



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL: ESTRUTURAS E**  
**CONSTRUÇÃO CIVIL**  
**MESTRADO ACADÊMICO EM ENGENHARIA CIVIL: ESTRUTURAS E**  
**CONSTRUÇÃO CIVIL**

**LEONARDO FERNANDES PINHEIRO**

**ANÁLISE ELASTOPLÁSTICA MICROMECAÂNICA DE COTOVELOS DE TUBOS**  
**COMPÓSITOS DE MATRIZ METÁLICA PRESSURIZADOS**

**FORTALEZA**

**2023**

LEONARDO FERNANDES PINHEIRO

ANÁLISE ELASTOPLÁSTICA MICROMECHANICA DE COTOVELOS DE TUBOS  
COMPÓSITOS DE MATRIZ METÁLICA PRESSURIZADOS

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Civil. Área de Concentração: Engenharia Estrutural

Orientador: Prof. Marcelo Silva Medeiros Júnior, Ph.D.

FORTALEZA

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Sistema de Bibliotecas  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

- F399a Fernandes Pinheiro, Leonardo.  
Análise elastoplástica micromecânica de cotovelos de tubos compósito de matriz metálica  
pressurizados / Leonardo Fernandes Pinheiro. – 2023.  
105 f. : il. color.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, Fortaleza, 2023.  
Orientação: Prof. Dr. Marcelo Silva Medeiros Júnior.
1. Elastoplasticidade. 2. Micromecânica. 3. MGF. 4. CMM. I. Título.

CDD 624.1

---

LEONARDO FERNANDES PINHEIRO

ANÁLISE ELASTOPLÁSTICA MICROMECAÂNICA DE COTOVELOS DE TUBOS  
COMPÓSITOS DE MATRIZ METÁLICA PRESSURIZADOS

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Civil. Área de Concentração: Engenharia Estrutural

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Marcelo Silva Medeiros Júnior, Ph.D.  
(Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Francisco Evangelista Júnior, Ph.D.  
Universidade de Brasília (UnB)

---

Prof. Evandro Parente Júnior, DSc  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dedico este trabalho à minha noiva Carla M. S. Navarro, cujo suporte e apoio foram fundamentais para a realização desta tão sonhada conquista.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, que me deu a vida e inteligência, e que me dá força para continuar a caminhada em busca dos meus objetivos.

Ao professor Marcelo Medeiros, pela paciência e orientação na realização deste trabalho.

À minha noiva Carla, que me deu apoio, e esteve sempre comigo me dando força para finalizar este trabalho.

À minha família, pela oportunidade que me deram para poder chegar onde cheguei, com muito estudo e dedicação.

E aos demais que, de alguma forma, contribuíram na elaboração deste trabalho.

## RESUMO

Os compósitos de matriz metálica (CMMs) são materiais compósitos formados por uma matriz metálica e reforços dispersos em sua microestrutura. Esses reforços são, em sua maioria, fibras de carbono, inclusões cerâmicas ou variações de fase dentro da própria matriz metálica. Quando esses materiais são submetidos a pressão, ocorrem deformações elastoplásticas em nível microscópico, que influenciam diretamente no comportamento macroscópico da estrutura. A análise elastoplástica micromecânica busca compreender como essas deformações ocorrem e como elas afetam as propriedades mecânicas do material, com o objetivo de otimizar o seu desempenho em aplicações práticas. Foi proposto neste trabalho, a implementação de um modelo elastoplástico micromecânico em forma de sub-rotinas a serem empregadas no software comercial de elementos finitos ABAQUS. O modelo constitutivo proposto foi validado com dados de ensaio disponíveis em literatura e em seguida utilizado na análise de cotovelos de tubulações sujeitas a esforços de flexão e pressão interna. Os resultados mostraram que a inclusão cerâmica e a pressão interna atuam diretamente na determinação dos esforços limites dos cotovelos, sendo possível determinar relações analíticas que são capazes de determinar esses valores.

**Palavras-chave:** elastoplasticidade; micromecânica; MGF; CMM.

## ABSTRACT

Metal matrix composites (CMMs) are composite materials formed by a metallic matrix and reinforcements dispersed in its microstructure. These reinforcements are mostly carbon fibers, ceramic inclusions or phase variations within the metal matrix itself. When these materials are subjected to pressure, elastoplastic deformations occur at a microscopic level, which directly influence the macroscopic behavior of the structure. Micromechanical elastoplastic analysis seeks to understand how these deformations occur and how they affect the mechanical properties of the material, with the aim of optimizing its performance in practical applications. It was proposed in this work, the implementation of a micromechanical elastoplastic model in the form of subroutines to be used in the commercial finite element software ABAQUS. The proposed constitutive model was validated with test data available in the literature and then used in the analysis of pipe elbows subjected to bending efforts and internal pressure. The results showed that ceramic inclusion and internal pressure act directly in determining the limit forces of the elbows, making it possible to determine analytical relationships that are capable of determining these values.

**Keywords:** elastoplasticity; micromechanics; FGM; MMC.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fases dos Compósitos . . . . .	19
Figura 2 – Classificação dos Materiais Compósitos de acordo com sua matriz . . . . .	19
Figura 3 – Diferença entre gradação funcional contínua e descontínua . . . . .	23
Figura 4 – Processo de Centrifugação . . . . .	27
Figura 5 – Representação da gradação funcional do tubo . . . . .	27
Figura 6 – Volume $V$ com uma interface interna $S$ . . . . .	31
Figura 7 – Resultados experimentais em comparação aos limites superior e inferior . . .	37
Figura 8 – Método de homogeneização de Mori-Tanaka . . . . .	38
Figura 9 – Curva módulo de elasticidade-fração volumétrica para o carbetto de sílcio (SiC)	39
Figura 10 – Método de homogeneização Autoconsistente . . . . .	39
Figura 11 – Gráfico tensão-deformação de materiais dúcteis . . . . .	41
Figura 12 – Comparação: von Mises e Tresca . . . . .	46
Figura 13 – Modelo de endurecimento isotrópico . . . . .	48
Figura 14 – Modelo de endurecimento cinemático . . . . .	49
Figura 15 – Modelo de endurecimento misto . . . . .	50
Figura 16 – Esquema de representação da curva tensão-deformação para o modelo TTO	51
Figura 17 – Representação esquemática da ovalização em a) momento de fechamento no plano e b) momento de abertura no plano . . . . .	52
Figura 18 – Parâmetro da Ovalização . . . . .	53
Figura 19 – Sistema de coordenadas para o cotovelo . . . . .	56
Figura 20 – Variação da pressão adimensional com a variação de $R_b/D$ . . . . .	56
Figura 21 – Pressão de ruptura em função do ângulo de curvatura . . . . .	57
Figura 22 – Pressão de ruptura em função do raio de curvatura . . . . .	58
Figura 23 – Pressões de ruptura para diferentes valores de $D/t$ para curvatura de $90^\circ$ . .	58
Figura 24 – Pressão de ruptura em função do raio de curvatura para o efeito de corrosão	60
Figura 25 – Diferentes distribuições de frações volumétricas ao longo da espessura do tubo	62
Figura 26 – Curva tensão-deformação uniaxial para diferentes frações volumétricas de cerâmica . . . . .	62
Figura 27 – Geometria do tubo . . . . .	64
Figura 28 – Malha do modelo MEF . . . . .	65
Figura 29 – Critérios de definição do momento limite . . . . .	65

Figura 30 – Análise EF do tubo de MGF usando ABAQUS . . . . .	66
Figura 31 – Gráfico momento-rotação para diferentes condições de restrição . . . . .	68
Figura 32 – Flambagem para diferentes condições de restrição . . . . .	69
Figura 33 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 0% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	70
Figura 34 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 25% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	70
Figura 35 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 50% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	71
Figura 36 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 75% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	71
Figura 37 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 100% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	72
Figura 38 – Curva momento-rotação para diferentes valores de P com N = 0.0 (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	72
Figura 39 – Curva momento-rotação para diferentes valores de P com N = 0.1 (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	73
Figura 40 – Curva momento-rotação para diferentes valores de P com N = 0.2 (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	73
Figura 41 – Curva momento-rotação para diferentes valores de P com N = 0.5 (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	74
Figura 42 – Curva momento limite-pressão para diferentes valores de N (Modelo G1 - $\lambda = 0.180$ , t=15mm) . . . . .	74
Figura 43 – Curva momento limite-pressão para diferentes valores de N (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	75
Figura 44 – Curva momento limite-pressão para diferentes valores de N (Modelo G3 - $\lambda = 0.336$ , t=28mm) . . . . .	75
Figura 45 – Curva de ovalização para diferentes valores de N (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	76
Figura 46 – Momento de abertura - Ovalização para diferentes valores de N e P (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	77
Figura 47 – Gráfico momento-rotação para diferentes condições de restrição . . . . .	78

Figura 48 – Flambagem para diferentes condições de restrição . . . . .	78
Figura 49 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 0% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	79
Figura 50 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 25% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	79
Figura 51 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 50% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	80
Figura 52 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 75% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	80
Figura 53 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 100% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	81
Figura 54 – Curva momento-rotação para diferentes valores de P com N = 0.0 (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	81
Figura 55 – Curva momento-rotação para diferentes valores de P com N = 0.1 (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	82
Figura 56 – Curva momento-rotação para diferentes valores de P com N = 0.2 (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	82
Figura 57 – Curva momento-rotação para diferentes valores de P com N = 0.5 (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	83
Figura 58 – Curva momento limite-pressão para diferentes valores de N (Modelo G1 - $\lambda = 0.180$ , t=15mm) . . . . .	83
Figura 59 – Curva momento limite-pressão para diferentes valores de N (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	84
Figura 60 – Curva momento limite-pressão para diferentes valores de N (Modelo G3 - $\lambda = 0.336$ , t=28mm) . . . . .	84
Figura 61 – Curva de ovalização para diferentes valores de N (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	85
Figura 62 – Momento de fechamento - Ovalização para diferentes valores de N e P (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	86
Figura 63 – Curva tensão-pressão para diferentes valores de N na região do intrados para $\alpha = 45^\circ$ (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . . . .	87

Figura 64 – Curva tensão-pressão para diferentes valores de N na região do intrados para $\alpha = 90^\circ$ (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , $t=20\text{mm}$ ) . . . . .	88
Figura 65 – Curva pressão de escoamento-N para diferentes valores de $\lambda$ . . . . .	88
Figura 66 – Curva pressão de ruptura-N para diferentes valores de $\lambda$ . . . . .	89
Figura 67 – Comparação dos dois modelos de distribuição das frações volumétricas ao longo da espessura do tubo . . . . .	91
Figura 68 – Momento de Abertura - Pressão = 0% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , $t=20\text{mm}$ ) .	92
Figura 69 – Momento de Abertura - Pressão = 50% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , $t=20\text{mm}$ ) .	92
Figura 70 – Momento de Fechamento - Pressão = 0% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , $t=20\text{mm}$ )	93
Figura 71 – Momento de Fechamento - Pressão = 50% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , $t=20\text{mm}$ )	93
Figura 72 – Comparativo dos momentos limites para o momento de abertura - Pressão = 0% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , $t=20\text{mm}$ ) . . . . .	94
Figura 73 – Comparativo dos momentos limites para o momento de abertura - Pressão = 50% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , $t=20\text{mm}$ ) . . . . .	94
Figura 74 – Comparativo dos momentos limites para o momento de fechamento - Pressão = 0% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , $t=20\text{mm}$ ) . . . . .	95
Figura 75 – Comparativo dos momentos limites para o momento de fechamento - Pressão = 50% (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , $t=20\text{mm}$ ) . . . . .	95

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Expressões para determinação da pressão de ruptura ( $P_u$ ) . . . . .	54
Tabela 2 – Expressões para determinação do momento limite ( $M_l$ ) . . . . .	55
Tabela 3 – Propriedades do material para Alumínio e Carbetto de Sílicio . . . . .	61
Tabela 4 – Seções dos tubos . . . . .	63
Tabela 5 – Comparativo das pressões limites (Modelo G1 - $\lambda = 0.180$ , t=15mm) . . .	90
Tabela 6 – Comparativo das pressões limites (Modelo G2 - $\lambda = 0.240$ , t=20mm) . . .	90
Tabela 7 – Comparativo das pressões limites (Modelo G3 - $\lambda = 0.336$ , t=28mm) . . .	90

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>14</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivo Geral</b>	<b>16</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos Específicos</b>	<b>16</b>
<b>1.3</b>	<b>Organização do Trabalho</b>	<b>16</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>18</b>
<b>2.1</b>	<b>Materiais Compósitos</b>	<b>18</b>
<b>2.1.1</b>	<i>Compósitos de Matriz Polimérica</i>	<b>20</b>
<b>2.1.2</b>	<i>Compósitos de Matriz Cerâmica</i>	<b>20</b>
<b>2.1.3</b>	<i>Compósitos de Matriz Metálica</i>	<b>21</b>
<b>2.1.4</b>	<i>Compósitos Particulados</i>	<b>22</b>
<b>2.2</b>	<b>Materiais com Gradação Funcional</b>	<b>22</b>
<b>2.2.1</b>	<i>Métodos de Fabricação</i>	<b>23</b>
<b>2.2.1.1</b>	<i>Deposição Física de Vapor</i>	<b>24</b>
<b>2.2.1.2</b>	<i>Deposição Química de Vapor</i>	<b>24</b>
<b>2.2.1.3</b>	<i>Metalurgia do Pó</i>	<b>24</b>
<b>2.2.1.4</b>	<i>Método da Centrifugação</i>	<b>24</b>
<b>2.2.1.5</b>	<i>Manufatura Aditiva</i>	<b>25</b>
<b>2.2.1.6</b>	<i>Deposição de Metal a Laser</i>	<b>25</b>
<b>2.2.1.7</b>	<i>Fabricação Direta de Feixe de Elétrons</i>	<b>26</b>
<b>2.2.2</b>	<i>Tubos de MGFs</i>	<b>26</b>
<b>2.3</b>	<b>Homogeneização do Campo Médio</b>	<b>29</b>
<b>2.4</b>	<b>Métodos de Homogeneização</b>	<b>32</b>
<b>2.4.1</b>	<i>Tensor de Eshelby</i>	<b>33</b>
<b>2.4.2</b>	<i>Modelo de Voigt</i>	<b>36</b>
<b>2.4.3</b>	<i>Modelo de Reuss</i>	<b>36</b>
<b>2.4.4</b>	<i>Modelo de Mori-Tanaka</i>	<b>36</b>
<b>2.4.5</b>	<i>Modelo Autoconsistente</i>	<b>38</b>
<b>2.5</b>	<b>Elastoplasticidade Micromecânica</b>	<b>40</b>
<b>2.5.1</b>	<i>Critério de escoamento de Tresca</i>	<b>42</b>
<b>2.5.2</b>	<i>Critério de escoamento de von Mises</i>	<b>43</b>

2.5.3	<i>Condição de Continuidade do Fluxo Plástico</i>	45
2.5.4	<i>Materiais Elastoplásticos com Endurecimento</i>	47
2.5.4.1	<i>Lei de Endurecimento para Materiais Elastoplásticos</i>	48
2.5.4.2	<i>Modelo de Endurecimento Isotrópico</i>	48
2.5.4.3	<i>Modelo de Endurecimento Cinemático</i>	49
2.5.4.4	<i>Modelo de Endurecimento Misto</i>	49
2.5.5	<i>Elastoplasticidade Micromecânica de MGFs</i>	49
2.5.5.1	<i>Modelo TTO</i>	50
2.6	<b>Parâmetros de Projetos de Tubulações Industriais</b>	52
2.6.1	<i>Ovalização</i>	52
2.6.2	<i>Esforços</i>	53
2.6.2.1	<i>Pressão de Ruptura</i>	53
2.6.2.2	<i>Momento Limite</i>	54
2.6.3	<i>Concentração de Tensão</i>	55
2.6.3.1	<i>Efeito da Geometria</i>	55
2.6.3.2	<i>Efeito de Patologias</i>	59
3	<b>ANÁLISE DE ELEMENTOS FINITOS</b>	61
3.1	<b>Materiais</b>	61
3.2	<b>Esforços</b>	63
3.3	<b>Geometria</b>	63
3.4	<b>Modelo</b>	64
3.5	<b>Critérios de Definição do Momento Limite</b>	65
3.6	<b>UMAT</b>	66
3.7	<b>Normalização dos Resultados</b>	67
4	<b>RESULTADOS</b>	68
4.1	<b>Momento de Abertura</b>	68
4.2	<b>Momento de Fechamento</b>	76
4.3	<b>Pressão de Escoamento e Pressão de Ruptura</b>	86
4.4	<b>Modelo Homogêneo Equivalente</b>	89
5	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	96
5.1	<b>Sugestões para Trabalhos Futuros</b>	96
	<b>REFERÊNCIAS</b>	97

## 1 INTRODUÇÃO

As tubulações são dutos fechados e visam principalmente o transporte de fluidos. Esses dutos trabalham, na maioria das vezes, como condutos forçados, ou seja, agem sob uma pressão interna diferente da pressão atmosférica. Telles (2001) define tubulação como um agrupamento de tubos e de seus variados acessórios interligados entre si. Segundo Testzlaf e Matsura (2015), acessório é a denominação utilizada que engloba conexões, válvulas e peças específicas usadas em tubulações para acoplar tubos ou partes de tubulações, regular ou controlar vazões e pressões e assegurar a operação do sistema.

Em um sistema de abastecimento é muito comum a utilização de acessórios como cotovelos ou joelhos, pois através deles é possível fazer curvas com as tubulações, definindo dessa forma o traçado da rede. Porém, segundo Karamanos (2016), cotovelos ou curvas são muito flexíveis em comparação com trechos retos de tubos. Essa maior flexibilidade dos cotovelos causa um aumento da fragilidade dos dutos para carregamentos térmicos.

Para tubulações industriais, os componentes metálicos são predominantemente utilizados. Os primeiros tubos de metal foram fabricados de chumbo, século antes da Era Cristã. Em meados do século XVII começaram a surgir os tubos de ferro fundido para água.

Todos os materiais metálicos ou com ligas metálicas estão sujeitos ao processo de corrosão e de abrasão, que são deteriorações decorrentes da ação da atmosfera e da exposição ao fluido transportado. A corrosão ocorre devido a reações químicas com o meio ambiente causando desgastes, variações químicas e modificações estruturais. A abrasão ocorre devido ao desgaste por fricção, atrito entre a parede do tubo e o fluido transportado. Esses dois fenômenos causam perda de material da seção, dessa forma, interferem diretamente na diminuição de resistência e na vida útil dos tubos.

O material cerâmico, por sua vez, é extremamente rígido, não corrosivo, não abrasivo e um mau condutor térmico, porém é muito frágil. No entanto, com essas propriedades esse material é capaz de melhorar o desempenho das tubulações sendo aplicado na região interna dos tubos. Com o grande interesse das indústrias, eles incentivam, há bastante tempo, pesquisadores a desenvolverem técnicas de inclusão de camadas cerâmicas nos dutos. Por exemplo, Odawara (1982), desenvolveu tubos revestidos de cerâmica que foram usados para o transporte de metais fundidos e substâncias químicas altamente corrosivas, através do processo de fundição centrífuga com SHS, inventada por Juganson (1977) (WANG; YANG, 2007).

Porém, métodos que buscam fazer o revestimento interno da tubulação possuem

dificuldades para inserir camadas mais espessas de cerâmica. Já os revestimentos finos não tem a capacidade de combater por muito tempo a abrasão causada pelos fluidos. Outros fatores que afetam essas metodologias são os problemas de aderência entre os dois materiais, concentração de tensão entre as fases e a dificuldade de estimar as tensões iniciais causadas pelas fundições dos materiais.

Uma maneira de eliminar esses problemas de interface são através dos materiais com gradação funcional (MGF). Segundo Medeiros Jr. e Ribeiro (2022), os MGFs podem ser definidos como compósito avançados formados por duas ou mais fases consituíntes e quando a matriz do compósito é um metal, denomina-se como compósito de matriz metálica (CMM).

O compósito é um material multifásico que tem uma proporção significativa das propriedades de todas as fases que o constituem, de tal modo que resulte em uma melhor combinação de propriedades (CALLISTER JR; RETHWISCH, 2018).

Como este trabalho irá analisar tubulações com compósito de matriz metálica com gradação funcional, então ele se enquadra tanto como MGF, tanto como CMM. Os MGFs, por definição, apresentam uma contínua variação de suas propriedades ao longo de toda a sua seção. Por conta disso, não é simples relacionar as tensões e deformações macromecânicas com as tensões e deformações micromecânicas, sabendo que cada partícula do elemento possui uma característica diferente. Para isso, são utilizados métodos para a homogeneização do material para relacionar as variáveis macros e micros da estrutura e um dos mais populares é o Método de Mori-Tanaka, que é o método que será utilizado neste trabalho (CHRISTENSEN *et al.*, 1992).

Como citado anteriormente, devido a maior flexibilidade dos cotovelos, esse acessório acaba se tornando o ponto crítico da tubulação. Segundo Li *et al.* (2017), os modos de falha de curvas de tubos são predominantemente danos plásticos controlados por carga limite e ruptura dúctil causada por grandes deformações. Portanto, é crucial determinar as cargas máximas suportáveis para esta estrutura para a operação segura do sistema de tubulação.

Segundo Mohammadi *et al.* (2021), os MGFs são um novo tipo de compósito que ainda se busca compreender e prever seu pleno comportamento mecânico, desenvolver e disseminar métodos de fabricação para inúmeras aplicações em nossa sociedade acreditando no grande potencial que este tipo material tem para contribuir. Ainda mais que a gradação funcional está presente em materiais naturais como o bambu, ossos e dentes indicando que este elemento sempre existiu e contribuiu para nossa existência como um método de tornar esses elementos mais leves.

Portanto, materiais com gradação funcional possuem uma enorme relevância, conforme fatores citados anteriormente. Porém, suas pesquisas ainda são muito escassas, ainda mais se tratando de acessórios de tubulações. Dessa forma, o propósito deste trabalho é avaliar a influência do CMM com gradação funcional em cotovelos com e sem pressão sob os esforços de flexão no plano em comparação com tubos homogêneos.

### **1.1 Objetivo Geral**

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver uma metodologia de análise para cotovelos de tubos pressurizados de CMM com gradação funcional sob os esforços de flexão no plano e estudar o seu comportamento em relação a cotovelos de tubos homogêneos. Os resultados serão aferidos sob diferentes aspectos de parâmetros de inclusão cerâmica, geometria do tubo e pressão interna aplicada.

### **1.2 Objetivos Específicos**

- Analisar a influência da distribuição de inclusões cerâmicas no comportamento de cotovelos de tubos de CMM com gradação funcional;
- Analisar a influência da pressão interna no comportamento de cotovelos de tubos de CMM com gradação funcional;
- Desenvolver relações analíticas que sejam capazes de determinar o momento limite, a pressão de escoamento e a pressão de ruptura do cotovelo da tubulação, em função do volume de inclusão cerâmica e geometria.
- Comparar os resultados dos compósitos com gradação funcional com os compósitos homogêneos equivalentes para simplificação do modelo de cálculo.

### **1.3 Organização do Trabalho**

O Capítulo 1 deste trabalho traz uma breve introdução sobre as tubulações e seus componentes, materiais compósitos, materiais com gradação funcional e comenta a importância desse estudo para solucionar patologias e melhorar o desempenho dos tubos.

O Capítulo 2 traz uma revisão bibliográfica, onde, inicialmente, são apresentados conceitos e classificações sobre os CMMs e MGFs. Em seguida, são abordadas as teorias e modelos utilizados para a implementação das sub-rotinas, como o modelo de homogeneização,

critério de escoamento, modelo de endurecimento e regra de endurecimento.

O Capítulo 3 aborda todos os parâmetros e metodologias utilizadas para a análise dos elementos estudados e na obtenção dos resultados finais.

O Capítulo 4 traz os resultados dos estudos realizados neste trabalho.

Por fim, o Capítulo 5 apresenta as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Como o principal objetivo deste trabalho é a análise de cotovelos de tubos de CMMs pressurizados através de um modelo micromecânico elastoplástico, foi realizada uma revisão bibliográfica para fundamentação e compreensão dos conteúdos relevantes a este tema. Nesta revisão destacam-se os tipos de compósitos e suas classificações, materiais com gradação funcional e seus métodos de fabricação, as teorias de homogeneização para determinação das relações constitutivas do material, os regimes de plasticidade e os critérios de falha.

### 2.1 Materiais Compósitos

Os compósitos tem como característica principal a união das qualidades de dois ou mais materiais em um só elemento. Para tanto, esses componentes devem ser complementares e compatíveis entre si para responderem juntos aos esforços solicitantes externos. Portanto, é de suma importância o conhecimento das propriedades químicas e físicas dos materiais que foram unidos. Como, as propriedades das interfaces destes materiais.

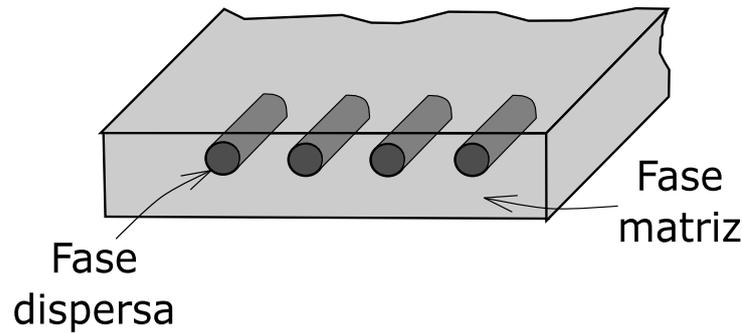
Dentre os materiais, os compósitos possuem propriedades únicas devido a sua leveza e alta resistência, atendendo assim os requisitos específicos para determinadas aplicações com maiores vantagens (SARATHCHANDRA *et al.*, 2018).

Os compósitos possuem como característica básica combinar, a nível macroscópico, pelo menos duas fases distintas, que são a matriz e a fase dispersa (inclusão ou reforço). A matriz, também chamada de fase contínua é o componente base do compósito, no qual são compostos por materiais ductéis ou tenaz. A matriz geralmente é um material que envolve a fase dispersa, ela é quem garante a coesão do compósito (LEVY NETO; PARDINI, 2016).

A fase dispersa, também chamada de fase descontínua, por sua vez, é o elemento a ser envolvido pela matriz, onde devem ser materiais com qualidades que a matriz não possui, geralmente são componentes com alta resistência e de baixa densidade. Em sua maioria, as frações volumétricas da matriz são bem maiores que da fase inclusiva (HSISSOU *et al.*, 2021).

As propriedades de um compósito são decorrentes de fatores como a geometria da fase dispersa, distribuição, orientação e também da compatibilidade interfacial entre os constituintes da mistura. Por conta de inúmeros fatores que interferem no resultado final do compósito, eles possuem várias categorias de classificação, como por exemplo, tipologia do reforço, tipologia de partícula e tipologia das fibras. Uma das suas principais classificações são

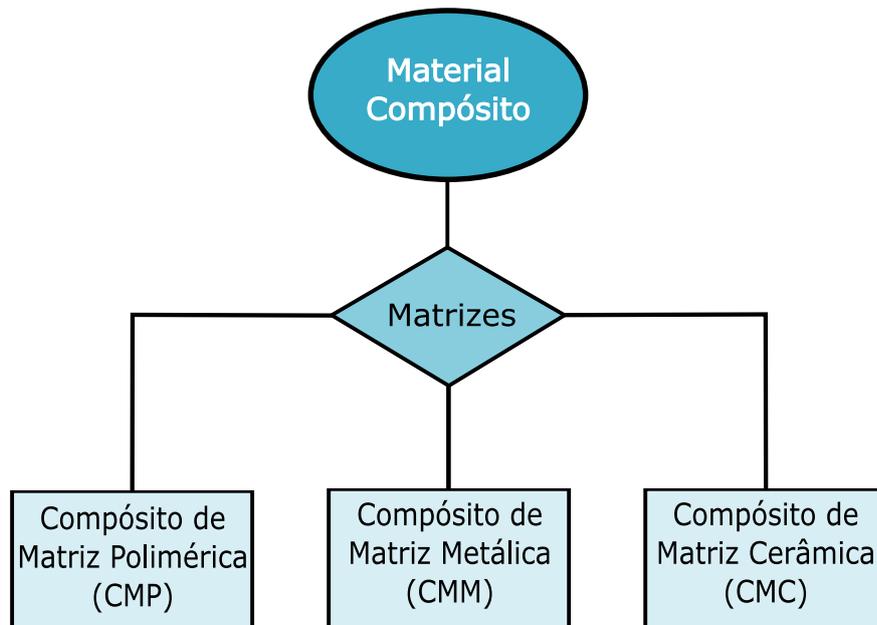
Figura 1 – Fases dos Compósitos



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

em função do tipo de matriz utilizada.

Figura 2 – Classificação dos Materiais Compósitos de acordo com sua matriz



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Conforme apresentado na Figura 2, os materiais compósitos podem ser classificados em Compósito de Matriz Polimérica (CMP), Compósito de Matriz Metálica (CMM) e Compósito de Matriz Cerâmica (CMC).

Os materiais metálicos possuem propriedades químicas estáveis e alta densidade, mas são difíceis de processar e fabricar. Os materiais cerâmicos possuem propriedades estáveis, resistência à corrosão e resistência à altas temperaturas, no entanto, enquanto podem resistir ao esforço de compressão, sua resistência à tração e à flexão são ruins e são vulneráveis à fratura frágil. O material polimérico tem alta tenacidade e boa resistência à fadiga, mas envelhece

facilmente e não é resistente à altas temperaturas. Portanto, são evidentes as qualidades e deficiências dos principais elementos utilizados em componentes estruturais e por isso, é essencial a combinação das excelentes propriedades de diferentes materiais para preparar novos materiais multifuncionais (YANG *et al.*, 2019).

### **2.1.1 Compósitos de Matriz Polimérica**

Os Compósitos de Matriz Polimérica, assim como os plásticos reforçados com fibras, são comumente chamados como plásticos reforçados. Os materiais poliméricos são amplamente utilizados como matrizes de materiais compósitos, principalmente por serem componentes leves e conseqüentemente apresentarem propriedades específicas elevadas. Como também, os polímeros podem ser processados a temperaturas baixas, contornando problemas associados com a degradação do reforço e tornando o processo de fabricação dos compósitos mais simples e barato (KANGISHWAR *et al.*, 2022).

As fibras mais usadas são de vidro, carbono, boro e aramidas, são componentes que apresentam altas resistência, onde termoplásticos e termorígidos são usados como matriz. Os termoplásticos são um gênero de plástico formado por polímeros e quando exposto a elevadas temperaturas são transformados em material viscoso e maleável. Já os termorígidos ou termofixos são o inverso, pois em elevadas temperaturas sua rigidez não se altera. Os principais termoplásticos são polietileno (PE), Nylon, poliestireno (PS), polipropileno (PP), policarbonato (PC) e policloreto de vinila (PVC). Os principais termofixos são resinas epóxi, poliéster e fenólicas (LEE *et al.*, 2021).

### **2.1.2 Compósitos de Matriz Cerâmica**

Os Compósitos de Matriz Cerâmica são utilizados em ambientes com altas temperaturas e muito corrosivos, como também possuem altas resistências e são considerados leves. Em contrapartida, são extremamente frágeis. Os principais materiais usados como matriz são carvão de silício, nitreto de silício, óxido de alumínio e mulita (um composto de alumínio, silício e oxigênio). Eles retêm sua resistência até 1600 °C.

Segundo Callister Jr e Rethwisch (2018), os materiais cerâmicos possuem alta dureza, resistência à altas temperaturas e à oxidação, entretanto, possuem valores de tenacidade muito baixos, que ficam em geral entre 1 e 5 MPa. Porém, a tenacidade à fratura dos compósitos com matriz cerâmica são consideravelmente melhores. A fase inclusiva pode ser particulada, fibras ou

whiskers de outro material cerâmico. Esses compósitos podem apresentar tenacidade à fratura na faixa de 6 e 20 MPa.

Esses compósitos podem ser produzidos por estampagem a quente, estampagem isostática e diversas técnicas de sinterização. Suas principais aplicações estão relacionados a indústria aeronáutica, indústria militar, artigos de desporto e carroceria de automóveis.

### **2.1.3 Compósitos de Matriz Metálica**

Finalmente, os Compósitos de Matriz Metálica (CMM), que é o material utilizado neste trabalho e que será explorado com mais afinco, ofertam valores elevados de módulo de elasticidade, ductilidade e quanto a capacidade de resistir à elevadas temperaturas, apresentam um melhor desempenho do que o CMP e um pior desempenho em relação ao CMC. Por outro lado, este tipo de compósito são mais pesados e possuem maiores dificuldades para processamento.

Como citado anteriormente no Capítulo 1, devido ao fato dos metais apresentarem deficiências quanto a corrosão e a abrasão, a maioria das inclusões feitas para este compósito são materiais cerâmicos, pois eles não sofrem com estes tipos de patologias, além de apresentarem alta resistência mecânica e térmica.

Segundo Medeiros Jr. *et al.* (2019), os Compósitos de Matriz Metálica (CMMs) reforçados com partículas de cerâmica combinam a ductilidade e tenacidade dos metais com a alta resistência, alta rigidez e baixa condutividade térmica da cerâmica. Essa união de qualidades forma um compósito com desempenho termomecânico superior.

Segundo Chawla (2021), materiais cerâmicos, na forma de partículas, reforçam substancialmente o compósito elevando a dureza, estabilidade química e térmica devido ao fato de possuírem baixa densidade, elevado módulo de elasticidade e forma adequada para minimizar a concentração de tensões.

Os principais metais utilizados com matriz são o alumínio (Al), o titânio (Ti), o magnésio (Mg), o ferro (Fe), o cobre (Cu) e o níquel (Ni). Já as inclusões são, carbeto de silício (SiC) e alumina ( $Al_2O_3$ ), as duas citadas são exemplos de inclusões cerâmicas.

Segundo Callister Jr e Rethwisch (2018), a matriz é um metal dúctil reforçado com um material para elevar a resistência mecânica. A fase inclusiva pode melhorar diversas propriedades como resistência à abrasão, resistência à fluência, rigidez e resistência específica, entre outras.

Como citado acima, a maioria dos tipos de metais podem ser utilizados como

material de matriz na fabricação dos CMMs. Porém, o alumínio e suas ligas geralmente ocupam o primeiro lugar. O motivo pela preferência está relacionado a eles apresentarem baixa densidade e baixa temperatura de fusão e podem facilmente aquecer muitos elementos cerâmicos de reforço (GÜLER; BAĞCI, 2020).

Os CMMs possuem vantagens em relação aos outros tipos de compósitos, como por exemplo, em relação aos compósitos de matriz polimérica, resistem a temperaturas maiores. Enquanto que em relação aos compósitos de matriz cerâmica, possuem menor custo de fabricação e maior tenacidade à fratura.

#### **2.1.4 Compósitos Particulados**

Os compósitos particulados são constituídos de uma matriz na qual estão imersas inclusões, que podem apresentar várias formas e tamanhos. Essas partículas, normalmente, encontram-se distribuídas aleatoriamente, de forma que em escala macroscópica estes materiais são aproximadamente homogêneos e isotrópicos. O concreto de cimento Portland e o asfáltico são exemplos desse tipo de compósito (GERMAN, 2018).

