



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

SINARA DE AQUINO SOUSA

**ANÁLISE DA EFICIÊNCIA DE CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS EM
PILARES SUBMETIDOS À FLEXÃO COMPOSTA RETA**

FORTALEZA

2022

SINARA DE AQUINO SOUSA

ANÁLISE DA EFICIÊNCIA DE CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS EM PILARES
SUBMETIDOS À FLEXÃO COMPOSTA RETA

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota

FORTALEZA

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- S698a Sousa, Sinara de Aquino.
Análise da eficiência de Concreto Reforçado com Fibras em pilares submetidos à Flexão Composta Reta / Sinara de Aquino Sousa. – 2022.
72 f. : il. color.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2022.
Orientação: Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota.
1. Concreto Reforçado com Fibras. 2. Flexão Composta Reta. 3. Pilar. I. Título.

CDD 620

SINARA DE AQUINO SOUSA

ANÁLISE DA EFICIÊNCIA DE CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS EM PILARES
SUBMETIDOS À FLEXÃO COMPOSTA RETA

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia Civil do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Engenheiro Civil.

Aprovada em: 13/12/2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Augusto Teixeira de Albuquerque
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Eng. Francisco Daniel Mesquita Rodrigues Crispim
Norcalc Projetos Estruturais (NORCALC)

A Deus.

Aos meus pais, Natalício e Risomar.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, que sempre me apoiaram em minha jornada, os quais tenho muito orgulho.

A todos que já foram meus professores desde quando iniciei minha vida escolar, pois todos me ajudaram a chegar até aqui.

Aos meus amigos da graduação, em especial Ronis, Abcael e Gustavo, pelo apoio desde o início do curso e pelos momentos compartilhados.

Ao professor Evandro Parente, devido às suas excelentes aulas de Mecânica e Análise de Estruturas que me ajudaram a ter certeza de qual caminho seguir na Engenharia Civil.

À equipe da Norcalc Estrutural, pelos conhecimentos adquiridos e pelos vários momentos inesquecíveis.

Ao Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota, pela sugestão do tema e pela excelente orientação.

Aos engenheiros participantes da banca examinadora Prof. Dr. Augusto Teixeira de Albuquerque e Francisco Daniel Mesquita Rodrigues Crispim pelo tempo, pelas colaborações e sugestões.

“Não vim até aqui pra desistir agora.”
Engenheiros do Hawaii

RESUMO

A incorporação de fibras ao concreto convencional tem por objetivo melhorar a resistência pós-fissuração de uma peça estrutural, pois as fibras contribuem para que as partículas do concreto permaneçam unidas, minimizando-se, dessa forma, a concentração de tensões causada pela fissuração e aumentando, conseqüentemente, a tenacidade do compósito. O Concreto Reforçado com Fibras (CRF) funciona eficientemente quando o elemento estrutural composto desse material é submetido à tração, no entanto não possui a mesma eficácia quando se trata de compressão. Sendo assim, ainda existem poucos estudos científicos relacionados ao uso do CRF em pilares – em que o esforço predominante é de compressão – se comparados às pesquisas relacionadas às vigas, as quais o esforço dominante é a flexão. Entretanto, quando as forças transmitidas não são centradas no centro de gravidade (CG) do pilar, como é o caso real das edificações, esforços de tração são gerados. Portanto, no decorrer do referente trabalho, estuda-se o comportamento de pilares compostos de CRF submetidos à Flexão Composta Reta no Estado Limite Último (ELU), verificando se, ao final, que as fibras são favoráveis à capacidade resistente da seção transversal do pilar. À princípio, as informações relacionadas às fibras, ao CRF e à flexão composta reta são apresentadas e, posteriormente, evidencia-se o uso do CRF em pilares na situação descrita. A elaboração de uma planilha e a plotagem de gráficos comparativos, baseados no Modelo Rígido-Plástico, contribuem para a visualização do acréscimo do valor do momento fletor resistente quando comparado ao concreto sem fibras e demonstra que quanto maior o teor de fibras maior a resistência à flexão do elemento.

Palavras-chave: Concreto Reforçado com Fibras; Flexão Composta Reta; pilar.

ABSTRACT

The incorporation of fibers to conventional concrete aims to improve the post-cracking resistance of a structural part, because the fibers contribute to the particles of the concrete remaining together, minimizing, in this way, the concentration of stresses caused by cracking and consequently increasing the tenacity of the composite. Fiber Reinforced Concrete (CRF) works efficiently when the composite structural element of this material is subjected to traction, however it does not have the same effectiveness when it comes to compression. Thus, there are still few scientific studies related to the use of CRF in pillars – in which the predominant effort is compression – when compared to studies related to beams, in which the dominant effort is flexion. However, when the transmitted forces are not centered on the center of gravity (CG) of the pillar, as is the real case of buildings, tensile efforts are generated. Therefore, in the course of the reference work, the behavior of CRF composite pillars submitted to Straight Composite Flexion in the Last Limit State (ELU) is studied, verifying if, at the end, the fibers are favorable to the resistant capacity of the cross-section of the column. At first, information related to fibers, CRF and straight composite flexion is presented and, later, the use of CRF in pillars is evidenced in the described situation. The elaboration of a spreadsheet and the plotting of comparative graphs, based on the Rigid-Plastic Model, contribute to the visualization of the increase in the value of the resistant bending moment when compared to the fiberless concrete and demonstrates that the higher the fiber content, the greater the bending resistance of the element.

Keywords: Fiber Reinforced Concrete; Straight Composite Flexion; pillar.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	– Classificação das fibras segundo BISFA	19
Figura 2	– Exemplo de fibras de diferentes formas	20
Figura 3	– Microfibras de prolipropileno	21
Figura 4	– Fibras de vidro	22
Figura 5	– Fibras de celulose	23
Figura 6	– Aplicação do CRF em piso industrial	23
Figura 7	– Compatibilidade dimensional entre agregados e fibras	25
Figura 8	– Mecanismo de transferência de tensões entre a matriz e as fibras	29
Figura 9	– Arranjo para ensaio de flexão em CRF	30
Figura 10	– Tipos de flexão composta	32
Figura 11	– Diagrama Retangular	37
Figura 12	– Diagramas dos domínios de deformações (concretos do Grupo I)	37
Figura 13	– FCN em tirante de seção retangular com duas armaduras tracionadas	40
Figura 14	– Flexo-compressão com grande excentricidade em seção retangular	42
Figura 15	– FCN em seção retangular no domínio 5	44
Figura 16	– ELU para elementos lineares de CRF	47
Figura 17	– Modelo Rígido-Plástico	48
Figura 18	– Modelo Linear	50
Figura 19	– Fluxograma da metodologia adotada	52
Figura 20	– Seção de pilar selecionado para análise	55

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1	– Carga x Deflexão	18
Gráfico 2	– Carga de Compressão x Deformação para concretos com diferentes teores de fibras	27
Gráfico 3	– Curva de carga x deslocamento para CRF com baixas percentagens de fibras (a) e elevadas porcentagens de fibras (b)	28
Gráfico 4	– Comparação dos resultados à flexão para diferentes dosagens de fibras em uma mesma matriz de concreto	29
Gráfico 5	– Diagrama típico de cargas versus CMOD	30
Gráfico 6	– Diagrama tensão-deformação idealizado	35
Gráfico 7	– Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas	36

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Coeficientes de ponderação das ações	34
Tabela 2	– Coeficientes de ponderação das resistências	34
Tabela 3	– Intervalos de β_x para os domínios	39
Tabela 4	– Coeficientes de ponderação para os materiais no ELU	47
Tabela 5	– Dosagem do CRF utilizado	54
Tabela 6	– Resistências características dos concretos utilizados	54
Tabela 7	– Resistências residuais à tração na flexão dos concretos utilizados	55
Tabela 8	– Acréscimo no Momento Resistente Total com a incorporação das fibras metálicas	56
Tabela 9	– Valores dos Momentos Resistentes Totais para cada teor de fibra analisado	57

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BISFA	<i>The International Bureau For The Standardisation of Man-Made Fibres</i>
CAD	Concretos de Alto Desempenho
CG	Centro de Gravidade
CMOD	Crack Mouth Opening Displacement (Medida linear da abertura do entalhe)
CRF	Concreto Reforçado com Fibras
ELU	Estado Limite Último
LN	Linha Neutra
NBR	Norma Brasileira

LISTA DE SÍMBOLOS

A_s	Área da seção transversal da armadura longitudinal inferior
A_s'	Área da seção transversal da armadura longitudinal superior
$A_{s,i}$	Área transversal de uma barra de aço
b	Largura da seção transversal
d	Altura útil da seção transversal
d'	Distância entre o eixo da armadura de compressão e a face mais próxima da seção
d_i'	Distância d' referente a uma barra
e	Excentricidade da força normal com relação ao CG
E_s	Módulo de elasticidade do aço de armadura passiva
f_{cd}	Resistência de cálculo à compressão do concreto
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
f_L	Resistência à tração na flexão do CRF (limite de proporcionalidade)
f_{Ftu}	Resistência à tração direta do CRF, valor último
f_{Fts}	Resistência à tração direta do CRF, valor de serviço
f_{R1}	Resistência residual à tração na flexão do CRF correspondente ao $CMOD_1 = 0,5$ mm
f_{R2}	Resistência residual à tração na flexão do CRF correspondente ao $CMOD_2 = 1,5$ mm
f_{R3}	Resistência residual à tração na flexão do CRF correspondente ao $CMOD_3 = 2,5$ mm
f_{R4}	Resistência residual à tração na flexão do CRF correspondente ao $CMOD_4 = 3,5$ mm
f_{Lk}	Resistência característica à tração na flexão do CRF
f_{R1k}	Resistência residual característica à tração na flexão do CRF ($CMOD_1$)
f_{R3k}	Resistência residual característica à tração na flexão do CRF ($CMOD_3$)
f_{yd}	Resistência de cálculo ao escoamento do aço de armadura passiva
h	Altura da seção transversal da peça
l_0	Distância entre as seções de momento fletor nulo
M_d	Momento de cálculo da seção
M_{Uk}	Momento resistente característico do CRF devido à contribuição das fibras
N_d	Força normal de cálculo da seção
R_c	Resultante de compressão do concreto

R_f	Força resistente proveniente do CRF com fibras
R_s	Reação da armadura inferior
R_s'	Reação da armadura superior
w_u	Abertura de fissura última para o valor de CMOD considerado no projeto
x	Distância até a fibra extrema mais comprimida
x_{2lim}	Distância x limite do domínio 2
x_{3lim}	Distância x limite do domínio 3
y_i	Posição de uma barra tomando como referência o CG da seção
β_x	Número adimensional resultante da divisão de x por d
$\beta_{x,2lim}$	Valor β_x limite do domínio 2
$\beta_{x,3lim}$	Valor β_x limite do domínio 3
ε_c	Deformação do encurtamento do concreto
ε_{cu}	Deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
ε_{Fu}	Deformação última do CRF
ε_s	Deformação do aço da armadura passiva
ε_s'	Deformação da armadura superior
ε_{su}	Máxima deformação de tração no aço
ε_{yd}	Deformação de início de escoamento do aço
σ_{cd}	Tensão à compressão resistente do concreto
σ_{sd}	Tensão resistente na armadura tracionada
σ_{sd}'	Tensão normal no aço de armadura superior
γ_c	Coefficientes de ponderação da resistência do concreto
γ_s	Coefficientes de ponderação da resistência do aço

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Objetivos	15
<i>1.1.1</i>	<i>Objetivo Geral</i>	15
<i>1.1.2</i>	<i>Objetivos Específicos</i>	15
1.2	Justificativa	15
1.3	Organização do Texto	16
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1	Concreto Reforçado com Fibras	17
<i>2.1.1</i>	<i>Introdução ao CRF</i>	17
<i>2.1.2</i>	<i>Tipos de fibras utilizadas no CRF</i>	19
<i>2.1.2.1.</i>	<i>Fibras Metálicas</i>	19
<i>2.1.2.2.</i>	<i>Fibras Poliméricas</i>	21
<i>2.1.2.3.</i>	<i>Fibras Minerais</i>	21
<i>2.1.2.4.</i>	<i>Fibras Naturais</i>	22
<i>2.1.3</i>	<i>Aplicações do CRF</i>	23
<i>2.1.4</i>	<i>Comportamento Mecânico do CRF</i>	24
<i>2.1.4.1.</i>	<i>Interação Fibra-Matriz</i>	24
<i>2.1.4.2.</i>	<i>Resistência à compressão</i>	26
<i>2.1.4.3.</i>	<i>Resistência à tração</i>	27
<i>2.1.4.4.</i>	<i>Comportamento do CRF na flexão</i>	28
<i>2.1.5</i>	<i>Importância do estudo do CRF na Construção Civil</i>	31
2.2	Estado Limite Último	32
<i>2.2.1</i>	<i>Solicitações Normais</i>	32
<i>2.2.2</i>	<i>Apresentação do Estado Limite Último (ELU)</i>	33
<i>2.2.2.1.</i>	<i>Ações atuantes na estrutura</i>	33
<i>2.2.2.2.</i>	<i>Hipóteses básicas</i>	34
<i>2.2.3</i>	<i>Domínios de Deformações</i>	37
2.3	Flexão Composta Reta	39
<i>2.3.1</i>	<i>Tração simples e flexo-tração com pequena excentricidade</i>	40
<i>2.3.2</i>	<i>Flexo-compressão e flexo-tração com grande excentricidade</i>	42
<i>2.3.3</i>	<i>Flexo-compressão com pequena excentricidade</i>	44
2.4	Pilares compostos por CRF submetidos à Flexão Composta Reta	46
<i>2.4.1</i>	<i>Elementos Lineares compostos de CRF no ELU</i>	46
<i>2.4.1.1.</i>	<i>Condições para atingir o ELU</i>	47

2.4.1.2.	<i>Modelo Rígido-Plástico</i>	48
2.4.1.3.	<i>Modelo Linear</i>	49
2.4.2	<i>ELU com a contribuição das fibras na Flexão Composta Reta em Pilares</i>	50
2.4.2.1.	<i>Modelo Rígido-Plástico</i>	51
2.4.2.2.	<i>Modelo Linear</i>	51
3	METODOLOGIA	52
3.1	Elaboração de planilha de cálculo para verificação	52
3.1.1	<i>Dados da seção</i>	52
3.1.2	<i>Posição e área das armaduras</i>	53
3.1.3	<i>Dados do concreto</i>	53
3.1.4	<i>Cálculo dos esforços resistentes</i>	53
3.2	Aplicação numérica da planilha desenvolvida	54
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	56
4.1	Influência das fibras no Momento Resistente	56
4.2	Influência do teor de fibras no Momento Resistente	57
5	CONCLUSÃO	59
	REFERÊNCIAS	60
	APÊNDICE A - APLICAÇÃO DA PLANILHA PARA CRF COM 45 kg/m³	62
	DE FIBRAS METÁLICAS	62
	APÊNDICE B - APLICAÇÃO DA PLANILHA PARA CRF COM 60 kg/m³	65
	DE FIBRAS METÁLICAS	65
	APÊNDICE C - APLICAÇÃO DA PLANILHA PARA CRF COM 75 kg/m³	68
	DE FIBRAS METÁLICAS	68

1 INTRODUÇÃO

A indústria da Construção Civil, assim como as demais, precisa ser atualizada constantemente para que seus materiais e suas metodologias não permaneçam ultrapassados simplesmente pela conformidade com o que já existe e também por falta de pesquisas a respeito de todos os processos envolvidos.

Sendo o concreto material de construção amplamente utilizado, é primordial que seja objeto de estudos científicos com intuito de seu aprimoramento, tanto do ponto de vista técnico como econômico. Um dos produtos desenvolvidos a partir de pesquisas a respeito desse composto é o Concreto Reforçado com Fibras (CRF).

O objetivo da incorporação de fibras ao concreto convencional é, segundo Monte *et al* (2014, p. 133), melhorar a resistência pós-fissuração, pois as fibras contribuem para que as partículas sólidas do concreto permaneçam unidas, minimizando, dessa forma, a concentração de tensões causada pela fissuração, aumentando-se a tenacidade do compósito. Callister *et al* (2016, p.170) define a tenacidade como sendo “a propriedade indicativa da resistência de um material à fratura quando uma trinca está presente”, podendo ser ainda dimensionada como a energia absorvida pelo conjunto antes e após a ruptura da matriz, ou seja, com a adição de fibras ao compósito melhora-se a ductilidade da peça, propriedade essa a qual o concreto possui baixíssimos valores se comparados aos do aço.

De acordo com Guimarães (1999, p.44), existem diversos tipos de fibras no mercado como, por exemplo, as metálicas, poliméricas, minerais e naturais, sendo as duas primeiras as mais utilizadas. Além da variedade de fibras, suas aplicações também são diversas como, por exemplo, pisos térreos, peças pré-moldadas, revestimento de túneis, vigas de pontes e concretos projetados.

Os estudos a respeito do CRF, inclusive os dos autores citados acima, sempre chegam a mesma conclusão de que as fibras trabalham bem quando a peça é submetida à flexão, mas que não possuem alteração significativa quando submetida à compressão. Dessa forma, existem várias pesquisas tendo como objeto de estudo as vigas, por terem como esforço predominante a flexão, mas os pilares são deixados de lado, visto que, os esforços predominantes são de compressão. No entanto, quando as forças transmitidas não são centradas no centro de gravidade (CG) da peça estrutural, como é o caso real das edificações, esforços de flexão são gerados, o que leva ao questionamento principal do referente trabalho que é descobrir se o uso de concreto com fibras é vantajoso em pilares que apresentam flexão composta reta.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

Avaliar a eficiência da utilização do Concreto Reforçado com Fibras (CRF) na construção de pilares submetidos à flexão composta reta quando comparado ao concreto convencional.

1.1.2 Objetivos Específicos

- a) Apresentar o Concreto Reforçado com Fibras (CRF): tipos de fibras, aplicações, seu comportamento mecânico e a importância de seu estudo;
- b) Estudar a seção de elementos lineares submetidos à Flexão Composta Reta no Estado Limite Último (ELU);
- c) Aplicar os conceitos de verificação a um pilar de seção retangular convencional e outro de CRF;
- d) Analisar a influência do teor de fibras incorporado na verificação de um pilar de seção retangular com CRF submetida à Flexão Composta Reta;
- e) Comparar as soluções entre pilares retangulares constituídos de CRF e pilares produzidos com concreto convencional.

1.2 Justificativa

Apesar dos avanços recentes dos estudos relacionados ao Concreto Reforçado com Fibras e das novas normas referentes publicadas, ainda existem diversas composições e aplicações do CRF que devem ser melhor analisadas, como é o caso de seu comportamento quando utilizado em pilares. Essa falta de interesse no uso do CRF em pilares se deve ao fato de que esses elementos possuem esforços predominantes de compressão, o que pode levar à ideia errônea de que os esforços de tração não estão presentes. A dificuldade de realização de ensaios que envolvem pilares também é outra questão que desestimula a produção de trabalhos científicos, além disso, há um interesse maior por experimentos de reforço nos quais as fibras são utilizadas externamente à peça estrutural e não na composição do concreto. Tendo em vista o déficit de pesquisas sobre o uso de fibras adicionadas ao concreto constituinte de pilares e a

dificuldade de materialização de estudos por meio de experimentações, justifica-se a produção de novas investigações como a que se segue no referente trabalho.

1.3 Organização do Texto

O primeiro capítulo é composto por uma breve introdução a respeito do uso de fibras na composição do concreto de elementos estruturais, pelos objetivos gerais e específicos almejados, além da justificativa a qual se fundamenta a elaboração da análise a ser realizada.

