações da regressão   |
| @schwarz      | Critério de Schwarz  |
| @sddep        | Desvio padrão da variável dependente   |
| @se           | Desvio padrão da regressão   |
| @ssr          | Soma dos quadrados dos resíduos  |
| @stderrs(i)   | Desvio padrão do coeficiente $i$   |
| @tstats(i)    | Valor da estatística $t$ para o coeficiente $i$ (Com a hipótese nula de que o verdadeiro coeficiente é zero) |
| c(i)          | $i$ -ésimo elemento do vetor de coeficientes da equação  |

Os comandos do quadro 8.1 geram como resposta um escalar. No quadro 8.2 são apresentados os comandos que geram como resposta matrizes ou vetores:

QUADRO 8.2: COMANDOS ÚTEIS PARA TRABALHAR EM PROGRAMAÇÃO UTILIZANDO A JANELA DE COMANDOS OU O MODO DE PROGRAMAÇÃO DO EVIEWS (RESPOSTA = MATRIZ / VETOR)

|          |  |
|----------|--|
| @cofcov  | Matriz de covariância dos coeficientes estimados |
| @coefs   | Vetor de coeficientes                            |
| @stderrs | Vetor de desvios-padrões dos coeficientes        |
| @tstats  | Vetor de estatísticas t dos coeficientes         |

## 8.1 EXIBINDO OS GRÁFICOS DOS RESÍDUOS DE UMA REGRESSÃO

Com o *workfile* ativo, abrir a equação de regressão (um duplo clique no ícone referente à equação de regressão) e selecionar na barra de ferramentas da janela da equação **View / Actual, Fitted, Residual / Actual, Fitted, Residual Table**, devendo então aparecer uma janela como a do modelo abaixo:

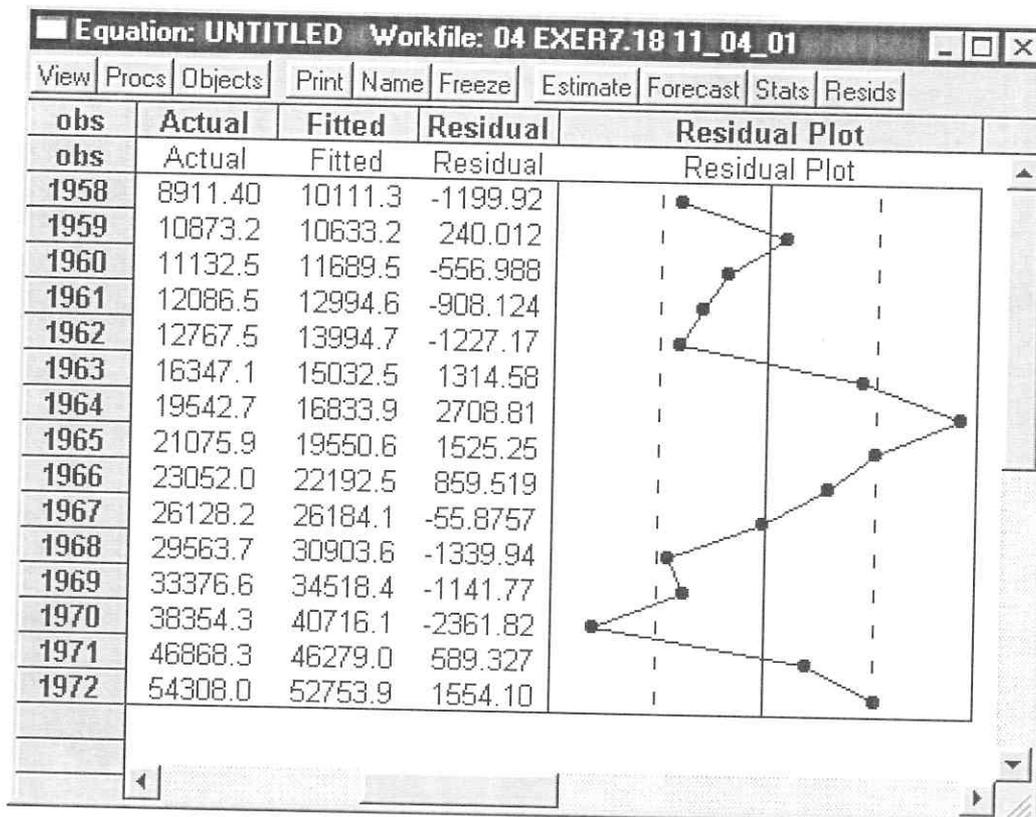


FIGURA 8.8: TABELA COM OS VALORES REAIS E AJUSTADOS DA VARIÁVEL DEPENDENTE E A SÉRIE DE RESÍDUOS REPRESENTADA NUMÉRICA E GRAFICAMENTE

Outra opção que o EViews proporciona é a forma de gráfico. Basta selecionar **View / Actual, Fitted, Residual / Actual, Fitted, Residual Graph** na barra de ferramentas da equação. A figura 8.9 fornece um exemplo de como o EViews apresenta este tipo de representação.

É relevante notar a diferença de escala entre o gráfico do resíduo (**Residual**) e das séries real (**Actual**) e ajustada (**Fitted**). A escala do resíduo é representada pelo eixo vertical à esquerda e a escala das séries é apresentada no eixo vertical à direita.

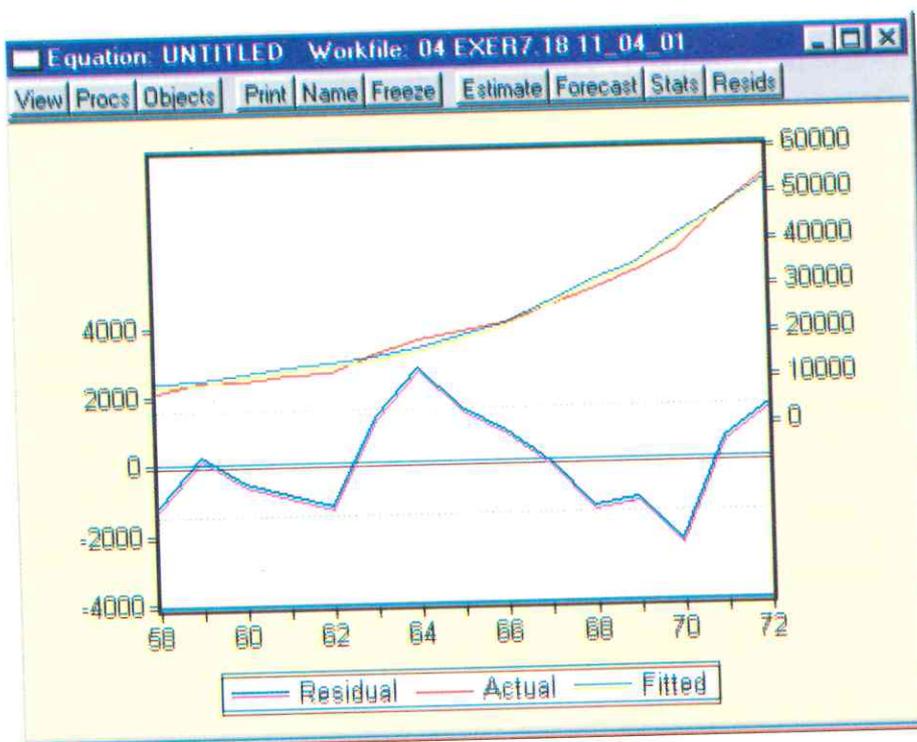


FIGURA 8.9: GRÁFICO DAS SÉRIES REAL E AJUSTADA DA VARIÁVEL DEPENDENTE E DA SÉRIE DE RESÍDUOS

## 8.2 ADICIONANDO OU EXCLUINDO VARIÁVEIS EM UM MODELO (MQO) NO EIEWS

Seja o modelo inicial da forma  $Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + e_i$ . Para calcular a referida regressão, seleciona-se **Object / New Objects / Equation** na barra de menu e digita-se **Y C X1 X2 X3** em **Equation Specification** e **OK**. Clicar em **Name**, digitar **EQ01** em **Name to Identify Object** e clicar em **OK**.

Os passos a seguir tratam da criação de uma cópia de **EQ01** que será modificada. A equação modificada **EQ02** difere da **EQ01** pelo fato de não conter a série **X1** como uma das variáveis explicativas.

1. Criar uma cópia da **EQ01**, selecionando **Objects / Copy Objects** na barra de ferramentas da **EQ01**. Uma cópia **UNTITLED** do output da estimação da **EQ01** será mostrada em uma nova janela.
2. Nessa nova janela contendo a equação, selecione **Estimate**, delete **X1** de **Equation Specification** e clique em **OK**.
3. Para preservar a última estimação (sem a série **X1**), selecione **Name** na barra de ferramentas da equação, digite **EQ02** em **Name to Identify Object** e clique em **OK**.
4. Comparar as duas equações com base nas estatísticas  $t$ ,  $R^2$  ajustado, critérios de Akaike e Schwarz entre outros (para critérios de escolha entre modelos, ver capítulo 14).

### 8.2.1 Defasando variáveis em uma regressão

Nesta seção, será indicado como especificar no EViews um modelo com variáveis explicativas defasadas, como o exemplo abaixo:

$$Y_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{2t} + \hat{\beta}_2 X_{2,t-1} + \hat{\beta}_3 X_{3t} + e_t$$

Com o *workfile* que contém as séries **Y**, **X2** e **X3** aberto, selecionar **Objects / New Object / Equation** na barra de ferramentas do *workfile*. Entrar com **Y C X2 X2(-1) X3** em **Equation Specification** e clicar em **OK**.

Note que o programa mostra que em casos onde há defasagem nas variáveis, há um ajustamento na amostra (**Sample**). O **Sample** no *workfile* será sempre maior ou igual ao do relatório da regressão. Portanto, deve-se estar ciente de que incluindo variáveis defasadas em uma regressão, há uma modificação nos graus de liberdade.

### 8.3 FORMAS FUNCIONAIS COMUNS E ELASTICIDADE

Nesta seção serão mostradas algumas formas funcionais comuns em econometria. Por simplicidade, trataremos do caso de regressão simples, entretanto a generalização para o caso múltiplo é perfeitamente válida. Para cada especificação será deduzida a forma da elasticidade e fornecida a instrução para gerar esta informação no EViews.

Considere que temos um *workfile* aberto contendo as séries  $Y$  e  $X$  além, é claro, de **C** e **RESID**. Convencionalmente  $Y$  é tratada como variável dependente e  $X$  como variável explicativa.

A elasticidade é uma medida de sensibilidade de uma variável em relação à outra. O seu valor nos informa a variação percentual que ocorrerá em  $Y$  como reação a uma variação percentual unitária em  $X$ . A elasticidade de  $Y$  em relação à  $X$  é expressa da seguinte forma:

$$\mathcal{E}_{Y,X} = \lim_{\Delta X \rightarrow 0} \frac{\Delta Y / Y}{\Delta X / X} = \lim_{\Delta X \rightarrow 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X} \cdot \frac{X}{Y} = \frac{dY}{dX} \cdot \frac{X}{Y}$$

i) Modelo linear:  $Y_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X_i + u_i$

$$\frac{dY}{dX} = \hat{\beta} \quad \therefore \quad \mathcal{E}_{Y,X} = \hat{\beta} \cdot \frac{X}{Y} \quad (\text{normalmente se usa } \bar{X} \text{ e } \bar{Y})$$

Comandos no EViews (digitar na janela de comandos):

**equation eq01.ls y c x**

**vector elast01yx=eq01.@coefs(2)\*(@mean(x)/@mean(y))**

ii) Modelo log-log (log-linear ou de elasticidade constante):  $\ln Y_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln X_i + u_i$

$$\frac{1}{Y} \cdot \frac{dY}{dX} = \hat{\beta} \cdot \frac{1}{X} \quad \therefore \quad \mathcal{E}_{Y,X} = \hat{\beta} = \frac{dY}{dX} \cdot \frac{X}{Y}$$

Este resultado justifica o fato de o modelo log-linear ser alternativamente chamado de modelo de elasticidade constante, pois o coeficiente angular  $\hat{\beta}$  mede a elasticidade de  $Y$  em relação à  $X$ .

Comandos no EViews (digitar na janela de comandos):

**equation eq02.ls log(y) c log(x)**

**vector elast02yx=eq02.@coefs(2)**

iii) Modelo log-lin:  $\ln Y_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X_i + u_i$

$$\frac{1}{Y} \cdot \frac{dY}{dX} = \hat{\beta} \quad \therefore \quad \mathcal{E}_{Y,X} = \hat{\beta} \cdot X = \frac{dY}{dX} \cdot \frac{X}{Y}$$

Comandos no EViews (digitar na janela de comandos):

**equation eq03.ls log(y) c log(x)**

**vector elast03yx=eq03.@coefs(2)\*@mean(x)**

iv) Modelo lin-log:  $Y_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \ln X_i + u_i$

$$\frac{dY}{dX} = \hat{\beta} \cdot \frac{1}{X} \quad \therefore \quad \mathcal{E}_{Y,X} = \hat{\beta} \cdot \frac{1}{Y} = \frac{dY}{dX} \cdot \frac{X}{Y}$$

Comandos no EViews (digitar na janela de comandos):

**equation eq04.ls y c log(x)**

**vector elast04yx=eq04.@coefs(2)\*(1/@mean(y))**

v) Modelo recíproco:  $Y_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \frac{1}{X_i} + u_i$

$$\frac{dY}{dX} = -\hat{\beta} \cdot \frac{1}{X_i^2} \quad \therefore \quad \mathcal{E}_{Y,X} = -\hat{\beta} \cdot \frac{1}{XY} = \frac{dY}{dX} \cdot \frac{X}{Y}$$

Comandos no EViews (digitar na janela de comandos):

**equation eq05.ls y c 1/x**

**vector elast05yx=eq05.@coefs(2)\*(1/(@mean(x)\*@mean(y)))**

QUADRO 8.3: SÍNTESE DE ALGUMAS FORMAS FUNCIONAIS NO EVIEWS

| FORMA FUNCIONAL | ESPECIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO                                    | ESPECIFICAÇÃO NO EVIEWS         |
|-----------------|---|---------------------------------|
| Linear          | $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$                   | <b>Y C X1 X2</b>                |
| Duplo-log       | $\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 \ln X_2$       | <b>Log(Y) C log(X1) log(X2)</b> |
| Lin-log         | $Y = \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 \ln X_2$           | <b>Y C log(X1) log(X2)</b>      |
| Log-lin         | $\ln Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$               | <b>Log(Y) C X1 X2</b>           |
| Polinomial      | $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 (X_1^2) + \beta_3 X_2$ | <b>Y C X1 X1^2 X2</b>           |
| Inverso         | $Y = \beta_0 + \beta_1 (1/X_1) + \beta_2 X_2$               | <b>Y C 1/X1 X2</b>              |
| Dummy*          | $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 D_1$                   | <b>Y C X1 D1</b>                |
| Dummy**         | $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 D_1 + \beta_3 D_1 X_1$ | <b>Y C X1 D1 D1*X1</b>          |

\*Dummy para mudança de intercepto

\*\*Dummy para mudança de intercepto e inclinação

---

# PARTE 02

---

*A econometria faz largo uso de aspectos ligados à álgebra linear e matricial. A vantagem da abordagem matricial em econometria relativamente à álgebra escalar é que ela proporciona um método compacto de manipular modelos de regressão envolvendo qualquer número de variáveis. Deste modo, qualquer material didático de econometria, mesmo em nível básico, deve explorar aspectos ligados a essas disciplinas. Esta parte do manual se ocupa da construção e utilização de matrizes e vetores no EViews. As ferramentas apresentadas são devidamente acompanhadas de exemplos convenientes.*

---

**TRABALHANDO COM MATRIZES E VETORES NO EViews**

---

**9.1 INTRODUÇÃO**

O EViews dispõe dos seguintes objetos que podem ser manipulados utilizando os comandos da linguagem matricial:

1. **coef**: vetor coluna de coeficientes a ser usado em objetos do tipo **Equation**, **Pool**, **System** e **Sspace**.
2. **matrix**: arranjo bidimensional.
3. **rowvector**: vetor linha.
4. **scalar**: escalar.
5. **sym**: matriz simétrica.
6. **vector**: vetor coluna.

O EViews trata estes objetos como **Matrix Objects**, apesar de alguns objetos não serem exatamente matrizes.

Assim como todas as funções do EViews, os assim chamados **Matrix Objects** podem ser gerados a partir de comandos digitados na janela de comandos ou no modo de programação, ou ainda por intermédio da barra de ferramentas.

Para criar um dos objetos descritos acima, seleciona-se **Objects / New Object** na barra de ferramentas do *workfile*. Será exibida uma janela de acordo com o modelo apresentado na figura 9.1.

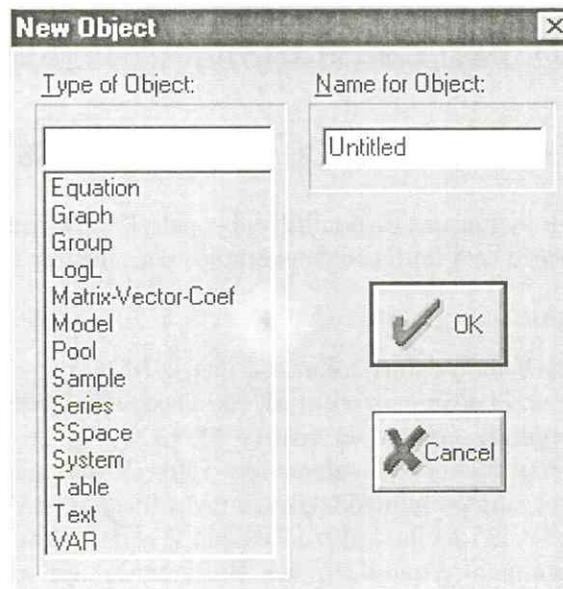


FIGURA 9.1: JANELA DE CRIAÇÃO DE UM NOVO OBJETO

O quadro referente à opção **Name for Object** aparece inicialmente preenchido com **Untitled**, indicando que o objeto que será criado não tem título. Para dar um título ao objeto basta preencher o quadro com o nome desejado. Seleciona-se em seguida a opção **Matrix-Vector-Coef** e será aberta uma janela semelhante a apresentada na figura 9.2.

Deve-se preencher esta janela com as informações referentes à dimensão do objeto a ser criado, indicando o número de linhas (**Rows**) e colunas (**Columns**).

Para criar um dos objetos através da janela de comandos, deve-se informar o objeto que será criado (**coef**, **matrix**, **rowvector**, **scalar**, **sym** ou **vector**) seguido pelas dimensões do objeto (entre

parênteses) e o nome que será dado ao objeto. Pode-se ainda criar os referidos objetos diretamente pela janela de comandos, como mostram os exemplos a seguir.

**coef(5) BETA**

Gera um vetor de coeficientes com cinco linhas, denominado **BETA**.

**matrix(5,4) A**

Gera uma matriz (5x3) denominada **A**.

**vector(7) V**

Gera um vetor coluna com 7 linhas denominado **V**.

**rowvector(6) R**

Gera um vetor linha com 6 colunas denominado **R**.

**sym(4) S**

Gera uma matriz simétrica de ordem 4, denominada **S**.

Para preencher o objeto criado com informações numéricas, deve-se abrir o objeto com um duplo clique, clicar em **Edit+/-** e digitar os valores.

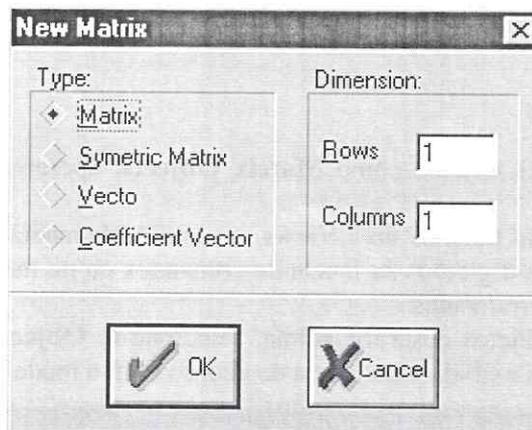


FIGURA 9.2: JANELA DE CRIAÇÃO DE UM OBJETO MATRICIAL

## 9.2 FUNÇÕES GERAIS PARA CONSTRUÇÃO DE MATRIZES

São descritas a seguir as funções disponibilizadas pelo EViews que auxiliam na construção de matrizes. Sempre que necessário será feito uso de exemplos para ilustrar a explicação.

### 1. Comando: **colplace(M,V,n)**

Insere o vetor coluna **V** na **n**-ésima coluna da matriz **M**. O número de linhas de **M** e **V** deve ser o mesmo e a coluna destino já deve existir em **M**. Ex: Deseja-se inserir os valores do vetor coluna **V** (com três linhas) na segunda coluna da matriz **M** (3 x 3). O comando a ser utilizado é **colplace(M,V,2)**. Caso queira incluir os valores do vetor **V** na quarta coluna, aparecerá uma mensagem de erro indicando a impossibilidade de executar a função. Isto ocorrerá porque no exemplo em questão, a matriz **M** é 3x3 e não aceitará instruções que se refiram à sua quarta coluna, pois ela não existe. A solução para este problema é muito simples. Basta entrar com o comando **matrix(3, 4) M** na janela de comandos, que o EViews irá automaticamente redimensionar a matriz **M** como (3x4).

### 2. Comando: **@columnextract(M, n)**

Extraí a **n**-ésima coluna da matriz **M**, podendo **M** ser um objeto do tipo **matrix** ou **sym** (matriz simétrica).

### 3. Comando: **@columns(O)**

Informa o número de colunas da matriz **O**.

4. Comando: **@convert(O, smp)**

Esta função é utilizada para converter objetos de um tipo em outro tipo compatível em relação à dimensão.

Ex.1: **vector S=@convert(X1)**

Sendo **X1** uma série, este comando irá converter a série **X1** em um vetor coluna denominado **S**. É importante notar que a série **X1** continuará existindo.

Ex.2: **matrix x=@convert(group01)**

Considerando **group01** como sendo um objeto do tipo grupo contendo as séries **X1**, **X2** e **X3**, este comando irá converter **group01** em um objeto do tipo matriz denominado **X**. As séries do grupo **group01** serão incluídas na matriz **X** na mesma ordem que estão dispostas no grupo. Se alguma das séries do grupo contiver valores NA (não numéricos), a observação será omitida para todas as séries.

---

5. Comando: **@filledmatrix(n1, n2, n3)**

Retorna uma matriz com **n1** (inteiro) linhas e **n2** (inteiro) colunas, com cada entrada da matriz preenchida pelo número **n3**.

---

6. Comando: **@filledrowvector(n1, n2)**

Retorna um vetor linha com **n1** (inteiro) colunas, onde cada elemento contém o número **n2**.

---

7. Comando: **@filledsym(n1, n2)**

Gera uma matriz simétrica de ordem **n1**, onde cada entrada da matriz contém o número **n2**.

Ex.1: **matrix W = @filledsym(4, 1)**

Gera uma matriz quadrada de ordem 4, denominada **W**, onde cada entrada contém o valor 1. Note que o tipo de objeto é definido pelo usuário, assim:

Ex.2: **matrix X = @filledsym(3, 2)**

Gera uma **matriz** quadrada de ordem 3, denominada **X**, contendo 2 em cada uma de suas entradas.

Ex.3: **sym Y = @filledsym(3, 2)**

Gera uma **matriz simétrica (sym)** quadrada de ordem 3, denominada **Y**, contendo 2 em cada uma de suas entradas.

**Obs:** Note a diferença entre matriz (**matrix**) e matriz simétrica (**sym**). A primeira tem como símbolo  $\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$  e a segunda  $\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$ . Além disso, o objeto do tipo **matrix** aceita qualquer valor em suas entradas, enquanto que o objeto do tipo **sym** aceita apenas valores em pares, respeitando a seguinte condição:  $a_{ij} = a_{ji}$ . Caso essa condição não seja respeitada, o EVIEWS irá ajustar arbitrariamente o objeto do tipo **sym** de modo a tornar a matriz simétrica.

---

8. Comando: **@filledvector(n1, n2)**

Retorna um vetor coluna com **n1** linhas, todas contendo o número **n2**.

---

9. Comando: **@getmaindiagonal(M)**

Retorna um vetor criado a partir da diagonal principal do objeto do tipo **matrix** (ou **sym**) denominada **M**.

---

10. Comando: **@identity(n)**

Gera uma matriz identidade de ordem **n**.

### 11. Comando: @makediagonal(V, k)

Gera uma matriz quadrada com o vetor especificado, **V**, na **k**-ésima diagonal relativamente à diagonal principal e zero nas outras entradas da matriz. Se não for especificado um valor para **k** ou se **k=0**, a matriz resultante será quadrada de ordem igual ao número de elementos do vetor **V**. No caso de **k** diferente de zero, a matriz será quadrada de ordem igual ao número de elementos do vetor **V** mais o valor absoluto de **k**, e irá incluir os valores de **V** na diagonal distante da principal por **k**.

Ex.1: **matrix M1 = @makediagonal(V1)**

Ex.2: **matrix M2 = @makediagonal(V1,1)**

Ex.3: **matrix M3 = @makediagonal(R1,-3)**

**M1** irá conter **V1** na diagonal principal; **M2** irá conter **V1** na diagonal imediatamente acima da diagonal principal; **M3** irá conter **R1** três posições abaixo da diagonal principal. É importante notar que o sinal de **k** está relacionado com a posição de **V** acima (sinal positivo) ou abaixo (sinal negativo) da diagonal principal.

### 12. Comando: matplace(M1, M2, n1, n2)

Insere a matriz **M2** na matriz **M1** na linha **n1** e coluna **n2**. As dimensões das duas matrizes não importam, desde que **M1** seja suficientemente grande para conter **M2** completa com a célula superior esquerda de **M2** localizada na linha **n1** e na coluna **n2** de **M1**.

Ex.1: **matrix(100,5) M1=1**

**matrix(100,2) M2**

**matplace(M1,M2,1,1)**

O primeiro comando gera uma matriz 100x5 denominada **M1**, contendo 1 em todas as suas entradas. O segundo comando gera uma matriz 100x2 denominada **M2**. Como não foram especificados os valores de cada entrada, todas conterão o valor zero.

**IMPORTANTE!!!** Para alterar os números de um objeto do tipo **matrix** ou **sym**, basta selecionar  na barra de ferramentas do objeto. Este procedimento é semelhante ao usado em séries.

### 13. Comando: mtos(V1, ser1, sample) ou mtos(M1, G1, sample)

onde: **V1** é um vetor, **ser1** é uma série, **sample** representa o **Sample** do vetor (ou da matriz), **M1** é uma matriz e **G1** é um grupo.

Converte um vetor (ou uma matriz) em uma série (ou em um grupo). Preenche a série ou o grupo com os dados do vetor ou da matriz. O número de observações incluídas no **Sample** deve ser igual ao número de linhas da matriz (ou do vetor) a ser convertida. Se não for especificado o **Sample**, a matriz será convertida com base no **Sample** atual. Acredita-se que os exemplos a seguir colaboram para um melhor entendimento do comando:

Ex.1: **mtos(A, group01)**

converte a primeira coluna da matriz **A** na primeira série do **group01**, a segunda coluna de **A** na segunda série do **group01** e assim por diante. Para isso, o **Sample** atual do *workfile* deve ser igual ao número de linhas da matriz **A**. O número de séries do **group01** que será criado será igual ao número de colunas da matriz **A**. As séries criadas recebem os nomes de **SER1**, **SER2** e assim por diante.

Ex.2: **sample S 1980 2002**

**mtos(A, gr1, s)**

A primeira linha cria um objeto do tipo **Sample**, abrangendo o período 1980-2002, que irá compor o argumento da função **mtos**. A segunda linha trata da criação de um grupo denominado **gr1** a partir da matriz **A**. O grupo **gr1** terá 23 linhas e o número de séries a serem criadas é igual ao número de colunas de **A**.

Para trabalhar com o caso de vetores, basta substituir **A** por um vetor, que teremos como resposta ao comando a geração de uma série e não mais um grupo.

14. Comando: **@rowextract(M, n)**

Extrai um vetor linha da **n**-ésima linha da matriz **M**.

---

15. Comando: **rowplace(M, R, n)**

Insera o vetor linha **R** na **n**-ésima linha da matriz **M**. O número de colunas de **R** e **M** deve ser o mesmo e a **n**-ésima linha já deve existir em **M**.

---

16. Comando: **@rows(O)**

Informa o número de linhas da matriz **O**

---

17. Comando: **stom(series, vector, sample)** ou **stom(group, matrix, sample)**

Converte uma série ou um grupo em um vetor ou em uma matriz. Preenche o vetor ou a matriz com os dados da série ou do grupo. Caso o **Sample** não seja indicado, o EVIEWS utiliza o **Sample** atual como padrão. É importante saber que se alguma série contiver observações NA (falta de observações), estas observações serão excluídas do vetor ou da matriz. Se o vetor ou a matriz já existir no *workfile*, o EVIEWS redimensionará automaticamente o vetor ou a matriz de modo a ajustar a série ou o grupo.

Ex.1: **series LNX=log(X)**

**stom(LNX,VET1)**

converte a série **LNX** no vetor denominado **VET1** usando o **Sample** atual do *workfile*. Possíveis observações contendo NA em **LNX** serão excluídas de **VET1**.

Ex.2: **group group01 X1 X2 X3**

**sample s 1961 2000**

**stom(group01,X,S)**

converte o grupo **group01** contendo as séries **X1**, **X2** e **X3** em uma matriz denominada **X** utilizando o **Sample S**. Devido à construção do **Sample**, a matriz **X** terá 40 linhas e 3 colunas, uma para cada série (**X1**, **X2** e **X3**), desde que não haja nenhuma observação ausente (NA).

---

18. Comando: **stomna(series, vector, sample)** ou **stomna(group, matrix, sample)**

Funciona exatamente como a função **stom**, entretanto não exclui observações contendo NA.

---

19. Comando: **@subextract(O, n1, n2, n3, n4)**

Retorna uma submatriz de uma matriz especificada, **O**. **n1** (inteiro) é a linha e **n2** (inteiro) é a coluna do primeiro elemento (elemento do canto superior esquerdo) a ser extraído. Os argumentos opcionais **n3** (inteiro) e **n4** (inteiro) indicam a linha e a coluna do elemento do canto inferior direito (último elemento) da matriz. A menos que **n3** e **n4** sejam informados, esta função irá retornar uma matriz contendo todos os elementos abaixo e à direita do primeiro elemento (**n2**). Espera-se que os exemplos esclareçam mais o entendimento da função.

Considere a matriz **M1** (8x5) representada na figura 9.3.

| Matrix: M1 Workfile:  |                                |          |          |           |          |
|---|--------------------------------|----------|----------|-----------|----------|
| View Procs Objects Print Name Freeze Edit+/- Label+/- Sheet Stats Line Mult |                                |          |          |           |          |
| M1  |                                |          |          |           |          |
|   | C1                             | C2       | C3       | C4        | C5       |
|   | Last updated: 11/24/02 - 18:51 |          |          |           |          |
| R1  | 3.000000                       | 1.000000 | 4.000000 | 0.000000  | 1.000000 |
| R2  | 4.000000                       | 0.000000 | 1.000000 | 7.000000  | 2.000000 |
| R3  | 5.000000                       | 1.000000 | 0.000000 | 3.000000  | 3.000000 |
| R4  | 6.000000                       | 4.000000 | 7.000000 | 11.000000 | 4.000000 |
| R5  | 7.000000                       | 4.000000 | 1.000000 | 1.000000  | 5.000000 |
| R6  | 1.000000                       | 2.000000 | 1.000000 | 10.000000 | 6.000000 |
| R7  | 2.000000                       | 2.000000 | 2.000000 | 5.000000  | 7.000000 |
| R8  | 2.000000                       | 4.000000 | 9.000000 | 0.000000  | 8.000000 |

FIGURA 9.3: ILUSTRAÇÃO DA FUNÇÃO @SUBEXTRACT

**matrix M2 = @subextract(M1,2,3,7,4)**

**matrix M2 = @subextract(M1,3,3)**

O primeiro comando extrai a parte demarcada pela borda larga contínua, começando na linha 2 e coluna 3 e terminando na linha 7 e coluna 4. O segundo comando extrai a parte demarcada pela borda pontilhada, começando na linha 3 e coluna 3 e terminando no final da matriz **M1**, pois não foram especificados os termos **n3** e **n4**.

#### 20. Comando: @transpose(O)

Retorna a transposta de um vetor ou de uma matriz **O**. No caso de um objeto do tipo **sym**, esta função é uma identidade.

#### 21. Comando: @unitvector(n1, n2)

Cria um vetor com **n1** elementos e com o **n2**-ésimo elemento igual a um e os demais iguais a zero.

Ex.1: **vector E1 = @unitvector(10, 1)**

cria um vetor com dez elementos sendo o primeiro igual a um e os demais iguais a zero. Caso queira criar um vetor com **n1** elementos contendo 1 em todos eles, o comando é dado por:

**vector(n1) v1=1**

#### 22. Comando: @vec(O)

Cria um vetor coluna a partir das colunas da matriz **O**, empilhando-as na ordem em que aparecem na matriz. O vetor terá o mesmo número de elementos da matriz. Exemplo:

**vector V1 = @vec(M1)**

#### 23. Comando: @vech(O)

Cria um vetor a partir das colunas do triângulo inferior da matriz **O**, empilhando os elementos.

### 9.3 FUNÇÕES DE ÁLGEBRA LINEAR E MATRICIAL

#### 1. Comando: @cholesky(S)

Retorna uma matriz contendo a decomposição de Cholesky<sup>1</sup> de **S**. A decomposição de Cholesky encontra a matriz triangular inferior **L**, tal que  $\mathbf{S} = \mathbf{L}\mathbf{L}'$ . É importante estar atento ao fato de que este comando só é possível para **S** simétrica (**sym**) e positiva definida. Exemplo:

```
matrix L = @cholesky(S)
```

```
matrix S1 = L*@transpose(L)
```

Assim, **L** será a matriz triangular inferior (única!) tal que quando pré-multiplicada por sua transposta irá gerar a matriz original **S** (para comprovar, veja que  $\mathbf{S1} = \mathbf{L}*\mathbf{@transpose(L)} = \mathbf{S}$ ).

#### 2. Comando: @cond(A, n)

Gera o número de condição da matriz quadrada ou de um objeto **sym** (matriz simétrica), denominado **A**. Se nenhuma norma for especificada, a norma do infinito será usada na determinação do número de condição.

O número de condição é essencialmente a elasticidade da solução de um problema com respeito aos dados, e pode ser computado para qualquer problema, uma vez escolhida uma norma apropriada. (Judd, 1998)

O número de condição gera, portanto uma medida da sensibilidade na solução de um sistema a uma pequena alteração nos elementos da matriz **A** (quadrada) do sistema  $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$ . Um número de condição alto indica uma matriz próxima da singularidade (o EViews refere-se a esse tipo de matriz como **near singular matrix**). Se a matriz **A** do sistema anterior for próxima da singularidade, os resultados do sistema serão muito sensíveis a pequenas alterações nos valores de **A**.

Humes, et al. (1984) fornecem o seguinte exemplo: o sistema

$$\begin{cases} x_1 + 0.98 x_2 = 4.95 \\ x_1 + x_2 = 5.0 \end{cases} \text{ tem solução exata } \bar{x} = (2.5, 2.5).$$

Com uma alteração de 0.01 no coeficiente 0.98, obtemos o sistema:

$$\begin{cases} x_1 + 0.99 x_2 = 4.95 \\ x_1 + x_2 = 5.0 \end{cases}, \text{ cuja solução exata é } \bar{x} = (0.0, 5.0).$$

Dessa forma, vemos que uma alteração de aproximadamente 1% em um dos coeficientes do sistema acarreta uma alteração de 100% na solução. Um sistema deste tipo é dito mal condicionado.

O número de condição de uma matriz quadrada **A** é definido como o produto da norma de **A** pela norma de  $\mathbf{A}^{-1}$ . Desta forma, nota-se que existem diversas formas de se obter um valor numérico para o número de condição, dependendo da norma que está sendo aplicada à matriz **A** (para maiores esclarecimentos sobre normas de matrizes, ver descrição da função **@norm**). Possíveis normas são: -1 para a norma do infinito, 0 para a norma de Frobenius, 1 para a 1-norma e 2 para a 2-norma.

Ex.1: **scalar ncond = @cond(M1)**

Gera o escalar denominado **ncond** contendo o valor numérico do número de condição da matriz quadrada **M1** com base na norma do infinito, pois não foi especificada outra norma.

Ex.2: **scalar ncond0 = @cond(M1,0)**

Gera o escalar denominado **ncond0** contendo o valor numérico do número de condição da matriz quadrada **M1** com base na norma de Frobenius, pois foi acrescentado o número 0 depois da vírgula.

<sup>1</sup> Hamilton (1994, p. 87-92) desenvolve detalhadamente as decomposições triangular e de Cholesky.

3. Comando: **@det(M)**<sup>2</sup>

Calcula o determinante da matriz (quadrada) ou de uma matriz simétrica (**sym**). O determinante será zero se a matriz for singular e diferente de zero se a matriz for não singular. Denominam-se alternativamente matrizes não singulares por matrizes regulares.

Ex.1: **scalar det\_m1 = @det(m1)**

---

4. Comando: **@eigenvalues(A)**

Retorna um vetor contendo os autovalores de uma matriz simétrica<sup>3</sup> **A**. O número de autovalores de uma matriz é igual à ordem desta matriz. O EViews dispõe os autovalores em ordem crescente.

Ex.1: **vector autoval = @eigenvalues(A)**

---

5. Comando: **@eigenvectors(A)**

Retorna uma matriz quadrada da mesma dimensão da matriz simétrica **A**, com suas colunas contendo os autovetores de comprimento unitário de **A**. Cada autovetor **x** satisfaz

$$\mathbf{Ax} = \lambda \mathbf{x}$$

onde  $\lambda$  é o autovalor associado ao autovetor **x**. As colunas relativas aos autovetores correspondem aos autovalores dispostos em ordem crescente<sup>4</sup>.

Ex.1: **matrix autovet = @eigenvectors(A)**

---

6. Comando: **@inner(a, b, smp)**

Se aplicada a dois vetores **a** e **b**, a função **@inner** retorna o produto interno euclidiano entre os vetores especificados. Sejam os vetores **a** e **b** definidos por

$$\mathbf{a} = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} \quad ; \quad \mathbf{b} = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$$

O produto interno euclidiano (ou usual) entre **a** e **b** é definido como

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n$$

O terceiro campo (**smp**) refere-se ao **Sample** e é opcional. Caso não seja preenchido o **Sample** atual será utilizado como padrão.

Ex.1: **scalar pie = @inner(a, b)**

Se **a** e **b** forem séries, a função **@inner** irá retornar o produto interno usual entre as séries especificadas utilizando as observações relativas ao **Sample** atual.

Se aplicada a uma matriz ou a um objeto do tipo **sym**, **X**, a função **@inner** retorna o produto **X'X**. A matriz **X'X** será quadrada de ordem igual ao número de colunas de **X**. Ex.2: **scalar inner\_v = @inner(v)**

**sym sym1 = @inner(m1)**

---

7. Comando: **@inverse(A)**

Gera a inversa da matriz quadrada (ou objeto do tipo **sym**) **A**. A inversa da matriz **A**, denotada por **A<sup>-1</sup>** tem a seguinte propriedade:

$$\mathbf{A} \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A} = \mathbf{I}$$

<sup>2</sup> A função **@det** pode ser alternativamente expressa por **@determinant**, por motivo obvio utiliza-se geralmente a forma **@det**.

<sup>3</sup> Os autovalores de matrizes simétricas serão sempre números reais. Por este motivo o EViews só disponibiliza as funções **@eigenvalues** e **@eigenvectors** para matrizes simétricas. Note que não basta que a matriz seja simétrica. Esta deve necessariamente ser um objeto do tipo **sym**.

<sup>4</sup> Toda matriz simétrica **A** de ordem  $n$  terá  $n$  autovetores ortogonais (consequentemente linearmente independentes), mesmo que tenhamos o caso de multiplicidade maior ou igual a dois em algum(ns) autovalore(s).

É importante lembrar que a inversa só é possível quando estamos tratando de matrizes não singulares. Caso seja pedida a inversão de uma matriz singular, o EViews irá exibir uma mensagem de erro (*near singular matrix*).

Ex.1: **matrix inv\_A = @inverse(A)**

#### 8. Comando: **@issingular(A)**

Retorna o valor 1 se a matriz quadrada (ou objeto do tipo **sym**) **A** for singular e 0 caso contrário. Uma matriz **A** será singular se seu determinante for igual a zero e neste caso não poderá ser invertida.

Ex.1: **scalar tsing = @issingular(A)**

Gera um escalar denominado **tsing** que assumirá o valor 1 se **A** for singular e 0 caso contrário.

#### 9. Comando: **@kronecker(A, B)**

Calcula o produto de kronecker entre as matrizes **A** ( $m \times n$ ) e **B** ( $p \times q$ ).

$$\mathbf{K} = \mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$$

A matriz **K** resultante terá  $(mp)$  linhas e  $(nq)$  colunas<sup>5</sup>:

$$\mathbf{K} = \mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{B} & a_{12}\mathbf{B} & \cdots & a_{1n}\mathbf{B} \\ a_{21}\mathbf{B} & a_{22}\mathbf{B} & \cdots & a_{2n}\mathbf{B} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1}\mathbf{B} & a_{n2}\mathbf{B} & \cdots & a_{nm}\mathbf{B} \end{bmatrix}$$

Ex.1: **matrix K = @kronecker(A, B)**

#### 10. Comando: **@norm(A, n)**

Retorna a norma da matriz, vetor (coluna ou linha), **sym**, escalar<sup>6</sup> ou série **A**. É importante notar que a norma será especificada pelo argumento **n**, que segue após a vírgula. A análise feita para matrizes é válida integralmente para **sym** e a análise feita para vetores (coluna ou linha) é válida para séries.

#### NORMA DE VETORES

Suponha que estamos lidando com o vetor **v**, definido abaixo:

$$\mathbf{v} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$

Serão mostradas a seguir as normas mais comuns que o EViews disponibiliza no tratamento de vetores.

##### Caso 01: Norma do máximo

**vector nmax\_v = @norm(v)** ou **vector nmax\_v = @norm(v, -1)**

Gera como resposta o maior valor absoluto dos elementos de **v**. Esta norma é conhecida na literatura como norma do máximo e é definida como:

$$\|\mathbf{v}\|_{\max} = \max\{|v_i|\}$$

##### Caso 02: Norma da soma

**vector nsom\_v = @norm(v, 1)**

Gera a norma da soma do vetor **v**. A norma da soma de um vetor **v** é definida como a soma dos valores absolutos dos elementos de **v**.

$$\|\mathbf{v}\|_{soma} = |v_1| + |v_2| + \dots + |v_n|$$

<sup>5</sup> Para ver as propriedades do produto de kronecker, consultar Hamilton (1994, p. 732-733).

<sup>6</sup> Note que a norma de um escalar é igual a seu valor absoluto, independente do **n** especificado após a vírgula.

**Caso 03: Norma euclidiana****vector neuc\_v = @norm(v, 2)**Gera o comprimento, ou norma euclidiana, do vetor **v**, definida como:

$$\|v\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}$$

**NORMA DE MATRIZES**<sup>7</sup>

Quando se está lidando com matrizes, possíveis escolhas para o tipo de norma (valor de **n** especificado após a vírgula do comando **@norm(A,n)**) são: -1 para a norma do infinito, 0 para a norma de Frobenius e um **n** inteiro para a **n**-norma. Se o argumento **n** for omitido, o EViews irá retornar o valor relativo à norma do infinito.

São apresentadas a seguir opções de norma no caso de uma matriz geral **A**.**Caso 01: Norma do infinito****vector ninf\_A = @norm(A,-1)** ou **vector ninf\_A = @norm(A)**O comando acima gera a norma do infinito da matriz **A**. A norma do infinito é definida como o valor numérico do maior somatório dos valores absolutos dos termos nas linhas da matriz **A**.

Ex.1:  $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 2 & 8 & 1 \\ 7 & 9 & -4 \end{bmatrix}$

1<sup>a</sup> linha:  $3 + 7 + 4 = 14$   
 2<sup>a</sup> linha:  $2 + 8 + 1 = 11$   
 3<sup>a</sup> linha:  $7 + 9 + |-4| = 20$

Logo a  $\infty$ -norma da matriz **A** do exemplo acima é 20.**Caso 02: 0-norma ou norma de Frobenius****vector nzero\_A = @norm(A,0)**Este comando se refere a 0-norma da matriz **A**. A 0-norma é também conhecida como norma de Frobenius e é definida como:

$$\|A\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}$$

onde os  $\sigma_i$ 's são os valores singulares da matriz **A**.**Caso 03: 1-norma****vector num\_A = @norm(A,1)**O comando anterior gera a 1-norma da matriz **A**. A 1-norma é definida como o valor numérico do maior somatório dos valores absolutos dos termos nas colunas da matriz **A**. Com base na matriz **A** definida anteriormente, a 1-norma é dada por:

1<sup>a</sup> coluna:  $3 + 2 + 7 = 12$   
 2<sup>a</sup> coluna:  $7 + 8 + 9 = 24$   
 3<sup>a</sup> coluna:  $4 + 1 + |-4| = 9$

Logo a 1-norma da matriz **A** é igual a 24.**Caso 04: 2-norma ou norma espectral****vector ndois\_A = @norm(A,2)**A 2-norma é definida como o maior valor singular da matriz **A**. Como os valores singulares são ordenados de forma decrescente ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n$ ), temos que:

$$\|A\| = \sigma_1$$

A 2-norma é também conhecida como norma espectral.

<sup>7</sup> A especificação das normas de matrizes baseia-se em Higham (1995).

11. Comando: **@outer(v1,v2)**

Calcula o produto externo dos vetores<sup>8</sup> **v1** e **v2**. Tais vetores podem ser linha ou coluna. O produto externo é o produto de **v1**, tratado como vetor coluna independente de sua forma original, e **v2**, tratado como vetor linha independente de sua forma original. O comando retorna uma matriz.

Se aplicada a uma matriz ou a um objeto do tipo **sym**, **X**, a função **@outer** retorna o produto externo **XX'**. **XX'** será uma matriz quadrada de ordem igual ao número de linhas de **X**.

Ex.1: **matrix m1=@outer(v1,v2)**

---

12. Comando: **@rank(m, n)**

Informa o posto<sup>9</sup> da matriz **m**, ou ainda de um objeto do tipo **sym**, de um vetor (linha ou coluna) ou de uma série.

---

13. Comando: **@solvesystem(A, b)**

Retorna o vetor **x** que é a solução da equação **Ax = b**.

Ex.1: **vector x = @solvesystem(A,b)**

---

14. Comando: **@svd(A, V1, V)**

Nem todas as matrizes podem ser fatoradas como **A=PDP<sup>-1</sup>** (ver apêndice 1) com **D** sendo uma matriz diagonal. Entretanto, uma fatorização **A=UWV'** é sempre possível para qualquer matriz **A**  $m \times n$ , com  $m \geq n$ , sendo **U** ( $m \times n$ ), **W** ( $n \times n$ ) e **V** ( $n \times n$ ). Este tipo especial de fatorização é conhecido como Decomposição do Valor Singular<sup>10</sup>.

Os valores singulares ( $\sigma$ 's) da matriz **A** ( $m \times n$ ) são as raízes quadradas dos autovalores de **A'A**, arranjados em ordem decrescente.

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i} \text{ para } 1 \leq i \leq n, \text{ satisfazendo}$$

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n$$

Valores singulares próximos de zero indicam que a matriz pode não ter posto máximo.

Os valores singulares são os comprimentos dos vetores **Av<sub>1</sub>**, ..., **Av<sub>n</sub>**, onde cada **v<sub>i</sub>** representa um autovetor associado à matriz **A'A**.

Dem.: Se **(A'A)v<sub>i</sub> = λ<sub>i</sub>v<sub>i</sub>** e  $\|v_i\|=1, \forall 1 \leq i \leq n$ , então:

$$\|Av_i\|^2 = (Av_i)'Av_i = v_i'A'Av_i$$

$$= v_i'(\lambda_i v_i) = \lambda_i v_i'v_i = \lambda_i = \sigma_i^2 \therefore \|Av_i\| = \sigma_i$$

uma vez que **v<sub>i</sub>** (um autovetor de **A'A**) tem comprimento unitário. Como os  $\lambda_i$ 's referem-se a comprimento (cada  $\lambda_i$  é o quadrado do comprimento de **Av<sub>i</sub>**), temos que todos os autovalores de **A'A** são positivos<sup>11</sup>.

O comando **@svd(A, V1, V)** desenvolve a decomposição do valor singular (*Singular Value Decomposition* ou *SVD*) da matriz **A**  $m \times n$  (com  $m \geq n$ ) ou de uma matriz simétrica (objeto do tipo **sym**), sendo **V1** um vetor e **V** uma matriz. Para fazer uso da função **@svd**, deve-se primeiramente criar o vetor **V1** e a matriz **V** digitando os comandos abaixo na janela de comandos:

**vector v1**  
**matrix v**

---

<sup>8</sup> Na verdade, **v1** e **v2** podem ser objetos do tipo **vector**, **rowvector**, **series**, **matrix** ou **sym**.

<sup>9</sup> O posto de uma matriz **A** é definido como o número máximo de linhas ou colunas linearmente independentes da matriz **A** ou, alternativamente, como a ordem da maior submatriz de **A** com determinante diferente de zero.

<sup>10</sup> A decomposição do valor singular é uma das fatorizações mais usadas em álgebra linear aplicada. (Lay, 1999)

<sup>11</sup> Desconsidera-se aqui a hipótese de comprimento zero, pois este caso não tem utilidade em econometria. Se tivermos a garantia de que todos os autovalores de **A'A** são positivos, dizemos que **A'A** é positiva definida.

Serão criados **V1** e **V** com apenas uma célula cada, assumindo o valor zero. Tanto o vetor como a matriz serão redimensionados, se necessário, para conter as informações relativas à decomposição do valor singular de **A**. Após cumprir esta etapa, o comando para gerar a decomposição do valor singular de **A** é:

**matrix U = @svd(A, V1, V)**

Este comando gera a matriz **U** ( $m \times n$ ) e redimensiona **V1** ( $n \times 1$ ) e **V** ( $n \times n$ ). O vetor **V1** irá conter os valores singulares de **A**. Caso queira criar a matriz **W** ( $n \times n$ ) da decomposição, basta fazer **W** diagonal com **V1** na diagonal principal, ou seja:

**matrix W = @makediagonal(v1).**

Para comprovar que  $A = UWV'$ , basta criar uma matriz **A1** =  $UWV'$  e ver que **A1** = **A**.

**matrix A1=U\*W\*@transpose(V)**

Abra uma matriz de cada vez (com um duplo clique sobre cada matriz) e comprove que **A** = **A1**.

---

#### 15. Comando: **@trace(M)**

Informa o traço (soma dos elementos da diagonal principal) da matriz quadrada ou **sym**, **M**.

## capítulo 10

## TRABALHANDO COM MATRIZES E VETORES - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

O exemplo a seguir trata, por simplicidade, de um *workfile* contendo dados anuais com início em 1986 e final em 2000. Desta forma nossa amostra consta de 15 observações.

Vamos inicialmente criar um vetor que nos possibilite obter a soma dos valores de uma série neste *workfile*, **ser01**, por exemplo, que será convertida em um vetor denominado **vx**. O vetor coluna **i** composto por 15 linhas contendo 1 em cada uma delas nos possibilita realizar a seguinte operação:

$$i'x = \sum_{j=1}^n x_j$$

Portanto, para criarmos um vetor contendo a soma dos valores de **ser01** chamado **somax**, devemos seguir os seguintes passos:

**vector vx=@convert(ser01)**

**vector(15) i=1**

**vector somax=@transpose(i)\*vx**

O primeiro comando visa converter a série **ser01** em um vetor coluna denominado **vx**. O segundo comando trata da criação de um vetor coluna de uns contendo 15 linhas. O terceiro comando gera a soma dos valores de **vx**.

Obs: **@transpose(i)** = transposta do vetor **i**.

Se fizemos  $i'x = \sum_{j=1}^n x_j$ , podemos também obter o valor médio de **x** através de:

$$\frac{1}{n} i'x = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j = \bar{x}$$

**scalar x\_barra=(1/15)\*somax(1)**

Este comando indica a criação de um escalar chamado **x\_barra** contendo o valor da média de **vx** e conseqüentemente da série **ser01**.

Para criarmos um vetor coluna que contenha em todas as suas linhas o valor da média de **vx** (ou seja, da série **ser01**), chamado **mediax**, basta multiplicar o valor de **x\_barra** pelo vetor **i**.

$$i\bar{x} = i \frac{1}{n} i'x = \frac{1}{n} ii'x$$

**vector mediax = (1/15)\*i\*@transpose(i)\*vx**

Note que foi desenvolvido o processo para se gerar um vetor de desvios de qualquer série em relação à sua média.

$$desv(x) = x - \bar{x} = x - i\bar{x} = x - \frac{1}{n} ii'x = \left[ \mathbf{I} - \left( \frac{1}{n} \right) ii' \right] x = \mathbf{M}^0 x, \text{ fazendo } \mathbf{M}^0 = \left[ \mathbf{I} - \left( \frac{1}{n} \right) ii' \right]$$

Temos, portanto a forma geral da matriz  $\mathbf{M}^0$ . Esta matriz é tal que, quando multiplicada por qualquer vetor coluna compatível gera um vetor de desvios em relação à média.

A matriz identidade que aparece na matriz  $\mathbf{M}^0$  é de ordem  $n$  ( $n$  = número de observações, no nosso caso=15). Desta forma, devemos criar inicialmente a matriz identidade que será usada na composição da matriz  $\mathbf{M}^0$ .

**matrix id = @identity(15)**

A matriz  $\mathbf{M}^0$  é então obtida por:

**matrix m0 = id - (1/15)\*i\*@transpose(i)**

Finalmente multiplicamos  $\mathbf{M}^0$  por **vx** para obtermos o vetor **vx** na forma de desvios de sua média, ao qual denominaremos **xdesv**:

**matrix xdesv = m0\*x01**

Uma matriz muito utilizada em econometria é a matriz  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ , onde  $\mathbf{X}$  não representa uma série, mas uma matriz que contém em suas colunas os valores de cada variável explicativa incluída na regressão. Caso a regressão apresente termo de intercepto, a primeira coluna da matriz é composta de uns. Considere o seguinte modelo de regressão:

$$Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + u$$

A matriz  $\mathbf{X}$  associada ao modelo anterior é construída da seguinte forma:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & X_{31} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & X_{32} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & X_{3n} \end{bmatrix}$$

Portanto  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  é dada por:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2n} \\ X_{31} & X_{32} & \cdots & X_{3n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & X_{31} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & X_{32} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & X_{3n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum X_{1i} & \sum X_{2i} & \sum X_{3i} \\ \sum X_{1i} & \sum X_{1i}^2 & \sum X_{1i}X_{2i} & \sum X_{1i}X_{3i} \\ \sum X_{2i} & \sum X_{2i}X_{1i} & \sum X_{2i}^2 & \sum X_{2i}X_{3i} \\ \sum X_{3i} & \sum X_{3i}X_{1i} & \sum X_{3i}X_{2i} & \sum X_{3i}^2 \end{bmatrix}$$

Podemos perceber então que a matriz  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  é simétrica, contendo na primeira célula da diagonal principal o número de observações (note que esta afirmação só vale para o caso de modelos com intercepto). Podemos ver na primeira linha além do número de observações, a soma dos valores de cada variável explicativa por ordem de aparição no modelo. Na diagonal principal, além do número de observações, temos a soma dos quadrados de cada série. Além disso, eliminando a primeira linha e a primeira coluna de  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ , obtemos uma matriz cujos elementos fora da diagonal principal são a soma dos produtos cruzados entre as variáveis explicativas.

Para gerarmos a matriz  $\mathbf{X}$ , devemos primeiro abrir um grupo que contenha todas as variáveis explicativas bem como uma coluna de uns (devido ao termo de intercepto)<sup>12</sup>.

**genr co = 1**

**show co X1 X2 X3**

O primeiro comando gera uma série **co** contendo o valor 1 em cada uma de suas entradas. O segundo comando exhibe o conjunto de séries **co**, **X1**, **X2**, **X3** que será transformado num grupo denominado **group01**, simplesmente clicando em **Name**, na barra de ferramentas do grupo aberto e aceitando a sugestão de nome do grupo e **OK**. Note que podemos ainda abrir este grupo clicando em **co**, mantendo a tecla **Ctrl** pressionada e clicando em seguida em **X1**, **X2** e **X3**. A ordem de seleção é fundamental. Depois de selecionado o grupo, clicar com o botão direito sobre a área selecionada e marcar **Open / as a Group**.

Em seguida, já com o **group01** criado, devemos gerar uma matriz  $\mathbf{X}$  que tenha a mesma estrutura do **group01**, uma vez que o EViews não reconhece este grupo como uma matriz. Devemos portanto converter o **group01** em uma matriz para podermos assim realizar as operações matriciais usuais. Para isso fazemos:

**matrix X = @convert(group01)**

Uma vez criada a matriz  $\mathbf{X}$ , torna-se simples criar a matriz  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ :

**matrix XLX = @transpose(X)\*X**

Depois de criada a matriz  $\mathbf{XLX}$ , confira suas características citadas anteriormente. Um fato importante sobre a matriz  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  é que por ela ser simétrica, só apresenta autovalores reais.

Para gerar o vetor de coeficientes estimados  $\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y}$ , deve-se inicialmente converter a série  $Y$  em uma matriz (coluna) e em seguida obter o vetor  $\hat{\beta}$ .

**matrix Yi = @convert(Y)**

Note que não podemos nomear a matriz  $\mathbf{Yi}$  como  $\mathbf{Y}$ , uma vez que a série  $\mathbf{Y}$  já existe em seu *workfile*.

**vector beta = @inverse(XLX)\*@transpose(X)\*Yi**

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{Y}$$

<sup>12</sup> Como regra geral, modelos de regressão não deveriam ser especificados sem o termo constante, a não ser em casos especificamente determinados pela teoria subjacente. (Greene, 2000)

Caso queira conferir os resultados, calcule a regressão (entrar com o comando na janela de comandos) e confira os valores dos coeficientes ( 2ª coluna do *output* da regressão) com os valores encontrados para o vetor **beta**.

Uma outra matriz útil para nós é a matriz  $M=[I - X(X'X)^{-1}X']$ . Essa matriz, quando pré multiplicando o vetor da variável dependente gera o vetor de resíduos.

$$e = Y - X\hat{\beta}$$

$$e = Y - X(X'X)^{-1}X'Y$$

$$e = [I - X(X'X)^{-1}X']Y$$

$$e = MY$$

A ordem da matriz identidade contida em **M** é a mesma da contida na matriz  $M^0$ , ou seja, *n*. Assim, já sabemos como gerar I [**genr id = @identity(15)**]

A matriz **M** é então dada por:

$$\text{matrix } M = id - X*@inverse(XLX)*@transpose(X)$$

Ao pré multiplicar  $Y_i$  por **M**, temos o vetor *e*:

$$\text{vector } e = M*Y_i$$

Este vetor *e* deve ser igual ao vetor **resid** contido em seu *workfile* após calcular a regressão (**LS Y C X1 X2 X3**). Confira!

O traço (soma dos elementos da diagonal principal) da matriz **M** é igual ao número de observações (*n*) menos o número de parâmetros da regressão (*k*).

$$\text{Obs: } tr(AB) = tr(BA), \text{ logo } tr [ I_n - X(X'X)^{-1}X' ] = tr [ I_n - (X'X)^{-1}X'X ] = tr [ I_n - I_k ] = n - k.$$

Para comprovar, basta gerar o seguinte vetor:

$$\text{vector } trm=@trace(M)$$

**M** é simétrica ( $M = M'$ ) e idempotente ( $M = M^2$ ). Você já deve ter condições de checar isso no EViews.

Os autovalores de **M** são sempre iguais a 1 ou 0.

$$\text{Dem.: } MX = \lambda X$$

$$MMX = M\lambda X$$

$$MX = \lambda^2 X$$

$$\lambda X = \lambda^2 X$$

$$(\lambda - \lambda^2)X = 0 \quad \therefore \text{os únicos valores de } \lambda \text{ que satisfazem a expressão são } 0 \text{ e } 1.$$

Para obter os autovalores de **M** devemos converter a matriz **M** em uma matriz simétrica através do comando **sym**. Note que apesar de **M** ser simétrica, o EViews não a identifica como tal.

$$\text{sym } MS = M$$

Os autovalores associados a **MS(=M)** são dados no vetor **autovalm**:

$$\text{vector } \text{autovalm}=@eigenvalues(MS)$$

**Obs:** Mostramos que os autovalores de **M** podem assumir apenas os valores 1 ou 0. Entretanto, em decorrência de arredondamentos do programa, é possível que em lugar de 0, tenhamos valores muito pequenos. Estes valores aparecem normalmente expressos em notação científica. Por exemplo,  $1.00E-10 = 0.0000000001$ .

Criemos então um vetor que contenha a soma dos autovalores de **M**, denominado **sumautovalm** para comprovarmos que esta soma é exatamente igual ao número de autovalores unitários de **M**.

$$\text{vector } \text{sumautovalm} = @sum(\text{autovalm})$$

Vale notar que a soma dos autovalores de **M** é igual ao posto de **M**, dado pelo vetor **postom**, obtido da seguinte maneira:

$$\text{vector } \text{postom} = @rank(M)$$

## 10.1 MATRIZ DE VARIÂNCIA E COVARIÂNCIA

A matriz de variância e covariância no modelo clássico de regressão linear com base no método dos mínimos quadrados ordinários é dada por:

$$MVC = \sigma^2(X'X)^{-1}$$

Já sabemos como obter no EViews a matriz  $(X'X)^{-1}$ . Resta-nos apenas encontrar o estimador de  $\sigma^2$ , dado por

$$s^2 = \frac{e'e}{n-k}$$

Para gerar  $s^2$ , fazemos:

**vector s2=@inner(e)/(n-k)**

Note que este comando supõe que o vetor **e** correspondente ao vetor de resíduos da regressão referida já está criado em seu *workfile*. Você deve entrar com os valores numéricos de **n** e **k** e não simplesmente com as letras **n** e **k**! Caso queira um comando para a mesma função que obtenha diretamente os valores de **n** (número de obs) e **k** (número de parâmetros), você deve ter em seu *workfile* a regressão **eq01** (= **LS Y C X1 X2 X3**) para que possamos identificá-la nos comandos a seguir:

**vector s2=@inner(e)/(EQ01.@regobs - EQ01.@ncoefs)**

onde: **EQ01.@regobs** nos fornece o número de observações da regressão denominada **EQ01**; e **EQ01.@ncoefs** informa o número de coeficientes da **EQ01**.

Como também já sabemos que o traço da matriz **M** é  $(n - k)$ , podemos inseri-lo diretamente na fórmula (desde que **M** esteja em seu *workfile*) resultando assim em uma terceira forma de se obter o estimador da variância denominado **s2**:

**vector s2=(@transpose(e)\*e)\*(1/@trace(M))**

Finalmente, obtemos a matriz de variância e covariância (MVC):

**matrix MVC = s2(1)\*@inverse(XLX)**

**s2(1)** significa que estamos apenas usando a informação numérica contida na primeira linha do vetor coluna **s2**, que refere-se exatamente a  $s^2 = e'e/(n - k)$ .

A MVC contém em sua diagonal principal as variâncias estimadas dos parâmetros estimados  $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k)$  e fora da diagonal principal as covariâncias, pelo que a MVC é simétrica, visto que  $Cov(\hat{\beta}_i, \hat{\beta}_j) = Cov(\hat{\beta}_j, \hat{\beta}_i)$ .

$$MVC = \begin{bmatrix} Var(\hat{\beta}_0) & Cov(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) & Cov(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_2) & \dots & Cov(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_k) \\ Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_0) & Var(\hat{\beta}_1) & Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) & \dots & Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_k) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Cov(\hat{\beta}_k, \hat{\beta}_0) & Cov(\hat{\beta}_k, \hat{\beta}_1) & Cov(\hat{\beta}_k, \hat{\beta}_2) & \dots & Var(\hat{\beta}_k) \end{bmatrix}$$

A partir da MVC podemos facilmente construir um vetor coluna contendo em suas linhas o desvio padrão de cada parâmetro, dado pela raiz quadrada do elemento correspondente na diagonal principal. Vamos então gerar um vetor coluna com quatro linhas (pois só temos quatro parâmetros) chamado **dpbeta**:

**vector(4) dpbeta**

**dpbeta(1)=(MVC(1,1))^0.5**

**dpbeta(2)=(MVC(2,2))^0.5**

**dpbeta(3)=(MVC(3,3))^0.5**

**dpbeta(4)=(MVC(4,4))^0.5**

Confira agora, se achar necessário, os valores de **dpbeta** com os valores do desvio padrão dos coeficientes que aparecem no *output* da regressão (3ª coluna).

Como já temos **beta** (vetor de parâmetros) e **dpbeta** (vetor de desvios-padrões dos parâmetros), obtemos facilmente os valores da estatística *t* sob a hipótese nula de que o coeficiente é individualmente estatisticamente igual a zero.

$$\begin{cases} H_0: \beta_i = 0 \\ H_1: \beta_i \neq 0 \end{cases} \quad t = \frac{\hat{\beta}_i - 0}{ep(\hat{\beta}_i)} = \frac{\hat{\beta}_i}{ep(\hat{\beta}_i)}$$

Portanto, construímos o vetor **testet** como segue:

**vector(4) testet**

**testet(1)=beta(1)/dpbeta(1)**

**testet(2)=beta(2)/dpbeta(2)**

**testet(3)=beta(3)/dpbeta(3)**

**testet(4)=beta(4)/dpbeta(4)**

QUADRO 10.1: FUNÇÕES PARA GERAR O VALOR-P PARA OS TESTES ESTATÍSTICOS MAIS COMUNS

| Função          | Distribuição | Descrição   |
|-----------------|--------------|---|
| @chisq(X,V)     | Qui-quadrado | Retorna a probabilidade de uma estatística Qui-quadrado com <b>V</b> graus de liberdade exceder <b>X</b> .  |
| @fdist(X,V1,V2) | F            | Retorna a probabilidade de uma estatística F com <b>V1</b> graus de liberdade no numerador e <b>V2</b> graus de liberdade no denominador exceder <b>X</b> . |
| @tdist(X,V)     | t            | Retorna a probabilidade de uma estatística t com <b>V</b> graus de liberdade exceder <b>X</b> em valor absoluto (valor-p bicaudal)                          |

Desta forma, para gerar um vetor contendo o valor-p de cada teste t descrito, basta criar o vetor

**vector(4) valorp**

E em seguida

**valorp(1)=@tdist(testet(1), n - k)**

**valorp(2)=@tdist(testet(2), n - k)**

**valorp(3)=@tdist(testet(3), n - k)**

**valorp(4)=@tdist(testet(4), n - k)**

Vale novamente a lembrança de que você deve entrar com os valores numéricos de **n** e **k** e não simplesmente com as letras **n** e **k**!

## UTILIZAÇÃO DE VETORES NO ARMAZENAMENTO DE INFORMAÇÕES

Os procedimentos mostrados nesta etapa descrevem os passos para criar um vetor coluna com a finalidade de armazenar algumas estatísticas, tais como os testes F e t, bem como para armazenar os limites inferior e superior de um intervalo de confiança, entre outros. Por facilidade, todos os comandos referem-se à equação de regressão denominada **EQ01** (mostrada a seguir).

Os exemplos e situações deste capítulo trabalham, salvo menção em contrário, com a regressão hipotética mostrada abaixo:

$$Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + e_i$$

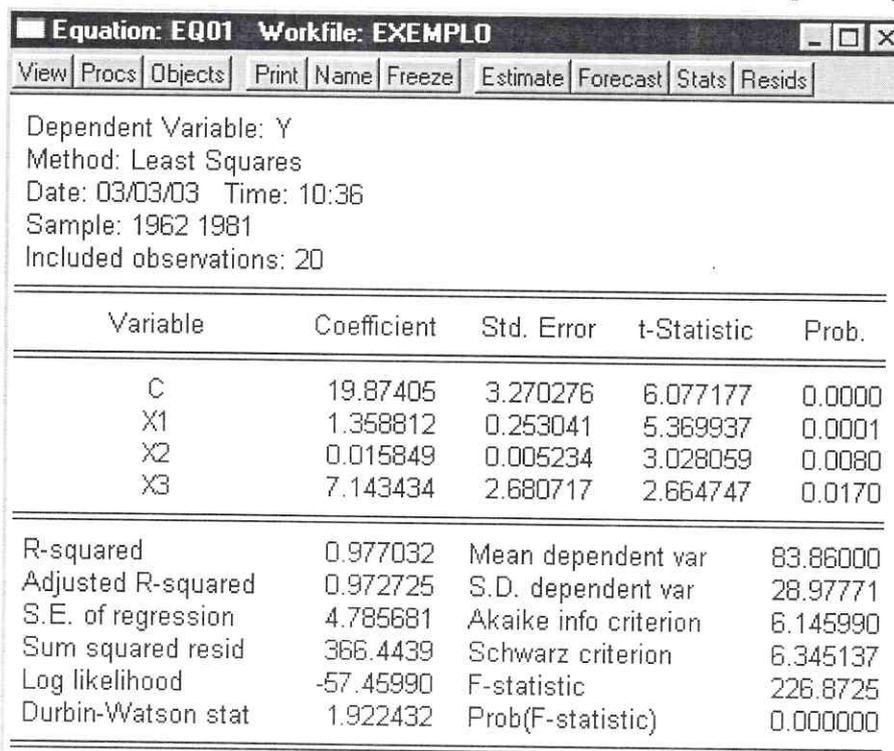
Dessa forma, temos que  $Y = f(X_1, X_2, X_3)$

1. Abrir o *workfile* que contém as séries **Y**, **X1**, **X2** e **X3**;

2. Selecionar **Objects / New Object / Equation** na barra de ferramentas do *workfile*;

Digitar **Y C X1 X2 X3** em **Equation Specification** e clicar em OK. O EVIEWS irá gerar o relatório mostrado na página a seguir. (Depois de calculada, a equação da regressão deverá ser salva como **EQ01**).

Outra ferramenta de armazenamento de informações, com capacidade maior que os vetores é a matriz. Note-se, entretanto, que os procedimentos para o armazenamento das informações são bastante semelhantes. Com uma pequena diferença da matriz em relação ao vetor, posto que em se tratando de matrizes, deve ser informada a localização completa onde a informação será armazenada, constando essa informação do número da linha e da coluna, ao invés de somente linha, como no caso do vetor coluna (vector) ou somente coluna, no caso do vetor linha (**rowvector**). No próximo capítulo será apresentado o mais indicado modo de armazenamento de informações: a tabela. Entretanto, acredita-se que será melhor apresentá-las por último devido à maior complexidade desse tipo de objeto.



| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob.  |
|----------|-------------|------------|-------------|--------|
| C        | 19.87405    | 3.270276   | 6.077177    | 0.0000 |
| X1       | 1.358812    | 0.253041   | 5.369937    | 0.0001 |
| X2       | 0.015849    | 0.005234   | 3.028059    | 0.0080 |
| X3       | 7.143434    | 2.680717   | 2.664747    | 0.0170 |

|                    |           |                       |          |
|--------------------|-----------|-----------------------|----------|
| R-squared          | 0.977032  | Mean dependent var    | 83.86000 |
| Adjusted R-squared | 0.972725  | S.D. dependent var    | 28.97771 |
| S.E. of regression | 4.785681  | Akaike info criterion | 6.145990 |
| Sum squared resid  | 366.4439  | Schwarz criterion     | 6.345137 |
| Log likelihood     | -57.45990 | F-statistic           | 226.8725 |
| Durbin-Watson stat | 1.922432  | Prob(F-statistic)     | 0.000000 |

FIGURA 11.1: RELATÓRIO PADRÃO DE UMA REGRESSÃO MÚLTIPLA DO TIPO

$$Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + e_i$$

### 11.1. TESTE T

Todas as informações necessárias para a realização do teste t para os coeficientes da regressão encontram-se na parte central do *output* da equação. A primeira coluna identifica o nome da variável. A segunda coluna apresenta o valor do coeficiente estimado para cada variável e a terceira coluna apresenta a estimativa do desvio padrão do coeficiente estimado. A quarta coluna mostra o valor calculado da estatística t, dado que a hipótese nula ( $H_0$ ) é que o coeficiente em questão possui valor estatisticamente igual a zero. Neste caso, o valor da estatística t é dado simplesmente pela razão entre a segunda e a terceira coluna.

O valor crítico é o que separa a região de aceitação de  $H_0$  da região de rejeição de  $H_0$ . Este valor depende substancialmente do grau de liberdade e do nível especificado do erro do tipo 1.

O teste t padrão no EViews é aquele que traz como hipótese nula ( $H_0$ ) o caso onde o coeficiente em questão possui valor estatisticamente igual a zero. Entretanto este fato não limita a possibilidade de testar diversas possibilidades de hipótese nula com o teste t. Suponha que queremos testar se um coeficiente é estatisticamente igual a um certo valor, digamos 1. Suponhamos um modelo de regressão simples.

O teste t é conduzido da seguinte forma:

$$\begin{cases} H_0 : \beta_1 = 1 \\ H_1 : \beta_1 \neq 1 \end{cases} \quad t = \frac{\hat{\beta}_1 - 1}{ep(\hat{\beta}_1)} \sim t_{(n-k)gl}$$

1. Criar um vetor coluna chamado **testet** com 3 linhas (para armazenar os valores da estatística t do coeficiente 2 e os valores críticos do teste para os níveis de significância de 1% e 5%). Entrar com o comando a seguir na janela de comandos:

**vector(3) testet**

2. Para computar o valor da estatística t referente ao coeficiente angular da **EQ01** na primeira linha, segue-se a instrução:

**testet(1)=(EQ01.@coefs(2) - 1)/EQ01.@stderrs(2)**

3. Para computar o valor crítico de t (bicaudal) para o nível de significância de 1% e salvá-lo na segunda linha do vetor **testet**, o comando é:

**testet(2)=@qtdist(0.995,(EQ01.@regobs- EQ01.@ncoef))**

4. para computar o valor crítico de t (bicaudal) para o nível de significância de 5% e salva-lo na terceira linha do vetor **testet**, o comando é o seguinte:

**testet(3)=@qtdist(0.975,(EQ01.@regobs-EQ01.@ncoef))**

5. Duplo clique no vetor **testet** para verificar os valores calculados e críticos (bicaudal a 1% e 5% de significância). Se o valor calculado exceder o valor tabelado em um dado nível de significância, rejeita-se a hipótese nula.

Apesar de ser importante comparar o valor t calculado com o valor t crítico, o EViews possibilita testar a hipótese nula de que o coeficiente é zero sem o conhecimento prévio do valor t crítico. Pode-se verificar a probabilidade na última coluna do relatório da equação. A Prob., ou valor-p, representa a o mais baixo nível de significância para o qual a hipótese nula pode ser rejeitada. Dado um valor-p, por exemplo, menor que 0,05, é sugerida a rejeição da hipótese nula, para um teste bicaudal com 5% de significância. Para um teste unicaudal, recomenda-se utilizar a metade do valor-p informado.

### 11.2. INTERVALO DE CONFIANÇA PARA OS COEFICIENTES

Sabe-se que o teste de hipóteses simples  $\begin{cases} H_0 : \beta_i = \beta_i^* \\ H_1 : \beta_i \neq \beta_i^* \end{cases}$  é conduzido da seguinte forma:

$$t = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i^*}{ep(\hat{\beta}_i)} \sim t_{(n-k)gl}$$

Podemos então construir o intervalo de confiança como:

$$P \left[ -t_{\alpha/2} \leq \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i^*}{ep(\hat{\beta}_i)} \leq t_{\alpha/2} \right] = 1 - \alpha$$

$$P[-t_{\alpha/2} \cdot ep(\hat{\beta}_i) \leq \hat{\beta}_i - \beta_i^* \leq t_{\alpha/2} \cdot ep(\hat{\beta}_i)] = 1 - \alpha$$

$$P[-\hat{\beta}_i - t_{\alpha/2} \cdot ep(\hat{\beta}_i) \leq -\beta_i^* \leq -\hat{\beta}_i + t_{\alpha/2} \cdot ep(\hat{\beta}_i)] = 1 - \alpha$$

$$P[\hat{\beta}_i - t_{\alpha/2} \cdot ep(\hat{\beta}_i) \leq \beta_i^* \leq \hat{\beta}_i + t_{\alpha/2} \cdot ep(\hat{\beta}_i)] = 1 - \alpha$$

O objetivo por trás da construção de um intervalo de confiança é estabelecer os limites de um intervalo que tenha uma certa probabilidade de incluir o verdadeiro porém desconhecido  $\beta_i^*$ .

Para calcular os valores de um intervalo de confiança com nível de confiança de 95% para um dado coeficiente no EViews, os procedimentos são mostrados a seguir:

1. Criar um vetor com duas linhas (para armazenar os limites inferior e superior do intervalo de confiança), como segue:

**vector(2) intconf**

2. Para calcular o limite inferior do intervalo de confiança para 95% de confiança para o coeficiente de **X2** ( $\hat{\beta}_2 - t_{\alpha/2} \cdot ep(\hat{\beta}_2)$ ) e armazená-lo na primeira linha do vetor **intconf**, deve-se digitar o seguinte comando na janela de comandos do EViews:

**intconf(1)=EQ01.@coefs(3)-(@qtdist(.975,(EQ01.@regobs-EQ01.@ncoef)))\*EQ01.@stderrs(3)**

**Obs<sub>1</sub>:** **EQ01.@coefs(i)** e **EQ01.@stderrs(i)** são escalares representando o coeficiente e o desvio padrão referentes à *i*-ésima variável na regressão **EQ01**, onde *i* representa o número do coeficiente. Se uma variável é listada em terceiro lugar (contando com o termo de intercepto) em **Estimation Output**, **@coefs(3)** e **@stderrs(3)** calculam o valor para o coeficiente populacional e seu desvio padrão, respectivamente.

**Obs<sub>2</sub>:** **(@qtdist(.95,(EQ01.@regobs-EQ01.@ncoef)))** calcula o valor onde a função de densidade acumulada da distribuição t igual a 0,95 de probabilidade (bicaudal). O termo **(EQ01.@regobs-EQ01.@ncoef)** calcula os graus de liberdade para a **EQ01**, com **EQ01.@ncoef** calculando o número de coeficientes estimados, incluindo a constante.

**Obs<sub>3</sub>:** Note que o coeficiente 3 (**coefs(3)**) refere-se à variável **X2**, uma vez que os coeficientes 1 e 2 referem-se ao intercepto e à variável **X1**, respectivamente.

3. Para calcular o limite superior para um intervalo com 95% de confiança para o coeficiente de **X2** ( $\hat{\beta}_2 + t_{\alpha/2} \cdot ep(\hat{\beta}_2)$ ), entrar com o seguinte comando na janela de comandos.

**intconf(2)=EQ01.@coefs(3)+(@qtdist(.975,(EQ01.@regobs-EQ01.@ncoef)))\*EQ01.@stderrs(3)**

4. Para visualizar os valores do intervalo, inferior e superior, basta abrir o vetor **intconf** com um duplo clique em seu ícone. Os valores dos limites inferior e superior serão mostrados, como ordenados nos comandos, na primeira e segunda linhas, respectivamente.

**Obs<sub>4</sub>:** É importante atentar para a correta interpretação deste intervalo. Deve-se dizer "há uma probabilidade de 95% de os extremos do intervalo conterem o verdadeiro coeficiente" e não "a probabilidade de o verdadeiro coeficiente estar entre os limites do intervalo é de 95%", visto que o verdadeiro coeficiente é uma constante e assim não faz sentido associar probabilidade à ele.

### 11.3 REGIÃO DE CONFIANÇA PARA UM SUBCONJUNTO DE COEFICIENTES

A construção de um intervalo de confiança para um coeficiente foi vista na seção anterior. Veremos nesta seção como obter um intervalo de confiança no caso multidimensional. Suponha que estejamos interessados em construir um intervalo de confiança para o vetor de coeficientes

$$\begin{bmatrix} \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix}$$

Os estimadores de MQO deste subvetor encontram-se representados no centro do retângulo da figura 11.2.

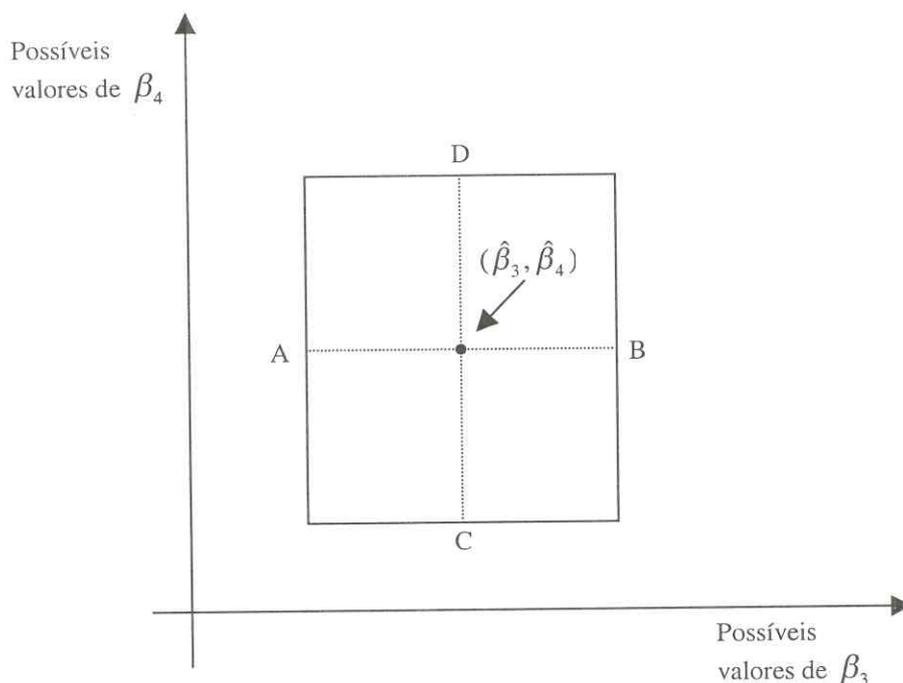


FIGURA 11.2: REPRESENTAÇÃO DOS INTERVALOS DE CONFIANÇA INDIVIDUAIS DE  $\beta_3$  E  $\beta_4$

Os valores em (A,B) representam o intervalo de confiança individual para  $\beta_3$  com nível de significância de 5%. Analogamente, (C,D) representa o intervalo de confiança individual para  $\beta_4$  com  $\alpha = 0,05$ .

O intervalo de confiança para o subvetor  $[\beta_3 \ \beta_4]'$  é a região que, quando construída em repetidas amostras, cobre o verdadeiro valor  $(\beta_3, \beta_4)$  em, digamos, 95% dos casos. Para uma estimação eficiente, esta região deve ser a menor possível. Uma região natural a ser escolhida seria o retângulo formado pelos intervalos de confiança individuais para  $\beta_3$  e  $\beta_4$ . Se  $\hat{\beta}_3$  e  $\hat{\beta}_4$  tiverem covariância nula, então em amostragem repetida, retângulos calculados desta maneira irão conter o ponto  $(\beta_3, \beta_4)$  em  $0,95 \times 0,95 = 90,25\%$  das vezes<sup>13</sup>.

Evidentemente, este retângulo não é suficientemente grande para garantir um nível de confiança de 95%. Como a região deve ser a menor possível, o aumento deve ocorrer nas partes que apresentam maiores chances de cobrir  $(\beta_3, \beta_4)$  em amostras repetidas. No caso de covariância zero entre  $\hat{\beta}_3$  e  $\hat{\beta}_4$ , as áreas próximas aos pontos A, B, C e D irão cobrir  $(\beta_3, \beta_4)$  em amostragem repetida com maior probabilidade, relativamente aos extremos do retângulo, de modo que o retângulo deve ser aumentado nas áreas próximas aos pontos mencionados.

Como se sabe que a região deve ser a menor possível, ao mesmo tempo em que se amplia a região próxima aos pontos A, B, C e D, se diminui a área próxima aos extremos, de modo que a área de confiança se aproxima de uma elipse, como mostra a figura 11.3. Deve-se notar que o gráfico apresentado na referida figura foi construído para o caso de covariância zero entre  $\hat{\beta}_3$  e  $\hat{\beta}_4$ . Caso  $\hat{\beta}_3$  e  $\hat{\beta}_4$  tenham covariância positiva, por exemplo, sempre que  $\hat{\beta}_3$  subestimar  $\beta_3$ , o mesmo deverá acontecer com  $\hat{\beta}_4$  em relação a  $\beta_4$ .

<sup>13</sup> Em amostragem repetida, temos a probabilidade de 95% de que o intervalo calculado contenha  $\beta_3$ . A interpretação para o intervalo de confiança do  $\beta_4$  é análoga. Desse modo, a probabilidade de que os intervalos calculados contenham simultaneamente  $\beta_3$  e  $\beta_4$  é  $0,95 \times 0,95 = 90,25\%$

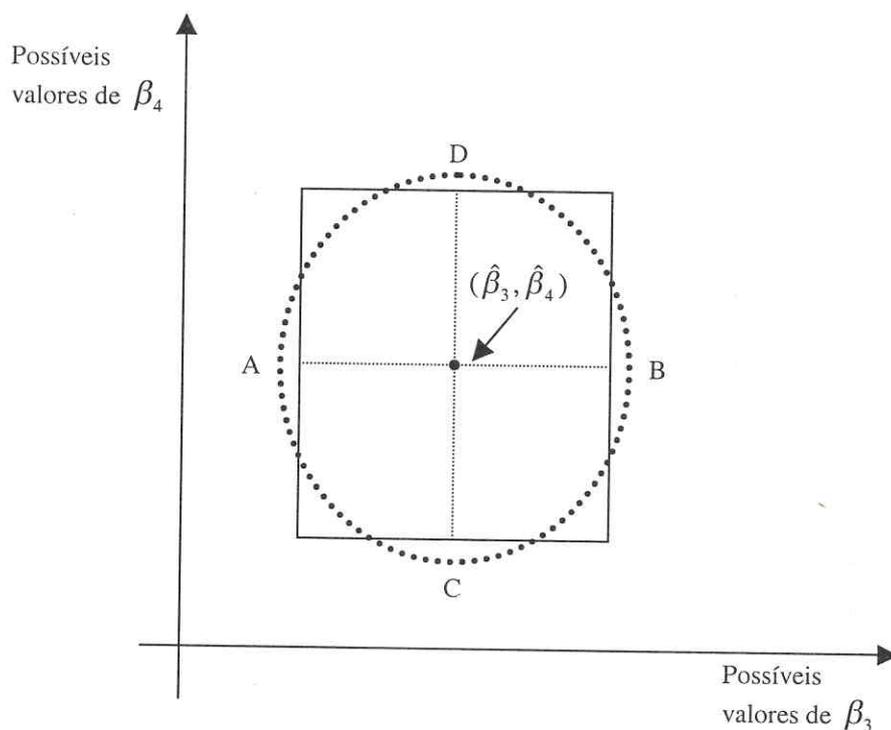


FIGURA 11.3: REPRESENTAÇÃO DOS INTERVALOS DE CONFIANÇA INDIVIDUAIS DE  $\beta_3$  E  $\beta_4$  E DA REGIÃO DE CONFIANÇA PARA  $\beta_3$  E  $\beta_4$  NO CASO DE COVARIÂNCIA ZERO

O caso de sobre estimativa é análogo. Isto significa que as áreas próximas ao extremo superior direito e ao extremo inferior esquerdo deveriam ser alongadas. A covariância positiva sugere ainda que as áreas próximas aos extremos superior esquerdo e inferior direito sejam reduzidas, por motivo óbvio. Concluímos assim que, no caso de covariância positiva, a área de confiança para o subconjunto de coeficientes  $(\beta_3, \beta_4)$  é uma elipse com inclinação positiva, conforme mostra a figura 11.4.

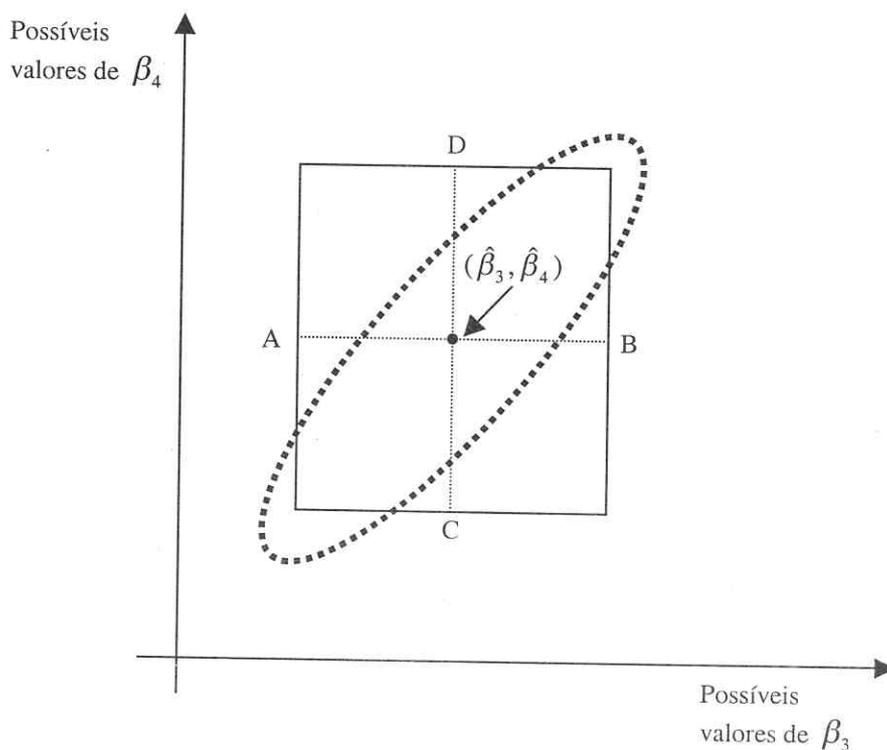


FIGURA 11.4: REPRESENTAÇÃO DOS INTERVALOS DE CONFIANÇA INDIVIDUAIS DE  $\beta_3$  E  $\beta_4$  E DA REGIÃO DE CONFIANÇA PARA  $\beta_3$  E  $\beta_4$  NO CASO DE COVARIÂNCIA POSITIVA

No caso de covariância negativa entre  $\hat{\beta}_3$  e  $\hat{\beta}_4$ , a elipse terá inclinação negativa. Em ambos os casos a elipse permanece centrada no ponto  $(\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4)$ .

**EXEMPLO 11.1:** Suponha que estejamos interessados em testar a hipótese de que  $\beta_3 = 0$  e  $\beta_4 = 0$ , e suponha ainda que o ponto (0,0) se encontre próximo ao extremo superior esquerdo do retângulo da figura anterior, e assim fora da elipse. Sabemos que os testes de significância individual para  $\beta_3$  e  $\beta_4$  nos levarão a não rejeição da hipótese nula de que o coeficiente em questão é estatisticamente igual a zero, entretanto, ao testarmos a significância conjunta  $\begin{bmatrix} \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  com base no teste F, concluímos que

$\begin{bmatrix} \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix}$  é significativamente diferente de zero, uma vez que o ponto (0,0) encontra-se fora da elipse.

Neste tipo de situação, pode-se afirmar que ao menos uma das variáveis apresenta influência significativa na variável dependente, mas não se pode afirmar ao certo qual delas. Este é um caso típico de ocorrência de multicolinearidade (ver capítulo 16), no qual a relação entre as variáveis explicativas dificulta qualquer tentativa de separar o efeito de um regressor como fator explicativo da variável dependente.

No caso tridimensional, a região de confiança passa a ser um volume e é representada graficamente por um elipsóide. Em dimensões superiores, a representação gráfica é impossível, mas a hiper superfície correspondente passa a ser chamada de elipsóide multidimensional.

Um intervalo de confiança individual para um coeficiente é baseado em um conjunto de valores para os quais a razão t (ou estatística t calculada) é inferior ao valor t crítico. Este é um conjunto específico de valores para os quais, a um dado nível de significância, não se rejeita a hipótese de que o  $\beta_i$  em questão é igual. No caso de um modelo de regressão múltipla, uma região de confiança conjunta para um subconjunto de coeficientes é representada pelo conjunto de valores para os quais a hipótese de que o subconjunto de coeficientes populacionais é simultaneamente igual não pode ser rejeitada. Usa-se neste caso o teste F. Para o caso bidimensional temos:

$$F(2, n - k) = \frac{1}{2} [\hat{\beta} - \beta]' [Var\ est(\hat{\beta})]^{-1} [\hat{\beta} - \beta]$$

onde  $Var\ est(\hat{\beta})$  é a porção da matriz de variância e covariância estimada que apresenta termos comuns apenas aos coeficientes que estão sendo testados.

Na verdade temos acima uma forma quadrática, que obviamente gera como resposta um escalar. Este escalar deve ser comparado com o valor tabelado de F para um dado nível de significância e com 2 gl no numerador e (n - k) gl no denominador. O conjunto de valores de, digamos  $\beta_3$  e  $\beta_4$  para os quais esta forma quadrática tem valor menor ou igual ao valor F crítico forma a região de confiança de  $\beta_3$  e  $\beta_4$ .

**EXEMPLO 11.2:** Com base nos dados para a economia americana<sup>14</sup>, construa a região de confiança para o subconjunto de coeficientes  $[\beta_2 \ \beta_3]$  do modelo

$$\ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln L_t + \beta_3 \ln K_t + u_{2t}$$

onde: Y = Produto;  
L = Trabalho;  
K = Capital.

Em seguida teste a hipótese de que a elasticidade do produto em relação ao trabalho é 2/3 e em relação ao capital é 1/3. No capítulo 14, exemplo 14.8, o teste de hipóteses é conduzido diretamente. No presente exemplo estamos mais interessados em saber o motivo pelo qual rejeitamos ou não rejeitamos a hipótese sob teste. Apresenta-se na figura 11.5 o resultado da estimação do modelo no EViews.

<sup>14</sup> Os dados deste exemplo encontram-se no apêndice do capítulo 14 e referem-se a Maddala (1992, table 3.11).

| Equation: EQ01 Workfile: MADDALA_TABLE3.11 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|--|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                       | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: LOG(Y)                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                      |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 05/24/03 Time: 03:09                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1929 1967                          |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 39                  |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                                   | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C  | -3.937714   | 0.236999              | -16.61488   | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| LOG(L)                                     | 1.450786    | 0.083228              | 17.43137    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| LOG(K)                                     | 0.383808    | 0.048018              | 7.993035    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| R-squared                                  | 0.994627    | Mean dependent var    | 5.687449    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                         | 0.994329    | S.D. dependent var    | 0.460959    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                         | 0.034714    | Akaike info criterion | -3.809542   |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                          | 0.043382    | Schwarz criterion     | -3.681576   |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                             | 77.28607    | F-statistic           | 3332.181    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                         | 0.858080    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 11.5: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO DO EXEMPLO 11.2

A matriz de variância e covariância estimada da equação **EQ01** é obtida seguindo os procedimentos descritos na seção 10.1 ou simplesmente digitando na janela de comandos a seguinte instrução:

**matrix MVC = EQ01.@cov**

| Matrix: MVC Workfile: MADDALA TABLE 3.11 |                                |           |           |      |        |         |          |       |       |      |      |
|--|--------------------------------|-----------|-----------|------|--------|---------|----------|-------|-------|------|------|
| View                                     | Procs                          | Objects   | Print     | Name | Freeze | Edit+/- | Label+/- | Sheet | Stats | Line | Mult |
| MVC                                      |                                |           |           |      |        |         |          |       |       |      |      |
|  | C1                             | C2        | C3        |      |        |         |          |       |       |      |      |
|  | Last updated: 05/25/03 - 08:24 |           |           |      |        |         |          |       |       |      |      |
| R1                                       | 0.056169                       | -0.018806 | 0.009267  |      |        |         |          |       |       |      |      |
| R2                                       | -0.018806                      | 0.006927  | -0.003802 |      |        |         |          |       |       |      |      |
| R3                                       | 0.009267                       | -0.003802 | 0.002306  |      |        |         |          |       |       |      |      |

FIGURA 11.6: MATRIZ DE VARIÂNCIA-COVARIÂNCIA DOS COEFICIENTES ESTIMADOS DA EQ01

Concluimos que a região de confiança para o subconjunto de coeficientes  $\beta_2$  e  $\beta_3$  é uma elipse com inclinação negativa, visto que  $\hat{\beta}_2$  e  $\hat{\beta}_3$  têm covariância negativa ( $=-0,003802$ ). Deste modo, a região de confiança é a elipse determinada pelo conjunto de valores para os quais a forma quadrática

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1,450786 - \beta_2 \\ 0,383808 - \beta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,006927 & -0,003802 \\ -0,003802 & 0,002306 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1,450786 - \beta_2 \\ 0,383808 - \beta_3 \end{bmatrix}$$

é menor ou igual ao valor crítico de  $F(2, 36)$ . Os intervalos de confiança individuais para os coeficientes são mostrados nos eixos. Os valores são facilmente obtidos seguindo as instruções da seção 11.2. Note que para construirmos a matriz de variância e covariância estimada que aparece na

parte central da forma quadrática, fazemos uso apenas das informações que dizem respeito aos coeficientes que estão sendo testados. A figura 11.7 apresenta a região de confiança para o subvetor  $[\beta_2 \ \beta_3]'$ .