Devido a composição de dois ou mais materiais, de modo geral, as propriedades dos compósitos são estimados de acordo com as frações volumétricas de cada elemento. Para compósitos particulados, que é o resultado da inclusão de partículas de um ou mais componentes em uma matriz de composição, e que é o tipo de compósito utilizado neste trabalho, estima-se que o módulo de elasticidade deverá estar dentro de uma variação que é composta por um limite inferior (Modelo de Reuss) e limite superior (Modelo de Voigt).

Segundo Callister Jr e Rethwisch (2018), as partículas podem apresentar grande diversidade de geometrias, mas devem possuir aproximadamente as mesmas dimensões em todas as direções (equiaxiais). Para que o reforço seja efetivo, as partículas devem ser pequenas e estar distribuídas igualmente em toda a matriz.

## **2.2 Materiais com Gradação Funcional**

Os materiais com gradação funcional (MGFs) são materiais inovadores nos quais as propriedades variam gradualmente ao longo do componente, geralmente essa gradação ocorre na seção transversal do elemento. É o desenvolvimento recente em materiais compósitos tradicionais que mantém suas qualidades e elimina suas deficiências. Pode ser formado variando

a composição química, microestrutura ou atributos de projeto de uma extremidade à outra, conforme a exigência. Esse avanço permite que o MGF tenha as melhores propriedades do material nas quantidades necessárias apenas onde for necessário (BHAVAR *et al.*, 2017).

Os MGFs ganharam mais importância porque possuem aplicações variadas e em potenciais em vários segmentos, como automotiva, naval, aeroespacial e médica. Os MGFs têm boas propriedades mecânicas e podem reter as propriedades mesmo em altas temperaturas se o projeto e o processo forem adequados para o elemento. As propriedades desejáveis desses compósitos podem ser obtidas a partir da variação de frações de volume dos materiais constituintes, desde que as inclusões estejam nos locais corretos para o recebimento do esforço esperado (SARATHCHANDRA *et al.*, 2018).

Os MGFs podem ser divididos, principalmente, entre gradação contínua e gradação descontínua. Essa diferença é determinada, essencialmente, pelo processo utilizado para sua formação. A gradação contínua varia sua composição suavemente ao longo de toda a seção, já a gradação descontínua provoca mudanças mais bruscas na sua microestrutura.

Figura 3 – Diferença entre gradação funcional contínua e descontínua



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

### 2.2.1 Métodos de Fabricação

Devido a expectativa criada pelos MGFs, foram desenvolvidas variadas técnicas de produção para viabilizar a fabricação de elementos com esse material. As técnicas são classificadas, principalmente, de acordo com as transformações que ocorrem no elemento durante o procedimento de fabricação, são eles, Processo de Fase Sólida (PFS), Processo de Fase Líquida (PFL) e Processo de Fase Gasosa (PFG). Entre as classificações apresentadas, os principais métodos são Deposição Física de Vapor, Deposição Química de Vapor, Metalurgia do Pó, Centrifugação, Manufatura Aditiva, Deposição de Metal a Laser, Fabricação Direta de Feixe de Elétrons.

Existem vários outros procedimentos que são capazes de obter o MGF, mas vale ressaltar que cada metodologia obtém um tipo de resultado e a escolha do método vai depender do elemento utilizado e o propósito do seu uso.

#### 2.2.1.1 *Deposição Física de Vapor*

Na Deposição Física de Vapor, o procedimento é baseado na vaporização do material em meio a vácuo utilizando um fonte de calor adequada e posteriormente é depositado em forma de finas camadas na superfície do elemento base, através da condensação do seu vapor. A condensação ocorre por conta da energia cinética e do diferencial de potencial aplicado sobre o material a ser recoberto (BHAVAR *et al.*, 2017).

#### 2.2.1.2 *Deposição Química de Vapor*

A Deposição Química de Vapor é um método eclético. No seu processo efetua-se a construção de uma lâmina fina e sólida pela deposição atômica ou molecular, em um plano aquecido, sendo o material resultante de uma reação química onde os precursores estão em forma de vapor. Neste processo, partículas são depositadas no material base (MOHAMMADI *et al.*, 2021).

Enquanto que a deposição física vaporiza o material por calor e condensa novamente sobre a superfície para formar uma fina camada de sólido, a deposição química utilizar gases ou precursores vaporizados para condensar a inclusão.

#### 2.2.1.3 *Metalurgia do Pó*

Segundo Sam *et al.* (2021), a técnica baseada em metalurgia do pó pode ser usada para produzir MGFs descontínuo do tipo a granel. O processo é realizado usando etapas que incluem pesagem e mistura de pó de acordo com a distribuição espacial pré-projetada de acordo com o requisito funcional, empilhamento e compactação dos pós pré-misturados e, finalmente, sinterização.

#### 2.2.1.4 *Método da Centrifugação*

O Método da Centrifugação é apto para fabricar MGFs a granel continuamente estruturados. Ele usa força de gravidade através da rotação do molde para produzir materiais

classificados funcionalmente. A Diferença de densidades entre os materiais e a tipologia do molde são os principais fatores para produzi-los. Existem duas limitações deste método, uma delas é a capacidade de produzir apenas MGFs de forma cilíndrica e o limite para qual tipo de gradiente pode ser produzido (BHAVAR *et al.*, 2017).

A gradação funcional deste método é formado a partir da força centrífuga que move as partículas de menor densidade para a parte mais interna do molde. Portanto, existe restrições quanto aos materiais utilizados e o tipo de gradiente elaborado é em função da força da centrifugação e a própria combinação dos materiais.

#### 2.2.1.5 *Manufatura Aditiva*

Também conhecida como Método de Fabricação de Forma Livre Sólida (MFFLS), é uma tecnologia precisa para criar MGFs. O processo também é conhecido como impressão 3D, esse mecanismo monta materiais por deposição camada a camada. As vantagens deste método é a possibilidade de obtenção de materiais com formas complexas produzidos rápido e usando pouca energia (SANJEEVIPRAKASH *et al.*, 2023).

Como este processo é desenhado e detalhado em computador, não existem limitações relacionados ao tipo de design e tipo de gradação que será utilizado. Dessa forma, é possível fabricar um produto fiel ao que foi idealizado digitalmente de uma forma precisa, rápida e com um baixo consumo de energia.

#### 2.2.1.6 *Deposição de Metal a Laser*

A Deposição a Laser também utiliza no seu processo fabril o auxílio de computadores para sua modelagem, como também, sensores, metalurgia de pó e tecnologia laser. O revestimento a laser usa uma fonte de calor a laser para depositar uma camada fina de um metal em um substrato móvel. O material depositado pode ser transferido para o substrato por vários métodos: pó pré-colocado no substrato, alimentação de arame, ou por injeção de pó. (BHAVAR *et al.*, 2017).

Este processo de deposição segue um roteiro que pode ser descrito em quatro etapas principais:

- Primeiramente, o substrato é aquecido pelo feixe de laser, através da absorção de energia em forma de calor;
- A intensa e concentrada ação do feixe de laser, em uma pequena área da superfície, eleva a temperatura, como também a taxa de aquecimento. Com este processo inicia-se a fusão do

substrato e por consequência, forma o que é denominado de poça de fusão;

- O pó de metal é inserido diretamente nesta poça e através de um bico do equipamento de processamento ele é pulverizado. O pó de metal é fundido e é combinado com o material do substrato ;
- Por último, é feito o arrefecimento e a solidificação do elemento. Esse processo de esfriamento deve ocorrer de forma lenta, pois caso contrário, pode ocorrer elevadas concentrações de tensões entre o centro da poça de fusão e as bordas que impulsionam o fluxo do fluido. Conforme Yan *et al.* (2020), este fluxo de material líquido é denominado Convecção de Marangoni.

#### 2.2.1.7 *Fabricação Direta de Feixe de Elétrons*

A Fabricação Direta de Feixe de Elétrons é outro processo baseado na deposição de energia dirigida, contudo, sua matéria-prima é em forma de arame. Esta tecnologia também é conhecida como fabricação aditiva por feixe de elétrons. Este processo tem a capacidade de produzir peças de médio a grande porte dentro da câmara de vácuo diretamente do modelo digital. Depois de fabricado, o material requer intervenções de acabamento, como tratamento térmico e usinagem. O tamanho máximo do elemento a ser produzido é determinado pelo tamanho da câmara de vácuo e da máquina de operação. Esse modelo possui sistema de controle de circuito fechado no qual o tamanho da poça de fusão é monitorado continuamente e os parâmetros são ajustado para manter o tamanho constante. Isso garante geometria de peça consistente, microestrutura uniforme e propriedades mecânicas (MOHAMMADI *et al.*, 2021).

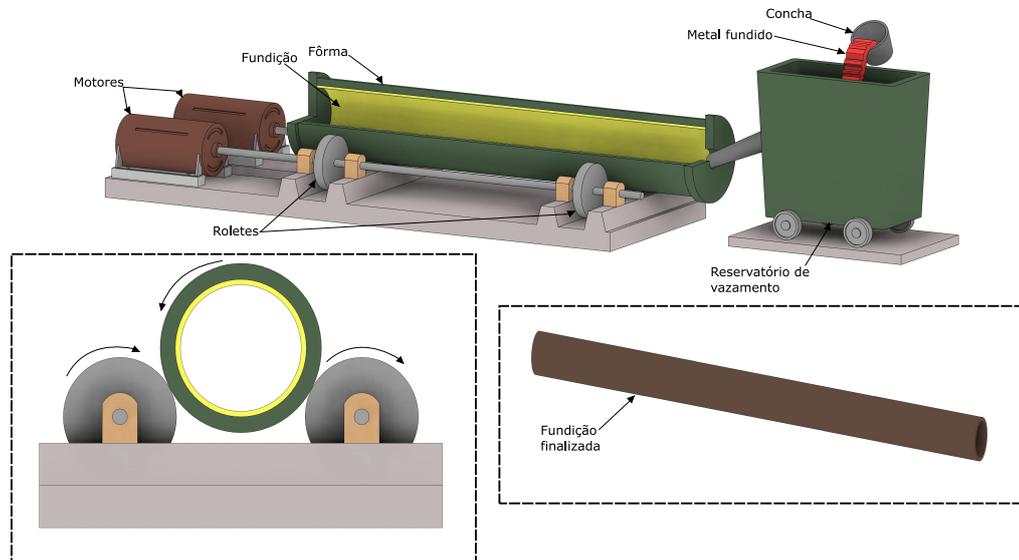
#### 2.2.2 *Tubos de MGFs*

Como citado anteriormente, existem várias técnicas e procedimentos que são capazes de produzir um material com gradação funcional, onde cada metodologia consegue chegar a resultados com características diferentes. Portanto, o método adotado vai depender de alguns fatores, como tipo de elemento, materiais, tipo de gradação, entre outros.

O Método da Centrifugação começou a ser utilizado na metade do século XIX e até hoje é o método predominante para fabricação de tubos metálicos. Seu processo consiste na fundição das ligas metálicas e na aplicação desse material fundido em fôrmas cilíndricas. Após inserido o material nesses moldes, o cilindro é acoplado a uma centrífuga e devido a sua força de rotação, faz com que o metal fundido preencha por completo a fôrma, tornado-o uma geometria

tubular. A centrífuga rotaciona até que o metal se solidifique por completo.

Figura 4 – Processo de Centrifugação



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Quando a centrifugação é feita em um compósito de matriz metálica fundido com inclusão de partículas cerâmicas, ocorre uma segregação gradual dessa partículas devido a ação da força centrífuga. A gradação funcional pode se adaptar a um determinado perfil ajustando a força centrífuga, o tamanho das partículas, viscosidade da matriz metálica fundida, velocidade de rotação da centrífuga e fração volumétrica das partículas (WATANABE *et al.*, 2019).

Como citado anteriormente, as partículas de menor densidade, que nesse caso é o material cerâmico, tendem a ir para a parte mais interna do tubo. A distribuição das partículas cerâmicas pode ser representada conforme Figura 5.

Figura 5 – Representação da gradação funcional do tubo

Zona com Baixa Taxa de Inclusões

Zona com Alta Taxa de Inclusões



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

A parte interna da seção transversal do tubo apresenta um concentração maior de

partículas cerâmicas e a medida que for avançando para a parte externa do tubo essa concentração diminui até o ponto de chegar na parte mais externa do tubo com apenas a matriz metálica presente. Essa seletividade pode ser utilizada para produzir tubos com partículas resistentes ao desgaste revestindo a superfície que estará em contato direto com os fluidos, aumentando assim a durabilidade e o desempenho dos tubos (PRADEEP; RAMESHKUMAR, 2021).

Vários estudos recentes mostram que os tubos de MGF têm sido produzidos com sucesso por fundição centrífuga (JUNUS; ZULFIA, 2016; JAMIAN *et al.*, 2019; SAVAŞ, 2019; PRADEEP; RAMESHKUMAR, 2020). Fathi *et al.* (2020), desenvolveu um tubo de MGF com liga de magnésio AZ91 e partículas de carbetos de silício (SiC) com tamanho médio de  $10\mu\text{m}$  e três frações volumétricas diferentes. Os tubos foram produzidos através de um processo de fundição centrífuga horizontal a velocidade de rotação de 1000rpm. Os autores apontaram que as partículas cerâmicas se conectaram intimamente com a matriz AZ91 proporcionando uma interface nítida e limpa, livre de precipitação e reação. Além disso, os tubos de MGF apresentaram resistência superior ao desgaste abrasivo, com a menor taxa de desgaste obtida nas zonas com maiores concentrações de partículas de SiC.

Além do carbetos de silício (SiC), outras inclusões cerâmicas são usadas na fabricação de tubos de MGF fundido centrifugamente, como a alumina ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) (ZYGMUNTOWICZ *et al.*, 2017), nitreto de silício ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) (AMBIGAI; PRABHU, 2021), zircônia ( $\text{ZrO}_2$ ) (RADHIKA; RAGHU, 2015), carbetos de boro ( $\text{B}_4\text{C}$ ) (VERMA *et al.*, 2021) e carbetos de titânio (TiC) (JOJITH *et al.*, 2021), enquanto as matrizes metálicas mais utilizadas são as de alumínio (Al), cobre (Cu) e magnésio (Mg) (SALEH *et al.*, 2019).

MGFs fortalecidos por dispersóides de compostos intermetálicos também foram produzidos. Um tubo de  $\text{Al}/\text{Al}_3\text{Fe}$  com gradação funcional foi fabricado usando um método centrífugo a vácuo (YAMAGIWA *et al.*, 2006). O MGF resultante apresentou maior dureza devido à existência de partículas finas de  $\text{Al}_3\text{Fe}$  introduzidas pela conformação semissólida.

Em um estudo semelhante, um tubo de MGF de  $\text{Al}/\text{Al}_3\text{Ni}$  mostrou uma variação no módulo de elasticidade de 81 a 100GPa da superfície interna para a externa de um tubo de 6mm de espessura (RAJAN; PAI, 2009). Essa mudança correspondeu à uma variação da fração volumétrica de  $\text{Al}_3\text{Ni}$  que passou de 15.2% para 43.2% no sentido radial externo.

Apesar da abundância de compósitos de MGF produzidos através da fundição centrífuga relatados na literatura, as normas de projetos existentes não abordam as características únicas deste novo material. O desafio reside então em traduzir estes resultados da investigação

em diretrizes práticas para os projetos de engenharia. Portanto, é crucial investigar os efeitos da microestrutura heterogênea na confiabilidade geral dos sistemas de dutos construídos com esta nova classe de material.

### 2.3 Homogeneização do Campo Médio

As inclusões das partículas, que agora não estão mais distribuídas de forma homogênea, tornam a determinação das propriedades mecânicas efetivas macroscópicas do material mais complexa. Portanto, para determiná-los, em vez de considerar um material homogêneo em toda seção, as teorias propostas dividem a seção transversal em pequenas porções, que são chamados de EVRs (Elementos de Volume Representativo).

Para Gross e Seelig (2011), especificamente para os MGFs, a distribuição de heterogeneidades apresentam uma variação espacial tamanha que não se observa a condição de uma microestrutura estatisticamente homogênea e o uso de propriedades efetivas deve ser entendido basicamente como uma aproximação razoável das macropropriedades.

Segundo Perdahcioğlu e Geijselaers (2010), a Teoria do Campo Médio é uma estratégia comum para problemas de MGFs, e que é baseada sobre o conceito de um EVR imaginário. Ele dá conta da interação entre os subdomínios pertinentes às múltiplas fases e encontra as novas médias que satisfazem as condições de contorno macroscópicas.

Conforme Medeiros Jr. e Ribeiro (2022), no processo de homogeneização micromecânica, as propriedades mecânicas efetivas macroscópicas estão relacionadas às propriedades de cada fase (matriz e inclusão). As macro-tensões e macro-deformações que caracterizam o estado mecânico do ponto material macroscópico podem ser tratadas como médias volumétricas dos campos microscópicos sobre um determinado volume denominado Elemento de Volume Representativo (EVR).

Esses EVRs possuem tamanho suficiente para conter uma determinada quantidade de inclusões, mas pequenos ao serem comparados a qualquer escala de comprimento sobre a qual varia o carregamento médio ou a deformação do compósito (MEDEIROS JR. *et al.*, 2019).

Para um corpo homogêneo, as tensões e deformações médias do EVR podem ser definidas através das integrais das tensões e deformações pontuais de uma região dividido pelo seu volume. Segundo Medeiros Jr. *et al.* (2019), se o vetor de posição é denominado por  $x$ , as tensões e deformações médias por volume, representadas aqui pelos colchetes  $\langle \rangle$ , são definidas como a média da tensão ou deformação pontual sobre o volume  $V$  como nas seguintes expressões

propostas por Hashin (1963):

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij}(x) dV \quad (1)$$

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij}(x) dV \quad (2)$$

Levando em consideração um compósito bifásico formado por uma matriz elástica isotrópica que preenche um volume  $V_M$  e uma inclusão que preenche um volume  $V_I$  que juntos formam um volume total  $V$ . Como também, que estas duas fases possuem uma boa ligação entre suas interfaces ao ponto de ser explícito a consideração de um corpo contínuo. É possível relacionar as tensões e deformações médias em função das frações volumétricas das fases constituintes através das Equações 5 e 6.

$$v_M = \frac{V_M}{V}; \quad v_I = \frac{V_I}{V} \quad (3)$$

$$v_M + v_I = 1 \quad (4)$$

$v_M$  e  $v_I$  são respectivamente, as frações volumétricas correspondentes da matriz e da inclusão e seu somatório é igual a 1, representando 100% do volume do compósito.

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = v_I \langle \sigma_{ij}^I \rangle + (1 - v_I) \langle \sigma_{ij}^M \rangle \quad (5)$$

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle = v_I \langle \varepsilon_{ij}^I \rangle + (1 - v_I) \langle \varepsilon_{ij}^M \rangle \quad (6)$$

$\langle \sigma_{ij}^I \rangle$ ,  $\langle \varepsilon_{ij}^I \rangle$ ,  $\langle \sigma_{ij}^M \rangle$  e  $\langle \varepsilon_{ij}^M \rangle$  são respectivamente, as tensões e deformações médias referentes a matriz e a inclusão do compósito.

$$\langle \sigma_{ij}^I \rangle = \frac{1}{V_I} \int_{V_I} \sigma_{ij}(x) dV; \quad \langle \sigma_{ij}^M \rangle = \frac{1}{V_M} \int_{V_M} \sigma_{ij}(x) dV \quad (7)$$

$$\langle \varepsilon_{ij}^I \rangle = \frac{1}{V_I} \int_{V_I} \varepsilon_{ij}(x) dV; \quad \langle \varepsilon_{ij}^M \rangle = \frac{1}{V_M} \int_{V_M} \varepsilon_{ij}(x) dV \quad (8)$$

Segundo Medeiros Jr. *et al.* (2019), em relação à tensão média por volume, pode ser dito que, quando houver forças de corpo nulas, as condições de equilíbrio  $\sigma_{ik,k} = 0$  e  $x_{j,k} = \delta_{jk}$  implicam que a derivada do produto das duas é expressa por:

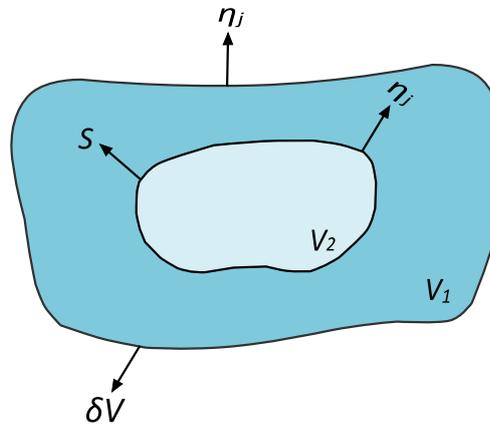
$$(\sigma_{ik}x_j)_{,k} = \sigma_{ik,k}x_j + \sigma_{ik}x_{j,k} = (\sigma_{ik}x_j)_{,k} = \sigma_{ik}\delta_{jk} = \sigma_{ij} \quad (9)$$

Relacionando as Equações 1 e 9 é possível representar as macro tensões.

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V (\sigma_{ik}x_j)_{,k} dV \quad (10)$$

Para determinar a tensão média por uma integral sobre o limite  $\delta V$  do domínio médio, é possível utilizar o teorema da divergência de Gauss. Para isso, é necessário considerar algumas hipóteses, que são, que os campos microscópicos sejam diferenciáveis em todo o domínio, mesmo que isso não seja verdade para materiais heterogêneos com propriedades irregulares. Como também, que o volume  $V$  representa o total de dois subdomínios,  $V_1$  e  $V_2$ , com propriedades diferentes. E por último, considerar uma superfície interfacial entre os dois subdomínios como o limite  $S$ .

Figura 6 – Volume  $V$  com uma interface interna  $S$



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

As tensões e deslocamentos podem não ser diferenciáveis na região de interface  $S$ . Utilizando o teorema da divergência separadamente ao dois subdomínios onde  $S$  se localiza, é possível contornar o problema. A interface  $S$  aparece uma vez como limite externo de  $V_2$  (com o vetor normal externo  $n_j$ ) e uma vez como limite interno de  $V_1$  (com o vetor normal externo  $-n_j$ ).

$$V \langle \sigma_{ij} \rangle = \int_{V_1} \sigma_{ij} dV + \int_{V_2} \sigma_{ij} dV = \int_{\delta V} t_i x_j dA + \int_S (t_i^{(2)} + t_i^{(1)}) x_j dA \quad (11)$$

Entretanto, a condição de equilíbrio resulta que  $t_i^{(1)} = t_i^{(2)}$ . Explicitando que, para problemas quase-estáticos, na ausência de forças de corpo, a tensão média em um determinado RVE é estabelecida apenas em termos da tração limite:

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_{\delta V} t_i x_j dA \quad (12)$$

Uma sentença semelhante para deformação também pode ser elaborada caso o tensor de deformação  $\varepsilon_{ij}$  for trocado pelo vetor de deslocamento correspondente  $u$  na definição de macrodeformações. Se o domínio  $V$  for sujeito a um deslocamento de superfície  $u(x)$  e houver um contato perfeito entre as fases ( $u_i^{(1)} = u_i^{(2)}$ ), o teorema da divergência pode ser aplicado de maneira equivalente, obtendo-se (MEDEIROS JR. *et al.*, 2019):

$$2V \langle \varepsilon_{ij} \rangle = \int_V (u_{i,j} + u_{j,i}) dV = \int_{\delta V} (u_i n_j + u_j n_i) dA + \int_S [(u_i^{(1)} - u_i^{(2)}) n_j + (u_j^{(1)} - u_j^{(2)}) n_i] dS \quad (13)$$

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{2V} \int_{\delta V} (u_i n_j + u_j n_i) dA$$

As Equações 12 e 13 são denominadas de teoremas de tensão média e deformação média (HILL, 1964).

## 2.4 Métodos de Homogeneização

O pressuposto primordial dos métodos de homogeneização de campo médio são que as deformações e tensões médias de volume podem ser relacionadas entre si ou com as condições gerais de contorno por meio de alguns tensores de concentração de quarta ordem. Dessa forma, o principal objetivo é estabelecer um tensor de concentração de tensão ou deformação apropriado que associe a tensão ou deformação média dentro da inclusão com as condições de contorno aplicadas remotamente.

As expressões apresentadas a seguir, são mostradas em termos de tensores de concentração de deformação, entretanto, elas também pode ser encontradas em termos de tensores de concentração de tensão. Os tensores de concentração de deformação de quarta ordem que relacionam as deformações médias de fase dentro da inclusão às macrodeformações gerais e as deformações médias sobre a matriz são dados respectivamente nas Equações 14 e 15.

$$\langle \varepsilon_{ij}^I \rangle = A_{ijkl} \langle \varepsilon_{kl} \rangle \quad (14)$$

$$\langle \varepsilon_{ij}^I \rangle = B_{ijkl} \langle \varepsilon_{kl}^M \rangle \quad (15)$$

Os esquemas de homogeneização, na maioria dos casos, irão se diferenciar na forma como os tensores  $A_{ijkl}$  e  $B_{ijkl}$  são estabelecidos, mas em todos eles o tensor de macro-rigidez médio do composto bifásico é escrito em termos de uma das seguintes expressões:

$$\langle C_{ijkl} \rangle = [v_I C_{ijmn}^I B_{mnop} + (1 - v_I) C_{ijop}^M] [v_I B_{opkl} + (1 - v_I) I_{opkl}]^{-1} \quad (16)$$

$$\langle C_{ijkl} \rangle = C_{ijkl}^M + v_I (C_{ijmn}^I - C_{ijmn}^M) A_{mnkl} \quad (17)$$

Onde os tensores de quarta ordem  $C_{ijkl}^I$  e  $C_{ijkl}^M$  são a inclusão e a rigidez da matriz, respectivamente.

#### 2.4.1 Tensor de Eshelby

John Douglas Eshelby elaborou, para uma série específica de inclusões dentro de um domínio irrestrito, uma solução micromecânica muito importante (ESHELBY, 1957).

As inclusões são estipuladas dentro de uma matriz infinita homogênea, isotrópica e elástica tendo uma alteração de forma e tamanho. Ele usou o princípio de autodeformações ( $\epsilon_{kl}^*$ ) para atestar que sob a restrição da matriz, a inclusão tem uma deformação homogênea arbitrária e campos de tensão.

J. D. Eshelby (1957) sugeriu que a tensão concentrada em um meio heterogêneo pode ser igualmente caracterizada como a tensão concentrada por uma inclusão levada a um tipo arbitrário de transformação de deformação produzida sem forças externas. Neste contratempo, a deformação e a tensão de equilíbrio devem ser definidas no caso em que uma deformação é estabelecida em um determinado volume dentro de um material homogêneo infinitamente grande.

Se as autodeformações dentro da inclusão elíptica forem constantes, então as deformações totais dentro da inclusão também serão constantes. Portanto, a deformação média dentro da inclusão elipsoidal  $\langle \epsilon_{ij}^I \rangle$ , é linearmente relacionada com as autodeformações pelo tensor de Eshelby de quarta ordem  $\mathbb{S}_{ijkl}$ :

$$\langle \epsilon_{ij}^I \rangle = \mathbb{S}_{ijkl} \langle \epsilon_{kl}^* \rangle \quad (18)$$

Esse tensor possui a simetria menor, mas em geral padece pela falta da simetria maior:

$$\mathbb{S}_{ijkl} = \mathbb{S}_{jikl} = \mathbb{S}_{ijlk} \neq \mathbb{S}_{klij} \quad (19)$$

Quando a inclusão é inserida em um meio homogêneo, o tensor de Eshelby depende apenas do Coeficiente de Poisson da matriz ( $\nu_m$ ) e dos parâmetros da geometria da inclusão. O tensor de Eshelby possui a seguinte formatação:

$$\mathbb{S} = \begin{bmatrix} \mathbb{S}_{1111} & \mathbb{S}_{1122} & \mathbb{S}_{1133} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbb{S}_{2211} & \mathbb{S}_{2222} & \mathbb{S}_{2233} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbb{S}_{3311} & \mathbb{S}_{3322} & \mathbb{S}_{3333} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbb{S}_{2323} & 0 & 0 & \mathbb{S}_{2332} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbb{S}_{3131} & 0 & 0 & \mathbb{S}_{3113} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbb{S}_{1212} & 0 & 0 & \mathbb{S}_{1221} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbb{S}_{3223} & 0 & 0 & \mathbb{S}_{3232} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbb{S}_{1331} & 0 & 0 & \mathbb{S}_{1313} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbb{S}_{2112} & 0 & 0 & \mathbb{S}_{2121} \end{bmatrix} \quad (20)$$

Os conceitos de autodeformação e o procedente tensor de Eshelby, que o associa com as deformações médias dentro da inclusão, concedem uma forma simplificada de lidar com os problemas de homogeneização. Estabelecendo campos de diferença e determinando o campo de deformação dentro das inclusões como um campo de autodeformação equivalente, uma definição formal para o fator de concentração de deformação  $A_{ijkl}$  pode ser encontrada. A geometria de uma inclusão elipsoidal com semi-eixo  $a_i$  é dada por:

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} + \frac{x_3^2}{a_3^2} \leq 1 \quad (21)$$

Considerando que  $a_1 > a_2 > a_3$ , é definido as componentes do tensor de Eshelby como:

$$\begin{aligned} \mathbb{S}_{1111} &= \frac{3}{8\pi(1-\nu_m)} a_1^2 I_{11} + \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu_m)} I_1 \\ \mathbb{S}_{1122} &= \frac{1}{8\pi(1-\nu_m)} a_2^2 I_{12} - \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu_m)} I_1 \\ \mathbb{S}_{1133} &= \frac{1}{8\pi(1-\nu_m)} a_3^2 I_{13} - \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu_m)} I_1 \\ \mathbb{S}_{1212} &= \frac{a_1^2 + a_2^2}{16\pi(1-\nu_m)} I_{12} + \frac{1-2\nu_m}{16\pi(1-\nu_m)} (I_1 + I_2) \end{aligned} \quad (22)$$

Todos os outros componentes não nulos são obtidos por permutação cíclica de (1, 2, 3). Os componentes que não podem ser obtidos desta forma são zero (MURA, 1982). Os termos  $I_i$  podem ser escritos por integrais elípticas da forma:

$$I_1 = \frac{4\pi a_1 a_2 a_3}{(a_1^2 - a_2^2) \sqrt{a_1^2 - a_3^2}} \{F(\theta, k) - E(\theta, k)\} \quad (23)$$

$$I_3 = \frac{4\pi a_1 a_2 a_3}{(a_2^2 - a_3^2) \sqrt{a_1^2 - a_3^2}} \left\{ \frac{a_2 \sqrt{a_1^2 - a_3^2}}{a_1 a_3} - E(\theta, k) \right\} \quad (24)$$

Onde:

$$F(\theta, k) = \int_0^\theta \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2(w)}} dw; \quad E(\theta, k) = \int_0^\theta \sqrt{1 - k^2 \sin^2(w)} dw \quad (25)$$

$$\theta = \sqrt{\arcsin(1 - a_3^2/a_1^2)}; \quad k = \sqrt{(a_1^2 - a_2^2) / (a_1^2 - a_3^2)}$$

As componentes que faltam de  $I_i$  são obtidas pelas relações a seguir:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 4\pi \quad (26)$$

$$3I_{11} + I_{12} + I_{13} = \frac{4\pi}{a_1^2} \quad (27)$$

$$3a_1^2 I_{11} + a_2^2 I_{12} + a_3^2 I_{13} = 3I_1 \quad (28)$$

$$I_{12}(a_1^2 - a_2^2) = (I_2 - I_1) \quad (29)$$

O tensor de Eshelby pode ser formulado para inclusões com diferentes proporções (esferoidal, cilíndrico e em formato de discos achatados, por exemplo). Para elementos esféricos, que é a geometria adotada para as partículas da inclusão do compósito deste trabalho, é considerado  $a_1 = a_2 = a_3$ . Dessa forma, o tensor de Eshelby resultante é dado por:

$$\begin{aligned} \mathbb{S}_{1111} = \mathbb{S}_{2222} = \mathbb{S}_{3333} &= \frac{7 - 5\nu_m}{15(1 - \nu_m)} \\ \mathbb{S}_{1122} = \mathbb{S}_{2233} = \mathbb{S}_{3311} = \mathbb{S}_{1133} = \mathbb{S}_{2211} = \mathbb{S}_{3322} &= \frac{5\nu_m - 1}{15(1 - \nu_m)} \\ \mathbb{S}_{1212} = \mathbb{S}_{2323} = \mathbb{S}_{1313} &= \frac{4 - 5\nu_m}{15(1 - \nu_m)} \end{aligned} \quad (30)$$

Os elementos restantes são zero.

### 2.4.2 Modelo de Voigt

O modelo de Voigt (1889) também é conhecido como Regra das Misturas e considera um campo de deformação uniforme dentro do EVR, significando que a matriz e as inclusões estão sujeitas à mesma deformação,  $\langle \varepsilon_{ij}^I \rangle = \langle \varepsilon_{ij}^M \rangle$ . Este modelo também pode ser compreendido como uma média ponderada linearmente das propriedades de cada fase. Partindo dessa premissa, que o fator de concentração de deformação é igual ao tensor unitário, resulta na seguinte expressão quando substituído na Equação 16:

$$B_{ijkl}^{Voigt} = I_{ijkl} \rightarrow C_{ijkl}^{Voigt} = v_I C_{ijkl}^I + (1 - v_I) C_{ijkl}^M \quad (31)$$

### 2.4.3 Modelo de Reuss

O modelo de Reuss (1929), de outra forma, considera uma tensão constante dentro do EVR, significando que todas as fases possuem a mesma tensão. Esta pressuposto leva a um fator de concentração de deformação que corresponde à razão entre a rigidez da matriz sobre a rigidez da inclusão. Substituindo o fator de concentração de deformação resultante na Equação 16 e sabendo que  $C_{ijkl}^{-1} = S_{ijkl}$  é obtido a seguinte expressão:

$$B_{ijkl}^{Reuss} = (C_{ijmn}^I)^{-1} C_{mnl}^M \rightarrow S_{ijkl}^{Reuss} = v_I S_{ijkl}^I + (1 - v_I) S_{ijkl}^M \quad (32)$$

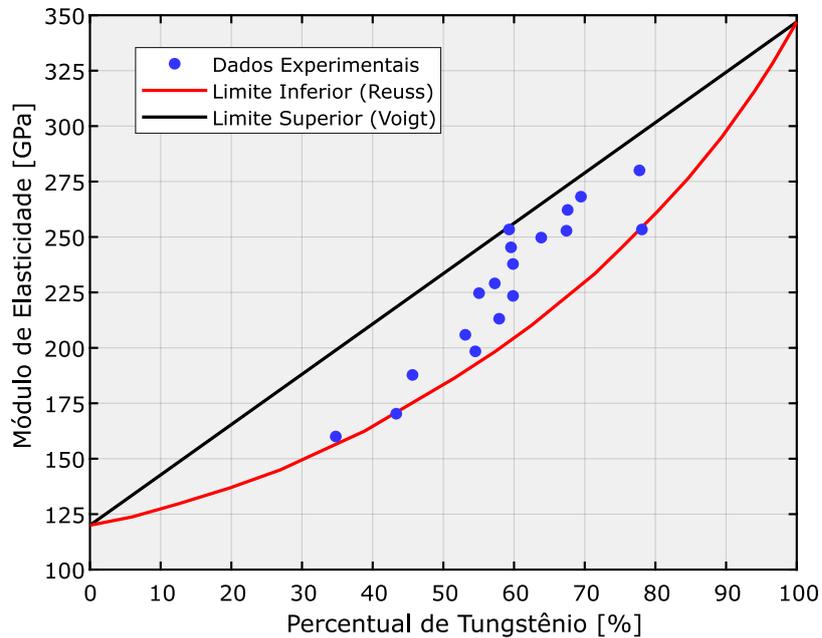
Esses dois primeiros modelos são considerados muito simples, como também, fornecem resultados muito distantes um do outro e não consideram a forma ou a orientação das inclusões. Além do que, a interação entre inclusões dentro da matriz não é ponderada, tornando os dois esquemas viáveis apenas para pequenas taxas de concentração de inclusões. Entretanto, os dois modelos servem para definir os limites extremos (superior e inferior) que nenhum outro modelo pode ultrapassar.