O capítulo 2 é elaborado conforme a literatura e é subdividido em alguns subcapítulos, em que se tem o subitem 2.1, o qual apresenta o Concreto Reforçado com Fibras de modo abrangente, detalhando os tipos de fibras utilizadas no CRF na construção civil, as aplicações desse tipo de concreto, o comportamento mecânico quando submetido a esforços normais. Além disso, ressalta-se a importância de seu estudo devido aos benefícios de seu uso em elementos estruturais.

A seguir, o subcapítulo 2.2 esclarece o Estado Limite Último (ELU) conforme normas brasileiras, explicando desde as solicitações normais atuantes em uma seção transversal de uma peça estrutural, até os domínios de deformação existentes.

O subcapítulo 2.3 detalha os tipos de Flexão Composta Reta existentes os quais um elemento pode estar submetido utilizando conceitos do capítulo anterior.

O subcapítulo 2.4 reúne informações explicadas previamente e adiciona preceitos de uma das normas mais recentes publicadas a respeito do CRF, dessa forma, estuda-se o comportamento de pilares compostos por CRF submetidos à Flexão Composta Reta no caso em que as fibras contribuem mais na ductilidade do concreto armado.

No capítulo 3 são apresentados os detalhes da elaboração de uma planilha com intuito de verificação da eficiência das fibras em pilares na situação descrita no capítulo 5. O capítulo também exemplifica o uso da planilha elaborada.

O capítulo 4 mostra os resultados encontrados e discorre a respeito desses.

Por fim, o capítulo 5 apresenta as conclusões que respondem os objetivos propostos analisando-se a influência das fibras no momento resistente de uma seção a partir dos resultados obtidos, além de apresentar sugestões para novos estudos a serem realizados.

Ademais, o referente trabalho também inclui 3 apêndices os quais complementam as informações descritas no decorrer do conteúdo apresentado.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Concreto Reforçado com Fibras

A técnica de incorporação de fibras em materiais definidos como resistentes (considerando-se a maioria de suas propriedades, mas com deficiência em outras como a flexão, por exemplo) é, conforme Sarzalejo *et al* (2014, p.9), utilizada desde a antiguidade com finalidade de reforçar determinado compósito tornando suas partículas mais “unidas” entre si.

O autor acima cita o Egito Antigo, em que palhas eram misturadas com argila fazendo com que houvesse incremento de resistência à tração nos tijolos fabricados, além de facilitar o transporte devido a manutenção da integridade física das peças. Já a adição de fibras no concreto é mais recente tendo seus primeiros estudos por volta dos anos 50.

2.1.1 Introdução ao CRF

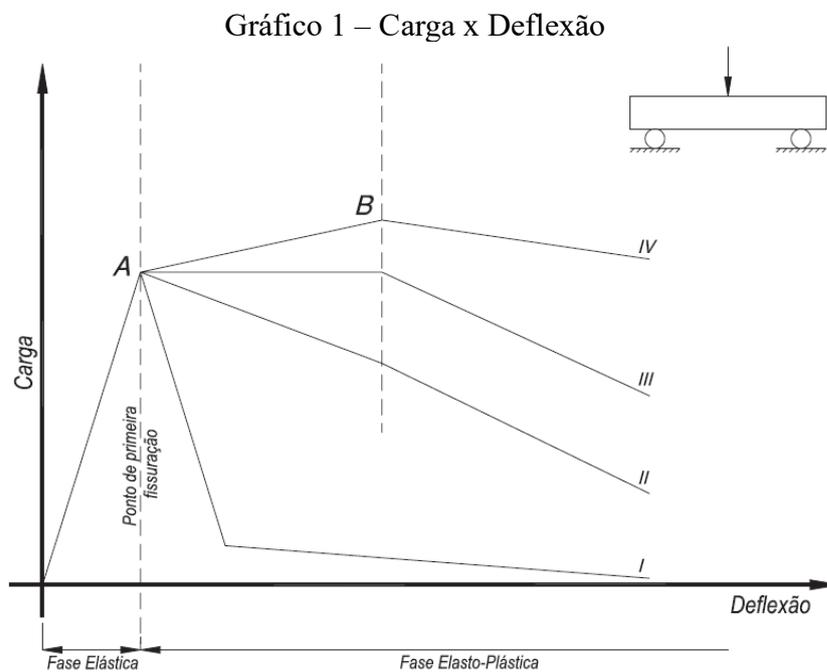
No Brasil, quando se trata das fibras adicionadas ao concreto, a norma mais recente é a ABNT NBR 16935:2021 – Projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras – Procedimento, a qual, de acordo com a mesma, “estabelece os requisitos de desempenho mecânico para estruturas de concreto reforçado com fibras (CRF) para atuação isolada ou em conjunto com as armaduras, para elementos estruturais e placas [...]” (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2021, p.1). O lançamento dessa norma indica que o CRF vem se tornando muito mais conhecido e estimula as constantes inovações na construção civil.

De acordo com Sarzalejo *et al* (2014, p.9), além do aumento da ductilidade do concreto, as fibras também têm papel importante no combate de fissuração por retração devido a formação de uma “microarmadura” dentro do compósito. A seguir, ilustra-se (Gráfico 1) a ação das fibras através de um gráfico de Carga x Deflexão obtido através de ensaios de flexão.

Algumas interpretações a respeito do Gráfico 1 são:

- O ponto A indica a primeira fissuração na peça estrutural;
- A curva I representa o comportamento de um concreto simples, sem reforço, que colapsa logo após o aparecimento da primeira fissura;

- Na curva II percebe-se a capacidade de absorção de certa carga, após o ponto de primeira fissuração para depois ocorrer o colapso de modo suavizado (mais lentamente);
- A curva III é típica de um material dúctil o qual suporta, a partir do ponto de primeira fissuração, deslocamento sob carga constante muito antes do colapso que ocorre de maneira mais lenta apresentando comportamento plástico;
- Na curva IV, evidencia-se um concreto reforçado com fibras com incremento de carga, sob um amplo deslocamento após o ponto de primeira fissuração, apresentando, dessa forma, comportamento enrijecido.



Fonte: Sarzalejo *et al* (2014, p.10).

É importante ressaltar que, mesmo que a peça com CRF tenha maior durabilidade após o surgimento da primeira fissuração, não se deve negligenciar, assim como em qualquer elemento estrutural, a manutenção adequada, para que, assim, as fissuras não sirvam de meio de entrada para agentes patológicos.

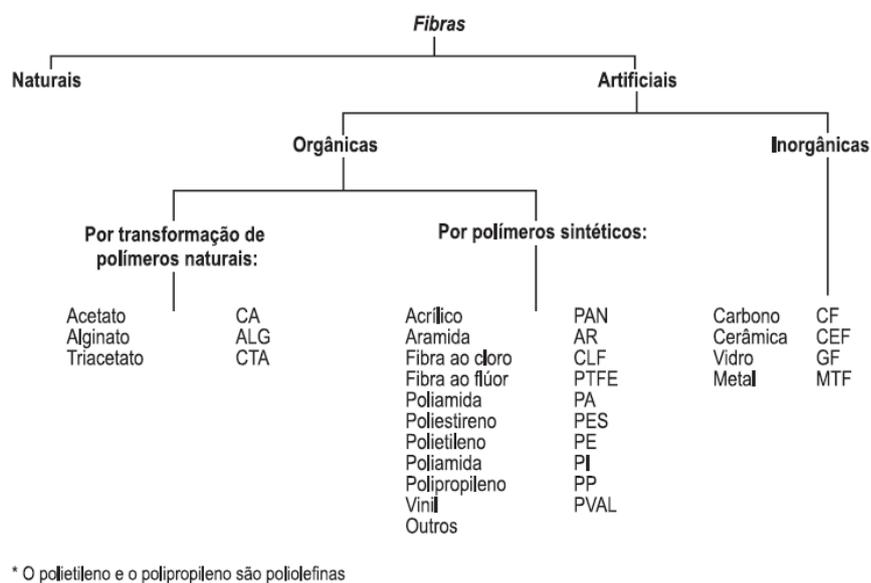
No capítulo 2.1.4 detalhar-se-á mais acerca das propriedades mecânicas do CRF, justificando-se seu uso com base em suas vantagens.

2.1.2 Tipos de fibras utilizadas no CRF

Atualmente existem diversas opções de fibras destinadas a construção civil no mercado, sendo as mais comercializadas para utilização no concreto as poliméricas e metálicas.

Abaixo segue uma classificação do BISFA (*The International Bureau For The Standardisation Of Man-Made Fibres*) de acordo com os materiais a partir dos quais as fibras são fabricadas.

Figura 1 – Classificação das fibras segundo BISFA



Fonte: Sarzalejo *et al* (2014, p.14).

2.1.2.1. Fibras Metálicas

As fibras metálicas de aço, conforme Medeiros (2012, p.50), são as mais utilizadas nos elementos estruturais porque seu módulo de elasticidade é alto, e segundo Callister *et al* (2016, p.160) “quanto maior for o módulo, mais rígido será o material, ou menor será a deformação elástica resultante da aplicação de uma dada tensão”. Assim sendo, ocorre melhoria de resistência à flexão, resistência ao impacto e à fadiga.

Tem-se a regulamentação das fibras de aço no Brasil a partir da ABNT NBR 15530:2019 – Fibras de aço para concreto – Requisitos e métodos de ensaio, a qual, além de estabelecer dimensões, massas e métodos de ensaio, também classifica em grupos as fibras de acordo com sua fabricação em que:

Grupo I: arames trefilados a frio

Grupo II: Chapas cortadas

Grupo III: Arames trefilados a frio e escarificados

Grupo IV: Fibras produzidas por fusão

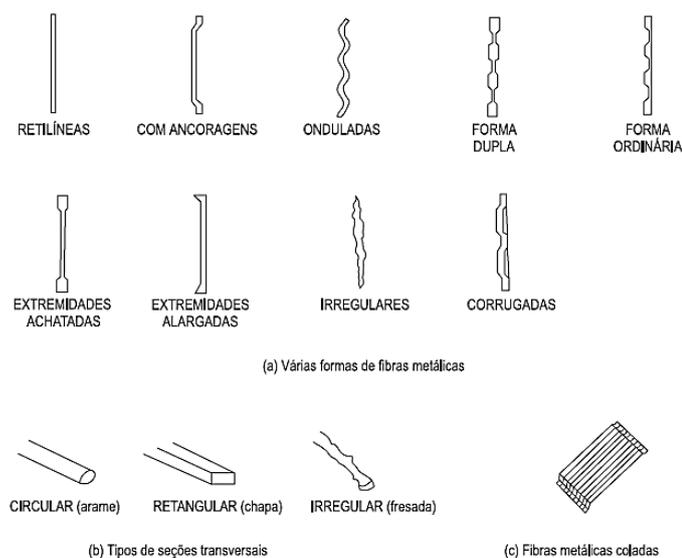
Grupo V: Usinadas a partir de blocos de aço

Quanto à geometria, ainda de acordo com Medeiros (2012, p.50), tem-se que

As fibras de seção transversal circular têm diâmetros variando entre 0,25 mm a 1,0 mm e comprimentos da ordem de 6,4 mm a 76 mm. Já a fibra de aço achatada tem dimensões variando entre 0,15 mm e 0,64 mm (espessura) e entre 0,25 mm e 2,0 mm (largura). O fator de forma – ou esbeltez –, que consiste na razão entre comprimento e diâmetro equivalente, geralmente tem valores na faixa de 20 a 100. Ao se aumentar o comprimento da fibra ou reduzir a seção transversal, a esbeltez será maior. Em geral, quanto maior for esbeltez da fibra, maior será a capacidade resistente após a fissuração do concreto.

Guimarães (1999, p.45) afirma que o uso de fibras com ganchos leva a um menor consumo desse material que as lisas com o mesmo acréscimo de tenacidade e ductilidade, pois se fixam no meio com maior facilidade. Alguns formatos de fibras metálicas são apresentados a seguir (Figura 2):

Figura 2 – Exemplo de fibras de diferentes formas



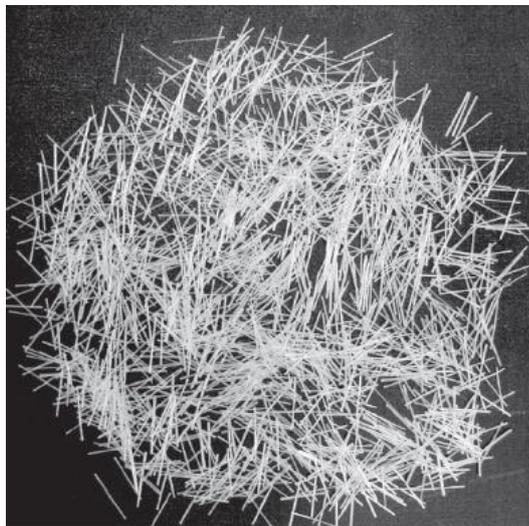
Fonte: Sarzalejo *et al* (2014, p.17).

2.1.2.2. *Fibras Poliméricas*

Dentre as fibras poliméricas estão as de polipropileno, polietileno, acrílico e até mesmo as de carbono, sendo essa última mais utilizada em reforços estruturais devido ao seu alto custo. Conforme Medeiros (2012, p.52), as fibras poliméricas podem ser classificadas em microfibras e macrofibras. As microfibras não possuem função estrutural e são utilizadas no combate à fissuração por retração à exsudação. Já as macrofibras, como as de polipropileno, por exemplo, têm função estrutural e competem com as de aço, tendo vantagens relacionadas à compatibilidade mecânica, física e química, visto que não há possibilidade de enferrujarem.

A respeito da fabricação das fibras de polipropileno, tem-se que “durante o processo de extrusão, o arranjo polimérico se torna cristalino e resulta num material muito dúctil, com alta resistência e capacidade de deformação” Guimarães (1999, p.46). Tanto o processo de fabricação quanto o custo final dessa resina são mais baratos que os das demais, sendo assim, se torna uma ótima opção para a produção de fibras.

Figura 3 – Microfibras de polipropileno



Fonte: Sarzalejo *et al* (2014, p.15).

2.1.2.3. *Fibras Minerais*

Dentre as fibras minerais, a mais utilizada é a de vidro e, de acordo com Manzione (2019, p. 20), essas devem ser álcali-resistentes em razão da alcalinidade da matriz cimentícia do concreto, assim, adiciona-se óxido de zinco na produção da fibra. A maioria das aplicações na construção civil são em pisos e paredes de concreto moldadas no local.

Segundo Guimarães (1999, p.46), a fibra de vidro é formada por vários filamentos que quando misturados ao concreto podem aumentar o volume do conjunto, elevando-se a ductilidade e resistência da matriz.

Figura 4 – Fibras de vidro



Fonte: Sarzalejo *et al* (2014, p.15).

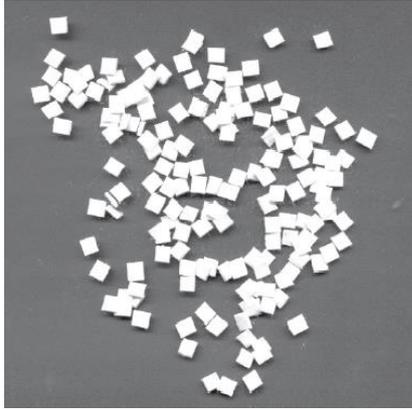
2.1.2.4. Fibras Naturais

As fibras naturais que podem ser empregadas no preparo do concreto encontram-se em folhas, troncos e caules, muitas vezes, necessitando de tratamentos especiais, como é o caso do bagaço-da-cana de açúcar devido às suas propriedades físico-químicas como a facilidade de absorção de água, o que não é ideal devido ao aumento de porosidade dentro do compósito. (ROSSI *et al*, 2014, p.7)

Conforme Borges *et al* (2019, p.1), as principais vantagens de utilização das fibras vegetais são: “baixa massa específica; maciez e abrasividade reduzida; são recicláveis, não tóxicas e biodegradáveis; baixo custo; estimulam empregos na zona rural; baixo consumo de energia na produção.”

Devido às questões ambientais ligadas à construção civil, que é um dos grandes setores que mais modificam a natureza, esse tipo de fibra pode se tornar uma tendência como forma de amenizar os impactos causados pelas construções.

Figura 5 – Fibras de celulose



Fonte: Sarzalejo *et al* (2014, p.15).

2.1.3 Aplicações do CRF

Algumas aplicações do Concreto Reforçado com Fibras no âmbito da construção civil citadas por Medeiros (2012, p.50) são

pisos industriais, pavimentos, revestimento de túneis, blocos de ancoragens de cabos de protensão e outras regiões de concentração de tensões, tubos de água pluvial, esgoto e bueiros, cascas, telhas, elementos de contenção, estacas prancha, elementos de estruturas submetidas a sismos, elementos submetidos a impacto, dormentes, elementos estruturais pré-fabricados em geral, reforço de elementos estruturais, dentre outras.

O uso de fibras em elementos em que existe variação das tensões, como pisos, por exemplo, é ainda mais vantajoso, de acordo com Sarzalejo *et al* (2014, p.137), devido ao acréscimo de resistência à fissuração, impacto e desgaste.

Figura 6 – Aplicação do CRF em piso industrial



Fonte: Sarzalejo *et al* (2014, p.137).

O setor de pré-fabricados, conforme Sarzalejo *et al* (2014, p.175), usufrui do CRF devido à industrialização do processo de fabricação, da durabilidade final do produto e do controle de qualidade que é rigoroso. O uso do CRF pode ser muito favorável em pilares pré-moldados de galpões onde a flexão prevalece em relação à compressão devido a ação do vento.

Outra utilização bastante difundida é no reforço de estruturas de concreto degradadas as quais necessitam reestabelecer sua capacidade portante para continuar atendendo aos requisitos mecânicos previstos em norma. O concreto projetado com fibras e as fibras de carbono são requisitados em projetos de reparo e reforço.

2.1.4 Comportamento Mecânico do CRF

2.1.4.1. Interação Fibra-Matriz

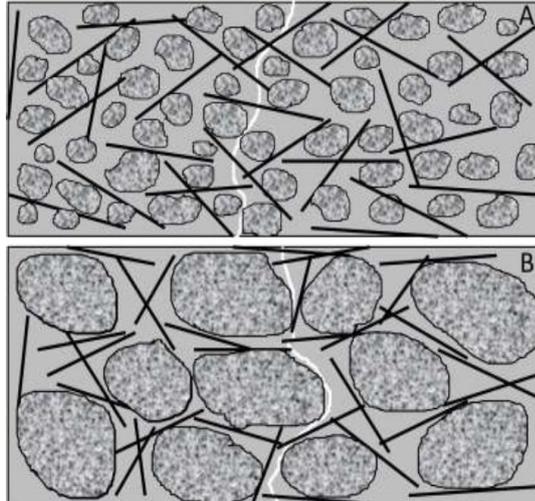
O concreto com fibras, conforme Medeiros (2012, p.53), é composto por cimento hidráulico, água, agregados miúdos, agregados graúdos e fibras em formatos descontínuos, podendo-se optar pelo tipo de fibra mais adequado e viável. Os aditivos químicos são muitas vezes utilizados na mistura devido à sua capacidade de melhorar propriedades como a resistência, por exemplo, ou facilitar o manuseio e aplicação do compósito.

Cada material constituinte do CRF possui suas próprias características as quais devem se relacionar harmoniosamente com os demais para que, após a cura, o concreto adicionado de fibras venha a exercer sua função estrutural plenamente.

Quanto ao cimento, não existem restrições específicas para o uso no CRF, no entanto, deve-se selecionar o cimento de acordo com a sua utilização e com a resistência almejada, além de cumprir as exigências estabelecidas pela ABNT NBR 16697:2018 – Cimento Portland – Requisitos.

De acordo com Figueiredo (2011, p.47), a interação entre as fibras e os agregados está diretamente relacionada à compatibilidade dimensional, recomendando-se que a fibra seja “igual ou superior ao dobro da dimensão máxima característica do agregado”, pois quanto menor a fibra, em comparação com o agregado, mais inclinada a mesma se encontra, fazendo com que não trabalhe plenamente. É importante que as dimensões dos dois componentes (fibra e agregado) estejam adequadas porque as fraturas normalmente se estendem na região entre o agregado graúdo e a pasta, assim, quando o tamanho das fibras é o ideal, ocorre, com maior eficiência, a transferência de tensões nessas regiões propícias a surgimento de fissuras.