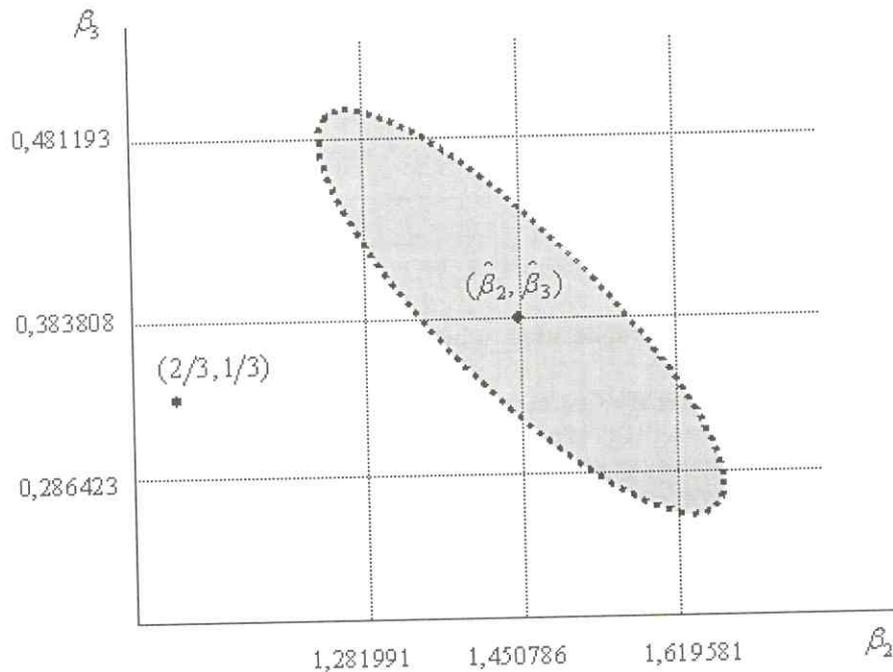


FIGURA 11.7: REPRESENTAÇÃO DOS INTERVALOS DE CONFIANÇA INDIVIDUAIS DE  $\beta_2$  E  $\beta_3$  E DA REGIÃO DE CONFIANÇA  $\beta_2$  E  $\beta_3$

Percebe-se claramente que o ponto  $(2/3, 1/3)$  encontra-se fora da elipse<sup>15</sup>, de modo que o teste de hipóteses irá fatalmente rejeitar a hipótese de que  $\begin{bmatrix} \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 \\ 1/3 \end{bmatrix}$ .

O nosso teste consiste simplesmente em construir a forma quadrática anterior substituindo  $\beta_2$  por  $2/3$  e  $\beta_3$  por  $1/3$ . Desse modo, temos:

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1,450786 - 2/3 \\ 0,383808 - 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,006927 & -0,003802 \\ -0,003802 & 0,002306 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1,450786 - 2/3 \\ 0,383808 - 1/3 \end{bmatrix} = \mathbf{a}'(\text{SubMVC})\mathbf{a}$$

Construiremos inicialmente o vetor  $\mathbf{a}$ .

**vector(2) A**

**A(1) = EQ01.@coefs(2) - (2/3)**

**A(2) = EQ01.@coefs(3) - (1/3)**

O vetor  $\mathbf{A}$  assim gerado é apresentado na figura 11.8.

<sup>15</sup> Um fato importante a ser notado é que, conforme os intervalos de confiança construídos, não rejeitamos a hipótese  $\beta_2 = 1,30$  nem a hipótese  $\beta_3 = 0,30$ , individualmente, mas a hipótese conjunta  $\begin{bmatrix} \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,30 \\ 0,30 \end{bmatrix}$  é rejeitada, uma vez que o ponto  $(1,30, 0,30)$  encontra-se fora da região de confiança determinada pela elipse. Concluímos que a não rejeição de hipóteses individuais não implica na não rejeição de hipóteses conjuntas.

| A                              |          |
|--------------------------------|----------|
| C1                             |          |
| Last updated: 05/25/03 - 09:28 |          |
| R1                             | 0.784119 |
| R2                             | 0.050475 |

FIGURA 11.8: VETOR A

A matriz **SubMVC** é na verdade uma submatriz de MVC. Dessa forma, faremos uso da função **@subextract** (ver seção 9.2):

**Matrix SubMVC = @subextract(MVC,2,2)**

A matriz **SubMVC** é apresentada abaixo:

| SUBMVC                         |           |           |
|--------------------------------|-----------|-----------|
| C1                             | C2        |           |
| Last updated: 05/25/03 - 09:32 |           |           |
| R1                             | 0.006927  | -0.003802 |
| R2                             | -0.003802 | 0.002306  |

FIGURA 11.9: MATRIZ SUBMVC

Resta-nos, portanto calcular a forma quadrática e em seguida multiplicar o valor obtido por  $1/2$ . Para isto fazemos uso dos comandos

**vector FQ = @transpose(A)\*@inverse(SubMVC)\*A**

**vector F = FQ(1)\*(1/2)**

O vetor **F** é apresentado a seguir:

| F                              |          |
|--------------------------------|----------|
| C1                             |          |
| Last updated: 05/25/03 - 09:40 |          |
| R1                             | 572.3982 |

FIGURA 11.10: VETOR F

O valor-p para este teste é gerado por

**vector valorp = @fdist(f(1), 2, 36)**

O vetor **valorp** descrito acima retorna a probabilidade de uma estatística F com 2 graus de liberdade no numerador e 36 graus de liberdade no denominador exceder 572,3982. O valor apresentado é virtualmente zero, de modo que rejeitamos fortemente a hipótese nula de que

$\begin{bmatrix} \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 \\ 1/3 \end{bmatrix}$  conforme já era previsto pela abordagem do intervalo de confiança. Note que o valor da estatística F calculada neste exemplo é exatamente o mesmo daquele gerado no capítulo 14, exemplo 14.8.

#### 11.4 INTERVALO DE CONFIANÇA PARA A MÉDIA POPULACIONAL

Foi visto na seção 7.1 que o EViews conduz um teste de hipóteses simples considerando como hipótese nula que a média ( $\mu$ ) da série  $X$  é igual a um valor específico ( $m$ ) contra a hipótese alternativa (bicaudal) de que a média é diferente de  $m$ .

$$\begin{cases} H_0 : \mu = m \\ H_1 : \mu \neq m \end{cases}$$

A estatística-t baseada no desvio-padrão estimado de  $X$  é computada como:

$$t = \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{N}}, \text{ com o desvio padrão definido como } s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}.$$

Podemos então construir o intervalo de confiança para a média populacional como:

$$\begin{aligned} P\left[-t_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{N}} \leq t_{\alpha/2}\right] &= 1 - \alpha \\ P\left[-t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{N}} \leq \bar{X} - m \leq +t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{N}}\right] &= 1 - \alpha \\ P\left[-\bar{X} - t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{N}} \leq -m \leq -\bar{X} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{N}}\right] &= 1 - \alpha \end{aligned}$$

$$P\left[\bar{X} - t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{N}} \leq m \leq \bar{X} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{N}}\right] = 1 - \alpha$$

Logo, há probabilidade de  $1 - \alpha$  de os extremos  $\left[\bar{X} - t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{N}} ; \bar{X} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{N}}\right]$  conterem o

verdadeiro valor  $m$ .

**EXEMPLO 11.3:** Construa um intervalo de confiança para a média populacional da série  $X$  abaixo:  
 $X = \{2.57, 2.50, 2.35, 2.30, 2.25, 2.20, 2.11, 1.94, 1.97, 2.06\}$

Em um *workfile* com dados do tipo **Undated or irregular** com 10 observações, gere a série  $X$ :  
**series X**

Em seguida abra a série  $X$  e entre com os valores indicados no exemplo (basta clicar em **Edit+/-** na barra de ferramentas de  $X$  para que possam ser digitadas as informações).

Para calcular os valores de um intervalo de confiança para a média populacional com nível de confiança de 95%, os procedimentos são mostrados a seguir:

1. Criar um vetor com duas linhas (para armazenar os limites inferior e superior do intervalo de confiança), como segue:

**vector(2) icmedia**

2. Para calcular o limite inferior  $(\bar{X} - t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{N}})$  do intervalo para um nível de confiança de 95% e

armazená-lo na primeira linha do vetor **icmedia**, deve-se digitar o seguinte comando na janela de comandos do EViews:

**icmedia(1)=@mean(X)-@qtdist(.975,9)\*@stdev(X)**

3. Para calcular o limite superior  $(\bar{X} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{N}})$  do intervalo de confiança com 95% de confiança e armazená-lo na segunda linha do vetor **icmedia**, entrar com o seguinte comando na janela de comandos:

**icmedia(2)=@mean(X)+@qtdist(.975,9)\*@stdev(x)**

4. Para visualizar os valores do intervalo, inferior e superior, basta abrir o vetor **icmedia** com um duplo clique em seu ícone. Os valores dos limites inferior e superior serão mostrados, como ordenados nos comandos, na primeira e segunda linhas, respectivamente.

O vetor **icmedia** construído de acordo com as instruções anteriores é mostrado abaixo:

| ICMEDIA |                                |
|---------|--------------------------------|
|         | C1                             |
|         | Last updated: 05/25/03 - 14:36 |
| R1      | 1.745806                       |
| R2      | 2.704194                       |

FIGURA 11.11: VETOR ICMEDIA CONTENDO OS LIMITES DO INTERVALO DE CONFIANÇA PARA A MÉDIA DE X

## 11.5 TESTE DE SIGNIFICÂNCIA ESTATÍSTICA PARA O COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO SIMPLES

Podemos testar a significância estatística do coeficiente de correlação simples entre duas variáveis com base em um teste t. Sendo  $r$  o coeficiente de correlação entre  $Y$  e  $X_2$ , por exemplo, o teste t para verificar a significância estatística da correlação é dado por:

$$\begin{cases} H_0 : r = 0 \\ H_1 : r \neq 0 \end{cases} \quad t = \frac{r \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \sim t_{(n-2)gl}$$

Note que, para um mesmo coeficiente de correlação, quanto maior o tamanho da amostra, maior a probabilidade de rejeitar  $H_0$ .

O procedimento para testar a significância estatística do coeficiente de correlação simples entre duas séries no EVIEWS é descrito a seguir:

### vector(3) correl

O vetor **correl** corresponde a um vetor coluna com três linhas, que serão utilizadas para armazenar as informações do teste.

1. Para calcular o coeficiente de correlação simples ( $r$ ) e armazená-lo na primeira linha do vetor **correl**, entrar com o seguinte comando na janela de comandos:

**correl(1)=@cor(Y,X2)**

2. Para realizar um teste t o coeficiente de correlação simples entre  $Y$  e  $X_2$  e armazená-lo na linha 2 do vetor de resultados, entrar com o comando a seguir:

**correl(2)=(@cor(Y,X2)\*((@obs(Y)-2)^.5))/((1-@cor(Y,X2)^2)^.5)**

3. Para calcular o valor crítico de t com  $n-2$  graus de liberdade e nível de significância de 5% e armazenar na 3ª linha do vetor **correl**, o comando é o seguinte:

**correl(3)=@qtdist(.975,(@obs(Y)-2))**

Um duplo clique no vetor **correl** mostrará o vetor com 3 linhas preenchidas de acordo com os passos anteriores. Caso o valor calculado exceda o valor tabelado, rejeita-se a hipótese nula, de tal forma que o teste decide pela significância estatística do coeficiente de correlação simples.

## 11.6. TESTE GLOBAL DE SIGNIFICÂNCIA – TESTE F

O teste F para significância global do modelo geral

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + e_i$$

é definido como:

$$F = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)} \sim F_{(k-1, n-k)gl}$$

$$\begin{cases} H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0 \\ H_1 : \text{pelo menos um dos } \beta\text{'s} \neq 0 \end{cases} \quad \text{ou alternativamente} \quad \begin{cases} H_0 : R^2 = 0 \\ H_1 : R^2 > 0 \end{cases}$$

O *output* padrão de regressão do EViews informa o valor da estatística F e seu valor p. Caso queira gerar a estatística utilizando a fórmula anterior<sup>16</sup> e armazenar esta informação na forma de vetor, deve-se entrar na janela de comandos com as instruções a seguir.

Inicialmente devemos criar um vetor como o do exemplo abaixo:

**vector(2) testef**

1. Para armazenar a estatística F da EQ01 na linha 01 do vetor **testef**, entrar com o seguinte comando:

**testef(1)=(EQ01.@r2/(EQ01.@ncoefs-1))/((1-EQ01.@r2)/(EQ01.@regobs-EQ01.@ncoefs))**

A estatística F tem k graus de liberdade no numerador e n-k graus de liberdade no denominador. A hipótese nula deve ser rejeitada se a estatística F calculada exceder o valor crítico de F no nível de significância escolhido.

2. Para calcular o valor crítico da F em nível de significância de 5% digita-se o seguinte comando na janela de comandos:

**testef(2)=@qfdist(.95, EQ01.@ncoefs-1, EQ01.@regobs-EQ01.@ncoefs)**

Para ver os resultados basta um duplo clique no ícone referente ao vetor.

**Obs<sub>1</sub>**: Desde que o valor da estatística F calculado seja maior que o valor crítico, rejeitamos a hipótese nula de que todos os coeficientes são conjuntamente iguais a zero, ou seja, rejeitamos a hipótese nula de que o modelo não é globalmente significativo. No caso de um modelo de regressão simples, os testes t e F têm o mesmo efeito. Note que neste caso o valor da estatística F calculada é o quadrado da estatística t calculada para o coeficiente angular e o valor-p para ambos os testes é o mesmo.

$$\begin{aligned} \text{Dem.: } F &= \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)} = \frac{\sum \hat{y}_i^2 / \sum y_i^2}{\left[ 1 - \left( 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum y_i^2} \right) \right] / (n-k)} = \frac{\sum \hat{y}_i^2 / \sum y_i^2}{\left( \frac{\sum e_i^2}{\sum y_i^2} \right) / (n-k)} = \frac{\sum \hat{y}_i^2}{\sum e_i^2 / (n-k)} \\ &= \frac{\hat{\beta}_2^2 \sum x_i^2}{\hat{\sigma}^2} = \frac{\hat{\beta}_2^2}{\hat{\sigma}^2 / \sum x_i^2} = \frac{\hat{\beta}_2^2}{\text{var}(\hat{\beta}_2)} = \left[ \frac{\hat{\beta}_2}{\text{ep}(\hat{\beta}_2)} \right]^2 = t^2. \end{aligned}$$

**Obs<sub>2</sub>**: Se o valor-p é menor que o nível de significância escolhido no teste, rejeita-se a hipótese nula.

## 11.7. TESTE F PARA A INCLUSÃO DE VARIÁVEIS EXPLICATIVAS

Sabemos que o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) não é um critério recomendado para escolher entre dois modelos com número diferente de variáveis explicativas ou quando a variável dependente não é a mesma. Para decidirmos se uma variável explicativa deve ou não ser incluída em um modelo, podemos utilizar o critério do  $R^2$  ajustado, pois este leva em conta a inclusão de novas variáveis explicativas em sua composição.

Uma outra maneira de testar a pertinência da inclusão de novas variáveis em um modelo é por meio do teste F para inclusão de novas variáveis explicativas. Para tanto devemos comparar o modelo

<sup>16</sup> Pode-se ter o interesse de gerar esta estatística para efeito de melhor compreensão, visto que o valor que será gerado pode ser obtido diretamente do *output* da regressão **EQ01**.

original, que denominaremos **modelo restrito**, com o modelo com as novas variáveis explicativas acrescidas, o qual denominaremos **modelo irrestrito**.

A estatística F é calculada por:

$$\begin{cases} H_0 : a(s) \text{ restrição(ões) é(são) válida(s)} \\ H_1 : a(s) \text{ restrição(ões) não é(são) válida(s)} \end{cases} \quad F = \frac{(R_{IR}^2 - R_R^2)/m}{(1 - R_{IR}^2)/(n - k)} \sim F_{(m, n-k)gl}$$

onde:

$R_{IR}^2 = R^2$  do modelo irrestrito;

$R_R^2 = R^2$  do modelo restrito;

$m$  = número de restrições, ou seja, diferença entre o número de variáveis explicativas do modelo irrestrito e do modelo restrito;

$n$  = número de observações;

$k$  = número de coeficientes do modelo irrestrito.

Uma vantagem do uso do teste F para inclusão de variáveis em relação ao  $R^2$  ajustado é que o primeiro é mais flexível quanto ao rigor do teste, pois nos proporciona condições de decidir o nível de significância a ser adotado. O  $R^2$  ajustado irá aumentar sempre que incluirmos uma variável explicativa cujo coeficiente apresente estatística t superior à unidade, em valor absoluto.

Vejam os em seguir como proceder no EViews o referido teste F em um *workfile* hipotético com 30 observações, contendo as variáveis **Y, X1, X2, X3, X4, X5**. Os modelos são definidos abaixo:

Modelo restrito:  $Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + e_i$

Modelo irrestrito (ou modelo livre):  $Y_i = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 X_{1i} + \hat{\alpha}_2 X_{2i} + \hat{\alpha}_3 X_{3i} + \hat{\alpha}_4 X_{4i} + \hat{\alpha}_5 X_{5i} + u_i$

Assim definidos os modelos restrito e irrestrito, percebe-se sem dificuldade que o número de restrições é igual a dois (5-3). O número de coeficientes do modelo irrestrito é igual a seis.

1 - Estimar o modelo restrito e nomeá-lo como **EQ01**. Para isto digite o comando abaixo na janela de comandos:

**equation EQ01.LS Y C X1 X2 X3**

2 - Estimar o modelo irrestrito e nomeá-lo como **EQ02**. Para isto digite o comando abaixo na janela de comandos:

**equation EQ02.LS Y C X1 X2 X3 X4 X5**

3 - Construir a estatística F conforme descrita anteriormente:

**vector FCALC = ((EQ02.@R2 - EQ01.@R2) / 2) / ((1 - EQ02.@R2) / (30 - 6))**

Será assim criado um vetor 1x1 denominado **FCALC**, contendo o valor calculado da estatística F que deve ser comparado com o valor tabelado para que seja tomada a decisão.

4 - Construir um vetor contendo os valores tabelados nos níveis de significância de 1%, 5% e 10%.

**vector(3,1) FTAB**

**FTAB(1) = @qfdist(0.99, 2, 30-6)**

**FTAB(2) = @qfdist(0.95, 2, 30-6)**

**FTAB(3) = @qfdist(0.90, 2, 30-6)**

Os comandos anteriores levam à criação de um vetor coluna com 3 linhas denominado **FTAB**. Na primeira linha de **FTAB** é computado o valor tabelado da estatística F para o nível de significância de 1% com 2 gl no numerador e 24 gl no denominador. Na segunda linha de **FTAB** é computado o valor tabelado da estatística F para o nível de significância de 5% com 2 gl no numerador e 24 gl no denominador. Na terceira linha de **FTAB** é computado o valor tabelado da estatística F para o nível de significância de 10% com 2 gl no numerador e 24 gl no denominador. Se o valor calculado da estatística F exceder o valor tabelado para um dado nível de significância, rejeita-se a hipótese nula de que o modelo restrito é preferível ao modelo irrestrito, ou seja, deve-se optar pelo modelo irrestrito.

## CRIANDO TABELAS E TEXTOS NO EViews

## 12.1 OBJETOS DO TIPO TABELA

Uma tabela é um objeto composto por células ordenadas em linhas e colunas. Cada célula pode conter números ou quaisquer séries de caracteres alfanuméricos ou palavras consecutivas que são manipuladas e tratadas como uma unidade pelo programa. Dessa forma, em uma tabela podemos tornar mais organizado o armazenamento de informações relativamente ao processo descrito para vetores, pois nas tabelas podemos identificar com um texto cada informação. Note que isto não é possível de ser feito em vetores, pois estes só aceitam argumentos numéricos.

Para criar uma tabela no EViews, entra-se o comando abaixo na janela de comandos:

**table(n1, n2) nome\_tabela**

Este comando geral indica a criação de uma tabela denominada **nome\_tabela** com **n1** linhas e **n2** colunas. Dessa forma, para gerar uma tabela com 10 linhas e 5 colunas denominada **tab01**, basta entrar com **table(10, 5) tab01** na janela de comandos.

Pode-se alterar as dimensões da tabela simplesmente declarando-a novamente. Assim, se quisermos que a tabela **tab01** contenha 20 e não 10 linhas, basta entrar com o comando **table(20, 5) tab01**. Ao redimensionar uma tabela não são perdidas as informações já contidas nesta. Note que as tabelas são automaticamente redimensionadas quando é ordenado que seja inserida uma informação em um campo não existente com base na atual dimensão.

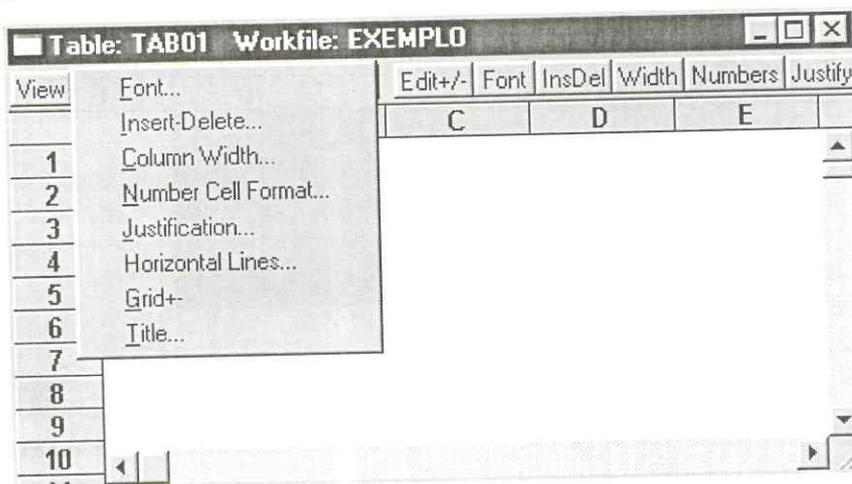


FIGURA 12.1: OPÇÕES DE FORMATAÇÃO DA TABELA

A forma inicial pode ser alterada selecionando **Procs** na barra de ferramentas da tabela e escolhendo uma das opções indicadas na figura 12.1. Descreve-se brevemente a seguir cada uma das opções:

**Font...** - Permite que seja escolhida a fonte a ser usada em toda a tabela.

**Insert-Delete...** - Insere ou exclui linhas ou colunas da tabela.

**Column Width...** - Modifica a largura da coluna indicada na tabela. A largura é medida pelo número de caracteres e depende da fonte utilizada.

**Number Cell Format...** - Controla o formato de alguns ou todos os números da tabela. Ao selecionar esta opção, é aberta uma janela conforme a apresentada na figura 12.2.

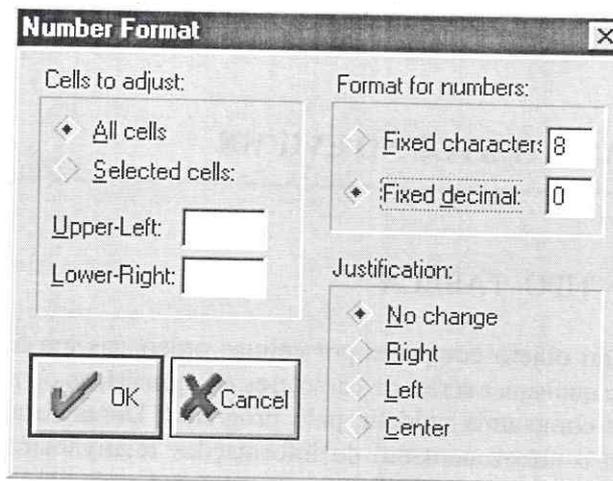


FIGURA 12.2: OPÇÕES DE FORMATAÇÃO DOS NÚMEROS DA TABELA

Primeiramente, deve-se indicar as células que serão ajustadas. Tem-se a opção de ajustar todas as células (**All cells**) e apenas um grupo de células selecionadas. Pode-se selecionar as células primeiro e em seguida clicar em **Procs / Number Cell Format...**, que já serão indicadas as células superior-esquerda (**Upper-Left**) e inferior direita (**Lower-Right**). Caso queira preencher os campos sem selecionar as células a serem ajustadas, basta entrar com as coordenadas de cada célula. Se por exemplo, quisermos selecionar o retângulo destacado na figura 12.3, basta que digitemos **A1** em **Upper-Left** e **D6** em **Lower-Right**.

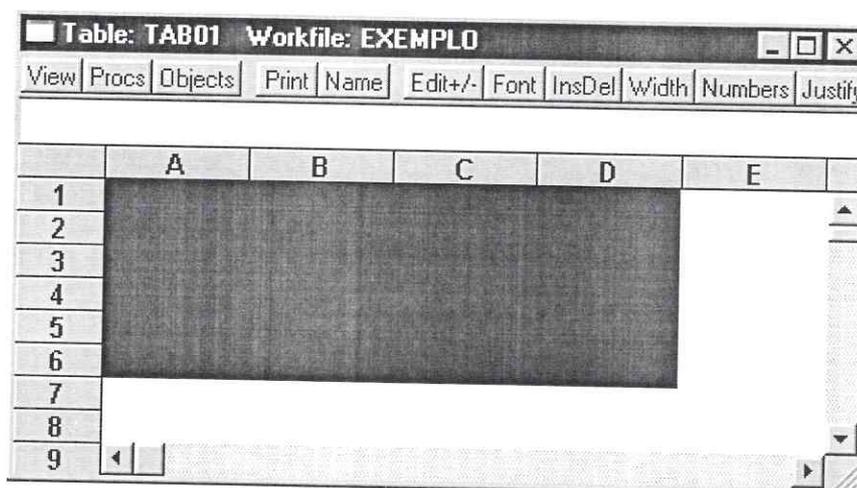


FIGURA 12.3: ILUSTRAÇÃO DE UM EXEMPLO DE SELEÇÃO DE ÁREA DA TABELA

A opção **Fixed characters** especifica o número total de caracteres a ser exibido, enquanto que **Fixed decimal** especifica o número de dígitos à direita do ponto decimal (lembre que no padrão americano, o ponto separa os decimais). Note que os dígitos podem não ser todos exibidos caso a largura da célula não os comporte. Neste caso, use a opção **Column Width** para aumentar a largura da célula. Tem-se em seguida a opção **Justification**, que permite que se alinhe as células selecionadas à direita (**Right**), à esquerda (**Left**) ou centralizar (**Center**), além da possibilidade de não alterar (**No change**).

**Justification...** - Justifica todos os números e textos das células selecionadas.

**Horizontal Lines...** - Adiciona ou remove linhas da tabela.

**Grid+/-...** - ativa ou desativa as linhas de grade da tabela.

**Title...** - Permite que seja dado um título à tabela. Note que esta opção é diferente da opção **Name**, que indica o nome do objeto.

**Edit+/-** - Ativa ou desativa a possibilidade de editar cada célula da tabela.

As tabelas geradas no EViews podem ser copiadas e coladas em um outro programa simplesmente usando as opções copiar (**Ctrl + C**) e colar (**Ctrl + V**). Para isto, basta selecionar a área

da tabela a ser copiada e em seguida selecionar **Edit / Copy** no menu principal. Será exibida uma janela como a que é ilustrada na figura 12.4, na qual deve ser indicado o método de cópia para os números que eventualmente estejam na tabela. A primeira opção realiza a cópia da tabela exatamente como está exibida no monitor e a segunda opção copia os números na maior precisão interna do programa.

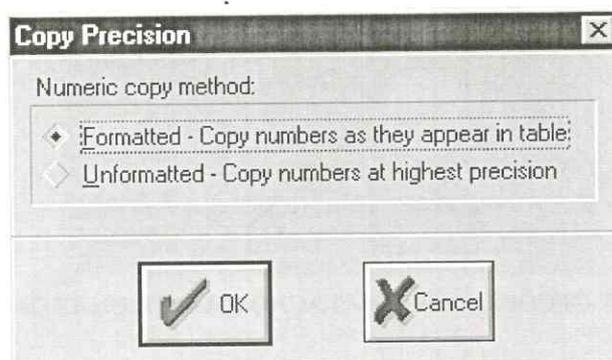


FIGURA 12.4: OPÇÕES DE FORMATAÇÃO DOS NÚMEROS COPIADOS

Podemos ainda inserir linhas duplas para melhor formatação da tabela. Por exemplo:

**setline(tab01,4)**

insere uma linha dupla na quarta linha da tabela **tab01**.

Para entrarmos com textos na tabela, podemos digitar diretamente na tabela ou usar a janela de comandos. Textos devem estar sempre entre aspas duplas ( " ). Dessa maneira, se quisermos inserir o texto **Coefficiente Estimado** na segunda linha da primeira coluna da tabela **tab01**, basta entrar com o comando

**tab01(2,1) = "Coeficiente Estimado"**

Lembre que se for preciso aumentar a largura da coluna, usa-se a opção **Width**.

**EXEMPLO 12.1:** Construindo uma tabela para o intervalo de confiança dos coeficientes.

Continuemos trabalhando com a equação  $Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + e_i$ , cujos valores estimados estão apresentados na figura 11.1.

Iremos descrever uma forma de criar uma tabela para armazenar o intervalo de confiança para cada coeficiente da regressão. Espera-se que este exemplo seja suficiente para proporcionar a condição de auto-suficiência do leitor na criação de outras tabelas.

Primeiramente devemos criar a tabela. Para tanto, entra-se com a instrução **table(10,10) incon** na janela de comandos. Será então criada a tabela denominada **incon** contendo 10 linhas e 10 colunas. (obs.: se você não souber ao certo quantas linhas e quantas colunas serão necessárias para abrigar todas as informações, gere uma tabela com um número de linhas e colunas grande o suficiente para até mesmo sobrar espaço).

Em seguida daremos um título à tabela: **Intervalo de confiança para os coeficientes da EQ01**. Para tanto, basta clicar em **Title** na barra de ferramentas da tabela e digitar o título na janela que será aberta.

Deve-se agora identificar cada coluna. Na primeira coluna, iremos inserir a identificação de cada coeficiente. Na segunda coluna teremos o limite inferior do intervalo de confiança de cada coeficiente e na terceira e última coluna teremos o limite superior de cada coeficiente.

**incon(1, 1) = "Coeficiente"**

**incon(1, 2) = "Limite Inferior"**

**incon(1, 3) = "Limite Superior"**

Em seguida, selecionam-se as três primeiras colunas e aumenta-se a largura para cada linha conter 20 caracteres. Basta selecionar **Width** na barra de ferramentas da tabela e preencher os campos da janela que será aberta como estão indicados na figura 12.5.

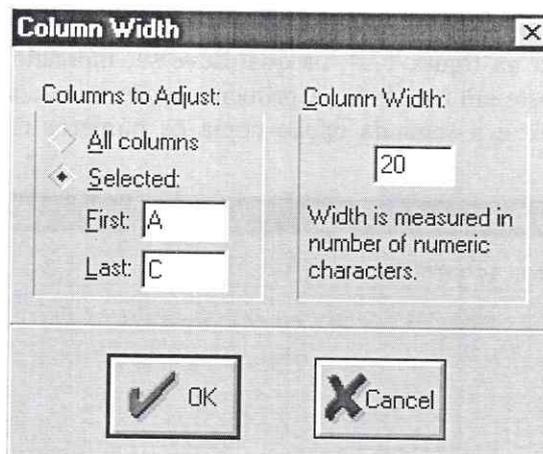


FIGURA 12.5: OPÇÕES DE FORMATAÇÃO DAS COLUNAS DA TABELA

Para melhor formatação, faz-se interessante incluir uma linha dupla após o cabeçalho da tabela.

**setline(incon,2)**

Vamos agora identificar cada coeficiente para o qual será gerado o intervalo de confiança. Denominaremos os coeficientes por **beta0**, **beta1**, **beta2** e **beta3**. Para isto, entramos com as seguintes instruções na janela de comandos:

**incon(3,1) = "beta0"**

**incon(4,1) = "beta1"**

**incon(5,1) = "beta2"**

**incon(6,1) = "beta3"**

Resta finalmente entrar com os valores dos limites inferior e superior de cada intervalo de confiança. Fazendo primeiramente todos os limites inferiores, temos:

**incon(3,2)=EQ01.@coefs(1)-(@qtdist(.975,(EQ01.@regobs-EQ01.@ncoef)))\*EQ01.@stderrs(1)**

**incon(4,2)=EQ01.@coefs(2)-(@qtdist(.975,(EQ01.@regobs-EQ01.@ncoef)))\*EQ01.@stderrs(2)**

**incon(5,2)=EQ01.@coefs(3)-(@qtdist(.975,(EQ01.@regobs-EQ01.@ncoef)))\*EQ01.@stderrs(3)**

**incon(6,2)=EQ01.@coefs(4)-(@qtdist(.975,(EQ01.@regobs-EQ01.@ncoef)))\*EQ01.@stderrs(4)**

Os limites inferiores são obtidos apenas mudando o sinal após a identificação de cada coeficiente estimado e indicando que estes se localizarão na terceira coluna, portanto ao lado do valor do limite inferior:

**incon(3,3)=EQ01.@coefs(1)+(@qtdist(.975,(EQ01.@regobs-EQ01.@ncoef)))\*EQ01.@stderrs(1)**

**incon(4,3)=EQ01.@coefs(2)+(@qtdist(.975,(EQ01.@regobs-EQ01.@ncoef)))\*EQ01.@stderrs(2)**

**incon(5,3)=EQ01.@coefs(3)+(@qtdist(.975,(EQ01.@regobs-EQ01.@ncoef)))\*EQ01.@stderrs(3)**

**incon(6,3)=EQ01.@coefs(4)+(@qtdist(.975,(EQ01.@regobs-EQ01.@ncoef)))\*EQ01.@stderrs(4)**

Incluimos uma linha no final da tabela.

**setline(incon,7)**

E finalmente indicamos abaixo da tabela o nível de significância utilizado:

**incon(8,1)="Nível de significância = 5%"**

Seguindo todos estes comandos, a tabela com os valores dos intervalos de confiança para cada coeficiente do modelo especificado é apresentada na figura 12.6.

É indiscutível a vantagem da representação em forma de tabela relativamente à qualquer outra forma de armazenamento de resultados no EViews. Para um melhor entendimento desse exemplo, aconselha-se que o leitor procure repetir cada passo como exercício.

| Intervalo de confiança para os coeficientes da EQ01 |                             |                 |                 |
|---|-----------------------------|-----------------|-----------------|
|   | A                           | B               | C               |
| 1   | Coefficiente                | Limite Inferior | Limite Superior |
| 2   |                             |                 |                 |
| 3   | beta0                       | 12.941370       | 26.806721       |
| 4   | beta1                       | 0.8223900       | 1.8952344       |
| 5   | beta2                       | 0.0047535       | 0.0269454       |
| 6   | beta3                       | 1.4605672       | 12.826300       |
| 7   |                             |                 |                 |
| 8   | Nível de significância = 5% |                 |                 |
| 9   |                             |                 |                 |
| 10  |                             |                 |                 |

FIGURA 12.6: TABELA INCON

## 12.2 OBJETOS DO TIPO TEXTO

O EViews dispõe de um tipo de objeto no qual podem ser inseridos todos os tipos de caracteres. Este é o objeto do tipo texto. Uma de suas grandes utilidades é armazenar os comandos utilizados no desenvolvimento do modelo no qual se está trabalhando. Assim, basta copiar os comandos da janela de comandos e colá-los na área do texto e salvar. Nas próximas vezes que o *workfile* for aberto, todos os comandos estarão à disposição do usuário em caso de alguma dúvida.

Para criar um objeto do tipo texto, basta selecionar **Objects / New Object / Text** ou simplesmente digitar **text nome** na janela de comandos. Por exemplo,

**text comandos**

irá criar um objeto do tipo texto denominado **comandos**.

## GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS E EXPERIMENTO DE MONTE CARLO

### 13.1 GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS

A geração de números (pseudo-) aleatórios no EViews tem uma característica peculiar que deve ser levada em conta. Suponha que se deseja criar um vetor contendo números (pseudo-) aleatórios retirados de uma distribuição normal com média zero e variância unitária. Para tanto deve ser usada a função `@nrnd` (*Normal random number generator*)<sup>17</sup>. Atente para o fato de que o comando

```
vector(10) x = @nrnd
```

não irá preencher o vetor **x** com 10 números (pseudo-) aleatórios, e sim irá gerar apenas um e repetir este valor em todas as 10 linhas do vetor **x**. Este resultado difere do caso quando se está lidando com séries. O comando

```
genr y = @nrnd
```

irá gerar uma série **y** contendo números (pseudo-) aleatórios retirados de uma distribuição normal com média zero e variância unitária como se o comando houvesse sido dado para cada observação.

Observe que o comando `@nrnd` pode ser usado para gerar números aleatórios retirados de uma distribuição normal com média e variância gerais, como por exemplo:

```
genr n=8+2*@nrnd
```

gera uma série denominada **n** de números aleatórios retirados de uma distribuição normal com média 8 e variância 4.

Uma ferramenta que aparece com frequência na geração de números aleatórios é `rndseed`. Quando utilizamos a função `rndseed` como no exemplo abaixo:

```
create u 1 1000
```

```
rndseed 123
```

```
genr x=@nrnd
```

em um programa, geramos uma série **x** de 1000 números aleatórios retirados de uma distribuição normal padrão. A inclusão de `rndseed 123` faz com que, sempre que repetirmos este conjunto de instruções, o programa gere o mesmo conjunto de números aleatórios. Dessa forma,

```
genr x1=@nrnd
```

```
genr x2=@nrnd
```

gera duas séries **x1** e **x2** diferentes de números aleatórios retirados de uma distribuição normal padrão, entretanto,

```
rndseed 123
```

```
genr x1=@nrnd
```

```
rndseed 123
```

```
genr x2=@nrnd
```

gera duas séries **x1** e **x2** idênticas de números aleatórios retirados de uma distribuição normal padrão. Esta função é útil, entre outras coisas, quando desejamos repetir exatamente uma mesma simulação ou experimento.

<sup>17</sup> Os comandos `@rnorm` e `@nrnd` têm a mesma função. Caso semelhante ocorre com a função `@determinant`, que pode ser alternativamente expressa de forma simplificada como `@det`.

QUADRO 13.1: OPÇÕES PARA GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS

| Comando        | Distribuição | Descrição  |
|----------------|--------------|--|
| @rbinom(n,p)   | Binomial     | $P(x, n, p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$<br>se $x = 1, 2, \dots, n$ e 0 caso contrário,<br>para $0 \leq p \leq 1$ . |
| @runif(a,b)    | Uniforme     | $f(x) = \frac{1}{b-a}$ , $a \leq x \leq b$ .   |
| @rpoisson(m)   | Poisson      | $P(X = x) = \frac{e^{-m} m^x}{x!}$   |
| @rlogistic     | Logística    | $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} = \frac{e^x}{1+e^x}$  |
| @rchisq(v)     | Qui-quadrado | $v$ é o número de graus de liberdade da distribuição qui-quadrado.   |
| @rfdist(v1,v2) | F            | $v1$ e $v2$ são os graus de liberdade do numerador e do denominador da distribuição F, respectivamente.                |
| @rtdist(v)     | t            | $v$ é o número de graus de liberdade da distribuição t.  |

## 13.2 EXPERIMENTO DE MONTE CARLO

Apenas em alguns casos mais simples a teoria econométrica é capaz de deduzir as propriedades estatísticas de uma distribuição amostral. Na maior parte das vezes, a teoria é forçada a fazer uso da álgebra assintótica, produzindo resultados que se aplicam apenas à grandes amostras. Apesar de em muitos casos estes resultados assintóticos se mostrarem como boas aproximações para as distribuições amostrais associadas a amostras não muito grandes, não se pode ter certeza dos valores obtidos. Por esse motivo, econométristas utilizam-se de ferramentas computacionais para encontrar as propriedades estatísticas da distribuição amostral em pequenas amostras usando um método denominado Monte Carlo. No método de Monte Carlo, o computador simula o processo gerador dos dados, criando milhares de exemplos típicos, criando para cada um deles o valor da estatística em questão e em seguida utilizando estes milhares de valores na caracterização da distribuição amostral, estimando a média, variância, erro quadrático médio e construindo um histograma. (Kennedy, 2001)

Os Experimentos de Monte Carlo são usados com frequência para estudar as propriedades estatísticas dos vários métodos de estimação dos parâmetros da população. Tais experimentos constituem ainda uma boa maneira de deixar claro o conceito de amostragem repetida.

Em se tratando de aplicações em econometria, os experimentos de Monte Carlo<sup>18</sup> consistem geralmente nos seguintes procedimentos:

- i) Assumir que o verdadeiro Processo Gerador de Dados (PGD) é conhecido;
- ii) Especificar o conjunto de variáveis explicativas;
- iii) Criar um conjunto artificial de dados via seleção aleatória de observações a partir do PGD e da população de regressores;
- iv) Estimar o modelo de regressão a partir do conjunto de dados artificiais gerados, usando o estimador ou o modelo sob investigação. Se o propósito do experimento for comparar estimadores

<sup>18</sup> Simulações de Monte Carlo podem ser utilizadas ainda na resolução de problemas de otimização, de equações não lineares e de integrais.

alternativos, testes estatísticos ou modelos, estima-se um modelo a partir das mesmas observações usando os diversos procedimentos alternativos;

v) Gerar um novo conjunto artificial de dados e obter as novas estimativas e testes estatísticos para os dados. Repetir este processo diversas vezes (2000 vezes, por exemplo);

vi) De posse das diversas estimativas geradas, investigar suas propriedades.

É importante notar que o primeiro passo para conduzir um experimento de Monte Carlo é assumir um processo gerador de dados específico. Na realidade, a verdadeira função populacional nunca é conhecida (pois se o fosse não precisaria ser estimada...) e o PGD não é nada mais que um modelo que se espera caracterizar com certa acurácia algumas características dos dados. Entretanto, a questão da simulação de Monte Carlo é construir uma situação hipotética com propriedades conhecidas e então comparar os resultados estimados com a verdade.

Como ilustração, assumiremos que o verdadeiro PGD é o seguinte modelo linear de regressão simples:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i \quad (01)$$

com termo de erro ( $u_i$ ) independente e identicamente distribuído  $N(0,1)$ . Além disso, suponha que os valores reais dos parâmetros sejam  $\beta_1 = 25$  e  $\beta_2 = 0,4$ . Digamos que o tamanho da amostra seja de 25 observações. Sabemos, portanto, os valores dos parâmetros da regressão e o tamanho da amostra. Como é do nosso conhecimento, os valores de  $X_i$  são fixados em amostragem repetida, ou seja,  $X$  é não estocástico. Dessa forma, devemos fornecer valores para  $X$  que serão mantidos até o final do experimento.

Devemos agora gerar uma simulação da série de resíduos composta por números extraídos de forma aleatória de uma população com média zero e variância unitária. O comando `@nrnd` do EViews nos fornece tais valores aleatórios.

Como você conhece  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $X_i$  e  $u_i$ , substituindo-os na equação 01, obterá 25 valores de  $Y_i$ . Tais valores serão utilizados para regredir  $Y_i$  sobre  $X_i$ , obtendo  $\hat{\beta}_1$  e  $\hat{\beta}_2$ , as estimativas de mínimos quadrados.

Repetindo este experimento 99 vezes, utilizando os mesmos valores de  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $X$ , variando apenas  $u_i$ , você terá ao todo 100 etapas, gerando assim 100 valores de  $\hat{\beta}_1$  e  $\hat{\beta}_2$ . Na prática realizam-se muitas dessas etapas, comumente de 1000 a 2000 vezes.

Os procedimentos que serão apresentados a seguir descrevem ainda como gerar uma matriz (100 x 2) para armazenar os 100 valores de  $\hat{\beta}_1$  na primeira coluna e os 100 valores de  $\hat{\beta}_2$  na segunda coluna.

Ao final, calcule a média dessas 100 estimativas. A proximidade das médias em relação aos valores verdadeiros de  $\beta_1$  e  $\beta_2$  fornece uma comprovação empírica de que os estimadores de mínimos quadrados são não-viesados. (Lembre-se que no MCRL  $E(\hat{\beta}_1) = \beta_1$  e  $E(\hat{\beta}_2) = \beta_2$ )

Na janela de comandos, digitar as seguintes instruções:

```
create montecarlo u 1 25
matrix(100,2) beta
series x = 10 + @nrnd
series u = @nrnd
series y = 25 + 0.4 * x + u
equation eq01.ls y c x
beta(1,1) = @coefs(1)
beta(1,2) = @coefs(2)
```

As etapas apresentadas até aqui descrevem os procedimentos citados anteriormente até a obtenção dos 25 primeiros valores de  $Y$  e a regressão desses valores de  $Y$  sobre  $X$ . Em seguida são armazenados os valores de  $\hat{\beta}_1$  e  $\hat{\beta}_2$  na primeira e segunda colunas respectivamente, da primeira linha.

Em seguida, deve-se repetir o procedimento a partir da atribuição de novos valores para  $u_i$ , pois  $X_i$  deve ser mantido fixo. Serão alterados de uma etapa para outra apenas os locais onde ficarão armazenados os valores de  $\hat{\beta}_1$  e  $\hat{\beta}_2$ , ou seja, apenas as linhas da matriz `beta`.

Para uma utilização mais eficiente dos recursos do EViews, deve-se trabalhar no modo de programação, uma vez que a utilização da janela de comandos nesse caso aumentaria muito o tempo necessário para a realização do experimento.

Devemos inicialmente abrir um novo programa, selecionando **File / New / Program** no menu principal. Será então aberta a janela de programa, conforme ilustração na figura 13.1.

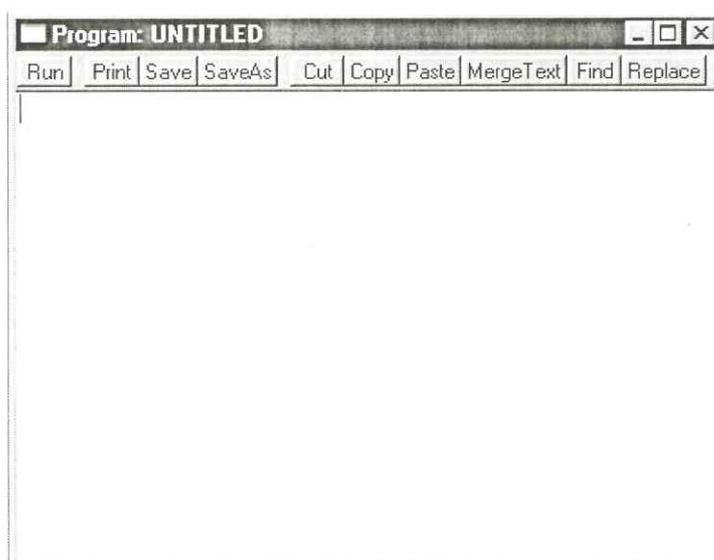


FIGURA 13.1: JANELA DE PROGRAMA

É apresentado a seguir o procedimento completo para a realização do experimento de Monte Carlo. Essas instruções devem ser digitadas diretamente na janela do programa.

```

workfile montecarlo u 1 25
matrix(100,2) beta
series x = 10 + @nrnd
series u = @nrnd
series y = 25 + 0.4 * x + u
equation eq.ls y c x
beta(1,1) = @coefs(1)
beta(1,2) = @coefs(2)
series u = @nrnd
series y = 25 + 0.4 * x + u
equation eq.ls y c x
beta(2,1) = @coefs(1)
beta(2,2) = @coefs(2)
series u = @nrnd
series y = 25 + 0.4 * x + u
equation eq.ls y c x
beta(3,1) = @coefs(1)
beta(3,2) = @coefs(2)
series u = @nrnd
series y = 25 + 0.4 * x + u
equation eq.ls y c x
beta(4,1) = @coefs(1)
beta(4,2) = @coefs(2)
. . . . .
. . . . .
series u = @nrnd
series y = 25 + 0.4 * x + u
equation eq.ls y c x

```

```

beta(99,1) = @coefs(1)
beta(99,2) = @coefs(2)
series u = @nrnd
series y = 25 + 0.4 * x + u
equation eq.ls y c x
beta(100,1) = @coefs(1)
beta(100,2) = @coefs(2)

```

Depois de seguidas todas as instruções, clicar em **RUN**, na barra de ferramentas da janela do programa. Para entrar com todos os comandos descritos nesta seção, uma forma prática é copiar somente a grande área marcada no início, que vai de **series u=@nrnd** até **beta(1,2)=@coefs(2)** e colar em seguida 99 vezes, faltando apenas alterar os números das linhas da matriz **beta** de forma crescente até 100.

Ao final, selecionar **View / Descriptive Statistics by Column** na barra de ferramentas da matriz **beta** e conferir a média (*mean*) de cada coluna. A intenção do exercício é mostrar que à medida que aumentamos o número de simulações, obtemos um valor médio cada vez mais próximo dos parâmetros populacionais ( $\beta_1=25$ ,  $\beta_2=0,4$ ).

Na prática, simulações como esta devem apresentar um número de iterações bem maior que cem vezes (2000 ou 3000 vezes, por exemplo). Evidentemente, o trabalho de digitar as informações para 2000 simulações é bastante árduo. Felizmente, o EViews possibilita ao usuário trabalhar com linguagem de programação que facilita (e muito!) o trabalho. Vejamos em seguida como realizar uma simulação semelhante à descrita anteriormente, só que desta vez para 2000 repetições e com valores 13 para o intercepto e 2 para o coeficiente angular.

```

workfile montecarlo u 1 25
matrix(2000,2) beta
series x = 10 + @nrnd
for !i=1 to 2000
  series u{!i} =nrnd
  series y{!i} =13 + 2*x + u{!i}
  equation eq{!i}.ls y{!i} c x
  beta{!i},1 = eq{!i}.@coefs(1)
  beta{!i},2 = eq{!i}.@coefs(2)
next

```

**next**

As três primeiras linhas do programa descrevem a criação de um *workfile* contendo 25 observações denominado **montecarlo**, a criação de uma matriz **beta** (2000x2) e uma série **X** com valores numéricos dados pela soma de um número aleatório a 10. A matriz **beta** irá conter todos os 2000 valores estimados do termo de intercepto em sua primeira coluna e do coeficiente angular na segunda coluna. O comando **for !i=1 to 2000** trata da criação de uma variável de controle **i** que varia de 1 a 2000. O comando **series u{!i} =nrnd** trata da criação de 2000 séries de números aleatórios retirados de um conjunto de números com distribuição normal padrão. Temos em seguida **series y{!i} =13 + 2\*x + u{!i}**, que indica a criação de 2000 séries **y** de acordo com os valores do intercepto (13) e do coeficiente angular(2). O comando **equation eq{!i}.ls y{!i} c x** trata da criação de 2000 equações, denominadas **eq1**, **eq2**, **eq3**,...,**eq1999**, **eq2000**. Finalmente armazenamos os valores estimados dos coeficientes de cada modelo na matriz beta: **beta{!i},1 = eq{!i}.@coefs(1)** e **beta{!i},2 = eq{!i}.@coefs(2)**.

A figura 13.2 apresenta o gráfico das colunas da matriz **beta**. C1 indica a coluna 1 (intercepto) e C2 a coluna 2 (coeficiente angular). Percebe-se que os valores estimados variam sempre em torno da média.

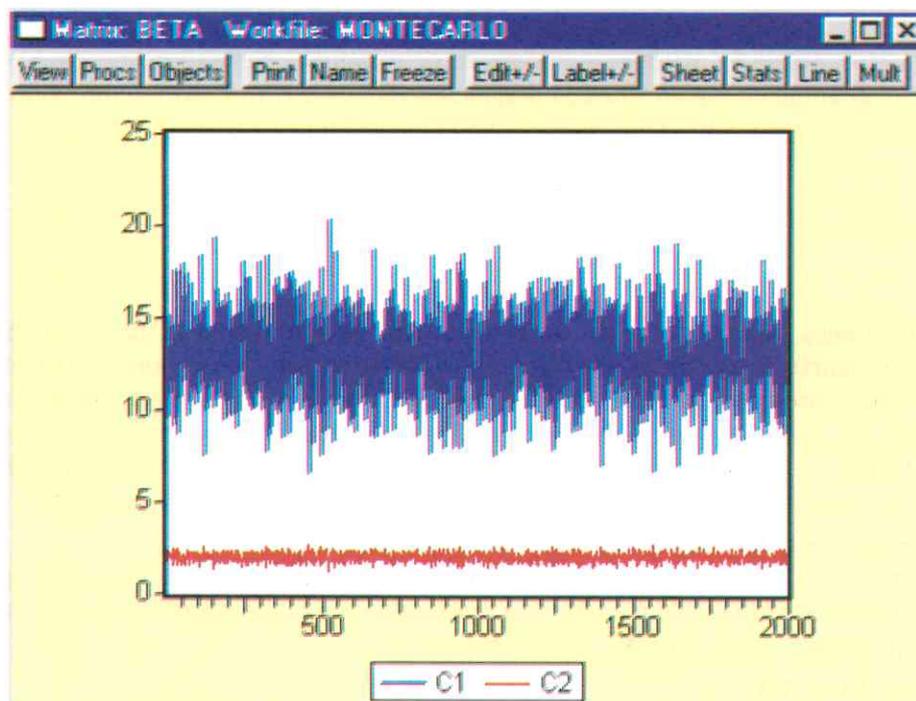


FIGURA 13.2: GRÁFICO DE C1 E C2

Podemos tirar mais informações a partir resumo das estatísticas apresentado na figura 13.3.

| Matrix: BETA Workfile: MONTECARLO   |          |           |  |  |
|---|----------|-----------|--|--|
| View Procs Objects Print Name Freeze Edit+/- Label+/- Sheet Stats Line Mult |          |           |  |  |
| BETA  |          |           |  |  |
|   | C1       | C2        |  |  |
| <b>Mean</b>   | 13.00346 | 2.000284  |  |  |
| <b>Median</b>   | 12.97446 | 2.001676  |  |  |
| <b>Maximum</b>  | 20.25211 | 2.645740  |  |  |
| <b>Minimum</b>  | 6.628423 | 1.237526  |  |  |
| <b>Std. Dev.</b>  | 1.989977 | 0.198710  |  |  |
| <b>Skewness</b>   | 0.027467 | -0.027894 |  |  |
| <b>Kurtosis</b>   | 3.107171 | 3.085903  |  |  |
| <b>Jarque-Bera</b>  | 1.208611 | 0.874311  |  |  |
| <b>Probability</b>  | 0.546454 | 0.645871  |  |  |
| <b>Observations</b>   | 2000     | 2000      |  |  |

FIGURA 13.3: ESTATÍSTICAS DE C1 E C2

Nota-se que a média da primeira coluna está próxima de 13 (13,00346) e a média da segunda coluna está próxima de 2 (2,000284). Espera-se que com este exercício tenha ficado mais claro para o leitor o conceito de amostragem repetida e de ausência de viés dos estimadores de mínimos quadrados. Com base no teste de normalidade de Jarque-Bera, concluímos pela não rejeição da hipótese nula (normalidade) dos coeficientes estimados (valor-p para C1  $\cong$  0,55 e valor-p para C2  $\cong$  0,65).

## APÊNDICE 1 (Diagonalização de matrizes simétricas e decomposição espectral)

Uma matriz  $\mathbf{A}$  é dita simétrica se, e somente se, for igual à sua transposta ( $\mathbf{A}=\mathbf{A}'$ ). Tal matriz é necessariamente quadrada. Os elementos da diagonal principal são arbitrários, entretanto os elementos fora da diagonal principal ocorrem em pares, respeitando a condição de que  $a_{ij} = a_{ji}$ .

Exemplo:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 7 & 10 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 1 & 9 & 5 \end{bmatrix}$$

Nos exemplos acima, note que  $\mathbf{A}$  é simétrica, enquanto que  $\mathbf{B}$  não é. Uma importante propriedade das matrizes simétricas estabelece que todos os seus autovalores são necessariamente reais. Autovalores associados a matrizes não simétricas podem ou não ser reais. Deste modo, o EViews só gera autovalores a partir de matrizes simétricas especificadas como objeto do tipo **sym**.

Uma matriz  $\mathbf{A}$  simétrica de ordem  $k$  tem  $k$  autovetores ( $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k$ ) ortogonais entre si. Os autovalores correspondentes  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$  serão todos reais e não necessariamente distintos. Os autovetores de uma matriz simétrica são sempre ortogonais.

Seja  $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k]$  a matriz contendo os autovetores associados aos autovalores da matriz  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{\Lambda}$  uma matriz diagonal contendo na diagonal principal os autovalores de  $\mathbf{A}$  associados aos autovetores representados na matriz  $\mathbf{V}$ . Assim,  $\mathbf{A}\mathbf{v}_i = \lambda_i\mathbf{v}_i$

está contido em  $\mathbf{A}\mathbf{V} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}$ .

Uma vez que  $\mathbf{V}$  é ortogonal ( $\mathbf{V}^{-1} = \mathbf{V}'$ ), temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{V} &= \mathbf{V}\mathbf{\Lambda} \\ \mathbf{V}'\mathbf{A}\mathbf{V} &= \mathbf{V}'\mathbf{V}\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda} \end{aligned}$$

Logo:

i)  $\mathbf{V}'\mathbf{A}\mathbf{V} = \mathbf{\Lambda}$  ou;

ii)  $\mathbf{A} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}'$ .

Chamamos ( i ) de diagonalização de  $\mathbf{A}$  e ( ii ) de decomposição espectral de  $\mathbf{A}$ .

**EXEMPLO A.1:** Diagonalize a matriz  $\mathbf{A}$  abaixo e construa a decomposição espectral de  $\mathbf{A}$ .

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 2 & 9 \\ 7 & 4 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 6 \\ 9 & 4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

Em um *workfile* qualquer no EViews<sup>19</sup>, crie a matriz simétrica (objeto do tipo **sym**)  $\mathbf{A}$  de acordo com o seguinte comando:

**sym(4) A**

Depois de criada a matriz  $\mathbf{A}$ , abra-a com um duplo clique sobre seu ícone e preencha os campos de  $\mathbf{A}$  de acordo conforme a matriz acima (para preencher, clicar em **Edit +/-** na barra de ferramentas da matriz). Deve ser criada uma matriz como a que segue:

<sup>19</sup> Para trabalhar com matrizes, o EViews não exige qualquer condição sobre a estrutura do *workfile*, podendo ser usada qualquer frequência e qualquer amplitude de informações.

| A  |               |          |          |          |
|----|---------------|----------|----------|----------|
|    | C1            | C2       | C3       | C4       |
|    | Last updated: |          |          |          |
| R1 | 3.000000      | 7.000000 | 2.000000 | 9.000000 |
| R2 | 7.000000      | 4.000000 | 1.000000 | 4.000000 |
| R3 | 2.000000      | 1.000000 | 3.000000 | 6.000000 |
| R4 | 9.000000      | 4.000000 | 6.000000 | 5.000000 |

FIGURA A1.1: MATRIZ A

A matriz **V** contendo os autovetores de **A** é gerada por:

**matrix V = @eigenvectors(A)**

Foi visto que a matriz **V** deve ser ortogonal ( $V' = V^{-1}$ ). Façamos o teste:

**matrix inv\_V = @inverse(V)**

**matrix trans\_V = @transpose(V)**

O primeiro comando cria uma matriz denominada **inv\_V** como a inversa de **V** e o segundo comando cria uma matriz denominada **trans\_V** como sendo a transposta de **V**. Pelas afirmações deste apêndice, temos que **inv\_V** deve ser igual a **trans\_V**.

A matriz **V** é apresentada abaixo:

| V  |               |           |           |          |
|----|---------------|-----------|-----------|----------|
|    | C1            | C2        | C3        | C4       |
|    | Last updated: |           |           |          |
| R1 | 0.711392      | -0.331584 | 0.247732  | 0.567981 |
| R2 | -0.271799     | 0.615903  | 0.593445  | 0.441149 |
| R3 | 0.255266      | 0.568124  | -0.712660 | 0.322785 |
| R4 | -0.595723     | -0.433533 | -0.280300 | 0.615301 |

FIGURA A1.2: MATRIZ V

A matriz **inv\_V** é apresentada abaixo:

| INV_V |               |           |           |           |
|-------|---------------|-----------|-----------|-----------|
|       | C1            | C2        | C3        | C4        |
|       | Last updated: |           |           |           |
| R1    | 0.711392      | -0.271799 | 0.255266  | -0.595723 |
| R2    | -0.331584     | 0.615903  | 0.568124  | -0.433533 |
| R3    | 0.247732      | 0.593445  | -0.712660 | -0.280300 |
| R4    | 0.567981      | 0.441149  | 0.322785  | 0.615301  |

FIGURA A1.3: MATRIZ INV\_V

A matriz **trans\_V** é apresentada abaixo:

|    | C1            | C2        | C3        | C4        |
|----|---------------|-----------|-----------|-----------|
|    | Last updated: |           |           |           |
| R1 | 0.711392      | -0.271799 | 0.255266  | -0.595723 |
| R2 | -0.331584     | 0.615903  | 0.568124  | -0.433533 |
| R3 | 0.247732      | 0.593445  | -0.712660 | -0.280300 |
| R4 | 0.567981      | 0.441149  | 0.322785  | 0.615301  |

FIGURA A1.4: MATRIZ TRANS\_V

Podemos verificar sem o menor problema que  $\text{inv}_V = \text{trans}_V$ , de tal modo que comprovamos que a matriz **V** é ortogonal.

Sabemos que os autovalores da matriz simétrica **A** estão na diagonal principal da matriz diagonal  $\Lambda = V'AV$ . Para gerar tal matriz no EViews, temos:

**matrix diag = @transpose(V)\*A\*V**

A matriz **diag** é apresentada abaixo:

|    | C1            | C2        | C3        | C4        |
|----|---------------|-----------|-----------|-----------|
|    | Last updated: |           |           |           |
| R1 | -6.493464     | 4.77E-16  | -3.04E-16 | 1.42E-15  |
| R2 | 4.24E-16      | -1.661769 | 1.91E-16  | 2.04E-15  |
| R3 | -4.51E-16     | -8.20E-17 | 3.831938  | -5.47E-16 |
| R4 | -1.62E-16     | 1.99E-15  | 6.43E-16  | 19.32329  |

FIGURA A1.5: MATRIZ DIAG

Note que apesar de os valores fora da diagonal principal da matriz **diag** não serem exatamente zero, isto em geral não constitui um problema. O fato é que esses valores seriam iguais a zero se não fosse utilizada nenhuma forma de aproximação<sup>20</sup>. Ao extrairmos a diagonal principal da matriz **diag** teremos o conjunto de autovalores da matriz **A**. Vamos agora criar um vetor que irá conter os elementos da diagonal de **A**.

**vector lambda = @getmaindiagonal(A)**

O vetor **lambda**, composto pelos elementos da diagonal principal de **A**, contém os autovalores de **A**. Para conferirmos esta afirmação, basta gerar o vetor **AV** de autovalores de **A** e comparar com **lambda**.

**vector AV = @eigenvalues(A)**

O vetor **lambda** é apresentado na figura A1.6.

<sup>20</sup> Ver Apêndice 4 para esclarecimentos sobre fontes de erro em computação.

| LAMBDA |               |    |    |    |
|--------|---------------|----|----|----|
|        | C1            | C2 | C3 | C4 |
|        | Last updated: |    |    |    |
| R1     | -6.493464     |    |    |    |
| R2     | -1.661769     |    |    |    |
| R3     | 3.831938      |    |    |    |
| R4     | 19.32329      |    |    |    |

FIGURA A1.6: VETOR LAMBDA

O vetor **AV** é apresentado abaixo:

| AV |               |    |    |    |
|----|---------------|----|----|----|
|    | C1            | C2 | C3 | C4 |
|    | Last updated: |    |    |    |
| R1 | -6.493464     |    |    |    |
| R2 | -1.661769     |    |    |    |
| R3 | 3.831938      |    |    |    |
| R4 | 19.32329      |    |    |    |

FIGURA A1.7: VETOR AV

Percebemos sem o menor problema que os vetores **AV** e **lambda** são idênticos. Caso deseje-se criar uma matriz diagonal a partir dos autovalores de **A** o comando é:

**matrix diagonal = @makediagonal(AV)**

A matriz **diagonal** é apresentada a seguir:

| DIAGONAL |               |           |          |          |
|----------|---------------|-----------|----------|----------|
|          | C1            | C2        | C3       | C4       |
|          | Last updated: |           |          |          |
| R1       | -6.493464     | 0.000000  | 0.000000 | 0.000000 |
| R2       | 0.000000      | -1.661769 | 0.000000 | 0.000000 |
| R3       | 0.000000      | 0.000000  | 3.831938 | 0.000000 |
| R4       | 0.000000      | 0.000000  | 0.000000 | 19.32329 |

FIGURA A1.8: MATRIZ DIAGONAL

A diferença entre as matrizes **diag** e **diagonal** é que a segunda apresenta os elementos fora da diagonal principal exatamente iguais a zero. Isto decorre do fato de que a matriz **diagonal** não sofre nenhuma aproximação, pois seu processo de geração é exclusivamente baseado na transformação do

vetor  $AV$  em uma matriz diagonal. Para gerarmos a matriz  $A$  a partir das matrizes **diag** (ou **diagonal**) e  $V$ , procedemos como segue:

**matrix A1 = V\*diag\*@transpose(V)**

ou

**matrix A1 = V\*diagonal\*@transpose(V)**

Note que a matriz  $A1 = A$  e que é indiferente usar um ou outro comando. Este fato comprova que os arredondamentos utilizados pelo programa na obtenção da matriz **diag** não alteram em termos práticos a sua propriedade.

Os autovetores  $V1$ ,  $V2$ ,  $V3$  e  $V4$  são apresentados a seguir:

| V1 |               |
|----|---------------|
|    | C1            |
|    | Last updated: |
| R1 | 0.711392      |
| R2 | -0.271799     |
| R3 | 0.255266      |
| R4 | -0.595723     |

FIGURA A1.9: VETOR V1

| V2 |               |
|----|---------------|
|    | C1            |
|    | Last updated: |
| R1 | -0.331584     |
| R2 | 0.615903      |
| R3 | 0.568124      |
| R4 | -0.433533     |

FIGURA A1.10: VETOR V2

| V3 |               |
|----|---------------|
|    | C1            |
|    | Last updated: |
| R1 | 0.247732      |
| R2 | 0.593445      |
| R3 | -0.712660     |
| R4 | -0.280300     |

FIGURA A1.11: VETOR V3

FIGURA A1.12: VETOR V4

Para gerar os autovetores **V1**, **V2**, **V3** e **V4** devemos seguir os comandos:

**vector V1 = @columnextract(V,1)**

**vector V2 = @columnextract(V,2)**

**vector V3 = @columnextract(V,3)**

**vector V4 = @columnextract(V,4)**

Cada autovetor corresponde a uma coluna da matriz **V**.

A decomposição espectral da matriz **A** é dada por:

$$\mathbf{A} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}' = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i v_i'$$

No caso específico da matriz **A**, podemos para efeito de simplificação, representar a decomposição espectral por:

$$\mathbf{A} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}' = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i v_i' = \lambda_1 v_1 v_1' + \lambda_2 v_2 v_2' + \lambda_3 v_3 v_3' + \lambda_4 v_4 v_4' = E1 + E2 + E3 + E4$$

onde  $E_i = \lambda_i v_i v_i'$

Os  $E_i$ 's<sup>1</sup> são gerados a partir de:

**matrix E1=av(1)\*@outer(v1,v1)**

**matrix E2=av(2)\*@outer(v2,v2)**

**matrix E3=av(3)\*@outer(v3,v3)**

**matrix E4=av(4)\*@outer(v4,v4)**

É importante perceber que cada  $E_i$  tem posto unitário. Para compor a matriz **A** a partir dos  $E_i$ 's deve-se somente soma-los:

**matrix A2 = E1 + E2 + E3 + E4**

Dessa forma temos a seguinte identidade: **A1 = A2 = A**.

## APÊNDICE 2 (Observações básicas sobre testes de hipóteses)

Uma vez que o objeto da econometria é o estudo do comportamento de variáveis aleatórias, não é possível fazer afirmações com plena certeza, de tal modo que devemos associá-las a probabilidades.

A tabela a seguir tem por objetivo resumir as combinações possíveis de decisão e realidade em um teste de hipóteses simples.

QUADRO A2.1: REGRAS DE DECISÃO

| DECISÃO      | REALIDADE   |              |
|--------------|-------------|--------------|
|              | VERDADEIRA  | FALSA        |
| REJEITAR     | Erro Tipo I | Correta      |
| NÃO REJEITAR | Correta     | Erro Tipo II |

<sup>1</sup> Note que  $v_i v_i'$  é um produto externo, daí a utilização da função @outer. Uma maneira alternativa seria: **matrix E1=av(1)\*(v1\*@transpose(v1))**.

- Erro Tipo I - consiste em rejeitar a hipótese nula quando esta é verdadeira.
- Erro Tipo II - consiste em não rejeitar a hipótese nula quando esta é falsa.
- Nível de significância ( $\alpha$ ) - refere-se à probabilidade de cometer o Erro Tipo I. O nível de significância pode ser alternativamente denotado por tamanho do teste.
- Nível de confiança ( $=1-\alpha$ ) - corresponde ao complementar do nível de significância, desta maneira, quanto menor for o nível de significância, maior será o nível de confiança.
- Beta ( $\beta$ ) - refere-se à probabilidade de cometer o Erro Tipo II.
- Poder do teste ( $=1-\beta$ ) - refere-se à probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando esta é falsa, ou seja, é o complementar da probabilidade de cometer o Erro Tipo II.
- Valor-p (ou *p-value*) indica o menor nível de significância para o qual se rejeita a hipótese nula. Pode ainda ser entendido como a probabilidade exata de cometer um erro do tipo 1. Se esta probabilidade for menor que o nível de significância, digamos 0.05, rejeita-se a hipótese nula. Dessa maneira, um valor-p baixo (próximo de zero) leva à rejeição da hipótese. O valor-p para um teste unicaudal é a metade do correspondente ao teste bicaudal. Deve ser notado, entretanto, que a escolha do nível de significância deve ser feita *a priori*. Esta decisão não deve ser tomada de acordo com a conveniência do valor-p.

A metodologia tradicional de teste de hipóteses baseia-se na escolha de um valor fixo para  $\alpha$  (probabilidade de cometer um erro tipo I), usualmente 1%, 5% ou 10% e na maximização do poder do teste ( $1-\beta$ ). Um teste é dito uniformemente mais poderoso (UMP) se seu poder for maior que o de qualquer outro teste do mesmo tamanho.

Um teste de hipóteses é dito consistente se seu poder converge para 1 à medida que o tamanho da amostra aumenta indefinidamente, algo que normalmente ocorre se o teste for baseado em uma estimativa consistente.

Um teste de hipóteses é dito não viesado se seu poder é maior ou igual a seu tamanho; ou seja, apresenta maior probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando ela é falsa do que quando ela é verdadeira.

### APÊNDICE 3 (Curiosidade sobre a distribuição t de Student)

O reconhecimento da ilegitimidade da suposição de que as distribuições de certas estatísticas em pequenas amostras seriam normais e a correção dos erros decorrentes dessa suposição, propiciaram a base para o surgimento da Estatística Matemática.

Sabe-se que, se  $X \sim N(\theta, \sigma^2)$ , então  $\bar{X} \sim N(\theta, \sigma^2/n)$ . Este resultado permite-nos estimar um intervalo de confiança para a média populacional, desde que  $\sigma^2$  seja conhecido. Até o início do século passado, menosprezava-se a importância da condição de que  $\sigma^2$  devia ser conhecido. A solução empregada era muito simples: estimava-se  $\sigma$  pelo desvio padrão da amostra. Sabia-se que  $u = \frac{\bar{X} - \theta}{\sigma/\sqrt{n}}$

tem distribuição normal padrão e supunha-se que o mesmo acontecia com  $t = \frac{\bar{X} - \theta}{s/\sqrt{n}}$ , onde  $s$  representa o desvio padrão da amostra.

Surge uma inquietação com o fato de que, sendo a estatística  $s$  sujeita à oscilações de amostragem, deveria haver conseqüências na distribuição de  $t$ .

Este problema foi resolvido por um estatístico em 1908. Este estatístico era conhecido pelo pseudônimo de *Student* porque a *Guinness*, que o empregava, queria guardar segurança diante da concorrência. Foi ele quem mostrou que a curva que se ajusta a histogramas assim obtidos varia com  $n$  (tamanho da amostra) e difere consideravelmente da normal em pequenas amostras. Assim foi descoberta a distribuição t de *Student*. (Castro, 1985)

## APÊNDICE 4 (Métodos Diretos, Métodos Iterativos e Fontes de erro)

Judd (1998, p.39), em discussão sobre métodos diretos e indiretos, define um método como sendo direto quando este gera uma resposta exata em um número predeterminado de etapas. Entretanto, muitos problemas não apresentam um método direto de solução. Por exemplo, um teorema fundamental em álgebra diz que não há método direto de gerar as raízes de um polinômio de grau maior ou igual a 5. É importante notar que, mesmo quando há um método direto, este pode requerer muito espaço computacional ou levar muito tempo para ser concluído.

Na ausência de métodos diretos ou quando o tempo de duração do método é por demais longo, tornando-o não aplicável na prática, faz-se uso de métodos iterativos. Estes métodos têm a forma  $X^{k+1} = g(X^k, X^{k-1}, \dots) \in \mathcal{R}^n$ . Seja  $X^*$  a solução do problema. As questões básicas de um método iterativo são se a seqüência  $X^k$  converge para  $X^*$  e, se converge, a que velocidade se dá a convergência. Em diversas vezes a convergência pode depender de um valor inicial  $X^0$ . Em alguns casos, não importa o quão rápido um algoritmo converge, ou quão preciso são os cálculos, pois dificilmente iremos encontrar  $X^*$ . Devemos, portanto, limitar a seqüência a um ponto finito.

Esquemas iterativos são flexíveis quanto ao controle da qualidade do resultado. Se precisarmos de apenas uma aproximação não tão rigorosa, podemos obtê-la em poucas iterações e conseqüentemente em pouco tempo. Se estivermos necessitando de um resultado com maior acurácia, devemos usar um maior número de iterações.

Um fato que marca a matemática computacional é que esta é composta basicamente de aproximações. Para que possamos tornar mínimo o erro computacional, precisamos saber como estes erros surgem e como se propagam.

A primeira fonte de erros decorre do fato de que a única coisa que os computadores podem fazer de modo estritamente correto (e preciso) é a aritmética dos inteiros. Caso contrário, a máquina representa o número desejado pelo número mais próximo deste que é possível ser gerado, dadas as limitações da máquina ou do *software*. Aumentar o número de bits usados para representar um número é a única maneira de reduzir este tipo de erro.

A segunda fonte de erros é chamada de truncamento matemático. Muitos objetos matemáticos e procedimentos são definidos como somas infinitas ou, mais geralmente, o limite de um processo infinito. Para aproximar o limite de um processo infinito por um algoritmo iterativo, devemos finalizá-lo em um ponto finito. Por exemplo, a função exponencial é definida por:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

Mas em alguns computadores esta é, na melhor das hipóteses,  $\sum_{n=0}^N \frac{x^n}{n!}$  para um dado  $N$  finito.

Erros provenientes de truncamento matemático são inerentes ao desejo de computar somas de infinitos termos em tempo finito.

Um outro exemplo interessante é a representação de números irracionais. Sabemos que estes não podem ser representados como uma razão de dois números naturais e portanto são dízimas não periódicas. Dessa forma, temos sempre uma aproximação para estes números e nunca sua representação exata. Mostremos como encontrar um valor aproximado para o irracional  $\sqrt{2}$ :

$$x^2 = 2$$

Queremos aproximar o irracional  $x$  por  $x_0$ , para isto, temos:

$$\begin{aligned} x^2 - x_0^2 &= (x + x_0)(x - x_0) \\ &\cong 2x_0(x - x_0) \end{aligned}$$

onde o símbolo  $\cong$  significa “é aproximadamente igual a”. Dessa forma, temos que

$$\begin{aligned} x^2 - x_0^2 &\cong 2x_0(x - x_0) \\ x &\cong \frac{x^2 - x_0^2}{2x_0} + x_0 \end{aligned}$$

Substituindo  $x^2 = 2$  e atribuindo um valor inicial  $x_0 = 1$  na aproximação anterior, obtemos

$$x \cong \frac{2-1}{2} + 1 = \frac{3}{2}.$$

Assim, temos uma segunda aproximação  $x_1 = \frac{3}{2}$ . Encontramos também  $x_2$  :

$$x_2 \cong \frac{2-\frac{9}{4}}{3} + \frac{3}{2} \Leftrightarrow x_2 \cong -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{3}{2} \Leftrightarrow x_2 \cong \frac{-1}{12} + \frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 \cong \frac{17}{12}.$$
 Da mesma forma,

podemos obter uma quarta aproximação  $x_3$ , fazendo

$$x_3 = \frac{x^2 - x_2^2}{2x_2} + x_2 = \frac{2 - (17/12)^2}{17/6} + \frac{17}{12} = \frac{288 - 289}{2 \times 12 \times 17} + \frac{17}{12} = \frac{288 - 289 + 2 \times 289}{2 \times 12 \times 17} = \frac{577}{408}.$$

Assim,  $x_3 = \frac{577}{408}$  seria a aproximação seguinte e que pode ser usada como novo valor inicial.

Temos aqui um procedimento iterativo e o número de repetições irá depender da acurácia desejada.

Se você utilizar a função calculadora do EVIEWS por meio da janela de comandos para calcular o valor de  $\sqrt{2}$  (digitar =2^0.5 na janela de comandos) obterá:

Scalar = 1.41421356237

Se você fizer uso de uma máquina que possa exibir 33 dígitos (incluindo a vírgula ou ponto), obterá a seguinte expressão decimal:

1,4142135623730950488016887242097

## APÊNDICE 5 (Tópicos sobre variância)<sup>22</sup>

**i) DEFINIÇÃO:** Seja  $x$  uma variável aleatória com função densidade de probabilidade  $f(x)$ . A variância de  $x$  é definida como

$$V(x) = E[x - E(x)]^2 = \int [x - E(x)]^2 f(x) dx$$

Em palavras, se você retirar aleatoriamente valores de  $x$  e tomar o quadrado da diferença entre este valor e a média de  $x$  para gerar um número  $Q$ , a variância será a média de  $Q$  se este experimento for repetido um número infinito de vezes. Em econometria a notação de esperança ( $E$ ) é mais comum que a de integral.

A covariância entre duas variáveis,  $x$  e  $y$ , é definida como

$$Cov(x, y) = E\{[x - E(x)][y - E(y)]\} = \iint [x - E(x)][y - E(y)] f(x, y) dx dy$$

onde  $f(x, y)$  é a f.d.p. conjunta de  $x$  e  $y$ .

Se  $\mathbf{x}$  é um vetor de comprimento  $k$ , sua matriz de variância e covariância é definida como a matriz ( $k \times k$ ).

$$V(\mathbf{x}) = E\{[\mathbf{x} - E(\mathbf{x})][\mathbf{x} - E(\mathbf{x})]'\}$$

Na diagonal principal aparecem as variâncias dos termos de  $\mathbf{x}$  e fora da diagonal principal as covariâncias, pelo que  $V(\mathbf{x})$  é simétrica.

**ii) ESTIMAÇÃO:** As definições anteriores referem-se à variância real, ou teórica, e não devem ser confundidas com a estimativa de  $V(\mathbf{x})$ , que pode ser calculada se uma certa quantidade de dados estiver disponível.

a) Para  $x$  escalar, se tivermos  $N$  observações de  $x$ , de  $x_1$  até  $x_N$ , então  $V(x)$  é comumente estimada por

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}.$$

<sup>22</sup> Este apêndice baseia-se no material contido em Kennedy (1998, Appendix B).

- b) Se também tivermos  $N$  observações de  $y$ , de  $y_1$  até  $y_N$ , então  $Cov(x,y)$  é comumente estimada por

$$S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N-1}$$

- c) Quando  $\mathbf{x}$  é um vetor, sua matriz de variância e covariância é estimada usando as fórmulas de **a** e **b** para preencher as entradas da matriz.

**iii) FÓRMULAS CONHECIDAS:** Variâncias para casos especiais são bastante freqüentes. Apesar de suas demonstrações serem simples, a freqüência com que estes casos surgem sugere que as fórmulas abaixo sejam memorizadas:

- a)  $V(\bar{x}) = \frac{V(x)}{N}$ , onde  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$ .
- b) Se  $w = a + bx$ , então  $V(w) = b^2V(x)$ , onde  $a$  e  $b$  são constantes finitas.
- c) Se  $z$  e  $y$  são variáveis aleatórias e  $w = z \pm y$ , então  $V(w) = V(z) + V(y) \pm 2Cov(z, y)$ .

**iv) FÓRMULAS GERAIS:**

- a) A matriz de variância e covariância de  $\hat{\beta}$  (estimador de mínimos quadrados de  $\beta$ ) no modelo clássico de regressão linear (MCRL)  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$  é

$$V(\hat{\beta}) = E\{[\hat{\beta} - E(\hat{\beta})][\hat{\beta} - E(\hat{\beta})]'\} = \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$$

Se considerarmos uma regressão apenas com intercepto, de modo que  $\mathbf{X}$  seja uma matriz coluna de uns,  $\hat{\beta} = \bar{Y}$ . Além disso, neste caso  $V(\varepsilon) = V(\mathbf{Y})$ , de modo que  $V(\hat{\beta}) = V(\bar{Y}) = \frac{V(Y)}{N}$ .

- b) Seja  $g(x)$  uma função não linear. Podemos aproximar  $V(g(x))$  por  $(\partial g/\partial x)^2V(x)$ . Se  $g(x)$  é uma função linear do tipo  $g(x) = a + bx$ , então  $V(g(x)) = b^2V(x)$ .
- c) Se  $\mathbf{a}$  é um vetor de constantes e  $\mathbf{x}$  é um vetor de variáveis aleatórias, então  $V(\mathbf{a}'\mathbf{x}) = \mathbf{a}'V(\mathbf{x})\mathbf{a}$ .

Se  $\mathbf{x} = (z, y)'$  e  $\mathbf{a} = (1, 1)'$ , então  $w = z + y = \mathbf{a}'\mathbf{x}$

$$V(\mathbf{x}) = V(z, y) = \begin{bmatrix} V(z) & Cov(z, y) \\ Cov(z, y) & V(y) \end{bmatrix}$$

$$V(w) = V(\mathbf{a}'\mathbf{x}) = \mathbf{a}'V(\mathbf{x})\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(z) & Cov(z, y) \\ Cov(z, y) & V(y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ = V(z) + V(y) + 2Cov(z, y)$$

- d) Seja  $g(\mathbf{x})$  uma função univariada do vetor  $\mathbf{x}$ , então temos a aproximação  $V(g(\mathbf{x})) = (\partial g/\partial \mathbf{x})'V(\mathbf{x})(\partial g/\partial \mathbf{x})$ , em que  $\partial g/\partial \mathbf{x}$  é um vetor cujo  $i$ -ésimo elemento é a derivada parcial de  $g$  com respeito ao  $i$ -ésimo elemento de  $\mathbf{x}$ . Note que esta fórmula é a mesma da apresentada no item anterior substituindo o vetor  $\mathbf{a}$  por  $\partial g/\partial \mathbf{x}$ .
- e) Seja  $\mathbf{w} = \mathbf{A}\mathbf{x}$  uma função linear multivariada do vetor  $\mathbf{x}$ , em que  $\mathbf{A}$  é uma matriz de constantes, de modo que  $\mathbf{w}$  é um vetor com cada um de seus elementos configurando-se como uma combinação linear dos elementos de  $\mathbf{x}$ . Assim,  $V(\mathbf{w}) = \mathbf{A}V(\mathbf{x})\mathbf{A}'$ . A fórmula da variância assintótica é a mesma, substituindo a matriz  $\mathbf{A}$  pela matriz de derivadas parciais.

**v) EXEMPLOS PARA AS FÓRMULAS GERAIS:**

- a) Exemplo para a variância de uma função não linear de um escalar: Considere uma regressão de logs em logs (modelo log-linear) e uma série  $YF$  de valores ajustados de  $\ln(Y)$  que tem variância  $V(YF)$ . Se desejássemos ajustar  $Y$  por  $\hat{Y} = e^{YF}$ , então, poderíamos considerar a aproximação  $V(\hat{Y}) = (\partial \hat{Y}/\partial YF)^2V(YF) = e^{2YF}V(YF)$ .

- b) Exemplo para o caso de uma função vetorial linear univariada: Suponha que os estimadores de mínimos quadrados  $\hat{\alpha}$  e  $\hat{\beta}$  tenham variâncias  $V(\hat{\alpha})$  e  $V(\hat{\beta})$ , e covariância  $Cov(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ . Considere  $Q = 2\hat{\alpha} + 3\hat{\beta}$ . Então, por definição:

$$\begin{aligned} V(Q) &= E[(2\hat{\alpha} + 3\hat{\beta}) - E(2\hat{\alpha} + 3\hat{\beta})]^2 \\ &= E\{2[\hat{\alpha} - E(\hat{\alpha})] + 3[\hat{\beta} - E(\hat{\beta})]\}^2 \\ &= 4E[\hat{\alpha} - E(\hat{\alpha})]^2 + 9E[\hat{\beta} - E(\hat{\beta})]^2 + 12E\{[\hat{\alpha} - E(\hat{\alpha})][\hat{\beta} - E(\hat{\beta})]\} \\ &= 4V(\hat{\alpha}) + 9V(\hat{\beta}) + 12Cov(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) \end{aligned}$$

ou usando a fórmula apresentada no item c da seção anterior, temos

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix}, \text{ logo}$$

$$V(Q) = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(\hat{\alpha}) & Cov(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) \\ Cov(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) & V(\hat{\beta}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = 4V(\hat{\alpha}) + 9V(\hat{\beta}) + 12Cov(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$$

- c) Exemplo para uma função vetorial linear univariada: Suponha que  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} = \alpha + \delta w + \theta q + \boldsymbol{\varepsilon}$  e que com base nos dados disponíveis estimou-se  $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}$ , de modo que  $V(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ . Dados os valores de  $w_0$  e  $q_0$ , podemos prever  $Y_0$  por

$$\begin{aligned} \hat{Y}_0 &= \hat{\alpha} + \hat{\delta}w_0 + \hat{\theta}q_0 \\ &= [1 \quad w_0 \quad q_0] \hat{\boldsymbol{\beta}} \\ &= x_0' \hat{\boldsymbol{\beta}} \end{aligned}$$

A variância desta previsão é  $V(\hat{Y}_0) = \sigma^2 x_0' (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} x_0$ . O erro de previsão é assim dado por:

$$ef = Y_0 - \hat{Y}_0 = \alpha + \delta w_0 + \theta q_0 + \varepsilon_0 - \hat{Y}_0$$

Os três primeiros termos são constantes, de modo que a variância do erro de predição é igual à variância de  $\varepsilon_0 - \hat{Y}_0$ . Logo:

$$\begin{aligned} V(ef) &= V(\varepsilon_0 - \hat{Y}_0) = V(\varepsilon_0) + V(\hat{Y}_0) - 2Cov(\varepsilon_0, \hat{Y}_0) \\ &= \sigma^2 + \sigma^2 x_0' (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} x_0 \\ &= \sigma^2 [1 + x_0' (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} x_0] \end{aligned}$$

A covariância entre  $\varepsilon_0$  e  $\hat{Y}_0$  é nula, visto que não há relação linear entre  $\varepsilon_0$  e os termos de  $\hat{Y}_0$ .

## APÊNDICE 6 (Simulação para esperança e variância)

No apêndice 5, definiu-se em palavras a variância de uma variável aleatória  $X$  como a situação em que: "...se você estiver retirando aleatoriamente valores de  $X$  e tomando o quadrado da diferença entre este valor e a média de  $X$  para gerar um número  $Q$ , a média de  $Q$  se este experimento for repetido infinitas vezes é a variância da variável aleatória  $X$ ."

Evidentemente, não podemos realizar um experimento infinitas vezes, mas mostraremos a seguir um experimento realizado 10000 vezes. Neste experimento, consideramos que o processo gerador de dados é

$$X_i = 5 + \sqrt{2} u_i$$

onde  $u_i$  é *i.i.d.*  $N(0,1)$ . Desta forma,

$$E(X_i) = 5$$

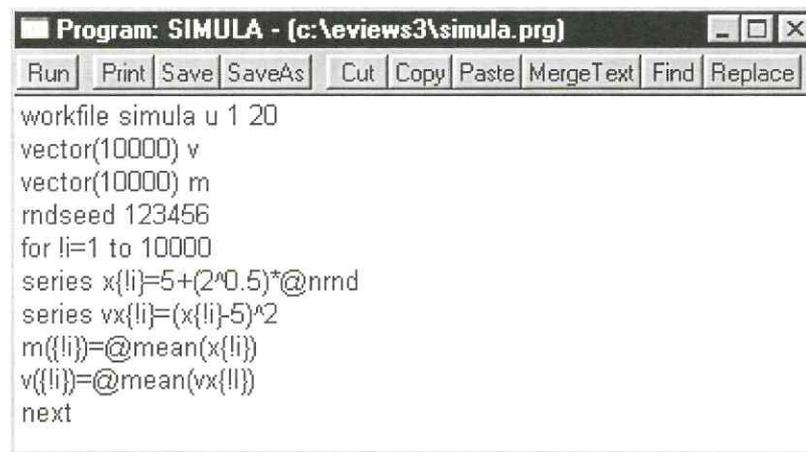
$$V(X_i) = \sqrt{2}^2 V(u_i) = 2$$

Assim, concluímos que  $X_i$  é *i.i.d.*  $N(5,2)$ .

O algoritmo a seguir deve ser inserido na janela do objeto **Program**. Para tanto, crie um objeto desse tipo denominado **simula**, entrando com:

**program simula**

na janela de comandos. A janela do programa será exibida e deverá ser preenchida de acordo com as instruções a seguir:



```

Program: SIMULA - (c:\eviews3\simula.prg)
Run Print Save SaveAs Cut Copy Paste MergeText Find Replace
workfile simula u 1 20
vector(10000) v
vector(10000) m
rndseed 123456
for li=1 to 10000
series x{li}=5+(2^0.5)*@nrnd
series vx{li}=(x{li}-5)^2
m({li})=@mean(x{li})
v({li})=@mean(vx{li})
next
  
```

FIGURA A6.1: PROGRAMA DE SIMULAÇÃO PARA ESPERANÇA E VARIÂNCIA

A descrição do programa anterior é feita a seguir:

**linha 01-** cria um *workfile* com dados irregulares (ou não datados) contendo 20 observações;

**linha 02-** cria um vetor coluna com 10000 linhas denominado **v**;

**linha 03-** cria um vetor coluna com 10000 linhas denominado **m**;

**linha 04-** função utilizada na geração de números aleatórios para que o experimento gere sempre os mesmos resultados, para fins de simples conferência;

**linha 05-** cria uma variável de controle **i** que varia de 1 a 10000;

**linha 06-** gera 10000 séries **X** com 20 observações, definidas como  $X_i = 5 + \sqrt{2} * @nrnd$ , onde **@nrnd** é uma função que extrai números aleatórios a partir da distribuição normal padrão. Como vimos anteriormente,  $E(X) = 5$ ;

**linha 07-** gera 10000 séries **vx** com 20 obs, definidas como o quadrado do desvio de cada observação em relação à média (5);

**linha 08-** preenche a *i*-ésima linha do vetor **m** com a média da *i*-ésima série **X**;

**linha 09-** preenche a *i*-ésima linha do vetor **v** com a média da *i*-ésima série **vx**;

**linha 10-** encerra o programa.

Como as observações de interesse foram armazenadas nos vetores **m** e **v**, faz-se interessante transportar estas informações para objetos do tipo **series**. Para isso, basta criar um *workfile* com dados irregulares e **Range** de 1 a 10000, criar duas séries, denominadas **m** e **v** por coerência de notação, copiar os valores dos vetores **m** e **v** e colar nas séries **m** e **v**. O objetivo deste processo é tornar possível a construção de um histograma para cada série e analisar graficamente o comportamento individual na forma de dispersão.

O gráfico de dispersão das médias das 10000 séries **X**, geradas a partir do PGD  $X_i = 5 + \sqrt{2} u_i$ , é apresentado na figura A6.2. É fácil verificar que os pontos estão dispersos em torno da média  $E(X) = 5$ .

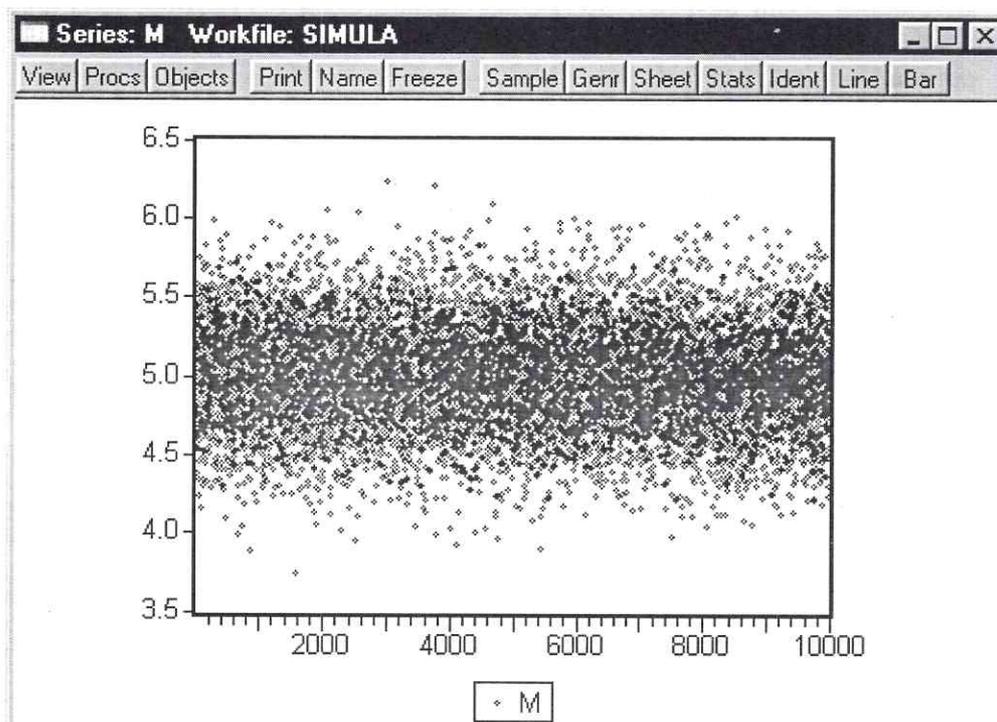


FIGURA A6.2: GRÁFICO DE DISPERSÃO DE M

Para gerar um gráfico como o apresentado na figura A6.2, seleciona-se **View / Line Graph** na barra de ferramentas da série M. Será então exibido um gráfico de linha, conforme foi ordenado ao programa. Em seguida basta um duplo clique sobre o gráfico de M e será apresentada uma janela denominada **Graph Options**. Nesta janela há uma opção denominada **Symbols only** em **Line Graphs**. Selecionando esta opção será exibido um gráfico idêntico ao apresentado na figura A6.2.

Com base no histograma da série **m** (figura A6.3), vemos que a média de **m** é bastante próxima de  $E(X)$ . Além disso, como sabemos que  $\bar{X} \sim N(5, 0.1)$ , então  $ep(\bar{X}) = \sqrt{0.1} \approx 0.316227$ . O resultado encontrado foi de 0.321089. Outra conclusão importante é que conforme o teste Jarque-Bera, não rejeitamos a hipótese nula de que  $\bar{X}$  se distribui normalmente.

