



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS**  
**DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA APLICADA**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ESTATÍSTICA**

**VALDELÍCIA VIEIRA DA SILVA**

**DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE POR BATELADAS PARA A MÉDIA  
NA PRESENÇA DE ALTERAÇÕES NA MÉDIA E NA VARIÂNCIA DO PROCESSO:  
UMA ABORDAGEM PRÁTICA**

**FORTALEZA**

**2022**

VALDELÍCIA VIEIRA DA SILVA

DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE POR BATELADAS PARA A MÉDIA NA  
PRESENÇA DE ALTERAÇÕES NA MÉDIA E NA VARIÂNCIA DO PROCESSO: UMA  
ABORDAGEM PRÁTICA

Monografia apresentada à Coordenação do  
Curso de Graduação em Estatística do Centro  
de Ciências da Universidade Federal do Ceará,  
como requisito parcial à obtenção do grau de  
bacharel em Estatística.

Orientador: Prof. Dr. João Welliandre  
Carneiro Alexandre

FORTALEZA

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Sistema de Bibliotecas  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

S584d Silva, Valdelícia Vieira da.

Desempenho do gráfico de controle por bateladas para a média na presença de alterações na média e na variância do processo: uma abordagem prática / Valdelícia Vieira da Silva. – 2022.  
52 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências,  
Curso de Estatística, Fortaleza, 2022.

Orientação: Prof. Dr. João Welliandre Carneiro Alexandre.

1. Gráfico de controle por bateladas. 2. Desempenho. 3. Abordagem prática. I. Título.

CDD 519.5

---

VALDELÍCIA VIEIRA DA SILVA

DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE POR BATELADAS PARA A MÉDIA NA  
PRESENÇA DE ALTERAÇÕES NA MÉDIA E NA VARIÂNCIA DO PROCESSO: UMA  
ABORDAGEM PRÁTICA

Monografia apresentada à Coordenação do  
Curso de Graduação em Estatística do Centro  
de Ciências da Universidade Federal do Ceará,  
como requisito parcial à obtenção do grau de  
bacharel em Estatística.

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. João Welliandre Carneiro  
Alexandre (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Júlio Francisco Barros Neto  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dra. Sílvia Maria de Freitas  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

A Deus por ter guiado meu caminho. Aos meus pais, que se dedicaram ao máximo para minha formação. Minhas irmãs e sobrinha, que me dão força. Aos meus professores, que me deram inspiração e incentivo para lutar pelos meus sonhos.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiro a Deus, por todos os momentos vivenciados na Universidade Federal do Ceará e por ter guiado meu caminho, fazendo com que eu conhecesse o curso de Estatística e por ter colocado pessoas tão incríveis em minha vida.

Aos meus pais, minha mãe Rosangela e meu pai Valdi, por acreditar em mim e ter me dado todo o incentivo necessário para eu alcançar meus objetivos. As minhas irmãs Roselane e Luana e minha sobrinha Lorena, que são alegrias em minha vida. Vocês cinco são meu bem mais precioso, obrigado por todo carinho e força, amo vocês.

À minha tia Zilma e meu tio Eduardo, que me acolheram em seu lar de braços abertos e me deram todo o incentivo necessário quando me mudei para Fortaleza para cursar Estatística. Obrigado tio e tia, nenhuma palavra ou gesto conseguirá retribuir tudo o que fizeram por mim, sou muito grata a vocês.

À minha prima Lane e toda minha família, que diante as dificuldades me deram toda força necessária para que eu continuasse estudando, vocês são a família mais maravilhosa do mundo.

Ao meu orientador, professor João Welliandre Carneiro Alexandre, agradeço por toda a orientação desde os trabalhos de tutoria do PET até a monografia. Obrigado por todo conhecimento compartilhado, conselhos e paciência.

Agradeço ao meu amigo Marcelo, que desde 2019 é meu parceiro de trabalhos, estudos e dramas. Marcelo você é uma pessoa maravilhosa, abençoado seja o dia que você escolheu seguir na mesma linha de pesquisa que eu.

Ao PET-Estatística e a Gauss, onde vivenciei experiências incríveis, tive a oportunidade de assumir responsabilidades tão desafiadoras e conheci pessoas maravilhosas que vou levar comigo para toda uma vida.

Agradeço também, a banca examinadora, professor Júlio Francisco Barros Neto e professora Silvia Maria de Freitas, pela disponibilidade e prontidão.

Ao Luan (rei da estatística), Letícia e Anderson, por todos os momentos e horas de estudo compartilhado; ao Matheus Ferreira, por toda disponibilidade e paciência que teve ao tirar minhas inúmeras dúvidas durante todo o curso.

Finalizando, não poderia deixar de agradecer aos meus fiéis companheiros: Diully e Batista. Vocês foram uns dos maiores presentes que a UFC me deu. Obrigado pela amizade, parceria, momentos compartilhados e tudo.

## RESUMO

O Gráfico de Controle Estatístico do Processo (GCEP) deve sua origem a Walter Shewhart no início do século XX, consistindo em uma ferramenta adequada para inspecionar e avaliar um processo de produção. O gráfico proposto inicialmente por Shewhart leva em consideração a média e a variabilidade do processo. Em um processo produtivo por bateladas pode ocorrer variações dentro de cada batelada ou lote e uma variabilidade entre as bateladas. As diferenças entre as bateladas devem ser entendidas como parte do processo e devem ser incorporadas no gráfico de controle aplicado. Dentro deste contexto, os gráficos de controle por bateladas são construídos a partir do Gráfico  $\bar{X}$  para monitorar o nível da qualidade e o Gráfico  $Rm$  para monitorar a variabilidade do processo. Logo, o objetivo geral deste trabalho é investigar o desempenho do gráfico de controle por bateladas para a média na presença de alterações na média e variância do processo. Como metodologia de pesquisa foi utilizada uma base de dados retirada da dissertação de Siqueira (2017), referente a concentração de um determinado produto químico armazenado, que é um herbicida nomeado na pesquisa como Ativo A 95%. Seu trabalho apresentou a aplicação do gráfico de controle por bateladas, todavia, não tratou do desempenho do mesmo. Desta forma, o presente trabalho realizou simulações no processo a partir de alterações na média, desvio padrão e na média e desvio padrão simultaneamente e posteriormente calculou a probabilidade de detecção de falhas e o número médio de amostras ou inspeções até a detecção da primeira falha no processo. Como resultado, o gráfico de controle por bateladas mostrou bom desempenho na detecção de falhas diante a presença de alterações na produção.

**Palavras-chave:** gráfico de controle por bateladas; desempenho; abordagem prática.

## ABSTRACT

The Statistical Process Control Chart (GCEP) owes its origin to Walter Shewhart at the beginning of the 20th century, consisting of an adequate tool to inspect and evaluate a production process. The graph initially proposed by Shewhart takes into account the mean and variability of the process. In a batch production process, variations may occur within each batch or batch and variability between batches. Differences between batches must be understood as part of the process and must be incorporated into the applied control chart. Within this context, the batch control charts are built from the  $(\bar{X})$  Chart to monitor the quality level and a  $(Rm)$  Chart to monitor the process variability. Therefore, the general objective of this work is to investigate the performance of the batch control chart for the mean in the presence of changes in the mean and variance of the process. As a research methodology, a database taken from Siqueira's dissertation (2017) was used, referring to the concentration of a certain stored chemical, which is a herbicide named in the research as Active A 95%. In his work, it was presented an application of the batch control chart, however, did not address its performance. In this way, the present work carried out simulations in the process from changes in the mean, standard deviation and in the mean and standard deviation simultaneously and later calculated the probability of detection of failures and the average number of samples or inspections until the detection of the first failure in the process. As a result, the batch control chart showed good performance in detecting failures in the presence of changes in production.

**Keywords:** batch control chart; performance; practical approach.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Gráfico de controle de Shewhart . . . . .	15
Figura 2 – Gráfico de controle para $\bar{X}$ . . . . .	19
Figura 3 – Gráfico de controle para $R_m$ . . . . .	19
Figura 4 – Fluxograma com as etapas do processo produtivo . . . . .	23
Figura 5 – Painel supervisorio para comando da fabricação do formulado nos reatores .	23
Figura 6 – Gráfico de controle $X$ para A 95% . . . . .	26
Figura 7 – Gráfico de controle $R_m$ para A 95% . . . . .	26
Figura 8 – Gráfico de controle $X$ para A 95% - sem o 26° ponto . . . . .	27
Figura 9 – Gráfico de controle $R_m$ para A 95% - sem o 26° ponto . . . . .	28
Figura 10 – Probabilidade de detecção com alteração ( $\delta$ ) na média . . . . .	33
Figura 11 – $NMA_{2,1}$ : Alteração ( $\delta$ ) na média . . . . .	34
Figura 12 – Probabilidade de detecção com alteração ( $\lambda$ ) no desvio padrão . . . . .	35
Figura 13 – $NMA_{2,2}$ : Alteração ( $\lambda$ ) no desvio padrão . . . . .	36
Figura 14 – Probabilidade de detecção com alteração ( $\delta$ ) na média e alteração ( $\lambda$ ) no desvio padrão conjuntamente . . . . .	39
Figura 15 – $NMA_{2,3}$ : Alteração ( $\delta$ ) na média e alteração ( $\lambda$ ) no desvio padrão conjuntamente . . . . .	39

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Matriz de dados para a construção do gráfico de controle por lotes . . . . .	18
Tabela 2 – Especificação do produto . . . . .	24
Tabela 3 – Matriz dos dados coletados do teor para o produto A 95% . . . . .	25
Tabela 4 – Teste de normalidade Shapiro-Wilk . . . . .	29
Tabela 5 – Desempenho do gráfico de controle por bateladas para $X$ com alteração na média do processo . . . . .	32
Tabela 6 – Desempenho do gráfico de controle por bateladas para $X$ com alteração no desvio padrão do processo . . . . .	35
Tabela 7 – Desempenho do gráfico de controle para $\bar{X}$ com alteração na média e desvio padrão do processo simultaneamente . . . . .	38

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>1.1</b>	<b>Contextualização</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos</b> . . . . .	<b>12</b>
<b>1.2.1</b>	<i>Objetivo Geral</i> . . . . .	<b>12</b>
<b>1.2.2</b>	<i>Objetivos Específicos</i> . . . . .	<b>12</b>
<b>1.3</b>	<b>Metodologia de Pesquisa Aplicada neste Trabalho</b> . . . . .	<b>13</b>
<b>1.4</b>	<b>Estrutura do Trabalho</b> . . . . .	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>CONCEITUANDO GRÁFICOS DE CONTROLE POR BATELADAS</b> .	<b>14</b>
<b>2.1</b>	<b>Definindo gráfico de Shewhart</b> . . . . .	<b>14</b>
<b>2.2</b>	<b>Gráfico por bateladas</b> . . . . .	<b>17</b>
<b>2.3</b>	<b>Estrutura probabilística para determinar o NMA do gráfico por bateladas</b>	<b>20</b>
<b>3</b>	<b>APLICAÇÃO DO GRÁFICO DE CONTROLE POR BATELADAS</b> . .	<b>22</b>
<b>3.1</b>	<b>Descrição do Processo produtivo</b> . . . . .	<b>22</b>
<b>3.2</b>	<b>Descrição dos dados</b> . . . . .	<b>24</b>
<b>3.3</b>	<b>Aplicação do gráfico de controle por bateladas e resultados</b> . . . . .	<b>25</b>
<b>4</b>	<b>DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE POR BATELADA NA PRESENÇA DE ALTERAÇÕES</b> . . . . .	<b>29</b>
<b>4.1</b>	<b>Teste de Normalidade</b> . . . . .	<b>29</b>
<b>4.2</b>	<b>Alterações assumidas no processo</b> . . . . .	<b>29</b>
<b>4.3</b>	<b>Desempenho na presença de alterações</b> . . . . .	<b>30</b>
<b>4.3.1</b>	<i>Alteração na média</i> . . . . .	<b>31</b>
<b>4.3.2</b>	<i>Alteração no desvio padrão do processo</i> . . . . .	<b>34</b>
<b>4.3.3</b>	<i>Alteração na média e desvio padrão do processo simultaneamente</i> . . . . .	<b>37</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b> . . . . .	<b>41</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>42</b>
	<b>APÊNDICES</b> . . . . .	<b>43</b>
	<b>APÊNDICE A – PROGRAMAÇÃO NO R PARA A CONSTRUÇÃO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE POR BATELA- DAS E TESTE DE NORMALIDADE</b> . . . . .	<b>43</b>

<b>APÊNDICE B-PROGRAMAÇÃO NO R PARA O DESEMPENHO DO</b>	
<b>GRÁFICO POR BATELADAS . . . . .</b>	<b>47</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Nesta seção será apresentado a contextualização da pesquisa, objetivo geral, objetivos específicos e metodologia. E, por fim, será apresentada a estrutura do trabalho.

## 1.1 Contextualização

A busca pela a qualidade é fundamental no atual cenário competitivo das indústrias, sendo reconhecida pelo mercado como uma força de nível interno e externo. No entanto, até atingir o nível de maturidade e informação que se tem na atualidade o processo de evolução da qualidade se deu de forma gradativa e lenta (GARVIN, 1994).

Segundo Werkema (1995), o Controle Estatístico do Processo (CEP) deve sua origem a Walter Shewhart, consistindo em uma técnica que pode monitorar e analisar um processo de produção com o intuito de prevenir e detectar variações na produção. Deste modo, foi constatado por Shewhart duas fontes de variações: a variação casual ou aleatória e a variação especial ou assinalável. A variação casual é natural ao processo mantendo a variabilidade fixa e instável, ou seja, o processo está sob controle estatístico. Já a variação especial é oriunda de processos fora de controle estatístico, pois o processo adquire um comportamento absolutamente diferente do usual, resultando em um distanciamento no nível da qualidade.

De acordo com Montgomery (2004), o CEP tem como objetivo fazer o reconhecimento dessas causas especiais e delinear estratégias para eliminá-las, para isso utiliza-se de uma ferramenta que é capaz de monitorar o processo em tempo real e reduzir essa variabilidade, que é o Gráfico de Controle Estatístico do Processo (GCEP).