A Figura 7 mostra as curvas para os limites superior (Modelo de Voigt) e inferior (Modelo de Reuss) do módulo de elasticidade em função da fração volumétrica de inclusão para um compósito cobre-tungstênio, no qual o tungstênio é a fase particulada e os pontos experimentais localizam-se entre as duas curvas.

### 2.4.4 Modelo de Mori-Tanaka

Exceto os modelos de Voigt (1889) e Reuss (1929), todos os métodos de homogeneização de campo médio são baseados no trabalho fundamental de Eshelby, sendo o modelo de

Figura 7 – Resultados experimentais em comparação aos limites superior e inferior



Fonte: Adaptado de Callister Jr e Rethwisch (2018)

Mori-Tanaka um dos modelos que mais se destaca nesta categoria, e é o modelo utilizado neste trabalho para determinação das propriedades mecânicas no regime elástico do material. Mori e Tanaka (1973) trataram o problema de inclusões homogêneas considerando que em uma distribuição diluída de inclusões não interativas prevalece o campo de tensão ou deformação constante da carga externa. Para tanto, eles utilizaram o conceito de autodeformações equivalentes.

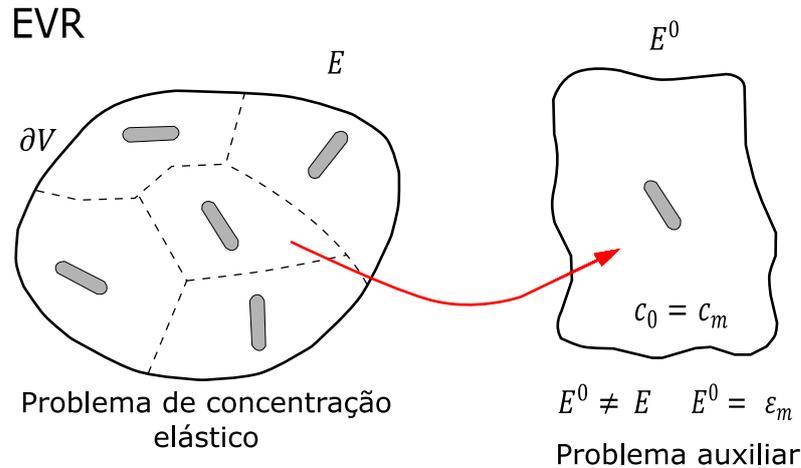
O esquema de homogeneização de Mori-Tanaka considera o tensor de concentração de deformação igual ao de um único problema de inclusão, significando que as inclusões no EVR experimentam uma deformação de campo distante igual à deformação média na matriz. Benveniste (1987) reformulou o trabalho de Mori e Tanaka (1973) usando uma abordagem direta para definir e calcular os módulos homogeneizados efetivos. O tensor de concentração de deformação no modelo de Mori-Tanaka é dado por:

$$A_{ijkl}^{MT} = [I_{ijkl} + v_M S_{ijmn} S_{mnop}^M (C_{opkl}^I - C_{opkl}^M)]^{-1} \quad (33)$$

$I_{ijkl}$  corresponde ao tensor unitário de quarta ordem ( $I_{ijkl} = \delta_{ik}\delta_{jl}$ ) e  $S_{mnop} = C_{mnop}^{-1}$  é a matriz de conformidade ou o inverso da matriz de rigidez.

O Módulo Homogeneizado é obtido substituindo a Equação 33 na Equação 17. A expressão resultante representa o tensor de rigidez homogeneizado tridimensional de quarta ordem e é utilizado para calcular o tensor de tensão ( $\sigma_{ij}$ ). O módulo homogeneizado e a razão

Figura 8 – Método de homogeneização de Mori-Tanaka



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

de Poisson podem ser determinados a partir do inverso deste tensor usando as seguintes relações (ABOUDI *et al.*, 2013. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/b978-0-12-397035-0.05001-1>. Acesso em: Julho, 2023):

$$E = \frac{1}{S_{1111}} \quad (34)$$

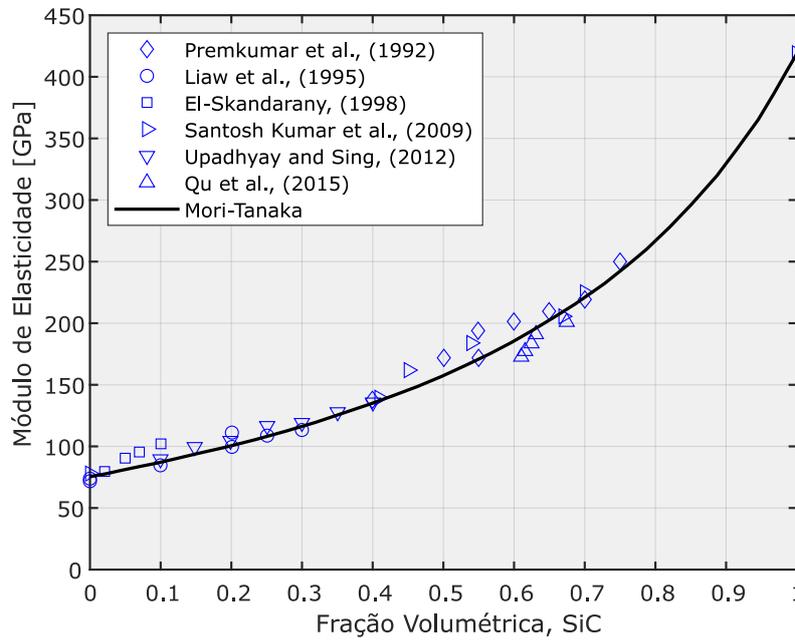
$$\nu = \frac{S_{1122}}{S_{1111}} \quad (35)$$

A Figura 9 apresenta uma comparação dos resultados do módulo de elasticidade homogeneizado determinado através do modelo de Mori-Tanaka com os resultados experimentais. Os dados práticos foram obtidos para compósitos de matriz metálica (Alumínio - Al) e inclusões cerâmicas (Carbeto de Silício - SiC) com diferentes frações volumétricas de fase dispersa. Como pode ser visto o modelo tem uma excelente semelhança com os dados experimentais atestado pelo coeficiente de determinação  $R^2 = 96.9\%$  (MEDEIROS JR.; RIBEIRO, 2022).

#### 2.4.5 Modelo Autoconsistente

O esquema de homogeneização autoconsistente foi originalmente desenvolvido para estimar a rigidez equivalente de policristais e considerar a interação da matriz e os grãos seguindo a formulação de Eshelby. Essa teoria foi proposta inicialmente por Hill (1964), Hill (1965) e centralizada em partículas esféricas e fibras contínuas alinhadas. Para compósitos de fibras curtas, ou descontínuas, foram desenvolvidos por Laws e McLaughlin (1979) e por Chou *et al.* (1980).

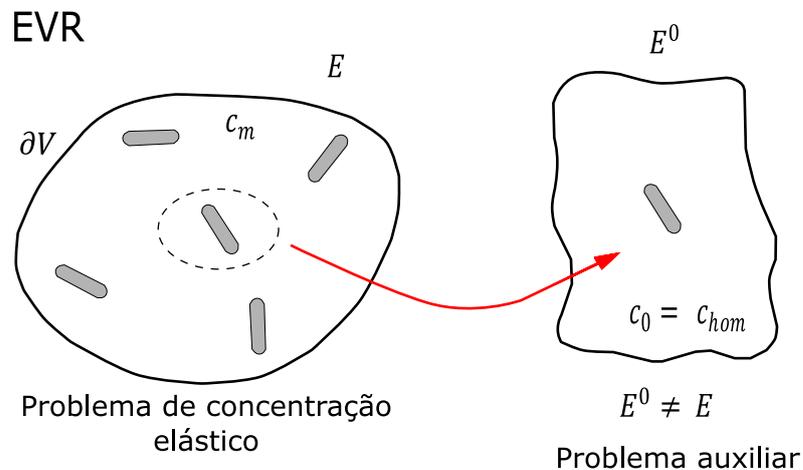
Figura 9 – Curva módulo de elasticidade-fração volumétrica para o carbeto de sílcio (SiC)



Fonte: Adaptado de Medeiros Jr. e Ribeiro (2022)

O modelo autoconsistente de homogeneização é baseado no princípio de que a existência de uma única não homogeneidade não altera as propriedades efetivas do material em um sistema com várias inclusões. Dessa forma, as inclusões interagem entre si através do meio efetivo, significando que os tensores de localização serão baseados nas propriedades do meio efetivo ao invés das propriedades do material da matriz. Entretanto, a interação local das inclusões com o que o envolve, permanece constante (CHRISTENSEN, 1990).

Figura 10 – Método de homogeneização Autoconsistente



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Os modelos autoconsistentes também são chamados de modelos de incorporação.

Isso ocorre pelo fato de que as propriedades compostas são consideradas iguais às propriedades médias de uma única partícula incorporada em uma matriz infinita com uma certa rigidez  $C_{ijkl}^{trial}$  ainda a ser encontrada. O tensor de concentração de deformação autoconsistente é dado por:

$$B_{ijkl}^{SC} = [I_{ijkl} + S_{ijmn} S_{mnop}^{trial} (C_{opkl}^I - C_{opkl}^{trial})]^{-1} \quad (36)$$

Entretanto, segundo Benveniste (2008), o método Autoconsistente majora a influência da interação entre as inclusões, principalmente para matrizes mais flexíveis. Christensen e Lo (1979) sugeriram uma metodologia melhorada para contornar esse problema e fazê-lo produzir o comportamento assintótico correto para inclusões rígidas quando sua fração de volume se aproxima de 100%. Este modelo foi chamado de Método Autoconsistente Generalizado (MAG) e considera que a fase particulada é envelopada por algum material da matriz primeiro e então envolvida no meio efetivo. O Método Autoconsistente Generalizado é considerado superior quando comparado à abordagem original (TUCKER III.; LIANG, 1999).

## 2.5 Elastoplasticidade Micromecânica

O conceito de não linearidade física está relacionado aos materiais cuja relação entre tensão e deformação não seguem mais uma proporcionalidade. Portanto, nessas situações a lei de Hooke generalizada (regime elástico) não pode ser mais utilizada.

Inicialmente, para um material homogêneo e isotrópico, a lei de Hooke generalizada é representada pela seguinte expressão:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (37)$$

onde  $C_{ijkl}$  é chamado de matriz constitutiva elástica. Esse tensor é de 4º ordem e apresenta 81 constantes, mas nem todas são independentes. Ela pode ser representado na forma indicial, como mostrado na equação a seguir:

$$C_{ijkl} = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{E}{2(1+\nu)} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (38)$$

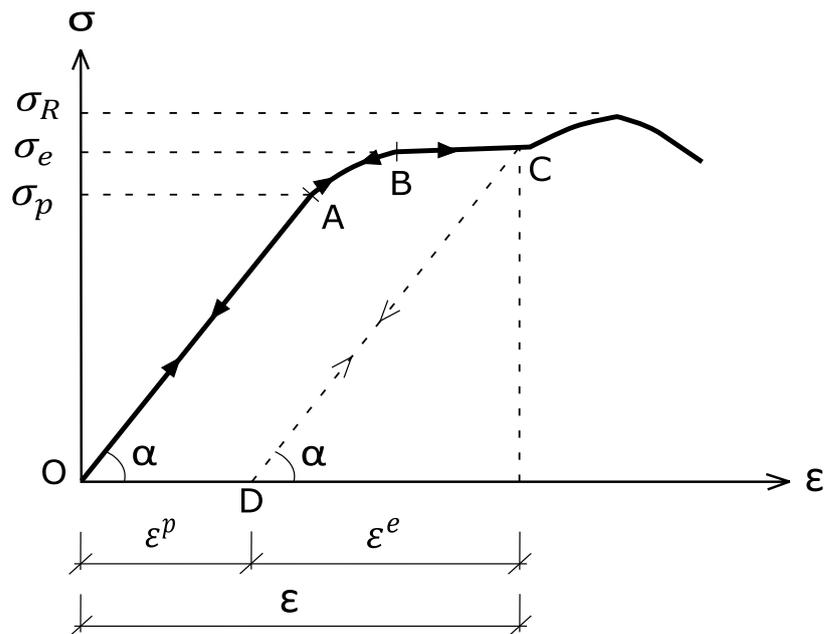
Devido a simetria de  $\sigma_{ij}$  e  $\varepsilon_{kl}$ , a matriz é reduzida para 36 elementos independentes. Toda a matriz é escrita em função apenas de dois módulos elásticos ( $E$  e  $\nu$ ), que são o módulo de

Elasticidade e o coeficiente de Poisson, respectivamente.

$$C = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (0.5-\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (0.5-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (0.5-\nu) \end{bmatrix} \quad (39)$$

A plasticidade está relacionada aos materiais que extrapolam o regime elástico, significa que, embora as deformações continuem respondendo de forma imediata, ao remover a sollicitação estes não voltam às configurações iniciais, permanecendo deformados (deformação residual). Essas deformações irreversíveis são as chamadas deformações plásticas.

Figura 11 – Gráfico tensão-deformação de materiais dúcteis



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Observando o gráfico da Figura 11 pode-se observar que no segmento OA o comportamento do material é elástico linear, no segmento AB o comportamento é elástico não linear e a partir do ponto B o material segue o regime plástico (não-linear).

A tensão ligada ao ponto A, que limita o comportamento linear, é dita tensão limite de proporcionalidade (σ<sub>p</sub>). A tensão relacionada ao ponto B é chamada de tensão limite de

elasticidade ou tensão de escoamento ( $\sigma_e$ ), pois atingida esta tensão, as deformações não se restauram por completo, surgindo então o que se chama de deformação plástica ( $\epsilon^p$ ).

Ao se atingir o ponto C, por exemplo, e retirar integralmente a sollicitação, o descarregamento será feito pela linha CD, paralela a OA, de forma que da deformação total ( $\epsilon$ ) somente a parcela elástica ( $\epsilon^e$ ) é reversível. A parcela  $\epsilon^p$  é irreversível e representa a deformação plástica (permanente).

É importante destacar que ao se ultrapassar a tensão de escoamento ( $\sigma_e$ ), a descarga se faz de forma linear, mantendo a mesma relação entre tensão e deformação do segmento OA e se retomar o processo de carregamento, este se fará elasticamente sobre a reta CD e para atingir novas deformações plásticas, o carregamento deverá ultrapassar a tensão do ponto C, dessa forma, ele se torna o novo limite de escoamento do material.

Ao se atingir a tensão  $\sigma_e$  as deformações crescem rapidamente sem que ocorram variações de tensão significativa e, portanto, definindo um trecho reto quase paralelo ao eixo das deformações que é denominado patamar de escoamento e é um fenômeno característico dos materiais dúcteis, especificamente de alguns metais.

A continuidade do ensaio leva a um aumento de tensão no final do patamar que se deve à contração da seção transversal, fenômeno chamado de estricção e que ocorre pouco antes de se atingir a ruptura do corpo de prova.

Poucas estruturas permaneceriam estáveis ou seguras após o material atingir o patamar de escoamento. Portanto, é escolhido normalmente a tensão de escoamento como tensão-limite para projetos.

Se o componente a ser projetado estiver sob um estado de tensão uniaxial, então a tensão de serviço ( $\sigma$ ), penalizada por um fator de segurança, é igualada à tensão de escoamento  $\sigma_y$ . Quando o estado de tensões é biaxial ou triaxial é necessária a utilização de um critério para indicar quando ocorrerá o início do escoamento. Existem alguns critérios disponíveis na literatura, e o mais adequado vai depender do tipo de material que será utilizado.

Serão apresentados a seguir dois dos principais critérios de escoamento utilizados para materiais ductéis, que são os critérios de Tresca e de von Mises.

### **2.5.1 Critério de escoamento de Tresca**

A partir do princípio de que os materiais dúcteis falham por cisalhamento, Henri Tresca propôs, em 1868, a teoria da tensão de cisalhamento máxima, ou critério de escoamento

de Tresca. Essa teoria pode ser utilizada para prever a tensão de falha de um material dúctil sujeito a qualquer tipo de carga. A teoria da tensão de cisalhamento máxima afirma que o escoamento do material começa quando a tensão de cisalhamento máxima absoluta no material atinge a tensão de cisalhamento que provoca o escoamento desse mesmo material quando sujeito somente à tensão axial. Portanto, para não ocorrer falha, a teoria da tensão de cisalhamento máxima determina que  $\tau_{maxabs}$  no material seja menor ou igual a  $\sigma_e/2$ , onde  $\sigma_e$  é determinada por um ensaio de tração simples (LAI *et al.*, 2009):

$$\sigma_e = 2\sigma_{tr} = MAX\left(\frac{1}{2}|\sigma_1 - \sigma_2|, \frac{1}{2}|\sigma_2 - \sigma_3|, \frac{1}{2}|\sigma_3 - \sigma_1|\right) \quad (40)$$

### 2.5.2 Critério de escoamento de von Mises

O critério de escoamento de von Mises, também chamado de critério da máxima energia de distorção, é o mais utilizado para materiais dúcteis por se aproximar muito bem dos ensaios experimentais e possuir uma fácil implementação computacional, devido a utilização de funções contínuas para determinação dos parâmetros estabelecidos. Devido a seu melhor desempenho, frente aos outros critérios, esse método é o adotado como fundamento para as normas de estruturas metálicas e é o método que será utilizado neste trabalho.

Quando o material é deformado por uma carga externa, inclina-se a armazenar energia internamente em todo o volume. A energia por unidade de volume do material é denominada densidade de energia de deformação. Se o material estiver trabalhando no regime linear elástico, a lei de Hooke será aplicável. Portanto, para um elemento tridimensional, a densidade de energia de deformação total é representada pela seguinte equação:

$$u = \frac{1}{2E}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3\sigma_2)] \quad (41)$$

onde  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  são as tensões principais. Essa densidade de energia de deformação pode ser considerada como a soma de duas partes, uma que representa a energia necessária para provocar uma alteração de volume no elemento sem mudar a forma do elemento (estado de tensão hidrostático) e outra que representa a energia necessária para distorcer o elemento (estado de tensão desviador) (REDDY, 2013).

Através de experimentos foi comprovado que a tensão hidrostática não causa escoamento no material, apenas a tensão desviadora. Dessa forma, em 1904, M. Huber sugeriu e posteriormente foi redefinida por R. von Mises e H. Hencky que o escoamento em um material dúctil ocorresse quando a energia de distorção por unidade de volume do material fosse igual ou

ultrapassasse a energia de distorção por unidade de volume do mesmo material quando submetido a escoamento em um ensaio de tração simples.

A energia de distorção por unidade de volume do material é apresentada a seguir:

$$u_d = \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (42)$$

Para um ensaio de tração uniaxial,  $\sigma_1 = \sigma_e$  e  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ . Portanto:

$$(u_d)_e = \frac{1+\nu}{3E} \sigma_e^2 \quad (43)$$

Igualando as Equações 42 e 43, se encontra a seguinte relação:

$$\sigma_e = \sigma_{vm} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (44)$$

onde  $\sigma_{vm}$  é chamado de tensão equivalente de von Mises, e quando ela é igual ou superior a tensão de escoamento, significa que o material iniciou seu processo de plastificação.

Sabendo que as tensões desviadoras são as responsáveis pelo escoamento, o critério de falha também pode ser escrito em função desse tensor:

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \quad (45)$$

$S_{ij}$  é o tensor tensão desviador e  $\delta_{ij} \sigma_{kk}/3$  é o tensor tensão hidrostático. As tensões principais desviadoras pode ser encontradas a partir de uma equação equação característica, assim como as tensões totais:

$$S^3 - J_1 S^2 - J_2 S - J_3 = 0 \quad (46)$$

$J_1$ ,  $J_2$  e  $J_3$  são os chamados invariantes, e como o próprio nome já diz, eles são constantes independentemente do plano em que se encontram as tensões:

$$\begin{aligned} J_1 &= S_{11} + S_{22} + S_{33} = 0 \\ J_2 &= \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} \\ J_3 &= \frac{1}{3} S_{ij} S_{jk} S_{ki} \end{aligned} \quad (47)$$

Nadai (1937) sugeriu que o escoamento se inicia quando a tensão cisalhante octaédrica atinge a tensão de escoamento na tração simples. Neste caso o critério de escoamento de von Mises é também conhecido como critério da máxima tensão cisalhante octaédrica, em vista

da proporcionalidade direta que existe entre  $J_2$  e a tensão cisalhante octaédrica, que por definição é (KAZIMI, 1982):

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3}} J_2 \quad (48)$$

E sabendo que,

$$\tau_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_e \quad (49)$$

Igualando as Equações 48 e 49 é determinado o critério de von Mises em função do invariante  $J_2$ :

$$\sigma_e = \sigma_{vm} = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}} \quad (50)$$

É importante destacar que essa teoria não provoca alteração se adicionadas tração ou compressão hidrostática. Isto se deve ao fato de apenas as diferenças de tensões ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ), ( $\sigma_2 - \sigma_3$ ), ( $\sigma_3 - \sigma_1$ ), estarem envolvidas nas expressões regentes deste critério.

O critério de von Mises é representado tridimensionalmente por um cilindro, enquanto que o critério de Tresca é representado por um poliedro hexágono. O eixo dessas superfícies representam o eixo das tensões hidrostáticas ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ), cujo eixo tem os cossenos diretores iguais a  $1/\sqrt{3}$ .

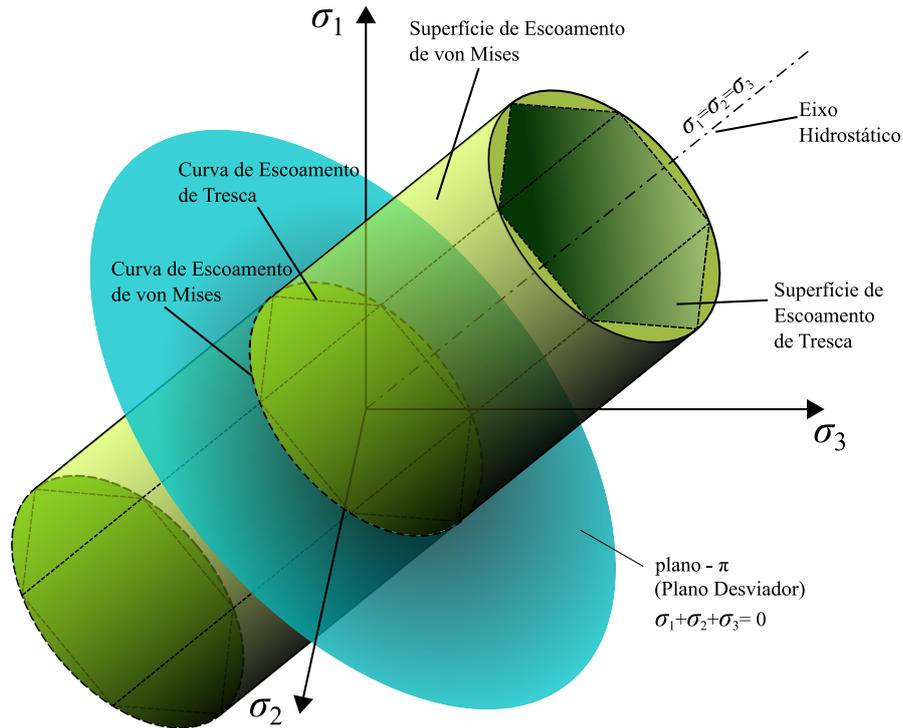
Na comparação entre os dois métodos para o estado plano de tensões, o critério de von Mises, ao ser seccionado, se torna uma elipse, enquanto que o critério de Tresca se torna um hexágono irregular. Para demonstrar a diferença entre os dois métodos, na Figura 12 é apresentado a comparação entre os dois critérios.

Pode-se perceber que a curva de von Mises passa pelos vértices do hexágono (Tresca). Assim, para os estados de tensão representados por esses seis vértices, os dois critérios terão os mesmos resultados. Para qualquer outro estado de tensão, o critério da tensão de cisalhamento máxima é mais conservador que o critério de energia de distorção máxima, pois o hexágono está inscrito dentro do cilindro.

### 2.5.3 *Condição de Continuidade do Fluxo Plástico*

Segundo Chen e Han (1988), a tensão de escoamento nunca é inferior a tensão que atua sobre o corpo, pois a medida que a tensão aplicada aumenta a superfície de escoamento, mostrada na Figura 12, também aumenta. Esse conceito pode ser representado através da

Figura 12 – Comparação: von Mises e Tresca



Fonte: Rswarbrick (2009)

condição de continuidade do fluxo plástico. Seja um ponto submetido a um estado de tensão  $\sigma_{ij}$  sobre a superfície de escoamento, ou seja:

$$f(\sigma_{ij}) = 0 \quad (51)$$

Considerando que seja aplicado um incremento  $d\sigma_{ij}$  em  $\sigma_{ij}$ , para que continue o processo de escoamento é necessário que:

$$f(d\sigma_{ij} + \sigma_{ij}) = 0 \quad (52)$$

Seu gradiente é determinado pela seguinte equação:

$$df = f(d\sigma_{ij} + \sigma_{ij}) - f(\sigma_{ij}) = 0 \quad (53)$$

$$df = \frac{\delta f}{\delta \sigma_{ij}} \sigma_{ij} = 0 \quad (54)$$

O gradiente de  $f$  é perpendicular ao vetor incremento de tensão, ele é chamado de condição de consistência. Se o gradiente de  $f$  for menor que 0, significa que o corpo está no

regime elástico. Através da função potencial plástica  $g(\sigma_{ij})$ , é possível relacionar as tensões com as deformações plásticas:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\delta g}{\delta \sigma_{ij}} = 0 \quad (55)$$

Considerando que a função potencial plástica é igual a superfície de escoamento,  $g(\sigma_{ij}) = f(\sigma_{ij})$ , regra chamada de fluxo associado, é apresentado a seguinte relação:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\delta f}{\delta \sigma_{ij}} = 0 \quad (56)$$

Onde,  $d\lambda$  é chamado de fator de proporcionalidade escalar não negativo e  $d\varepsilon^p$  é o incremento de deformação plástica. Quando a função potencial plástica é diferente da superfície de escoamento,  $g(\sigma_{ij}) \neq f(\sigma_{ij})$ , é chamado de fluxo não associado.

#### 2.5.4 Materiais Elastoplásticos com Endurecimento

Segundo Gardner *et al.* (2011), o endurecimento é a propriedade definida pelo aumento de resistência devido à deformação plástica. Para um corpo tridimensional, a superfície de escoamento muda com a ocorrência de deformações plásticas adicionais. Esse parâmetro é avaliado através da seguinte equação:

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, k) = 0 \quad (57)$$

onde,  $k$  é o parâmetro de endurecimento e  $\varepsilon_{ij}^p$  são as componentes de deformação plástica. A Equação 57 é chamada de lei de endurecimento, ela é quem define a evolução da superfície de escoamento com o fluxo plástico. Ela irá variar de acordo com o modelo implementado.

Para ocorrer deformações plásticas ( $\varepsilon_{ij}^p \neq 0$ ), a lei de endurecimento deve obedecer as seguintes condições simultaneamente:

$$\begin{aligned} f &= 0 \\ \frac{\delta f}{\delta \sigma_{ij}} \delta \sigma_{ij} &> 0 \end{aligned} \quad (58)$$

quando qualquer uma das duas condições da Equação 58 não ocorrerem, significa que estará ocorrendo apenas deformações elásticas ( $\varepsilon_{ij}^p = 0$ ) no elemento.

### 2.5.4.1 Lei de Endurecimento para Materiais Elastoplásticos

A lei geral de endurecimento para materiais elastoplásticos segue a seguinte equação:

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, k) = F(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) - k^2(\varepsilon_p) = 0 \quad (59)$$

onde o termo  $F(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p)$  define a forma da superfície de escoamento e o termo  $k^2(\varepsilon_p)$  define o tamanho da superfície de escoamento. Sabendo também que  $\varepsilon_p$  representa a deformação plástica efetiva, sendo calculada pela seguinte equação:

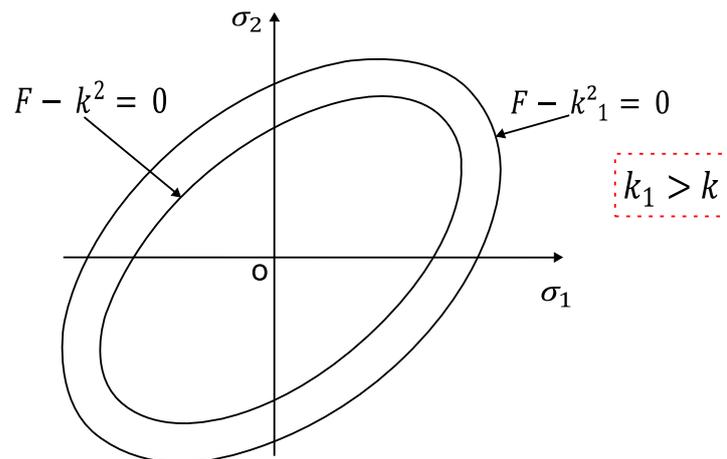
$$\varepsilon_p = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p} \quad (60)$$

### 2.5.4.2 Modelo de Endurecimento Isotrópico

Esse modelo é o que foi utilizado neste trabalho e ele considera que a superfície inicial se expande uniformemente sem distorção e sem translação quando ocorre o fluxo plástico (CALLADINE, 2000):

$$F(\sigma_{ij}) = k^2(\varepsilon_p) \quad (61)$$

Figura 13 – Modelo de endurecimento isotrópico



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Sua lei de endurecimento é escrita utilizando a função de von Mises, que por sua vez, utiliza o invariante  $J_2$ :

$$f(\sigma_{ij}, k) = J_2 - k^2(\varepsilon_p) = 0 \quad (62)$$

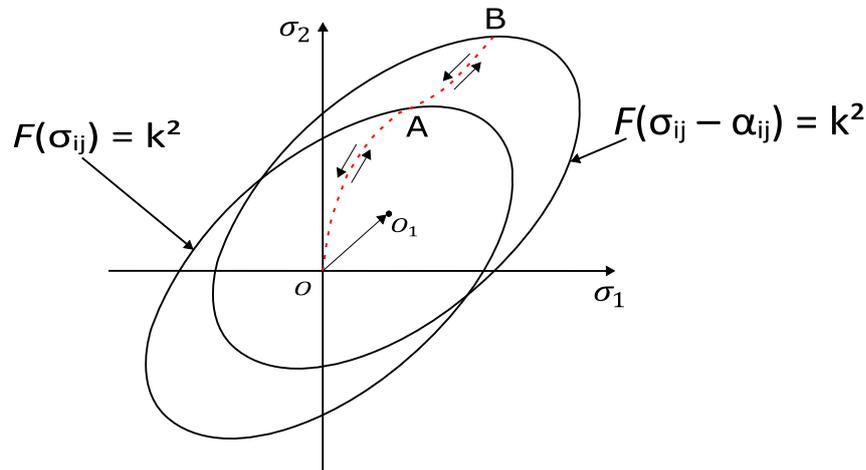
### 2.5.4.3 Modelo de Endurecimento Cinemático

O modelo de endurecimento cinemático considera que durante o fluxo plástico, a superfície de escoamento se desloca como um corpo rígido no espaço das tensões, mantendo a forma, o tamanho e a orientação da superfície inicial (GOODIER; HODGE JR., 2016):

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, k) = F(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - k^2 = 0 \quad (63)$$

onde,  $\alpha_{ij} = \alpha_{ij}(\varepsilon_{ij}^p)$ , e ela representa as coordenadas de  $O_1$ , que por sua vez depende das deformações plásticas. O percurso AB, exemplifica o regime plástico, enquanto que o percurso BAO exemplifica o regime elástico.

Figura 14 – Modelo de endurecimento cinemático



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

### 2.5.4.4 Modelo de Endurecimento Misto

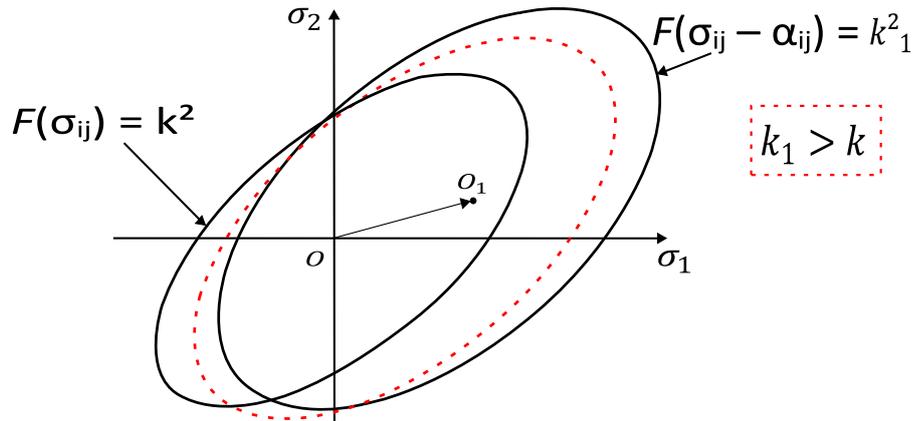
O modelo de endurecimento misto considera que durante o fluxo plástico, a superfície de escoamento sofre uma translação definida por  $\alpha_{ij}$  e uma expansão uniforme medida por  $k^2$ , mantendo a sua forma original (HSIEH *et al.*, 1982):

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, k) = F(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - k^2(\varepsilon_p) = 0 \quad (64)$$

### 2.5.5 Elastoplasticidade Micromecânica de MGFs

A grande dificuldade relacionada à modelagem plástica de MGFs é capturar o comportamento mecânico geral do compósito em termos de suas fases individuais. Valores

Figura 15 – Modelo de endurecimento misto



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

próprios homogeneizados para parâmetros como o limite de escoamento, módulo de elasticidade e a lei de endurecimento para o MGF devem ser definidos como uma combinação de critérios das fases metálica e cerâmica (MEDEIROS JR.; RIBEIRO, 2022).

Para este trabalho foi adotado o modelo TTO, proposto por Tamura, Tomota e Ozawa (1973), para determinação da tensão de escoamento e da lei de endurecimento do MGF.

#### 2.5.5.1 Modelo TTO

Este modelo é baseado na regra das misturas. Suas propriedades efetivas estão diretamente atreladas às propriedades, como também, às frações volumétricas de cada fase do material. Serão apresentadas a seguir as equações propostas pelo modelo:

$$E = \frac{[v_M E_M (\frac{q+E_M}{q+E_I}) + (1-v_M) E_I]}{[v_M (\frac{q+E_M}{q+E_I}) + (1-v_M)]} \quad (65)$$

$E$  é o módulo de elasticidade efetivo do MGF,  $E_M$  e  $E_I$  são respectivamente, os módulos de elasticidade referentes à matriz e à inclusão.  $v_M$  e  $v_I$  são respectivamente, as frações volumétricas referentes à matriz e à inclusão. O parâmetro  $q$  é um coeficiente de transferência de tensão usado para ajustar as curvas para melhor ajustar os dados experimentais.