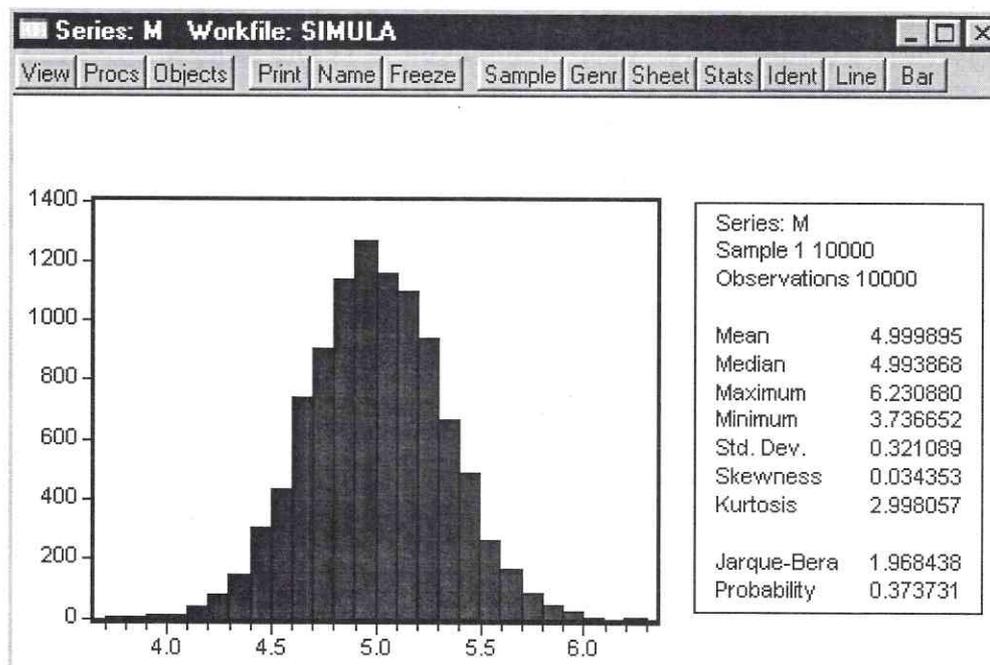


FIGURA A6.3: HISTOGRAMA DE M

O gráfico de dispersão das médias das 10000 séries  $v_x$ , geradas como  $V(X_i) = [X_i - E(X_i)]^2$ , concentra-se em torno da variância populacional ( $V(X_i) = 2$ ), entretanto notamos que não há simetria, como a que há no gráfico de  $m$ .

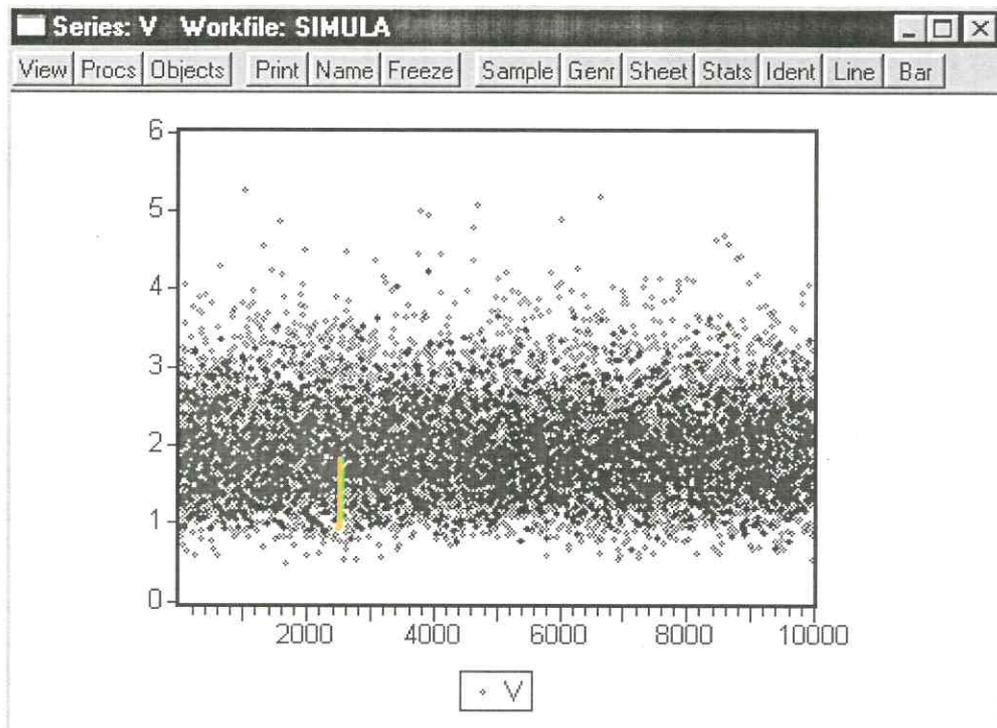


FIGURA A6.4: GRÁFICO DE DISPERSÃO DE V

Comprova-se sem problemas a proximidade em relação à média populacional. Uma questão interessante a ser notada é que o teste JB rejeita a hipótese nula de normalidade, o que não deve ser estranho para o leitor, uma vez que a distribuição de  $v$  é qui-quadrado.

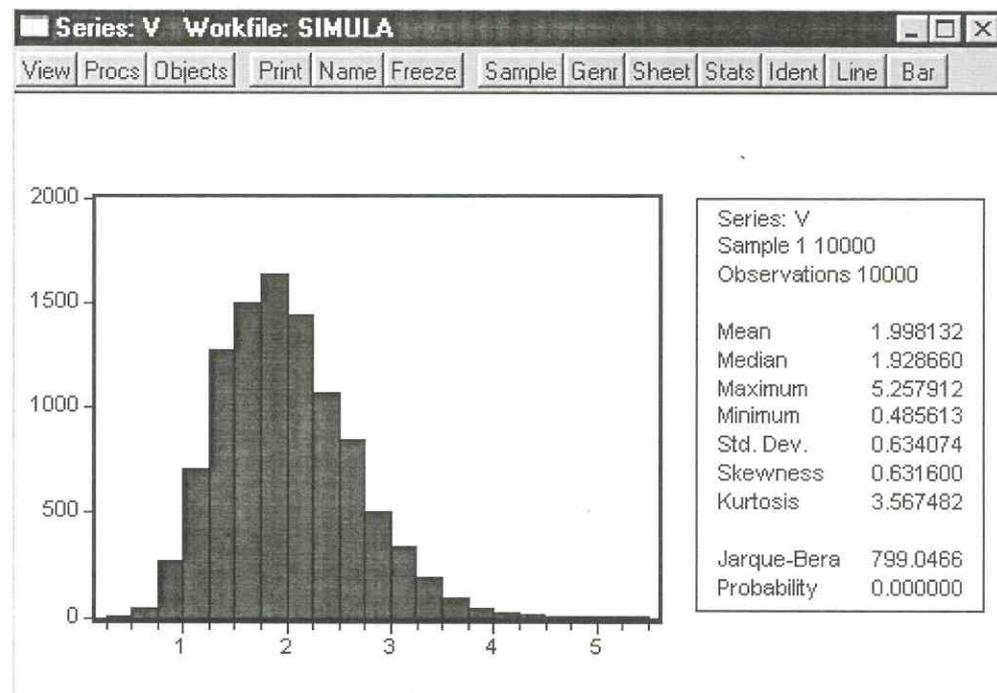


FIGURA A6.5: HISTOGRAMA DE V

---

# PARTE 03

---

*Pesquisas empíricas normalmente começam com a especificação da relação a ser estimada. Uma das hipóteses do modelo clássico de regressão linear estabelece que o modelo de regressão escolhido para a análise empírica está corretamente especificado. A seleção da especificação envolve, entre outras coisas, a escolha das variáveis a serem incluídas no modelo e a forma funcional que conecta estas variáveis. Uma vez estimada a equação com a especificação inicial, o EViews proporciona diversas formas de avaliar a qualidade desta especificação. A terceira parte deste manual aborda alguns dos mais utilizados testes de especificação e de diagnósticos em econometria, além de aspectos ligados à previsão. Cabe notar que a ordem de disposição destes capítulos deve ser respeitada, pois os aspectos tratados no capítulo de previsão se baseiam na hipótese de que o modelo está corretamente especificado.*

## REGRESSÃO MÚLTIPLA, ESPECIFICAÇÃO E TESTES DE DIAGNÓSTICOS

No capítulo 8, descreveu-se o procedimento a ser realizado para o cálculo de uma regressão padrão no EViews, tanto para o caso simples quanto para o múltiplo. Neste ponto faz-se interessante ilustrar tal procedimento com exemplos e exercícios de livros amplamente utilizados na área. Este capítulo enfatiza os testes de especificação e de diagnósticos. Cada nova ferramenta apresentada será prontamente esclarecida via exemplo<sup>1</sup>, cujos dados encontram-se no apêndice deste capítulo. O exemplo 14.1 tem por finalidade rever alguns comandos, bem como preparar o leitor para os próximos tópicos discutidos no capítulo.

Serão desenvolvidos alguns aspectos teóricos visando contextualizar o teste em questão. Em várias oportunidades estes aspectos serão construídos detalhadamente, embora o programa forneça automaticamente o resultado do teste. Os objetivos de tais construções são:

- i) Familiarizar o leitor com a construção das estatísticas, para uma melhor compreensão do que está sendo feito;
- ii) Proporcionar ao leitor condições suficientes para construir um eventual teste não mencionado neste manual e/ou não disponibilizado pelo programa.

**EXEMPLO 14.1**<sup>2</sup>: Considere a seguinte função de demanda por moeda:

$$M_t = \beta_0 Y_t^{\beta_1} r_t^{\beta_2} e^{u_t}$$

na qual,

$M_t$  = saldos reais agregados do numerário no instante  $t$ , que chamaremos de **MR**;

$Y_t$  = renda nacional real agregada no instante  $t$ , que chamaremos no EViews de **RNR**;

$r_t$  = taxa de juros de longo prazo, que chamaremos no EViews de **I**.

Com base nos dados apresentados no apêndice, estime as elasticidades dos saldos reais agregados em relação à renda real agregada e à taxa de juros de longo prazo. Em seguida, comente os principais resultados do modelo estimado. (Obs.: Para converter as quantidades nominais em quantidades reais, divida as primeiras pelo deflator de preço implícito)

Observa-se que o modelo  $M_t = \beta_0 Y_t^{\beta_1} r_t^{\beta_2} e^{u_t}$  é não linear nos parâmetros, entretanto este pode ser facilmente linearizado aplicando logaritmo natural em ambos os lados da igualdade. Temos então  $\ln(M_t) = \alpha_0 + \beta_1 \ln(Y_t) + \beta_2 \ln(r_t) + u_t$ , em que  $\alpha_0 = \ln(\beta_0)$ . Note que o modelo logaritimizado é linear nos parâmetros.

Feito este esclarecimento inicial, estamos aptos a começar a resolver o exercício. Os dados apresentados no apêndice têm disposição anual e referem-se ao período 1948-1964. Devemos antes de qualquer coisa, criar um *workfile* compatível com a frequência dos dados que dispomos. Para tanto, seleciona-se **File / New / Workfile** no menu principal. A janela que se abrirá deverá ser preenchida conforme o modelo apresentado na figura 14.1.

Indica-se a frequência dos dados (**Annual**), o início da série em **Start date** e o final da série em **End date**. O leitor mais atento deve lembrar da sugestão dada no capítulo 2, segundo a qual basta entrar com a seguinte instrução na janela de comandos:

**create A 1948 1964**

<sup>1</sup> É extremamente recomendado que cada exemplo seja devidamente acompanhado com o uso do EViews por parte do leitor.

<sup>2</sup> Os dados para este exemplo encontram-se no apêndice e foram obtidos de Gujarati (2000, p. 222, exerc. 7.25).

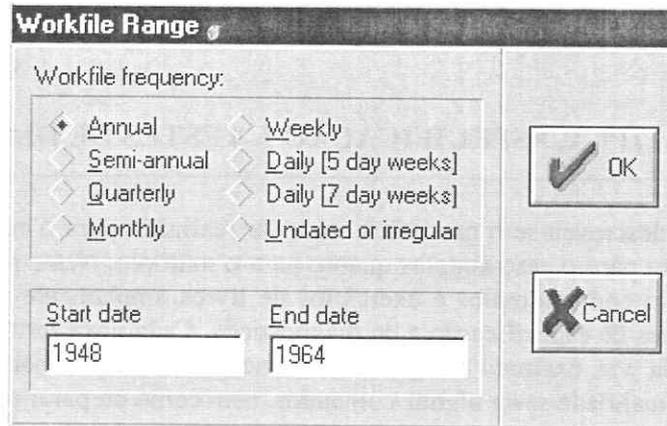


FIGURA 14.1: IDENTIFICAÇÃO DA FREQUÊNCIA DOS DADOS

Uma vez criado o *workfile* recomenda-se que este seja salvo. Para tanto basta clicar em **Save** na barra de ferramentas do *workfile*. É recomendado ainda o salvamento das alterações promovidas ao longo do trabalho. Isto é feito simplesmente clicando novamente em **Save**.

O próximo passo é entrar com os dados no *workfile*. Serão criadas as seguintes séries:

**MN** = Moeda Nominal

**RLN** = Renda líquida nominal

**DEF** = Deflator de preço implícito

**I** = Taxa de Juros de Longo Prazo (%)

Um modo rápido de criar estas séries é fazendo uso do comando

**data MN RLN DEF I**

Será então criado um grupo contendo as séries indicadas. Os valores devem ser digitados diretamente na coluna referente à série. Depois de digitadas as informações das séries, podemos fechar o grupo sem perder as informações individuais de cada série. A janela do grupo é aberta inicialmente sem título (**Untitled**), como mostra a figura 14.2.

| obs  | MN | RLN | DEF | I  |
|------|----|-----|-----|----|
| 1948 | NA | NA  | NA  | NA |
| 1949 | NA | NA  | NA  | NA |
| 1950 | NA | NA  | NA  | NA |
| 1951 | NA | NA  | NA  | NA |
| 1952 | NA | NA  | NA  | NA |
| 1953 | NA | NA  | NA  | NA |
| 1954 | NA | NA  | NA  | NA |
| 1955 | NA | NA  | NA  | NA |
| 1956 |    |     |     |    |

FIGURA 14.2: GRUPO CONTENDO AS SÉRIES MN, RLN, DEF E I

Evidentemente, não há prejuízo algum em salvar o grupo acima. Para isto, clica-se em **Name** e indica-se o nome desejado.

Depois de digitadas as informações referentes às séries, estamos prontos para começar a resolver o exercício. Sugere-se que as séries sejam analisadas graficamente antes de calcular a regressão, objetivando tirar algumas conclusões *a priori* acerca dos sinais dos coeficientes. Fazendo isto o leitor notará que todas as séries apresentam tendência crescente no período (a construção de gráficos é abordada no capítulo 6).

Veremos agora as diversas possibilidades de calcular a regressão  $\ln(M_t) = \hat{\alpha}_0 + \hat{\beta}_1 \ln(Y_t) + \hat{\beta}_2 \ln(r_t) + e_t$ . Como as variáveis do modelo são reais, devemos criá-las, dividindo o valor nominal pelo deflator implícito, com base nos comandos abaixo:

**genr MR = MN/DEF**

**genr RLR = RLN/DEF**

A primeira linha gera a variável **MR** (moeda real) e a segunda linha trata da criação da série **RLR** (renda líquida real).

Agora que as variáveis reais já foram geradas, resta-nos calcular a regressão. As variáveis que aparecem no modelo estão logaritmizadas, portanto uma das formas de estimar a equação de regressão é gerando as variáveis logaritmizadas e em seguida calculando a regressão da forma usual no EVIEWS.

**genr LN\_MR = log(MR)**

**genr LN\_RLR = log(RLR)**

**genr LN\_I = log(I)**

O primeiro comando gera a série denominada **LN\_MR** correspondente ao logaritmo natural de **MR**. Analogamente, **LN\_RLR** corresponde ao log natural de **RLR** e **LN\_I** corresponde ao log natural de **I**.

Para calcular a regressão, selecionamos **Quick / Estimate Equation** ou **Objects / New Object / Equation** no menu principal. Será exibida uma janela idêntica à ilustrada na figura 14.3. Nela vêm especificados o método (*Least Squares* = mínimos quadrados) e o *sample* a ser utilizado. No presente exemplo não devemos modificar estes campos. O campo de especificação da equação pode ser preenchido de duas maneiras. A primeira é na forma de lista, ou seja, lista-se a variável dependente seguida da lista de regressores. O modelo na forma de lista assume a forma

**LN\_MR C LN\_RLR LN\_I**

O comando anterior deve ser digitado no campo **Equation Specification** e em seguida confirmado em **OK**. Conforme esclarecido, a lógica deste comando é a seguinte: primeiro temos a variável dependente, seguida de **C** (termo de intercepto) e das variáveis explicativas. O resultado da regressão estimada é apresentado na figura 14.4.

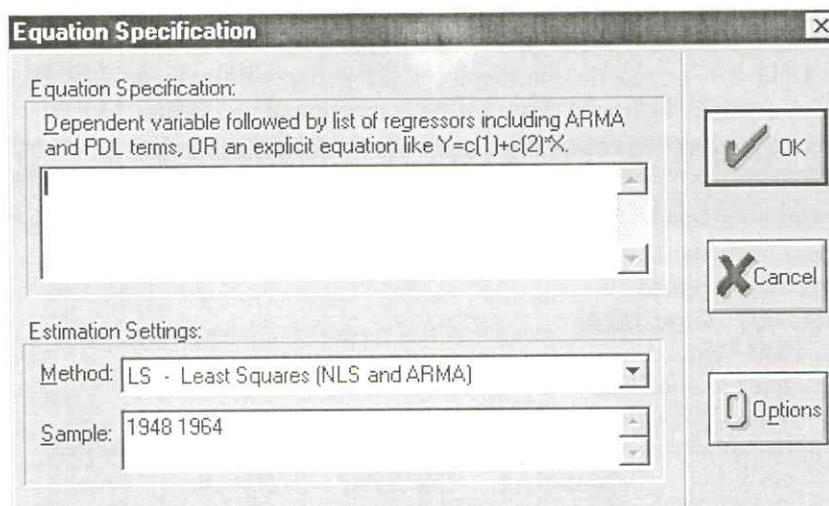


FIGURA 14.3: JANELA DE ESPECIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO

| Equation: UNTITLED Workfile: EXEMPLD1 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|---------------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                  | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: LN_MR             |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 03/21/03 Time: 06:27            |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1948 1964                     |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 17             |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                              | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C                                     | 3.641847    | 0.532770              | 6.835685    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| LN_RLR                                | 1.495653    | 0.332487              | 4.498383    | 0.0005 |        |          |          |       |        |
| LN_I                                  | -0.502275   | 0.417284              | -1.203678   | 0.2487 |        |          |          |       |        |
| R-squared                             | 0.894237    | Mean dependent var    | 3.104810    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                    | 0.879128    | S.D. dependent var    | 0.205539    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                    | 0.071459    | Akaike info criterion | -2.280605   |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                     | 0.071489    | Schwarz criterion     | -2.133567   |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                        | 22.38514    | F-statistic           | 59.18594    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                    | 1.289649    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 14.4: RELATÓRIO PADRÃO DE UMA REGRESSÃO LINEAR ESPECIFICADA NO FORMATO DE LISTA

A outra opção para estimar a equação de regressão é a especificação por fórmula. O vetor de coeficientes padrão do EViews é o **C**, que aparece inicialmente em todo *workfile*. Desta forma, especificar uma equação de regressão por fórmula é descrever a forma funcional (linear, no nosso exemplo) da seguinte maneira:

$$LN\_MR=C(1)+C(2)*LN\_RLR+C(3)*LN\_I$$

Neste caso, **C(1)** é o termo de intercepto, **C(2)** é o coeficiente de **LN\_RLR** e **C(3)** é o coeficiente de **LN\_I**. A equação estimada desta forma é apresentada na figura 14.5.

| Equation: UNTITLED Workfile: EXEMPLD1 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|---------------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                  | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: LN_MR             |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 03/21/03 Time: 06:43            |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1948 1964                     |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 17             |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| LN_MR=C(1)+C(2)*LN_RLR+C(3)*LN_I      |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|                                       | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C(1)                                  | 3.641847    | 0.532770              | 6.835685    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| C(2)                                  | 1.495653    | 0.332487              | 4.498383    | 0.0005 |        |          |          |       |        |
| C(3)                                  | -0.502275   | 0.417284              | -1.203678   | 0.2487 |        |          |          |       |        |
| R-squared                             | 0.894237    | Mean dependent var    | 3.104810    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                    | 0.879128    | S.D. dependent var    | 0.205539    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                    | 0.071459    | Akaike info criterion | -2.280605   |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                     | 0.071489    | Schwarz criterion     | -2.133567   |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                        | 22.38514    | Durbin-Watson stat    | 1.289649    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 14.5: RELATÓRIO PADRÃO DE UMA REGRESSÃO LINEAR ESPECIFICADA NO FORMATO DE FÓRMULA

Percebemos algumas diferenças entre os relatórios das regressões estimadas na forma de lista e na forma de equação. Evidentemente, os resultados gerados por ambas as formas devem ser idênticos. A estatística F para o teste de significância global da regressão, bem como seu valor-p não são exibidos, entretanto o fato mais importante a ser mencionado é que algumas funções no EViews só estão disponíveis se a equação for especificada como lista de regressores, e não com fórmula, notadamente os testes de razão de máxima verossimilhança.

Uma outra forma de calcular a regressão no EViews é via aplicação da transformação logarítmica na própria especificação da equação. Nesse caso basta digitar no campo **Equation Specification** a seguinte instrução:

**log(MR) C log(RLR) log(I)**

O resultado da equação estimada aplicando a transformação logarítmica na própria especificação da equação é apresentado na figura 14.6.

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob.  |
|----------|-------------|------------|-------------|--------|
| C        | 3.641847    | 0.532770   | 6.835685    | 0.0000 |
| LOG(RLR) | 1.495653    | 0.332487   | 4.498383    | 0.0005 |
| LOG(I)   | -0.502275   | 0.417284   | -1.203678   | 0.2487 |

|                    |          |                       |           |
|--------------------|----------|-----------------------|-----------|
| R-squared          | 0.894237 | Mean dependent var    | 3.104810  |
| Adjusted R-squared | 0.879128 | S.D. dependent var    | 0.205539  |
| S.E. of regression | 0.071459 | Akaike info criterion | -2.280605 |
| Sum squared resid  | 0.071489 | Schwarz criterion     | -2.133567 |
| Log likelihood     | 22.38514 | F-statistic           | 59.18594  |
| Durbin-Watson stat | 1.289649 | Prob(F-statistic)     | 0.000000  |

FIGURA 14.6: RELATÓRIO PADRÃO DE UMA REGRESSÃO LINEAR ESPECIFICADA COM TRANSFORMAÇÕES NA PRÓPRIA ESPECIFICAÇÃO NA FORMA DE LISTA

Mais uma vez, note que os resultados são exatamente os mesmos das duas outras formas. Entretanto, a maior vantagem de calcular a equação aplicando a transformação logarítmica na própria especificação da equação se dá na previsão. Selecionando **Forecast** na barra de ferramentas da equação, o leitor perceberá que há a possibilidade de gerar uma série com os valores previstos para **MR** ou para **LOG(MR)**. Em **Forecast name** deve-se entrar com um nome para a série com o valor previsto (mais detalhes sobre previsão são fornecidos no próximo capítulo).

Agora que já estimamos a equação de regressão de várias maneiras diferentes, estamos aptos a responder as questões formuladas sobre o modelo.

A elasticidade-renda real agregada estimada é  $\hat{\beta}_1$ , o coeficiente de  $\ln(Y_t)$ . Isto é facilmente comprovado tomando a derivada em relação à  $Y$  em ambos os lados da equação.

$$\frac{1}{M} \frac{\partial M}{\partial Y} = \hat{\beta}_1 \frac{1}{Y} \Rightarrow \hat{\beta}_1 = \frac{\partial M}{\partial Y} \frac{Y}{M}$$

Portanto, a elasticidade-renda real agregada estimada é 1,496. Analogamente, a elasticidade estimada dos saldos reais agregados em relação à taxa de juros de longo prazo é -0,502. Um fato a ser notado, porém, é que esta última não é estatisticamente significativa (valor-p=0,2487). O teste F para significância global indica que o modelo é globalmente significativo (valor-p = 0,000000, mas note que

este número não é exatamente zero. Na verdade o valor-p é 1.48021917207e-07, ou seja, 0,000000148021917207, que para seis casas decimais é 0,000000. Para comprovar este valor, clique com o botão direito do mouse sobre o valor-p, copie escolhendo a opção **Unformatted** e cole na janela de comandos). Outros resultados serão discutidos nas próximas seções.

#### 14.1 $R^2$ , $R^2$ AJUSTADO ( $\bar{R}^2$ ), CRITÉRIO DE AKAIKE E CRITÉRIO DE SCHWARZ

O coeficiente de determinação da regressão,  $R^2$ , é uma medida da proporção da variação da variável dependente que é explicada pela variação das variáveis explicativas. O  $R^2$  é dado por:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2}, \text{ onde } \begin{cases} \hat{y}_i = \hat{Y}_i - \bar{Y} \\ y_i = Y_i - \bar{Y} \end{cases}, \text{ ou na forma matricial:}$$

$$R^2 = \frac{\hat{\mathbf{y}}'\hat{\mathbf{y}}}{\mathbf{y}'\mathbf{y}} = 1 - \frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}}{\mathbf{y}'\mathbf{y}}, \text{ onde } \begin{cases} \hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{Y}} - \bar{Y} \\ \mathbf{y} = \mathbf{Y} - \bar{Y} \end{cases}$$

Caso uma variável explicativa seja acrescentada à equação de regressão,  $\mathbf{e}'\mathbf{e}$  quase que invariavelmente diminuirá, pois não existe variável que diminua a explicação de uma outra. Ela pode no máximo não explicar, caso raro em que  $\mathbf{e}'\mathbf{e}$  permaneceria o mesmo. Como  $\mathbf{y}'\mathbf{y}$  não se modifica com inclusões de variáveis explicativas, chega-se à conclusão óbvia de que dois modelos só devem ser comparados com base no coeficiente de determinação se:

1. A variável dependente for a mesma;
2. O número de variáveis explicativas for o mesmo.

A segunda condição, aparentemente radical, merece maior explicação. Se as variáveis explicativas incluídas causarem, em certo sentido, a variável dependente, não há problema em comparar o  $R^2$  de dois modelos com número de variáveis explicativas diferentes<sup>3</sup>. Fica assim o alerta de que, ao comparar dois modelos de regressão com a mesma variável dependente mas diferente número de variáveis explicativas, devemos ser bastante cautelosos na escolha do modelo com  $R^2$  mais alto.

Surge assim a necessidade de uma outra medida que não apresente esta limitação, pois por diversas vezes nos deparamos com situações onde temos que optar entre modelos com número de regressores diferentes. Nestas circunstâncias, são utilizadas as estatísticas explicadas a seguir.

O  $\bar{R}^2$  é dado por:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}/(n-k)}{\mathbf{y}'\mathbf{y}/(n-1)}$$

onde:  $n$  = número de observações

$k$  = número de coeficientes

Ou seja, no  $\bar{R}^2$ , leva-se em conta o número de variáveis explicativas incluídas na equação de regressão. A cada nova variável explicativa incluída no modelo, temos que  $k$  aumenta em uma unidade, de modo que, se não houver uma contrapartida através de uma diminuição proporcional de  $\mathbf{e}'\mathbf{e}$ , o  $\bar{R}^2$  irá decrescer. Chegamos portanto à importante conclusão de que o  $\bar{R}^2$ , diferentemente do  $R^2$ , não é função não decrescente do número de variáveis explicativas.

$$k \uparrow \Rightarrow (n-k) \downarrow \Rightarrow \frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}}{n-k} \uparrow \Rightarrow \frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}/(n-k)}{\mathbf{y}'\mathbf{y}/(n-1)} \uparrow \Rightarrow \left[ 1 - \frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}/(n-k)}{\mathbf{y}'\mathbf{y}/(n-1)} \right] \downarrow$$

Portanto, um aumento de  $k$ , não acompanhado pela devida redução de  $\mathbf{e}'\mathbf{e}$ , fará com que o  $\bar{R}^2$  diminua. Em outras palavras, se for incluída uma nova variável explicativa e esta não for

<sup>3</sup> Na realidade, o teste F para inclusão de variáveis, apresentado na seção 11.7 está baseado na comparação do  $R^2$  de um modelo restrito com o  $R^2$  de um modelo irrestrito.

relevante na explicação da variação da variável dependente, o  $e'e$  não irá diminuir consideravelmente e conseqüentemente o  $\bar{R}^2$  irá diminuir.

Podemos portanto utilizar o  $\bar{R}^2$  como uma forma de escolher entre modelos com a mesma variável dependente, porém com número de variáveis explicativas diferente.

O  $\bar{R}^2$  pode ser convenientemente expresso por:

$$\begin{aligned}\bar{R}^2 &= 1 - \frac{e'e/(n-k)}{y'y/(n-1)} \\ &= 1 - \frac{e'e}{y'y} \frac{(n-1)}{(n-k)} = 1 - (1 - R^2) \frac{(n-1)}{(n-k)}\end{aligned}$$

tornando ainda mais claro o resultado de um aumento em  $k$ . Se este não for devidamente acompanhado por um aumento significativo no  $R^2$ , o  $\bar{R}^2$  irá fatalmente diminuir.

Vimos portanto que o  $\bar{R}^2$  penaliza a perda de graus de liberdade que ocorre com a introdução de uma nova variável explicativa.

Acontece que não há consenso a respeito da suficiência desta penalização, de modo que não se garante que este critério leve necessariamente à escolha do modelo mais adequado. Neste contexto surgem diversas alternativas, dentre as quais destacam-se os critérios de Akaike e Schwarz, descritos a seguir:

$$AIC = -\frac{2}{n}\ell + \frac{2k}{n}$$

$$SC = -\frac{2}{n}\ell + \frac{k \ln n}{n}$$

onde  $\ell = -\frac{n}{2}[1 + \ln(2\pi) + \ln(e'e/n)]$  é o log natural da função de máxima verossimilhança<sup>4</sup>.

Não há nenhuma vantagem evidente de um ou outro critério. Ambos são amplamente aceitos e seus resultados exibidos em relatórios padrões de diversos *softwares* econométricos, inclusive o EViews.

Uma questão freqüente em modelos de defasagem distribuída é: Quantos termos defasados devem ser incluídos no modelo? Por se tratar de uma questão de especificação, não há uma resposta clara e simples. Certas vezes a teoria indica o número de defasagens a serem incluídas. Quando isto não acontece, os critérios de Akaike e Schwarz, bem como o  $\bar{R}^2$ , podem ser usados como critério de escolha.

Voltando ao exemplo 14.1, podemos gerar com facilidade um vetor contendo o  $R^2$  do modelo estimado. Como sabemos que  $R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2}$ , só precisamos encontrar  $\sum_{i=1}^n y_i^2$ , pois  $\sum_{i=1}^n e_i^2 = \text{Sum}$

**squared resid** = 0,071489.

Resta-nos assim gerar a série LN\_MR\_DESV, correspondente à série LN\_MR desviada de sua média:

**genr LN\_MR\_DESV = LN\_MR - @mean(LN\_MR)**

Uma vez gerada LN\_MR\_DESV, o  $R^2$  é facilmente obtido. Para isto, denominaremos a equação estimada de EQ01 (basta selecionar **Name** na barra de ferramentas do *workfile* e digitar o nome sugerido em **Name to identify object**). O valor do  $R^2$  será armazenado no vetor **R2** descrito a seguir:

**vector R2 = 1 - EQ01.@ssr/@sumsq(LN\_MR\_DESV)**

onde EQ01.@ssr corresponde à soma dos quadrados dos resíduos da EQ01 e @sumsq(LN\_MR\_DESV) corresponde à soma dos quadrados da série LN\_MR\_DESV, descrita anteriormente. Um duplo clique no vetor **R2** que aparecerá em seu *workfile* pode-se comprovar sem nenhuma surpresa comprovamos que seu valor confere com aquele gerado automaticamente no relatório padrão da regressão no EViews.

<sup>4</sup>  $\ell$  será deduzida na seção 14.3.2.

| R2                             |          |
|--------------------------------|----------|
| C1                             |          |
| Last updated: 03/22/03 - 01:09 |          |
| R1                             | 0.894237 |

FIGURA 14.8: VETOR R2

De posse do  $R^2$  obtemos facilmente o  $\bar{R}^2$ , pois  $\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{(n-1)}{(n-k)}$ . O vetor **R2\_AJUST**

descrito a seguir irá armazenar o valor do  $\bar{R}^2$ :

**vector R2\_AJUST = 1-(1-R2(1))\*(16/14)**

Onde **R2(1)** indica o valor armazenado na primeira linha do vetor **R2**. O vetor **R2\_AJUST** irá aparecer no *workfile* e pode-se comprovar que seu valor confere com aquele gerado automaticamente no EViews.

| R2_AJUST                       |          |
|--------------------------------|----------|
| C1                             |          |
| Last updated: 03/22/03 - 01:45 |          |
| R1                             | 0.879128 |

FIGURA 14.9: VETOR R2\_AJUST

Os valores dos critérios de Akaike e Schwarz são obtidos com a mesma facilidade com que foram  $R^2$  e  $\bar{R}^2$ , entretanto ambos dependem de  $\ell$ , que deve ser gerado primeiramente. Faremos com que o vetor **L** armazene o valor de  $\ell$ . Para gerar  $\ell$  precisamos do valor de  $\pi \cong 3,14159265359$ . Esta aproximação apresenta onze casas decimais. Evidentemente o número de casas decimais pode ser diminuído, entretanto deve-se ter consciência de que tal simplificação pode gerar imprecisões no cálculo de algumas estatísticas (ver apêndice 4, parte 2).

**scalar PI=3.14159265359**

**vector L = - (17/2)\*(1+log(2\*pi))+log(eq01.@ssr/17))**

O comando para criação do vetor **L**, que irá conter o valor da estatística **Log likelihood**, é exatamente a fórmula  $\ell = -\frac{n}{2} [1 + \ln(2\pi) + \ln(e'e/n)]$  na linguagem do EViews. Para visualizar **PI** (objeto do tipo **Scalar**), basta um duplo clique sobre seu ícone no *workfile*. O valor de **PI** será exibido na linha de *status* (canto inferior esquerdo da tela).

Como **L** é um vetor coluna contendo apenas uma linha, podemos também representá-lo como um escalar (**scalar L = - (17/2)\*(1+log(2\*pi))+log(eq01.@ssr/17))**), entretanto objetos do tipo escalar são exibidos apenas na linha de *status*, o que pode não agradar em termos visuais. A vantagem da linha de *status* é que ela exibe o valor numérico com até 12 dígitos.

Quando usamos o valor de um escalar gerado no EViews na construção de fórmulas, não precisamos indicar nada além de seu nome (veja que na fórmula de **PI** fazemos **log(2\*pi)** para indicar  $\ln(2\pi)$ ). No caso de objetos do tipo **Vector**, quando desejamos incluir apenas o valor que aparece em

uma linha (ou coluna, no caso de **Rowvector**), devemos especificar. Desta forma, quando formos utilizar o valor de **L** para gerar **AIC** e **SC**, devemos indicar **L(1)**, ou seja, o número que se encontra na primeira linha do vetor **L**, apresentado abaixo:

| L                              |          |
|--------------------------------|----------|
| C1                             |          |
| Last updated: 05/18/03 - 12:31 |          |
| R1                             | 22.38514 |

FIGURA 14.10: VETOR L

O critério de Akaike, definido por  $AIC = -\frac{2}{n}\ell + \frac{2k}{n}$ , é gerado por:

**VECTOR AIC = - (2/17)\*L(1)+(6/17)**

O critério de Schwarz, definido por  $SC = -\frac{2}{n}\ell + \frac{k \ln n}{n}$ , é gerado por:

**VECTOR SC = - (2/17)\*L(1)+(3\*log(17))/17**

Os vetores **AIC** e **SC**, cujos valores evidentemente conferem com aqueles exibidos no relatório padrão do EViews, são exibidos nas figuras 14.11 e 14.12, respectivamente.

| AIC                            |           |
|--------------------------------|-----------|
| C1                             |           |
| Last updated: 05/18/03 - 12:38 |           |
| R1                             | -2.280605 |

FIGURA 14.11: VETOR AIC

| SC                             |           |
|--------------------------------|-----------|
| C1                             |           |
| Last updated: 05/18/03 - 12:38 |           |
| R1                             | -2.133567 |

FIGURA 14.12: VETOR SC

## 14.2. TRÊS TESTES ASSINTÓTICOS EQUIVALENTES

Faz-se interessante neste momento esclarecer alguns pontos sobre três testes muito comuns em econometria: teste da razão de verossimilhança, teste de Wald e teste do multiplicador de Lagrange. Na verdade, trata-se de testes assintóticos equivalentes. Teremos em seguida a apresentação dos aspectos computacionais de diversos testes acompanhados de exemplos.

Consideremos inicialmente a estimação por máxima verossimilhança do parâmetro  $\beta$  e um teste da hipótese  $H_0 : c(\beta) = 0$ . A figura 14.13 ajuda a entender a lógica dos três testes. Ela mostra o gráfico da função log da verossimilhança ( $\ln L$ ) e da restrição  $c(\beta)$ .

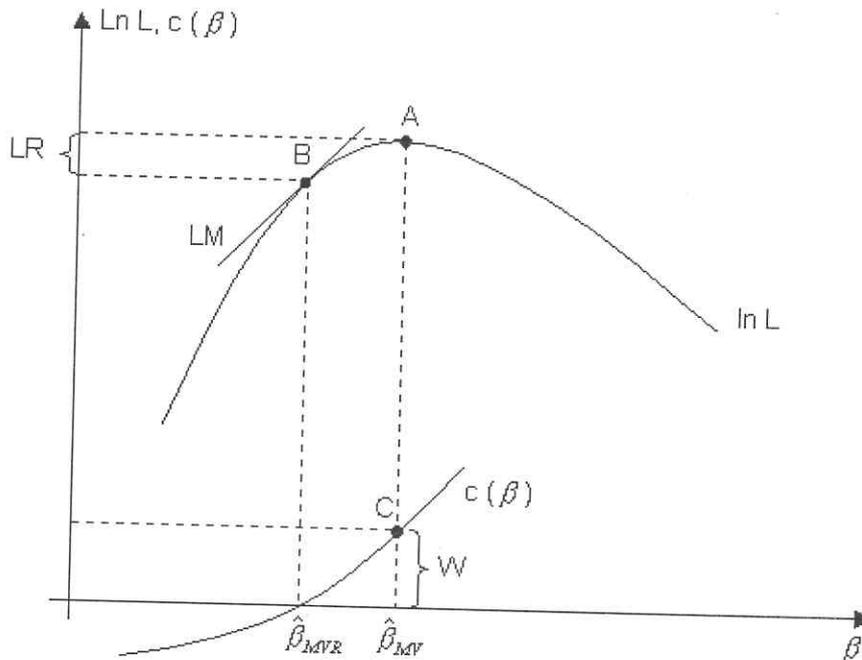


FIGURA 14.13: ILUSTRAÇÃO DOS TESTES DE WALD, RAZÃO DE VEROSSIMILHANÇA E DO MULTIPLICADOR DE LAGRANGE

A estatística de teste associada a esses testes tem distribuição em pequenas amostras desconhecida, mas cada qual se distribui assintoticamente como uma Qui-quadrado ( $\chi^2$ ) com grau de liberdade igual ao número de restrições sob o teste. Vejamos as particularidades do raciocínio envolvendo cada um dos testes:

- i) **Teste da razão de verossimilhança (LR)**<sup>5</sup>: Se a restrição  $c(\beta) = 0$  é válida, então o valor da função log da verossimilhança com restrição não deve ser significativamente menor que o log da verossimilhança irrestrito. O teste LR testa se  $(\ln L_R - \ln L_{IR})$  é significativamente diferente de zero.
- ii) **Teste de Wald (W)**: Se a restrição  $c(\beta) = 0$  for verdadeira, então  $c(\hat{\beta}_{MV})$  não deve ser significativamente diferente de zero. Desta forma, o teste W é baseado no valor de  $c(\hat{\beta}_{MV})$ . A hipótese nula é rejeitada se este valor for significativamente diferente de zero.
- iii) **Teste do multiplicador de Lagrange (LM)**<sup>6</sup>: A função log da verossimilhança ( $\ln L$ ) atinge o máximo no ponto A, quando a inclinação de  $\ln L$  é zero. Se a restrição for válida, então a inclinação de  $\ln L$  no ponto B não deve ser significativamente diferente de zero. Dessa maneira, o teste LM testa

<sup>5</sup> LR refere-se às iniciais de Likelihood Ratio.

<sup>6</sup> LM refere-se às iniciais de Lagrange Multiplier.

se a inclinação da função  $\ln L$ , avaliada na estimação restrita dos parâmetros, é significativamente diferente de zero.

Na escolha entre testes estatísticos com propriedades assintóticas idênticas, normalmente faz-se a opção com base nas propriedades em pequenas amostras, determinadas por simulações de Monte Carlo. No caso específico dos três testes em questão, o aspecto computacional desempenha papel dominante. Para obter a estatística **LR**, tanto o modelo restrito como o irrestrito devem ser calculados. Se ambos não apresentam dificuldades, então o teste **LR** se mostra computacionalmente bastante atrativo.

Se o modelo restrito apresentar alguma dificuldade de estimação, opta-se pelo teste **W**, pois este faz uso apenas do modelo irrestrito. A estatística **LM** por sua vez, utiliza somente o modelo restrito, sendo pois, mais útil quando este for mais facilmente estimado.

Berndt e Savin mostraram que, em modelos lineares com amostra pequena, os valores desses três testes são tais que  $W \geq LR \geq LM$  para os mesmos dados, testando as mesmas restrições. Há, portanto, a possibilidade de conflito entre estes testes em pequenas amostras, no sentido de que se pode aceitar uma restrição com base em um teste e rejeitar com base em um outro. Em geral, opta-se pelo teste **LR** no caso de amostras pequenas. (Kennedy, 1998)

### 14.3. TESTES PARA OS COEFICIENTES

É inevitável a incerteza acerca da especificação de um modelo, considerando que a relação entre as variáveis é estocástica. Uma vez estimada uma equação, o EViews proporciona uma diversidade de testes para avaliar a qualidade da especificação.

Todos os procedimentos proporcionados pelo EViews envolvem a especificação de uma hipótese nula, que é a hipótese sob teste. O relatório padrão de um teste de hipóteses gerado no EViews consiste no valor calculado de um ou mais testes estatísticos associados a seus valores-p, com base na amostra utilizada. O valor-p é o menor nível de significância para o qual a hipótese nula é rejeitada. Dessa forma, baixos valores-p levam à rejeição da hipótese nula. Por exemplo, para um valor-p igual a 0,023, rejeitamos  $H_0$  para o nível de significância de 5% (0,05) mas não rejeitamos para o nível de significância de 1% (0,01).

Os testes a seguir avaliam a possibilidade de veracidade ou não das restrições de coeficientes, incluindo os casos especiais de testes para variáveis omitidas e redundantes.

#### 14.3.1 Teste da restrição de coeficientes - teste de Wald

Foi visto que o teste de Wald baseia-se exclusivamente na estimação do modelo irrestrito. Antes de entrar nos detalhes operacionais do EViews para conduzir um teste de restrição de coeficientes, iremos tratar de alguns detalhes técnicos sobre o assunto.

No caso de um modelo de regressão linear, temos:

$$y = X\beta + \varepsilon$$

com restrições lineares  $R\beta = r$  ou  $R\beta - r = 0$ ,

onde  $R$  é uma matriz ( $q \times k$ ), com  $q < k$  e  $r$  é um vetor coluna contendo  $q$  linhas de constantes conhecidas.

Cada formulação diferente da hipótese nula determina os elementos de  $R$  e  $r$ . Espera-se que os exemplos a seguir sejam suficientes para o bom entendimento da construção da matriz  $R$  e do vetor  $r$ .

**EXEMPLO 14.2:**  $H_0 : \beta_i = c$ , onde  $c$  é uma constante qualquer. Um caso muito comum é tomar  $c = 0$ . Neste caso, a hipótese estabelece que não há relação linear entre  $Y$  (variável dependente) e o regressor  $X_i$ . Como estamos testando apenas uma restrição, temos:

$$R = [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \quad r = [c] \quad q = 1$$

com 1 aparecendo na  $i$ -ésima coluna de  $R$ .

$$H_0: \mathbf{R}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{r} \Rightarrow H_0: [0 \ \dots \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0] \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{i-1} \\ \beta_i \\ \beta_{i+1} \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} = [c] \quad \therefore \quad H_0: \beta_i = c$$

**EXEMPLO 14.3:**  $H_0: \beta_2 + \beta_3 = c$ , onde  $c$  é uma constante qualquer.

$$\mathbf{R} = [0 \ 1 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0] \quad \mathbf{r} = [c] \quad q = 1$$

$$H_0: \mathbf{R}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{r} \Rightarrow H_0: [0 \ 1 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0] \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} = [c] \quad \therefore \quad H_0: \beta_2 + \beta_3 = c$$

**EXEMPLO 14.4:**  $H_0: \beta_2 = \beta_4$  ou  $\beta_2 - \beta_4 = 0$

Este teste verifica a hipótese de as variáveis explicativas  $X_2$  e  $X_4$  apresentarem coeficientes com o mesmo valor.

$$\mathbf{R} = [0 \ 1 \ 0 \ -1 \ 0 \ \dots \ 0] \quad \mathbf{r} = [0] \quad q = 1$$

$$H_0: \mathbf{R}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{r} \Rightarrow H_0: [0 \ 1 \ 0 \ -1 \ 0 \ \dots \ 0] \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} = [0] \quad \therefore \quad H_0: \beta_2 - \beta_4 = 0$$

**EXEMPLO 14.5:**  $H_0: R^2 = 0$  ou  $H_0: \begin{bmatrix} \beta_2 \\ \beta_3 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$ .

Esta hipótese testa a significância global da regressão.

$$\mathbf{R} = [\mathbf{0} \ \mathbf{I}_{k-1}] \quad \mathbf{r} = \mathbf{0} \quad q = k - 1$$

Seja, por exemplo, o modelo:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \beta_4 X_{4i} + \beta_5 X_{5i} + e_i, \text{ então}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad q = 4$$

$$H_0 : \mathbf{R}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{r} \Rightarrow H_0 : \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \therefore \quad H_0 : \begin{bmatrix} \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

**EXEMPLO 14.6:**  $H_0 : \boldsymbol{\beta}_b = 0$

Dividimos o vetor de coeficientes  $\boldsymbol{\beta}$  em dois subvetores  $\boldsymbol{\beta}_a$  e  $\boldsymbol{\beta}_b$  contendo respectivamente  $a$  e  $b (=k - a)$  elementos. Temos então a hipótese de que um subconjunto específico de variáveis explicativas não exerce papel relevante na explicação de  $y$ .

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{b \times a} & \mathbf{I}_b \end{bmatrix} \quad \mathbf{r} = \mathbf{0} \quad q = b$$

Continuando com o modelo do exemplo anterior, queremos testar  $H_0 : \begin{bmatrix} \beta_4 \\ \beta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ . Temos

$$\text{portanto que } \boldsymbol{\beta}_a = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \boldsymbol{\beta}_b = \begin{bmatrix} \beta_4 \\ \beta_5 \end{bmatrix} \quad \therefore \quad a = 3 \text{ e } b = 2 \quad ; \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_a \\ \boldsymbol{\beta}_b \end{bmatrix}.$$

$$H_0 : \mathbf{R}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{r} \Rightarrow H_0 : \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \therefore \quad H_0 : \begin{bmatrix} \beta_4 \\ \beta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Iremos agora tratar da construção da estatística de teste. Vimos que o teste se ajusta à forma geral de hipótese nula:

$$H_0 : \mathbf{R}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{r}$$

Podemos então transformá-lo em  $H_0 : \mathbf{R}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{r} = 0$ , de modo a tornar a especificação mais conveniente para as transformações que se seguirão. Como já sabemos construir  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{r}$ , devemos estimar o modelo por MQO e calcular  $(\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{r})$ . Este vetor fornece uma medida da diferença entre o valor observado e o valor que está sendo testado. Quanto maiores forem os elementos deste vetor, maiores serão as evidências contra a hipótese nula.

É evidente que o critério de grandeza não é arbitrário. Este é determinado pela distribuição amostral relevante sob hipótese nula, no presente caso, a distribuição de  $\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}}$  quando  $\mathbf{R}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{r}$ . Podemos deduzir a distribuição do teste a partir dos seguintes fatos.

$$E(\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \mathbf{R}\boldsymbol{\beta}$$

$$\text{Var}(\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}}) = E[\mathbf{R}(\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta})(\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta})'\mathbf{R}'] = \mathbf{R}\text{Var}(\hat{\boldsymbol{\beta}})\mathbf{R}' = \sigma^2\mathbf{R}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{R}'$$

Se  $u \sim N(0, \sigma^2\mathbf{I})$ , então:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} \sim N(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1})$$

$$\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}} \sim N(\mathbf{R}\boldsymbol{\beta}, \sigma^2\mathbf{R}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{R}')$$

$$\mathbf{R}(\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta}) \sim N(0, \sigma^2\mathbf{R}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{R}')$$

Se a hipótese nula  $\mathbf{R}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{r}$  for verdadeira, então:

$$(\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{r}) \sim N(0, \sigma^2\mathbf{R}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{R}'), \text{ daí}$$

$$(\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{r})' [\sigma^2\mathbf{R}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{R}']^{-1} (\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{r}) \sim \chi^2_{q \text{ gl}} \quad (\text{Greene, 2000}).$$

Como  $\sigma^2$  é, em geral, desconhecido, substituímos  $\sigma^2$  por  $s^2 = \frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}}{n-k}$ . Temos então a estatística de teste abaixo, que segue uma distribuição F:

$$\frac{(\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{r})' [\mathbf{s}^2 \mathbf{R}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{R}']^{-1} (\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{r})}{q} \sim F_{(q, n-k)}$$

ou

$$\frac{(\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{r})' [\mathbf{R}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{R}']^{-1} (\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{r}) / q}{(\mathbf{e}'\mathbf{e}) / (n-k)} \sim F_{(q, n-k)}$$

Serão ilustrados os procedimentos para gerar a estatística de teste conforme descrito anteriormente e em seguida será mostrada a forma direta de realizar o teste propiciada pelo EViews.

**EXEMPLO 14.7:** Considerando os dados da função de demanda por frangos (ver apêndice), temos as seguintes variáveis:

$Y$  = consumo *per capita* de frango (libra-peso);

$X_2$  = renda real *per capita* disponível (dólares);

$X_3$  = preço real do frango no varejo (centavos de dólar/libra-peso);

$X_4$  = preço real da carne de porco no varejo (centavos de dólar/libra peso);

$X_5$  = preço real da carne de gado no varejo (centavos de dólar/libra peso);

$X_6$  = preço real composto dos substitutos do frango, em centavos de dólar por libra-peso, que é uma média ponderada dos preços reais no varejo da libra de carne de porco e de gado, servindo de pesos os consumos relativos da carne de gado e de porco no consumo total das mesmas carnes.

Sabe-se da teoria microeconômica que a demanda de uma mercadoria geralmente depende da renda real do consumidor, do preço real da mercadoria e dos preços reais das mercadorias concorrentes ou complementares. Em vista dessas observações, considere agora a seguinte função demanda:

$$\ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln X_{2t} + \beta_3 \ln X_{3t} + \beta_4 \ln X_{4t} + \varepsilon_t$$

Neste modelo, tanto o preço da carne de porco como o da carne de gado estão incluídos juntamente com o preço do frango, pois  $X_6$  é o preço real composto dos substitutos do frango. O leitor com alguma familiaridade com econometria perceberá que esta variável diminui a possibilidade de ocorrência de multicolinearidade relativamente a um modelo que incluísse separadamente  $X_4$  e  $X_5$ .

Os dados referem-se ao período 1960-1982, de modo que o *workfile* pode ser criado por:

**create a 1960 1982**

Para inserir os dados referentes às séries, entra-se com o comando

**data Y X2 X3 X4 X5 X6**

na janela de comandos. Deve-se então digitar os valores referentes a cada série no grupo que será aberto. Em seguida, salvamos o grupo no *workfile* como **GRUPO**, selecionando **Name** na barra de ferramentas do grupo e digitando **GRUPO** no campo **Name to identify object**. Confirmar em **OK**.

Após inserir os dados no *workfile*, estamos aptos a estimar o modelo. Como a função demanda é dada por  $\ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln X_{2t} + \beta_3 \ln X_{3t} + \beta_4 \ln X_{6t} + u_t$ , entramos com o comando

**LS LOG(Y) C LOG(X2) LOG(X3) LOG(X6)**

na janela de comandos. A regressão calculada é apresentada na figura 14.14.

| Equation: EQ01 Workfile: EXERCÍCIO 07.23                            |             |                       |             |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids |             |                       |             |        |
| Dependent Variable: LOG(Y)  |             |                       |             |        |
| Method: Least Squares   |             |                       |             |        |
| Date: 05/18/03 Time: 19:54  |             |                       |             |        |
| Sample: 1960 1982   |             |                       |             |        |
| Included observations: 23   |             |                       |             |        |
| Variable  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |
| C   | 2.029865    | 0.118682              | 17.10338    | 0.0000 |
| LOG(X2)   | 0.481286    | 0.068188              | 7.058251    | 0.0000 |
| LOG(X3)   | -0.350628   | 0.079394              | -4.416310   | 0.0003 |
| LOG(X6)   | -0.061035   | 0.129960              | -0.469645   | 0.6440 |
| R-squared   | 0.980303    | Mean dependent var    | 3.663887    |        |
| Adjusted R-squared  | 0.977193    | S.D. dependent var    | 0.187659    |        |
| S.E. of regression  | 0.028340    | Akaike info criterion | -4.132296   |        |
| Sum squared resid   | 0.015260    | Schwarz criterion     | -3.934819   |        |
| Log likelihood  | 51.52141    | F-statistic           | 315.2063    |        |
| Durbin-Watson stat  | 1.910653    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |

FIGURA 14.14: RELATÓRIO DE RESULTADOS DA EQUAÇÃO ESTIMADA DO EXEMPLO 14.7

Recomenda-se salvar a equação como **EQ01** (basta selecionar **Name** na barra de ferramentas do *workfile* e digitar o nome sugerido em **Name to identify object**). O coeficiente de  $X_2$  refere-se à elasticidade renda, o coeficiente de  $X_3$  à elasticidade preço e o coeficiente de  $X_6$  à elasticidade preço cruzada. O leitor já deve ter condições de comprovar que apenas o coeficiente de **LOG(X6)** não é estatisticamente significativo (valor-p = 0.6440). O teste F nos indica que o modelo é globalmente significativo (valor-p virtualmente zero). A seguir são propostos vários testes de restrição de coeficientes.

Convém lembrar que a estatística de teste é

$$\frac{(\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{r})' [\mathbf{R}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{R}']^{-1} (\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{r}) / q}{(\mathbf{e}'\mathbf{e}) / (n - k)} \sim F_{(q, n-k)}$$

de modo que devemos de antemão construir a matriz  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ , o vetor de coeficientes estimados  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  e  $s^2 = (\mathbf{e}'\mathbf{e}) / (n - k)$ .

Para criar a matriz  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  entramos com os comandos

```
group GROUP01 1 LOG(X2) LOG(X3) LOG(X6)
```

```
matrix X = @convert(GROUP01)
```

```
matrix XLX = @transpose(X)*X
```

na janela de comandos. O primeiro comando refere-se à criação de um grupo denominado **GROUP01** contendo 1 em todas as observações da primeira coluna, os valores de **LOG(X2)** na segunda coluna, de **LOG(X3)** na terceira coluna e de **LOG(X6)** na quarta coluna. O segundo comando converte o objeto do tipo **Group** em um objeto do tipo **Matrix** denominado **X**, pois objetos do tipo **GROUP** não podem ser usados em fórmulas. Finalmente geramos a matriz  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ , que denominamos **XLX**. (Em caso de dúvida sobre estes comandos, consulte o capítulo 10)

Como sabemos que  $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}$ , geramos facilmente o vetor  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ , que chamaremos apenas de **BETA** por

```
vector BETA = @inverse(XLX)*@transpose(X)*LOG(Y)
```

Um duplo clique sobre o ícone do vetor **BETA** no *workfile* permite-nos comprovar que este contém os valores dos coeficientes estimados por mínimos quadrados de acordo com a **EQ01** anterior<sup>7</sup>.

Para gerar  $s^2 = (\mathbf{e}'\mathbf{e})/(n - k)$  procedemos da seguinte forma:

**vector E = LOG(Y) - X\*BETA**

**scalar S2=@inner(E)/19**

Ou seja, primeiro geramos o vetor **E** de resíduos e em seguida obtemos  $s^2 = (\mathbf{e}'\mathbf{e})/(n - k)$ . (lembre que **@inner(e)** refere-se ao produto interno euclidiano do vetor **e**, portanto **e'e**)

O vetor **BETA** é apresentado a seguir:

| BETA |                                |
|------|--------------------------------|
|      | C1                             |
|      | Last updated: 05/19/03 - 02:59 |
| R1   | 2.029865                       |
| R2   | 0.481286                       |
| R3   | -0.350628                      |
| R4   | -0.061035                      |

FIGURA 14.15: VETOR BETA

Uma vez realizados todos estes procedimentos, estamos aptos a construir qualquer tipo de teste de restrições lineares no EVIEWS. Vejamos alguns casos.

**Teste 01:** A elasticidade renda é igual a 1?

Para responder a essa pergunta devemos inicialmente criar a matriz **R** e o vetor **r**<sup>8</sup>. Sem dificuldades percebemos que este teste corresponde ao do exemplo 14.2, ou seja, ao teste  $H_0 : \beta_i = c$ , onde  $c$  é uma constante qualquer. Trazendo esta hipótese geral para o nosso caso, temos  $H_0 : \beta_2 = 1$ . Desta forma, deduzimos que a matriz **R** e o vetor **r** são:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \quad q = 1$$

Construímos assim a matriz **R**, que denominaremos **MR**, da seguinte forma:

**matrix(1,4) MR**

**MR(1,2) = 1**

O primeiro comando trata da criação de uma matriz 1x4 (uma linha e quatro colunas) com todos os termos iguais a zero. O segundo comando insere o valor 1 na linha 1, coluna 2.

O vetor **r**, que denominaremos no EVIEWS de **VR**, é dado por:

**vector(1) VR=1**

Para gerar a estatística de teste e armazená-la no vetor **TW1** temos:

**matrix IXLX = @inverse(XLX)**

**matrix MRL= @transpose(MR)**

**vector TW1=(@transpose(MR\*BETA-VR)\*@inverse(MR\*IXLX\*MRL)\*(MR\*BETA-VR))/S2**

O vetor **TW1** assim construído é exibido na figura 14.16.

<sup>7</sup> Uma vez que a equação **EQ01** já foi estimada, podemos gerar **BETA** por:

**vector BETA = EQ01.@coefs**

<sup>8</sup> Note que este teste também poderia ser conduzido utilizando o teste t descrito na segunda parte deste manual, capítulo 11.

| TW1 |                                |
|-----|--------------------------------|
|     | C1                             |
|     | Last updated: 05/19/03 - 03:36 |
| R1  | 57.86858                       |

FIGURA 14.16: VETOR TW1

Consultando a tabela F no EViews (**scalar FTAB\_TW1 = @qfdist(0.95, 1, 19)**) concluímos pela rejeição da hipótese nula de que a elasticidade renda é igual a 1 (**FTAB\_TW1= 4,38**). O comando **@qfdist (0.95, 1, 19)** refere-se ao valor tabelado de F para o nível de significância de 5%, ou seja, nível de confiança de 95% (0.95), 1 grau de liberdade no numerador e 19 gl no denominador.

Para gerar o valor-p para este teste, temos:

**scalar VALP\_TW1 = @fdist (TW1(1), 1, 19)**

que evidentemente nos remete à mesma conclusão. Note-se que **@fdist (TW1(1), 1, 19)** retorna a probabilidade de uma estatística F com 1 gl no numerador e 19 gl no denominador exceder o valor de **TW1(1)**, ou seja, o valor armazenado na primeira linha do vetor **TW1**.

O EViews dispõe de uma forma direta de realizar este teste. Devemos selecionar

1. **View / Coefficients Tests / Wald-Coefficient Restrictions...** na barra de ferramentas da equação **EQ01**.
2. Digitar a restrição a ser testada, **C(2)=1**, em **Coefficients Separated by Commas** e clique em **OK**.

A hipótese nula corresponde a **C(2)=1**. A estatística Qui-quadrado é igual à estatística F vezes o número de restrições ( $q$ ). No caso de testes de apenas uma restrição os valores das duas estatísticas serão idênticos.

| Equation: EQ01 Workfile: EXERCÍCIO 07.23 |          |             |          |
|--|----------|-------------|----------|
| Wald Test:                               |          |             |          |
| Equation: EQ01                           |          |             |          |
| Null Hypothesis: C(2)=1                  |          |             |          |
| F-statistic                              | 57.86858 | Probability | 0.000000 |
| Chi-square                               | 57.86858 | Probability | 0.000000 |

FIGURA 14.17: RELATÓRIO DO TESTE DE WALD PARA A HIPÓTESE NULA DE QUE C(2)=1

No relatório padrão do teste no EViews (ver figura 14.17) é indicada a hipótese nula ( $C(2) = 1$ ), bem como os valores das estatísticas F e Qui-quadrado acompanhados de seus respectivos valores-p. Comprovamos portanto que o valor obtido da forma matricial coincide com o valor gerado pelo programa.

**Teste 02:** A elasticidade preço é igual a -1?

A construção matricial fica como exercício. Testar se a elasticidade preço é igual a -1 é testar se  $\beta_3 = -1$ . Para tanto, devemos selecionar

1. **View / Coefficients Tests / Wald-Coefficient Restrictions...** na barra de ferramentas da equação **EQ01**.

2. Digitar a restrição a ser testada,  $C(3) = -1$ , em **Coefficients Separated by Commas** e clicar em OK.

A hipótese nula corresponde a  $C(3) = -1$ . A estatística Qui-quadrado é mais uma vez igual à estatística F, visto que o número de restrições ( $q$ ) é igual a 1. O resultado do teste é apresentado na figura 14.18.

| Equation: EQ01 Workfile: EXERCÍCIO 07.23  |          |             |          |
|---|----------|-------------|----------|
| View   Procs   Objects   Print   Name   Freeze   Estimate   Forecast   Stats   Resids |          |             |          |
| Wald Test:<br>Equation: EQ01  |          |             |          |
| Null Hypothesis: C(3)=-1  |          |             |          |
| F-statistic   | 66.89806 | Probability | 0.000000 |
| Chi-square  | 66.89806 | Probability | 0.000000 |

FIGURA 14.18: RELATÓRIO DO TESTE DE WALD PARA A HIPÓTESE NULA DE QUE  $C(3) = -1$

Dessa forma, rejeita-se a hipótese nula de que a elasticidade preço é igual a -1 (valor-p virtualmente zero).

**Teste 03:** Teste se a elasticidade renda é igual, porém de sinal oposto, à elasticidade preço de demanda.

Neste caso, temos  $H_0 : \beta_2 = -\beta_3$  ou  $H_0 : \beta_2 + \beta_3 = 0$ , de modo que

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \quad q = 1$$

Dessa forma, fica fácil para o leitor construir a estatística na forma matricial. Basta seguir os procedimentos do teste 01 utilizando a matriz  $\mathbf{R}$  e o vetor  $\mathbf{r}$  dados acima no lugar daqueles utilizados no referido teste.

Testar se a elasticidade renda é igual à elasticidade preço, porém de sinal contrário é testar se  $C(2) = -C(3)$  ou ainda  $C(2) + C(3) = 0$ . Devemos então selecionar

1. **View / Coefficients Tests / Wald-Coefficient Restrictions...** na barra de ferramentas da equação **EQ01**.

2. Digitar a restrição a ser testada,  $C(2) = -C(3)$  (ou  $C(2) + C(3) = 0$ ), em **Coefficients Separated by Commas** e clicar em OK.

A hipótese nula corresponde a  $C(2) = -C(3)$ . A estatística Qui-quadrado é mais uma vez igual à estatística F, visto que o número de restrições ( $q$ ) é igual a 1.

Com base no resultado apresentado na figura 14.19, temos que a hipótese nula não deve ser rejeitada (valor-p=0,28). Deste modo não há evidência estatística suficiente que nos leve a rejeitar a hipótese de que  $C(2) = -C(3)$ . Concluímos assim que, estatisticamente, a elasticidade renda é igual, porém de sinal oposto, à elasticidade preço de demanda.

| Equation: EQ01 Workfile: EXERCICIO 07.23 |          |             |  |
|--|----------|-------------|--|
| View                                     | Procs    | Objects     | Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids |
| Wald Test:<br>Equation: EQ01             |          |             |  |
| Null Hypothesis: C(2)=-C(3)              |          |             |  |
| F-statistic                              | 1.235446 | Probability | 0.280218   |
| Chi-square                               | 1.235446 | Probability | 0.266351   |

FIGURA 14.19: RELATÓRIO DO TESTE DE WALD PARA A HIPÓTESE NULA DE QUE  $C(2)=-C(3)$ 

**Teste 04:** Os coeficientes  $\beta_3$  e  $\beta_4$  são conjuntamente diferentes de zero?

Este último teste da nossa série difere dos demais pelo fato de o número de restrições agora ser maior (duas). Entretanto, este fator não gera dificuldade adicional. A construção deste teste na forma matricial segue o exemplo 14.6 ( $H_0 : \beta_b = 0$ ), ou seja, testar a hipótese de que um subconjunto de coeficientes é estatisticamente nulo.

Queremos testar  $H_0 : \begin{bmatrix} \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ . Temos portanto que

$$\beta_a = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \beta_b = \begin{bmatrix} \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} \quad \therefore \quad a = 2 \quad \text{e} \quad b = 2 \quad ; \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_a \\ \beta_b \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{q} = 2$$

$$H_0 : \mathbf{R}\beta = \mathbf{r} \Rightarrow H_0 : \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \therefore \quad H_0 : \begin{bmatrix} \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

O comando para gerar a matriz  $\mathbf{R}$ , que chamaremos de  $\mathbf{R}$  no EViews, é

```
matrix(2,4) R
R(1,3)=1
R(2,4)=1
```

Note que o fato de o vetor  $\mathbf{r}$  ser nulo faz com que seja desnecessária sua inclusão no cômputo da estatística

$$\frac{(\mathbf{R}\hat{\beta} - \mathbf{r})' [\mathbf{R}(X'X)^{-1}\mathbf{R}']^{-1} (\mathbf{R}\hat{\beta} - \mathbf{r}) / q}{(\mathbf{e}'\mathbf{e}) / (n - k)}$$

Para calcular a estatística de teste temos:

```
matrix RL=@transpose(R)
vector TW4=((@transpose(R*BETA)*@inverse(R*IXLX*RL)*(R*BETA))/2)/S2
```

A primeira linha do comando gera uma matriz denominada  $\mathbf{RL}$  correspondendo à transposta de  $\mathbf{R}$ . A segunda linha trata da criação do vetor  $\mathbf{TW4}$  contendo o valor da estatística  $F$  do teste de

Wald para  $H_0 : \begin{bmatrix} \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ . O resultado é apresentado na figura 14.20.

| TW4 |          |
|-----|----------|
| C1  | 16.63765 |

Last updated: 05/19/03 - 07:10

FIGURA 14.20: VETOR TW4

Para conduzir o teste diretamente no EViews, devemos selecionar

1. **View / Coefficients Tests / Wald-Coefficient Restrictions...** na barra de ferramentas da equação EQ01.
2. Digitar a restrição a ser testada,  $C(3)=0$ ,  $C(4)=0$ , em **Coefficients Separated by Commas** e clicar em OK. A hipótese nula é que  $C(3)=0$  e  $C(4)=0$ .

| Wald Test:<br>Equation: EQ01          |          |             |          |
|---------------------------------------|----------|-------------|----------|
| Null Hypothesis: $C(3)=0$<br>$C(4)=0$ |          |             |          |
| F-statistic                           | 16.63765 | Probability | 0.000067 |
| Chi-square                            | 33.27530 | Probability | 0.000000 |

FIGURA 14.21: RELATÓRIO DO TESTE DE WALD PARA A HIPÓTESE NULA DE QUE  $C(3)=0$  E  $C(4)=0$ 

O relatório do teste é apresentado na figura 14.21. Concluimos, portanto, pela rejeição da hipótese nula, ou seja, os coeficientes  $C(3)$  e  $C(4)$  não são conjuntamente iguais a zero.

**EXEMPLO 14.8:** Considerando os dados para a economia americana (ver apêndice), teste se no modelo a seguir:

$$\ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln L_t + \beta_3 \ln K_t + u_{2t}$$

onde:  $Y$  = Produto;

$L$  = Trabalho;

$K$  = Capital.

$\beta_2 + \beta_3 = 1$ , ou seja, teste a hipótese de retornos constantes de escala. A base de dados trata do período 1929-1967 (dados anuais). Dessa forma, criamos o *workfile* correspondente

**create A 1929 1967**

Para entrar com os dados, temos:

**data Y L K**

Digitamos os valores referentes a cada série e fechamos o grupo. Para calcular a regressão proposta acima e salvá-la como **EQ01**, o comando é

**equation EQ01.LS Log(Y) C Log(L) Log(K)**

Será então incluído no *workfile* um objeto do tipo **Equation** denominado **EQ01**. Para visualizar o resultado da estimação, deve-se abrir **EQ01** (duplo clique sobre seu ícone).

| Equation: EQ01 Workfile: MADDALA_TABLE3.11 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|--|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                       | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: LOG(Y)                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                      |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 05/24/03 Time: 03:09                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1929 1967                          |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 39                  |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                                   | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C  | -3.937714   | 0.236999              | -16.61488   | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| LOG(L)                                     | 1.450786    | 0.083228              | 17.43137    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| LOG(K)                                     | 0.383808    | 0.048018              | 7.993035    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| R-squared                                  | 0.994627    | Mean dependent var    | 5.687449    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                         | 0.994329    | S.D. dependent var    | 0.460959    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                         | 0.034714    | Akaike info criterion | -3.809542   |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                          | 0.043382    | Schwarz criterion     | -3.681576   |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                             | 77.28607    | F-statistic           | 3332.181    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                         | 0.858080    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 14.22: RELATÓRIO DE RESULTADOS DA EQUAÇÃO ESTIMADA DO EXEMPLO 14.8

A soma dos coeficientes de **Log(L)** e **Log(K)** ( $1,45+0,38=1,83$ ) é superior à unidade, entretanto devemos conduzir um teste de hipóteses para verificar se essa diferença é estatisticamente relevante. Devemos então selecionar

1. **View / Coefficients Tests / Wald-Coefficient Restrictions...** na barra de ferramentas da equação **EQ01**.
2. Digitar a restrição a ser testada,  $C(2)+C(3) = 1$ , em **Coefficients Separated by Commas** e clicar em OK.

A hipótese nula corresponde a  $C(2)+C(3) = 1$ . A estatística Qui-quadrado é mais uma vez igual à estatística F, visto que o número de restrições ( $q$ ) é igual a 1. O resultado do teste é apresentado na figura 14.23.

Dado que o valor-p é virtualmente igual a zero, concluímos pela rejeição da hipótese nula, ou seja, a soma dos coeficientes  $C(2)+C(3)$  não é estatisticamente igual à unidade. Em termos econômicos, rejeita-se a hipótese de retornos constantes de escala.

| Equation: EQ01 Workfile: MADDALA_TABLE3.11 |          |             |          |      |        |          |          |       |        |
|--|----------|-------------|----------|------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                       | Procs    | Objects     | Print    | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Wald Test:                                 |          |             |          |      |        |          |          |       |        |
| Equation: EQ01                             |          |             |          |      |        |          |          |       |        |
| Null Hypothesis: $C(2)+C(3)=1$             |          |             |          |      |        |          |          |       |        |
| F-statistic                                | 427.6576 | Probability | 0.000000 |      |        |          |          |       |        |
| Chi-square                                 | 427.6576 | Probability | 0.000000 |      |        |          |          |       |        |

FIGURA 14.23: RELATÓRIO DO TESTE DE WALD PARA A HIPÓTESE NULA DE QUE  $C(2)+C(3)=1$ 

Podemos ainda testar mais de uma restrição, como ,por exemplo, testar a hipótese de que a elasticidade do produto em relação ao trabalho é  $2/3$  e em relação ao capital é  $1/3$ . Para tanto, selecionamos **View / Coefficients Tests / Wald-Coefficient Restrictions...** na barra de ferramentas

da equação EQ01. Em seguida, devemos digitar a restrição a ser testada,  $C(2)=2/3$ ,  $C(3)=1/3$ , em **Coefficients Separated by Commas** e clicar em OK.

O resultado do teste é apresentado na figura 14.24. A hipótese nula é que  $C(2)=2/3$  e  $C(3)=1/3$ . A estatística Qui-quadrado é agora igual a duas vezes a estatística F, visto que o número de restrições ( $q$ ) é igual a 2. Concluimos pela rejeição da hipótese nula.

| Equation: EQ01 Workfile: MADDALA_TABLE3.11 |          |             |  |
|--|----------|-------------|--|
| View                                       | Procs    | Objects     | Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids |
| Wald Test:<br>Equation: EQ01               |          |             |  |
| Null Hypothesis: C(2)=2/3<br>C(3)=1/3      |          |             |  |
| F-statistic                                | 572.3982 | Probability | 0.000000   |
| Chi-square                                 | 1144.796 | Probability | 0.000000   |

FIGURA 14.24: RELATÓRIO DO TESTE DE WALD PARA A HIPÓTESE NULA DE QUE  $C(2)=2/3$  E  $C(3)=1/3$

### 14.3.2 Teste para omissão de variáveis - teste da razão de verossimilhança (RV)

Este teste possibilita verificar se um subconjunto de variáveis adicionadas a uma equação exerce ou não uma contribuição significativa na explicação da variação da variável dependente. A hipótese nula é de que o conjunto de regressores adicionais não é estatisticamente significativo.

Vejam como se conduz uma estimação por máxima verossimilhança em um modelo de regressão simples, para em seguida deduzirmos a estatística de teste da razão de verossimilhança. Considere o modelo simples abaixo:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i \quad u_i \sim IN(0, \sigma^2)$$

Como os  $u_{i_s}$  se distribuem identicamente e independentemente normal, temos que o mesmo ocorre com os  $Y_{i_s}$  (considerando  $X$  não estocástico). Deste modo, a função densidade de probabilidade conjunta pode ser escrita como o produto das  $n$  funções de densidade individuais:

$$f(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = \prod_{i=1}^n \left\{ (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(Y_i - \alpha - \beta X_i)^2\right] \right\}$$

A função  $f(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = L(\alpha, \beta, \sigma)$  é chamada de função de verossimilhança. Os parâmetros estimados pelo método da máxima verossimilhança (MV) são aqueles que maximizam  $L(\alpha, \beta, \sigma)$ . Torna-se conveniente maximizar o log natural da função de verossimilhança, uma vez que a função se torna mais simples e os valores dos parâmetros que maximizam  $L(\alpha, \beta, \sigma)$  são os mesmos que maximizam  $\ln[L(\alpha, \beta, \sigma)]$ .

$$L(\alpha, \beta, \sigma) = \prod_{i=1}^n \left\{ (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(Y_i - \alpha - \beta X_i)^2\right] \right\}$$

$$\begin{aligned} \ln[L(\alpha, \beta, \sigma)] &= \sum_{i=1}^n \ln \left\{ (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(Y_i - \alpha - \beta X_i)^2\right] \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n \left[ -\frac{1}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2}(Y_i - \alpha - \beta X_i)^2 \right] \\ &= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (Y_i - \alpha - \beta X_i)^2 \end{aligned}$$

Maximizaremos  $\ln[L(\alpha, \beta, \sigma)]$  primeiramente com respeito a  $\alpha$  e  $\beta$  e em seguida com relação a  $\sigma$ . Note que apenas o terceiro termo da última expressão de  $\ln[L(\alpha, \beta, \sigma)]$  envolve  $\alpha$  e  $\beta$ , e maximizar este termo equivale a minimizar  $\sum_{i=1}^n (Y_i - \alpha - \beta X_i)^2$ , de modo que os estimadores de MV de  $\alpha$  e  $\beta$  são precisamente iguais aos estimadores de mínimos quadrados. Note que, apesar deste exemplo tratar do caso de regressão simples, o mesmo pode ser dito para regressão múltipla.

Substituindo  $\alpha$  por  $\hat{\alpha}$  e  $\beta$  por  $\hat{\beta}$  em  $\ln[L(\alpha, \beta, \sigma)]$ , segue que a função de MV é agora apenas função de  $\sigma$ :

$$\ln[L(\sigma)] = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} X_i)^2$$

onde  $\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} X_i)^2$  é a soma dos quadrados dos resíduos (SQR). Pela condição de primeira ordem para maximização, temos que

$$\frac{dL(\sigma)}{d\sigma} = 0 \Rightarrow -\frac{n}{\hat{\sigma}} + \frac{SQR}{\hat{\sigma}^3} = 0 \Rightarrow \hat{\sigma}^2 = \frac{SQR}{n}.$$

Note que este estimador é diferente do estimador não viesado  $s^2 = \frac{SQR}{n-k}$ . Entretanto, para  $n$  grande, as estimativas dos dois métodos são bastante próximas. O método de MV é um método de estimação para grandes amostras<sup>9</sup>. Substituindo  $\hat{\sigma}^2 = \frac{SQR}{n}$  em  $\ln[L(\sigma)]$ , temos:

$$\ell = \max \ln L = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln\left(\frac{SQR}{n}\right) - \frac{n}{2}$$

$$\ell = \max \ln L = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(SQR) + \frac{n}{2} \ln(n) - \frac{n}{2}$$

$$\ell = \max \ln L = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) + \frac{n}{2} \ln(n) - \frac{n}{2} - \frac{n}{2} \ln(SQR)$$

Conclui-se, portanto que,

$$\ell = \max \ln L = k - \frac{n}{2} \ln(SQR)$$

$$\text{onde } k = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) + \frac{n}{2} \ln(n) - \frac{n}{2}$$

Aplicando antilog,

$$\max L = k(SQR)^{-\frac{n}{2}}$$

Considere a razão  $\lambda = (\max L_R) / (\max L_{IR})$ , onde  $\max L_R$  é o valor da função de verossimilhança restrita avaliada nos parâmetros estimados por MV e  $\max L_{IR}$  é o valor da função de verossimilhança irrestrita avaliada nos parâmetros estimados por MV. Mostraremos a seguir que para calcular a estatística do teste da razão de verossimilhança, precisamos apenas das SQR's dos modelos sob teste.

Percebe-se claramente que  $\lambda$  é necessariamente menor ou igual a 1, uma vez que o máximo restrito será sempre menor ou igual ao máximo irrestrito. Se as restrições não forem válidas,  $\lambda$  será significativamente menor que 1. Se as restrições forem válidas,  $\lambda$  será próximo de 1.

Substituindo  $\max L_R$  por  $k(SQR_R)^{-\frac{n}{2}}$  e  $\max L_{IR}$  por  $k(SQR_{IR})^{-\frac{n}{2}}$  em  $\lambda$ , temos:

<sup>9</sup> Para verificar as propriedades dos estimadores de MV, ver Greene (2000, p. 126-130).

$$\lambda = \frac{\max L_R}{\max L_{IR}} = \frac{k(SQR_R)^{\frac{n}{2}}}{k(SQR_{IR})^{\frac{n}{2}}} = \left( \frac{SQR_R}{SQR_{IR}} \right)^{\frac{n}{2}}$$

Aplicando logaritmo natural (ln) em ambos os lados, temos:

$$\ln(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln \left( \frac{SQR_R}{SQR_{IR}} \right)$$

$$-2 \ln(\lambda) = n [\ln(SQR_R) - \ln(SQR_{IR})] \sim \chi^2_{(m \text{ gl})}$$

onde  $m$  é o número de restrições.

$$\lambda = \frac{\max L_R}{\max L_{IR}}$$

$$-2 \ln(\lambda) = -2 \ln \left( \frac{\max L_R}{\max L_{IR}} \right) = -2 [\ln(\max L_R) - \ln(\max L_{IR})] = -2(\ell_R - \ell_{IR})$$

Concluimos assim que

$$LR = -2(\ell_R - \ell_{IR}) \sim \chi^2_{(m \text{ gl})} \quad (\text{Greene, 2000}).$$

O relatório padrão do EViews para um teste de omissão de variáveis informa o valor calculado das estatísticas F e da razão de verossimilhança (LR), associados aos respectivos valores-p. A estatística F é baseada na diferença entre a soma dos quadrados dos resíduos do modelo restrito e irrestrito.

$$F = \frac{(\tilde{\mathbf{u}}'\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{u}'\mathbf{u})/q}{\mathbf{u}'\mathbf{u}/(n-k)}$$

onde  $\tilde{\mathbf{u}}$  é o vetor de resíduos do modelo restrito. Se a restrição for válida, deve haver uma pequena diferença entre a soma dos quadrados dos resíduos restrito e irrestrito, de modo que o valor de F deve ser baixo.

O teste da razão de verossimilhança é dado por:

$$LR = -2(\ell_R - \ell_{IR}) \sim \chi^2_{(m \text{ gl})}$$

onde  $\ell_R$  é o log da função de verossimilhança restrita e  $\ell_{IR}$  é o log da função de verossimilhança irrestrita. A estatística LR segue distribuição  $\chi^2$  com número de graus de liberdade igual ao número de restrições do modelo ( $m$ ), isto é, o número de variáveis adicionadas.

IMPORTANTE: O teste só está disponível se a equação for especificada como lista de regressores, e não como fórmula.

**EXEMPLO 14.9:** Continuando com os dados da função de demanda de frangos utilizados na ilustração do teste de Wald (exemplo 14.7), considere a seguinte função demanda restrita:

$$\ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln X_{2t} + \beta_3 \ln X_{3t} + \varepsilon_t$$

Para gerar a regressão, entramos com o comando

**ls log(Y) C log(X2) log(X3)**

na janela de comandos. A regressão calculada é apresentada na figura 14.25.

Recomenda-se salvar a equação como **EQ02** (basta selecionar **Name** na barra de ferramentas do *workfile* e digitar o nome sugerido em **Name to identify object**).

Queremos testar se a variável explicativa **LOG(X6)** está ou não sendo omitida corretamente do modelo. A hipótese nula é que a função demanda restrita é verdadeira, ou seja, que **LOG(X6)** deve realmente ser omitida.

| Equation: EQ02 Workfile: EXERCÍCIO 07.23 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|--|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                     | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: LOG(Y)               |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 05/19/03 Time: 07:42               |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1960 1982                        |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 23                |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                                 | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C  | 2.032820    | 0.116183              | 17.49673    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| LOG(X2)                                  | 0.451528    | 0.024695              | 18.28435    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| LOG(X3)                                  | -0.372212   | 0.063466              | -5.864740   | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| R-squared                                | 0.980074    | Mean dependent var    | 3.663887    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                       | 0.978082    | S.D. dependent var    | 0.187659    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                       | 0.027783    | Akaike info criterion | -4.207711   |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                        | 0.015437    | Schwarz criterion     | -4.059603   |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                           | 51.38868    | F-statistic           | 491.8681    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                       | 1.875601    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 14.25: RELATÓRIO DE RESULTADOS DA EQUAÇÃO RESTRITA DO EXEMPLO 14.9

A estatística do teste da RV (LR) é obtida por

$$LR = -2(\ell_R - \ell_{IR}) = n[\ln(SQR_R) - \ln(SQR_{IR})] \sim \chi^2_{(mgl)}$$

Para gerar o vetor com a estatística do teste da RV, denominado **TESTERV**, deve-se seguir o comando abaixo:

**vector TESTERV = -2(EQ02.@LOGL - EQ01.@LOGL)**

Uma outra forma de gerar **TESTERV** é:

**vector TESTERV = 23\*(LOG(EQ02.@SSR)-LOG(EQ01.@SSR))**

Um duplo clique sobre o vetor **TESTERV** e visualizamos o resultado.

| Vector: TESTERV Workfile: EXERCÍCIO 07.23 |           |                                |       |      |        |         |          |       |       |      |      |
|---|-----------|--------------------------------|-------|------|--------|---------|----------|-------|-------|------|------|
| View                                      | Procs     | Objects                        | Print | Name | Freeze | Edit+/- | Label+/- | Sheet | Stats | Line | Mult |
| <b>TESTERV</b>                            |           |                                |       |      |        |         |          |       |       |      |      |
|   | <b>C1</b> |                                |       |      |        |         |          |       |       |      |      |
|   |           | Last updated: 05/19/03 - 07:29 |       |      |        |         |          |       |       |      |      |
| <b>R1</b>                                 | 0.265464  |                                |       |      |        |         |          |       |       |      |      |

FIGURA 14.26: VETOR TESTERV

Veremos agora que este resultado, o qual acabamos de gerar é exatamente o que o EViews retorna quando estamos testando a omissão de variáveis em um modelo. Para realizar este teste diretamente no EViews, devemos selecionar:

1. **View / Coefficients Tests / Omitted Variables - Likelihood Ratio...** na barra de ferramentas da equação **EQ02** (restrita).
2. Digitar a restrição a ser testada, **LOG(K)**, em **One or more test series** e clique em **OK**.

É importante perceber o motivo pelo qual o teste é realizado na **EQ02** e não na **EQ01**. Isto ocorre em razão de estarmos testando se a variável explicativa **LOG(X6)** está sendo omitida

erroneamente do modelo. Como o modelo irrestrito **EQ01** já contém **LOG(K)**, então esta variável não pode estar sendo omitida nesta equação. O resultado do teste é apresentado na figura 14.27.

| Equation: EQ02 Workfile: EXERCÍCIO 07.23 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|--|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                     | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Omitted Variables: LOG(X6)               |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| -----                                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| F-statistic                              | 0.220567    | Probability           | 0.643953    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood ratio                     | 0.265464    | Probability           | 0.606391    |        |        |          |          |       |        |
| -----                                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Test Equation:                           |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Dependent Variable: LOG(Y)               |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 05/19/03 Time: 07:47               |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1960 1982                        |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 23                |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| -----                                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                                 | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C  | 2.029865    | 0.118682              | 17.10338    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| LOG(X2)                                  | 0.481286    | 0.068188              | 7.058251    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| LOG(X3)                                  | -0.350628   | 0.079394              | -4.416310   | 0.0003 |        |          |          |       |        |
| LOG(X6)                                  | -0.061035   | 0.129960              | -0.469645   | 0.6440 |        |          |          |       |        |
| -----                                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| R-squared                                | 0.980303    | Mean dependent var    | 3.663887    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                       | 0.977193    | S.D. dependent var    | 0.187659    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                       | 0.028340    | Akaike info criterion | -4.132296   |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                        | 0.015260    | Schwarz criterion     | -3.934819   |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                           | 51.52141    | F-statistic           | 315.2063    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                       | 1.910653    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |        |          |          |       |        |
| -----                                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 14.27: RELATÓRIO DO TESTE DE OMISSÃO DE VARIÁVEIS PARA A HIPÓTESE NULA DE QUE A VARIÁVEL LOG(X6) ESTÁ CORRETAMENTE OMITIDA

A estatística F apresentada baseia-se na diferença entre a soma dos quadrados dos resíduos dos modelos restrito e irrestrito. Com base no resultado acima, concluímos pela não rejeição da hipótese nula de que a função demanda restrita é verdadeira (valor-p  $\cong 0,61$ ), ou seja, no período analisado não há relação linear estatisticamente significativa entre LOG(Y) e LOG(X6).

#### 14.3.3 Teste para variáveis redundantes- teste da razão de verossimilhança (RV)

O teste para variáveis redundantes permite que seja testada a significância estatística de um subconjunto das variáveis incluídas na regressão. Mais formalmente, o teste verifica se um subconjunto de variáveis na equação tem coeficientes iguais a zero, e sendo assim, poderia ser excluído da equação. Note que, assim como o teste para omissão de variáveis, o teste para variáveis redundantes só está disponível se a equação for especificada como lista de regressores, e não como fórmula.

**EXEMPLO 14.10:** Considerando os dados do exemplo 14.8, utilize o teste da razão de verossimilhança (RV) para justificar sua escolha entre um dos modelos abaixo:

$$\ln Y_t = \theta_1 + \theta_2 \ln L_t + u_{1t}$$

$$\ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln L_t + \beta_3 \ln K_t + u_{2t}$$

Queremos testar se a variável  $\ln K_t$  é redundante na especificação irrestrita  $\ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln L_t + \beta_3 \ln K_t + u_{2t}$ , com base no teste da razão de verossimilhança. Sabemos que este teste requer que as duas equações (restrita e irrestrita) sejam estimadas. A regressão irrestrita  $\ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln L_t + \beta_3 \ln K_t + u_{2t}$ , denominada **EQ01** já foi estimada no exemplo 14.8. O resultado desta estimação foi devidamente apresentado na figura 14.22.

Para conduzir o teste diretamente no EViews, devemos selecionar **View / Coefficients Tests / Redundant Variables - Likelihood Ratio...** na barra de ferramentas da equação **EQ01** (irrestrita) e digitar a restrição a ser testada, **LOG(K)**, em **One or more test series** e clicar em OK. O resultado do teste é apresentado na figura 14.28.

| Equation: EQ01 Workfile: MADDALA TABLE 3.11 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View  | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Redundant Variables: LOG(K)                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| F-statistic                                 | 63.88860    | Probability           | 0.000000    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood ratio                        | 39.80093    | Probability           | 0.000000    |        |        |          |          |       |        |
| Test Equation:                              |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Dependent Variable: LOG(Y)                  |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                       |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 05/24/03 Time: 11:42                  |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1929 1967                           |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 39                   |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                                    | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C   | -5.480237   | 0.226041              | -24.24442   | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| LOG(L)                                      | 2.083661    | 0.042140              | 49.44592    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| R-squared                                   | 0.985092    | Mean dependent var    | 5.687449    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                          | 0.984689    | S.D. dependent var    | 0.460959    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                          | 0.057038    | Akaike info criterion | -2.840287   |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                           | 0.120372    | Schwarz criterion     | -2.754977   |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                              | 57.38561    | F-statistic           | 2444.899    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                          | 0.567429    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 14.28: RELATÓRIO DO TESTE DE VARIÁVEIS REDUNDANTES PARA A HIPÓTESE NULA DE QUE A VARIÁVEL LOG(K) É REDUNDANTE

É importante perceber o motivo pelo qual o teste é realizado na equação irrestrita. Isto ocorre em razão de estarmos testando se a variável explicativa **LOG(K)** é redundante no modelo. Como o modelo restrito  $\ln Y_t = \theta_1 + \theta_2 \ln L_t + u_{1t}$  não contém **LOG(K)**, então esta variável não pode ser redundante neste modelo.

Juntamente com o resultado do teste o EViews apresenta a estimação da equação restrita  $\ln Y_t = \theta_1 + \theta_2 \ln L_t + u_{1t}$ . Com base no resultado do teste, concluímos pela rejeição da hipótese nula de que **LOG(K)** é uma variável redundante no modelo  $\ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 \ln L_t + \beta_3 \ln K_t + u_{2t}$ , de modo que decidimos pela sua permanência na especificação.

**EXEMPLO 14.11:** Com base na função demanda por moeda do exemplo 14.1, como você decidiria se a variável explicativa taxa de juros deve ou não ser mantida no modelo? Devemos então, fazer a opção entre um dos modelos abaixo:

Modelo restrito:  $M_t = \alpha_0 Y_t^{\alpha_1} e^{u_t}$

Modelo irrestrito:  $M_t = \beta_0 Y_t^{\beta_1} r_t^{\beta_2} e^{u_t}$

Ou, tomando o logaritmo natural,

Modelo restrito:  $\ln(M_t) = \alpha + \alpha_1 \ln(Y_t) + u_t$

Modelo irrestrito:  $\ln(M_t) = \beta + \beta_1 \ln(Y_t) + \beta_2 \ln(r_t) + u_t$

A estimação do modelo irrestrito foi feita no exemplo 14.1. O resultado é convenientemente reapresentado na figura 14.29.

| Equation: EQ01 Workfile: EXEMPLO1                                   |             |                       |             |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids |             |                       |             |        |
| Dependent Variable: LOG(MR)   |             |                       |             |        |
| Method: Least Squares   |             |                       |             |        |
| Date: 05/24/03 Time: 17:11  |             |                       |             |        |
| Sample: 1948 1964   |             |                       |             |        |
| Included observations: 17   |             |                       |             |        |
| Variable  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |
| C   | 3.641847    | 0.532770              | 6.835685    | 0.0000 |
| LOG(RLR)  | 1.495653    | 0.332487              | 4.498383    | 0.0005 |
| LOG(I)  | -0.502275   | 0.417284              | -1.203678   | 0.2487 |
| R-squared   | 0.894237    | Mean dependent var    | 3.104810    |        |
| Adjusted R-squared  | 0.879128    | S.D. dependent var    | 0.205539    |        |
| S.E. of regression  | 0.071459    | Akaike info criterion | -2.280605   |        |
| Sum squared resid   | 0.071489    | Schwarz criterion     | -2.133567   |        |
| Log likelihood  | 22.38514    | F-statistic           | 59.18594    |        |
| Durbin-Watson stat  | 1.289649    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |

FIGURA 14.29: RELATÓRIO DE RESULTADOS DO EXEMPLO 14.11

Para conduzir este teste, devemos selecionar **View / Coefficients Tests / Redundant Variables - Likelihood Ratio...** na barra de ferramentas da equação **EQ01** (irrestrita) e digitar a restrição a ser testada, **LOG(I)**, em **One or more test series**. O resultado do teste é apresentado na figura 14.30.

| Equation: EQ01 Workfile: EXEMPLO1                                   |             |                       |             |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids |             |                       |             |        |
| Redundant Variables: LOG(I)   |             |                       |             |        |
| F-statistic   | 1.448842    | Probability           | 0.248672    |        |
| Log likelihood ratio  | 1.674104    | Probability           | 0.195710    |        |
| Test Equation:  |             |                       |             |        |
| Dependent Variable: LOG(MR)   |             |                       |             |        |
| Method: Least Squares   |             |                       |             |        |
| Date: 05/24/03 Time: 17:19  |             |                       |             |        |
| Sample: 1948 1964   |             |                       |             |        |
| Included observations: 17   |             |                       |             |        |
| Variable  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |
| C   | 3.001007    | 0.020107              | 149.2548    | 0.0000 |
| LOG(RLR)  | 1.115185    | 0.104664              | 10.65486    | 0.0000 |
| R-squared   | 0.883292    | Mean dependent var    | 3.104810    |        |
| Adjusted R-squared  | 0.875512    | S.D. dependent var    | 0.205539    |        |
| S.E. of regression  | 0.072520    | Akaike info criterion | -2.299775   |        |
| Sum squared resid   | 0.078887    | Schwarz criterion     | -2.201750   |        |
| Log likelihood  | 21.54809    | F-statistic           | 113.5260    |        |
| Durbin-Watson stat  | 1.056710    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |

FIGURA 14.30: RELATÓRIO DO TESTE DE VARIÁVEIS REDUNDANTES PARA A HIPÓTESE NULA DE QUE A VARIÁVEL LOG(I) É REDUNDANTE

Com base no resultado do teste, apresentado na figura 14.30, concluímos pela não rejeição da hipótese nula de que **LOG(I)** é uma variável redundante no modelo  $\ln(M_t) = \beta + \beta_1 \ln(Y_t) + \beta_2 \ln(r_t) + u_t$ .

#### 14.4 ESPECIFICAÇÃO E TESTES DE ESTABILIDADE

O EViews oferece uma variedade de testes estatísticos que examinam se os parâmetros do modelo são estáveis ao longo de vários subperíodos da amostra.

Uma técnica empírica bastante utilizada consiste em dividir as T observações totais em um grupo com  $T_1$  observações e outro grupo com as  $T_2 (=T-T_1)$  observações restantes. As  $T_1$  observações seriam usadas na estimação do modelo e as  $T_2$  observações usadas para testar a estabilidade. Ao usar toda a amostra disponível na estimação, estamos buscando um conjunto de parâmetros estimados que melhor se ajuste ao conjunto específico de dados. Em dados de séries temporais, tomam-se usualmente as  $T_1$  primeiras observações para estimar e testar as  $T_2$  últimas. No caso de dados do tipo *cross-section*, pode-se ordená-los de acordo com uma das variáveis e usar um subconjunto da amostra para teste.

Não há regra exata para definir o tamanho de  $T_1$  e  $T_2$ . Em alguns casos existem pontos nos quais é provável que haja quebra estrutural - como no caso de guerras, mudança política/econômica relevante, por exemplo. Quando não há razão *a priori* para esperar uma quebra estrutural, uma regra prática comumente usada consiste em utilizar cerca de 85% a 90% das observações na estimação e o restante no teste.

#### 14.4.1 Teste de Chow para quebra estrutural

A idéia do teste é calcular as regressões separadamente para cada subamostra e verificar se há diferença significativa nas equações estimadas. Uma diferença significativa indica uma mudança estrutural na relação.

Para construir a estatística de teste, devemos dividir a amostra em duas ou mais subamostras (dependendo do número de quebras estruturais a serem testadas). Cada subamostra deve conter um número de observações maior que o número de coeficientes a serem estimados. O teste de Chow é baseado na comparação entre a soma dos quadrados dos resíduos da equação de regressão contendo todas as observações e o somatório das SQR's das regressões baseadas nas subamostras.