O GCEP foi desenvolvido por Walter Shewhart no início do século XX, consistindo em uma ferramenta capaz de inspecionar a variabilidade de um processo de produção. Dessa forma, ele identifica e reduz falhas, possibilitando a garantia da qualidade durante a fabricação e não apenas na inspeção final.

Conforme Werkema (1995), a construção de gráficos de controle é obtida por meio da plotagem de pontos que representam as variáveis em estudo.

De modo geral, O GCEP é constituído de Limites de Controle estatisticamente determinados: LIC (Limite Inferior de Controle), LC (Limite Central) e LSC (Limite Superior de Controle). Se os pontos ultrapassam os limites inferior e superior significa que o processo está fora de controle.

Uma característica importante na construção do gráfico de controle, inicialmente proposto por Shewhart, é que na determinação dos limites de controle é levado em consideração na construção dos limites de controle para a média a variação dentro de cada amostra. Quando se está monitorando um processo produtivo por bateladas deve ser levado em consideração a variação dentro de cada batelada (lote) e a variação entre as bateladas.

Segundo Ramos (2000), as diferenças entre bateladas devem ser entendidas como parte do comportamento do processo e, portanto, devem ser incorporadas no gráfico de controle aplicado. Logo, é comum que existam diferenças de variabilidade entre as bateladas quando os lotes não são homogêneos e quando as fontes de variação são diferentes das que levam a variabilidade dentro do lote.

Deste modo, a construção de um gráfico de controle por bateladas se dar através de um Gráfico  $\bar{X}$  (média) para monitorar o nível da qualidade e de um gráfico  $R_m$  (amplitude móvel) para monitorar a variabilidade do processo.

De acordo com Ramos (2000), o gráfico de controle por bateladas é comumente utilizado em indústrias químicas ou farmacêuticas, por exemplo, no monitoramento da fabricação de defensivos agrícolas, visto que, o processo se dar por meio de bateladas.

Desta forma, os dados utilizados neste trabalho são referentes a formulação de um defensivo agrícola (A 95%), em que será analisado o desempenho do gráfico de controle por bateladas na presença de alterações no processo. Mais detalhes sobre o processo produtivo do formulado A 95% podem ser encontrados em Siqueira (2017).

## **1.2 Objetivos**

Para conduzir a percepção do trabalho, foram definidos os seguintes objetivos.

### **1.2.1 Objetivo Geral**

O objetivo geral deste trabalho consiste em:

Investigar o desempenho do gráfico por bateladas para média na presença de alterações na média e variância do processo.

### **1.2.2 Objetivos Específicos**

1. Apresentar a aplicação de Gráficos de Controle por Bateladas;

2. Determinar a estrutura probabilística dos Gráficos de Controle por Bateladas;
3. Determinar o Número Médio de Amostras (NMA) necessárias para detecção da falha no processo.

### **1.3 Metodologia de Pesquisa Aplicada neste Trabalho**

A base de dados utilizada e descrição do processo produtivo foram retiradas de Siqueira (2017). Tendo em vista, que recursos computacionais são utilizados para auxiliar na monitoração de um processo produtivo, no presente trabalho é empregado de maneira gradativa o *software* livre R (R Core Team, 2021) e o Excel 365 (Microsoft Excel, 2019), ambos têm domínio público e possuem várias ferramentas que podem auxiliar no desenvolvimento e análise do trabalho.

### **1.4 Estrutura do Trabalho**

O presente trabalho está dividido da seguinte forma:

- Inicia-se com a introdução e objetivos do trabalho;
- A segunda seção é focada na definição do gráfico de controle tradicional e por bateladas e a exposição do cálculo do NMA para gráficos por bateladas;
- A terceira seção tem como foco a aplicação do gráfico de controle por bateladas;
- A quarta seção traz o desempenho do gráfico na presença de alterações;
- A quinta traz os resultados e conclusões acerca dos assuntos abordados nas seções anteriores.
- Por fim, são apresentadas as referências e os apêndices.

## 2 CONCEITUANDO GRÁFICOS DE CONTROLE POR BATELADAS

Esta seção apresentará uma breve introdução ao modelo geral de Shewhart. Também são apresentadas definições para o gráfico de controle por bateladas e a estrutura probabilística para determinar o NMA (Número Médio de Amostras).

### 2.1 Definindo gráfico de Shewhart

De acordo com Montgomery (2009), o controle estatístico do processo é formado por um conjunto de ferramentas de decisão de problemas que tem por objetivos medir, monitorar, controlar e melhorar a qualidade do processo. Desta forma, os gráficos de controle estatísticos foram introduzidos por Dr. Walter Andrew Shewhart, em 1924, com uma proposta de melhorar a qualidade através de técnicas mais formais.

Ademais, todo processo produtivo sofre variações que podem ser controladas ou não, desta forma, tem-se a variação por causas comuns e a variação por causas especiais. A primeira é característica do processo e pode ser controlada, pois pode ocorrer em decorrência da temperatura, por exemplo. Já a segunda variação necessita de ações de correção visto que afeta o comportamento do processo de forma imprevisível, que pode ocorrer em decorrência de erros de operações, por exemplo. Desta forma, o controle estatístico do processo e o gráfico de controle estatístico são ferramentas fundamentais para identificação dos diferentes tipos de variação e auxílio na tomada de decisões.

De acordo com Werkema (1995), um gráfico de controle não identifica quais são as causas especiais que levam a variação do processo, mas ele pode processar e fornecer informações que podem ser utilizadas na identificação destas causas.

O gráfico de controle estatístico do processo (GCEP) apresenta três linhas: a linha superior (Limite Superior de Controle), a linha central (Limite Central de Controle) e uma linha inferior (Limite Inferior de Controle). O processo é considerado sob controle se os pontos estiverem dispostos entre os limites e apresentarem comportamento aleatório, caso os pontos caiam fora desses limites o processo está fora de controle e ações devem ser realizadas para corrigir esta situação (WERKEMA, 1995).

Assim, a partir dessa autora, para o princípio geral do gráfico de controle de Shewhart para a média tem-se que a cada intervalo de tempo  $h$ , retira-se uma amostra de tamanho  $n$  e determina-se a média amostral  $\bar{X}$ . Se  $\bar{X}$  cair dentro dos limites de controle preestabelecidos e



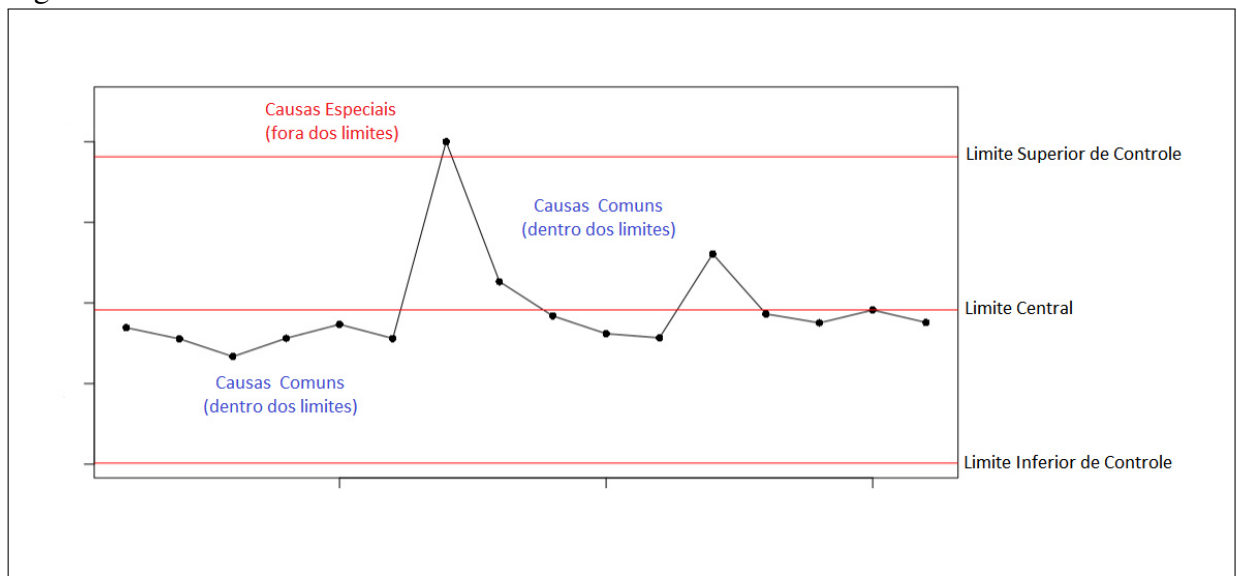
apresentar comportamento aleatório, o processo é dito sob controle estatístico; caso contrário, o processo é dito fora de controle. Assim, tem-se que os limites de controle podem ser obtidos da seguinte forma (modelo geral):

$$LIC_X = \mu_X - L\sigma_X \quad LC_X = \mu_X \quad LSC_X = \mu_X + L\sigma_X \quad (2.1)$$

em que  $X$  representa a característica do processo a ser monitorada,  $\mu_X$  a média do processo,  $\sigma_X$  o desvio padrão do processo e  $L$  é o fator de largura do gráfico.

A Figura 1 apresenta um exemplo do gráfico de controle de Shewhart

Figura 1 – Gráfico de controle de Shewhart



Fonte: Elaborado pela autora(2022).

Segundo Werkema (1995), podem existir dois tipos de gráficos de controle: gráficos de controle para variáveis que é quando a qualidade e suas características são expressas por números através de uma escala contínua de medidas, por exemplo, reação química e espessura de uma peça; gráficos de controle para atributos que é quando as medidas resultam de contagens de números de itens de produtos que apresentem um atributo comum de interesse, por exemplo, número de peças defeituosas.

Entre os gráficos de controle mais utilizados tem-se os seguintes gráficos para variáveis: gráfico da média  $\bar{x}$ , gráfico da amplitude  $R$ , gráfico do desvio padrão  $S$  e gráficos de medidas individuais  $x$ ; para os gráficos para atributos: gráfico de proporção de defeitos  $p$  e gráfico do número de defeitos  $c$ .

O gráfico  $\bar{X}$  monitora o nível da qualidade através da média do processo, já o gráfico  $R$  monitora a variabilidade do processo. Logo, os dois gráficos devem ser empregados simultaneamente (WERKEMA, 1995).

De acordo com Ramos (2000), um modelo geral para o cálculo dos limites de controle para o gráfico  $\bar{X}$  pode ser obtido da seguinte forma:

$$LIC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} - L\sigma_{\bar{X}} \quad LC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} \quad LSC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} + L\sigma_{\bar{X}} \quad (2.2)$$

em que  $\mu_{\bar{X}}$  é a média da distribuição de  $\bar{X}$ , assumida como igual a média do processo;  $\sigma_{\bar{X}}$  é o desvio padrão da distribuição de  $\bar{X}$ , calculado a partir do desvio padrão do processo;  $L$  é o fator de largura.

Para a amplitude tem-se o seguinte modelo geral:

$$LIC_R = \mu_R - L\sigma_R \quad LC_R = \mu_R \quad LSC_R = \mu_R + L\sigma_R \quad (2.3)$$

sendo  $\mu_R$  a média das amplitudes do processo,  $\sigma_R$  o desvio padrão da distribuição da amplitude e  $L$  é o fator de largura (em geral assume-se  $L = 3$ ) (WERKEMA, 1995).

Como citado anteriormente neste trabalho, o gráfico é dito sob controle quando os pontos estão dentro dos limites de controle e quando apresentam padrões aleatórios. De acordo com Werkema (1995), alguns dos critérios que indicam que o processo está com instabilidade podem ser vistas através dos gráficos de controle de Shewhart quando:

- Pontos fora dos limites de controle;

- Existe sequência, situação em que pontos consecutivos incidem em um dos lados da linha central,
  - Pelo menos 10 de 11 pontos consecutivos incidem num mesmo lado da linha central;
  - Pelo menos 12 de 14 pontos consecutivos incidem num mesmo lado da linha central;
  - Pelo menos 16 de 20 pontos consecutivos incidem num mesmo lado da linha central.
- Existe tendência;
- Existe proximidade dos limites de controle;
- Existe proximidade da linha central;
- Existe periodicidade.

Algumas causas possíveis que podem provocar um comportamento de sequência no processo são: introdução de novas máquinas, operadores e matéria prima; mudanças no método de inspeção ou de procedimentos operacionais. O comportamento de tendência pode ser provocado por desgaste de equipamentos, condições ambientais, cansaço dos operadores, etc. Quando existe proximidade dos limites de controle uma das causas pode ser a distribuição diferente de máquinas. Já a proximidade da linha central pode ser resultado de erros no cálculo dos limites de controle e má formação de subgrupos. Por fim, tem-se a periodicidade, que pode ser relacionada a alterações sazonais na matéria prima, rotatividade regular de operadores ou máquinas, etc.

De acordo com Montgomery (2004), existe uma estreita relação entre gráficos de controle e teste de hipóteses, visto que, um dos objetivos do gráfico de controle é testar se o processo está ou não está fora de controle estatístico.

## 2.2 Gráfico por bateladas

Diferente do gráfico de controle inicialmente proposto por Shewhart, o gráfico de controle por bateladas não leva em consideração apenas a variabilidade dentro de cada amostra para determinar os limites de controle para a média, visto que, em um processo por bateladas podem existir variabilidade entre as bateladas e variação dentro de cada batelada.

Dentro deste contexto, o gráfico de controle por bateladas é construído a partir de um gráfico para a média ( $\bar{X}$ ) e um gráfico para a amplitude móvel ( $Rm$ ), que monitoram o nível da qualidade e variabilidade do processo, respectivamente.

A Tabela 1 apresenta a matriz de dados para um modelo geral de um processo por bateladas.