Para solicitações envolvendo a deformação plástica de CMMs com inclusões cerâmicas (frágil-dúctil), o modelo TTO atribui que o escoamento do compósito ocorre conforme a sua matriz metálica. Dessa forma, a tensão de escoamento do compósito ( $\sigma_y$ ), é determinada a partir da tensão de escoamento do metal ( $\sigma_{y,M}$ ) (ZAFARMAND; KADKHODAYAN, 2019):

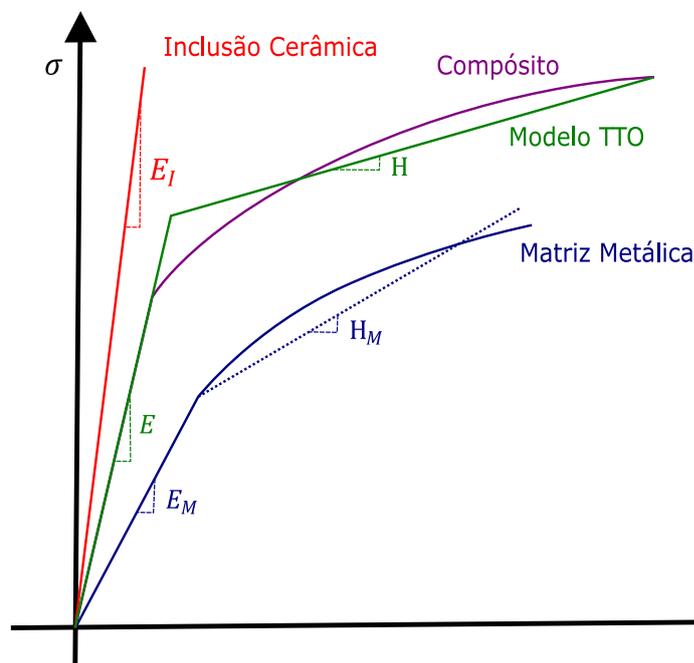
$$\sigma_y = \sigma_{y,M} [v_M + (\frac{q+E_M}{q+E_I}) \frac{E_I}{E_M} (1-v_M)] \quad (66)$$

O comportamento do regime plástico é determinado a partir da lei de endurecimento e, assim como o regime elástico, ela é considerada linear, através do parâmetro  $H$  (módulo elastoplástico):

$$H = \frac{v_M H_M \xi + (1 - v_M) E_I}{v_M \xi + (1 - v_M)} \quad (67)$$

Onde,  $H_M$  é o módulo elastoplástico da fase metálica e  $\xi$  é igual a  $(q + E_I)/(q + H_M)$ .

Figura 16 – Esquema de representação da curva tensão-deformação para o modelo TTO



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Conforme apresentado na Figura 16, o modelo TTO estima a curva tensão-deformação do compósito por duas retas, chamado também de bi-linear. Onde a primeira reta, pertence ao regime elástico e sua inclinação representa o módulo de elasticidade ( $E$ ), enquanto que a segunda reta representa o regime plástico e sua inclinação representa o módulo elastoplástico ( $H$ ).

É importante destacar que o modelo também considera a curva tensão-deformação da matriz metálica bi-linear. Dessa forma, essa simplificação que o modelo propõe limita sua utilização para materiais que apresentem, por exemplo, patamares de escoamento bem definidos e endurecimento com curvaturas acentuadas. Porém, para o alumínio, matriz metálica deste trabalho, ele apresentou excelentes resultados que serão mostrados no Capítulo 3.

## 2.6 Parâmetros de Projetos de Tubulações Industriais

Neste tópico, serão apresentados alguns dos principais fenômenos mecânicos que ocorrem nas tubulações perante as solicitações dos esforços.

### 2.6.1 Ovalização

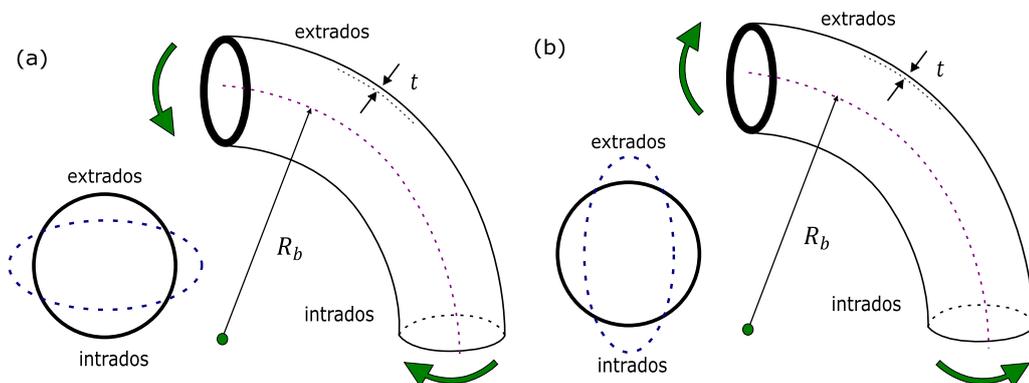
Ao ser submetido a um esforço de flexão, o cotovelo da tubulação, que antes da solicitação tinha uma geometria circular, se deforma e sua seção transversal perde a sua forma característica. Esse fenômeno é chamado de ovalização.

Este fenômeno foi investigado inicialmente por Brazier (1927), ficando denominado como “efeito de Brazier”. Ele afirmou que neste tipo de instabilidade não existe uma bifurcação, mas uma redução progressiva e não-linear da rigidez, até que se atinge um ponto limite do momento aplicado.

Segundo Paulsen e Welo (2003), a ovalização de tubos circulares é um problema clássico em flexão. A deformação pode ser visualizada como um processo gradual de achatamento começando nas regiões mais solicitadas do tubo. Essa deformação é resultado da curvatura global do tubo dobrado em combinação com componentes de tensão radial atuando como uma carga distribuída ao longo do perímetro do tubo.

O efeito final da ovalização vai variar de acordo com a solicitação submetida. Ela está diretamente conectada com a resistência máxima do tubo. Na Figura 17, está representado o resultado final da ovalização em dois tipos de esforços, o momento de abertura e o momento de fechamento, os dois agindo no plano do tubo.

Figura 17 – Representação esquemática da ovalização em a) momento de fechamento no plano e b) momento de abertura no plano



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

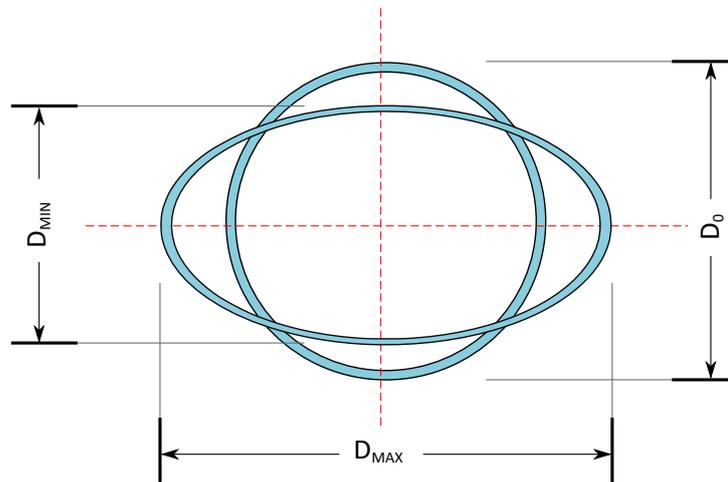
No momento de fechamento, a seção do tubo vai perdendo inércia gradativamente, enquanto que no momento de abertura ocorre o contrário. O resultado disso reflete nos momentos máximos resistentes de cada esforço, no qual o mesmo tubo consegue resistir a momento maiores para o momento de abertura do que para o momento de fechamento.

A ovalização é caracterizada como:

$$\text{Ovalização (\%)} = 100\% \frac{(D_{max} - D_{min})}{D_o} \quad (68)$$

Onde  $D_{max}$  é o maior diâmetro da seção deformada,  $D_{min}$  é o menor diâmetro da seção deformada e  $D_o$  é o diâmetro inicial da seção, conforme apresentado na Figura 18.

Figura 18 – Parâmetro da Ovalização



Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

## 2.6.2 Esforços

### 2.6.2.1 Pressão de Ruptura

A determinação da pressão de ruptura dos dutos é de suma importância, pois ela é primordial para a definição da pressão de utilização dos sistemas de tubulações. A ruptura do tubo pode causar graves acidentes, colocando em risco a vida de várias pessoas e provocando grandes prejuízos financeiros.

Vários pesquisadores já propuseram expressões que determinam a pressão de ruptura para tubos retos homogêneos de paredes finas, que podem variar em função do critério de escoamento. Algumas das expressões são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Expressões para determinação da pressão de ruptura ( $P_u$ )

Turner (1910)	$P_u = \sigma_u \ln(k)$
Bailey (1930)	$P_u = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_u l$
Nadai e Wahl (1931)	$P_u = \frac{\sigma_u}{\sqrt{3n}} (1 - \frac{1}{k})$
Soderberg (1941)	$P_u = \frac{4}{\sqrt{3}} \sigma_u$
Faupel (1956)	$P_u = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_u$
ASME (1962)	$P_u = \sigma_u (\frac{k}{0.6k})$
Nadai e Hodge Jr (1963)	$P_u = \frac{\sigma_u}{2n} (1 - \frac{1}{k})$
API (1992. Disponível em: <a href="https://search.library.wisc.edu/catalog/999820630902121">https://search.library.wisc.edu/catalog/999820630902121</a> . Acesso em: Julho, 2023)	$P_u = 0.875 (\frac{1}{2})$
Klever e Stewart (1998)	$P_u = \frac{2\sigma_u t}{D-t} [(\frac{1}{2})]$
Christopher <i>et al.</i> (2002)	$P_u = \sigma_u (k - \frac{1}{k})$
Christopher <i>et al.</i> (2002)	$P_u = 2\sigma_u (\frac{k-1}{k})$
Zhu e Leis (2004)	$P_u = (\frac{2+\sqrt{3}}{4\sqrt{3}})$

Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

Onde,  $k = D/(D - 2t)$  e  $YT = \sigma_y/\sigma_u$ . Sendo  $t$  a espessura da parede do tubo,  $\sigma_u$  a tensão última de tração e  $n$  o expoente de endurecimento. 1, 2 e 3 colocados à direita das equações representam o critério de escoamento utilizado para cada fórmulação que respectivamente são, critério de von Mises, critério de Tresca e critério de von Mises e Tresca.

Mondal *et al.* (2022) relacionou a pressão de ruptura do trecho curvo  $P_{u,c}$  em função do trecho reto  $P_{u,r}$ , como mostra a Equação 69:

$$P_{u,c} = P_{u,r} [-0.0173(\frac{R_b}{D})^2 + 0.1262(\frac{R_b}{D}) + 0.7316] \quad (69)$$

Onde,  $R_b$  é o raio de curvatura e  $D$  o diâmetro do tubo.

### 2.6.2.2 Momento Limite

As equações anteriores tratavam de tubos sob apenas a solitação de pressão interna. Quando o duto é solicitado aos esforços de momento em conjunto com a pressão interna, que é o caso desse trabalho, a resistência pode ser determinada em função do momento limite. Ao atingir esse valor, o duto inicia sua plastificação.

Alguns pesquisadores já propuseram expressões que determinam o momento limite para cotovelos homogêneos. Algumas das expressões serão apresentadas na Tabela 2.

Onde,  $\lambda$  é o fator de cotovelo,  $M_y$  é o momento de escoamento e  $\zeta$  é um fator que relaciona as propriedades geométricas e materiais do tubo:

$$\lambda = \frac{tR_b}{r_{medio}^2} \quad (70)$$

Tabela 2 – Expressões para determinação do momento limite ( $M_l$ )

Spence e Findlay (1973)	$M_l = 0.8\lambda^{0.6}M_y$ para $\lambda < 1.5$ , caso contrário $M_l = M_y$
Calladine (1974)	$M_l = 0.935\lambda^{\frac{2}{3}}M_y$ para $\lambda < 0.5$
Goodall (1978)	$M_l = 1.04\lambda^{\frac{2}{3}}\frac{M_y}{(1+\zeta)}$
Touboul <i>et al.</i> (1989) - Momento de Fechamento	$M_l = 0.715\lambda^{\frac{2}{3}}M_y$
Touboul <i>et al.</i> (1989) - Momento de Abertura	$M_l = 0.722\lambda^{\frac{1}{3}}M_y$
Drubay <i>et al.</i> (2001)	$M_l = 0.769\lambda^{\frac{2}{3}}M_y$

Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

$$M_y = 4r_{medio}^2 \sigma_y t \quad (71)$$

$$\zeta = \left(2 + \frac{3\lambda^{\frac{2}{3}}}{3}\right) \left(\frac{4\sqrt{3(1-\nu^2)}}{\pi}\right) \left(\frac{\sigma_y}{E_M}\right) \left(\frac{r_{medio}}{t}\right) \quad (72)$$

Medeiros Jr. e Ribeiro (2022) propôs uma equação que determina o momento limite para cotovelos de CMM com gradação funcional sob os esforços de momento puro no plano:

$$\frac{M_l}{M_{y,M}} = 0.543\lambda^{\frac{1}{2}}(1 + 1.694N) \quad (73)$$

onde,  $N$  é o coeficiente que determina o grau de distribuição volumétrica das inclusões ao longo da espessura da parede do tubo.

### 2.6.3 Concentração de Tensão

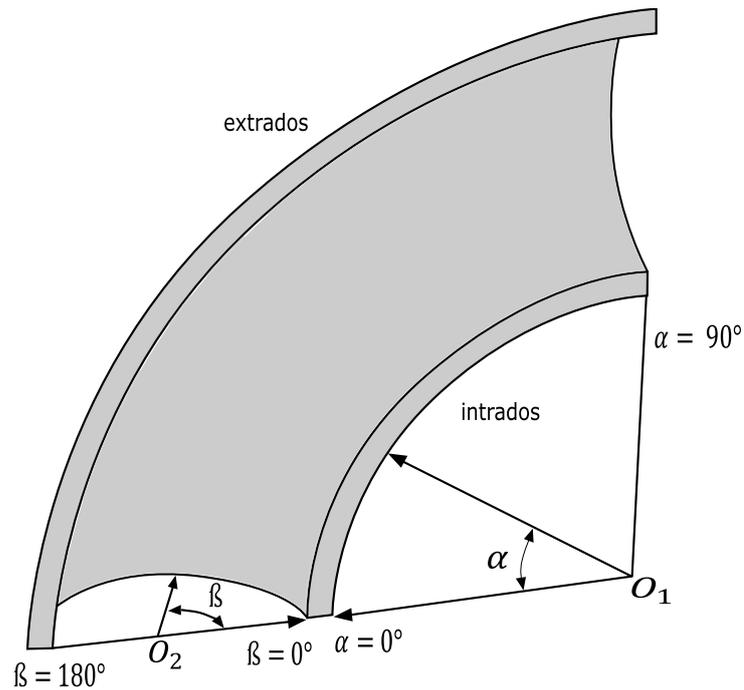
#### 2.6.3.1 Efeito da Geometria

Nas curvas de tubulações, ocorrem concentrações de tensões devido a mudança abrupta de direção do fluido transportado e devido a sua maior flexibilidade em função de seu processo de fabricação. Por conta disso, a espessura do cotovelo é geralmente 1,25 vezes a espessura do tubo reto (SHI *et al.*, 2021).

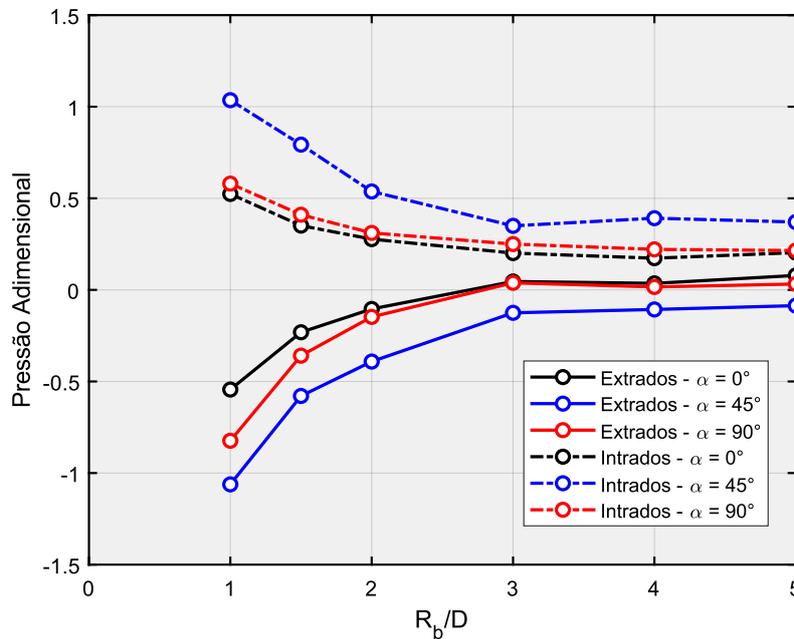
A região do intrados, conforme Figura 17, é o ponto crítico da tubulação, incluindo o trecho curvo e o trecho reto. Seu fator de concentração, em relação ao trecho reto, varia de acordo com a variação de alguns parâmetros como, o raio de curvatura, o ângulo de curvatura e a relação entre diâmetro e a espessura da parede do tubo.

Conforme apresentado na Figura 19, o extrados é a região do tubo para quando o ângulo  $\beta$  é igual a  $180^\circ$  e o intrados é para quando o ângulo  $\beta$  é igual a  $0^\circ$ . Na Figura 20, serão

Figura 19 – Sistema de coordenadas para o cotovelo



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Figura 20 – Variação da pressão adimensional com a variação de  $R_b/D$ 

Fonte: Adaptado de Zhang *et al.* (2013)

apresentados as tensões para  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$  e  $\alpha = 90^\circ$  nas regiões do extrados e do intrados comparando para os diferentes valores de raio de curvatura.

A pressão adimensional ( $PA$ ) é um número que descreve a pressão relativa através

de um campo de fluxo em dinâmica de fluidos:

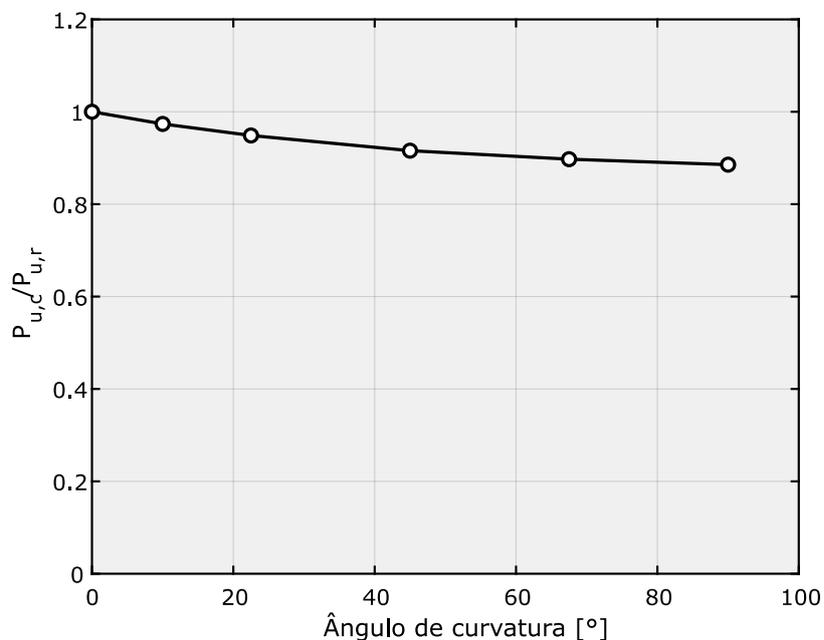
$$PA = \frac{P - P_{\infty}}{\frac{1}{2}\rho_{\infty}V_{\infty}^2} \quad (74)$$

Onde,  $P$  é a pressão estática do fluido no ponto em que a pressão adimensional é avaliada,  $P_{\infty}$  é a pressão do fluxo livre,  $\rho_{\infty}$  é a densidade do fluido no fluxo e  $V_{\infty}$  é a velocidade de fluxo livre do fluido, ou a velocidade do corpo através do fluido.

Na Figura 20 foi normatizado o raio de curvatura ( $R_b$ ) em relação ao diâmetro do tubo ( $D$ ). É possível perceber que a medida que essa relação aumenta as pressões variam e tendem a se tornarem constantes para valores mais altos, destacando o fato de que o intrados é a região de maiores tensões, em destaque para a parte central da curva ( $\alpha = 45^\circ$ ) que é o trecho de maior sollicitação, enquanto que o início e o fim da curva apresentam praticamente os mesmos esforços. Para o extrados, as sollicitações se invertem, mas em menores proporções.

Mondal *et al.* (2022) analisou tubos pressurizados de aço grau API X46 e avaliou as pressões últimas de tubulações curvas em comparação aos de trechos reto variando o raio de curvatura, ângulo de curvatura e a relação diâmetro e espessura da parede do tubo ( $D/t$ ).

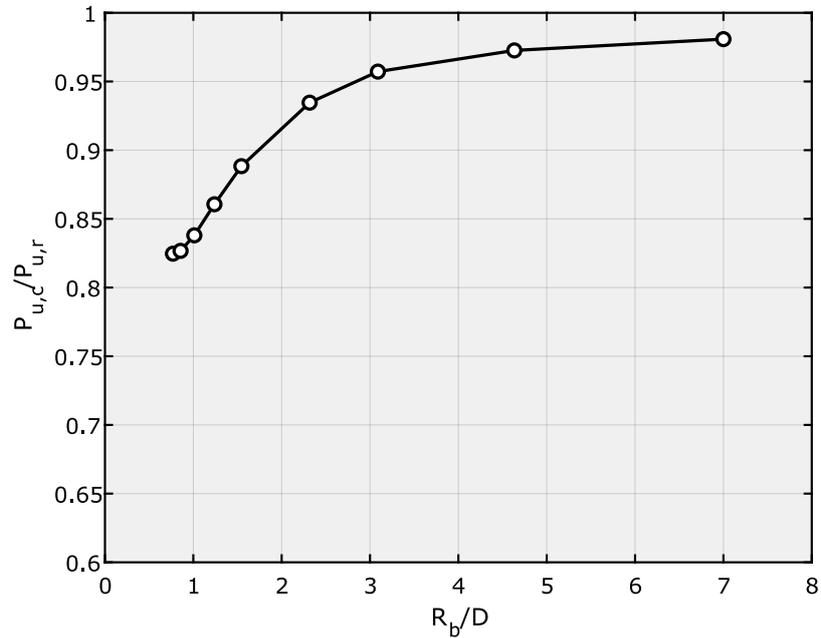
Figura 21 – Pressão de ruptura em função do ângulo de curvatura



Fonte: Adaptado de Mondal *et al.* (2022)

É possível perceber na Figura 21 que com o aumento do ângulo de curvatura a pressão última da tubulação curva ( $P_{u,c}$ ) diminui em relação a pressão última do trecho reto ( $P_{u,r}$ ). Para o ângulo de  $90^\circ$  a resistência chega no mínimo de 88,7% da resistência do trecho reto.

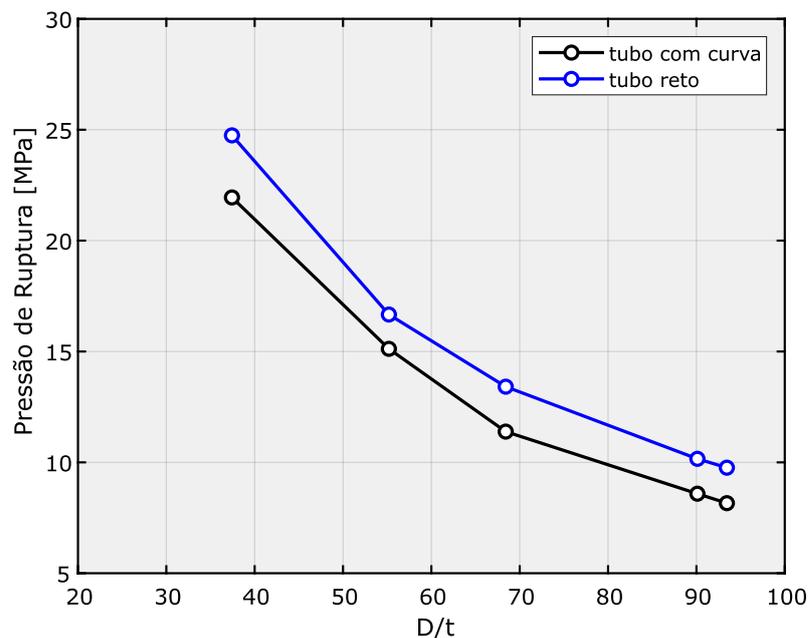
Figura 22 – Pressão de ruptura em função do raio de curvatura



Fonte: Adaptado de Mondal *et al.* (2022)

Na Figura 22, é apresentada a pressão última do trecho curvo em relação a variação do raio de curvatura. A medida que o raio de curvatura aumenta a resistência última do trecho curvo se aproxima da resistência última do trecho reto. Para  $R_b/D = 7$ ,  $P_{u,c}$  chegou a 98% de  $P_{u,r}$ .

Figura 23 – Pressões de ruptura para diferentes valores de  $D/t$  para curvatura de  $90^\circ$



Fonte: Adaptado de Mondal *et al.* (2022)

A Figura 23, mostra as variações das pressões de ruptura com as razões  $D/t$  para os tubos retos e as curvas do tubo. Como esperado, as pressões de ruptura para as curvas do tubo são consistentemente menores do que a pressão de ruptura dos tubos retos correspondentes. As mudanças de pressão são semelhantes para os tubos retos e as curvas do tubo, com as curvas quase paralelas entre si. A relação  $P_{u,c}/P_{u,r}$  varia de cerca de 84% para o maior  $D/t$  e cerca de 90% para o menor  $D/t$ .

### 2.6.3.2 Efeito de Patologias

A concentração de tensão também pode ocorrer caso haja qualquer tipo de falha que comprometa a integridade do tubo. Essas falhas tem grande potencial de reduzir a resistência dos elementos. Existem muitas categorias de ameaças que podem comprometer a tubulação, que são:

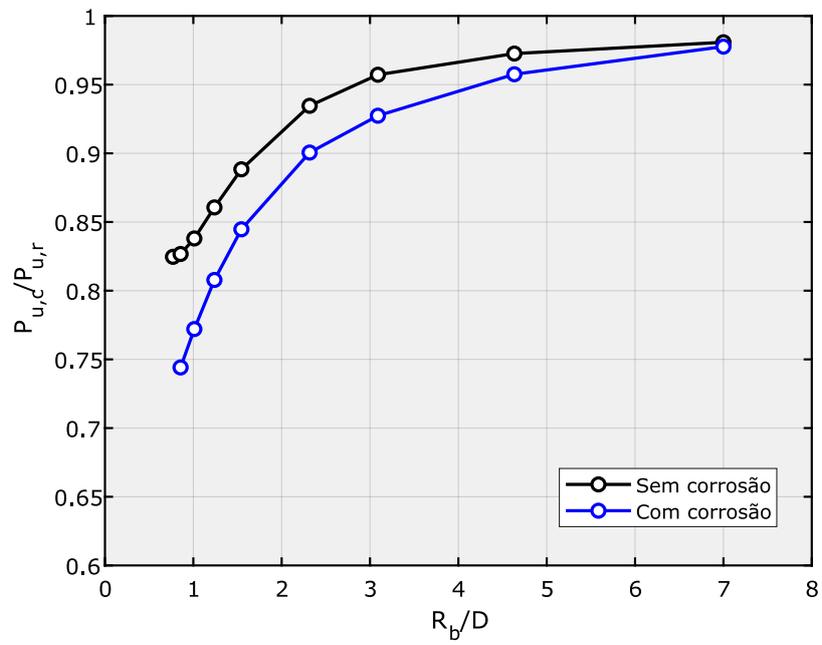
- Defeitos de material e fabricação, por exemplo, costura longitudinal imperfeita do tubo, corpo do tubo ou juntas soldadas;
- Falhas mecânicas de construção, manutenção ou escavação de terceiros;
- Operação incorreta;
- Mecanismos de corrosão, fluência e fissuração;
- Falhas e mau funcionamento do dispositivo;
- Fenômenos naturais, como terremotos, deslizamentos de terra e ameaças relacionadas ao clima, como ventos fortes, mar agitado ou temperaturas frias/quentes (KISHAWY; GABBAR, 2010).

Essas falhas se tornam pontos críticos na tubulação e acabam sendo forçadas pelos fluidos até atingir o colapso da mesma caso não ocorra a manutenção devida.

Mondal *et al.* (2022) também analisou o efeito da corrosão em tubos pressurizados de aço grau API X46 e avaliou as pressões últimas de tubulações curvas em comparação aos de trechos reto variando o raio de curvatura.  $P_{c_{u,c}}$  é pressão última do tubo curvo com corrosão e  $P_{c_{u,r}}$  é pressão última do tubo reto com corrosão.

Por mais que a comparação da Figura 24 seja entre a pressão última do trecho curvo com corrosão em relação a pressão última do trecho reto com corrosão, as proporções não se manteram. É evidente a perda de capacidade do trecho curvo com corrosão em relação ao trecho sem corrosão, isso expõe a fragilidade do trecho curvo com a ação de corrosão dos fluidos transportados, principalmente para raios de curvatura menores.

Figura 24 – Pressão de ruptura em função do raio de curvatura para o efeito de corrosão



Fonte: Adaptado de Mondal *et al.* (2022)

### 3 ANÁLISE DE ELEMENTOS FINITOS

Conforme descrito na introdução do texto, o objetivo principal deste trabalho é analisar tubos pressurizados de CMM com gradação funcional sob os esforços de momentos no plano e comparar com o comportamento de tubos homogêneos.

Para isso, será elucidado neste capítulo todos os parâmetros utilizado nesse estudo como, modelo de análise, geometria, esforços, materiais e etc.

#### 3.1 Materiais

Para o compósito utilizado nesse estudo, foi utilizado o alumínio (*Al*) como matriz metálica e para inclusão cerâmica foi utilizado o Carbetto de Sílicio (*SiC*). As propriedades mecânicas desses materiais estão apresentadas na Tabela 3.

A distribuição volumétrica da inclusão cerâmica ao longo da espessura do tubo foi determinada através de uma lei de potência. Ela é uma expressão bastante utilizada para gradação funcional que permite o uso de frações volumétricas nos lados interno e externo do tubo:

$$v_M(r) = v_{M,i} + (v_{M,o} - v_{M,i}) \left( \frac{1}{2} + \frac{r - r_{medio}}{t} \right)^N \quad (1)$$

Onde, onde  $v_{M,i}$  e  $v_{M,o}$  são respectivamente, a fração volumétrica da matriz no interior e na superfície externa do tubo e o coeficiente  $N$  é o expoente da lei de potência.

Para maximizar o desempenho de cada fase do compósito, é desejável que  $v_{M,i} = 0$  e  $v_{M,o} = 1$ . No entanto, o método de fabricação de fundição centrífuga possui algumas limitações quanto a isso. Portanto, foi considerado que a fração volumétrica das inclusões seria limitado a  $v_{M,i} = 0.7$  na superfície mais interna do tubo (MEDEIROS JR.; RIBEIRO, 2022).

Para o coeficiente  $N$ , foram utilizados quatro valores diferentes (0.0, 0.1, 0.2 e 0.5). Para  $N = 0.0$ , corresponde ao tubo homogêneo. Enquanto que para  $N = 0.1$ ,  $N = 0.2$  e  $N = 0.5$  correspondem a uma inclusão cerâmica total de 6.36%, 11.66% e 23.33%, respectivamente.

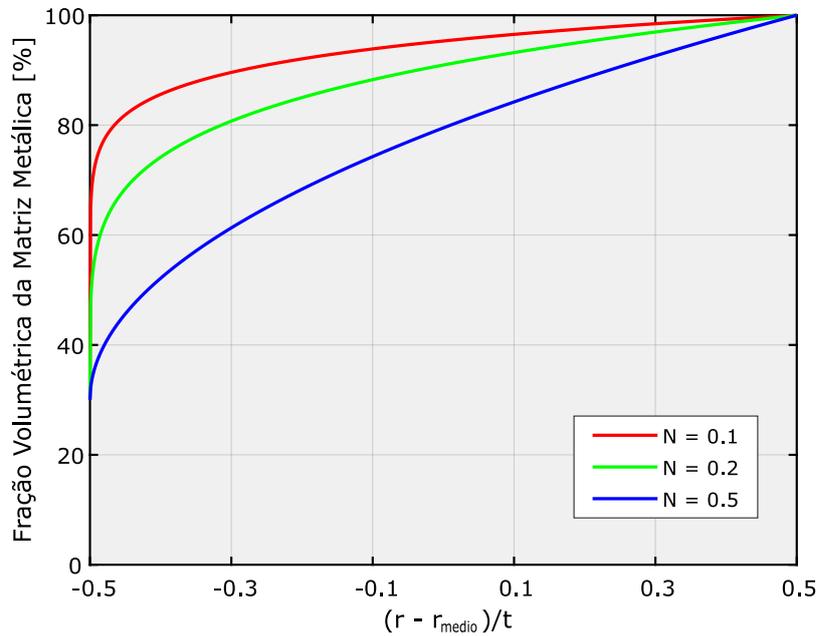
Tabela 3 – Propriedades do material para Alumínio e Carbetto de Sílicio

Material	E (GPa)	$\nu$	$\sigma_y$ (MPa)	H (GPa)	LRT (MPa)	Referência
<i>Al</i>	85.8	0.33	493.7	1.38	526	Krajewski <i>et al.</i> (1997) e Chawla <i>et al.</i> (1998)
<i>SiC</i>	302.0	0.17	-	-	-	Gunes <i>et al.</i> (2011)

Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

O valor do coeficiente de transferência de tensão ( $q$ ), foi determinado com base

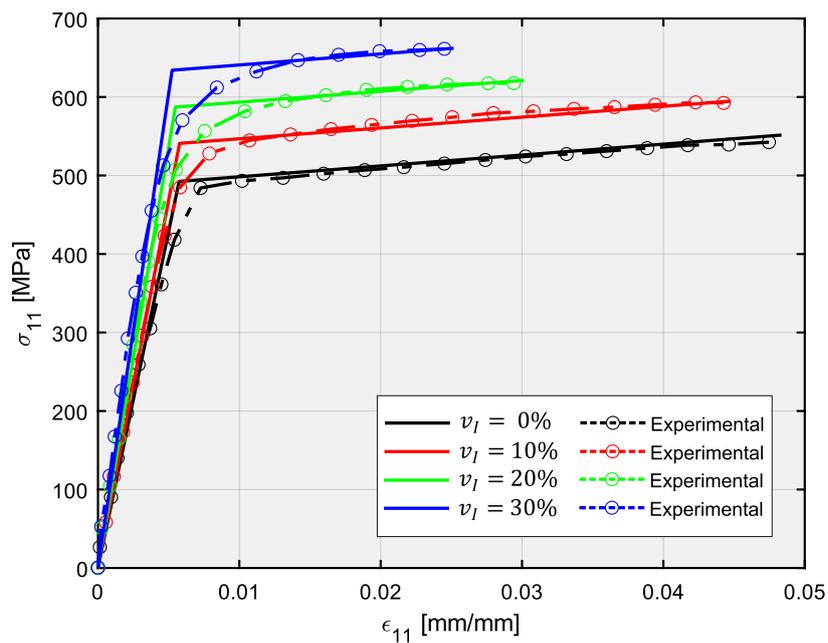
Figura 25 – Diferentes distribuições de frações volumétricas ao longo da espessura do tubo



Fonte: Adaptado de Medeiros Jr. e Ribeiro (2022)

no melhor ajuste dos dados experimentais. Dessa forma, foi encontrado o valor de 183.2 GPa, conforme Figura 26 (MEDEIROS JR.; RIBEIRO, 2022).