Figura 7 – Compatibilidade dimensional entre agregados e fibras



Fonte: Figueiredo (2000).

Medeiros (2012, p.55) cita algumas características das fibras que influenciam no comportamento das mesmas dentro do concreto, que são: geometria, resistência mecânica, quantidade, orientação e distribuição, aderência entre a fibra e a matriz de concreto.

Quanto à geometria, tem-se que o comprimento das fibras, além de cumprir as recomendações citadas anteriormente, deve ser superior ao comprimento crítico que Figueiredo (2011, p.39) define como o comprimento em que se atinge uma tensão, no centro da fibra, equivalente à tensão de ruptura. Além do comprimento, a seção transversal também influencia na ação da fibra porque a área de contato da fibra com a matriz se intensifica à medida que se aumenta a seção transversal, ou seja, mais difícil de se “arrancar” do concreto. Vale ressaltar o cuidado que se deve ter ao utilizar fibras com ganchos devido a provável concentração de tensões na região das dobras, o que pode até acelerar o processo de fissuração.

Quanto à resistência mecânica das fibras, Guimarães (1999, p.33), disserta a respeito da transferência de tensão para as fibras, que ocorre desde que a matriz e as fibras possuam módulos de elasticidade distintos, assim sendo, a fibra ideal é aquela que seja resistente, mas que não mais que a matriz. Ou seja, se a fibra for mais rígida que a matriz, as tensões não serão transferidas da matriz para as fibras, fazendo com que essas não desempenhem seu papel principal. No entanto, a fibra deve ser rígida o suficiente para que resista às tensões as quais foi projetada para suportar.

Quanto à quantidade, Figueiredo (2011, p.31) afirma que “quanto maior o teor, maior será o número de fibras atuando como ponte de transferência de tensão ao longo da fissura”, aumentando-se, dessa forma, o reforço após a fissuração. No entanto, ao se adicionar

fibras ao concreto a mobilidade das partículas é reduzida fazendo com que a trabalhabilidade da mistura seja comprometida. Além disso, quanto mais fibras, maior a área superficial, mais água será necessária. Sendo assim, para que a resistência do concreto não seja prejudicada devido ao acréscimo de água e a trabalhabilidade esteja ideal para a aplicação do composto, utilizam-se aditivos plastificantes, devolvendo-se a fluidez à mistura e evitando-se a formação de aglomerados de fibras.

Quanto à aderência, tem-se que quanto menor a aderência entre a fibra e matriz, maior a chance de escorregamento das fibras, fazendo com que essas não contribuam no combate à fissuração. Já se a aderência for alta, as fibras podem se romper antes de conseguirem dissipar energia ao escorregarem dentro do compósito. Por esse motivo, deve-se buscar o equilíbrio de contato entre superfície da fibra e o meio a qual está inserido. (MEDEIROS, 2012, p.54).

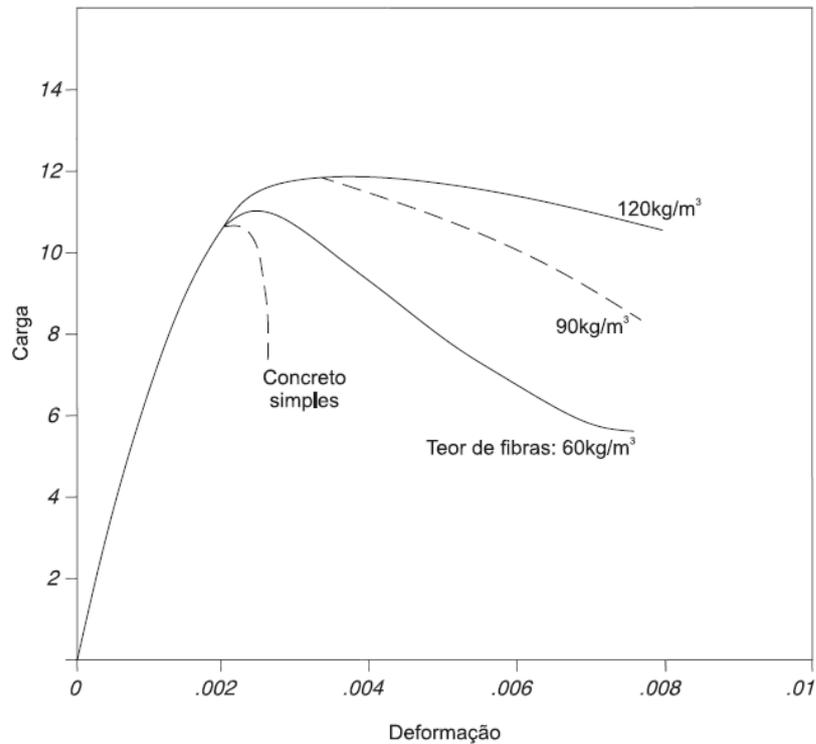
Já quanto à distribuição das fibras, Medeiros (2012, p.30) comenta que, estando as fibras distribuídas aleatoriamente na matriz de concreto, ocorre o reforço de toda a peça, diferentemente das armaduras tradicionais. Tem-se vantagem maior em estruturas que possuem carregamentos cíclicos e estão, portanto, submetidas à fadiga, como é o caso de pisos de pavimentos, que estão submetidos a tensões variáveis chamadas de carregamentos acidentais. Quanto maior a trabalhabilidade, mais alinhadas as fibras se posicionam e, conseqüentemente, o reforço será mais eficiente.

2.1.4.2. Resistência à compressão

De acordo com Medeiros (2012, p.57), o propósito das fibras não é modificar a resistência à compressão do concreto, apesar disso, devido ao incremento de tenacidade proveniente das fibras, um elemento composto de CRF pode apresentar melhor desempenho, mesmo que limitado, quando submetido à compressão, a depender da dosagem, como é apresentado no gráfico 2.

Se o teor de fibras for superior a 2% em volume, o concreto poderá apresentar decréscimo de seu módulo de elasticidade, prejudicando sua resistência devido ao fato de que, em uma peça comprimida, o material mais importante é o concreto, que trabalha predominantemente à compressão, e quando as fibras são adicionadas e não misturadas adequadamente, essas podem aumentar o teor de ar dentro do compósito, fazendo com que a resistência decaia. Por esse motivo, a maioria dos estudos do CRF são de elementos submetidos à esforços preponderantes de tração.

Gráfico 2 – Carga de Compressão x Deformação para concretos com diferentes teores de fibras.



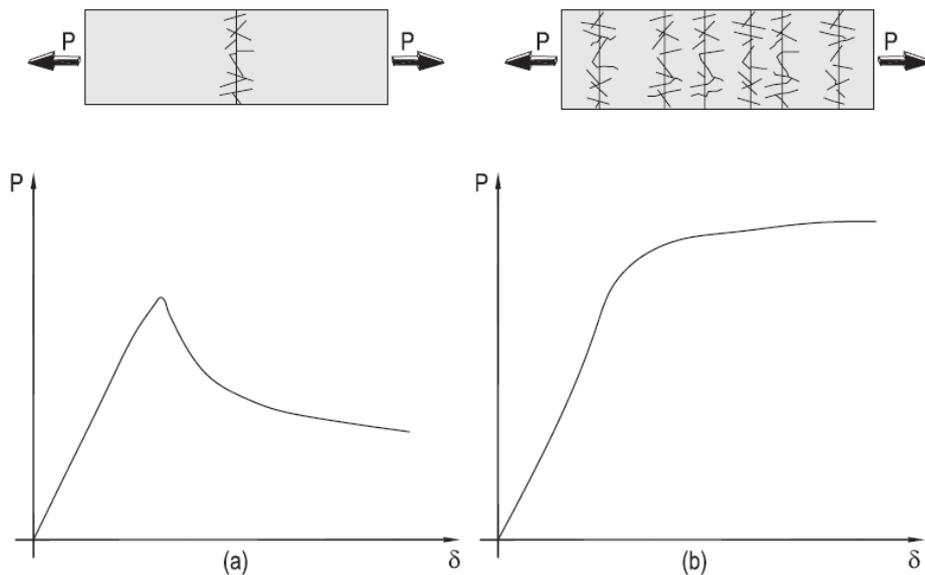
Fonte: Sarzalejo *et al* (2014, p.28).

2.1.4.3. Resistência à tração

A contribuição das fibras em uma peça de CRF tracionada é, conforme Sarzalejo *et al* (2014, p.28), significativa, essencialmente na fase de pós-fissuração. No entanto, deve-se utilizar dosagens a partir de 1,5% (em volume), caso não existam adições como a sílica ativa na mistura, para que o emprego das fibras seja relevante.

O ensaio de tração direta é de complicada execução, portanto, para avaliação do comportamento do CRF e concretos em geral, normalmente se realiza o ensaio de tração indireta regulamentado pela NBR 6122:2011 – Concreto e argamassa – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos.

Gráfico 3 – Curva de carga x deslocamento para CRF com baixas percentagens de fibras (a) e elevadas percentagens de fibras (b).



Fonte: Sarzalejo *et al* (2014, p.29).

Os gráficos acima demonstram dois comportamentos designados de *softening* e *hardening*, sendo o primeiro “caracterizado pela redução gradual dos valores de força abaixo da força crítica” e o segundo pelo “aumento inicial dos valores de força com múltipla fissuração antes de se atingir a força máxima”. (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2021, p.5).

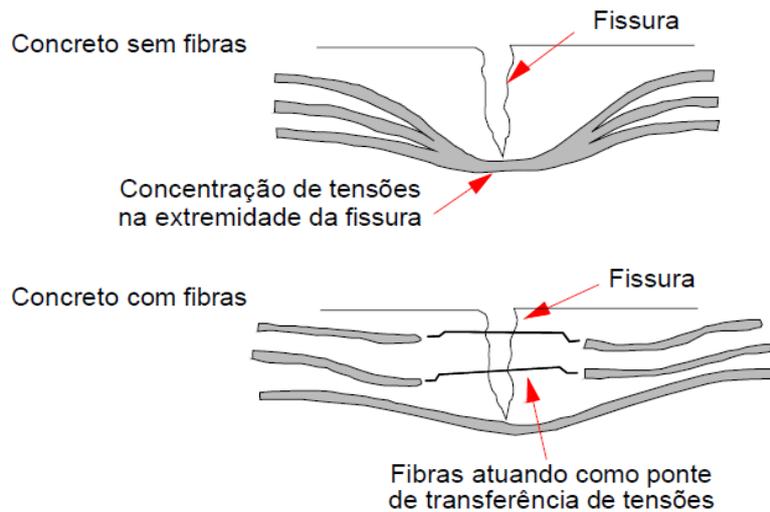
2.1.4.4. Comportamento do CRF na flexão

A flexão é um estado em que um elemento pode estar submetido tanto a tensões de tração bem como a tensões de compressão, sendo, portanto, um caso mais abrangente que os anteriores. O mecanismo de funcionamento das fibras em peças estruturais submetidas à flexão é explicado por Figueiredo (2011, p.29), esclarecendo que, no surgimento de uma fissura ocorrem desvios de tensões fazendo com que haja acúmulo de tensões nas extremidades da fissura que pode ocasionar o colapso repentino da estrutura caso a resultante das tensões de tração seja acima da crítica suportada. Isso acontece, como já mencionado anteriormente, porque o concreto apresenta comportamento frágil, tornando sua ruptura abrupta se a tensão de ruptura for superada.

As fibras funcionam então como “ponte de transferência” de tensões, fazendo com que a ruptura do elemento aconteça gradualmente, dando mais tempo, por exemplo, para

reparos estruturais. O reforço proveniente da fibra é tanto elástico, como oriundo do atrito com a matriz, assim, a fibra se desloca a partir da borda da fissura transferindo por atrito as tensões recebidas, além de alongar-se durante o processo. Assim, as fibras proporcionam, por conseguinte, maior resistência e maior módulo de elasticidade ao concreto. (FIGUEIREDO, 2011, p.40).

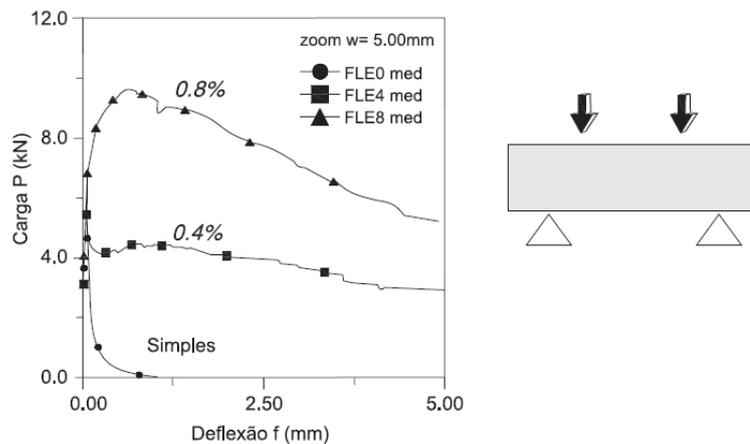
Figura 8 – Mecanismo de transferência de tensões entre a matriz e as fibras



Fonte: Medeiros (2012, p.48)

Ilustra-se abaixo a intensificação da eficiência do CRF à medida que os teores de fibra são aumentados, uma vez que a peça suporta deflexões mais elevadas sem sofrer ruptura.

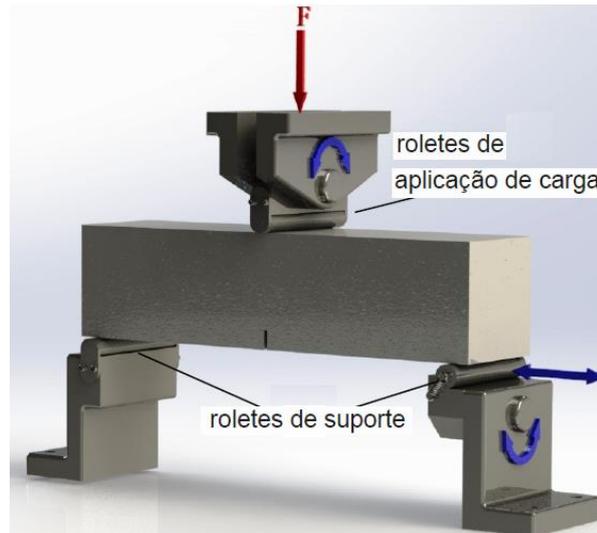
Gráfico 4 – Comparação dos resultados à flexão para diferentes dosagens de fibras em uma mesma matriz de concreto



Fonte: Sarzalejo *et al* (2014, p.31).

Existe no Brasil uma norma específica para avaliar o comportamento mecânico do CRF na flexão e determinar as resistências à tração na flexão que é a ABNT NBR 16940:2021 – Concreto reforçado com fibras – Determinação das resistências à tração na flexão (limite de proporcionalidade e resistências residuais) – Método de ensaio. O ensaio referente a essa norma é apresentado abaixo.

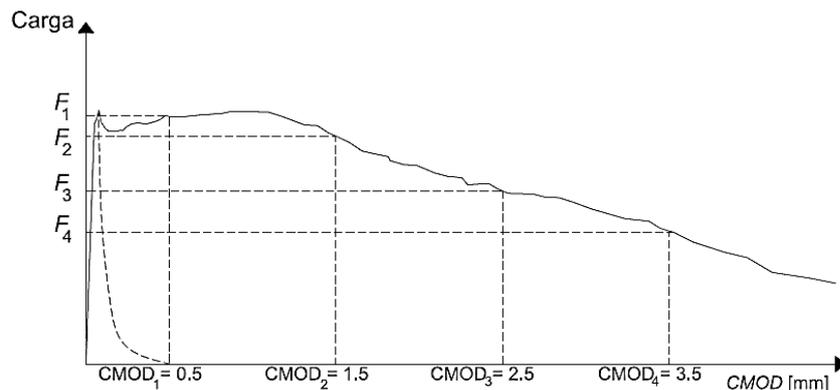
Figura 9 – Arranjo para ensaio de flexão em CRF



Fonte: ABNT NBR 16940 (2021, p. 2) – Adaptada.

A partir do ensaio é possível construir o gráfico de carga x CMOD (medida linear da abertura do entalhe na face inferior do corpo de prova) e determinar as resistências à tração indiretas (resistência à tração na flexão) do CRF (f_L , f_{R1} , f_{R2} , f_{R3} e f_{R4}). Também são obtidas as resistências à tração direta (f_{Ftu} e f_{Fts}) por meio de análise inversa, como será demonstrado no capítulo 5. O gráfico citado é apresentado a seguir.

Gráfico 5 – Diagrama típico de cargas versus CMOD



Fonte: ABNT NBR 16935 (2021, p. 5) – Adaptada.

A ABNT NBR 16935 (2021, p.6) ainda estabelece que para que a armadura convencional possa ser substituída total ou parcialmente ainda é necessário que as seguintes relações abaixo (em valores característicos) sejam satisfeitas:

$$\frac{f_{R1k}}{f_{Lk}} \geq 0,40 \quad (1)$$

$$\frac{f_{R3k}}{f_{R1k}} \geq 0,50 \quad (2)$$

2.1.5 Importância do estudo do CRF na Construção Civil

A partir de todos os pontos apresentados nos itens anteriores e de acordo com Carvalho *et al* (2018, p.69), justifica-se o uso do CRF em elementos estruturais uma vez que as fibras controlam a propagação de fissuras no concreto, aumentam a resistência à fadiga, inibem a amplitude das fissuras, contribuem positivamente para tenacidade do compósito, elevam as resistências na flexão e adicionam ductibilidade às peças de concreto. Todos esses benefícios tornam as estruturas mais duráveis, visto que a entrada de agentes patológicos se dá por meio da abertura de fissuras e se amplia à medida que as fissuras se intensificam.

Pelas vantagens apresentadas e também pelo aprimoramento dos processos construtivos na Engenharia Civil, faz-se necessário o desenvolvimento de novos estudos sobre o CRF, tanto relacionados à sua produção e seu comportamento, bem como a estudos de redução de custos de produção e implementação nos canteiros de obras. À medida os institutos de pesquisa e as empresas se interessarem mais sobre o assunto, espera-se que o CRF seja cada vez mais acessível economicamente para obras de todos os tipos.

2.2 Estado Limite Último

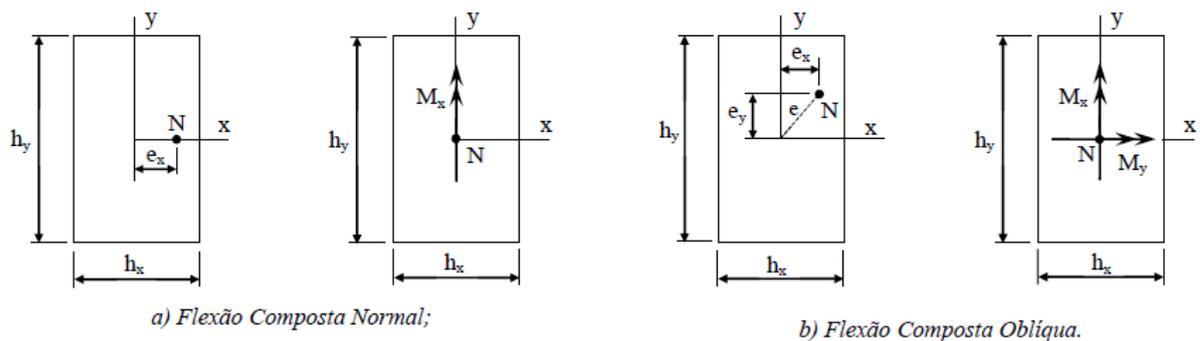
2.2.1 Solicitações Normais

Fusco (1985, p.2) define “solicitações normais como esforços solicitantes que produzem tensões normais nas seções transversais das peças estruturais”. Os esforços denominados momento fletor e força normal provocam tensões de tração e compressão, que podem estar presentes simultaneamente ou não em uma seção de uma peça estrutural.