Tabela 1 – Matriz de dados para a construção do gráfico de controle por lotes

Lotes	Descrição das amostras					$\bar{x}$	Rm
1	$X_{1,1}$	$X_{1,2}$	$X_{1,3}$	...	$X_{1,n}$	$\bar{x}_1$	-
2	$X_{2,1}$	$X_{2,2}$	$X_{2,3}$	...	$X_{2,n}$	$\bar{x}_2$	$ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 $
3	$X_{3,1}$	$X_{3,2}$	$X_{3,3}$	...	$X_{3,n}$	$\bar{x}_3$	$ \bar{x}_2 - \bar{x}_3 $
...	...	...	...	...	...	...	...
K	$X_{K,1}$	$X_{K,2}$	$X_{K,3}$	...	$X_{K,n}$	$\bar{x}_K$	$ \bar{x}_{K-1} - \bar{x}_K $
Total						$\bar{\bar{X}} = \sum \bar{X} / K$	$\bar{R}m = \frac{\sum Rm}{K-1}$

Fonte: Siqueira (2017).

Segundo Ramos (2000), os limites de controle para o gráfico por bateladas, a partir das amostras selecionadas, são definidos por:

– Gráfico  $\bar{X}$

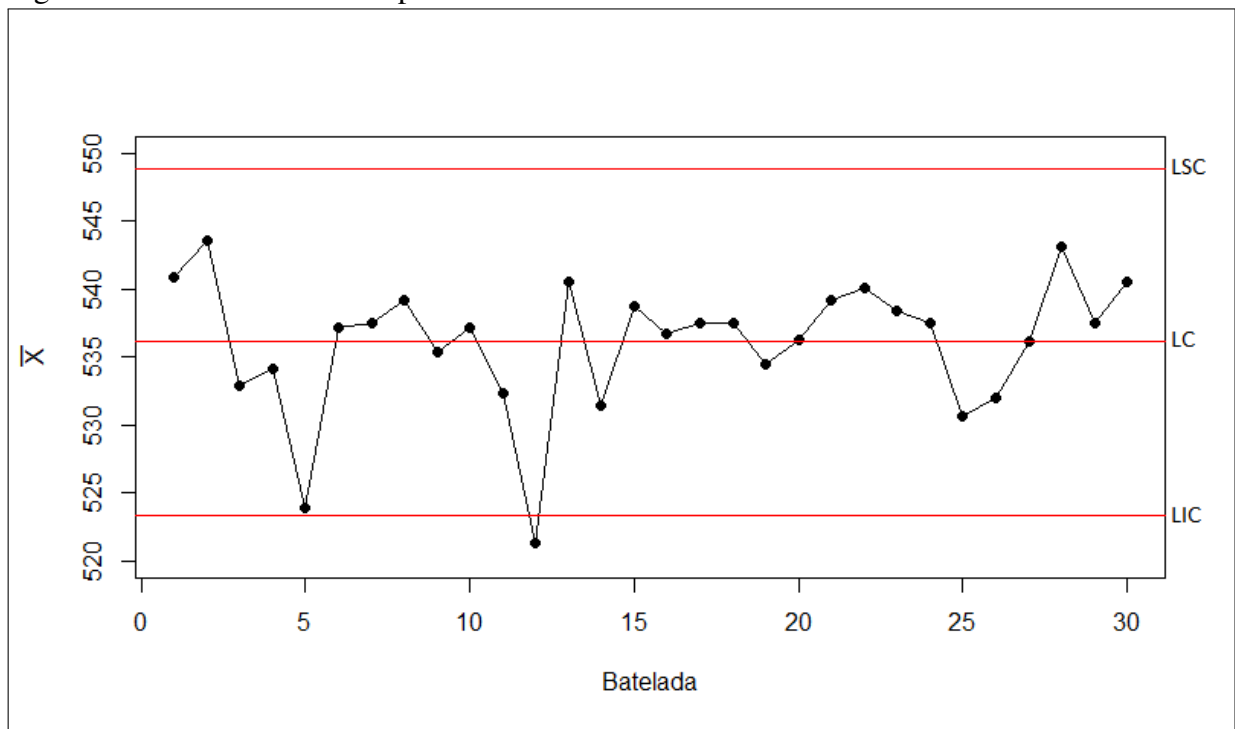
$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - \frac{3}{d_2} \times \bar{R}m \quad LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + \frac{3}{d_2} \times \bar{R}m \quad (2.4)$$

– Gráfico Rm

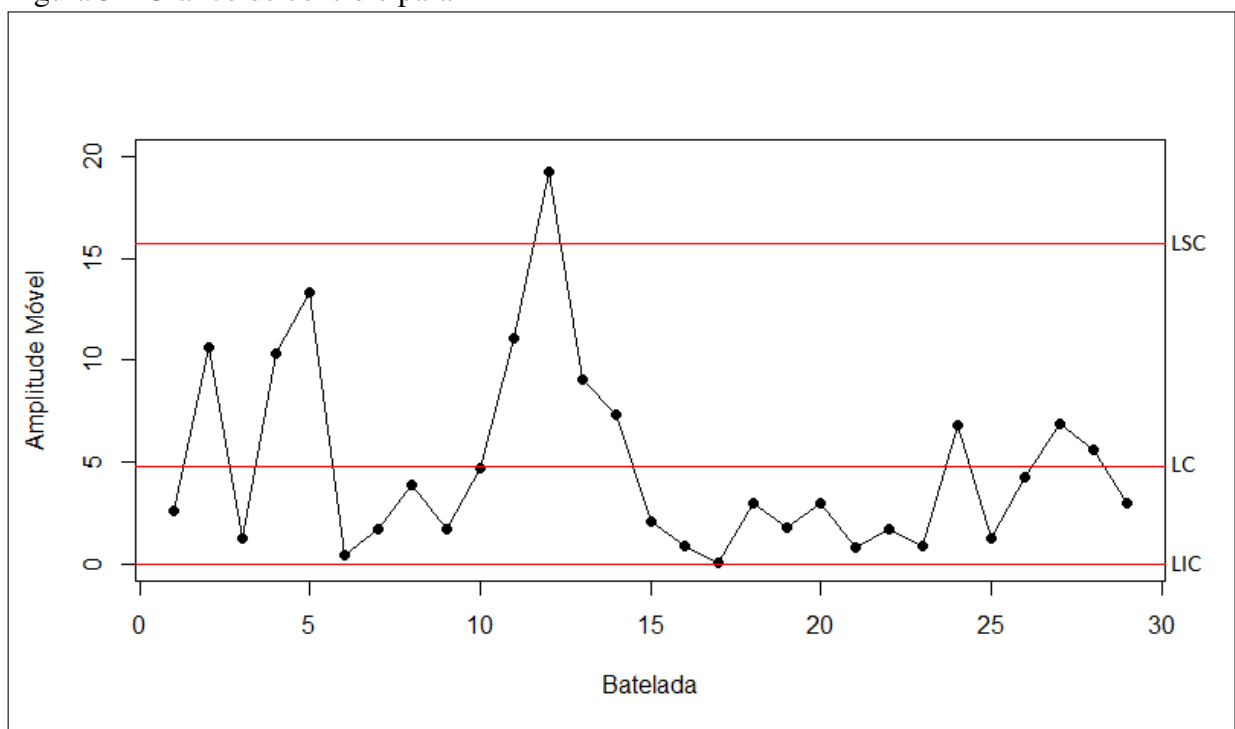
$$LIC_{Rm} = D_3 \times \bar{R}m \quad LC_{Rm} = \bar{R}m \quad LSC_{Rm} = D_4 \times \bar{R}m \quad (2.5)$$

em que  $\bar{\bar{X}}$  é a média das médias de cada amostra e  $\bar{R}m$  é a média das amplitudes móveis. Os valores de  $d_2$ ,  $D_3$  e  $D_4$  são em função de n e tabelados (mais informações podem ser encontradas em Ramos, 2000).

As Figuras 2 e 3 apresentam, respectivamente, o gráfico de controle para  $\bar{X}$  e Rm em um processo por batelada.

Figura 2 – Gráfico de controle para  $\bar{X}$ 

Fonte: Adaptado de Siqueira (2017).

Figura 3 – Gráfico de controle para  $R_m$ 

Fonte: Adaptado de Siqueira (2017).

Nota-se que em ambos os gráficos há pontos além dos limites de controle, o gráfico para a média  $\bar{X}$  apresenta um ponto abaixo do limite inferior de controle e o gráfico para a amplitude móvel  $R_m$  apresenta um ponto que ultrapassa o limite superior de controle, logo, o

processo está instável. Em termos práticos, aconselha-se que o processo seja investigado para que a causa que gerou instabilidade seja identificada e medidas corretivas possam ser realizadas.

### 2.3 Estrutura probabilística para determinar o NMA do gráfico por bateladas

O NMA (Número Médio de Amostras) é uma medida estatística comumente utilizada para medir o desempenho do gráfico de controle, consistindo no número médio de inspeções, ou amostra, até a ocorrência da primeira falha no processo produtivo. Quando um processo está sob controle estatístico pode ocorrer alarmes falsos e, assim, o número médio de inspeções até a presença do primeiro alarme falso, pode ser expresso por  $NMA_0$  (NMA representando um processo em controle).

Em gráficos de controle por bateladas o processo é considerado fora de controle se pelo menos um dos gráficos estiver fora de controle:  $\bar{X}$  ou  $Rm$ . No entanto, o gráfico  $Rm$  pode apresentar comportamento não aleatório por causa da estrutura de autocorrelação entre as amplitudes móveis.

De acordo com Bussab (2004), a distribuição Geométrica de parâmetro  $p$  define  $X$  como uma variável aleatória que contabiliza o número de ensaios até a ocorrência de um primeiro evento. No contexto deste trabalho,  $X$  será considerado o número de inspeções (amostras) até que ocorra um ponto fora dos limites de controle, logo

$$X \sim \text{Geométrica}(p)$$

a função de probabilidade e dada por:

$$P(X = x) = p(1 - p)^{x-1} I_{\{1,2,\dots\}}(x)$$

O número médio de inspeções até o primeiro alarme falso,  $p_1$ , e o número médio de amostras analisadas até a ocorrência da primeira causa especial,  $p_2$ , podem ser modelados por meio da esperança da distribuição Geométrica.

Desta forma, o número médio de inspeções até a detecção do primeiro alarme falsos é dada por

$$NMA_1 = \frac{1}{p_1}$$

O número médio de inspeções até a ocorrência de falha (causa especial)

$$NMA_2 = \frac{1}{p_2}$$

Assume-se que,  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , assim a distribuição de  $\bar{X}$  também é normal. Visto que, os limites do gráfico de controle por bateladas são baseados no modelo de Shewhart. De acordo com Vasconcelos (2009), o gráfico de Shewhart para  $\bar{X}$  com  $L = 3$  fornece em média 370,4 inspeções em média para detectar um alarme falso, logo

$$F(LSC) - F(LIC) = \phi(3) - \phi(-3) = 0,99730$$

em que  $F$  representa a distribuição acumulada e  $\phi$  é o valor da área acumulada da normal padrão, desta forma

$$NMA_1 = \frac{1}{p_1} = \frac{1}{1 - [F(LSC) - F(LIC)]} = \frac{1}{0,99730} = 370,4$$

Sendo assim, o gráfico tradicional de Shewhart detecta um alarme falso em média a cada 370,4 inspeções. Os valores para  $NMA_2$  serão determinados na seção 4.3 deste trabalho.

### 3 APLICAÇÃO DO GRÁFICO DE CONTROLE POR BATELADAS

Nesta seção será abordada aplicação do gráfico de controle por bateladas, onde será utilizada uma base de dados de uma indústria química que corresponde ao teor de concentração de um determinado produto químico.

Os dados e informações utilizadas nesta seção podem ser encontradas em Siqueira (2017).

#### 3.1 Descrição do Processo produtivo

A base de dados utilizada em Siqueira (2017) é oriunda de uma indústria química que consiste em uma empresa multinacional australiana com parque fabril localizado no Ceará. O nível da qualidade foi analisado através do histórico de dados referentes a concentração de um determinado produto químico armazenado. Desta forma, foi construído o gráfico de controle para monitorar a qualidade do produto entre as datas janeiro/2017 e fevereiro/2017.

A empresa em estudo fabrica defensivos agrícolas que são classificados com herbicidas, fungicidas e inseticidas.

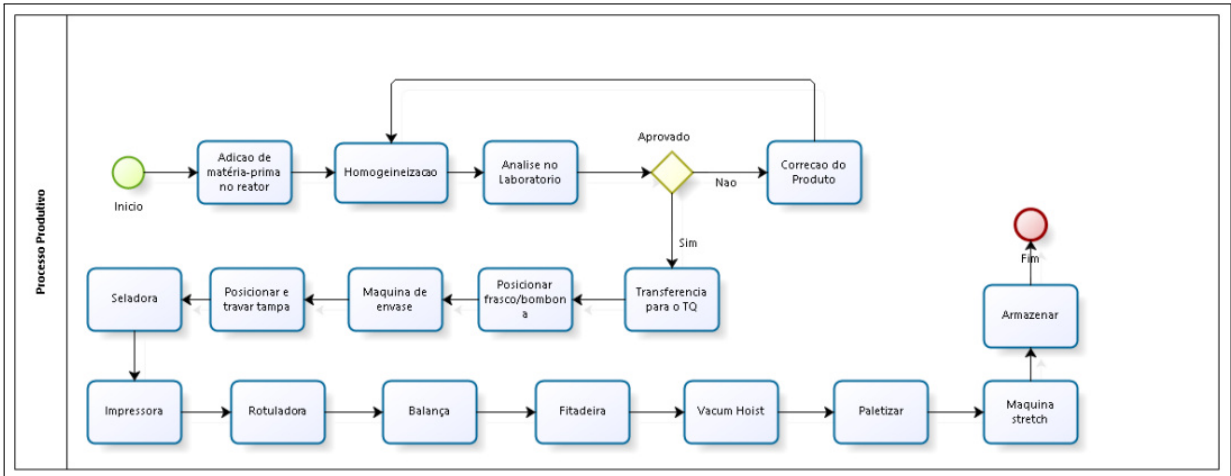
De acordo com Siqueira (2017), a empresa produz defensivos agrícolas que são divididos em processos do tipo macro e micro. O processo do tipo macro possui as seguintes etapas:

1. Desenvolvimento do produto, onde acontece o desenvolvimento da fórmula em laboratório e teste da sua eficácia no campo;
2. Liberação de registros por parte dos órgãos legisladores (MAPA, IBAMA, ANVISA e publicação no Diário Oficial da União) para comercializar o produto;
3. Transferência de tecnologia para produção em grande escala;
4. Desenvolvimento de embalagem adequada para o armazenamento do produto;
5. Compra de matéria prima e insumos de embalagem para o processo produtivo;
6. Formulação do produto em batelada, que consiste em cada lote produzido em um reator;
7. Envase do produto para ser disponibilizado para venda e comercialização.