EViews gera duas estatísticas para o teste de Chow para quebra estrutural. A estatística F é baseada na comparação da SQR restrita e irrestrita. No caso mais simples, envolvendo uma única quebra estrutural, temos:

$$F = \frac{(\mathbf{u}'\mathbf{u} - \mathbf{u}_1'\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2'\mathbf{u}_2)/k}{(\mathbf{u}_1'\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2'\mathbf{u}_2)/(T - 2k)}$$

$\mathbf{u}'\mathbf{u}$  = soma dos quadrados dos resíduos do modelo contendo todas as T observações.

$\mathbf{u}_i'\mathbf{u}_i$  = soma dos quadrados dos resíduos do modelo referente à subamostra i.

T = número total de observações.

k = número de coeficientes do modelo.

Evidentemente, esta fórmula pode ser generalizada para uma quantidade maior de quebras estruturais.

A estatística **log likelihood ratio** é baseada na comparação do log da função de máxima verossimilhança dos modelos restrito e irrestrito.

**EXEMPLO 14.12**<sup>10</sup>: Para verificar se houve uma mudança significativa na relação poupança-renda no período 1970-1980 e 1981-1991 (era da presidência Reagan-Bush), realize o teste de Chow. Você pode usar um modelo linear ou log-linear relacionando poupança e renda. Que conclusões gerais você infere dessa análise?

Os dados têm periodicidade anual e referem-se ao período 1970-1991. Para criarmos um *workfile* compatível, digitamos

**create A 1970 1991**

na janela de comandos e tecla **Enter**.

As séries a serem utilizadas são poupança (**Y**) e renda (**X**). Portanto,

**data Y X**

Entramos com os valores de **Y** e **X** e estamos aptos a iniciar o teste. Adotaremos o modelo linear, por simplicidade (para testar entre uma especificação linear e uma log-linear, ver seção 14.5). Para obter a equação estimada e salvá-la como **EQ01**, fazemos uso do comando abaixo:

**equation EQ01.LS Y C X**

O resultado da regressão estimada para as 22 observações é apresentado na figura 14.31.

<sup>10</sup> Os dados deste exemplo se encontram no apêndice e referem-se a Gujarati (2000, p.274, exercício 8.35).

| Equation: EQ01 Workfile: EXERCÍCIO 08.35                            |             |                       |             |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids |             |                       |             |        |
| Dependent Variable: Y   |             |                       |             |        |
| Method: Least Squares   |             |                       |             |        |
| Date: 05/19/03 Time: 14:29  |             |                       |             |        |
| Sample: 1970 1991   |             |                       |             |        |
| Included observations: 22   |             |                       |             |        |
| Variable  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |
| C   | 57.63569    | 14.91307              | 3.864778    | 0.0010 |
| X   | 0.031461    | 0.005281              | 5.957712    | 0.0000 |
| R-squared   | 0.639603    | Mean dependent var    | 136.9091    |        |
| Adjusted R-squared  | 0.621583    | S.D. dependent var    | 51.34667    |        |
| S.E. of regression  | 31.58622    | Akaike info criterion | 9.829827    |        |
| Sum squared resid   | 19953.78    | Schwarz criterion     | 9.929013    |        |
| Log likelihood  | -106.1281   | F-statistic           | 35.49433    |        |
| Durbin-Watson stat  | 0.548792    | Prob(F-statistic)     | 0.000008    |        |

FIGURA 14.31: RELATÓRIO DE RESULTADOS DA REGRESSÃO ENVOLVENDO AS 22 OBSERVAÇÕES

O teste de Chow divide a série de dados em duas sub-amostras. Estima-se então a mesma equação para cada sub-amostra separadamente, testando em seguida a existência de diferença significativa nas equações estimadas. Caso seja confirmada a diferença, há uma mudança estrutural na relação. As regressões calculadas para cada sub-amostra (1970-1980, denominada **EQ02**) e (1981-1991, denominada **EQ03**), são apresentadas a seguir, nas figuras 14.32 e 14.33, respectivamente.

| Equation: EQ02 Workfile: EXERCÍCIO 08.35                            |             |                       |             |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids |             |                       |             |        |
| Dependent Variable: Y   |             |                       |             |        |
| Method: Least Squares   |             |                       |             |        |
| Date: 07/04/03 Time: 10:33  |             |                       |             |        |
| Sample: 1970 1980   |             |                       |             |        |
| Included observations: 11   |             |                       |             |        |
| Variable  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |
| C   | 14.61809    | 10.43428              | 1.400968    | 0.1947 |
| X   | 0.056067    | 0.007063              | 7.938684    | 0.0000 |
| R-squared   | 0.875039    | Mean dependent var    | 93.47273    |        |
| Adjusted R-squared  | 0.861155    | S.D. dependent var    | 28.44166    |        |
| S.E. of regression  | 10.59791    | Akaike info criterion | 7.722157    |        |
| Sum squared resid   | 1010.842    | Schwarz criterion     | 7.794501    |        |
| Log likelihood  | -40.47186   | F-statistic           | 63.02270    |        |
| Durbin-Watson stat  | 1.311899    | Prob(F-statistic)     | 0.000024    |        |

FIGURA 14.32: RELATÓRIO DE RESULTADOS DA REGRESSÃO ENVOLVENDO AS 11 PRIMEIRAS OBSERVAÇÕES

| Equation: EQ03 Workfile: EXERCÍCIO 08.35 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|--|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                     | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: Y                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 07/04/03 Time: 10:36               |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1981 1991                        |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 11                |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                                 | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C  | 217.8136    | 35.32184              | 6.166540    | 0.0002 |        |          |          |       |        |
| X  | -0.010313   | 0.009519              | -1.083381   | 0.3068 |        |          |          |       |        |
| R-squared                                | 0.115367    | Mean dependent var    | 180.3455    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                       | 0.017075    | S.D. dependent var    | 24.01880    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                       | 23.81286    | Akaike info criterion | 9.341294    |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                        | 5103.470    | Schwarz criterion     | 9.413639    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                           | -49.37712   | F-statistic           | 1.173714    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                       | 1.671747    | Prob(F-statistic)     | 0.306809    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 14.33: RELATÓRIO DE RESULTADOS DA REGRESSÃO ENVOLVENDO AS 11 ÚLTIMAS OBSERVAÇÕES

Espera-se que o leitor esteja apto a criar a estatística do teste de Chow, motivo pelo qual esta construção é deixada como exercício.

Para realizar o teste de Chow diretamente, devem ser seguidos os passos abaixo:

1. Selecionar **View / Stability Tests / Chow Breakpoint Test...** na barra de ferramentas da equação **EQ01**;
2. Digitar a data onde será dividida a série, no presente exemplo **1981**, em **Enter one Date(observation) for forecast Test or one or more dates for the Breakpoint Test** e clicar em OK. Surgirá uma janela contendo o resultado do teste de Chow.

| Equation: EQ01 Workfile: EXERCÍCIO 08.35 |          |             |          |      |        |          |          |       |        |
|--|----------|-------------|----------|------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                     | Procs    | Objects     | Print    | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Chow Breakpoint Test: 1981               |          |             |          |      |        |          |          |       |        |
| F-statistic                              | 20.37110 | Probability | 0.000024 |      |        |          |          |       |        |
| Log likelihood ratio                     | 26.02131 | Probability | 0.000002 |      |        |          |          |       |        |

FIGURA 14.34: RELATÓRIO PADRÃO DO TESTE DE QUEBRA ESTRUTURAL DE CHOW

O EViews apresentará duas estatísticas para o teste de Chow. A estatística F, baseada na comparação da soma dos quadrados dos resíduos restrito e irrestrito sob a hipótese nula de ausência de mudança estrutural. A estatística Log Likelihood Ratio é baseada na comparação do máximo restrito e irrestrito da função de máxima verossimilhança. Este teste segue uma distribuição  $\chi^2$  com  $gl=(m-1)*(k+1)$  sob a hipótese nula de ausência de mudança estrutural, onde m corresponde ao número de subamostras e k corresponde ao número de variáveis explicativas.

A diferença visual que há entre os coeficientes estimados na **EQ02** e na **EQ03**, inclusive a diferença de sinal do coeficiente de **X**, nos fornece indícios de que a relação não deve ser estável. Estes indícios encontram respaldo estatístico no resultado do teste de Chow, que nos leva a rejeitar fortemente a hipótese nula de estabilidade estrutural (valor-p= 0,000024).

Um inconveniente que surge no teste de quebra estrutural de Chow é o fato de este requerer um número de observações para cada sub-amostra suficiente para estimar cada regressão auxiliar. Isto pode ser um problema se, por exemplo, quisermos testar a quebra estrutural entre o período de guerra e de paz, quando o número de observações para o período de guerra for pequeno. Neste tipo de situação, pode-se usar o teste de previsão de Chow.

#### 14.4.2 Teste de previsão de Chow

O teste de previsão de Chow estima o modelo para as  $T_1$  primeiras observações e em seguida usa este modelo na previsão dos valores da variável dependente nas  $T_2$  observações restantes. Uma ampla diferença entre os valores real e predito suscita dúvidas a respeito da estabilidade da relação estimada.

O EViews gera duas estatísticas para o teste de previsão de Chow. A estatística  $F$  é computada como:

$$F = \frac{(\mathbf{u}'\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{u}}'\tilde{\mathbf{u}})/T_2}{\tilde{\mathbf{u}}'\tilde{\mathbf{u}}/(T_1 - k)}$$

$\mathbf{u}'\mathbf{u}$  = soma dos quadrados dos resíduos do modelo contendo todas as  $T$  observações.

$\tilde{\mathbf{u}}'\tilde{\mathbf{u}}$  = soma dos quadrados dos resíduos para a regressão estimada com base nas  $T_1$  primeiras observações.

$k$  = número de coeficientes do modelo.

A estatística **log likelihood ratio** é baseada na comparação entre o máximo restrito e o irrestrito da função log da verossimilhança. Tanto o log da verossimilhança restrito como o irrestrito são obtidos com base no total da amostra. A regressão restrita usa o conjunto de regressores original, enquanto que a regressão irrestrita adiciona uma variável dummy a cada ponto estimado. A estatística LR segue assintoticamente a distribuição  $\chi^2$  com número de graus de liberdade igual ao número de pontos estimados  $T_2$ , sob a hipótese nula de ausência de mudança estrutural.

**EXEMPLO 14.13:** Utilizando os dados do exemplo anterior, suponha que estivéssemos no ano de 1984 e quiséssemos testar se houve quebra estrutural a partir do ano de 1981. Com estamos em 1984, só há informação disponível até o ano de 1983. A quantidade de observações do segundo período (3 observações), apesar de suficiente para calcular as regressões do teste de quebra estrutural de Chow, está longe de ser razoável. Este exemplo ilustra um caso onde se faz mais adequado testar a quebra estrutural utilizando o teste de previsão de Chow.

Para conduzir o teste para o período fictício, devemos calcular a regressão para o período 1970-1983. Os resultados são exibidos na figura 14.35.

| Equation: EQ04 Workfile: EXERCÍCIO 08.35  |             |                       |             |        |  |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|--|
| View   Procs   Objects   Print   Name   Freeze   Estimate   Forecast   Stats   Resids |             |                       |             |        |  |
| Dependent Variable: Y   |             |                       |             |        |  |
| Method: Least Squares   |             |                       |             |        |  |
| Date: 10/14/03 Time: 03:57  |             |                       |             |        |  |
| Sample: 1970 1983   |             |                       |             |        |  |
| Included observations: 14   |             |                       |             |        |  |
| Variable  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |  |
| C   | 3.795738    | 10.76695              | 0.352536    | 0.7306 |  |
| X   | 0.065159    | 0.005948              | 10.95415    | 0.0000 |  |
| R-squared   | 0.909086    | Mean dependent var    | 113.4429    |        |  |
| Adjusted R-squared  | 0.901510    | S.D. dependent var    | 47.29220    |        |  |
| S.E. of regression  | 14.84175    | Akaike info criterion | 8.364329    |        |  |
| Sum squared resid   | 2643.332    | Schwarz criterion     | 8.455623    |        |  |
| Log likelihood  | -56.55031   | F-statistic           | 119.9933    |        |  |
| Durbin-Watson stat  | 1.307950    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |  |

FIGURA 14.35: RELATÓRIO DE RESULTADOS DA REGRESSÃO PARA O PERÍODO 1970-1983.

Para conduzir o teste de previsão de Chow diretamente no EViews, devemos selecionar **View / Stability Tests / Chow Forecast Test...** na barra de ferramentas da equação e especificar a data referente ao início do período a ser previsto na janela que será exibida.

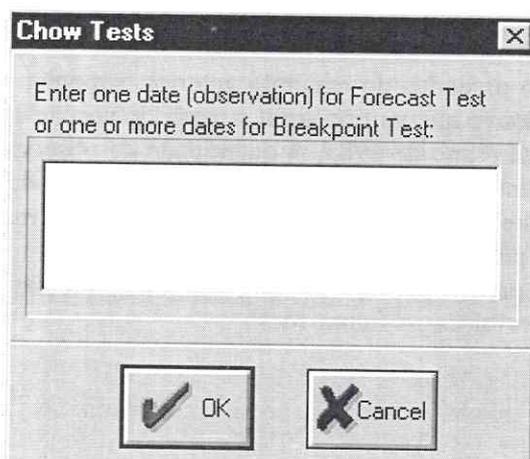


FIGURA 14.36: JANELA DE ESPECIFICAÇÃO DO TESTE DE CHOW

A data deve estar dentro do *sample* utilizado na estimação da equação. No presente exemplo, digita-se 1981. O teste reestima a equação para o período 1970 a 1980 e usa o resultado para computar os erros de predição para os anos restantes.

| Equation: EQ04 Workfile: EXERCÍCIO 08.35       |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|--|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View   | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Chow Forecast Test: Forecast from 1981 to 1983 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| F-statistic                                    | 4.844944    | Probability           | 0.028335    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood ratio                           | 13.45760    | Probability           | 0.003745    |        |        |          |          |       |        |
| Test Equation:                                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Dependent Variable: Y                          |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                          |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 10/14/03 Time: 04:00                     |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1970 1980                              |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 11                      |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                                       | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C  | 14.61809    | 10.43428              | 1.400968    | 0.1947 |        |          |          |       |        |
| X  | 0.056067    | 0.007063              | 7.938684    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| R-squared                                      | 0.875039    | Mean dependent var    | 93.47273    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                             | 0.861155    | S.D. dependent var    | 28.44166    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                             | 10.59791    | Akaike info criterion | 7.722157    |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                              | 1010.842    | Schwarz criterion     | 7.794501    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                                 | -40.47186   | F-statistic           | 63.02270    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                             | 1.311899    | Prob(F-statistic)     | 0.000024    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 14.37: RELATÓRIO PADRÃO DO TESTE DE PREVISÃO DE CHOW

Conforme o resultado apresentado na figura 14.37, concluímos pela rejeição da hipótese nula de estabilidade estrutural. Note que a conclusão baseada neste teste é a mesma obtida no teste de quebra estrutural de Chow apresentado na seção 14.4.1, entretanto infelizmente nada garante que não tenhamos resultados conflitantes entre o teste de quebra estrutural de Chow e o teste de previsão de Chow.

#### 14.4.3 Ramsey's regression specification error test (Reset)

Este teste parte do argumento de que alguns erros de especificação conduzem a um vetor de erros  $\mathbf{u}$  com esperança não nula. Assim, as hipóteses nula e alternativa são:

$$\begin{cases} H_0 : \mathbf{u} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}) \\ H_1 : \mathbf{u} \sim N(\boldsymbol{\mu}, \sigma^2 \mathbf{I}) \end{cases} \quad \text{com } \boldsymbol{\mu} \neq \mathbf{0}$$

A hipótese nula é testada com base na regressão aumentada

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{u}$$

O teste consiste em verificar se  $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}$ . A matriz  $\mathbf{Z}$  deve conter potências dos valores preditos da variável dependente. Usando a segunda, terceira e quarta potências, temos:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Y}}^2 & \hat{\mathbf{Y}}^3 & \hat{\mathbf{Y}}^4 \end{bmatrix}$$

Suponha que estamos trabalhando com o workfile que contém as séries  $\mathbf{Y}$ ,  $\mathbf{X1}$ ,  $\mathbf{X2}$  e  $\mathbf{X3}$  e que com base nestas séries, estimamos o modelo abaixo:

$$Y_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1t} + \hat{\beta}_2 X_{2t} + \hat{\beta}_3 X_{3t} + e_t$$

O procedimento a seguir descreve detalhadamente como realizar um teste RESET no EViews:

1. Abrir o workfile que contém as séries em questão, clicando em seguida em **Objects / New Objects / Equations**, na barra de ferramentas do *workfile*. Entrar com Y C X1 X2 X3 em **Equation Specification** e clicar em OK;
2. Clicar em **Name** na barra de ferramentas da equação e entrar com EQ01 em **Name to Identify Object** clicando em OK em seguida;
3. Duplicar a EQ01, clicando em **Objects / Copy Object...** na barra de ferramentas da EQ01 e nomear a janela criada como EQ02, selecionando Name. Pode-se alternativamente digitar **copy EQ01 EQ02** na janela de comandos e teclar enter;
4. Selecionar **Forecast** na barra de ferramenta da EQ02, entre com YF em **Forecast Name** e clique em OK;
5. Selecione **Objects / New Object / Equation** na barra de ferramentas do *workfile*, entrando com Y C X1 X2 X3 YF^2 YF^3 YF^4 em **Equation specification** e clique em OK;
6. Selecione **Name** na barra de ferramentas da equação e digite EQ03 em **Name to Identify Object** e tecla OK;
7. Selecionar **View / Coefficient Tests / Wald-Coefficient Restrictions** na barra de ferramentas da equação, digite C(4)=0, C(5)=0, C(6)=0 em **Coefficient Restrictions Separated by Commas** e em seguida confirmar em OK;
8. Entre com o comando  
`=@qfdist(.95,3,EQ03.@regobs-EQ03.@ncoef)`  
na janela de comandos e tecla ENTER. Observe que irá aparecer o valor crítico de F na linha de *status* (parte inferior esquerda da tela).

Obs: Se o valor da estatística F calculado exceder o valor crítico, a hipótese nula de que os coeficientes das variáveis adicionadas são conjuntamente iguais a zero é rejeitada no nível de significância escolhido.

O EViews realiza o procedimento para obtenção do RESET automaticamente, dispensando o esforço do procedimento passo a passo descrito anteriormente. Para isso, seguem as instruções:

1. Duplo clique no ícone da EQ02, contida no *workfile*;
2. **View / Stability Tests / Ramsey RESET Test...** digitar 3 em **Number of Fitted Terms** e OK.

Note que o resultado é idêntico ao encontrado através do procedimento passo a passo descrito anteriormente. Nesse caso, os resultados do teste são mostrados acima do output da tabela de regressão.

Desde que a estatística F calculada exceda o valor crítico, a hipótese nula de que os coeficientes das variáveis adicionais sejam conjuntamente iguais a zero pode ser rejeitada para o dado nível de significância. Isso pode ocorrer apesar do fato de todos os coeficientes serem individualmente estatisticamente insignificantes.

Os termos estimados ( $\hat{Y}$ ) são uma medida do poder de ajustamento da estimação em relação à regressão original. Se, por exemplo, você especificar 3, o teste irá adicionar  $\hat{Y}^2$ ,  $\hat{Y}^3$  e  $\hat{Y}^4$  à regressão original.

Obs: O teste RESET só é aplicável a equações estimadas por mínimos quadrados.

#### 14.4.4 Estimação recursiva

No método de mínimos quadrados recursivos, a equação de regressão é estimada repetidamente, utilizando um número cada vez maior de observações amostrais. Se o vetor  $\hat{\beta}$  de coeficientes estimados contém  $k$  termos, então para estimá-lo devemos ter, no mínimo,  $k$  observações. Nesse caso o ajustamento será perfeito. Em seguida são utilizadas as  $k+1$  primeiras observações no cálculo de  $\hat{\beta}$ . Este processo é repetido até que tenhamos  $T-k+1$  estimativas de  $\beta$ . A cada passo, o valor estimado de  $\beta$  pode ser usado na predição do valor seguinte da variável dependente. O erro de previsão um passo à frente resultante desta predição é conhecido como resíduo recursivo.

Temos, portanto, uma seqüência de vetores de coeficientes estimados  $\hat{\beta}_k, \hat{\beta}_{k+1}, \dots, \hat{\beta}_T$ , onde o índice refere-se ao número de observações amostrais utilizadas na estimação. Em geral:

$$\hat{\beta}_t = (\mathbf{X}_t' \mathbf{X}_t)^{-1} \mathbf{X}_t' \mathbf{Y}_t$$

onde  $\mathbf{X}_t$  é a matriz ( $t \times k$ ) de variáveis explicativas contendo as  $t$  primeiras observações amostrais e  $\mathbf{Y}_t$  é o vetor contendo as  $t$  primeiras observações da variável dependente.

Note que, quando  $t=k$ , a soma dos quadrados dos resíduos é zero. Configura-se, portanto, que podemos obter os erros-padrão estimados de todos os coeficientes estimados recursivamente, salvo no caso em que  $t=k$ .

A previsão um passo à frente é feita por:

$$\hat{y}_t = x_t' \hat{\beta}_{t-1}$$

onde  $x_t'$  é o vetor linha das observações dos regressores referentes ao período  $t$ . Consequentemente, o erro de previsão é dado por  $v_t = y_t - x_t' \hat{\beta}_{t-1}$  e a variância do erro de predição um passo à frente é dada por:

$$\sigma^2 [1 + x_t' (X_{t-1}' X_{t-1})^{-1} x_t]$$

Em geral,  $\sigma^2$  é desconhecido e o substituímos pela variância residual estimada a partir das  $(t-1)$  primeiras observações. Evidentemente,  $t-1$  deve ser maior que  $k$ .

Gera-se uma série de resíduos recursivos modificada, definida por:

$$w_t = \frac{v_t}{\sqrt{[1 + x_t' (X_{t-1}' X_{t-1})^{-1} x_t]}}, \quad t = (k+1), (k+2), \dots, T. \text{ Deste modo, temos que}$$

$$w_t \sim N(0, \sigma^2)$$

Os  $w_t$ 's são não correlacionados dois a dois, de modo que:

$$\mathbf{w} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}), \text{ onde } \mathbf{w} \text{ é o vetor de } w_t \text{'s.}$$

Para obter as estimativas recursivas, selecione **View / Stability Tests / Recursive Estimates (OLS only)...** na barra de ferramentas da equação. Será então aberta uma janela como a que segue:

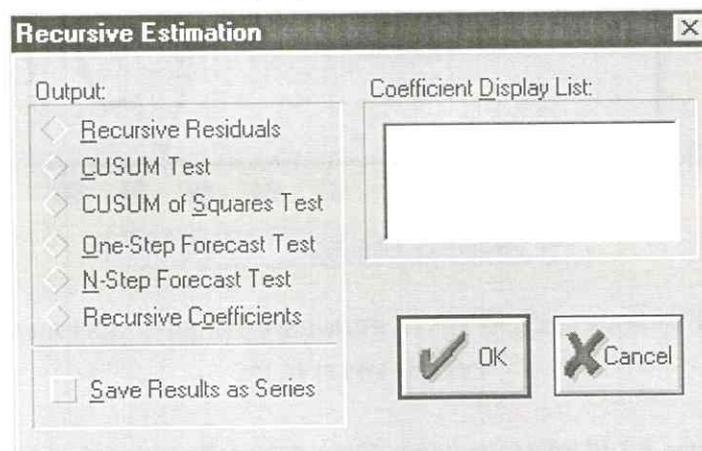


FIGURA 14.38: JANELA DE OPÇÕES PARA TESTES BASEADOS EM ESTIMATIVAS RECURSIVAS

Há seis opções disponíveis para a estimação recursiva. Este tipo de estimação só está disponível para equações estimadas por mínimos quadrados sem termos autoregressivos (AR) ou de média móvel (MA). A opção **Save Results as Series** possibilita salvar os resultados estimados recursivamente, bem como seus desvios padrões, como séries no *workfile*.

**Recursive Residuals** - Esta opção exibe o gráfico dos resíduos recursivos modificados, definido por:

$$w_t = \frac{v_t}{\sqrt{[1 + x_t' (X_{t-1}' X_{t-1})^{-1} x_t]}}, \quad t = (k+1), (k+2), \dots, T.$$

$$w_t \sim N(0, \sigma^2)$$

Os  $w_t$ 's são não correlacionados dois a dois, de modo que:

$$\mathbf{w} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}), \text{ onde } \mathbf{w} \text{ é o vetor de } w_t \text{'s.}$$

São mostrados ainda os limites de  $\pm 2\hat{\sigma}$ . A variância estimada de  $w_t$  é  $\hat{\sigma}^2 = \frac{SQR_t}{t-k}$ , em que

$SQR_t$  refere-se à soma dos quadrados dos resíduos da regressão ajustada às  $t$  observações amostrais.

A técnica baseada em resíduos recursivos é apropriada apenas para modelos com dados de séries temporais e deve ser utilizada em situações onde há incerteza quanto à estabilidade estrutural. A hipótese nula é de que o vetor de coeficientes  $\beta$  é o mesmo para todo o período. A presença de resíduos fora do intervalo  $\pm 2\hat{\sigma}$  é um indício de instabilidade dos parâmetros da equação. A figura 14.40 apresenta o resultado do teste de quebra estrutural baseado nos resíduos recursivos para os dados do exemplo 14.12. O gráfico dos resíduos recursivos toca o limite superior do intervalo de confiança no ano de 1981 e extrapola o limite inferior no ano de 1987. Deste modo, o teste nos leva a rejeitar a hipótese nula de estabilidade estrutural, ou seja, chega-se à mesma conclusão das duas versões do teste de Chow realizadas anteriormente.

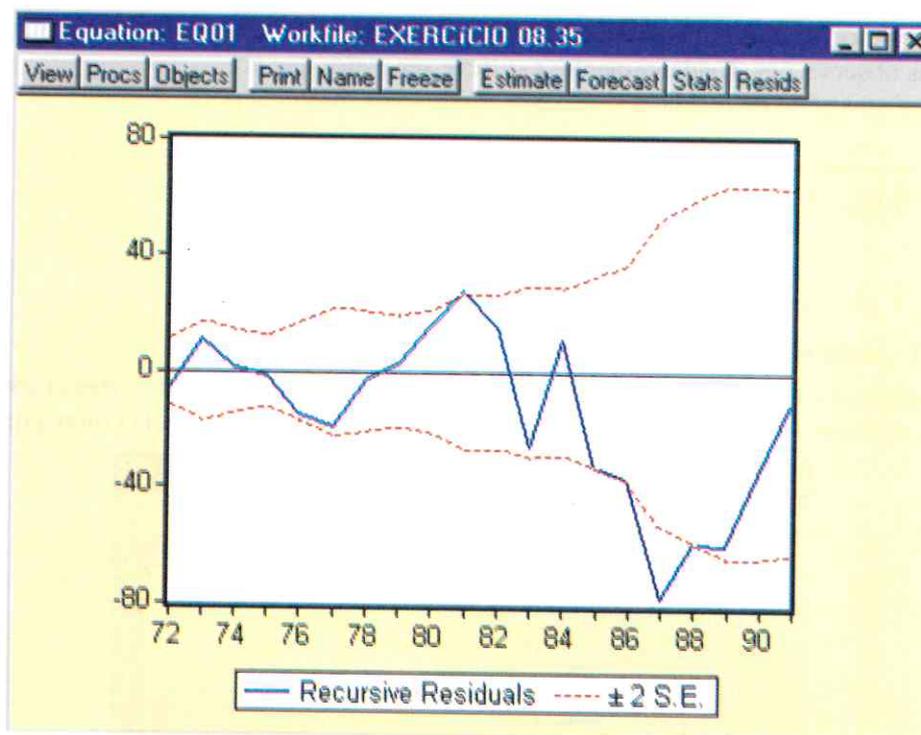


FIGURA 14.39: RESULTADO DO TESTE RECURSIVE RESIDUALS PARA OS DADOS DO EXEMPLO 14.12

**CUSUM Test** - O teste CUSUM (*Cumulative Sum*) é baseado na soma cumulativa dos resíduos modificados ( $w_t$ ).

$$W_t = \sum_{r=k+1}^t \frac{w_r}{\hat{\sigma}}, \text{ em que } w_t \text{ corresponde aos resíduos recursivos modificados, definidos}$$

anteriormente e  $\hat{\sigma}$  é o desvio padrão estimado da regressão ajustada às  $T$  observações amostrais e não às  $t$  observações como no teste **Recursive Residuals**.

Se o vetor  $\beta$  permanecer constante em todos os períodos, teremos  $E(W_t) = 0$ . Se  $\beta$  não for constante,  $W_t$  tenderá a divergir do eixo do valor esperado nulo. Para testar a significância do

afastamento em relação à linha do valor esperado nulo, construímos um par de retas que passam pelos pontos:

$$(k, \pm a\sqrt{T-k}) \text{ e } (T, \pm 3a\sqrt{T-k})$$

onde  $k$  = número de coeficientes estimados;

$T$  = total de observações amostrais;

$a$  = Parâmetro que depende do nível de significância escolhido. Para os níveis de significância mais utilizados, temos:

|                 |             |
|-----------------|-------------|
| $\alpha = 0.01$ | $a = 1.143$ |
| $\alpha = 0.05$ | $a = 0.948$ |
| $\alpha = 0.10$ | $a = 0.850$ |

Os limites do intervalo de confiança são, então, construídos conforme ilustração apresentada na figura 14.40.

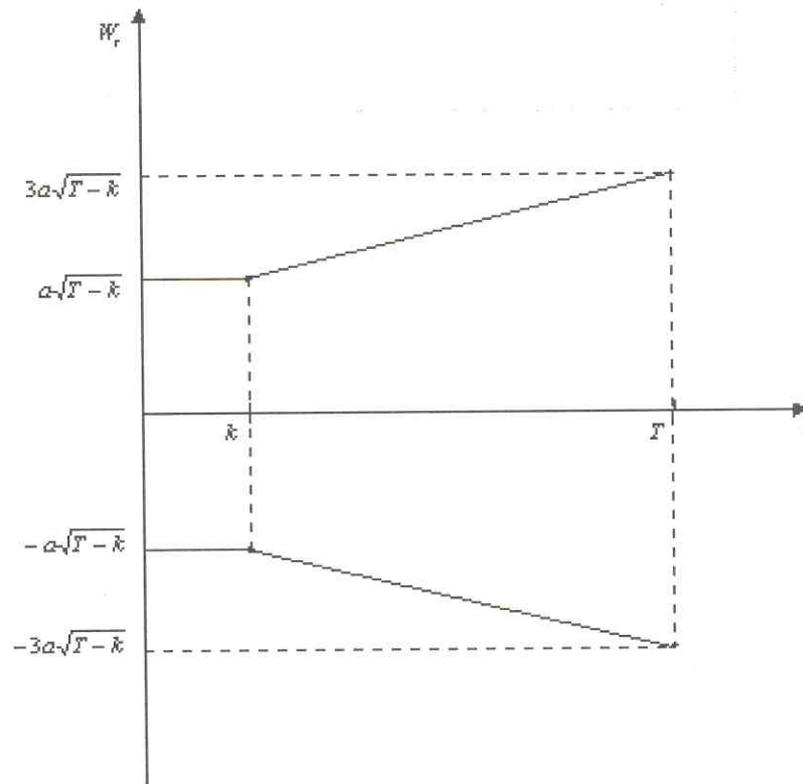


FIGURA 14.40: PADRÃO DO INTERVALO DE CONFIANÇA PARA O TESTE CUSUM

Os resultados gerados pelo EViews referem-se ao nível de significância de 5%. Valores de  $W_t$  fora dos valores críticos sugerem instabilidade dos coeficientes.

A figura 14.41 apresenta o resultado do teste CUSUM para os dados do exemplo 14.12. Uma vez que  $W_t$  encontra-se dentro dos limites do intervalo de confiança em todo o período analisado, concluímos pela não rejeição da hipótese nula de estabilidade estrutural, resultado que difere de todos os outros testes realizados até o momento.

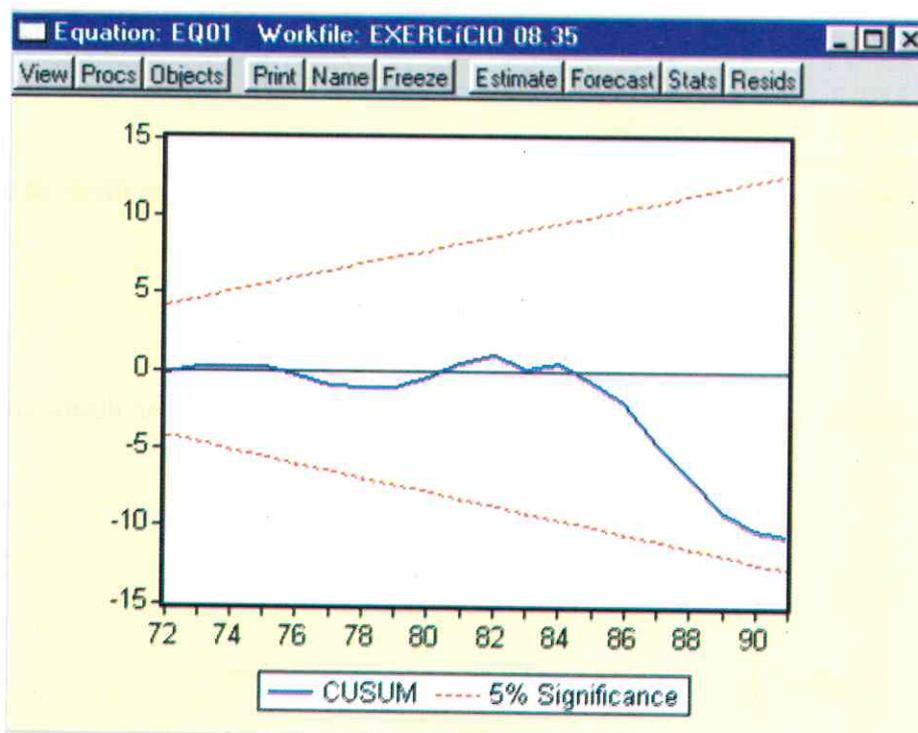


FIGURA 14.41: RESULTADO DO TESTE CUSUM PARA OS DADOS DO EXEMPLO 14.12

**CUSUM of Squares Test** - O teste CUSUM of Squares (ou CUSUMSQ, *Cumulative Sum of Squares*) é baseado na estatística de teste definida por:

$$S_t = \frac{\sum_{j=k+1}^t w_j^2}{\sum_{j=k+1}^T w_j^2} \quad t = (k+1), (k+2), \dots, T$$

Sob hipótese nula os  $w_j^2$ 's são variáveis independentes com distribuição  $\chi^2$ . Assumindo a independência dos termos de resíduo, tanto o numerador quanto o denominador de  $S_t$  são somas de qui-quadrados com 1 grau de liberdade. Desse modo, o valor esperado de  $S$  sob a hipótese de constância dos parâmetros é:

$$E(S) = \frac{t-k}{T-k} \Rightarrow E(S) \in [0,1]$$

A significância do afastamento de  $S$  em relação ao seu valor esperado é verificada com base em um par de linhas retas paralelas a  $E(S_t)$  a uma distância de  $C_o$  para cima e para baixo de  $E(S_t)$ . Os valores de  $C_o$  podem ser encontrados em Johnston & DiNardo (1997).

No EViews, o teste CUSUMSQ gera o gráfico de  $S_t$  contra  $t$  e o par de valores críticos (retas) em nível de significância de 5%. Assim como no caso do teste CUSUM, valores de CUSUMSQ fora do intervalo determinado pelas retas sugerem instabilidade dos coeficientes ou da variância. O resultado do teste CUSUMSQ para os dados do exemplo 14.12 são apresentados na figura 14.42. Nela podemos conferir que boa parte do gráfico de  $S_t$ , notadamente no período 1978-1987, encontra-se fora do intervalo de confiança, motivo pelo qual rejeita-se a hipótese nula de estabilidade estrutural.

Nota-se que o resultado do teste CUSUMSQ está em desacordo com o do teste CUSUM. Infelizmente, nada pode ser feito para evitar este problema. Sugere-se neste tipo de situação conduzir outros testes adicionais para que seja tomada a decisão correta.

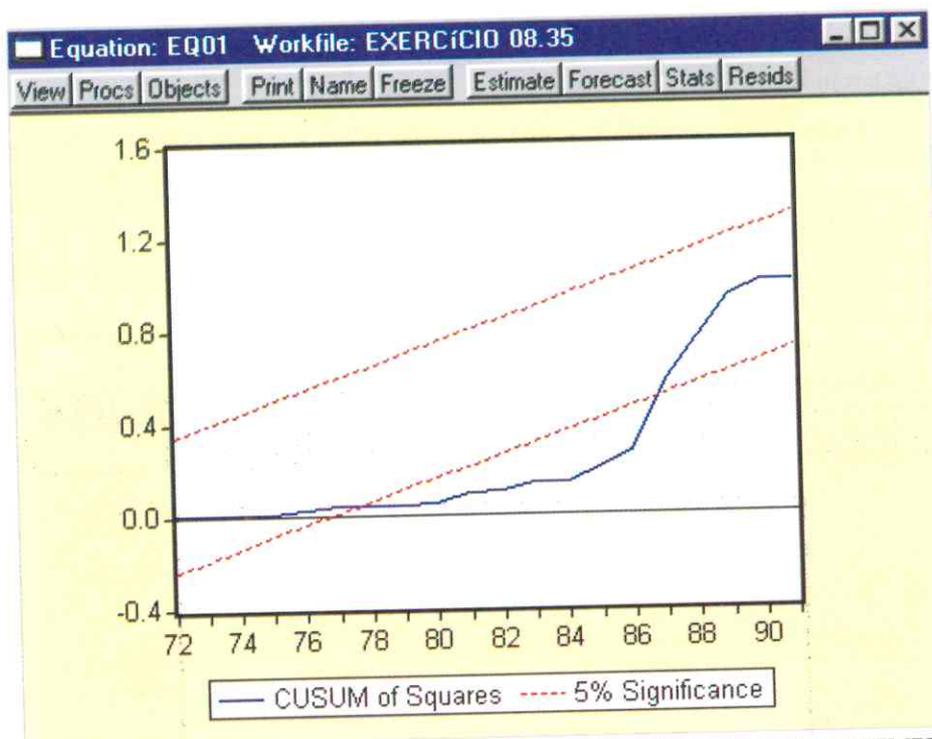


FIGURA 14.42: RESULTADO DO TESTE CUSUMSQ PARA OS DADOS DO EXEMPLO 14.12

**One-Step Forecast Test** – Por sua própria definição, o resíduo recursivo pode ser entendido como o erro de predição um passo à frente. A opção **One-Step Forecast Test** produz um gráfico contendo na porção superior a repetição do procedimento descrito na opção **Recursive Residuals**. Na porção inferior do gráfico, aparecem os valores-p para os pontos nos quais a hipótese de constância paramétrica pode ser rejeitada para os níveis de significância menores que 0,15. Os pontos com valor-p menor que 0,05 correspondem aos pontos onde os resíduos recursivos encontram-se fora do intervalo delimitado.

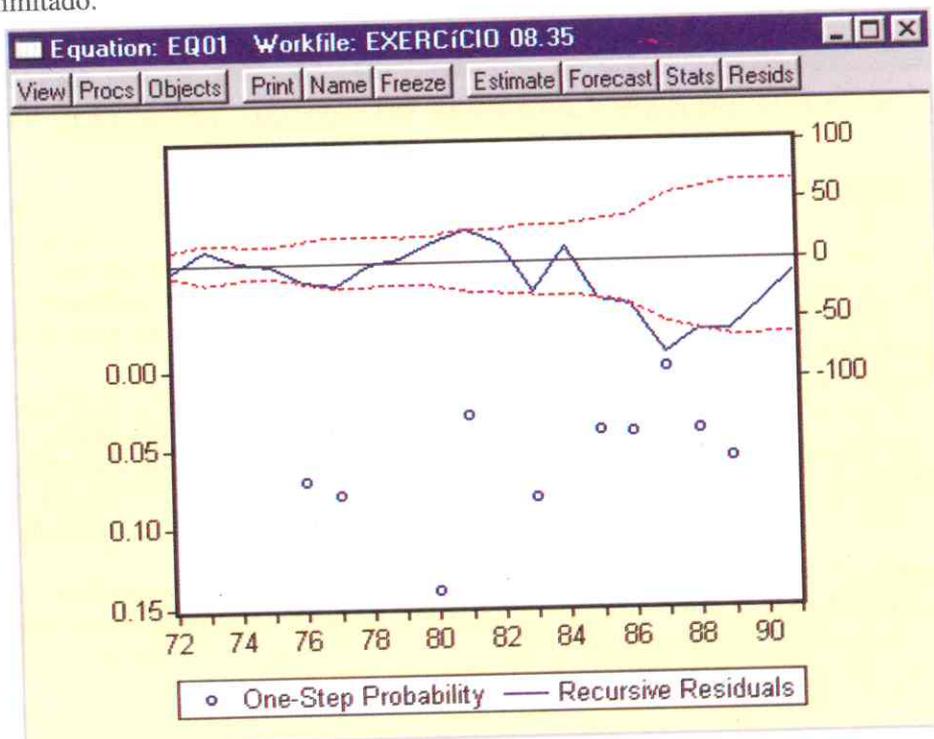


FIGURA 14.43: RESULTADO DO TESTE ONE-STEP FORECAST TEST PARA OS DADOS DO EXEMPLO 14.12

Deste modo, a opção **One-Step Forecast Test** nos oferece um ambiente com mais informações relativamente à opção **Recursive Residuals**. A figura 14.43 apresenta o resultado do teste para os dados do exemplo 14.12.

**N-Step Forecast Test** – Este teste utiliza o procedimento recursivo para conduzir uma seqüência de testes de previsão de Chow. Diferentemente do teste de previsão de Chow descrito na seção 14.5.2, este teste não requer a especificação de uma observação para ser conduzido, pois todos os casos possíveis são automaticamente computados, iniciando da menor amostra possível. O gráfico deste teste apresenta os resíduos recursivos na porção superior e na porção inferior são apresentados os valores-p significantes (menores que 0,15), baseados na estatística F.

A figura 14.44 exibe o resultado do teste baseado na opção **N-Step Forecast Test**. O leitor comprovará sem problemas que a hipótese nula de estabilidade estrutural é rejeitada.

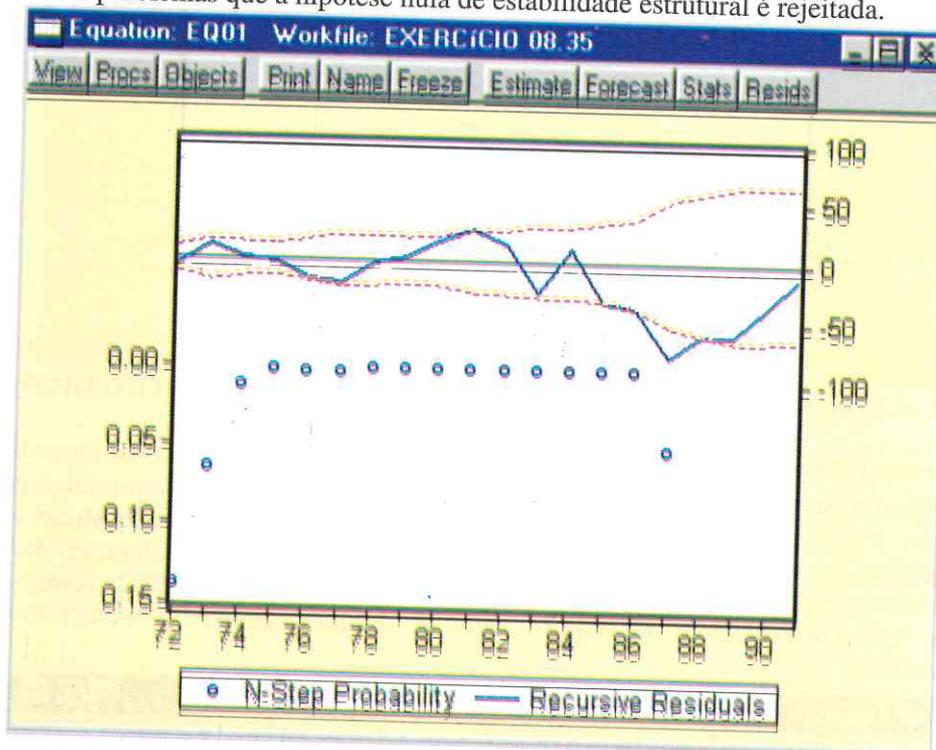


FIGURA 14.44: RESULTADO DO TESTE N-STEP FORECAST TEST PARA OS DADOS DO EXEMPLO 14.12

**Recursive Coefficients** – esta opção possibilita acompanhar a evolução das estimativas dos coeficientes à medida que a amostra evolui do mínimo necessário para o máximo possível de observações. O gráfico apresentado exibe além do comportamento do coeficiente estimado para cada processo recursivo, o limite de dois erros padrões para mais e para menos dos coeficientes estimados.

Se o coeficiente não apresenta sinal de convergência à medida que mais observações são utilizadas na estimação da equação, temos indícios de instabilidade estrutural.

Após selecionar a opção **Recursive Coefficients**, devem ser indicados no campo **Coefficient Display List** os coeficientes que serão analisados (ver figura 14.38). Continuando com os dados do exemplo 14.12, entramos com C(1) e C(2) no campo **Coefficient Display List**. Os resultados do teste são apresentados na figura 14.45. Comprovamos a ausência de indícios de convergência tanto para C(1) quanto para C(2), de modo que concluímos pela rejeição da hipótese nula de estabilidade estrutural.

A figura 14.46 tem como objetivo fornecer um exemplo de convergência na estimação recursiva de coeficientes para simples comparação com os resultados apresentados na figura 14.45.

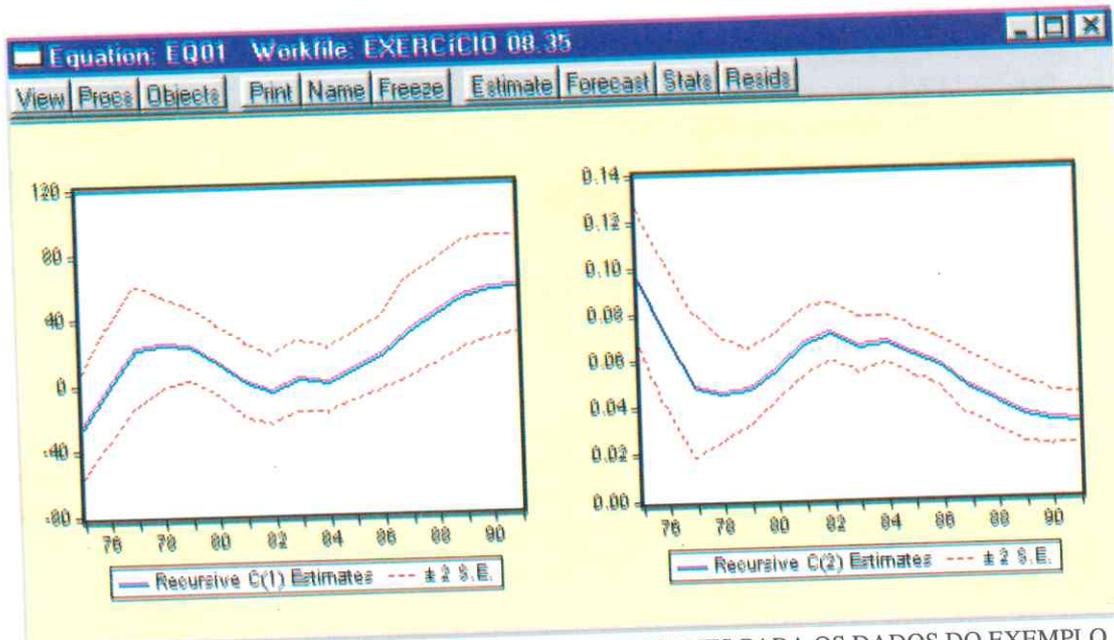


FIGURA 14.45: RESULTADO DO TESTE RECURSIVE COEFFICIENTS PARA OS DADOS DO EXEMPLO 14.12

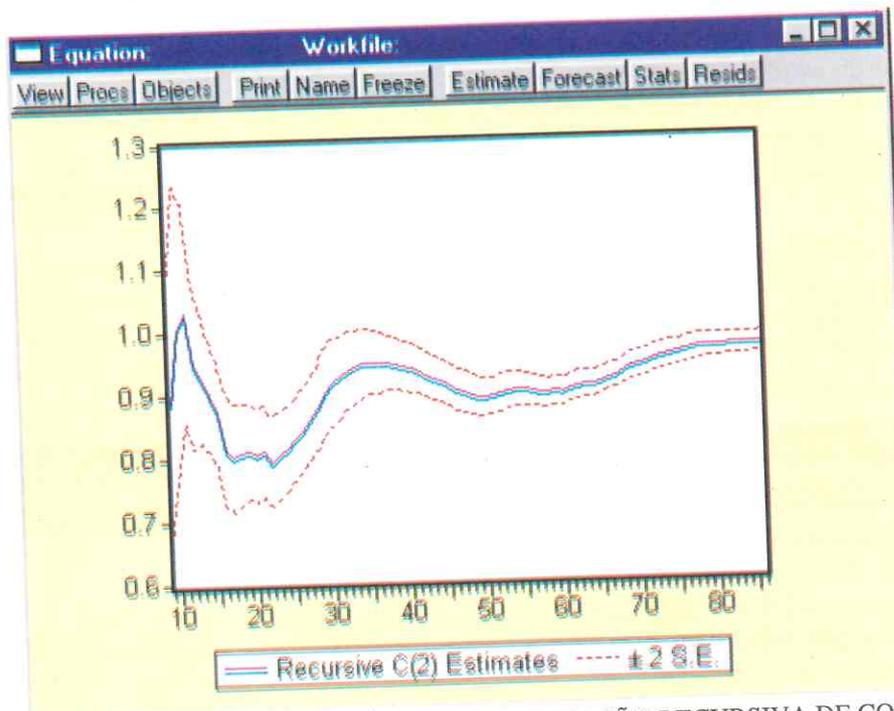


FIGURA 14.46: EXEMPLO DE CONVERGÊNCIA NA ESTIMAÇÃO RECURSIVA DE COEFICIENTES

**Save Results as Series** – Esta opção atua de forma diferente, dependendo da opção selecionada entre as seis possíveis. Quando selecionada em conjunto com a opção **Recursive Coefficients**, os coeficientes recursivos e seus respectivos erros padrões serão salvos no *workfile*. O EViews irá nomear os coeficientes usando o próximo nome disponível da forma **R\_C1**, **R\_C2**, ..., e os erros padrões correspondentes como **R\_C1SE**, **R\_C2SE**, e assim por diante.

Se for selecionada a opção **Save Results as Series** associada a qualquer outra opção, o EViews irá salvar os resíduos recursivos e os erros padrões dos resíduos recursivos como séries no *workfile*. Estas séries serão nomeadas como **R\_RES** e **R\_RESSE**, respectivamente.

As séries **CUSUM** e **CUSUMSQ** podem ser construídas a partir de **R\_RES**, seguindo simplesmente as definições. É um bom exercício para o leitor tentar construir estas séries e conferir os resultados com aqueles gerados pelo EViews.

## 14.5 TESTE MWD

O teste MWD, proposto por Mackinnon, White e Davidson, tem por função indicar a melhor escolha entre um modelo linear ou log-linear.

**EXEMPLO 14.14:** Para explicar como conduzir este teste, faremos uso dos dados contidos em Greene (2000, Table A10.1). Considere os seguintes modelos de demanda por moeda:

i) Linear:  $M_t = \beta_1 + \beta_2 r_t + \beta_3 Y_t + e_t$

ii) Log-Linear:  $\ln(M_t) = \alpha_1 + \alpha_2 \ln(r_t) + \alpha_3 \ln(Y_t) + u_t$

onde M = estoque de moeda.

r = taxa de juros.

Y = produto agregado, PNB.

Temos uma série de dados anuais, iniciando em 1966 e terminando em 1985. Desta forma, devemos criar um *workfile* compatível com estes dados. O leitor já deve estar devidamente familiarizado com o processo de criação de um *workfile*, motivo pelo qual começamos supondo que este processo já foi devidamente concretizado. Para inserir os dados de **M**, **r** e **Y** deve-se entrar com o comando

**data M R Y**

na janela de comandos. Um grupo sem título contendo as três séries será criado. Os valores das observações de cada série podem ser digitados diretamente no grupo. Depois de digitados, pode-se fechar o grupo sem a preocupação de salvá-lo, pois as séries individualmente já estarão constando no *workfile*. Sugere-se salvar o *workfile* com o nome desejado, simplesmente selecionando **Save** na barra de ferramentas do *workfile* e indicando o nome e o local a salvar.

Uma vez digitadas adequadamente as informações que serão usadas na estimação dos parâmetros dos modelos, estaremos aptos a trabalhar com os mesmos.

Para estimar o modelo linear  $M_t = \beta_1 + \beta_2 r_t + \beta_3 Y_t + e_t$ , de forma bastante simples, basta digitar

**ls M C R Y**

na janela de comandos e teclar **Enter**. Este comando trata da estimação do modelo por mínimos quadrados (least squares, em inglês, por isso as iniciais **LS**), tendo como variável dependente a série **M**, a letra **C** indica que o modelo contém intercepto e as séries **R** e **Y** aparecem como variáveis explicativas. Lembre-se que o EVIEWS não diferencia entre letras maiúsculas e minúsculas na leitura dos comandos. O resultado do modelo estimado é apresentado na figura 14.47.

| Equation: EQ01 Workfile: TABA10_1                                   |             |                       |             |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids |             |                       |             |        |
| Dependent Variable: M   |             |                       |             |        |
| Method: Least Squares   |             |                       |             |        |
| Date: 03/09/03 Time: 10:42  |             |                       |             |        |
| Sample: 1966 1985   |             |                       |             |        |
| Included observations: 20   |             |                       |             |        |
| Variable  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |
| C   | -3169.418   | 310.8173              | -10.19705   | 0.0000 |
| R   | -14.92228   | 22.58824              | -0.660622   | 0.5177 |
| Y   | 1.588146    | 0.143433              | 11.07239    | 0.0000 |
| R-squared   | 0.935256    | Mean dependent var    | 1247.030    |        |
| Adjusted R-squared  | 0.927640    | S.D. dependent var    | 653.2915    |        |
| S.E. of regression  | 175.7348    | Akaike info criterion | 13.31331    |        |
| Sum squared resid   | 525006.0    | Schwarz criterion     | 13.46267    |        |
| Log likelihood  | -130.1331   | F-statistic           | 122.7872    |        |
| Durbin-Watson stat  | 0.444658    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |

FIGURA 14.47: RELATÓRIO DE RESULTADOS ESTIMADOS DA EQUAÇÃO LINEAR

Depois de estimar o modelo, deve-se salvá-lo no *workfile*. Para tanto, seleciona-se **Name** na barra de ferramentas da equação. No presente exemplo, escolheu-se para a equação o nome **EQ01**.

Para estimar o modelo log-linear, procedemos de forma análoga, entrando com a instrução **ls log(M) C log(R) log(Y)** na janela de comandos.

Este comando trata da estimação do modelo por mínimos quadrados, tendo como variável dependente a série  $\ln(M)$ , a letra **C** indica que o modelo contém intercepto e as séries  $\ln(R)$  e  $\ln(Y)$  aparecem como variáveis explicativas. Lembre que a função **LOG** no EViews refere-se ao logaritmo natural. O resultado do modelo estimado é apresentado na figura 14.48.

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob.  |
|----------|-------------|------------|-------------|--------|
| C        | -21.99158   | 1.647775   | -13.34623   | 0.0000 |
| LOG(R)   | -0.031570   | 0.096787   | -0.326181   | 0.7483 |
| LOG(Y)   | 3.656275    | 0.225504   | 16.21377    | 0.0000 |

|                    |          |                       |           |
|--------------------|----------|-----------------------|-----------|
| R-squared          | 0.975784 | Mean dependent var    | 6.995212  |
| Adjusted R-squared | 0.972936 | S.D. dependent var    | 0.535539  |
| S.E. of regression | 0.088103 | Akaike info criterion | -1.883137 |
| Sum squared resid  | 0.131957 | Schwarz criterion     | -1.733777 |
| Log likelihood     | 21.83137 | F-statistic           | 342.5134  |
| Durbin-Watson stat | 1.055212 | Prob(F-statistic)     | 0.000000  |

FIGURA 14.48: RELATÓRIO DE RESULTADOS ESTIMADOS DA EQUAÇÃO LOG-LINEAR

Depois de calculada a regressão, a equação deve ser salva como **EQ02**.

O teste MWD envolve os seguintes passos:

- i) Após estimar o modelo linear (**EQ01**), obtenha os valores estimados de **M**, denominando-os de **MF**. Para tanto, basta selecionar a opção **Forecast** na barra de ferramentas da equação e preencher o campo **Forecast name** da janela **Forecast** com o nome desejado, no caso **MF**.
- ii) Após estimar o modelo log-linear (**EQ02**), obtenha os valores estimados de **LOG(M)**, denominando-os de **LNMF**. Para tanto, basta selecionar a opção **Forecast** na barra de ferramentas da equação e preencher a janela **Forecast** como indicado na figura 14.49.

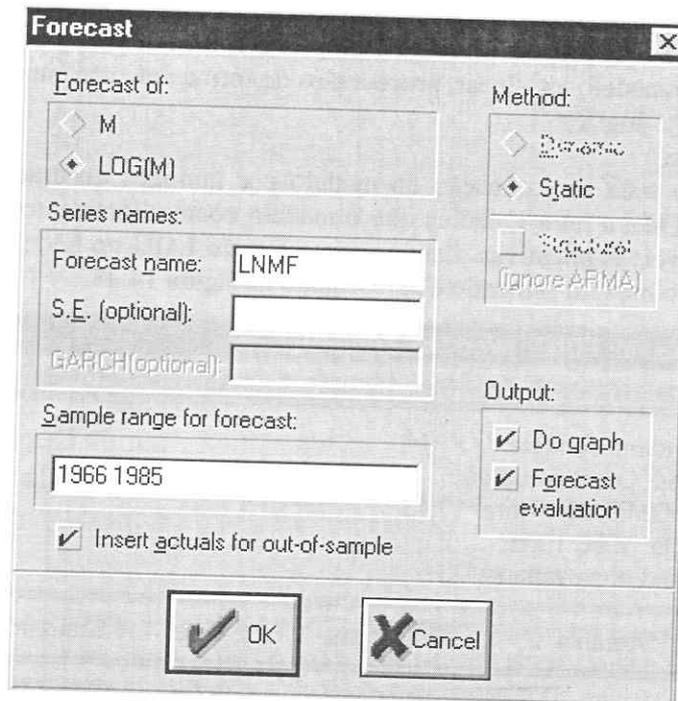


FIGURA 14.49: JANELA FORECAST PARA ESPECIFICAÇÃO LOG-LINEAR

Note que na janela **Forecast** da EQ02 há a possibilidade de estimar **M** e **LOG(M)**. Deve-se escolher a segunda.

iii) Gere a série **Z1=LOG(MF) - LNMF**, digitando

**genr Z1=LOG(MF) - LNMF**

na janela de comandos e teclando **Enter**. Note que a série **Z1** é igual ao logaritmo natural de **MF** menos **LNMF**, que já está logaritimizada. Portanto, temos uma diferença entre duas séries nas mesmas unidades.

iv) Gere a série **Z2= MF - EXP(LNMF)**, digitando

**genr Z2= MF - EXP(LNMF)**

na janela de comandos e teclando **Enter**. Note que a série **Z2** é igual a **MF** menos o antilog de **LNMF**. Portanto, temos mais uma vez, uma diferença entre duas séries nas mesmas unidades.

Considere as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \text{Modelo Linear} \\ H_1 : \text{Modelo Log - Linear} \end{cases}$$

v) Calcule a regressão de **M** sobre **r**, **Y** e **Z1**. (digitar **ls M C R Z1** na janela de comandos e tecla **Enter**).

Rejeite  $H_0$  se o coeficiente de **Z1** for estatisticamente significativo pelo teste **t**, com base em um nível de significância estabelecido. Vemos na figura 14.50 que  $t = -3.10$ , de modo que o coeficiente de **Z1** é significativo a 1% de significância. Concluímos, portanto, que a hipótese nula é rejeitada, ou seja, rejeitamos a hipótese de que o verdadeiro modelo seja linear. Este resultado, entretanto, não nos permite afirmar que o modelo log-linear é preferível ao modelo linear. Devemos, portanto, conduzir outro teste, com base nas hipóteses descritas a seguir.

| Equation: EQ03 Workfile: TABA10_1 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|-----------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                              | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: M             |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares             |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 03/09/03 Time: 13:00        |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1966 1985                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 20         |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                          | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C                                 | -3547.816   | 281.0538              | -12.62326   | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| R                                 | -17.95961   | 18.42636              | -0.974669   | 0.3442 |        |          |          |       |        |
| Y                                 | 1.722804    | 0.124646              | 13.82154    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| Z1                                | -751.2120   | 242.2125              | -3.101459   | 0.0069 |        |          |          |       |        |
| R-squared                         | 0.959565    | Mean dependent var    | 1247.030    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                | 0.951984    | S.D. dependent var    | 653.2915    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                | 143.1531    | Akaike info criterion | 12.94256    |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                 | 327884.8    | Schwarz criterion     | 13.14171    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                    | -125.4256   | F-statistic           | 126.5668    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                | 0.850730    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 14.50: RELATÓRIO DO TESTE MWD PARA A HIPÓTESE NULA DE LINEARIDADE

vi) Considere agora as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \text{Modelo Log - Linear} \\ H_1 : \text{Modelo Linear} \end{cases}$$

Calcule a regressão de **LOG(M)** sobre **LOG(r)**, **LOG(Y)** e **LOG(Z2)**. (digitar **LS LOG(M) C LOG(R) LOG(Z2)** na janela de comandos e tecla **Enter**).

| Equation: EQ04 Workfile: TABA10_1 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|-----------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                              | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: LOG(M)        |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares             |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 03/09/03 Time: 13:18        |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1966 1985                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 20         |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                          | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C                                 | -22.08606   | 1.681963              | -13.13097   | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| LOG(R)                            | -0.029298   | 0.098498              | -0.297451   | 0.7699 |        |          |          |       |        |
| LOG(Y)                            | 3.667729    | 0.230006              | 15.94624    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| Z2                                | -0.000136   | 0.000207              | -0.659395   | 0.5190 |        |          |          |       |        |
| R-squared                         | 0.976425    | Mean dependent var    | 6.995212    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                | 0.972005    | S.D. dependent var    | 0.535539    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                | 0.089605    | Akaike info criterion | -1.809949   |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                 | 0.128466    | Schwarz criterion     | -1.610803   |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                    | 22.09949    | F-statistic           | 220.8955    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                | 1.145261    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 14.51: RELATÓRIO DO TESTE MWD PARA A HIPÓTESE NULA DE LOG-LINEARIDADE

Como o coeficiente de Z2 não é estatisticamente significativo (o valor p da estatística t é 0.5190), não rejeitamos a hipótese de que o verdadeiro modelo seja log-linear.

De acordo com o teste MWD, rejeitamos a especificação linear do modelo de demanda por moeda em favor da especificação log-linear.

## 14.6 TESTE J

O teste  $J$  proposto por Davidson e Mackinnon não se caracteriza por apresentar a hipótese nula como um caso especial da hipótese alternativa. Ao conduzirmos o teste  $J$ , devemos estar cientes de que rejeitar a hipótese nula não significa que o modelo especificado na hipótese alternativa é o adequado ou o melhor. O que deve ser feito é conduzir o teste novamente invertendo as hipóteses. Haverão casos onde  $H_0$  será rejeitada das duas formas. Este fato constitui-se como uma indicação de que uma terceira forma funcional deve ser especificada. Acredita-se que o exemplo a seguir é suficiente para o bom entendimento da construção do teste  $J$ .

**EXEMPLO 14.15:** Com base nos dados de Greene (2000, Appendix table A7.2), considere as duas formas funcionais para a função consumo:

$$\begin{cases} H_0 : C_t = \beta_1 + \beta_2 Y_t + \beta_3 Y_{t-1} + \varepsilon_{0t} \\ H_1 : C_t = \alpha_1 + \alpha_2 Y_t + \alpha_3 C_{t-1} + \varepsilon_{1t} \end{cases}$$

onde  $C$  = consumo;

$Y$  = renda;

$T$  = 36 observações anuais (1950-1985)

O teste  $J$  propicia um método para escolher entre estes dois modelos. A idéia que dá suporte ao teste é a de que se um dos modelos é o correto, então os valores estimados com base no outro modelo não devem ter poder de explicação significativa quando incluídos em tal modelo.

Para realizar o teste, devemos primeiramente estimar o modelo descrito em  $H_1$  e obter os valores estimados de  $CS$  (=consumo, pois o EViews não aceita  $C$ , que já se refere ao vetor de coeficientes) com base neste modelo.

**equation eq01.ls CS C Y CS(-1)**

**eq01.fit CSF\_H1**

A primeira linha gera a estimativa do modelo  $H_1$  e a segunda linha gera a série **CSF\_H1** contendo os valores estimados de  $CS$  com base no modelo  $H_1$ . O relatório da regressão de  $H_1$  (EQ01) é apresentado a seguir.

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob.  |
|----------|-------------|------------|-------------|--------|
| C        | 10.01302    | 9.450805   | 1.059489    | 0.2973 |
| Y        | 0.646071    | 0.104191   | 6.200848    | 0.0000 |
| CS(-1)   | 0.288484    | 0.118577   | 2.432889    | 0.0207 |

|                    |           |                       |          |
|--------------------|-----------|-----------------------|----------|
| R-squared          | 0.998726  | Mean dependent var    | 1429.137 |
| Adjusted R-squared | 0.998647  | S.D. dependent var    | 482.0019 |
| S.E. of regression | 17.73238  | Akaike info criterion | 8.670479 |
| Sum squared resid  | 10062.00  | Schwarz criterion     | 8.803794 |
| Log likelihood     | -148.7334 | F-statistic           | 12544.65 |
| Durbin-Watson stat | 1.014197  | Prob(F-statistic)     | 0.000000 |

FIGURA 14.52: RELATÓRIO DE RESULTADOS DA REGRESSÃO  $C_t = \alpha_1 + \alpha_2 Y_t + \alpha_3 C_{t-1} + \varepsilon_{1t}$

Em seguida, especificamos a regressão  $H_0$  adicionada de **CSF\_H1**, cujo resultado é apresentado na figura 14.53.

**equation eq02.ls CS C Y Y(-1) CSF\_H1**

| Equation: EQ02 Workfile: TABA7_2                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View  | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: CS                              |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                               |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 03/18/03 Time: 02:18                          |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample(adjusted): 1951 1985                         |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 35 after adjusting endpoints |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C   | -24.76331   | 11.71318              | -2.114142   | 0.0426 |        |          |          |       |        |
| Y   | -0.952051   | 0.433865              | -2.194347   | 0.0358 |        |          |          |       |        |
| Y(-1)   | -0.480676   | 0.146077              | -3.290561   | 0.0025 |        |          |          |       |        |
| CSF_H1  | 2.583348    | 0.600655              | 4.300888    | 0.0002 |        |          |          |       |        |
| R-squared   | 0.999056    | Mean dependent var    | 1429.137    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                                  | 0.998965    | S.D. dependent var    | 482.0019    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                                  | 15.50992    | Akaike info criterion | 8.428048    |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                                   | 7457.289    | Schwarz criterion     | 8.605802    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                                      | -143.4908   | F-statistic           | 10935.18    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                                  | 1.846021    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 14.53: Relatório de resultados do teste J para  $H_0 : C_t = \beta_1 + \beta_2 Y_t + \beta_3 Y_{t-1} + \varepsilon_{0t}$

Como o coeficiente da variável explicativa correspondente aos valores estimados a partir do modelo  $H_1$  é estatisticamente significativa (valor-p=0.002), rejeitamos a hipótese nula de que o modelo  $H_0$  é correto.

Devemos agora checar o modelo  $H_1$  contra  $H_0$ . Estima-se o modelo  $H_0$ , obtém-se os valores estimados a partir do modelo  $H_0$  e estima-se o modelo  $H_1$  adicionado da série contendo os valores estimados. O resultado é apresentado na figura 14.54.

```
equation eq03.ls CS C Y Y(-1)
eq03.fit CSF_H0
```

| Equation: EQ03 Workfile: TABA7_2                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View  | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: CS                              |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                               |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 03/18/03 Time: 02:29                          |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample(adjusted): 1951 1985                         |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 35 after adjusting endpoints |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C   | 10.17256    | 10.49559              | 0.969223    | 0.3397 |        |          |          |       |        |
| Y   | 0.876984    | 0.106881              | 8.205260    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| Y(-1)   | 0.022619    | 0.108741              | 0.208003    | 0.8365 |        |          |          |       |        |
| R-squared   | 0.998493    | Mean dependent var    | 1429.137    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                                  | 0.998398    | S.D. dependent var    | 482.0019    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                                  | 19.28976    | Akaike info criterion | 8.838842    |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                                   | 11907.04    | Schwarz criterion     | 8.972158    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                                      | -151.6797   | F-statistic           | 10598.33    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                                  | 0.822340    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 14.54: RELATÓRIO DE RESULTADOS DA REGRESSÃO  $C_t = \beta_1 + \beta_2 Y_t + \beta_3 Y_{t-1} + \varepsilon_{0t}$

Especifica-se agora a regressão  $H_1$  adicionada de CSF\_H0:  
**equation eq04.ls CS C Y CS(-1) CSF\_H0**  
 O resultado é exibido a seguir:

| Equation: EQ04 Workfile: TABA7_2                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View  | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: CS                              |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                               |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 03/18/03 Time: 02:36                          |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample(adjusted): 1951 1985                         |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 35 after adjusting endpoints |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C   | 217.2853    | 63.53002              | 3.420198    | 0.0018 |        |          |          |       |        |
| Y   | 19.35414    | 5.686102              | 3.403761    | 0.0019 |        |          |          |       |        |
| CS(-1)  | 0.745253    | 0.173279              | 4.300888    | 0.0002 |        |          |          |       |        |
| CSF_H0  | -21.25142   | 6.458297              | -3.290561   | 0.0025 |        |          |          |       |        |
| R-squared   | 0.999056    | Mean dependent var    | 1429.137    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                                  | 0.998965    | S.D. dependent var    | 482.0019    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                                  | 15.50992    | Akaike info criterion | 8.428048    |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                                   | 7457.289    | Schwarz criterion     | 8.605802    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                                      | -143.4908   | F-statistic           | 10935.18    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                                  | 1.846021    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 14.55: RELATÓRIO DE RESULTADOS DO TESTE J PARA  $H_0 : C_t = \alpha_1 + \alpha_2 Y_t + \alpha_3 C_{t-1} + \varepsilon_{1t}$

Observamos novamente a significância estatística do coeficiente da variável adicionada ao modelo. Dessa forma, rejeitamos ambas as especificações, sugerindo que um novo modelo é requerido.

## 14.7 A ABORDAGEM DA VARIÁVEL DUMMY NO TESTE DE ESTABILIDADE ESTRUTURAL

A utilização de variáveis dummy no teste de estabilidade estrutural apresenta algumas vantagens em termos de informação adicional em relação ao teste de Chow.

Primeiramente, precisamos calcular apenas uma regressão, que pode ser usada para testar várias hipóteses, como mudança de intercepto, mudança de inclinação, ou ambas. O teste de Chow nos informa apenas se há ou não quebra estrutural, mas não informa o tipo de quebra. Podemos concluir pela quebra estrutural com base no teste de Chow, somente por causa da mudança de intercepto, de inclinação ou ambas.

Inicialmente, reúnem-se todas as  $T (=T_1 + T_2)$  observações e estima-se a regressão:

$$Y_t = \alpha_1 + \alpha_2 D_t + \beta_1 X_t + \beta_2 (D_t X_t) + u_t$$

onde  $Y$  é a variável dependente;

$X$  é a variável explicativa;

$D$  é a variável dummy,  $\begin{cases} D_t = 1 \text{ no primeiro período} \\ D_t = 0 \text{ no segundo período} \end{cases}$

Após calculada a regressão, verifica-se a significância estatística de cada coeficiente da regressão, em especial de  $\alpha_2$  e  $\beta_2$ . Se  $\alpha_2$  for estatisticamente significativo, temos uma mudança de intercepto no modelo do primeiro para o segundo período, visto que no primeiro período ( $D_t = 1$ ) o

intercepto é  $(\alpha_1 + \alpha_2)$  e no segundo período ( $D_t = 0$ ), o intercepto é apenas  $\alpha_1$ . Caso  $\beta_2$  seja estatisticamente significativo, temos uma mudança de inclinação no modelo do primeiro para o segundo período, visto que no primeiro período ( $D_t = 1$ ) a inclinação da reta de regressão é  $(\beta_1 + \beta_2)$  e no segundo período ( $D_t = 0$ ) a inclinação é dada por  $\beta_1$ .

**EXEMPLO 14.16:** Utilizando os dados do exemplo 14.12, utilize o modelo

$$Y_t = \alpha_1 + \alpha_2 D_t + \beta_1 X_t + \beta_2 (D_t X_t) + u_t$$

para testar a presença de quebra estrutural, onde  $Y$  = poupança,  $X$  = renda e a variável dummy  $D$  é definida como

$$\begin{cases} D_t = 1 & \text{se } 1970 \leq t \leq 1980 \\ D_t = 0 & \text{se } 1981 \leq t \leq 1991 \end{cases}$$

Assumindo que o *workfile* já existe (uma vez que se espera que o leitor tenha desenvolvido o exemplo 14.12), devemos agora criar uma variável dummy com as características determinadas.

```

genr dummy = 0
simpl 1970 1980
dummy=1
simpl @all

```

O primeiro comando gera uma série denominada **dummy** assumindo o valor 0 em todas as observações. O segundo comando altera o *sample* para o período 1970 a 1980. O terceiro comando indica que a série **dummy** assumirá valor 1 no período 1970 a 1980. O quarto e último comando retorna o *sample* ao período 1970 – 1991.

Resta-nos agora simplesmente calcular a regressão

$$Y_t = \alpha_1 + \alpha_2 D_t + \beta_1 X_t + \beta_2 (D_t X_t) + u_t$$

utilizando, por exemplo, o comando

```

equation eq05.ls Y C dummy X dummy*X

```

cujo resultado é exibido na figura 14.56.

| Equation: EQ05 Workfile: EXERCÍCIO 08.35                            |             |                       |             |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids |             |                       |             |        |
| Dependent Variable: Y   |             |                       |             |        |
| Method: Least Squares   |             |                       |             |        |
| Date: 10/14/03 Time: 07:58  |             |                       |             |        |
| Sample: 1970 1991   |             |                       |             |        |
| Included observations: 22   |             |                       |             |        |
| Variable  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |
| C   | 217.8136    | 27.33816              | 7.967381    | 0.0000 |
| DUMMY   | -203.1965   | 32.81236              | -6.192651   | 0.0000 |
| X   | -0.010313   | 0.007368              | -1.399765   | 0.1786 |
| DUMMY*X   | 0.066380    | 0.014323              | 4.634654    | 0.0002 |
| R-squared   | 0.889566    | Mean dependent var    | 136.9091    |        |
| Adjusted R-squared  | 0.871160    | S.D. dependent var    | 51.34667    |        |
| S.E. of regression  | 18.43052    | Akaike info criterion | 8.828858    |        |
| Sum squared resid   | 6114.311    | Schwarz criterion     | 9.027230    |        |
| Log likelihood  | -93.11744   | F-statistic           | 48.33099    |        |
| Durbin-Watson stat  | 1.635964    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |

FIGURA 14.56: RESULTADO DO TESTE DE ESTABILIDADE ESTRUTURAL COM O USO DE DUMMY

Concluimos assim que como tanto o coeficiente de **DUMMY** quanto o coeficiente de **DUMMY\*X** são estatisticamente significantes, a decisão de rejeição da hipótese de estabilidade estrutural deve-se tanto à mudança de intercepto quanto à mudança de inclinação.

#### 14.8 MUDANÇA NAS ESCALAS DAS VARIÁVEIS

Considere os seguintes modelos:

$$Y_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i + u_i \quad (\text{i})$$

$$Y_i^* = \hat{\beta}_1^* + \hat{\beta}_2^* X_i^* + u_i^* \quad (\text{ii})$$

em que:  $Y_i^* = w_1 Y_i$  ;  $X_i^* = w_2 X_i$  ;  $u_i^* = w_1 u_i$

$w_1$  e  $w_2$  são constantes, chamados fatores de escala, podendo ser iguais ou diferentes. Queremos verificar as relações entre os seguintes pares:

1.  $\hat{\beta}_1$  e  $\hat{\beta}_1^*$
2.  $\hat{\beta}_2$  e  $\hat{\beta}_2^*$
3.  $\text{var}(\hat{\beta}_1)$  e  $\text{var}(\hat{\beta}_1^*)$
4.  $\text{var}(\hat{\beta}_2)$  e  $\text{var}(\hat{\beta}_2^*)$
5.  $\hat{\sigma}^2$  e  $\hat{\sigma}^{*2}$
6.  $r_{XY}^2$  e  $r_{X^*Y^*}^2$

Fazendo uso de simples manipulações algébricas, chegamos aos resultados apresentados na terceira coluna do quadro 14.1.

QUADRO 14.1: SÍNTESE DOS RESULTADOS

| ( i )  | ( ii )  | Comparando ( i ) e ( ii )  |
|--|---|--|
| $\hat{\beta}_1 = \bar{Y} - \hat{\beta}_2 \bar{X}$                      | $\hat{\beta}_1^* = \bar{Y}^* - \hat{\beta}_2^* \bar{X}^*$                         | $\hat{\beta}_1^* = w_1 \hat{\beta}_1$  |
| $\hat{\beta}_2 = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$                      | $\hat{\beta}_2^* = \frac{\sum x_i^* y_i^*}{\sum x_i^{*2}}$                        | $\hat{\beta}_2^* = \left( \frac{w_1}{w_2} \right) \hat{\beta}_2$                           |
| $\text{Var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sum X_i^2}{n \sum x_i^2} \sigma^2$ | $\text{Var}(\hat{\beta}_1^*) = \frac{\sum X_i^{*2}}{n \sum x_i^{*2}} \sigma^{*2}$ | $\text{Var}(\hat{\beta}_1^*) = w_1^2 \text{Var}(\hat{\beta}_1)$                            |
| $\text{Var}(\hat{\beta}_2) = \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2}$              | $\text{Var}(\hat{\beta}_2^*) = \frac{\sigma^{*2}}{\sum x_i^{*2}}$                 | $\text{Var}(\hat{\beta}_2^*) = \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 \text{Var}(\hat{\beta}_2)$ |
| $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum u_i^2}{n-2}$                              | $\hat{\sigma}^{*2} = \frac{\sum u_i^{*2}}{n-2}$                                   | $\hat{\sigma}^{*2} = w_1^2 \hat{\sigma}^2$   |
| $r_{XY}^2$   | $r_{X^*Y^*}^2$  | $r_{XY}^2 = r_{X^*Y^*}^2$  |

**EXEMPLO 14.17:** Com base nos dados de Gujarati (2000, tabela 6.2), apresentados no apêndice, comprovamos os resultados apresentados no quadro 14.1.

$$IPIB_t = \beta_1 + \beta_2 PNB_t + e_t$$

De acordo com a escala de cada variável, foram fornecidos nomes para melhor identificação das mesmas no EViews:

IPIB\_MI: Investimento Privado Interno Bruto, em milhões de dólares de 1972.

PNB\_MI: Produto Nacional Bruto, em milhões de dólares de 1972.

IPIB\_BI: Investimento Privado Interno Bruto, em bilhões de dólares de 1972.

PNB\_BI: Produto Nacional Bruto, em bilhões de dólares de 1972.

Os dados referem-se ao período de 1974 à 1983, portanto o *workfile* deve ser criado digitando **create A 1974 1983** na janela de comandos e teclar em **Enter**. Em seguida, entramos com as variáveis. O comando para entrar com os dados como descritos acima é

**data IPIB\_BI IPIB\_MI PNB\_BI PNB\_MI**

Resta apenas digitar os dados e completar o exercício.

Especificaremos primeiramente o modelo em que as variáveis são expressas em milhões. Para tanto, segue-se a seguinte instrução:

**equation eq01.ls IPIB\_MI C PNB\_MI**

O resultado é apresentado a seguir:

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob.  |
|----------|-------------|------------|-------------|--------|
| C        | -37001.52   | 76261.13   | -0.485195   | 0.6405 |
| PNB_MI   | 0.173949    | 0.054063   | 3.217519    | 0.0123 |

|                    |           |                       |          |
|--------------------|-----------|-----------------------|----------|
| R-squared          | 0.564090  | Mean dependent var    | 207670.0 |
| Adjusted R-squared | 0.509602  | S.D. dependent var    | 25995.77 |
| S.E. of regression | 18204.43  | Akaike info criterion | 22.63357 |
| Sum squared resid  | 2.65E+09  | Schwarz criterion     | 22.69409 |
| Log likelihood     | -111.1679 | F-statistic           | 10.35243 |
| Durbin-Watson stat | 1.693062  | Prob(F-statistic)     | 0.012285 |

FIGURA 14.57: RELATÓRIO DE RESULTADOS DO MODELO COM VARIÁVEIS EXPRESSAS EM MILHÕES

Para especificar o modelo em que as variáveis são expressas em bilhões, seguimos:

**equation eq02.ls IPIB\_BI C PNB\_BI**

O resultado é exibido na figura 14.58.

| Equation: EQ02 Workfile: TABELA 06.02 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|---------------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                  | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: IPIB_BI           |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 03/18/03 Time: 03:21            |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1974 1983                     |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 10             |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                              | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C                                     | -37.00152   | 76.26113              | -0.485195   | 0.6405 |        |          |          |       |        |
| PNB_BI                                | 0.173949    | 0.054063              | 3.217519    | 0.0123 |        |          |          |       |        |
| R-squared                             | 0.564090    | Mean dependent var    | 207.6700    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                    | 0.509602    | S.D. dependent var    | 25.99577    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                    | 18.20443    | Akaike info criterion | 8.818064    |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                     | 2651.211    | Schwarz criterion     | 8.878581    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                        | -42.09032   | F-statistic           | 10.35243    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                    | 1.693062    | Prob(F-statistic)     | 0.012285    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 14.58: RELATÓRIO DE RESULTADOS DO MODELO COM VARIÁVEIS EXPRESSAS EM BILHÕES

Comparando a EQ02 com a EQ01, temos  $w_1=0.001$  e  $w_2=0.001$ . Sabe-se de antemão que o valor do coeficiente de determinação ( $r^2$ ) não sofre alteração com modificações nas escalas das variáveis, o que é facilmente comprovado no exercício. Vimos que  $\hat{\beta}_1^* = w_1 \hat{\beta}_1$ , logo, como  $w_1=0.001$ ,  $\hat{\beta}_1^* = 0.001 \times (-37001.52) = -37.00152$ . De fato, a relação entre as variâncias é dada por  $Var(\hat{\beta}_1^*) = w_1^2 Var(\hat{\beta}_1)$ , logo  $ep(\hat{\beta}_1^*) = w_1 ep(\hat{\beta}_1)$ . Temos, portanto, que os erros padrões se relacionam da mesma forma que os coeficientes estimados, fato que torna a estatística t independente da escala de medida das variáveis. O fato de  $w_1$  e  $w_2$  serem iguais, faz com que o coeficiente angular não seja alterado, pois  $\hat{\beta}_2^* = \left( \frac{w_1}{w_2} \right) \hat{\beta}_2$ . O mesmo ocorre com a variância  $Var(\hat{\beta}_2^*) = \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 Var(\hat{\beta}_2)$  e conseqüentemente com o desvio padrão. Finalmente, temos que  $\hat{\sigma}^{*2} = w_1^2 \hat{\sigma}^2$ , logo  $\hat{\sigma}^* = w_1 \hat{\sigma}$ , o que pode ser facilmente comprovado no exercício. ( $\hat{\sigma}$  = S.E. of regression da EQ01).

Sugere-se que o leitor faça outras combinações das variáveis com escalas modificadas e compare os resultados obtidos com aqueles esperados com base na tabela que relaciona as regressões com escala modificada e não modificada.

### APÊNDICE 1 (Dados utilizados no capítulo)

**EXEMPLO 14.1:** Dados obtidos em Gujarati (2000, p. 222, exercício 7.25)

| Ano  | Moeda Nominal<br>(crores de rúpias) | Renda líquida nominal<br>(100 crores de rúpias) | Deflator de<br>preço implícito | Taxa de Juros de<br>Longo Prazo (%) |
|------|-------------------------------------|---|--------------------------------|-------------------------------------|
| 1948 | 1 898.69                            | 86.5  | 100.00                         | 3.03                                |
| 1949 | 1 880.29                            | 90.1  | 102.15                         | 3.07                                |
| 1950 | 1 979.49                            | 95.3  | 107.68                         | 3.15                                |
| 1951 | 1 803.79                            | 99.7  | 109.56                         | 3.41                                |
| 1952 | 1 764.71                            | 98.2  | 103.81                         | 3.66                                |
| 1953 | 1 793.97                            | 104.8   | 104.49                         | 3.64                                |
| 1954 | 1 920.63                            | 96.1  | 93.48                          | 3.70                                |
| 1955 | 2 216.95                            | 99.8  | 95.23                          | 3.74                                |
| 1956 | 2 341.89                            | 113.1   | 102.82                         | 3.99                                |
| 1957 | 2 413.16                            | 113.9   | 104.59                         | 4.18                                |
| 1958 | 2 526.02                            | 126.9   | 108.15                         | 4.13                                |
| 1959 | 2 720.22                            | 129.5   | 109.19                         | 4.05                                |
| 1960 | 2 868.61                            | 141.4   | 111.19                         | 4.06                                |
| 1961 | 3 045.82                            | 148.0   | 113.32                         | 4.16                                |
| 1962 | 3 309.98                            | 154.0   | 115.70                         | 4.49                                |
| 1963 | 3 752.12                            | 172.1   | 123.19                         | 4.66                                |
| 1964 | 4 080.06                            | 200.1   | 132.96                         | 4.80                                |

Observação: 1 crore de rúpia corresponde a 10 milhões de rúpias. Pelos preços de 1994, 1 rúpia equivalia a aproximadamente 3.4 centavos de dólar.

**EXEMPLO 14.7:** Dados obtidos em Gujarati (2000, p. 220, exercício 7.23)

| Ano  | Y    | X2      | X3   | X4    | X5    | X6    |
|------|------|---------|------|-------|-------|-------|
| 1960 | 27.8 | 397.5   | 42.2 | 50.7  | 78.3  | 65.8  |
| 1961 | 29.9 | 413.3   | 38.1 | 52.0  | 79.2  | 66.9  |
| 1962 | 29.8 | 439.2   | 40.3 | 54.0  | 79.2  | 67.8  |
| 1963 | 30.8 | 459.7   | 39.5 | 55.3  | 79.2  | 69.6  |
| 1964 | 31.2 | 492.9   | 37.3 | 54.7  | 77.4  | 68.7  |
| 1965 | 33.3 | 528.6   | 38.1 | 63.7  | 80.2  | 73.6  |
| 1966 | 35.6 | 560.3   | 39.3 | 69.8  | 80.4  | 76.3  |
| 1967 | 36.4 | 624.6   | 37.8 | 65.9  | 83.9  | 77.2  |
| 1968 | 36.7 | 666.4   | 38.4 | 64.5  | 85.5  | 78.1  |
| 1969 | 38.4 | 717.8   | 40.1 | 70.0  | 93.7  | 84.7  |
| 1970 | 40.4 | 768.2   | 38.6 | 73.2  | 106.1 | 93.3  |
| 1971 | 40.3 | 843.3   | 39.8 | 67.8  | 104.8 | 89.7  |
| 1972 | 41.8 | 911.6   | 39.7 | 79.1  | 114.0 | 100.7 |
| 1973 | 40.4 | 931.1   | 52.1 | 95.4  | 124.1 | 113.5 |
| 1974 | 40.7 | 1 021.5 | 48.9 | 94.2  | 127.6 | 115.3 |
| 1975 | 40.1 | 1 165.9 | 58.3 | 123.5 | 142.9 | 136.7 |
| 1976 | 42.7 | 1 349.6 | 57.9 | 129.9 | 143.6 | 139.2 |
| 1977 | 44.1 | 1 449.4 | 56.5 | 117.6 | 139.2 | 132.0 |
| 1978 | 46.7 | 1 575.5 | 63.7 | 130.9 | 165.5 | 132.1 |
| 1979 | 50.6 | 1 759.1 | 61.6 | 129.8 | 203.3 | 154.4 |
| 1980 | 50.1 | 1 994.2 | 58.9 | 128.0 | 219.6 | 174.9 |
| 1981 | 51.7 | 2 258.1 | 66.4 | 141.0 | 221.6 | 180.8 |
| 1982 | 52.9 | 2 478.7 | 70.4 | 168.2 | 232.6 | 189.4 |

onde:  $Y$  = consumo *per capita* de frango (libra-peso)

$X_2$  = renda real *per capita* disponível (dólares)

$X_3$  = preço real do frango no varejo (centavos de dólar/libra-peso)

$X_4$  = preço real da carne de porco no varejo (centavos de dólar/libra peso)

$X_5$  = preço real da carne de gado no varejo (centavos de dólar/libra peso)

$X_6$  = preço real composto dos substitutos do frango, em centavos de dólar por libra-peso, que é uma média ponderada dos preços reais no varejo da libra de carne de porco e de gado, servindo de pesos os consumos relativos da carne de gado e de porco no consumo total das mesmas carnes.

**EXEMPLO 14.8:** Dados obtidos em Maddala (1992, table 3.11)

| Ano  | Y     | L     | K     |
|------|-------|-------|-------|
| 1929 | 189.8 | 173.3 | 87.8  |
| 1930 | 172.1 | 165.4 | 87.8  |
| 1931 | 159.1 | 158.2 | 84.0  |
| 1932 | 135.6 | 141.7 | 78.3  |
| 1933 | 132.0 | 141.6 | 76.6  |
| 1934 | 141.8 | 148.0 | 76.0  |
| 1935 | 153.9 | 154.4 | 77.7  |
| 1936 | 171.5 | 163.5 | 79.1  |
| 1937 | 183.0 | 172.0 | 80.0  |
| 1938 | 173.2 | 161.5 | 77.6  |
| 1939 | 188.5 | 168.6 | 81.4  |
| 1940 | 205.5 | 176.5 | 87.0  |
| 1941 | 236.0 | 192.4 | 96.2  |
| 1942 | 257.8 | 205.1 | 104.4 |
| 1943 | 277.5 | 210.1 | 110.0 |
| 1944 | 291.1 | 208.8 | 107.8 |
| 1945 | 284.5 | 202.1 | 102.1 |
| 1946 | 274.0 | 213.4 | 97.2  |
| 1947 | 279.9 | 223.6 | 105.9 |
| 1948 | 297.6 | 228.2 | 113.0 |
| 1949 | 297.7 | 221.3 | 114.9 |
| 1950 | 328.9 | 228.8 | 124.1 |
| 1951 | 351.4 | 239.0 | 134.5 |
| 1952 | 360.4 | 241.7 | 139.7 |
| 1953 | 378.9 | 245.2 | 147.4 |
| 1954 | 375.8 | 237.4 | 148.9 |
| 1955 | 406.7 | 245.9 | 158.6 |
| 1956 | 416.3 | 251.6 | 167.1 |
| 1957 | 422.8 | 251.5 | 171.9 |
| 1958 | 418.4 | 245.1 | 173.1 |
| 1959 | 445.7 | 254.9 | 182.5 |
| 1960 | 457.3 | 259.6 | 189.0 |
| 1961 | 466.3 | 258.1 | 194.1 |
| 1962 | 495.3 | 264.6 | 202.3 |
| 1963 | 515.5 | 268.5 | 205.4 |
| 1964 | 544.1 | 275.4 | 215.9 |
| 1965 | 579.2 | 285.3 | 225.0 |
| 1966 | 615.6 | 297.4 | 236.2 |
| 1967 | 631.1 | 305.0 | 247.9 |

onde:  $Y$  = Produto;

$L$  = Trabalho;

$K$  = Capital.

**EXEMPLO 14.12:** Dados obtidos em Gujarati (2000, p. 274, exercício 8.35)

| Ano  | Y     | X       |
|------|-------|---------|
| 1970 | 57.5  | 831.0   |
| 1971 | 65.4  | 893.5   |
| 1972 | 59.7  | 980.5   |
| 1973 | 86.1  | 1 098.7 |
| 1974 | 93.4  | 1 205.7 |
| 1975 | 100.3 | 1 307.3 |
| 1976 | 93.0  | 1 446.3 |
| 1977 | 87.9  | 1 601.3 |
| 1978 | 107.8 | 1 807.9 |
| 1979 | 123.3 | 2 033.1 |
| 1980 | 153.8 | 2 265.4 |
| 1981 | 191.8 | 2 534.7 |
| 1982 | 199.5 | 2 690.9 |
| 1983 | 168.7 | 2 862.5 |
| 1984 | 222.0 | 3 154.6 |
| 1985 | 189.3 | 3 379.8 |
| 1986 | 187.5 | 3 590.4 |
| 1987 | 142.0 | 3 802.0 |
| 1988 | 155.7 | 4 075.9 |
| 1989 | 152.1 | 4 380.3 |
| 1990 | 175.6 | 4 664.2 |
| 1991 | 199.6 | 4 828.3 |

onde: Y = poupança pessoal (em US\$ bilhões);  
X = renda pessoal (em US\$ bilhões).

**EXEMPLO 14.14:** Dados obtidos em Greene (2000, table A10.1)

| ANO  | M       | r     | Y       |
|------|---------|-------|---------|
| 1966 | 480.0   | 4.50  | 2 208.3 |
| 1967 | 524.3   | 4.19  | 2 271.4 |
| 1968 | 566.3   | 5.16  | 2 365.6 |
| 1969 | 589.5   | 5.87  | 2 423.3 |
| 1970 | 628.2   | 5.95  | 2 416.2 |
| 1971 | 712.8   | 4.88  | 2 484.8 |
| 1972 | 805.2   | 4.50  | 2 608.5 |
| 1973 | 861.0   | 6.44  | 2 744.1 |
| 1974 | 908.4   | 7.83  | 2 729.3 |
| 1975 | 1 023.1 | 6.25  | 2 695.0 |
| 1976 | 1 163.6 | 5.50  | 2 826.7 |
| 1977 | 1 286.6 | 5.46  | 2 958.6 |
| 1978 | 1 388.9 | 7.46  | 3 115.2 |
| 1979 | 1 497.9 | 10.28 | 3 192.4 |
| 1980 | 1 631.4 | 11.77 | 3 187.1 |
| 1981 | 1 794.4 | 13.42 | 3 248.8 |
| 1982 | 1 954.9 | 11.02 | 3 166.0 |
| 1983 | 2 188.8 | 8.50  | 3 277.7 |
| 1984 | 2 371.7 | 8.80  | 3 492.0 |
| 1985 | 2 563.6 | 7.69  | 3 573.5 |

onde: M = estoque de moeda;

$r$  = taxa de juros;  
 $Y$  = produto agregado, PNB.

**EXEMPLO 14.15:** Dados obtidos em Greene (2000, table A7.2)

| Ano  | CS      | Y       |
|------|---------|---------|
| 1950 | 733.2   | 791.8   |
| 1951 | 748.7   | 819.0   |
| 1952 | 771.4   | 844.3   |
| 1953 | 802.5   | 880.0   |
| 1954 | 822.7   | 894.0   |
| 1955 | 873.8   | 944.5   |
| 1956 | 899.8   | 989.4   |
| 1957 | 919.7   | 1 012.1 |
| 1958 | 932.9   | 1 028.8 |
| 1959 | 979.4   | 1 067.2 |
| 1960 | 1 005.1 | 1 091.1 |
| 1961 | 1 025.2 | 1 123.2 |
| 1962 | 1 069.0 | 1 170.2 |
| 1963 | 1 108.4 | 1 207.3 |
| 1964 | 1 170.6 | 1 291.0 |
| 1965 | 1 236.4 | 1 365.7 |
| 1966 | 1 298.9 | 1 431.3 |
| 1967 | 1 337.7 | 1 493.2 |
| 1968 | 1 405.9 | 1 551.3 |
| 1969 | 1 456.7 | 1 599.8 |
| 1970 | 1 492.0 | 1 688.1 |
| 1971 | 1 538.8 | 1 728.4 |
| 1972 | 1 621.9 | 1 797.4 |
| 1973 | 1 689.6 | 1 916.3 |
| 1974 | 1 674.0 | 1 896.6 |
| 1975 | 1 711.9 | 1 931.7 |
| 1976 | 1 803.9 | 2 001.0 |
| 1977 | 1 883.8 | 2 066.6 |
| 1978 | 1 961.0 | 2 167.4 |
| 1979 | 2 004.4 | 2 216.2 |
| 1980 | 2 000.4 | 2 214.3 |
| 1981 | 2 024.2 | 2 248.6 |
| 1982 | 2 050.7 | 2 261.5 |
| 1983 | 2 145.9 | 2 334.6 |
| 1984 | 2 239.9 | 2 468.4 |
| 1985 | 2 312.6 | 2 509.0 |

onde: CS = consumo;  
 Y = renda.