Na tração e compressão simples, segundo Bastos (2021, p.3), a força normal é aplicada no centro de gravidade da seção transversal gerando tensões de tração ou de compressão constantes em todos os pontos que ocorrem. Já na flexão composta, a força normal e o momento fletor atuam em conjunto. Existem dois tipos de flexão: a flexo-tração, quando a força normal “puxa” os elementos de área perpendiculares, enquanto a flexo-compressão “empurra” a seção.

Quando existe apenas um momento fletor em uma direção e uma força normal, tem-se a flexão composta reta (normal), já se forem dois momentos nas duas direções principais mais a força normal, tem-se a flexão composta oblíqua. A excentricidade é a distância da força normal ao centro geométrico. No primeiro caso, há somente uma excentricidade e no segundo duas excentricidades. As duas situações são ilustradas a seguir.

Figura 10 – Tipos de flexão composta



Fonte: Bastos (2021, p.4) - Adaptada.

2.2.2 Apresentação do Estado Limite Último (ELU)

Usualmente, em uma peça de concreto armado, o concreto suporta a compressão e a armadura passiva a tração a qual o elemento está submetido. Para Fusco (1985, p.2), o Estado de Limite Último (ou de deformação plástica excessiva) ocorre quando há ruptura do concreto ou quando a armadura passiva se deforma mais do que o estabelecido. O valor limite para encurtamento do concreto (ϵ_{cu}) é de 3,5 ‰ e para o alongamento das barras (ϵ_s) tem-se o máximo de 10 ‰.

Conforme a ABNT NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, o ELU está “relacionado ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura”. Dentre as causas que fazem o concreto armado atingir o ELU, estão: a perda de equilíbrio, esgotamento da capacidade resistente, efeitos de segunda ordem, solicitações dinâmicas, colapso progressivo, exposição ao fogo e ações sísmicas. A referente norma ainda estabelece que a segurança das estruturas de concreto deve ser verificada para as situações acima descritas. (ABNT NBR 6118, 2014, p. 54).

2.2.2.1. Ações atuantes na estrutura

As ações, que causam esforços e deformações nas estruturas podem ser classificadas, de acordo com ABNT NBR 8681 (2003, p. 3), em:

- Ações Permanentes: valores constantes ou com pouca variação durante a vida da construção como, por exemplo, o peso próprio;
- Ações Variáveis: apresentam variação significativa durante a vida da construção, como os efeitos do vento;
- Ações excepcionais: possuem curta duração e baixa probabilidade de ocorrerem, podendo-se citar os incêndios.

Os valores característicos das ações descritas acima se encontram na ABNT NBR 6120:2019 – Ações para o cálculo de estruturas de edificações.

Para fins de cálculo, com o intuito de estabelecer a segurança, as ações são então multiplicadas com coeficientes ponderadores enquanto que as resistências (provenientes dos materiais utilizados) são divididas, obtendo-se, portanto, a situação mais desfavorável à

estrutura. Apresentam-se abaixo os coeficientes ponderadores normativos encontrados na ABNT NBR 6118:2014.

Tabela 1 – Coeficientes de ponderação das ações

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 ^a	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

onde
D é desfavorável, *F* é favorável, *G* representa as cargas variáveis em geral e *T* é a temperatura.
^a Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

Fonte: ABNT NBR 6118 (2014, p. 65) – Adaptada.

Tabela 2 – Coeficientes de ponderação das resistências

Combinações	Concreto	Aço
	γ_c	γ_s
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

Fonte: ABNT NBR 6118 (2014, p. 71) – Adaptada.

2.2.2.2. Hipóteses básicas

Algumas hipóteses são consideradas para o estudo da capacidade resistente de uma peça no Estado Limite Último, visto que a análise estrutural é feita a partir de modelos simplificados, mas que são capazes de representar a realidade. Essas premissas são citadas por Fusco (1985, p.5), que são:

- a) Manutenção da seção plana: As seções dos elementos não sofrem variações em sua seção até o ELU desde que a relação abaixo, que resulta em um valor adimensional, seja válida.

$$\frac{l_0}{d} > 2 \quad (3)$$

Em que:

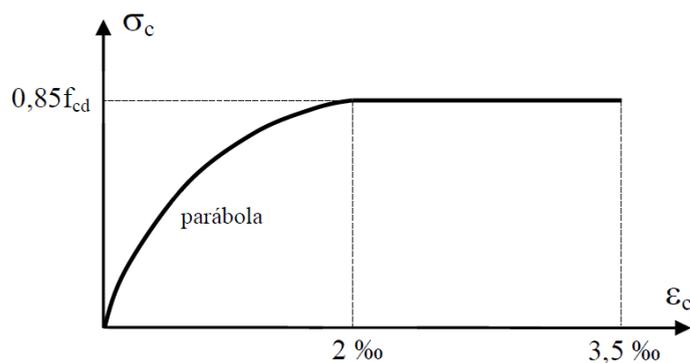
- l_0 é a distância entre as seções de momento fletor nulo
- d é a altura útil da seção transversal

b) Solidariedade dos materiais: Adota-se que a deformação de uma barra de armadura é igual a deformação específica do concreto lhe é adjacente, ou seja, existe solidariedade entre as barras e o concreto que a envolve.

c) As tensões de tração no concreto são desprezadas.

d) Diagrama de Tensões Parábola-Retângulo: Para concretos de classes de resistência do grupo I (C20 até C50), o encurtamento do concreto é de $3,5 \times 10^{-8}$ na flexão pura e $2,0 \times 10^{-3}$ na compressão axial, variando na compressão excêntrica. O diagrama de Tensões Parábola-Retângulo é composto por uma parábola do 2º grau com o vértice na fibra equivalente a deformação de compressão de 2 ‰, prolongada por uma reta até a deformação de compressão de 3,5 ‰. Sendo a ordenada máxima de $0,85f_{cd}$.

Gráfico 6 – Diagrama tensão-deformação idealizado



Fonte: Bastos (2021, p.1).

Onde:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (4)$$

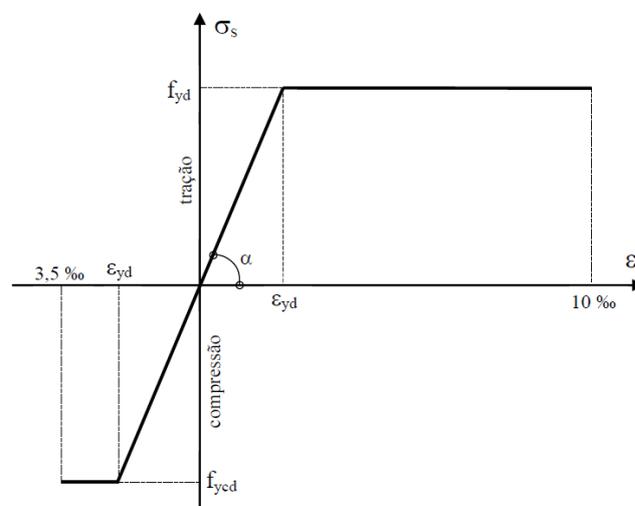
Em que:

- f_{cd} é a resistência de cálculo à compressão do concreto

- f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto
- γ_c coeficiente de ponderação da resistência do concreto (=1,4)

e) Alongamentos últimos das armaduras: Convenciona-se o alongamento último da armadura tracionada como sendo 10 ‰ que são contados a partir da linha neutra (LN), que é a linha que possui tensão nula e divide a seção.

Gráfico 7 – Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas



Fonte: Bastos (2021, p.3).

Onde:

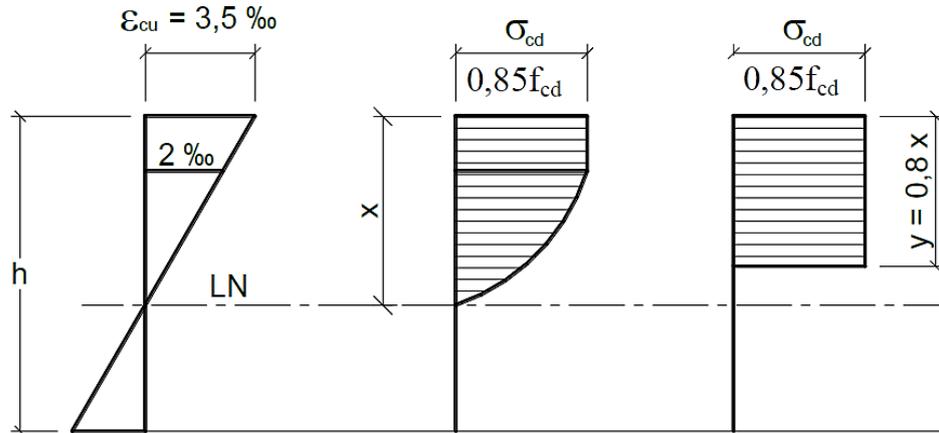
$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (5)$$

Em que:

- ε_{yd} é a deformação de início de escoamento do aço
- f_{yd} é a resistência de cálculo ao escoamento do aço de armadura passiva
- E_s é o módulo de elasticidade do aço de armadura passiva

f) Diagrama retangular de tensões: Com o intuito de simplificação, pode-se considerar que a distribuição das tensões de compressão (σ_{cd}) seja retangular. Os resultados são semelhantes aos do diagrama parábola-retângulo, que vêm a divergir significativamente apenas no domínio 5.

Figura 11 – Diagrama Retangular

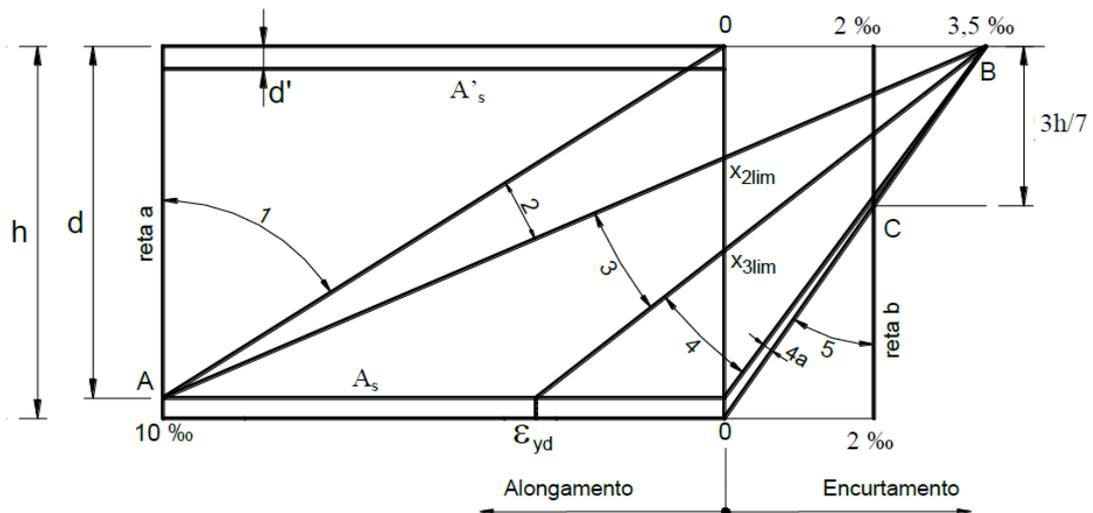


Fonte: Bastos (2021, p.2).

2.2.3 Domínios de Deformações

Para a determinação da resistência de cálculo de uma seção transversal, considere-se os domínios de deformação, definidos com relação a posição da linha neutra, os quais são descritos a seguir.

Figura 12 – Diagramas dos domínios de deformações (concretos do Grupo I)



Fonte: Bastos (2021, p.5).

A posição da linha neutra representa a distância x até a fibra extrema mais comprimida, podendo ser fixada, de modo adimensional, através da expressão:

$$\beta_x = \frac{x}{d} \tag{6}$$

Em que:

- β_x é o número adimensional resultante da divisão de x por d
- x é a distância até a fibra extrema mais comprimida
- d é a altura útil da seção transversal

Assim, para o diagrama da figura 13, tem-se por semelhança de triângulos:

- a) $x_{2lim} = 0,259d$, e $\beta_{x,2lim} = x/d = 0,259$ (x_{2lim} depende apenas da altura útil d);
- b) Para concretos do Grupo I e aço CA-50: $x_{3lim} = 0,628d$, e $\beta_{x,3lim} = 0,628$ (x_{3lim} depende do concreto e do aço).

Para a ruptura convencional por deformação plástica excessiva, conforme ABNT NBR 6118:2014, tem-se:

- Reta a: tração uniforme;
- Domínio 1: ocorre flexo-tração com pequena excentricidade, em que A_s (área da seção transversal da armadura longitudinal de tração) e A_s' (área da seção transversal da armadura longitudinal de compressão ou menos tracionada) estão tracionadas. Esse domínio termina quando a seção fissura;
- Domínio 2: ocorre flexão simples e flexo-tração ou flexo-compressão com grande excentricidade, sem ruptura à compressão do concreto, onde uma armadura é tracionada (A_s) e outra comprimida (A_s'). As fissuras caminham no sentido da borda comprimida e esse domínio termina com o início da plastificação do concreto comprimido;

Já para a ruptura convencional por encurtamento-limite do concreto:

- Domínio 3: ocorre flexão simples e flexo-tração ou flexo-compressão com grande excentricidade (seção subarmada), com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço. Uma armadura está tracionada (A_s) e outra comprimida (A_s');
- Domínio 4: ocorre flexão simples e flexo-compressão com grande excentricidade (seção superarmada), com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento. Uma armadura está tracionada (A_s) e outra comprimida (A_s');

- Domínio 4a: ocorre flexo-compressão com pequena excentricidade com as duas armaduras comprimidas.
- Domínio 5: ocorre flexo-compressão com pequena excentricidade com as duas armaduras comprimidas. A LN pode se localizar fora da seção transversal.
- Reta b: compressão uniforme.

Os intervalos de β_x para cada domínio são apresentados abaixo:

Tabela 3 – Intervalos de β_x para os domínios

DOMÍNIO	$\beta_x = \frac{x}{d}$
1	até 0,167
2	> 0,167 a 0,259
3	> 0,259 a 0,628
4	>0,628 a 1
5	>1

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

2.3 Flexão Composta Reta

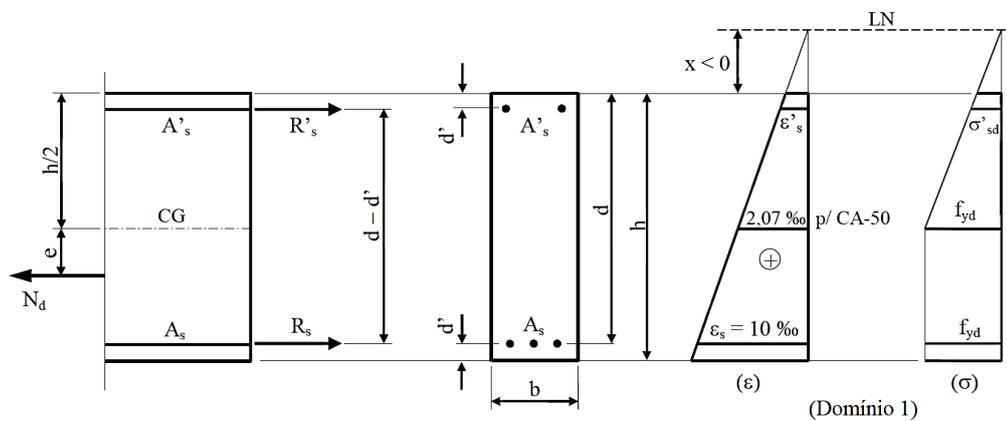
A Flexão Composta Reta (ou Normal) ocorre quando a força normal e momento fletor atuam simultaneamente em determinada seção fazendo com que a peça fique submetida a esforços de tração ou compressão ou ambos.

Santos (1983, p.502) divide a Flexão Composta Reta em três categorias as quais serão detalhadas nos tópicos subsequentes. As formulações a seguir se baseiam nos estudos de Fusco (1985) adaptadas por Bastos (2021) e são referentes a seções retangulares em concreto armado pertencentes ao grupo I de resistência (C20 até C50).

2.3.1 Tração simples e flexo-tração com pequena excentricidade

De acordo com Bastos (2021, p.10), na situação de tração simples e flexo-tração com pequena excentricidade o momento fletor possui pouca intensidade, sendo a força normal o esforço predominante na seção. A condição se enquadra no domínio 1, em que as armaduras A_s e A_s' estão tracionadas, sendo a deformação plástica da armadura principal de tração (A_s) de 10 %.

Figura 13 – FCN em tirante de seção retangular com duas armaduras tracionadas



Fonte: Bastos (2021, p.10).

Tem-se pela figura acima que:

- A armadura A_s' é tracionada com a linha neutra (LN) posicionada até o cobrimento d' (distância entre o eixo da armadura de compressão e a face mais próxima da seção), ou seja: $-\infty < x < d'$. Tem-se, então: $-\infty < \beta_x < d'/d$.
- A tensão na armadura mais tracionada (σ_{sd}) é igual a f_{yd} .
- A solução mais econômica é ε_s' (deformação da armadura superior) $\geq (\varepsilon_{yd}$ deformação de início de escoamento do aço), logo, $\sigma_{sd}' \geq f_{yd}$.

O desenvolvimento das equações de equilíbrio da seção a partir da soma das forças normais é detalhado a seguir.

a) As reações provenientes das armaduras são:

$$R_s = A_s \cdot f_{yd} \quad (7)$$

$$R_s' = A_s' \cdot \sigma_{sd}' \quad (8)$$

Onde:

- R_s é a reação da armadura inferior (em unidade de força)
- R_s' é a reação da armadura superior (em unidade de força)
- A_s é a área da seção da armadura inferior (em unidade de área)
- A_s' é a reação da seção da armadura superior (em unidade de área)
- f_{yd} é a resistência de cálculo ao escoamento do aço (em MPa ou kPa)
- σ_{sd}' é a tensão normal no aço de armadura superior (em MPa ou kPa)

b) Substituindo as equações anteriores no somatório de forças, tem-se:

$$N_d = R_s + R_s' \quad (9)$$

$$N_d = A_s \cdot f_{yd} + A_s' \cdot \sigma_{sd}' \quad (10)$$

Em que:

- N_d é a força normal de cálculo da seção (em unidade de força)

c) Tem-se a partir do somatório de momentos em $h/2$:

$$N_d \cdot e + R_s' \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) - R_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) = 0 \quad (11)$$

Onde:

- e é a excentricidade da força normal com relação ao CG (em unidade de comprimento)
- h é a altura da seção transversal da peça (em unidade de comprimento)
- d' é a distância entre o eixo da armadura de compressão e a face mais próxima do elemento (em unidade de comprimento)

d) Sendo:

$$M_d = N_d \cdot e \quad (12)$$

Substituindo-se M_d , R_s e R_s' , encontra-se:

$$M_d = (A_s \cdot f_{yd} - A_s' \cdot \sigma_{sd}') \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \quad (13)$$

Tem-se:

- M_d é momento de cálculo da seção (em unidade de força x distância)

A equação de compatibilidade das equações é então definida por semelhança de triângulos:

$$\frac{\varepsilon'_s}{d'-x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} \quad (14)$$

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_s \cdot \frac{d'-x}{d-x} \quad (15)$$

Em que:

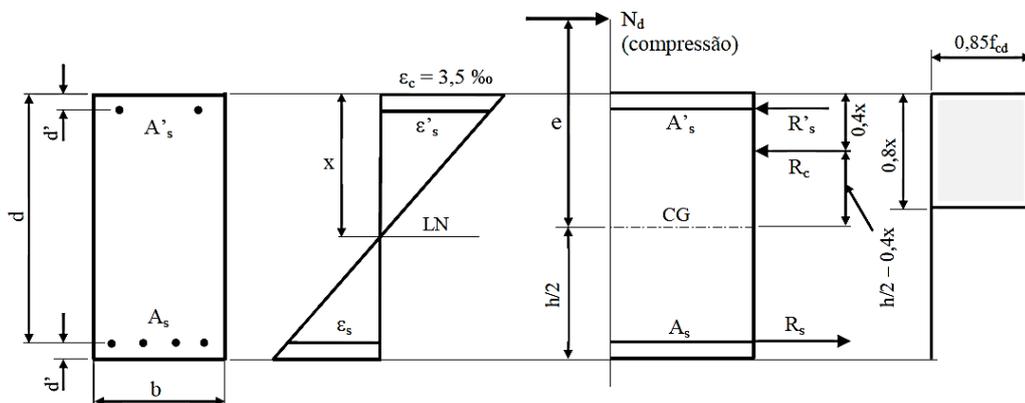
- ε_s é a deformação específica do aço da armadura passiva
- ε'_s é a deformação da armadura superior
- x é a distância até a fibra extrema mais comprimida
- d é a altura útil da seção transversal

2.3.2 Flexo-compressão e flexo-tração com grande excentricidade

Na flexão composta com grande excentricidade o esforço que prevalece é o momento fletor. A condição abrange os domínios 2, 3 e 4, em que uma armadura está tracionada (A_s) e outra comprimida (A'_s). A deformação de alongamento no aço é de 10 ‰ no domínio 2 e a deformação de encurtamento no concreto de 3,5 ‰ nos domínios 3 e 4. Essa situação pode ocorrer, por exemplo, em pilares de extremidade, também conhecidos como lateral, de face ou de borda.