Figura 26 – Curva tensão-deformação uniaxial para diferentes frações volumétricas de cerâmica



Fonte: Adaptado de Medeiros Jr. e Ribeiro (2022)

### 3.2 Esforços

Nesse estudo foram aplicados momentos de abertura (MA) e de fechamento (MF) no plano, todos com ação simultânea de pressão interna ( $P$ ) no tubo. Como também, a aplicação isolada da pressão interna para determinar o limites de pressão de escoamento e de ruptura do tubo.

As pressões utilizadas são em função da tensão de escoamento da matriz metálica ( $\sigma_{y,M}$ ).

$$P = \frac{P_n}{P_s} 100\% \quad (2)$$

Onde:

$$P_s = \frac{\sigma_{y,M} t}{r_{int}} \quad (3)$$

Na aplicação dos momentos, as pressões ( $P$ ) utilizadas foram de 0%, 25%, 50%, 75% e 100%. Inicialmente, para os momentos, foram aplicados uma rotação no valor de 0.30 radianos, conforme Figura 27.

### 3.3 Geometria

Esse estudo apresenta uma única geometria para a análise dos esforços. A tubulação analisada é composta por dois trechos retos unidos por um cotovelo de 90°. O esquema citado está apresentado na Figura 27.

Para a geometria utilizada foram considerados três seções diferentes de tubos, conforme apresentado na Tabela 4.

Tabela 4 – Seções dos tubos

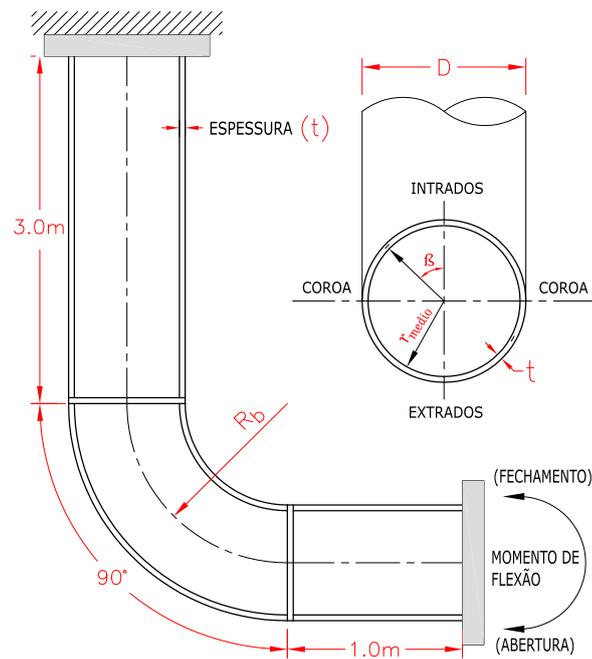
Modelo	$r_{medio}$ (mm)	$R_b$ (mm)	t (mm)	$r_n$	$\lambda$
$G_1$	250	750	15	16.70	0.180
$G_2$	250	750	20	12.50	0.240
$G_3$	250	750	28	8.93	0.336

Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

$r_n$  e  $\lambda$  são respectivamente, o raio normalizado e o fator de cotovelo. Esses parâmetros são determinados a partir das Equações 4 e 5:

$$r_n = \frac{r_{medio}}{t} \quad (4)$$

Figura 27 – Geometria do tubo



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

$$\lambda = \frac{tR_b}{r_{medio}^2} \quad (5)$$

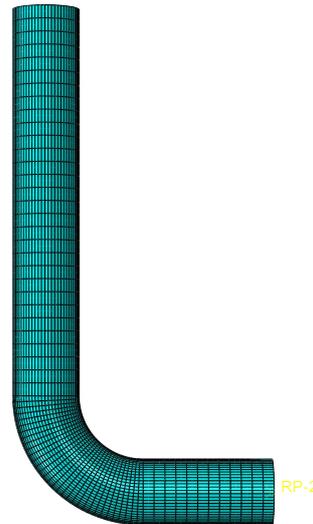
### 3.4 Modelo

O estudo foi feito através do software comercial de elementos finitos ABAQUS. A análise foi feita em um modelo 3D não linear. A geometria apresenta uma malha de 7104 elementos conforme Figura 28. Para todos eles foram utilizados o elemento quadrático (C3D20). Foi feita uma combinação entre os parâmetros citados anteriormente resultando em um total de 147 simulações.

Para capturar melhor a variação de propriedades na direção da espessura para projetos de gradação funcional, três elementos são considerados (dois trechos retos e o cotovelo) juntamente com um esquema de integração total. Uma interação de acoplamento é adotada para evitar que os tubos retos dobrem, aplicando uma rotação prescrita em um ponto de referência (MEDEIROS JR.; RIBEIRO, 2022).

Para os dois modelos de análise (momentos no plano mais pressão interna e somente pressão interna) foram considerados uma extremidade fixa e a outra livre para aplicação das rotações (SOROUR *et al.*, 2019). Para evitar falhas de convergência, a análise não linear foi

Figura 28 – Malha do modelo MEF



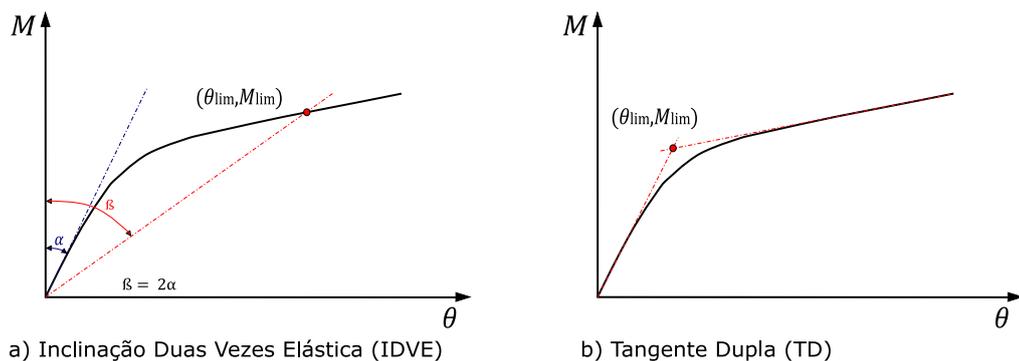
Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

realizada usando a análise estática de Riks (LI *et al.*, 2015), para os momentos no plano mais a pressão interna. Para a análise da pressão interna isolada, foi considerada a análise estática geral.

### 3.5 Critérios de Definição do Momento Limite

Devido aos diferentes tipos de comportamentos dos gráficos, que vão depender do esforço solicitado, definir o ponto limite da curva pode se tornar um processo difícil e impreciso. Para isso, existem critérios já estabelecidos que facilitam determinar esses valores.

Figura 29 – Critérios de definição do momento limite



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Conforme apresentado na Figura 29, o critério IDVE consiste em uma reta que possui o dobro do ângulo do regime elástico da curva, enquanto que o critério TD utiliza o encontro de duas retas tangenciando a curva para o encontro do momento limite.

Os dois critérios são utilizados neste trabalho. A escolha é baseada no que apresentar

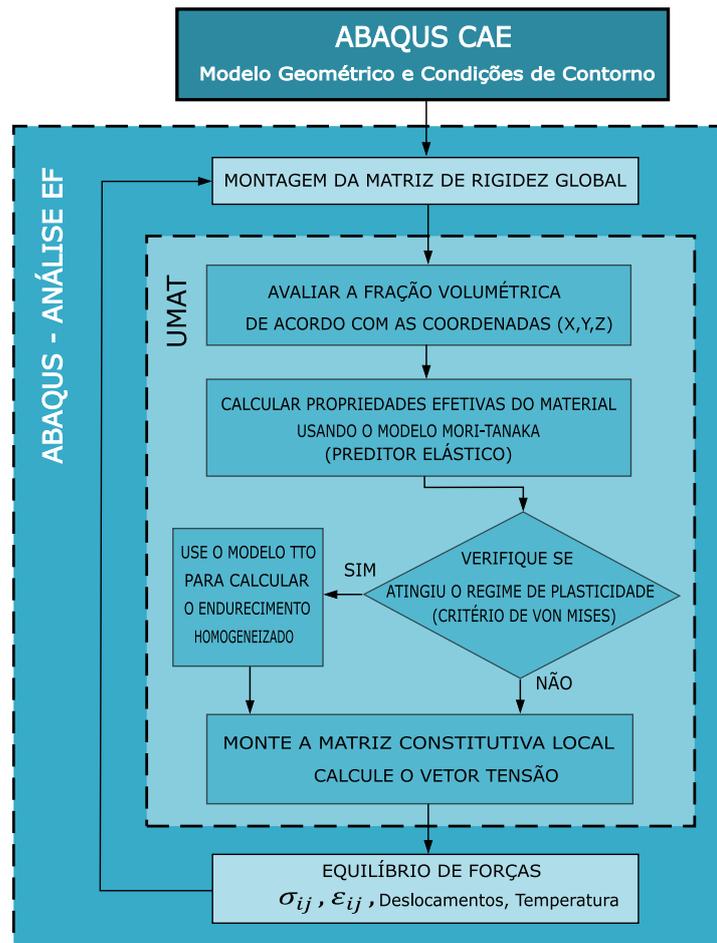
o resultado mais conservador, que vai depender do comportamento da curva para cada tipo de sollicitação.

### 3.6 UMAT

Na Figura 30, será apresentado o fluxograma que contém a sequência esquemática da sub-rotina do material do usuário (UMAT) que foi utilizada no software ABAQUS, em linguagem FORTRAN.

Como citado no Capítulo 2, o MGF foi considerado como um material isotrópico não homogêneo, onde as propriedades efetivas do material deve ser considerada em cada ponto de integração (ponto de Gauss) pelos esquemas de homogeneização Mori-Tanaka e TTO. A avaliação do método de homogeneização requer a fração volumétrica, que em turno depende das coordenadas de cada ponto de integração (MEDEIROS JR.; RIBEIRO, 2022).

Figura 30 – Análise EF do tubo de MGF usando ABAQUS



Fonte: Adaptado de Medeiros Jr. e Ribeiro (2022)

### 3.7 Normalização dos Resultados

Todos os resultados serão apresentados normalizados. As tensões de von Mises serão normalizadas em relação a tensão do escoamento da matriz metálica ( $\sigma_{y,M}$ ) e os momentos serão normalizados em relação ao momento de escoamento da matriz metálica ( $M_{y,M}$ ):

$$\sigma_n = \frac{\sigma_{vm}}{\sigma_{y,M}} \quad (6)$$

$$M_n = \frac{M}{M_{y,M}} \quad (7)$$

Onde:

$$M_{y,M} = 4r_{medio}^2 \sigma_{y,M} t \quad (8)$$

Assim, para regiões com  $\sigma_n > 1.00$  significa que estará efetivamente em regime plástico e apresentarão deformações plásticas.

## 4 RESULTADOS

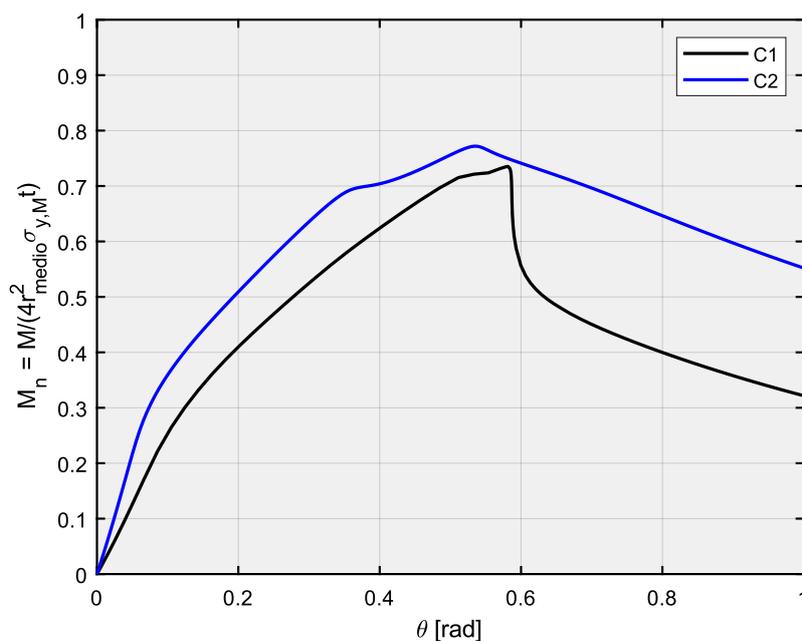
Este capítulo apresenta os resultados obtidos neste trabalho obtidos utilizando uma sub-rotina (UMAT) implementada no pacote computacional ABAQUS. O objetivo principal é analisar o comportamento do CMM em relação ao material homogêneo e compreender seu desempenho em relação ao grau de inclusão cerâmica, nível de pressão utilizado e geometria.

### 4.1 Momento de Abertura

Para a solicitação do momento de abertura, o objetivo é analisar unicamente o cotovelo. Portanto, foi necessário impedir que o trecho reto livre perdesse sua estabilidade. Dessa forma, foram considerados dois modelos com diferentes restrições no trecho reto livre para verificação de interferência das mesmas nos resultados.

No gráfico da Figura 31 mostra a diferença entre esses dois modelos de restrição, onde para a Condição 1 (C1) apenas a seção transversal da extremidade livre fica impossibilitado de se deslocar e de rotacionar, enquanto que a Condição 2 (C2), condição utilizada neste trabalho, possui a mesma restrição da Condição 1, mas em todo o trecho reto livre.

Figura 31 – Gráfico momento-rotação para diferentes condições de restrição



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

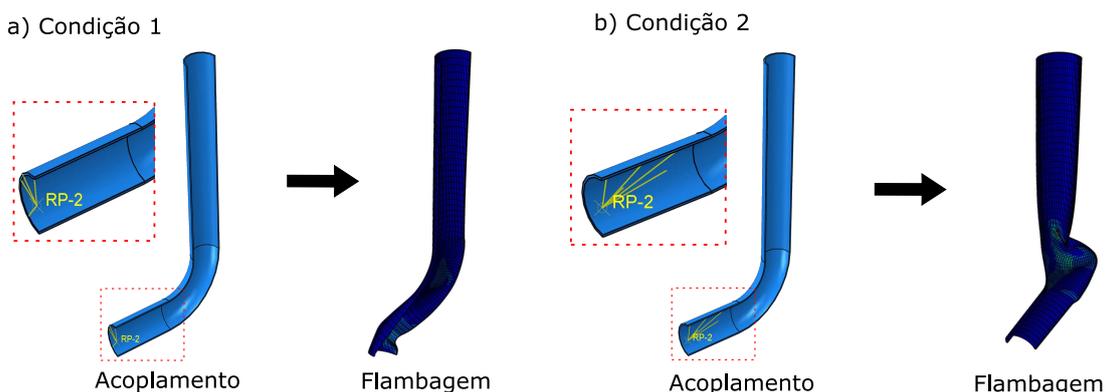
No gráfico da Figura 31, é possível perceber que os dois modelos apresentam

inicialmente uma região quase que perfeitamente linear, podendo ser denominado de região elástica, e em seguida demonstram um comportamento não linear (regime plástico). Após atingir um pico de momento, o tubo inicia um processo de flambagem local que causa um decréscimo de resistência e a perda de estabilidade do duto.

Para o momento de abertura do tubo, o trecho curvo apresenta uma maior rigidez em relação ao trecho reto. Isso ocorre devido a rotação ser no sentido oposto a curvatura do cotovelo. Desse modo, como a Condição 2 restringe os deslocamentos no trecho reto livre, evitando a flambagem precoce deste trecho, isso resulta em uma maior rigidez e obtendo um maior momento limite em relação a Condição 1.

Para o exemplo da Figura 31, a diferença do momento limite da Condição 1 em relação à Condição 2 foi de 18.25%. Após atingir o pico de resistência, as duas condições de restrições apresentaram modos de flambagem diferentes, que são mostradas na Figura 32.

Figura 32 – Flambagem para diferentes condições de restrição



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

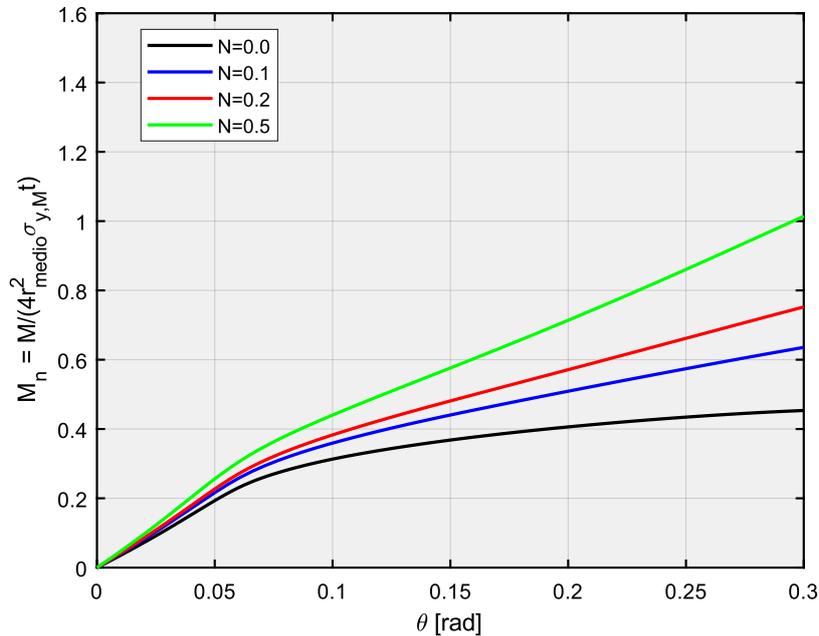
Para a Condição 1, a flambagem ocorreu no trecho reto livre, trecho que está recebendo a solicitação. Enquanto que na Condição 2, a flambagem ocorreu no encontro do cotovelo com o trecho reto fixo.

A seguir, serão apresentados os resultados obtidos para o momento de abertura do Modelo G2:

De modo geral, o aumento do coeficiente N e o aumento da pressão interna resultam em um melhor desempenho dos tubos. Analisando as curvas de cada simulação, o aumento desses parâmetros atuam diretamente na inclinação dos seus segmentos.

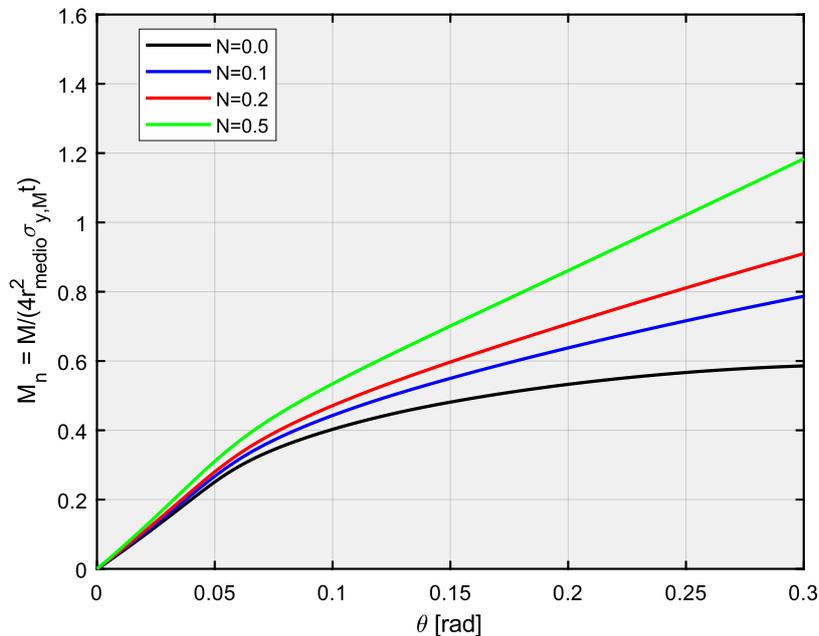
Nos gráficos em que a pressão é constante, o aumento do coeficiente N causa uma melhoria contínua, principalmente na região plástica. Enquanto que para os gráficos com o

Figura 33 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 0% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ , t=20mm)



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

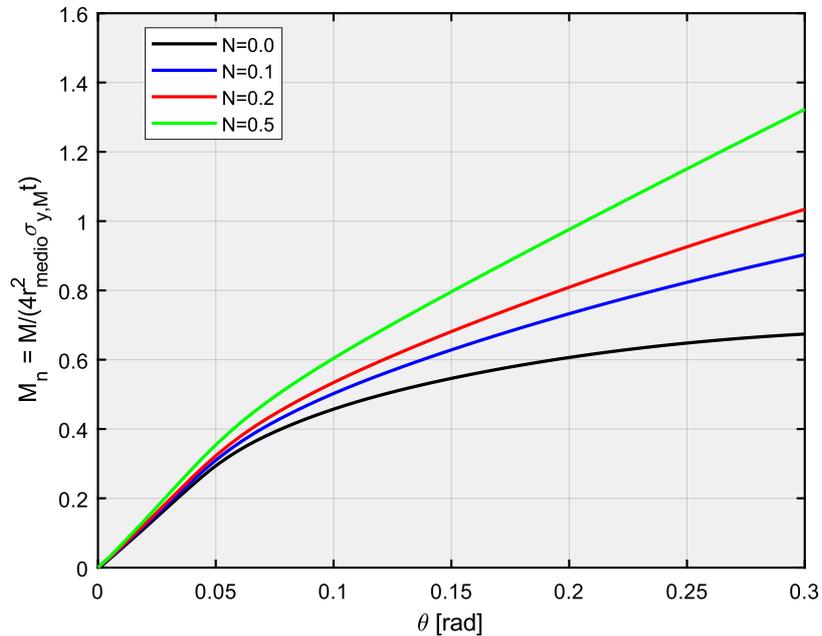
Figura 34 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 25% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ , t=20mm)



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

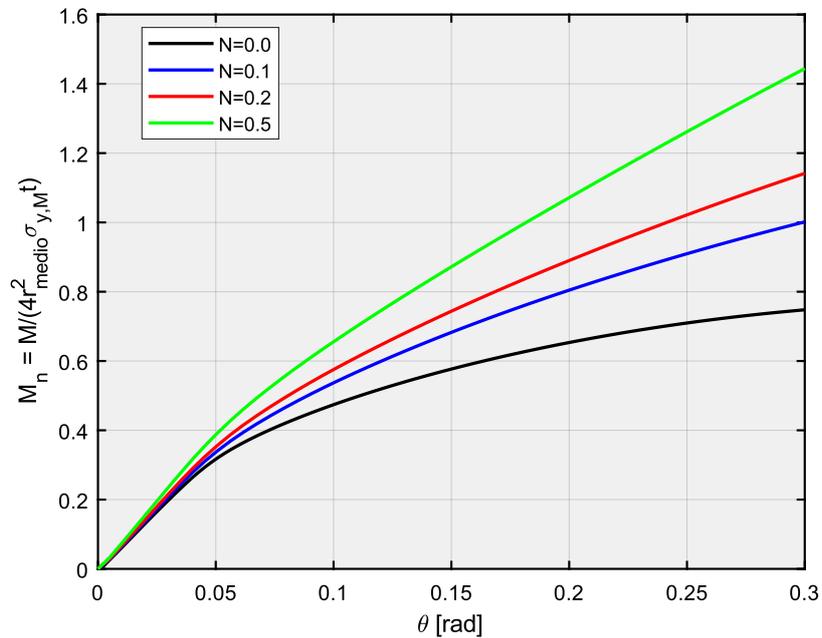
coeficiente N constante, o aumento da pressão eleva principalmente a inclinação da região elástica, tornando mais efetivo o aumento do momento limite. Porém, em muitos casos pode-se perceber que entre a pressão de 75% e 100% houve uma piora do trecho elástico das curvas e isso será analisado quando apresentado o gráfico dos momentos limites.

Figura 35 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 50% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ , t=20mm)



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

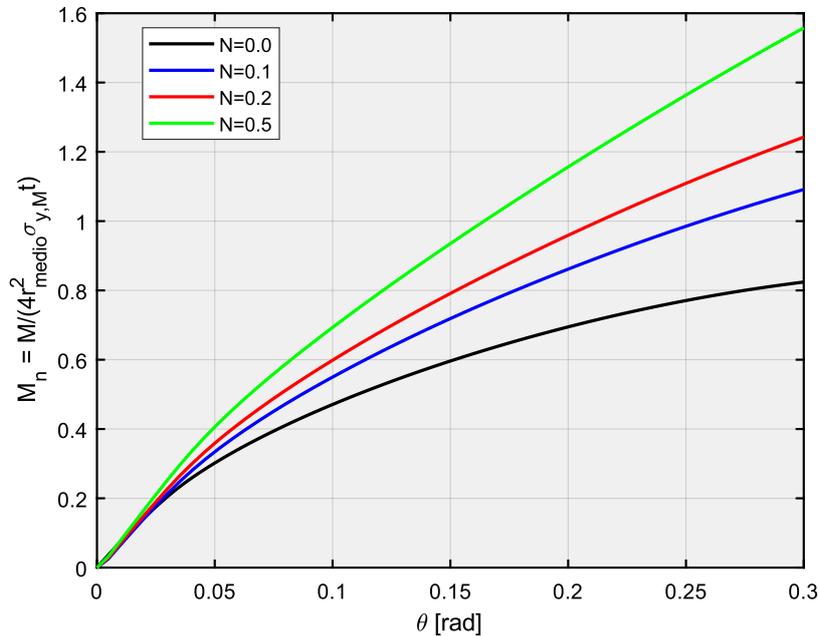
Figura 36 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 75% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ , t=20mm)



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

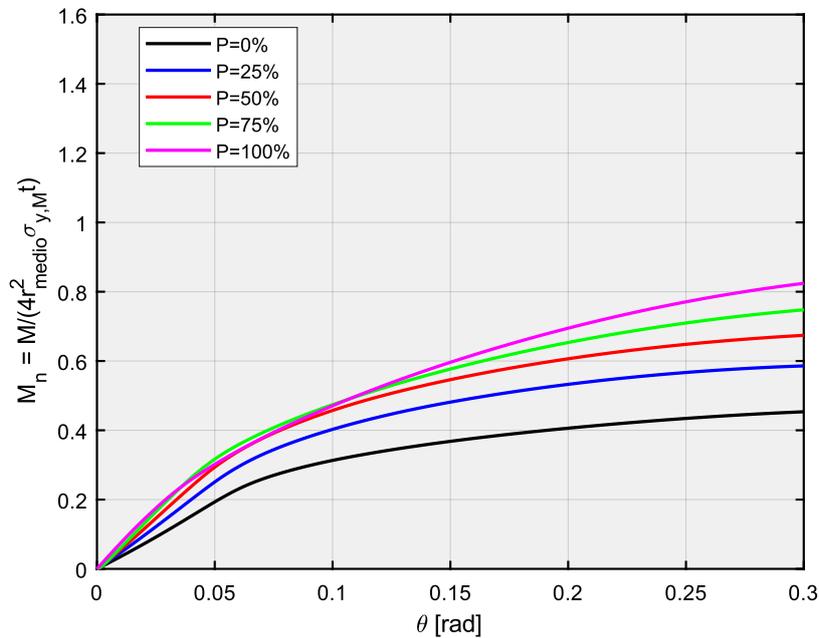
Para o momento de abertura, foi utilizado o critério da Tangente Dupla (TD) para obtenção dos momentos limites. Nas Figuras 42, 43 e 44 são apresentados os gráficos dos momentos limites em função da pressão interna para diferentes valores de N para as três seções simuladas neste trabalho.

Figura 37 – Curva momento-rotação para diferentes valores de  $N$  com  $P = 100\%$  (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

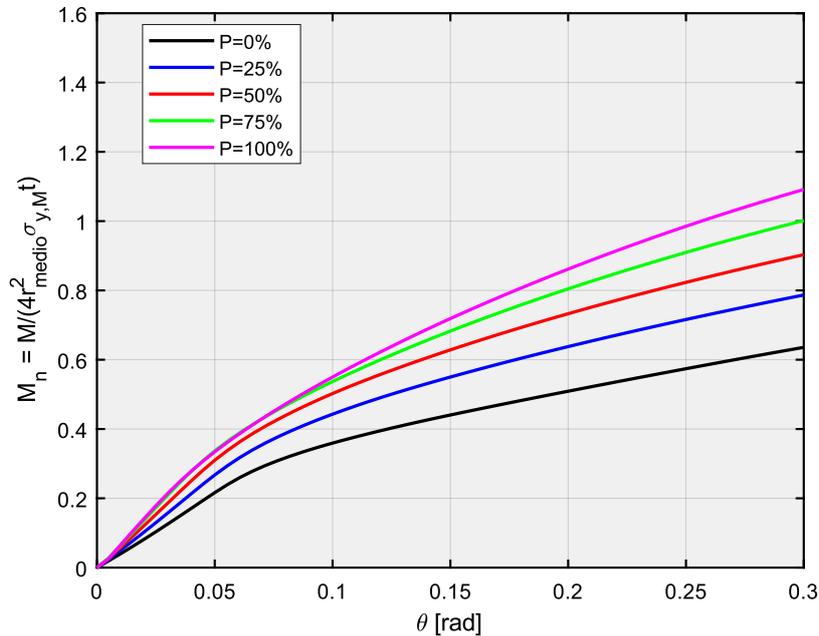
Figura 38 – Curva momento-rotação para diferentes valores de  $P$  com  $N = 0.0$  (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

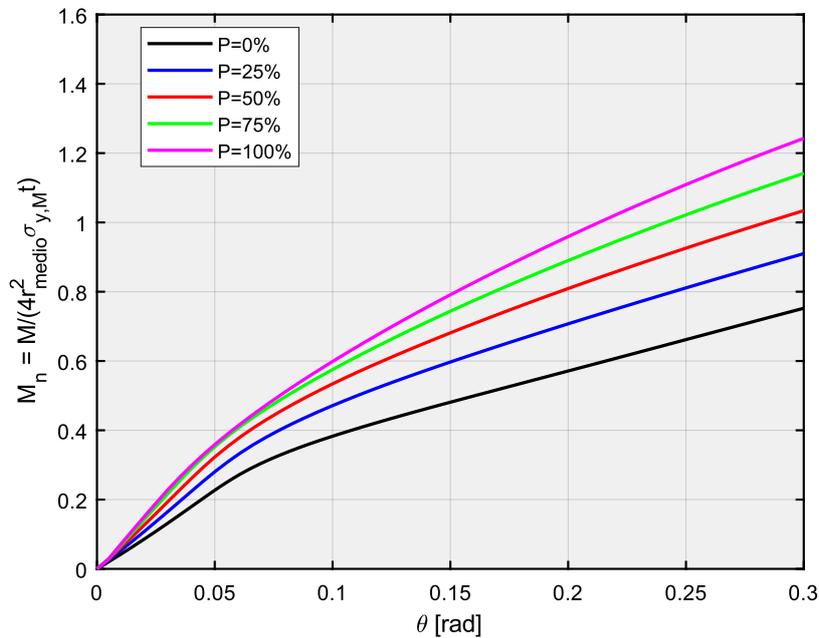
Conforme esperado, os momentos limites aumentaram de acordo com o aumento do coeficiente  $N$  e da pressão interna ( $P$ ). Porém, após atingir, o que pode ser chamado de pressão crítica, o momento limite começou a decrescer. Onde, nas três seções, para o  $N = 0.0$ , a pressão crítica foi de 50% e para os valores de  $N = 0.1$  e  $N = 0.2$  foram de 75%, porém para  $N = 0.5$

Figura 39 – Curva momento-rotação para diferentes valores de P com  $N = 0.1$  (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

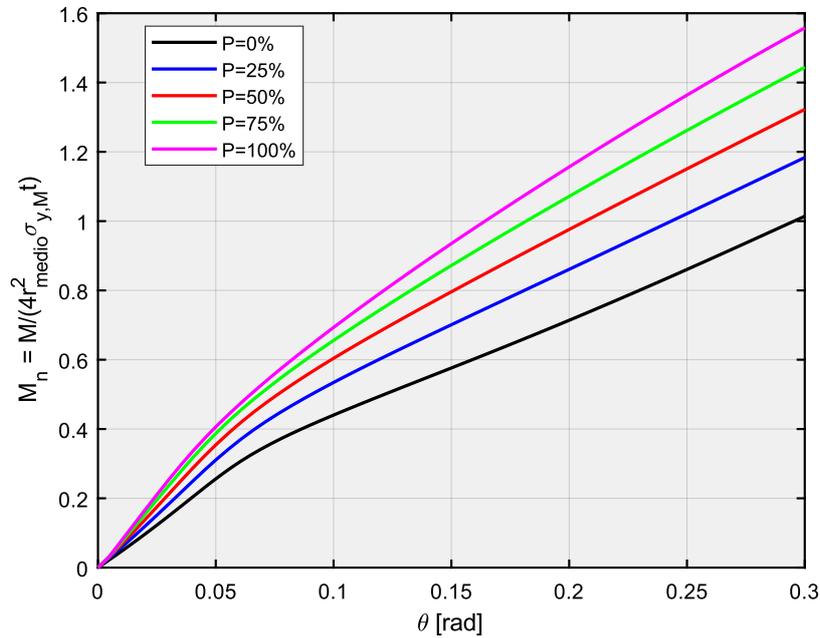
Figura 40 – Curva momento-rotação para diferentes valores de P com  $N = 0.2$  (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

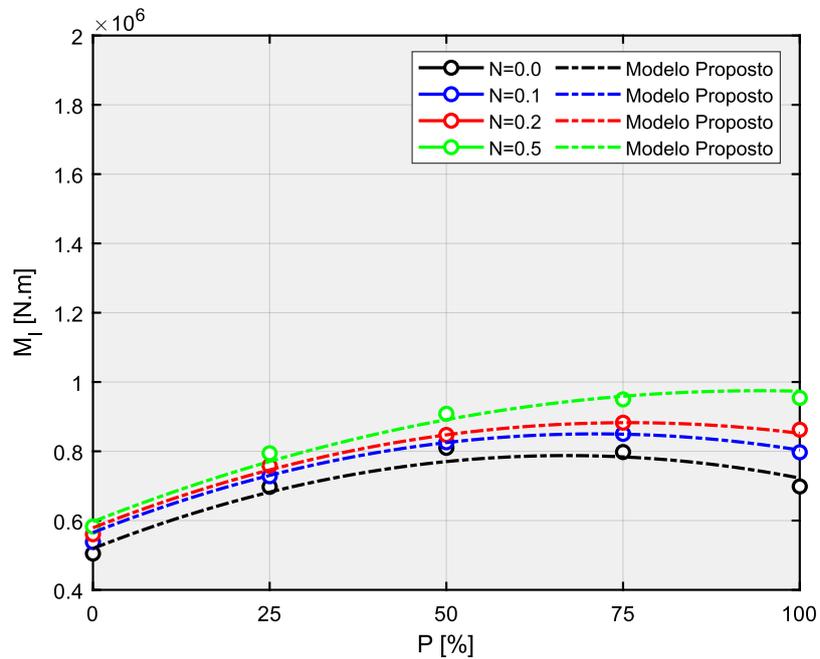
não houve queda nos momentos limites com o aumento de pressão, mas devido ao fato da taxa de crescimento entre 100% e 75% ser quase nula, indica que a pressão de 100% é a pressão limite. Dessa forma, caracterizando o nítido aumento na pressão limite a medida que o coeficiente  $N$  aumenta.