O processo macro é formado por processos mais detalhados denominados como processo micro. Assim, o processo de produção abrange principalmente as etapas de formulação e envase, que são constituídos por micro processos conforme a Figura 4.



Figura 4 – Fluxograma com as etapas do processo produtivo

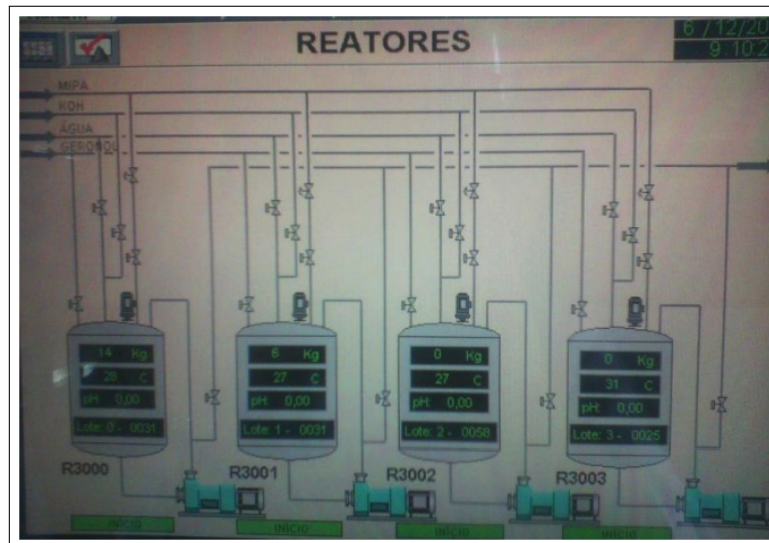


Fonte: Siqueira (2017).

O presente trabalho detém-se apenas na etapa de formulação do produto, onde foi analisado o processo produtivo de formulação do produto A 95%. Segundo Siqueira (2017), a formulação deste produto inicia-se com a liberação de cada matéria prima no reator, onde parte é adicionada manualmente e a outra automaticamente ligada por bombas e abertura de válvulas através de tubulações vindas dos tanques de armazenagem de matéria-prima. Ademais, dentre as matérias-primas adicionadas tem o ingrediente ativo que garante a aplicação do produto para o objetivo no qual o mesmo foi desenvolvido.

A Figura 5 apresenta um painel que é supervisionado por um operador, que tem como objetivo monitorar a adição de matérias-primas no reator.

Figura 5 – Painel supervisorio para comando da fabricação do formulado nos reatores



Fonte: Siqueira (2017).

Segundo Siqueira (2017), depois que a adição de matéria-prima no reator é realizada ocorre outra etapa que é processo de homogeneização da mistura para que a reação seja eficaz e o formulado possa estar condizente para sua aplicação. Logo após a homogeneização é retirada uma amostra (100 ml) do formulado e lavada ao laboratório onde são realizadas análises físico-químicas e químicas como, por exemplo, ph, densidade, espuma e teor(g/L) do ingrediente ativo. O resultado da análise em laboratório pode ser positivo ou negativo dependendo do atendimento as especificações do produto; o produto é liberado para envase se os resultados forem positivos; se negativo, o laboratório indica a correção do produto através de uma adição de matéria-prima que corrigirá o lote. Logo após o produto ser corrigido uma nova amostra é retirada e analisada para ver se o produto atende as especificações. Quando o produto é liberado o laboratório emite um laudo de qualidade que contém o resultado obtido na análise.

Ressalta-se que o ingrediente ativo é responsável por 60% a 70% do custo do produto, assim é necessário cautela no seu uso pois as correções podem ocasionar altos custos para a empresa.

A Tabela 2 apresenta as especificações deste produto conforme a legislação do Ministérios da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MAPA).

Tabela 2 – Especificação do produto

Produto	Ph	Densidade (g/L)	Espuma (cm)	Teor (g/L)
95%	5,0 – 5,5	1275 – 1300	0,0 – 1,0	515 – 565

Fonte: Siqueira (2017).

Desta forma, nesta seção será construído um gráfico de controle por batelada para a concentração de ingrediente ativo no produto formulado, Siqueira (2017) o nomeou como A 95% por questão de confidencialidade.

### 3.2 Descrição dos dados

O gráfico de controle será construído a partir da utilização de dados de uma amostra de tamanho 1 do produto A 95% com base em dados coletados do teor de cada lote, que foi extraído no período de janeiro e fevereiro/2017.

A Tabela 3 apresenta o valor de teor ativo (X) para cada batelada, e amplitude móvel (R<sub>m</sub>) que é a diferença em módulos entre m (m=2) valores individuais consecutivos.

Tabela 3 – Matriz dos dados coletados do teor para o produto A 95%

Ordem da Batelada	Teor Ativo (X)	Rm	Ordem da Batelada	Teor Ativo (X)	Rm
1	535,88	-	16	537,13	8,13
2	541,00	5,12	17	543,55	6,42
3	540,14	0,86	18	541,85	1,70
4	537,58	2,56	19	546,55	4,70
5	533,79	3,79	20	543,13	3,42
6	543,55	9,76	21	541,40	1,73
7	541,84	1,71	22	545,26	3,86
8	540,90	0,94	23	540,58	4,68
9	540,16	0,74	24	542,72	2,14
10	534,59	5,57	25	546,50	3,78
11	542,30	7,71	26	564,19	17,69
12	543,56	1,26	27	539,28	24,91
13	544,84	1,28	28	541,85	2,57
14	541,41	3,43	29	542,27	0,42
15	545,26	3,85	30	534,50	7,77

Fonte: Siqueira( 2017)

### 3.3 Aplicação do gráfico de controle por bateladas e resultados

O formulado A 95% apresenta média  $\bar{X}$  igual a 541,9g/L e tem-se que a média das amplitudes móveis  $\bar{Rm}$  é 4,914. Visto que, no processo em estudo foi retirada apenas uma amostra por batelada, foi calculado os limites de controle para  $X$  e não para  $\bar{X}$ . Desta forma, utilizando as fórmulas (2.4) e (2.5) obteve-se os seguintes resultados para os limites de controle para o gráfico de  $X$  e  $Rm$ :

– Gráfico  $X$

$$LIC_X = 528,85 \quad LC_X = 541,92 \quad LSC_X = 554,99$$

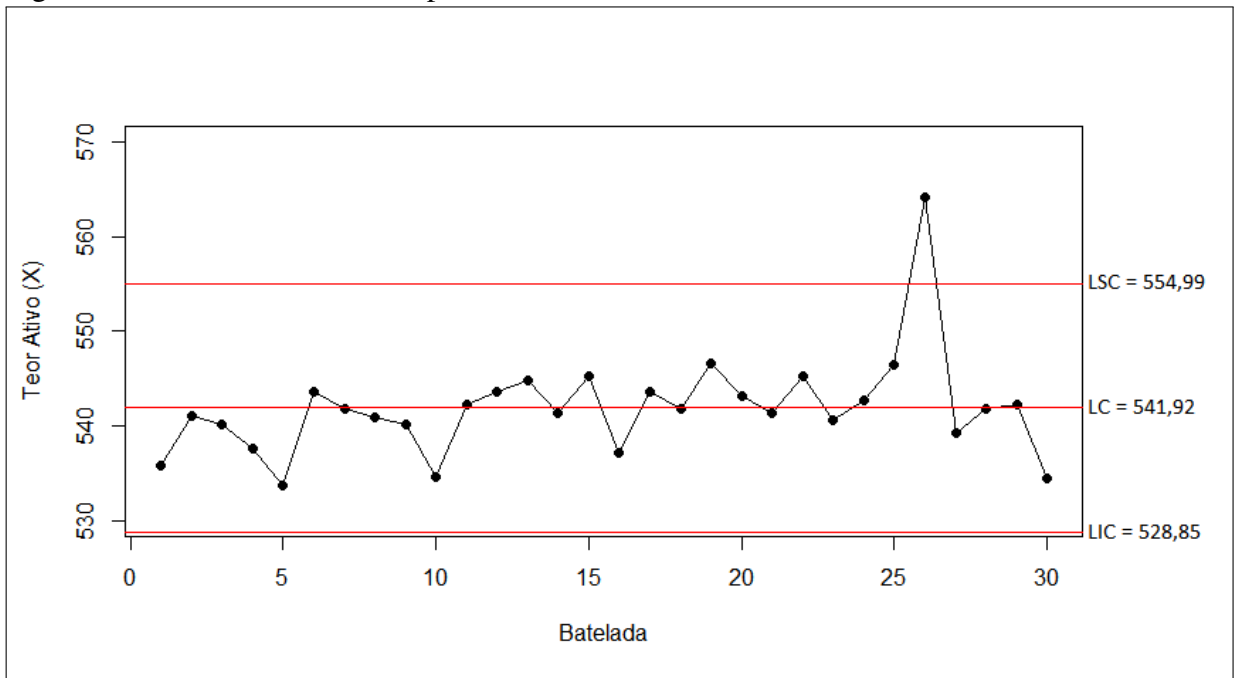
– Gráfico  $Rm$

$$LIC_{Rm} = 0 \quad LC_{Rm} = 4,91 \quad LSC_{Rm} = 16,05$$

os valores das constantes tabuladas para o cálculo dos limites de controle da amplitude móvel quando  $m = 2$  são:  $d_2 = 1,128$ ;  $D_3 = 0$ ;  $D_4 = 3,267$  (para mais detalhes ver Ramos, 2000).

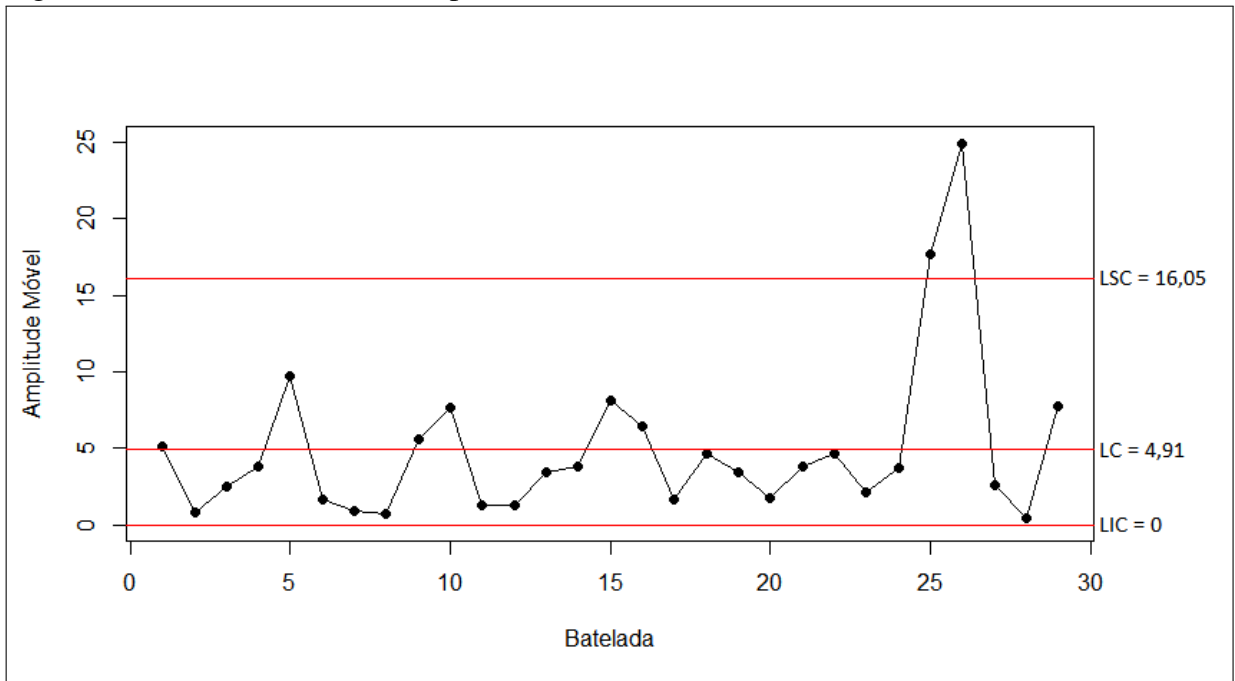
A Figura 6 apresenta o gráfico de controle para as medidas individuais e a Figura 7 apresenta o gráfico de controle para a amplitude móvel.

Figura 6 – Gráfico de controle X para A 95%



Fonte: Adaptado de Siqueira (2017).

Figura 7 – Gráfico de controle Rm para A 95%



Fonte: Adaptado de Siqueira (2017).

É possível observar na Figura 6 que há um ponto além dos limites de controle e na Figura 7 acontece o mesmo, ambos os pontos que estão fora de controle se encontram na 26ª batelada, desta forma, o processo encontra-se instável.

De acordo com Siqueira (2017), mediante uma investigação no processo foi detectado que o tempo de homogeneização pode ter influenciado no problema.

