



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA (CT)
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

LARISSA MENEZES DE FREITAS

ANÁLISE DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE VIGAS EM CONCRETO
ARMADO SUBMETIDAS À FLEXÃO PELO MÉTODO DE MONTE CARLO

FORTALEZA
2022

LARISSA MENEZES DE FREITAS

ANÁLISE DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE VIGAS EM CONCRETO
ARMADO SUBMETIDAS À FLEXÃO PELO MÉTODO DE MONTE CARLO

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia Civil do Centro de Tecnologia (CT) da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Evandro Parente Junior

FORTALEZA
2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- F936a Freitas, Larissa Menezes de.
Análise da confiabilidade estrutural de vigas em concreto armado pelo Método de Monte Carlo /
Larissa Menezes de Freitas. – 2022.
76 f. : il. color.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia,
Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2022.
Orientação: Prof. Dr. Evandro Parente Júnior.
1. Confiabilidade estrutural. 2. Método de Monte Carlo. 3. Vigas em concreto armado. I. Título.
CDD 620
-

LARISSA MENEZES DE FREITAS

ANÁLISE DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE VIGAS EM CONCRETO
ARMADO SUBMETIDAS À FLEXÃO PELO MÉTODO DE MONTE CARLO

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia Civil do Centro de Tecnologia (CT) da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Evandro Parente Junior

Aprovada em: 11/02/2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Evandro Parente Júnior (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Junior
Universidade Federal do Ceará (UFC)

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, aos meus pais, Freitas e Neide, por todo o apoio e incentivo dados a mim durante toda a minha vida estudantil. À minha irmã, Letícia, por ser minha parceira e sempre estar presente quando precisei.

A todos os professores que contribuíram para o meu aprendizado, em especial ao professor Evandro, do qual tive a honra de ser aluna durante quatro semestres da graduação, tendo aceitado me orientar nesse último passo para a conquista do meu diploma. Sem vocês eu não seria nada da profissional que estou me formando. Vocês são inspiração para mim!

Ao Programa de Educação Tutorial (PET Civil UFC) e a todos os membros que fizeram parte dessa jornada comigo, me transformando enquanto pessoa e profissional. Serei eternamente grata por todas as experiências vividas, as quais foram sempre de muita alegria e muito conhecimento. Obrigada por fazerem esses anos mais leves, vocês ocupam um lugar especial no meu coração, vestirei para sempre a camisa azul.

À UFC e a todos os seus funcionários, pelo empenho em proporcionar um ensino de alta qualidade a cada aluno e ser agente transformador na vida de tantas pessoas. Terei sempre muito orgulho em dizer que passei por suas salas.

À empresa NORCALC por ter confiado em mim o trabalho nos últimos anos, por ter me iniciado no almejado mercado de estruturas e por ter disponibilizado o projeto estudado. Aos meus colegas de trabalho, obrigada por se fazerem sempre tão solícitos e terem complementado meu aprendizado acadêmico.

A todos os demais amigos, familiares e colegas de curso que estiveram e estão presentes na minha caminhada estudantil, contribuindo de forma direta ou indireta para o meu engrandecimento, em especial à Ivana Feitosa, que foi inspiração e motivação para o desenvolvimento deste trabalho, sem você ele não seria possível.

Ao meu município, Várzea Alegre, que sempre se mostrou meu refúgio de paz e sossego, trazendo sempre esperança e alegria em meio a tempos tão difíceis.

RESUMO

Um importante passo de um projeto estrutural é o dimensionamento e o detalhamento de seus elementos, em que se busca a solução mais segura e econômica. Apesar de as diretrizes normativas indicarem quais as verificações devem ser realizadas, tais como resistência, estabilidade e durabilidade, abordados pela NBR 6118:2014 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento, as diferentes variáveis que compõem o problema, a exemplo do carregamento e das propriedades do material, estão sujeitas a alterações, seja em função de seu uso ou de equívocos construtivos, o que pode acarretar comportamentos indesejados e, conseqüentemente, sérios problemas para a garantia de uma proteção efetiva ao usuário. A partir dessa adversidade, este trabalho almeja explorar a Teoria da Confiabilidade Estrutural aplicada a vigas de concreto armado, por ser este um dos principais materiais utilizados em edificações no Brasil, utilizando o Método de Monte Carlo para calcular a probabilidade da violação de um estado limite do elemento quando submetido a esforços de flexão. Inicialmente verificou-se a validade do método a partir de dois exemplos disponíveis na literatura e, em seguida, com a proposição da função de falha, utilizou-se o *software* MATLAB para o estudo de duas vigas, contínua e bi apoiada, de uma casa de um pavimento, dimensionadas inicialmente pelo *software* TQS. Os resultados obtidos indicam que ambas as vigas possuem índices de confiabilidade adequados. Ademais, a variável que mais influencia na probabilidade de falha é a altura da viga, seguida da carga variável e da resistência do aço. Assim, comprova-se que a análise da confiabilidade de uma estrutura corrobora para a segurança mais efetiva da edificação e confere maior prudência para o engenheiro responsável na fase de dimensionamento.

Palavras-chave: Confiabilidade Estrutural. Método de Monte Carlo. Vigas em Concreto Armado.

ABSTRACT

An important step in a structural project is the dimensioning and detailing of its elements, in which the safest and most economical solution is sought. Although the normative guide indicate which checks must be take into consideration, such as strength, stability and durability, addressed by NBR 6118:2014 - Project of Concrete Structures - Procedure, the different variables that govern the problem, for example the loading and the material properties, are exposed to modifications, whether due to use or constructive mistakes, which can lead to unexpected behavior and, consequently, serious problems to ensure effective protection for the user. Considering these aspects, this work aims to explore the Structural Reliability Theory applied to reinforced concrete beams, as this is one of the main materials used in buildings in Brazil, using the Monte Carlo Method to calculate the probability of a limit state violation element when subjected to bending. Initially, the validity of the method was verified from two examples available in the literature and then with the proposition of the failure function, the MATLAB software was used to study two beams, continuous and simply supported, of a house of one floor, initially dimensioned using TQS software. The obtained results indicate that both beams, when weighting coefficients are not used, have adequate reliability indices. Thus, it is proved that the analysis of the reliability of a structure supports a more effective safety of the building and gives greater prudence to the responsible engineer in the dimensioning phase.

Keywords: Structural Reliability. Monte Carlo Method. Reinforced Concrete Beams.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Curva de probabilidade de falha.....	17
Figura 2 - Curva de distribuição normal	20
Figura 3 - Curva de distribuição Gumbel.....	21
Figura 4 - Curva de distribuição lognormal	21
Figura 5 – Exemplo de viga de concreto armado segundo o Método de Monte Carlo.....	25
Figura 6 – Variação do β em vigas de acordo com a taxa de armadura e a combinação de carregamento.	26
Figura 7 – Confiabilidade para vigas mistas com diferentes coeficientes de majoração	26
Figura 8 - Fluxograma de funcionamento do MMC.	28
Figura 9 - Transformação de Hasofer-Lind das variáveis de projeto.....	29
Figura 10 - Representação da superfície de falha no espaço padronizado.....	31
Figura 11 - Diagrama tensão-deformação do concreto.	36
Figura 12 - Diagrama tensão-deformação para aços de armadura passiva.	37
Figura 13 - Domínios de deformação.....	39
Figura 14 – Diagramas de deformação longitudinal e tensão normal utilizados para o dimensionamento no estado limite último	40
Figura 15 – Metodologia do estudo.....	44
Figura 16 – Gráfico de dispersão da função de falha do Exemplo 1.	45
Figura 17 – Histograma da flecha do Exemplo 1 em metros.	46
Figura 18 - Gráfico de correlação do Exemplo 1	46
Figura 19 – Gráfico de dispersão da função de falha do Exemplo 2.	48
Figura 20 – Histograma do momento do Exemplo 2.	48
Figura 21 – Gráfico da função de falha do Exemplo 2.	49
Figura 22 – Gráfico de correlação do Exemplo 2.	50
Figura 23 – Corte da estrutura (dimensões em centímetros).....	53
Figura 24 - Planta estrutural do pavimento térreo (dimensões em centímetros).....	54
Figura 25 - Planta estrutural do pavimento coberta (dimensões em centímetros).	55
Figura 26 - Esquema da viga V4.....	56
Figura 27 - Esquema da viga V5.....	56
Figura 28 – Diagrama de momento fletor característico da viga V4 em kNm	57
Figura 29 – Diagrama de momento fletor característico da viga V5 em kNm	57
Figura 30 - Detalhamento da viga V4.	59

Figura 31 - Detalhamento da viga V5.	59
Figura 32 - Gráfico de dispersão da função de falha da V4.	60
Figura 33 – Histograma do momento da viga V4.	61
Figura 34 – Gráfico da função de falha da viga V4.	62
Figura 35 – Gráfico de correlação das variáveis da viga V4.	62
Figura 36 – Probabilidade de falha da viga V4.	63
Figura 37 – Índice de confiabilidade da viga V4.	64
Figura 38 – Gráficos do resultado da viga V4 com armadura minorada.	64
Figura 39 – Gráfico de dispersão da função de falha da viga V5.	66
Figura 40 – Histograma de momento da viga V5.	66
Figura 41 – Histograma da função de falha da viga V5.	67
Figura 42 - Gráfico de correlação das variáveis da viga V5.	68
Figura 43 – Probabilidade de falha da viga V5.	69
Figura 44 – Índice de confiabilidade da viga V5.	69

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Funções densidade de probabilidade.....	19
Tabela 2 - Índices de Confiabilidade alvos recomendados para novas estruturas e o referido período de especificação	24
Tabela 3 - Índices de confiabilidade alvos sugeridos para estruturas existentes	24
Tabela 4 - Valores estimados de módulo de elasticidade em função da classe do concreto considerando uso de granito como agregado graúdo.	35
Tabela 5 - Coeficientes de ponderação de resistência.....	38
Tabela 6 - Modelo probabilísticos de variáveis aleatórias para análise de confiabilidade.	42
Tabela 7 - Variáveis da viga em concreto bi apoiada.	44
Tabela 8 - Variáveis da viga em concreto bi apoiada.	47
Tabela 9 – Legenda de variáveis do gráfico de correlação.	50
Tabela 10 - Parâmetros adotados para o concreto armado.....	51
Tabela 11 - Parâmetros adotados para o aço CA-50.	52
Tabela 12 - Valores permanentes de cargas verticais adotados.	52
Tabela 13 - Valores acidentais de cargas verticais adotados.	52
Tabela 14 - Variáveis da viga V4.....	60
Tabela 15 – Resultados da viga V4.....	63
Tabela 16 - Variáveis da viga V5.....	65
Tabela 17 – Resultados da viga V5.....	68

LISTA DE ABREVIATURAS

γ	coeficiente de ponderação da resistência para flexão;
G	ação permanente;
Q	ação variável;
f_y	tensão de escoamento do material;
E	módulo de elasticidade;
β	índice de confiabilidade;
σ	tensão normal;
M_{rk}	momento resistente característico da peça;
M_{rd}	momento resistente de projeto da peça;
h	altura da seção transversal da peça;
d'	distância entre a face inferior da seção transversal da peça e o eixo da armadura.
M_{sk}	momento solicitante característico da peça;
M_{sd}	momento solicitante de projeto da peça;
z	distância entre o eixo da armadura e o ponto de aplicação da resultante de compressão do concreto;
d	distância entre a face superior da seção transversal da peça e o eixo da armadura;
A_s	área de aço na seção transversal da peça;
x	distância entre o bordo superior da peça até a sua linha neutra;
b	largura da seção transversal.

LISTA DE SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite Último
FDA	Função de Distribuição Acumulada
FDP	Função Densidade de Probabilidade
FORM	First Order Reability Method
FOSM	First Order Second Moment Method
JCSS	<i>Joint Committee on Structural Safety</i>
MATLAB	<i>Matrix Laboratory;</i>
MMC	Método de Monte Carlo
NBR	Norma Brasileira
P_f	<i>Probability of failure</i>
SORM	Second Order Reability Method

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
1.1. Objetivos gerais e específicos	15
1.2. Organização do texto	15
2. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	17
2.1. Estudo probabilístico	18
2.2. Probabilidade de falha	22
2.3. Método probabilístico - Monte Carlo	22
2.4 Métodos semi-probabilísticos	28
3. VIGAS DE CONCRETO ARMADO	34
3.1. Estados-limites	37
3.1.1. Estado limite último (ELU).....	37
3.1.2. Estado limite de serviço (ELS)	38
3.2. Domínios de deformação	38
3.2.1. Domínio de deformação 2	39
3.2.2. Domínio de deformação 3	39
3.2.3. Domínio de deformação 4	39
3.3. Resistência ao momento fletor	39
3.4. Estudo da segurança estrutural via confiabilidade	41
4. METODOLOGIA	43
4.1. Exemplo de estudo da flecha	44
4.2. Exemplo de estudo do momento fletor	47
5. APLICAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO	51
6. CONCLUSÃO	71
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	74

1. INTRODUÇÃO

A fase de concepção estrutural é uma das mais importantes no desenvolvimento de uma obra. Nela, é proposto um modelo, composto por lajes, vigas e pilares, no sistema tradicional, responsável por receber os carregamentos permanentes e acidentais e transferi-los à fundação, conferindo segurança e economia. Apesar de haver um aparato normativo robusto que determina de que maneira cada um desses elementos deve ser verificado de acordo com as diversas solicitações possíveis, tais resultados podem não representar bem a realidade.

Divergências construtivas, sejam elas de dimensão ou preparação da mistura de concreto, geram propriedades diferentes na peça, como seu momento de inércia ou sua resistência característica, que podem propiciar a ocorrência de comportamentos inesperados aos previstos em cálculo. Da mesma forma, um uso diferente da edificação, com solicitações superiores às que eram esperadas geram esforços maiores nos elementos. Tais incertezas, na maioria das vezes, mesmo com os coeficientes de correção, não são levados em consideração nos projetos estruturais, revelando o quão um certo elemento é confiável.

Sob esse contexto, a confiabilidade estrutural é a área da engenharia que estuda o quão confiáveis são as verificações dos elementos que a compõem. Ela vem ganhando cada vez mais destaque a nível nacional buscando quantificar a segurança de estruturas sujeitas a incertezas. Tal estudo varia drasticamente de acordo com o material analisado, visto que cada um possui propriedades específicas, que podem conferir maior ou menor variabilidade nas respostas, demandando calibrações específicas.

Segundo Furst (2017), a probabilidade de falha de uma estrutura varia consideravelmente com o controle de processos durante sua execução, o modo de operação e manutenção durante a vida útil da edificação, dentre outros fatores. Ademais, os coeficientes de ponderação dos parâmetros que regem o problema na fase de concepção também influenciam o nível de segurança. As incertezas são tratadas definindo valores determinísticos, para algumas grandezas, baseados em conceitos probabilísticos e aplicando os fatores de ponderação que majoram os esforços solicitantes e minoram as resistências, com o fito de garantir a segurança do elemento. Esses coeficientes são determinados pelas normativas de cada região, a exemplo da ACI 318 nos Estados Unidos, do Eurocode nos países europeus e da NBR 6118:2014 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento no Brasil (SCARDUELLI, 2019).

Vale ressaltar que, quanto maiores os coeficientes de segurança, mais oneroso será o projeto por demandar um maior consumo de materiais, o que revela a dependência da escolha dos parâmetros não somente a cálculos matemáticos, mas também ao nível socioeconômico do país, o que pode ser comprovado ao se observar que muitos coeficientes utilizados na norma brasileira são inferiores aos utilizados na norma americana e superiores ao da norma venezuelana.

Nesse contexto, cada projeto, idealizado com características diferentes, pode ser pensado diferentemente de acordo com o engenheiro responsável. Assim como observado em Beck e Souza Jr (2010), um projeto concebido por duas linhas de pensamento distintas, apesar de pautadas nos mesmos princípios de dimensionamento, pode gerar valores divergentes para as mesmas variáveis do problema e, conseqüentemente, confiabilidades diferentes nos elementos estruturais.

Os métodos de dimensionamento podem ser divididos em duas categorias principais: semi probabilísticos e probabilísticos. O primeiro deles é pautado no uso de valores parcialmente determinísticos para os parâmetros de cálculo, enquanto o segundo leva em consideração a variabilidade das solicitações e das próprias características da estrutura. Segundo Silva (2017), o modelo probabilístico consiste no projeto de uma estrutura com base em uma equação de desempenho alimentada por variáveis aleatórias, visando a obtenção de uma probabilidade de falha pequena. Isso gerará o índice de confiabilidade, o qual deve ser superior aos valores mínimos estipulados para que um elemento seja considerado seguro. Normalmente, o processo é realizado por simulações numéricas com o uso de programas computacionais que, a partir de várias repetições, consegue obter dados que complementem ou mesmo substituam dados reais (ANG e TANG, 1984).

Logo, o estudo do grau de confiabilidade dos modelos e coeficientes propostos pela norma é de extrema importância para a obtenção de resultados mais uniformizados e estruturas efetivamente confiáveis. Na literatura, existem diversos trabalhos que abordam o assunto, como em Paliga (2008), Beck e Souza Jr (2010), Santos, Stucchi e Beck (2014), Moreira (2017), Ames (2019), porém são poucos os estudos que tratam da aplicação dos conceitos apreendidos em edificações reais, com um teor mais prático da pesquisa. Um exemplo desta aplicação foi observado em Bastos (2012) e em Scarduelli (2019).

Dessa forma, este trabalho visa estudar o funcionamento do método probabilístico na confiabilidade estrutural em um projeto real, cujo dimensionamento foi feito de acordo com as diretrizes e os coeficientes de ponderação fornecidos pela NBR 6118:2014. Para isso, será utilizada a simulação de Monte Carlo, com auxílio do software *MATLAB*, o qual consegue gerar números randômicos para as variáveis estudadas e, a partir deles, verificar a segurança da equação de desempenho proposta em diversas simulações, contabilizando as ocorrências de falha e de sucesso, valores que representam o grau de confiabilidade da estrutura.

1.1. Objetivos gerais e específicos

O presente trabalho tem como objetivo avaliar o grau de confiabilidade estrutural e a consequente probabilidade de falha de vigas em concreto armado submetidas a esforços de flexão projetadas segundo a norma ABNT NBR 6118:2014 de um projeto real pelo Método de Monte Carlo. Dessa forma, serão seguidos os seguintes objetivos específicos:

- Avaliar a confiabilidade dos elementos de viga, usando simulação de Monte Carlo;
- Analisar os resultados com valores indicados por normas internacionais e pela literatura;
- Identificar características comuns às vigas com maiores e menores índices de confiabilidade;
- Avaliar a correlação de cada parâmetro de resistência com o índice de confiabilidade;

1.2. Organização do texto

O restante do texto está organizado da seguinte forma:

No Capítulo 2, aborda-se o conceito da confiabilidade estrutural por meio de uma revisão bibliográfica, apresentando suas características e seus principais métodos de análise.

No Capítulo 3, inicia-se com um breve histórico do uso do concreto armado em estruturas, seguido pelas determinações normativas nacionais vigentes para verificação de vigas. Ainda, ao final, é apresentado de que forma a confiabilidade se aplica ao modo de falha de flexão.

No Capítulo 4, apresenta-se a metodologia da pesquisa utilizada, bem como a discussão de dois exemplos numéricos utilizados para validação da metodologia utilizada e sua implementação computacional.

No Capítulo 5, aplica-se o método proposto em vigas de um projeto real e discute os resultados obtidos de probabilidade de falha e índice de confiabilidade.

Por fim, no Capítulo 6, expõe-se as principais conclusões do trabalho, as dificuldades enfrentadas e as sugestões para trabalhos futuros nesta área de estudo.

2. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

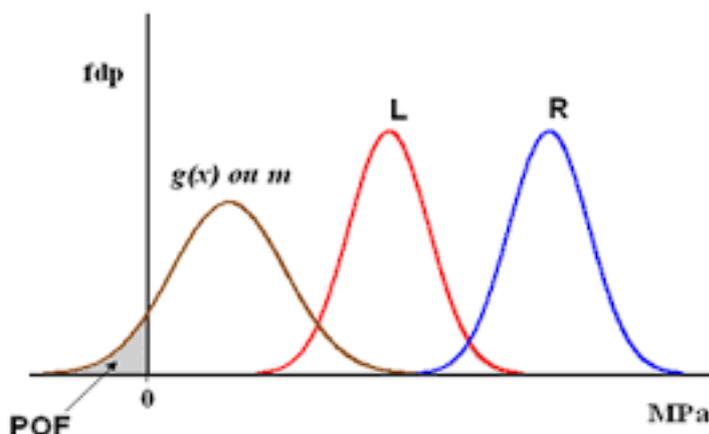
A confiabilidade estrutural vem ganhando cada vez mais espaço no âmbito de projetos estruturais, tanto na análise quanto no dimensionamento e posterior detalhamento, por fornecer aos engenheiros uma segurança maior na tomada de decisões quanto à majoração dos parâmetros de projeto. Tal confiança é fundamental em virtude da variabilidade atrelada à intensidade e distribuição de cargas, das propriedades mecânicas dos materiais, da geometria da peça e dos modelos de cálculo dependendo do tipo de análise realizada.

Segundo Beck (2019), a análise de confiabilidade estrutural pode ser vista como um problema de oferta e demanda, ou ainda, a determinação da probabilidade de que uma determinada demanda seja maior do que a capacidade de suprimento. Ou seja, seu principal objetivo é garantir que a estrutura não falhe dentro de um período de tempo específico, respeitando suas condições de operação.

Para este fim, a teoria da confiabilidade considera as ações, reações e comportamentos estruturais como variáveis aleatórias e, portanto, probabilísticas. A análise, assim, utiliza uma equação de desempenho, escrita em termos de variáveis aleatórias, para se obter como resposta uma probabilidade de falha, que está diretamente relacionada com um índice de confiabilidade estrutural (SILVA, 2017).

(CARVAJALINO, 2010) A *Probability of failure* (P_f) pode, então, ser caracterizada pelo quão provável é o elemento estrutural não resistir às solicitações e ultrapassar o limite considerado como aceitável. Por exemplo, tomando como base a Figura 1 a seguir:

Figura 1 - Curva de probabilidade de falha



Fonte: CARVAJALINO, 2010.

Chamando de R a curva de resistência da peça, durante sua vida útil, e L a curva de probabilidade de carga máxima, a falha ocorrerá quando a carga superar a resistência, ou seja, quando L for maior que R . Chamando de $g(x)$ a função $R - L$, a falha ocorrerá quando a solicitação for maior que a resistência e a função assumir um valor negativo, o qual está hachurado no gráfico (P_f).