Figura 41 – Curva momento-rotação para diferentes valores de P com  $N = 0.5$  (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

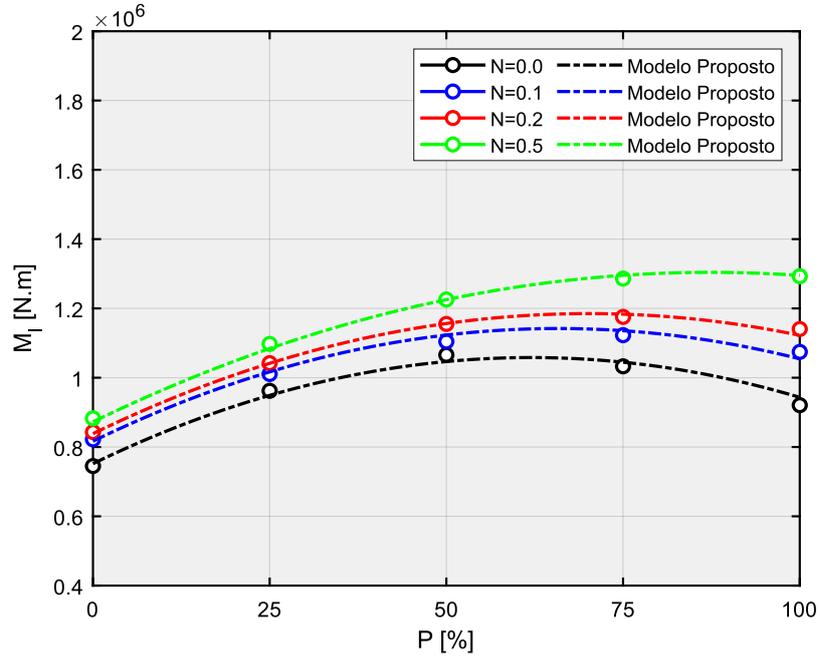
Figura 42 – Curva momento limite-pressão para diferentes valores de N (Modelo G1 -  $\lambda = 0.180$ ,  $t=15\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

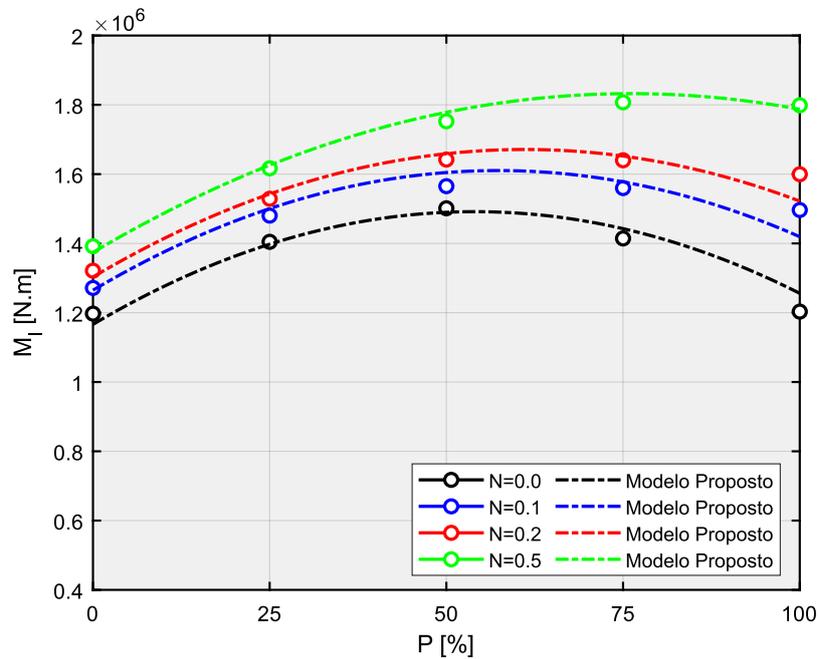
O comportamento das curvas dos momentos limites seguem uma tendência de uma

Figura 43 – Curva momento limite-pressão para diferentes valores de N (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Figura 44 – Curva momento limite-pressão para diferentes valores de N (Modelo G3 -  $\lambda = 0.336$ ,  $t=28\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

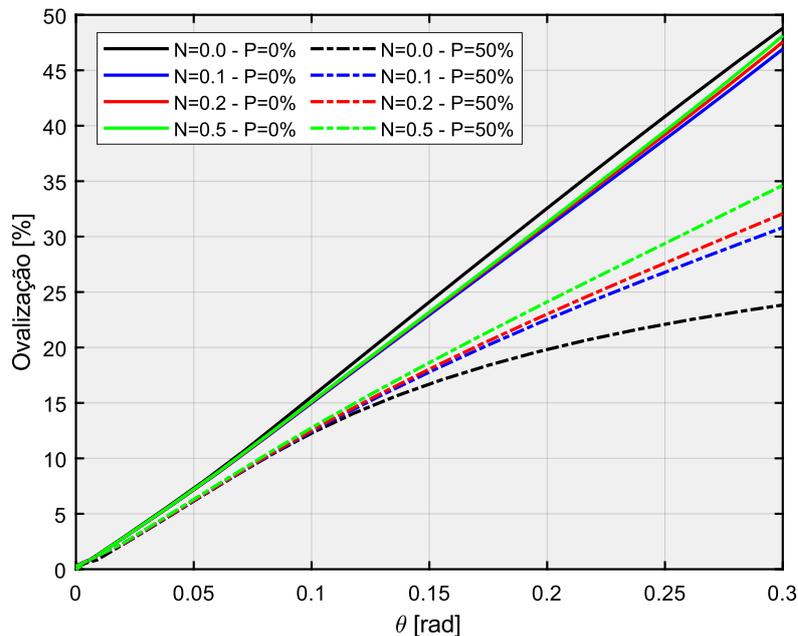
parábola, onde podem ser expressas pela seguinte equação:

$$M_l = M_{y,M} (0.094N^{0.5} + 0.366\lambda^{0.5} + 0.187NP^2 + 0.233N\lambda - 0.538P\lambda - 0.323P^2 - 0.092N + 0.529P + 0.125) \quad (1)$$

Esta equação é capaz de prever o momento limite para todos os casos testados com um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) igual a 98.2%, onde o momento limite foi definido em função de  $N$ ,  $P$  e  $\lambda$ .

No gráfico da Figura 45, é apresentado o comportamento da ovalização na seção G2 para pressão nula e pressão de 50% para diferentes valores de  $N$ .

Figura 45 – Curva de ovalização para diferentes valores de  $N$  (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

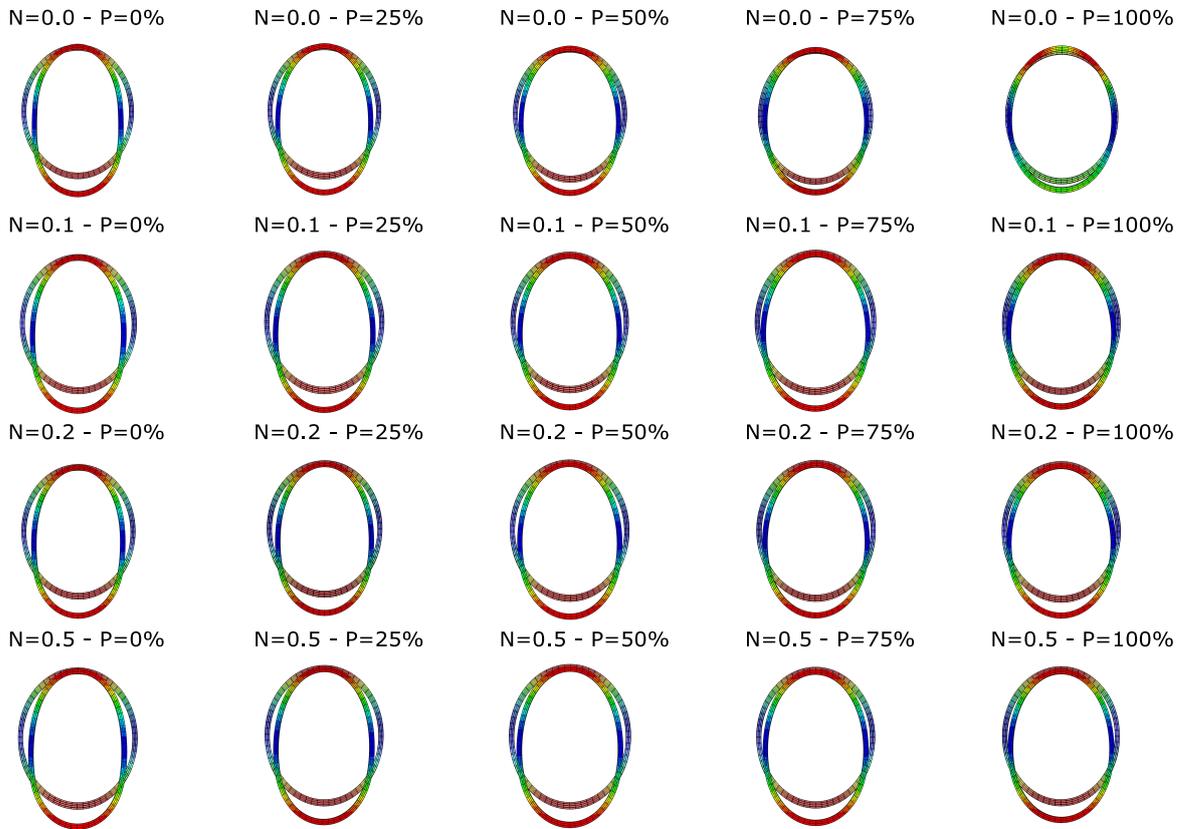
Para pequenas rotações, o parâmetro de ovalização não se mostrou sensível ao aumento da inclusão cerâmica e ao aumento da pressão interna do cotovelo. Porém, pode-se observar que o aumento da pressão resultou em uma diminuição da ovalização.

À medida que a rotação aumenta, a influência da pressão interna na diminuição da ovalização também aumenta. A presença da pressão interna também interfere diretamente na ação das inclusões cerâmicas, onde, para rotações mais elevadas, fica explícito que o aumento das inclusões aumenta o parâmetro de ovalização. Na Figura 46, pode-se perceber a influência desses parâmetros através das deformações das seções transversais dos tubos.

## 4.2 Momento de Fechamento

Para a solicitação do momento de fechamento, foi utilizada a mesma metodologia do momento de abertura. Entretanto, para este caso, também foi analisado a influência das restrições

Figura 46 – Momento de abertura - Ovalização para diferentes valores de N e P (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

(Condição 1 e Condição 2) nos resultados.

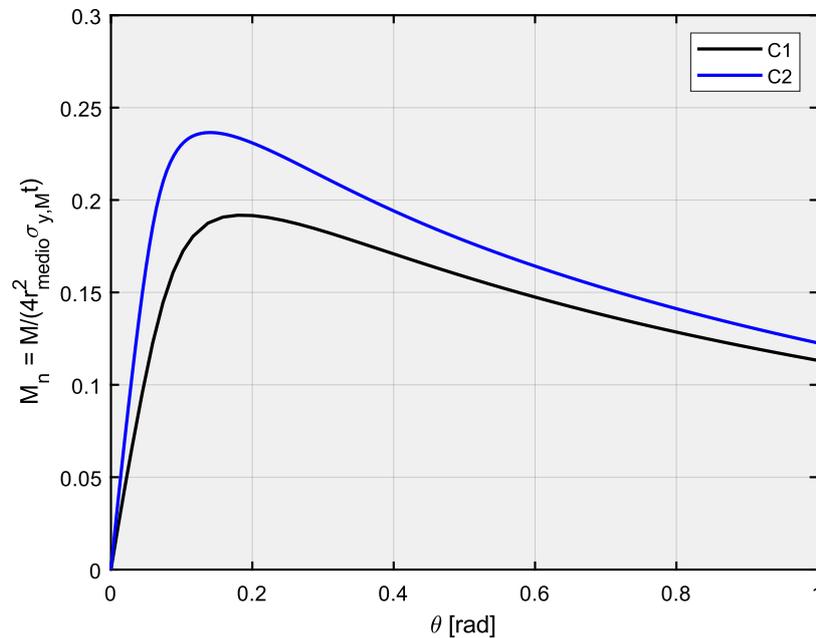
No gráfico da Figura 47 mostra a diferença entre esses dois modelos de restrição, onde para a Condição 1 (C1) apenas a seção transversal da extremidade livre fica impossibilitado de se deslocar e de rotacionar, enquanto que a Condição 2 (C2), condição utilizada neste trabalho, possui a mesma restrição da Condição 1, mas em todo o trecho reto livre.

Diferente do momento de abertura, o momento de fechamento apresenta duas fases distintas bem definidas. Até atingir seu pico de resistência, a curva se comporta praticamente de forma linear e após atingir o ponto máximo, inicia seu processo de decréscimo de resistência, de forma não linear, que está diretamente associado ao início da flambagem local do tubo.

Assim como no momento de abertura, a Condição 2 tem um ganho de resistência em relação à Condição 1. Na comparação deste exemplo, houve uma diferença de 18,86% no momento limite.

Para o momento de fechamento, o trecho curvo apresenta uma menor rigidez em relação ao trecho reto. Isso ocorre devido a rotação ser no mesmo sentido da curvatura do cotovelo.

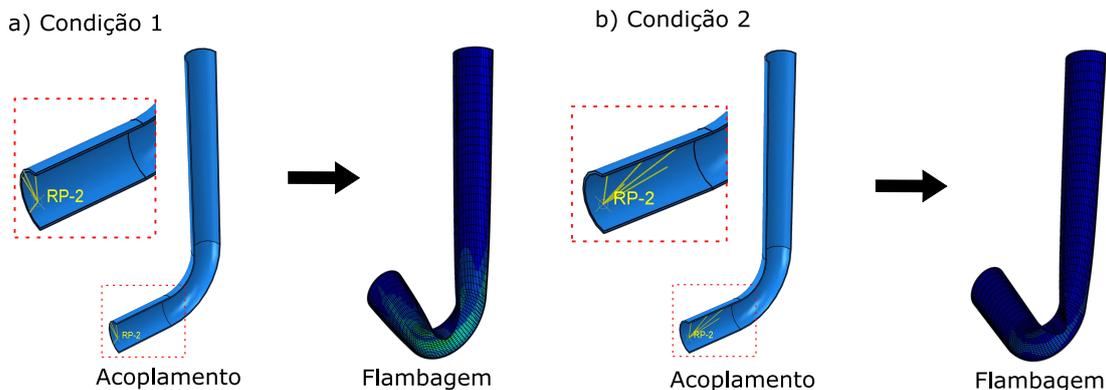
Figura 47 – Gráfico momento-rotação para diferentes condições de restrição



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Desse modo, as duas condições de restrição apresentaram o mesmo modo de flambagem, como mostra a Figura 48.

Figura 48 – Flambagem para diferentes condições de restrição

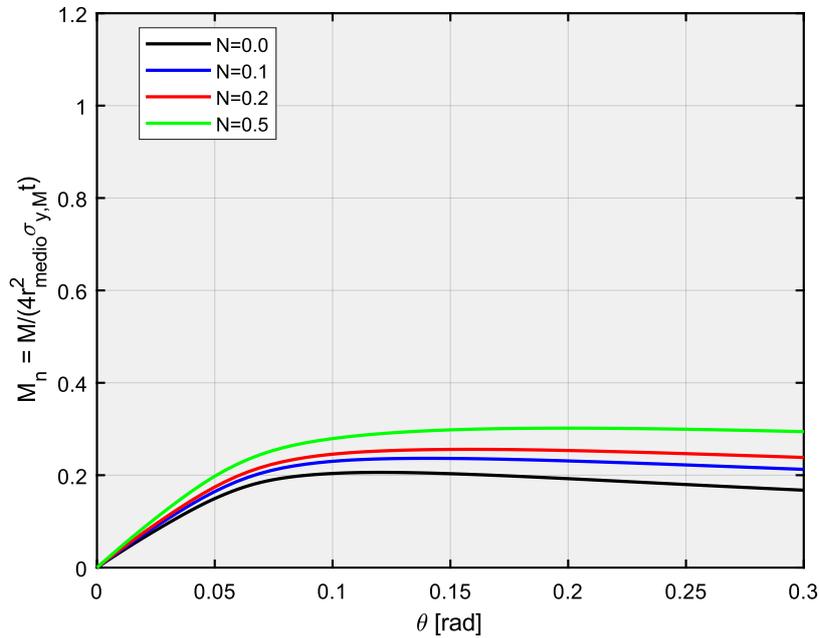


Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

A seguir, serão apresentados os resultados obtidos para o momento de fechamento do Modelo G2:

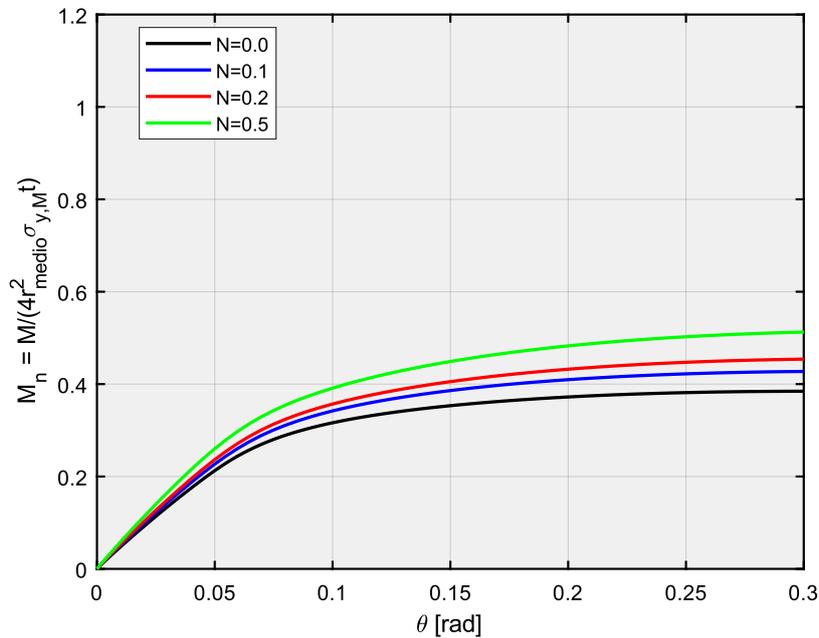
Assim como no momento de abertura, o aumento do coeficiente N e o aumento da pressão interna resultam em um melhor desempenho dos tubos. Analisando as curvas de cada simulação, o aumento desses parâmetros atuam diretamente na inclinação dos seus segmentos.

Figura 49 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 0% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ , t=20mm)



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

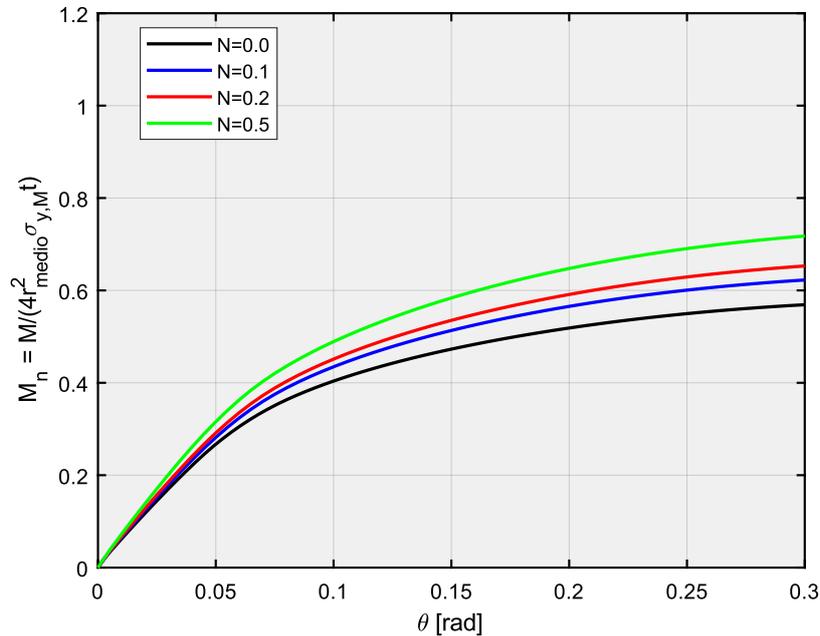
Figura 50 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 25% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ , t=20mm)



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

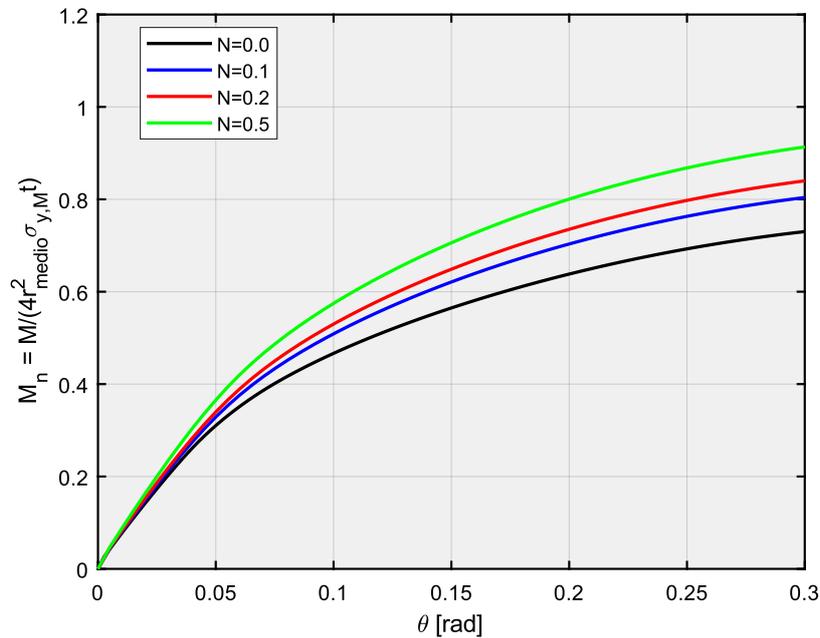
Nos gráficos em que a pressão é constante, o aumento do coeficiente N causa uma melhoria contínua, principalmente na região plástica. Enquanto que para os gráficos com o coeficiente N constante, o aumento da pressão eleva efetivamente tanto a inclinação da região elástica, como também a inclinação da região plástica, tornando mais efetivo o aumento do

Figura 51 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 50% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ , t=20mm)



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Figura 52 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 75% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ , t=20mm)

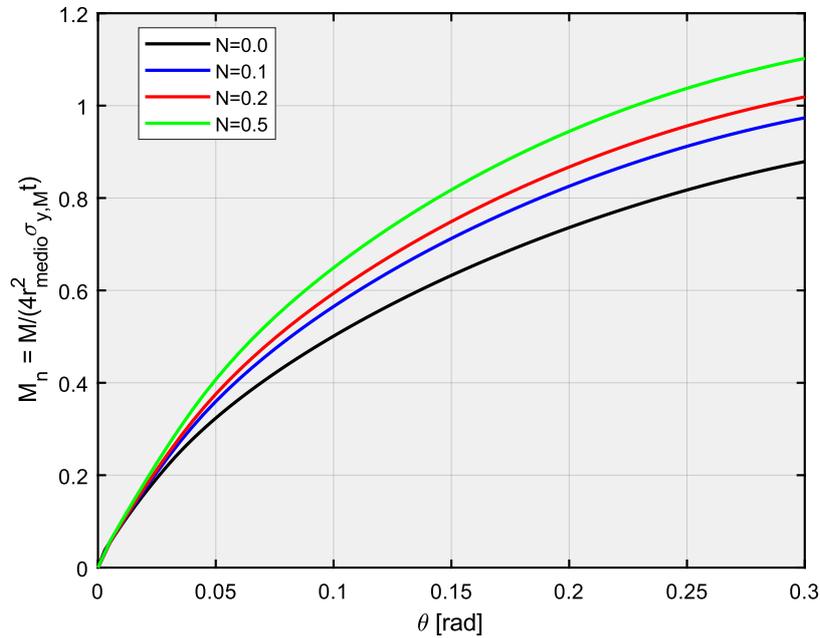


Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

momento limite.

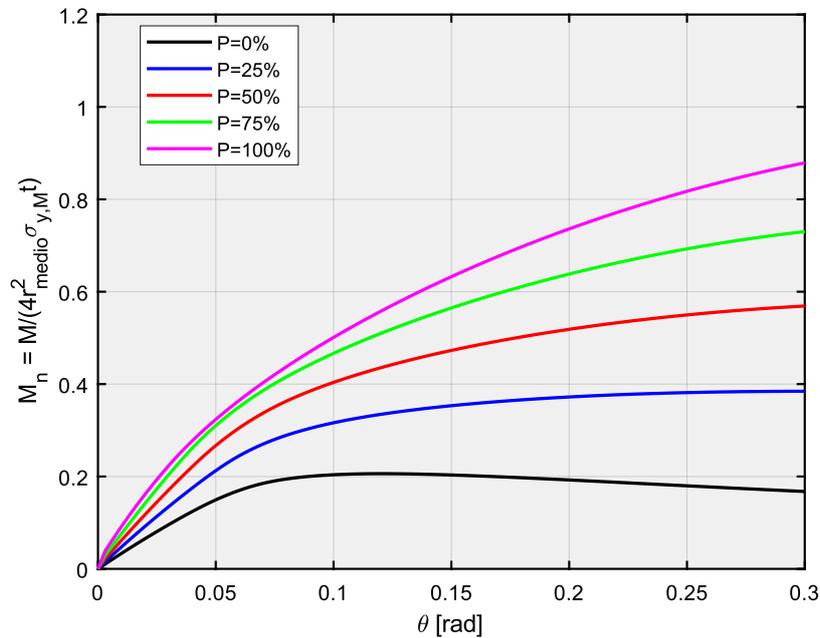
Um fato relevante é a mudança de comportamento das curvas momento-rotação na presença da pressão interna. Considerando que o critério adotado para o momento limite será o mais conservador entre os métodos, para a pressão de 0% foi utilizado o critério da Inclinação

Figura 53 – Curva momento-rotação para diferentes valores de N com P = 100% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ , t=20mm)



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Figura 54 – Curva momento-rotação para diferentes valores de P com N = 0.0 (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ , t=20mm)

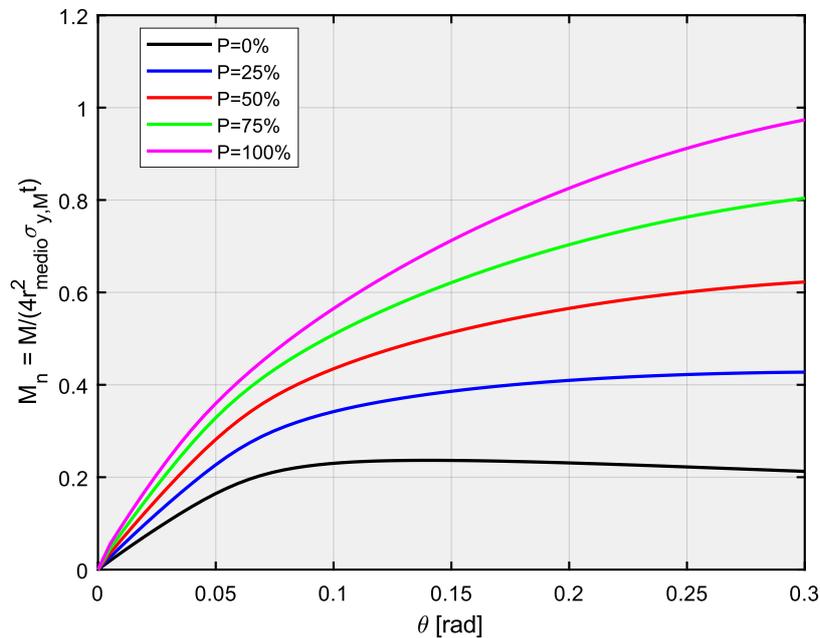


Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Duas Vezes Elástica (IDVE), enquanto que para os demais casos foi utilizado o critério da Tangente Dupla (TD).

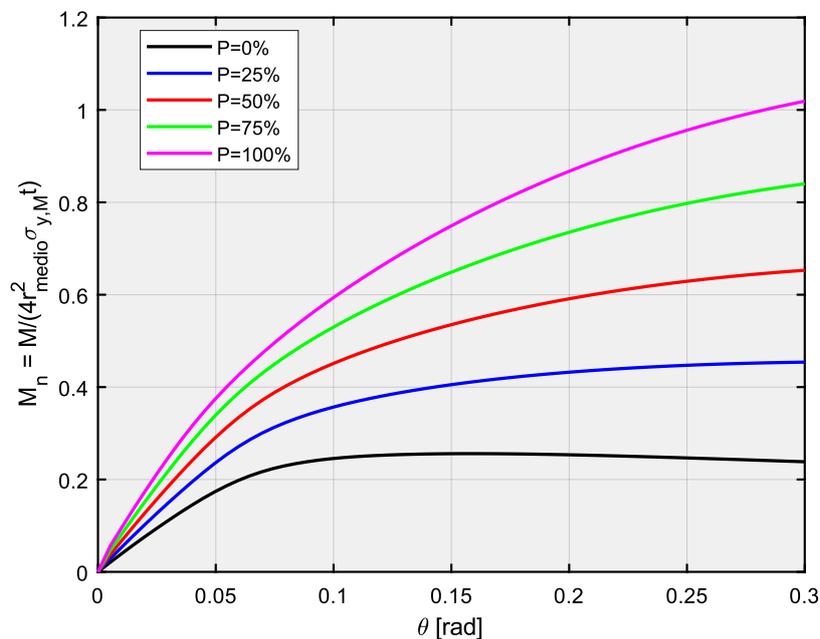
Nas Figuras 58, 59 e 60 são apresentados os gráficos dos momentos limites em função da pressão interna para diferentes valores de N para as três seções simuladas neste

Figura 55 – Curva momento-rotação para diferentes valores de P com  $N = 0.1$  (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Figura 56 – Curva momento-rotação para diferentes valores de P com  $N = 0.2$  (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )

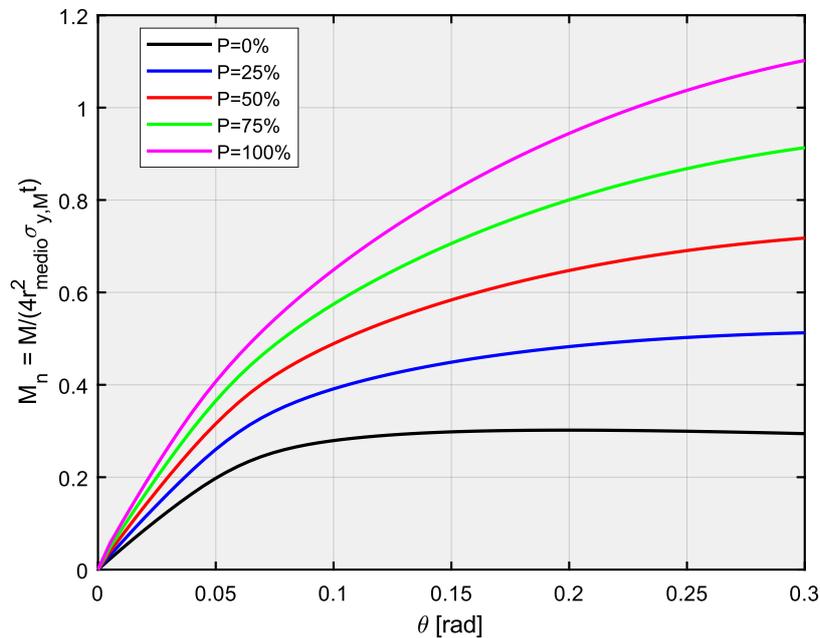


Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

trabalho.

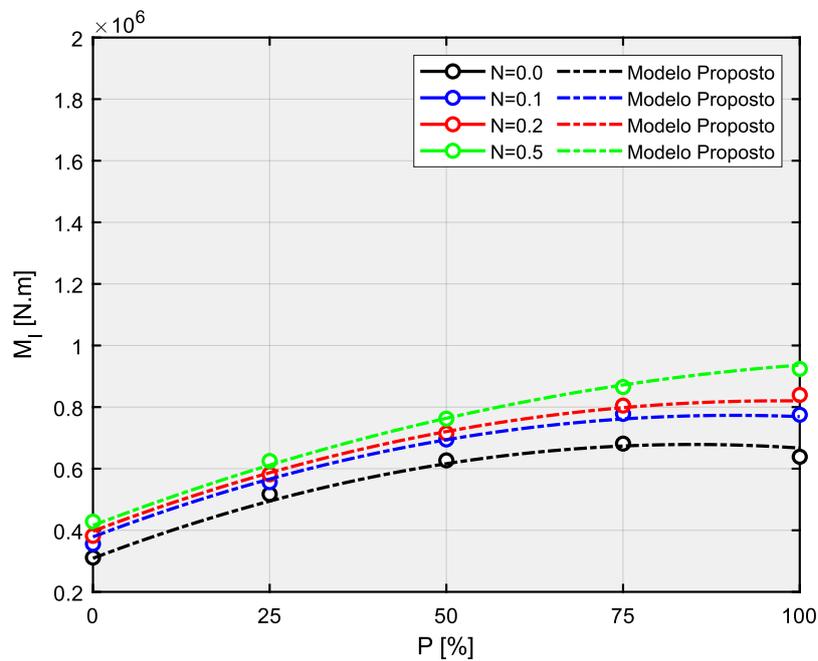
Igualmente ao momento de abertura, os momentos limites do momento de fechamento também aumentaram de acordo com o aumento do coeficiente  $N$  e da pressão interna ( $P$ ). Porém, as pressões críticas mudaram. Onde, nas três seções, para  $N = 0.0$  e  $N = 0.1$ , a pressão

Figura 57 – Curva momento-rotação para diferentes valores de P com  $N = 0.5$  (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Figura 58 – Curva momento limite-pressão para diferentes valores de N (Modelo G1 -  $\lambda = 0.180$ ,  $t=15\text{mm}$ )

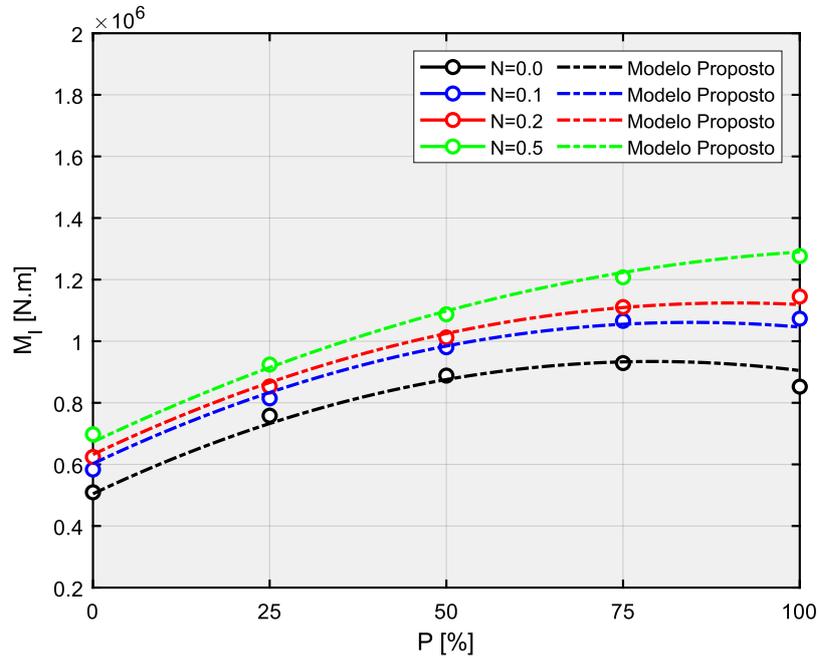


Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

crítica foi de 75%, para  $N = 0.2$  a pressão crítica foi de 100% e 125% para  $N = 0.5$ .