Visto que, o problema foi identificado, o ponto 26 foi retirado da matriz de dados e os limites de controle foram recalculados. Assim, os novos limites de controle são:

– Gráfico  $X$

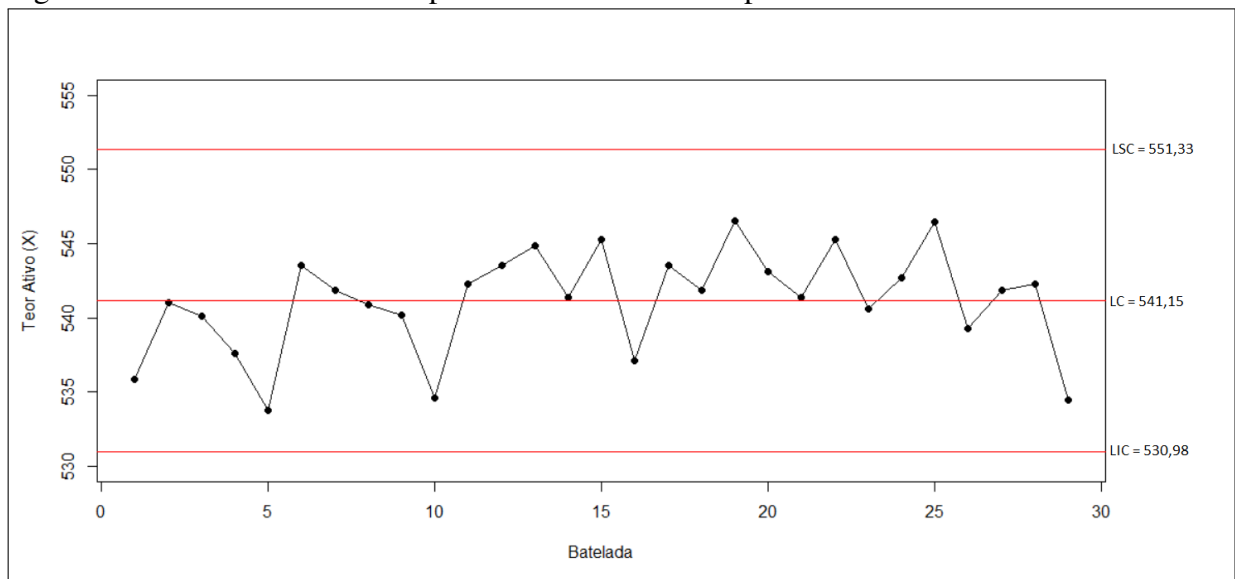
$$LIC_x = 530,98 \quad LC_x = 541,15 \quad LSC_x = 551,33$$

– Gráfico  $R_m$

$$LIC_{Rm} = 0 \quad LC_{Rm} = 3,83 \quad LSC_{Rm} = 12,5$$

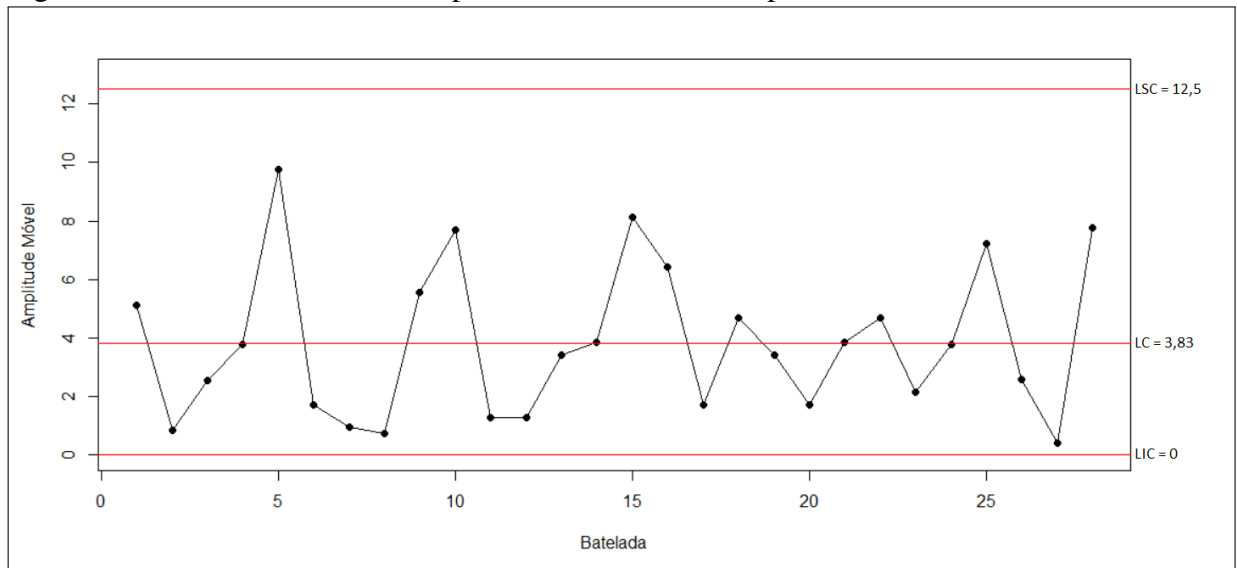
As Figuras 8 e 9 apresentam os novos gráficos de controle para  $X$  e  $R_m$ , respectivamente.

Figura 8 – Gráfico de controle  $X$  para A 95% - sem o 26º ponto



Fonte: Adaptado de Siqueira (2017).

Figura 9 – Gráfico de controle Rm para A 95% - sem o 26° ponto



Fonte: Adaptado de Siqueira (2017).

Observa-se que o processo em estudo está estável e sob controle estatístico, visto que, não possui pontos fora dos limites de controle e apresenta um comportamento aleatório dentro dos limites de controle. Com isso, os gráficos apresentados nas Figuras 8 e 9 serão os utilizados para o monitoramento do processo e cálculo do desempenho.

## 4 DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE POR BATELADA NA PRESENÇA DE ALTERAÇÕES

Nesta seção será apresentado o desempenho do gráfico de controle por batelada para  $\bar{X}$  diante uma alteração na média, desvio padrão e média com desvio padrão simultaneamente, o cálculo foi realizado com auxílio do *software livre R* (R Core Team, 2021).

### 4.1 Teste de Normalidade

Para se calcular o desempenho de um processo na presença de alterações o processo deve está sob controle estatístico e seguir uma distribuição normal. Visto que, na seção anterior o gráfico de controle apresentou que o processo está sob controle estatístico, foi realizado o teste de *Shapiro Wilk* para verificar a normalidade dos dados.

Segundo Conover (1980), o teste de *Shapiro Wilk* é utilizado verificar se um conjunto de dados se assemelha a uma distribuição normal, sendo ideal para analisar amostras pequenas. O teste apresenta como resultado uma estatística  $W$ , que tem um valor de significância (*p-valor*) associado. Desta forma, as hipóteses que são testadas são:

$H_0$  : Os dados seguem uma distribuição normal.

$H_1$  Os dados não seguem uma distribuição normal.

A Tabela 4 apresenta a estatística do teste e o valor de significância obtidas através do *Shapiro Wilk*.

Tabela 4 – Teste de normalidade Shapiro-Wilk

$W$	$p - valor$
0,94012	0,101

O teste apresenta evidências para não rejeitar a hipótese nula, desta forma, pode-se dizer que os dados provêm de uma distribuição gaussiana.

### 4.2 Alterações assumidas no processo

Visto que os dados seguem uma distribuição Normal, tem-se sob ponto de vista teórico que

$$X \sim N(\mu; \sigma^2)$$

sendo  $\mu$  a média da distribuição e  $\sigma^2$  a variância. Visto que o processo analisado no presente trabalho é em bateladas, com base nos dados amostrais tem-se que:

$$X \sim N\left(\hat{\mu} = \bar{X}; \hat{\sigma}^2 = \left(\frac{\bar{R}m}{d_2}\right)^2\right)$$

O processo é considerado fora de controle quando a média desvia do valor  $\mu$  ou quando ocorre um aumento da variância em relação ao valor mínimo possível  $\sigma^2$  ou ocorrer ambos simultaneamente.

Desta forma, para uma alteração na média do processo considera-se  $\mu_1$  a nova média do processo após a ocorrência de alguma perturbação, tem-se que  $\mu_0$  desloca-se para  $\mu_0 + \delta\sigma_0$ , ou seja

$$X_i \sim \begin{cases} N\left(\bar{X}; \left(\frac{\bar{R}m}{d_2}\right)^2\right) & i = 1, 2, 3, \dots, l \\ N\left(\bar{X} + \delta\frac{\bar{R}m}{d_2}; \left(\frac{\bar{R}m}{d_2}\right)^2\right) & i = l+1, l+2, l+3, \dots \end{cases}$$

sendo

$\bar{X}$  = média do processo;

$\frac{\bar{R}m}{d_2}$ : desvio padrão do processo;

$\delta$  = medida de perturbação, em que  $\delta \neq 0$ .

Para a alteração no desvio padrão tem-se

$$\sigma_1 = \lambda \sigma_0$$

sendo  $\sigma_0$  o desvio padrão quando o processo está sob controle e  $\sigma_1$  o desvio padrão na presença de alguma perturbação ( $\lambda$ ), sendo  $\lambda > 1$ .

### 4.3 Desempenho na presença de alterações

Nesta seção será apresentado o desempenho do gráfico de controle na presença de alterações. Será analisado o desempenho quando há interferência na média, desvio padrão e em



ambos conjuntamente. Para cada análise será calculada a probabilidade de detecção da falha e o número de falhas até a ocorrência da primeira detecção  $NMA_2$ .

Ademais, neste trabalho o  $NMA_2$  será apresentado das seguintes formas:

- $NMA_{2,1}$ : número médio de amostras até a detecção da primeira falha no processo quando há alteração na média;
- $NMA_{2,2}$ : número médio de amostras até a detecção da primeira falha no processo quando há alteração no desvio padrão;
- $NMA_{2,3}$ : número médio de amostras até a detecção da primeira falha no processo quando há alteração na média e desvio padrão simultaneamente.

#### 4.3.1 Alteração na média

Sendo  $X$  o teor ativo, tem-se que a média  $\mu = 541,15$  e desvio padrão  $\frac{\bar{R}m}{d_2} = 3,82$  como visto na seção anterior. Com o intuito de analisar o desempenho do gráfico de controle por bateladas quando há presença de alterações na média, foi realizado algumas perturbações  $\delta$  e calculado a probabilidade de detecção e o número médio de inspeções até a detecção da primeira perturbação ( $NMA_{2,1}$ ).

A seguir tem-se a demonstração da probabilidade de detecção com alteração na média do processo.

$$\begin{aligned}
 \theta &= P(\text{deteccao}) \\
 &= P[X \notin (LIC, LSC) | \mu_1] \\
 &= 1 - P[X \in (LIC, LSC) | \mu_1] \\
 &= 1 - P[(LIC < X < LSC) | \mu_1] \\
 &= 1 - P\left[\frac{(\mu_X - 3\frac{\bar{R}m}{d_2}) - \mu_1}{\frac{\bar{R}m}{d_2}} < Z < \frac{(\mu_X + 3\frac{\bar{R}m}{d_2}) + \mu_1}{\frac{\bar{R}m}{d_2}}\right] \\
 &= 1 - P\left[\frac{\mu_X - 3\frac{\bar{R}m}{d_2} - (\mu_X + \delta\frac{\bar{R}m}{d_2})}{\frac{\bar{R}m}{d_2}} < Z < \frac{\mu_X + 3\frac{\bar{R}m}{d_2} - (\mu_X + \delta\frac{\bar{R}m}{d_2})}{\frac{\bar{R}m}{d_2}}\right] \\
 &= 1 - P(-3 - \delta < Z < 3 - \delta) \\
 &= 1 - [F(3 - \delta) - F(-3 - \delta)]
 \end{aligned}$$

A Tabela 5 apresenta a probabilidade de detecção e número médio de inspeção até a detecção da primeira falha quando o processo sofre perturbações na média.

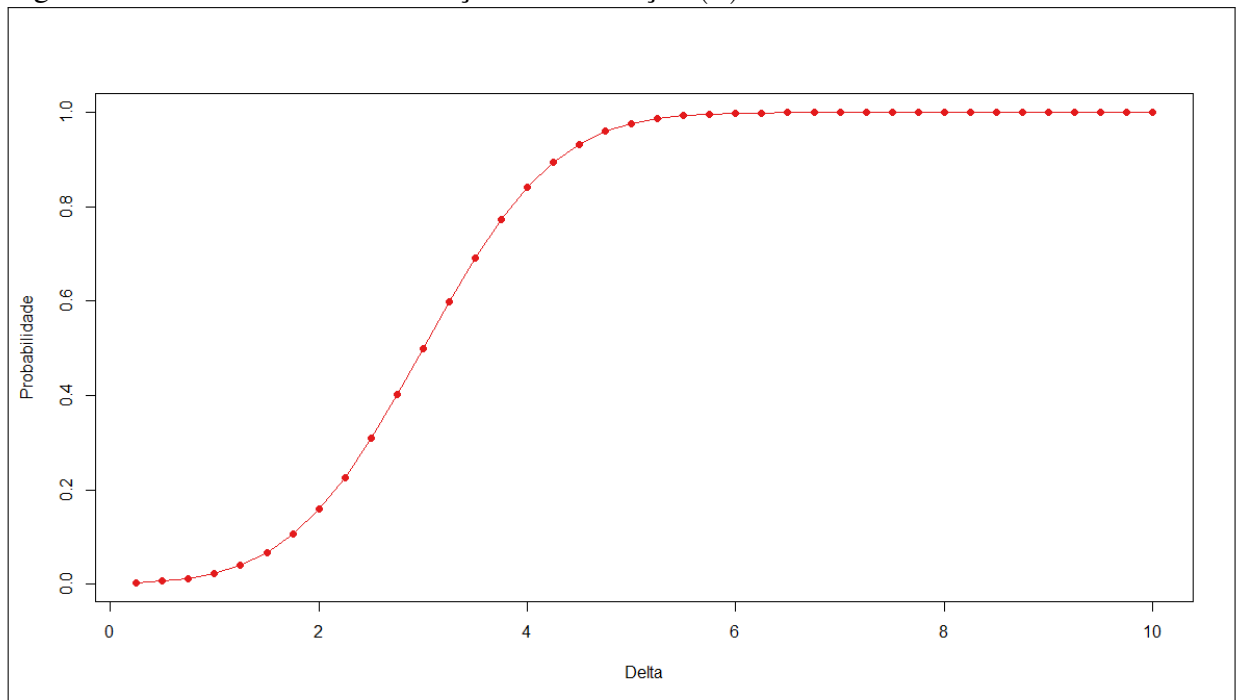
Tabela 5 – Desempenho do gráfico de controle por bateladas para  $X$  com alteração na média do processo

$\delta$	Prob.deteção	$NMA_{2,1}$
0,25	0,003556697	281,159773
0,50	0,006442143	155,227856
0,75	0,012312625	81,217447
1,00	0,022781357	43,895542
1,25	0,040069134	24,956866
1,50	0,066809531	14,967924
1,75	0,105649285	9,465279
2,00	0,158653546	6,303042
2,25	0,226624946	4,412577
2,50	0,308534655	3,241127
2,75	0,401290491	2,491960
3,00	0,499996712	2,000013
3,25	0,598703138	1,670277
3,50	0,691459559	1,446216
3,75	0,773370165	1,293042
4,00	0,841342751	1,188576
4,25	0,894348720	1,118132
4,50	0,933191731	1,071591
4,75	0,959940132	1,041732
5,00	0,977249423	1,023280
5,25	0,987775266	1,012376
5,50	0,993790190	1,006249
5,75	0,997020162	1,002989
6,00	0,998650065	1,001352
6,25	0,999422958	1,000577
6,50	0,999767364	1,000233
6,75	0,999911580	1,000088
7,00	0,999968328	1,000032
7,25	0,999989311	1,000011
7,50	0,999996602	1,000003
7,75	0,999998983	1,000001
8,00	0,999999713	1,000000
8,25	0,999999924	1,000000
8,50	0,999999981	1,000000
8,75	0,999999996	1,000000
9,00	0,999999999	1,000000
9,25	1,000000000	1,000000
9,50	1,000000000	1,000000
9,75	1,000000000	1,000000
10,00	1,000000000	1,000000

É possível observar que quanto maior a variação de  $\delta$  maior é a probabilidade de detecção e menor é o  $NMA_{2,1}$ , o que condiz com a situação, visto que quanto menor a probabilidade de detecção maior tem que ser a quantidade de amostras retiradas. Nota-se, que a medida que  $\delta$  aumenta a probabilidade de detecção e  $NMA_{2,1}$  converge para 1.