**EXEMPLO 14.17:** Dados obtidos em Gujarati (2000, tabela 6.2)

| Ano  | IPIB (bilhões de dólares de 1972) | IPIB (milhões de dólares de 1972) | PNB (bilhões de dólares de 1972) | PNB (milhões de dólares de 1972) |
|------|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 1974 | 195.5                             | 195 500.00                        | 1 246.3                          | 1 246 300.00                     |
| 1975 | 154.8                             | 154 800.00                        | 1 231.6                          | 1 231 600.00                     |
| 1976 | 184.5                             | 184 500.00                        | 1 298.2                          | 1 298 200.00                     |
| 1977 | 214.2                             | 214 200.00                        | 1 369.7                          | 1 369 700.00                     |
| 1978 | 236.7                             | 236 700.00                        | 1 438.6                          | 1 438 600.00                     |
| 1979 | 236.3                             | 236 300.00                        | 1 479.4                          | 1 479 400.00                     |
| 1980 | 208.5                             | 208 500.00                        | 1 475.0                          | 1 475 000.00                     |
| 1981 | 230.9                             | 230 900.00                        | 1 512.2                          | 1 512 200.00                     |
| 1982 | 194.3                             | 194 300.00                        | 1 480.0                          | 1 480 000.00                     |
| 1983 | 221.0                             | 221 000.00                        | 1 534.7                          | 1 534 700.00                     |

onde: IPIB = Investimento Privado Interno Bruto, em dólares de 1972;  
PNB = Produto Nacional Bruto, em dólares de 1972.

## Capítulo 15

## PREDIÇÃO

Uma das principais utilidades de uma função de regressão amostral é a previsão. De acordo com o tipo de dado utilizado, temos os seguintes casos<sup>1</sup>:

- i) Dados do tipo *cross-section*: considerando um modelo relacionando a renda e o consumo familiar de uma determinada região, podemos utilizar o modelo estimado para prever o consumo de uma família que não tenha feito parte da amostra, utilizando o valor da renda desta família, que assume-se conhecido.
- ii) Dados de séries temporais: tratando de um modelo relacionando a renda agregada e o consumo agregado de um determinado país, com base em dados anuais, por exemplo, podemos prever o consumo agregado futuro deste país, assumindo que o valor da renda agregada é conhecido.

Dois pontos acima merecem destaque. Em ambas as situações, a previsão é efetuada condicional<sup>2</sup> ao conhecimento do valor dos regressores. É imprescindível que a hipótese de estabilidade da relação seja verdadeira, pois ao usarmos a função de regressão amostral estimada na previsão, estamos implicitamente assumindo que as condições vigentes, quando a amostra foi obtida, permanecem válidas.

É interessante notar a diferença entre previsão *ex post* e *ex ante*. No caso de previsões *ex post*, tanto os valores da variável dependente quanto das explicativas são conhecidos. Dessa forma, a qualidade de previsões *ex post* pode ser checada usando como base os valores já conhecidos da variável dependente. Na figura 15.1<sup>3</sup>, temos o caso em que as observações utilizadas para a estimação do modelo referem-se ao período que abrange de  $T_1$  a  $T_2$ . Considerando que estamos em  $T_3$ , podemos utilizar o modelo para gerar previsões para o período de  $T_2$  a  $T_3$  e avaliar a qualidade destas previsões. Como  $T_3$  é o momento presente, já dispomos da realização da variável dependente no período de  $T_2$  a  $T_3$ , configurando assim uma previsão *ex post*.

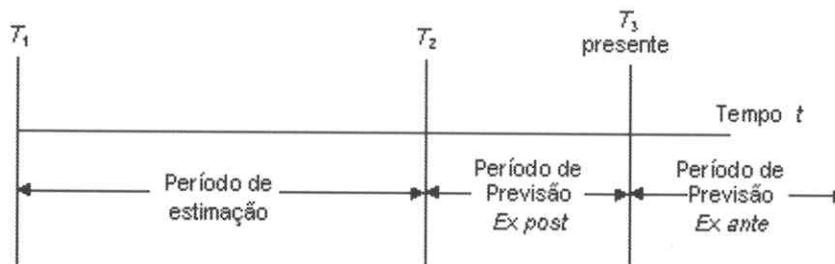


FIGURA 15.1: PERÍODOS DE ESTIMAÇÃO E DE PREVISÃO

Em previsões *ex ante*, os valores da variável dependente são previstos também a partir do modelo estimado, entretanto os valores das variáveis explicativas podem ou não ser conhecidos com exatidão. A figura anterior visa esclarecer um pouco mais a diferença entre as previsões *ex post* e *ex ante*.

Este capítulo segue a abordagem matricial. Em alguns casos, quando se mostrar necessária, a abordagem algébrica será também utilizada. Seja  $X_F$  o vetor de variáveis explicativas em um período futuro, definido por:

<sup>1</sup> Na verdade, deve-se considerar ainda outra possibilidade de disposição dos dados, os dados em painel. Estes consistem na combinação de observações *cross-section* com séries temporais.

<sup>2</sup> A predição incondicional refere-se ao caso em que as variáveis explicativas são conhecidas para todo o período da predição. A predição condicional refere-se ao caso em que as variáveis explicativas não são exatamente conhecidas e também devem ser previstas ou simuladas.

<sup>3</sup> Esta figura está inspirada em Pindyck & Rubinfeld (1998, p.385).

$$X_F' = [1 \quad X_{2F} \quad X_{3F} \quad \dots \quad X_{kF}] \quad \hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix}$$

Para gerar uma predição pontual, substituímos os valores de  $X_F$  na equação de regressão estimada, gerando:

$$\hat{Y}_F = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2F} + \hat{\beta}_3 X_{3F} + \dots + \hat{\beta}_k X_{kF} = X_F' \hat{\beta}$$

Sabe-se, pelo teorema de Gauss-Markov, que  $X_F' \hat{\beta}$  é o melhor estimador linear não viesado de  $X_F' \beta$ . Temos que  $E(\hat{Y}_F) = X_F' \beta$ , logo  $\hat{Y}_F$  é o preditor ótimo de  $E(Y_F)$ .

$$\text{Var}(X_F' \hat{\beta}) = X_F' \text{Var}(\hat{\beta}) X_F$$

Admitindo que o termo de perturbação se distribui normalmente, temos:

$$\frac{X_F' \hat{\beta} - X_F' \beta}{\sqrt{\text{Var}(X_F' \hat{\beta})}} \sim N(0,1)$$

Como  $\text{Var}(\hat{\beta})$  contém  $\sigma^2$  que, em geral, não é conhecido, substituímos por  $S^2$ , gerando a mudança para a distribuição  $t$ :

$$\frac{\hat{Y}_F - E(Y_F)}{S \sqrt{X_F' (X'X)^{-1} X_F}} \sim t(n-k)$$

Concluimos assim que um intervalo de confiança para  $E(Y_F)$  é dado por:

$$\hat{Y}_F \pm t_{(\alpha/2)} \cdot S \sqrt{X_F' (X'X)^{-1} X_F}$$

Podemos desejar obter um intervalo de confiança para  $Y_F$  em vez de  $E(Y_F)$ . A diferença surge em decorrência do erro de predição. Descreve-se abaixo a variância do erro de predição, que será utilizada quando da construção do intervalo de confiança para a previsão individual.

$$\hat{Y}_F = X_F' \hat{\beta}$$

$$Y_F = X_F' \beta + u_F$$

$$e_F = Y_F - \hat{Y}_F = X_F' \beta + u_F - X_F' \hat{\beta} = u_F + X_F' (\beta - \hat{\beta})$$

$$e_F^2 = u_F^2 + X_F' (\beta - \hat{\beta}) (\beta - \hat{\beta})' X_F + 2u_F X_F' (\beta - \hat{\beta}) X_F$$

Tomando os valores esperados, temos:

$$\begin{aligned} \text{Var}(e_F) &= \sigma^2 + X_F' \text{Var}(\hat{\beta}) X_F \\ &= \sigma^2 + \sigma^2 X_F' (X'X)^{-1} X_F \\ &= \sigma^2 [1 + X_F' (X'X)^{-1} X_F] \end{aligned}$$

Como  $\text{Var}(\hat{\beta})$  contém  $\sigma^2$  que, em geral, não é conhecido, substituímos por  $S^2$ , gerando a mudança para a distribuição  $t$ . Concluimos assim que um intervalo de confiança para  $Y_F$  é dado por:

$$\hat{Y}_F \pm t_{(\alpha/2)} \cdot S \sqrt{1 + X_F' (X'X)^{-1} X_F}$$

No caso de regressão simples, o intervalo de confiança para a previsão do valor médio  $E(Y_F)$ , dado  $X_F$ , é dado algebricamente por:

$$\hat{Y}_F \pm t_{(\alpha/2)} \cdot S \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X_F - \bar{X})^2}{\sum x_i^2}}$$

em que  $x_i$ , como de praxe, representa a variável  $X_i$  desviada de sua média, ou seja  $(X_i - \bar{X})$ .

Analogamente, o intervalo de confiança para  $Y_F$  é dado por:

$$\hat{Y}_F \pm t_{(\alpha/2)} \cdot S \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_F - \bar{X})^2}{\sum x_i^2}}$$

Como as expressões da variância da previsão de  $E(Y_F)$  e de  $Y_F$  são diretamente proporcionais a  $(X_F - \bar{X})^2$ , temos que a incerteza aumenta com o distanciamento do valor do regressor da sua média amostral. O leitor percebe facilmente que fatores como elevado número de observações amostrais ( $n$  “grande”), alta variabilidade do regressor (“baixo”  $\sum x_i^2$ ) e baixa variância da regressão ( $S$  “baixo”) contribuem para o estreitamento do intervalo de confiança. A figura a seguir apresenta os intervalos de confiança para  $Y$  médio e  $Y$  individual.

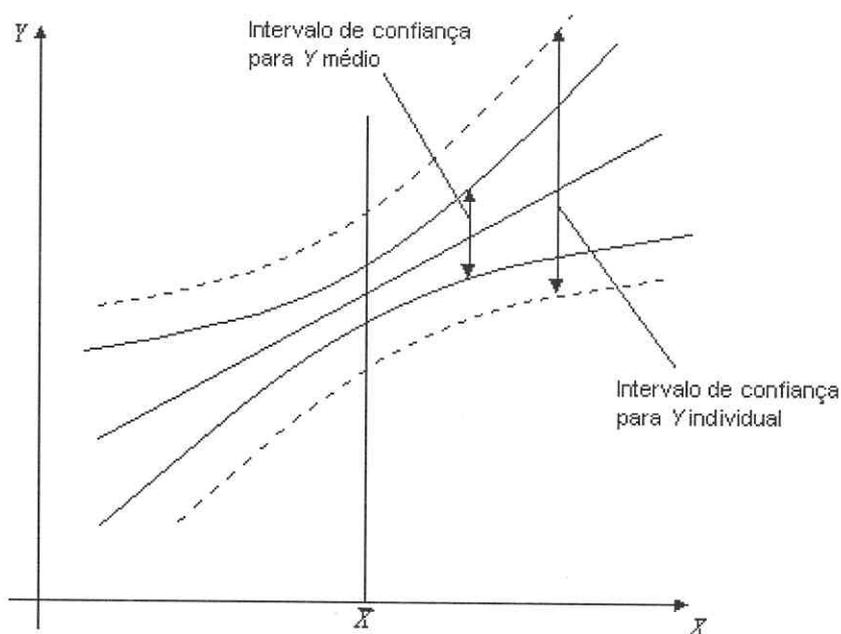


FIGURA 15.2: ILUSTRAÇÃO DO COMPORTAMENTO DOS INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA Y INDIVIDUAL E MÉDIO

Suponha que estejamos trabalhando com um *workfile* contendo as séries **Y**, **X2** e **X3**, além é claro de **C** e **Resid** no período 1970 - 2002. A seguir temos a descrição dos procedimentos a serem seguidos no EViews para gerar intervalos de confiança para a média e para a previsão individual. A equação de regressão hipotética que iremos trabalhar é:

$$Y_t = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2t} + \hat{\beta}_3 X_{3t} + e_t$$

Devemos primeiramente reduzir o *sample* para 1970 - 2001. O objetivo dessa redução é a comparação da previsão com o valor observado. Em seguida, deve-se abrir o grupo contendo a constante e as variáveis explicativas e em seguida convertê-lo na matriz **X**:

**smpl 1970 2001**

**group group01 c x2 x3**

**matrix x=@convert(group01)**

Cumprida esta etapa, construímos as matrizes  $X'X$ ,  $(X'X)^{-1}$ , convertemos a série **y** em um vetor **yi**, geramos o vetor de coeficientes estimados e o vetor de resíduos:

**matrix xlx=@transpose(x)\*x**

**matrix ixlx=@inverse(xlx)**

**vector yi=@convert(y)**

**vector beta=ixlx\*@transpose(x)\*yi**

**vector e = yi - x\*beta**

De posse do vetor de resíduos, podemos estimar  $\sigma^2$  através de  $S^2$  :

**vector s2=@sumsq(resid)/(@rows(x)-@columns(x))**

A etapa seguinte é criar o vetor **x0** contendo os valores da constante e das variáveis explicativas. Atribuindo valores para as variáveis explicativas (ao constante é valorada em 1), por exemplo:

**vector(3) x0**

**x0(1)=1**

**x0(2)=300**

**x0(3)=17**

Foi então criado um vetor coluna no EViews, denominado **x0** com a seguinte estrutura:

| X0 |               |
|----|---------------|
|    | C1            |
|    | Last updated: |
| R1 | 1.000000      |
| R2 | 300.0000      |
| R3 | 17.00000      |

FIGURA 15.3: VETOR X0

Este vetor **x0** será usado inicialmente para gerar **y0** (valor estimado da variável dependente):

**vector y0=@transpose(beta)\*x0**

Finalmente são gerados os valores do desvio padrão de  $E(Y_F)$  (denominado **ep\_eyf**) e de  $Y_F$  (denominado **ep\_yf**)

**vector ep\_eyf = (s2(1)\*(@transpose(x0)\*ixlx\*x0(1)))^0.5**

**vector ep\_yf = (s2(1)\*(1+(@transpose(x0)\*ixlx\*x0(1))))^0.5**

Intervalo de confiança para  $E(Y_F)$ : os comandos a seguir descrevem a criação de um vetor coluna com duas linhas denominado **intconf\_eyf**. Este vetor tem em sua primeira linha o valor do limite inferior do intervalo de confiança de  $E(Y_F)$  e na segunda linha o valor do limite superior do intervalo de confiança de  $E(Y_F)$ .

**vector(2) intconf\_eyf**

**intconf\_eyf(1) = y0(1) - @qtdist(.975,10)\*ep\_eyf(1)**

**intconf\_eyf(2) = y0(1) + @qtdist(.975,10)\*ep\_eyf(1)**

Intervalo de confiança para  $Y_F$ : os comandos a seguir descrevem a criação de um vetor coluna com duas linhas denominado **intconf\_yf**. Este vetor tem em sua primeira linha o valor do limite inferior do intervalo de confiança de  $Y_F$  e na segunda linha o valor do limite superior do intervalo de confiança de  $Y_F$ .

**vector(2) intconf\_yf**

**intconf\_yf(1) = y0(1) - @qtdist(.975,10)\*ep\_yf(1)**

**intconf\_yf(2) = y0(1) + @qtdist(.975,10)\*ep\_yf(1)**

O EViews gera o desvio padrão da previsão individual

$$Var(Y_F / X'_F) = S \sqrt{1 + X'_F (X'X)^{-1} X_F}$$

Para isto, basta clicar em **Forecast** na barra de ferramentas do *workfile* preencher o campo opcional **S.E. (optional)** na janela Forecast. Este campo aparece inicialmente em branco e se não for preenchido com algum título, o programa irá gerar apenas a série de valores estimados de  $Y$  (**YF**).

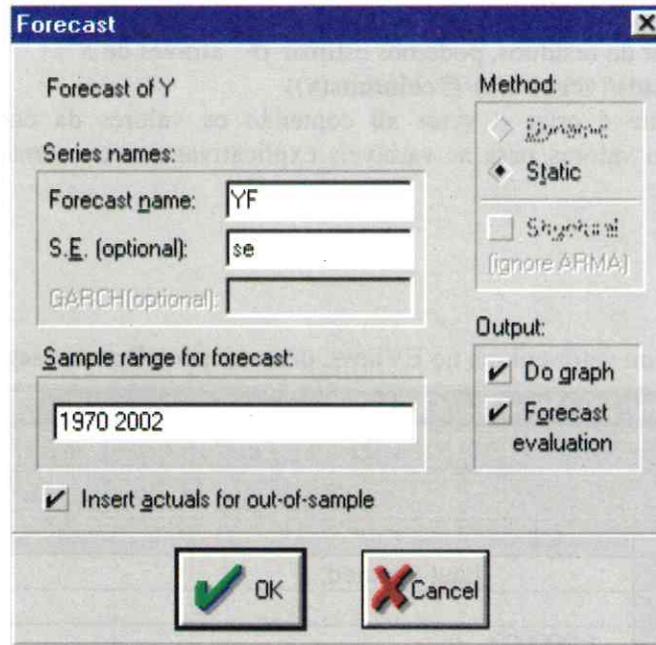


FIGURA 15.4: JANELA FORECAST

Ao clicar em OK na janela anterior, EViews irá exibir uma janela como a que segue:

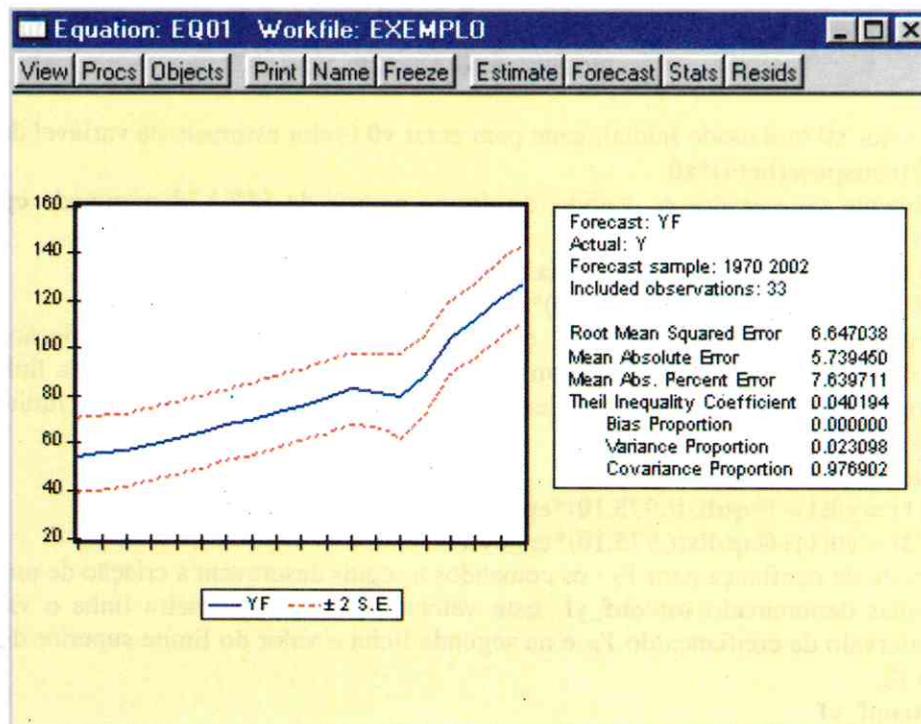


FIGURA 15.5: GRÁFICO DO INTERVALO DE CONFIANÇA DA PREVISÃO INDIVIDUAL E RELATÓRIO COM SÍNTESE DOS RESULTADOS DA PREVISÃO

Várias estatísticas podem ser usadas para medir a proximidade entre os valores previstos e os valores reais. A janela anterior contém além do gráfico de YF e dos limites do intervalo de confiança da previsão individual, algumas estatísticas úteis na análise de previsão. As estatísticas fornecidas pelo EViews são brevemente descritas a seguir:

**Root Mean Square Error** (Raiz do Erro Quadrático Médio):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} (\hat{Y}_t - Y_t)^2}$$

**Mean Absolute Error** (Erro Absoluto Médio):

$$MAE = \frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} |\hat{Y}_t - Y_t|$$

Essas duas estatísticas geram valores que dependem da escala na qual a variável dependente é mensurada. Devem, portanto, ser usadas como medidas relativas na comparação de previsão para uma mesma série com base em diferentes modelos. Quanto menor o valor da estatística, melhor é a previsão do modelo com base nestes critérios.

**Mean Absolute Percentage Error** (Erro Percentual Absoluto Médio):

$$MAPE = \frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} \left| \frac{\hat{Y}_t - Y_t}{Y_t} \right|$$

**Theil Inequality Coefficient** (Coeficiente de Desigualdade de Theil):

$$TIC = \frac{\sqrt{\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} (\hat{Y}_t - Y_t)^2}}{\sqrt{\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} \hat{Y}_t^2} + \sqrt{\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} Y_t^2}}$$

As duas estatísticas restantes não variam com a escala da variável dependente. O coeficiente de desigualdade de Theil está limitado ao intervalo  $[0,1]$ , em que 0 indica um perfeito ajustamento.

Podemos decompor o erro quadrático médio de forma muito útil. Com alguma álgebra, mostra-se que:

$$\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} (\hat{Y}_t - Y_t)^2 = \left( \overline{\hat{Y}} - \overline{Y} \right)^2 + (S_{\hat{Y}} - S_Y)^2 + 2(1-r)S_{\hat{Y}}S_Y$$

$$\text{logo } \frac{\left( \overline{\hat{Y}} - \overline{Y} \right)^2}{\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} (\hat{Y}_t - Y_t)^2} + \frac{(S_{\hat{Y}} - S_Y)^2}{\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} (\hat{Y}_t - Y_t)^2} + \frac{2(1-r)S_{\hat{Y}}S_Y}{\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} (\hat{Y}_t - Y_t)^2} = 1$$

onde  $\overline{\hat{Y}}$ ,  $\overline{Y}$ ,  $S_{\hat{Y}}$  e  $S_Y$  são as médias e os desvios padrões de  $\hat{Y}$  e  $Y$ , respectivamente e  $r$  é o coeficiente de correlação entre  $\hat{Y}$  e  $Y$ . As proporções são então definidas como:

**Bias Proportion** (Proporção do Viés): A proporção do viés nos informa o quão distante está a média da previsão da média real.

$$BP = \frac{\left( \overline{\hat{Y}} - \overline{Y} \right)^2}{\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} (\hat{Y}_t - Y_t)^2}$$

**Variance Proportion** (Proporção da Variância): A proporção da variância nos dá uma informação sobre a distância entre a variância da previsão e a variância real.

$$VP = \frac{(S_{\hat{Y}} - S_Y)^2}{\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} (\hat{Y}_t - Y_t)^2}$$

**Covariance Proportion** (Proporção da Covariância): A proporção da covariância mede os erros de previsão não sistemáticos restantes.

$$CP = \frac{2(1-r)S_{\hat{Y}}S_Y}{\frac{1}{h+1} \sum_{t=s}^{s+h} (\hat{Y}_t - Y_t)^2}$$

Como BP, VP e CP referem-se à proporções do Coeficiente de Desigualdade de Theil, temos que a soma de todas elas deve ser igual à unidade.

A proporção do viés (BP) é um indicador do erro sistemático. A proporção da variância (VP) indica a capacidade do modelo de repetir a variabilidade da variável de interesse. Em situações onde pelo menos uma dessas medidas seja elevada, superando, por exemplo, 0.2, temos indícios de que é necessário rever o modelo que está sendo usado para previsão. A proporção da covariância (CP) é uma medida do erro não sistemático, ou seja, refere-se ao erro resultante depois de serem levados em consideração os desvios dos valores médios.

Dessa forma, para qualquer valor de TIC maior que zero, a distribuição ideal dessa desigualdade seria BP=VP=0 e CP=1. Entretanto, se a previsão é boa, a proporção do viés (**bias proportion**) e a proporção da variância (**variance proportion**) devem ser pequenas, de modo que a proporção da covariância (**covariance proportion**) deve ser responsável pela grande parte da explicação do Coeficiente de Desigualdade de Theil.

---

# PARTE 04

---

*O método de estimação de mínimos quadrados é amplamente utilizado em estatística e em econometria. Quando são feitas suposições sobre o método, tais como especificação correta do modelo, ausência de multicolinearidade perfeita, homoscedasticidade, ausência de autocorrelação, entre outras, o método passa a ser designado de Mínimos Quadrados Ordinários, visto que sua dedução baseia-se no conjunto de pressupostos mais simples sobre o modelo. Entretanto, como podemos estar certos de que tais pressupostos são válidos para um conjunto específico de dados?*

*Na terceira parte deste manual foram abordados os aspectos relacionados com especificação e testes de diagnósticos. Nesta quarta parte serão analisadas as violações de algumas hipóteses do modelo clássico de regressão linear, a saber: Multicolinearidade, Heteroscedasticidade e Autocorrelação. É ainda separado um capítulo para uma pequena revisão do método dos Mínimos Quadrados Generalizados.*

*Cada nova ferramenta apresentada será, sempre que necessário, ilustrada por um exemplo conveniente. Algumas passagens serão cuidadosamente construídas no EViews, muito embora o programa disponibilize ferramentas que propiciam o resultado de forma automática para um conjunto delas.*

## MULTICOLINEARIDADE

Entre as hipóteses subjacentes ao método dos mínimos quadrados ordinários no Modelo Clássico de Regressão Linear está a de que não existe multicolinearidade perfeita. Ou seja, não há relação linear perfeita entre as variáveis explicativas.

Considerando o modelo geral de regressão múltipla

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i$$

onde  $i = 1, 2, \dots, n$  e  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$

ou, na forma matricial

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e}$$

duas variáveis independentes são perfeitamente colineares se uma puder ser expressa como uma combinação linear da outra variável. Por exemplo, há perfeita colinearidade entre  $X_1$  e  $X_2$  se  $X_1 = \alpha X_2$ . Multicolinearidade alta, mas imperfeita, refere-se ao caso em que duas ou mais variáveis independentes no modelo de regressão são altamente correlacionadas.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \frac{1}{|\mathbf{X}'\mathbf{X}|} \cdot \text{Adj}(\mathbf{X}'\mathbf{X})$$

No caso de multicolinearidade perfeita, ex.:  $X_2 = \alpha X_3$ , temos a seguinte situação:

$|\mathbf{X}'\mathbf{X}| = 0$ , logo é impossível estimarmos simultaneamente todos os coeficientes de uma regressão que apresente multicolinearidade perfeita.

No caso de multicolinearidade imperfeita, ex.:  $X_2 = \alpha X_3 + v$ , temos o seguinte:

$|\mathbf{X}'\mathbf{X}| \rightarrow 0$ , ou seja, o determinante tende a um valor muito baixo, "próximo" de zero.

O EViews não pode gerar a estimação dos coeficientes da regressão quando o modelo especificado contém duas ou mais variáveis perfeitamente colineares ou ainda um nível alto de colinearidade. Nesses casos será mostrada a seguinte mensagem:

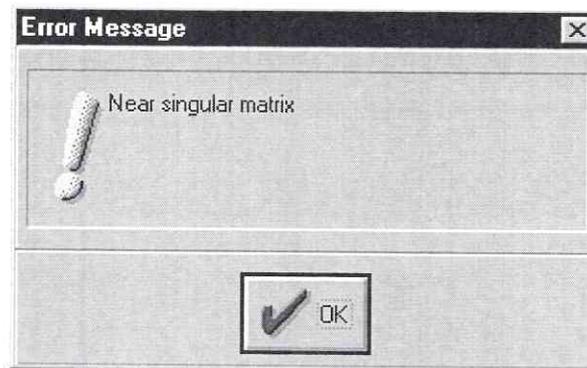


FIGURA 16.1: MENSAGEM DE ERRO ALERTANDO QUE O PROGRAMA NÃO PODE INVERTER A MATRIZ  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$

No caso de multicolinearidade perfeita os coeficientes da regressão permanecem indeterminados e seus desvios-padrões são infinitos. Deve-se notar, entretanto, que a situação de multicolinearidade perfeita é um caso extremo e raramente observado.

A multicolinearidade alta mas imperfeita é normalmente acompanhada de variância elevada e conseqüentemente de desvios padrões elevados<sup>1</sup>, acarretando baixas estatísticas-t. Como a matriz de variância e covariância de  $\hat{\beta}$  é dada por  $MVC(\hat{\beta}) = \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ , então se  $|\mathbf{X}'\mathbf{X}| \rightarrow 0$ , a matriz  $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$  tenderá a ser uma matriz com valores elevados, pois  $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \frac{1}{|\mathbf{X}'\mathbf{X}|} \cdot Adj(\mathbf{X}'\mathbf{X})$ . Nesse

caso pode ocorrer que nenhum dos coeficientes seja individualmente estatisticamente significativo, mas a regressão apresente um  $R^2$  elevado e com base no teste F verificarmos que os coeficientes não são conjuntamente iguais a zero.

Teste F

$$\begin{cases} H_0: R^2 = 0 \\ H_1: R^2 > 0 \end{cases} \quad \text{ou alternativamente} \quad \begin{cases} H_0: \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_k = 0 \\ H_1: \text{Pelo menos um dos } \beta\text{'s} \neq 0 \end{cases}$$

Quando realizamos o teste acima na presença de multicolinearidade alta, mas imperfeita, rejeita-se  $H_0$ , pois o problema não interfere no  $R^2$ . Dessa forma, pode ocorrer que no modelo

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i$$

concluirmos com base no teste t que os coeficientes  $\beta_2$  e  $\beta_3$  são individualmente iguais a zero e por outro lado, com base no teste de significância global (teste F), concluirmos que o  $R^2$  é estatisticamente significativo.

Continuando com o modelo anterior, temos que

$$\hat{V}(\hat{\beta}_2) = \frac{\hat{\sigma}^2}{(1-r_{23}^2)\sum x_{2i}^2} = \frac{\sum e_i^2}{(1-r_{23}^2)(n-3)\sum x_{2i}^2}$$

pois  $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum e_i^2}{(n-3)}$ , onde  $e_i$  representa o i-ésimo termo de resíduo da regressão calculada. O termo  $r_{23}$  refere-se ao coeficiente de correlação simples entre  $X_2$  e  $X_3$ .

Concluimos portanto que  $\hat{V}(\hat{\beta}_2)$  pode aumentar na ocorrência individual ou simultânea dos seguintes fatores:

- 1) Multicolinearidade:  $r_{23}^2 \rightarrow 1$
- 2) Micronumerosidade: O número de observações é pequeno em relação ao número de parâmetros a serem estimados.
- 3) Baixa variabilidade de  $X_2$ :  $\sum x_{2i}^2$  é um valor pequeno.

Para testar a hipótese nula de que  $\beta_2$  é igual a zero, fazemos  $t_{\beta_2} = \frac{\hat{\beta}_2}{\sqrt{\hat{V}(\hat{\beta}_2)}}$ . Assim, temos

que, quando  $\hat{V}(\hat{\beta}_2)$  aumenta, torna-se mais fácil não rejeitar  $H_0$ .

A importante conclusão que deve ser tirada é que a presença de multicolinearidade pode ou não inflar  $\hat{V}(\hat{\beta}_2)$ , dependendo do efeito compensador dos outros termos:  $n$ ,  $\sum x_{2i}^2$  e  $\sum e_i^2$ . Isto indica que  $r_{23}$  pode ou não causar o problema da multicolinearidade.

O problema da multicolinearidade surge quando a inclusão de um novo regressor desestabiliza a estimação de outro com o qual é correlacionado. Tal desestabilização pode se dar pela:

- 1) Diminuição da significância do regressor;
- 2) Mudança do sinal da estimativa, contrariando a expectativa teórica.

Vale notar que, quando falamos de multicolinearidade, estamos nos referindo apenas à relação linear entre os regressores, que pode ser:

i) Perfeita ou determinística. Formalmente:

$$\lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2 + \lambda_3 X_3 + \dots + \lambda_k X_k = 0$$

<sup>1</sup> Note que, como os desvios padrões das estimativas dos coeficientes são inflados, os intervalos de confiança tornam-se muito amplos.

onde  $X_1$  refere-se ao vetor de uns (intercepto).

Dizemos então que há multicolinearidade perfeita quando pelo menos um dos  $\lambda_{i,s} \neq 0$ .

ii) Imperfeita ou estocástica. Formalmente:

$$X_{2i} = \alpha_1 + \alpha_2 X_{3i} + \alpha_3 X_{4i} + e_i$$

Como geralmente existe algum grau de associação linear entre as variáveis explicativas, a análise de multicolinearidade resume-se ao grau e não à existência. É rara a presença de multicolinearidade perfeita, e mais rara ainda é a ausência total de multicolinearidade, caso onde os regressores são ortogonais (ver desenvolvimento sobre ortogonalidade no apêndice deste capítulo).

Hayashi (2000) expõe a seguinte situação de multicolinearidade perfeita: Considerando o modelo

$$\ln(W_i) = \beta_1 + \beta_2 S_i + \beta_3 T_i + \beta_4 E_i + u_i$$

onde:  $W$  = taxa de salário do indivíduo  $i$ ;

$S$  = anos de estudo;

$T$  = tempo no emprego atual;

$E$  = experiência de trabalho, medida em anos.

Note que há a possibilidade de ocorrência de um fato curioso neste modelo: se nenhum indivíduo da amostra tiver mudado de emprego, ou seja, se a amostra for composta por indivíduos no primeiro emprego, teremos  $T = E$  para todo  $i$ , logo haverá multicolinearidade perfeita. Neste caso, não haverá como distinguir entre o efeito da experiência e do tempo no emprego atual. O modelo então torna-se

$$\ln(W_i) = \beta_1 + \beta_2 S_i + (\beta_3 + \beta_4) E_i + u_i$$

o que evidencia o fato de que apenas a soma  $(\beta_3 + \beta_4)$  pode ser estimada, e não  $\beta_3$  e  $\beta_4$  individualmente.

Se houver multicolinearidade perfeita, o posto da matriz  $\mathbf{X}$  é menor que  $k$ . Como consequência disso, o estimador de mínimos quadrados de  $\beta$  não é identificado, uma vez que

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X})\hat{\beta} = \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

não poderá ser resolvido unicamente para  $\hat{\beta}$  (na verdade, haverão infinitas soluções para o sistema anterior, mas nenhuma apresenta as propriedades desejadas dos estimador de MQO). O fato de  $\beta$  não poder ser estimado não significa necessariamente que tudo está perdido. É ainda possível obter o melhor estimador linear não viesado para algumas combinações lineares dos parâmetros. Dessa forma, comprovamos que, dependendo dos propósitos do pesquisador, mesmo a mais severa forma de multicolinearidade pode não ser desastrosa. Todavia, se for desejado o estimador de cada parâmetro de  $\beta$ , então a multicolinearidade perfeita torna este objetivo impossível.

## 16.1 FORMAS DE DETECTAR A MULTICOLINEARIDADE

O processo de detecção da multicolinearidade envolve três etapas, a saber:

i) Determinar se há ou não multicolinearidade;

ii) Se houver, determinar o grau;

iii) Finalmente, determinar a natureza da multicolinearidade detectada.

A seguir são descritos vários testes indicados para detectar multicolinearidade.

- 1) O sinal e/ou a magnitude dos coeficientes estimados não são consistentes com a teoria econômica;
- 2) Alto  $R^2$  porém muitas razões  $t$  não significativas;
- 3) Exame das correlações simples entre as variáveis explicativas (um coeficiente de correlação simples elevado entre as variáveis dependentes do modelo é um sinal de multicolinearidade);
  - i. Criar um grupo com todas as variáveis dependentes do modelo a ser analisado (uma forma alternativa de se criar um grupo é selecionando **Procs / Make regressor group** na barra de ferramentas da equação);

- ii. **View / Correlations** na barra de ferramentas do grupo criado para analisar o coeficiente de correlação simples entre todas as variáveis do grupo sob a forma de uma matriz de correlação;

| Correlation Matrix |          |          |  |
|--------------------|----------|----------|--|
|                    | X2       | X3       |  |
| X2                 | 1.000000 | 0.931681 |  |
| X3                 | 0.931681 | 1.000000 |  |

FIGURA 16.2: MATRIZ DE CORRELAÇÃO DAS SÉRIES X2 E X3

- iii. Testar a significância do coeficiente de correlação entre as variáveis (ver seção 11.5). Em geral, uma correlação superior a 0.8 é considerada alta.

Um ponto importante a ser notado é que, no caso de apenas duas variáveis explicativas, o coeficiente de correlação simples é de grande utilidade. Entretanto, caso o modelo apresente mais de duas variáveis explicativas, surge a possibilidade de que uma variável seja combinação linear aproximada não apenas de uma das outras variáveis explicativas, mas sim de um conjunto (ou até de todas as outras). Nesse tipo de situação, o coeficiente de correlação simples não tem utilidade.

- 4) Determinante de  $X^*X^*$ : considere a padronização de  $X_2$  abaixo:

$$X_{2i}^p = \frac{X_{2i} - \bar{X}_2}{ep(X_2)}$$

Se transformarmos as variáveis explicativas de tal modo que

$$X_{2i}^* = \frac{X_{2i} - \bar{X}_2}{\sqrt{n-1} ep(X_2)}, \text{ onde } ep(X_2) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{2i} - \bar{X}_2)^2}{n-1}}$$

ou seja,  $X_{2i}^* = \frac{X_{2i}^p}{\sqrt{n-1}}$ . Temos assim:

$$X^* = \begin{bmatrix} X_{21}^* & X_{31}^* \\ X_{22}^* & X_{32}^* \\ \vdots & \vdots \\ X_{2n}^* & X_{3n}^* \end{bmatrix}$$

Dessa forma,  $X^*X^*$  será a matriz de correlação amostral das variáveis explicativas.

$$X^*X^* = \begin{bmatrix} X_{21}^* & X_{22}^* & \dots & X_{2n}^* \\ X_{31}^* & X_{32}^* & \dots & X_{3n}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n X_{2i}^{*2} & \sum_{i=1}^n X_{2i}^* X_{3i}^* \\ \sum_{i=1}^n X_{3i}^* X_{2i}^* & \sum_{i=1}^n X_{3i}^{*2} \end{bmatrix}$$

$$\sum_{i=1}^n X_{2i}^{*2} = \frac{1}{[\sqrt{n-1} ep(X_2)]^2} \sum_{i=1}^n (X_{2i} - \bar{X}_2)^2 = \frac{1}{(n-1) \frac{\sum_{i=1}^n (X_{2i} - \bar{X}_2)^2}{n-1}} \sum_{i=1}^n (X_{2i} - \bar{X}_2)^2 = 1$$

o que era de se esperar, visto que  $Cor(X_2, X_2) = 1$ . Pelo mesmo motivo,

$$\sum_{i=1}^n X_{3i}^{*2} = 1$$

Temos ainda que

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n X_{2i}^* X_{3i}^* &= \sum_{i=1}^n \left( \frac{X_{2i} - \bar{X}_2}{\sqrt{n-1} \text{ep}(X_2)} \right) \left( \frac{X_{3i} - \bar{X}_3}{\sqrt{n-1} \text{ep}(X_3)} \right) \\ &= \frac{1}{(n-1) \text{ep}(X_2) \text{ep}(X_3)} \sum_{i=1}^n x_{2i} x_{3i} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n x_{2i} x_{3i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_{2i}^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n x_{3i}^2}} = \text{Cor}(X_2, X_3) = \sum_{i=1}^n X_{3i}^* X_{2i}^* \end{aligned}$$

Para o nosso exemplo ilustrativo de duas variáveis explicativas  $X_2$  e  $X_3$ , temos:

$$\mathbf{X}^* \mathbf{X}^* = \begin{bmatrix} 1 & \text{Cor}(X_2, X_3) \\ \text{Cor}(X_3, X_2) & 1 \end{bmatrix}$$

É importante notar que, para qualquer número de variáveis explicativas,  $\det(\mathbf{X}^* \mathbf{X}^*) \in [0,1]$ . Se  $\det(\mathbf{X}^* \mathbf{X}^*) = 0$ , temos pelo menos uma relação linear perfeita entre as variáveis explicativas (multicolinearidade perfeita). Se  $\det(\mathbf{X}^* \mathbf{X}^*) = 1$ , então as colunas de  $\mathbf{X}$  são ortogonais. Feitos estes esclarecimentos, nota-se que a posição do valor de  $\det(\mathbf{X}^* \mathbf{X}^*)$  no intervalo  $[0,1]$  proporciona uma forma de testar a presença de multicolinearidade, e quanto mais próximo de zero for  $\det(\mathbf{X}^* \mathbf{X}^*)$ , mais severa é a multicolinearidade.

5) Fator Inflação da Variância (FIV): Se as variáveis explicativas são transformadas como em (4), de tal modo que  $\mathbf{X}^* \mathbf{X}^*$  seja a matriz de correlação dos regressores, então os fatores de inflação da variância são os elementos da diagonal de  $(\mathbf{X}^* \mathbf{X}^*)^{-1}$ .

Se alguma variável explicativa for ortogonal às demais, seu FIV será unitário (Por quê?). Um valor para FIV superior a 1 indica a presença de algum grau de associação linear entre a variável explicativa em questão e as demais incluídas no modelo.

Visto de forma simplificada, o Fator Inflação da Variância (FIV) mostra como a variância de um estimador aumenta na presença de multicolinearidade.

$$FIV(\hat{\beta}_i) = \frac{1}{1 - R_i^2}$$

onde  $R_i^2$  é o quadrado do coeficiente de correlação múltipla entre  $X_i$  e as outras variáveis explicativas do modelo.

À medida que  $R_i^2$  se aproxima de 1, ou seja, o grau de colinearidade aumenta, o FIV tende para o infinito, ou seja, a variância do estimador aumenta indefinidamente à medida que  $R_i^2$  se aproxima de 1. Se não houver colinearidade entre as variáveis explicativas, o FIV será 1.

1. Para calcular o FIV para a variável  $X_1$ , entre com o seguinte comando na janela de comandos:

**LS X1 C X2 X3** e salve como **EQ02**.

2. Digitar na janela de comandos a seguinte instrução:

**vector FIVX1=1/(1-Eq02.@R2)** e tecla **ENTER**.

A linha de *status* (parte inferior esquerda da tela principal) irá mostrar a seguinte mensagem: **"FIVX1 successfully created"**. Uma nova variável de nome **FIVX1** irá constar no workfile, bastando apenas um duplo clique para visualizá-la.

6) Calcular regressões auxiliares, ex.:  $X_{2i} = \beta_1 + \beta_2 X_{3i} + v_i$

7) Número de condição: Para obter o número de condição<sup>2</sup>, devemos criar primeiramente a matriz **X** de variáveis explicativas. Suponha que estejamos trabalhando com a regressão

$$Y_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1t} + \hat{\beta}_2 X_{2t} + \hat{\beta}_3 X_{3t} + e_t$$

Como a regressão contém intercepto, devemos gerar uma série contendo o número 1 em todas as observações. Esta série será chamada **CO** e é dada por:

**genr CO = 1**

Em seguida deve-se gerar um grupo contendo **CO**, **X1**, **X2** e **X3** e nomear como **GROUP01**. Para isso digita-se a seguinte instrução na janela de comandos:

**group GRUPO01 CO X1 X2 X3**

Em seguida, convertamos o grupo em matriz em matriz:

**matrix X = @convert(group01)**

Deve-se agora gerar a matriz **XLX** ( $=X'X$ ):

**matrix XLX = @transpose(X)\*X**

Um importante fato a ser lembrado é que o EViews só gera autovalores associados a matrizes simétricas<sup>3</sup>, de tal forma que teremos que converter a matriz **XLX** em um objeto reconhecido pelo EViews como uma matriz simétrica:

**sym XLXS = XLX**

O comando a seguir gera um vetor nomeado **autovalxlx** que conterà os autovalores associados à matriz **XLX**:

**vector autovalxlx = @eigenvalues(xlxs)**

Finalmente, o vetor **nc** gerado como na instrução abaixo, irá conter o número de condição:

**vector nc = ((@max(autovalxlx))/(@min(autovalxlx)))^0.5**

Pela construção anterior, **nc** é dado por:

$$nc = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}}$$

onde  $\lambda_{\max}$  refere-se ao maior autovalor de  $X'X$  e  $\lambda_{\min}$  refere-se ao menor autovalor de  $X'X$ .

Ou seja, o número de condição é dado pela raiz quadrada da razão entre o maior e o menor autovalor da matriz  $X'X$ .

É interessante notar o componente intuitivo deste detector de multicolinearidade. Uma propriedade dos autovalores de uma matriz é que o produto dos autovalores de uma matriz é igual ao determinante desta matriz. Evidentemente, se o determinante for zero, caso onde há perfeita colinearidade, pelo menos um dos autovalores é zero. Entretanto o caso de colinearidade perfeita é quase tão raro quanto o caso de variáveis explicativas ortogonais.

Conclui-se, pois que, à medida que a colinearidade aumenta, chegando próxima da perfeita, pelo menos um dos autovalores tende a assumir um valor muito pequeno, garantindo a propriedade citada dos autovalores. O resultado é uma alta razão entre o maior e o menor autovalor associados à **XLX**. Os intervalos de decisão do **nc** são dados a seguir:

- nc** < 10, ausência de multicolinearidade;
- nc** ∈ [10,30], multicolinearidade moderada;
- nc** > 30, multicolinearidade elevada.

<sup>2</sup> O Eviews informa um número de condição diferente para cada tipo de norma especificada (este processo está discutido em detalhes no capítulo 9, seção 9.3). Os procedimentos descritos nesta seção tratam da obtenção do número de condição com base nos autovalores de  $X'X$ . É importante compreender o componente intuitivo deste teste. Sabemos que o produto dos autovalores de  $X'X$  é igual ao determinante de  $X'X$ . Assim, se  $X'X$  é singular, pelo menos um de seus autovalores é nulo. Se  $X'X$  tem determinante aproximadamente nulo, ou seja, é próxima da singularidade, pelo menos um dos autovalores tenderá a assumir valor baixo, de modo que a razão entre o maior e o menor autovalor de  $X'X$  deve ser elevada.

<sup>3</sup> Como vimos na parte 02, os autovalores associados a matrizes simétricas são sempre reais.

## 16.2 FORMAS DE CORRIGIR A MULTICOLINEARIDADE

- 1) Exclusão de variáveis: este procedimento pode conduzir a um viés ou erro de especificação. Neste caso basta clicar em **Estimate** e reespecificar a equação de regressão.
- 2) Uso de informações a priori: refere-se à utilização de uma informação já gerada, ou seja, de um parâmetro calculado em um estudo semelhante. Para tanto, considere que no modelo

$$Y_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1t} + \hat{\beta}_2 X_{2t} + \hat{\beta}_3 X_{3t} + u_t$$

o pesquisador decidiu usar  $\hat{\beta}_3 = 0.65$ , retirado de um estudo com as mesmas características. O modelo passa então a ser:

$$Y_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1t} + \hat{\beta}_2 X_{2t} + 0.65 X_{3t} + u_t$$

$$Y_t - 0.65 X_{3t} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1t} + \hat{\beta}_2 X_{2t} + u_t$$

Desta forma,  $Y_t - 0.65 X_{3t}$  passa a ser a nova variável dependente. Precisamos, portanto, gerar esta série **Y** modificada, dada por:

**genr Ymodif = Y-0.65\*X3**

**equation eq01.ls Ymodif c x1 x2**

A equação **eq01** informará os parâmetros  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\beta}_1$  e  $\hat{\beta}_2$  que devem ser substituídos no modelo original, juntamente com  $\hat{\beta}_3 = 0.65$ .

- 3) Transformação de variáveis: segue abaixo alguns exemplos de transformações de variáveis no EViews:

QUADRO 16.1: EXEMPLOS DE TRANSFORMAÇÕES DE VARIÁVEIS NO EVIEWS

| Nome da função                                | Descrição  | Especificação no EViews |
|---|--|-------------------------|
| Combinação Linear                             | $Y_t = \beta_0 + \beta_1(X_t + Z_t)$             | Y C X+Z                 |
| Primeira diferença                            | $Y_t = \beta_0 + \beta_1(X_t - X_{t-1})$         | Y C D(X)                |
| Primeira Diferença do Logaritmo               | $Y_t = \beta_0 + \beta_1(\ln X_t - \ln X_{t-1})$ | Y C DLOG(X)             |
| Mudança percentual de um período (em decimal) | $Y_t = \beta_0 + \beta_1[(X_t - X_{t-1})/X_t]$   | Y C PCH(X)              |

- 4) Aumentar o tamanho da amostra: Uma possível causa da multicolinearidade pode ser informação amostral inadequada. Nesse sentido, uma solução óbvia passa a ser a obtenção de mais (e melhores) informações. Evidentemente que na prática esta opção apresenta grandes dificuldades ou é até mesmo impossível de servir como alternativa;

- 5) Regressão de Ridge: Apesar de uma das melhores soluções para o problema da multicolinearidade ser a introdução de informações adicionais (amostrais ou não amostrais), em geral esta solução é pouco factível. Conseqüentemente, uma certa atenção tem sido voltada para o uso de estimadores viesados de  $\beta$ , na esperança de que suas variâncias menores compensem o viés. O estimador de Ridge é dado por:

$$\mathbf{b}(k) = (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

$$E[\mathbf{b}(k)] = (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{X}\beta$$

$$Cov[\mathbf{b}(k)] = \sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1}$$

É fácil comprovar que o estimador de Ridge  $\mathbf{b}(k)$  é viesado, a menos que  $k = 0$ , mas o estimador de Ridge apresenta matriz de variância e covariância menor que a do estimador de mínimos quadrados, uma vez que  $Cov(\hat{\boldsymbol{\beta}}) - Cov[\mathbf{b}(k)]$  é positiva semidefinida para  $k > 0$ .

EViews não dispõe de função relacionada ao estimador de Ridge, entretanto o leitor é convidado a operacionalizar este estimador. Para este propósito, a parte 02 deste manual é suficiente. O leitor interessado em informações mais detalhadas pode consultar as obras de referência, notadamente Judge et al (1985) e (1988).

6) Componentes principais: Regressão de componentes principais consiste basicamente em um método de estimação baseado na redução da dimensão do problema. Seja o modelo

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Seja  $\mathbf{P}$  a matriz cujas colunas são os autovetores de  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  ordenados de acordo com os autovalores correspondentes de ordem crescente.  $\mathbf{P}$  assim definida é ortogonal ( $\mathbf{P}' = \mathbf{P}^{-1}$ ). Considere agora a transformação:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{XPP}'\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{XP}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Z}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

onde  $\mathbf{Z} = \mathbf{XP}$  e  $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{P}'\boldsymbol{\beta}$ .

A matriz  $\mathbf{Z}$  definida acima é conhecida como matriz de componentes principais e  $\mathbf{Z}_i'\mathbf{Z}_i = \lambda_i$ , onde  $\lambda_i$  é o  $i$ -ésimo maior autovalor associado a  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ .

O estimador de componentes principais de  $\boldsymbol{\beta}$  é obtido pela exclusão de uma ou mais variáveis  $\mathbf{Z}_i$ , seguido da aplicação de mínimos quadrados ordinários ao modelo restante e da transformação de volta ao espaço paramétrico original.

EViews não dispõe de função relacionada a componentes principais, entretanto o leitor é convidado a operacionalizar este estimador. Para este propósito, a parte 02 deste manual é suficiente. O leitor interessado em informações mais detalhadas pode consultar as obras de referência, notadamente Judge et al (1985) e (1988) e Castelar e Mymbaev (2001).

**APÊNDICE 1 (Variáveis explicativas ortogonais)**

Suponha que no modelo  $Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + \dots + \hat{\beta}_k X_{ki} + u_i$ , as colunas da matriz  $X$  são todas não correlacionadas, ou seja, são ortogonais.

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \dots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix}$$

Se  $X_0$  a  $X_k$  (em que  $X_0$  é o vetor de uns) são mutuamente ortogonais, temos que o produto interno euclidiano entre eles é zero<sup>1</sup>. Assim a matriz  $X'X$  é diagonal:

$$X'X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{k1} & X_{k2} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \dots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix}$$

$$X'X = \begin{bmatrix} n & \langle 1, X_1 \rangle & \langle 1, X_2 \rangle & \dots & \langle 1, X_k \rangle \\ \langle X_1, 1 \rangle & \langle X_1, X_1 \rangle & \langle X_1, X_2 \rangle & \dots & \langle X_1, X_k \rangle \\ \langle X_2, 1 \rangle & \langle X_2, X_1 \rangle & \langle X_2, X_2 \rangle & \dots & \langle X_2, X_k \rangle \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle X_k, 1 \rangle & \langle X_k, X_1 \rangle & \langle X_k, X_2 \rangle & \dots & \langle X_k, X_k \rangle \end{bmatrix}$$

representando  $\langle X_i, X_j \rangle = X_{i1} \cdot X_{j1} + X_{i2} \cdot X_{j2} + \dots + X_{in} \cdot X_{jn}$  como produto interno euclidiano entre  $X_i$  e  $X_j$ . Temos, portanto que:

$$X'X = \begin{bmatrix} n & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \langle X_1, X_1 \rangle & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \langle X_2, X_2 \rangle & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \langle X_k, X_k \rangle \end{bmatrix}$$

Logo,  $\langle X_i, X_i \rangle$  é a soma dos quadrados dos elementos de  $X_i$ , portanto a matriz  $X'X$  no caso de variáveis explicativas ortogonais é diagonal, contendo na sua diagonal principal a soma dos quadrados dos elementos de cada variável explicativa, além do tamanho da amostra  $n$ .

Para obter  $\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y$ , considere o exemplo a seguir:

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\langle X_1, X_1 \rangle} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\langle X_2, X_2 \rangle} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\langle X_k, X_k \rangle} \end{bmatrix}$$

<sup>1</sup> Para que isto seja verdade, é necessário que a soma dos elementos de cada coluna  $i$  seja zero, pois esta soma é exatamente igual ao produto interno  $\langle X_0, X_i \rangle$ .

Isto dá porque, se  $X'X$  é diagonal,  $(X'X)^{-1}$  também o é.

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\langle X_1, X_1 \rangle} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\langle X_2, X_2 \rangle} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\langle X_k, X_k \rangle} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{k1} & X_{k2} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\langle X_1, X_1 \rangle} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\langle X_2, X_2 \rangle} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\langle X_k, X_k \rangle} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum Y_i \\ \sum X_{1i}Y_i \\ \sum X_{2i}Y_i \\ \vdots \\ \sum X_{ki}Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sum Y_i}{n} \\ \frac{\sum X_{1i}Y_i}{\langle X_1, X_1 \rangle} \\ \frac{\sum X_{2i}Y_i}{\langle X_2, X_2 \rangle} \\ \vdots \\ \frac{\sum X_{ki}Y_i}{\langle X_k, X_k \rangle} \end{bmatrix}$$

$$\text{logo, } \hat{\beta} = \begin{bmatrix} \frac{\sum Y_i}{n} \\ \frac{\sum X_{1i}Y_i}{\langle X_1, X_1 \rangle} \\ \frac{\sum X_{2i}Y_i}{\langle X_2, X_2 \rangle} \\ \vdots \\ \frac{\sum X_{ki}Y_i}{\langle X_k, X_k \rangle} \end{bmatrix}$$

Pela construção de  $\hat{\beta}$ , percebemos que o valor estimado de cada parâmetro, devido à forma de  $X'X$ , só depende da variável relativa ao parâmetro e do vetor de variáveis dependentes. Assim sendo, a estimação de um novo parâmetro pode ser feita independentemente dos demais. Evidentemente, haverá alteração no desvio padrão e conseqüentemente na estatística t de cada parâmetro.

Para checarmos as afirmações anteriores no Eviews, considere os dados experimentais apresentados na tabela A1.1.

TABELA A1.1: EXEMPLO DE VARIÁVEIS EXPLICATIVAS ORTOGONAIS

| Y    |     | CO | X1 | X2 | X3  |
|------|-----|----|----|----|-----|
| 0.00 |     | 1  | -7 | -7 | 7   |
| 0.06 |     | 1  | -5 | 5  | -13 |
| 0.18 |     | 1  | -3 | 7  | -3  |
| 0.40 | X = | 1  | -1 | 3  | 9   |
| 0.59 |     | 1  | 1  | -3 | 9   |
| 0.67 |     | 1  | 3  | -7 | -3  |
| 0.54 |     | 1  | 5  | -5 | -13 |
| 0.40 |     | 1  | 7  | 7  | 7   |

$X'X$  é dado por:

```
group group01 co X1 X2 X3
matrix X = @convert(group01)
matrix XIX = @transpose(x)*x
```

Logo,  $X'X = XLX$ . Primeiramente, conferimos que a correlação entre as variáveis explicativas é zero. Para isto, selecionamos **View / Correlations** na barra de ferramentas do grupo **GROUP01**. O resultado é apresentado abaixo:

| Group: GROUP01 Workfile: ORTOGONAL                           |          |          |          |  |
|--|----------|----------|----------|--|
| View Procs Objects Print Name Freeze Sample Sheet Stats Spec |          |          |          |  |
| Correlation Matrix   |          |          |          |  |
|  | X1       | X2       | X3       |  |
| X1   | 1.000000 | 0.000000 | 0.000000 |  |
| X2   | 0.000000 | 1.000000 | 0.000000 |  |
| X3   | 0.000000 | 0.000000 | 1.000000 |  |

FIGURA A1.1: MATRIZ DE CORRELAÇÃO DAS SÉRIES X1, X2 E X3

Comprovamos sem problemas que as variáveis são realmente não correlacionadas.

$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$  é obtida da forma usual. Para encontrarmos  $S^2 = \frac{e'e}{n-k}$ , fazemos:

```
vector YI = @convert(Y)
matrix ID = @identity(8)
matrix M = ID - X*@inverse(xlx)*@transpose(x)
vector e = M*YI
vector S2=(@transpose(e)*e)/(8-3)
matrix MVC = S2(1)*@inverse(xlx)
```

Como  $X'X$  é diagonal, o mesmo vale para  $(X'X)^{-1}$  e consequentemente para MVC.

| Matrix: MVC Workfile: ORTOGONAL   |          |          |          |  |
|---|----------|----------|----------|--|
| View Procs Objects Print Name Freeze Edit+/- Label+/- Sheet Stats Line Mult |          |          |          |  |
| MVC   |          |          |          |  |
|   | C1       | C2       | C3       |  |
| Last updated: 07/04/03 - 19:32  |          |          |          |  |
| R1  | 0.001324 | 0.000000 | 0.000000 |  |
| R2  | 0.000000 | 0.000843 | 0.000000 |  |
| R3  | 0.000000 | 0.000000 | 0.000361 |  |

FIGURA A1.2: MATRIZ DE VARIÂNCIA E COVARIÂNCIA DOS COEFICIENTES ESTIMADOS  $\hat{\beta}_1$ ,  $\hat{\beta}_2$  e  $\hat{\beta}_3$

Finalmente, para mostrarmos que a inclusão de uma variável explicativa não altera o coeficiente das demais no caso de variáveis explicativas ortogonais, fazemos o seguinte: **equation eq01.ls y c x1**

| Equation: EQ01 Workfile: ORTOGONAL |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|------------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                               | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: Y              |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares              |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 07/04/03 Time: 19:32         |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1 8                        |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 8           |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                           | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C                                  | 0.355000    | 0.057061              | 6.221465    | 0.0008 |        |          |          |       |        |
| X1                                 | 0.040833    | 0.012452              | 3.279358    | 0.0168 |        |          |          |       |        |
| R-squared                          | 0.641881    | Mean dependent var    | 0.355000    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                 | 0.582194    | S.D. dependent var    | 0.249686    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                 | 0.161392    | Akaike info criterion | -0.597649   |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                  | 0.156283    | Schwarz criterion     | -0.577789   |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                     | 4.390597    | F-statistic           | 10.75419    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                 | 0.811045    | Prob(F-statistic)     | 0.016836    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA A1.3: RELATÓRIO DA REGRESSÃO  $Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + u_i$ 

equation eq02.ls y c x2

| Equation: EQ02 Workfile: ORTOGONAL |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|------------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                               | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: Y              |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares              |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 07/04/03 Time: 19:32         |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1 8                        |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 8           |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                           | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C                                  | 0.355000    | 0.089827              | 3.952029    | 0.0075 |        |          |          |       |        |
| X2                                 | -0.013636   | 0.015637              | -0.872062   | 0.4167 |        |          |          |       |        |
| R-squared                          | 0.112491    | Mean dependent var    | 0.355000    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                 | -0.035428   | S.D. dependent var    | 0.249686    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                 | 0.254070    | Akaike info criterion | 0.309903    |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                  | 0.387309    | Schwarz criterion     | 0.329764    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                     | 0.760387    | F-statistic           | 0.760492    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                 | 0.316389    | Prob(F-statistic)     | 0.416702    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA A1.4: RELATÓRIO DA REGRESSÃO  $Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2 X_{2i} + u_i$

equation eq03.ls y c x3

| Equation: EQ03 Workfile: ORTOGONAL |             |                       |             |          |        |          |          |       |        |
|------------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|----------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                               | Procs       | Objects               | Print       | Name     | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: Y              |             |                       |             |          |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares              |             |                       |             |          |        |          |          |       |        |
| Date: 07/04/03 Time: 19:32         |             |                       |             |          |        |          |          |       |        |
| Sample: 1 8                        |             |                       |             |          |        |          |          |       |        |
| Included observations: 8           |             |                       |             |          |        |          |          |       |        |
| Variable                           | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.    |        |          |          |       |        |
| C                                  | 0.355000    | 0.095022              | 3.735991    | 0.0097   |        |          |          |       |        |
| X3                                 | 0.002208    | 0.010829              | 0.203883    | 0.8452   |        |          |          |       |        |
| R-squared                          | 0.006880    | Mean dependent var    |             | 0.355000 |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                 | -0.158640   | S.D. dependent var    |             | 0.249686 |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                 | 0.268762    | Akaike info criterion |             | 0.422335 |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                  | 0.433397    | Schwarz criterion     |             | 0.442196 |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                     | 0.310659    | F-statistic           |             | 0.041568 |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                 | 0.348141    | Prob(F-statistic)     |             | 0.845184 |        |          |          |       |        |

FIGURA A1.5: RELATÓRIO DA REGRESSÃO  $Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_3 X_{3i} + u_i$ 

equation eq04.ls y c x1 x2 x3

| Equation: EQ04 Workfile: ORTOGONAL |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
|------------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|-----------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                               | Procs       | Objects               | Print       | Name      | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: Y              |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares              |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| Date: 07/04/03 Time: 19:32         |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| Sample: 1 8                        |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| Included observations: 8           |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| Variable                           | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.     |        |          |          |       |        |
| C                                  | 0.355000    | 0.057061              | 6.221437    | 0.0034    |        |          |          |       |        |
| X1                                 | 0.040833    | 0.012452              | 3.279343    | 0.0305    |        |          |          |       |        |
| X2                                 | -0.013636   | 0.009933              | -1.372834   | 0.2417    |        |          |          |       |        |
| X3                                 | 0.002208    | 0.006503              | 0.339520    | 0.7513    |        |          |          |       |        |
| R-squared                          | 0.761252    | Mean dependent var    |             | 0.355000  |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                 | 0.582190    | S.D. dependent var    |             | 0.249686  |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                 | 0.161392    | Akaike info criterion |             | -0.503105 |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                  | 0.104190    | Schwarz criterion     |             | -0.463384 |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                     | 6.012421    | F-statistic           |             | 4.251345  |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                 | 0.750503    | Prob(F-statistic)     |             | 0.097949  |        |          |          |       |        |

FIGURA A1.6: RELATÓRIO DA REGRESSÃO  $Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + u_i$

Comprovamos então que os coeficientes dos modelos simples são idênticos aos do modelo múltiplo. O leitor atento perceberá que o intercepto é igual em todas as equações. Isto ocorre porque  $\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{X}_2 + \hat{\beta}_3 \bar{X}_3 = \bar{Y}$  pois  $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_3 = 0$ , uma vez que o produto interno entre as variáveis explicativas e o vetor de uns é zero. Outro fato notável é que o  $R^2$  do modelo múltiplo é igual à soma dos  $R^2$  das regressões simples. Este é o único caso em que podemos decompor o  $R^2$  desta forma. Evidentemente, casos como este são praticamente impossíveis de acontecer com dados não experimentais, o que torna este apêndice muito mais teórico do que prático.

## MÍNIMOS QUADRADOS GENERALIZADOS

O modelo linear de regressão generalizado é:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$E(\boldsymbol{\varepsilon} / \mathbf{X}) = \mathbf{0}$$

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}' / \mathbf{X}) = \sigma^2 \boldsymbol{\Omega},$$

onde  $\boldsymbol{\Omega}$  é uma matriz positiva definida. Dois casos particulares que nos interessam neste momento são heteroscedasticidade e autocorrelação. Os erros são ditos heteroscedásticos quando apresentam variâncias diferentes. Neste tipo de situação (assumindo ausência de autocorrelação), temos:

$$\sigma^2 \boldsymbol{\Omega} = \sigma^2 \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

Heteroscedasticidade é um fenômeno típico de dados do tipo *cross-section*, embora possa também estar presente em séries temporais.

Autocorrelação é comumente encontrada em dados de séries temporais e refere-se à correlação entre os termos de perturbação incluídos na função de regressão populacional. Assumindo autocorrelação e homoscedasticidade<sup>5</sup>,  $\sigma^2 \boldsymbol{\Omega}$  é da forma

$$\sigma^2 \boldsymbol{\Omega} = \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{n-1} \\ \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n-1} & \rho_{n-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Este capítulo tem como intenção unicamente fornecer o mínimo de familiaridade com o método dos Mínimos Quadrados Generalizados (MQG) e dos Mínimos Quadrados Generalizados Factíveis (MQGF), portanto recomenda-se ao leitor interessado em maiores detalhes sobre o método consultar as obras de referência<sup>6</sup>. O material contido neste capítulo é importante para o bom entendimento de algumas passagens dos capítulos 18 (Heteroscedasticidade) e 19 (Autocorrelação).

Considere o modelo de regressão linear expresso na forma matricial  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ . Se a hipótese de ausência de heteroscedasticidade e de autocorrelação for verificada, temos:

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}') = \sigma^2 \mathbf{I}$$

Com o relaxamento dessas hipóteses, a matriz identidade é substituída por uma matriz  $\boldsymbol{\Omega}$  simétrica, positiva definida e perfeitamente geral. Note que  $\boldsymbol{\Omega}$  pode contemplar somente o caso de heteroscedasticidade, somente o caso de autocorrelação ou ambos simultaneamente. Assumindo a possibilidade de heteroscedasticidade e/ou autocorrelação, temos:

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}') = \sigma^2 \boldsymbol{\Omega}$$

No apêndice 1 da parte 2 deste manual foi visto como obter a decomposição espectral e a diagonalização de uma matriz simétrica. Como  $\boldsymbol{\Omega}$  é simétrica, sabemos que esta matriz pode ser fatorada da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{c} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{c}'$$

<sup>5</sup> Homoscedasticidade é a denominação dada à ausência de heteroscedasticidade.

<sup>6</sup> Dois livros especialmente serviram como fonte: Judge et al (1985, cap. 5) e Greene (2000, cap. 11), entretanto a notação utilizada segue o último.

onde  $\mathbf{c}$  é a matriz que contém os autovetores de  $\mathbf{\Omega}$  e  $\mathbf{\Lambda}$  é uma matriz diagonal contendo os autovalores de  $\mathbf{\Omega}$  na diagonal principal.

Fazendo  $\mathbf{T} = \mathbf{c}\mathbf{\Lambda}^{1/2}$ , temos que  $\mathbf{\Omega} = \mathbf{T}\mathbf{T}'$ . Considerando agora  $\mathbf{P}' = \mathbf{c}\mathbf{\Lambda}^{-1/2}$ , daí decorre que  $\mathbf{\Omega}^{-1} = \mathbf{P}'\mathbf{P}$ . Veremos que a matriz  $\mathbf{P}$  irá exercer importante papel na dedução do estimador de mínimos quadrados generalizados.

Pré multiplicando o modelo linear ( $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ ) por  $\mathbf{P}$ , temos:

$$\mathbf{P}\mathbf{Y} = \mathbf{P}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\mathbf{Y}_* = \mathbf{X}_*\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}_*$$

onde  $\mathbf{Y}_* = \mathbf{P}\mathbf{Y}$

$$\mathbf{X}_* = \mathbf{P}\mathbf{X}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_* = \mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}$$

A variância do vetor  $\boldsymbol{\varepsilon}_*$  é<sup>7</sup>:

$$V(\boldsymbol{\varepsilon}_*) = V(\mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{P}V(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{P}' = \mathbf{P}\sigma^2\boldsymbol{\Omega}\mathbf{P}' = \sigma^2\mathbf{P}\boldsymbol{\Omega}\mathbf{P}' = \sigma^2\mathbf{I}$$

pois  $\mathbf{P}\boldsymbol{\Omega}\mathbf{P}' = \mathbf{P}\mathbf{T}\mathbf{T}'\mathbf{P}' = \mathbf{\Lambda}^{-1/2}\mathbf{c}'\mathbf{c}\mathbf{\Lambda}^{1/2}\mathbf{\Lambda}^{1/2}\mathbf{c}'\mathbf{c}\mathbf{\Lambda}^{-1/2}$ . Como  $\mathbf{c}'\mathbf{c} = \mathbf{I}$ , pois  $\mathbf{c}$  é ortonormal, então  $\mathbf{P}\boldsymbol{\Omega}\mathbf{P}' = \mathbf{\Lambda}^{-1/2}\mathbf{I}\mathbf{\Lambda}^{1/2}\mathbf{\Lambda}^{1/2}\mathbf{I}\mathbf{\Lambda}^{-1/2} = \mathbf{\Lambda}^{-1/2}\mathbf{\Lambda}^{1/2}\mathbf{\Lambda}^{1/2}\mathbf{\Lambda}^{-1/2} = \mathbf{I}$ .

Como a variância de  $\boldsymbol{\varepsilon}_*$  é  $\sigma^2\mathbf{I}$ , o modelo clássico de regressão se aplica ao modelo transformado. Se  $\boldsymbol{\Omega}$  é conhecida, então  $\mathbf{Y}_*$  e  $\mathbf{X}_*$  são dados observáveis (determinados). Sob as hipóteses do modelo clássico, o estimador de mínimos quadrados é eficiente, assim:

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{MQG} &= (\mathbf{X}_*' \mathbf{X}_*)^{-1} \mathbf{X}_*' \mathbf{Y}_* \\ &= (\mathbf{X}' \mathbf{P}' \mathbf{P} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{P}' \mathbf{P} \mathbf{Y} \\ &= (\mathbf{X}' \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{Y}\end{aligned}$$

é o estimador eficiente de  $\boldsymbol{\beta}$ . Este estimador é conhecido como mínimos quadrados generalizados (MQG)<sup>8</sup> ou estimador de Aitken.

O estimador  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{MQG}$  é não viesado:

$$E(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{MQG}) = E[(\mathbf{X}_*' \mathbf{X}_*)^{-1} \mathbf{X}_*' \mathbf{Y}_*] = \boldsymbol{\beta} + E[(\mathbf{X}_*' \mathbf{X}_*)^{-1} \mathbf{X}_*' \boldsymbol{\varepsilon}_*] = \boldsymbol{\beta}$$

A variância de  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{MQG}$  é dada por:

$$V(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{MQG}) = \sigma^2 (\mathbf{X}_*' \mathbf{X}_*)^{-1} = \sigma^2 (\mathbf{X}' \boldsymbol{\Omega}^{-1} \mathbf{X})^{-1}$$

### 17.1 MÍNIMOS QUADRADOS GENERALIZADOS FACTÍVEL (MQGF)

O método de mínimos quadrados generalizados pressupõe o conhecimento de  $\boldsymbol{\Omega}$ . Caso  $\boldsymbol{\Omega}$  contenha parâmetros desconhecidos e que devam ser estimados, este método não é factível. No caso em que  $\boldsymbol{\Omega}$  é perfeitamente geral, há  $n(n+1)/2$  parâmetros a serem estimados, o que é impossível de ser feito com apenas  $n$  observações. Deste modo, alguma estrutura deve ser imposta para que os parâmetros que compõem  $\boldsymbol{\Omega}$  possam ser estimados.

O problema típico envolve um pequeno conjunto de parâmetros tal que  $\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\theta})$ . Se estimarmos  $\boldsymbol{\theta}$  por  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ , com  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  consistente, então podemos usar

$$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Omega}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$$

<sup>7</sup> Para esclarecimentos sobre variância, ver apêndice 5, parte 2.

<sup>8</sup> É bastante comum os livros, mesmo em português, representarem  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{MQG}$  por  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{GLS}$ , em alusão à expressão em inglês *Generalized Least Squares*.

no lugar do verdadeiro  $\Omega$ . Nesse caso, o estimador  $\hat{\beta}_{MQGF}$  é chamado de estimador de mínimos quadrados generalizados factível.

$$\hat{\beta}_{MQGF} = (\mathbf{X}'\hat{\Omega}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\hat{\Omega}^{-1}\mathbf{Y}$$

Para que  $\hat{\beta}_{MQGF}$  seja assintoticamente eficiente basta que  $\hat{\theta}$  seja consistente, como estabelecemos anteriormente.

O leitor interessado em mais detalhes ou em outras propriedades dos estimadores de mínimos quadrados generalizados e mínimos quadrados generalizados factíveis, ver Greene (2000, cap.11).

## HETEROSCEDASTICIDADE

Dentre as hipóteses do Modelo Clássico de Regressão Linear, temos a que estabelece que os distúrbios estocásticos,  $\varepsilon_i$ , têm a mesma variância em todas as observações, o que recebe o nome de homoscedasticidade. A violação deste pressuposto recebe o nome de heteroscedasticidade e será tratada ao longo deste capítulo.

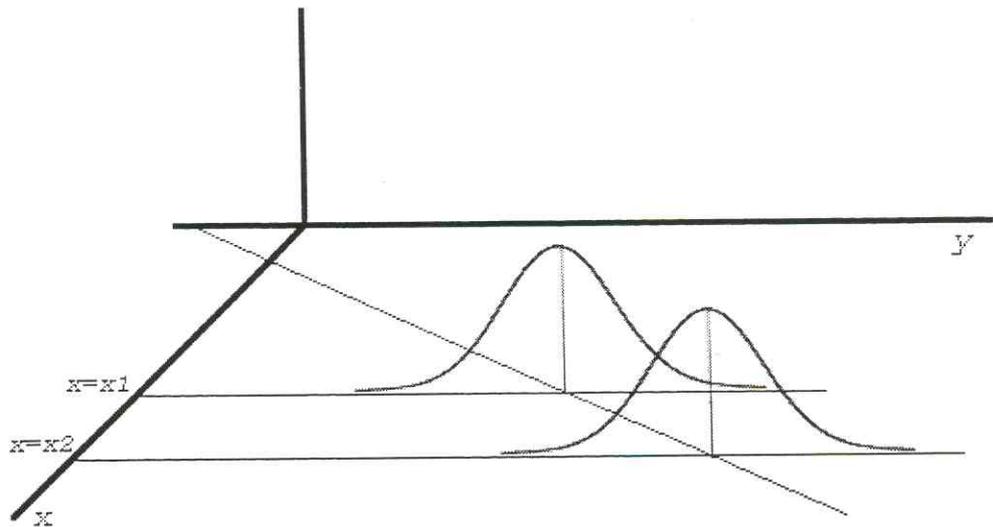


FIGURA 18.1: PERTURBAÇÕES HOMOSCEDÁSTICAS

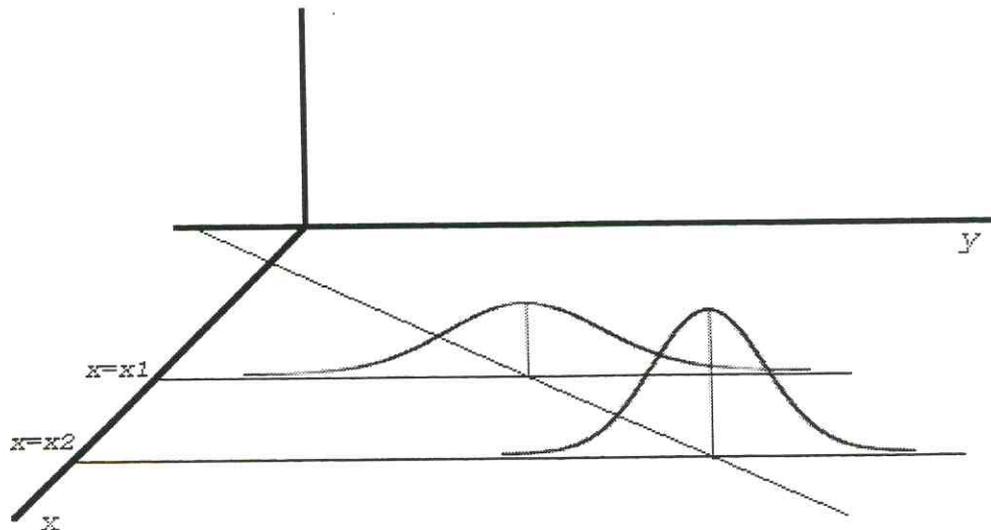


FIGURA 18.2: PERTURBAÇÕES HETEROSCEDÁSTICAS

Em um modelo de regressão heteroscedástico,

$$V(\varepsilon_i) = \sigma_i^2, i = 1, 2, \dots, n$$

Assumimos neste momento a ausência de autocorrelação, ou seja,  $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0 \quad \forall i \neq j$ .

$$E(\mathbf{\varepsilon}\mathbf{\varepsilon}') = \sigma^2 \mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

ou alternativamente,  $\sigma_i^2 = \sigma^2 \omega_i$ . Uma prática comum consiste em normalizar  $\mathbf{\Omega}$ , de modo que

$$Tr(\mathbf{\Omega}) = \sum_{i=1}^n \omega_i = n$$

Percebe-se assim que o caso de regressão com perturbação homoscedástica é apenas um caso particular, no qual os  $\omega_i$ 's são todos unitários.

Na presença de heteroscedasticidade, o estimador de mínimos quadrados permanece não viesado e consistente. Há que se notar, porém que, em situação de heteroscedasticidade, o estimador de mínimos quadrados ordinários deixa de ser eficiente, ou seja, este não é mais o estimador de menor variância na classe dos estimadores lineares não viesados, de modo que não é mais o melhor estimador linear não viesado (MELNV).

## 18.1 POSSÍVEIS CAUSAS DA HETEROSCEDASTICIDADE

- i) Especificação incorreta do modelo, principalmente omissão de variável.
- ii) Presença de observações aberrantes (*outliers*): o resultado de uma regressão pode ser drasticamente alterado devido à presença de observações aberrantes.
- iii) Fenômenos de natureza econômica, como, por exemplo, a relação entre consumo e renda disponível, poupança e renda, etc.
- iv) Processos de aprendizagem. O número de erros tende a diminuir a medida que o tempo de treinamento aumenta. A diminuição do número de erros tende a ser acompanhada pela diminuição da variância do número de erros.

## 18.2 FORMAS DE DETECTAR A HETEROSCEDASTICIDADE

### 18.2.1 Método gráfico (informal)

Caso não haja nenhuma informação prévia sobre a natureza da heteroscedasticidade, uma opção que surge é representar o quadrado dos resíduos ( $e_i^2$ ) no eixo vertical e  $\hat{Y}_i$  no eixo horizontal. Gujarati (2000, p. 368) apresenta alguns padrões hipotéticos, reproduzidos na figura 18.3<sup>9</sup>:

<sup>9</sup> Para gerar uma série denominada E, igual à série de resíduos da última regressão calculada no EViews, basta entrar com o comando **genr E = resid** na janela de comandos. Para esclarecimentos sobre representação gráfica no EViews, consultar cap. 6.

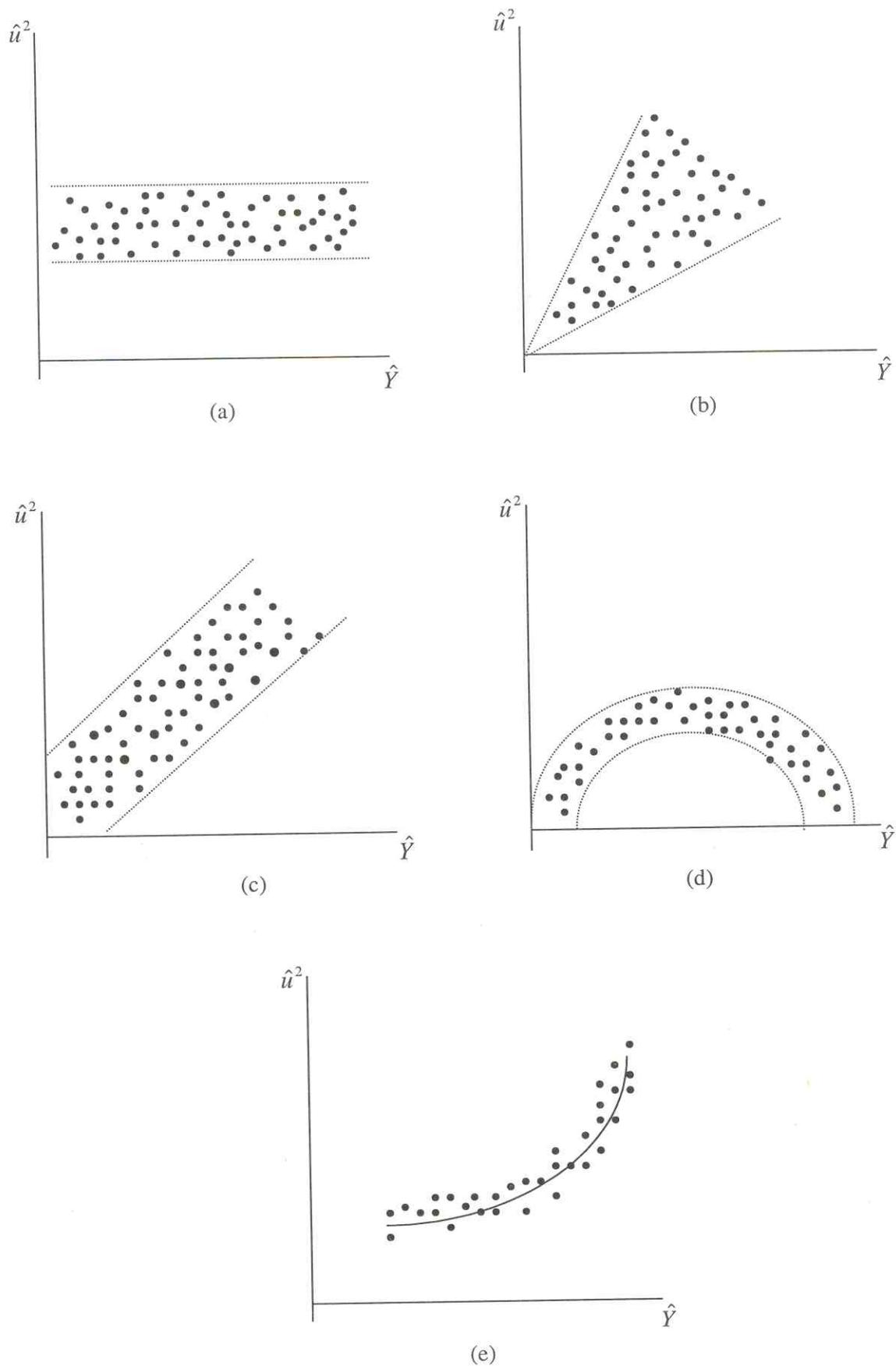


FIGURA 18.3: PADRÕES HIPOTÉTICOS DO COMPORTAMENTO DO QUADRADO DOS RESÍDUOS

### 18.2.2 Testes de Park, Glejser e de Spearman

Apesar de empiricamente atraentes, estes testes estão em desuso, devido à baixa potência ou a críticas aos fundamentos teóricos. Detalhes sobre estes testes são encontrados em Gujarati (2000, cap. 11).

### 18.2.3 Teste geral de heteroscedasticidade de White

Os testes de heteroscedasticidade requerem, em geral, que se especifique de certa forma a possível natureza da heteroscedasticidade. O teste de White entretanto, pode ser conduzido sem que se faça nenhuma suposição sobre a natureza da heteroscedasticidade. O teste tem como hipótese nula a homoscedasticidade.

No caso em que  $E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}') = \sigma^2\boldsymbol{\Omega}$ , a matriz de variância e covariância correta para o estimador de mínimos quadrados ordinários é

$$V(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\boldsymbol{\Omega}\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \quad (1)$$

enquanto que o estimador convencional é

$$V(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = s^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \quad (2)$$

No caso de homoscedasticidade<sup>10</sup>, (2) será um estimador consistente de  $V(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ . Caso contrário, não será.

O teste de White é conduzido obtendo o  $nR^2$  da regressão auxiliar de  $e_i^2$  como variável dependente em um termo constante e em  $\mathbf{x} \otimes \mathbf{x}$  (sem repetição, evidentemente, para não incorrerem em multicolinearidade perfeita). A estatística se distribui assintoticamente como uma Qui-quadrado com  $(p-1)$  graus de liberdade, onde  $p$  é o número de coeficientes da regressão auxiliar.

Se, por exemplo, tivermos um modelo do tipo

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i$$

o teste de White é conduzido tomando  $nR^2$  da regressão auxiliar de  $e_i^2$  (quadrado dos resíduos) em função de um termo constante, das variáveis explicativas  $X_2$  e  $X_3$ , de seus valores ao quadrado e dos produtos cruzados dos regressores. Assim,

$$e_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 X_{2i} + \alpha_3 X_{3i} + \alpha_4 X_{2i}^2 + \alpha_5 X_{3i}^2 + \alpha_6 X_{2i} X_{3i} + u_i$$

e então  $nR^2$  dessa regressão segue distribuição Qui-quadrado com 5 graus de liberdade ( $nR^2 \sim \chi_{5gl}^2$ ).

Acontece que, como na regressão auxiliar incluímos os quadrados das variáveis explicativas do modelo original e seus produtos cruzados, em casos de amostra pequena e/ou grande número de variáveis explicativas, perdem-se muitos graus de liberdade. Por este motivo, EViews possibilita realizar o teste de White incluindo ou não os produtos cruzados na regressão auxiliar.

Para realizar o teste de White incluindo os produtos cruzados na regressão auxiliar no EViews, seleciona-se **View / Residual Tests / White Heteroskedasticity (cross terms)** na barra de ferramentas da equação. O teste sem os produtos cruzados é conduzido simplesmente selecionando **View / Residual Tests / White Heteroskedasticity (no cross terms)** na barra de ferramentas da equação.

**EXEMPLO 18.1:** Utilizando os dados obtidos em Greene (2000)<sup>11</sup>, conduza o teste de White para o modelo

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$$

O leitor já deve estar familiarizado com a criação de um *workfile*, a entrada de dados e o cálculo de uma regressão padrão. Desta forma exibimos abaixo apenas o resultado do teste de White com produtos cruzados para a regressão calculada, denominada EQ01:

<sup>10</sup> A ausência de autocorrelação é suposta em todo o capítulo, salvo menção em contrário.

<sup>11</sup> Ver dados no apêndice.

| Equation: EQ01 Workfile: EXEMPLO 29.1 |       |             |                       |             |          |          |          |          |        |
|---------------------------------------|-------|-------------|-----------------------|-------------|----------|----------|----------|----------|--------|
| View                                  | Procs | Objects     | Print                 | Name        | Freeze   | Estimate | Forecast | Stats    | Resids |
| White Heteroskedasticity Test:        |       |             |                       |             |          |          |          |          |        |
| F-statistic                           |       | 31.74641    | Probability           |             |          |          |          | 0.000000 |        |
| Obs*R-squared                         |       | 39.14824    | Probability           |             |          |          |          | 0.000000 |        |
| Test Equation:                        |       |             |                       |             |          |          |          |          |        |
| Dependent Variable: RESID^2           |       |             |                       |             |          |          |          |          |        |
| Method: Least Squares                 |       |             |                       |             |          |          |          |          |        |
| Date: 07/02/03 Time: 12:03            |       |             |                       |             |          |          |          |          |        |
| Sample: 1 50                          |       |             |                       |             |          |          |          |          |        |
| Included observations: 50             |       |             |                       |             |          |          |          |          |        |
| Variable                              |       | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.    |          |          |          |        |
| C                                     |       | -15.38929   | 12.78991              | -1.203237   | 0.2353   |          |          |          |        |
| X1                                    |       | 6.014642    | 9.459502              | 0.635831    | 0.5282   |          |          |          |        |
| X1^2                                  |       | 0.633700    | 8.222419              | 0.077070    | 0.9389   |          |          |          |        |
| X1*X2                                 |       | 8.381873    | 6.605328              | 1.268956    | 0.2111   |          |          |          |        |
| X2                                    |       | 3.852110    | 5.113081              | 0.753383    | 0.4552   |          |          |          |        |
| X2^2                                  |       | 12.36654    | 1.346268              | 9.185793    | 0.0000   |          |          |          |        |
| R-squared                             |       | 0.782965    | Mean dependent var    |             | 38.23855 |          |          |          |        |
| Adjusted R-squared                    |       | 0.758302    | S.D. dependent var    |             | 123.6286 |          |          |          |        |
| S.E. of regression                    |       | 60.77929    | Akaike info criterion |             | 11.16454 |          |          |          |        |
| Sum squared resid                     |       | 162541.4    | Schwarz criterion     |             | 11.39398 |          |          |          |        |
| Log likelihood                        |       | -273.1136   | F-statistic           |             | 31.74641 |          |          |          |        |
| Durbin-Watson stat                    |       | 2.572983    | Prob(F-statistic)     |             | 0.000000 |          |          |          |        |

FIGURA 18.4: RESULTADO DO TESTE GERAL DE HETEROSCEDASTICIDADE DE WHITE

EViews apresenta duas estatísticas de teste. A estatística F é um teste de variáveis redundantes para a hipótese conjunta de que os produtos cruzados são conjuntamente iguais a zero. Na verdade, este teste nada mais é que o teste de significância global da regressão auxiliar. Note que, além das estatísticas de teste, o EViews apresenta no relatório do teste a regressão auxiliar

$$e_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 X_{1i} + \alpha_3 X_{1i}^2 + \alpha_4 X_{1i} X_{2i} + \alpha_5 X_{2i} + \alpha_6 X_{2i}^2 + u_i$$

e a estatística F apresentada no relatório do teste é a mesma que é exibida no relatório da regressão auxiliar.

A estatística **Obs\*R-squared** é a estatística do teste de White e se distribui assintoticamente como uma  $\chi^2$  com número de graus de liberdade igual ao número de coeficientes da regressão auxiliar, excluindo o termo constante.

Note que o EViews gera a estatística de teste e seu respectivo valor-p. Deste modo, se o valor-p (*Probability*) for superior ao nível de significância adotado, não se pode rejeitar a hipótese nula. Para o nosso exemplo, como o valor-p é virtualmente zero (apesar de não ser zero!), um nível de significância muito baixo, como, por exemplo, 0.001, ainda é superior, de modo que se decide pela rejeição da hipótese nula de homoscedasticidade.

Se houver produtos cruzados redundantes, o que levaria à multicolinearidade perfeita e conseqüentemente à impossibilidade de calcular a regressão pelo método usual, EViews se encarrega automaticamente de excluir os termos redundantes da regressão auxiliar. Por exemplo, o quadrado de uma variável dummy é ela própria. Neste tipo de situação, o EViews não irá incluir o quadrado deste termo na regressão auxiliar, evitando assim a ocorrência de multicolinearidade perfeita.

## 18.2.4 Teste de Goldfeld-Quandt (GQ)

Para conduzir o teste de Goldfeld-Quandt, assume-se que as observações podem ser divididas em dois grupos de tal forma que, sob a hipótese nula de homoscedasticidade, as variâncias dos termos de distúrbio seriam as mesmas para os dois grupos, enquanto que sob a hipótese alternativa, estas hipóteses diferem substancialmente.

Este teste, porém, só é aplicável se for admitido que a variância heteroscedástica  $\sigma_i^2$  se relaciona positivamente com uma das variáveis explicativas. Ordenam-se os dados (ordem crescente) de acordo com a variável explicativa que se relaciona positivamente com  $\sigma_i^2$  e, em seguida, são omitidas  $c$  observações centrais, em que  $c$  é especificado *a priori*. As  $(n - c)$  observações restantes são divididas em dois grupos, cada qual contendo  $(n - c)/2$  observações. As observações centrais são omitidas para acentuar a diferença entre os grupos. O poder do teste depende de como  $c$  é escolhido.

Empiricamente, comprovou-se que valores razoavelmente satisfatórios são  $c=4$  para  $n=30$  e  $c=10$  para  $n=60$ . Note-se ainda que não é imprescindível que as duas regressões sejam baseadas no mesmo número de observações (Judge et al., 1988, p. 372).

Para conduzir o teste GQ, calcula-se uma regressão para cada grupo e obtêm-se as somas dos quadrados dos resíduos  $SQR_1$  e  $SQR_2$ , para o primeiro e segundo grupo, respectivamente. Cada SQR tem  $(n - c)/2 - k$  graus de liberdade. Assumindo a possibilidade de que o número de observações para os dois grupos seja diferente, teremos  $n_1$  observações no primeiro grupo e  $n_2$  observações no segundo. A estatística de teste é então definida por:

$$\frac{\mathbf{e}_2' \mathbf{e}_2 / (n_2 - k)}{\mathbf{e}_1' \mathbf{e}_1 / (n_1 - k)} \sim F(n_2 - k, n_1 - k)$$

Note que estamos assumindo que a variância do termo de distúrbio é maior no segundo grupo. Caso contrário, devemos inverter os subscritos.

Se os distúrbios se distribuem normalmente, a estatística de teste de GQ tem distribuição exata  $F$  sob hipótese nula. Caso contrário, a distribuição  $F$  é apenas uma aproximação e neste caso devemos preferir algum método alternativo com propriedades conhecidas para grandes amostras, como o teste de White (Greene, 2000).

**EXEMPLO 18.2:** Utilizando os dados retirados de Gujarati (2000, tabela 11.3), conduza o teste de Goldfeld-Quandt.

Como neste caso temos apenas uma variável explicativa, devemos primeiramente ordenar de forma crescente os dados, de acordo com as observações de  $X$ , conforme tabela abaixo:

TABELA 18.1: DADOS HIPOTÉTICOS SOBRE CONSUMO  $Y$  (US\$) E RENDA  $X$  (US\$) PARA ILUSTRAR O TESTE DE GOLDFELD-QUANDT

| Y   | X   | Y   | X   |
|-----|-----|-----|-----|
| 55  | 80  | 115 | 180 |
| 70  | 85  | 130 | 185 |
| 75  | 90  | 135 | 190 |
| 65  | 100 | 120 | 200 |
| 74  | 105 | 140 | 205 |
| 80  | 110 | 144 | 210 |
| 84  | 115 | 152 | 220 |
| 79  | 120 | 140 | 225 |
| 90  | 125 | 137 | 230 |
| 98  | 130 | 145 | 240 |
| 95  | 140 | 175 | 245 |
| 108 | 145 | 189 | 250 |
| 113 | 150 | 180 | 260 |
| 110 | 160 | 178 | 265 |
| 125 | 165 | 191 | 270 |

Como temos 30 observações, escolhemos  $c=4$ , de modo que restam-nos 13 observações em cada grupo.