Tal estudo, entretanto, é bastante complexo, sendo importante a definição dos aspectos que guiaram a solução do problema. Primeiramente, deve-se identificar as variáveis físicas relevantes e a formulação matemática de uma equação de estado limite. Em seguida, é necessário escolher a distribuição de probabilidades conjuntas das variáveis que mais se adequa à necessidade. Ademais, as incertezas do modelo devem ser modeladas seguindo parâmetros probabilísticos e, por fim, a confiabilidade pode ser calculada de acordo com os modelos postulados (DITLEVSEN; BJERAGER, 1986).

2.1. Estudo probabilístico

A metodologia de análise da confiabilidade depende de fatores probabilísticos, ou seja, das chances para obtenção de um resultado em específico a partir de um experimento randômico, cujos testes são regidos por variáveis aleatórias de um espaço amostral. Segundo Melchers e Beck (2018), as variáveis que caracterizam um problema de confiabilidade estrutural são usualmente as mesmas utilizadas para o projeto e análise de estruturas. No que tange à engenharia estrutural, é conveniente optar por variáveis que sejam independentes, embora isso nem sempre seja possível.

Nesse contexto, entende-se por variável aleatória o conjunto de informações que caracterizam os prováveis valores que podem ser atribuídos a uma variável, podendo ser classificadas em aleatórias discretas, caso possam assumir um número finito ou infinito contável de valores, ou contínuas, quando qualquer valor real dentro do intervalo analisado pode ser atribuído (MONTGOMERY E RUNGER, 2002).

Ainda, é dito que as distribuições de probabilidade para estas variáveis são, geralmente, obtidas por meio de conhecimento prévio ou observações e experimentação em estruturas similares. Quando há insuficiência de dados precisos acerca da distribuição de probabilidades, pode ser assumida para essa uma distribuição normal, sendo conhecidas a média e a variância (MELCHERS E BECK, 2018).

As funções e os parâmetros referentes a cada uma das distribuições descritas estão apresentados na tabela seguinte.

Tabela 1 - Funções densidade de probabilidade.

Distribuição	Função	Média	Variância
Normal	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]$	μ	σ^2
Gumbel (Tipo I)	$\alpha_n \exp \left[-\alpha_n(x - u_n) - e^{-\alpha_n(x - u_n)} \right]$	$u_n + \frac{\gamma}{\alpha_n}$	$\frac{\pi}{\alpha_n\sqrt{6}}$
Lognormal	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi x} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x) - \lambda}{\xi} \right)^2 \right]$	$\exp(\lambda + 0,5\xi^2)$	$\mu^2 [\exp(\xi^2) - 1]$

Fonte: Produção autoral, 2022.

Em Casella e Berger (2001) e Bussab e Morettin (2004), são definidos alguns desses parâmetros que serão bastante úteis para este estudo, sendo eles:

- a) Valor esperado ou média (μ): centro da função densidade de probabilidade ($f(x)$). Em se tratando de uma variável aleatória contínua, corresponde ao seu momento de primeira ordem:

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x * f(x) dx \quad (1)$$

- b) Variância (Var): equivalente ao momento central de segunda ordem, indica o grau de dispersão da distribuição em volta da média, ou seja, a proximidade da variável aleatória em relação ao valor esperado:

$$Var = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx \quad (2)$$

- c) Desvio padrão (σ): nada mais é do que a variância, porém em um formato mais usual e compreensível, pois possui a mesma dimensão da variável em questão:

$$\sigma = \sqrt{Var} \quad (3)$$

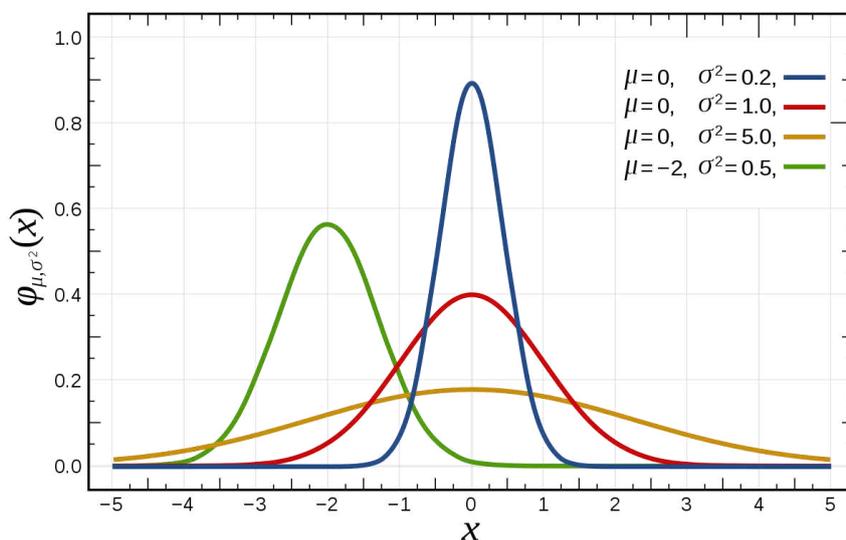
- d) Coeficiente de variação (CV): corresponde à normalização do desvio padrão com o fito de possibilitar a comparação de conjuntos de valores de diferentes magnitudes, visto que fornece grandezas adimensionais dissociadas da influência da média aritmética:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \quad (4)$$

As distribuições de variáveis consistem na forma pela qual serão obtidas as probabilidades de cada valor gerado por uma variável aleatória. Na literatura, há diversos métodos disponíveis para construir essa função, cada uma com propriedades diferentes, as quais serão brevemente descritas a seguir.

Segundo Devore (2006), a distribuição normal é a mais importante de todas dentro do campo da probabilidade, pois oferece uma aproximação excelente para a maioria dos casos de análise probabilística (alturas, pesos, medidas em geral, indicadores econômicos). Sua função distribuição acumulada caracteriza uma curva padrão de média equivalente a zero e desvio padrão equivalente a um. A Figura 2 ilustra a curva da distribuição normal de probabilidade.

Figura 2 - Curva de distribuição normal

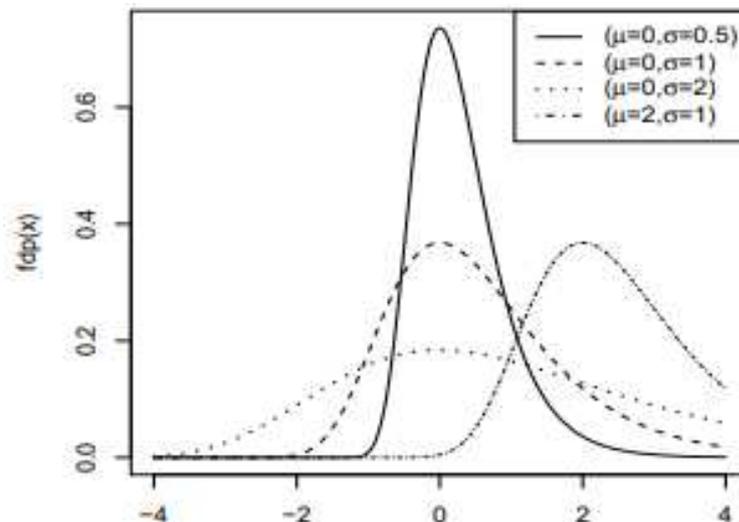


Fonte: Grátispng, 2021.

Já a curva Gumbel, também conhecida como curva de valores extremos, são as distribuições exponenciais duplas (assíntotas tipo I) que fornecem valores extremos (máximos ou mínimos). São usadas principalmente para estimativa de valores de risco, como velocidades do vento, carga de ondas e vazões de um rio, as quais podem causar enchentes em casos de

máximo ou secas em momentos de mínimo (ANG e TANG, 2006). A Figura 3 ilustra a curva da distribuição normal de probabilidade.

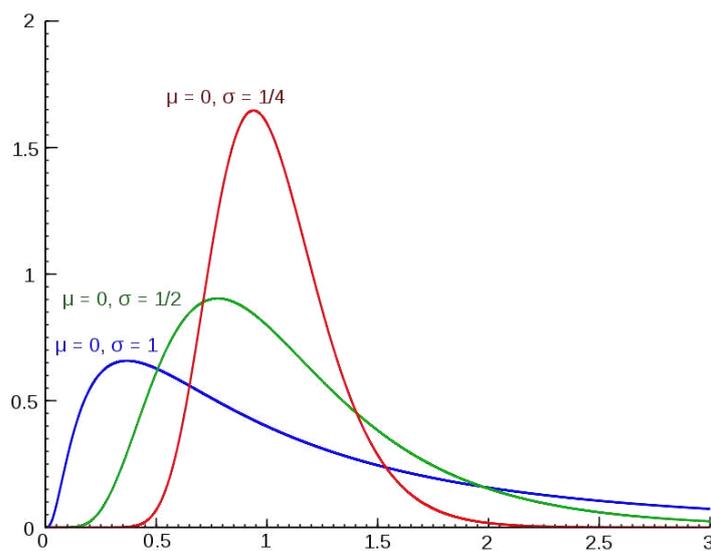
Figura 3 - Curva de distribuição Gumbel



Fonte: Pinheiro, 2014.

A distribuição lognormal é característica de variáveis aleatórias que contêm apenas valores positivos e que possuem uma distribuição normal (DEVORE, 2006). É equivalente à distribuição normal, porém considerando valores logarítmicos. Existem, ainda, outros modelos probabilísticos, porém não serão objeto deste estudo. A Figura 4 ilustra a curva da distribuição lognormal de probabilidade.

Figura 4 - Curva de distribuição lognormal



Fonte: Grátispng, 2021.

2.2. Probabilidade de falha

Os projetos de engenharia estão sujeitos à integridade e à observância dos profissionais envolvidos em sua elaboração e execução no que diz respeito ao correto cumprimento das especificações normativas visando a segurança da edificação. Em geral, as estruturas são dimensionadas de maneira conservadora, com a aplicação de fatores de segurança, visando garantir a eficácia do elemento mesmo com possíveis divergências em relação ao que foi previsto na fase de concepção, seja por descuidos em obra ou por mudança no uso do espaço após a edificação finalizada, dentre outros motivos. Mesmo com tais margens de segurança, em alguns casos, a estrutura acaba ruindo, situação em que ocorre a chamada falha de um ou vários elementos devido à violação de algum estado limite.

Segundo Melchers e Beck (2018), a probabilidade de falha (P_f) pode ser definida como a contabilização da ocorrência de violação do estado limite avaliado. A P_f é obtida pela integração da função de densidade conjunta de probabilidade f_x no domínio de falha D_f , ou seja, a probabilidade de $G(x)$ ser menor ou igual a zero, sendo esta a diferença entre as funções de resistência e solicitação, como pode ser observado na seguinte equação:

$$P_f = P[G(x) \leq 0] = \int f_x dx \quad (5)$$

Assim, o principal objetivo da análise da confiabilidade é definir uma função probabilidade de falha. Porém, sua alta complexidade de análise faz recorrer a métodos de simulação numérica e de transformação, os quais são mais acessíveis e possuem menor custo computacional (SCARDUELLI, 2019). Nos próximos dois tópicos, serão apresentados os principais métodos encontrados na literatura.

2.3. Método probabilístico - Monte Carlo

O Método de Monte Carlo (MMC) foi desenvolvido no período da Segunda Guerra Mundial pelos americanos para a construção da bomba atômica. O principal objetivo era simular problemas de natureza probabilística, porém, para reduzir o custo computacional, os matemáticos autores da ideia desenvolveram uma maneira de calcular números pseudoaleatórios. Por se tratar de um projeto secreto, o projeto precisava de um codinome, sendo utilizado o cassino Monte Carlo em Mônaco como inspiração.

A técnica consiste em qualquer método estatístico que, baseado em amostragens aleatórias, obtém-se resultados numéricos, resolvendo assim problemas a priori determinísticos. É aplicado em problemas de variadas áreas, como na medicina, ao estudar a interação de fótons e elétrons na radioterapia, na inteligência artificial para jogos e na engenharia, principalmente no âmbito da confiabilidade estrutural, assunto que está sendo foco de estudo do presente trabalho.

Em Li (2015), por exemplo, a simulação foi utilizada para analisar componentes internos de engrenagens de uma turbina eólica visando melhorar o cálculo de sua confiabilidade. É possível, para o caso da confiabilidade estrutural, atribuir a cada variável aleatória X presente na equação de estado limite um valor x , o qual será utilizado para determinar a ocorrência ou não de falha naquele experimento (MELCHERS E BECK, 2018).

O método objetiva separar o domínio de falha do de sobrevivência por meio de uma função com resultado binário (0 e 1) e facilmente classificável. Repetidos N experimentos, a probabilidade de falha consiste no somatório de ocorrências em que ocorre a falha dividido pela quantidade total de simulações, como se dá na seguinte equação:

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[x_i] \quad (6)$$

em que I é chamada função indicadora. Vale destacar que, quanto mais iterações forem realizadas, mais aproximado do comportamento do valor teórico exato será o resultado, porém isso demandará um maior custo computacional, bem como mais tempo.

Nesse contexto, é importante ter-se parâmetros comparativos para assegurar que o índice de confiabilidade obtido é suficiente para garantir o bom funcionamento da edificação e a segurança para seus usuários. Em Badimuen (2017), é feito um levantamento dos diferentes índices que devem ser adotados como alvo tanto para novas estruturas quanto para aquelas já existentes, por meio da avaliação de pilares curtos sob compressão centrada, de acordo com o *fib* (*Fédération internationale du béton*) MC 2010 (CEB-FIP, 2011). Em sua pesquisa, o autor apresenta os valores que podem ser vistos na Tabela 2 e na Tabela 3.

Tabela 2 - Índices de Confiabilidade alvos recomendados para novas estruturas e o referido período de especificação

Estados limites	Índice de confiabilidade alvo	Período de referência
Estados limites de serviços		
Reversível	0,0	Tempo de serviço
Irreversível	1,5	50 anos
Irreversível	3,0	1 ano
Estados limites últimos		
Baixa consequência de falha	3,1	50 anos
	4,1	1 ano
Média consequência de falha	3,8	50 anos
	4,7	1 ano
Alta consequência de falha	4,3	50 anos
	5,1	1 ano

Fonte: Badimuena, 2017.

Tabela 3 - Índices de confiabilidade alvos sugeridos para estruturas existentes

Estados limites	Índice de confiabilidade alvo	Período de referência
De serviços	1,5	Tempo de serviço residual
Últimos	Entre 3,1 e 3,8 *	50 anos
	Entre 3,4 e 4,1	15 anos
	Entre 4,1 e 4,7 *	1 ano

(*) Dependendo dos custos das medidas de segurança para melhorar as estruturas existentes

Fonte: Badimuena, 2017.

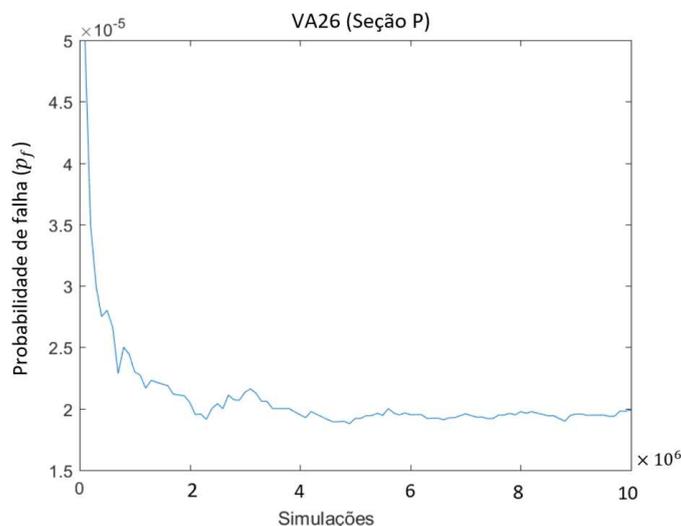
Segundo Ang e Tang (1984), é indicado calcular o erro amostral devido à quantidade de repetições da simulação a partir das variáveis aleatórias constituindo as amostras, a partir de um número conhecido de amostras (n) bem como a quantidade de amostras necessárias para se atingir um erro específico, realizando o cálculo inverso:

$$\% \text{ erro} = 200 \sqrt{\frac{1 - Pf}{n * Pf}} \quad (7)$$

Em Scarduelli (2019), foi estudado o comportamento de uma viga de concreto armado submetida a repetidas iterações para simulação do método. Por meio da Figura 5, a qual apresenta o resultado, observa-se que, a partir de, aproximadamente, 3 milhões de repetições o

valor de P_f passa a não sofrer alterações significativas em seu valor, atingindo um patamar médio nas simulações subsequentes.

Figura 5 – Exemplo de viga de concreto armado segundo o Método de Monte Carlo.



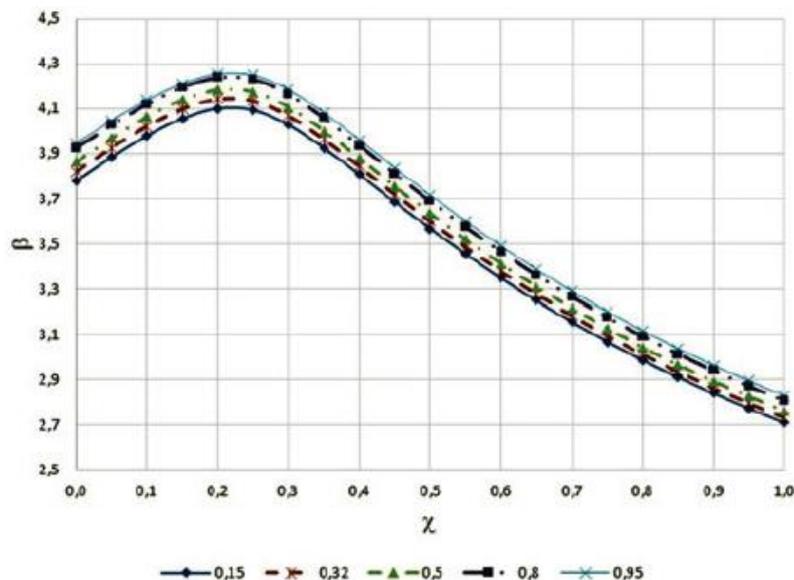
Fonte: Scarduelli, 2014.

Ainda, Santos, Stucchi e Beck (2014) apresentaram um estudo comparativo da confiabilidade de vigas em concreto armado, metálicas e mistas de acordo com as normativas brasileiras. Em um dos exemplos, uma viga bi apoiada de dimensões 20x50 cm, com armadura passiva variando de 1,5 cm² a 9,45 cm², foi submetida a diferentes combinações de carregamento permanente e acidental, relacionados por meio da variável χ :

$$\chi = \frac{Q_k}{G_k + Q_k} \quad (8)$$

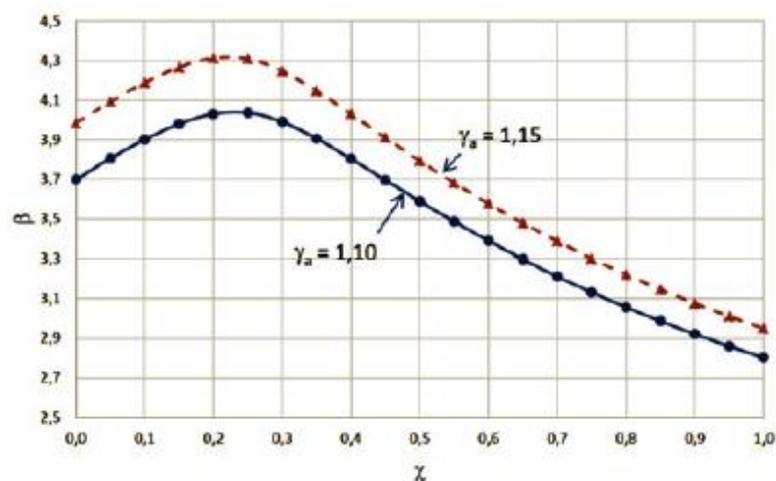
O resultado obtido, apresentado na Figura 6, mostrou que para carregamentos pequenos, as taxas impostas pela NBR 6118 são compatíveis com os padrões internacionais, porém para valores maiores, a confiabilidade reduz consideravelmente, sendo indicado utilizar os coeficientes da NBR 8681. Vale destacar que β representa o Índice de Confiabilidade e será mais bem abordado no item 2.4 deste trabalho.

Figura 6 – Variação do β em vigas de acordo com a taxa de armadura e a combinação de carregamento.



Fonte: Santos, Stucchi e Beck, 2014.

Figura 7 – Confiabilidade para vigas mistas com diferentes coeficientes de majoração



Fonte: Santos, Stucchi e Beck, 2014.

Em Beom-Jun et al (2016) foi feito um estudo de um problema por meio dos métodos FORM/SORM (*First Order Reability Method/ Second Order Reability Method*), validando o resultado pelo Método de Monte Carlo. O objetivo inicial visava analisar falhas por fratura a qual tem como variáveis o tamanho da falha, a tenacidade à fratura, o espectro de carga, dentre outros. O resultado apontou que a metodologia funcionou perfeitamente no cálculo da confiabilidade com uma redução do tempo do que é observado por Monte Carlo.

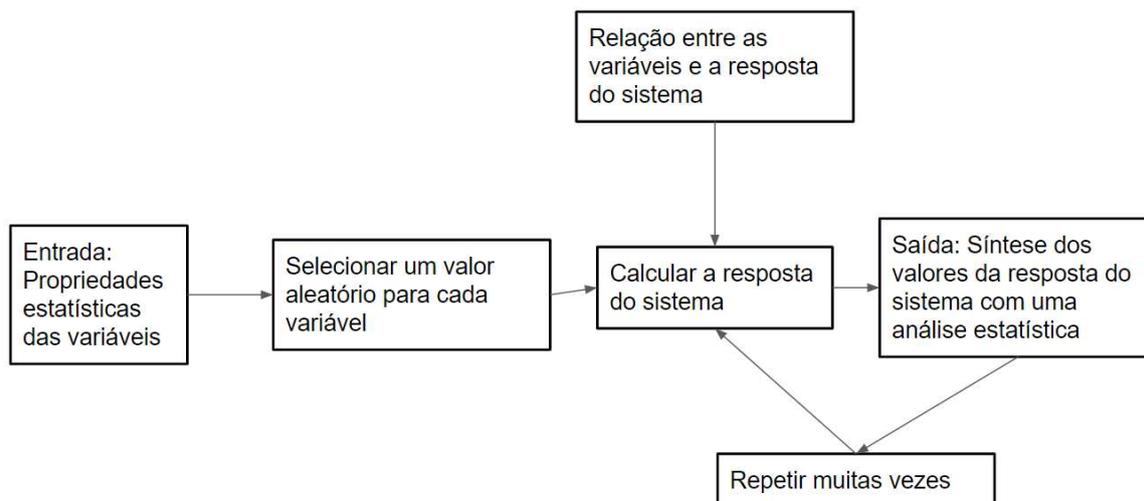
Jin (1993) também estudou o desempenho do Método de Monte Carlo juntamente ao Método dos Elementos Finitos para calcular a confiabilidade de um complexo sistema de rolamentos trabalhando sob pressão, utilizado na indústria petrolífera, que comprovou o benefício do uso combinado dos dois métodos.