Conforme Bastos (2021, p.12), a solução mais econômica é assumir o valor de x no limite entre os domínios 3 e 4 ($x = x_{3lim}$ ou $\beta_{x,3lim}$), o que equivale a deformação de início de escoamento (ε_{yd}) na armadura tracionada (A_s) e o máximo encurtamento no concreto ($\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$). No caso de vigas e lajes ainda há a limitação de $x/d \leq 0,45$ para concretos do Grupo I estabelecida pela NBR 6118 para que os elementos sejam mais dúcteis.

Figura 14 – Flexo-compressão com grande excentricidade em seção retangular



Fonte: Bastos (2021, p.10).

As equações de equilíbrio são, portanto:

a) Para o somatório de forças:

$$N_d = R_c + R_s - R'_s \quad (16)$$

$$R_c = b \cdot 0,8x \cdot 0,85f_{cd} = 0,68 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \quad (17)$$

$$N_d = 0,68 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A'_s \cdot \sigma'_{sd} - A_s \cdot \sigma_{sd} \quad (18)$$

Onde:

- R_c é a resultante de compressão do concreto (em unidade de força)
- b equivale a largura da seção (em unidade de comprimento)

Sendo $x=d \cdot \beta_x$, tem-se:

$$N_d = 0,68 \cdot b \cdot d \cdot \beta_x \cdot f_{cd} + A'_s \cdot \sigma'_{sd} - A_s \cdot \sigma_{sd} \quad (19)$$

b) Para o somatório de momentos em $h/2$:

$$N_d \cdot e = R_c \cdot \left(\frac{h}{2} - 0,4x\right) + R_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + R'_s \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \quad (20)$$

c) Substituindo R_c , R_s , R'_s e $N_d \cdot e = M_d$:

$$M_d = 0,68 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0,4x\right) + (A'_s \cdot \sigma'_{sd} + A_s \cdot \sigma_{sd}) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \quad (21)$$

d) Por último, substituindo $x=d \cdot \beta_x$:

$$M_d = 0,34 \cdot b \cdot d^2 \cdot \beta_x \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0,8x\right) + (A'_s \cdot \sigma'_{sd} + A_s \cdot \sigma_{sd}) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \quad (22)$$

Para a flexo-tração as equações acima também são válidas bastando apenas acrescentar um sinal negativo a N_d .

Abaixo encontram-se as equações de compatibilidade, sendo $\varepsilon_s=10 \text{ ‰}$ para o domínio 2 e $\varepsilon_c=3,5\%$ para os domínios 3 e 4.

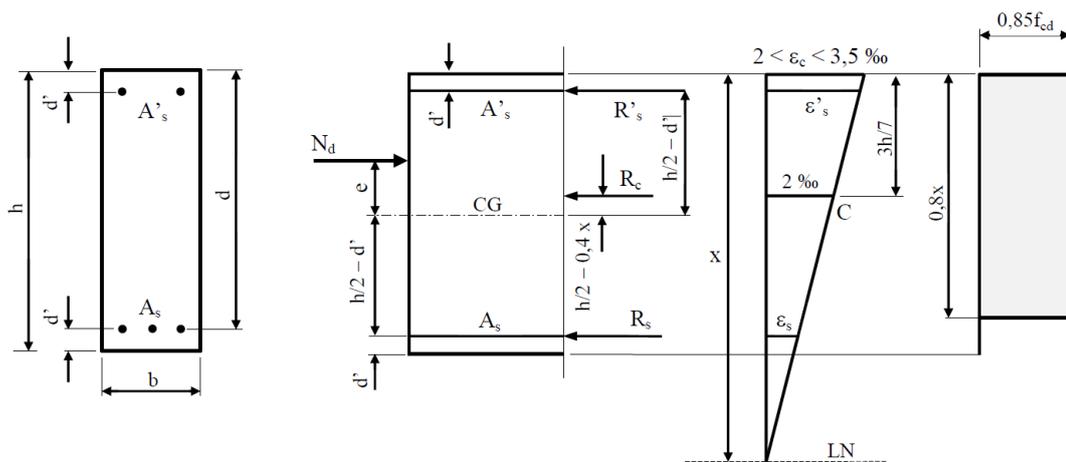
$$\frac{\varepsilon_s}{d-x} = \frac{\varepsilon'_s}{x-d'} = \frac{\varepsilon_c}{x} \quad (23)$$

$$\frac{\varepsilon_s}{1-\beta_x} = \frac{\varepsilon'_s}{\beta_x - \frac{d'}{d}} = \frac{\varepsilon_c}{\beta_x} \quad (24)$$

2.3.3 Flexo-compressão com pequena excentricidade

Nesse caso, a força normal de compressão é o esforço predominante. Segundo Bastos (2021, p.25), englobam-se os domínios 4a e 5, em que as armaduras A_s e A_s' estão ambas comprimidas, sendo o pilar o elemento estrutural que mais representa essa situação.

Figura 15 – FCN em seção retangular no domínio 5



Fonte: Bastos (2021, p.25).

Pela figura acima, tem-se que:

- A linha neutra se localiza no intervalo entre $d < x < +\infty$, onde no ELU a deformação de encurtamento do concreto de 3,5 ‰ no domínio 4a, e 2,0 ‰ a $3h/7$ no domínio 5. Por esse motivo, o esmagamento do concreto comprimido é a causa da ruptura;
- Seleciona-se um valor para x para obter as deformações nas armaduras (ε_s e ε_s') e, logo em seguida, encontram-se as tensões atuantes;
- Para atingir a condição econômica fixa-se a reta b ($\varepsilon_c = \varepsilon_s = \varepsilon_s' = 2$ ‰, e LN no $+\infty$) ou faz-se $A_s = 0$.

Devido à altura do diagrama do concreto retangular simplificado, quando o equilíbrio das forças normais é realizado surgem duas situações: $0,8x < h$ e $0,8 \geq h$.

a) Para $0,8x < h$ inverte-se o sinal de R_s nas equações 18, 19, 21 e 22, obtendo-se:

$$N_d = 0,68 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} + A'_s \cdot \sigma'_{sd} + A_s \cdot \sigma_{sd} \quad (25)$$

$$N_d = 0,68 \cdot b \cdot d \cdot \beta_x \cdot f_{cd} + A'_s \cdot \sigma'_{sd} + A_s \cdot \sigma_{sd} \quad (26)$$

$$M_d = 0,68 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0,4x\right) + (A_s \cdot \sigma_{sd} - A'_s \cdot \sigma'_{sd}) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \quad (27)$$

$$M_d = 0,34 \cdot b \cdot d^2 \cdot \beta_x \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0,8x\right) + (A'_s \cdot \sigma'_{sd} - A_s \cdot \sigma_{sd}) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \quad (28)$$

b) Já para $0,8 \geq h$, toda seção está comprimida e a resultante de tensões está em $h/2$, sendo assim:

$$R_c = 0,85 \cdot b \cdot h \cdot f_{cd} \quad (29)$$

$$N_d = 0,85 \cdot b \cdot h \cdot f_{cd} + A'_s \cdot \sigma'_{sd} + A_s \cdot \sigma_{sd} \quad (30)$$

$$M_d = (A'_s \cdot \sigma'_{sd} - A_s \cdot \sigma_{sd}) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \quad (31)$$

Para o domínio 4a ($\varepsilon_c = 3,5 \text{ ‰}$) as equações de compatibilidade são:

$$\frac{\varepsilon_s}{x-d} = \frac{\varepsilon'_s}{x-d'} = \frac{\varepsilon_c}{x} \quad (32)$$

$$\frac{\varepsilon_s}{\beta_x - 1} = \frac{\varepsilon'_s}{\beta_x - \frac{d'}{d}} = \frac{\varepsilon_c}{\beta_x} \quad (33)$$

Quanto ao domínio 5, as equações de compatibilidade são as seguintes:

$$\frac{\varepsilon_s}{x-d} = \frac{\varepsilon'_s}{x-d'} = \frac{2}{x - \frac{3}{7}h} \quad (34)$$

$$\frac{\varepsilon_s}{\beta_x - 1} = \frac{\varepsilon'_s}{\beta_x - \frac{d'}{d}} = \frac{2}{\beta_x - \frac{3h}{7d}} \quad (35)$$

2.4 Pilares compostos por CRF submetidos à Flexão Composta Reta

A norma da ABNT NBR 6118:2014 (2014, p. 84) define pilares como “elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes”. Essas peças têm a função de transmitir as cargas solicitantes na superestrutura até a fundação da edificação, além de contribuir significativamente para a estabilidade da estrutura como um todo. Tendo em vista a importância dos pilares e a intensificação da construção de edifícios cada vez mais altos, faz-se necessário, para além da elaboração de normas, estudos inovadores com intuito de melhorar o desempenho desses elementos estruturais.

O uso de CRF em pilares resulta da tentativa de aprimoramento desses. Guimarães (1999) foi precursora na pesquisa dos benefícios da implementação de fibras em pilares, realizando diversos ensaios em corpos-de-prova produzidos com Concretos de Alto Desempenho (CAD) adicionados de fibras metálicas e submetidos à compressão centrada, obtendo resultados satisfatórios como, por exemplo, aumento de tenacidade e resistência à tração. Outros trabalhos foram realizados posteriormente a respeito de pilares reforçados com fibras, no entanto, em sua maioria, são referentes ao cintamento externo no combate e prevenção de patologias, ou seja, as fibras não são incorporadas ao concreto, mas envolvem a área externa da peça.

Com o surgimento da norma ABNT NBR 16935:2021, a análise da seção transversal para elementos lineares de CRF, como vigas e pilares, foi regularizada e esclarecida. Sendo assim, tomando como base essa norma e a ABNT NBR 6118:2014, a capacidade resistente de uma seção de pilar composto por CRF pode ser calculada sem a necessidade de realização de ensaios.

2.4.1 Elementos Lineares compostos de CRF no ELU

A ABNT NBR 16935:2021 apresenta algumas diferenças na análise do Estado Limite Último de uma peça de CRF com relação ao concreto convencional as quais serão apresentadas a seguir.

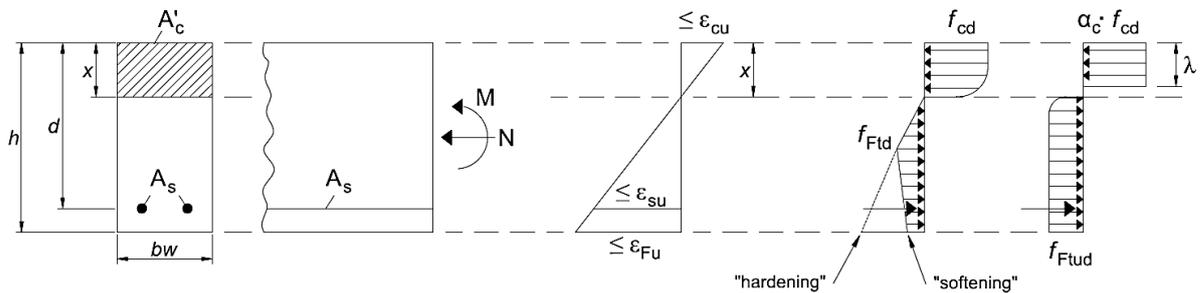
2.4.1.1. Condições para atingir o ELU

Um elemento linear de CRF sujeito a solicitação normal atinge o Estado Limite Último quando uma das situações é alcançada:

- máxima deformação de compressão no CRF, ε_{cu} ;
- máxima deformação de tração no aço (se existir), ε_{su} ;
- deformação última do CRF, ε_{Fu} .

Os valores máximos de ε_{cu} e ε_{su} são de 3,5 ‰ e 10 ‰, respectivamente, assim como apresentado no capítulo 2.2. Já para elementos de CRF que possuem comportamento *hardening*, tem-se $\varepsilon_{Fu} = 20$ ‰ para distribuições de tensões variáveis ao longo da seção transversal e $\varepsilon_{Fu} = 10$ ‰ para distribuições de tensões de tração ao longo da seção transversal. O diagrama simplificado para uma seção de uma peça retangular de CRF é apresentado a seguir.

Figura 16 – ELU para elementos lineares de CRF



Fonte: ABNT NBR 16935 (2021, p. 16) - Adaptada.

Quanto aos coeficientes de ponderação em que as resistências dos materiais são divididas são expostos abaixo.

Tabela 4 – Coeficientes de ponderação para os materiais no ELU

Resistências	Coeficientes
Resistência à compressão do CRF	$\gamma_c = 1,4$
Resistência à tração do CRF	$\gamma_c = 1,5$
Resistências residuais do CRF	$\gamma_c = 1,5$

Fonte: ABNT NBR 16935 (2021, p. 12).

Os valores dos coeficientes de ponderação são levemente superiores aos do concreto convencional devido à implementação das fibras que aumenta a tenacidade do compósito.

Ademais, existem duas hipóteses de leis constitutivas que podem ser utilizadas para análise de seções com objetivo de determinação do momento resistente no ELU, considerando o comportamento pós-fissuração, os quais serão detalhados nos próximos tópicos.

2.4.1.2. Modelo Rígido-Plástico

Esse modelo é adotado quando as não linearidades são consideradas e só deve ser aplicada para verificações de Estado Limite Último. Nessa análise utiliza-se como valor de referência f_{Ftu} , que representa a resistência à tração direta última do CRF, onde:

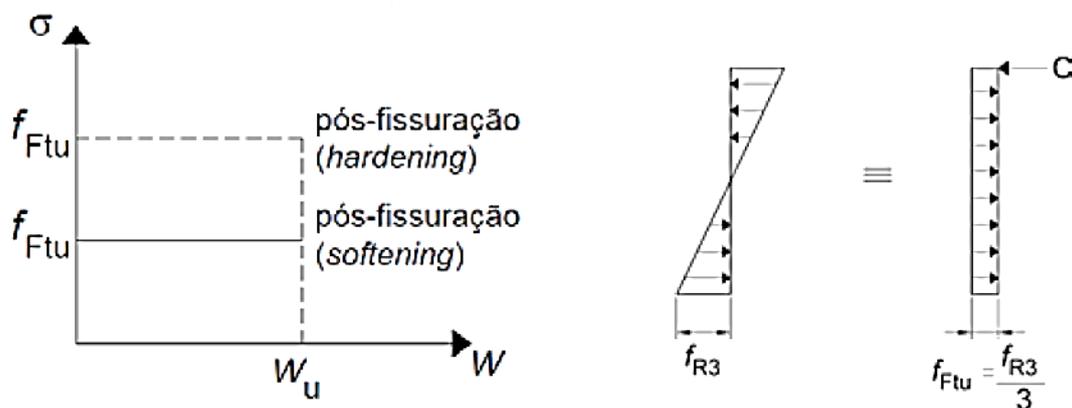
$$f_{Ftu} = \frac{f_{F3}}{3} \quad (36)$$

Em que:

- f_{Ftu} é a resistência à tração direta do CRF, valor último (em kPa ou MPa);
- f_{R3} é a resistência residual à tração na flexão do CRF correspondente ao $CMOD_3 = 2,5$ mm (determinado conforme a ABNT NBR 16940:2021, em kPa ou MPa).

Considera-se a equivalência estática (indicada na figura abaixo) e a hipótese de que toda a resistência de compressão está concentrada na parte superior da seção.

Figura 17 – Modelo Rígido-Plástico



Fonte: ABNT NBR 16935 (2021, p. 6) - Adaptada.

Isso posto, é possível calcular o momento resistente devido à contribuição das fibras:

$$M_{Uk} = \frac{f_{R3} \cdot b \cdot h^2}{6} = \frac{f_{Ftu} \cdot b \cdot h^2}{2} \quad (37)$$

Sendo:

- M_{Uk} o momento resistente característico do CRF devido à contribuição das fibras (unidade de força x distância);
- b é a largura da seção transversal da peça (em unidade de comprimento);
- h é a altura da seção transversal da peça (em unidade de comprimento);
- Para se encontrar os valores de cálculo no ELU basta utilizar os números de ponderação citados previamente.

2.4.1.3. Modelo Linear

Conforme a ABNT NBR 16935 (2021, p.13) “na análise linear, admite-se o comportamento elástico-linear do CRF. Os valores para o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson podem ser adotados de acordo com o material concreto simples, sem a adição de fibras.” O modelo linear utiliza os seguintes valores de referência:

$$f_{Fts} = 0,45 \cdot f_{R1} \quad (38)$$

$$f_{Ftuk} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} \cdot (f_{Fts} - 0,5 \cdot f_{R3} + 0,2 \cdot f_{R1}) \geq 0 \quad (39)$$

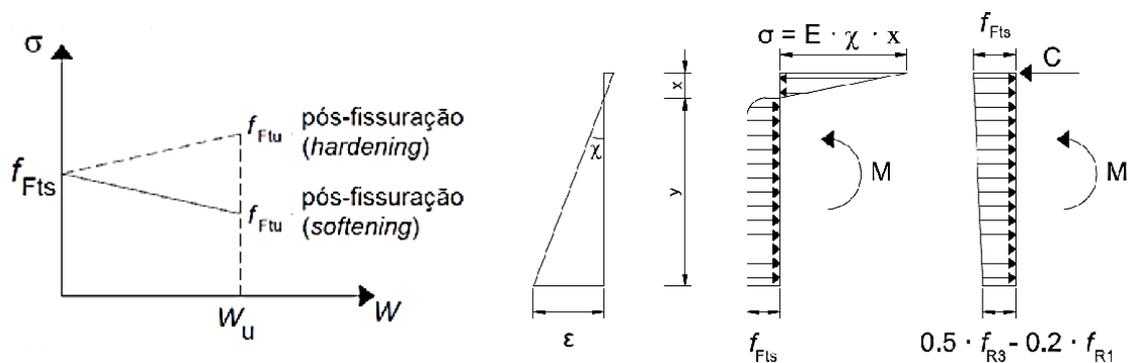
Onde:

- f_{R1} é a resistência residual à tração na flexão correspondente ao CMOD1;
- f_{R3} é a resistência residual à tração na flexão correspondente ao CMOD3;
- f_{Fts} é a resistência característica à tração direta de serviço do CRF;
- f_{Ftuk} é a resistência característica à tração direta última do CRF;
- w_u é a abertura de fissura última para o valor de CMOD considerado no projeto;
- $CMOD_3 = 2,5$ mm.

