



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

Análise de Desempenho de Sistemas OFDM Cooperativos DF com Amplificadores de Potência Não Lineares

Dissertação de Mestrado

Diego Aguiar Sousa

FORTALEZA – CEARÁ
AGOSTO 2013



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

Análise de Desempenho de Sistemas OFDM Cooperativos DF com Amplificadores de Potência Não Lineares

Autor

Diego Aguiar Sousa

Orientador

Prof. Dr. Carlos Alexandre Rolim Fernandes

Coorientador

Prof. Dr. Carlos Estêvão Rolim Fernandes

*Dissertação apresentada à
Coordenação do Programa de
Pós-graduação em Engenharia de
Teleinformática da Universidade
Federal do Ceará como parte dos
requisitos para obtenção do grau
de **Mestre em Engenharia de
Teleinformática.***

FORTALEZA – CEARÁ

AGOSTO 2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca de Pós-Graduação em Engenharia - BPGE

-
- S696a Sousa, Diego Aguiar.
 Análise de desempenho de sistemas OFDM cooperativos DF com amplificadores de potência não lineares / Diego Aguiar Sousa. – 2013
 100 f. : il. color., enc. ; 30 cm.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Departamento de Engenharia de Teleinformática, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática, Fortaleza, 2013.
 Orientação: Prof. Dr. Carlos Alexandre Rolim Fernandes.
 Coorientação: Prof. Dr. Carlos Estêvão Rolim Fernandes.
1. Teleinformática. 2. Sistemas de comunicação sem fio. .I. Título.

DIEGO AGUIAR SOUSA

**ANÁLISE DE DESEMPENHO DE SISTEMAS OFDM COOPERATIVOS
DF COM AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA NÃO LINEARES**

Dissertação submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Teleinformática.

Área de concentração: Sinais e Sistemas.

Aprovada em: 09/08/2013.

BANCA EXAMINADORA



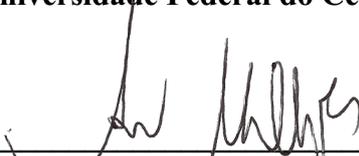
Prof. Dr. Carlos Alexandre Rolim Fernandes (Orientador)
Universidade Federal do Ceará - UFC



Prof. Dr. Carlos Estêvão Rolim Fernandes
Universidade Federal do Ceará - UFC



Prof. Dr. Daniel Benevides da Costa
Universidade Federal do Ceará - UFC



Prof. Dr. André Noll Barreto
Universidade de Brasília - UnB

Dedico este trabalho a Deus e a todas as pessoas que me apoiaram no decorrer deste curso de mestrado, em especial a minha amada Nélia.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer a Deus, que durante toda minha trajetória de vida me provou com suas bênçãos e que têm sido minha força no decorrer deste Mestrado.

Aos meus pais, que até os dias de hoje, nunca permitiram que nada me faltasse e sempre se esforçaram ao máximo para que tivesse uma boa educação. Sem sombra dúvidas, eles possuem muitos méritos na realização desta dissertação.

A minha amada, Nélia Braga, que me acompanha desde o início do meu curso de graduação e que foi uma grande incentivadora para que cursasse a pós-graduação. Ela sempre me confortou com seu carinho, amor e dedicação em me fazer bem, além de ser uma grande companheira, que me auxilia em todos os momentos, inclusive na conclusão deste trabalho.

Ao meu orientador, Carlos Alexandre, e coorientador, Carlos Estêvão, que tiveram paciência em me orientar, ajudando em tudo que estava ao alcance deles para que pudesse concluir este Mestrado.

A todos os professores com quem tive a oportunidade de aprender no decorrer das disciplinas e que sempre foram solícitos quando precisava tirar alguma dúvida.

Por fim, mas não menos importante, aos meus amigos, Juan Carlos, Rafael Guimarães e Éder Jacques, que compartilharam bons e maus momentos no decorrer do curso e que me auxiliaram bastante na produção desta dissertação.

Resumo

Nos últimos anos, a técnica de multiplexação por divisão de frequências ortogonais (OFDM, do inglês *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) vem sendo associada a técnicas de rádio cooperativo. Contudo, ao realizar esta associação, é de grande importância que sejam avaliados os efeitos da alta razão entre a potência média e potência de pico (PAPR, do inglês *Peak-to-Average Power Ratio*) no desempenho do sistema, problema bastante conhecido em sistemas OFDM. Esta dissertação propõe uma formulação analítica para a probabilidade de *outage* e para a taxa de erro de símbolo (SER, do inglês *Symbol Error Rate*) em um sistema de comunicação cooperativo OFDM com um *relay* utilizando os protocolos de retransmissão decodifica-e-encaminha (DF, do inglês *Decode-and-Forward*) fixo e seletivo, considerando os efeitos das não linearidades inseridas por amplificadores de potência (PA, do inglês *Power Amplifier*) na fonte e no *relay*. No modelo proposto, o receptor considerado explora tanto o sinal recebido diretamente da fonte como aquele proveniente do *relay*, combinando-os utilizando a técnica de combinação de razão máxima (MRC, do inglês *Maximum Ratio Combining*). Será apresentado um estudo dos efeitos das não linearidades no sistema, o qual é válido para qualquer tipo de amplificador não linear sem memória, verificando seu impacto na ordem de diversidade do sistema e a deterioração aplicada ao sinal recebido. Simulações computacionais comprovam a validade das expressões teóricas propostas em diversos cenários.