Em se tratando de técnicas de redução da variância, a amostragem por hipercubo latino (*Latin Hibercube*), que consiste na geração mais regular das variáveis, de acordo com uma equação específica, em relação à geração aleatória simples, preenche o espaço amostral com uma quantidade menor de amostras (GENTLE, 2005). No MATLAB, tal geração de amostras pode ser executada pelo comando *lhsdesign*.

Outra técnica de simulação de grande respaldo é a amostragem por importância, a qual gera valores aproximados de uma distribuição alvo que pode reduzir a variância destes. O método é utilizado por Lieu et al. (2022), em que são utilizadas redes neurais (DNN), do inglês *Deep Neural Network*, para estimar com maior precisão a probabilidade de falha da simulação probabilística utilizada como base por meio da amostragem por importância e da remoção de possíveis ruídos que venham a interferir no método, funcionando como uma espécie de filtro. Para a validação do método proposto, foram utilizados problemas matemáticos mais simples, com o fito de, em seguida, testar em estruturas de treliça sob vibração, sendo este um problema mais complexo o qual requer maior custo computacional. O resultado obtido mostrou que, o paradigma proposto pode reduzir consideravelmente o tempo computacional requerido, além de sua aplicação ser mais simples do que os tradicionais modelos de otimização normalmente utilizados.

Assim, o fluxograma de funcionamento do Método de Monte Carlo está apresentado na Figura 8.

Figura 8 - Fluxograma de funcionamento do MMC.



Fonte: Adaptado de Deón, 2019.

2.4. Métodos semi-probabilísticos

Neste método são utilizados fatores parciais de segurança para majorar as solicitações e minorar as resistências. Estes fatores são aplicados aos valores característicos das variáveis transformando-os em valores de cálculo. O método semi-probabilístico também é conhecido como método dos estados limites e é adotado como critério de segurança pelas normas brasileiras de projeto estruturais (VAZ, 2011).

Nesses casos, são estabelecidas regras que limitam os valores das ações, deslocamentos e deformações, resgatando o fator de segurança da estrutura advindo do método das tensões admissíveis. Tais limites são definidos com base no conhecimento existente na engenharia e, por isso, estão em constante aperfeiçoamento. Contudo, muitas vezes, essas hipóteses determinísticas não são capazes de prever possíveis imprevistos que ocorrem devido ao grau de incerteza presente nas variáveis. Estas incertezas impossibilitam que uma estrutura apresente segurança absoluta, pois uma determinada combinação de valores das variáveis pode resultar numa condição de falha (MOREIRA, 2017).

2.4.1. FOSM - First Order Second Moment Method

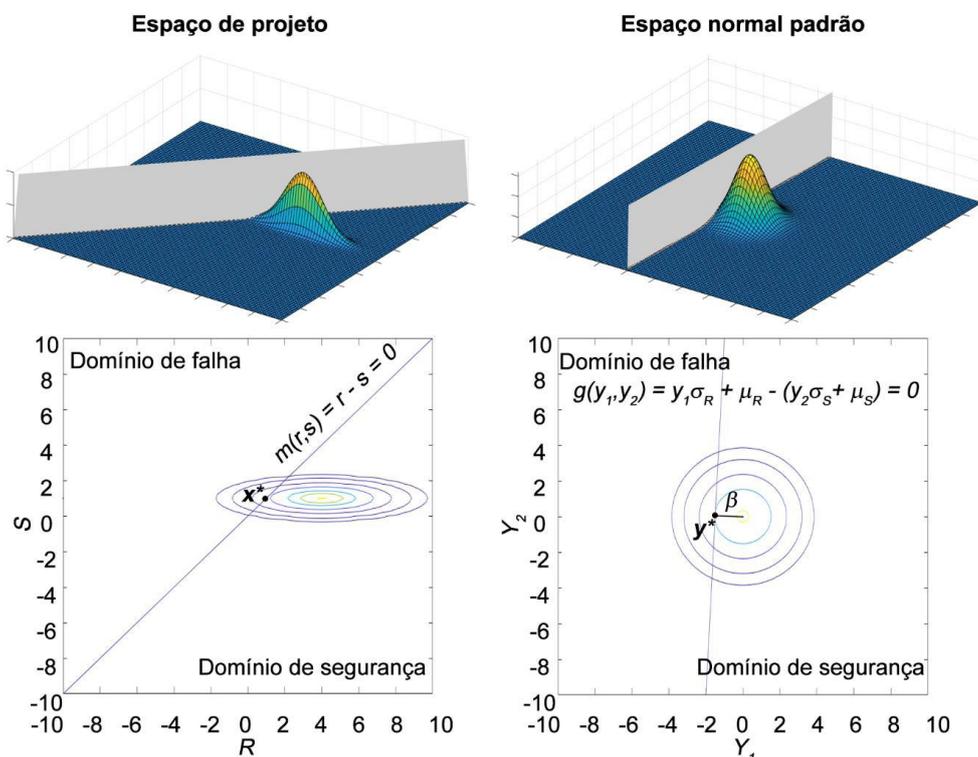
O método consiste em uma aproximação de primeira ordem da probabilidade de falha em série de Taylor, utilizando como parâmetros apenas os segundos momentos estatísticos, média e covariância (grau de interdependência numérica entre duas variáveis aleatórias), das variáveis

aleatórias (HASOFER; LIND; ASCE, 1974). Tal modelo consiste na análise da probabilidade $P(S > R)$, que por vezes pode ser limitada a um valor pequeno considerado socialmente aceitável.

Ainda segundo Hasofer, Lind e Asce (1974), como um fator limitante, no espaço amostral original (espaço de projeto), ao ser tomado um círculo centrado na origem, seriam encontradas regiões de maior ou menor probabilidade ao longo de seu limite, dependendo das distribuições de probabilidade, de forma desigual. Convém, portanto, a utilização de uma transformação linear para a criação de um novo espaço amostral.

A transformação de Hasofer-Lind consiste na criação de um espaço padrão com uma nova região de segurança, onde o critério de confiabilidade passa a ser o de que o intervalo *de confiabilidade* esteja inteiramente contido na região de segurança. Em outras palavras, pode-se dizer que a distância do ponto médio da distribuição à região de falha, quando S é medido em unidades de desvio padrão, deve ser maior que o índice de confiabilidade.

Figura 9 - Transformação de Hasofer-Lind das variáveis de projeto.



Fonte: AMES, 2019.

Assim, a probabilidade de falha pode ser representada por uma função de distribuição cumulativa normal padrão, dada pela seguinte equação (9). Logo, obtém-se uma medida

geométrica da probabilidade de falha ou média da distribuição (AMES, 2019), a qual é descrita pelo índice de confiabilidade de Cornell:

$$P_f = \Phi\left(-\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) = \Phi(-\beta) \quad (9)$$

A interpretação geométrica do índice de confiabilidade β para duas variáveis aleatórias pode ser obtida pela resolução de um problema de otimização dado por: encontrar o ponto y^* com coordenadas $(y1^*, y2^*)$, também conhecido como ponto de projeto, ou ponto de mínima distância da região de falha; que minimiza: $d^2 = y1^2 + y2^2$; e está contido no plano definido por $g(y1, y2) = 0$. Para problemas multidimensionais, o índice de confiabilidade pode ser interpretado como a norma do vetor que se desloca da origem ao ponto de projeto a ser procurado (AMES, 2019).

2.4.2. FORM - First Order Reability Method

Algumas considerações que não são abordadas pelo método FOSM passam a ser mais bem consideradas pelo método FORM, tais quais a existência de variáveis aleatórias que não possuem distribuição normal e que são possivelmente correlacionadas (SHINOZUKA, 1983).

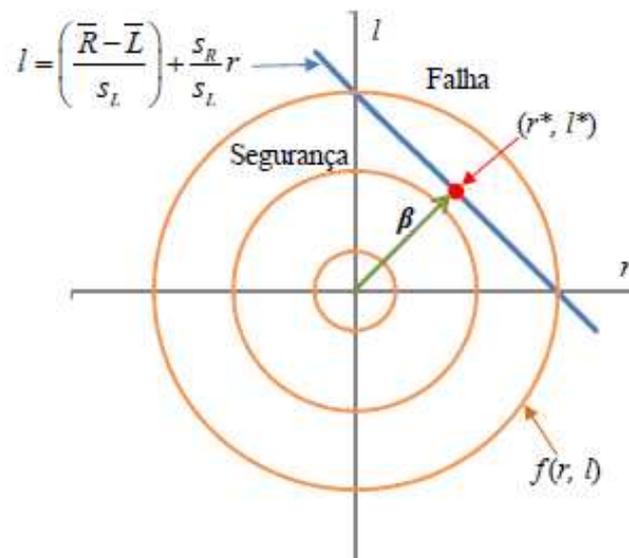
O *First Order Reability Method* tem como metodologia a transformação das variáveis de estudo, sendo elas interdependentes ou não, em variáveis de distribuição normal padrão e independentes. As funções acumuladas e densidade de distribuição também são convertidas de modo a haver uma equivalência da média e do desvio padrão de x em x^* . Além do processo de transformação das variáveis aleatórias para o espaço normal padrão, é necessário determinar o ponto de projeto. Normalmente, essa transformação é feita via distribuições normais equivalentes e o ponto de projeto obtido na forma de um problema de otimização (MOREIRA, 2017).

Segundo Carvajalino (2010), o ponto sobre a superfície de falha (hiperplano), com a menor distância até a origem é identificado como y^* , este é o ponto de projeto no espaço das variáveis reduzidas. A distância da origem até o ponto y^* corresponde ao índice de confiabilidade (β), calculado por:

$$\beta = |y^*| \quad (10)$$

que é definido como a menor distância da superfície de falha representada pela equação geral da reta no espaço das variáveis padronizadas até a origem, o que está apresentado na Figura 10.

Figura 10 - Representação da superfície de falha no espaço padronizado.



Fonte: CARVAJALINO, 2010.

O ponto sobre a superfície de falha mais próximo da origem é o ponto $y^* = (r^*, l^*)$. Este ponto é chamado de ponto de projeto ou ponto mais provável de falha. O método FORM resume-se em encontrar o ponto de projeto y^* , a partir da transformação das variáveis R e L em variáveis normais padrões, a qual é feita utilizando distribuições normais equivalentes.

Em Gong (2017), foi utilizado o método FORM para analisar a confiabilidade de tubos metálicos sob um processo de corrosão, em que foram construídas duas funções de estado limite equivalentes linearizadas para o segmento de tubulação no espaço amostral padrão e em seguida, avaliar as probabilidades de vazamento e explosão do segmento incrementalmente ao longo do tempo com base nas funções do estado limite equivalentes.

O método já foi utilizado em Sakamoto (2016), em que é estudada a confiabilidade estrutural com múltiplos modos de falha em um edifício alto submetido à ação do vento. Foram considerados como variáveis aleatórias a velocidade máxima do vento no topo da edificação com distribuição Gumbel e o módulo de elasticidade do concreto com distribuição de probabilidade normal. O estudo foi feito para deslocamento excessivo no topo com base na NBR 15575-2/2013 e a aceleração máxima para conforto humano segundo a NBR 6123/2013.

Verificou-se grandes discrepâncias entre a probabilidade de falha para os dois modos considerados, com resultados positivos para a primeira análise, porém uma P_f muito alta para o deslocamento horizontal, sendo o limite facilmente extrapolado.

Em Ribeiro (2019) são avaliadas respostas de esforços e deslocamentos de edifícios 3D considerando a ação solo-estrutura. O método FORM é utilizado juntamente ao Método dos Elementos Finitos com o intuito de calcular a segurança perante a inserção de variabilidade em certos parâmetros significativos no projeto, como as incertezas dos dados de rigidez do solo e de velocidade do vento. O resultado é comparado com o índice proposto no *Joint Committee on Structural Safety* (JCSS) e os valores absolutos propostos pela ABNT NBR 6122: Projeto e execução de fundações (2010).

2.4.3. *SORM - Second Order Reability Method*

A aproximação linear no ponto de projeto existente no método FORM pode gerar problemas de precisão devido à não linearidade de determinadas equações de estado limite. Nesse contexto, o método de confiabilidade de segunda ordem (SORM) surge como uma alternativa para alcançar melhorias de precisão pela aproximação da superfície de estado limite por uma superfície quadrática, onde a probabilidade de falha é dada pelo conteúdo exterior à superfície aproximada (ZHAO; ONO, 1999).

Para que possa ser feito o ajuste de um parabolóide à equação de estado limite, é necessária a determinação de uma base ortonormal a partir de um algoritmo de ortogonalização, tal qual o algoritmo de Gram-Schmidt, que produz os eixos, com $i = 1, \dots, n-1$, (BECK, 2019). Nesse caso, o n -ésimo vetor desse sistema é o vetor que se desloca da origem ao ponto de projeto, na direção dos cossenos diretores α do ponto de projeto, que passa a ter coordenadas $v^* = (0, \dots, 0, \beta)t$.

Ao se escolher um sistema de eixos ortogonais ajustados de forma a coincidir com as curvaturas principais da equação de estado limite no ponto de projeto, o sistema de eixos ortogonais v_i é dado pelos autovetores da matriz Hessiana, e as curvaturas principais k_i do parabolóide correspondem aos autovalores da matriz A (BREITUNG, 1984). A expressão para a probabilidade de falha é dada por:

$$P_f = \phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \beta k_i}} \quad (11)$$

Em Ferreira (2015) é apresentado o desenvolvimento de dois procedimentos matemáticos via geometria diferencial, para o cálculo das curvaturas principais de uma superfície genérica, num ponto qualquer. A autora ainda propõe uma alternativa ao tradicional SORM, chamando SORM DG (*Second Order Reliability Method by Differential Geometry*), o qual obteve, na maioria dos casos, maior acurácia do que o método SORM, no que tange ao valor da probabilidade de falha.

3. VIGAS DE CONCRETO ARMADO

O concreto armado consiste na união do concreto e do aço, tendo a função principal de resistir a esforços de compressão e tração, respectivamente, oferecendo maior resistência para estruturas de edificações. A ligação entre os dois materiais se dá por aderência.

Segundo Andrade (2016), considera-se que o concreto armado surgiu na França em meados do século XIX desenvolvendo funções não estruturais, a exemplo de vasos de plantas ornamentais. A partir do século XX, o material começou a assumir incumbências construtivas, quando pesquisadores alemães começaram a estudar as propriedades do concreto, dando origem às primeiras normas de cálculo e publicações no assunto por Morsch. Ao longo dos anos subsequentes o uso do concreto armado aumentou consideravelmente, sendo cada vez mais aperfeiçoado e incrementado com o fito de potencializar suas propriedades resistivas e ampliando as aplicações em construções.

No Brasil, o primeiro edifício em cimento armado, de três pavimentos, data de 1907/1908, época em que o material começou a ser aplicado em edificações de pequeno porte e algumas obras especiais, como uma ponte de 28 m localizada na Av. Pereira Rebouças sobre o Ribeirão dos Machados (São Paulo), a qual permanece em ótimo estado de conservação. Com a evolução dos estudos no assunto, foi possível ainda utilizar a armadura com tensões iniciais, o que ficou conhecido como concreto protendido.

As principais normas empregadas para o dimensionamento de estruturas de concreto armado são: a NBR 6118:2014 - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, no Brasil; a ACI 318:2019, nos Estados Unidos, e o EUROCODE:1994, na Europa. Ademais, existem ainda diversas normativas que detalham as propriedades dos materiais utilizados, bem como critérios que devem ser atendidos para garantir segurança e conforto para os usuários das construções em concreto. A NBR 8953:2015, por exemplo, especifica os tipos de concreto disponíveis para fins estruturais.

Em se tratando das propriedades do concreto, é importante verificar a classe e o grupo à qual o material pertence, variando de acordo com a resistência característica à compressão adotada para projeto. Sua massa específica está compreendida entre 2000 kg/m^3 e 2800 kg/m^3 , sendo adotado 2500 kg/m^3 para o concreto armado para efeitos de cálculo. Para o cálculo da resistência à compressão, é traçada uma curva de distribuição normal de probabilidade com o

valor médio dos resultados de ensaios com corpos de prova cilíndricos (15x30cm), estimando-se, assim, o valor da resistência característica (f_{ck}) com uma aceitação de 5% de ultrapassagem em relação ao esperado (CARVALHO E FIGUEIREDO, 2014).

A resistência à tração é normalmente determinada com base no ensaio à compressão diametral, sendo adotada, com base na NBR 6118:2014, a relação apresentada nas equações (12) e (13) para concretos com resistência característica de até 50 MPa e entre 55 MPa e 90 MPa, respectivamente:

$$F_{ct,m} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad (MPa) \quad (12)$$

$$F_{ct,m} = 2,12 \ln(1 + 0,11f_{ck}) \quad (MPa) \quad (13)$$

A partir desse valor, são utilizados fatores de ponderação de 0,7 e 1,3 para estimar a resistência característica à tração inferiores e superiores, respectivamente.

O módulo de elasticidade pode ser definido como a relação entre a tensão aplicada e a deformação específica instantânea dentro de um limite de proporcionalidade do material. Devido ao custo e ao tempo de se obter dados para estimar o valor do módulo de elasticidade, as normas brasileiras relacionam o módulo com a resistência à compressão característica do concreto por meio de fórmulas empíricas (MEHTA e MONTEIRO, 2014). Nesse contexto, são considerados o módulo de elasticidade tangente inicial (E_{ci}), o qual corresponde a 30% da resistência à compressão do concreto, e o módulo de elasticidade secante (E_{cs}). Em casos de ausência de ensaio, para fins de projetos estruturais, podem ser utilizados os valores indicados na Tabela 4.

Tabela 4 - Valores estimados de módulo de elasticidade em função da classe do concreto considerando uso de granito como agregado graúdo.

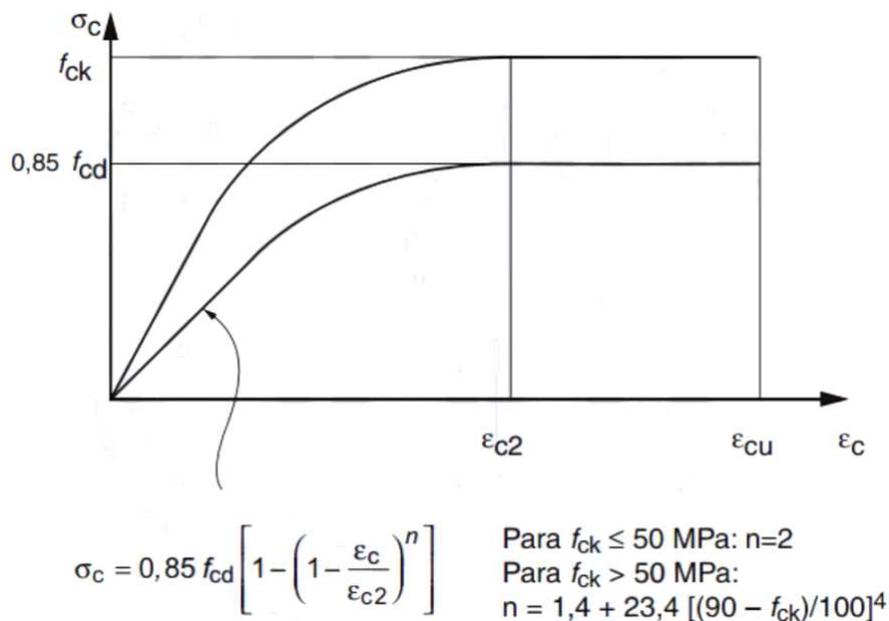
Classes de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
E_{ci} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47

Fonte: FURST (2017).

Também é importante entender o comportamento da relação tensão deformação da peça, a qual servirá como base para a análise do estado limite último. A NBR 6118:2014 recomenda o

uso do diagrama idealizado ilustrado na Figura 11, sendo ϵ_{c2} (deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico) = 2‰ e ϵ_{cu} (deformação específica de encurtamento na ruptura) = 3,5‰ e f_{cd} (resistência de projeto do concreto) = $f_{ck}/1,4$.

Figura 11 - Diagrama tensão-deformação do concreto.

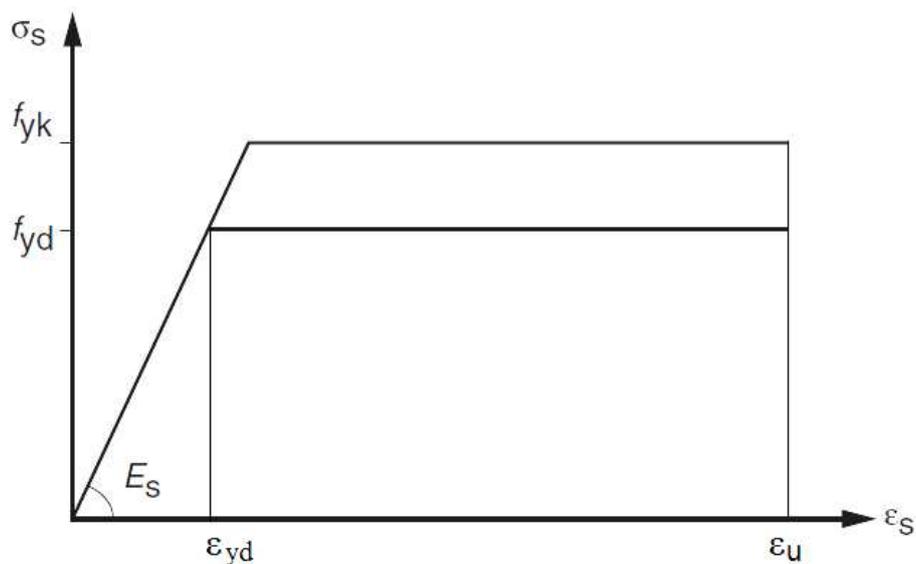


Fonte: Figura 8.2 da ABNT NBR 6118:2014.

Quanto ao aço, é importante determinar a categoria à qual o material pertence, a qual está diretamente relacionada à resistência característica ao escoamento (f_{yk}). No mercado brasileiro, em geral são utilizadas barras CA50, a qual possui $f_{yk} = 500$ MPa, sendo adotada uma massa específica de 7850 kg/m^3 . Ademais, a rugosidade do aço também influencia na adesão dos materiais, sendo adotado um coeficiente de aderência η_1 de 1,0, 1,4 ou 2,25 para superfícies lisas, entalhadas e nervuradas, respectivamente, o qual indicará como se dá a transferência de esforços.