- As resistências podem ser dadas em kPa e os deslocamentos em (mm), sendo os valores limites de CMOD para f_{Fts} e f_{Ftu} , respectivamente, de 1,5 mm e 2,5 mm.
- Para se encontrar os valores de cálculo no ELU basta utilizar os números de ponderação citados previamente.

O momento resistente é obtido a partir do diagrama de tensão de tração ao longo da seção, conforme mostrado a seguir.

Figura 18 – Modelo Linear



Fonte: ABNT NBR 16935 (2021, p. 6) – Adaptada.

2.4.2 ELU com a contribuição das fibras na Flexão Composta Retas em Pilares

Em conformidade com o que foi demonstrado no decorrer do referente trabalho, de que as fibras contribuem na ductilidade de uma peça estrutural quando submetidas à tração, o estudo de fibras em pilares será realizado no caso de flexão composta com grande excentricidade, o qual existem esforços de tração na parte inferior da seção transversal, abrangendo os domínios 2, 3 e 4, nos quais uma armadura está tracionada (A_s) e outra comprimida (A_s').

Os tópicos seguintes são referentes aos modelos Rígido-Plástico e Modelo Linear aplicados a pilares reforçados com fibras submetidos à flexão composta com grande excentricidade.

2.4.2.1. Modelo Rígido-Plástico

As equações referentes ao somatório de forças normais da seção 2.3.2 são válidas para o Modelo-Rígido Plástico, no entanto, o momento resistente proveniente das fibras deve ser acrescentado nas equações de somatório de momentos, encontrando-se, portanto:

$$M_d = 0,68. b. x. f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0,4x\right) + (A'_s \cdot \sigma'_{sd} + A_s \cdot \sigma_{sd}) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + \frac{f_{R3} \cdot b \cdot h^2}{3} \quad (40)$$

$$M_d = 0,34. b. d^2 \cdot \beta_x \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0,8x\right) + (A'_s \cdot \sigma'_{sd} + A_s \cdot \sigma_{sd}) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + \frac{f_{Ftu} \cdot b \cdot h^2}{2} \quad (41)$$

2.4.2.2. Modelo Linear

O Modelo Linear já considera as fibras misturadas ao compósito desde as equações de equilíbrio. Sendo assim, a partir da figura 17 e adaptando-se as equações da seção 2.3.2, determina-se a força e o momento do CRF resistentes à tração expostos a seguir.

Para o somatório de forças:

$$R_f = f_{Ftud} \cdot (h - x) \cdot b \quad (42)$$

$$N_d = R_c + R_s - R'_s - R_f \quad (43)$$

$$N_d = 0,68. b. x. f_{cd} + A'_s \cdot \sigma'_{sd} - A_s \cdot \sigma_{sd} - f_{Ftud} \cdot (h - x) \cdot b \quad (44)$$

Para o somatório de momentos em h/2:

$$M_d = 0,68. b. x. f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0,4x\right) + (A'_s \cdot \sigma'_{sd} + A_s \cdot \sigma_{sd}) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + R_f \cdot \left(\frac{x}{2}\right) \quad (45)$$

$$M_d = 0,34. b. d^2 \cdot \beta_x \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 0,8x\right) + (A'_s \cdot \sigma'_{sd} + A_s \cdot \sigma_{sd}) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + f_{Ftud} \cdot b \cdot \frac{(h-x)}{2} \cdot x \quad (46)$$

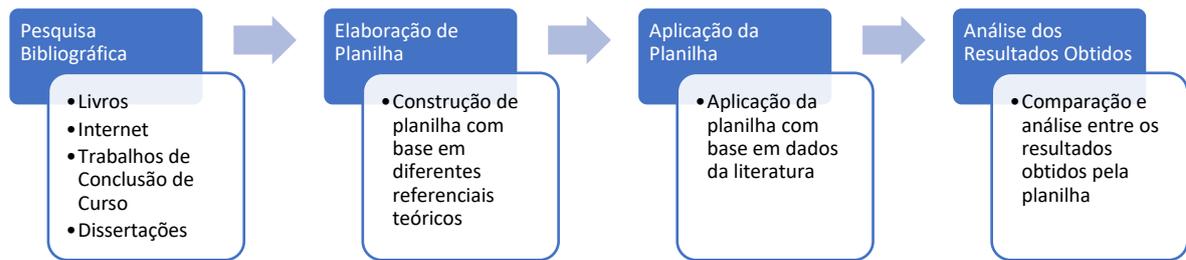
Sendo:

- R_f é a força resistente proveniente do CRF com fibras (em unidade de força);
- Os demais termos das equações e suas unidades já foram apresentados anteriormente;

3 METODOLOGIA

Apresenta-se abaixo o passo a passo da metodologia utilizada no referente trabalho com o intuito de atingir os objetivos propostos.

Figura 19 – Fluxograma da metodologia adotada



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.1 Elaboração de planilha de cálculo para verificação

Com o intuito de verificar a contribuição das fibras nos esforços resistentes de uma seção retangular de pilar composto de CRF submetido à flexão composta com grande excentricidade, desenvolveu-se uma planilha de cálculo fundamentando-se no Modelo Linear, tendo em vista que basta acrescentar a força e o momento proveniente das fibras nas equações dos esforços resistentes totais da seção e que o método rígido-plástico não é indicado quando os efeitos de segunda ordem global são considerados na determinação dos esforços, caso dos pilares.

A planilha foi produzida embasando-se na bibliografia apresentada no decorrer do capítulo 2 e, para utilizá-la, deve-se fornecer os dados de entrada, os quais são necessários para que os resultados sejam calculados e gerados para o usuário. Nos próximos tópicos serão apresentados os detalhes de composição da referente planilha.

3.1.1 Dados da seção

Nesse item adicionam-se os valores da largura (b) e altura da seção transversal (h) do elemento, ambos em metros.

3.1.2 Posição e área das armaduras

O usuário insere até quatro armaduras longitudinais de aço CA-50, fornecendo tanto a área transversal de cada barra ($A_{s,i}$), em centímetros quadrados, quanto a distância entre o eixo das armaduras (d_i'), em metros, até a face mais próxima do elemento. A partir disso, calcula-se automaticamente, a posição de cada barra tomando como referência o centro geométrico da seção em metros (y_i), além da altura útil da seção transversal (d).

3.1.3 Dados do concreto

Nesse tópico os valores da resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}), as resistências residuais à tração na flexão do CRF ($f_{R1,k}$ e $f_{R3,k}$) e abertura de fissura última (w_u) são incluídos em MPa. A planilha fornece então os valores minorados devido a divisão pelos índices ponderadores referentes a cada um.

3.1.4 Cálculo dos esforços resistentes

Estabeleceu-se intervalos para x/d até o limite do domínio 4, definindo-se o x correspondente para cada caso por meio da divisão de x/d pela altura útil (d). Por conseguinte, calcula-se, para cada x , as deformações do concreto e de cada barra de aço baseando-se nas equações de compatibilidade descritas anteriormente e nos valores referentes ao CRF citados no tópico 2.4. As tensões equivalentes de cada barra são encontradas multiplicando-se as deformações pelo módulo de elasticidade do aço CA-50.

Em seguida, as forças e os momentos resistentes tanto do concreto quanto das armaduras longitudinais são calculadas segundo as equações do tópico 2.4.2.2.

Por fim, somam-se os valores das forças e momentos do concreto, das armaduras e das fibras encontrando-se os valores totais para cada x . Um gráfico (Nd x Md) também é plotado com as curvas dos esforços resistentes referentes ao concreto com e sem adição de fibras.

3.2 Aplicação numérica da planilha desenvolvida

Para aplicação numérica da planilha elaborada utilizaram-se os dados de caracterização do concreto apresentados por Maués (2019, p.44), o qual realizou diversos experimentos com concreto adicionado de fibras metálicas, variando-se a quantidade de fibras (45 kg/m^3 , 60 kg/m^3 e 75 kg/m^3) utilizadas. A dosagem do composto empregado é detalhada abaixo.

Tabela 5 – Dosagem do CRF utilizado

Concreto	Cimento ^a (kg/m ³)	Areia ^b (kg/m ³)	Brita ^c (kg/m ³)	a/c	Fibras ^d		Aditivo ^e (ml/m ³)
					(kg/m ³)	(%)	
CF0W0	380	696	1022	0,54	0	0	0
CF0W13					0	0	0
CF45W0					45	0,6	320
CF60W0					60	0,8	640
CF75W0					75	1,0	800

^a CPTI E32; ^b Areia média: Módulo de Finura = 2,92; ^c Brita 0: Diâmetro Máximo = 9,5mm NBR NM 248(2003); ^d Dramix3D 65/60; ^e Super Plastificante de Alto Desempenho MC-PowerFlow 1180;

Fonte: Maués (2019, p.44) – Adaptada.

As resistências à compressão dos concretos são informadas abaixo.

Tabela 6 – Resistências características dos concretos utilizados

Concreto	f_{ck} (MPa)
CF45W0	28,2
CF60W0	29,3
CF75W0	29,3

Fonte: Maués (2019, p.46) – Adaptada.

As resistências residuais à tração na flexão foram calculadas com base em um ensaio de tração na flexão semelhante ao descrito na norma ABNT NBR 16940:2021. Os valores encontrados por Maués (2019, p.49) estão a seguir.

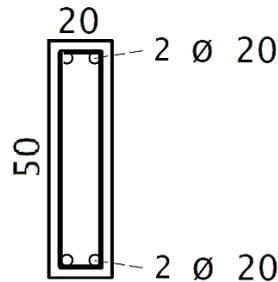
Tabela 7 – Resistências residuais à tração na flexão dos concretos utilizados

Concreto	f_{Lp} (MPa)	f_{R1} (MPa)	f_{R2} (MPa)	f_{R3} (MPa)	f_{R4} (MPa)
CF45W0	3,94	3,88	5,60	5,75	5,77
CF60W0	4,92	6,76	9,28	9,45	9,28
CF75W0	5,27	11,16	14,76	18,54	17,72

Fonte: Maués (2019, p.49) – Adaptada.

A largura e altura da seção retangular, bem como as armaduras e sua disposição ficam a critério do usuário, sendo assim, optou-se por uma seção de 20 cm x 50 cm e armaduras de bitola de 20 mm (área da seção de cada uma de 3,14 cm² aproximadamente) como mostrado na figura abaixo. O valor adotado para a abertura de fissura última (w_u) foi de 1,5 mm.

Figura 20 – Seção de pilar selecionado para análise



Fonte: Elaborado pelo autor.

Salienta-se que as armaduras e sua disposição foram selecionadas para efeitos de estudo. As disposições normativas da NRB 6118 devem ser seguidas para cálculo da armadura de pilares.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir da utilização dos dados provenientes da literatura, foi possível realizar estudos comparativos entre os resultados obtidos para o momento resistente por meio da planilha elaborada, os quais serão detalhados a seguir.

Os valores para a força normal resistente não serão considerados para análise visto que existe pouca influência das fibras na resistência à compressão, assim como visto no referencial teórico.

4.1 Influência das fibras no Momento Resistente

Os dados e resultados detalhados da planilha para cada quantidade de fibras encontram-se no anexo, sendo a planilha abaixo um resumo do acréscimo percentual para cada teor de fibra adotado variando-se o x , comparando-se o antes (sem fibras) com o depois (com incremento das fibras). Os números obtidos entre os teores não são comparados entre si inicialmente.

Tabela 8 – Acréscimo no Momento Resistente Total com a incorporação das fibras metálicas

x (m)	Acréscimo no Momento Resistente Total (%) (Comparação com o concretos sem fibras)		
	CF45	CF60	CF75
0,02	2,40	3,86	7,84
0,05	3,21	5,15	10,45
0,07	3,50	5,61	11,39
0,09	3,56	5,70	11,57
0,12	3,71	5,93	12,04
0,14	3,97	6,35	12,89
0,16	4,15	6,64	13,47
0,19	4,27	6,81	13,83
0,21	4,32	6,89	13,99
0,24	4,32	6,89	13,98
0,26	4,26	6,80	13,80
0,28	4,16	6,63	13,45
0,31	4,10	6,53	13,26
0,33	4,09	6,51	13,22
0,35	3,99	6,35	12,89
0,38	3,79	6,03	12,23
0,40	3,47	5,52	11,21
0,42	3,02	4,80	9,73
0,45	2,39	3,80	7,71
0,47	1,54	2,45	4,97

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados dos momentos resistentes da seção de CRF tiveram acréscimos significativos quando comparados aos valores obtidos sem a incorporação de fibras, sendo, para

x igual a 0,21 m os acréscimos de 4,32 % para o concreto com 45 kg/m³ de fibras, 6,89% para o CRF com 60 kg/m³ de fibras e 13,99% para o 75 kg/m³ de fibras presentes. Esses valores demonstram que a tenacidade do compósito foi aumentada, elevando-se as resistências na flexão, o que fez com que a peça se tornasse mais dúctil. Ou seja, a seção com fibras suporta esforços de flexão maiores do que a peça sem a incorporação das fibras metálicas.

4.2 Influência do teor de fibras no Momento Resistente

Além da comparação do concreto sem fibras com o CRF, realizou-se a comparação entre os teores de CRF's adotados variando-se o x, os quais os valores seguem abaixo.

Tabela 9 – Valores dos Momentos Resistentes Totais para cada teor de fibra analisado

x (m)	Momento Resistente Total (kN.m)		
	CF45	CF60	CF75
0,02	73,08	74,75	77,61
0,05	104,78	107,98	113,42
0,07	136,98	141,54	149,28
0,09	170,02	175,79	185,55
0,12	192,42	199,25	210,74
0,14	202,72	210,47	223,41
0,16	211,65	220,15	234,26
0,19	219,20	228,30	243,30
0,21	225,36	234,92	250,52
0,24	230,15	240,01	255,93
0,26	233,56	243,56	259,53
0,28	235,59	245,59	261,31
0,31	230,82	240,66	255,85
0,33	218,94	228,46	242,85
0,35	207,16	216,22	229,52
0,38	195,21	203,66	215,58
0,40	182,88	190,56	200,82
0,42	169,99	176,75	185,08
0,45	156,43	162,12	168,22
0,47	142,08	146,54	150,15

Fonte: Elaborado pelo autor.

Observou-se que, a partir dos resultados obtidos, à medida que mais fibras são adicionadas ao concreto, a resistência à tração da peça aumenta e, conseqüentemente, diminui-se a propagação e amplitude de fissuras, com aumento em torno de 25,72 kN.m no momento resistente entre um CRF de 45 kg/m³ de fibras para o de 75 kg/m³ de fibras em x igual a 0,28.

Sendo assim, uma peça mais durável é produzida para teores apresentados, visto que a entrada de agentes patológicos se dá por meio da abertura de fissuras.

Todos os gráficos de $N_d \times M_d$ para CRF presentes no anexo apresentam deslocamento vertical quando comparados ao concreto sem fibras, indicando o ganho no momento resistente, sendo o maior acréscimo para o CRF de 75 kg/m^3 de fibras, o qual possui ganho de 82% em M_d no caso de flexão simples e 20% na flexo-compressão.

Em suma, assim como apresentado na literatura, quanto maior a quantidade de fibras incorporadas, maior a eficiência da seção do elemento no combate aos esforços solicitantes.

5 CONCLUSÃO

A partir do referente trabalho foi possível conhecer melhor o Concreto com Fibras, sua importância e compreender seu comportamento no Estado Limite Último quando utilizado em elementos estruturais lineares. Além disso, os tipos de Flexão Composta Reta foram apresentados, aplicando-se os conceitos estudados a pilares de CRF.

Com a ênfase dada a pilares, comprovou-se, por meio dos resultados obtidos, o aumento do momento resistente na seção transversal em pilares compostos de CRF submetidos à flexão composta com grande excentricidade quando comparados ao concreto sem adição de fibras. E que o aumento da seção resistente é proporcional ao aumento do teor de fibras.

Em suma, a crença de que o uso de CRF em pilares não é adequado foi desmentida com base em evidências teóricas e dados numéricos sem a necessidade de realização de ensaios em laboratório.

Dentre as recomendações para trabalhos futuros, tem-se estudos relacionados ao dimensionamento de pilares de CRF; utilização de demais modelos como, por exemplo, o Modelo Rígido-Plástico e modelos físicos; a análise do CRF no estado limite de serviço; além da avaliação do comportamento do CRF na flexão composta oblíqua. Para uma aplicação mais prática recomenda-se o estudo da viabilidade econômica do CRF em pilares de galpões.

REFERÊNCIAS

- Associação Brasileira de Normas Técnicas. **ABNT NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. 3. ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas. **ABNT NBR 6120**: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. 2. ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas. **ABNT NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas – Procedimento. 1. ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2003.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas. **ABNT NBR 15530**: Fibras de aço para concreto – Requisitos e métodos de ensaio. 2. ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas. **ABNT NBR 16935**: Projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras – Procedimento. 1. ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2021.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas. **ABNT NBR 16938**: Concreto reforçado com fibras – Controle de qualidade. 1. ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2021.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas. **ABNT NBR 16940**: Concreto reforçado com fibras – Determinação das resistências à tração na flexão (limite de proporcionalidade e resistências residuais) – Método de ensaio. 1. ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2021.
- BASTOS, Paulo Sérgio. **Flexão Composta e Pilares de Concreto Armado**. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Estadual Paulista. 1.ed. São Paulo, 2021.
- BORGES, Ana Paula Silva Nascentes *et al.* Estudo das propriedades de concretos com adição de fibras vegetais e de polipropileno para uso em paredes estruturais. **Revista Matéria**, Rio de Janeiro, v. 24, n. 2, 2019, <https://doi.org/10.1590/S1517-707620190002.0679>.
- CALLISTER, W. D. **Ciência e Engenharia dos Materiais**: Uma Introdução. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos, 2016.
- CARVALHO, Leonardo Lima Costa; MOTTA, Carla Araújo. Uso de Fibras de Aço para Execução do Concreto Armado. **Revista Boletim do Gerenciamento**, Rio de Janeiro, v. 8, n.8, p. 65-74, 2019. Disponível em: <https://nppg.org.br/revistas/boletimdoGerenciamento/article/view/413>.
- FIGUEIREDO, Antônio Domingues de. **Concreto com Fibras de Aço**. Boletim Técnico: Série BT/PCC/260) – Escola Politécnica de São Paulo, São Paulo, 2000.
- FIGUEIREDO, Antônio Domingues de. **Concreto reforçado com fibras**. 2011. Tese (Livre Docência) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.
- FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto**: Solicitações normais. 9. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1985.

- GUIMARÃES, Ana Elisabete Paganelli. **Análise de pilares de concreto de alta resistência com adição de fibras metálicas submetidos à compressão centrada.** Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1999.
- MANZIONE, Joelma Aparecida Pereira. **Caracterização de concretos com macrofibras de vidro para aplicações estruturais.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia de Construção Civil, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2019.
- MAUÉS, Kássio Anderson Castro. **Eficácia das fibras de aço no reforço ao cisalhamento de vigas de concreto armado sem estribos:** Investigação experimental. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, 2019.
- MEDEIROS, Arthur. **Estudo do comportamento à fadiga em compressão do concreto com fibras.** Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2012.
- MONTE, Renata *et al.* Avaliação da tenacidade de concretos reforçados com fibras através de ensaios com sistema aberto. **Revista Matéria**, Rio de Janeiro, v. 19, n. 2, p. 132-149, 2014, <https://doi.org/10.1590/S1517-70762014000200008>.
- ROSSI, F. G. *et al.* Incorporação da fibra do bagaço de cana-de-açúcar no cimento. **Blucher Chemical Engineering Proceedings**, [s. l.], v. 1, n. 2, p.8983-8990, 2015, <http://dx.doi.org/10.5151/chemeng-cobeq2014-1629-18338-160913>.
- SARZALEJO, Antonio Gallovich *et al.* **Fibras como elemento estrutural para reforço de concreto:** Manual Técnico. São Paulo: Maccaferri America Latina, 2014. Disponível em: <https://www.maccaferri.com/br/documentos/manual-tecnico/>. Acesso em 18 out. de 2022.
- SANTOS, L. M. **Cálculo de Concreto Armado**, v.1. São Paulo: LMS, 1983.