Palavras-Chave: OFDM, comunicação cooperativa, amplificador de potência não linear, probabilidade de *outage*, probabilidade de erro de símbolo.

Abstract

In the lastest years, orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) has been widely associated with cooperative radio techniques. In this context, a study about the effects of the high peak-to-average power ratio (PAPR), a well known OFDM problem, has a great relevance. This dissertation proposes an analytical formulation for the outage probability and symbol error rate (SER) in a cooperative OFDM system with one relay using fixed and selective decode-and-forward (DF) retransmission protocols, considering the nonlinear distortions inserted by the source and relay power amplifiers (PA). In the considered model, the receiver exploits the signal received directly from the source as well as the the signal transmitted through the relay using the maximum ratio combing (MRC) technique. The effects of the nonlinearities in the considered system are studied by verifying their impact in the system diversity order and by analysing how much they deteriorate the received signal. The presented analysis applies to any kind of memoryless amplifier. The proposed theoretical expressions are validated by means of computer simulations in different scenarios.

Keywords: OFDM, cooperative communication, nonlinear power amplifier, outage probability, symbol error probability.

Sumário

Lista de Figuras	vii
Lista de Acrônimos	x
Lista de Símbolos	xii
1 Introdução	1
1.1 Contexto do Problema	1
1.2 Revisão de Literatura	2
1.3 Motivação e Objetivos	3
1.4 Estrutura do Trabalho	4
2 OFDM	6
2.1 Concepção do OFDM	6
2.2 Modelo Matricial do OFDM	10
2.3 Desvantagens	13
2.4 Conclusões	14
3 Modelos de Amplificadores de Potência Não Lineares	15
3.1 Introdução	15
3.2 Modelos de PA não lineares	16
3.2.1 Modelo de Saleh	17
3.2.2 Modelo Rapp	17
3.2.3 Modelo <i>Soft Limiter</i>	18
3.3 IBO e OBO	18
3.4 Teorema de Bussgang	19
3.5 Conclusões	20
4 Rádio Cooperativo	21
4.1 Conceitos Básicos	21

4.2	Protocolos de Retransmissão Cooperativos	24
4.2.1	<i>Amplify-and-Forward</i> (AF)	25
4.2.2	<i>Decode-and-Forward</i>	26
4.2.3	<i>Compress-and-Forward</i>	27
4.2.4	Retransmissão Incremental	28
4.3	Conclusões	28
5	Análise de <i>Outage</i> em Sistemas OFDM Cooperativos DF com PAs não lineares	30
5.1	Modelo Sistêmico	30
5.2	Probabilidade de <i>Outage</i>	35
5.2.1	<i>Decode-and-Forward</i> Fixo	38
5.2.2	<i>Decode-and-Forward</i> Seletivo	40
5.3	Limitantes Superior e Inferior	42
5.3.1	<i>Decode-and-Forward</i> Fixo	46
5.3.2	<i>Decode-and-Forward</i> Seletivo	48
5.4	Análise Assintótica	51
5.4.1	<i>Decode-and-Forward</i> Fixo	52
5.4.2	<i>Decode-and-Forward</i> Seletivo	54
5.5	Resultados de Simulação	56
5.6	Conclusões	65
6	Análise de SER em Sistemas OFDM Cooperativos DF com PAs não lineares	67
6.1	Probabilidade de Erro	67
6.2	<i>Decode-and-Forward</i> Fixo	68
6.3	<i>Decode-and-Forward</i> Seletivo	71
6.4	Resultados Numéricos	73
6.5	Conclusões	83
7	Conclusões e Perspectivas	84
	Apêndice A CDF da SNDR do receptor MRC	87
	Apêndice B Limitante Inferior da CDF da SNDR do receptor MRC	92
	Referências Bibliográficas	95