Para calcularmos a regressão para as 13 primeiras observações, entramos com a seguinte instrução na janela de comandos:

```
smpl 1 13  
equation EQ01.Ls Y C X
```

O primeiro comando altera o *sample* para que este inclua apenas as observações desejadas (1 a 13). O segundo comando refere-se à criação da equação de regressão **EQ01**, apresentada a seguir:

| Equation: EQ01 Workfile: TABELA 11.03 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|---------------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                  | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: Y                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 07/02/03 Time: 15:48            |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1 13                          |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 13             |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                              | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C                                     | 3.409429    | 8.704924              | 0.391667    | 0.7028 |        |          |          |       |        |
| X                                     | 0.696774    | 0.074366              | 9.369531    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| R-squared                             | 0.888651    | Mean dependent var    | 83.53846    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                    | 0.878528    | S.D. dependent var    | 16.80087    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                    | 5.855582    | Akaike info criterion | 6.513306    |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                     | 377.1663    | Schwarz criterion     | 6.600221    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                        | -40.33649   | F-statistic           | 87.78810    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                    | 2.123530    | Prob(F-statistic)     | 0.000001    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 18.5: RESULTADO DA REGRESSÃO PARA AS 13 PRIMEIRAS OBSERVAÇÕES

Para calcular a regressão para as 13 últimas observações, entra-se com a seguinte instrução na janela de comandos:

```
smpl 18 30  
equation EQ02.Ls Y C X
```

O primeiro comando altera o *sample* para que este inclua apenas as observações desejadas (18 a 30). O segundo comando refere-se à criação da equação de regressão **EQ02**, apresentada na figura 18.6.

| Equation: EQ02 Workfile: TABELA 11.03 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|---------------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                  | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: Y                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 07/02/03 Time: 15:50            |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 18 30                         |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 13             |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                              | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C                                     | -28.02717   | 30.64214              | -0.914661   | 0.3800 |        |          |          |       |        |
| X                                     | 0.794137    | 0.131582              | 6.035307    | 0.0001 |        |          |          |       |        |
| R-squared                             | 0.768054    | Mean dependent var    | 155.8462    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                    | 0.746969    | S.D. dependent var    | 23.49768    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                    | 11.81986    | Akaike info criterion | 7.918077    |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                     | 1536.800    | Schwarz criterion     | 8.004993    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                        | -49.46750   | F-statistic           | 36.42493    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                    | 1.476579    | Prob(F-statistic)     | 0.000085    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 18.6: RESULTADO DA REGRESSÃO PARA AS 13 ÚLTIMAS OBSERVAÇÕES

A estatística de GQ é  $\frac{\mathbf{e}_2' \mathbf{e}_2 / (n_2 - k)}{\mathbf{e}_1' \mathbf{e}_1 / (n_1 - k)}$ . Como o número de observações de cada grupo é igual, o

teste resume-se a  $\frac{\mathbf{e}_2' \mathbf{e}_2}{\mathbf{e}_1' \mathbf{e}_1} = \frac{\text{Sum squared resid (EQ01)}}{\text{Sum squared resid (EQ02)}} = \frac{1536,8}{377,17} = 4,07$ . Para armazenar este resultado

em um vetor denominado GQ, entramos com as instruções a seguir na janela de comandos:

**vector(2) GQ**

**GQ(1)=EQ02.@ssr/EQ01.@ssr**

**GQ(2)=@qfdist(.95, 11,11)**

O primeiro comando tem como finalidade criar o vetor coluna **GQ** com duas linhas. O segundo comando preenche a primeira linha do vetor **GQ** com a estatística de teste de **GQ**  $\frac{\text{Sum squared resid (EQ01)}}{\text{Sum squared resid (EQ02)}}$ . O terceiro comando preenche a segunda linha do vetor **GQ** com o valor tabelado de F para o nível de significância de 5%.

| Vector: GQ Workfile: TABELA 11.03 |           |                                |       |      |        |         |          |       |       |      |      |
|-----------------------------------|-----------|--------------------------------|-------|------|--------|---------|----------|-------|-------|------|------|
| View                              | Procs     | Objects                        | Print | Name | Freeze | Edit+/- | Label+/- | Sheet | Stats | Line | Mult |
| <b>GQ</b>                         |           |                                |       |      |        |         |          |       |       |      |      |
|                                   | <b>C1</b> |                                |       |      |        |         |          |       |       |      |      |
|                                   |           | Last updated: 07/02/03 - 16:02 |       |      |        |         |          |       |       |      |      |
| <b>R1</b>                         | 4.074595  |                                |       |      |        |         |          |       |       |      |      |
| <b>R2</b>                         | 2.817930  |                                |       |      |        |         |          |       |       |      |      |

FIGURA 18.7: VETOR GQ

Como a estatística calculada supera a estatística tabelada, decidimos pela rejeição da hipótese nula de homoscedasticidade.

## 18.2.5 Teste de Breusch-Pagan-Godfrey (BPG)

O teste de Goldfeld-Quandt apresenta um poder razoável quando é identificada a variável explicativa correta para a ordenação dos dados e o número de observações centrais é determinado corretamente. O teste de BPG entretanto, não se utiliza dessas limitações em sua construção.

Considere o modelo abaixo:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i$$

Breusch e Pagan desenvolveram um teste do multiplicador de Lagrange da hipótese nula de que  $\sigma_i^2 = \sigma^2 f(\alpha_0 + \alpha' Z_i)$ , onde  $Z_i$  é um vetor de variáveis independentes, podendo incluir alguns (ou mesmo todos) os regressores originais. O modelo será homoscedástico se  $\alpha = 0$ .

**EXEMPLO 18.3:** Ilustraremos neste exemplo como conduzir passo a passo o teste BPG, com base nos mesmos dados do exemplo 18.2.

1) Calcule a regressão original. Conseqüentemente a série **Resid** irá armazenar os resíduos desta regressão. Admitimos aqui que a regressão foi calculada e denominada **EQ01**.

2) Calcule a estimativa de  $\sigma^2$  por máxima verossimilhança, ou seja,  $\hat{\sigma}_{MV}^2 = \frac{\sum e_i^2}{n}$ . Para isto, basta

entrar com o comando

**vector S2MV = @sumsq(Resid)/EQ01.@regobs**

3) Construa a série  $p_i = \frac{e_i^2}{\hat{\sigma}_{MV}^2}$ . Para isto,

**genr P = (Resid^2)/S2MV(1)**

4) Supondo que  $p_i$  se relaciona linearmente com  $X_i (= Z_i)$ , obtemos a regressão:

$$p_i = \alpha_1 + \alpha_2 X_i + v_i$$

**equation EQ02.Ls P C X**

Note que neste caso o vetor  $Z$  é composto apenas por  $Z_1$ , que é igual a  $X_1$ .

| Equation: EQ02 Workfile: TABELA 11.03 |             |                       |             |          |        |          |          |       |        |
|---------------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|----------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                  | Procs       | Objects               | Print       | Name     | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: P                 |             |                       |             |          |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                 |             |                       |             |          |        |          |          |       |        |
| Date: 07/04/03 Time: 20:38            |             |                       |             |          |        |          |          |       |        |
| Sample: 1 30                          |             |                       |             |          |        |          |          |       |        |
| Included observations: 30             |             |                       |             |          |        |          |          |       |        |
| Variable                              | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.    |        |          |          |       |        |
| C                                     | -0.742614   | 0.752927              | -0.986302   | 0.3324   |        |          |          |       |        |
| X                                     | 0.010063    | 0.004119              | 2.443327    | 0.0211   |        |          |          |       |        |
| R-squared                             | 0.175740    | Mean dependent var    |             | 1.000000 |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                    | 0.146302    | S.D. dependent var    |             | 1.430432 |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                    | 1.321659    | Akaike info criterion |             | 3.459993 |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                     | 48.90991    | Schwarz criterion     |             | 3.553406 |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                        | -49.89990   | F-statistic           |             | 5.969846 |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                    | 1.848394    | Prob(F-statistic)     |             | 0.021114 |        |          |          |       |        |

FIGURA 18.8: RESULTADO DA REGRESSÃO ESTIMADA PARA O EXEMPLO DO TESTE BPG

- 5) Obtenha a soma dos quadrados explicada ( $SQE = \sum (\hat{p}_i - \bar{p})^2$ ) da regressão de  $p_i$  sobre  $\mathbf{Z}$  e defina  $\Theta = \frac{1}{2}(SQE)$ . Sob a hipótese nula de homoscedasticidade, a estatística  $\Theta$  é assintoticamente distribuída como uma qui quadrado com  $(m-1)$  graus de liberdade, onde  $m$  é o número de coeficientes da regressão de  $p_i$  sobre  $\mathbf{Z}$ . No presente exemplo,  $m=2$ , logo  $\Theta$  segue assintoticamente  $\chi_{1gl}^2$ . Para o caso geral,

$$\Theta \underset{ass}{\sim} \chi_{1gl}^2$$

Para conduzir o teste BPG no EViews, devem ser seguidos os passos abaixo:

**EQ02.fit estim**

**vector(2) BPG**

**BPG(1) = 0.5\*@sumsq(estim - @mean(p))**

**BPG(2) = @qchisq(0.95,1)**

O primeiro comando gera a série **estim** correspondente aos valores ajustados da regressão **EQ02**. O segundo comando trata da criação do vetor coluna **BPG** contendo duas linhas. O terceiro comando armazena o valor da estatística  $\Theta = \frac{1}{2}(SQE)$  na segunda linha de **BPG** e o último comando armazena o valor tabelado da estatística qui quadrado na segunda linha de **BPG**.

| BPG |                                |
|-----|--------------------------------|
|     | C1                             |
|     | Last updated: 07/04/03 - 21:01 |
| R1  | 5.214011                       |
| R2  | 3.841459                       |

FIGURA 18.9: VETOR BPG

Como o valor tabelado é inferior ao valor calculado, decide-se pela rejeição da hipótese nula de homoscedasticidade.

O leitor interessado na construção do teste **BPG** com um enfoque matricial pode consultar Greene (2000, p. 509-510).

## 18.3 MEDIDAS CORRETIVAS

### 18.3.1 Mínimos quadrados ponderados (MQP)

Em um modelo de regressão generalizada (apresentado no capítulo 17), quando há apenas heteroscedasticidade, a matriz  $\Omega$  assume a seguinte forma:

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & w_n \end{bmatrix}$$

e  $E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}') = \sigma^2 \mathbf{\Omega}$ , ou alternativamente  $\sigma_i^2 = \sigma^2 w_i$ .

Como neste caso  $\mathbf{\Omega}$  é uma matriz diagonal,

$$\mathbf{\Omega} = \mathbf{I} \mathbf{\Lambda} \mathbf{I}' = \mathbf{\Lambda}$$

No caso geral, fizemos  $\mathbf{P}' = \mathbf{c} \mathbf{\Lambda}^{-1/2}$ . No caso de ocorrência apenas de heteroscedasticidade, chamaremos  $\mathbf{W}' = \mathbf{\Lambda}^{-1/2} = \mathbf{\Omega}^{-1/2}$ , ou seja,

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{w_1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{w_2}} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{w_n}} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{W}'\mathbf{W} = \mathbf{\Omega}^{-1}$$

Deste modo, assim como no caso generalizado usamos  $\mathbf{P}$  para pré multiplicar ambos os lados do modelo original de modo a obter um modelo transformado que atendesse às hipóteses do Modelo Clássico de Regressão Linear, usaremos neste ponto a matriz  $\mathbf{W}$  com a mesma finalidade. Assim,

$$\mathbf{WY} = \mathbf{WX}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{W}\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\mathbf{Y}_* = \mathbf{X}_*\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}_*$$

onde  $\mathbf{Y}_* = \mathbf{WY}$

$$\mathbf{X}_* = \mathbf{WX}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_* = \mathbf{W}\boldsymbol{\varepsilon}$$

Dessa forma, o modelo transformado ( $\mathbf{Y}_* = \mathbf{X}_*\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}_*$ ) tem cada variável ponderada pelo fator

$\frac{1}{w_i}$ . Em um modelo heteroscedástico, o esquema de estimação ideal seria aquele em que as

observações provenientes de populações com maior variabilidade recebessem menor peso relativamente àquelas decorrentes de populações com menor variabilidade e é justamente isso que o método dos Mínimos Quadrados Ponderados faz. Note que o método dos Mínimos Quadrados Ordinários é um caso particular dos Mínimos Quadrados Ponderados e ocorre quando os pesos são todos unitários. Como a regressão transformada atende às hipóteses do MCRL, podemos aplicar MQO. Concluimos, portanto, que MQP nada mais é que MQO aplicado ao modelo transformado. O estimador de mínimos quadrados ponderados é dado por:

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{MQP} &= (\mathbf{X}_*' \mathbf{X}_*)^{-1} \mathbf{X}_*' \mathbf{Y}_* \\ &= (\mathbf{X}' \mathbf{W}' \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{W}' \mathbf{W} \mathbf{Y} \\ &= (\mathbf{X}' \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{Y} \end{aligned}$$

e a matriz de variância e covariância estimada é

$$\hat{V}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{MQP}) = s^2 (\mathbf{X}_*' \mathbf{X}_*)^{-1} = s^2 (\mathbf{X}' \mathbf{W}' \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} = s^2 (\mathbf{X}' \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{X})^{-1}$$

**EXEMPLO 18.4:** Utilizando os dados apresentados na tabela 11.5 de Gujarati (2000), teste a heteroscedasticidade com base em um dos testes apresentados e corrija o modelo, caso necessário.

$$P \& D_i = \beta_0 + \beta_1 V_i + \varepsilon_i$$

onde  $P \& D$  = gastos com pesquisa e desenvolvimento;

V = vendas.

A regressão resultante é exibida abaixo:

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob.  |
|----------|-------------|------------|-------------|--------|
| C        | 192.9931    | 990.9858   | 0.194749    | 0.8480 |
| V        | 0.031900    | 0.008329   | 3.830033    | 0.0015 |

|                    |           |                       |          |
|--------------------|-----------|-----------------------|----------|
| R-squared          | 0.478303  | Mean dependent var    | 3056.856 |
| Adjusted R-squared | 0.445697  | S.D. dependent var    | 3705.973 |
| S.E. of regression | 2759.153  | Akaike info criterion | 18.78767 |
| Sum squared resid  | 1.22E+08  | Schwarz criterion     | 18.88660 |
| Log likelihood     | -167.0891 | F-statistic           | 14.66916 |
| Durbin-Watson stat | 3.015607  | Prob(F-statistic)     | 0.001476 |

FIGURA 18.10: RESULTADO DA ESTIMAÇÃO DO MODELO  $P & D_i = \beta_0 + \beta_1 V_i + \varepsilon_i$

O resultado do teste de White é apresentado a seguir:

| White Heteroskedasticity Test: |          |             |          |
|--------------------------------|----------|-------------|----------|
| F-statistic                    | 3.057178 | Probability | 0.076975 |
| Obs*R-squared                  | 5.212492 | Probability | 0.073811 |

FIGURA 18.11: RESULTADO DO TESTE DE WHITE PARA O EXEMPLO 18.4

O resultado do teste indica que não rejeitamos a hipótese de homoscedasticidade para os níveis de significância de 1% e 5%, mas rejeitamos para o nível de significância de 10%. Neste caso, resta um pouco de dúvida em relação à hipótese de homoscedasticidade. Transformaremos o modelo com o objetivo de reduzir ou eliminar a gravidade da heteroscedasticidade.

Para aplicar MQP, temos que identificar o padrão da heteroscedasticidade. Uma inspeção gráfica mostra-se muito útil. O gráfico de dispersão das séries **V** e **abs(Resid)** (valor absoluto da série de resíduos) é mostrado na figura 18.12. Não é difícil aceitar que a variância do erro é proporcional à variável explicativa **V**.

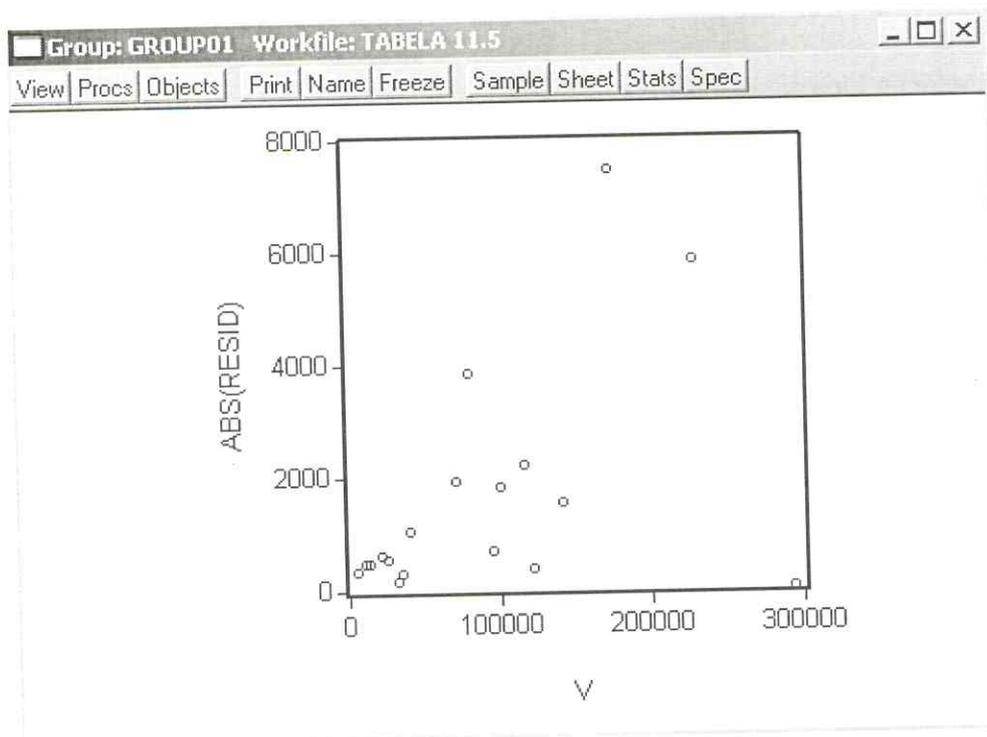


FIGURA 18.12: GRÁFICO DE DISPERSÃO DAS SÉRIES V E ABS(RESID)

Formalizando,

$P \& D_i = \beta_0 + \beta_1 V_i + \varepsilon_i$ , assumindo que  $V(\varepsilon_i) = \sigma^2 \cdot V_i$ , o modelo transformado é

$$\frac{P \& D_i}{\sqrt{V_i}} = \beta_0 \frac{1}{\sqrt{V_i}} + \beta_1 \sqrt{V_i} + \frac{\varepsilon_i}{\sqrt{V_i}}$$

$$\frac{P \& D_i}{\sqrt{V_i}} = \beta_0 \frac{1}{\sqrt{V_i}} + \beta_1 \sqrt{V_i} + v_i$$

É fácil verificar que se a suposição de que  $V(\varepsilon_i) = \sigma^2 \cdot V_i$  é verdadeira, o modelo transformado é homoscedástico:

$$V(v_i) = E(v_i^2) = E\left[\frac{\varepsilon_i}{\sqrt{V_i}}\right]^2 = \frac{1}{V_i} \cdot E(\varepsilon_i^2) = \frac{1}{V_i} \sigma^2 \cdot V_i = \sigma^2$$

A representação matricial de  $V(\varepsilon_i) = \sigma^2 \cdot V_i$  é apresentada a seguir:

$$E(\varepsilon\varepsilon') = \sigma^2 \Omega = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_1^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_1^2 \end{bmatrix} = \sigma^2 \begin{bmatrix} V_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & V_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & V_{18} \end{bmatrix}$$

Concluimos portanto que a matriz  $\mathbf{W}' = \Lambda^{-1/2} = \Omega^{-1/2}$  assume a forma a seguir:

$$\mathbf{W} = \Omega^{-1/2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{V_1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{V_2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{V_{18}}} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{W}'\mathbf{W} = \Omega^{-1}$$

Deste modo, o modelo transformado é

$$\mathbf{WY} = \mathbf{WX}\beta + \mathbf{W}\varepsilon$$

onde  $\mathbf{Y}$  = vetor de variáveis explicativas (P&D);

$\mathbf{X}$  = matriz de regressores.

É interessante lembrar que esta é simplesmente a representação matricial do modelo expresso na forma algébrica representada anteriormente:

$$\frac{P \& D_i}{\sqrt{V_i}} = \beta_0 \frac{1}{\sqrt{V_i}} + \beta_1 \sqrt{V_i} + v_i$$

Será feito inicialmente o desenvolvimento matricial e em seguida a abordagem algébrica.

i) Criação da matriz  $\mathbf{W}$ :

**genr pond = 1/V^0.5**

**matrix W = @makediagonal(pond)**

O primeiro comando gera uma série denominada **pond** igual a  $\frac{1}{\sqrt{V_i}}$  e o segundo comando

trata da criação da matriz diagonal  $\mathbf{W}$  com **pond** na diagonal principal.

ii) Criação da matriz  $\mathbf{\Omega}^{-1}$

**matrix iomega = W\*W**

Como sabemos que  $\mathbf{W}'\mathbf{W} = \mathbf{\Omega}^{-1}$  e que  $\mathbf{W}$  é diagonal e conseqüentemente simétrica, geramos  $\mathbf{\Omega}^{-1}$  simplesmente pelo produto  $\mathbf{W}\mathbf{W}'$ . A matriz  $\mathbf{\Omega}^{-1}$  é denominada **iomega**.

iii) Criação da matriz  $\mathbf{X}$ :

**group grupo01 1 V**

**matrix X = @convert(grupo01)**

O leitor já deve estar familiarizado com o procedimento de criação da matriz  $\mathbf{X}$ . Criamos primeiramente um grupo idêntico à matriz e em seguida convertemos o objeto do tipo **group** em um objeto do tipo **matrix**.

iv) Criação do vetor  $\mathbf{Y}$ :

**vector Y = PED**

Nesta fase apenas criamos um vetor denominado  $\mathbf{Y}$  correspondente à série **PED**. Resta agora apenas gerar o modelo conforme

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{MQP} &= (\mathbf{X}'\mathbf{W}'\mathbf{W}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{W}'\mathbf{W}\mathbf{Y} \\ &= (\mathbf{X}'\mathbf{\Omega}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{\Omega}^{-1}\mathbf{Y} \end{aligned}$$

ou seja:

**vector Beta\_MQP = @inverse(@transpose(X)\*iomega\*X)\*@transpose(X)\*iomega\*Y**

Um duplo clique no vetor **Beta\_MQP** e podemos conferir as estimativas de **MQP** dos coeficientes do modelo:

| BETA_MQP |                                |
|----------|--------------------------------|
|          | C1                             |
|          | Last updated: 07/07/03 - 10:14 |
| R1       | -246.6769                      |
| R2       | 0.036798                       |

FIGURA 18.13: VETOR BETA\_MQP

A matriz de variância e covariância estimada é:

$$\hat{V}(\hat{\beta}_{MQP}) = s^2(\mathbf{X}'\mathbf{X}_*)^{-1} = s^2(\mathbf{X}'\mathbf{W}'\mathbf{W}\mathbf{X})^{-1} = s^2(\mathbf{X}'\mathbf{\Omega}^{-1}\mathbf{X})^{-1}$$

Precisamos então primeiramente gerar o vetor de resíduos do modelo,

vector **resid\_MQP** = **W\*Y - W\*X\*Beta\_MQP**

A variância estimada da regressão  $s^2 = \frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}}{n-k}$  é:

vector **S2\_MQP** = **@inner(resid\_MQP)/(18-2)**

A matriz de variância e covariância estimada é então

matrix **MVC\_MQP** = **S2\_MQP(1)\*@inverse(@transpose(X)\*iomega\*X)**

| MVC_MQP |                                |           |  |
|---------|--------------------------------|-----------|--|
|         | C1                             | C2        |  |
|         | Last updated: 07/07/03 - 10:27 |           |  |
| R1      | 145258.9                       | -1.618028 |  |
| R2      | -1.618028                      | 5.06E-05  |  |

FIGURA 18.14: VETOR MVC\_MQP

As variâncias estimadas dos coeficientes estimados por MQP encontram-se na diagonal principal. A partir desta matriz, encontramos os desvios padrões estimados dos coeficientes estimados por MQP, que servirão para fazermos inferências estatísticas (intervalos de confiança e testes de hipóteses).

O EViews propicia uma forma bastante direta de calcularmos uma regressão por MQP. Na barra de ferramentas da **EQ01**, selecionamos a opção **Estimate** e, na janela **Equation Specification** que será exibida, selecionamos **Options**. Uma janela semelhante a apresentada na figura 18.15 é então exibida e deve ser preenchida conforme o modelo.

FIGURA 18.15: JANELA DE OPÇÕES PARA A ESTIMAÇÃO

Nesta janela há uma opção denominada **Weighted LS/TSLS**, onde se deve informar ao programa a ponderação que será dada às séries envolvidas no modelo. No caso específico do exemplo

em questão, deve-se digitar  $1/V^{0.5}$  ( $=1/\sqrt{V_i}$ ) e em seguida clicar em **OK**. Clicar em **OK** novamente. Note que na estimação de MQP, o EViews irá produzir um relatório exibindo os resultados tanto da regressão ponderada quanto da não ponderada. O relatório padrão de uma regressão MQP no EViews é apresentado na figura 18.16.

| Equation: EQ01 Workfile: TABELA 11.5  |             |                       |             |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| View   Procs   Objects   Print   Name   Freeze   Estimate   Forecast   Stats   Resids |             |                       |             |        |
| Dependent Variable: PED   |             |                       |             |        |
| Method: Least Squares   |             |                       |             |        |
| Date: 07/07/03 Time: 10:42  |             |                       |             |        |
| Sample: 1 18  |             |                       |             |        |
| Included observations: 18   |             |                       |             |        |
| Weighting series: 1/V^0.5   |             |                       |             |        |
| Variable  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |
| C   | -246.6769   | 381.1285              | -0.647228   | 0.5267 |
| V   | 0.036798    | 0.007114              | 5.172315    | 0.0001 |
| Weighted Statistics   |             |                       |             |        |
| R-squared   | 0.364889    | Mean dependent var    | 1826.223    |        |
| Adjusted R-squared  | 0.325195    | S.D. dependent var    | 1821.916    |        |
| S.E. of regression  | 1496.641    | Akaike info criterion | 17.56427    |        |
| Sum squared resid   | 35838926    | Schwarz criterion     | 17.66320    |        |
| Log likelihood  | -156.0785   | F-statistic           | 26.75284    |        |
| Durbin-Watson stat  | 2.885313    | Prob(F-statistic)     | 0.000093    |        |
| Unweighted Statistics   |             |                       |             |        |
| R-squared   | 0.467030    | Mean dependent var    | 3056.856    |        |
| Adjusted R-squared  | 0.433719    | S.D. dependent var    | 3705.973    |        |
| S.E. of regression  | 2788.805    | Sum squared resid     | 1.24E+08    |        |
| Durbin-Watson stat  | 2.961493    |                       |             |        |

FIGURA 18.16: RESULTADO DA ESTIMAÇÃO POR MQP

As estatísticas relativas à regressão ponderada são baseadas no vetor de resíduos obtido por

$$U_w = WY - WX\hat{\beta}_{MQP}$$

As estatísticas não ponderadas são geradas a partir do seguinte vetor de resíduos:

$$U = Y - X\hat{\beta}_{MQP}$$

A série **Resid** é preenchida com os resíduos não ponderados. Uma outra forma (bastante simples por sinal) de gerar a regressão ponderada é

**Equation EQ02.LS PED/V^0.5 1/V^0.5 V^0.5**

| Equation: EQ02 Workfile: TABELA 11.5  |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|---------------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                  | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: PED/ $\sqrt{0.5}$ |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 07/07/03 Time: 11:12            |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1 18                          |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 18             |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                              | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| $1/\sqrt{0.5}$                        | -246.6769   | 381.1285              | -0.647228   | 0.5267 |        |          |          |       |        |
| $\sqrt{0.5}$                          | 0.036798    | 0.007114              | 5.172315    | 0.0001 |        |          |          |       |        |
| R-squared                             | 0.364889    | Mean dependent var    | 8.855264    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                    | 0.325195    | S.D. dependent var    | 8.834378    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                    | 7.257134    | Akaike info criterion | 6.906286    |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                     | 842.6560    | Schwarz criterion     | 7.005217    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                        | -60.15658   | Durbin-Watson stat    | 2.885313    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 18.17: RESULTADO DA REGRESSÃO PONDERADA

Se as suposições sobre a variância residual estiverem corretas, os resíduos ponderados não devem apresentar evidência de heteroscedasticidade. Se o padrão de heteroscedasticidade suposto estiver correto, os resíduos não ponderados devem ser heteroscedásticos, com o padrão assumido, ou seja, com variância proporcional a  $V$ .

### 18.3.2 Matriz de variância e covariância de White

No modelo com os chamados distúrbios esféricos (ausência de heteroscedasticidade e de autocorrelação), temos:

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$$

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}') = \sigma^2 \mathbf{I}$$

O modelo de regressão linear generalizada com regressores não estocásticos é representado por:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$$

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}') = \sigma^2 \boldsymbol{\Omega}$$

O estimador de Mínimos Quadrados Ordinários é

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

$$= \boldsymbol{\beta} + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\boldsymbol{\varepsilon}$$

Aplicando o operador esperança em ambos os lados, concluímos que  $E(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \boldsymbol{\beta}$ , ou seja, o estimador de MQO permanece não viesado.

A variância estimada do estimador de MQO no caso de um modelo de regressão linear generalizada ( $E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}') = \sigma^2 \boldsymbol{\Omega}$ ) é:

$$\begin{aligned} V(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= E[(\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta})(\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta})'] \\ &= E[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}'\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}] \\ &= \sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\boldsymbol{\Omega}\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \end{aligned}$$

Concluimos, portanto, que no caso generalizado,

$$\hat{\beta} \sim N(\beta, \sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{\Omega}\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1})$$

Desta forma, qualquer inferência baseada em  $V(\hat{\beta}) = s^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$  pode ser enganosa. Não se pode, entretanto, afirmar se  $\sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$  é maior ou menor que a verdadeira variância de  $\hat{\beta}$  neste caso. Dessa forma, os procedimentos de inferência com base nas distribuições t e F não são válidos.

Pelo exposto acima, surge uma questão: devemos descartar o estimador de MQO? A resposta é: depende do caso. Vejamos:

i) Se  $\mathbf{\Omega}$  é conhecida, utilizamos o método dos Mínimos Quadrados Generalizados (ver cap. 17 e seção 18.3.1 para o caso de MQP), e portanto a resposta é sim.

ii) No caso em que  $\mathbf{\Omega}$  não é conhecida mas sua estrutura pode ser estimada a partir de informações amostrais, a resposta não é muito clara.

iii) No caso em que  $\mathbf{\Omega}$  é completamente desconhecida, o estimador de MQO pode ser o único possível, de modo que a resposta é não.

Sabe-se que o método dos Mínimos Quadrados Ordinários proporciona estimativas consistentes e não viesadas na presença de heteroscedasticidade, entretanto os desvios padrões computados segundo a forma usual não são adequados e não devem ser usados para realizar inferência.

Surge, portanto, uma outra forma de resolver o problema da heteroscedasticidade: atacar apenas os desvios padrões, preservando as estimativas pontuais dos parâmetros.

O estimador de White substitui o termo desconhecido  $\sigma^2\mathbf{\Omega}$  por uma matriz diagonal contendo os quadrados dos  $e_i$ 's (termos de resíduo do modelo original) ou seja:

$$\sigma^2\hat{\mathbf{\Omega}} = \text{diag}\{e_1^2, e_2^2, \dots, e_n^2\} = \begin{bmatrix} e_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & e_n^2 \end{bmatrix}$$

A matriz de variância e covariância de White é

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_w &= \frac{T}{T-k} (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \sigma^2 \hat{\mathbf{\Omega}} \mathbf{X} (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \\ &= \frac{T}{T-k} (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \sum_{i=1}^T (e_i^2 x_i x_i') (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \end{aligned}$$

onde  $T$  é o número de observações e  $k$  é o número de coeficientes do modelo.

As raízes quadradas dos elementos da diagonal principal de  $\hat{\Sigma}_w$  são os erros padrões consistentes em heteroscedasticidade segundo White. Deste modo, os testes t e F passam a ter validade apenas assintótica.

**EXEMPLO 18.5:** Utilizando os dados do exemplo 18.1, construa a matriz de variância e covariância de White, obtenha os erros padrões consistentes em heteroscedasticidade segundo White e compare com os resultados gerados pelo EViews.

Devemos primeiramente criar a matriz  $\mathbf{X}$ , com a qual o leitor já deve estar familiarizado:

```
group grupo01 1 X1 X2
```

```
matrix X = @convert(grupo01)
```

Usando a série de resíduos da EQ01 (exemplo 18.1), geramos o vetor  $\mathbf{E2}$ , referente ao quadrado dos resíduos de EQ01:

```
vector E2 = @convert(resid^2)
```

Como sabemos que  $\sigma^2\hat{\mathbf{\Omega}} = \text{diag}\{e_1^2, e_2^2, \dots, e_n^2\}$ , geramos esta matriz, que chamaremos por simplicidade de  $\mathbf{\omega}$ :

```
matrix omega = @makediagonal(E2)
```

A matriz  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ , que denominaremos  $\mathbf{XLX}$  é gerada por:

```
matrix XLX = @transpose(X)*X
```

A inversa de  $XLX$ , que denominaremos  $IXLX$  é:

**matrix**  $IXLX = @inverse(XLX)$

Temos agora plenas condições de gerar a matriz de variância e covariância de White:

**matrix**  $White = (50/47)*IXLX*@transpose(X)*omega*X*IXLX$

A matriz de White é exibida na figura 18.18.

| WHITE |                                |           |           |
|-------|--------------------------------|-----------|-----------|
|       | C1                             | C2        | C3        |
|       | Last updated: 07/05/03 - 21:57 |           |           |
| R1    | 0.558073                       | 0.081465  | 0.424700  |
| R2    | 0.081465                       | 0.300389  | -0.097456 |
| R3    | 0.424700                       | -0.097456 | 1.217525  |

FIGURA 18.18: MATRIZ WHITE

Os termos da diagonal principal são as variâncias, portanto os erros padrões consistentes segundo White são gerados por:

**vector(3)**  $ep\_White$

$ep\_White(1) = White(1,1)^{0.5}$

$ep\_White(2) = White(2,2)^{0.5}$

$ep\_White(3) = White(3,3)^{0.5}$

| EP_WHITE |                                |
|----------|--------------------------------|
|          | C1                             |
|          | Last updated: 07/05/03 - 21:57 |
| R1       | 0.747043                       |
| R2       | 0.548078                       |
| R3       | 1.103415                       |

FIGURA 18.19: VETOR EP\_WHITE

Para obter os erros padrões consistentes em heteroscedasticidade segundo White no EViews, seleciona-se **Estimate** na barra de ferramentas da **EQ01** e em seguida seleciona-se **Options**. Será exibida a janela a seguir:

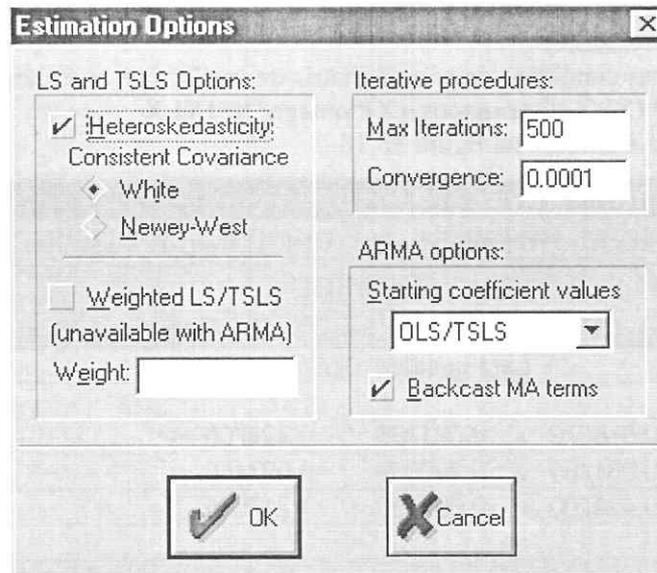


FIGURA 18.20: JANELA DE OPÇÕES PARA A ESTIMAÇÃO

Nesta janela deve-se selecionar o campo **Heteroskedasticity Consistent Covariance** e em seguida **White**. Confirmar em **OK** duas vezes para estimar a equação apresentada a seguir:

| Equation: EQ01 Workfile: EXEMPLO 29.1                               |             |                       |             |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids |             |                       |             |        |
| Dependent Variable: Y   |             |                       |             |        |
| Method: Least Squares   |             |                       |             |        |
| Date: 07/05/03 Time: 21:54  |             |                       |             |        |
| Sample: 1 50  |             |                       |             |        |
| Included observations: 50   |             |                       |             |        |
| White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance    |             |                       |             |        |
| Variable  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |
| C   | 0.190394    | 0.747043              | 0.254863    | 0.7999 |
| X1  | 1.131133    | 0.548078              | 2.063820    | 0.0446 |
| X2  | 0.376825    | 1.103415              | 0.341508    | 0.7342 |
| R-squared   | 0.037904    | Mean dependent var    | 0.393800    |        |
| Adjusted R-squared  | -0.003036   | S.D. dependent var    | 6.368374    |        |
| S.E. of regression  | 6.378033    | Akaike info criterion | 6.601721    |        |
| Sum squared resid   | 1911.928    | Schwarz criterion     | 6.716443    |        |
| Log likelihood  | -162.0430   | F-statistic           | 0.925850    |        |
| Durbin-Watson stat  | 1.856036    | Prob(F-statistic)     | 0.403299    |        |

FIGURA 18.21: RESULTADO DA ESTIMAÇÃO DO MODELO COM ERROS PADRÕES CORRIGIDOS PELA MATRIZ DE VARIÂNCIA E COVARIÂNCIA DE WHITE

Comparando os erros padrões de White com aqueles gerados na **EQ01** (exemplo 18.1), concluímos que para os dois primeiros coeficientes houve uma redução, enquanto que para o último coeficiente, houve um aumento de mais de duas vezes.

## APÊNDICE 1 (Dados utilizados no capítulo)

EXEMPLO 18.1: Dados obtidos em Greene (2000, cap. 12, exercício 5, p. 523)

| Y     | X1    | X2    | Y      | X1    | X2    |
|-------|-------|-------|--------|-------|-------|
| -1.42 | -1.65 | -0.67 | -23.17 | -0.66 | 7.82  |
| 2.75  | 1.48  | 0.70  | -2.52  | -1.18 | -1.15 |
| 2.10  | 0.77  | 0.32  | -1.26  | -0.80 | 1.77  |
| -5.08 | 0.67  | 2.88  | -0.15  | -1.32 | 2.92  |
| 1.49  | 0.68  | -0.19 | 3.41   | 0.16  | -1.94 |
| 1.00  | 0.23  | -1.28 | -5.45  | 1.06  | 2.09  |
| 0.16  | -0.40 | -2.72 | 1.31   | -0.60 | 1.50  |
| -1.11 | -1.13 | -0.70 | 1.52   | 0.79  | -0.46 |
| 1.66  | 0.15  | -1.55 | 2.04   | 0.86  | 0.19  |
| -0.26 | -0.63 | -0.74 | 3.00   | 2.04  | -0.39 |
| -4.87 | 0.34  | -1.87 | 6.31   | -0.51 | 1.54  |
| 5.94  | 0.35  | 1.56  | 5.51   | 0.02  | 1.87  |
| 2.21  | 0.79  | 0.37  | -15.22 | 0.33  | -3.45 |
| -6.87 | 0.77  | -2.07 | -1.47  | -1.99 | -0.88 |
| 0.90  | -1.04 | 1.20  | -1.48  | 0.70  | -1.53 |
| 1.61  | 0.28  | 0.26  | 6.66   | -0.17 | 1.42  |
| 2.11  | 0.58  | -1.34 | 1.78   | 0.33  | -2.70 |
| -3.82 | -0.41 | 2.10  | 2.62   | 0.48  | 1.77  |
| -0.62 | -1.78 | 0.61  | -5.16  | 1.90  | -1.89 |
| 7.01  | 1.25  | 2.32  | -4.71  | -0.18 | -1.85 |
| 26.14 | 0.22  | 4.38  | -0.35  | -0.18 | 2.01  |
| 7.39  | 1.25  | 2.16  | -0.48  | -1.62 | 1.26  |
| 0.79  | -0.12 | 1.51  | 1.24   | 0.39  | -2.02 |
| 1.93  | 0.66  | 0.30  | 0.69   | 0.17  | 1.91  |
| 1.97  | 1.06  | -0.17 | 1.91   | 1.02  | -2.23 |

EXEMPLO 18.4: Dados obtidos em Gujarati (2000, cap. 11, tabela 11.5, p. 388)

| Setores                                   | Vendas    | Gastos com P&D | Lucros   |
|---|-----------|----------------|----------|
| 1. Contêineres e acondicionamento         | 6 375.3   | 62.5           | 185.1    |
| 2. Financeiras (exceto bancos)            | 11 626.4  | 92.9           | 1 569.5  |
| 3. Prestação de serviços                  | 14 655.1  | 178.3          | 276.8    |
| 4. Metais e mineração                     | 21 869.2  | 258.4          | 2 828.1  |
| 5. Construção                             | 26 408.3  | 494.7          | 225.9    |
| 6. Indústrias em geral                    | 32 405.6  | 1 008.3        | 3 751.9  |
| 7. Entretenimento                         | 35 107.7  | 1 620.6        | 2 884.1  |
| 8. Papéis e produtos florestais           | 40 295.4  | 421.7          | 4 645.7  |
| 9. Alimentos                              | 70 761.6  | 509.2          | 5 036.4  |
| 10. Saúde                                 | 80 552.8  | 6 620.1        | 13 869.9 |
| 11. Aeroespacial                          | 95 294.0  | 3 918.6        | 4 487.8  |
| 12. Produtos de consumo                   | 101 314.1 | 1 595.3        | 10 278.9 |
| 13. Eletro-eletrônicos                    | 116 141.3 | 6 107.5        | 8 787.3  |
| 14. Produtos químicos                     | 122 315.7 | 4 454.1        | 16 438.8 |
| 15. Conglomerados                         | 141 649.9 | 3 163.8        | 9 761.4  |
| 16. Computadores e equip. para escritório | 175 025.8 | 13 210.7       | 19 774.5 |
| 17. Combustíveis                          | 230 614.5 | 1 703.8        | 22 626.6 |
| 18. Automotivo                            | 293 543.0 | 9 528.2        | 18 415.4 |

Obs.: Dados referentes ao ano de 1988 (valores em milhões de dólares).

## AUTOCORRELAÇÃO

Uma das hipóteses do Modelo Clássico de Regressão Linear (MCRL) estabelece que não há autocorrelação ou correlação serial<sup>12</sup> entre os termos de perturbação incluídos na Função de Regressão Populacional (FRP). Apesar de ser um fenômeno típico de séries temporais, pode também ocorrer em dados do tipo *cross-section*, entretanto neste tipo de dado a disposição das informações deve apresentar alguma lógica ou interesse econômico para que possamos compreender qualquer decisão sobre a presença ou não de autocorrelação.

A maioria das séries temporais em economia apresenta autocorrelação positiva, ainda que seja possível a ocorrência de autocorrelação negativa. Os gráficos **a** e **b** abaixo exibem os padrões de autocorrelação positiva e negativa, respectivamente.

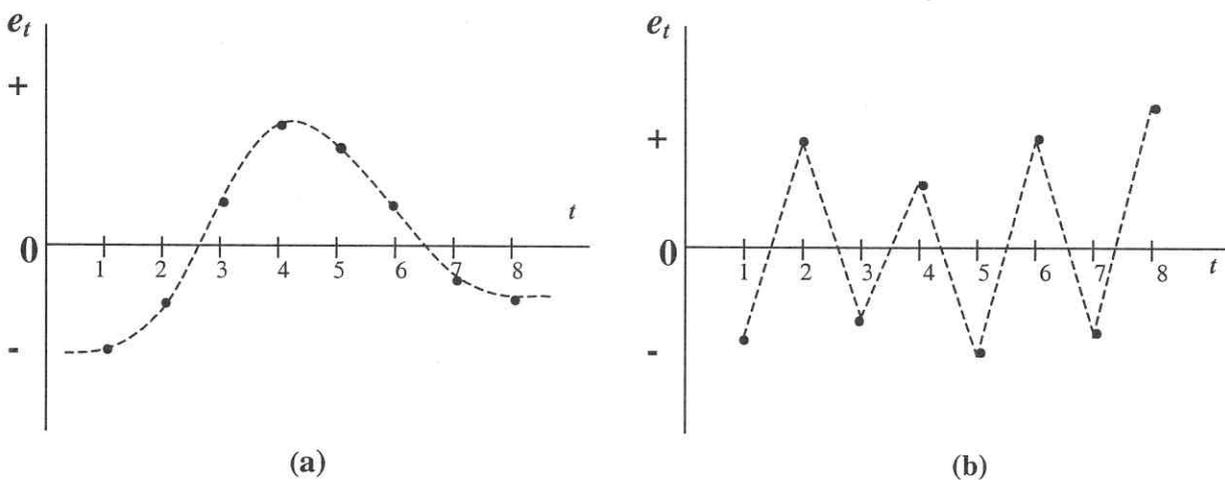


FIGURA 19.1: GRÁFICO A – EXEMPLO DE AUTOCORRELAÇÃO POSITIVA  
GRÁFICO B – EXEMPLO DE AUTOCORRELAÇÃO NEGATIVA

No capítulo anterior, vimos um exemplo de como a suposição de que  $E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}') = \sigma^2\mathbf{I}$  para o modelo linear geral  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$  pode ser violada. Foi visto que, se os erros relacionados a diferentes observações tiverem variâncias diferentes, a matriz de variância e covariância dos erros não será mais o produto de um escalar (positivo) pela matriz identidade, e sim assumirá a forma geral  $E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}') = \sigma^2\boldsymbol{\Omega}$ , com  $\boldsymbol{\Omega}$  diagonal e positiva definida.

É importante notar que  $\boldsymbol{\Omega}$  é diagonal quando se assume ausência de autocorrelação, isto é:

$$E(\varepsilon_i\varepsilon_j) = 0 \quad \forall i \neq j \Rightarrow \nexists \text{ autocorrelação}$$

$$E(\varepsilon_i\varepsilon_j) \neq 0 \quad \forall i \neq j \Rightarrow \exists \text{ autocorrelação}$$

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}') = E \begin{bmatrix} \varepsilon_1^2 & \varepsilon_1\varepsilon_2 & \cdots & \varepsilon_1\varepsilon_n \\ \varepsilon_2\varepsilon_1 & \varepsilon_2^2 & \cdots & \varepsilon_2\varepsilon_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon_n\varepsilon_1 & \varepsilon_n\varepsilon_2 & \cdots & \varepsilon_n^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(\varepsilon_1^2) & E(\varepsilon_1\varepsilon_2) & \cdots & E(\varepsilon_1\varepsilon_n) \\ E(\varepsilon_2\varepsilon_1) & E(\varepsilon_2^2) & \cdots & E(\varepsilon_2\varepsilon_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E(\varepsilon_n\varepsilon_1) & E(\varepsilon_n\varepsilon_2) & \cdots & E(\varepsilon_n^2) \end{bmatrix}$$

<sup>12</sup> Embora seja comum tratar os termos autocorrelação e correlação serial como sinônimos, alguns autores preferem distinguir os dois termos. Tintner, por exemplo, define autocorrelação como a "correlação defasada de uma dada série consigo mesma, defasada em um número de unidades de tempo", reservando o termo correlação serial para a "correlação defasada entre duas séries diferentes". (Gujarati, 2000)

Assumindo que o modelo é homoscedástico (os elementos da diagonal principal de  $E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}')$  são todos iguais) e contemplando a possibilidade de autocorrelação, temos

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}')$$

$$= E \begin{bmatrix} \sigma^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma^2 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma^2 \end{bmatrix} \quad \text{onde} \quad \begin{cases} E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = \sigma_{ij} & \text{se } i \neq j \\ E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = \sigma^2 & \text{se } i = j \end{cases}$$

Como  $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = E(\varepsilon_j \varepsilon_i) = \sigma_{ij} = \sigma_{ji}$  se  $i \neq j$ , tiramos a conclusão óbvia de que  $E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}')$  é simétrica, e por definição positiva definida, por se tratar de uma matriz de variância e covariância. Se tivermos  $\sigma_{ij} \neq 0$  para  $i \neq j$ , temos que a matriz  $E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}')$  não será diagonal, de modo que os erros serão autocorrelacionados.

Na presença de autocorrelação, assim como de heteroscedasticidade, o estimador de mínimos quadrados permanece não viesado e consistente<sup>13</sup>. Porém tal estimador deixa de ser eficiente, ou seja, não é mais o estimador de menor variância na classe dos estimadores lineares não viesados, de modo que não é mais o Melhor Estimador Linear Não Viesado (MELNV). Este fato faz com que os processos de inferência estatística sobre um modelo com autocorrelação forneçam resultados não confiáveis.

Como  $E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}')$  é simétrica, não temos que estimar seus  $n^2$  termos. Em caso de autocorrelação e de heteroscedasticidade precisamos estimar  $n(n+1)/2$  termos. Em caso de autocorrelação e homoscedasticidade, precisamos estimar  $[n(n-1) + 2]/2$  termos. Note que, como temos apenas  $n$  observações, não podemos estimar  $n(n+1)/2$  ou  $[n(n-1) + 2]/2$  parâmetros, de modo que precisamos fazer alguma suposição sobre a natureza autocorrelação.

## 19.1 PADRÕES DE AUTOCORRELAÇÃO E CORRELAÇÃO SERIAL

- Processo auto-regressivo de 1ª ordem, ou simplesmente AR(1). Consiste no processo mais comum em séries econômicas:

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t$$

- Processo auto-regressivo de 2ª ordem, ou simplesmente AR(2):

$$\varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \rho_2 \varepsilon_{t-2} + u_t$$

- Processo auto-regressivo de ordem  $p$ , ou simplesmente AR( $p$ ):

$$\varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \rho_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \rho_{t-p} \varepsilon_{t-p} + u_t$$

- Processo de média móvel de 1ª ordem, ou simplesmente MA(1)<sup>14</sup>:

$$\varepsilon_t = u_t - \theta u_{t-1}$$

- Processo de média móvel de 2ª ordem, ou simplesmente MA(2):

$$\varepsilon_t = u_t - \theta_1 u_{t-1} - \theta_2 u_{t-2}$$

- Processo de média móvel de ordem  $q$ , ou simplesmente MA( $q$ ):

$$\varepsilon_t = u_t - \theta_1 u_{t-1} - \theta_2 u_{t-2} - \dots - \theta_q u_{t-q}$$

<sup>13</sup> Na verdade, como observa Greene (2000, p. 533), a consistência na presença de autocorrelação depende de dois fatores: i) os regressores são bem comportados, ou seja, atendem às condições de Grenander (ver Greene (2000, p. 354)) e ii) as correlações entre os termos de perturbação se aproximam de zero suficientemente rápido à medida que as observações se distanciam no tempo.

<sup>14</sup> MA tem origem do termo em inglês "moving average".

- Processo auto-regressivo de 1ª ordem e de média móvel de 1ª ordem, ou simplesmente ARMA(1,1)

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t - \theta u_{t-1}$$

- Processo auto-regressivo de ordem p e de média móvel de ordem q, ou simplesmente ARMA(p,q)

$$\varepsilon_t = \rho_1\varepsilon_{t-1} + \rho_2\varepsilon_{t-2} + \dots + \rho_p\varepsilon_{t-p} + u_t - \theta_1u_{t-1} - \theta_2u_{t-2} - \dots - \theta_qu_{t-q}$$

Dentre os padrões de autocorrelação e correlação serial possíveis, o mais comum em séries temporais econômicas é o processo autoregressivo de primeira ordem, AR(1).

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t$$

Veremos a seguir algumas características deste processo. O termo  $u_t$  apresenta as propriedades estatísticas usuais, a saber:

$$E(u_t) = 0$$

$$Var(u_t) = E(u_t^2) = \sigma_u^2$$

$$Cov(u_i, u_j) = E(u_i u_j) = 0 \quad \forall i \neq j$$

Assim definido,  $u_t$  é conhecido como ruído branco.

A lógica do processo AR(1) é que o componente aleatório  $\varepsilon_t$  é dividido em um termo autoregressivo ( $\rho\varepsilon_{t-1}$ ), devido, por exemplo, à inércia de sistemas econômicos, e um termo puramente aleatório ( $u_t$ ).

Assume-se que  $|\rho| < 1$ , de modo que as propriedades de  $\varepsilon_t$  não se alteram de um período a outro<sup>15</sup>. Esta condição implica, entre outras coisas, que  $E(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_{t-j}) \quad \forall j$ . Logo:

$$E(\varepsilon_t) = \rho E(\varepsilon_{t-1}) + E(u_t)$$

$$E(\varepsilon_t) = \rho E(\varepsilon_{t-1}) + 0 \Rightarrow (1 - \rho)E(\varepsilon_t) = 0 \Rightarrow E(\varepsilon_t) = 0$$

Assim, se os erros de uma equação seguem um processo AR(1), eles continuam a ter média zero<sup>16</sup>.

$$Var(\varepsilon_t) = \rho^2 Var(\varepsilon_{t-1}) + Var(u_t) + 2\rho Cov(\varepsilon_{t-1}, u_t)$$

$$\sigma_\varepsilon^2 = \rho^2 \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_u^2 + 0$$

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sigma_u^2}{1 - \rho^2}$$

$$\begin{aligned} Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) &= E\{[\varepsilon_t - E(\varepsilon_t)][\varepsilon_{t-1} - E(\varepsilon_{t-1})]\} \\ &= E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-1}) \\ &= E[(\rho\varepsilon_{t-1} + u_t)\varepsilon_{t-1}] \\ &= \rho E(\varepsilon_{t-1}^2) + E(u_t \varepsilon_{t-1}) \\ &= \rho \sigma_\varepsilon^2 \end{aligned}$$

<sup>15</sup> A condição  $|\rho| < 1$  é conhecida como condição de estacionaridade de um processo AR(1).

<sup>16</sup> Note que esta observação é válida somente para processos AR(1) sem *drift*, ou seja, sem termo de intercepto. Um modelo AR(1) com *drift* é do tipo  $\varepsilon_t = \phi_1 + \phi_2\varepsilon_{t-1} + u_t$  e conseqüentemente  $E(\varepsilon_t) = \frac{\phi_1}{1 - \phi_2}$ .

$$\begin{aligned}
Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-2}) &= E\{[\varepsilon_t - E(\varepsilon_t)][\varepsilon_{t-2} - E(\varepsilon_{t-2})]\} \\
&= E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-2}) \\
&= E[(\rho \varepsilon_{t-1} + u_t) \varepsilon_{t-2}] \\
&= E(\rho \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-2} + u_t \varepsilon_{t-2}) \\
&= \rho E(\varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-2}) \\
&= \rho^2 \sigma^2
\end{aligned}$$

De modo geral,  $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-k}) = \rho^k \sigma_\varepsilon^2$ .

Podemos agora construir a matriz de variância e covariância de  $\varepsilon$  para o caso AR(1):

$$E(\varepsilon \varepsilon') = \sigma_\varepsilon^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^{n-1} \\ \rho & 1 & \rho & \dots & \rho^{n-1} \\ \rho^2 & \rho & 1 & \dots & \rho^{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{n-1} & \rho^{n-2} & \rho^{n-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} = \frac{\sigma_u^2}{1-\rho^2} \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^{n-1} \\ \rho & 1 & \rho & \dots & \rho^{n-1} \\ \rho^2 & \rho & 1 & \dots & \rho^{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{n-1} & \rho^{n-2} & \rho^{n-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Logo, saímos de um problema que era o de estimar  $\frac{n(n-1)+2}{2}$  parâmetros para o de estimar apenas  $\sigma_\varepsilon^2$  e  $\rho$ .

Fazendo uso dos resultados anteriores, temos que  $Cor(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) = \frac{Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1})}{Var(\varepsilon_t)} = \rho$ . Para o caso geral,  $Cor(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-k}) = \rho^k$ ,  $k = 1, 2, \dots$

Este último resultado indica que haverá sempre alguma correlação entre os  $\varepsilon_t$ 's, independente de quão distante eles possam estar. Além disso, devido ao fato de  $|\rho| < 1$ , esta correlação é uma função decrescente da distância entre os termos de erro.

## 19.2 POSSÍVEIS CAUSADORES DA AUTOCORRELAÇÃO

- Viés de especificação (omissão de variável, forma funcional incorreta);
- Relações defasadas entre as variáveis;
- Inércia: característica própria da maioria das séries temporais econômicas;
- Manipulação de dados.

## 19.3 FORMAS DE DETECTAR A AUTOCORRELAÇÃO

Antes de utilizar uma equação estimada para fazer inferência estatística (teste de hipóteses ou previsão, por exemplo), deve-se testar quanto à presença de autocorrelação. O EViews proporciona diversas maneiras de testar a presença de autocorrelação.

### 19.3.1 Método Gráfico

Deve-se plotar os resíduos ( $e_t$ , estimador de  $\varepsilon_t$ ) em relação ao tempo ( $t$ ) ou plotar  $e_t$  contra  $e_{t-1}$  e verificar a existência de correlação (ver padrões hipotéticos na figura 19.3).

**EXEMPLO 19.1** Considere o seguinte modelo hipotético:

$$IED_t = \beta_1 + \beta_2 PIB_{t-1} + \beta_3 IGP_{t-1} + \beta_4 EDU_{t-1} + \varepsilon_t$$

onde:  $IED$  = Investimento externo direto;  
 $PIB$  = Produto Interno Bruto;  
 $IGP$  = Proxy da inflação ou de estabilidade macroeconômica;  
 $EDU$  = Investimento em educação.

Para estimar o modelo original, calculamos a regressão

$$IED_t = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 PIB_{t-1} + \hat{\beta}_3 IGP_{t-1} + \hat{\beta}_4 EDU_{t-1} + e_t$$

que no EViews é obtida por meio dos comandos

**equation EQ01.LS IED C PIB(-1) IGP(-1) EDU(-1)**

Será então gerado um objeto do tipo equação (**Equation**) denominado **EQ01** correspondente à regressão estimada  $IED_t = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 PIB_{t-1} + \hat{\beta}_3 IGP_{t-1} + \hat{\beta}_4 EDU_{t-1} + e_t$ .

Após calcular a regressão, o EViews irá preencher a série **resid** com os resíduos desta regressão. Deve-se então gerar uma série denominada **e**, por exemplo, correspondente aos resíduos da regressão. Para tanto deve-se digitar na janela de comandos

**genr e = resid**

Lembre que isto deve ser feito logo após o cálculo da regressão pelo EViews, pois a cada nova regressão calculada, o programa atualiza a série **resid**<sup>17</sup>. Para plotar os resíduos em relação ao tempo, é importante primeiramente gerar uma série de tendência:

**genr t=@trend**

Em seguida, deve-se abrir um grupo contendo as séries **t** e **e**, selecionando **t** e em seguida **e** (pressionando a tecla **Ctrl**) e dando um duplo clique sobre a área selecionada. É importante selecionar primeiramente **t**, pois a série que é selecionada primeiro aparece no eixo horizontal do gráfico. Outra opção para abrir o grupo é digitando **SHOW t e** na janela de comandos. Após abrir o grupo, o gráfico de dispersão é obtido clicando em **View / Graph / Scatter / Simple Scatter** na barra de ferramentas do grupo.

Para plotar  $e_t$  contra  $e_{t-1}$ , deve-se abrir um grupo contendo as séries **E(-1)** e **E**, nesta ordem (**show e(-1) e**) e selecionar **View / Graph / Scatter / Simple Scatter** na barra de ferramentas do grupo. A figura 19.2 apresenta um exemplo de uma série de resíduos não autocorrelacionada (pelo menos de primeira ordem). Note que o gráfico de  $e_t$  (**E**) contra  $e_{t-1}$  (**E(-1)**) forma uma nuvem sem tendência alguma.

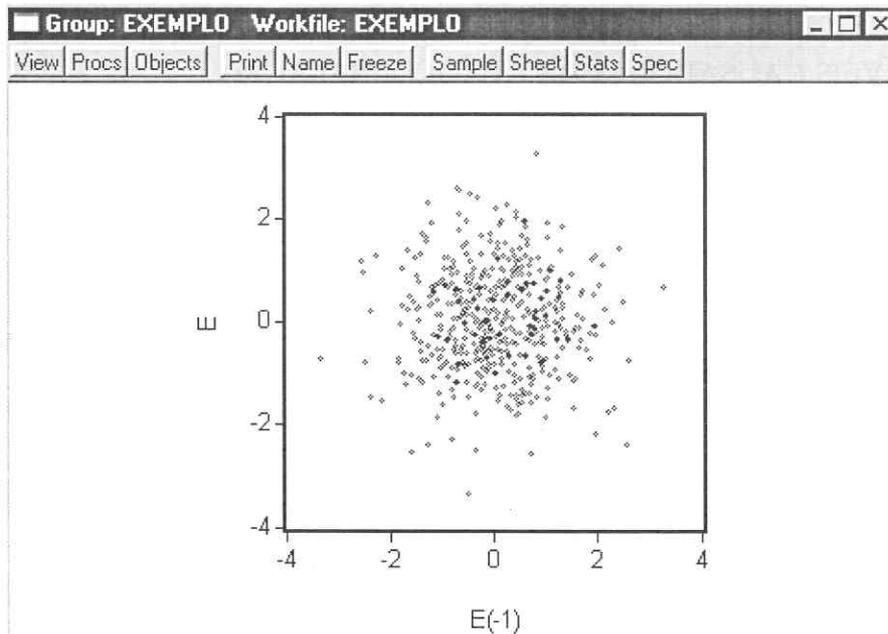


FIGURA 19.2: GRÁFICO DE DISPERSÃO DE E(-1) X E

<sup>17</sup> Outra forma de criar a série **e** é selecionando **Procs/Make Residual Series** na barra de ferramentas da equação **EQ01** e preencher a janela que irá aparecer com o nome desejado. Caso queira salvar esta alteração, selecione **Save** na barra de ferramentas do *workfile*.

A figura 19.3 exibe exemplos de gráficos dos resíduos contemplando tanto o caso de autocorrelação (de primeira ordem) positiva quanto negativa. Os gráficos **a** e **c** representam a dispersão dos resíduos em relação ao tempo e os gráficos **b** e **d** exibem a dispersão de  $e_t$  contra  $e_{t-1}$ . As séries temporais econômicas exibem, em geral, um padrão de autocorrelação positiva, exemplificado nos gráficos **a** e **b**. Os gráficos **c** e **d** são exemplos de comportamento de resíduos autocorrelacionados negativamente.

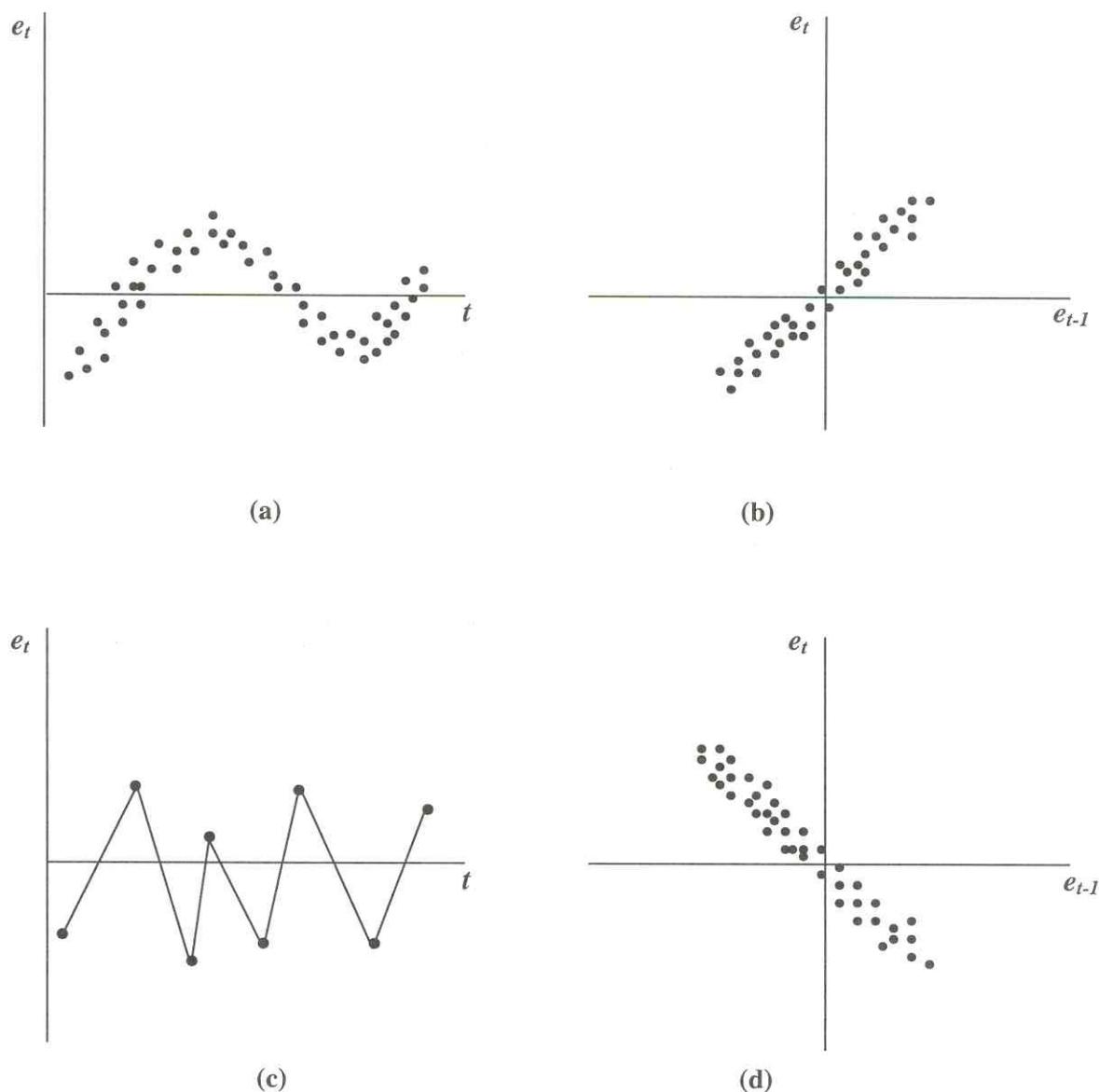


FIGURA 19.3: PADRÕES DE AUTOCORRELAÇÃO POSITIVA (GRÁFICOS A E B) E DE AUTOCORRELAÇÃO NEGATIVA (GRÁFICOS C E D)

**EXEMPLO 19.2** : Em dados econômicos com frequência mensal é comum a ocorrência de autocorrelação de 12<sup>a</sup> ordem. Isto significa que meses iguais em anos diferentes apresentam traços de semelhança. Este exemplo visa fornecer ao leitor uma amostra do comportamento de uma série com estas características. Para tanto, geramos a série  $Y_t = 0.4 + 0.85Y_{t-12} + u_t$  cuja construção no EViews é definida na figura 19.4.

O procedimento descrito na figura 19.4 utiliza o modo de programação. Para isto, basta digitar **Program** na janela de comandos, confirmar na tecla **Enter** e digitar os comandos indicados na figura

19.4. Após devidamente digitados os comandos no campo do objeto **Program**, deve-se clicar em **Run** e em seguida em **OK**.

```

Program: UNTITLED
Run Print Save SaveAs Cut Copy Paste MergeText Find Replace
create u 1 500
genr u=@nrnd
genr y=0
smpl 13 500
genr y=0.4+0.85*y(-12)+u
smpl @all

```

FIGURA 19.4: COMANDOS PARA GERAR A SÉRIE  $Y_t = 0.4 + 0.85Y_{t-12} + u_t$

O gráfico de dispersão de  $Y(-1)$  x  $Y$  é mostrado na figura 19.5. A matriz de correlação de  $Y(-1)$  e  $Y$  é apresentada na figura 19.6. Para plotar o gráfico exibido na figura 19.5, deve-se inicialmente abrir um grupo contendo as séries  $Y(-1)$  e  $Y$ . Uma forma de abrir este grupo é digitando **group grupo01 Y(-1) Y** na janela de comandos e em seguida confirmar na tecla **Enter**.

Em seguida, deve-se abrir o grupo (com um duplo clique sobre o ícone do **grupo01** que irá constar no *workfile*). Para gerar o gráfico deve-se selecionar **View / Graph / Scatter / Simple Scatter** na barra de ferramentas do **grupo01**. O gráfico de dispersão de  $Y(-1)$  x  $Y$  forma uma nuvem sem tendência alguma, o que nos indica baixa correlação.

Para visualizar a matriz de correlação, basta selecionar **View / Correlations** na barra de ferramentas do **grupo01**.

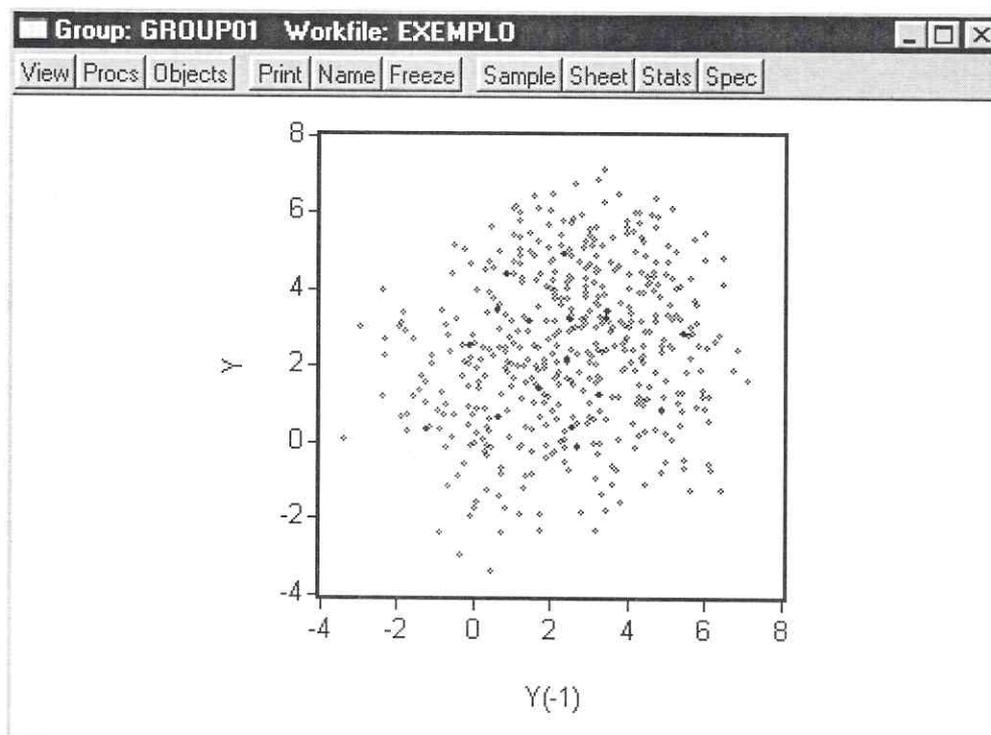


FIGURA 19.5: GRÁFICO DE DISPERSÃO DE  $Y(-1)$  X  $Y$

| Group: GROUP01 Workfile: EXEMPLO                             |          |          |  |  |  |
|--|----------|----------|--|--|--|
| View Procs Objects Print Name Freeze Sample Sheet Stats Spec |          |          |  |  |  |
| Correlation Matrix   |          |          |  |  |  |
|  | Y(-1)    | Y        |  |  |  |
| Y(-1)  | 1.000000 | 0.190152 |  |  |  |
| Y  | 0.190152 | 1.000000 |  |  |  |
|  |          |          |  |  |  |
|  |          |          |  |  |  |

FIGURA 19.6: MATRIZ DE CORRELAÇÃO DE Y(-1) E Y

O gráfico de dispersão de  $Y(-2) \times Y$  é mostrado na figura 19.7. A matriz de correlação de  $Y(-2)$  e  $Y$  é apresentada na figura 19.8. Para plotar o gráfico exibido na figura 19.7, deve-se inicialmente abrir um grupo contendo as séries  $Y(-2)$  e  $Y$ . Uma forma de abrir este grupo é digitando `group grupo02 Y(-2) Y` na janela de comandos e em seguida confirmar na tecla **Enter**.

Em seguida, deve-se abrir o grupo (com um duplo clique sobre o ícone do **grupo02** que irá constar no *workfile*). Para gerar o gráfico, deve-se selecionar **View / Graph / Scatter / Simple Scatter** na barra de ferramentas do **grupo01**. O gráfico de dispersão de  $Y(-2) \times Y$  forma uma nuvem sem tendência alguma, o que nos indica baixa correlação.

Para visualizar a matriz de correlação, basta selecionar **View / Correlations** na barra de ferramentas do **grupo02**.

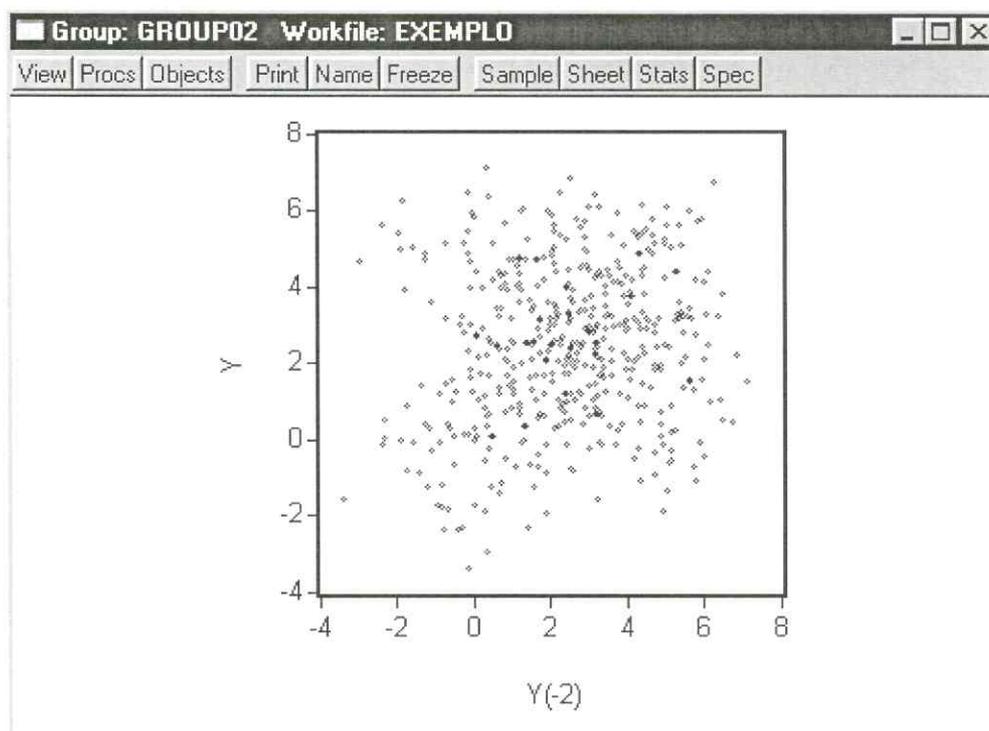


FIGURA 19.7: GRÁFICO DE DISPERSÃO DE Y(-2) X Y

| Correlation Matrix |          |          |
|--------------------|----------|----------|
|                    | Y(-2)    | Y        |
| Y(-2)              | 1.000000 | 0.175319 |
| Y                  | 0.175319 | 1.000000 |

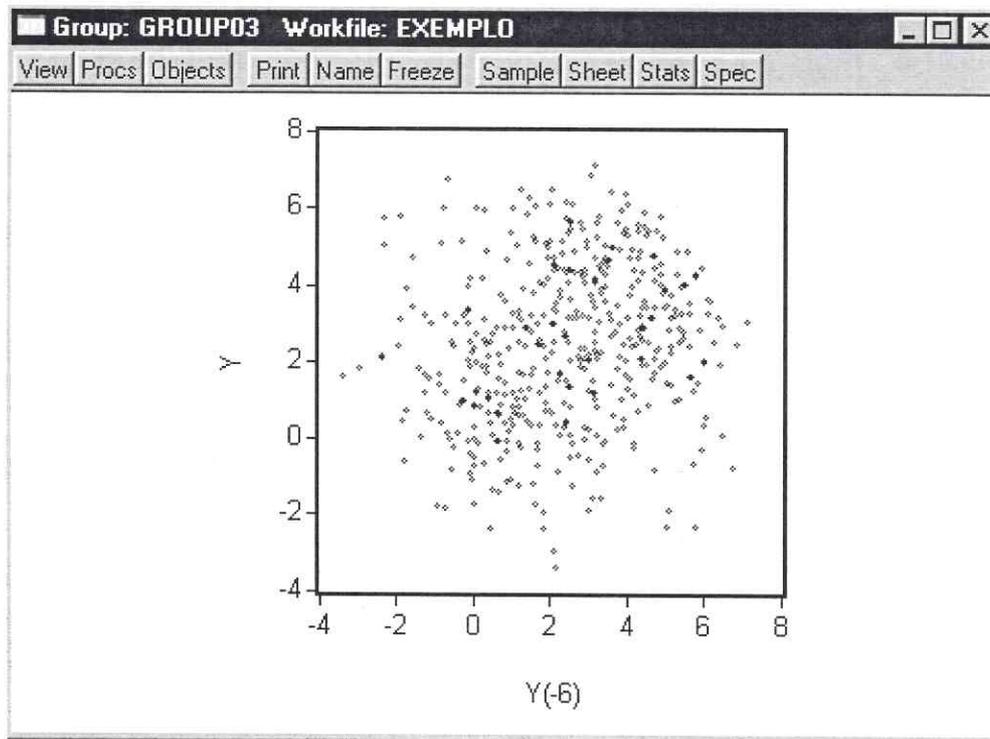
FIGURA 19.8: MATRIZ DE CORRELAÇÃO DE  $Y(-2)$  E  $Y$ 

O gráfico de dispersão de  $Y(-6)$  x  $Y$  é mostrado na figura 19.9. A matriz de correlação de  $Y(-6)$  e  $Y$  é apresentada na figura 19.10. Para plotar o gráfico exibido na figura 19.9, deve-se inicialmente abrir um grupo contendo as séries  $Y(-6)$  e  $Y$ . Uma forma de abrir este grupo é digitando **group grupo03 Y(-6) Y**

na janela de comandos e em seguida confirmar na tecla **Enter**.

Em seguida, deve-se abrir o grupo (com um duplo clique sobre o ícone do **grupo03** que irá constar no *workfile*). Para gerar o gráfico, deve-se selecionar **View / Graph / Scatter / Simple Scatter** na barra de ferramentas do **grupo03**. O gráfico de dispersão de  $Y(-6)$  x  $Y$  forma uma nuvem sem tendência alguma, o que nos indica baixa correlação.

Para visualizar a matriz de correlação, basta selecionar **View / Correlations** na barra de ferramentas do **grupo03**.

FIGURA 19.9: GRÁFICO DE DISPERSÃO DE  $Y(-6)$  X  $Y$

| Correlation Matrix |          |          |  |  |
|--------------------|----------|----------|--|--|
|                    | Y(-6)    | Y        |  |  |
| Y(-6)              | 1.000000 | 0.201023 |  |  |
| Y                  | 0.201023 | 1.000000 |  |  |
|                    |          |          |  |  |
|                    |          |          |  |  |

FIGURA 19.10: MATRIZ DE CORRELAÇÃO DE Y(-6) E Y

O gráfico de dispersão de  $Y(-12)$  x  $Y$  é mostrado na figura 19.11. A matriz de correlação de  $Y(-12)$  e  $Y$  é apresentada na figura 19.12. Para plotar o gráfico exibido na figura 19.11, deve-se inicialmente abrir um grupo contendo as séries  $Y(-12)$  e  $Y$ . Uma forma de abrir este grupo é digitando **group grupo04 Y(-12) Y** na janela de comandos e em seguida confirmar na tecla **Enter**.

Em seguida, deve-se abrir o grupo (com um duplo clique sobre o ícone do **grupo04** que irá constar no *workfile*). Para gerar o gráfico, deve-se selecionar **View / Graph / Scatter / Simple Scatter** na barra de ferramentas do **grupo04**. O gráfico de dispersão de  $Y(-12)$  x  $Y$  forma uma nuvem sem tendência alguma, o que nos indica baixa correlação.

Para visualizar a matriz de correlação, basta selecionar **View / Correlations** na barra de ferramentas do **grupo04**.

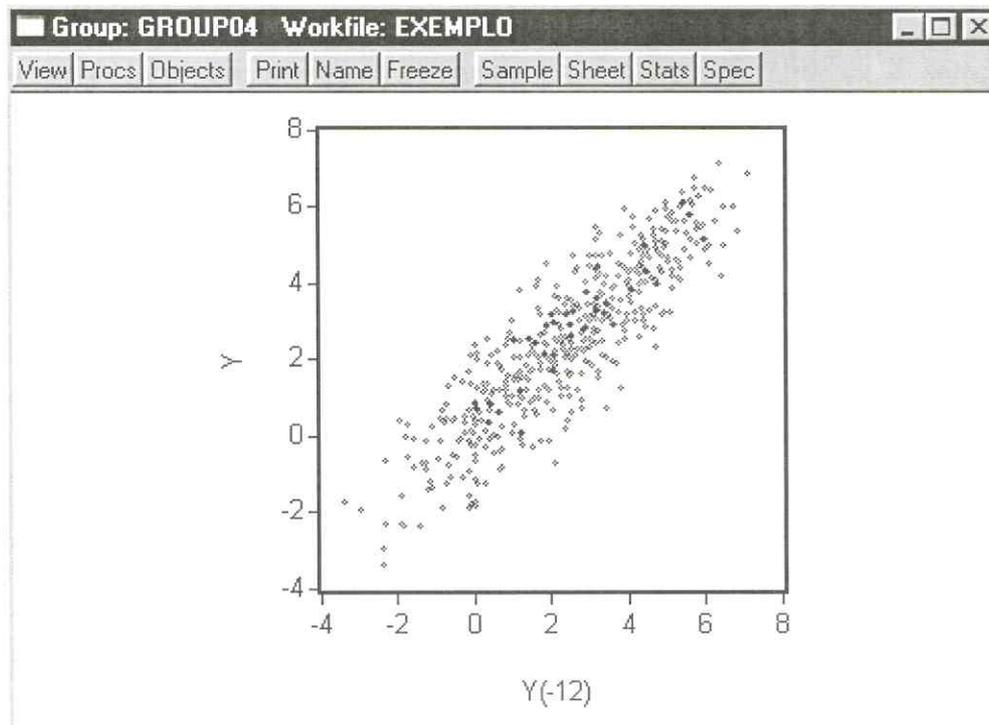


FIGURA 19.11: GRÁFICO DE DISPERSÃO DE Y(-12) X Y

| Correlation Matrix |          |          |
|--------------------|----------|----------|
|                    | Y(-12)   | Y        |
| Y(-12)             | 1.000000 | 0.881107 |
| Y                  | 0.881107 | 1.000000 |

FIGURA 19.12: MATRIZ DE CORRELAÇÃO DE Y(-12) E Y

Vemos claramente pela figura 3.11 que há uma relação positiva bem definida entre Y(-12) e Y, pelo que comprovamos a existência de autocorrelação de 12ª ordem. A correlação entre Y(-12) e Y é aproximadamente igual a 0,88.

A conclusão óbvia a ser tirada deste exemplo é que o gráfico de Y(-t) e Y informa apenas sobre a relação entre Y(-t) e Y. Dessa forma, se temos um caso como o apresentado na figura 19.2, podemos decidir pela ausência de autocorrelação de 1ª ordem, entretanto podemos estar diante de uma situação onde haja autocorrelação de ordem superior ou ainda do caso em que o termo de perturbação estocástica segue um processo MA(q).

### 19.3.2 Teste *d* de Durbin-Watson

Este teste, desenvolvido pelos estatísticos Durbin e Watson, este é o teste mais popular de autocorrelação. Entretanto algumas hipóteses são feitas para a aplicabilidade do teste:

- i) Modelo de regressão contém intercepto;
- ii) A matriz **X** de variáveis explicativas é composta de colunas não estocásticas, ou fixas em amostragem repetida;
- iii) As perturbações são geradas por um processo auto-regressivo de 1ª ordem;
- iv) Modelo não apresenta valor(es) defasado(s) da variável dependente como variável explicativa.

A estatística *d*, apresentada pelo EViews no relatório padrão de uma regressão, é definida como:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t^2 + e_{t-1}^2 - 2e_t e_{t-1})}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

onde  $e_t$  é o resíduo da regressão de mínimos quadrados.

Considerando um tamanho amostral suficientemente grande, podemos tomar  $\sum e_t^2 = \sum e_{t-1}^2$ , de modo que:

$$d = \frac{\sum e_t^2 + \sum e_{t-1}^2 - 2\sum e_t e_{t-1}}{\sum e_t^2} \cong 2 \left( 1 - \frac{\sum e_t e_{t-1}}{\sum e_t^2} \right). \text{ Definindo } \hat{\rho} = \frac{\sum e_t e_{t-1}}{\sum e_t^2}, \text{ temos:}$$

$$d = 2(1 - \hat{\rho})$$

Como  $-1 \leq \hat{\rho} \leq 1$ , então  $0 \leq d \leq 4$ , de acordo com as condições abaixo:

Se  $\hat{\rho} = 0$ , então  $d = 2 \rightarrow$  Não há autocorrelação

Se  $\hat{\rho} = -1$ , então  $d = 4 \rightarrow$  Autocorrelação Negativa

Se  $\hat{\rho} = 1$ , então  $d = 0 \rightarrow$  Autocorrelação Positiva

O teste *d* apresenta a desvantagem de possuir duas zonas inconclusivas, nas quais não se pode decidir sobre a ausência ou presença de autocorrelação. Encontrar o valor tabelado em uma tabela com a estatística *d* é simples. Basta saber o tamanho da amostra *n* e o número de variáveis explicativas *k*'

excluindo o termo constante. A tabela requer os pontos  $d_l$  (inferior) e  $d_s$  (superior) no nível de significância desejado. Monta-se então um esquema como o representado na figura 19.13.

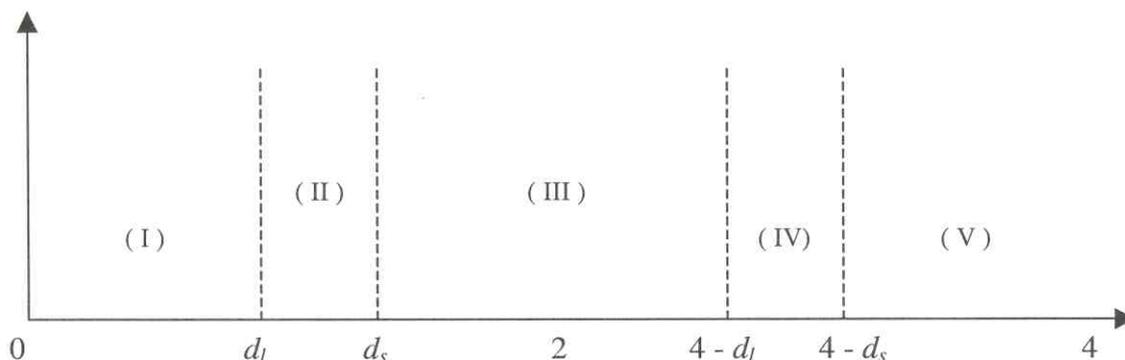


FIGURA 19.13: ESQUEMA DO TESTE DURBIN-WATSON

onde:

- (I)  $H_1$ : Existe autocorrelação positiva de primeira ordem;
  - (II) Zona inconclusiva;
  - (III)  $H_0$ : Ausência de autocorrelação de primeira ordem;
  - (IV) Zona inconclusiva;
  - (V)  $H_1$ : Existe autocorrelação negativa de primeira ordem;
- $d_l$  = Limite inferior;  
 $d_s$  = Limite superior.

**EXEMPLO 19.3** Utilizando os dados de Gujarati (2000, p.447, exercício 12.22), calcule a regressão para o modelo abaixo:

$$\ln CO_t = \beta_1 + \beta_2 \ln I_t + \beta_3 \ln L_t + \beta_4 \ln H_t + \beta_5 \ln A_t + \varepsilon_t$$

Supõe-se que o leitor já deve estar familiarizado com o procedimento de calcular uma regressão, motivo pelo qual apresentamos em seguida apenas o resultado. As informações a seguir são importantes para que possamos conduzir o teste de Durbin-Watson:

$n = 30$

$k' = 4$  (número de variáveis explicativas, sem contar com a constante)

$d_l = 1,062$  ;  $d_U = 1,759$

$4 - d_l = 2,938$  ;  $4 - d_U = 2,241$

Com base no relatório padrão da regressão do EViews (figura 19.14), constatamos que  $d = 0.954940 < d_l = 1,062$ . Deste modo, o valor calculado de  $d$  encontra-se na região (I) do esquema ilustrativo do teste DW. Assim sendo, concluímos pela rejeição da hipótese nula de ausência de autocorrelação em favor da hipótese alternativa de autocorrelação positiva.

| Equation: EQ01 Workfile: EXERCÍCIO 12.22 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|--|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                     | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: LOG(CO)              |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 08/05/03 Time: 17:10               |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1951 1980                        |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 30                |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                                 | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C  | -1.500441   | 1.003020              | -1.495923   | 0.1472 |        |          |          |       |        |
| LOG(I)                                   | 0.467509    | 0.165987              | 2.816541    | 0.0093 |        |          |          |       |        |
| LOG(L)                                   | 0.279443    | 0.114726              | 2.435745    | 0.0223 |        |          |          |       |        |
| LOG(H)                                   | -0.005152   | 0.142947              | -0.036038   | 0.9715 |        |          |          |       |        |
| LOG(A)                                   | 0.441449    | 0.106508              | 4.144737    | 0.0003 |        |          |          |       |        |
| R-squared                                | 0.936090    | Mean dependent var    | 3.721145    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                       | 0.925864    | S.D. dependent var    | 0.447149    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                       | 0.121749    | Akaike info criterion | -1.222692   |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                        | 0.370573    | Schwarz criterion     | -0.989159   |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                           | 23.34039    | F-statistic           | 91.54312    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                       | 0.954940    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 19.14: RELATÓRIO DO EIEWS PARA A REGRESSÃO

$$\ln CO_t = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 \ln I_t + \hat{\beta}_3 \ln L_t + \hat{\beta}_4 \ln H_t + \hat{\beta}_5 \ln A_t + e_t$$

O leitor interessado em gerar a estatística  $d$  de Durbin-Watson a partir da definição

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

pode fazê-lo, seguindo os procedimentos descritos abaixo:

- i) Na barra de ferramentas da equação **EQ01**, selecionar **Procs / Make Residual Series...** e nomear a série como **e** (digitando **e** em **Name for residual series** na janela que será aberta).
- ii) Gerar a série **de** como a diferença<sup>18</sup> (**e - e(-1)**) de **E**:

**genr de = d(e)**

- iii) Gerar o vetor denominado **dw** como sendo

**vector dw = @sumsq(de)/@sumsq(e)**

Para visualizar o valor gerado, basta abrir o vetor **dw** (com um duplo clique sobre seu ícone) e conferir o resultado, conforme ilustração apresentada na figura 19.15.

<sup>18</sup> Note que podemos perfeitamente gerar **de** como: **Genr de = e - e(-1)**

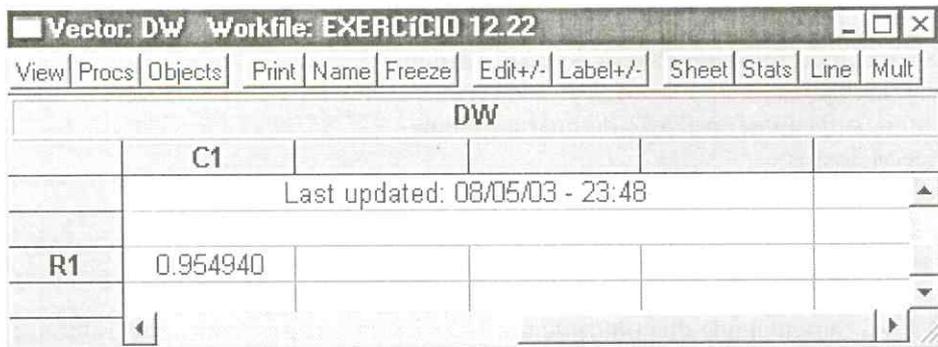


FIGURA 19.15: VETOR DW

### 19.3.3 Teste de Wallis

Em dados com frequência trimestral, é comum a ocorrência de autocorrelação de quarta ordem no termo de perturbação. Isto indica que é bastante razoável assumir, em certas situações, que é mais comum que o mesmo trimestre em anos distintos seja autocorrelacionado do que trimestres distintos do mesmo ano. Dessa forma, o termo de perturbação seguiria um processo autoregressivo de quarta ordem, do tipo:

$$\varepsilon_t = \phi_4 \varepsilon_{t-4} + u_t$$

onde o termo  $u_t$  apresenta as propriedades estatísticas usuais, ou seja, é um ruído branco:

$$E(u_t) = 0$$

$$Var(u_t) = E(u_t^2) = \sigma_u^2$$

$$Cov(u_t, u_j) = E(u_t u_j) = 0 \quad \forall i \neq j$$

Sob a hipótese nula de que  $\phi_4 = 0$ , Wallis (1972) criou a seguinte estatística de teste:

$$d_4 = \frac{\sum_{t=5}^n (e_t - e_{t-4})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

onde  $e_t$  é o resíduo da regressão de mínimos quadrados.

O teste  $d$  de Wallis, assim como o teste  $d$  de Durbin-Watson, apresenta a desvantagem de possuir duas zonas inconclusivas, nas quais não se pode decidir sobre a ausência ou presença de autocorrelação de quarta ordem. Deve ser criado um esquema idêntico ao gerado para o teste de Durbin-Watson e em seguida encontrar os valores tabelados<sup>19</sup>, ou seja, os pontos de significância  $d_l$  (inferior) e  $d_s$  (superior):

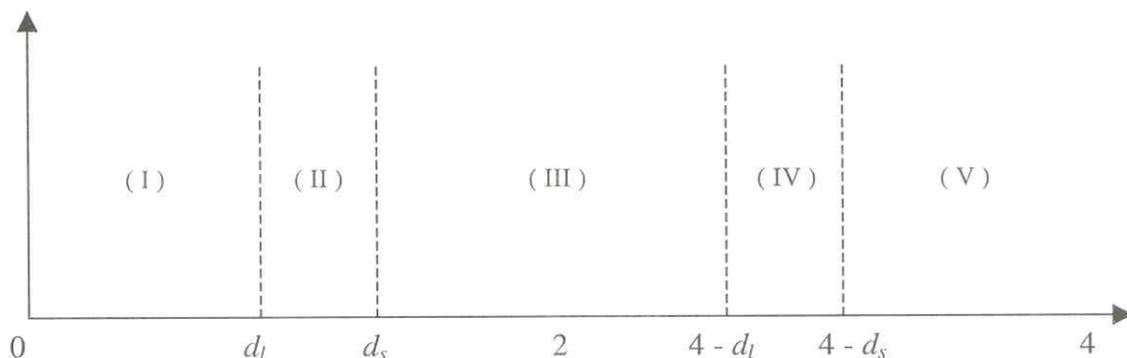


FIGURA 19.16: ESQUEMA DO TESTE DE WALLIS

<sup>19</sup> Os valores tabelados do teste encontram-se em Johnston (1997). Note que nesta tabela temos apenas os valores para o nível de significância de 5%.

onde:

- (I)  $H_1$ : Existe autocorrelação positiva de quarta ordem;
  - (II) Zona inconclusiva;
  - (III)  $H_0$ : Ausência de autocorrelação de quarta ordem;
  - (IV) Zona inconclusiva;
  - (V)  $H_1$ : Existe autocorrelação negativa de quarta ordem;
- $d_l$  = Limite inferior;  
 $d_s$  = Limite superior.

**EXEMPLO 19.4:** Suponha que dispomos de um *workfile* com dados trimestrais referente a um período relativamente longo de observações e que se ajustou o seguinte modelo de regressão:

$$Y_t = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2t} + \hat{\beta}_3 X_{3t} + e_t$$

onde  $e_t$  é o resíduo da regressão de mínimos quadrados. Podemos calcular a estatística  $d$  de Wallis de modo semelhante ao que fizemos para calcular a estatística  $d$  de Durbin-Watson:

- i) Calcular a equação e nomear como **EQ01**. Na barra de ferramentas da equação **EQ01**, selecionar **Procs / Make Residual Series...** e nomear a série como **E** (digitando **E** em **Name for residual series** na janela que será aberta).
- ii) Gerar a série **S** como a diferença (**E-E(-4)**) de **E**:  
**genr S = E-E(-4)**
- iii) Gerar o vetor denominado **WALLIS** como sendo  
**vector WALLIS = @sumsq(S)/@sumsq(E)**

Para visualizar o valor gerado, basta abrir o vetor **WALLIS** (com um duplo clique sobre seu ícone), conferir o resultado e conduzir o teste com base nos valores tabelados.

### 19.3.4 Correlograma

O correlograma de uma série é a representação gráfica das funções de autocorrelação (FAC) e de autocorrelação parcial (FACP). No EViews, o correlograma apresenta os valores das funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial de uma série específica, juntamente com as estatísticas-Q de Ljung-Box e os valores-p associados a cada defasagem.

A autocorrelação de uma série  $e$  na defasagem  $k$  é estimada por:

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T (e_t - \bar{e})(e_{t-k} - \bar{e})}{\sum_{t=1}^T (e_t - \bar{e})^2}$$

onde  $\bar{e}$  é a média amostral de  $e$ . Na verdade, este é o coeficiente de correlação para valores com distância igual a  $k$  períodos. As linhas pontilhadas na representação gráfica das autocorrelações limitam aproximadamente dois desvios-padrão a partir do ponto zero, sendo computadas como  $\pm 2/\sqrt{T}$ . Se a autocorrelação estiver contida neste intervalo, não será significativamente diferente de zero, considerando um nível de significância de aproximadamente 5%.

A função de autocorrelação parcial é comumente usada para determinar a ordem  $p$  de um processo autoregressivo. O coeficiente de autocorrelação parcial na defasagem  $k$  mede a correlação entre  $e_t$  e  $e_{t-k}$ , excluindo os efeitos dos termos intermediários  $e_{t-1}, e_{t-2}, \dots, e_{t-k+1}$ .