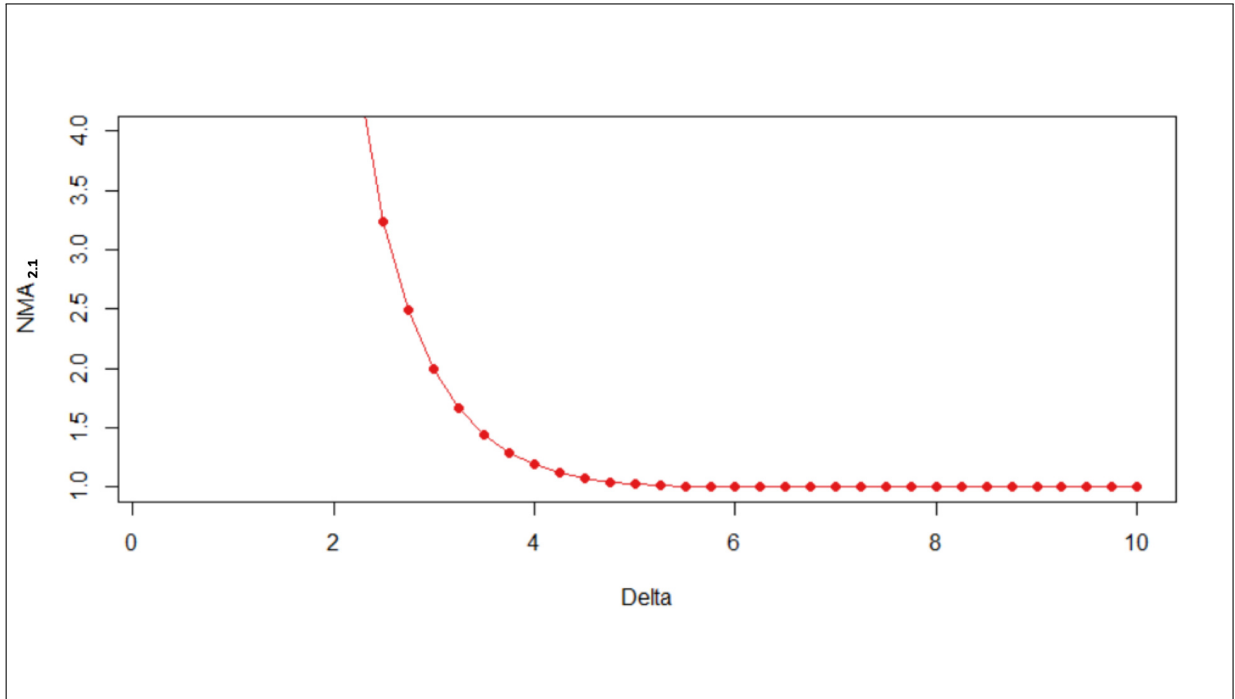
As Figuras 10 e 11 apresentam respectivamente os gráficos para a probabilidade de detecção e o  $NMA_{2,1}$ , conforme os dados da Tabela 5.

Figura 10 – Probabilidade de detecção com alteração ( $\delta$ ) na média



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Nota-se que a probabilidade de detecção aumenta de forma considerável para  $\delta$  entre 0,25 e 5,25, e logo após tem um crescimento mais lento até estabilizar em 9,25, alcançando uma probabilidade de detecção igual à 1.

Figura 11 –  $NMA_{2,1}$ : Alteração ( $\delta$ ) na média

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

O gráfico apresenta os valores de  $NMA_{2,1} < 4$ , observa-se uma redução considerável no  $NMA_{2,1}$  a medida que  $\delta$  aumenta, até estabilizar em 1.

#### 4.3.2 Alteração no desvio padrão do processo

Para analisar o desempenho do gráfico de controle por batelada para a média na presença de alterações no desvio padrão, será considerada uma situação com a média  $\mu = 541,15$  e desvio padrão  $\frac{\bar{R}m}{d_2} = 3,82$ . A alteração no desvio padrão é representada por  $\sigma_1 = \frac{\bar{R}m}{d_2} \lambda$ , com  $\lambda > 1$ . A demonstração do cálculo de probabilidade de detecção com alteração no desvio padrão do processo é dada por:

$$\begin{aligned}
 \theta &= P(\text{detecção}) \\
 &= P[X \notin (LIC, LSC) | \sigma_1] \\
 &= 1 - P[X \in (LIC, LSC) | \sigma_1] \\
 &= 1 - P[(LIC < X < LSC) | \sigma_1] \\
 &= 1 - P\left[\frac{(\mu_X - 3\frac{\bar{R}m}{d_2}) - \mu_X}{\frac{\bar{R}m}{d_2} \lambda} < Z < \frac{(\mu_X + 3\frac{\bar{R}m}{d_2}) - \mu_X}{\frac{\bar{R}m}{d_2} \lambda}\right] \\
 &= 1 - P\left[\frac{-3\frac{\bar{R}m}{d_2}}{\frac{\bar{R}m}{d_2} \lambda} < Z < \frac{3\frac{\bar{R}m}{d_2}}{\frac{\bar{R}m}{d_2} \lambda}\right] \\
 &= 1 - P\left(-\frac{3}{\lambda} < Z < \frac{3}{\lambda}\right) \\
 &= 1 - \left[F\left(\frac{3}{\lambda}\right) - F\left(-\frac{3}{\lambda}\right)\right]
 \end{aligned}$$

A Tabela 6 apresenta os valores de probabilidade de detecção e  $NMA_{2,2}$  quando há alteração no desvio padrão do processo.

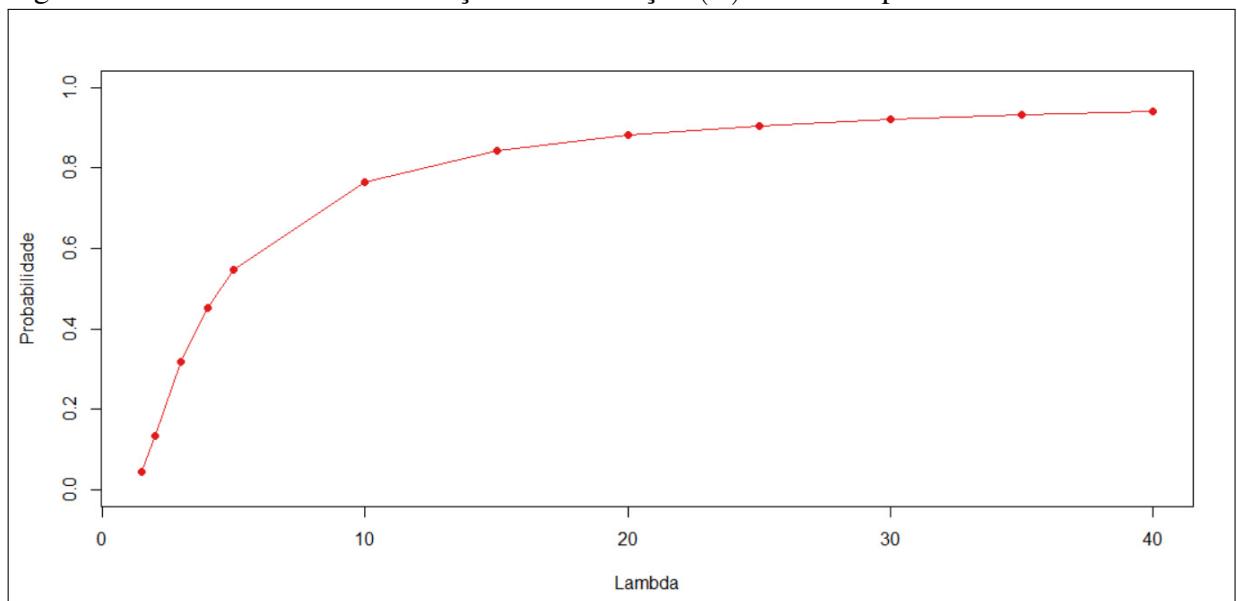
Tabela 6 – Desempenho do gráfico de controle por bateladas para  $X$  com alteração no desvio padrão do processo

$\lambda$	prob.detecção	$NMA_{2,2}$
1,5	0,04549967	21,978181
2	0,13361333	7,484283
3	0,31730918	3,151500
4	0,45325346	2.206271
5	0,54850514	1,823137
10	0,76417653	1,308598
15	0,84148015	1,188382
20	0,88076429	1,135378
25	0,90448289	1,105604
30	0,92034411	1,086550
35	0,93169336	1,073315
40	0,94021455	1,063587

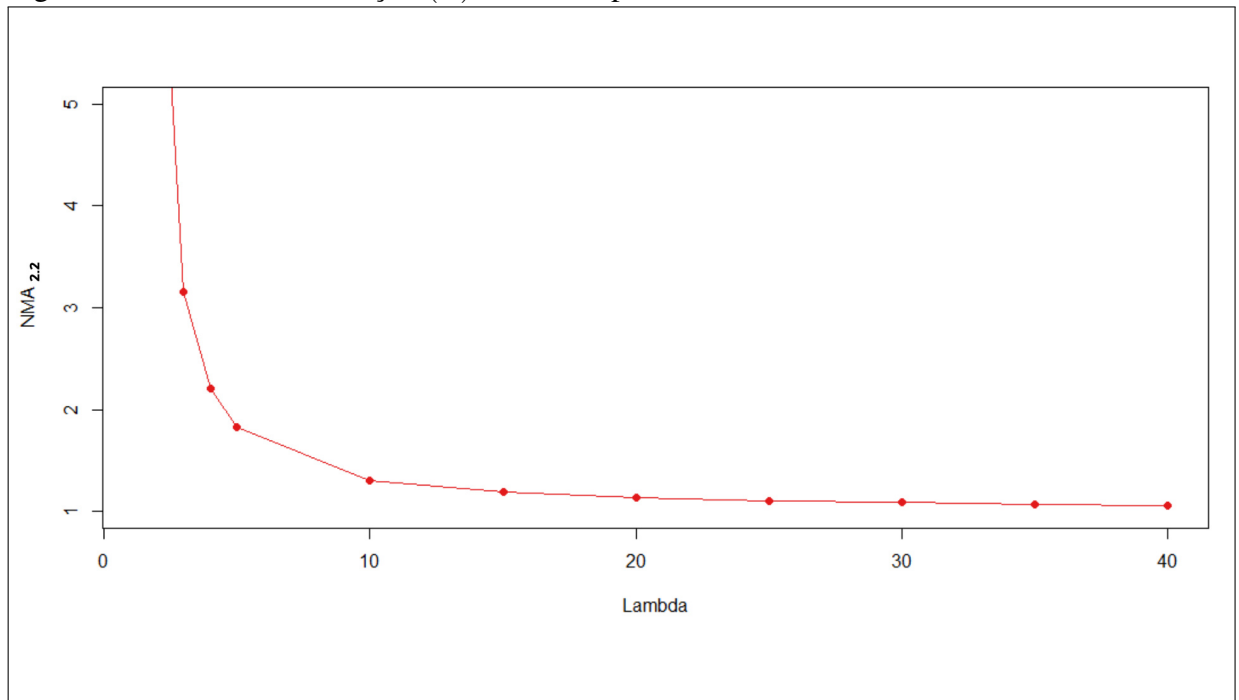
Tem-se para a alteração no desvio padrão o uso do  $\lambda$  variando de 1,5 a 40,0 mostrando que, como obtido na alteração para a média, quando se tem variação no desvio padrão a probabilidade de detecção e  $NMA_{2,2}$  também tendem para 1.

As Figuras 12 e 13 trazem graficamente a probabilidade de detecção e o  $NMA_{2,2}$  quando existe uma alteração no desvio padrão do processo, de acordo com os dados da Tabela 6.

Figura 12 – Probabilidade de detecção com alteração ( $\lambda$ ) no desvio padrão



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Figura 13 –  $NMA_{2,2}$  : Alteração ( $\lambda$ ) no desvio padrão

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Observa-se que até  $\lambda = 5$  a probabilidade de detecção possui um crescimento mais acentuado e logo a diferença entre os valores é mais suave, para o  $NMA_{2,2}$  tem-se uma queda de valores bastante perceptível entre  $\lambda = 1,5$  e  $\lambda = 5$  e logo depois os valores diminuem e a diferença entre eles é menos perceptível.