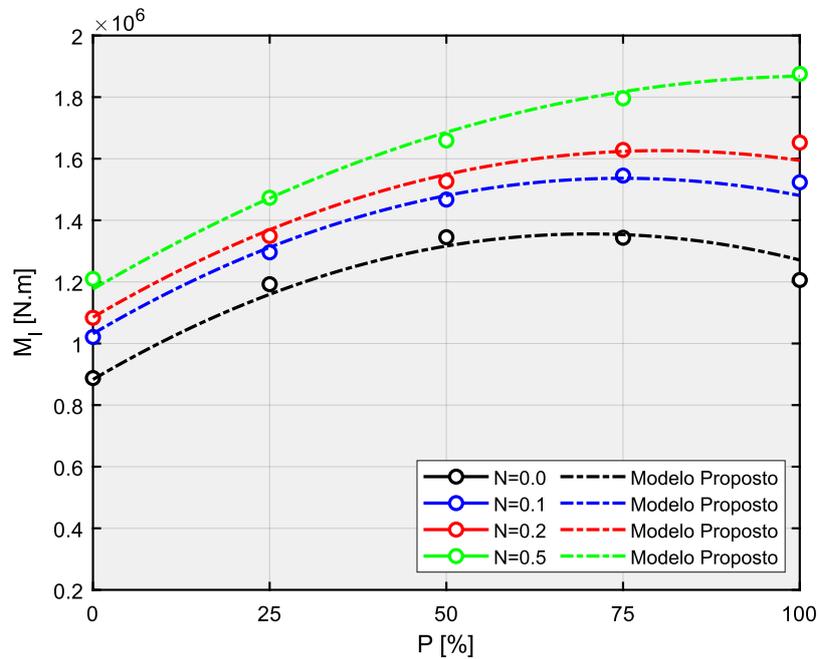
O comportamento das curvas dos momentos limites seguem uma tendência de uma

Figura 59 – Curva momento limite-pressão para diferentes valores de N (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Figura 60 – Curva momento limite-pressão para diferentes valores de N (Modelo G3 -  $\lambda = 0.336$ ,  $t=28\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

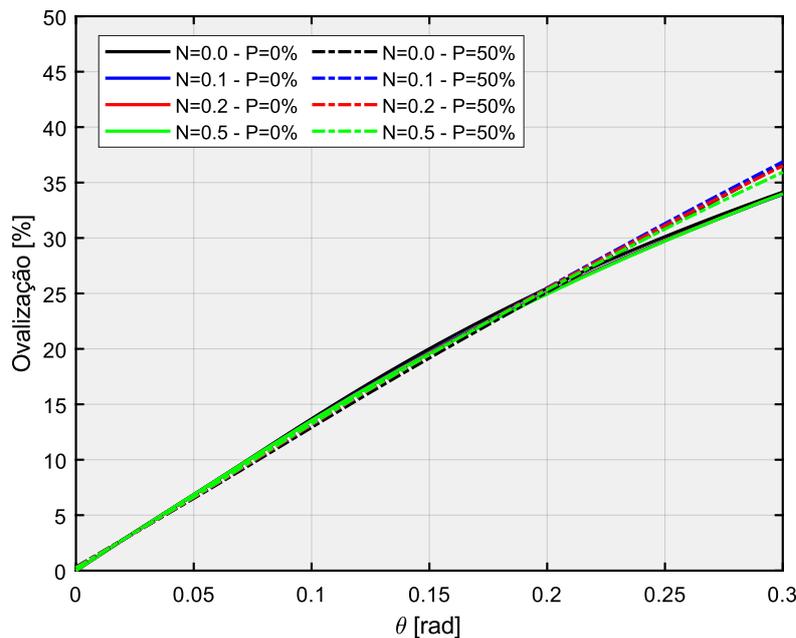
parábola, onde podem ser expressas pela seguinte equação:

$$M_l = M_{y,M} (0.149N^{0.5} + 0.570\lambda^{0.5} + 0.176NP^2 + 0.348N\lambda - 0.520P\lambda - 0.277P^2 - 0.158N + 0.564P - 0.075) \quad (2)$$

Esta equação é capaz de prever o momento limite para todos os casos testados com um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) igual a 99.2%. Onde o momento limite foi definido em função de  $N$ ,  $P$  e  $\lambda$ .

No gráfico da Figura 61, é apresentado o comportamento da ovalização na seção G2 para pressão nula e pressão de 50% para diferentes valores de  $N$ .

Figura 61 – Curva de ovalização para diferentes valores de  $N$  (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



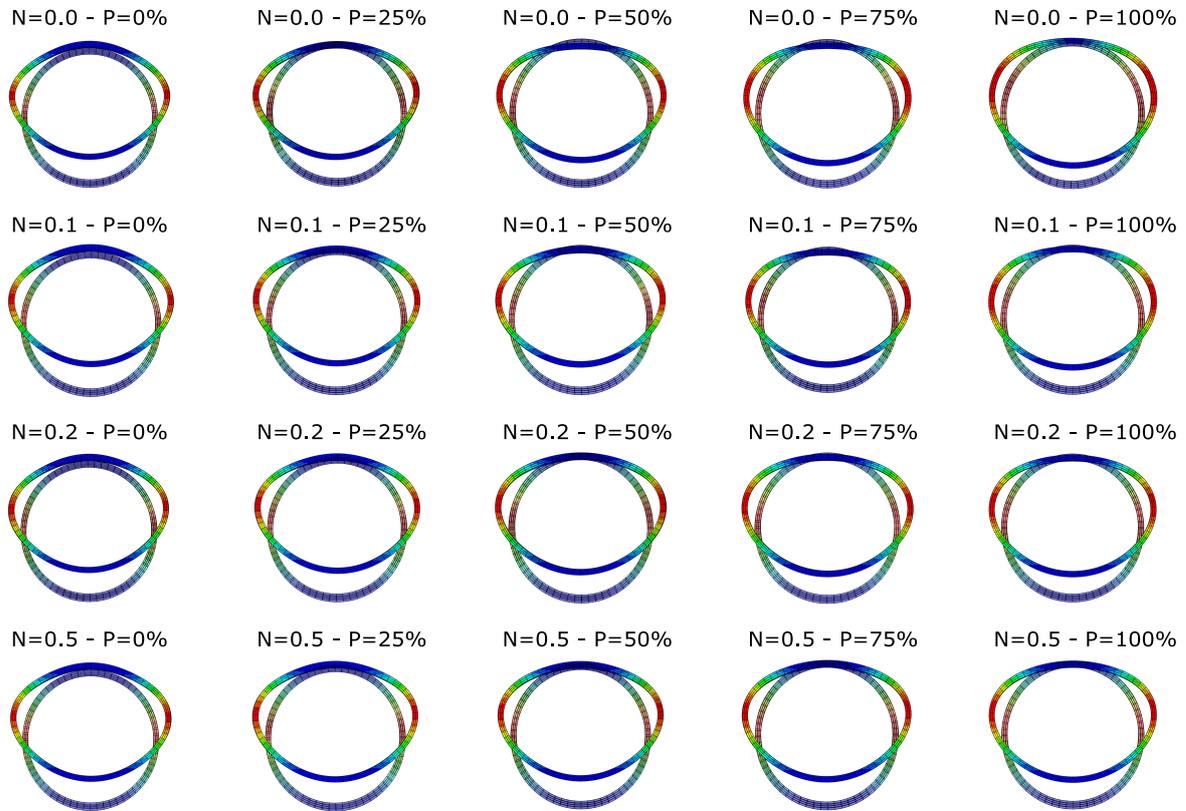
Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

O comportamento da curva do parâmetro de ovalização do momento de fechamento se comportou completamente diferente em relação ao momento de abertura. Neste caso, de modo geral, a inclusão cerâmica e a pressão interna interferiram de forma insignificante, destacando o fato que para rotações elevadas a pressão interna causou um aumento da ovalização, efeito contrário do momento de abertura. Na Figura 62, pode-se perceber a influência desses parâmetros através das deformações das seções transversais dos tubos.

Numericamente, os dois esforços apresentaram valores de ovalização bem distintos. Para  $\theta = 0.3$  radianos, no momento de abertura, seus maiores valores aconteceram para as simulações com pressão interna nula que chegaram em valores máximo de 48% e o menor resultado aconteceu para pressão de 50% e  $N = 0.0$  no valor de 25%. Enquanto que para o momento de fechamento todos os valores se concentraram em torno dos 35%.

Encontrar alguma relação entre a ovalização e o momento limite do cotovelo é algo

Figura 62 – Momento de fechamento - Ovalização para diferentes valores de N e P (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

complexo, pois como pode ser visto, a ovalização é um fenômeno físico e seu parâmetro numérico não reflete o aumento efetivo do momento limite diante do aumento da inclusão cerâmica e da pressão interna.

### 4.3 Pressão de Escoamento e Pressão de Ruptura

Como mostrado nos resultados dos tópicos anteriores, a pressão interna atua de forma bastante influente no aumento do momento limite dos cotovelos. Esses resultados mostraram que a pressão melhora significativamente o momento limite até atingir a pressão crítica. Após essa pressão crítica, o momento limite diminui com o aumento da mesma.

Com base nas simulações feitas, as pressões críticas variaram de 50% até mais de 100%. Portanto, a utilização dos cotovelos em suas pressões críticas é o melhor cenário, do ponto de vista do material. Porém, é necessário verificar se essas pressões não causam deformações plásticas no cotovelo, ou até mesmo provocar a ruptura do material.

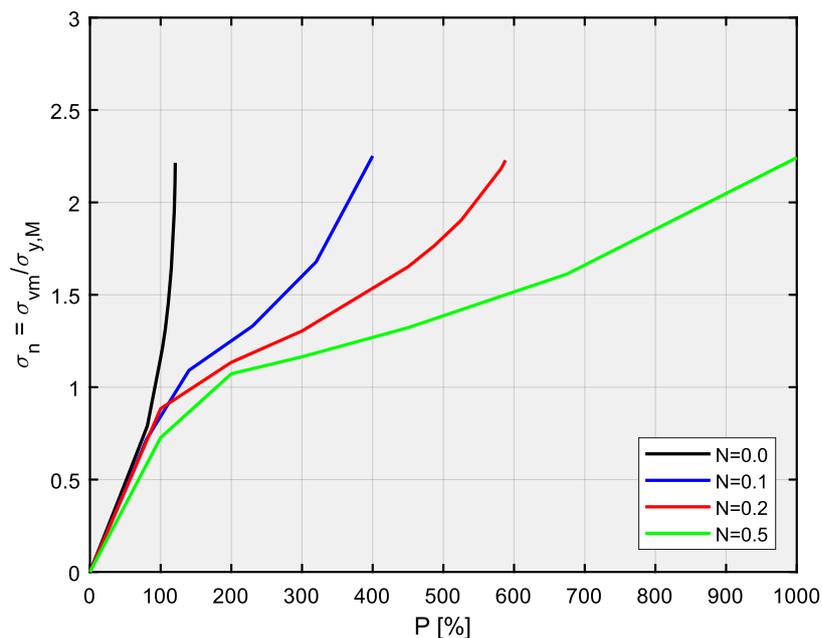
Dessa forma, foram feitas simulações dos mesmos cotovelos dos tópicos anteriores

sob apenas a ação da pressão interna para determinar a pressão de escoamento e a pressão de ruptura em função dos parâmetros  $N$ ,  $P$  e  $\lambda$ .

As condições de contorno e restrições do tubo foram as mesmas utilizadas nos tópicos anteriores (Condição 2). O critério utilizado para determinar a pressão de escoamento é quando a tensão de von Mises atingir a tensão de escoamento em qualquer ponto do cotovelo. Para determinar a pressão de ruptura, é quando qualquer local do cotovelo atingir o limite de resistência à tração.

Os resultados das simulações mostraram que os pontos iniciais de escoamento e de ruptura alternaram entre as regiões do intrados para  $\alpha = 45^\circ$  e intrados para  $\alpha = 90^\circ$ . Dessa forma, nas Figuras 63 e 64 são apresentados as curvas tensão-pressão para essas duas regiões críticas do Modelo G2.

Figura 63 – Curva tensão-pressão para diferentes valores de  $N$  na região do intrados para  $\alpha = 45^\circ$  (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



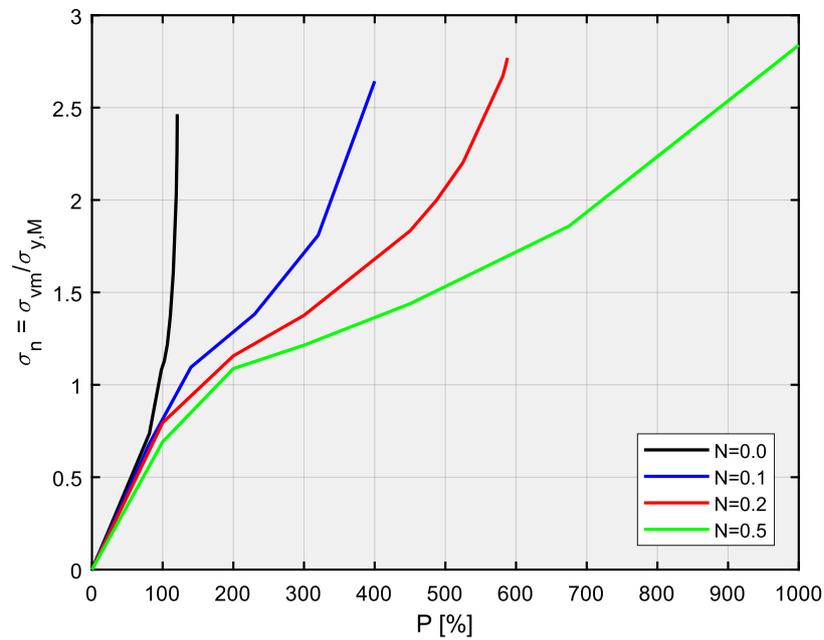
Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

É possível observar, que o aumento da inclusão cerâmica causa uma diminuição das tensões, conseqüentemente é necessário uma pressão maior para atingir os limites de escoamento e de ruptura. Essa melhoria se torna mais acentuada após o cotovelo entrar no regime plástico.

Nas Figuras 65 e 66 são apresentadas as curvas de pressão de escoamento e pressão de ruptura em função do parâmetro  $N$  para as três seções utilizadas neste estudo.

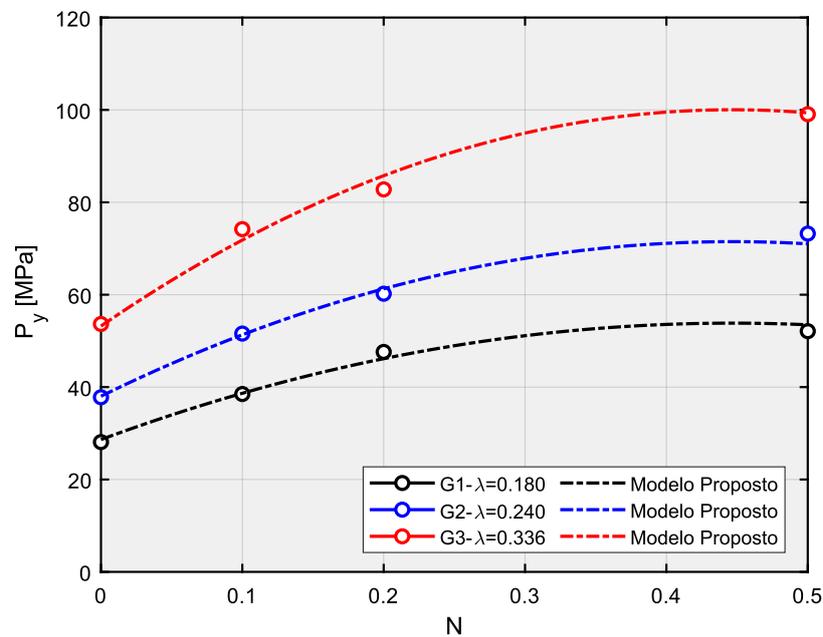
A partir do gráfico tensão-pressão, é possível determinar o valor exato da pressão de

Figura 64 – Curva tensão-pressão para diferentes valores de N na região do intrados para  $\alpha = 90^\circ$  (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

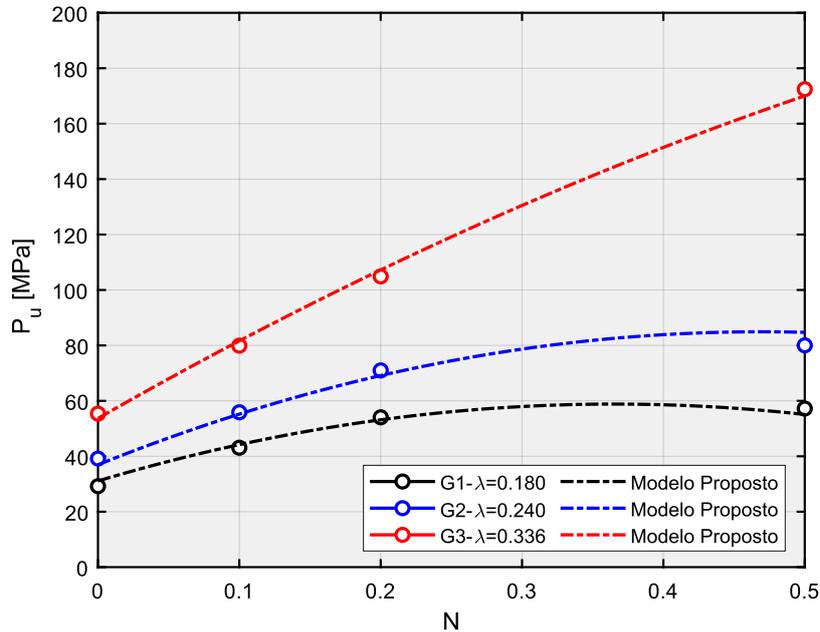
Figura 65 – Curva pressão de escoamento-N para diferentes valores de  $\lambda$



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

escoamento e da pressão de ruptura para cada simulação. Em função dos valores encontrados, foram estabelecidas duas equações que podem determinar a pressão de escoamento ( $P_y$ ) e a

Figura 66 – Curva pressão de ruptura-N para diferentes valores de  $\lambda$



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

pressão de ruptura ( $P_u$ ) do cotovelo em função dos parâmetros  $N$  e  $\lambda$ :

$$P_y = p_s(-5.513N^2 + 4.926N + 1.251)(0.687\lambda^{-0.051}) \quad (3)$$

$$P_u = p_s(59.697N^2\lambda^2 + 4.969N - 24.466\lambda - 8.733N^2 + 25.200\lambda^2 + 10.858\lambda^{0.5}) \quad (4)$$

Onde, estas equações são capazes de prever a pressão de escoamento e pressão de ruptura para todos os casos testados com um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) igual a 98.8% e 99.0%, respectivamente.

Um fato relevante, e o motivador dessa análise, é que as pressões de ruptura e de escoamento foram superiores às pressões críticas encontradas no momento de fechamento e no momento de abertura. Portanto, é possível afirmar que a pressão crítica é um excelente parâmetro para maximizar a resistência do cotovelo. Na Tabelas 5, 6 e 7 são apresentados esses comparativos.

#### 4.4 Modelo Homogêneo Equivalente

O procedimento de cálculo para as tubulações de compósitos com gradação funcional é algo complexo. Por isso, pensando em simplificar o modelo de cálculo para a elaboração de

Tabela 5 – Comparativo das pressões limites  
(Modelo G1 -  $\lambda = 0.180$ ,  $t=15\text{mm}$ )

$N$	$P_{cr}$ (MA)	$P_{cr}$ (MF)	$P_y$	$P_u$
0.0	50%	75%	92%	96%
0.1	75%	75%	126%	141%
0.2	75%	100%	156%	177%
0.5	100%	125%	170%	187%

Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

Tabela 6 – Comparativo das pressões limites  
(Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )

$N$	$P_{cr}$ (MA)	$P_{cr}$ (MF)	$P_y$	$P_u$
0.0	50%	75%	92%	95%
0.1	75%	75%	125%	136%
0.2	75%	100%	146%	172%
0.5	100%	125%	178%	194%

Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

Tabela 7 – Comparativo das pressões limites  
(Modelo G3 -  $\lambda = 0.336$ ,  $t=28\text{mm}$ )

$N$	$P_{cr}$ (MA)	$P_{cr}$ (MF)	$P_y$	$P_u$
0.0	50%	75%	92%	95%
0.1	75%	75%	127%	136%
0.2	75%	100%	141%	179%
0.5	100%	125%	169%	294%

Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

projetos de tubulações industriais, este estudo busca um modelo homogêneo equivalente que se aproxime dos resultados obtidos para o modelo com gradação funcional.

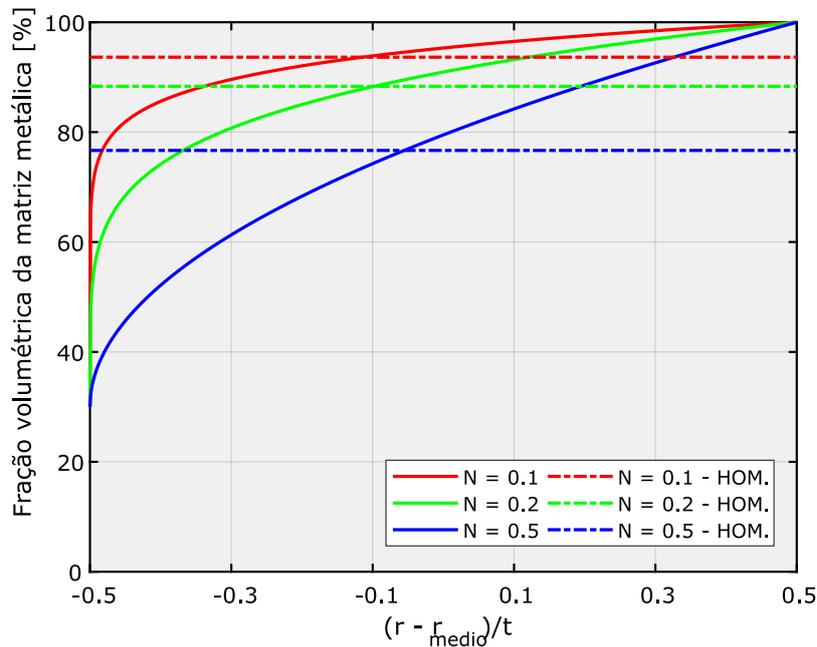
Esse modelo homogeneizado distribui de forma constante na seção a fração volumétrica de inclusão cerâmica total correspondente para cada valor do parâmetro  $N$ , como mostra a Figura 67. Este método simplifica substancialmente o dimensionamento das tubulações, pois o compósito passa a ser tratado como um material homogêneo, onde suas propriedades mecânicas podem ser facilmente determinandas, através das relações citadas anteriormente no Capítulo 2, apenas uma vez para toda a tubulação.

As frações volumétricas equivalentes da matriz metálica ( $v_{Meq}$ ) e da inclusão cerâmica ( $v_{Ieq}$ ) da seção do tubo são determinadas a partir da integral da curva de distribuição da gradação funcional conforme as equações 5, 6 e 7:

$$x = \frac{r - r_{medio}}{t} \quad (5)$$

$$v_{Meq} = \int_{-0.5}^{0.5} \left[ v_{M,i} + (v_{M,o} - v_{M,i}) \left( \frac{1}{2} + x \right)^N \right] dx \quad (6)$$

Figura 67 – Comparação dos dois modelos de distribuição das frações volumétricas ao longo da espessura do tubo



Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

$$v_{Ieq} = 1 - v_{Meq} \quad (7)$$

Nos gráficos das Figuras 68, 69, 70 e 71 são apresentados os comparativos entre os dois modelos para diferentes valores de  $N$ , pressão interna ( $P$ ) e esforços.

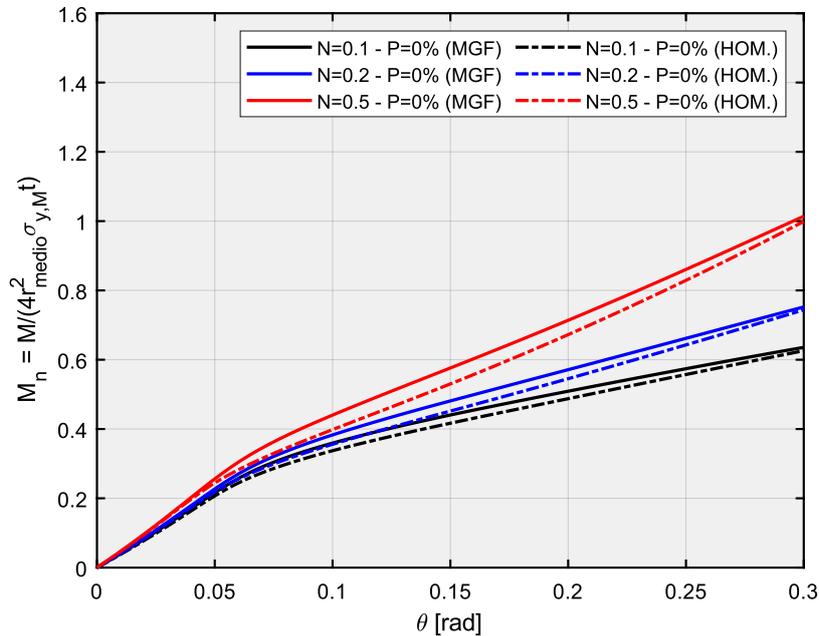
Nas Figuras 72, 73, 74 e 75 são apresentadas os esforços limites para todas as situações analisadas e a diferença de resultados entre o compósito de MGF e o compósito homogêneo equivalente.

Como pode ser observado, as curvas momento-rotação entre os dois modelos tiveram comportamentos bem semelhantes. Isso se deve ao fato dos cotovelos dos tubos utilizados serem classificados como tubos de paredes finas. Porém, o aumento do parâmetro  $N$  acentuou a diferença entre as curvas.

Comparando as diferenças dos momentos limites entre os dois modelos, foi possível perceber que, de fato, o aumento da inclusão cerâmica fez com que as diferenças entre os dois modelos aumentassem. Para o momento de abertura, o aumento da pressão interna causou uma redução da diferença em relação aos modelos com pressão nula. Para o momento de fechamento, essa diminuição ocorreu apenas para o  $N = 0.5$ .

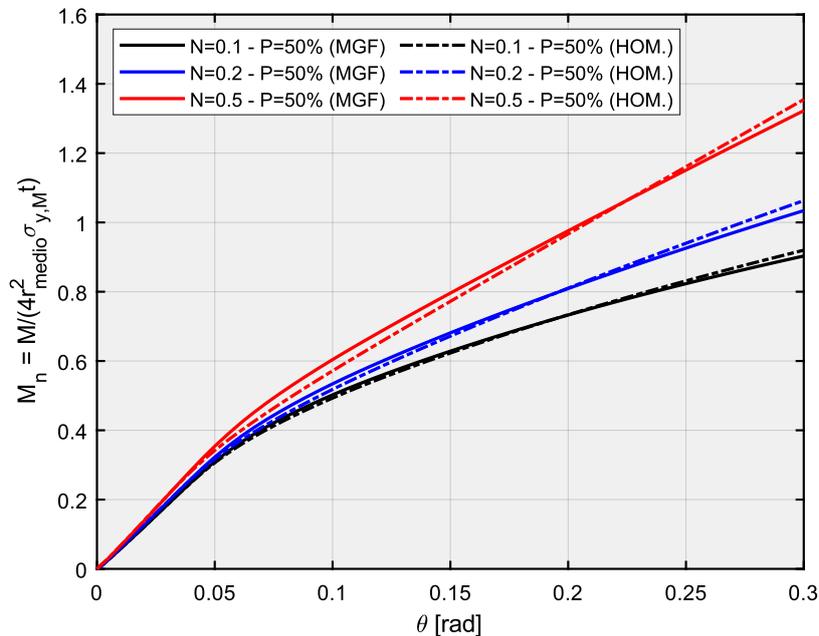
O aumento da diferença dos momentos limites com aumento da inclusão cerâmica

Figura 68 – Momento de Abertura - Pressão = 0% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

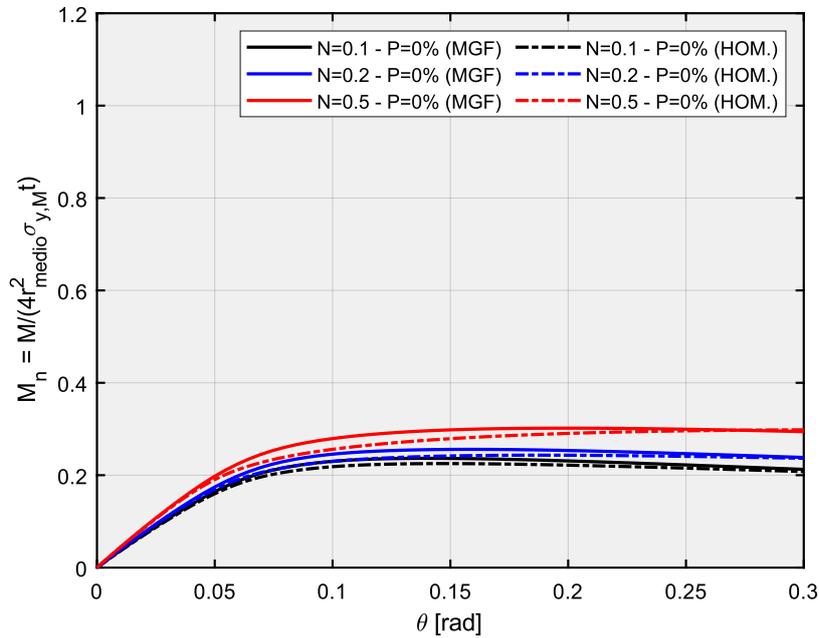
Figura 69 – Momento de Abertura - Pressão = 50% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

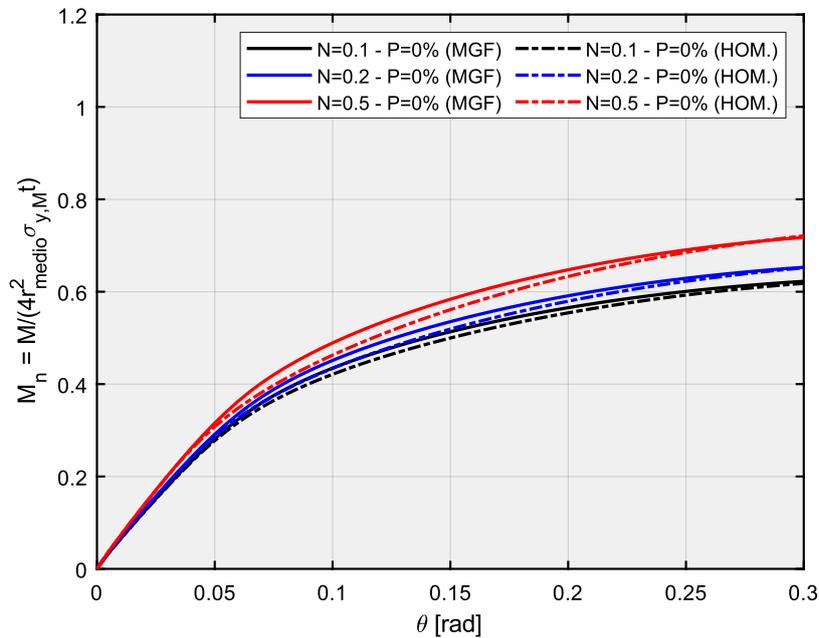
pode ser explicado devido ao fato que a gradação funcional seguindo a lei de potência concentra a maior parte da inclusão cerâmica na parte interna do tubo. Dessa forma, para maiores valores de  $N$  a fração volumétrica equivalente de inclusão cerâmica é elevada, acentuando a diferença na distribuição volumétrica entre os dois modelos.

Figura 70 – Momento de Fechamento - Pressão = 0% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Figura 71 – Momento de Fechamento - Pressão = 50% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )

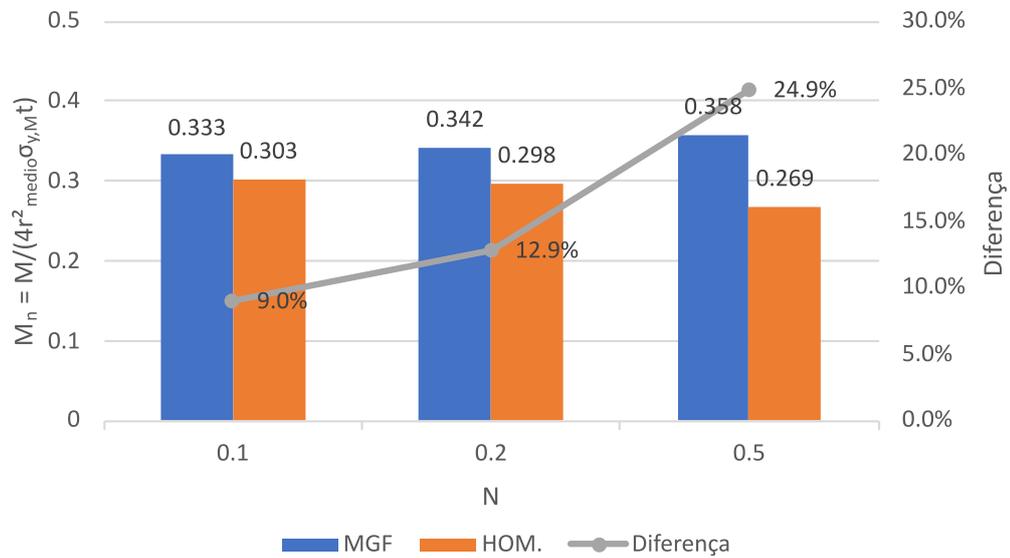


Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

De modo geral, pode-se afirmar que as diferenças entre os dois modelos foram relativamente pequenas, com exceção do momento de abertura para  $N = 0.5$ , apresentando diferenças superiores a 19%.