O módulo de elasticidade (E_s) pode ser assumido igual a 210 GPa na ausência de ensaios ou valores informados pelo fabricante. O diagrama tensão deformação é, então, ilustrado pela Figura 12, em que f_{yd} é a tensão de escoamento de cálculo ($f_{yk} / 1,15$), ϵ_{yd} , representa a deformação específica de cálculo (f_{yd} / E_s) e ϵ_u , a deformação específica na ruptura, adotado de 10‰.

Figura 12 - Diagrama tensão-deformação para aços de armadura passiva.



Fonte: Figura 8.4 adaptada da ABNT NBR 6118:2014.

3.1. Estados-limites

É o estado em que a estrutura deixa de atender os requisitos para um funcionamento de forma plena e adequada ou até mesmo quando seu uso é interrompido por razão de um colapso na estrutura. São as situações iminentes que a peça suporta, garantindo a segurança ao usuário, e por isso devem ser sempre verificados. Seus índices normativos garantem o desempenho satisfatório das estruturas, considerando situações de uso normais, aceitando, ainda, carregamentos superiores ao padrão. Os estados-limites estão divididos em dois tipos, os quais estão apresentados a seguir.

3.1.1. Estados limites últimos (ELU)

Os estados-limites últimos correspondem aos requisitos de segurança da estrutura, ou seja, são aqueles que limitam a máxima capacidade de carga e de deformação da estrutura antes que esta entre em colapso, ou qualquer outra forma de ruína. A ruína da estrutura pode ser ocasionada pela ruptura do concreto comprimido ou pelo alongamento excessivo da armadura tracionada, por exemplo (FUSCO, 1981). Seus danos são considerados graves ou até permanentes, prejudicando a estabilidade e a durabilidade da estrutura. (FURST, 2017). Como exemplo, tem-se o alcance da resistência máxima da seção (rompimento do concreto), o alongamento excessivo da estrutura, a flambagem da estrutura, entre outros.

Vale lembrar ainda que a NBR 6118:2014 indica diferentes coeficientes de ponderação para a resistência de cada material, dependendo do tipo de combinação estudada, o que pode ser visto na Tabela 5.

Tabela 5 - Coeficientes de ponderação de resistência.

Combinações	Concreto (γ_c)	Aço (γ_s)
Normais	1,4	1,15
Especiais de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,10

Fonte: Deón, 2019.

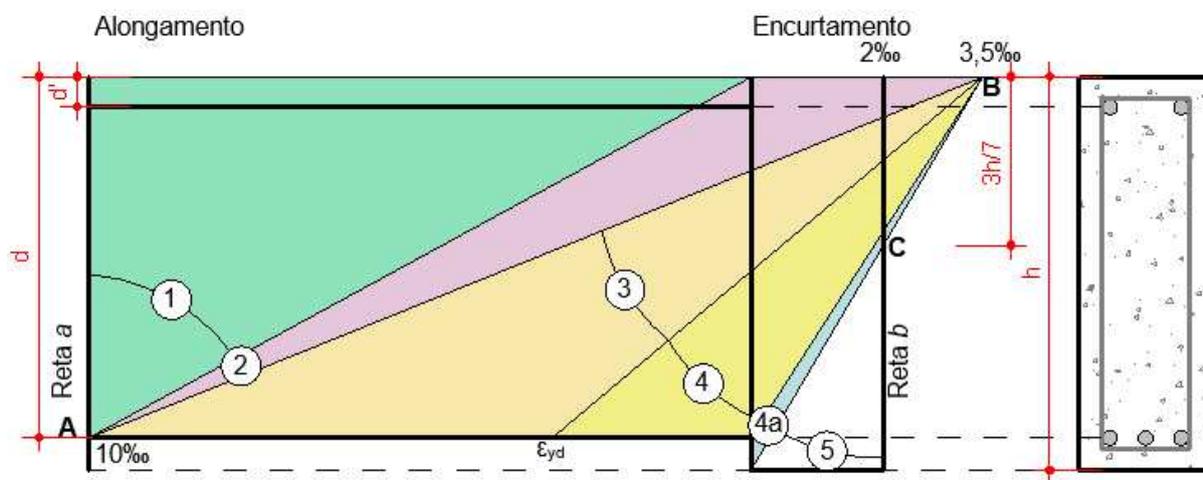
3.1.2. Estados limites de serviço (ELS)

Diz respeito ao limite a partir do qual é causado desconforto ao usuário, bem como da durabilidade da peça, porém sem comprometer a segurança, podendo ser reversíveis ou não. No primeiro caso, a falha pode ser caracterizada quando o estado indesejável for atingido em momento inesperado, por período prolongado ou devido a um número excessivo de repetições, enquanto, no segundo caso, a falha já é caracterizada no primeiro momento em que o limite for alcançado (BECK, 2014). Vibrações excessivas que causam desconforto ao usuário, deformações excessivas, as quais afetam a estética da estrutura, e danos localizados que comprometem a durabilidade ou a aparência, como fissuras, são exemplos de situações em que o ELS é ultrapassado.

3.2. Domínios de deformação

Os domínios de deformação representam as possibilidades de ruína da seção transversal e dependem das deformações do concreto e do aço. A Figura 13 apresenta os seis domínios de deformação existentes, sendo os dois primeiros correspondentes ao limite último por deformação excessiva e os domínios 3, 4, 4a e 5 o estado limite último por encurtamento do concreto (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014). Para este trabalho, serão abordados somente os domínios relevantes para o estudo da flexão.

Figura 13 - Domínios de deformação.



Fonte: Ames, 2019.

3.2.1. Domínio de deformação 2

Ocorre quando a peça submetida à flexão atinge o alongamento máximo sem que haja ruptura do concreto. Estruturas que rompem nesse domínio possuem uma baixa taxa de armadura, ocasionando o rompimento por deformação excessiva da armadura (MONTROYA et al., 2009, ARAÚJO, 2014).

3.2.2. Domínio de deformação 3

Ocorre quando o escoamento da armadura e a ruptura por compressão do concreto se dão simultaneamente, ou seja, quando a deformação da armadura é igual à deformação de escoamento e a deformação do concreto é maior que sua deformação máxima admissível (FUSCO, 1981).

3.2.3. Domínio de deformação 4

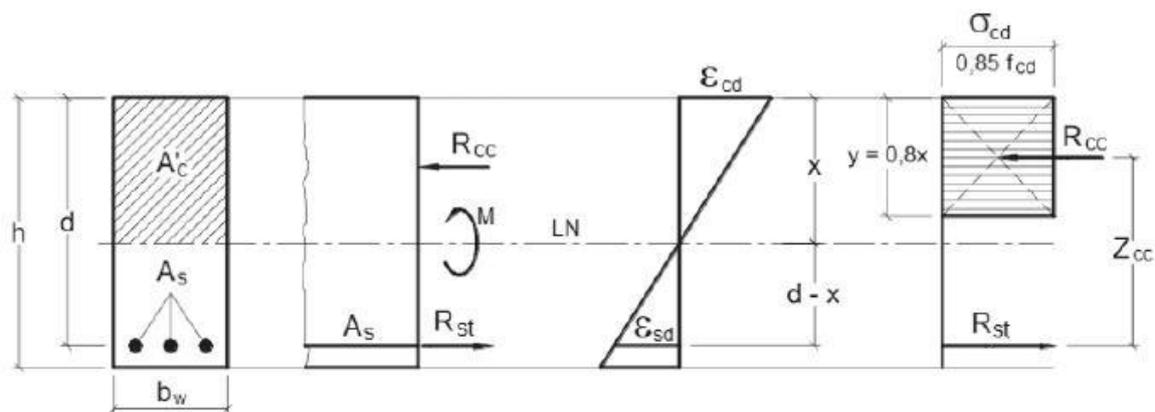
Ocorre quando o concreto rompe devido à compressão ($\epsilon_c \geq \epsilon_u$) sem que haja escoamento da armadura tracionada, o que ocorre em casos de estruturas com alta taxa de armadura (MONTROYA et al., 2009, ARAÚJO, 2014).

3.3. Resistência ao momento fletor

A equação de resistência ao momento fletor de vigas com armadura simples pode ser obtida a partir do equilíbrio de forças e momentos. A Figura 14 ilustra a resultante de tensões atuante na seção transversal da peça, as quais dependem da localização da linha neutra, sendo

fundamental para a dedução das equações de equilíbrio. Vale destacar que, para a segurança estrutural, são considerados somente os domínios 2 e 3.

Figura 14 – Diagramas de deformação longitudinal e tensão normal utilizados para o dimensionamento no estado limite último



Fonte: Nogueira e Rodrigues, 2020.

O diagrama demonstra que a força resultante de compressão do concreto (R_{cc}) e a resultante de tração da armadura (R_{st}) se equilibram, zerando as forças normais atuantes, de forma que:

$$R_{st} - R_{cc} = 0 \quad (14)$$

Substituindo o valor de cada uma das forças, tem-se:

$$(A_s * f_{yd}) - (0,85 f_{cd} * 0,8x * b) = 0 \quad (15)$$

Por fim, a posição da linha neutra é determinada por:

$$x = \frac{A_s * f_{yd}}{0,85 * f_{cd} * 0,8 * b} \quad (16)$$

onde A_s é corresponde à área de aço na seção transversal da peça, x é a distância entre o bordo superior da peça até a sua linha neutra e b é a largura da seção transversal.

Localizada a linha neutra, é necessário obter as equações de equilíbrio de momento. Sabendo que o somatório dos momentos atuantes é nulo, tem-se:

$$M_d - R_{cc} * z = 0 \quad (17)$$

Substituindo os valores de R_{cc} e z e isolando M_d tem-se:

$$M_d = (0,85f_{cd} * 0,8x * b) * (d - 0,5 * 0,8x) \quad (18)$$

onde M_d corresponde ao momento atuante sobre a peça, z é a distância entre o eixo da armadura e o ponto de aplicação da resultante de compressão do concreto e d é a distância entre a face superior da seção transversal da peça e o eixo da armadura.

Assim, substituindo-se a Equação (16) na Equação (17), obtém-se:

$$M_d = M_{rd} \quad (19)$$

$$d = h - d' \quad (20)$$

$$M_{rd} = A_s * f_y * \left(h - d' - 0,5 * \frac{A_s * f_{yd}}{0,85 * b * f_{cd}} \right) \quad (21)$$

onde M_{rd} corresponde ao momento resistente da peça, h é a altura da seção transversal da peça e d' é a distância entre a face inferior da seção transversal da peça e o eixo da armadura.

3.4. Estudo da segurança estrutural via confiabilidade

Com esse momento calculado e sabendo que, segundo Araújo (2014) e Fusco (1981), para garantir a segurança de uma peça, os esforços solicitantes de cálculo devem ser inferiores aos esforços resistentes do Estado Limite Último considerando o comportamento conjunto do concreto e do aço, é possível verificar se a viga está ou não respeitando os limites.

Em termos de confiabilidade estrutural, a função de falha $g(X)$, a qual depende justamente das funções resistência e solicitação:

$$g(X) = R(X) - S(X) = \theta_R * A_s * f_{yd} * \left(h - d' - \frac{0,5 * A_s * f_{yd}}{0,85 * b * f_{cd}} \right) - \theta_S (M_g + M_q) \quad (22)$$

Além das variáveis já apresentadas anteriormente, são acrescentados coeficientes de incerteza de resistência (θ_R) e de solicitação (θ_S) os quais estão relacionados às incertezas quanto aos modelos de cálculo da resistência e das solicitações, respectivamente.

Sabendo quais parâmetros são necessários para a avaliação da segurança da estrutura, para que se possa aplicá-lo no método de análise de confiabilidade escolhido, é necessário saber

como essas variáveis se comportam probabilisticamente. Em Santos, Stucchi e Beck (2014), é sugerido o uso dos coeficientes apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 - Modelo probabilísticos de variáveis aleatórias para análise de confiabilidade.

Categoria das variáveis	Nome das variáveis	Símbolo	Dimensão	Distribuição	Média (μ_x)	Desvio Padrão (σ_x)
Ações	Permanente	G	kN/m	Normal	G_k	$0,1\mu_x$
	Variável	Q	kN/m	Gumbel	$0,93Q_k$	$0,2\mu_x$
Materiais	Concreto	f_c	MPa	Normal	$1,17f_{ck}$	$0,15\mu_x$
	Armadura passiva	f_y	MPa	Normal	$1,08f_{yk}$	$0,05\mu_x$
Geometria	Altura	h	cm	Normal	h	$0,045\mu_x$
	Largura	b	cm	Normal	b	$0,060\mu_x$
	Linha neutra	d'	cm	Lognormal	d'	$0,282\mu_x$
Incertezas	De carregamento	θ_S	-	Lognormal	1,00	0,05
	De resistência	θ_R	-	Lognormal	1,00	0,05

Fonte: Adaptado de Santos, Stucchi e Beck (2014).

Ressalta-se que, no referente estudo, os desvios padrões da altura, da largura e da linha neutra da viga foram dados em valores absolutos, porém foi feita uma adaptação para se trabalhar em termos do coeficiente de variação com o intuito de facilitar a aplicação nesse trabalho.

Vale destacar que há autores que utilizam distribuições e coeficientes de variações diferentes para variáveis, como pode ser observado em Rodrigues (2019), que estudou a confiabilidade em pórticos de concreto armado considerando efeitos globais de segunda ordem e adotou curva log-normal para ambas as ações e a resistência dos materiais, assim como indicado no JCSS.

4. METODOLOGIA

Este trabalho apresenta o estudo da confiabilidade de vigas em concreto armado submetidas a esforços de flexão de um projeto real. O estudo de demais modos de falha, como o cisalhamento, foi desconsiderado nesse estudo por se tratar de uma abordagem mais introdutória do assunto com o fito de simplificar a análise, apesar da sua fundamental verificação para o dimensionamento e detalhamento das estruturas.

Os métodos semi probabilísticos, apesar de serem mais práticos e possuírem vasta aceitação, pressupõe que os cálculos realizados sejam feitos com base em valores determinísticos, e não variáveis, para a geometria da estrutura, as propriedades mecânicas dos materiais e para o carregamento aplicado (PALIGA, 2008). Ademais, a complexidade de uma estrutura, a qual está submetida a diversas solicitações simultâneas, envolvendo muitas variáveis aleatórias interdependentes, é dificilmente compreendida pelos métodos semi probabilísticos (ARAÚJO, 2014). Assim, será utilizado o Método de Monte Carlo para análise de confiabilidade estrutural.

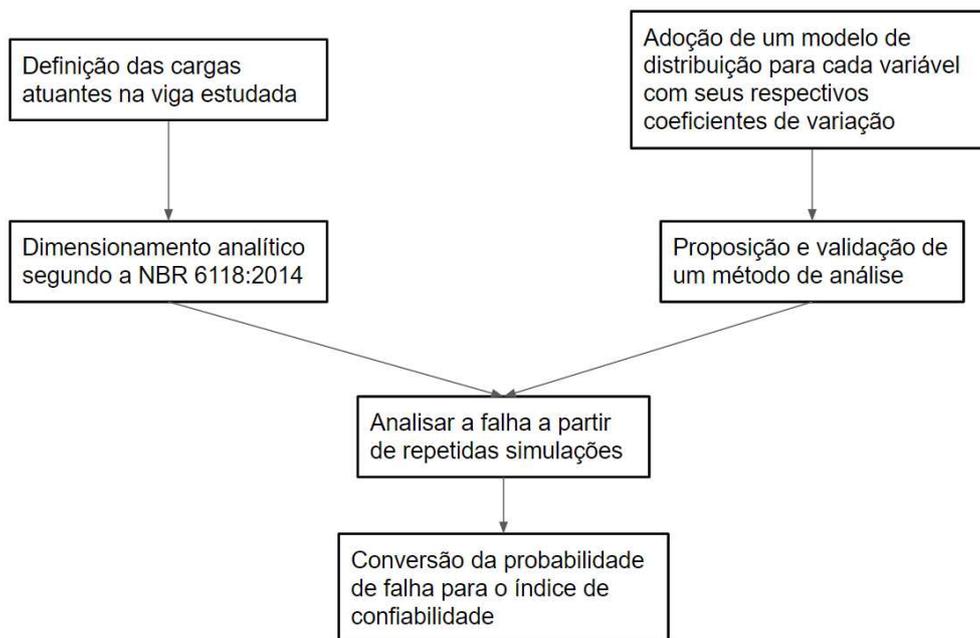
Em se tratando do código de análise adotado, o FERUM (*Finite Element Reliability Using Matlab*) destaca-se como uma importante caixa de ferramentas do *MATLAB* voltada para a confiabilidade estrutural, disponibilizando diversos métodos de análise para escolha, tais como FORM, SORM e Monte Carlo. Ele começou a ser desenvolvido em 1999 sob a liderança de Armen Der Kiureghian na Universidade da Califórnia em Berkeley, sendo incrementado com novas funcionalidades ao longo dos anos, tendo sua versão mais recente, FERUM 4.1, lançada em 2010 com base em um estudo realizado pelo *Institut Français de Mécanique Avancée* (IFMA), com atualizações que potencializam técnicas baseadas em simulação, análise de sensibilidade global, otimização com base na confiabilidade, dentre outros (BOURINET, 2010).

Ainda, existe o programa VaP, desenvolvido pelo Dr. Markus Petschacher, com futura adaptação para o Microsoft Windows pelos Dr. Georgi Simov e Stoyan Toulev, do *Institute of Structural Engineering IBK, ETH Zurich*, na Suíça, cuja aplicação pode ser evidenciada em (2012).

Os programas citados anteriormente dispõem de muitos recursos, mas são bastante complexos. Assim, a análise de confiabilidade de vigas de concreto armado utilizando o Método de Monte Carlo foi implementada neste trabalho utilizando o *MATLAB*. É importante notar

que o MATLAB dispõe de uma ampla biblioteca de recursos estatísticos, incluindo a geração de números aleatórios com diversas distribuições de probabilidade. Estes recursos facilitaram bastante a implementação computacional da formulação apresentada neste trabalho. O diagrama de metodologia para este trabalho está apresentado na Figura 15.

Figura 15 – Metodologia do estudo.



Fonte: Produção autoral, 2022.

4.1. Exemplo de estudo da flecha

Em Motta (2020), foi estudada a flecha causada devida à flexão em uma viga bi-apoiada de 6 metros de concreto armado com carregamento linearmente distribuído em todo o vão, cujos parâmetros estão apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Variáveis da viga em concreto bi apoiada.

Variável	Média	Desvio padrão
G_k (kN/m)	2	0,2
$E * 10^7$ (kN/m ²)	2	0,2
b (cm)	15	1
h (cm)	30	2

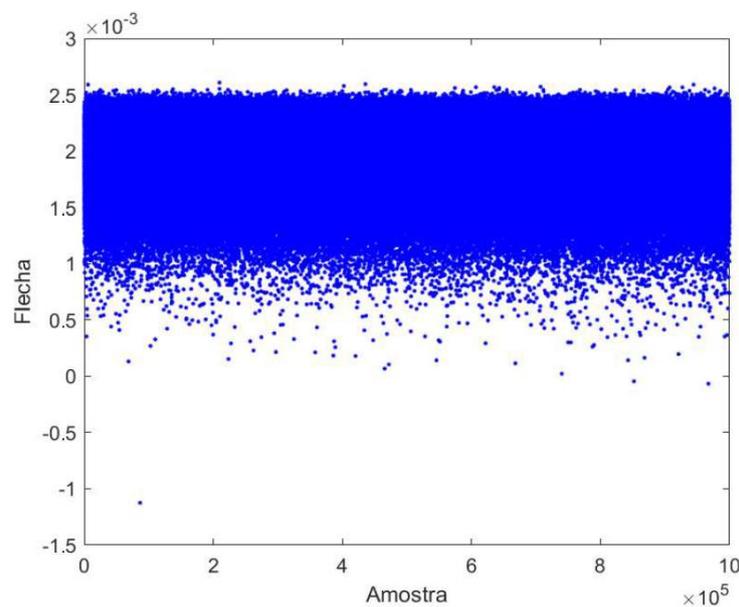
Fonte: Adaptado de Motta, 2020.

Foi considerado que todas as variáveis aleatórias possuem distribuição normal e utilizado o Método de Monte Carlo com um milhão de simulações. A função de falha leva em consideração o limite de deflexão aceito pela NBR 6118:2014 e é dada por:

$$\frac{5qL^3}{32Ebh^3} - \frac{1}{350} < 0 \quad (23)$$

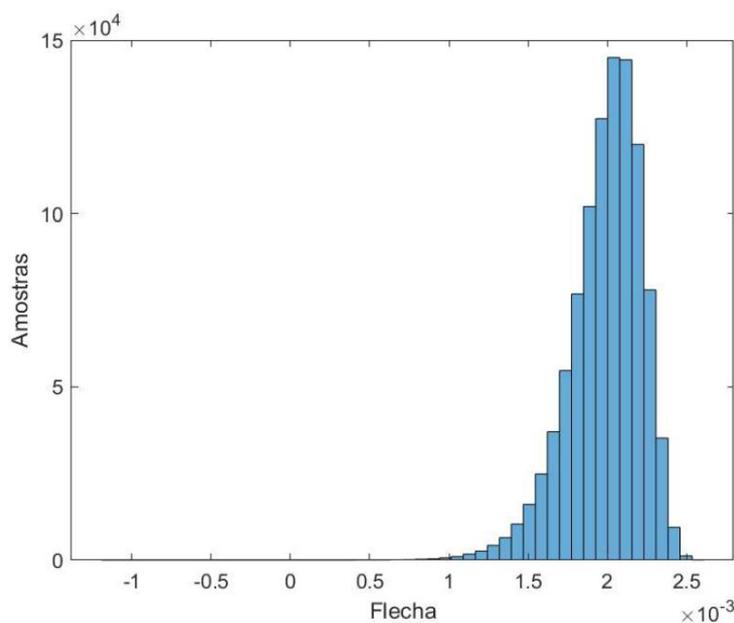
O gráfico de dispersão da função de falha é apresentado na Figura 16, seguido do gráfico do comportamento da flecha na Figura 17, com um resultado de P_f de $9 \cdot 10^{-6}$, o que corresponde a um β de aproximadamente 4,288, valor considerado adequado.

Figura 16 – Gráfico de dispersão da função de falha do Exemplo 1.



Fonte: Motta, 2020.