### 4.3.3 Alteração na média e desvio padrão do processo simultaneamente

Sabendo que a média  $\mu = 541,15$  e desvio padrão  $\frac{\bar{R}m}{d_2} = 3,82$ . E tendo a alteração na média e desvio padrão dada respectivamente por  $\mu + \delta \frac{\bar{R}m}{d_2}$  e  $\sigma_1 = \frac{\bar{R}m}{d_2} \lambda$ , tem-se o seguinte calculo para a probabilidade de detecção quando existe alteração na média e desvio padrão simultaneamente

$$\begin{aligned}
 \theta &= P(\text{deteccao}) \\
 &= P[X \notin (LIC, LSC) | \mu_1, \sigma_1] \\
 &= 1 - P[X \in (LIC, LSC) | \mu_1, \sigma_1] \\
 &= 1 - P[(LIC < X < LSC) | \mu_1, \sigma_1] \\
 &= 1 - P\left[\frac{LIC - \mu_1}{\frac{\bar{R}m}{d_2}} < Z < \frac{LSC - \mu_1}{\frac{\bar{R}m}{d_2}}\right] \\
 &= 1 - P\left[\frac{(\mu_X - 3\frac{\bar{R}m}{d_2}) - (\mu + \delta\frac{\bar{R}m}{d_2})}{\frac{\bar{R}m}{d_2}} < Z < \frac{(\mu_X + 3\frac{\bar{R}m}{d_2}) - (\mu_1 + \delta\frac{\bar{R}m}{d_2})}{\frac{\bar{R}m}{d_2}\lambda}\right] \\
 &= 1 - P\left[\frac{-3\frac{\bar{R}m}{d_2} - \frac{\bar{R}m}{d_2}\delta}{\frac{\bar{R}m}{d_2}\lambda} < Z < \frac{3\frac{\bar{R}m}{d_2} - \frac{\bar{R}m}{d_2}\delta}{\frac{\bar{R}m}{d_2}\lambda}\right] \\
 &= 1 - P\left(\frac{-3-\delta}{\lambda} < Z < \frac{3-\delta}{\lambda}\right) \\
 &= 1 - \left[F\left(\frac{3-\delta}{\lambda}\right) - F\left(\frac{-3-\delta}{\lambda}\right)\right]
 \end{aligned}$$

A Tabela 7 apresenta os cálculos de probabilidade de detecção e  $NMA_{2,3}$  quando há perturbação na média e desvio padrão do processo para o gráfico de  $\bar{X}$ .

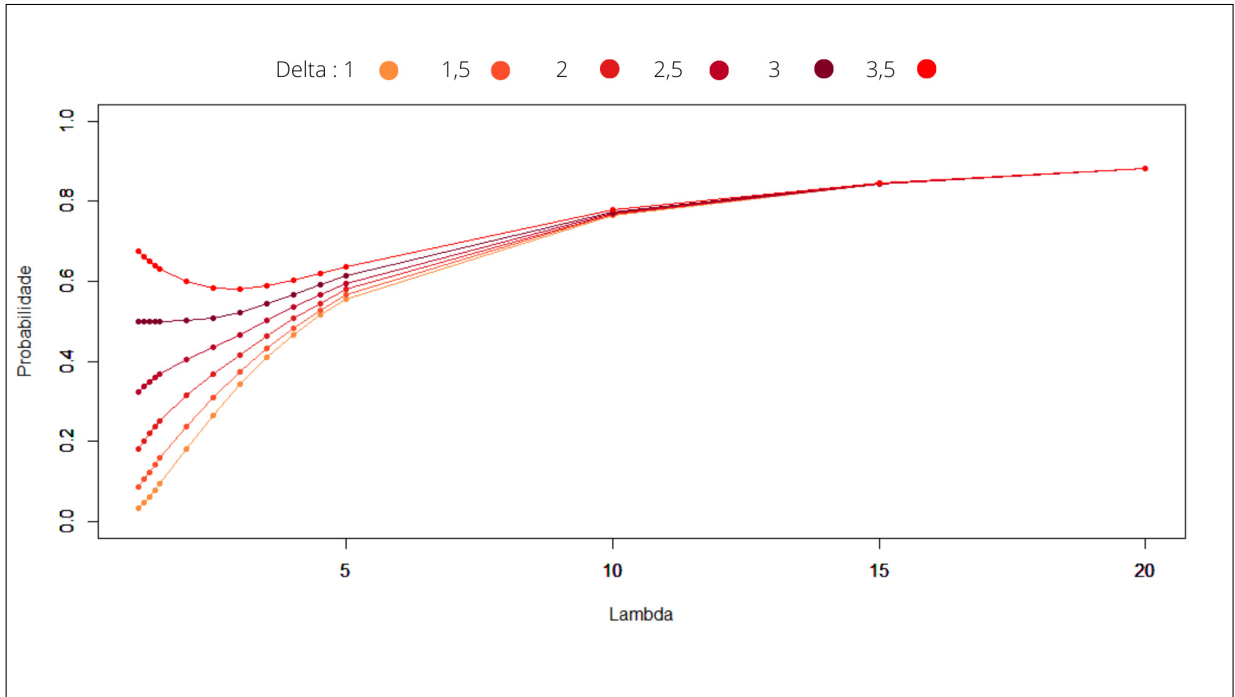
Tabela 7 – Desempenho do gráfico de controle para  $\bar{X}$  com alteração na média e desvio padrão do processo simultaneamente

$\delta$	$\lambda$	prob.detecção	$NMA_{2,3}$	$\delta$	$\lambda$	prob.detecção	$NMA_{2,3}$
1	1,1	0,03465585	28,855154	2,5	1,1	0,3247157	3,079617
	1,2	0,04821872	20,738834		1,2	0,3384609	2,954551
	1,3	0,06301285	15,869778		1,3	0,3502705	2,854936
	1,4	0,0787002	12,706447		1,4	0,3605330	2,773672
	1,5	0,0950406	10,521815		1,5	0,3695621	2,705905
	2	0,1814042	5,512553		2	0,4042718	2,473583
	2,5	0,2666534	3,750187		2,5	0,4346423	2,300742
	3	0,3437024	2,909494		3	0,4671914	2,140450
	3,5	0,4104022	2,436634		3,5	0,5012419	1,995045
	4	0,4671916	2,140450		4	0,5348264	1,869766
	4,5	0,5153909	1,940275		4,5	0,5665748	1,764992
	5	0,5564326	1,797163		5	0,5958372	1,678311
	10	0,7653179	1,306647		10	0,7712203	1,296646
	15	0,8418274	1,187892		15	0,8436378	1,185343
	20	0,8809121	1,135187		20	0,8816853	1,134192
	1,5	1,1	0,08636132		11,579257	3,0	1,1
1,2		0,10573693	9,457433	1,2	0,4999975		2,000010
1,3		0,12454887	8,028977	1,3	0,4999994		2,000002
1,4		0,14264090	7,010612	1,4	0,5000068		1,999973
1,5		0,16000380	6,249852	1,5	0,5000295		1,999882
2		0,23885045	4,186720	2	0,5013482		1,994622
2,5		0,31018208	3,223913	2,5	0,5081961		1,967744
3		0,37534342	2,664227	3	0,5227489		1,912964
3,5		0,43338770	2,307403	3,5	0,5432370		1,840817
4		0,48412355	2,065588	4	0,5668061		1,764272
4,5		0,52809546	1,893597	4,5	0,5912102		1,691446
5		0,56614764	1,766324	5	0,6150687		1,625835
10		0,76673691	1,304228	10	0,7742525		1,291568
15		0,84226031	1,187281	15	0,8445778		1,184023
20		0,88109667	1,134949	20	0,8820883		1,133673
2		1,1	0,1816518	5,505037	3,5		1,1
	1,2	0,2023419	4,942130	1,2		0,6615364	1,511633
	1,3	0,2209363	4,526192	1,3		0,6497367	1,539085
	1,4	0,2377010	4,206967	1,4		0,6395071	1,563704
	1,5	0,2529198	3,953822	1,5		0,6305639	1,585882
	2	0,3147457	3,177168	2		0,5992817	1,668664
	2,5	0,3673270	2,722370	2,5		0,5839196	1,712565
	3	0,4172304	2,396757	3		0,5813128	1,720244
	3,5	0,4641110	2,154657	3,5		0,5884428	1,699400
	4	0,5069423	1,972611	4		0,6018185	1,661631
	4,5	0,5453296	1,833753	4,5		0,6185419	1,616705
	5	0,5793945	1,725940	5		0,6366274	1,570778
	10	0,7687091	1,300882	10		0,7777843	1,285703
	15	0,8428644	1,186430	15		0,8456815	1,182478
	20	0,8813545	1,134617	20		0,8825627	1,133064

As Figuras 14 e 15 trazem, respectivamente, a probabilidade de detecção quando há alteração na média e desvio padrão conjuntamente e o  $NMA_{2,3}$ .

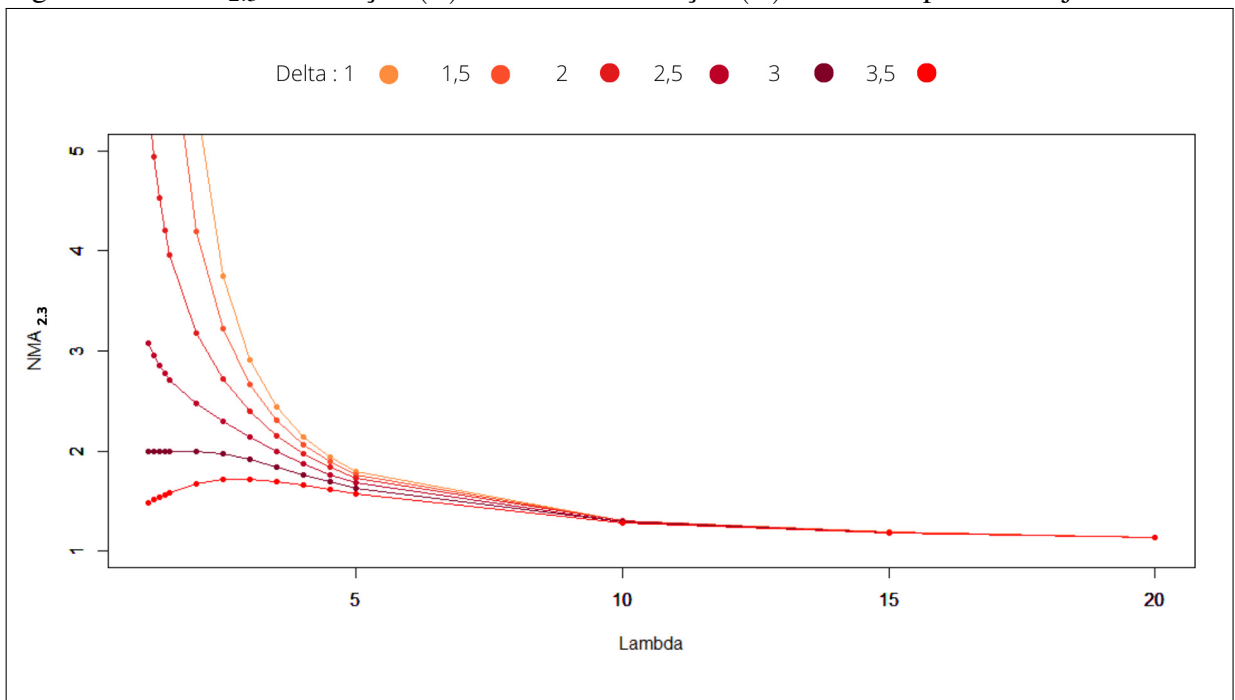


Figura 14 – Probabilidade de detecção com alteração ( $\delta$ ) na média e alteração ( $\lambda$ ) no desvio padrão conjuntamente



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Figura 15 –  $NMA_{2,3}$  : Alteração ( $\delta$ ) na média e alteração ( $\lambda$ ) no desvio padrão conjuntamente



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

É possível observar tanto na Tabela 7 quanto nas Figuras 14 e 15 que para  $\delta$  entre 1,0 e 3,0 a probabilidade de detecção aumenta e  $NMA_{2,3}$  diminui à medida que  $\lambda$  aumenta. No entanto, para  $\delta = 3,5$  inicialmente ocorre um efeito contrário, quando  $\lambda$  está entre 1,1 e 3,0 a probabilidade de detecção diminui e o  $NMA_{2,3}$  aumenta, a partir de  $\lambda = 3,5$  observa-se que a

probabilidade começa a crescer e o  $NMA_{2,3}$  diminuir, voltando a assumir um comportamento semelhante aos demais valores de  $\delta$  apresentado. Este fato pode ser explicado pela dependência longitudinal entre a média e desvio padrão, onde variações muito grandes acabam interferindo nas probabilidades e por consequência no  $NMA_{2,3}$ .

## 5 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo geral investigar o desempenho do gráfico por bateladas para a média na presença de alterações na média e variância do processo. Desta forma, diante dos resultados obtidos o gráfico para bateladas mostrou-se eficaz para detectar alterações no processo produtivo.

Com relação ao primeiro objetivo específico proposto, mostrou-se uma aplicação do gráfico de controle em uma indústria química, onde foi analisado dados reais e verificado se o processo em estudo estava sob controle estatístico de qualidade. Para o segundo objetivo foi determinado a estrutura probabilística quando há alteração na média em um processo por bateladas. Já no terceiro objetivo, o trabalho conseguiu determinar o  $NMA_2$  para quando há alteração em  $\delta$  e  $\lambda$ , verificando assim o desempenho do gráfico para detectar a presença de falhas no processo.

Ademais, foi utilizado o *software* R (R Core Team, 2021) para auxílio na análise estatística e gráfica, a ferramenta tem domínio público e é utilizada com frequência no meio acadêmico, principalmente para análise estatística.

Desta forma, o gráfico de controle por bateladas mostrou-se uma ferramenta útil para investigar a qualidade da produção e detectar falhas, também apresentou um bom desempenho diante alterações no processo, no entanto, para uma situação específica de alteração simultânea na média e desvio padrão inicialmente mostrou um comportamento inesperado (provavelmente devido ao efeito longitudinal do processo), desta forma, sugere-se para trabalhos futuros um estudo mais aprofundado deste comportamento.