Lista de Figuras

2.1	Diagrama de blocos de um transmissor utilizando bancos de moduladores analógicos	8
2.2	Diagrama de blocos de um transmissor OFDM utilizando bloco IDFT	8
2.3	Espectro de um sinal modulado utilizando FDM	8
2.4	Espectro de um sinal modulado utilizando OFDM	9
2.5	Prefixo Cíclico	10
2.6	Espectro de um sinal OFDM. Efeito da recepção com ICI	13
3.1	Gráfico de Potência de Entrada \times Potência de Saída em um PA não linear	16
3.2	Saída de um PA seguindo o modelo de Saleh, com $\nu = 2$, $\beta_a = 1$, $\alpha_\phi = \frac{\pi}{3}$ e $\beta_\phi = 1$	17
3.3	Saída de um PA seguindo o modelo de Rapp, com $\nu = 1$, $A_0 = 1$ e $p = 3$	18
3.4	Saída de um PA seguindo o modelo <i>Soft Limiter</i> para $A_{sat} = 1$	19
4.1	Ilustração de um Sistema Rádio Cooperativo em uma célula	22
4.2	Sistema de comunicação cooperativo com um <i>relay</i>	23
4.3	<i>Relay</i> utilizando o protocolo AF	26
4.4	<i>Relay</i> utilizando o protocolo DF	27
4.5	<i>Relay</i> utilizando o protocolo CF	28
5.1	Modelo do Sistema Cooperativo	31
5.2	$P_{out}(\gamma_{th})$ para o protocolo DF fixo considerando IBO = 5 dB nos PAs não lineares da fonte e do <i>relay</i> com $\bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd}$	58
5.3	$P_{out}(\gamma_{th})$ para o protocolo DF seletivo considerando IBO = 5 dB nos PAs não lineares da fonte e do <i>relay</i> com $\bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd}$	58
5.4	$P_{out}(\gamma_{th})$ para o protocolo DF fixo considerando IBO = 5 dB nos PAs não lineares da fonte e do <i>relay</i> com $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$	59

5.5	$P_{out}(\gamma_{th})$ para o protocolo DF seletivo considerando IBO = 5 dB nos PAs não lineares da fonte e do <i>relay</i> com $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$	59
5.6	$P_{out}(\gamma_{th})$ para o protocolo DF fixo considerando PA do <i>relay</i> linear e PA da fonte não linear com IBO = 0 dB	60
5.7	$P_{out}(\gamma_{th})$ para o protocolo DF seletivo considerando PA do <i>relay</i> linear e PA da fonte não linear com IBO = 0 dB	60
5.8	$P_{out}(\gamma_{th})$ para o protocolo DF fixo considerando PA da fonte linear e PA do <i>relay</i> não linear com IBO = 0 dB	62
5.9	$P_{out}(\gamma_{th})$ para o protocolo DF seletivo considerando PA da fonte linear e PA do <i>relay</i> não linear com IBO = 0 dB	62
5.10	$P_{out}(\gamma_{th})$ para os protocolos DF fixo e seletivo considerando ambos os PAs não lineares com IBO = 5 dB, para $\gamma_{sr_n} = \gamma_{rd_n}$ e $\gamma_{sd_n} = 100\gamma_{sr_n}$	63
5.11	$P_{out}(\gamma_{th})$ para os protocolos DF fixo e seletivo considerando ambos os PAs não lineares com IBO = 5 dB, para $\gamma_{sr_n} = 100\gamma_{sd_n}$	64
5.12	$P_{out}(\gamma_{th})$ para os protocolos DF fixo e seletivo considerando ambos os PAs não lineares com IBO = 5 dB, para $\gamma_{rd_n} = 100\gamma_{sd_n}$	65
6.1	SER para o protocolo DF fixo considerando ambos os PAs não lineares com IBO = 5 dB, para $\bar{\gamma}_{rd} \neq \bar{\gamma}_{sd}$	74
6.2	SER para o protocolo DF seletivo considerando ambos os PAs não lineares com IBO = 5 dB, para $\bar{\gamma}_{rd} \neq \bar{\gamma}_{sd}$	75
6.3	SER para o protocolo DF fixo considerando ambos os PAs não lineares com IBO = 5 dB, para $\bar{\gamma}_{rd} = \bar{\gamma}_{sd}$	75
6.4	SER para o protocolo DF seletivo considerando ambos os PAs não lineares com IBO = 5 dB, para $\bar{\gamma}_{rd} = \bar{\gamma}_{sd}$	76
6.5	Comparação da SER entre os protocolos DF fixo e seletivo considerando ambos os PAs não lineares com IBO = 5 dB	77
6.6	SER para o protocolo DF fixo considerando PA do <i>relay</i> linear e PA da fonte não linear com IBO = 0 dB	78
6.7	SER para o protocolo DF seletivo considerando PA do <i>relay</i> linear e PA da fonte não linear com IBO = 0 dB	78
6.8	SER para o protocolo DF fixo considerando PA da fonte linear e PA do <i>relay</i> não linear com IBO = 0 dB	79
6.9	SER para o protocolo DF seletivo considerando PA da fonte linear e PA do <i>relay</i> não linear com IBO = 0 dB	79
6.10	Variação da distância entre a fonte e o <i>relay</i>	80
6.11	Efeito da variação da posição do <i>relay</i> na SER do sistema para o protocolo DF fixo considerando PA do <i>relay</i> linear e PA da fonte não linear com IBO = 0 dB, e $1/\sigma_\eta^2 = 25$ dB	80