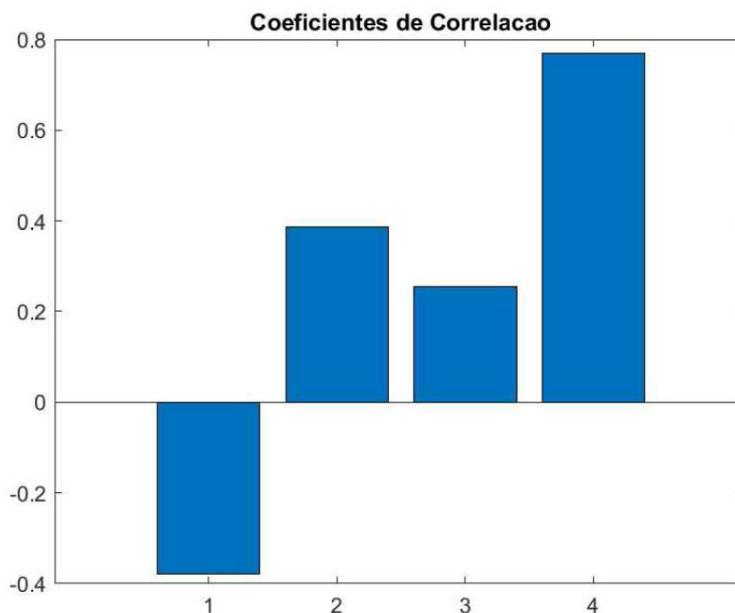
Figura 17 – Histograma da flecha do Exemplo 1 em metros.



Fonte: Motta, 2020.

A Figura 18 apresenta o gráfico de correlação da influência de cada variável sobre o resultado, em que o eixo horizontal representa as variáveis analisadas na seguinte ordem: carga aplicada (1), módulo de elasticidade (2), largura da viga (3) e altura da viga (4). Percebe-se que uma relação direta das três últimas para com a ocorrência da falha, com destaque para a altura, e uma relação inversa com a primeira.

Figura 18 - Gráfico de correlação do Exemplo 1



Fonte: Motta, 2020.

4.2. Exemplo de estudo do momento fletor

Em Santos, Stucchi e Beck (2014), foi estudada uma viga em concreto armado bi-apoiada com diferentes armaduras, a partir de momentos resistentes variados. Também foi variado o parâmetro χ , que diz respeito à relação entre a carga variável e a carga total atuante na viga.

Neste trabalho, buscou-se validar o resultado obtido para o uso de 3 barras de 8 mm de diâmetro ($A_s = 1,5 \text{ cm}^2$), bem como um χ igual a 60%, $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ e $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ (aço CA50). A Tabela 8 apresenta os parâmetros utilizados no estudo de confiabilidade da referida viga, calculados de acordo com a Tabela 6. Vale destacar que, como foram estudados os valores característicos, o momento resistente de projeto ($M_{rd} = 29,39 \text{ kNm}$) foi convertido em momento característico por meio do coeficiente $\gamma_f = 1,4$.

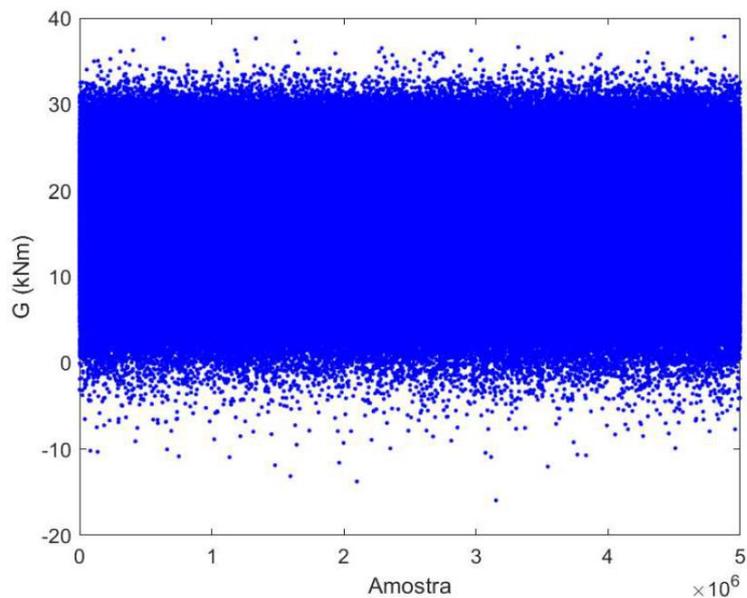
Tabela 8 - Variáveis da viga em concreto bi apoiada.

Variável	Média	Desvio padrão
f_{ck} (kN/m ²)	$29,25 \cdot 10^3$	$4,39 \cdot 10^3$
f_{yk} (kN/m ²)	$540 \cdot 10^3$	$27 \cdot 10^3$
b (cm)	20	1,20
h (cm)	50	2,25
d' (cm)	3,9	1,10
M_{gk} (kNm)	8,39	0,84
M_{qk} (kNm)	11,70	2,34

Fonte: Santos, Stucchi e Beck, 2014.

O exemplo foi validado por uma rotina no MATLAB, em que, das cinco milhões de simulações verificadas, em 2083 delas a função falhou, resultando em uma P_f de $4,166 \cdot 10^{-4}$, o que corresponde a um β de aproximadamente 3,342. Vale ressaltar que, caso a função fosse calculada analiticamente sem as simulações inerentes do Método de Monte Carlo, utilizando os valores absolutos das variáveis, obter-se-ia um resultado de 5,654 kNm, ou seja, sem falha. O gráfico de dispersão da função é apresentado na Figura 19, em que os pontos abaixo de zero indicam a falha.

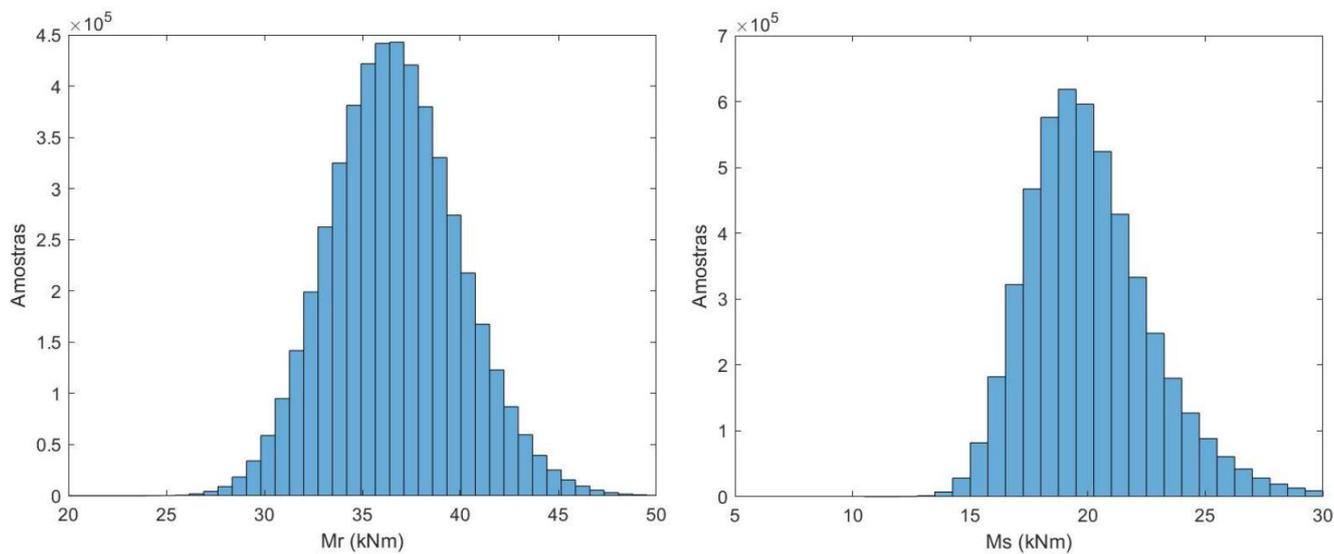
Figura 19 – Gráfico de dispersão da função de falha do Exemplo 2.

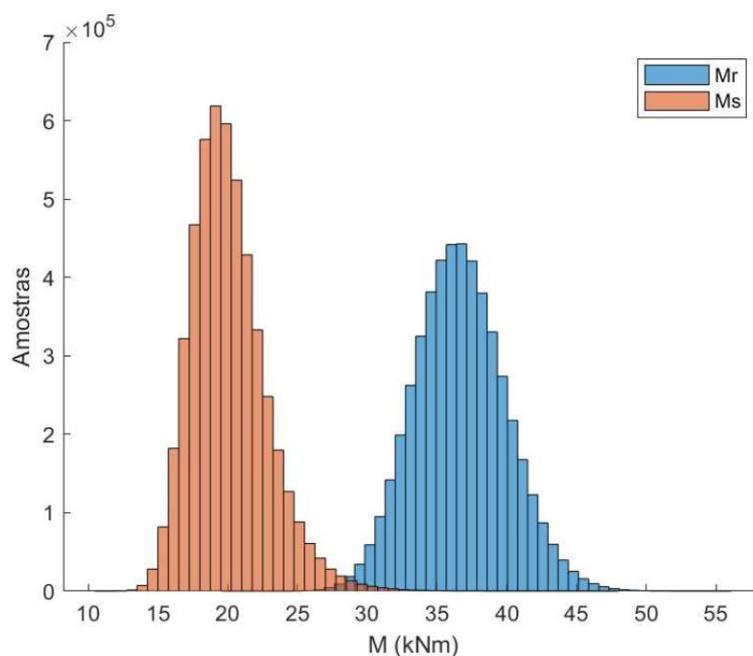


Fonte: Produção autoral, 2022.

Ademais, são apresentados os gráficos dos momentos resistente e solicitante, Figura 20, e da função de falha, Figura 21.

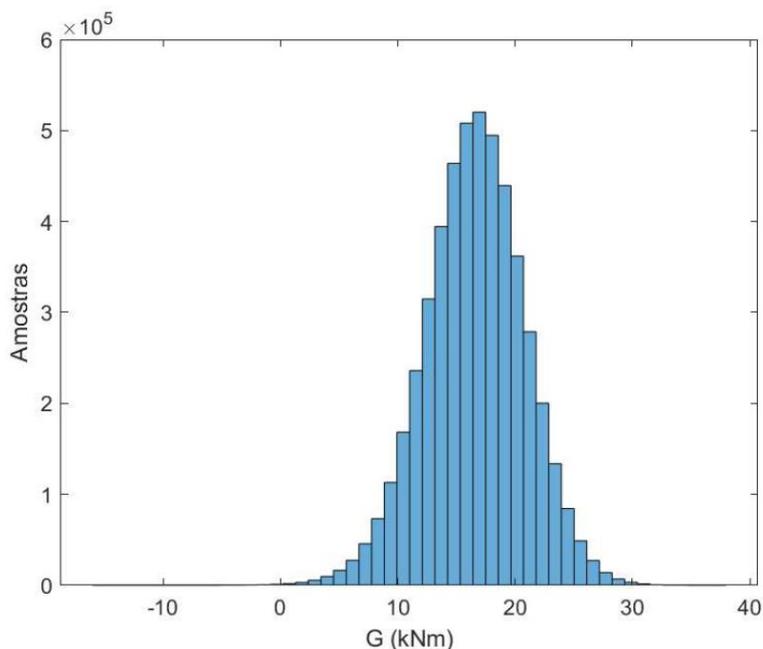
Figura 20 – Histograma do momento do Exemplo 2.





Fonte: Produção autoral, 2022.

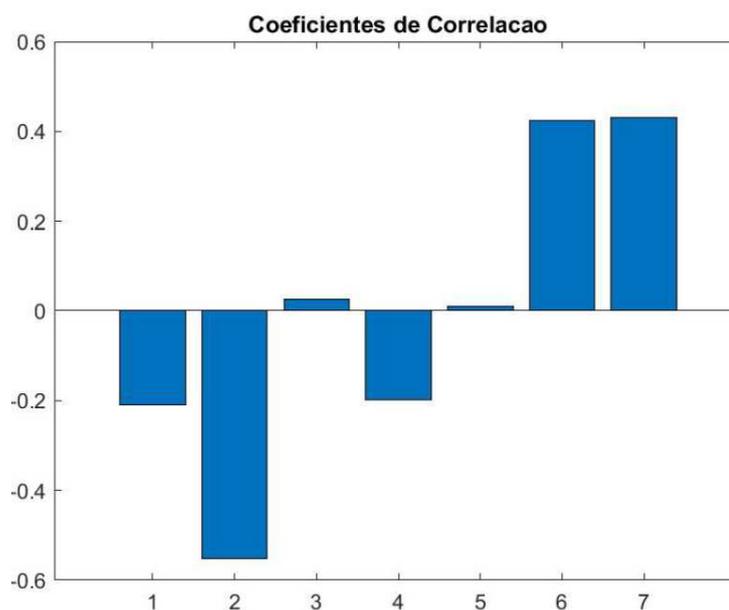
Figura 21 – Gráfico da função de falha do Exemplo 2.



Fonte: Produção autoral, 2022.

Ainda, quanto à correlação das variáveis, de acordo com a Figura 22, cuja legenda está apresentada na Tabela 9, observa-se uma forte correlação inversa da função com a carga variável, seguido da altura da viga e da resistência do aço, porém de forma direta, recebendo pouca influência da largura da viga e da resistência do concreto.

Figura 22 – Gráfico de correlação do Exemplo 2.



Fonte: Produção autoral, 2022.

Tabela 9 – Legenda de variáveis do gráfico de correlação.

Número	1	2	3	4	5	6	7
Variável	d'	Q_k	f_{ck}	G_k	b	f_{yk}	h

Fonte: Produção autoral, 2022.

Já no artigo referenciado, para o mesmo valor de χ e de taxa de armadura, o índice de confiabilidade obtido foi de 3,35, ou seja, uma divergência entre os resultados de somente 0,24%. Como o valor do erro foi bastante pequeno, foi considerado que o método está validado e pode ser usado em demais exemplos equivalentes.

5. APLICAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO

Com o intuito de ilustrar uma aplicação prática do método da confiabilidade estrutural, optou-se pela análise de duas vigas de uma edificação real. Os dados pessoais do proprietário não serão apresentados com o fito de preservar sua privacidade.

5.1. Descrição da estrutura

A arquitetura escolhida diz respeito a uma casa de 1 andar, com a uma sala em conceito aberto, cozinha, suítes e uma pequena área de serviço enquanto o segundo teto diz respeito à coberta. As vigas estudadas neste trabalho têm por objetivo suportar a laje de forro e a coberta da casa. O pé direito é de 2,80 metros, estando o topo do telhado de duas águas a dois metros da coberta. A vedação prevista é em alvenaria para as paredes externas e Drywall na divisão dos cômodos.

A concepção estrutural para esta arquitetura foi realizada pelo software TQS v22.10, e os parâmetros para dimensionamento, análise e detalhamento foram escolhidos e configurados no programa segundo as diretrizes das normas brasileiras. Por se localizar no município de Guaramiranga, no Ceará, foi adotada agressividade II – Moderada – Urbana segundo a NBR 6118:2014, com risco de deterioração pequeno, com seus respectivos cobrimentos, ou seja, 25 mm para lajes e 30 cm para vigas e pilares, conforma a Tabela 7.2.

Quanto aos parâmetros do concreto, foi respeitado o limite mínimo normativo de f_{ck} de 25 MPa, adotando-se 30 MPa. Os demais valores foram calculados com base nas designações do Capítulo 3 e estão apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 - Parâmetros adotados para o concreto armado.

Parâmetro	Valor
Resistência à compressão (f_{ck})	30 MPa
Módulo de elasticidade (E_{cs})	27 MPa
Peso específico (ρ_c)	25 kN/m ³
Coefficiente de dilatação térmica (α)	10 ⁻⁵ /°C
Coefficiente de Poisson (ν)	0,2

Fonte: Produção autoral, 2022.

Em se tratando da armadura passiva, a qual está normalizada na NBR 7480:2007 e cujos critérios de cálculo também estão apresentados no Capítulo 2 deste trabalho, foram adotados os parâmetros apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 - Parâmetros adotados para o aço CA-50.

Parâmetro	Valor
Resistência de escoamento (f_{yk})	500 MPa
Módulo de elasticidade (E_s)	210 MPa
Peso específico (ρ_s)	78,5 kN/m ³
Coefficiente de dilatação térmica (α)	10 ⁻⁵ /°C

Fonte: Produção autoral, 2022.

Para a definição das cargas verticais atuantes, foram utilizados os valores indicados pela NBR 6120:2019, a qual considera, além do peso próprio calculado pelo próprio software, cargas permanentes de revestimento e de paredes, apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 - Valores permanentes de cargas verticais adotados.

Tipo de carga	Carga (kN/m²)
Revestimento de piso	1,5
Revestimento de parede	1,0
Paredes de alvenaria	0,5
Drywall	0,5

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6120:2019.

Ademais, foram consideradas as cargas acidentais, ou seja, que variam em função do uso da edificação (quantidade de pessoas, móveis, veículos e demais materiais), as quais são uniformemente distribuídas nos pisos. A Tabela 13 apresenta os valores de cargas acidentais sugeridos para uso de acordo com a função dos ambientes.

Tabela 13 - Valores acidentais de cargas verticais adotados.

Local	Carga (kN/m²)
Dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro	1,5
Despensa, área de serviço e lavanderia	2,0
Forro	1,5

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6120:2019.

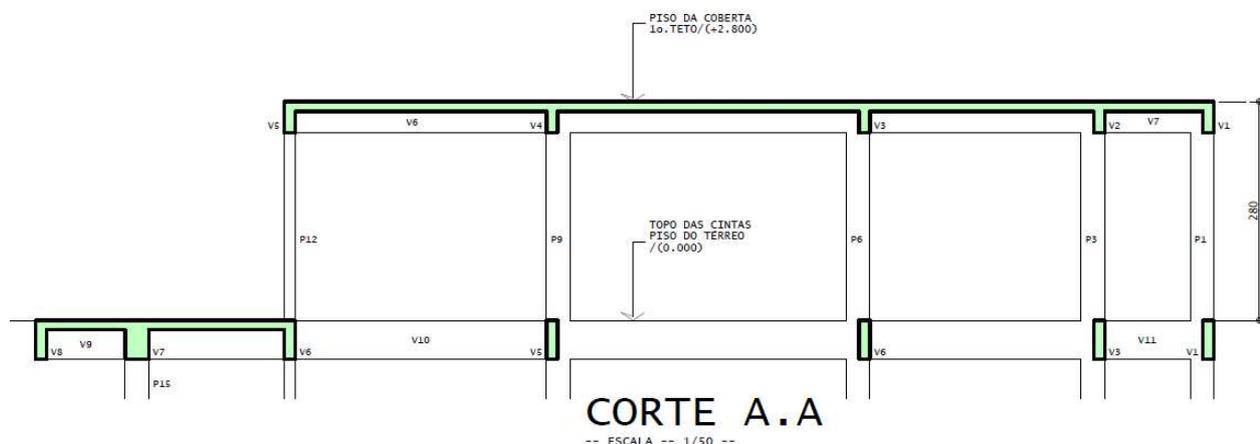
Tais valores totalizaram uma carga permanente de $1,8 \text{ kN/m}^2$ e uma carga acidental de $1,5 \text{ kN/m}^2$ atuando de forma distribuída em todas as lajes. Vale destacar que, dado o enfoque do presente trabalho, será dispensado o estudo do efeito do vento, apesar de ser uma verificação fundamental no processo de análise da estabilidade global de uma edificação, principalmente as de maior altura.

Após definidos os critérios do projeto, foi realizada a concepção estrutural, por meio do lançamento dos elementos estruturais (vigas, pilares e lajes). Como a edificação é pequena, sem grandes preocupações de contraventamento e com dimensões x e y relativamente parecidas, os pilares foram dispostos simetricamente em relação ao eixo y.

Para o processamento global, foi adotado o modelo IV do *software*, o qual considera um único pórtico espacial, com as malhas de barras de lajes inseridas no próprio modelo espacial, de maneira que o conjunto se deforme de modo compatível, distribuindo as solicitações entre os elementos de acordo com o equilíbrio espacial de toda a estrutura. Os resultados de deslocamento horizontal e de coeficiente γ_z obtidos, o qual indica o quão significativos são os efeitos de 2ª ordem globais, não serão apresentados por não serem escopo desse estudo, mas estão dentro dos limites normativos aceitáveis.

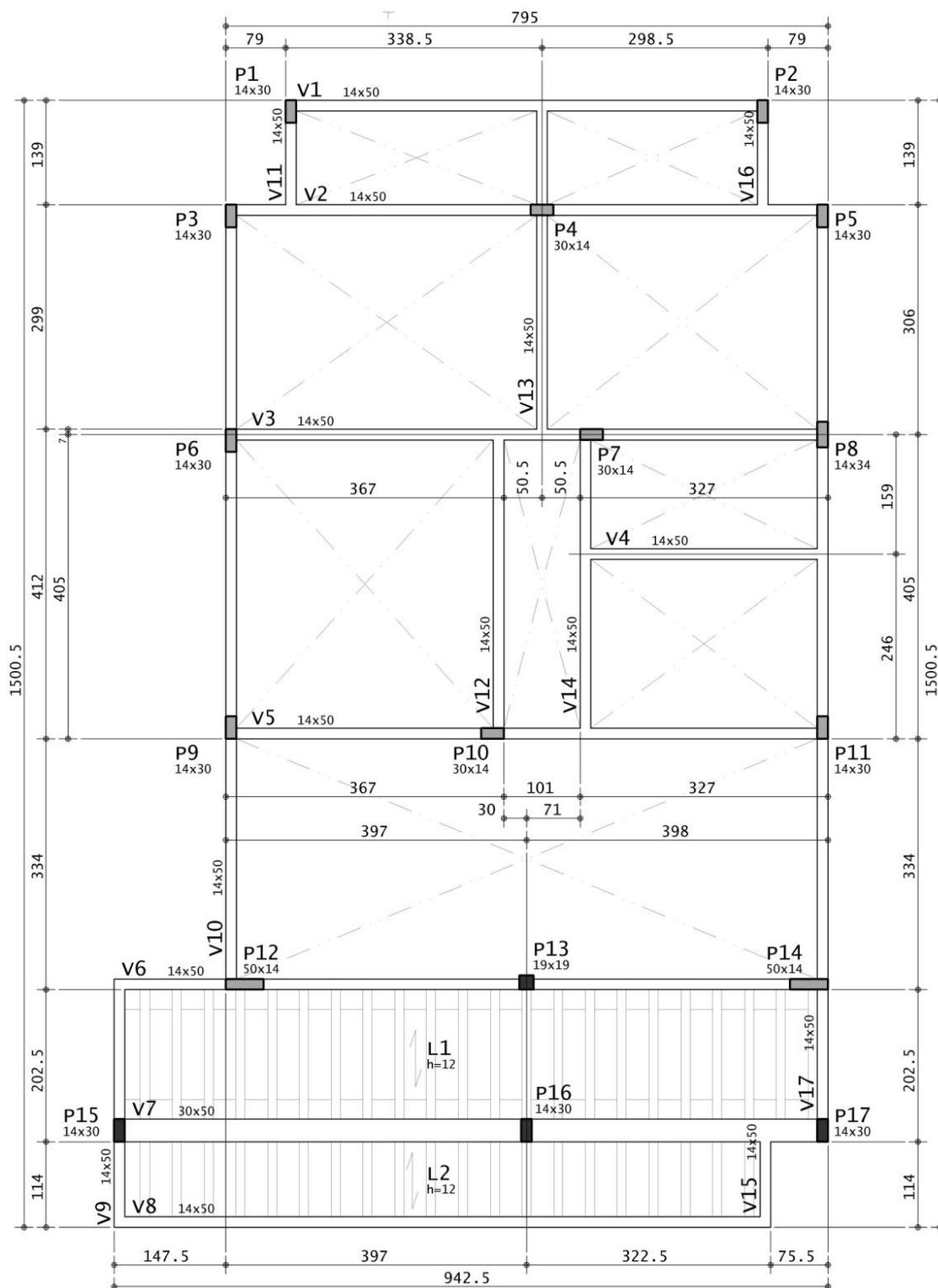
Logo, o corte da estrutura está apresentado na Figura 23, bem como a planta de forma do primeiro pavimento e da cobertura nas Figura 24 e Figura 25 respectivamente. Vale destacar que a numeração dos elementos segue, sempre, de cima para baixo, da esquerda para a direita.