## REFERÊNCIAS

- BUSSAB, P. A. M. Wilton de O. **Estatística Básica**. [S. l.]: Saraiva, 2004. v. 5.
- CONOVER, W. J. **Practical Nonparametric Statistics**. 2. ed. New York: John Wiley, 1980.
- GARVIN, D. A. **Gerenciando a qualidade: a visão estratégica e competitiva**. Rio de Janeiro: Qualitymark, 1994.
- MICROSOFT. **Microsoft Excel 365**. 2019. Disponível em: <https://www.microsoft.com/pt-br/microsoft-365/free-office-online-for-the-web>.
- MONTGOMERY, D. C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. 4. ed. [S. l.]: Editora LTC, 2004.
- MONTGOMERY, G. C. D. C. **Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- RAMOS, A. W. **CEP para processos contínuos e em bateladas**. [S. l.]: Editora Edgard Blücher, 2000. v. 1.
- SIQUEIRA, E. dos S. **Aplicação do gráfico de controle estatístico por batelada em uma indústria química fabricante de defensivos agrícolas** 2017. 61 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção Mecânica) – Curso de Engenharia de Produção Mecânica, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.
- TEAM, R. C. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. 2021. Disponível em: <https://www.r-project.org/>.
- VASCONCELOS, A. P. de. **Estudo do Gráfico de Controle por Grupos como uma Alternativa ao Modelo de Shewhart em Processos Paralelos**. 61 p. Dissertação (Mestrado em Logística e Pesquisa Operacional) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2009.
- WERKEMA, M. C. C. **Ferramentas Estatísticas Básicas para o Gerenciamento de Processos**. [S. l.]: Editora Fundação Christiano Ottoni, 1995. v. 2.

## APÊNDICE A – PROGRAMAÇÃO NO R PARA A CONSTRUÇÃO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE POR BATELADAS E TESTE DE NORMALIDADE

```
1 rm(list=ls())
2
3 Ativo <- dados
4
5 #calculo dos limites de controle
6 # LS = xbar_bar + 3/d2 * Rm_bar
7 # LI = xbar_bar - 3/d2 * Rm_bar
8
9 #LS = D4 * Rm_bar
10 #LI = D3 * Rm_bar
11
12 d2 <- 1.128
13 D3 <- 0
14 D4 <- 3.267
15
16 xbar <- mean(Ativo$Teor); xbar
17
18 Rm <- data.frame(Ativo$Rm)
19 Rm <- Rm[-1,]
20 Rm_bar <- mean(Rm); Rm_bar
21
22 LS_Xb <- xbar + 3/d2 * Rm_bar; LS_Xb
23 round(LS_Xb,2)
24 LI_Xb <- xbar - 3/d2 * Rm_bar; LI_Xb
25 round(LI_Xb,2)
26 LC_Xb <- xbar; LC_Xb
27 round(LC_Xb,2)
28
29 LS_Rm <- D4 * Rm_bar; LS_Rm
```

```
30 round(LS_Rm,2)
31 LI_Rm <- D3 * Rm_bar; LI_Rm
32 LC_Rm <- Rm_bar; LC_Rm
33 round(LC_Rm,2)
34
35
36 ##### Grafico de controle para X_bar#####
37
38
39 plot(Ativo$Teor, xlab = "Batelada", ylab = "Teor Ativo (X)",
      type = "o", ylim = c(530, 570),pch=16 )
40 abline(h=LS_Xb, col= "red")
41 abline(h=LI_Xb, col= "red")
42 abline(h = LC_Xb, col = "red")
43
44
45
46 ##### Grafico para Amplitude movel ###
47
48 plot(Rm, xlab = "Batelada", ylab = "Amplitude Movel", type =
      "o", ylim = c(0, 25),pch=16 )
49 abline(h=LS_Rm, col= "red")
50 abline(h=LI_Rm, col= "red")
51 abline(h = LC_Rm, col = "red")
52
53
54 ##### Sem o ponto 26#####
55
56
57 ativo2 <- dados2
58
59
```

```
60
61 #calculo dos limites de controle
62 # LS = xbar_bar + 3/d2 * Rm_bar
63 # LI = xbar_bar - 3/d2 * Rm_bar
64
65 #LS = D4 * Rm_bar
66 #LI = D3 * Rm_bar
67
68 d2 <- 1.128
69 D3 <- 0
70 D4 <- 3.267
71
72
73 summary(ativo2$Teor)
74
75 xbar <- mean(ativo2$Teor);xbar
76
77 Rm <- data.frame(ativo2$Rm)
78 Rm <- Rm[-1,]
79 Rm
80
81 summary(Rm)
82
83 Rm_bar <- mean(Rm); Rm_bar
84 sig <- Rm_bar/d2;sig
85
86
87 LS_Xb <- xbar + 3/d2 * Rm_bar;LS_Xb
88 round(LS_Xb,2)
89 LI_Xb <- xbar - 3/d2 * Rm_bar; LI_Xb
90 round(LI_Xb,2)
91 LC_Xb <- xbar; LC_Xb
```

```
92 round(LC_Xb,2)
93
94 LS_Rm <- D4 * Rm_bar; LS_Rm
95 round(LS_Rm,2)
96 LI_Rm <- D3 * Rm_bar; LI_Rm
97 LC_Rm <- Rm_bar; LC_Rm
98 round(LC_Rm,2)
99
100
101 ##### Grafico de controle para X_bar#####
102
103
104 plot(ativo2$Teor, xlab = "Batelada", ylab = "Teor Ativo (X)
      ", type = "o", ylim = c(530, 555),pch=16 )
105 abline(h=LS_Xb, col= "red")
106 abline(h=LI_Xb, col= "red")
107 abline(h = LC_Xb, col = "red")
108
109 plot(Rm, xlab = "Batelada", ylab = "Amplitude Movel", type
      ="o", ylim = c(0, 13),pch=16 )
110 abline(h=LS_Rm, col= "red")
111 abline(h=LI_Rm, col= "red")
112 abline(h = LC_Rm, col = "red")
113
114 ##### Teste de normalidade#####
115 shapiro.test(ativo2$Teor)
116 plot(density(ativo2$Teor), ylab = 'Densidade', xlab = 'Teor
      ativo X', main = '')
117 #
```



## APÊNDICE B – PROGRAMAÇÃO NO R PARA O DESEMPENHO DO GRÁFICO POR BATELADAS

O seguinte código do software R foi utilizado para o cálculo do desempenho do gráfico por bateladas na presença de alterações.

```
1  
2 #  
3 d2 <- 1.128  
4 #  
5 #valores para media de X e media de Rm  
6 xbar <- mean(ativo2$Teor);xbar  
7 Rm <- data.frame(ativo2$Rm)  
8 Rm <- Rm[-1,]  
9 Rm_bar <- mean(Rm); Rm_bar  
10  
11 #desvio  
12 sig <- Rm_bar/d2  
13  
14 #Limites de controle de X  
15 LS_Xb <- 551.3255  
16 LI_Xb <- 530.9759  
17 xbar <- 541.1507  
18  
19  
20  
21 #alteracao media  
22  
23 delta <- seq(0.25,10,0.25)  
24  
25 mu_1 <- xbar+delta*sig  
26 mu_1  
27
```

```
28 F_LSC <- (LS_Xb-mu_1)/sig
29 F_LIC <- (LI_Xb-mu_1)/sig
30
31 probdetec <- 1 - (pnorm(F_LSC) - pnorm(F_LIC))
32 NMA <- 1/probdetec
33
34
35 plot(delta, probdetec, type = "o", col = "#E31A1C", xlab =
      "Delta", ylab = "Probabilidade", pch = 16)
36 plot(delta, NMA, type = "o", col = "#E31A1C", xlab = "Delta
      ", ylab = "NMA", pch = 16)
37
38 # alteracao desvio padrao
39 lambda <- c(1.5,2,3,4,5,10,15,20,25,30,35,40)
40 sig_1 <- sig*lambda
41
42 F_LSCdp <- (LS_Xb-xbar)/(sig_1)
43 F_LICdp <- (LI_Xb-xbar)/(sig_1)
44
45
46 probdetec_dp <- 1 - (pnorm(F_LSCdp) - pnorm(F_LICdp))
47
48 NMAdp <- 1/probdetec_dp
49
50
51 plot(lambda, probdetec_dp, type = "o", col = "#E31A1C", xlab
      = "Lambda", ylab = "Probabilidade", ylim= c(0,1), pch =
      16)
52
53 plot(lambda, NMAdp, type = "o", col = "#E31A1C", xlab = "
      Lambda", ylab = "NMA", pch = 16)
54
```

```
55
56 #alteracao media e desvio padrao
57 Lambda <- c
    (1.1,1.2,1.3,1.4,1.5,2,2.5,3,3.5,4,4.5,5,10,15,20)
58
59 delta1 <- 1
60 F_LSC1 <- (LS_Xb - (xbar+delta1*sig))/(Lambda*sig)
61 F_LIC1<- (LI_Xb - (xbar+delta1*sig))/(Lambda*sig)
62
63 probdetec1 <- 1 - (pnorm(F_LSC1) - pnorm(F_LIC1))
64 NMA1 <- 1/probdetec1
65
66 delta2 <- 1.5
67
68 F_LSC2 <- (LS_Xb - (xbar+delta2*sig))/(Lambda*sig)
69 F_LIC2<- (LI_Xb - (xbar+delta2*sig))/(Lambda*sig)
70
71 probdetec2 <- 1 - (pnorm(F_LSC2) - pnorm(F_LIC2))
72 NMA2 <- 1/probdetec2
73
74 delta3 <- 2
75
76 F_LSC3 <- (LS_Xb - (xbar+delta3*sig))/(Lambda*sig)
77 F_LIC3<- (LI_Xb - (xbar+delta3*sig))/(Lambda*sig)
78
79 probdetec3 <- 1 - (pnorm(F_LSC3) - pnorm(F_LIC3))
80 NMA3 <- 1/probdetec3
81
82 delta4 <- 2.5
83
84 F_LSC4 <- (LS_Xb - (xbar+delta4*sig))/(Lambda*sig)
85 F_LIC4<- (LI_Xb - (xbar+delta4*sig))/(Lambda*sig)
```

```
86
87 probdetec4 <- 1 - (pnorm(F_LSC4) - pnorm(F_LIC4))
88 NMA4 <- 1/probdetec4
89
90 delta5 <- 3
91
92 F_LSC5 <- (LS_Xb - (xbar+delta5*sig))/(Lambda*sig)
93 F_LIC5<- (LI_Xb - (xbar+delta5*sig))/(Lambda*sig)
94
95 probdetec5 <- 1 - (pnorm(F_LSC5) - pnorm(F_LIC5))
96 NMA5 <- 1/probdetec5
97
98 delta6 <- 3.5
99
100 F_LSC6 <- (LS_Xb - (xbar+delta6*sig))/(Lambda*sig)
101 F_LIC6<- (LI_Xb - (xbar+delta6*sig))/(Lambda*sig)
102
103 probdetec6 <- 1 - (pnorm(F_LSC6) - pnorm(F_LIC6))
104 NMA6 <- 1/probdetec6
105
106 plot(Lambda, probdetec1, type = "o", col="#FD8D3C", xlab =
      "Lambda", ylab = "Probabilidade", ylim= c(0,1),pch=20)
107 par(new = TRUE)
108 plot(Lambda, probdetec2, type = "o", col="#FC4E2A", xlab =
      "", ylab = "", ylim= c(0,1),pch=20)
109 par(new = TRUE)
110 plot(Lambda, probdetec3, type = "o", col="#E31A1C", xlab =
      "", ylab = "", ylim= c(0,1),pch=20)
111 par(new=TRUE)
112 plot(Lambda, probdetec4, type = "o", col="#BD0026", xlab =
      "", ylab = "", ylim= c(0,1),pch=20)
113 par(new=TRUE)
```

```
114 plot(Lambda, probdetec5, type = "o", col="#800026", xlab =  
    "", ylab = "", ylim= c(0,1),pch=20)  
115 par(new=TRUE)  
116 plot(Lambda, probdetec6, type = "o", col="#FF0000", xlab =  
    "", ylab = "", ylim= c(0,1),pch=20)  
117  
118  
119 plot(Lambda, NMA1, type = "o", col="#FD8D3C", xlab = "  
    Lambda", ylab = "NMA", ylim= c(1,30),pch=20)  
120 par(new = TRUE)  
121 plot(Lambda, NMA2, type = "o", col="#FC4E2A", xlab = "",  
    ylab = "", ylim= c(1,30),pch=20)  
122 par(new = TRUE)  
123 plot(Lambda, NMA3, type = "o", col="#E31A1C", xlab = "",  
    ylab = "", ylim= c(1,30),pch=20)  
124 par(new=TRUE)  
125 plot(Lambda, NMA4, type = "o", col="#BD0026", xlab = "",  
    ylab = "", ylim= c(1,30),pch=20)  
126 par(new=TRUE)  
127 plot(Lambda, NMA5, type = "o", col="#800026", xlab = "",  
    ylab = "", ylim= c(1,30),pch=20)  
128 par(new=TRUE)  
129 plot(Lambda, NMA6, type = "o", col="#FF0000", xlab = "",  
    ylab = "", ylim= c(1,30),pch=20)  
130  
131  
132 plot(Lambda, NMA1, type = "o", col="#FD8D3C", xlab = "  
    Lambda", ylab = "NMA", ylim= c(1,5),pch=20)  
133 par(new = TRUE)  
134 plot(Lambda, NMA2, type = "o", col="#FC4E2A", xlab = "",  
    ylab = "", ylim= c(1,5),pch=20)  
135 par(new = TRUE)
```

```
136 plot(Lambda, NMA3, type = "o", col="#E31A1C", xlab = "",
      ylab = "", ylim= c(1,5),pch=20)
137 par(new=TRUE)
138 plot(Lambda, NMA4, type = "o", col="#BD0026", xlab = "",
      ylab = "", ylim= c(1,5),pch=20)
139 par(new=TRUE)
140 plot(Lambda, NMA5, type = "o", col="#800026", xlab = "",
      ylab = "", ylim= c(1,5),pch=20)
141 par(new=TRUE)
142 plot(Lambda, NMA6, type = "o", col="#FF0000", xlab = "",
      ylab = "", ylim= c(1,5),pch=20)
```