APÊNDICE A - APLICAÇÃO DA PLANILHA PARA CRF COM 45 kg/m³ DE FIBRAS METÁLICAS

FLEXÃO COMPOSTA RETA

1. Dados da Seção

b=	0,20	m	largura da seção retangular
h=	0,50	m	altura da seção retangular

2. Posição e Área das Armaduras - Aço CA50 A

Barra	y_i m	$A_{s,i}$ cm ²	y_i^*
1	0,03	3,14	0,22
2	0,03	3,14	0,22
3	0,47	3,14	-0,22
4	0,47	3,14	-0,22
$y_{m\acute{a}x} =$	0,47		

d=	0,47	m
----	------	---

3. Dados do Concreto

Concreto

$f_{ck} =$	28,2 MPa
$f_{cd} =$	20,14 MPa
$f_{cd} =$	20142,86 kPa
$0,85 \times f_{cd} =$	17121,43 kPa

Fibra

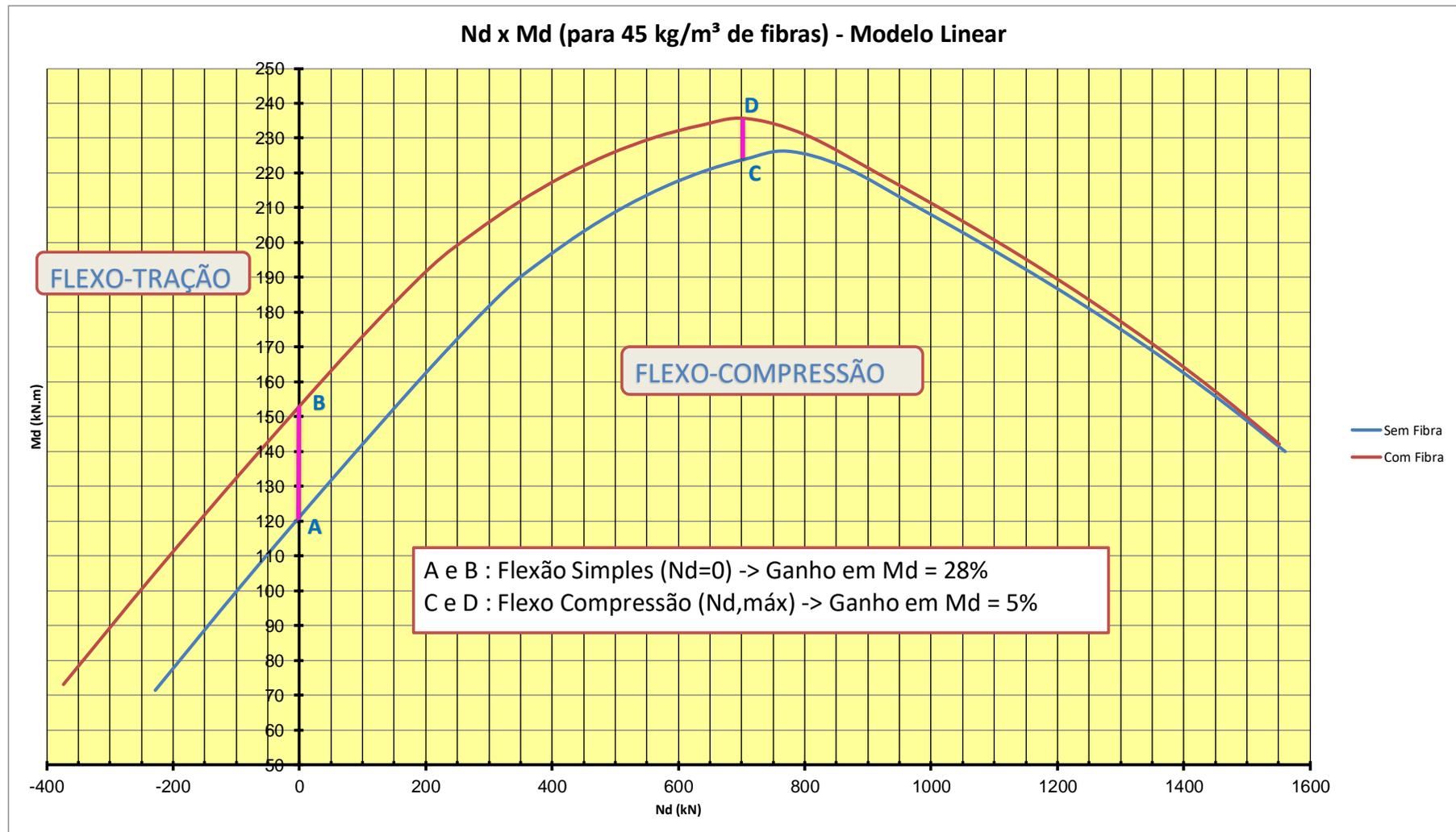
$f_{R1} =$	3880 kPa
$f_{R3} =$	5750 kPa
CMOD ₃ =	2,5 mm
$w_u =$	1,5 mm

$f_{Fts} =$	2587,50 kPa
$f_{Ftuk} =$	2294,40 kPa
$f_{Ftud} =$	1529,60 kPa

4. Cálculo dos pares Nd e Md

x/d	Domínio	x	$\epsilon_{c,m\acute{a}x}$	$\epsilon_{s,m\acute{a}x}$	R _c	z _c	M _c	$\epsilon_{s,1}$	$\sigma_{s,1}$	F _{s,1}	M _{s,1}	$\epsilon_{s,2}$	$\sigma_{s,2}$	F _{s,2}	M _{s,2}	$\epsilon_{s,3}$	$\sigma_{s,3}$	F _{s,3}	M _{s,3}	$\epsilon_{s,4}$	$\sigma_{s,4}$	F _{s,4}	M _{s,4}
		m	mm/m	mm/m	kN	m	kNxm	mm/m	MPa	kN	kNxm	mm/m	MPa	kN	kNxm	mm/m	MPa	kN	kNxm	mm/m	MPa	kN	kNxm
0,05	2	0,02	-0,53	10,00	64,38	0,24	15,49	0,15	-30,57	-9,60	-2,11	0,15	-30,57	-9,60	-2,11	10,00	-435,00	-136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05
0,10	2	0,05	-1,11	10,00	128,75	0,23	29,77	-0,40	84,40	26,50	5,83	-0,40	84,40	26,50	5,83	10,00	-435,00	-136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05
0,15	2	0,07	-1,76	10,00	193,13	0,22	42,84	-1,01	212,89	66,85	14,71	-1,01	212,89	66,85	14,71	10,00	-435,00	-136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05
0,20	2	0,09	-2,50	10,00	257,51	0,21	54,69	-1,70	357,45	112,24	24,69	-1,70	357,45	112,24	24,69	10,00	-435,00	-136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05
0,25	2	0,12	-3,33	10,00	321,88	0,20	65,34	-2,48	435,00	136,59	30,05	-2,48	435,00	136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05
0,30	3	0,14	-3,50	8,17	386,26	0,19	74,78	-2,76	435,00	136,59	30,05	-2,76	435,00	136,59	30,05	8,17	-435,00	-136,59	30,05	8,17	-435,00	-136,59	30,05
0,35	3	0,16	-3,50	6,50	450,64	0,18	83,01	-2,86	435,00	136,59	30,05	-2,86	435,00	136,59	30,05	6,50	-435,00	-136,59	30,05	6,50	-435,00	-136,59	30,05
0,40	3	0,19	-3,50	5,25	515,01	0,17	90,02	-2,94	435,00	136,59	30,05	-2,94	435,00	136,59	30,05	5,25	-435,00	-136,59	30,05	5,25	-435,00	-136,59	30,05
0,45	3	0,21	-3,50	4,28	579,39	0,17	95,83	-3,00	435,00	136,59	30,05	-3,00	435,00	136,59	30,05	4,28	-435,00	-136,59	30,05	4,28	-435,00	-136,59	30,05
0,50	3	0,24	-3,50	3,50	643,77	0,16	100,43	-3,05	435,00	136,59	30,05	-3,05	435,00	136,59	30,05	3,50	-435,00	-136,59	30,05	3,50	-435,00	-136,59	30,05
0,55	3	0,26	-3,50	2,86	708,14	0,15	103,81	-3,09	435,00	136,59	30,05	-3,09	435,00	136,59	30,05	2,86	-435,00	-136,59	30,05	2,86	-435,00	-136,59	30,05
0,60	3	0,28	-3,50	2,33	772,52	0,14	105,99	-3,13	435,00	136,59	30,05	-3,13	435,00	136,59	30,05	2,33	-435,00	-136,59	30,05	2,33	-435,00	-136,59	30,05
0,65	4	0,31	-3,50	1,88	836,90	0,13	106,96	-3,16	435,00	136,59	30,05	-3,16	435,00	136,59	30,05	1,88	-395,77	-124,27	27,34	1,88	-395,77	-124,27	27,34
0,70	4	0,33	-3,50	1,50	901,27	0,12	106,71	-3,18	435,00	136,59	30,05	-3,18	435,00	136,59	30,05	1,50	-315,00	-98,91	21,76	1,50	-315,00	-98,91	21,76
0,75	4	0,35	-3,50	1,17	965,65	0,11	105,26	-3,20	435,00	136,59	30,05	-3,20	435,00	136,59	30,05	1,17	-245,00	-76,93	16,92	1,17	-245,00	-76,93	16,92
0,80	4	0,38	-3,50	0,87	1030,03	0,10	102,59	-3,22	435,00	136,59	30,05	-3,22	435,00	136,59	30,05	0,87	-183,75	-57,70	12,69	0,87	-183,75	-57,70	12,69
0,85	4	0,40	-3,50	0,62	1094,40	0,09	98,72	-3,24	435,00	136,59	30,05	-3,24	435,00	136,59	30,05	0,62	-129,71	-40,73	8,96	0,62	-129,71	-40,73	8,96
0,90	4	0,42	-3,50	0,39	1158,78	0,08	93,63	-3,25	435,00	136,59	30,05	-3,25	435,00	136,59	30,05	0,39	-81,67	-25,64	5,64	0,39	-81,67	-25,64	5,64
0,95	4	0,45	-3,50	0,18	1223,15	0,07	87,33	-3,26	435,00	136,59	30,05	-3,26	435,00	136,59	30,05	0,18	-38,68	-12,15	2,67	0,18	-38,68	-12,15	2,67
1,00	4	0,47	-3,50	0,00	1287,53	0,06	79,83	-3,28	435,00	136,59	30,05	-3,28	435,00	136,59	30,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

x/d	R _c	F _{s,1}	F _{s,2}	F _{s,3}	F _{s,4}	N _d	R _f	N _{d+f}	M _c	M _{s,1}	M _{s,2}	M _{s,3}	M _{s,4}	M _d	M _f	M _{d+f}
	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kNxm	kNxm	kNxm	kNxm	kNxm	kNxm	kNxm	kNxm
0,05	64,38	-9,60	-9,60	-136,59	-136,59	-228,00	-145,77	-373,77	15,49	-2,11	-2,11	30,05	30,05	71,36	1,71	73,08
0,10	128,75	26,50	26,50	-136,59	-136,59	-91,43	-138,58	-230,01	29,77	5,83	5,83	30,05	30,05	101,53	3,26	104,78
0,15	193,13	66,85	66,85	-136,59	-136,59	53,65	-131,39	-77,75	42,84	14,71	14,71	30,05	30,05	132,35	4,63	136,98
0,20	257,51	112,24	112,24	-136,59	-136,59	208,80	-124,20	84,60	54,69	24,69	24,69	30,05	30,05	164,18	5,84	170,02
0,25	321,88	136,59	136,59	-136,59	-136,59	321,88	-117,01	204,87	65,34	30,05	30,05	30,05	30,05	185,54	6,87	192,42
0,30	386,26	136,59	136,59	-136,59	-136,59	386,26	-109,83	276,43	74,78	30,05	30,05	30,05	30,05	194,98	7,74	202,72
0,35	450,64	136,59	136,59	-136,59	-136,59	450,64	-102,64	348,00	83,01	30,05	30,05	30,05	30,05	203,21	8,44	211,65
0,40	515,01	136,59	136,59	-136,59	-136,59	515,01	-95,45	419,57	90,02	30,05	30,05	30,05	30,05	210,22	8,97	219,20
0,45	579,39	136,59	136,59	-136,59	-136,59	579,39	-88,26	491,13	95,83	30,05	30,05	30,05	30,05	216,03	9,33	225,36
0,50	643,77	136,59	136,59	-136,59	-136,59	643,77	-81,07	562,70	100,43	30,05	30,05	30,05	30,05	220,63	9,53	230,15
0,55	708,14	136,59	136,59	-136,59	-136,59	708,14	-73,88	634,26	103,81	30,05	30,05	30,05	30,05	224,01	9,55	233,56
0,60	772,52	136,59	136,59	-136,59	-136,59	772,52	-66,69	705,83	105,99	30,05	30,05	30,05	30,05	226,19	9,40	235,59
0,65	836,90	136,59	136,59	-124,27	-124,27	861,53	-59,50	802,03	106,96	30,05	30,05	27,34	27,34	221,73	9,09	230,82
0,70	901,27	136,59	136,59	-98,91	-98,91	976,63	-52,31	924,32	106,71	30,05	30,05	21,76	21,76	210,33	8,61	218,94
0,75	965,65	136,59	136,59	-76,93	-76,93	1084,97	-45,12	1039,85	105,26	30,05	30,05	16,92	16,92	199,20	7,95	207,16
0,80	1030,03	136,59	136,59	-57,70	-57,70	1187,81	-37,93	1149,88	102,59	30,05	30,05	12,69	12,69	188,08	7,13	195,21
0,85	1094,40	136,59	136,59	-40,73	-40,73	1286,13	-30,74	1255,38	98,72	30,05	30,05	8,96	8,96	176,73	6,14	182,88
0,90	1158,78	136,59	136,59	-25,64	-25,64	1380,67	-23,56	1357,12	93,63	30,05	30,05	5,64	5,64	165,01	4,98	169,99
0,95	1223,15	136,59	136,59	-12,15	-12,15	1472,04	-16,37	1455,67	87,33	30,05	30,05	2,67	2,67	152,78	3,65	156,43
1,00	1287,53	136,59	136,59	0,00	0,00	1560,71	-9,18	1551,53	79,83	30,05	30,05	0,00	0,00	139,93	2,16	142,08



APÊNDICE B - APLICAÇÃO DA PLANILHA PARA CRF COM 60 kg/m³ DE FIBRAS METÁLICAS

FLEXÃO COMPOSTA RETA

1. Dados da Seção

b=	0,20	m	largura da seção retangular
h=	0,50	m	altura da seção retangular

2. Posição e Área das Armaduras - Aço CA50 A

Barra	y_i m	$A_{s,i}$ cm ²	y_i^*
1	0,03	3,14	0,22
2	0,03	3,14	0,22
3	0,47	3,14	-0,22
4	0,47	3,14	-0,22
$y_{máx}$=	0,47		

d=	0,47	m
-----------	-------------	---

3. Dados do Concreto

Concreto

f_{ck} =	29,3 MPa
f_{cd} =	20,93 MPa
f_{cd} =	20928,57 kPa
$0,85 \times f_{cd}$	17789,29 kPa

Fibra

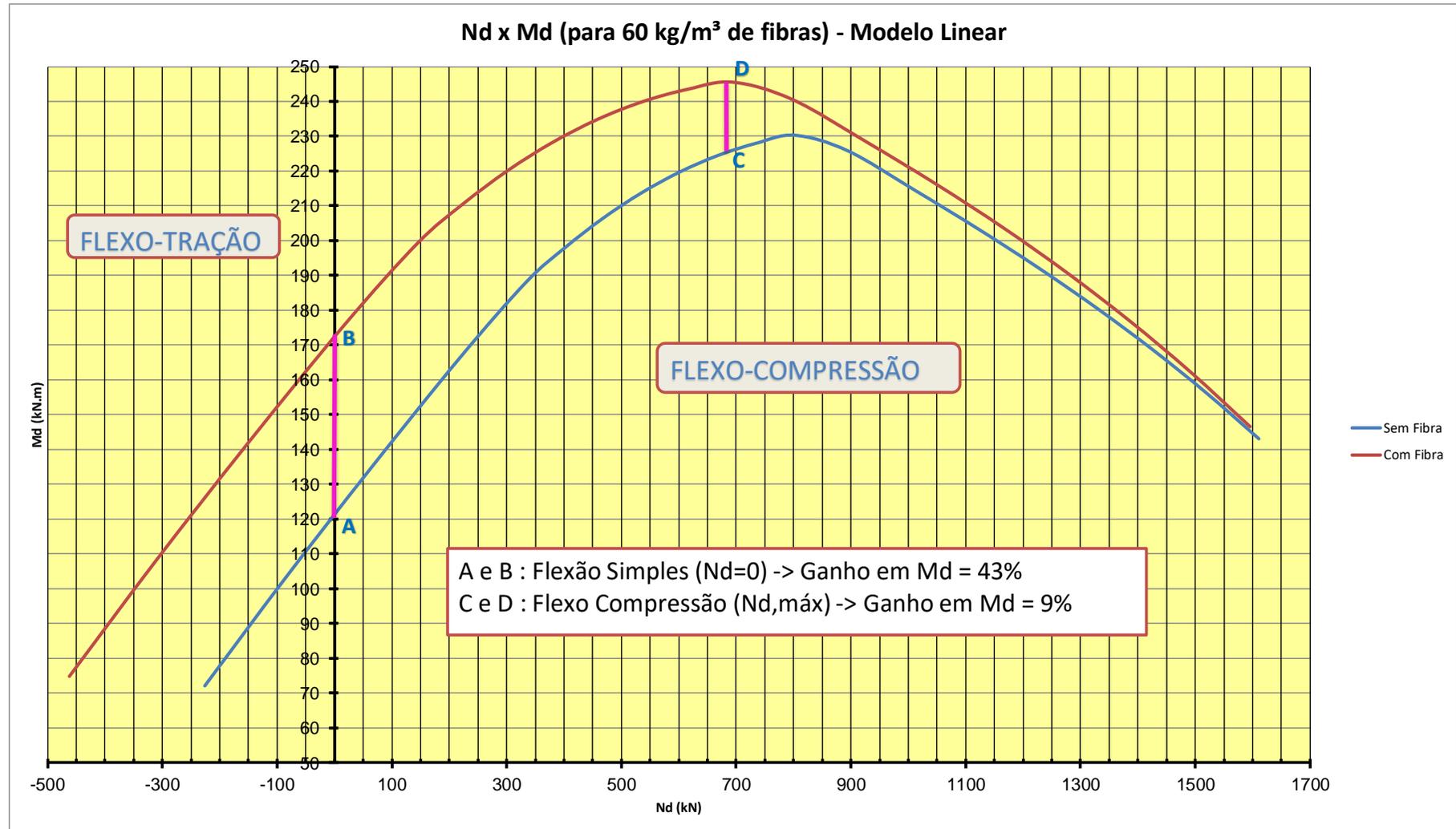
f_{R1} =	6760 kPa
f_{R3} =	9450 kPa
CMOD ₃ =	2,5 mm
w_u =	1,5 mm