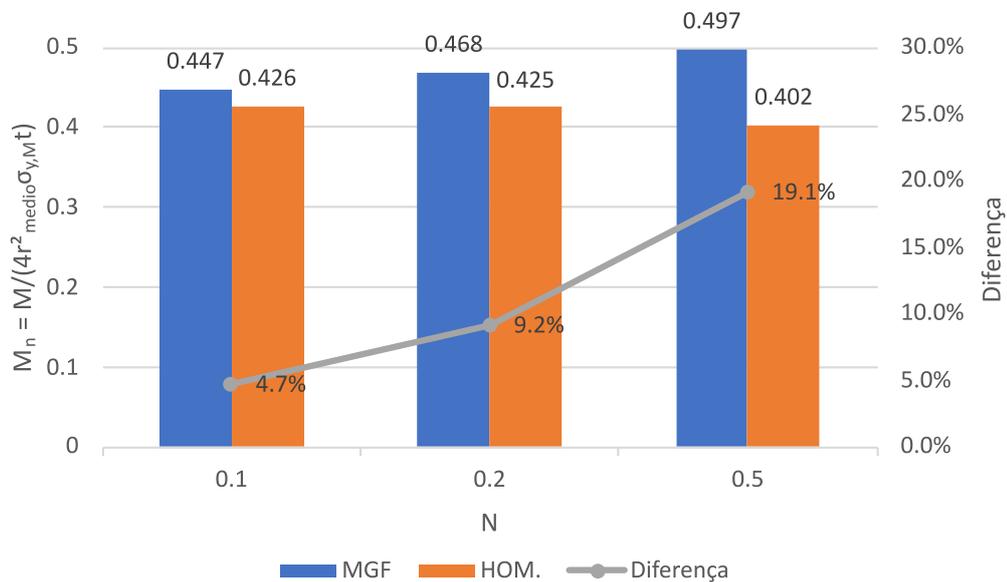
Um fator determinante para a validação do modelo homogêneo equivalente é que

Figura 72 – Comparativo dos momentos limites para o momento de abertura - Pressão = 0% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Figura 73 – Comparativo dos momentos limites para o momento de abertura - Pressão = 50% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )

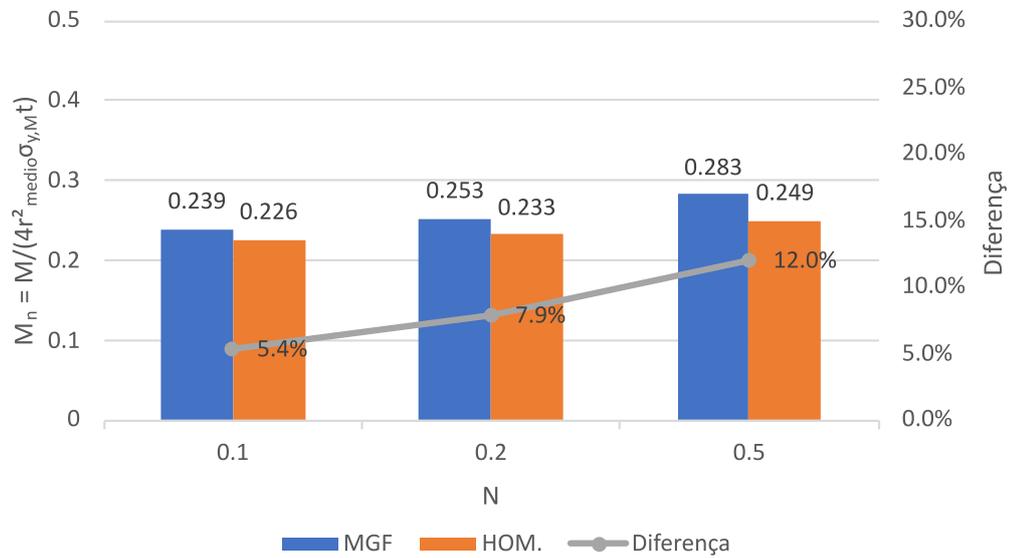


Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

todos os seus resultados foram inferiores ao modelo com gradação funcional. Isso implica que seus resultados estão a favor da segurança. Porém, para altos valores de  $N$ , podem gerar tubulações superdimensionados, ou seja, antieconômicas.

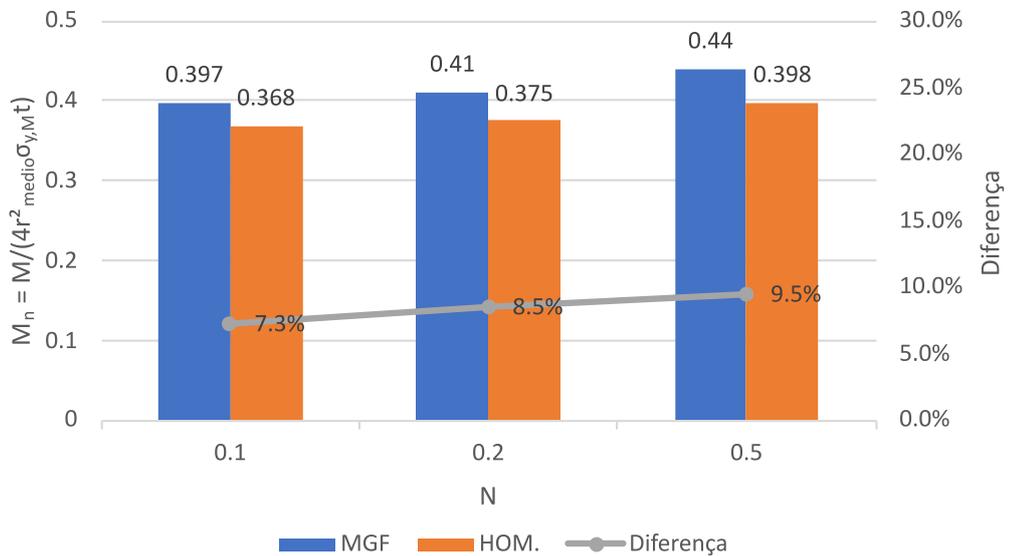
Portanto, pode se afirmar que o modelo de gradação funcional apresentado neste trabalho pode ser simplificado através do modelo homogêneo equivalente para pequenos valores

Figura 74 – Comparativo dos momentos limites para o momento de fechamento - Pressão = 0% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

Figura 75 – Comparativo dos momentos limites para o momento de fechamento - Pressão = 50% (Modelo G2 -  $\lambda = 0.240$ ,  $t=20\text{mm}$ )



Fonte: Elaborada pelo Autor (2023)

de N.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, buscou-se a análise de cotovelos pressurizados de compósitos metálicos com gradação funcional através de simulações em elementos finitos utilizando uma sub-rotina (UMAT) implementada no software ABAQUS submetidos ao momento de abertura, momento fechamento e pressão pura.

Após as análises, foram determinadas relações analíticas, com ótimos coeficientes de determinação ( $R^2$ ), que podem apontar os momentos limites para o momento de abertura (98.2%), os momentos limites para o momento de fechamento (99.2%), pressão de escoamento (98.8%) e pressão de ruptura (99.0%) do cotovelo do tubo. Onde, todas essas equações foram relacionadas em função dos parâmetros  $N$ ,  $P$  e  $\lambda$ .

Através das análises, foi possível determinar o comportamento parabólico dos momentos limites, conforme variação da pressão, onde a mesma apresenta um pico, chamado de pressão crítica. Onde, a pressão crítica aumenta à medida que os parâmetros  $N$  e  $\lambda$  também aumentam. Logo após, foi determinado que as pressões de escoamento e as pressões de ruptura atingem valores superiores ao da pressão crítica. Dessa forma, indicando que a pressão crítica é um bom parâmetro para maximização da resistência dos cotovelos.

Por último, com o objetivo de simplificar o modelo de cálculo, foram realizadas algumas análises considerando um modelo homogêneo equivalente, substituindo a distribuição de lei de potência, por uma distribuição constante que representasse o mesmo volume total de inclusão cerâmica. As análises mostraram excelentes resultados, exceto para o momento de abertura com  $N = 0.5$ , indicando que para cotovelos de paredes finas e baixos valores de  $N$ , essa simplificação é válida, eficiente e a favor da segurança.

### 5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

A partir dos resultados, das observações e do conhecimento adquirido neste trabalho, pode-se sugerir os seguintes pontos a serem abordados:

- Realizar um estudo para o efeito da torção no cotovelo;
- Realizar um estudo para outros valores de  $N$  e  $\lambda$ ;
- Realizar um estudo para outros compósitos de matriz metálica;
- Realizar um estudo para outros modelos de distribuição da gradação funcional;

## REFERÊNCIAS

- ABOUDI, J.; ARNOLD, S.; BEDNARCYK, B. Preface. *In: MICROMECHANICS of composite materials*. UK: Elsevier, p. xvii–xviii, 2013. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/b978-0-12-397035-0.05001-1>. Acesso em: Julho, 2023.
- AMBIGAI, R.; PRABHU, S. Analyzing the mechanical properties and characterization of aluminium (ADC-14) based functionally graded materials (FGM). DE: **Silicon**, Springer Science and Business Media LLC, v. 14, n. 6, p. 2839–2850, mar. 2021.
- API. Bulletin on Formulas and Calculations for Casing, Tubing, Drill Pipe and Line Pipe Properties. **the API Bulletin**, n. 5C3, 1992. Disponível em: <https://search.library.wisc.edu/catalog/999820630902121>. Acesso em: Julho, 2023.
- ASME. Boiler and Pressure Vessels Code. **American Society of Mechanical Engineers**, 1962. Disponível em: [https://www.webaero.net/ingenieria/equipos/Estaticos/Presurizados/Normativa\\_Codigo/ASME/ASME%20II%20-%20Materials/previsualizacion/prev\\_ASME\\_II\\_1962.pdf](https://www.webaero.net/ingenieria/equipos/Estaticos/Presurizados/Normativa_Codigo/ASME/ASME%20II%20-%20Materials/previsualizacion/prev_ASME_II_1962.pdf). Acesso em: Julho, 2023.
- BAILEY, R. Thick-walled tubes and cylinder under high pressure and temperatures. **Engineering**, v. 129, p. 772–777, 1930.
- BENVENISTE, Y. A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials. **Mechanics of Materials**, UK: Elsevier BV, v. 6, n. 2, p. 147–157, jun. 1987. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0167-6636\(87\)90005-6](https://doi.org/10.1016/0167-6636(87)90005-6)>. Acesso em: Julho, 2023.
- BENVENISTE, Y. Revisiting the generalized self-consistent scheme in composites: Clarification of some aspects and a new formulation. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, UK: Elsevier BV, v. 56, n. 10, p. 2984–3002, out. 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jmps.2008.06.006>>. Acesso em Julho, 2023.
- BHAVAR, V.; KATTIRE, P.; THAKARE, S.; PATIL, S.; SINGH, R. A review on functionally gradient materials (FGMs) and their applications. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, UK: IOP Publishing, v. 229, p. 1-9, set. 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/1757-899x/229/1/012021>>. Acesso em: Julho, 2023.
- BRAZIER, L. G. On the flexure of thin cylindrical shells and other "thin" sections. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character**, UK: The Royal Society, v. 116, n. 773, p. 104–114, set. 1927. Disponível em: <<https://doi.org/10.1098/rspa.1927.0125>>. Acesso em: Julho, 2023.
- CALLADINE, C. R. Limit analysis of curved tubes. **Journal of Mechanical Engineering Science**, E U A: SAGE Publications, v. 16, n. 2, p. 85–87, abr. 1974. Disponível em: <[https://doi.org/10.1243/jmes\\_jour\\_1974\\_016\\_016\\_02](https://doi.org/10.1243/jmes_jour_1974_016_016_02)>.
- CALLADINE, C. R. **Plasticity for engineers: theory and applications**. 2nd edition. [S.l.]: Woodhead Publishing; September 15, 2000. 328 p. ISBN 978-1898563709.
- CALLISTER JR, W. D.; RETHWISCH, D. G. **Materials Science and Engineering: An Introduction**. [S.l.]: 10th edition. | Hoboken, NJ : Wiley, 2018. ISBN 978-1119405436.
- CHAWLA, K. K. **Composite Materials**. 4. ed. Cham, Switzerland: Springer Nature, 2021. ISBN 978-3030289850.

- CHAWLA, N.; ANDRES, C.; JONES, J.; ALLISON, J. Cyclic stress-strain behavior of particle reinforced metal matrix composites. **Scripta Materialia**, UK: Elsevier BV, v. 38, n. 10, p. 1595–1600, abr. 1998. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/s1359-6462\(98\)00067-0](https://doi.org/10.1016/s1359-6462(98)00067-0)>. Acesso em: Julho, 2023.
- CHEN, W. F.; HAN, D. J. **Plasticity for Structural Engineers**. Springer New York, 1988. p. 1-610. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3864-5>>. Acesso em: Julho, 2023.
- CHOU, T.-W.; NOMURA, S.; TAYA, M. A self-consistent approach to the elastic stiffness of short-fiber composites. **Journal of Composite Materials**, EUA: SAGE Publications, v. 14, n. 3, p. 178–188, jul. 1980. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/002199838001400301>>. Acesso em: Junho, 2023.
- CHRISTENSEN, R.; LO, K. Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, UK: Elsevier BV, v. 27, n. 4, p. 315–330, ago. 1979. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0022-5096\(79\)90032-2](https://doi.org/10.1016/0022-5096(79)90032-2)>. Acesso em: Junho, 2023.
- CHRISTENSEN, R.; SCHANTZ, H.; SHAPIRO, J. On the range of validity of the mori-tanaka method. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, UK: Elsevier BV, v. 40, n. 1, p. 69–73, jan. 1992. ISSN 0022-5096. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/0022-5096\(92\)90240-3](http://dx.doi.org/10.1016/0022-5096(92)90240-3)>. Acesso em: Junho, 2023.
- CHRISTENSEN, R. M. A critical evaluation for a class of micro-mechanics models. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, UK: Elsevier BV, v. 38, n. 3, p. 379–404, jan. 1990. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0022-5096\(90\)90005-o](https://doi.org/10.1016/0022-5096(90)90005-o)>. Acesso em: Junho, 2023.
- CHRISTOPHER, T.; SARMA, B. R.; POTTI, P. G.; RAO, B. N.; SANKARNARAYANASAMY, K. A comparative study on failure pressure estimations of unflawed cylindrical vessels. **International Journal of Pressure Vessels and Piping**, UK: Elsevier BV, v. 79, n. 1, p. 53–66, jan. 2002. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/s0308-0161\(01\)00126-0](https://doi.org/10.1016/s0308-0161(01)00126-0)>. Acesso em: Junho, 2023.
- DRUBAY, B.; CHAPULIOT, S.; LACIRE, M.; MARIE, S.; DESCHANELS, H.; CAMBEFORT, P. **A french guideline for defect assessment at elevated temperature and leak before break analysis**, EUA. 2001.
- ESHELBY, J. D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences**, UK: The Royal Society, v. 241, n. 1226, p. 376–396, ago. 1957. Disponível em: <<https://doi.org/10.1098/rspa.1957.0133>>. Acesso em: Junho, 2023.
- FATHI, R.; MA, A.; SALEH, B.; XU, Q.; JIANG, J. Investigation on mechanical properties and wear performance of functionally graded AZ91-SiCp composites via centrifugal casting. **Materials Today Communications**, UK: Elsevier BV, v. 24, p. 1-13, set. 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2020.101169>>. Acesso em: Julho, 2023.
- FAUPEL, J. Yield and bursting characteristics of heavy-wall cylinders. **Trans. ASME**, v. 78, n. 5, p. 1031 – 1064, 1956. Cited by: 7. Disponível em: <<https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-0242566565&partnerID=40&md5=35a0bedd236c72f7afc519a4cfbf8>>. Acesso em: Junho, 2023.

GARDNER, L.; WANG, F.; LIEW, A. Influence of strain hardening on the behavior and design of steel structures. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, SIN: World Scientific Pub Co Pte Lt, v. 11, n. 05, p. 855–875, out. 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1142/s0219455411004373>>. Acesso em: Junho, 2023.

GERMAN, R. M. **Particulate Composites: Fundamentals and Applications**. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2018. ISBN 978-3319806860.

GOODALL, I. Large Deformations in Plastically Deforming Curved Tubes Subjected to In-Plane Bending. **Research Division Report RD/B N**, v. 4312, 1978. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/267604007\\_Deformation\\_Capacity\\_of\\_Induction\\_Bends](https://www.researchgate.net/publication/267604007_Deformation_Capacity_of_Induction_Bends). Acesso em: Julho, 2023.

GOODIER, J. N.; HODGE JR., P. G. **Elasticity and plasticity: the mathematical theory of elasticity and the mathematical theory of plasticity**. [S.l.]: Dover Publications; First Edition, First (April 21, 2016), 2016. 160 p. ISBN 978-0486806044.

GROSS, D.; SEELIG, T. **Fracture Mechanics**. DE: Springer Berlin Heidelberg, 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-19240-1>. Acesso em: Julho, 2023.

GÜLER Ömer; BAĞCI, N. A short review on mechanical properties of graphene reinforced metal matrix composites. **Journal of Materials Research and Technology**, UK: Elsevier BV, v. 9, n. 3, p. 6808–6833, maio 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2020.01.077>>. Acesso em: Junho, 2023.

GUNES, R.; AYDIN, M.; APALAK, M. K.; REDDY, J. The elasto-plastic impact analysis of functionally graded circular plates under low-velocities. **Composite Structures**, UK: Elsevier BV, v. 93, n. 2, p. 860–869, jan. 2011. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2010.07.008>>. Acesso em: Junho, 2023.

HASHIN, Z. **Theory of mechanical behavior of heterogeneous media**. Technical Report No 3. Philadelphia, EUA. p. 1-44. 1963.

HILL, R. Theory of mechanical properties of fibre-strengthened materials: I. elastic behaviour. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, UK: Elsevier BV, v. 12, n. 4, p. 199–212, set. 1964. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0022-5096\(64\)90019-5](https://doi.org/10.1016/0022-5096(64)90019-5)>. Acesso em: Junho, 2023.

HILL, R. A self-consistent mechanics of composite materials. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, UK: Elsevier BV, v. 13, n. 4, p. 213–222, ago. 1965. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0022-5096\(65\)90010-4](https://doi.org/10.1016/0022-5096(65)90010-4)>. Acesso em: Junho, 2023.

HSIEH, S.; TING, E.; CHEN, W. A plastic-fracture model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, UK: Elsevier BV, v. 18, n. 3, p. 181–197, 1982. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0020-7683\(82\)90001-4](https://doi.org/10.1016/0020-7683(82)90001-4)>. Acesso em: Junho, 2023.

HSISSOU, R.; SEGHIRI, R.; BENZEKRI, Z.; HILALI, M.; RAFIK, M.; ELHARFI, A. Polymer composite materials: A comprehensive review. **Composite Structures**, UK: Elsevier BV, v. 262, p. 1-15, abr. 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.113640>>. Acesso em: Julho, 2023.

JAMIAN, S.; WATANABE, Y.; SATO, H. Formation of compositional gradient in al/SiC FGMs fabricated under huge centrifugal forces using solid-particle and mixed-powder methods. **Ceramics International**, UK: Elsevier BV, v. 45, n. 7, p. 9444–9453, maio 2019.

JOJITH, R.; AKHIL, R. C.; RADHIKA, N. Characterization and property analysis of heat-treated functionally graded al8si3cu alloy and TiC reinforced composite. **Transactions of the Indian Institute of Metals**, DE: Springer Science and Business Media LLC, v. 74, n. 2, p. 459–471, jan. 2021.

JUGANSON, E. et al. Centrifugal-shs process combining casting technique centrifuge with shs. USP Patent N° 4005741, fev. 1977.

JUNUS, S.; ZULFIA, A. Development of seamless pipe based on al/al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> composite produced by stir casting and centrifugal casting. **Materials Science Forum**, CH: Trans Tech Publications, Ltd., v. 857, p. 179–182, maio 2016.

KANGISHWAR, S.; RADHIKA, N.; SHEIK, A. A.; CHAVALI, A.; HARIHARAN, S. A comprehensive review on polymer matrix composites: material selection, fabrication, and application. **Polymer Bulletin**, DE: Springer Science and Business Media LLC, v. 80, n. 1, p. 47–87, jan. 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00289-022-04087-4>>. Acesso: Junho, 2023.

KARAMANOS, S. A. Mechanical behavior of steel pipe bends: An overview. **Journal of Pressure Vessel Technology**, EUA: ASME International, v. 138, n. 4, abr. 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.4031940>>. Acesso em: Junho, 2023.

KAZIMI, S. M. A. **Solid Mechanics**. 2. ed. New York, NY: McGraw-Hill, 1982. ISBN 0-07-451715-5.

KISHAWY, H. A.; GABBAR, H. A. Review of pipeline integrity management practices. **International Journal of Pressure Vessels and Piping**, UK: Elsevier BV, v. 87, n. 7, p. 373–380, jul. 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2010.04.003>>. Acesso em: Junho, 2023.

KLEVER, F.; STEWART, G. Analytical burst strength prediction of octg with and without defects. *In*: ONEPETRO. **SPE Applied technology workshop on risk based design of well casing and tubing**. [S.l.], p. 1-17. 1998.

KRAJEWSKI, P. E.; ALLISON, J. E.; JONES, J. W. The effect of SiC particle reinforcement on the creep behavior of 2080 aluminum. **Metallurgical and Materials Transactions A**, DE: Springer Science and Business Media LLC, v. 28, n. 3, p. 611–620, mar. 1997. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11661-997-0046-1>>. Acesso em: Junho, 2023.

LAI, W. M.; RUBIN, D.; KREMPL, E. **Introduction to Continuum Mechanics**. 4. ed. Department in Oxford, UK: Elsevier, 2009. 536 p. ISBN 978-0750685603.

LAWS, N.; MCLAUGHLIN, R. The effect of fibre length on the overall moduli of composite materials. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, UK: Elsevier BV, v. 27, n. 1, p. 1–13, fev. 1979. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0022-5096\(79\)90007-3](https://doi.org/10.1016/0022-5096(79)90007-3)>. Acesso em Junho, 2023.

LEE, C. H.; KHALINA, A.; NURAZZI, N. M.; NORLI, A.; HARUSSANI, M. M.; RAFIQA, S. A.; AISYAH, H. A.; RAMLI, N. The challenges and future perspective of woven kenaf reinforcement in thermoset polymer composites in Malaysia: A review. **Polymers**, CH: MDPI AG, v. 13, n. 9, p. 1390, abr. 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/polym13091390>>. Acesso em: Junho, 2023.

LEVY NETO, F.; PARDINI, L. C. **Compósitos estruturais: ciência e tecnologia**. 2ª Edição – Edição revista e ampliada. São Paulo: Blucher, 2016. 416 p. ISBN 978-8521210788.

LI, J.; ZHOU, C.-Y.; CUI, P.; HE, X.-H. Plastic limit loads for pipe bends under combined bending and torsion moment. **International Journal of Mechanical Sciences**, UK: Elsevier BV, v. 92, p. 133–145, mar. 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2014.12.011>>. Acesso em: Junho, 2023.

LI, S.-J.; ZHOU, C.-Y.; LI, J.; PAN, X.-M.; HE, X.-H. Effect of bend angle on plastic limit loads of pipe bends under different load conditions. **International Journal of Mechanical Sciences**, UK: Elsevier BV, v. 131-132, p. 572–585, out. 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2017.08.019>>. Acesso em: Junho, 2023.

MEDEIROS JR., M. S.; PARENTE JR., E.; MELO, A. M. C. de. Influence of the micromechanics models and volume fraction distribution on the overall behavior of SiC/al functionally graded pressurized cylinders. **Latin American Journal of Solids and Structures**, BR: FapUNIFESP (SciELO), v. 16, n. 4, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1679-78255433>>. Acesso em: Julho, 2023.

MEDEIROS JR., M. S.; RIBEIRO, L. G. Micromechanical elastoplastic limit analysis of in-plane bending of functionally graded pipe elbows. **Thin-Walled Structures**, UK: Elsevier BV, v. 171, p. 1-14, fev. 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.tws.2021.108778>>. Acesso em Julho, 2023.

MOHAMMADI, M.; RAJABI, M.; GHADIRI, M. Functionally graded materials (FGMs): A review of classifications, fabrication methods and their applications. **Processing and Application of Ceramics**, SC: National Library of Serbia, v. 15, n. 4, p. 319–343, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.2298/pac2104319m>>. Acesso em: Junho, 2023.

MONDAL, B. C.; DHAR, A. S.; HAFIZ, H. I. Burst pressure assessment of pipe bend/elbow for transmission pipelines. **Thin-Walled Structures**, UK: Elsevier BV, v. 174, p. 1-12, maio 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.109148>>. Acesso em: Julho, 2023.

MORI, T.; TANAKA, K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. **Acta Metallurgica**, UK: Elsevier BV, v. 21, n. 5, p. 571–574, maio 1973. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0001-6160\(73\)90064-3](https://doi.org/10.1016/0001-6160(73)90064-3)>. Acesso em: Junho, 2023.

MURA, T. **Micromechanics of defects in solids**. NL: Springer Netherlands, 1982. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/978-94-011-9306-1>>. Acesso em: Junho, 2023.

NADAI, A. **Plastic behavior of metals in the strain – hardening range. Part I**. Condado de Prince George, Maryland, Estados Unidos: Journal of Applied Physics, 1937. ISBN 8(3):205–213.

NADAI, A.; HODGE JR, P. **Theory of flow and fracture of solids**, 1963, vol 2.

NADAI, A.; WAHL, A. M. **Plasticity, a mechanics of the plastic state of matter**. [S.l.]: The Society of Rheology, 1931.

ODAWARA, O. Method for providing ceramic lining to a hollow body by thermite reaction. USP Patent Nº 4363832, dez. 1982.

PAULSEN, F.; WELO, T. **An analytical model for prediction of tube ovalization in bending**. In: **ESAFORM 2003**: proceedings of the sixth Esaform conference on material forming, p. 775–778, 01 2003.

PERDAHÇIOĞLU, E. S.; GEIJSELAERS, H. J. M. Constitutive modeling of two phase materials using the mean field method for homogenization. **International Journal of Material Forming**, DE: Springer Science and Business Media LLC, v. 4, n. 2, p. 93–102, nov. 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s12289-010-1007-6>>. Acesso em: Junho, 2023.

PRADEEP, A.; RAMESHKUMAR, T. Review on centrifugal casting of functionally graded materials. **Materials Today: Proceedings**, UK: Elsevier BV, mar. 2020. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/340238098\\_Review\\_on\\_centrifugal\\_casting\\_of\\_functionally\\_graded\\_materials](https://www.researchgate.net/publication/340238098_Review_on_centrifugal_casting_of_functionally_graded_materials). Acesso em: Julho, 2023.

PRADEEP, A.; RAMESHKUMAR, T. Review on Centrifugal Casting of Functionally Graded Materials. **Materials Today: Proceedings**, UK: Elsevier BV, v. 45, p. 729–734, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.02.764>. Acesso em: Julho, 2023.

RADHIKA, N.; RAGHU, R. Mechanical and tribological properties of functionally graded aluminium/zirconia metal matrix composite synthesized by centrifugal casting. **International Journal of Materials Research**, DE: Walter de Gruyter GmbH, v. 106, n. 11, p. 1174–1181, nov. 2015.

RAJAN, T. P. D.; PAI, B. C. Formation of solidification microstructures in centrifugal cast functionally graded aluminium composites. **Transactions of the Indian Institute of Metals**, DE: Springer Science and Business Media LLC, v. 62, n. 4-5, p. 383–389, out. 2009.

REDDY, J. N. **An Introduction to Continuum Mechanics**. 2. ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2013. 470 p. ISBN 978-1107025431.

REUSS, A. Berechnung der fließgrenze von mischkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristalle . **ZAMM - Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik**, EUA: Wiley, v. 9, n. 1, p. 49–58, 1929. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/zamm.19290090104>>. Acesso em: Junho, 2023.

RSWARBRICK. **Yield superficics**. CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons, 2009. Disponível em: <[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/cc/Yield\\_surfaces.svg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/cc/Yield_surfaces.svg)>. Acesso em: Junho, 2023.

SALEH, B.; JIANG, J.; MA, A.; SONG, D.; YANG, D.; XU, Q. Review on the influence of different reinforcements on the microstructure and wear behavior of functionally graded aluminum matrix composites by centrifugal casting. **Metals and Materials International**, DE: Springer Science and Business Media LLC, v. 26, n. 7, p. 933–960, out. 2019.

SAM, M.; JOJITH, R.; RADHIKA, N. Progression in manufacturing of functionally graded materials and impact of thermal treatment—a critical review. **Journal of Manufacturing Processes**, UK: Elsevier BV, v. 68, p. 1339–1377, ago. 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2021.06.062>>. Acesso em: Junho, 2023.

SANJEEVIPRAKASH, K.; KANNAN, A. R.; SHANMUGAM, N. S. Additive manufacturing of metal-based functionally graded materials: overview, recent advancements and challenges. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, DE: Springer Science and Business Media LLC, v. 45, n. 5, abr. 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40430-023-04174-1>>. Acesso em: Junho, 2023.

SARATHCHANDRA, D.; SUBBU, S. K.; VENKAI AH, N. Functionally graded materials and processing techniques: An art of review. **Materials Today: Proceedings**, UK: Elsevier BV, v. 5, n. 10, p. 21328–21334, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.matpr.2018.06.536>>. Acesso em: Junho, 2023.

S AVAŞ Ömer. The production and properties of al3ti reinforced functionally graded aluminum matrix composites produced by the centrifugal casting method. **Materials Research Express**, UK: IOP Publishing, v. 6, n. 12, p. 1-12, nov. 2019. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1088/2053-1591/ab562c>. Acesso em: Junho, 2023.

SHI, J.; HU, A.; YU, F.; CUI, Y.; YANG, R.; ZHENG, J. Finite element analysis of high-density polyethylene pipe in pipe gallery of nuclear power plants. **Nuclear Engineering and Technology**, UK: Elsevier BV, v. 53, n. 3, p. 1004–1012, mar. 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.net.2020.08.019>>. Acesso em: Junho, 2023.

SODERBERG, C. Interpretation of creep tests on tubes. **Trans. ASME**, v. 63, n. 4, p. 737 – 748, 1941. Cited by: 34. Disponível em: <<https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-0001310788&partnerID=40&md5=65a80b3a3c17fbc22891b0d6d8bfae98>>. Acesso em: Junho, 2023.

SOROUR, S. S.; SHAZLY, M.; MEGAHED, M. M. Limit load analysis of thin-walled as-fabricated pipe bends with low ovality under in-plane moment loading and internal pressure. **Thin-Walled Structures**, UK: Elsevier BV, v. 144, p. 1-12, nov. 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.106336>>. Acesso em: Junho, 2023.

SPENCE, J.; FINDLAY, G. **Limit load for pipe bends under in-plane bending**. *In*: Proceedings of the 2nd International Conference on Pressure Vessel Technology, p. 393–399, 1973.

TAMURA, I.; TOMOTA, Y.; OZAWA, M. **Strength and ductility of fe-ni-c alloys composed of austenite and martensite with various strength**. *In*: Proceedings of the Third International Conference on Strength of Metals and Alloys, UK: Cambridge, Institute of Metals, v. 1, p. 611–615, 1973.

TELLES, P. C. da S. **Tubulacoes industriais: materiais, projeto e montagem**. 10ª Edição. [S.l.]: Rio de Janeiro: LTC, 2001. 276 p. ISBN 978-8521612896.

TESTZLAF, R.; MATSURA, E. E. **Engenharia de irrigação: tubos e acessórios**. Campinas, SP: Unicamp/Faculdade de Engenharia Agrícola, 2015. 153 p. ISBN 978-85-99678-08-4 e-book. Disponível em: <[www.feagri.unicamp.br/irrigacao](http://www.feagri.unicamp.br/irrigacao)>. Acesso em: Junho, 2023.

TOUBOUL, F.; DJEDIDIA, M. B.; ACKER, D. **Design criteria for piping components against plastic collapse: Application to pipe bend experiments.** *In: Proceedings of 6th International Conference of Pressure Vessel Technology*, p. 73–84, set. 1989.

TUCKER III., C. L.; LIANG, E. Stiffness predictions for unidirectional short-fiber composites: Review and evaluation. **Composites Science and Technology**, UK: Elsevier BV, v. 59, n. 5, p. 655–671, abr. 1999. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/s0266-3538\(98\)00120-1](https://doi.org/10.1016/s0266-3538(98)00120-1)>. Acesso em: Junho, 2023.

TURNER, L. The stresses in a thick hollow cylinder subjected to internal pressure. **Trans. Camb. Philos. Soc.**, v. 21, n. 14, p. 377 – 396, 1910. Cited by: 42. Disponível em: <<https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-0000450348&partnerID=40&md5=dec6943711903d5515cfcfa959e3ca>>. Acesso em: Junho, 2023.

VERMA, R. K.; PARGANIHA, D.; CHOPKAR, M. A review on fabrication and characteristics of functionally graded aluminum matrix composites fabricated by centrifugal casting method. **SN Applied Sciences**, DE: Springer Science and Business Media LLC, v. 3, n. 2, jan. 2021.

VOIGT, W. Ueber die beziehung zwischen den beiden elasticitätsconstanten isotroper körper. **Annalen der Physik**, EUA: Wiley, v. 274, n. 12, p. 573–587, 1889. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/andp.18892741206>>. Acesso em: Junho, 2023.

WANG, Y.-F.; YANG, Z.-G. Finite element analysis of residual thermal stress in ceramic-lined composite pipe prepared by centrifugal-SHS. **Materials Science and Engineering: A**, UK: Elsevier BV, v. 460-461, p. 130–134, jul. 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.msea.2007.01.017>>. Acesso em: Junho, 2023.

WATANABE, Y.; SUGIURA, T.; SATO, H.; TSUGE, H. Fabrication of al-based composites by centrifugal mixed-powder method and their application for grinding wheels. **Journal of Materials Engineering and Performance**, DE: Springer Science and Business Media LLC, v. 28, n. 7, p. 3852–3863, fev. 2019.

YAMAGIWA, K.; WATANABE, Y.; MATSUDA, K.; FUKUI, Y.; KAPRANOS, P. Characteristics of a near-net-shape formed al–al3fe eco-functionally graded material produced over its eutectic melting temperature. **Materials Science and Engineering: A**, UK: Elsevier BV, v. 416, n. 1-2, p. 80–91, jan. 2006.

YAN, L.; CHEN, Y.; LIOU, F. Additive manufacturing of functionally graded metallic materials using laser metal deposition. **Additive Manufacturing**, UK: Elsevier BV, v. 31, p. 1-11, jan. 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.addma.2019.100901>>. Acesso em: Junho, 2023.

YANG, G.; PARK, M.; PARK, S.-J. Recent progresses of fabrication and characterization of fibers-reinforced composites: A review. **Composites Communications**, UK: Elsevier BV, v. 14, p. 34–42, ago. 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.coco.2019.05.004>>. Acesso em: Junho, 2023.

ZAFARMAND, H.; KADKHODAYAN, M. Nonlinear material and geometric analysis of thick functionally graded plates with nonlinear strain hardening using nonlinear finite element method. **Aerospace Science and Technology**, UK: Elsevier BV, v. 92, p. 930–944, set. 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ast.2019.07.015>>. Acesso em: Junho, 2023.

ZHANG, H.; ZHANG, X.; SUN, H.; CHEN, M.; LU, X.; WANG, Y.; LIU, X. Pressure of newtonian fluid flow through curved pipes and elbows. **Journal of Thermal Science**, DE: Springer Science and Business Media LLC, v. 22, n. 4, p. 372–376, ago. 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11630-013-0638-6>>. Acesso em: Junho, 2023.

ZHU, X.; LEIS, B. Accurate prediction of burst pressure for linepipes. **Journal of Pipeline Integrity**, v. 4, p. 195 – 206, 2004. Cited by: 32. Disponível em: <<https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-36448931756&partnerID=40&md5=2a17d6e8970917badbb23be553d6f759>>. Acesso em: Junho, 2023.

ZYGMUNTOWICZ, J.; WIECIŃSKA, P.; MIAZGA, A.; KONOPKA, K.; KASZUWARA, W. Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/ni functionally graded materials (FGM) obtained by centrifugal-slip casting method. **Journal of Thermal Analysis and Calorimetry**, DE: Springer Science and Business Media LLC, v. 130, n. 1, p. 123–130, mar. 2017.