Foi visto que em um processo do tipo AR(1),  $Cor(e_t, e_{t-k}) = \rho^k$ . Como  $|\rho| < 1$ , temos que a FAC de um AR(1) deve apresentar decaimento geométrico. Além disso, como a ordem do processo é igual a 1 ( $p = 1$ ), apenas o primeiro termo da FACP é significativamente diferente de zero. São apresentados nas figuras 19.17 e 19.18 o correlograma de um processo AR(1) com coeficiente angular positivo e negativo, respectivamente.

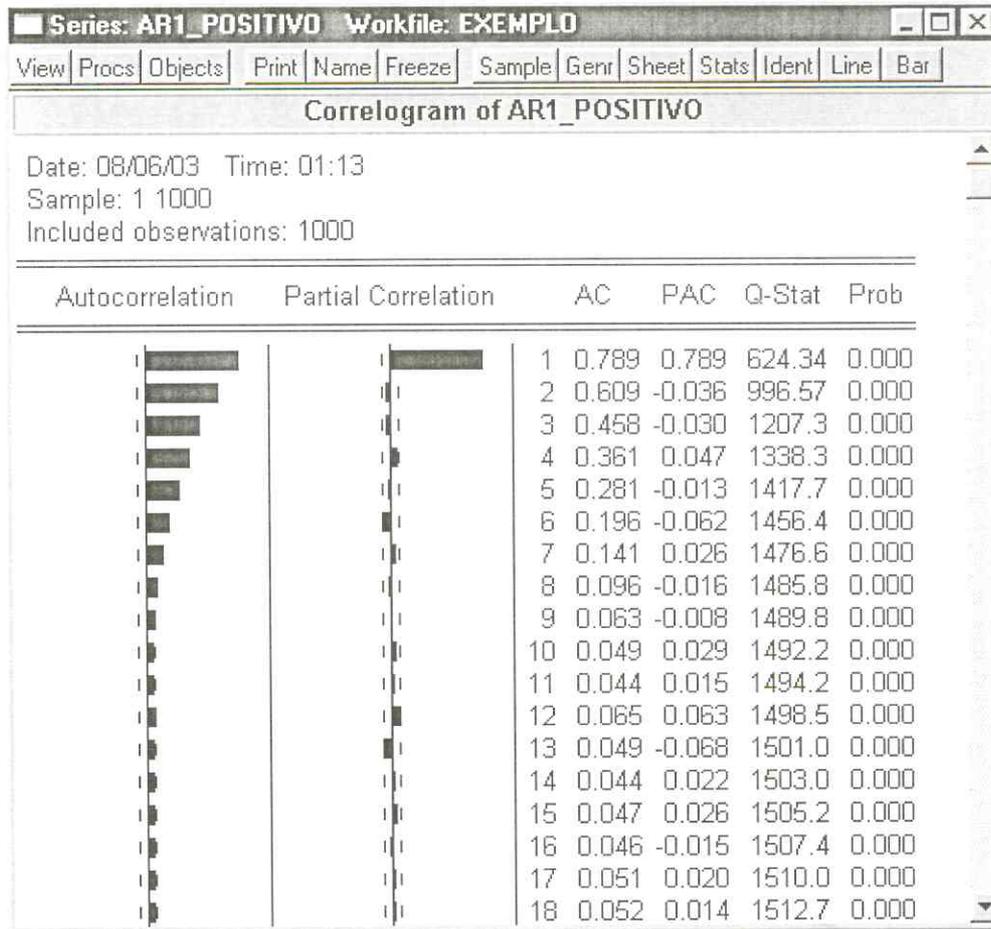


FIGURA 19.17: EXEMPLO DE UM CORRELOGRAMA DE UM PROCESSO AR(1) COM COEFICIENTE POSITIVO

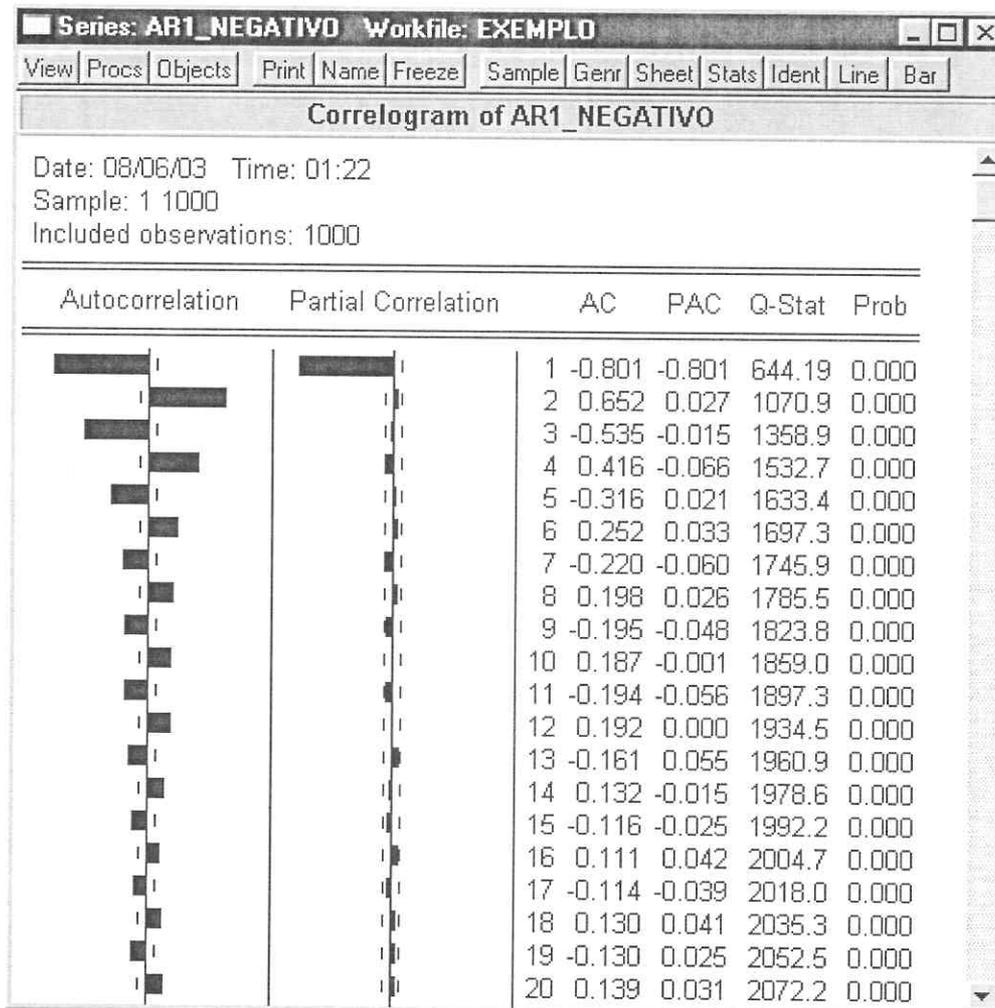


FIGURA 19.18: EXEMPLO DE UM CORRELOGRAMA DE UM PROCESSO AR(1) COM COEFICIENTE NEGATIVO

As duas últimas colunas do correlograma apresentam as informações sobre as estatísticas Q de Ljung-Box e seus respectivos valores-p<sup>20</sup>. A estatística Q na defasagem  $k$  é um teste estatístico da hipótese nula de ausência de autocorrelação até a ordem  $k$ .

$$Q_{LB} = T(T+2) \sum_{j=1}^k \frac{\hat{\rho}_j^2}{T-j}$$

onde  $\hat{\rho}_j$  é a  $j$ -ésima autocorrelação estimada e  $T$  é o número de observações.

$$\begin{cases} H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0 \\ H_1 : \text{pelo menos um dos } \rho_k \text{'s } \neq 0 \end{cases}$$

A probabilidade (**Prob**) ao lado de **Q-Stat** é o valor-p do teste. Vemos nos dois exemplos anteriores que as referidas probabilidades são virtualmente nulas, fato que nos leva a rejeitar fortemente a hipótese nula de que todos os  $\rho_k$ 's são nulos.

É importante notar que, se um processo estocástico for puramente aleatório, sua autocorrelação a qualquer defasagem  $k > 0$  será nula.

Vejam, a critério de exemplo, o correlograma de uma série de números aleatórios retirados de um conjunto com distribuição normal padrão, gerado pelo comando

**genr e = @nrnd**

<sup>20</sup> valor-p (ou *p-value*) é o menor nível de significância para o qual a hipótese nula é rejeitada.

Para gerar o correlograma da série, basta abrir a série (com um duplo clique sobre seu ícone) e em seguida selecionar **View / Correlogram...** na barra de ferramentas da série. Aparecerá então uma janela da seguinte forma:

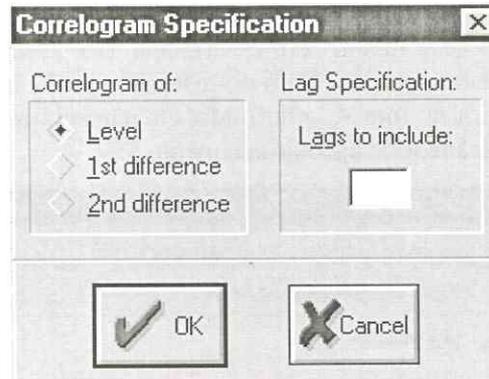


FIGURA 19.19: JANELA DE OPÇÕES PARA A ESPECIFICAÇÃO DO CORRELOGRAMA

Deverá ser informada a quantidade de defasagens a serem incluídas no correlograma, no campo **Lags to include** (20 por exemplo), bem como especificar se o correlograma será feito da série em nível (**Level**), primeira diferença (**1st difference**), ou segunda diferença (**2nd difference**). Para confirmar a opção escolhida e gerar o correlograma, basta então clicar em OK. A forma do correlograma é apresentada na figura 19.20.

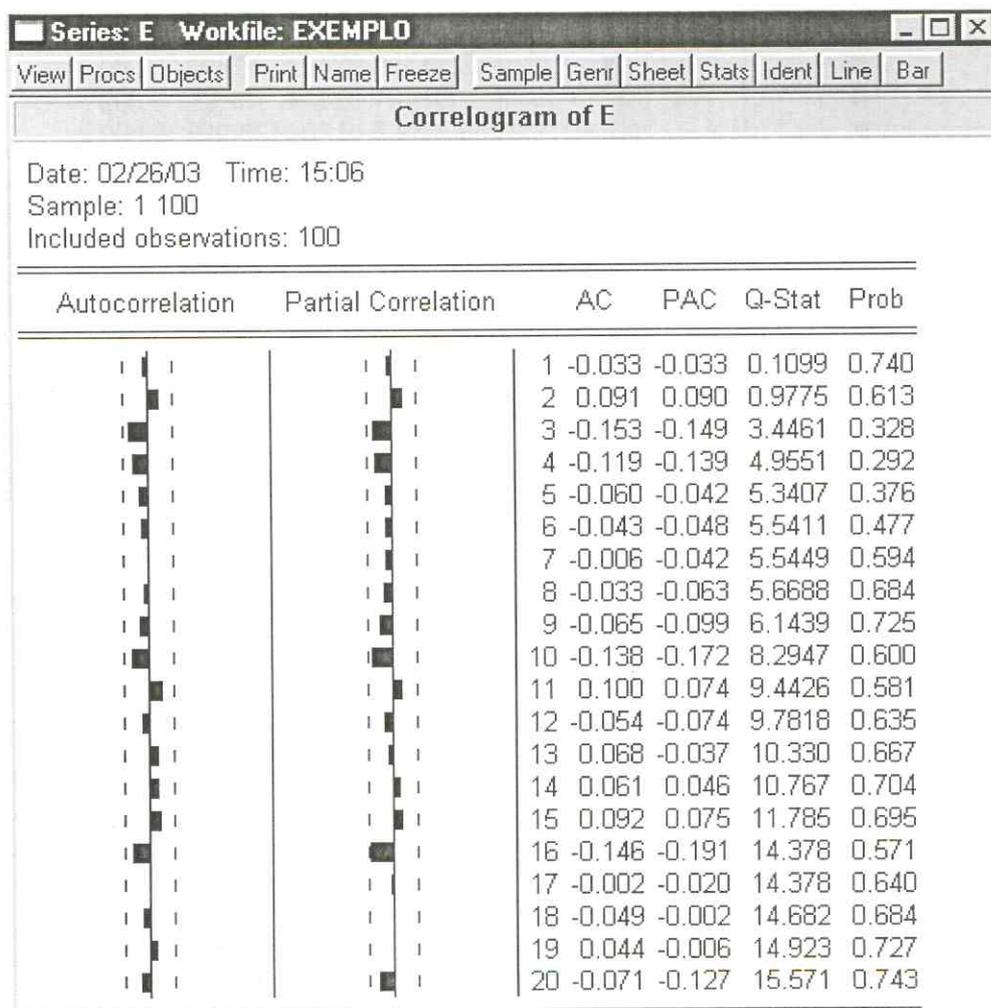


FIGURA 19.20: EXEMPLO DE UM CORRELOGRAMA DE UM PROCESSO DO TIPO RUÍDO BRANCO GAUSSIANO

O primeiro gráfico (**Autocorrelation**) é a representação em forma de barras da função de autocorrelação (**AC**). O segundo gráfico (**Partial Correlation**) é a representação em forma de barras da função de autocorrelação parcial (**PAC**). As linhas pontilhadas correspondem a  $\pm 2/\sqrt{T}$ . Se uma série temporal for puramente aleatória, os coeficientes de autocorrelação amostral são, aproximadamente, distribuídos com média zero e variância  $1/T$ , em que  $T$  é o tamanho da amostra. Dessa forma, as linhas pontilhadas nos auxiliam no teste de significância da **AC** e da **PAC**. Se a **AC** ou a **PAC** se localizar no interior do intervalo definido, ela não será estatisticamente diferente de zero, considerando o nível de significância de aproximadamente 5%.

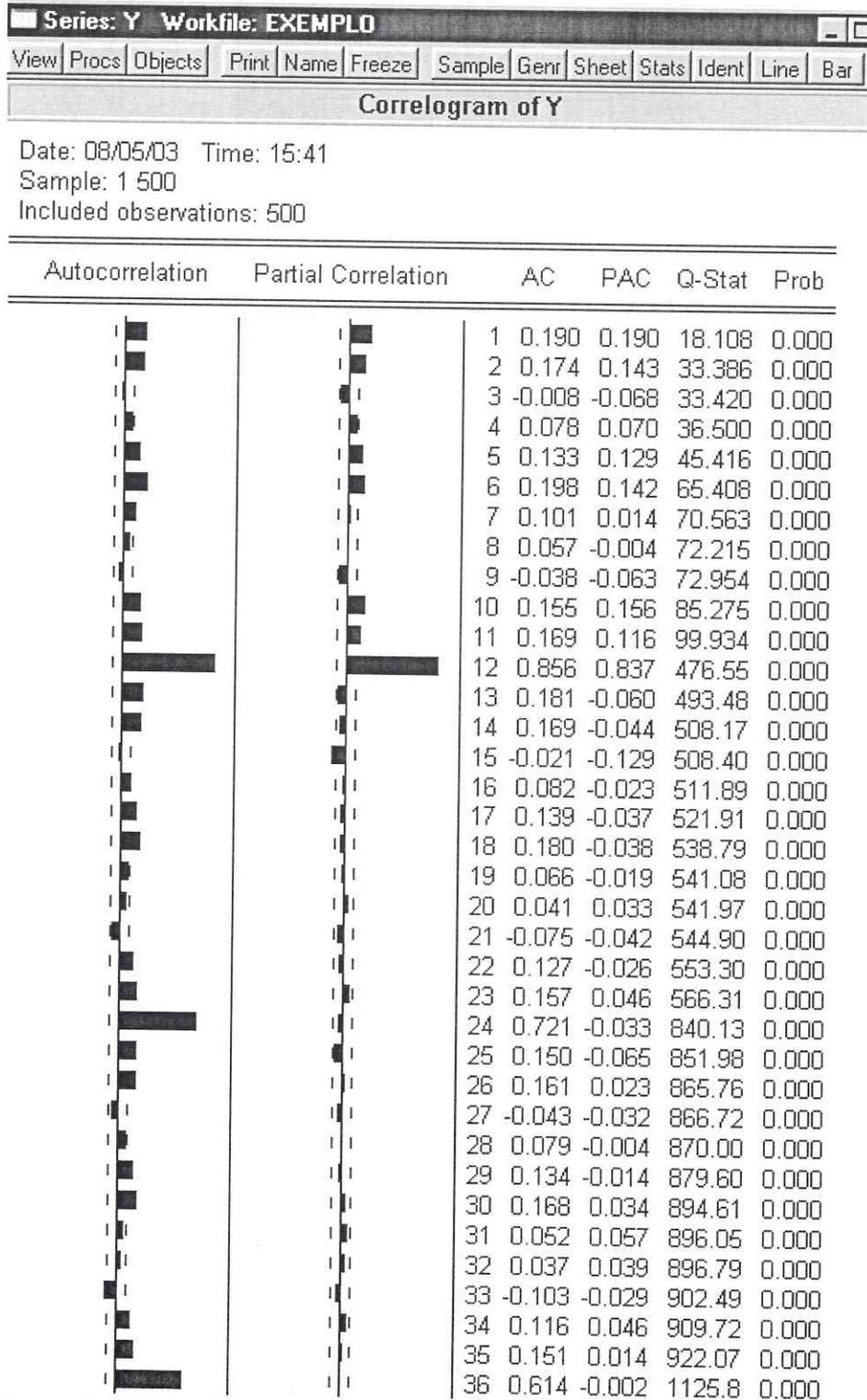


FIGURA 19.21: CORRELOGRAMA DO PROCESSO AR(12) GERADO NO EXEMPLO 19.2

### 19.3.5 Teste de Breusch-Godfrey (BG) de autocorrelação de ordem superior

Este teste é uma alternativa ao teste Q de Ljung-Box apresentado na seção anterior e pertence à classe dos testes assintóticos conhecidos como testes do multiplicador de Lagrange.

Diferentemente do teste de Durbin-Watson para erros do tipo AR(1), o teste BG contempla a possibilidade de erros do tipo ARMA( $p,q$ ), e é aplicável caso haja ou não termos defasados do lado direito da equação.

Sob a hipótese nula de ausência de autocorrelação até a defasagem  $p$ , com  $p$  inteiro e pré-especificado, o teste baseia-se na série de resíduos da regressão estimada:

$$y_t = x_t \hat{\beta} + e_t$$

onde  $e_t$  corresponde aos resíduos da regressão de mínimos quadrados. Suponha que o termo  $\varepsilon_t$  (erro populacional) seja gerado pelo seguinte processo AR( $p$ ):

$$\varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \rho_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \rho_p \varepsilon_{t-p} + u_t$$

onde  $u_t$  é um termo de ruído branco. Temos que  $H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_p = 0$ .

A estatística de teste baseia-se na seguinte regressão:

$$e_t = x_t \gamma + \alpha_1 e_{t-1} + \alpha_2 e_{t-2} + \dots + \alpha_p e_{t-p} + v_t$$

O leitor atento percebe que esta é simplesmente a regressão dos resíduos da regressão estimada ( $y_t = x_t \hat{\beta} + e_t$ ) em relação aos regressores  $x_t$  e aos termos de resíduos defasados<sup>21</sup>. Note que, para calcularmos esta regressão, teremos apenas  $(n-p)$  observações devido aos termos autoregressivos. O  $R^2$  desta regressão é usado para calcular a estatística BG:

$$BG = (T - p)R^2 \sim \chi_{p,gl}^2$$

Caso  $(T - p)R^2$  supere o valor  $\chi_{p,gl}^2$  crítico em nível de significância escolhido, rejeita-se a hipótese nula. Nesta situação, o teste indica que pelo menos um dos  $\rho$ 's é significativamente diferente de zero.

**EXEMPLO 19.5:** Ainda trabalhando com os dados do exemplo 19.3, onde foi especificado o modelo  $\ln CO_t = \beta_1 + \beta_2 \ln I_t + \beta_3 \ln L_t + \beta_4 \ln H_t + \beta_5 \ln A_t + \varepsilon_t$ , iremos conduzir um teste BG para  $p=2$ .

Como a equação EQ01 já foi gerada anteriormente, para conduzir o teste BG no EViews, selecionamos **View / Residual Tests / Serial Correlation LM Test...** na barra de ferramentas da equação EQ01. Surgirá uma janela como a que segue:

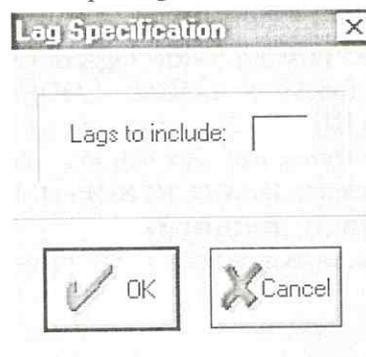


FIGURA 19.22: JANELA DE ESPECIFICAÇÃO DO NÚMERO DE DEFASAGENS INCLUÍDAS NO CORRELOGRAMA

Nesta janela deve-se especificar o número de termos autoregressivos ( $p$ ) da equação  $e_t = x_t \gamma + \alpha_1 e_{t-1} + \alpha_2 e_{t-2} + \dots + \alpha_p e_{t-p} + v_t$ . No caso em questão,  $p=2$ . O relatório padrão do teste é apresentado na figura 19.23.

<sup>21</sup> Se  $p=1$ , significando um teste de autocorrelação de primeira ordem, então o teste BG é conhecido como teste n de Durbin. (Gujarati, 2000, p.427).

| Equation: E001    Workfile: EXERCICIO 12 22  |             |                    |             |        |
|--|-------------|--------------------|-------------|--------|
| View   Proc   Objects   Print   Name   Freeze   Estimate   Forecast   Stats   Resids |             |                    |             |        |
| Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:  |             |                    |             |        |
| F-statistic  | 9.417751    | Probability        | 0.001028    |        |
| Obs*R-squared  | 13.50683    | Probability        | 0.001167    |        |
| Test Equation:   |             |                    |             |        |
| Dependent Variable: RESID  |             |                    |             |        |
| Method: Least Squares  |             |                    |             |        |
| Date: 08/06/03    Time: 10:54  |             |                    |             |        |
| Presample missing value lagged residuals set to zero.                                |             |                    |             |        |
| Variable   | Coefficient | Std. Error         | t-Statistic | Prob.  |
| C  | -0.552588   | 0.785758           | -0.703255   | 0.4890 |
| LOG(I)   | -0.036780   | 0.134421           | -0.273620   | 0.7868 |
| LOG(L)   | 0.028677    | 0.095271           | 0.301008    | 0.7661 |
| LOG(H)   | 0.082020    | 0.112179           | 0.731149    | 0.4721 |
| LOG(A)   | -0.017166   | 0.082432           | -0.208239   | 0.8369 |
| RESID(-1)  | 0.795135    | 0.184599           | 4.307363    | 0.0003 |
| RESID(-2)  | -0.489015   | 0.191703           | -2.550900   | 0.0179 |
| R-squared  | 0.450228    | Mean dependent var | 6.82E-17    |        |

FIGURA 19.23: RELATÓRIO DO TESTE DE BREUSCH-GODFREY

A estatística F exibida é um teste de significância conjunta dos termos de resíduos defasados. Guiando-nos pelo valor-p associado à estatística F, concluímos pela rejeição da hipótese nula de que os coeficientes dos termos de resíduos defasados são conjuntamente iguais a zero, considerando um nível de significância de 0,01 (na verdade, a conclusão é a mesma para qualquer nível de significância superior a 0,001028).

Abaixo da estatística F é apresentada a estatística BG (**Obs\*R-squared**). Como o valor-p associado à estatística BG é 0,001167, concluímos pela rejeição da hipótese nula  $H_0 : \rho_1 = \rho_2 = 0$ . Desse modo, pelo menos um dos  $\rho$ 's é significativamente diferente de zero.

A observação "**Presample missing value lagged residuals set to zero**" indica que na regressão auxiliar de **RESID** em função de **LOG(I)**, **LOG(L)**, **LOG(H)**, **LOG(A)**, **RESID(-1)** e **RESID(-2)**, as séries **RESID(-1)** e **RESID(-2)** entram com o valor zero nos campos não preenchidos com informação numérica. Desta forma não são perdidas observações na regressão auxiliar. Por exemplo, se abrirmos um grupo contendo **RESID**, **RESID(-1)**, **RESID(-2)** e **RESID(-3)**:  
**show RESID RESID(-1) RESID(-2) RESID(-3)**  
notaremos que o número de observações ausentes nos primeiros campos é igual ao número de defasagens (ver figura 19.24).

| Group: UNTITLED Workfile: EXERCÍCIO 12.22 |           |           |           |           |        |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|--------|
| View                                      | Procs     | Objects   | Print     | Name      | Freeze |
| obs                                       | RESID     | RESID(-1) | RESID(-2) | RESID(-3) |        |
| 1951                                      | 0.035893  |           |           |           |        |
| 1952                                      | -0.057574 | 0.035893  |           |           |        |
| 1953                                      | -0.236240 | -0.057574 | 0.035893  |           |        |
| 1954                                      | -0.096418 | -0.236240 | -0.057574 | 0.035893  |        |
| 1955                                      | 0.152308  | -0.096418 | -0.236240 | -0.057574 |        |
| 1956                                      | 0.224898  | 0.152308  | -0.096418 | -0.236240 |        |
| 1957                                      | 0.058633  | 0.224898  | 0.152308  | -0.096418 |        |
| 1958                                      | -0.068767 | 0.058633  | 0.224898  | 0.152308  |        |
| 1959                                      | 0.031474  | -0.068767 | 0.058633  | 0.224898  |        |
| 1960                                      |           |           |           |           |        |

FIGURA 19.24: GRUPO FORMADO PELAS SÉRIES RESID, RESID(-1), RESID(-2) E RESID(-3)

O que o EVIEWS faz antes de calcular a regressão auxiliar é preencher todos os campos em branco com o valor zero. Na verdade, foi apresentado o caso geral da estatística BG como

$$BG = (T - p)R^2 \sim \chi^2_{p, gl}$$

para o caso de se perder  $p$  observações na regressão auxiliar. Como o EVIEWS contorna este problema preenchendo as observações que seriam perdidas com o valor zero, então o número de observações da regressão auxiliar permanece igual a  $T$  e, portanto, a estatística BG apresentada pelo EVIEWS é

$$BG = TR^2 \sim \chi^2_{p, gl}$$

## 19.4 MEDIDAS CORRETIVAS

### 19.4.1 Estimação eficiente quando $\Omega$ é conhecida

Considere o modelo

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

onde  $E(\varepsilon) = \mathbf{0}$  e  $E(\varepsilon\varepsilon') = \sigma^2\Omega$ .

No capítulo 17 vimos que é possível estimar  $\beta$  por mínimos quadrados generalizados se encontrarmos uma matriz  $P$  tal que  $P'P = \Omega^{-1}$  e em seguida aplicarmos MQO ao modelo transformado  $PY = PX\beta + P\varepsilon$ . Suponha que estejamos tratando do caso em que o termo de perturbação segue um processo autoregressivo de primeira ordem, ou seja,

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t.$$

Foi visto que a matriz de variância e covariância de  $\varepsilon$  para o caso AR(1) é

$$E(\varepsilon\varepsilon') = \sigma_\varepsilon^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^{n-1} \\ \rho & 1 & \rho & \dots & \rho^{n-1} \\ \rho^2 & \rho & 1 & \dots & \rho^{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{n-1} & \rho^{n-2} & \rho^{n-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Como  $\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sigma_u^2}{1 - \rho^2}$ , temos que

$$\mathbf{\Omega} = \frac{1}{1-\rho^2} \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^{n-1} \\ \rho & 1 & \rho & \dots & \rho^{n-1} \\ \rho^2 & \rho & 1 & \dots & \rho^{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{n-1} & \rho^{n-2} & \rho^{n-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

A inversa de  $\mathbf{\Omega}$ , denotada por  $\mathbf{\Omega}^{-1}$  é apresentada a seguir:

$$\mathbf{\Omega}^{-1} = \frac{1}{1-\rho^2} \begin{bmatrix} 1 & -\rho & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -\rho & 1+\rho^2 & -\rho & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho & 1+\rho^2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\rho & 1+\rho^2 & -\rho \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\rho & 1 \end{bmatrix}$$

Nos casos em que  $\rho$  é conhecido, determinamos  $\mathbf{\Omega}$  sem problemas. Nesse tipo de situação, estimamos  $\beta$  por

$$\hat{\beta}_{MQG} = (\mathbf{X}_*'\mathbf{X}_*)^{-1}\mathbf{X}_*'\mathbf{Y}_*$$

que é o estimador de mínimos quadrados aplicado ao modelo transformado, onde  $\mathbf{Y}_* = \mathbf{P}\mathbf{Y}$  e  $\mathbf{X}_* = \mathbf{P}\mathbf{X}$ . Este estimador, que pode ainda ser expresso por

$$\hat{\beta}_{MQG} = (\mathbf{X}'\mathbf{\Omega}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{\Omega}^{-1}\mathbf{Y}$$

pois  $\mathbf{P}'\mathbf{P} = \mathbf{\Omega}^{-1}$ , é conhecido como estimador de mínimos quadrados generalizados de  $\beta$ . A matriz  $\mathbf{P}$  no caso AR(1) é

$$(1-\rho)^{1/2}\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\rho^2} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\rho & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\rho & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\rho & 1 \end{bmatrix}$$

O leitor deve conferir que a matriz  $\mathbf{P}$ , tal como definida acima, satisfaz a condição  $\mathbf{P}'\mathbf{P} = \mathbf{\Omega}^{-1}$ . O fator escalar não é considerado no cálculo de  $\hat{\beta}$ . Os dados do modelo transformado são descritos a seguir:

$$\mathbf{Y}_* = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\rho^2}Y_1 \\ Y_2 - \rho Y_1 \\ Y_3 - \rho Y_2 \\ \vdots \\ Y_T - \rho Y_{T-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_* = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\rho^2}Y_1 \\ Y_2 - \rho Y_1 \\ Y_3 - \rho Y_2 \\ \vdots \\ Y_T - \rho Y_{T-1} \end{bmatrix}$$

É importante notar que, se o modelo contiver um termo de intercepto, a primeira coluna de  $\mathbf{X}$  será formada por um vetor de uns, enquanto que a primeira coluna de  $\mathbf{X}_*$  não será constante, pois terá como primeiro elemento  $\sqrt{1-\rho^2}$  e  $(1-\rho)$  nas demais linhas da primeira coluna.

É prática comum desconsiderar a primeira observação para sair deste problema. Nesse caso estas transformações são comumente denominadas de diferença generalizada, quase diferença ou pseudodiferença. Deve ser notado, entretanto, que em casos onde a amostra não é muito grande, a exclusão da primeira observação pode ser relevante na determinação do resultado final<sup>22</sup>. Quando a primeira observação é levada em consideração, a transformação é conhecida como transformação de Prais-Winsten.

Evidentemente que, na prática, raramente  $\Omega$  é conhecida. Entretanto, caso o leitor se depare com um problema onde o termo de perturbação estocástica segue um AR(1) e  $\rho$  seja dado, os esclarecimentos da presente seção associados à parte 2 deste manual, que trata de manipulações matriciais, são suficientes para encontrar  $\hat{\beta}_{MQG}$ .

O leitor interessado em outras formas de autocorrelação diferentes do caso AR(1) é encorajado a consultar as obras de referência do presente capítulo: Greene (2000, cap. 13) e Judge et al (1985, cap. 8).

### 19.4.2 Estimação eficiente quando $\Omega$ é desconhecida

No capítulo 17 foi visto que, se  $\Omega$  não é conhecido, o método de mínimos quadrados generalizados não se mostra factível. Como  $\Omega$  é função de um certo vetor de parâmetros,  $\Omega = \Omega(\theta)$ , se conseguirmos um estimador  $\hat{\theta}$  consistente de  $\theta$  e fizermos  $\hat{\Omega} = \Omega(\hat{\theta})$ , e substituirmos  $\hat{\Omega}$  em

$$\hat{\beta}_{MQG} = (\mathbf{X}'\Omega^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\Omega^{-1}\mathbf{Y}$$

obteremos

$$\hat{\beta}_{MQGF} = (\mathbf{X}'\hat{\Omega}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\hat{\Omega}^{-1}\mathbf{Y},$$

o estimador de mínimos quadrados generalizados factível.

Quando a matriz  $\Omega$  contém parâmetros desconhecidos, o estimador de MQGF consiste primeiramente em encontrar estimadores consistentes para os parâmetros desconhecidos de  $\Omega$  e em seguida construir  $\hat{\Omega} = \Omega(\hat{\theta})$ . No caso AR(1), como  $\Omega$  é função apenas de  $\rho$ , devemos estimar consistentemente este parâmetro e, em seguida, construir  $\hat{\Omega}$  como segue:

$$\hat{\Omega} = \frac{1}{1-\hat{\rho}^2} \begin{bmatrix} 1 & \hat{\rho} & \hat{\rho}^2 & \dots & \hat{\rho}^{n-1} \\ \hat{\rho} & 1 & \hat{\rho} & \dots & \hat{\rho}^{n-1} \\ \hat{\rho}^2 & \hat{\rho} & 1 & \dots & \hat{\rho}^{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\rho}^{n-1} & \hat{\rho}^{n-2} & \hat{\rho}^{n-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

de modo que  $\hat{\Omega}^{-1}$  é

$$\hat{\Omega}^{-1} = \frac{1}{1-\hat{\rho}^2} \begin{bmatrix} 1 & -\hat{\rho} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -\hat{\rho} & 1+\hat{\rho}^2 & -\hat{\rho} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\hat{\rho} & 1+\hat{\rho}^2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\hat{\rho} & 1+\hat{\rho}^2 & -\hat{\rho} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\hat{\rho} & 1 \end{bmatrix}$$

<sup>22</sup> Davidson e MacKinnon (1993, Table 10.1, p. 349) apresentam resultados de um experimento de Monte Carlo sobre a importância da primeira observação.

e a matriz  $\hat{\mathbf{P}}$  é

$$(1 - \hat{\rho})^{1/2} \hat{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \sqrt{1 - \hat{\rho}^2} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\hat{\rho} & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\hat{\rho} & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\hat{\rho} & 1 \end{bmatrix}$$

Uma grande quantidade de estimadores ( $\hat{\rho}$ ) tem sido sugerida. O procedimento mais comum de iniciar uma estimação de MQGF é utilizar um estimador natural de  $\rho$ , a autocorrelação dos resíduos. Uma vez que o estimador de MQ é consistente, podemos usar

$$r = \frac{\sum_{t=2}^T e_t e_{t-1}}{\sum_{t=1}^T e_t^2}.$$

Várias modificações têm sido sugeridas, dentre as quais destacam-se:

i) O estimador de Theil,

$$\hat{\rho} = \left[ \frac{T - k}{T - 1} \right] r$$

ii) O estimador de  $\rho$  baseado na estatística  $d$  de Durbin-Watson,

$$\hat{\rho} = 1 - \frac{d}{2},$$

iii) O estimador de Durbin, definido como a estimativa de mínimos quadrados do coeficiente de  $Y_{t-1}$  em

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + \mathbf{x}_t' \boldsymbol{\beta} - \mathbf{x}_{t-1}' (\rho \boldsymbol{\beta}) + u_t.$$

Todos os estimadores de  $\rho$  citados acima são consistentes. Uma vez que  $\rho$  está no intervalo  $[-1, 1]$ , uma outra possibilidade que surge é a de encontrar neste intervalo o valor de  $\rho$  tal que a soma dos quadrados dos resíduos seja mínima.

A segunda etapa da estimação por mínimos quadrados generalizados factíveis contempla duas possibilidades:

- 1) MQGF completo, conhecido como estimador de Prais-Winsten;
- 2) MQGF omitindo a primeira observação.

Mais uma vez, no caso de grandes amostras, os dois estimadores são virtualmente os mesmos. Em casos onde a amostra não seja grande, a escolha de um ou outro estimador faz grande diferença. Note que a questão não é meramente restrita à diferença de valores numéricos. A eficiência do estimador MQGF pode ser seriamente afetada ao desconsiderar a primeira observação em casos onde a amostra seja relativamente pequena e os regressores apresentem tendência, algo comum em séries temporais econômicas (Greene, 2000, p. 547). É possível estimar iterativamente para encontrar convergência, utilizando o processo iterativo de Cochrane-Orcutt, entretanto, uma vez que o estimador de cada iteração é eficiente, não há ganho assintótico em adotar tal procedimento. Uma discussão prática sobre o procedimento de Cochrane-Orcutt é feita em Gujarati (2000, p.432-433).

## APÊNDICE 1 (Dados utilizados no capítulo)

**EXEMPLO 19.3:** Dados obtidos em Gujarati (2000, exercício 12.22, p. 447).

| Ano  | CO    | G      | I     | L     | H      | A     |
|------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|
| 1951 | 21.89 | 330.2  | 45.1  | 220.4 | 1491.0 | 19.00 |
| 1952 | 22.29 | 347.2  | 50.9  | 259.5 | 1504.0 | 19.41 |
| 1953 | 19.63 | 366.1  | 53.3  | 256.3 | 1438.0 | 20.93 |
| 1954 | 22.85 | 366.3  | 53.6  | 249.3 | 1551.0 | 21.78 |
| 1955 | 33.77 | 399.3  | 54.6  | 352.3 | 1646.0 | 23.68 |
| 1956 | 39.18 | 420.7  | 61.1  | 329.1 | 1349.0 | 26.01 |
| 1957 | 30.58 | 442.0  | 61.9  | 219.6 | 1224.0 | 27.52 |
| 1958 | 26.3  | 447.0  | 57.9  | 234.8 | 1382.0 | 26.89 |
| 1959 | 30.7  | 483.0  | 64.8  | 237.4 | 1553.7 | 26.85 |
| 1960 | 32.1  | 506.0  | 66.2  | 245.8 | 1296.1 | 27.23 |
| 1961 | 30    | 523.0  | 66.7  | 229.2 | 1365.0 | 25.46 |
| 1962 | 30.8  | 563.8  | 72.2  | 233.9 | 1492.5 | 23.88 |
| 1963 | 30.8  | 594.7  | 76.5  | 234.2 | 1634.9 | 22.62 |
| 1964 | 32.6  | 635.7  | 81.7  | 347.0 | 1561.0 | 23.72 |
| 1965 | 35.4  | 688.1  | 89.8  | 468.1 | 1509.7 | 24.50 |
| 1966 | 36.6  | 753.0  | 97.8  | 555.0 | 1195.8 | 24.5  |
| 1967 | 38.6  | 796.3  | 100.0 | 418.0 | 1321.9 | 24.98 |
| 1968 | 42.2  | 868.5  | 106.3 | 525.2 | 1545.4 | 25.58 |
| 1969 | 47.9  | 935.5  | 111.1 | 620.7 | 1499.5 | 27.18 |
| 1970 | 58.2  | 982.4  | 107.8 | 588.6 | 1469.0 | 28.72 |
| 1971 | 52    | 1063.4 | 109.6 | 444.4 | 2084.5 | 29.00 |
| 1972 | 51.2  | 1171.1 | 119.7 | 427.8 | 2378.5 | 26.67 |
| 1973 | 59.5  | 1306.6 | 129.8 | 727.1 | 2057.5 | 25.33 |
| 1974 | 77.3  | 1412.9 | 129.3 | 877.6 | 1352.5 | 34.06 |
| 1975 | 64.2  | 1528.8 | 117.8 | 556.6 | 1171.4 | 39.79 |
| 1976 | 69.6  | 1700.1 | 129.8 | 780.6 | 1547.6 | 44.49 |
| 1977 | 66.8  | 1887.2 | 137.1 | 750.7 | 1989.8 | 51.23 |
| 1978 | 66.5  | 2127.6 | 145.2 | 709.8 | 2023.3 | 54.42 |
| 1979 | 98.3  | 2628.8 | 152.5 | 935.7 | 1749.2 | 61.01 |
| 1980 | 101.4 | 2633.1 | 147.1 | 940.9 | 1298.5 | 70.87 |

Onde:

Co = média de 12 meses do preço doméstico do cobre nos EUA (centavos de dólar por libra-peso)

G = Produto Nacional Bruto anual (bilhões de US\$).

I = média de 12 meses do índice de produção industrial.

L = média de 12 meses do preço do cobre na Bolsa de Metais de Londres (libra esterlina).

H = número de construções iniciadas no ano (milhares de unidades).

A = média de 12 meses do preço do alumínio (centavos de dólar por libra-peso).

---

# PARTE 05

---

*Os dois capítulos que compõem a última parte deste manual versam sobre modelos não lineares e estimação por máxima verossimilhança, respectivamente. A abordagem é essencialmente aplicada e o aprofundamento é deixado a cargo dos livros de referência. É assumido que o leitor tem alguma familiaridade com aspectos básicos de Cálculo e Estatística.*

## MODELOS NÃO LINEARES

Ao restringirmos um modelo ao formato linear, excluímos uma quantidade substancial de formas funcionais que podem se mostrar úteis. Na verdade, modelos não lineares são a regra na realidade econômica.

A forma geral de um modelo de regressão é:

$$g(y_i, \boldsymbol{\theta}) = h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) + \varepsilon_i$$

que contempla tanto a possibilidade de que a variável dependente seja definida como uma função não linear de  $y$ , quanto que a forma funcional que coordena a função  $h$  das variáveis explicativas também seja não linear. Entretanto, neste capítulo iremos tratar apenas do caso em que  $g(y_i, \boldsymbol{\theta}) = y_i$ <sup>1</sup>, ou seja

$$y_i = h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) + \varepsilon_i$$

O modelo linear é um caso específico de  $h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})$ , entretanto a forma acima é bastante geral, contemplando a possibilidade de não linearidade.

O problema consiste em estimar  $\boldsymbol{\beta}$  por um  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ , de tal modo que, para uma determinada amostra, tenhamos:

$$y_i = h(\mathbf{x}_i, \hat{\boldsymbol{\beta}}) + e_i$$

Quando estimamos  $\boldsymbol{\beta}$  por mínimos quadrados, estamos buscando o vetor  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  que minimiza a soma dos quadrados dos resíduos ( $e_i$ ). O vetor  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  que minimiza  $\sum_{i=1}^n e_i^2$  é o mesmo que minimiza

$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e_i^2$ . Por conveniência de cálculo, usaremos a segunda forma:

$$S(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e_i^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [y_i - h(\mathbf{x}_i, \hat{\boldsymbol{\beta}})]^2$$

Se  $h$  é uma função não linear nos parâmetros, o coeficiente  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  estimado desta maneira será denominado de estimativa de mínimos quadrados não lineares MQNL (em inglês *Nonlinear Least Squares*, NLS). A condição de primeira ordem para o mínimo de  $S(\hat{\boldsymbol{\beta}})$  estabelece que o gradiente<sup>2</sup> de  $S(\hat{\boldsymbol{\beta}})$  deve ser igual a zero:

$$\nabla S(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \frac{\partial S(\hat{\boldsymbol{\beta}})}{\partial \hat{\boldsymbol{\beta}}} = - \sum_{i=1}^n \left\{ [y_i - h(\mathbf{x}_i, \hat{\boldsymbol{\beta}})] \frac{\partial h(\mathbf{x}_i, \hat{\boldsymbol{\beta}})}{\partial \hat{\boldsymbol{\beta}}} \right\} = \mathbf{0}$$

No caso de modelos lineares, este resultado gera um sistema de equações lineares. No caso geral, este resultado irá gerar um conjunto de equações não lineares que não apresentam solução explícita. Este tipo de situação requer que a solução seja encontrada através de processos iterativos.

Greene (2000) define um modelo não linear como sendo aquele em que a condição de primeira ordem para a estimação dos parâmetros por mínimos quadrados gera funções não lineares nos parâmetros. Desta maneira, a não linearidade é definida em termos das técnicas necessárias para estimar os parâmetros, e não da forma funcional da regressão.

O modelo  $y = \beta_1 X_2^{\beta_2} X_3^{\beta_3} e^\varepsilon$  é não linear nos parâmetros, entretanto pode ser facilmente linearizado aplicando a função logaritmo natural (ln) em ambos os lados da equação:

<sup>1</sup> No próximo capítulo, que aborda a estimação por máxima verossimilhança, será explorado o caso em que  $g(y_i, \boldsymbol{\theta})$  é não linear, especificamente no caso da transformação de Box-Cox.

<sup>2</sup> Ver esclarecimentos sobre gradiente no apêndice 2.

$$\ln y = \ln \beta_1 + \beta_2 \ln X_2 + \beta_3 \ln X_3 + \varepsilon$$

Neste capítulo trataremos exclusivamente de modelos inerentemente não lineares, ou seja, aqueles que não apresentam a possibilidade de linearização do tipo anterior. Os modelos

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1^{\gamma_1} + \varepsilon$$

$$y = \alpha_1 e^{\beta_1 X_1} + \alpha_2 e^{\beta_2 X_2} + \varepsilon$$

não podem ser transformados em equações lineares sem que se faça uso de aproximações e portanto não podem ser estimados de acordo com a técnica padrão de estimação de uma regressão linear.

Considere o seguinte modelo não linear geral:

$$y_i = h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) + \varepsilon_i$$

Pela expansão de Taylor de primeira ordem  $h$  em torno do ponto  $\boldsymbol{\beta}^0$  (valor inicial), temos:

$$h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) \approx h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}^0) + [\nabla h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]_{\boldsymbol{\beta}^0}' (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^0)$$

ou, alternativamente

$$h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) \approx h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}^0) + \sum \left[ \frac{\partial h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_k} \Big|_{\beta_k^0} \right] (\beta_k - \beta_k^0)$$

onde  $\nabla h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})|_{\boldsymbol{\beta}^0}$  indica que o gradiente de  $h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})$  está avaliado em  $\boldsymbol{\beta}^0$ . Temos, portanto que<sup>3</sup>:

$$y_i = h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}^0) - [\nabla h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]_{\boldsymbol{\beta}^0}' \boldsymbol{\beta}^0 + [\nabla h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]_{\boldsymbol{\beta}^0}' \boldsymbol{\beta} + \varepsilon$$

Podemos agora representar  $y_i$  da seguinte forma:

$$y_i = I + II + \varepsilon$$

onde:

$I = h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}^0) - [\nabla h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]_{\boldsymbol{\beta}^0}' \boldsymbol{\beta}^0$  é uma porção perfeitamente determinada, uma vez que está avaliada em  $\boldsymbol{\beta}^0$ , um valor inicial conhecido.

$II = [\nabla h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]_{\boldsymbol{\beta}^0}' \boldsymbol{\beta}$  é uma função linear dos  $\beta$ 's.

Dessa maneira,

$$y - I = II + \varepsilon$$

$$VD = II + \varepsilon$$

onde  $VD = y - h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^0) + [\nabla h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})]_{\boldsymbol{\beta}^0}' \boldsymbol{\beta}^0$  consiste na nova variável dependente. Desta forma:

$$VD = [\nabla h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]_{\boldsymbol{\beta}^0}' \boldsymbol{\beta} + \varepsilon$$

Temos assim o modelo linearizado, que pode ser estimado por mínimos quadrados. O procedimento descrito consiste apenas na primeira iteração para o vetor de valores iniciais  $\boldsymbol{\beta}^0$ . Depois de estimado o modelo linearizado, obtemos um vetor de coeficientes estimados o qual será utilizado como o novo vetor de valores iniciais. Este procedimento iterativo continua até que a soma dos quadrados dos resíduos tenha uma variação menor que um dado  $\delta$  especificado.

**EXEMPLO 20.1:** Utilizando os dados de Greene(2000, TableA7.2), descreva detalhadamente o processo de estimação da função consumo não linear

$$C = \beta_1 + \beta_2 Y^{\beta_3} + \varepsilon$$

onde  $C$  = consumo;

$Y$  = renda disponível.

<sup>3</sup> Note que  $\varepsilon$  inclui agora também o erro em aproximar  $h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})$  por uma expansão de Taylor de primeira ordem, além do termo de perturbação estocástica do modelo original. O erro de aproximação deve ser absorvido pelo intercepto, para que não haja consequência sobre a hipótese de que  $E(\varepsilon) = 0$ .

Como o modelo não linear proposto é uma forma geral da função consumo simples (com  $\beta_3 = 1$ ), os coeficientes estimados do modelo

$$C = \alpha_1 + \alpha_2 Y + v$$

podem ser usados como valores iniciais. Assim,  $\beta^0 = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \\ 1 \end{bmatrix}$ . O resultado da equação estimada para

$C = \alpha_1 + \alpha_2 Y + v$  é apresentado na figura 20.1.

| Equation: EQ01 Workfile: TABA7_2                                    |             |                       |             |        |  |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|--|
| View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids |             |                       |             |        |  |
| Dependent Variable: CS  |             |                       |             |        |  |
| Method: Least Squares   |             |                       |             |        |  |
| Date: 10/31/03 Time: 13:40  |             |                       |             |        |  |
| Sample: 1950 1985   |             |                       |             |        |  |
| Included observations: 36   |             |                       |             |        |  |
| Variable  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |  |
| C   | 11.37375    | 9.629463              | 1.181140    | 0.2457 |  |
| Y   | 0.898329    | 0.005848              | 153.6029    | 0.0000 |  |
| R-squared   | 0.998561    | Mean dependent var    | 1409.806    |        |  |
| Adjusted R-squared  | 0.998519    | S.D. dependent var    | 489.0210    |        |  |
| S.E. of regression  | 18.82130    | Akaike info criterion | 8.761808    |        |  |
| Sum squared resid   | 12044.20    | Schwarz criterion     | 8.849781    |        |  |
| Log likelihood  | -155.7125   | F-statistic           | 23593.84    |        |  |
| Durbin-Watson stat  | 0.843063    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |  |

FIGURA 20.1: RESULTADO DA EQUAÇÃO ESTIMADA PARA  $C = \alpha_1 + \alpha_2 Y + v$

Conforme procedimento de linearização descrito anteriormente, temos:

$$h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}) = \beta_1 + \beta_2 Y^{\beta_3}$$

$$h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}) \approx h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^0) + [\nabla h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})]_{\boldsymbol{\beta}^0}' (\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^0), \text{ onde } h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^0) = \hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 Y^1$$

Sabemos ainda que

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} \text{ e } \boldsymbol{\beta}^0 = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{logo, } \nabla h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1} \\ \frac{\partial h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_2} \\ \frac{\partial h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ Y^{\beta_3} \\ \beta_2 Y^{\beta_3} \ln Y \end{bmatrix}$$

$$\nabla h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})_{\boldsymbol{\beta}^0} = \begin{bmatrix} 1 \\ Y^1 \\ \hat{\alpha}_2 Y^1 \ln Y \end{bmatrix}$$

Dessa forma, a variável dependente (VD), definida como

$$VD = CS - h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}^0) + [\nabla h(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})]_{\boldsymbol{\beta}^0}' \boldsymbol{\beta}^0 \quad \epsilon$$

$$VD = CS - (\hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 Y) + (\hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 Y + \hat{\alpha}_2 Y \ln Y) = CS + \hat{\alpha}_2 Y \ln Y.$$

A equação linearizada é

$$VD = [\nabla h(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})]_{\boldsymbol{\beta}^0}' \boldsymbol{\beta} + \epsilon$$

$$VD = [1 \quad Y \quad \hat{\alpha}_2 Y \ln Y] \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} + \epsilon$$

$$VD = \beta_1 + \beta_2 Y + \beta_3 (\hat{\alpha}_2 Y \ln Y) + \epsilon$$

$$VD = \beta_1 + \beta_2 VE1 + \beta_3 VE2 + \epsilon, \text{ onde obviamente } VE1 = Y \text{ e } VE2 = \hat{\alpha}_2 Y \ln Y.$$

Para simplificar o processo, geraremos as séries VD, VE1 e VE2.

```
genr VD = cs + eq01.@coefs(2)*y*log(y)
```

```
genr VE1 = y
```

```
genr VE2 = eq01.@coefs(2)*y*log(y)
```

Estima-se então a regressão

$$VD = \beta_1 + \beta_2 VE1 + \beta_3 VE2 + \epsilon$$

Note que os parâmetros estimados são apenas os resultados da primeira iteração. Estes parâmetros estimados passarão a servir como novos valores iniciais.

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob.  |
|----------|-------------|------------|-------------|--------|
| C        | 209.2774    | 54.23154   | 3.858961    | 0.0005 |
| VE1      | -0.232822   | 0.306427   | -0.759797   | 0.4528 |
| VE2      | 1.150822    | 0.040852   | 28.17051    | 0.0000 |

|                    |           |                       |          |
|--------------------|-----------|-----------------------|----------|
| R-squared          | 0.999988  | Mean dependent var    | 11772.75 |
| Adjusted R-squared | 0.999988  | S.D. dependent var    | 4569.095 |
| S.E. of regression | 16.07145  | Akaike info criterion | 8.471621 |
| Sum squared resid  | 8523.620  | Schwarz criterion     | 8.603581 |
| Log likelihood     | -149.4892 | F-statistic           | 1414435. |
| Durbin-Watson stat | 1.214340  | Prob(F-statistic)     | 0.000000 |

FIGURA 20.2: RESULTADO DA PRIMEIRA ITERAÇÃO

Com base nos novos valores iniciais, geramos as séries VD\_2, VE1\_2 e VE2\_2.

```
genr VD_2 = cs + eq02.@coefs(2)*y*log(y)
```

```
genr VE1_2 = y
```

```
genr VE2_2 = eq02.@coefs(2)*y*log(y)
```

Em seguida, calculamos a regressão

$$VD\_2 = \beta_1 + \beta_2 VE1\_2 + \beta_3 VE2\_2 + \epsilon$$

cujo resultado é apresentado na figura 20.3.

| Equation: EQ03 Workfile: TABA7_2 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|----------------------------------|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                             | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: VD_2         |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares            |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 10/31/03 Time: 14:36       |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1950 1985                |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 36        |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                         | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C                                | 209.2774    | 54.23154              | 3.858961    | 0.0005 |        |          |          |       |        |
| VE1_2                            | -0.232822   | 0.306427              | -0.759797   | 0.4528 |        |          |          |       |        |
| VE2_2                            | 1.394947    | 0.106976              | 13.03979    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| R-squared                        | 0.999942    | Mean dependent var    | 5367.202    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared               | 0.999938    | S.D. dependent var    | 2047.011    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression               | 16.07145    | Akaike info criterion | 8.471621    |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                | 8523.620    | Schwarz criterion     | 8.603581    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                   | -149.4892   | F-statistic           | 283885.4    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat               | 1.214340    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 20.3: RESULTADO DA SEGUNDA ITERAÇÃO

Repetimos este procedimento até que a soma dos quadrados dos resíduos tenha uma variação menor que um dado  $\delta$ , especificado ou que a variação percentual máxima dos coeficientes estimados em iterações seguidas seja menor que  $\delta$ . O critério que o EVIEWS utiliza é o segundo (ver seção 20.2). Toda esta explicação refere-se ao processo de estimação de modelos não lineares. Felizmente, o EVIEWS executa todas as iterações necessárias automaticamente.

O primeiro passo a ser dado na estimação de modelos não lineares no EVIEWS é definir o conjunto de valores iniciais dos coeficientes.

Como padrão, o EVIEWS utiliza como valores iniciais os valores armazenados no vetor de coeficientes anterior à estimação. Se a função **param** for incluída na especificação, os valores indicados após **param** serão usados no lugar daqueles armazenados originalmente no(s) vetor(es) de coeficiente(s). O exemplo a seguir visa melhorar o entendimento dessa função

**param c(1) 11.37375 c(2) 0.898329 c(3) 1**  
desta maneira, o EVIEWS irá fornecer como valor inicial 11.37375 para **c(1)**, 0.898329 para **c(2)** e 1 para **c(3)**.

Conseqüentemente, para estimar um modelo não linear no EVIEWS, basta preencher o campo de especificação da equação na janela **Equation Specification** com a fórmula referente ao modelo desejado. Assim, no caso do exemplo 20.1, deve-se preencher este campo de acordo com a ilustração apresentada na figura 20.4.

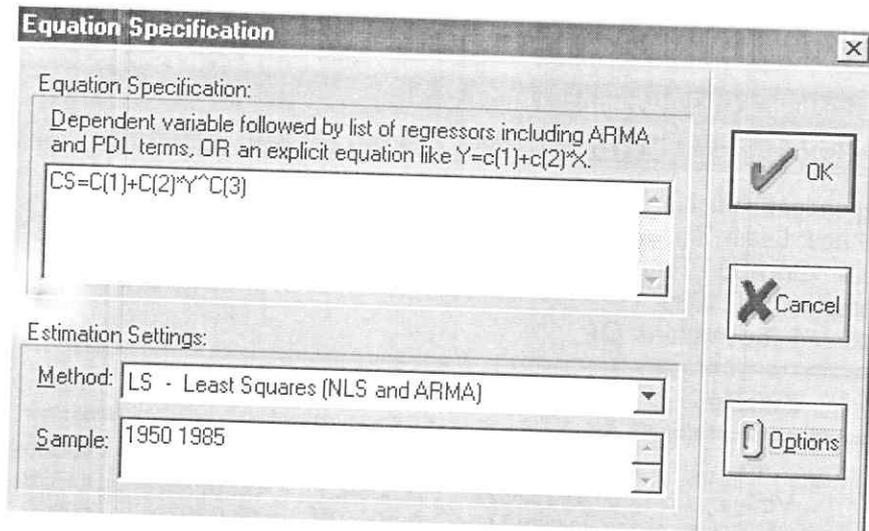


FIGURA 20.4: JANELA DE ESPECIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO PREENCHIDA PARA O EXEMPLO 20.1

O resultado da estimação do modelo por mínimos quadrados não lineares é apresentado na figura 20.5. A convergência foi alcançada após 180 iterações, para o critério  $\delta = 0.0001$  (ver seção 20.2)

| Equation: EQ02 Workfile: TABA7_2          |           |                       |             |            |             |          |          |       |        |
|---|-----------|-----------------------|-------------|------------|-------------|----------|----------|-------|--------|
| View                                      | Procs     | Objects               | Print       | Name       | Freeze      | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: CS                    |           |                       |             |            |             |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                     |           |                       |             |            |             |          |          |       |        |
| Date: 11/04/03 Time: 20:25                |           |                       |             |            |             |          |          |       |        |
| Sample: 1950 1985                         |           |                       |             |            |             |          |          |       |        |
| Included observations: 36                 |           |                       |             |            |             |          |          |       |        |
| Convergence achieved after 180 iterations |           |                       |             |            |             |          |          |       |        |
| CS=C(1)+C(2)*Y^C(3)                       |           |                       |             |            |             |          |          |       |        |
|   |           |                       | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob.    |          |       |        |
|   | C(1)      |                       | 181.8690    | 41.11562   | 4.423354    | 0.0001   |          |       |        |
|   | C(2)      |                       | 0.258798    | 0.087366   | 2.962236    | 0.0056   |          |       |        |
|   | C(3)      |                       | 1.150220    | 0.041007   | 28.04921    | 0.0000   |          |       |        |
| R-squared                                 | 0.998993  | Mean dependent var    |             |            |             | 1409.806 |          |       |        |
| Adjusted R-squared                        | 0.998932  | S.D. dependent var    |             |            |             | 489.0210 |          |       |        |
| S.E. of regression                        | 15.98185  | Akaike info criterion |             |            |             | 8.460440 |          |       |        |
| Sum squared resid                         | 8428.846  | Schwarz criterion     |             |            |             | 8.592400 |          |       |        |
| Log likelihood                            | -149.2879 | Durbin-Watson stat    |             |            |             | 1.227751 |          |       |        |

FIGURA 20.5: RESULTADO DA ESTIMAÇÃO DO MODELO NÃO LINEAR PARA O EXEMPLO 20.1

**EXEMPLO 20.2:** Judge et al (1988, p. 499) fornece o seguinte exemplo de um modelo não linear com um único parâmetro  $\beta$ :

$$y_t = h(\mathbf{x}_t, \beta) + \varepsilon_t$$

$$= \beta x_{1t} + \beta^2 x_{2t} + \varepsilon_t$$

com  $\varepsilon_t \sim iid N(0, \sigma^2)$ . A estimativa de mínimos quadrados não lineares de  $\beta$  é definida como o valor de  $\beta$  que minimiza a soma dos quadrados dos resíduos,

$$S(\hat{\beta}) = \sum_{t=1}^T e_t^2 = \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{\beta}x_{1t} - \hat{\beta}^2 x_{2t})^2$$

A condição de primeira ordem estabelece que

$$\frac{dS}{d\hat{\beta}} = 2 \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{\beta}x_{1t} - \hat{\beta}^2 x_{2t})(-x_{1t} - 2\hat{\beta}x_{2t}) = 0$$

logo,

$$2\hat{\beta}^3 \sum_{t=1}^T x_{2t}^3 + 3\hat{\beta}^2 \sum_{t=1}^T x_{1t}x_{2t} + \hat{\beta} \left( \sum_{t=1}^T x_{1t}^2 - 2 \sum_{t=1}^T x_{2t}y_t - \sum_{t=1}^T x_{1t}y_t \right) = 0$$

A última equação indica que existem três soluções possíveis. O valor mínimo de  $S(\hat{\beta})$  é o mínimo global.  $S(\hat{\beta})$  pode ainda admitir um mínimo local ou até mesmo um máximo. Utilizando os dados de Judge et al (1988, Table 12.1), construiremos o gráfico da soma dos quadrados dos resíduos para os diversos valores de  $\beta$  no intervalo  $[-2.95, 3]$ . Para simples efeito de comparação, será também construído o gráfico da SQR do modelo linear

$$\begin{aligned} y_t &= \beta x_{1t} + \beta x_{2t} + \varepsilon_t \\ &= \beta(x_{1t} + x_{2t}) + \varepsilon_t. \end{aligned}$$

O algoritmo apresentado a seguir deve ser digitado na janela do objeto **Program**. O leitor deve lembrar que, para criar um objeto do tipo **Program**, denominado **p01** por exemplo, basta entrar com o comando

**program p01**

na janela de comandos. Em seguida, deve-se entrar com as instruções abaixo na janela do programa;

**create u 1 20**

**series y**

**series x1**

**series x2**

**y.fill 3.284,3.149,2.877,-0.467,1.211,1.389,...,1.858,0.388,0.651,0.593,0.046,1.152**

**x1.fill 0.286,0.973,0.384,0.276,0.973,0.543,...,0.399,0.617,0.939,0.784,0.072,0.889**

**x2.fill 0.645,0.585,0.310,0.058,0.455,0.779,...,0.842,0.039,0.103,0.620,0.158,0.704**

**vector(120) beta**

**vector(120) s\_beta\_linear**

**vector(120) s\_beta\_nlinear**

**for !i=1 to 120**

**beta(!i)=(!i)/20-3**

**s\_beta\_linear(!i)=@sumsq(y-beta(!i)\*(x1+x2))**

**s\_beta\_nlinear(!i)=@sumsq(y-beta(!i)\*x1-(beta(!i)^2)\*x2)**

**next**

Cada linha do programa anterior é explicada a seguir:

**linha 01** - gera um *workfile* com dados do tipo *cross-section* com 20 observações;

**linha 02** - gera uma série denominada **y**;

**linha 03** - gera uma série denominada **x1**;

**linha 04** - gera uma série denominada **x2**;

**linha 05** - preenche a série **y** com os valores apresentados no apêndice 1. Evidentemente, as reticências devem ser substituídas pelos valores apresentados no referido apêndice, seguindo a construção descrita;

**linha 06** - preenche a série **x1** com os valores apresentados no apêndice 1. Vale aqui a mesma observação da descrição da linha 05 para as reticências;

**linha 07** - preenche a série **x2** com os valores apresentados no apêndice 1. Vale aqui a mesma observação da descrição da linha 05 para as reticências;

**linha 08** - cria um vetor coluna com 120 linhas denominado **beta**;

**linha 09** - cria um vetor coluna com 120 linhas denominado **s\_beta\_linear**, que irá armazenar os valores da SQR da função linear para os diferentes  $\beta$ 's;

**linha 10** - cria um vetor coluna com 120 linhas denominado **s\_beta\_nlinear**, que irá armazenar os valores da SQR da função não linear para os diferentes  $\beta$ 's;

**linha 11** - O comando **for !i=1 to 120** trata da criação de uma variável de controle **i** que varia de 1 a 120.

**linha 12** - O comando **beta(!i)=(!i/20)-3** preenche a *i*-ésima linha do vetor coluna **beta** com o valor  $(i/20) - 3$ , com *i* variando de 1 a 120. Por esta razão, os valores de  $\beta$ , ou melhor, do vetor **beta**, estão no intervalo  $[-2.95, 3]$ ;

**linha 13** - O comando **s\_beta\_linear(!i)=@sumsq(y-beta(!i)\*(x1+x2))** preenche a *i*-ésima linha do vetor coluna **s\_beta\_linear** com o valor da soma dos quadrados dos resíduos do modelo linear para cada valor de beta no intervalo  $[-2.95, 3]$ ;

**linha 14** - O comando **s\_beta\_nlinear(!i)=@sumsq(y-beta(!i)\*x1-(beta(!i)^2)\*x2)** preenche a *i*-ésima linha do vetor coluna **s\_beta\_nlinear** com o valor da soma dos quadrados dos resíduos do modelo não linear para cada valor de beta no intervalo  $[-2.95, 3]$ .

As figuras 20.6 e 20.7 apresentam o gráfico da SQR das funções linear e não linear, respectivamente.

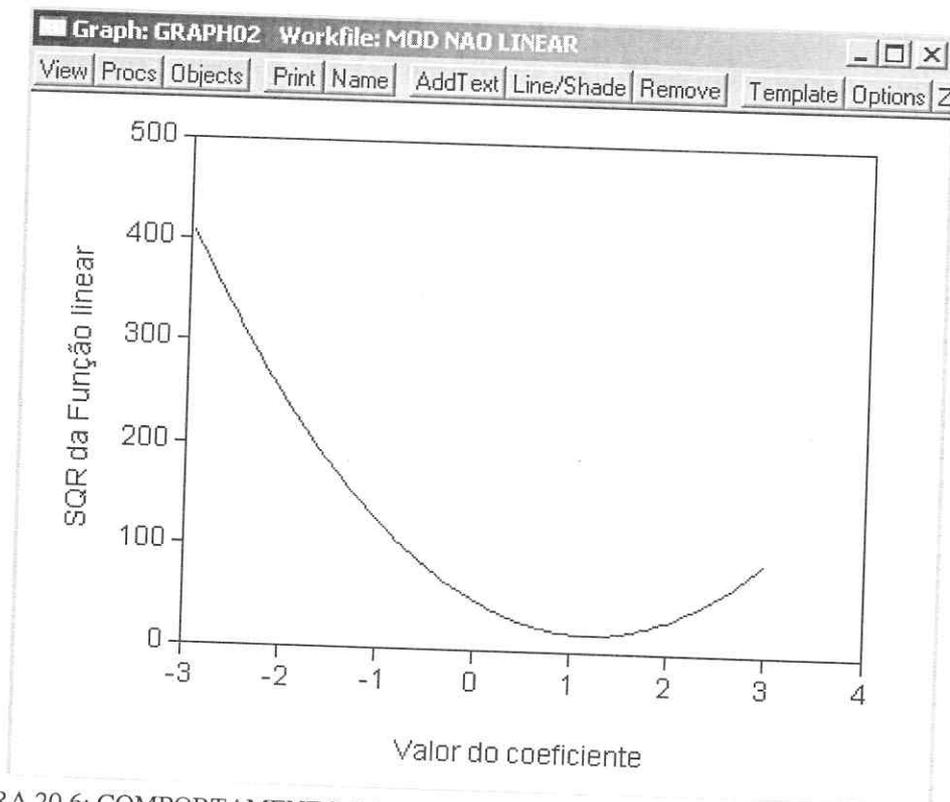


FIGURA 20.6: COMPORTAMENTO DA SQR DA FUNÇÃO LINEAR PARA  $\beta$  VARIANDO NO INTERVALO  $[-2.95, 3]$

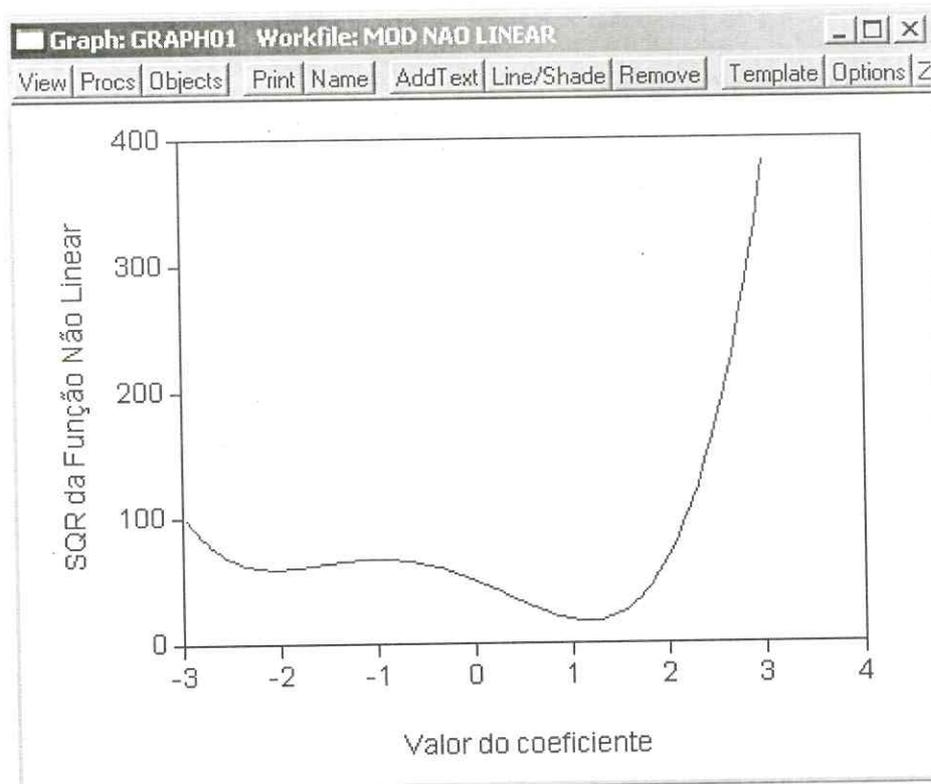


FIGURA 20.7: COMPORTAMENTO DA SQR DA FUNÇÃO NÃO LINEAR PARA  $\beta$  VARIANDO NO INTERVALO  $[-2.95, 3]$

Torna-se claro, pelo gráfico apresentado na figura 20.6, que a função SQR do modelo linear é estritamente convexa no intervalo e o mínimo global é alcançado para  $\hat{\beta}$  aproximadamente igual a 1.2 (ver resultado da estimação na figura 20.8). A estimativa  $\hat{\beta}$  no caso linear é encontrada com bastante facilidade. Pode-se mostrar, por exemplo, que utilizando o método de Newton<sup>4</sup> para minimizar a soma dos quadrados dos resíduos de uma regressão linear, a convergência ocorre na primeira iteração. Entretanto, infelizmente o mesmo não pode ser dito para o caso não linear. Vimos que a condição de primeira ordem neste caso gera um polinômio de grau 3 em  $\beta$ . Em geral, a solução é encontrada utilizando métodos numéricos.

A figura 20.7 torna visível que o mínimo global é alcançado para  $\hat{\beta}$  aproximadamente igual a 1.2. Cabe notar porém que, para  $\hat{\beta}$  aproximadamente igual a  $-2$  temos um ponto de mínimo local. No exemplo 20.3 veremos as consequências para as estimativas de mínimos quadrados não lineares (MQNL) de diferentes valores iniciais de  $\beta$ .

<sup>4</sup> O leitor interessado em conhecer alguns dos métodos de otimização numérica pode consultar as obras de referência, a saber, Greene (2000, cap. 5) e Judge et al (1988, cap 12). Uma boa discussão sobre os métodos de Newton-Raphson e de Gauss-Newton é encontrada em Amemiya (1983) e em Draper and Smith (1966).

| Equation: EQ01 Workfile: MOD NAO LINEAR             |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View  | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: Y                               |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                               |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 01/02/04 Time: 01:20                          |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample(adjusted): 1 20                              |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 20 after adjusting endpoints |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| X1+X2   | 1.188736    | 0.195961              | 6.066185    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| R-squared   | 0.200991    | Mean dependent var    | 1.184900    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                                  | 0.200991    | S.D. dependent var    | 1.047650    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                                  | 0.936466    | Akaike info criterion | 2.755299    |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                                   | 16.66239    | Schwarz criterion     | 2.805086    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                                      | -26.55299   | Durbin-Watson stat    | 0.999484    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 20.8: RESULTADO DA ESTIMAÇÃO DO MODELO LINEAR  $y_t = \beta(x_{1t} + x_{2t}) + e_t$

**EXEMPLO 20.3:** O leitor já tem conhecimento de que estimar um modelo não linear no Eviews é uma tarefa bastante simples. Entretanto, deve-se ter consciência de que, diferentemente do caso linear, a estimativa de MQNL, em certas circunstâncias, depende fortemente de bons valores iniciais.

No apêndice 2, mostramos que a expansão de Taylor de primeira ordem de funções reais de uma variável, como  $f(\mathbf{x}_t, \beta)$  é

$$f(\mathbf{x}_t, \beta) \approx f(\mathbf{x}_t, \beta^0) + \left. \frac{df(\mathbf{x}_t, \beta)}{d\beta} \right|_{\beta^0} (\beta - \beta^0)$$

assim,

$$\left. \frac{df(\mathbf{x}_t, \beta)}{d\beta} \right|_{\beta^0} \approx \frac{f(\mathbf{x}_t, \beta) - f(\mathbf{x}_t, \beta^0)}{\beta - \beta^0} \quad (01)$$

O lado esquerdo da equação 01 refere-se à inclinação da tangente à curva  $f(\mathbf{x}_t, \beta)$  no ponto  $\beta^0$ . A razão apresentada no lado direito da equação 01 é uma aproximação da inclinação da tangente à curva no ponto  $\beta^0$ .

Sabemos que a função correspondente à soma dos quadrados dos resíduos é definida como

$$S(\beta) = \sum_{t=1}^T [y_t - f(\mathbf{x}_t, \beta)]^2.$$

Aproximando  $f(\mathbf{x}_t, \beta)$  por uma série de Taylor de primeira ordem e utilizando a notação

$$z_t(\beta^0) = \left. \frac{df(\mathbf{x}_t, \beta)}{d\beta} \right|_{\beta^0}, \text{ temos}$$

$$S(\beta) \approx \sum_{t=1}^T [y_t - f(\mathbf{x}_t, \beta^0) - z_t(\beta^0)(\beta - \beta^0)]^2$$

$$S(\beta) \approx \sum_{t=1}^T [VD_t(\beta^0) - z_t(\beta^0)\beta]^2 \quad (02)$$

onde  $VD_t(\beta^0) = y_t - f(\mathbf{x}_t, \beta^0) + z_t(\beta^0)\beta^0$ .

Note portanto que, para um dado valor  $\beta^0$ , tanto  $VD(\beta^0)$  quanto  $z_t(\beta^0)$  são variáveis observáveis. Desta forma, a soma dos quadrados dos resíduos de (02) pode ser entendida como a SQR para  $\beta$  no modelo linear

$$VD_t(\beta^0) = z_t(\beta^0)\beta + \varepsilon_t$$

O estimador de mínimos quadrados do modelo acima é dado por

$$\beta_1 = \frac{\sum_{t=1}^T VD_t(\beta^0)z_t(\beta^0)}{\sum_{t=1}^T [z_t(\beta^0)]^2}$$

ou, matricialmente

$$\beta_1 = [\mathbf{z}(\beta^0)' \mathbf{z}(\beta^0)]^{-1} \mathbf{z}(\beta^0)' \mathbf{VD}(\beta^0)$$

onde,  $\mathbf{z}(\beta^0) = \begin{bmatrix} z_1(\beta^0) \\ z_2(\beta^0) \\ \vdots \\ z_T(\beta^0) \end{bmatrix}$  e  $\mathbf{VD}(\beta^0) = \begin{bmatrix} VD_1(\beta^0) \\ VD_2(\beta^0) \\ \vdots \\ VD_T(\beta^0) \end{bmatrix}$

A estimativa  $\beta_1$  assim gerada será utilizada como um novo valor inicial, o qual de forma análoga, irá gerar

$$\beta_2 = [\mathbf{z}(\beta_1)' \mathbf{z}(\beta_1)]^{-1} \mathbf{z}(\beta_1)' \mathbf{VD}(\beta_1)$$

Repetimos este processo para gerar uma seqüência de estimativas  $\beta^0, \beta_1, \beta_2, \dots$ . A pergunta que surge automaticamente é: em que momento devemos parar este processo iterativo? Para responder a esta pergunta, faz-se útil expressar  $\beta_{n+1}$  como função de  $\beta_n$ , da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \beta_{n+1} &= [\mathbf{z}(\beta_n)' \mathbf{z}(\beta_n)]^{-1} \mathbf{z}(\beta_n)' \mathbf{VD}(\beta_n) \\ \beta_{n+1} &= [\mathbf{z}(\beta_n)' \mathbf{z}(\beta_n)]^{-1} \mathbf{z}(\beta_n)' [\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \beta_n) + \mathbf{z}(\beta_n)\beta_n] \\ \beta_{n+1} &= \beta_n + [\mathbf{z}(\beta_n)' \mathbf{z}(\beta_n)]^{-1} \mathbf{z}(\beta_n)' [\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \beta_n)] \end{aligned} \quad (03)$$

onde  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \beta) = [f(x_1, \beta), f(x_2, \beta), \dots, f(x_T, \beta)]'$ .

Assim, a condição de primeira ordem para minimização de  $S(\beta)$

$$\frac{dS}{d\beta} = -2 \sum_{t=1}^T [y_t - f(x_t, \beta)] \left( -\frac{df(x_t, \beta)}{d\beta} \right) = 0$$

pode ser escrita em notação matricial como

$$\frac{dS}{d\beta} = -2\mathbf{z}(\beta)' [\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \beta)] = 0 \quad (04)$$

Se duas estimativas sucessivas de  $\beta$  forem iguais ( $\beta_{n+1} = \beta_n$ ) então, de (03), temos que

$$\mathbf{z}(\beta)' [\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \beta)] = 0$$

e assim,  $\beta_n$  irá satisfazer a condição necessária para um mínimo.

Depois de encontrada a estimativa de mínimos quadrados não lineares pelo método iterativo descrito, uma questão naturalmente é saber se este ponto é de mínimo global, local ou ainda um ponto de máximo. A forma mais comum de obter maior confiança de que o ponto encontrado corresponde ao ponto de mínimo global é realizar o processo para diferentes conjuntos de valores iniciais. Se diferentes valores iniciais levam a diferentes pontos de mínimo, o ponto com menor SQR corresponde à estimativa de MQNL.

Como

$$\frac{dS}{d\beta} = -2\mathbf{z}(\beta)' [\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \beta)]$$

então

$$\mathbf{z}(\beta)'[\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \beta)] = -\frac{1}{2} \frac{dS}{d\beta}$$

Avaliando estas funções em  $\beta_n$ , temos

$$\mathbf{z}(\beta_n)'[\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \beta_n)] = -\frac{1}{2} \frac{dS}{d\beta} \Big|_{\beta_n}$$

desta maneira, podemos representar (03) como

$$\beta_{n+1} = \beta_n - \frac{1}{2} [\mathbf{z}(\beta_n)' \mathbf{z}(\beta_n)]^{-1} \left( \frac{dS}{d\beta} \Big|_{\beta_n} \right) \quad (05)$$

Representando a figura 20.2 com uma pequena alteração, vemos que  $\frac{dS}{d\beta} \Big|_{\beta_n^*} < 0$  e

$$\frac{dS}{d\beta} \Big|_{\beta_n} > 0.$$

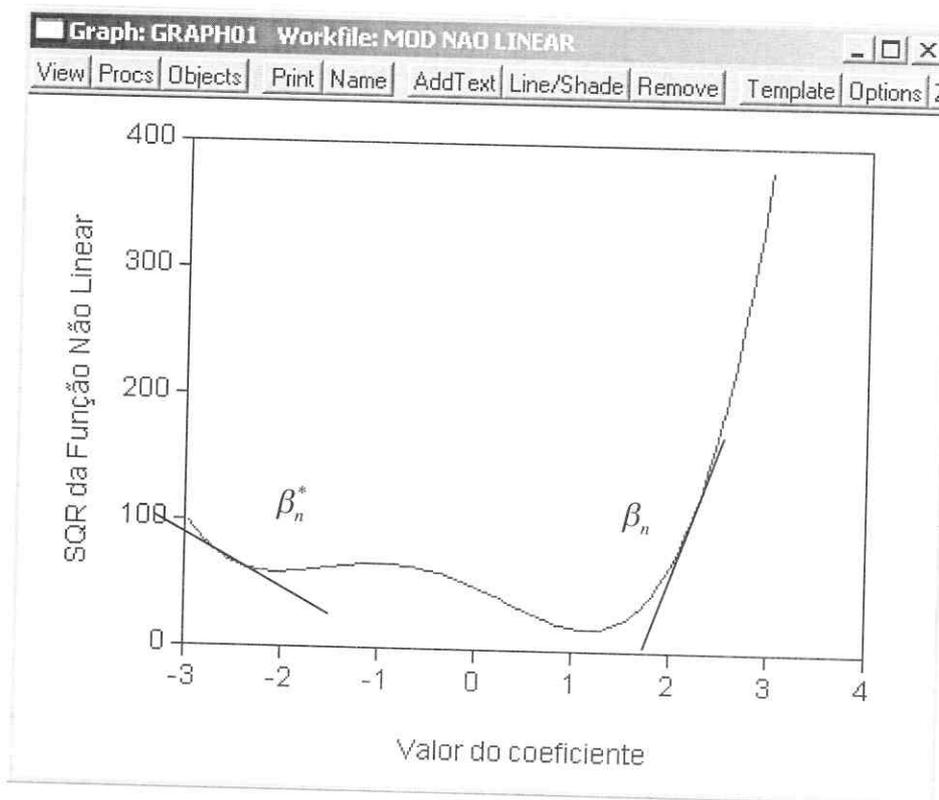


FIGURA 20.9: COMPORTAMENTO DA SQR DA FUNÇÃO NÃO LINEAR PARA  $\beta$  VARIANDO NO INTERVALO  $[-2.95, 3]$

Como  $\mathbf{z}(\beta_n)' \mathbf{z}(\beta_n)$  é positivo,  $[\mathbf{z}(\beta_n)' \mathbf{z}(\beta_n)]^{-1}$  também o é. Desta forma, no ponto  $\beta_n$ , o segundo valor de  $\beta$  definido em (05) será maior que o primeiro ( $\beta_{n+1} < \beta_n$ ), e portanto  $\beta$  se dirige ao mínimo global. Similarmente, se começarmos em  $\beta_n^*$ , ( $\beta_{n+1} > \beta_n^*$ ),  $\beta$  caminhará em direção ao mínimo local.

| Equation: EQ02 Workfile: MOD NAO LINEAR                             |             |                       |             |          |
|---|-------------|-----------------------|-------------|----------|
| View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids |             |                       |             |          |
| Dependent Variable: Y   |             |                       |             |          |
| Method: Least Squares   |             |                       |             |          |
| Date: 01/02/04 Time: 01:25  |             |                       |             |          |
| Sample(adjusted): 1 20  |             |                       |             |          |
| Included observations: 20 after adjusting endpoints                 |             |                       |             |          |
| Convergence achieved after 9 iterations                             |             |                       |             |          |
| Y=C(1)*X1+(C(1)^2)*X2   |             |                       |             |          |
|   | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.    |
| C(1)  | -2.029498   | 0.302391              | -6.711498   | 0.0000   |
| R-squared   | -1.806364   | Mean dependent var    |             | 1.184900 |
| Adjusted R-squared  | -1.806364   | S.D. dependent var    |             | 1.047650 |
| S.E. of regression  | 1.755044    | Akaike info criterion |             | 4.011572 |
| Sum squared resid   | 58.52343    | Schwarz criterion     |             | 4.061359 |
| Log likelihood  | -39.11572   | Durbin-Watson stat    |             | 1.039490 |

FIGURA 20.10: RESULTADO DA ESTIMAÇÃO DO MODELO NÃO LINEAR  $y_t = \beta x_{1t} + \beta^2 x_{2t} + \varepsilon_t$  PARA O VALOR INICIAL  $\beta^0 = -3$

| Equation: EQ03 Workfile: MOD NAO LINEAR                             |             |                       |             |          |
|---|-------------|-----------------------|-------------|----------|
| View Procs Objects Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids |             |                       |             |          |
| Dependent Variable: Y   |             |                       |             |          |
| Method: Least Squares   |             |                       |             |          |
| Date: 01/02/04 Time: 01:25  |             |                       |             |          |
| Sample(adjusted): 1 20  |             |                       |             |          |
| Included observations: 20 after adjusting endpoints                 |             |                       |             |          |
| Convergence achieved after 6 iterations                             |             |                       |             |          |
| Y=C(1)*X1+(C(1)^2)*X2   |             |                       |             |          |
|   | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.    |
| C(1)  | 1.161207    | 0.130666              | 8.886827    | 0.0000   |
| R-squared   | 0.217987    | Mean dependent var    |             | 1.184900 |
| Adjusted R-squared  | 0.217987    | S.D. dependent var    |             | 1.047650 |
| S.E. of regression  | 0.926452    | Akaike info criterion |             | 2.733799 |
| Sum squared resid   | 16.30797    | Schwarz criterion     |             | 2.783585 |
| Log likelihood  | -26.33799   | Durbin-Watson stat    |             | 1.005020 |

FIGURA 20.11: RESULTADO DA ESTIMAÇÃO DO MODELO NÃO LINEAR  $y_t = \beta x_{1t} + \beta^2 x_{2t} + \varepsilon_t$  PARA O VALOR INICIAL  $\beta^0 = 2.5$

Comprova-se assim que, para  $\beta^0 = -3$ , a estimativa de MQNL de  $\beta$  é aproximadamente igual a  $-2.03$ , que corresponde a um ponto de mínimo local (SQR=58.52), como pode ser visto na figura 20.9. No caso em que  $\beta^0 = 2.5$ , a estimativa de MQNL de  $\beta$  é aproximadamente igual a  $1.16$ , que corresponde ao mínimo global (SQR=16.31). Espera-se, portanto, que o leitor tenha compreendido a importância do valor inicial na estimação por MQNL.

**EXEMPLO 20.4:** Estime os parâmetros da função de produção Cobb-Douglas

$$Q_t = \beta_1 L_t^{\beta_2} K_t^{\beta_3} + \varepsilon_t$$

a partir dos dados de Judge et al (1988, Table 12.3).

O primeiro aspecto a ser notado é que a função anterior é radicalmente diferente da especificação  $Q_t = \beta_1 L_t^{\beta_2} K_t^{\beta_3} e^{\varepsilon_t}$ , que é facilmente linearizada por meio de aplicação de logaritmo.

Na verdade, a função  $Q_t = \beta_1 L_t^{\beta_2} K_t^{\beta_3} e^{\varepsilon_t}$  se transforma em

$$\ln Q_t = \ln \beta_1 + \beta_1 \ln L_t + \beta_2 \ln K_t + \varepsilon_t$$

$$\ln Q_t = \alpha + \beta_1 \ln L_t + \beta_2 \ln K_t + \varepsilon_t$$

onde  $\alpha = \ln \beta_1$ .

O conjunto de coeficientes estimados do modelo log-log anterior, cujos resultados estão apresentados na figura 20.12, mostra-se como uma boa opção de valores iniciais.

| Equation: EQ01 Workfile: JUDGE TABLE 12.3 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                      | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: LOG(Q)                |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                     |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 11/06/03 Time: 13:00                |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1 30                              |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 30                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                                  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C   | 0.424798    | 0.137811              | 3.082468    | 0.0047 |        |          |          |       |        |
| LOG(L)                                    | 0.735808    | 0.065797              | 11.18306    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| LOG(K)                                    | 0.948991    | 0.062907              | 15.08558    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| R-squared                                 | 0.918335    | Mean dependent var    | -1.532703   |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                        | 0.912286    | S.D. dependent var    | 1.453773    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                        | 0.430558    | Akaike info criterion | 1.247172    |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                         | 5.005275    | Schwarz criterion     | 1.387292    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                            | -15.70758   | F-statistic           | 151.8092    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                        | 2.192944    | Prob(F-statistic)     | 0.000000    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 20.12: RESULTADO DA ESTIMAÇÃO DO MODELO  $\ln Q_t = \alpha + \beta_1 \ln L_t + \beta_2 \ln K_t + \varepsilon_t$

Dessa forma, o vetor de valores iniciais da estimação iterativa de mínimos quadrados não lineares é

$$\beta^0 = \begin{bmatrix} 0.424798 \\ 0.735808 \\ 0.948991 \end{bmatrix}$$

O leitor interessado em conduzir as primeiras iterações, pode seguir os procedimentos descritos no exemplo 20.1.

Para criar um vetor de coeficientes denominado **beta**, contendo os valores iniciais apresentados anteriormente, entra-se com a instrução **coef beta=eq01.@coefs** na janela de comandos. Note que a equação log-linear deve estar estimada e nomeada como **eq01**. Será então criado um vetor de coeficientes denominado **beta**, preenchido com os valores das estimativas do modelo log-liner.

| BETA                           |          |
|--------------------------------|----------|
| C1                             |          |
| Last updated: 11/06/03 - 13:16 |          |
| R1                             | 0.424798 |
| R2                             | 0.735808 |
| R3                             | 0.948991 |

FIGURA 20.13: VETOR BETA PREENCHIDO COM OS VALORES INICIAIS DA ESTIMAÇÃO POR MQNL DO MODELO  $Q_t = \beta_1 L_t^{\beta_2} K_t^{\beta_3} + \varepsilon_t$

Uma vez definidos os valores iniciais, estamos aptos a conduzir a estimação no EViews. Para tanto, entramos com **equation** na janela de comandos e preenchemos a janela **Equation Specification** conforme exemplo mostrado na figura 20.14.

**Equation Specification**

Equation Specification:  
 Dependent variable followed by list of regressors including ARMA and PDL terms, OR an explicit equation like  $Y=c(1)+c(2)*X$ .

$Q=BETA(1)*L^{BETA(2)}*K^{BETA(3)}$

Estimation Settings:  
 Method: LS - Least Squares (NLS and ARMA)  
 Sample: 1 30

Buttons: OK, Cancel, Options

FIGURA 20.14: ESPECIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO NÃO LINEAR  $Q_t = \beta_1 L_t^{\beta_2} K_t^{\beta_3} + \varepsilon_t$

A figura 20.15 apresenta o resultado da estimação por MQNL do modelo  $Q_t = \beta_1 L_t^{\beta_2} K_t^{\beta_3} + \varepsilon_t$ . Assim como no caso da especificação log-linear,  $\beta_2$  e  $\beta_3$  também referem-se à elasticidade do produto em relação ao trabalho e elasticidade do produto em relação ao capital, respectivamente.

| Equation: EQ02 Workfile: JUDGE TABLE 12.3 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                      | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: Q                     |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                     |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 11/06/03 Time: 13:18                |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1 30                              |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 30                 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Convergence achieved after 10 iterations  |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Q=BETA(1)*L^BETA(2)*K^BETA(3)             |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|   | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| BETA(1)                                   | 1.330194    | 0.128911              | 10.31868    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| BETA(2)                                   | 0.722823    | 0.131598              | 5.492651    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| BETA(3)                                   | 0.686820    | 0.114841              | 5.980638    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| R-squared                                 | 0.830005    | Mean dependent var    | 0.395809    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                        | 0.817413    | S.D. dependent var    | 0.333898    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                        | 0.142675    | Akaike info criterion | -0.961850   |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                         | 0.549619    | Schwarz criterion     | -0.821730   |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                            | 17.42774    | Durbin-Watson stat    | 1.797805    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 20.15: RESULTADO DA ESTIMAÇÃO POR MQNL DO MODELO  $Q_t = \beta_1 L_t^{\beta_2} K_t^{\beta_3} + \varepsilon_t$

**EXEMPLO 20.5:** Utilizando os dados do exemplo 20.4, estime a equação de regressão não linear abaixo, relativa a uma função de produção.

$$Q_t = \beta_1 + \beta_4 \ln[\beta_2 K_t^{\beta_3} + (1 - \beta_2) L_t^{\beta_3}] + \varepsilon_t$$

e teste a hipótese  $\beta_4 = \frac{1}{\beta_3}$ , ou seja, teste se a função de produção acima é do tipo CES<sup>5</sup> (elasticidade de substituição constante).

O leitor pode preferir continuar trabalhando com o vetor de coeficientes denominado **beta**, criado no exemplo anterior. Note, entretanto, que o mesmo contém apenas três linhas, o que é insuficiente no caso da função do presente exemplo, que contém quatro coeficientes. Dessa forma, o primeiro passo é modificar o vetor de coeficientes **beta** para que este contenha quatro linhas. Para tanto, deve-se entrar com a seguinte instrução na janela de comandos:

**coef(4) beta**

Diferentemente do caso da função Cobb-Douglas, não há uma especificação linear adequada para fornecer valores iniciais para a função CES. Dessa forma, sugere-se que o leitor implemente várias tentativas de valor inicial e verifique qual delas gera o conjunto de estimativas com menor SQR. A figura 20.16 apresenta uma sugestão para os valores iniciais.

<sup>5</sup> Para maiores esclarecimentos sobre as propriedades da CES, ver Siberberg (2000).

| Coef: BETA Workfile: JUDGE TABLE 12.3   |                                |  |  |  |
|---|--------------------------------|--|--|--|
| View   Procs   Objects   Print   Name   Freeze   Edit+/-   Label+/-   Sheet   Stats   Line   Mult |                                |  |  |  |
| BETA  |                                |  |  |  |
|   | C1                             |  |  |  |
|   | Last updated: 11/06/03 - 16:22 |  |  |  |
| R1  | 0.000000                       |  |  |  |
| R2  | 0.100000                       |  |  |  |
| R3  | -2.500000                      |  |  |  |
| R4  | -0.100000                      |  |  |  |

FIGURA 20.16: VETOR BETA PREENCHIDO COM UMA SUGESTÃO PARA OS VALORES INICIAIS DA ESTIMAÇÃO POR MQNL DO MODELO  $Q_t = \beta_1 + \beta_4 \ln[\beta_2 K_t^{\beta_3} + (1 - \beta_2)L_t^{\beta_3}] + \varepsilon_t$

Para estimar o modelo não linear irrestrito, deve-se, inicialmente, selecionar **Quick / Estimate Equation ...** no menu principal. Na janela de especificação da equação, entra-se com a função  $\log(Q)=\text{beta}(1)+\text{beta}(4)*\log(\text{beta}(2)*K^{\text{beta}(3)}+(1-\text{beta}(2))*L^{\text{beta}(3)})$  e em seguida confirma-se em **OK**. A figura 20.17 apresenta o resultado da estimação por MQNL para os valores iniciais apresentados no vetor beta da figura 20.16.

| Equation: EQ03 Workfile: JUDGE TABLE 12.3   |             |                       |             |           |
|---|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| View   Procs   Objects   Print   Name   Freeze   Estimate   Forecast   Stats   Resids |             |                       |             |           |
| Dependent Variable: LOG(Q)  |             |                       |             |           |
| Method: Least Squares   |             |                       |             |           |
| Date: 11/06/03 Time: 16:22  |             |                       |             |           |
| Sample: 1 30  |             |                       |             |           |
| Included observations: 30   |             |                       |             |           |
| Convergence achieved after 22 iterations  |             |                       |             |           |
| LOG(Q)=BETA(1)+BETA(4)*LOG(BETA(2)*K^BETA(3)+(1-BETA(2))*L^BETA(3))                   |             |                       |             |           |
|   | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.     |
| BETA(1)   | 0.124491    | 0.078344              | 1.589034    | 0.1241    |
| BETA(4)   | -0.336298   | 0.272178              | -1.235583   | 0.2277    |
| BETA(2)   | 0.663331    | 0.136105              | 4.873668    | 0.0000    |
| BETA(3)   | -3.010997   | 2.323225              | -1.296042   | 0.2063    |
| R-squared   | 0.971267    | Mean dependent var    |             | -1.532703 |
| Adjusted R-squared  | 0.967951    | S.D. dependent var    |             | 1.453773  |
| S.E. of regression  | 0.260257    | Akaike info criterion |             | 0.269272  |
| Sum squared resid   | 1.761076    | Schwarz criterion     |             | 0.456098  |
| Log likelihood  | -0.039074   | Durbin-Watson stat    |             | 1.877282  |

FIGURA 20.17: RESULTADO DA ESTIMAÇÃO POR MQNL DO MODELO

$$Q_t = \beta_1 + \beta_4 \ln[\beta_2 K_t^{\beta_3} + (1 - \beta_2)L_t^{\beta_3}] + \varepsilon_t$$

Para testar a restrição não linear  $\beta_4 = \frac{1}{\beta_3}$ , selecionamos **View / Coefficient Tests / Wald-**

**Coefficient Restrictions...** na barra de ferramentas da equação EQ03. Na janela do teste de Wald, entrar com  $\text{beta}(4) = 1/\text{beta}(3)$ .