Figura 23 – Corte da estrutura (dimensões em centímetros).



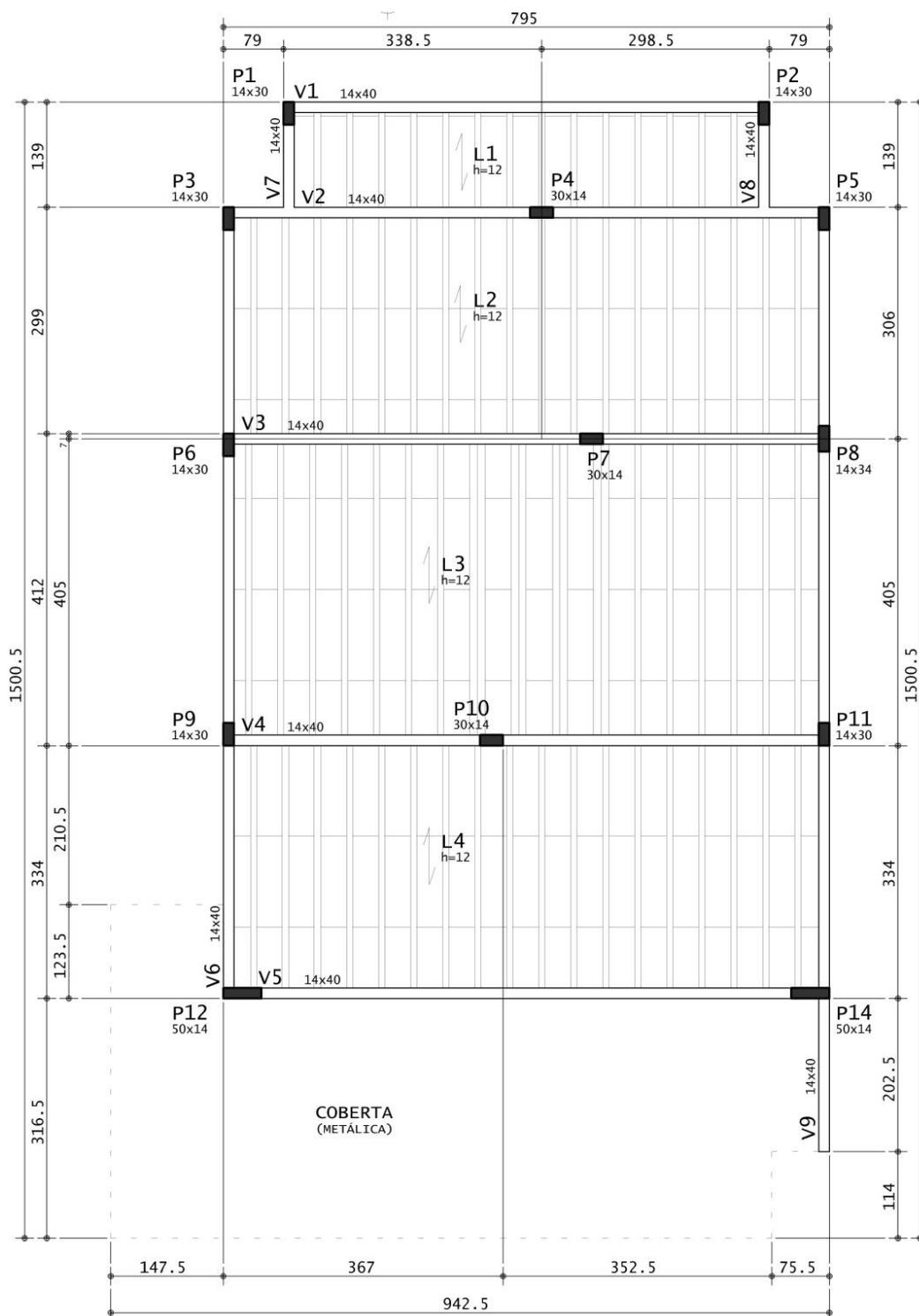
Fonte: Produção autoral, 2022.

Figura 24 - Planta estrutural do pavimento térreo (dimensões em centímetros).



Fonte: Produção autoral, 2022.

Figura 25 - Planta estrutural do pavimento coberta (dimensões em centímetros).



Fonte: Produção autoral, 2022.

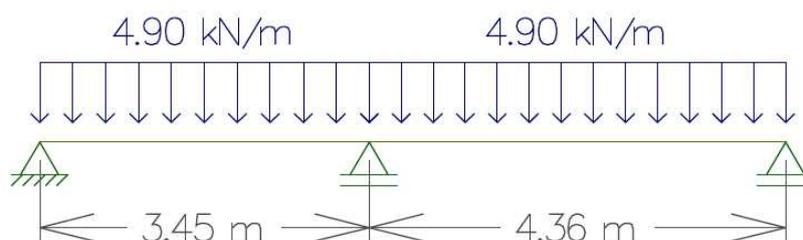
Em se tratando do dimensionamento das vigas, este foi realizado respeitando os diagramas tensão-deformação do concreto e do aço, conforme apresentado nas Figura 11 e Figura 12, respectivamente. Ademais, para garantir o equilíbrio da seção, o esforço à flexão foi

calculado com base no binário de forças gerado pelo trabalho conjunto do concreto e da armadura apresentado previamente na Figura 14. O detalhamento foi feito com barras de CA-60 para diâmetro de 5 mm e CA-50 para demais diâmetros. De acordo com a forma estrutural, foram escolhidas as vigas V4 (contínua) e V5 (bi apoiada), ambas com dimensões 14x40 cm.

A viga V4 possui 2,7 kN/m de carga permanente e 2,2 kN/m de carga variável, totalizando 4,9 kN/m, enquanto a viga V5 possui 1,2 kN/m de carga permanente e 1,0 kN/m de carga variável, totalizando 2,2 kN/m, gerando um χ de aproximadamente 45% em ambos os casos.

Tais valores foram aplicados no *software* Ftool para obtenção dos momentos máximos no vão e no apoio, cujo esquema está apresentado na Figura 26 e na Figura 27 com as respectivas cargas distribuídas de acordo com a área de influência, considerando o eixo dos apoios.

Figura 26 - Esquema da viga V4



Fonte: Produção autoral, 2022.

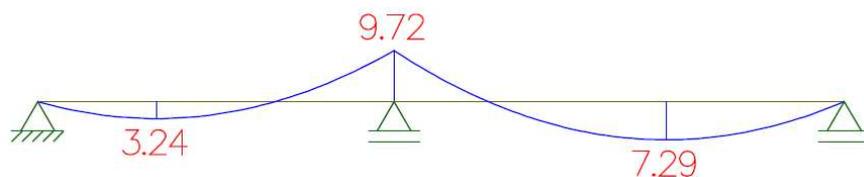
Figura 27 - Esquema da viga V5



Fonte: Produção autoral, 2022.

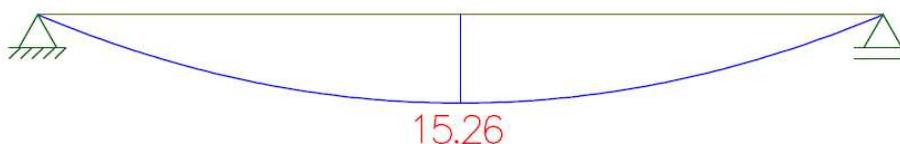
Os diagramas de momentos fletores das vigas são apresentados na Figura 28 e Figura 29:

Figura 28 – Diagrama de momento fletor característico da viga V4 em kNm



Fonte: Produção autoral, 2022.

Figura 29 – Diagrama de momento fletor característico da viga V5 em kNm



Fonte: Produção autoral, 2022.

O cálculo da armadura de flexão segue as equações apresentadas no Capítulo 3, como descrito a seguir:

- Detalhamento da seção no segundo vão da viga V4

Colocando todos os termos na Equação (21) do mesmo lado da igualdade, tem-se:

$$(0,85fcd)(b * 0,8x)(d - 0,4x) - Mrd = 0$$

$$0,272fcd * b * x^2 - 0,68fcd * b * d * x - Mrd = 0$$

$$0,272 \left(\frac{30000}{1,4} \right) * 0,14 * x^2 - 0,68 \left(\frac{30000}{1,4} \right) * 0,14 * 0,35 * x - 1,4 * 7,29 = 0$$

$$x = 0,01454 \text{ m}$$

Tal resultado gera uma relação x/d de 4,04%, ou seja, a seção está contida no domínio 3 de deformação. Em sequência, o cálculo da armadura se dá por:

$$As = \frac{10,206}{\frac{500000}{1,15} (0,36 - 0,40 * 0,01454)} = 0,0000663 \text{ m}^2 = 0,663 \text{ cm}^2$$

Neste caso, seria indicado o uso de 2 barras de $\emptyset 6.3$. A norma, porém, indica uma armadura mínima de 0,15% da área da seção da viga, o que corresponde a $0,840 \text{ cm}^2$, sendo assim utilizadas 3 barras de $\emptyset 6.3$ ($0,935 \text{ cm}^2$).

- Detalhamento da seção no apoio intermediário da viga V4

$$0,272 \left(\frac{30000}{1,4} \right) * 0,14 * x^2 - 0,68 \left(\frac{30000}{1,4} \right) * 0,14 * 0,35 * x - 1,4 * 9,72 = 0$$

$$x = 0,01949 \text{ m}$$

Ou seja, a seção, com x/d igual a 5,41%, está no domínio 3 de deformação.

$$A_s = \frac{13,61}{\frac{500000}{1,15} (0,36 - 0,40 * 0,01949)} = 0,0000888 \text{ m}^2 = 0,888 \text{ cm}^2$$

Neste caso, serão utilizadas 3 barras de $\emptyset 6.3$ ($0,935 \text{ cm}^2$).

- Detalhamento da seção no vão da viga V5

$$0,272 \left(\frac{30000}{1,4} \right) * 0,14 * x^2 - 0,68 \left(\frac{30000}{1,4} \right) * 0,14 * 0,35 * x - 1,4 * 15,26 = 0$$

$$x = 0,03111 \text{ m}$$

Logo, a seção tem relação x/d de 8,64% e está no domínio 3 de deformação.

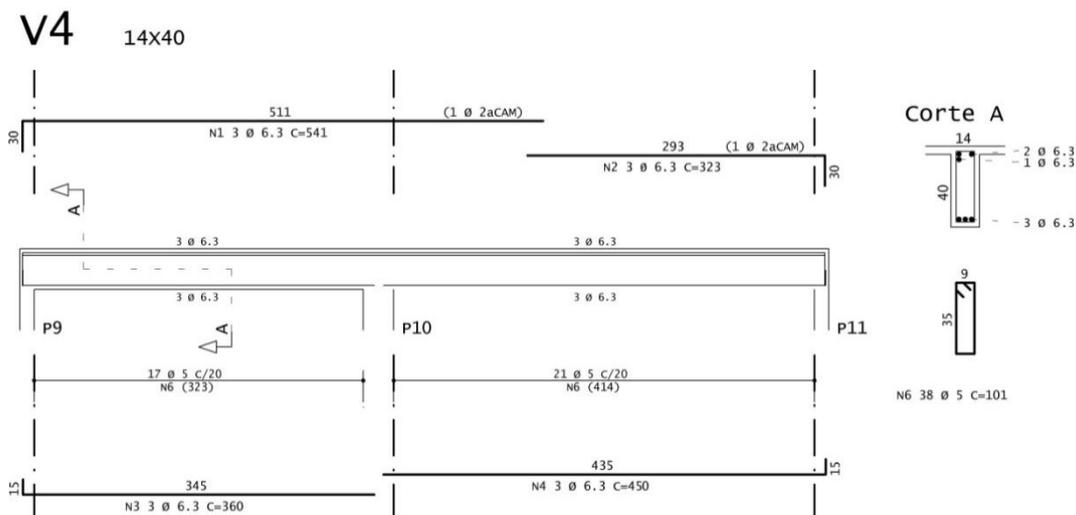
$$A_s = \frac{21,42}{\frac{500000}{1,15} (0,36 - 0,40 * 0,03111)} = 0,0001417 \text{ m}^2 = 1,417 \text{ cm}^2$$

Neste caso, foi escolhido o uso de 3 barras de $\emptyset 8$ ($1,508 \text{ cm}^2$), o que corresponde a uma taxa de armadura de 79,5%, que é superior à mínima exigida pela norma.

Vale lembrar que, quando dimensionadas pelo TQS, o método de análise considerado é o de grelhas de lajes nervuradas, em que vigas e lajes são discretizadas em barras. Tais resultados, porém, consideram o máximo valor de esforço com base em variadas combinações de carregamento propostas pelo modelo em cada seção, como situações frequentes e permanentes, recurso que majora o uso de armadura além do que é instruído por norma. Como, neste estudo, deseja-se justamente entender o comportamento isolado das vigas submetidas somente às cargas permanentes e variáveis, serão utilizados os resultados calculados analiticamente para a verificação da confiabilidade.

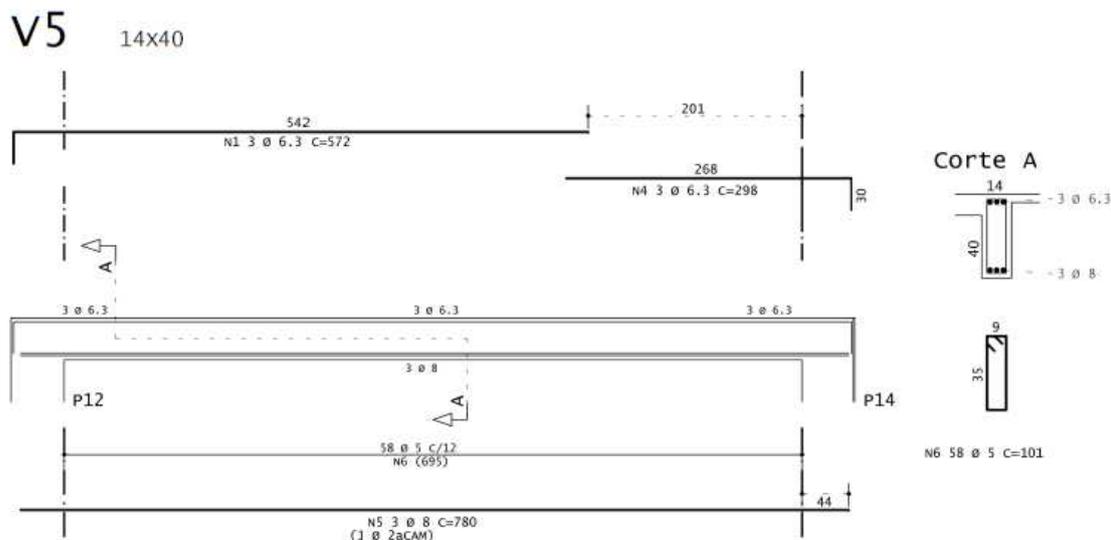
As vigas, então, ficariam detalhadas como proposto na Figura 30 e na Figura 31.

Figura 30 - Detalhamento da viga V4.



Fonte: Produção autoral, 2022.

Figura 31 - Detalhamento da viga V5.



Fonte: Produção autoral, 2022.

5.2. Verificação da flexão no apoio intermediário da viga contínua V4 da estrutura

Com os valores de armadura necessários nas vigas calculados de acordo com as equações normativas, é possível estudar se essa taxa é suficiente para garantir a confiabilidade da peça. Os valores médios e os desvios padrões das variáveis que compõem o cálculo do momento resistente estão apresentadas na Tabela 14, seguindo as distribuições e os desvios padrões propostos por Santos, Stucchi e Beck (2014) apresentados na Tabela 6.

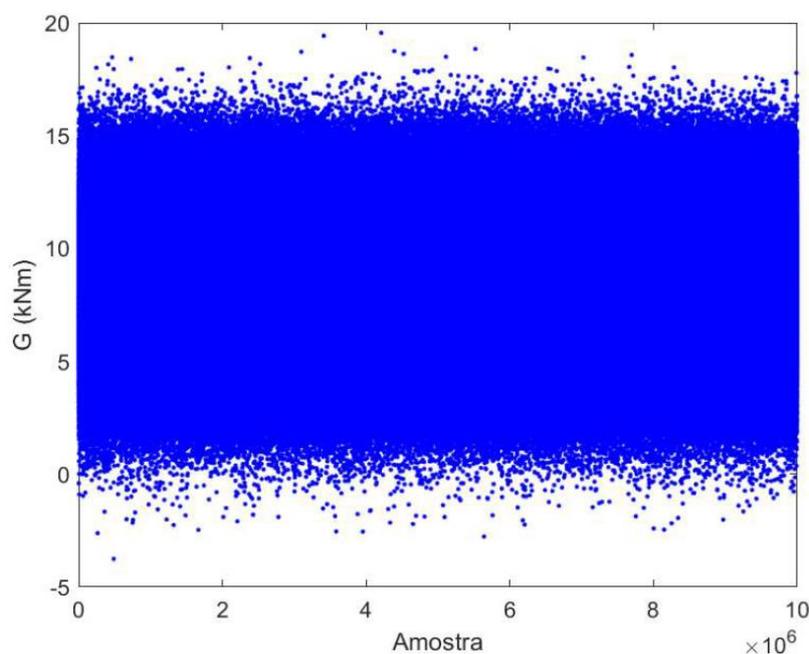
Tabela 14 - Variáveis da viga V4

Variável	Média	Desvio padrão
h (cm)	40	2.25
b (cm)	14	1.20
d' (cm)	4	1.10
M_{gk} (kN/m)	5,36	0,54
M_{qk} (kN/m)	4,05	0,81

Fonte: Produção autoral, 2022.

Vale lembrar que foi considerado um A_s de $0,935 \text{ cm}^2$, um momento solicitante $M_{sk} = 9,72 \text{ kNm}$ e um χ de 45%. Serão consideradas dez milhões de simulações para verificação da ocorrência de falha. Por meio do *software* MATLAB, aplicando tais valores na Equação (22), a função de falha apresentou a dispersão ilustrada na Figura 32, em que pode ser facilmente observado que a grande maioria dos resultados está acima de zero, indicando a presença de poucas falhas.

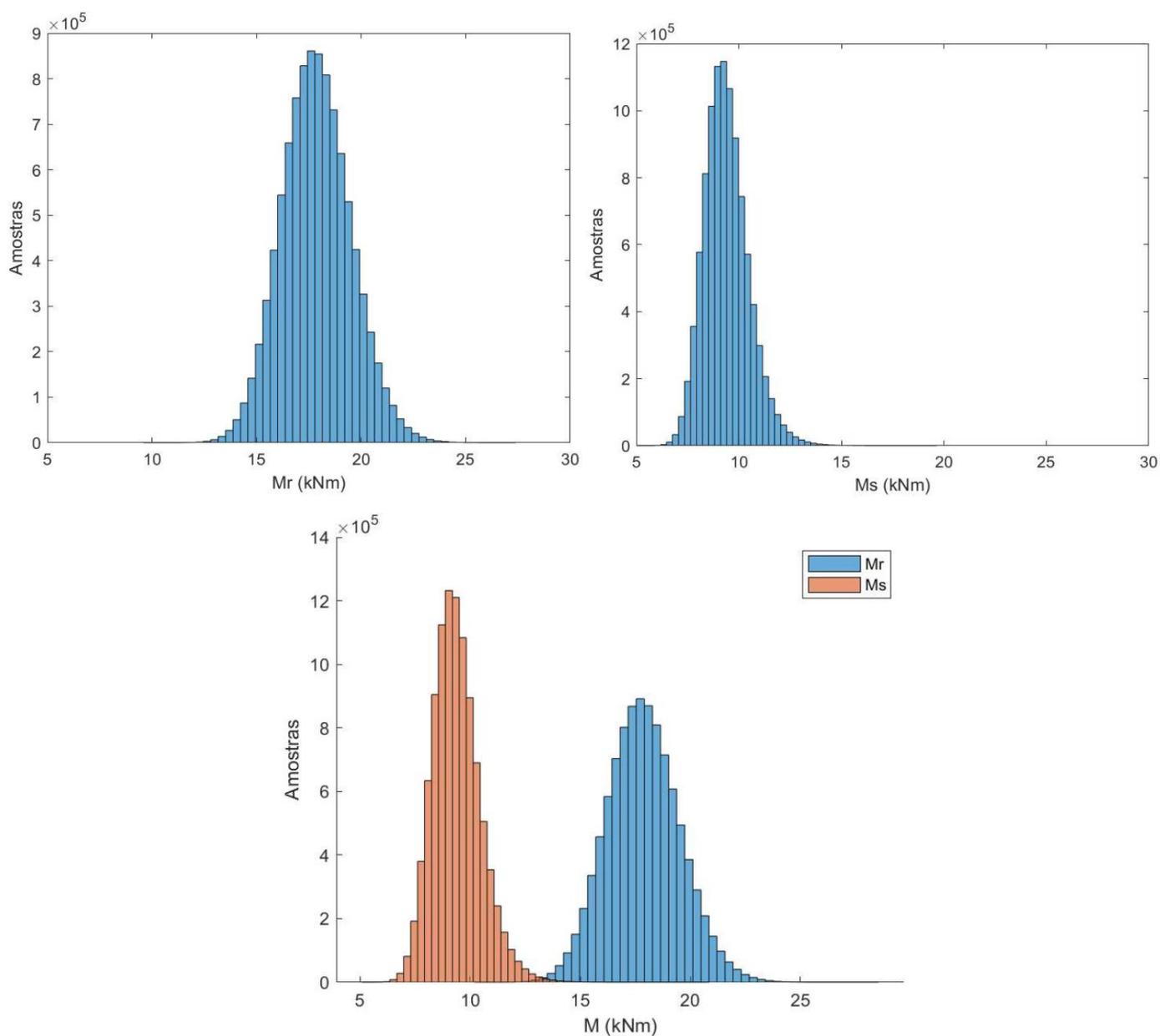
Figura 32 - Gráfico de dispersão da função de falha da V4.