f_{Fts} =	4252,50 kPa
f_{Ftuk} =	3724,80 kPa
f_{Ftud} =	2483,20 kPa

4. Cálculo dos pares Nd e Md

x/d	Domínio	x	$\varepsilon_{c,máx}$	$\varepsilon_{s,máx}$	R _c	z _c	M _c	$\varepsilon_{s,1}$	$\sigma_{s,1}$	F _{s,1}	M _{s,1}	$\varepsilon_{s,2}$	$\sigma_{s,2}$	F _{s,2}	M _{s,2}	$\varepsilon_{s,3}$	$\sigma_{s,3}$	F _{s,3}	M _{s,3}	$\varepsilon_{s,4}$	$\sigma_{s,4}$	F _{s,4}	M _{s,4}
		m	mm/m	mm/m	kN	m	kNxm	mm/m	MPa	kN	kNxm	mm/m	MPa	kN	kNxm	mm/m	MPa	kN	kNxm	mm/m	MPa	kN	kNxm
0,05	2	0,02	-0,53	10,00	66,89	0,24	16,09	0,15	-30,57	-9,60	-2,11	0,15	-30,57	-9,60	-2,11	10,00	-435,00	-136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05
0,10	2	0,05	-1,11	10,00	133,78	0,23	30,93	-0,40	84,40	26,50	5,83	-0,40	84,40	26,50	5,83	10,00	-435,00	-136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05
0,15	2	0,07	-1,76	10,00	200,66	0,22	44,51	-1,01	212,89	66,85	14,71	-1,01	212,89	66,85	14,71	10,00	-435,00	-136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05
0,20	2	0,09	-2,50	10,00	267,55	0,21	56,83	-1,70	357,45	112,24	24,69	-1,70	357,45	112,24	24,69	10,00	-435,00	-136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05
0,25	2	0,12	-3,33	10,00	334,44	0,20	67,89	-2,48	435,00	136,59	30,05	-2,48	435,00	136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05
0,30	3	0,14	-3,50	8,17	401,33	0,19	77,70	-2,76	435,00	136,59	30,05	-2,76	435,00	136,59	30,05	8,17	-435,00	-136,59	30,05	8,17	-435,00	-136,59	30,05
0,35	3	0,16	-3,50	6,50	468,21	0,18	86,25	-2,86	435,00	136,59	30,05	-2,86	435,00	136,59	30,05	6,50	-435,00	-136,59	30,05	6,50	-435,00	-136,59	30,05
0,40	3	0,19	-3,50	5,25	535,10	0,17	93,54	-2,94	435,00	136,59	30,05	-2,94	435,00	136,59	30,05	5,25	-435,00	-136,59	30,05	5,25	-435,00	-136,59	30,05
0,45	3	0,21	-3,50	4,28	601,99	0,17	99,57	-3,00	435,00	136,59	30,05	-3,00	435,00	136,59	30,05	4,28	-435,00	-136,59	30,05	4,28	-435,00	-136,59	30,05
0,50	3	0,24	-3,50	3,50	668,88	0,16	104,34	-3,05	435,00	136,59	30,05	-3,05	435,00	136,59	30,05	3,50	-435,00	-136,59	30,05	3,50	-435,00	-136,59	30,05
0,55	3	0,26	-3,50	2,86	735,76	0,15	107,86	-3,09	435,00	136,59	30,05	-3,09	435,00	136,59	30,05	2,86	-435,00	-136,59	30,05	2,86	-435,00	-136,59	30,05
0,60	3	0,28	-3,50	2,33	802,65	0,14	110,12	-3,13	435,00	136,59	30,05	-3,13	435,00	136,59	30,05	2,33	-435,00	-136,59	30,05	2,33	-435,00	-136,59	30,05
0,65	4	0,31	-3,50	1,88	869,54	0,13	111,13	-3,16	435,00	136,59	30,05	-3,16	435,00	136,59	30,05	1,88	-395,77	-124,27	27,34	1,88	-395,77	-124,27	27,34
0,70	4	0,33	-3,50	1,50	936,43	0,12	110,87	-3,18	435,00	136,59	30,05	-3,18	435,00	136,59	30,05	1,50	-315,00	-98,91	21,76	1,50	-315,00	-98,91	21,76
0,75	4	0,35	-3,50	1,17	1003,32	0,11	109,36	-3,20	435,00	136,59	30,05	-3,20	435,00	136,59	30,05	1,17	-245,00	-76,93	16,92	1,17	-245,00	-76,93	16,92
0,80	4	0,38	-3,50	0,87	1070,20	0,10	106,59	-3,22	435,00	136,59	30,05	-3,22	435,00	136,59	30,05	0,87	-183,75	-57,70	12,69	0,87	-183,75	-57,70	12,69
0,85	4	0,40	-3,50	0,62	1137,09	0,09	102,57	-3,24	435,00	136,59	30,05	-3,24	435,00	136,59	30,05	0,62	-129,71	-40,73	8,96	0,62	-129,71	-40,73	8,96
0,90	4	0,42	-3,50	0,39	1203,98	0,08	97,28	-3,25	435,00	136,59	30,05	-3,25	435,00	136,59	30,05	0,39	-81,67	-25,64	5,64	0,39	-81,67	-25,64	5,64
0,95	4	0,45	-3,50	0,18	1270,87	0,07	90,74	-3,26	435,00	136,59	30,05	-3,26	435,00	136,59	30,05	0,18	-38,68	-12,15	2,67	0,18	-38,68	-12,15	2,67
1,00	4	0,47	-3,50	0,00	1337,75	0,06	82,94	-3,28	435,00	136,59	30,05	-3,28	435,00	136,59	30,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

x/d	R _c	F _{s,1}	F _{s,2}	F _{s,3}	F _{s,4}	N _d	R _f	N _{d+f}	M _c	M _{s,1}	M _{s,2}	M _{s,3}	M _{s,4}	M _d	M _f	M _{d+f}
	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kNxm	kNxm	kNxm	kNxm	kNxm	kNxm	kNxm	kNxm
0,05	66,89	-9,60	-9,60	-136,59	-136,59	-225,49	-236,65	-462,14	16,09	-2,11	-2,11	30,05	30,05	71,97	2,78	74,75
0,10	133,78	26,50	26,50	-136,59	-136,59	-86,40	-224,98	-311,38	30,93	5,83	5,83	30,05	30,05	102,69	5,29	107,98
0,15	200,66	66,85	66,85	-136,59	-136,59	61,18	-213,31	-152,13	44,51	14,71	14,71	30,05	30,05	134,02	7,52	141,54
0,20	267,55	112,24	112,24	-136,59	-136,59	218,85	-201,64	17,21	56,83	24,69	24,69	30,05	30,05	166,31	9,48	175,79
0,25	334,44	136,59	136,59	-136,59	-136,59	334,44	-189,96	144,47	67,89	30,05	30,05	30,05	30,05	188,09	11,16	199,25
0,30	401,33	136,59	136,59	-136,59	-136,59	401,33	-178,29	223,03	77,70	30,05	30,05	30,05	30,05	197,90	12,57	210,47
0,35	468,21	136,59	136,59	-136,59	-136,59	468,21	-166,62	301,59	86,25	30,05	30,05	30,05	30,05	206,44	13,70	220,15
0,40	535,10	136,59	136,59	-136,59	-136,59	535,10	-154,95	380,15	93,54	30,05	30,05	30,05	30,05	213,73	14,57	228,30
0,45	601,99	136,59	136,59	-136,59	-136,59	601,99	-143,28	458,71	99,57	30,05	30,05	30,05	30,05	219,77	15,15	234,92
0,50	668,88	136,59	136,59	-136,59	-136,59	668,88	-131,61	537,27	104,34	30,05	30,05	30,05	30,05	224,54	15,46	240,01
0,55	735,76	136,59	136,59	-136,59	-136,59	735,76	-119,94	615,83	107,86	30,05	30,05	30,05	30,05	228,06	15,50	243,56
0,60	802,65	136,59	136,59	-136,59	-136,59	802,65	-108,27	694,39	110,12	30,05	30,05	30,05	30,05	230,32	15,27	245,59
0,65	869,54	136,59	136,59	-124,27	-124,27	894,18	-96,60	797,58	111,13	30,05	30,05	27,34	27,34	225,91	14,76	240,66
0,70	936,43	136,59	136,59	-98,91	-98,91	1011,79	-84,93	926,86	110,87	30,05	30,05	21,76	21,76	214,49	13,97	228,46
0,75	1003,32	136,59	136,59	-76,93	-76,93	1122,64	-73,25	1049,38	109,36	30,05	30,05	16,92	16,92	203,31	12,91	216,22
0,80	1070,20	136,59	136,59	-57,70	-57,70	1227,99	-61,58	1166,41	106,59	30,05	30,05	12,69	12,69	192,08	11,58	203,66
0,85	1137,09	136,59	136,59	-40,73	-40,73	1328,82	-49,91	1278,90	102,57	30,05	30,05	8,96	8,96	180,59	9,97	190,56
0,90	1203,98	136,59	136,59	-25,64	-25,64	1425,87	-38,24	1387,63	97,28	30,05	30,05	5,64	5,64	168,66	8,09	176,75
0,95	1270,87	136,59	136,59	-12,15	-12,15	1519,75	-26,57	1493,18	90,74	30,05	30,05	2,67	2,67	156,18	5,93	162,12
1,00	1337,75	136,59	136,59	0,00	0,00	1610,93	-14,90	1596,04	82,94	30,05	30,05	0,00	0,00	143,04	3,50	146,54



APÊNDICE C - APLICAÇÃO DA PLANILHA PARA CRF COM 75 kg/m^3 DE FIBRAS METÁLICAS

FLEXÃO COMPOSTA RETA

1. Dados da Seção

b=	0,20	m	largura da seção retangular
h=	0,50	m	altura da seção retangular

2. Posição e Área das Armaduras - Aço CA50 A

Barra	y_i	$A_{s,i}$	\dot{y}_i
	m	cm ²	
1	0,03	3,14	0,22
2	0,03	3,14	0,22
3	0,47	3,14	-0,22
4	0,47	3,14	-0,22
$y_{\text{máx}}=$	0,47		

d=	0,47	m
-----------	-------------	---

3. Dados do Concreto

Concreto

$f_{ck}=$	29,3 MPa
$f_{cd}=$	20,93 MPa
$f_{cd}=$	20928,57 kPa
$0,85 \times f_{cd}$	17789,29 kPa

Fibra

$f_{R1}=$	11160 kPa
$f_{R3}=$	18540 kPa
CMOD ₃ =	2,5 mm
$w_u=$	1,5 mm

$f_{Fts}=$	8343,00 kPa
$f_{Ftuk}=$	7560,00 kPa
$f_{Ftud}=$	5040,00 kPa

4. Cálculo dos pares Nd e Md

x/d	Domínio	x m	$\epsilon_{c,máx}$	$\epsilon_{s,máx}$	R_c	z_c	M_c	$\epsilon_{s,1}$	$\sigma_{s,1}$	$F_{s,1}$	$M_{s,1}$	$\epsilon_{s,2}$	$\sigma_{s,2}$	$F_{s,2}$	$M_{s,2}$	$\epsilon_{s,3}$	$\sigma_{s,3}$	$F_{s,3}$	$M_{s,3}$	$\epsilon_{s,4}$	$\sigma_{s,4}$	$F_{s,4}$	$M_{s,4}$
			mm/m	mm/m	kN	m	kNxm	mm/m	MPa	kN	kNxm	mm/m	MPa	kN	kNxm	mm/m	MPa	kN	kNxm	mm/m	MPa	kN	kNxm
0,05	2	0,02	-0,53	10,00	66,89	0,24	16,09	0,15	-30,57	-9,60	-2,11	0,15	-30,57	-9,60	-2,11	10,00	-435,00	-136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05
0,10	2	0,05	-1,11	10,00	133,78	0,23	30,93	-0,40	84,40	26,50	5,83	-0,40	84,40	26,50	5,83	10,00	-435,00	-136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05
0,15	2	0,07	-1,76	10,00	200,66	0,22	44,51	-1,01	212,89	66,85	14,71	-1,01	212,89	66,85	14,71	10,00	-435,00	-136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05
0,20	2	0,09	-2,50	10,00	267,55	0,21	56,83	-1,70	357,45	112,24	24,69	-1,70	357,45	112,24	24,69	10,00	-435,00	-136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05
0,25	2	0,12	-3,33	10,00	334,44	0,20	67,89	-2,48	435,00	136,59	30,05	-2,48	435,00	136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05	10,00	-435,00	-136,59	30,05
0,30	3	0,14	-3,50	8,17	401,33	0,19	77,70	-2,76	435,00	136,59	30,05	-2,76	435,00	136,59	30,05	8,17	-435,00	-136,59	30,05	8,17	-435,00	-136,59	30,05
0,35	3	0,16	-3,50	6,50	468,21	0,18	86,25	-2,86	435,00	136,59	30,05	-2,86	435,00	136,59	30,05	6,50	-435,00	-136,59	30,05	6,50	-435,00	-136,59	30,05
0,40	3	0,19	-3,50	5,25	535,10	0,17	93,54	-2,94	435,00	136,59	30,05	-2,94	435,00	136,59	30,05	5,25	-435,00	-136,59	30,05	5,25	-435,00	-136,59	30,05
0,45	3	0,21	-3,50	4,28	601,99	0,17	99,57	-3,00	435,00	136,59	30,05	-3,00	435,00	136,59	30,05	4,28	-435,00	-136,59	30,05	4,28	-435,00	-136,59	30,05
0,50	3	0,24	-3,50	3,50	668,88	0,16	104,34	-3,05	435,00	136,59	30,05	-3,05	435,00	136,59	30,05	3,50	-435,00	-136,59	30,05	3,50	-435,00	-136,59	30,05
0,55	3	0,26	-3,50	2,86	735,76	0,15	107,86	-3,09	435,00	136,59	30,05	-3,09	435,00	136,59	30,05	2,86	-435,00	-136,59	30,05	2,86	-435,00	-136,59	30,05
0,60	3	0,28	-3,50	2,33	802,65	0,14	110,12	-3,13	435,00	136,59	30,05	-3,13	435,00	136,59	30,05	2,33	-435,00	-136,59	30,05	2,33	-435,00	-136,59	30,05
0,65	4	0,31	-3,50	1,88	869,54	0,13	111,13	-3,16	435,00	136,59	30,05	-3,16	435,00	136,59	30,05	1,88	-395,77	-124,27	27,34	1,88	-395,77	-124,27	27,34
0,70	4	0,33	-3,50	1,50	936,43	0,12	110,87	-3,18	435,00	136,59	30,05	-3,18	435,00	136,59	30,05	1,50	-315,00	-98,91	21,76	1,50	-315,00	-98,91	21,76
0,75	4	0,35	-3,50	1,17	1003,32	0,11	109,36	-3,20	435,00	136,59	30,05	-3,20	435,00	136,59	30,05	1,17	-245,00	-76,93	16,92	1,17	-245,00	-76,93	16,92
0,80	4	0,38	-3,50	0,87	1070,20	0,10	106,59	-3,22	435,00	136,59	30,05	-3,22	435,00	136,59	30,05	0,87	-183,75	-57,70	12,69	0,87	-183,75	-57,70	12,69
0,85	4	0,40	-3,50	0,62	1137,09	0,09	102,57	-3,24	435,00	136,59	30,05	-3,24	435,00	136,59	30,05	0,62	-129,71	-40,73	8,96	0,62	-129,71	-40,73	8,96
0,90	4	0,42	-3,50	0,39	1203,98	0,08	97,28	-3,25	435,00	136,59	30,05	-3,25	435,00	136,59	30,05	0,39	-81,67	-25,64	5,64	0,39	-81,67	-25,64	5,64
0,95	4	0,45	-3,50	0,18	1270,87	0,07	90,74	-3,26	435,00	136,59	30,05	-3,26	435,00	136,59	30,05	0,18	-38,68	-12,15	2,67	0,18	-38,68	-12,15	2,67
1,00	4	0,47	-3,50	0,00	1337,75	0,06	82,94	-3,28	435,00	136,59	30,05	-3,28	435,00	136,59	30,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

x/d	R_c	$F_{s,1}$	$F_{s,2}$	$F_{s,3}$	$F_{s,4}$	N_d	R_i	N_{d+if}	M_c	$M_{s,1}$	$M_{s,2}$	$M_{s,3}$	$M_{s,4}$	M_d	M_l	M_{d+if}
	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kN	kNxm	kNxm	kNxm	kNxm	kNxm	kNxm	kNxm	kNxm
0,05	66,89	-9,60	-9,60	-136,59	-136,59	-225,49	-480,31	-705,80	16,09	-2,11	-2,11	30,05	30,05	71,97	5,64	77,61
0,10	133,78	26,50	26,50	-136,59	-136,59	-86,40	-456,62	-543,03	30,93	5,83	5,83	30,05	30,05	102,69	10,73	113,42
0,15	200,66	66,85	66,85	-136,59	-136,59	61,18	-432,94	-371,76	44,51	14,71	14,71	30,05	30,05	134,02	15,26	149,28
0,20	267,55	112,24	112,24	-136,59	-136,59	218,85	-409,25	-190,40	56,83	24,69	24,69	30,05	30,05	166,31	19,23	185,55
0,25	334,44	136,59	136,59	-136,59	-136,59	334,44	-385,56	-51,12	67,89	30,05	30,05	30,05	30,05	188,09	22,65	210,74
0,30	401,33	136,59	136,59	-136,59	-136,59	401,33	-361,87	39,45	77,70	30,05	30,05	30,05	30,05	197,90	25,51	223,41
0,35	468,21	136,59	136,59	-136,59	-136,59	468,21	-338,18	130,03	86,25	30,05	30,05	30,05	30,05	206,44	27,82	234,26
0,40	535,10	136,59	136,59	-136,59	-136,59	535,10	-314,50	220,61	93,54	30,05	30,05	30,05	30,05	213,73	29,56	243,30
0,45	601,99	136,59	136,59	-136,59	-136,59	601,99	-290,81	311,18	99,57	30,05	30,05	30,05	30,05	219,77	30,75	250,52
0,50	668,88	136,59	136,59	-136,59	-136,59	668,88	-267,12	401,76	104,34	30,05	30,05	30,05	30,05	224,54	31,39	255,93
0,55	735,76	136,59	136,59	-136,59	-136,59	735,76	-243,43	492,33	107,86	30,05	30,05	30,05	30,05	228,06	31,46	259,53
0,60	802,65	136,59	136,59	-136,59	-136,59	802,65	-219,74	582,91	110,12	30,05	30,05	30,05	30,05	230,32	30,98	261,31
0,65	869,54	136,59	136,59	-124,27	-124,27	894,18	-196,06	698,12	111,13	30,05	30,05	27,34	27,34	225,91	29,95	255,85
0,70	936,43	136,59	136,59	-98,91	-98,91	1011,79	-172,37	839,42	110,87	30,05	30,05	21,76	21,76	214,49	28,35	242,85
0,75	1003,32	136,59	136,59	-76,93	-76,93	1122,64	-148,68	973,96	109,36	30,05	30,05	16,92	16,92	203,31	26,20	229,52
0,80	1070,20	136,59	136,59	-57,70	-57,70	1227,99	-124,99	1103,00	106,59	30,05	30,05	12,69	12,69	192,08	23,50	215,58
0,85	1137,09	136,59	136,59	-40,73	-40,73	1328,82	-101,30	1227,51	102,57	30,05	30,05	8,96	8,96	180,59	20,24	200,82
0,90	1203,98	136,59	136,59	-25,64	-25,64	1425,87	-77,62	1348,26	97,28	30,05	30,05	5,64	5,64	168,66	16,42	185,08
0,95	1270,87	136,59	136,59	-12,15	-12,15	1519,75	-53,93	1465,82	90,74	30,05	30,05	2,67	2,67	156,18	12,04	168,22
1,00	1337,75	136,59	136,59	0,00	0,00	1610,93	-30,24	1580,69	82,94	30,05	30,05	0,00	0,00	143,04	7,11	150,15