O resultado do teste é apresentado na figura 20.18 e nos leva a não rejeição da hipótese nula de que a função de produção em questão é do tipo CES.

| Equation: EQ03 Workfile: JUDGE TABLE 12.3 |          |             |  |
|---|----------|-------------|--|
| View                                      | Procs    | Objects     | Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids |
| Wald Test:<br>Equation: EQ03              |          |             |  |
| Null Hypothesis: BETA(4)=1/BETA(3)        |          |             |  |
| F-statistic                               | 0.047682 | Probability | 0.828852   |
| Chi-square                                | 0.047682 | Probability | 0.827147   |

FIGURA 20.18: RESULTADO DO TESTE DE WALD PARA A HIPÓTESE NULA CONSTRUÍDA COMO  $BETA(4)=1/BETA(3)$

Devido ao fato de o teste de Wald ser um teste de significância puro, que não envolve uma hipótese alternativa, este não é invariante em relação à formulação das restrições. Nos casos em que há mais de uma forma de especificar a restrição, o teste de Wald pode gerar respostas bastante diferentes. Greene (2000, p. 439)

No presente exemplo, podemos representar a restrição alternativamente como  $\beta_3\beta_4 = 1$ . Para tanto, basta cumprir o mesmo procedimento do teste anterior; ou seja, substituindo  $beta(4) = 1/beta(3)$  por  $beta(3)*beta(4)=1$ . O resultado deste teste é apresentado na figura 20.19.

| Equation: EQ03 Workfile: JUDGE TABLE 12.3 |          |             |  |
|---|----------|-------------|--|
| View                                      | Procs    | Objects     | Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids |
| Wald Test:<br>Equation: EQ03              |          |             |  |
| Null Hypothesis: BETA(3)*BETA(4)=1        |          |             |  |
| F-statistic                               | 0.061593 | Probability | 0.805945   |
| Chi-square                                | 0.061593 | Probability | 0.803995   |

FIGURA 20.19: RESULTADO DO TESTE DE WALD PARA A HIPÓTESE NULA CONSTRUÍDA COMO  $BETA(3)*BETA(4)=1$

O leitor perceberá, sem dificuldades, que o resultado deste teste é o mesmo do anterior, muito embora o valor-p seja diferente. Há casos, porém, em que esta diferença é grande o bastante para mudar o resultado do teste. Uma forma de resolver este problema é utilizando o teste da razão de verossimilhança (LR), que é invariante quanto à reparametrização. Como foi visto no capítulo 14, para conduzir o teste da razão de verossimilhança, devemos calcular as regressões restrita e irrestrita. A equação irrestrita é a apresentada na figura 20.17, denominada EQ03. A equação restrita pode ser estimada digitando a especificação

$$\log(Q)=\beta(1)+(1/\beta(3))*\log(\beta(2)*K^{\beta(3)}+(1-\beta(2))*L^{\beta(3)})$$

na janela **Equation Specification**. Denomina-se esta equação por EQ04. O resultado da estimação é apresentado na figura 20.20. Outra forma de entrar com a restrição é através da especificação

$$\log(Q)=\beta(1)+\beta(4)*\log(\beta(2)*K^{(1/\beta(4))}+(1-\beta(2))*L^{(1/\beta(4))})$$

cujo resultado é apresentado na figura 20.21.

| Equation: EQ04 Workfile: JUDGE TABLE 12.3                    |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
|--|-------------|-----------------------|-------------|-----------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View   | Procs       | Objects               | Print       | Name      | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: LOG(Q)                                   |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares  |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| Date: 11/06/03 Time: 17:54                                   |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| Sample: 1 30   |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| Included observations: 30                                    |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| Convergence achieved after 13 iterations                     |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| LOG(Q)=BETA(1)+(1/BETA(3))*LOG(BETA(2)*K^BETA(3)+(1-BETA(2)) |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| *L^BETA(3))  |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
|  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.     |        |          |          |       |        |
| BETA(1)  | 0.118489    | 0.076433              | 1.550232    | 0.1327    |        |          |          |       |        |
| BETA(3)  | -3.440342   | 2.035805              | -1.689918   | 0.1026    |        |          |          |       |        |
| BETA(2)  | 0.677621    | 0.126545              | 5.354784    | 0.0000    |        |          |          |       |        |
| R-squared  | 0.971188    | Mean dependent var    |             | -1.532703 |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared   | 0.969054    | S.D. dependent var    |             | 1.453773  |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression   | 0.255742    | Akaike info criterion |             | 0.205344  |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid  | 1.765907    | Schwarz criterion     |             | 0.345464  |        |          |          |       |        |
| Log likelihood   | -0.080162   | Durbin-Watson stat    |             | 1.915772  |        |          |          |       |        |

FIGURA 20.20: RESULTADO DA ESTIMAÇÃO POR MQNL DO MODELO RESTRITO: RESTRIÇÃO APRESENTADA NA FORMA  $Q_t = \beta_1 + (1/\beta_3) \ln[\beta_2 K_t^{\beta_3} + (1 - \beta_2)L_t^{\beta_3}] + \varepsilon_t$

| Equation: EQ05 Workfile: JUDGE TABLE 12.3                    |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
|--|-------------|-----------------------|-------------|-----------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View   | Procs       | Objects               | Print       | Name      | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: LOG(Q)                                   |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares  |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| Date: 11/06/03 Time: 18:04                                   |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| Sample: 1 30   |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| Included observations: 30                                    |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| Convergence achieved after 17 iterations                     |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| LOG(Q)=BETA(1)+BETA(4)*LOG(BETA(2)*K^(1/BETA(4))+(1-BETA(2)) |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
| *L^(1/BETA(4)))  |             |                       |             |           |        |          |          |       |        |
|  | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.     |        |          |          |       |        |
| BETA(1)  | 0.118488    | 0.076434              | 1.550210    | 0.1327    |        |          |          |       |        |
| BETA(4)  | -0.290673   | 0.172012              | -1.689839   | 0.1026    |        |          |          |       |        |
| BETA(2)  | 0.677617    | 0.126551              | 5.354487    | 0.0000    |        |          |          |       |        |
| R-squared  | 0.971188    | Mean dependent var    |             | -1.532703 |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared   | 0.969054    | S.D. dependent var    |             | 1.453773  |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression   | 0.255742    | Akaike info criterion |             | 0.205344  |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid  | 1.765907    | Schwarz criterion     |             | 0.345464  |        |          |          |       |        |
| Log likelihood   | -0.080162   | Durbin-Watson stat    |             | 1.915772  |        |          |          |       |        |

FIGURA 20.21: RESULTADO DA ESTIMAÇÃO POR MQNL DO MODELO RESTRITO: RESTRIÇÃO APRESENTADA NA FORMA  $Q_t = \beta_1 + \beta_4 \ln[\beta_2 K_t^{(1/\beta_4)} + (1 - \beta_2)L_t^{(1/\beta_4)}] + \varepsilon_t$

O teste LR pode ser gerado por  
**vector lr=-2\*(eq04.@logl-eq03.@logl)**  
 cujo resultado é apresentado na figura 20.22.

| LR                             |          |
|--------------------------------|----------|
| C1                             |          |
| Last updated: 11/06/03 - 18:20 |          |
| R1                             | 0.082175 |

FIGURA 20.22: RESULTADO DO TESTE DA RAZÃO DE VEROSSIMILHANÇA

O valor crítico, cujo resultado é apresentado na figura 20.23, é gerado por **vector valorcritico=@qchisq(0.95,1)**

| VALORCRITICO                   |          |
|--------------------------------|----------|
| C1                             |          |
| Last updated: 11/06/03 - 18:26 |          |
| R1                             | 3.841459 |

FIGURA 20.23: VALOR CRÍTICO DO TESTE DA RAZÃO DE VEROSSIMILHANÇA

O valor-p, cujo resultado é apresentado na figura 20.24, é gerado por **vector valorp=1-@cchisq(lr(1),1)**

| VALORP                         |          |
|--------------------------------|----------|
| C1                             |          |
| Last updated: 11/06/03 - 18:25 |          |
| R1                             | 0.774372 |

FIGURA 20.24: VALOR-P DO TESTE DA RAZÃO DE VEROSSIMILHANÇA

A conclusão do teste da razão de verossimilhança é, portanto, a mesma da do teste de Wald. Entretanto, fica o alerta de que este teste apresenta a vantagem de ser invariante quanto à construção.

## 20.1 VALORES INICIAIS

Procedimentos iterativos de estimação requerem o uso de valores iniciais para os coeficientes do modelo. Infelizmente não há uma regra geral para especificar estes valores iniciais. Evidentemente que, quanto mais perto dos valores verdadeiros estiverem os valores iniciais, melhores serão os resultados. Deste modo, bons valores iniciais são extremamente desejáveis e, mais do que isso, em

alguns casos estes podem ser fundamentais. Em algumas situações, pode-se utilizar como valores iniciais os coeficientes estimados a partir de um modelo linear restrito (como o utilizado na função consumo do exemplo 20.1). Entretanto, em casos onde a não linearidade é mais complexa, essa possibilidade não existe. Em geral, deve-se utilizar alguns valores iniciais diferentes, tomando como base alguma expectativa *a priori* baseada na teoria econômica.

É importante notar que se não forem especificados os valores iniciais para os coeficientes, teremos como valores iniciais aqueles armazenados no vetor de coeficientes, decorrentes da última regressão calculada. Para verificar e modificar estes valores basta abrir o vetor de coeficientes com um duplo clique, selecionar **Edit** <sup>†</sup>, para possibilitar a modificação e digitar diretamente os valores desejados.

Pode-se ainda alterar os valores iniciais dos coeficientes utilizando o comando **param**. Digita-se na janela de comandos o comando **param** seguido do coeficiente e do valor desejado. Por exemplo,

**param c(1) 0.73 c(2) 4.15**

faz com que  $c(1)=0,73$  e  $c(2)=4,15$ .

## 20.2 NÚMERO DE ITERAÇÕES E CONVERGÊNCIA

Os dois métodos mais comuns de interromper um processo iterativo são baseados

- i) na mudança da função objetivo;
- ii) na mudança dos parâmetros.

O EViews utiliza o segundo. Esta é, na verdade, uma forma de evitar que se interrompa uma iteração quando há uma pequena mudança na função objetivo acompanhada de significativa mudança nos parâmetros.

Pode-se controlar o processo iterativo especificando o critério de convergência e o número máximo de iterações. Seleciona-se **Options** na janela de especificação da equação e entra-se com os valores desejados.

O EViews informará que o procedimento de estimação convergiu se a variação percentual máxima dos coeficientes estimados em iterações seguidas for menor que o número indicado no campo **Convergence**. Se, por exemplo, entrarmos com o valor 0.001, o EViews irá testar a convergência determinando se a variação percentual máxima dos coeficientes é menor que 0,1%.

$$\left| \frac{\beta_{i,j+1} - \beta_{i,j}}{\beta_{i,j}} \right| < \delta \quad \forall i = 1, 2, \dots, P$$

onde  $\delta$  é um número tão pequeno quanto se queira, de escolha do usuário..

Na maioria dos casos não há necessidade de alterar o número máximo de iterações. Se, entretanto, não for obtida convergência, deve-se aumentar o número máximo de iterações, caso a razão da não convergência tenha sido um número máximo de iterações insuficiente. Note que o Eviews irá utilizar como valores iniciais os últimos coeficientes estimados pela iteração anterior.

Uma outra razão para que as estimativas não converjam é indicada pela mensagem "**failure to improve after certain iterations**". Esta mensagem indica que a função é mal comportada, no sentido que, apesar de haver variação nos parâmetros, o EViews não consegue identificar a direção que deve ser seguida para concluir o procedimento. Nesse caso, pode-se tentar recomeçar com um novo conjunto de valores iniciais, na intenção de alcançar o ponto ótimo.

Após estimado o modelo, o EViews irá exibir um relatório com as principais estatísticas e resultados do procedimento de estimação de mínimos quadrados não lineares. Se o procedimento de estimação tiver convergido, o EViews irá indicar este fato, informando ainda o número iterações requeridas para a convergência. Se o procedimento iterativo não convergir, o EViews irá indicar com a seguinte informação: "**Convergence not achieved after P iterations**", ou seja, convergência não alcançada após P iterações, onde P é o número máximo de iterações, indicado pelo usuário.

Abaixo da linha de descrição da convergência, o EViews apresenta a especificação não linear, de modo a facilitar a interpretação dos coeficientes do modelo.

## APÊNDICE 1 (Dados utilizados no capítulo)

## EXEMPLO 20.1: Dados obtidos em Greene (2000, Table A7.2)

| ANO   | CONSUMO (CS) | RENDA (Y) |
|-------|--------------|-----------|
| 1 950 | 733.2        | 791.8     |
| 1 951 | 748.7        | 819.0     |
| 1 952 | 771.4        | 844.3     |
| 1 953 | 802.5        | 880.0     |
| 1 954 | 822.7        | 894.0     |
| 1 955 | 873.8        | 944.5     |
| 1 956 | 899.8        | 989.4     |
| 1 957 | 919.7        | 1 012.1   |
| 1 958 | 932.9        | 1 028.8   |
| 1 959 | 979.4        | 1 067.2   |
| 1 960 | 1 005.1      | 1 091.1   |
| 1 961 | 1 025.2      | 1 123.2   |
| 1 962 | 1 069.0      | 1 170.2   |
| 1 963 | 1 108.4      | 1 207.3   |
| 1 964 | 1 170.6      | 1 291.0   |
| 1 965 | 1 236.4      | 1 365.7   |
| 1 966 | 1 298.9      | 1 431.3   |
| 1 967 | 1 337.7      | 1 493.2   |
| 1 968 | 1 405.9      | 1 551.3   |
| 1 969 | 1 456.7      | 1 599.8   |
| 1 970 | 1 492.0      | 1 688.1   |
| 1 971 | 1 538.8      | 1 728.4   |
| 1 972 | 1 621.9      | 1 797.4   |
| 1 973 | 1 689.6      | 1 916.3   |
| 1 974 | 1 674.0      | 1 896.6   |
| 1 975 | 1 711.9      | 1 931.7   |
| 1 976 | 1 803.9      | 2 001.0   |
| 1 977 | 1 883.8      | 2 066.6   |
| 1 978 | 1 961.0      | 2 167.4   |
| 1 979 | 2 004.4      | 2 216.2   |
| 1 980 | 2 000.4      | 2 214.3   |
| 1 981 | 2 024.2      | 2 248.6   |
| 1 982 | 2 050.7      | 2 261.5   |
| 1 983 | 2 145.9      | 2 334.6   |
| 1 984 | 2 239.9      | 2 468.4   |
| 1 985 | 2 312.6      | 2 509.0   |

**EXEMPLO 20.2:** Dados obtidos em Judge et al (1988, table 12.1).

| obs | Y      | X1    | X2    |
|-----|--------|-------|-------|
| 1   | 3.284  | 0.286 | 0.645 |
| 2   | 3.149  | 0.973 | 0.585 |
| 3   | 2.877  | 0.384 | 0.31  |
| 4   | -0.467 | 0.276 | 0.058 |
| 5   | 1.211  | 0.973 | 0.455 |
| 6   | 1.389  | 0.543 | 0.779 |
| 7   | 1.145  | 0.957 | 0.259 |
| 8   | 2.321  | 0.948 | 0.202 |
| 9   | 0.998  | 0.543 | 0.028 |
| 10  | 0.379  | 0.797 | 0.099 |
| 11  | 1.106  | 0.936 | 0.142 |
| 12  | 0.428  | 0.889 | 0.296 |
| 13  | 0.011  | 0.006 | 0.175 |
| 14  | 1.179  | 0.828 | 0.18  |
| 15  | 1.858  | 0.399 | 0.842 |
| 16  | 0.388  | 0.617 | 0.039 |
| 17  | 0.651  | 0.939 | 0.103 |
| 18  | 0.593  | 0.784 | 0.62  |
| 19  | 0.046  | 0.072 | 0.158 |
| 20  | 1.152  | 0.889 | 0.704 |

**EXEMPLO 20.4:** Dados obtidos em Judge et al (1988, table 12.3).

| obs | L     | K     | Q        |
|-----|-------|-------|----------|
| 1   | 0.228 | 0.802 | 0.256918 |
| 2   | 0.258 | 0.249 | 0.183599 |
| 3   | 0.821 | 0.771 | 1.212883 |
| 4   | 0.767 | 0.511 | 0.522568 |
| 5   | 0.495 | 0.758 | 0.847894 |
| 6   | 0.487 | 0.425 | 0.763379 |
| 7   | 0.678 | 0.452 | 0.623130 |
| 8   | 0.748 | 0.817 | 1.031485 |
| 9   | 0.727 | 0.845 | 0.569498 |
| 10  | 0.695 | 0.958 | 0.882497 |
| 11  | 0.458 | 0.084 | 0.108827 |
| 12  | 0.981 | 0.021 | 0.026437 |
| 13  | 0.002 | 0.295 | 0.003750 |
| 14  | 0.429 | 0.277 | 0.461626 |
| 15  | 0.231 | 0.546 | 0.268474 |
| 16  | 0.664 | 0.129 | 0.186747 |
| 17  | 0.631 | 0.017 | 0.020671 |
| 18  | 0.059 | 0.906 | 0.100159 |
| 19  | 0.811 | 0.223 | 0.252334 |
| 20  | 0.758 | 0.145 | 0.103312 |
| 21  | 0.050 | 0.161 | 0.078945 |
| 22  | 0.823 | 0.006 | 0.005799 |
| 23  | 0.483 | 0.836 | 0.723250 |
| 24  | 0.682 | 0.521 | 0.776468 |
| 25  | 0.116 | 0.930 | 0.216536 |
| 26  | 0.440 | 0.495 | 0.541182 |
| 27  | 0.456 | 0.185 | 0.316320 |
| 28  | 0.342 | 0.092 | 0.123811 |
| 29  | 0.358 | 0.485 | 0.386354 |
| 30  | 0.162 | 0.934 | 0.279431 |

onde; L = Fator trabalho  
 K = Fator capital  
 Q = Produto

## APÊNDICE 2(Notas sobre gradiente, Hessiana e aproximação por série de Taylor)

Seja  $f : \mathfrak{R}^k \rightarrow \mathfrak{R}$  e  $y = f(\mathbf{x})$ , onde  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ . O vetor de derivadas parciais, ou vetor gradiente, ou simplesmente gradiente é definido por:

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial x_1} \\ \frac{\partial y}{\partial x_2} \\ \frac{\partial y}{\partial x_3} \\ \frac{\partial y}{\partial x_4} \end{bmatrix}$$

Note que o gradiente é um vetor coluna. A matriz de derivadas segundas, ou matriz Hessiana, é definida por:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_k} \\ \frac{\partial^2 y}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 y}{\partial x_2 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 y}{\partial x_2 \partial x_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 y}{\partial x_k \partial x_1} & \frac{\partial^2 y}{\partial x_k \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 y}{\partial x_k \partial x_k} \end{bmatrix}$$

Em geral,  $\mathbf{H}$  é simétrica<sup>6</sup>.

Quando tratamos de funções reais de uma variável,  $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ , podemos aproximar  $f(x)$  por um polinômio denominado série de Taylor. Seja  $x^0$  um ponto escolhido de forma arbitrária, assim, a aproximação de  $f(x)$  por série de Taylor é definida por

$$f(x) \approx f(x^0) + \sum_{i=1}^p \frac{1}{i!} \left[ \frac{d^i f}{dx} \Big|_{x^0} \right] (x - x^0)^i$$

onde  $\left[ \frac{d^i f}{dx} \Big|_{x^0} \right]$  indica que a  $i$ -ésima derivada está avaliada no ponto  $x^0$ .

A escolha do número de termos do polinômio depende de quão acurada deve ser a aproximação. Em econometria, duas aproximações são freqüentemente utilizadas.

i) Aproximação linear (P=1):

$$f(x) \approx f(x^0) + \frac{df}{dx} \Big|_{x^0} (x - x^0), \text{ fazendo } \frac{df}{dx} \Big|_{x^0} = f'(x^0), \text{ temos}$$

$$f(x) \approx f(x^0) + f'(x^0)x - f'(x^0)x^0$$

$$f(x) \approx [f(x^0) - f'(x^0)x^0] + f'(x^0)x, \text{ assim, chamando } \beta_1 = [f(x^0) - f'(x^0)x^0] \text{ e } \beta_2 = f'(x^0),$$

$$f(x) \approx \beta_1 + \beta_2 x$$

<sup>6</sup> A simetria é obtida para funções contínuas, pelo Teorema de Young.

ii) Aproximação quadrática (P=2):

$$f(x) \approx f(x^0) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x^0} (x - x^0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{x^0} (x - x^0)^2$$

$$f(x) \approx f(x^0) + f'(x^0)(x - x^0) + \frac{1}{2} f''(x^0)(x^2 + x^{02} - 2xx^0)$$

$$f(x) \approx [f(x^0) - f'(x^0)x^0 + \frac{1}{2} f''(x^0)x^{02}] + [f'(x^0) - f''(x^0)x^0]x + [\frac{1}{2} f''(x^0)]x^2, \quad \text{assim,}$$

$$\text{chamando } \beta_1 = [f(x^0) - f'(x^0)x^0 + \frac{1}{2} f''(x^0)x^{02}], \quad \beta_2 = [f'(x^0) - f''(x^0)x^0] \text{ e } \beta_3 = \frac{1}{2} f''(x^0),$$

temos

$$f(x) \approx \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2$$

No caso de funções reais de  $k$  variáveis, como  $y = f(\mathbf{x})$ , onde  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ , a aproximação linear por série de Taylor, ou série de Taylor de primeira ordem é:

$$f(\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{x}^0) + \sum_{i=1}^k f_i(\mathbf{x}^0)(x - x^0)$$

$$f(\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{x}^0) + \left[ \left. \frac{df(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}^0} \right]' (\mathbf{x} - \mathbf{x}^0)$$

$$f(\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{x}^0) + [\nabla f(\mathbf{x})]_{\mathbf{x}^0}' (\mathbf{x} - \mathbf{x}^0)$$

$$f(\mathbf{x}) \approx \{f(\mathbf{x}^0) - [\nabla f(\mathbf{x})]_{\mathbf{x}^0}' \mathbf{x}^0\} + [\nabla f(\mathbf{x})]_{\mathbf{x}^0}' \mathbf{x}$$

$$f(\mathbf{x}) \approx \beta_1 + \boldsymbol{\beta}' \mathbf{x}$$

onde  $\beta_1 = f(\mathbf{x}^0) - [\nabla f(\mathbf{x})]_{\mathbf{x}^0}' \mathbf{x}^0$  é o escalar que representa o termo de intercepto e  $\boldsymbol{\beta} = [\nabla f(\mathbf{x})]_{\mathbf{x}^0}'$  é o vetor de coeficientes angulares com  $(k-1)$  componentes.

## ESTIMAÇÃO POR MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

O EViews contém os procedimentos habituais que ajudam a resolver a maioria dos problemas de estimação que possam ser encontrados. Entretanto, com a constante evolução da econometria, têm surgido novas classes de problemas inteiramente novas, além da extensão de procedimentos existentes.

O objeto **Logl** proporciona uma maneira geral de estimar uma larga classe de especificações pela maximização da função de verossimilhança com respeito aos parâmetros. O EViews irá localizar os valores dos parâmetros que maximizam a função de verossimilhança especificada e irá gerar os desvios padrões estimados desses parâmetros estimados.

O maior trabalho em estimar um modelo usando o objeto **Logl** consiste em criar uma especificação a ser usada na estimação da função de verossimilhança. Tal especificação é meramente uma lista de descrição das séries a serem utilizadas quando da estimação iterativa durante o curso do procedimento de maximização.

Considere o exemplo simples a seguir:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim iidN(0, \sigma^2)$$

onde  $Y$ ,  $X_2$  e  $X_3$  são as variáveis envolvidas no modelo e  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  e  $\sigma$  são os parâmetros que deverão ser estimados. Os erros são independentes e identicamente distribuídos normalmente, com média zero e variância  $\sigma^2$ , constante e finita.

A função de verossimilhança para uma amostra de tamanho  $T$  do modelo anterior pode ser escrita como:

$$L = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{T}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t})^2\right] \quad (01)$$

Desse modo o log da função de verossimilhança é dado por:

$$\ln L = \ell = \ln\left\{(2\pi\sigma^2)^{-\frac{T}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t})^2\right]\right\} \quad (02)$$

$$= -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t})^2 \quad (03)$$

Seja  $\phi(\cdot)$  a função densidade de probabilidade da normal padrão, então

$$\phi\left(\frac{Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t}}{\sigma}\right) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t}}{\sigma}\right)^2\right]$$

logo,

$$\ln \phi\left(\frac{Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t}}{\sigma}\right) = -\frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \left(\frac{Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t}}{\sigma}\right)^2$$

Portanto, podemos representar a equação 03 como uma soma de  $\ln \phi\left(\frac{Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t}}{\sigma}\right)$  e  $-\frac{1}{2} \ln \sigma^2$ , ou seja

$$\ell = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t})^2$$

$$= \sum_{t=1}^T \left\{ \ln \phi \left( \frac{Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t}}{\sigma} \right) - \frac{1}{2} \ln \sigma^2 \right\}$$

A necessidade de expressar o log da função de verossimilhança dessa maneira ocorre devido ao fato de que é precisamente assim que o EViews lê esta função.

Percebe-se, portanto, que podemos escrever a função log da verossimilhança como uma soma das contribuições do log da verossimilhança de cada observação  $t$ :

$$\ell(\beta, \sigma) = \sum_{t=1}^T \ln L(\beta, \sigma)$$

onde as contribuições individuais são dadas por:

$$\ell_t(\beta, \sigma) = \ln \phi \left( \frac{Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t}}{\sigma} \right) - \frac{1}{2} \ln(\sigma^2)$$

Suponha que os valores estimados dos parâmetros do modelo ( $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$  e  $\hat{\sigma}^2$ ) já foram obtidos. Deseja-se criar uma série no EViews que contenha a contribuição de cada observação para o log da verossimilhança. Para tanto, cria-se inicialmente o vetor de coeficientes **beta**, que irá armazenar os valores estimados de  $\beta_1, \beta_2$  e  $\beta_3$ :

#### **coef(3) beta**

e em seguida abre-se o vetor beta e entra-se com os valores dos parâmetros estimados.

Deve-se então criar o vetor de coeficientes **sigma**, que irá armazenar o valor estimado do parâmetro  $\sigma$ :

#### **coef(1) sigma**

Executa-se então a seguinte lista de instruções no formato de programa ou mesmo usando a janela de comandos:

```
series res = Y - beta(1) - beta(2)*X2 - beta(3)*X3
```

```
series var = sigma(1)^2
```

```
series logl1 = log(@dnorm(res/@sqrt(var)))-log(var)/2
```

A primeira instrução gera uma série denominada **RES**, contendo os resíduos da regressão e a segunda instrução gera uma série com a variância, denominada **VAR**. A série **logl1** contém o conjunto das contribuições de cada observação para o log da verossimilhança.

No entanto, como geralmente não se conhecem os verdadeiros valores dos parâmetros, o que se deseja na prática é estimá-los com base nos dados existentes. A estimação dos parâmetros por máxima verossimilhança pode ser definida como o conjunto de valores paramétricos que produzem o maior valor para a função de verossimilhança avaliada nas observações amostrais.

Para proceder a estimativa por máxima verossimilhança, deve-se inicialmente criar um objeto do tipo **Logl**. Para tanto, seleciona-se **Objects / New Object... / Logl** na barra de menu ou simplesmente digita-se **logl** na janela de comandos e tecla **Enter**. Será então aberta uma janela em branco como a que é apresentada na figura 21.1.

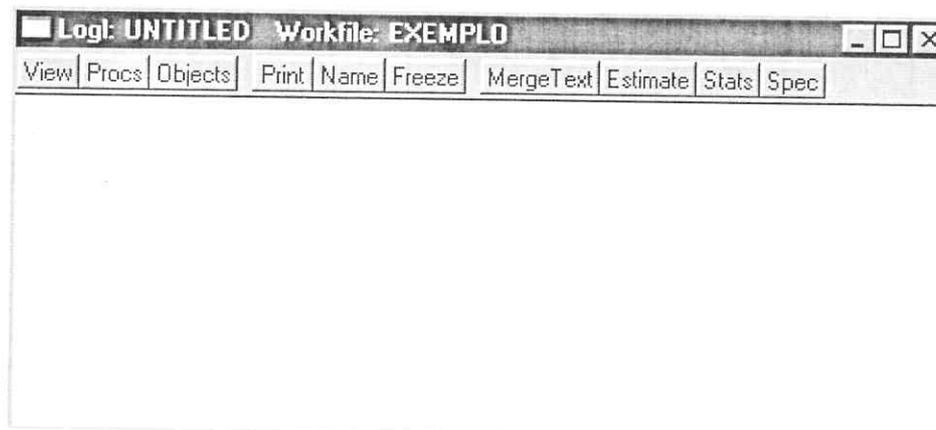


FIGURA 21.1: JANELA DO OBJETO LOGL

Há, entretanto, algumas mudanças em relação ao procedimento descrito anteriormente, o qual é destinado simplesmente a gerar a informação sobre a contribuição de cada observação no log da verossimilhança.

Primeiro, vejamos a lista de instruções (a qual deve ser digitada no campo em branco do objeto **logl**) e em seguida a explicação.

```
@logl logl
res = Y - beta(1) - beta(2)*X2 - beta(3)*X3
var = sigma(1)^2
logl1 = log(@dnorm(res/@sqrt(var)))-log(var)/2
```

A primeira linha (**@logl logl**) informa ao EViews que a série **logl1** será usada para armazenar as contribuições do log da verossimilhança de cada observação, após obtidos os valores estimados dos parâmetros do modelo. As linhas 2, 3 e 4 descrevem as séries **res**, **var** e **logl1**, idênticas ao procedimento descrito anteriormente.

Quando se solicita ao EViews que sejam estimados os parâmetros do modelo, o programa irá executar as instruções fornecidas repetidamente para diferentes valores dos parâmetros, usando um algoritmo iterativo para encontrar o conjunto de valores dos parâmetros que maximizem a soma das contribuições de cada log da verossimilhança.

Cada especificação de verossimilhança deve conter uma declaração de controle que informa o nome da série que será usada para armazenar os valores das contribuições individuais da verossimilhança. O formato dessa declaração é:

```
@logl nome
```

onde **nome** é o nome da série que irá conter os valores das contribuições. Como em uma mesma rotina podem ser necessárias várias declarações, criando portanto várias séries, pode-se querer remover uma ou mais séries após a estimação. Para tanto utiliza-se a ferramenta **@temp**:

```
@temp nome1 nome2 ...
```

Esta instrução informa ao EViews que a lista de séries descrita após **@temp** deve ser excluída após o final da estimação.

Uma vez que todos os elementos dos vetores de coeficientes utilizados na especificação serão usados como parâmetros, deve-se estar seguro de que todos os coeficientes realmente influenciam na determinação do valor de uma ou mais contribuições do log da verossimilhança. Se um parâmetro não tiver efeito sobre o log da verossimilhança, será exibida uma mensagem de erro.

Note que todos os objetos, com exceção dos coeficientes, serão considerados fixos e, portanto, não terão seus valores alterados durante a estimação.

O EViews executa as instruções de um programa ou de um objeto **Logl** sempre de cima para baixo, de modo que as expressões ou séries que sejam usadas em cálculos subsequentes devem ser prontamente definidas anteriormente.

Como padrão, o EViews computa as derivadas numéricas da função de verossimilhança com respeito aos parâmetros quando do processo de maximização da verossimilhança e de estimação dos erros padrões. Caso se deseje especificar uma expressão para uma ou mais dessas derivadas, deve-se utilizar a função **@deriv**:

@deriv nome\_par1 nome\_der1 nome\_par2 nome\_der2 ...

onde **nome\_pari** é o nome do i-ésimo parâmetro do modelo e **nome\_deri** é o nome da i-ésima série que irá conter a derivada relativa ao parâmetro indicado.

Uma vez especificado o modelo no objeto **Logl**, estimam-se os parâmetros simplesmente selecionando **Estimate** na barra de ferramentas do objeto **Logl** e preenchendo adequadamente os campos da janela como a que é apresentada na figura 21.2.

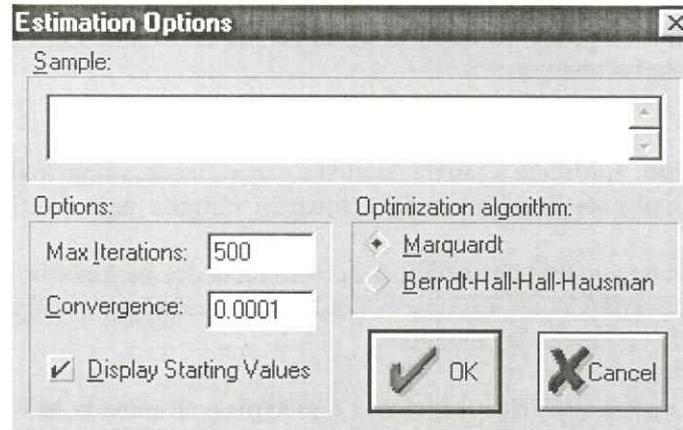


FIGURA 21.2: JANELA DE OPÇÕES PARA O PROCESSO DE ESTIMAÇÃO

O primeiro campo a ser preenchido na janela **Estimation Options** é o *sample*. Deve-se indicar os períodos inicial e final, separados por um espaço simples. Na estimação utilizando o objeto **Logl**, em caso de ausência de observações, o programa irá apresentar uma mensagem de erro, indicando quais observações estão faltando. Note que este procedimento é diferente das formas convencionais de estimação no EViews, nas quais apenas são excluídas as observações não preenchidas numericamente.

Em **Options**, indica-se o número máximo de iterações permitidas durante o processo de estimação dos parâmetros, bem como o critério de convergência. Por exemplo, 0.0001 indica que as iterações irão ocorrer até o ponto onde a diferença entre o **Log Likelihood** de uma iteração para outra seja inferior a 0.0001. Dessa forma, quanto menor for o valor indicado no campo **Convergence**, maior deverá ser o número de iterações que o computador irá executar, pois o critério de convergência tornou-se mais rigoroso. Ainda em **Options**, pode-se escolher entre exibir ou não os valores iniciais dos parâmetros estimados no relatório com os resultados finais. Para exibi-los, basta selecionar **Display Starting Values**.

Finalmente, em **Optimization algorithm**, indica-se o algoritmo de otimização a ser utilizado<sup>7</sup>. O EViews tem como padrão o algoritmo de **Marquardt**, entretanto há a possibilidade de estimar os parâmetros com base no algoritmo de otimização de **Berndt-Hall-Hall-Hausman**, conhecido também como **BHHH**.

Após adequadamente preenchidos todos os campos da janela **Estimation Options**, clica-se em **OK** e os comandos indicados serão executados pelo EViews.

Uma vez que o EViews utiliza um algoritmo iterativo para encontrar a estimativa de máxima verossimilhança, a escolha dos valores iniciais é importante. Em problemas onde a função de verossimilhança é estritamente côncava, os valores iniciais terão influência no número de iterações necessárias para a estimação convergir. Em problemas onde a função de verossimilhança não é côncava, os valores iniciais determinam qual dos vários pontos de máximo local possíveis será obtido.

**IMPORTANTE!!!** Em alguns casos, a estimação irá falhar a menos que valores iniciais razoáveis sejam informados. Por valores razoáveis entende-se valores que guardem uma proximidade mínima do ponto ótimo.

<sup>7</sup> A discussão sobre algoritmos de otimização extrapola os objetivos deste manual. Para uma breve introdução, indica-se Greene (2003, appendix E) e Judge et al (1985, appendix B). Uma outra opção é consultar o *Help* do EViews.

Como padrão, o EViews utiliza como valores iniciais os valores armazenados no vetor de coeficientes anterior à estimação. Se a função **@param** for incluída na especificação, os valores indicados após **param** serão usados no lugar daqueles armazenados originalmente no(s) vetor(es) de coeficiente(s). O exemplo a seguir visa melhorar o entendimento dessa função:

**param beta(1) 0.5 beta(2) 1 beta(3) 0.1**

Desta maneira, o EViews irá fornecer como valor inicial **0.5** para **beta(1)**, **1** para **beta(2)** e **0.1** para **beta(3)**.

As duas primeiras opções na barra de ferramentas do objeto **Logl (View e Procs)** contêm várias funções úteis, listadas abaixo:

#### View

**Likelihood Specification:** apresenta a janela na qual é especificada a função de verossimilhança.

**Estimation Output:** exibe os resultados da estimação obtidos pela maximização da função de verossimilhança.

**Covariance Matrix:** exibe a matriz de variância e covariância dos parâmetros estimados. Para salvar a matriz de variância e covariância de um objeto **Logl** denominado, por exemplo, **Logl01**, basta entrar com o seguinte comando na janela de comandos:

**sym MVC = logl01.@cov**

Será então criada uma matriz simétrica (objeto do tipo **sym**) denominada **MVC** contendo na diagonal principal as variâncias dos parâmetros estimados por máxima verossimilhança e, fora da diagonal principal, as covariâncias.

**Wald Coefficient Tests....:** conduz o teste de restrição de coeficientes com base no teste de Wald.

**Gradient Table:** exibe a tabela contendo o gradiente do log da função de verossimilhança avaliado nos valores atuais dos parâmetros (se o modelo ainda não tiver sido estimado) ou nos valores dos parâmetros estimados pelo objeto **Logl** (caso o modelo já tenha sido estimado).

**Check Derivatives:** apresenta os valores das derivadas numéricas e analíticas (se disponível) nos valores iniciais (se for utilizada a função **@param**), ou nos valores atuais dos parâmetros (se não for utilizada a função **@param**).

#### Procs

**Estimate....:** abre a janela com as opções de estimação tais como número máximo de iterações, critério de convergência e algoritmo de otimização.

**Make Model:** cria um modelo sem título de acordo com a especificação do objeto **Logl**

**Make Gradients:** gera um grupo sem título contendo o gradiente (primeira derivada) da função log da verossimilhança (**log likelihood**) avaliado nos valores estimados dos parâmetros. São adicionadas novas séries ao *workfile*, cada série correspondendo a uma coluna do grupo.

**Update Coefs from Loglike:** atualiza o vetor de coeficientes com os valores estimados pelo objeto **Logl**. Este procedimento permite que sejam exportados os valores estimados por máxima verossimilhança ou ainda que tais valores sejam usados como valores iniciais em outras estimações.

**EXEMPLO 21.1 :** Estimação de um modelo linear (Máxima Verossimilhança x MQO). Estime o modelo  $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + e_t$  com base nos dados de Gujarati (2000, p.217, exercício 7.20).

O modelo estimado pelo método dos mínimos quadrados é apresentado na figura 21.3.

| Equation: EQ01 Workfile: EXERCÍCIO 07.20 |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|--|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View                                     | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: Y                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 03/06/03 Time: 07:32               |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample: 1971:3 1975:2                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 16                |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable                                 | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| C  | 13354.60    | 6485.419              | 2.059173    | 0.0619 |        |          |          |       |        |
| X2                                       | -3628.186   | 635.6282              | -5.708031   | 0.0001 |        |          |          |       |        |
| X3                                       | 2633.755    | 1012.637              | 2.600888    | 0.0232 |        |          |          |       |        |
| X4                                       | -19.25394   | 30.69465              | -0.627274   | 0.5422 |        |          |          |       |        |
| R-squared                                | 0.777929    | Mean dependent var    | 7645.000    |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                       | 0.722411    | S.D. dependent var    | 2042.814    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                       | 1076.291    | Akaike info criterion | 17.01275    |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                        | 13900824    | Schwarz criterion     | 17.20589    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                           | -132.1020   | F-statistic           | 14.01227    |        |        |          |          |       |        |
| Durbin-Watson stat                       | 2.316836    | Prob(F-statistic)     | 0.000316    |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 21.3: RESULTADO DA EQUAÇÃO ESTIMADA POR MÍNIMOS QUADRADOS

Como foi esclarecido durante este capítulo e no capítulo anterior, a escolha dos valores iniciais é de grande importância em estimações que envolvam procedimentos iterativos. É sabido que os métodos de MQO e de MV geram os mesmos estimadores dos coeficientes em modelos lineares, pois na função de verossimilhança

$$L = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{T}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t} - \beta_4 X_{4t})^2\right]$$

o último termo aparece com sinal negativo. Portanto, maximizar a função  $L$  consiste em minimizar este termo, o qual é precisamente o mesmo procedimento utilizado na estimação por mínimos quadrados ordinários. A diferença ocorre apenas no estimador da variância:

$$\hat{\sigma}_{MQO}^2 = \frac{\sum e_t^2}{T-k} \quad ; \quad \hat{\sigma}_{MV}^2 = \frac{\sum e_t^2}{T}$$

Desse modo, podemos adiantar que

$$\hat{\sigma}_{MQO}^2 = \frac{\sum e_t^2}{T-k} = \frac{\text{Sum squared resid}}{T-k} = (\text{S.E. of regression})^2 = 1076.29^2 = 1158402.03$$

$$\hat{\sigma}_{MV}^2 = \frac{\sum e_t^2}{T} = \frac{\text{Sum squared resid}}{T} = \frac{13900824}{16} = 868801.5 = [c(5)]^2$$

Assim, antes mesmo de calcularmos a regressão por máxima verossimilhança, sabemos qual a variância estimada da regressão por MV, uma vez que os coeficientes estimados são os mesmos e a variância estimada por MQO e por MV difere apenas pelo denominador.

Como a EQ01 foi a última regressão calculada pelo EViews, os coeficientes dessa regressão estão armazenados no vetor de coeficientes **C**. Na estimação por máxima verossimilhança, além dos coeficientes, temos a variância como parâmetro, de tal modo que precisamos gerar um valor inicial para este parâmetro. Utilizar a variância estimada por MQO parece ser uma boa saída para resolver o problema do valor inicial. Para tanto, entra-se com a seguinte instrução na janela de comandos:

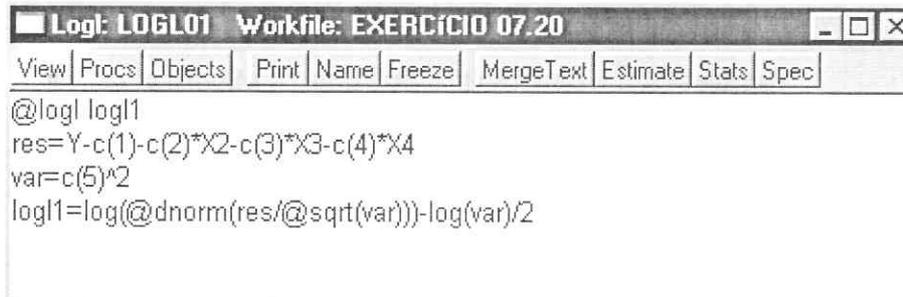
**c(5) = eq01.@se**

Dessa forma, a quinta linha do vetor de coeficientes **C** será preenchida com o valor do desvio padrão estimado por MQO da regressão denominada **EQ01**.

Para gerar a estimativa dos parâmetros por máxima verossimilhança, devemos criar um objeto **Logl** entrando com a instrução

**Logl Logl01**

na janela de comandos. A janela do objeto será então aberta e deverá ser preenchida de acordo com a forma mostrada abaixo:



```

Logl: LOGL01 Workfile: EXERCÍCIO 07.20
View | Procs | Objects | Print | Name | Freeze | MergeText | Estimate | Stats | Spec
@logl logl1
res=Y-c(1)-c(2)*X2-c(3)*X3-c(4)*X4
var=c(5)^2
logl1=log(@dnorm(res/@sqrt(var)))-log(var)/2

```

FIGURA 21.4: INSTRUÇÕES PARA GERAR AS CONTRIBUIÇÕES INDIVIDUAIS DO LOG DA VEROSSIMILHANÇA

A primeira linha (**@logl logl1**) informa ao EViews que a série **logl1** será usada para armazenar as contribuições do log da verossimilhança de cada observação. A segunda instrução gera uma série denominada **RES**, contendo os resíduos da regressão e a terceira instrução gera uma série contendo a variância, denominada **VAR**, onde  $\text{var} = c(5)^2$ . Lembre que o valor inicial de **c(5)** é dado pelo desvio padrão da regressão estimada por MQO. A quarta e última linha trata de gerar a série **logl1** que irá conter o conjunto das contribuições de cada observação para o log da verossimilhança.

Após entrar com as informações descritas acima, clicar em **Estimate**. Será aberta uma janela idêntica a apresentada na figura 21.2.

O *sample* deve ser o mesmo do utilizado na **EQ01**. O número máximo de iterações (500) pode ser mantido, entretanto iremos ser mais exigentes quanto ao critério de convergência, que inicialmente é de **0.0001**. Usaremos como critério de convergência **0.00000001** ou simplesmente **1e-08**. Optamos por exibir os valores iniciais (selecionar o quadro **Display Starting Values**) e mantemos a opção padrão do EViews pelo algoritmo de otimização de **Marquardt**. Evidentemente, a opção pelo algoritmo de **Marquardt** é puramente por simplicidade. Em seguida, basta clicar em **OK** e o relatório padrão de um objeto **Logl** será exibido.

| LogL: LOGL01 Workfile: EXERCICIO 07.20   |                     |             |                       |             |          |           |          |       |      |
|--|---------------------|-------------|-----------------------|-------------|----------|-----------|----------|-------|------|
| View   | Procs               | Objects     | Print                 | Name        | Freeze   | MergeText | Estimate | Stats | Spec |
| LogL: LOGL01   |                     |             |                       |             |          |           |          |       |      |
| Method: Maximum Likelihood (Marquardt)   |                     |             |                       |             |          |           |          |       |      |
| Date: 03/08/03 Time: 06:37   |                     |             |                       |             |          |           |          |       |      |
| Sample: 1971:3 1975:2  |                     |             |                       |             |          |           |          |       |      |
| Included observations: 16  |                     |             |                       |             |          |           |          |       |      |
| Evaluation order: By observation   |                     |             |                       |             |          |           |          |       |      |
| Initial Values: C(1)=13354.6, C(2)=-3628.19, C(3)=2633.75, C(4)=-19.2539, C(5)=1076.29 |                     |             |                       |             |          |           |          |       |      |
| Convergence achieved after 66 iterations   |                     |             |                       |             |          |           |          |       |      |
|  |                     | Coefficient | Std. Error            | z-Statistic | Prob.    |           |          |       |      |
|  | C(1)                | 13354.60    | 8794.511              | 1.518515    | 0.1289   |           |          |       |      |
|  | C(2)                | -3628.186   | 767.5969              | -4.726681   | 0.0000   |           |          |       |      |
|  | C(3)                | 2633.755    | 983.3516              | 2.678345    | 0.0074   |           |          |       |      |
|  | C(4)                | -19.25394   | 41.03329              | -0.469227   | 0.6389   |           |          |       |      |
|  | C(5)                | 932.0952    | 271.5448              | 3.432565    | 0.0006   |           |          |       |      |
|  | Log likelihood      | -132.1020   | Akaike info criterion |             | 17.13775 |           |          |       |      |
|  | Avg. log likelihood | -8.256374   | Schwarz criterion     |             | 17.37918 |           |          |       |      |
|  | Number of Coefs.    | 5           | Hannan-Quinn criter.  |             | 17.15011 |           |          |       |      |

FIGURA 21.5: RESULTADO DA ESTIMAÇÃO POR MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

Note que os coeficientes estimados por MV ( C(1) à C(4) ) são exatamente os mesmos daqueles estimados por MQO e  $C(5)^2 = 932.0952^2 = 868801.5$ , como já se havia previsto.

As contribuições individuais são dadas por:

$$\ell_i(\beta, \sigma) = \ln \phi \left( \frac{Y_i - \beta_1 - \beta_2 X_{2i} - \beta_3 X_{3i} - \beta_4 X_{4i}}{\sigma} \right) - \frac{1}{2} \ln(\sigma^2)$$

$$\ell_i(\beta, \sigma) = -\frac{1}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} (Y_i - \beta_1 - \beta_2 X_{2i} - \beta_3 X_{3i} - \beta_4 X_{4i})^2$$

Vamos, então, inicialmente criar o escalar  $\pi$ , denominado **pi**, é definido por **scalar pi=3.14159**

E agora basta operacionalizar a fórmula de  $\ell_i(\beta, \sigma)$  no EViews. Tal operacionalização é feita por:

```
genr c_ind = -(0.5)*log(2*pi)-0.5*log(c(5)^2)-(0.5/c(5)^2)*(Y-c(1)-c(2)*X2-c(3)*X3-c(4)*X4)^2
```

É, então, gerada a série de contribuições individuais denominada **c\_ind** idêntica à fórmula de  $\ell_i(\beta, \sigma)$ .

Evidentemente, o EViews gera automaticamente a contribuição de cada observação para o log da verossimilhança, de modo que estes esclarecimentos se destinam especialmente àqueles leitores interessados em como o EViews realiza estes cálculos. Para visualizar as contribuições individuais de cada observação para o log da função de verossimilhança, basta abrir a série **Logl1**, criada a partir da instrução fornecida na primeira linha da especificação do objeto **Logl** (obviamente esta série é idêntica à série **c\_ind** criada anteriormente).

| LOGL1  |           |
|--------|-----------|
| 1971:3 | -7.775339 |
| 1971:4 | -8.379622 |
| 1972:1 | -8.726299 |
| 1972:2 | -8.360948 |
| 1972:3 | -8.099412 |
| 1972:4 | -7.794637 |
| 1973:1 | -7.862640 |
| 1973:2 | -8.408201 |
| 1973:3 | -8.000893 |
| 1973:4 | -7.805220 |
| 1974:1 | -7.765104 |
| 1974:2 | -9.795761 |
| 1974:3 | -8.570841 |
| 1974:4 | -8.791130 |
| 1975:1 | -8.179640 |
| 1975:2 | -7.786288 |

FIGURA 21.6: SÉRIE LOGL1

A soma dos elementos da série **LOGL1** ( $=-132.1020$ ) é o **log likelihood** que aparece no relatório padrão da estimação por máxima verossimilhança.

Para visualizar a matriz de variância e covariância da estimação por máxima verossimilhança, basta selecionar **Procs / Covariance Matrix** na barra de ferramentas do objeto **Logl**. Será então exibida a janela a seguir:

| Coefficient Covariance Matrix |           |           |           |           |           |
|-------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|                               | C(1)      | C(2)      | C(3)      | C(4)      | C(5)      |
| C(1)                          | 77343430  | 2293306.  | -6446715. | -347085.8 | 797016.6  |
| C(2)                          | 2293306.  | 589205.0  | -474501.1 | -13968.45 | -57160.21 |
| C(3)                          | -6446715. | -474501.1 | 966980.4  | 25720.81  | -27419.76 |
| C(4)                          | -347085.8 | -13968.45 | 25720.81  | 1683.731  | -2991.533 |
| C(5)                          | 797016.6  | -57160.21 | -27419.76 | -2991.533 | 73736.58  |

FIGURA 21.7: MATRIZ DE VARIÂNCIA E COVARIÂNCIA DOS COEFICIENTES ESTIMADOS POR MV

Selecionando **View / Gradient Table** na barra de ferramentas do objeto **Logl**, será exibida a tabela contendo o gradiente (derivada primeira) do log da função de verossimilhança avaliado nos valores dos parâmetros estimados, como se vê na figura 21.8.

| Gradients at estimated parameters |           |           |           |           |           |
|-----------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| obs                               | C(1)      | C(2)      | C(3)      | C(4)      | C(5)      |
| 1971:3                            | 0.000209  | 0.000472  | 0.000729  | 0.033037  | -0.001032 |
| 1971:4                            | 0.001198  | 0.003042  | 0.003414  | 0.207651  | 0.000264  |
| 1972:1                            | -0.001494 | -0.004587 | -0.006067 | -0.246940 | 0.001008  |
| 1972:2                            | 0.001180  | 0.003433  | 0.004294  | 0.203997  | 0.000224  |
| 1972:3                            | 0.000889  | 0.002426  | 0.002853  | 0.158587  | -0.000337 |
| 1972:4                            | -0.000297 | -0.000822 | -0.001086 | -0.058948 | -0.000991 |
| 1973:1                            | -0.000495 | -0.001776 | -0.001860 | -0.092134 | -0.000845 |
| 1973:2                            | 0.001225  | 0.003957  | 0.004275  | 0.231492  | 0.000326  |
| 1973:3                            | -0.000750 | -0.001951 | -0.002348 | -0.135414 | -0.000548 |
| 1973:4                            | -0.000335 | -0.000969 | -0.001073 | -0.061476 | -0.000968 |
| 1974:1                            | 0.000142  | 0.000534  | 0.000517  | 0.025784  | -0.001054 |
| 1974:2                            | 0.002167  | 0.007887  | 0.007800  | 0.400845  | 0.003303  |
| 1974:3                            | -0.001369 | -0.003861 | -0.004026 | -0.251947 | 0.000675  |
| 1974:4                            | -0.001543 | -0.004568 | -0.004815 | -0.290465 | 0.001147  |
| 1975:1                            | -0.000987 | -0.004185 | -0.003534 | -0.173404 | -0.000165 |
| 1975:2                            | 0.000262  | 0.000968  | 0.000926  | 0.049335  | -0.001009 |

FIGURA 21.8: GRADIENTES AVALIADOS NOS PARÂMETROS ESTIMADOS

Temos que  $\ell_t(\beta, \sigma) = -\frac{1}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} (Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t} - \beta_4 X_{4t})^2$ , de modo que o gradiente é dado por:

$$\nabla \ell_t(\beta, \sigma) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ell_t(\beta, \sigma)}{\partial \beta_1} \\ \frac{\partial \ell_t(\beta, \sigma)}{\partial \beta_2} \\ \frac{\partial \ell_t(\beta, \sigma)}{\partial \beta_3} \\ \frac{\partial \ell_t(\beta, \sigma)}{\partial \beta_4} \\ \frac{\partial \ell_t(\beta, \sigma)}{\partial \sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma^2} (Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t} - \beta_4 X_{4t}) \\ \frac{X_{2t}}{\sigma^2} (Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t} - \beta_4 X_{4t}) \\ \frac{X_{3t}}{\sigma^2} (Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t} - \beta_4 X_{4t}) \\ \frac{X_{4t}}{\sigma^2} (Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t} - \beta_4 X_{4t}) \\ -\frac{1}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^3} (Y_t - \beta_1 - \beta_2 X_{2t} - \beta_3 X_{3t} - \beta_4 X_{4t})^2 \end{bmatrix}$$

Chamando  $\frac{\partial \ell_t(\beta, \sigma)}{\partial \beta_1}$  de g1, ...,  $\frac{\partial \ell_t(\beta, \sigma)}{\partial \beta_4}$  de g4 e  $\frac{\partial \ell_t(\beta, \sigma)}{\partial \sigma}$  de g5, operacionalizamos

cada coluna do gradiente de acordo com:

```

genr g1=(1/ c(5)^2 )*(y-c(1)-c(2)*x2-c(3)*x3-c(4)*x4)
genr g2=(x2/ c(5)^2 )*(y-c(1)-c(2)*x2-c(3)*x3-c(4)*x4)
genr g3=(x3/ c(5)^2 )*(y-c(1)-c(2)*x2-c(3)*x3-c(4)*x4)
genr g4=(x4/ c(5)^2 )*(y-c(1)-c(2)*x2-c(3)*x3-c(4)*x4)
genr g5=(x2/ c(5)^2 )*(y-c(1)-c(2)*x2-c(3)*x3-c(4)*x4)
    
```

Dessa forma, geramos as séries **g1** à **g5** que correspondem às colunas da tabela de gradiente gerada pelo EViews. Para conferir, basta abrir o grupo contendo as séries:

**group group01 g1 g2 g3 g4 g5**

e compará-lo com a tabela de gradiente, apresentada na figura 21.8.

**EXEMPLO 21.2<sup>8</sup>:** Este exemplo trata da estimação de um processo AR(1) por máxima verossimilhança. Um processo AR(1) sem intercepto (ou sem *drift*) assume a seguinte forma:

$$Y_t = \phi Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

com  $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma^2)$ . O vetor de parâmetros populacionais a ser estimado consiste em

$\theta \equiv (\phi, \sigma^2)$ . A esperança da primeira observação amostral de  $Y$  é

$$\mu_1 = E(Y_1) = \phi E(Y_0) + E(\varepsilon_1)$$

$$\mu_1(1 - \phi) = 0 \Rightarrow \mu_1 = 0$$

e sua variância

$$E(Y_1)^2 = \sigma^2 / (1 - \phi^2).$$

$Y_1$  se distribui normalmente, uma vez que  $\varepsilon_t$  é um ruído branco gaussiano. Assim, a densidade da primeira observação assume a forma

$$f_{Y_1}(y_1; \theta) = f_{Y_1}(y_1; \phi, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma^2 / (1 - \phi^2)}} \exp\left[-\frac{y_1^2}{2\sigma^2 / (1 - \phi^2)}\right]$$

Condicionar  $Y_1 = y_1$  significa tratar a variável aleatória  $Y_1$  como se ela fosse uma constante determinística  $y_1$ . Neste caso, a distribuição da segunda observação é

$$(Y_2 | Y_1 = y_1) \sim N(\phi y_1, \sigma^2)$$

de forma que

$$f_{Y_2|Y_1}(y_2 | y_1; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(y_2 - \phi y_1)^2}{2\sigma^2}\right]$$

A densidade conjunta das observações 1 e 2 é então dada simplesmente pelo produto

$$f_{Y_2, Y_1}(y_2, y_1; \theta) = f_{Y_2|Y_1}(y_2 | y_1; \theta) \cdot f_{Y_1}(y_1; \theta)$$

Similarmente, a distribuição da  $t$ -ésima observação condicional às  $t-1$  observações anteriores é

$$f_{Y_t|Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_1}(y_t | y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_1; \theta) = f_{Y_t|Y_{t-1}}(y_t | y_{t-1}; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(y_t - \phi y_{t-1})^2}{2\sigma^2}\right]$$

Desse modo, a função de máxima verossimilhança do modelo AR(1) descrito é

$$f(y; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma^2 / (1 - \phi^2)}} \exp\left[-\frac{y^2}{2\sigma^2 / (1 - \phi^2)}\right] & \text{p/ } t = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(y_t - \phi y_{t-1})^2}{2\sigma^2}\right] & \text{p/ } t > 1 \end{cases}$$

Esclarecida a forma da função de verossimilhança para o modelo AR(1) sem intercepto, será mostrado a seguir um exemplo de estimação por máxima verossimilhança desse modelo no EViews. Criaremos uma série que siga o seguinte processo auto regressivo de primeira ordem:

<sup>8</sup> O material contido neste exemplo baseia-se na estimação de um AR(1) descrita em Hamilton (1994). Entretanto, o referido livro trata do modelo AR(1) com intercepto.

$$Y_t = 0.65Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

A razão pela qual optou-se por uma série simulada em lugar de uma série de dados empíricos decorre do fato de que, na primeira, poder-se comparar o valor real do parâmetro (conhecido) com o valor estimado, fato impossível de ser feito no caso de dados empíricos.

É apresentado abaixo o programa para a simulação de uma estimação por máxima verossimilhança do processo AR(1) descrito acima. Estas instruções deverão ser digitadas na janela referente ao objeto programa (para criar um programa no EVIEWS basta digitar **program** na janela de comandos e tecla **Enter**).

```
workfile ar1 m 1990 2002
rndseed 123
series y=0
smpl @first+1 @last
y=0.65*y(-1)+nrnd
smpl @all
genr t=@trend
genr d1 = @recode(t=0,1,0)
equation eq1.ls y y(-1)
coef(1) fi
fi(1) = eq1.@coefs(1)
coef(1) s2
s2(1) = eq1.@se^2
logl ar1
ar1.append @logl logl1
ar1.append var = @recode( d1=1,s2(1)/(1-fi(1)^2),s2(1) )
ar1.append res = @recode( d1=1,y,y-fi(1)*y(-1) )
ar1.append sres = res/@sqrt(var)
ar1.append logl1 = log(@dnorm(sres)) -log(var)/2
ar1.ml(d)
show ar1.output
equation eq2.ls y ar(1)
show eq2.output
```

depois de entrar com todas as instruções na janela do programa, clica-se em **Run** e **OK**. O campo com o nome do programa é de preenchimento opcional. Descreve-se abaixo o programa utilizado, linha por linha.

**Linha 01** - Cria-se um workfile denominado **ar1** contendo dados mensais iniciando em janeiro de 1990 e terminando em dezembro de 2002. Totalizando 156 observações.

**Linha 02** - Esta função deve ser utilizada sempre que se for gerar uma seqüência de números aleatórios e que se queira repetir os resultados em um outro experimento. (ver capítulo 13)

**Linha 03** - Gera a série **Y** assumindo valor 0 em todas as observações.

**Linha 04** - Altera o **sample** para fevereiro/1990 à dezembro/2002. O objetivo desta alteração é fazer com que a primeira observação de **Y** seja fixada em 0, servindo como valor inicial da série.

**Linha 05** - Gera a série **Y** como  $Y_t = 0.65Y_{t-1} + \varepsilon_t$ . **nrnd** gera uma série de números aleatórios com distribuição normal padrão.

**Linha 06** - Altera o **sample** de modo a igualá-lo ao **range**.

**Linha 07** - Gera uma série **t** de tendência linear, iniciando em 0 e terminando em 155.

**Linha 08** - Gera a série **d1** que assume valor 1 se a condição  $t=0$  é cumprida, e zero em caso contrário. Como a função de máxima verossimilhança do AR(1) assume um formato diferente para a primeira observação, cria-se uma série que identifique a primeira observação do *workfile*. Esta série será útil na especificação da função de verossimilhança.

**Linha 09** - Gera uma equação de regressão linear de **Y** em **Y(-1)**. Este comando tem como objetivo gerar um valor inicial para a estimação do coeficiente de **Y(-1)** por máxima verossimilhança.

**Linha 10** - Gera um vetor de coeficientes contendo uma linha, denominado **fi**.

**Linha 11** - Insere na primeira (e única) linha de **fi** o valor estimado do coeficiente angular de **Y(-1)**, da equação denominada **eq1**.

**Linha 12** - Gera um vetor de coeficientes contendo uma linha, denominado **s2**.

**Linha 13** - Insere na primeira (e única) linha de **s2** o valor estimado da variância da equação denominada **eq1**.

**Linha 14** - Cria um objeto do tipo **Logl** denominado **AR1**.

**Linha 15** - O comando **ar1.append** indica que o que o sucede será escrito no objeto **logl** denominado **ar1**. Dessa forma **ar1.append @logl logl1** indica que será escrito **@logl logl1** no campo de especificação de **ar1**.

**Linha 16** - É criada uma série denominada **var** que assume a forma  $\sigma^2/(1-\phi^2)$  se a condição  $d1=1$  for satisfeita, e somente  $\sigma^2$  em caso contrário.

**Linha 17** - É criada uma série denominada **res**, contendo os resíduos da regressão, assumindo a forma  $y$  se a condição  $d1=1$  for satisfeita e  $y_i - \phi y_{i-1}$  caso contrário.

**Linha 18** - Gera a série **sres** contendo os resíduos padronizados (divididos pelo desvio padrão).

**Linha 19** - Gera a série **logl1** que irá armazenar cada contribuição das observações na composição do log da função de verossimilhança.

**Linha 20** - Estima os coeficientes da função de verossimilhança especificada em **ar1**.

**Linha 21** - Estima um AR(1) da forma padrão no EViews, denominando-o **eq2**.

**Linha 22** - Exibe o relatório padrão da estimação de um AR(1).

Temos em seguida o resultado da estimação por máxima verossimilhança do modelo AR(1). Note que no relatório do objeto **Logl** aparecem dois parâmetros estimados, **S2** (variância da regressão) e **FI** (coeficiente angular).

|                     | Coefficient | Std. Error            | z-Statistic | Prob.    |
|---------------------|-------------|-----------------------|-------------|----------|
| S2(1)               | 1.030268    | 0.120547              | 8.548600    | 0.0000   |
| FI(1)               | 0.705667    | 0.053638              | 13.15600    | 0.0000   |
| Log likelihood      | -224.0248   | Akaike info criterion |             | 2.897754 |
| Avg. log likelihood | -1.436056   | Schwarz criterion     |             | 2.936854 |
| Number of Coefs.    | 2           | Hannan-Quinn criter.  |             | 2.913635 |

FIGURA 21.9: RESULTADO DO MODELO AR(1) ESTIMADO POR MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

A figura 21.10 apresenta o resultado da estimação padrão do EViews (basta digitar **LS Y AR(1)** na janela de comandos e teclar **Enter**)

| Equation: EQ2 Workfile: AR1                          |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
|--|-------------|-----------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|-------|--------|
| View   | Procs       | Objects               | Print       | Name   | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids |
| Dependent Variable: Y                                |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Method: Least Squares                                |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Date: 03/01/03 Time: 00:09                           |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Sample(adjusted): 1990:02 2002:12                    |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Included observations: 155 after adjusting endpoints |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Convergence achieved after 2 iterations              |             |                       |             |        |        |          |          |       |        |
| Variable   | Coefficient | Std. Error            | t-Statistic | Prob.  |        |          |          |       |        |
| AR(1)  | 0.710148    | 0.056826              | 12.49683    | 0.0000 |        |          |          |       |        |
| R-squared  | 0.500526    | Mean dependent var    | -0.111500   |        |        |          |          |       |        |
| Adjusted R-squared                                   | 0.500526    | S.D. dependent var    | 1.445478    |        |        |          |          |       |        |
| S.E. of regression                                   | 1.021570    | Akaike info criterion | 2.886989    |        |        |          |          |       |        |
| Sum squared resid                                    | 160.7152    | Schwarz criterion     | 2.906624    |        |        |          |          |       |        |
| Log likelihood                                       | -222.7416   | Durbin-Watson stat    | 2.142662    |        |        |          |          |       |        |
| Inverted AR Roots                                    | .71         |                       |             |        |        |          |          |       |        |

FIGURA 21.10: RESULTADO DO MODELO AR(1) ESTIMADO PELO PROCEDIMENTO PADRÃO DO EVIEWS

## 21.1 TRANSFORMAÇÃO DE BOX-COX

A transformação de Box-Cox é definida por

$$Y^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{Y^\lambda - 1}{\lambda} & \text{se } \lambda \neq 0 \\ \ln Y & \text{se } \lambda = 0 \end{cases}$$

À primeira vista, esta transformação parece desnecessariamente complicada. Uma questão que surge naturalmente é: por que esta forma? Por que não simplesmente  $Y^\lambda$ , ou  $\frac{Y^\lambda}{\lambda}$ , por exemplo?

Uma forma intuitiva de entender esta transformação é por meio da representação gráfica de  $Y^\lambda$  e  $\frac{Y^\lambda}{\lambda}$  para  $Y = 10$  e  $Y = e \cong 2.84128$ .

O gráfico a seguir mostra o comportamento da função  $Y^\lambda$  com  $Y = 10$  e  $Y = e$ . Vemos que para valores de  $\lambda$  menores que zero,  $e^\lambda > 10^\lambda$  e para valores de  $\lambda$  maiores que zero,  $e^\lambda < 10^\lambda$ . Para  $\lambda = 0$ ,  $e^\lambda = 10^\lambda = 1$ . Logo os gráficos de  $e^\lambda$  e  $10^\lambda$  se cruzam em  $\lambda = 0$  e neste ponto há uma inversão de ordem. Concluímos que a transformação  $Y^\lambda$  se mostra insatisfatória uma vez que diferentes valores de  $\lambda$  alteram a ordem dos dados.

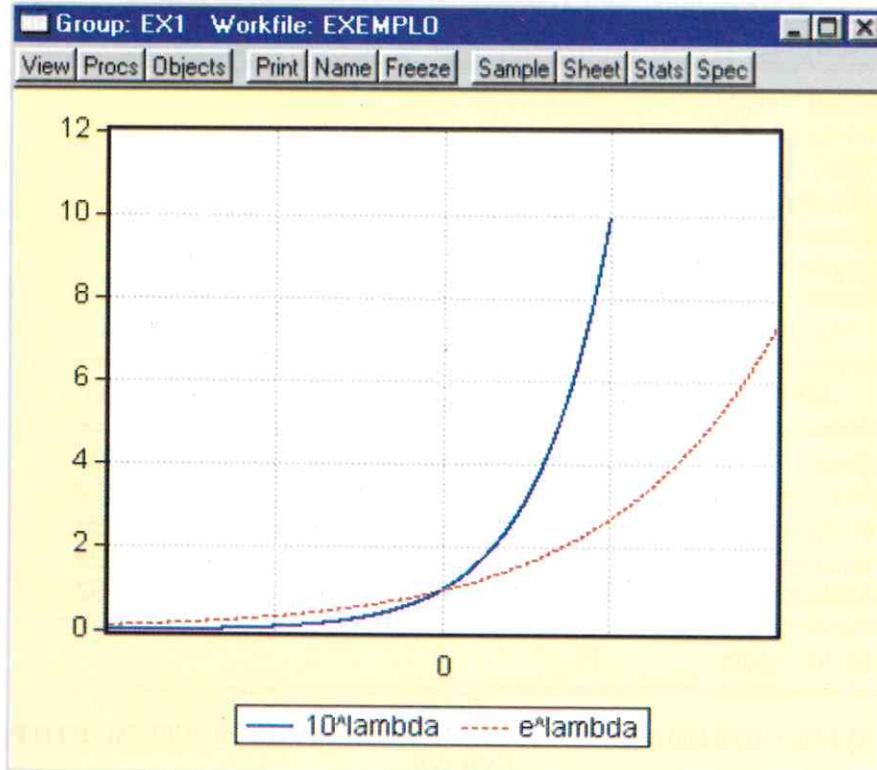


FIGURA 21.11: GRÁFICO DA FUNÇÃO  $Y^\lambda$  PARA  $Y = 10$  E  $Y = e$ .

O gráfico apresentado na figura 21.12 é a representação da função  $\frac{Y^\lambda}{\lambda}$  para  $Y = 10$  e  $Y = e$ . Neste caso, a ordem é preservada para todos os valores de  $\lambda$ , entretanto há uma descontinuidade em  $\lambda = 0$ .

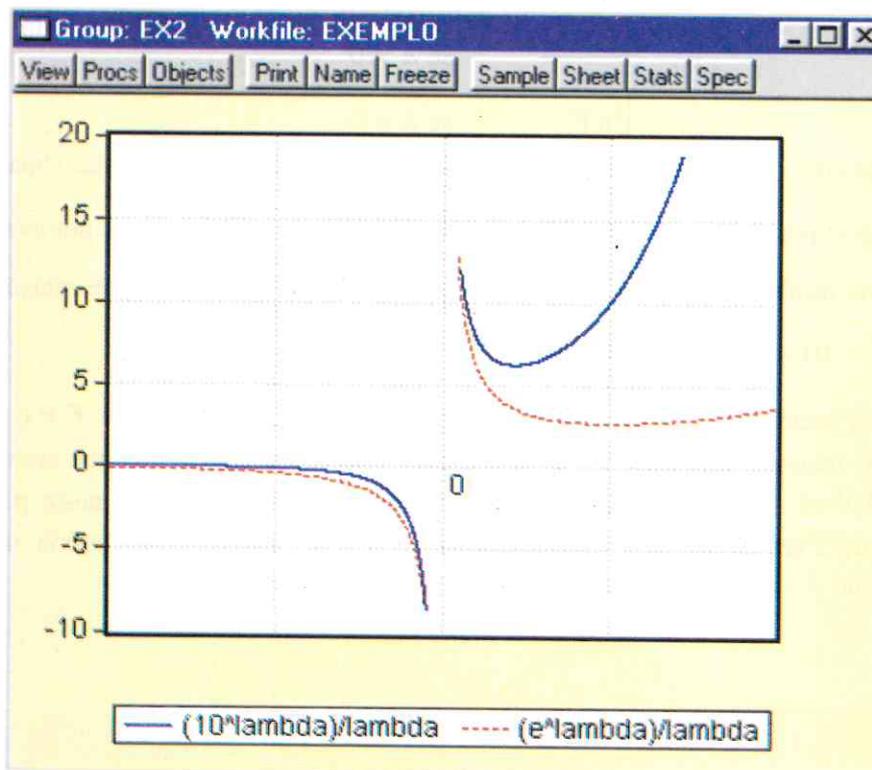


FIGURA 21.12: GRÁFICO DA FUNÇÃO  $\frac{Y^\lambda}{\lambda}$  PARA  $Y = 10$  E  $Y = e$

A transformação  $Y^{(\lambda)} = \frac{Y^\lambda - 1}{\lambda}$  além de preservar a ordem das observações, não apresenta descontinuidade. Se substituirmos  $\lambda = 0$  na transformação de Box-Cox, obtemos a forma indeterminada  $\frac{0}{0}$ . Entretanto, aplicando a regra de L'Hopital, temos:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{Y^\lambda - 1}{\lambda} = \ln Y$$

O gráfico da transformação de Box-Cox para  $Y = 10$  e  $Y = e$  é apresentado na figura 21.13.

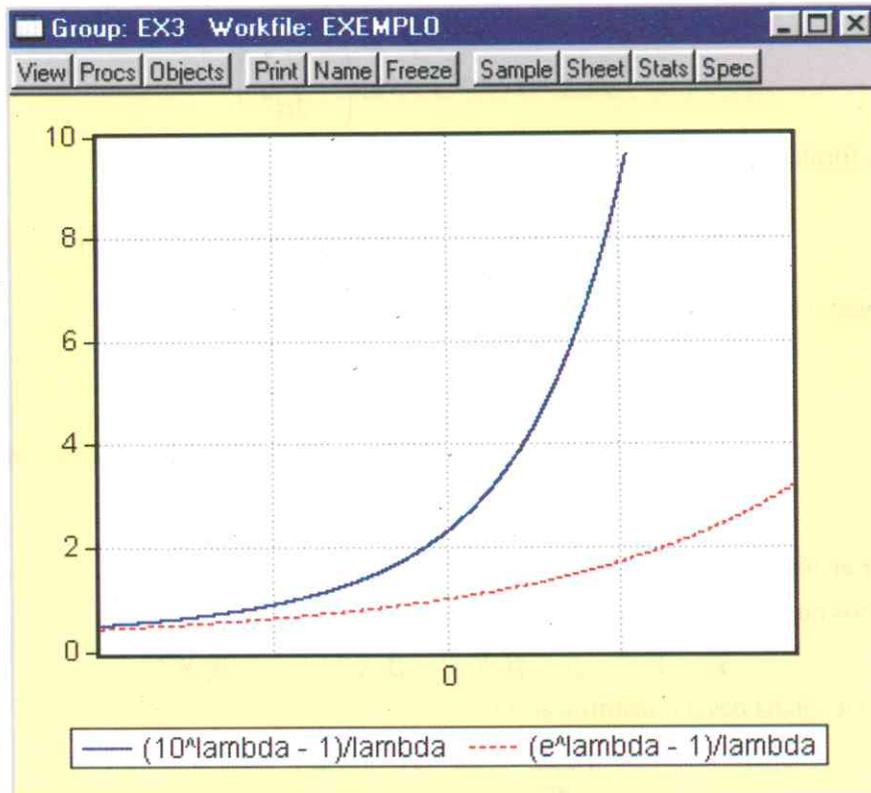


FIGURA 21.13: GRÁFICO DA FUNÇÃO  $Y^{(\lambda)} = \frac{Y^\lambda - 1}{\lambda}$  PARA  $Y = 10$  E  $Y = e$

Apesar de normalmente os economistas terem fortes indícios acerca das variáveis explicativas que devem ser incluídas em um certo modelo, os mesmos têm, em geral, uma grande dificuldade na determinação da especificação da forma funcional que rege tal relação.

Os modelos linear e log-linear são casos particulares do modelo geral

$$Y_t^{(\lambda)} = \beta_1 + \beta_2 X_{2t}^{(\lambda)} + \beta_3 X_{3t}^{(\lambda)} + \dots + \beta_k X_{kt}^{(\lambda)} + \varepsilon_t \quad (04)$$

A especificação linear ocorre para  $\lambda = 1$ , e a especificação log-linear ocorre para  $\lambda = 0$ . O leitor deve notar que, relativamente às especificações linear e log-linear, a equação 04 é irrestrita. Deve-se notar, entretanto, que podemos tratar do caso ainda mais flexível quanto à forma funcional, como o apresentado na equação 05.

$$Y_t^{(\lambda_1)} = \alpha_1 + \alpha_2 X_{2t}^{(\lambda_2)} + \alpha_3 X_{3t}^{(\lambda_3)} + \dots + \alpha_k X_{kt}^{(\lambda_k)} + \varepsilon_t \quad (05)$$

Esta última especificação pode incluir, por exemplo, algumas variáveis aparecendo na forma linear ( $\lambda = 1$ ), outras na forma logarítmica ( $\lambda = 0$ ), outras na forma recíproca ( $\lambda = -1$ ) e assim por diante. Evidentemente, esta flexibilidade tem um custo. O número de parâmetros torna-se bem maior, o que pode dificultar a estimação em caso de amostras pequenas, devido à perda de graus de liberdade.

Sob certas suposições, podemos estimar os parâmetros das equações 04 e 05 por máxima verossimilhança. Para isto, assumiremos que o termo de perturbação estocástica é independentemente e identicamente distribuído normalmente, com média zero e variância ( $\sigma^2$ ) constante, ou seja,

$$\varepsilon_t \sim i.i.d. N(0, \sigma^2)$$

### 21.1.1 Estimação por máxima verossimilhança da equação 04

Sob a suposição de que  $\varepsilon_t \sim i.i.d. N(0, \sigma^2)$ , a *f.d.p.* conjunta para  $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_T)'$  é dada por

$$f(\varepsilon) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{T}{2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon' \varepsilon}{2\sigma^2}\right)$$

Dessa forma, a *f.d.p.* conjunta para  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_T)'$  é dada por

$$f(\mathbf{y}) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{T}{2}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{y}^{(\lambda)} - \mathbf{X}^{(\lambda)} \boldsymbol{\beta})' (\mathbf{y}^{(\lambda)} - \mathbf{X}^{(\lambda)} \boldsymbol{\beta})}{2\sigma^2}\right] |J|$$

onde foi aplicado o teorema da mudança de variáveis<sup>1</sup>. Note ainda que

$$\mathbf{y}^{(\lambda)} = \begin{bmatrix} y_1^{(\lambda)} \\ y_2^{(\lambda)} \\ \vdots \\ y_T^{(\lambda)} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X}^{(\lambda)} = [\mathbf{1} \quad \mathbf{x}_2^{(\lambda)} \quad \mathbf{x}_3^{(\lambda)} \quad \dots \quad \mathbf{x}_k^{(\lambda)}]; \quad \mathbf{x}_k^{(\lambda)} = \begin{bmatrix} X_{1k}^{(\lambda)} \\ X_{2k}^{(\lambda)} \\ \vdots \\ X_{Tk}^{(\lambda)} \end{bmatrix} \quad \text{e } |J| \text{ é valor absoluto do}$$

jacobiano da transformação de  $\varepsilon$  para  $\mathbf{y}$ .

Sabemos que podemos expressar  $\varepsilon_t$  como

$$\varepsilon_t = Y_t^{(\lambda)} - \beta_1 + \beta_2 X_{2t}^{(\lambda)} + \beta_3 X_{3t}^{(\lambda)} + \dots + \beta_k X_{kt}^{(\lambda)},$$

logo, a matriz jacobiana desta transformação é

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial y_1} & \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial y_2} & \dots & \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial y_T} \\ \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial y_1} & \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial y_2} & \dots & \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial y_T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial y_1} & \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial y_2} & \dots & \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial y_T} \end{bmatrix} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{y}}$$

onde  $\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial y_j} = 0$  se  $i \neq j$  e  $\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial y_j} = y_j^{\lambda-1}$  se  $i = j$ . Assim, reescrevemos  $\mathbf{J}$  como

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} y_1^{\lambda-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & y_2^{\lambda-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & y_T^{\lambda-1} \end{bmatrix} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{y}}$$

O jacobiano ( $J$ ) é o determinante da matriz jacobiana, que, neste caso, é simplesmente o produto dos elementos da diagonal principal de  $\mathbf{J}$ , ou seja,

<sup>1</sup> Para uma compreensão intuitiva deste teorema, ver Judge (1988, p. 30-36)

$$J = \det(\mathbf{J}) = \det\left(\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}'}{\partial \mathbf{y}}\right) = \prod_{t=1}^T y_t^{\lambda-1}$$

onde det significa determinante. Assim, temos que

$$f(\mathbf{y}) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{T}{2}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{y}^{(\lambda)} - \mathbf{X}^{(\lambda)}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{y}^{(\lambda)} - \mathbf{X}^{(\lambda)}\boldsymbol{\beta})}{2\sigma^2}\right] \cdot |J|$$

$$f(\mathbf{y}) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{T}{2}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{y}^{(\lambda)} - \mathbf{X}^{(\lambda)}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{y}^{(\lambda)} - \mathbf{X}^{(\lambda)}\boldsymbol{\beta})}{2\sigma^2}\right] \cdot \left|\prod_{t=1}^T y_t^{\lambda-1}\right|$$

logo,

$$\ell(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2, \lambda) = \ln f(\mathbf{y}) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{y}^{(\lambda)} - \mathbf{X}^{(\lambda)}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{y}^{(\lambda)} - \mathbf{X}^{(\lambda)}\boldsymbol{\beta}) + (\lambda - 1) \sum_{t=1}^T \ln y_t,$$

que no EViews é lida como

$$\ell(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2, \lambda) = \sum_{t=1}^T \left\{ \ln \phi\left(\frac{Y_t^{(\lambda)} - \beta_1 - \beta_2 X_{2t}^{(\lambda)} - \beta_3 X_{3t}^{(\lambda)} - \dots - \beta_k X_{kt}^{(\lambda)}}{\sigma}\right) - \frac{1}{2} \ln \sigma^2 + (\lambda - 1) \ln y_t \right\}$$

onde  $\phi(\cdot)$  representa a *f.d.p.* da normal padrão.

### 21.1.2 Estimação por máxima verossimilhança da equação 05

No caso em que cada variável está sujeita a uma diferente transformação, ou seja,

$$Y_t^{(\lambda_1)} = \alpha_1 + \alpha_2 X_{2t}^{(\lambda_2)} + \alpha_3 X_{3t}^{(\lambda_3)} + \dots + \alpha_k X_{kt}^{(\lambda_k)} + \varepsilon_t$$

é fácil deduzir, por analogia com a seção anterior, que

$$\ell(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2, \lambda_1, \lambda) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{y}^{(\lambda_1)} - \mathbf{X}^{(\lambda)}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{y}^{(\lambda_1)} - \mathbf{X}^{(\lambda)}\boldsymbol{\beta}) + (\lambda_1 - 1) \sum_{t=1}^T \ln y_t,$$

Neste caso,

$$\mathbf{y}^{(\lambda)} = \begin{bmatrix} y_1^{(\lambda)} \\ y_2^{(\lambda)} \\ \vdots \\ y_T^{(\lambda)} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X}^{(\lambda)} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{x}_2^{(\lambda_2)} & \mathbf{x}_3^{(\lambda_3)} & \dots & \mathbf{x}_k^{(\lambda_k)} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x}_k^{(\lambda_k)} = \begin{bmatrix} X_{1k}^{(\lambda_k)} \\ X_{2k}^{(\lambda_k)} \\ \vdots \\ X_{Tk}^{(\lambda_k)} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \vdots \\ \lambda_k \end{bmatrix}$$

que no EViews é lida como

$$\ell(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2, \lambda_1, \lambda) = \sum_{t=1}^T \left\{ \ln \phi\left(\frac{Y_t^{(\lambda_1)} - \alpha_1 - \alpha_2 X_{2t}^{(\lambda_2)} - \alpha_3 X_{3t}^{(\lambda_3)} - \dots - \alpha_k X_{kt}^{(\lambda_k)}}{\sigma}\right) - \frac{1}{2} \ln \sigma^2 + (\lambda_1 - 1) \ln y_t \right\}$$

onde  $\phi(\cdot)$  representa a *f.d.p.* da normal padrão.

**EXEMPLO 21.3:** Utilizando os dados do exemplo 14.13, estime os parâmetros do modelo

$$M_t^{(\lambda)} = \gamma_1 + \gamma_2 r_t^{(\lambda)} + \gamma_3 Y_t^{(\lambda)} + v_t.$$

Conforme foi visto na seção 21.1.1, considerando que  $v_t \sim i.i.d. N(0, \sigma^2)$ , a função log da verossimilhança é dada por

$$\ell(\gamma, \sigma^2, \lambda) = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T (M_t^{(\lambda)} - \gamma_1 - \gamma_2 r_t^{(\lambda)} - \gamma_3 Y_t^{(\lambda)})^2 + (\lambda - 1) \sum_{t=1}^T \ln M_t$$

que, no EViews é lida como

$$\ell(\beta, \sigma^2, \lambda) = \sum_{t=1}^T \left\{ \ln \phi \left( \frac{M_t^{(\lambda)} - \gamma_1 - \gamma_2 r_t^{(\lambda)} - \gamma_3 Y_t^{(\lambda)}}{\sigma} \right) - \frac{1}{2} \ln \sigma^2 + (\lambda - 1) \ln M_t \right\}$$

onde  $\phi(\cdot)$  representa a *f.d.p.* da normal padrão.

É apresentado na figura 21.14 uma lista de instruções que deve ser digitada diretamente em um objeto do tipo **Program**, que denominaremos **P01**.

#### program P01

As referidas instruções devem ser executadas (selecionando **Run** na barra de ferramentas de **P01**) com o *workfile* que contém os dados aberto.

```

Program: P01 - [c:\meus documentos\ilton\p01.prg]
Run Print Save SaveAs Cut Copy Paste MergeText Find Replace
coef(1) lambda = -0.35
series mt = (m^lambda(1)-1)/lambda(1)
series rt = (r^lambda(1)-1)/lambda(1)
series yt = (y^lambda(1)-1)/lambda(1)
equation eq.ls mt c rt yt
coef(1) var = eq.@se^2
coef gama = eq.@coefs
logl lll
lll.append @logl logl
lll.append mt = (m^lambda(1)-1)/lambda(1)
lll.append rt = (r^lambda(1)-1)/lambda(1)
lll.append yt = (y^lambda(1)-1)/lambda(1)
lll.append res = mt-gama(1)-gama(2)*rt-gama(3)*yt
lll.append logl = log( @dnorm( res/@sqrt(var(1)) ) ) - log(var
(1))/2 + (lambda(1)-1)*log(m)
lll.ml(d, m=500, c=0.0001)
show lll.output

```

FIGURA 21.14: PROGRAMA P01 COM AS INSTRUÇÕES PARA ESTIMAR O MODELO

$$M_t^{(\lambda)} = \gamma_1 + \gamma_2 r_t^{(\lambda)} + \gamma_3 Y_t^{(\lambda)} + v_t$$

Acredita-se que os esclarecimentos a seguir são suficientes para a boa compreensão do programa apresentado na figura 21.14.

**Linha 01** – Cria um vetor de coeficientes denominado **lambda** com uma linha preenchido com o valor inicial de -0.35;

**Linha 02** – Gera a série  $M^{(\lambda)} = \frac{M^\lambda - 1}{\lambda}$ , para  $\lambda = -0.35$  ;

**Linha 03** – Gera a série  $r^{(\lambda)} = \frac{r^\lambda - 1}{\lambda}$ , para  $\lambda = -0.35$  ;

**Linha 04** – Gera a série  $y^{(\lambda)} = \frac{y^\lambda - 1}{\lambda}$ , para  $\lambda = -0.35$  ;

**Linha 05** – Estima a equação  $M_t^{(\lambda)} = \gamma_1 + \gamma_2 r_t^{(\lambda)} + \gamma_3 Y_t^{(\lambda)} + v_t$ , para  $\lambda = -0.35$  ;

**Linha 06** – Gera um vetor de coeficientes denominado **var** correspondente à variância da regressão  $M_t^{(\lambda)} = \gamma_1 + \gamma_2 r_t^{(\lambda)} + \gamma_3 Y_t^{(\lambda)} + v_t$ , para  $\lambda = -0.35$  ;

**Linha 07** – Cria um objeto do tipo **logl** denominado **ll1**;

**Linha 08** – Preenche a primeira linha do campo **Likelihood Specification** do objeto **logl** denominado **ll1** com **@logl ll1**;

**Linha 09** – Preenche a segunda linha do campo **Likelihood Specification** do objeto **logl** denominado **ll1** com **mt = (m^lambda(1)-1)/lambda(1)**;

**Linha 10** – Preenche a terceira linha do campo **Likelihood Specification** do objeto **logl** denominado **ll1** com **rt = (r^lambda(1)-1)/lambda(1)**;

**Linha 11** – Preenche a quarta linha do campo **Likelihood Specification** do objeto **logl** denominado **ll1** com **yt = (y^lambda(1)-1)/lambda(1)**;

**Linha 12** – Preenche a quinta linha do campo **Likelihood Specification** do objeto **logl** denominado **ll1** com **res = mt - gama(1) - gama(2)\*rt - gama(3)\*yt**;

**Linha 13** – Preenche a primeira linha do campo **Likelihood Specification** do objeto **logl** denominado **ll1** com a função  $\ell(\beta, \sigma^2, \lambda) = \sum_{t=1}^T \left\{ \ln \phi \left( \frac{M_t^{(\lambda)} - \gamma_1 - \gamma_2 r_t^{(\lambda)} - \gamma_3 Y_t^{(\lambda)}}{\sigma} \right) - \frac{1}{2} \ln \sigma^2 + (\lambda - 1) \ln M_t \right\}$  na

linguagem do EViews;

**Linha 14** – Executa a estimação por máxima verossimilhança para o máximo de 500 iterações, critério de convergência de 0.0001. A letra **d** indica que no relatório da estimação serão exibidos os valores iniciais;

**Linha 15** – Exibe o resultado da estimação de  $M_t^{(\lambda)} = \gamma_1 + \gamma_2 r_t^{(\lambda)} + \gamma_3 Y_t^{(\lambda)} + v_t$ .

| LogL: LL1 Workfile: TABA10_1  |             |                       |             |        |
|---|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| View Procs Objects Print Name Freeze MergeText Estimate Stats Spec                                      |             |                       |             |        |
| LogL: LL1   |             |                       |             |        |
| Method: Maximum Likelihood (Marquardt)  |             |                       |             |        |
| Date: 11/07/03 Time: 15:02  |             |                       |             |        |
| Sample: 1966 1985   |             |                       |             |        |
| Included observations: 20   |             |                       |             |        |
| Evaluation order: By observation  |             |                       |             |        |
| Initial Values: LAMBDA(1)=-0.35000, GAMA(1)=-11.1699, GAMA(2)=-0.00569, GAMA(3)=5.14368, VAR(1)=5.0E-05 |             |                       |             |        |
| Convergence achieved after 15 iterations  |             |                       |             |        |
|   | Coefficient | Std. Error            | z-Statistic | Prob.  |
| LAMBDA(1)   | -0.350841   | 0.235673              | -1.488675   | 0.1366 |
| GAMA(1)   | -11.15944   | 3.503788              | -3.184964   | 0.0014 |
| GAMA(2)   | -0.005661   | 0.020907              | -0.270786   | 0.7866 |
| GAMA(3)   | 5.148031    | 1.126602              | 4.569521    | 0.0000 |
| VAR(1)  | 4.17E-05    | 0.000139              | 0.300925    | 0.7635 |
| Log likelihood  | -116.5100   | Akaike info criterion | 12.15100    |        |
| Avg. log likelihood   | -5.825501   | Schwarz criterion     | 12.39993    |        |
| Number of Coefs.  | 5           | Hannan-Quinn criter.  | 12.19960    |        |

FIGURA 21.15: RESULTADO DA ESTIMAÇÃO DO MODELO  $M_t^{(\lambda)} = \gamma_1 + \gamma_2 r_t^{(\lambda)} + \gamma_3 Y_t^{(\lambda)} + v_t$

## APÊNDICE 1 (Dados utilizados no capítulo)

EXEMPLO 21.1: Dados obtidos em Gujarati (2000, p.217, exercício 7.20)

| Ano:Trimestre | Y      | X2   | X3   | X4     |
|---------------|--------|------|------|--------|
| 1971:3        | 11 484 | 2.26 | 3.49 | 158.11 |
| 1971:4        | 9 348  | 2.54 | 2.85 | 173.36 |
| 1972:1        | 8 429  | 3.07 | 4.06 | 165.26 |
| 1972:2        | 10 079 | 2.91 | 3.64 | 172.92 |
| 1972:3        | 9 240  | 2.73 | 3.21 | 178.46 |
| 1972:4        | 8 862  | 2.77 | 3.66 | 198.62 |
| 1973:1        | 6 216  | 3.59 | 3.76 | 186.28 |
| 1973:2        | 8 253  | 3.23 | 3.49 | 188.98 |
| 1973:3        | 8 038  | 2.60 | 3.13 | 180.49 |
| 1973:4        | 7 476  | 2.89 | 3.20 | 183.33 |
| 1974:1        | 5 911  | 3.77 | 3.65 | 181.87 |
| 1974:2        | 7 950  | 3.64 | 3.60 | 185.00 |
| 1974:3        | 6 134  | 2.82 | 2.94 | 184.00 |
| 1974:4        | 5 868  | 2.96 | 3.12 | 188.20 |
| 1975:1        | 3 160  | 4.24 | 3.58 | 175.67 |
| 1975:2        | 5 872  | 3.69 | 3.53 | 188.00 |

onde Y = quantidade de rosas vendidas, em dúzias.

X2 = preço médio de rosas no atacado, em US\$/dúzia

X3 = preço médio de cravos no atacado, em US\$/dúzia

X4 = renda familiar semanal média disponível, em US\$/semana.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Amemiya, T. "Nonlinear Regression Models." In Z. Griliches and M. Intriligator, eds, *Handbook of Econometrics*, Vol. 1. North-Holland, 1983
- Box, G., and Jenkins, G. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, 2<sup>nd</sup> ed. Holden-Day, 1984.
- Castro, G. *Estatística Matemática Clássica – as idéias*. Coleção Saber. Europa-América, 1985.
- Castelar, I and Mynbaev, K. *Two Essays on Econometrics*. CAEN, 2001.
- Davidson, R. and MacKinnon, J. *Estimation and Inference in Econometrics*. Oxford University Press, 1993.
- Draper, N., and Smith, H. *Applied Regression Analysis*. John Wiley & Sons, 1966.
- Greene, W. *Econometric Analysis*. 4th ed. Prentice-Hall, 2000.
- Greene, W. *Econometric Analysis*. 5th ed. Prentice-Hall, 2003.
- Gujarati, D. *Econometria Básica*. Makron Books, 1999.
- Hamilton, J. *Time Series Analysis*. Princeton University Press, 1994.
- Hayashi, F. *Econometrics*. Princeton University Press, 2000.
- Higham, D. "Condition Numbers and Their Condition Numbers". *Linear Algebra and Its Applications*, 214, 193-213, 1995.
- Humes, A., Melo, I., Yoshida, L. Martins, W. *Noções de Cálculo Numérico*. McGraw Hill, 1984.
- Johnston, J. *Econometric Methods*. McGraw-Hill, 1984.
- Johnston, J. and J. DiNardo. *Econometric Methods*. 4th ed. McGraw-Hill, 1997.
- Judd, K. *Numerical Methods in Economics*. MIT Press, 1998.
- Judge, G., W. Griffiths, C. Hill, H. Lutkepohl, and T. Lee. *The Theory and Practice of Econometrics*. 2nd ed. John Wiley & Sons, 1985.
- Judge, G., W. Griffiths, C. Hill, H. Lutkepohl, and T. Lee. *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*. 2nd ed. John Wiley & Sons, 1988.
- Kennedy, P. "Bootstrapping Students Understanding of What Is Going on in Econometrics". *Journal of Economic Education*. Vol. 31, No. 2, 110-123, 2001.
- Kennedy, P. *A Guide to Econometrics*. 4th ed. MIT Press, 1998.
- Lay, D. *Álgebra Linear*. LTC, 1999.
- Maddala, G. *Econometrics*. McGraw-Hill, 1977.
- Maddala, G. *Introduction to Econometrics*. 2nd ed. Macmillan, 1992.
- Pindyck, R., and Rubinfeld, D. *Econometric Models and Economic Forecasts*. 4th ed. McGraw-Hill, 1998.
- Quandt, R. "Computational Problems and Methods." In Z. Griliches and M. Intriligator, eds, *Handbook of Econometrics*, Vol. 1. North-Holland, 1983
- Quantitative Micro Software. EViews 3.1: Help.
- Quantitative Micro Software. EViews 4.1: Help.
- Silberberg, E., Suen, W. *The Structure of Economics: a Mathematical Analysis*. 3rd ed. McGraw Hill, 2000.
- Wallis, K. "Testing for Fourth Order Autocorrelation in Quaterly Regression Equations". *Econétrica*, 40, p. 617-636, 1972.