Fonte: Produção autoral, 2022.

Ressalta-se que o eixo de abcissas representa as simulações e o eixo de ordenadas a respectiva função de falha. A Figura 33 apresenta o histograma do momento resistente e solicitante, de forma individual e conjunta.

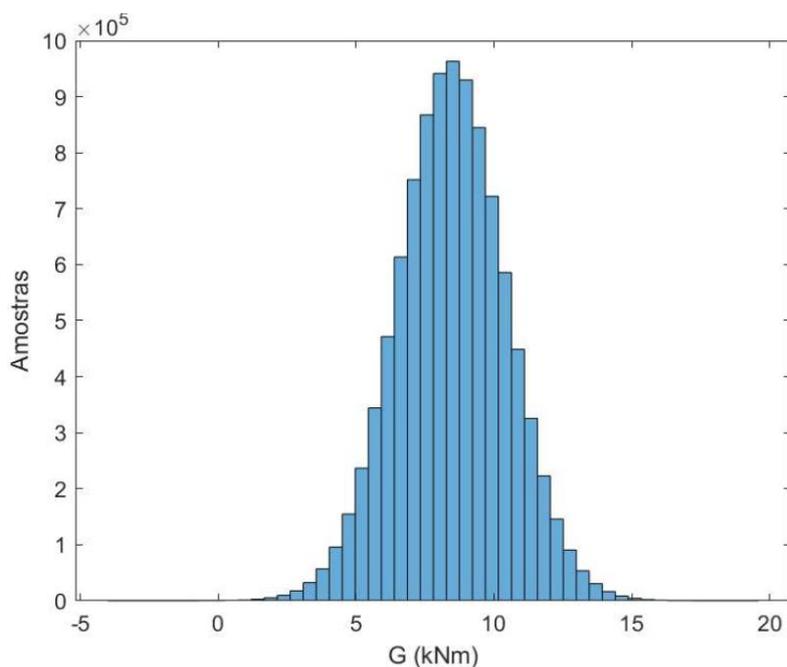
Figura 33 – Histograma do momento da viga V4.



Fonte: Produção autoral, 2022.

Percebe-se que a curva referente ao momento solicitante possui uma certa assimetria, indicando a presença da curva Gumbel referente à carga variável. A Figura 34 apresenta o gráfico da função de falha.

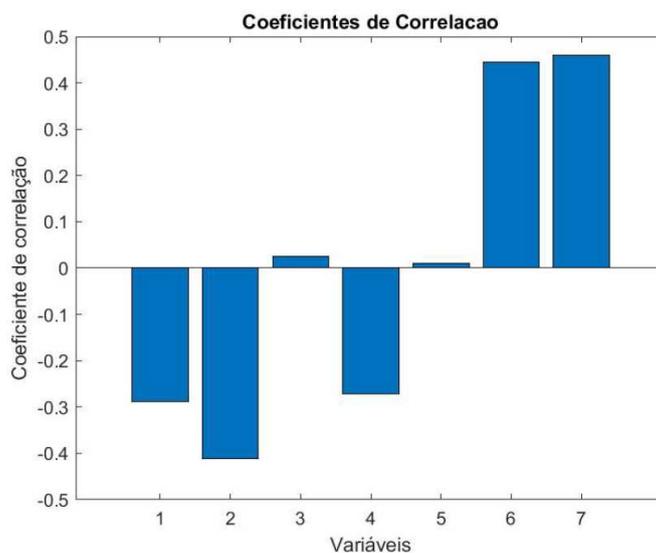
Figura 34 – Gráfico da função de falha da viga V4.



Fonte: Produção autoral, 2022.

O resultado também indicou uma forte correlação da falha com a altura da viga e a resistência do aço, numa relação diretamente proporcional, bem como uma correlação inversa com a carga variável, como pode ser observado na Figura 35, seguindo a mesma legenda da Tabela 9, assim como no exemplo de Santos, Stucchi e Beck (2014). Tal resultado mostra que os valores extremos da distribuição Gumbel, aplicada para a carga variável, ocasiona um forte impacto no resultado da função de falha.

Figura 35 – Gráfico de correlação das variáveis da viga V4.



Fonte: Produção autoral, 2022.

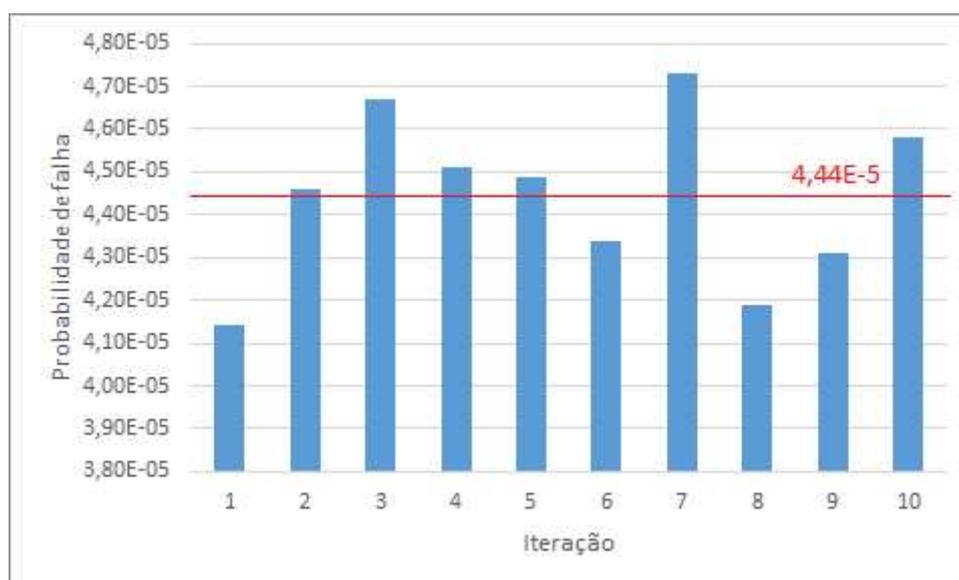
Para complementar e garantir mais confiança na análise, o processo de cálculo foi realizado 10 vezes, gerando diferentes números aleatórios para as variáveis a cada vez. A Tabela 15 apresenta as probabilidades de falha e seu correspondente índice de confiabilidade para cada teste, indicando também a média aritmética, cuja relação pode ser melhor observada na Figura 36 e na Figura 37.

Tabela 15 – Resultados da viga V4

Iteração	Probabilidade de falha	Índice de confiabilidade
1	$4,14 \cdot 10^{-5}$	3,936
2	$4,46 \cdot 10^{-5}$	3,918
3	$4,67 \cdot 10^{-5}$	3,907
4	$4,51 \cdot 10^{-5}$	3,916
5	$4,49 \cdot 10^{-5}$	3,917
6	$4,34 \cdot 10^{-5}$	3,925
7	$4,73 \cdot 10^{-5}$	3,904
8	$4,19 \cdot 10^{-5}$	3,933
9	$4,31 \cdot 10^{-5}$	3,926
10	$4,58 \cdot 10^{-5}$	3,912
Média	$4,44 \cdot 10^{-5}$	3,919

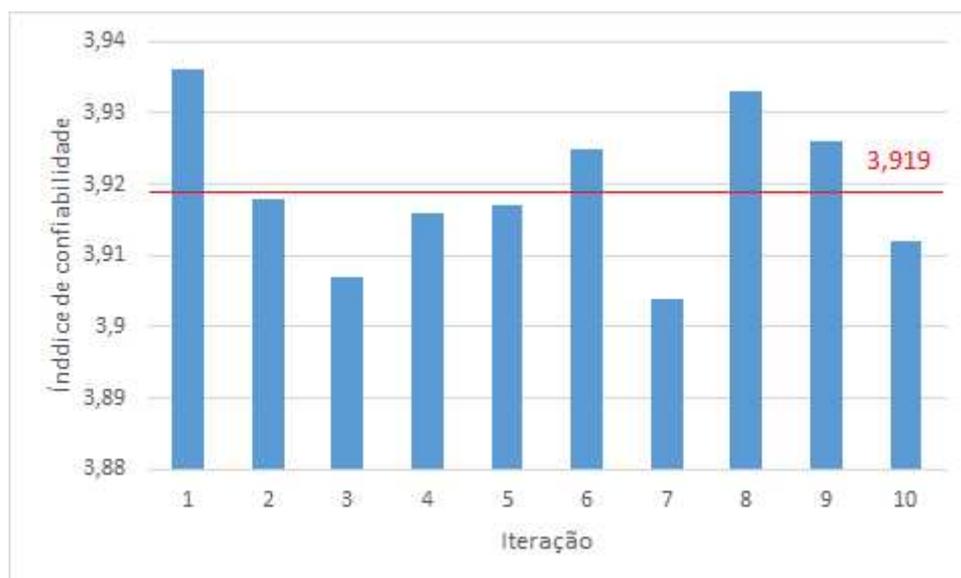
Fonte: Produção autoral, 2022.

Figura 36 – Probabilidade de falha da viga V4.



Fonte: Produção autoral, 2022.

Figura 37 – Índice de confiabilidade da viga V4.

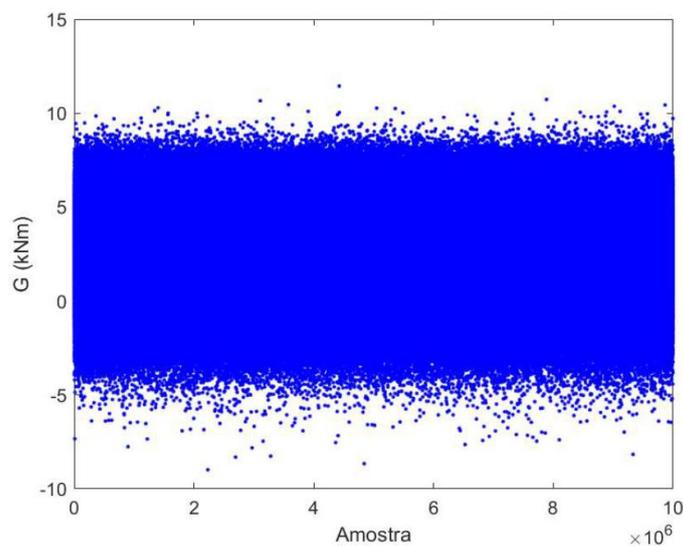


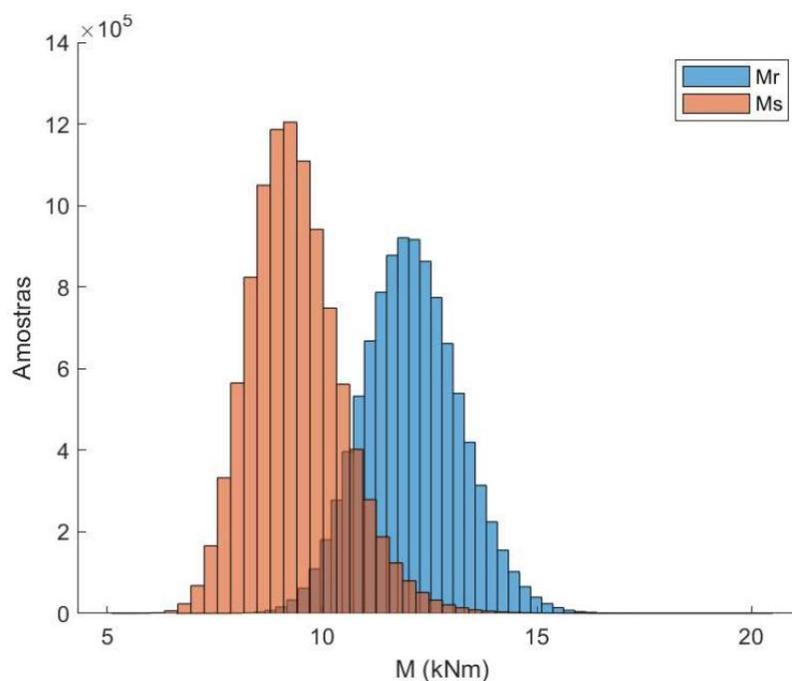
Fonte: Produção autoral, 2022.

Em comparação com o exemplo no item 4.2, o resultado foi consideravelmente maior, cujo β seria de aproximadamente 3,709 caso tivesse sido adotado um χ igual a 45% como neste caso. Nesse contexto, o valor de armadura demandado pela viga V4 ($0,629 \text{ cm}^2$) foi inferior ao mínimo requerido por norma, sendo utilizado um A_s maior, motivo que elevou o valor de β . Assim, pode-se dizer que a viga possui um índice de confiabilidade adequado.

Em uma outra verificação, foi observado que, caso tivesse sido adotado o próprio A_s calculado na função de falha, a P_f seria de $4,443 \cdot 10^{-2}$ ($\beta = 1,701$), ou seja, um valor muito menor, como pode ser observado na Figura 38.

Figura 38 – Gráficos do resultado da viga V4 com armadura minorada.





Fonte: Produção autoral, 2022.

5.3. Verificação da flexão no vão da viga bi apoiada V5 da estrutura

Da mesma forma para a viga V5, a média das variáveis consideradas estão apresentadas na Tabela 16. Foi utilizado um A_s de $1,246 \text{ cm}^2$, um momento solicitante $M_{sk} = 15,26 \text{ kNm}$ e um χ de também 45%.

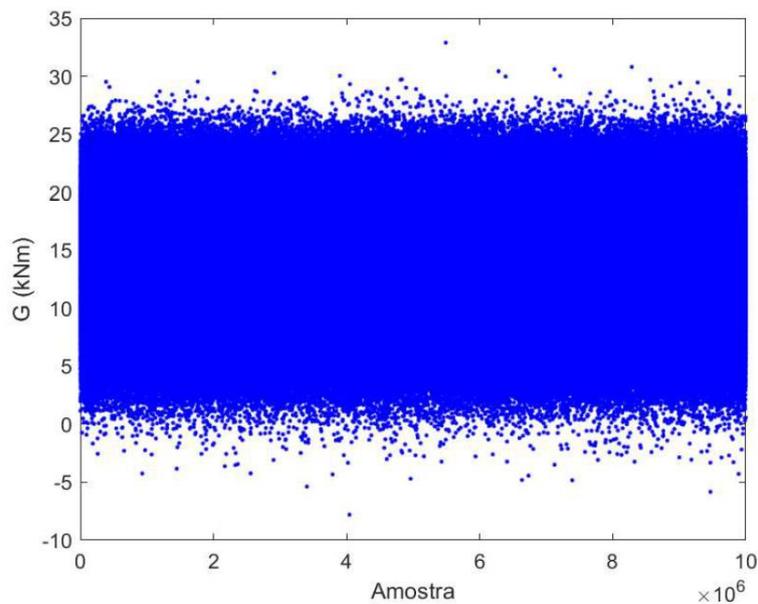
Tabela 16 - Variáveis da viga V5

Variável	Média	Desvio padrão
h (cm)	40	1,800
b (cm)	14	0,840
d' (cm)	4	1,130
M_{gk} (kN/m)	8,33	0,83
M_{qk} (kN/m)	4,45	1,29

Fonte: Produção autoral, 2022.

Seguindo os mesmos passos, foi traçado o gráfico de dispersão da função de falha, representado pela Figura 39, em que é também perceptível a presença de poucos valores negativo.

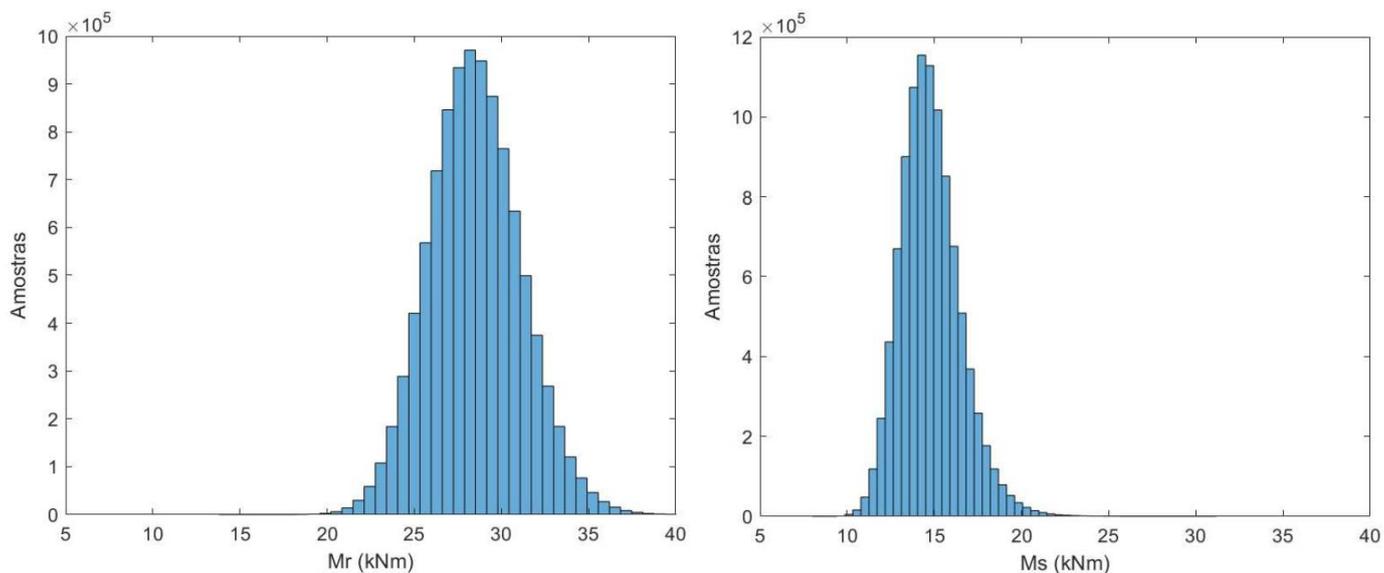
Figura 39 – Gráfico de dispersão da função de falha da viga V5.

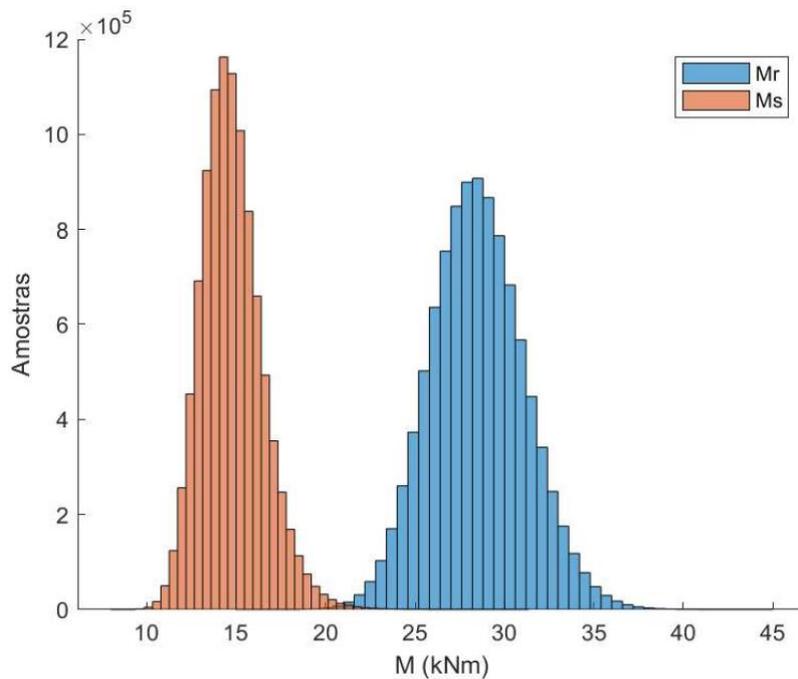


Fonte: Produção autoral, 2022.

Ademais, apresentam-se os histogramas dos momentos resistente e solicitante, Figura 40, seguido da curva da função de falha, Figura 41, e do gráfico de correlação das variáveis, Figura 42, seguindo a mesma legenda da Tabela 9, em que é observado o mesmo comportamento de correlação das variáveis.

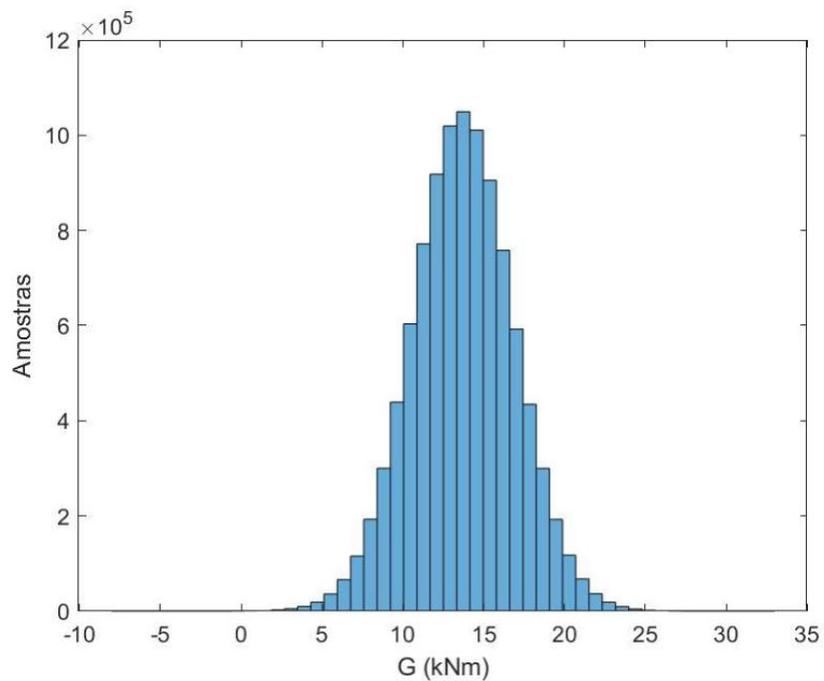
Figura 40 – Histograma de momento da viga V5.





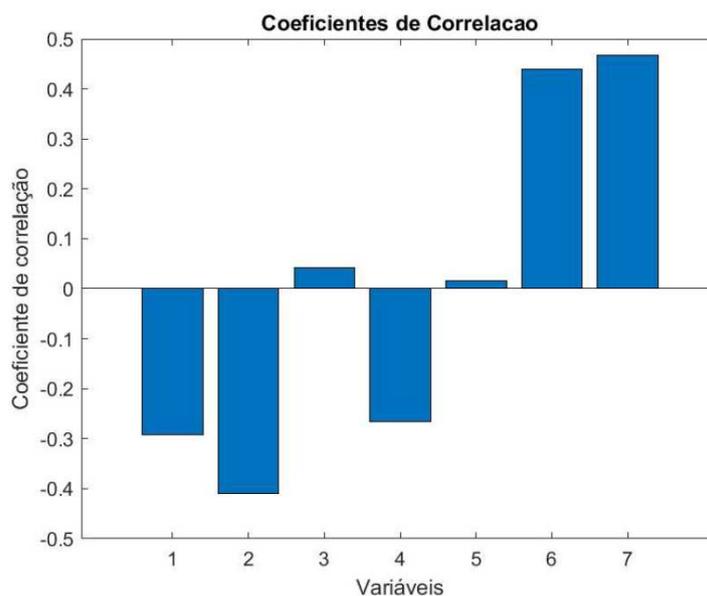
Fonte: Produção autoral, 2022.

Figura 41 – Histograma da função de falha da viga V5.



Fonte: Produção autoral, 2022.

Figura 42 - Gráfico de correlação das variáveis da viga V5.



Fonte: Produção autoral, 2022.

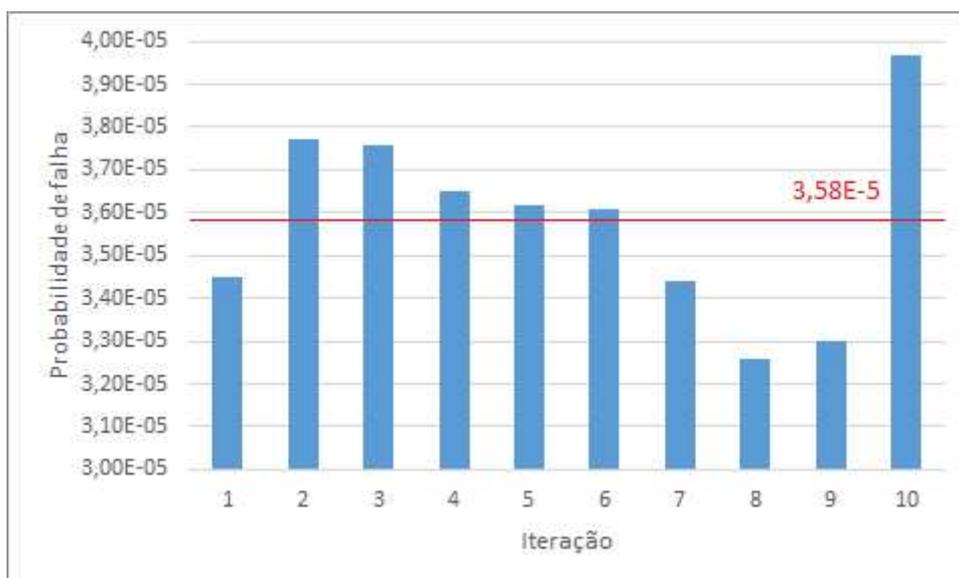
Também foi verificado o histórico de dez simulações para melhor entender a divergência desses resultados (Tabela 17), o que fica visualmente claro na Figura 43 e Figura 44.

Tabela 17 – Resultados da viga V5.

Iteração	Probabilidade de falha	Índice de confiabilidade
1	$3,45 \cdot 10^{-3}$	3,980
2	$3,77 \cdot 10^{-3}$	3,959
3	$3,76 \cdot 10^{-3}$	3,959
4	$3,65 \cdot 10^{-3}$	3,966
5	$3,62 \cdot 10^{-3}$	3,968
6	$3,61 \cdot 10^{-3}$	3,969
7	$3,44 \cdot 10^{-3}$	3,980
8	$3,26 \cdot 10^{-3}$	3,993
9	$3,30 \cdot 10^{-3}$	3,990
10	$3,97 \cdot 10^{-3}$	3,971
Média	$3,58 \cdot 10^{-3}$	3,974

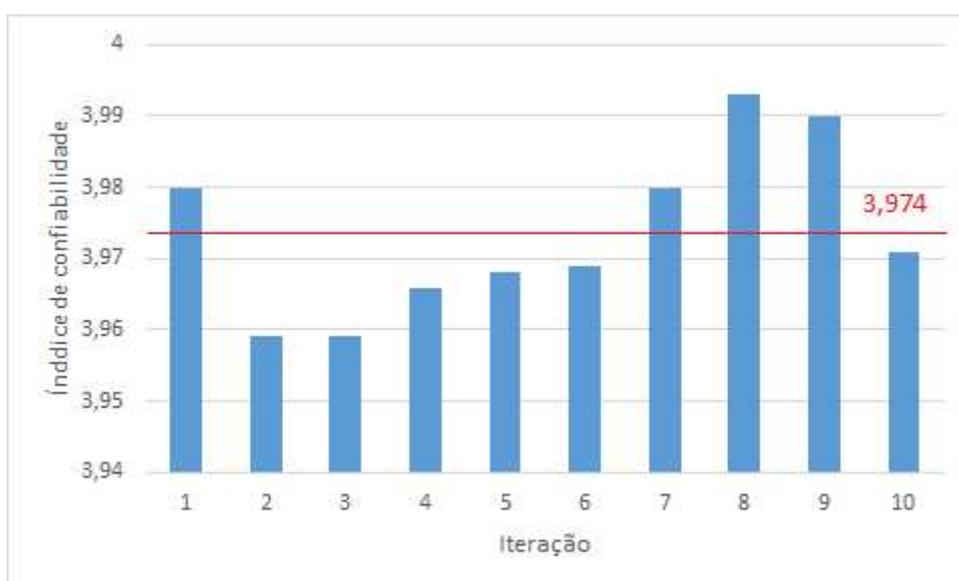
Fonte: Produção autoral, 2022.

Figura 43 – Probabilidade de falha da viga V5.



Fonte: Produção autoral, 2022.

Figura 44 – Índice de confiabilidade da viga V5.



Fonte: Produção autoral, 2022.

Em comparação ao resultado encontrado por Santos, Stucchi e Beck (2014), o valor de β também é aceitável. O valor também se aproxima bastante do resultado da viga V4, divergindo em somente 1,40%. Isso ocorre devido às vigas terem características bem semelhantes, como altura, largura, resistência do aço e do concreto. Em se tratando da correlação das variáveis, observa-se um comportamento bastante semelhante, com destaque para a influência da altura da viga e a resistência do aço de forma direta e do carregamento variável de forma inversa.

Também foi testado o aumento do número de simulações da viga V4 para 10^8 . Foi verificado que o processamento, utilizando um processador Intel(R) Core (TM) i7-6500U CPU @ 2.50GHz 2.59 GHz, com memória de 8,00 GB e sistema operacional Windows de 64 bits, demorou bem mais, porém o resultado obtido ($P_f = 3,461 \cdot 10^{-5}$ e $\beta = 3,979$) não divergiu muito do obtido anteriormente, correspondendo a um aumento de somente 0,51%.

6. CONCLUSÃO

O presente trabalho estudou o comportamento de vigas em concreto armado submetidas a esforços fletores de acordo com a Análise da Confiabilidade Estrutural, utilizando para isso o Método de Monte Carlo.

Inicialmente, o trabalho faz um levantamento dos estudos a respeito da teoria da confiabilidade, a qual se divide em métodos probabilísticos e semi-probabilísticos, os quais se diferem por o segundo usar fatores parciais de ponderação nas solicitações e resistências, modelo adotado pela norma brasileira. Foram apresentados os métodos FOSM, FORM, SORM, porém foi dado um maior enfoque ao entendimento do Método de Monte Carlo, por ser de mais fácil aplicação e mais adequado para o estudo em questão.

Em seguida, foram apresentadas as propriedades do elemento estrutural analisado, tais como o módulo de elasticidade e a capacidade resistiva do concreto e do aço como armadura passiva, bem como o comportamento da viga quando submetido a cargas distribuídas. Ademais, foram abordados os estados limites propostos pela NBR 6118:2014 que devem ser respeitados para garantir conforto e segurança ao usuário, por meio dos quais é possível calcular o quanto a peça é capaz de resistir de acordo com suas propriedades geométricas e dos materiais.

A partir de ambos os conhecimentos, foi adotada uma distribuição e um coeficiente de variação para cada variável considerada e foi proposta uma função de falha, ou seja, uma equação que indica valores negativos na ocorrência da falha e valores positivos na ausência desta. Para a validação do método escolhido, este foi aplicado em dois exemplos disponíveis na literatura, os quais estudaram a confiabilidade de vigas bi apoiadas submetidas à deflexão e à flexão utilizando o *software* MATLAB, estratégia conhecida como benchmark. Como os resultados verificados foram consideravelmente próximos aos apresentados nos trabalhos, com divergência na ordem de somente 0,4%, pôde-se dizer que o método estava validado e, assim, pronto para ser aplicado em demais exemplos equiparáveis.

Em seguida, foi escolhida uma edificação, a qual se encontra em fase de construção, para avaliar a confiabilidade de duas vigas, uma delas contínua e a outra bi apoiada, com carregamentos distribuídos advindo das lajes adjacentes. Após apresentadas suas características geométricas, foi calculado o momento solicitante e conseqüentemente a armadura necessária em seções consideradas críticas. Apesar de o *software* TQS, no qual a estrutura foi lançada,

disponibilizar ferramentas que detalhem todos os elementos, foi dada preferência para o cálculo analítico, visto que não seriam considerados nenhum coeficiente de ponderação nas ações atuantes.

Após a determinação dos esforços e da armadura, as variáveis de ambas as vigas foram aplicadas na função de falha proposta utilizando dez milhões de simulações. Ademais, foram repetidas dez iterações para evitar a obtenção de um valor enviesado. Os resultados obtidos apontaram probabilidades de falha de $4,44 \cdot 10^{-5}$ e $3,58 \cdot 10^{-3}$, as quais correspondem a índices de confiabilidade de 3,92 e 3,97, respectivamente, resultados bastante próximos aos observados no exemplo estudado e considerados adequados. Ainda, o uso da armadura minorada, indo contra o valor mínimo normativo, na viga V4 revelou uma redução significativa de β , de aproximadamente 42,8%.

Também foi verificada a correlação das variáveis de estudo com a falha da viga, mostrando comportamentos similares em ambos os casos: uma forte influência da altura da peça e da resistência do aço de forma direta, seguida do momento gerado pela carga acidental, de forma inversa. Tal resultado revela a importância de um extremo cuidado no respeito às dimensões da peça quando na fase construtiva, bem como um estudo detalhado do uso da estrutura e na definição das cargas que atuarão, pois pequenas alterações dos valores previstos podem gerar impactos significativos no elemento. Em contrapartida, a largura da viga e a resistência do concreto demonstraram não impactar tão significativamente na ocorrência da falha.

Por fim, ainda se observou uma pequena variação dos resultados quando aumentada a quantidade de simulações, gerando, entretanto, um custo computacional bem mais significativo.

As principais dificuldades do trabalho foram na definição do tipo de distribuição a ser adotada para cada variável e seu respectivo desvio padrão, visto que há poucos materiais disponíveis na literatura que façam esse estudo. Também foi destinado bastante esforço para a proposição da função de falha para que esta representasse a falha do elemento da forma mais fidedigna possível.

Em suma, os objetivos inicialmente propostos para o trabalho foram atingidos, de maneira que ficou nítida a importância da aplicação da análise da confiabilidade nas edificações atuais.

Sabendo que uma edificação e a verificação de seus elementos é bastante variável, o presente trabalho poderia ainda ser complementado com outras análises, conferindo maior respaldo e facilitando a aplicabilidade da confiabilidade estrutural nos projetos. Logo, como sugestão para trabalhos futuros, seria interessante:

- Entender como se dá o comportamento do mesmo material abordado nesse estudo, porém submetidos a outros métodos de falha, como o cisalhamento.
- Estudar os outros elementos estruturais presentes em uma edificação (lajes e pilares), os quais também possuem variabilidade no comportamento.
- Verificar a aplicabilidade dos outros métodos de análise de confiabilidade disponíveis, tais como o FORM e o SORM.
- Analisar a confiabilidade de estruturas já existentes e com uma menor vida útil, com o fito de comparar as diferenças de uma obra nova.
- Aplicar a mesma metodologia a outros materiais comumente utilizados em obras de engenharia civil, a exemplo das estruturas metálicas.
- Avaliar o impacto do uso de outras curvas de distribuição para cada variável.
- Estudar a variabilidade oriunda da área de aço e se ela interfere significativamente no comportamento da probabilidade de falha.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMES, I. **Estudo da Confiabilidade Estrutural no dimensionamento de vigas de concreto armado submetidas à flexão simples**. 2019. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Guarapuava, 2019.

ANDRADE, B. S. O. **Concreto armado: um estudo sobre o processo histórico, características, durabilidade, proteção e recuperação de suas estruturas**. 2016. Monografia (Especialista em Construção Civil) – Departamento de Engenharia de Materiais e Construção, Universidade Federal de Minas Gerais, Rio de Janeiro, 2016.

ANG, A. H-S.; TANG, W.H. **Probability concepts in engineering planning and design**. v. 2: Decision, risk, and reability. New York, John Wiley & Sons, 1984b.

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**, Vol. 1, Dunas, Rio Grande, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificação - NBR 7480**, Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Ações e segurança nas estruturas – Procedimento - NBR 8681**, Rio de Janeiro, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Ações para o cálculo de estruturas de edificações - NBR 6120**, Rio de Janeiro, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Forças devidas ao vento em edificações – ERRATA 2 - NBR 6123**, Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas concreto – Procedimento - NBR 6118**, Rio de Janeiro, 2014.

BADIMUENA, B. L. **Avaliação da Confiabilidade de Estruturas Existentes: Influência da Resistência à Compressão do Concreto**. Orientador: Sofia Maria Carrato Diniz. 2017 249 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2017.

BASTOS, F. P. S. **Análise de confiabilidade de seções submetidas à flexão simples e composta pelo método de Monte Carlo**. 2012. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Civil) – Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

BECK, A. T. **Confiabilidade e Segurança das Estruturas**. 1. ed. São Paulo: Elsevier Editora Ltda., 2019.

BECK, A. T. **Curso de confiabilidade estrutural**. São Carlos: EESC-USP, 2014.

BECK, A. T.; SOUZA JR, A. C. **A first attempt towards reability-based calibration of Brazilian structural design codes**. J. of the Braz. Soc. Of Mech. Sci & Eng. v. 32, 119-127, 2010.

BEOM-JUN, K.; JEONG-HWAN, K.; YOOIL, K. **Engineering criticality analysis on an offshore structure using the first- and second-order reliability method** International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering. v. 8, Issue 6, November 2016, Pages 577-588.

BOURINET, J. M. **FERUM 4.1 User's Guide**. 2010.

BUSSAB, W.O.; MORETTIN, P.A. **Estatística básica**. 5 ed. São Paulo: Editora Saraiva. 2004. 537 p.

CARVAJALINO, J. J. L. **Acoplamento de Estados Limites na Avaliação da Confiabilidade Estrutural de Dutos e Estruturas**. Orientador: José Luiz de França Freire. 2010. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Centro Técnico Científico PUC-RIO, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

CARVALHO, R.C.; FIGUEIREDO FILHO, J.R. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado: segundo a NBR 6118:2014**, EdUFSCar, São Carlos, Vol 1, 4ª Edição, 2014.

CASELLA, G.; BERGER, R. **Statistical Inference**. 2ª ed., Duxbury Press, Pacific Grove, 2001.

DEVORE, J.L. **Probabilidade e estatística para engenharia e ciências**; [tradução Joaquim Pinheiro Nunes da Silva]. 6, ed. São Paulo: Cengage Learning, 2006.

DITLEVSEN, O.; BJERAGER, P. **Methods of structural systems reliability**. **Structural Safety**, v. 3, p. 195–229, 1986.

GRATISPNG – **Distribuição normal gaussiana função de distribuição de probabilidade, função de densidade de probabilidade do desvio padrão**.

Disponível em: <https://www.gratispng.com/png-y46wnn/> Acesso em: 07/01/2022.

GRATISPNG – **Log-normal de probabilidade de distribuição de distribuição de sinal para ruído logaritmo**.

Disponível em: <https://www.gratispng.com/png-y46wnn/> Acesso em: 07/01/2022.

GONG, C. (2017), **First-order reliability method-based system reliability analyses of corroding pipelines considering multiple defects and failure modes**. **Structure and infrastructure engineering** [1573-2479] Ano:2017 v.:13 n.:11 p.:1451 -1461.

FERREIRA, E. G. **Análise de confiabilidade estrutural via método sorm dg**. Orientador: Marcilio Sousa da Rocha Freitas. 2015. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.

MAPA, D. L. S., NADIR, E. L., FREITAS, M. S. R., SILVEIRA, R. A. M. **Assessment of failure probability of planar steel frames to plastic collapse by advanced structural analysis**. In: XLI Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Foz do Iguaçu, Paraná, 2020. Anais. Universidade Federal de Ouro Preto – Departamento de Engenharia Civil, 2020.

FREITAS, M. S. R. **Confiabilidade estrutural: Conceitos e aplicações**, Universidade Federal de Ouro Preto – Departamento de Engenharia Civil, Notas de Aula, Ouro Preto, MG, 2022.

FÜRST, A. **Influência do lançamento estrutural na confiabilidade de vigas em concreto armado**. 2017. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Civil) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2017.

FUSCO, P.B. **Estruturas de Concreto: solicitações normais**. Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1981.

GENTLE, J. E. **Random Number Generation and Monte Carlo Methods**. New York, NY: Springer, 2005, e-book.

HASOFER, A. M.; LIND, N. C.; ASCE, A. M. Exact and Invariant Second-Moment Code Format. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, 1974.

JIN, G., (1993), Monte Carlo **Finite Element Method of Structure Reliability Analysis**. **Reliability engineering & systems safety** [0951-8320] Ano:1993 v.:40 n.:1 p.:77 -83.

LI, Y. F. **Reliability assessment of generic geared wind turbines by GTST-MLD model and Monte Carlo simulation**. **Renewable energy** [0960-1481] Ano:2015 v.:83 n.:C p.:222 -233.

LIEU, Q.X. et al. **An adaptive surrogate model to structural reliability analysis using deep neural network**. **Expert Systems with Applications**, v.189, n. April 2020, p. 116104, 2022.

MEHTA, P.K.; MONTEIRO, P.J.M. **Concreto: microestrutura, propriedades e materiais**. 2ª ed, São Paulo: PINI, 2014.

MELCHERS, R. E.; BECK, A. T. **Structural Reliability Analysis and Prediction** 3.ed. 2018, Hoboken, NJ.

MONTGOMERY, D. C. e RUNGER, G. C. **Applied statistics and probability for engineers**. 3ª ed., John Willey & Sons, 2002.

MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A. C.; CABRÉ, F. M.; PORTERO, J. C. A. **Hormigon armado**. 15 ed., recisada e ampliada. Barcelona, Espanha: G. Gili, 2009, 629 p.

MOREIRA, I.F. **Análise de confiabilidade estrutural dos modos de falha de vigas mistas**. 2017. Dissertação (Mestrado em estruturas e construção civil) – Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2017.

MOTTA, R. S. **Confiabilidade estrutural – Aula 1**. Notas de aula – Departamento de Engenharia Civil – Universidade Federal do Pernambuco, Recife, 2020.
Disponível em: <https://youtu.be/RagiHVLCc6w> Acesso em: 04/12/2021.

NOGUEIRA, C. G.; RODRIGUES, I. G. **Novo modelo de dimensionamento de vigas em concreto armado à flexão simples considerando o fator de ductilidade**. Revista IBRACON de estruturas e materiais. São Paulo, v.13, n.1, p. 120-141, 2020.

PALIGA, C. M. **Análise probabilística de vigas de concreto armado recuperadas à flexão, através do Método Monte Carlo utilizando um modelo de elementos finitos**. 2008. 249 p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

PINHEIRO, E., C. **Contribuições em inferência e modelagem de valores extremos**. Orientador: Silvia Lopes de Paula Ferrari. 2014. Tese (Doutorado em Ciências) - Instituto de Matemática e Estatísticas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

RIBEIRO, M. R. R. **Aplicação da teoria de confiabilidade na análise estrutural de edifícios considerando a interação solo-estrutura**. 2019. 120 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – PPGEC, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

RIBEIRO, S. E. C., DINIZ, S. M. C. **Reability-based design recommendations for FRP-reinforced concrete beams**. *Engineering Structures*, v. 52, p.273-283, 2013.
Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029613000904>
Acesso em: 22/01/2022.

RODRIGUES, T. C. **Análise de confiabilidade de um pórtico de concreto armado considerando efeitos globais de segunda ordem**. 2019, 68 p. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Civil) – Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

SAKAMOTO, B. S. **Análise de confiabilidade estrutural utilizando o método form com múltiplos modos de falha para edifício alto submetido à ação do vento**. Orientador: João Elias Abdalla Filho. 2016. 99 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

SANTOS, D. M.; STUCCHI, F. R.; BECK, A.T. **Confiabilidade de vigas projetadas de acordo com as normas brasileiras**. *Revista IBRACON de estruturas e materiais*. São Paulo, v.7, n.5, p. 723-743, 2014.

SCARDUELLI, H.J.G. **Confiabilidade Estrutural de Vigas de um Edifício em Concreto Armado**. 2019, 72 p. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Civil) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2019.

SHINOZUKA, M. Basic Analysis of Structural Safety. *Journal of Structural Engineering*, v. 109, n. 3, p. 721–740, 1983.

SILVA, G.R. **Análise da confiabilidade da ligação laje-pilar interno sob punção de acordo com a NBR-6118:2014**. Orientador: Américo Campos Filho. 2017 174 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – PPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2017.

VAZ, L. E. **Análise de Confiabilidade - DME**, Escola Politécnica da UFRJ, Notas de Aula, Rio de Janeiro, RJ, 2011.

ZHAO, Y.-G.; ONO, T. New Approximations for SORM: Part 1. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 2, n. January, p. 79–85, 1999.