6.12	Efeito da variação da posição do <i>relay</i> na SER do sistema para o protocolo DF seletivo considerando PA do <i>relay</i> linear e PA da fonte não linear com IBO = 0 dB, e $1/\sigma_\eta^2 = 25$ dB	81
6.13	Efeito da variação da posição do <i>relay</i> na SER do sistema para o protocolo DF fixo considerando PA da fonte linear e PA do <i>relay</i> não linear com IBO = 0 dB, e $1/\sigma_\eta^2 = 25$ dB	82
6.14	Efeito da variação da posição do <i>relay</i> na SER do sistema para o protocolo DF seletivo considerando PA da fonte linear e PA do <i>relay</i> não linear com IBO = 0 dB, e $1/\sigma_\eta^2 = 25$ dB	82

Lista de Acrônimos

AM	<i>Amplitude Modulation</i>
AF	<i>Amplify-and-Forward</i>
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
CDF	<i>Cumulative Distribution Function</i>
CF	<i>Compress-and-Forward</i>
CRC	<i>Cyclic Redundancy Check</i>
DF	<i>Decode-and-Forward</i>
DFT	<i>Discrete Fourier Transform</i>
ERB	<i>Estação Rádio-Base</i>
FDM	<i>Frequency Division Multiplexing</i>
IBO	<i>Input Backoff</i>
ICI	<i>Intercarrier Interference</i>
IDFT	<i>Inverse Discrete Fourier Transform</i>
ISI	<i>Intersymbol Interference</i>
MIMO	<i>Multiple Input Multiple Output</i>
MRC	<i>Maximum Ratio Combining</i>
OBO	<i>Output Backoff</i>
OFDM	<i>Orthogonal Frequency Division Multiplexing</i>
OFDMA	<i>Orthogonal Frequency Division Multiple Access</i>

PA	<i>Power Amplifier</i>
PAPR	<i>Peak-to-Average Power Ratio</i>
PM	<i>Phase Modulation</i>
PDF	<i>Probability Density Function</i>
PSK	<i>Phase-Shift Keying</i>
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
SC	<i>Selection Combining</i>
SC-FDMA	<i>Single Carrier Frequency Division Multiple Access</i>
SD	<i>Source-Destination</i>
SDR	<i>Signal-to-Distortion Ratio</i>
SER	<i>Symbol Error Rate</i>
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>
SNDR	<i>Signal-to-Noise and Distortion Ratio</i>
SR	<i>Source-Relay</i>
RD	<i>Relay-Destination</i>
TDMA	<i>Time Division Multiple Access</i>
TWT	<i>Travel-Wave Tube</i>

Lista de Símbolos

a	Constante relacionada a ordem de modulação
b	Constante relacionada com a distância mínima à energia de símbolo de uma constelação
\mathbb{C}	Conjunto dos números complexos
D	Ordem de diversidade
$\text{DFT}\{\cdot\}$	Retorna a DFT de um vetor
$d_n^{(R)}$	Distorção inserida pelo PA não linear do <i>Relay</i> na n -ésima subportadora
$d_n^{(S)}$	Distorção inserida pelo PA não linear da Fonte na n -ésima subportadora
$\mathbb{E}[\cdot]$	Operador Esperança
$\text{erf}(\cdot)$	Função Erro
$\text{erfc}(\cdot)$	Função Erro Complementar
\mathbf{F}	Matriz de DFT
$\mathcal{F}_n(\cdot)$	Retorna a n -ésima subportadora da transformada discreta de Fourier de um vetor
$f_r^{(NL)}(\cdot)$	Função de Amplificação do PA não linear da <i>Relay</i>
$f_s^{(NL)}(\cdot)$	Função de Amplificação do PA não linear da Fonte
$h_n^{(RD)}$	Coefficiente de desvanecimento do canal RD na n -subportadora no domínio da frequência
\mathbf{h}_{rd}	Vetor de resposta ao impulso em banda base do canal RD

$h_n^{(SD)}$	Coefficiente de desvanecimento do canal SD na n -subportadora no domínio da frequência
\mathbf{h}_{sd}	Vetor de resposta ao impulso em banda base do canal SD
$h_n^{(SR)}$	Coefficiente de desvanecimento do canal SR na n -subportadora no domínio da frequência
\mathbf{h}_{sr}	Vetor de resposta ao impulso em banda base do canal SR
L	Comprimento do Prefixo Cíclico do sinal OFDM
L_{rd}	Tamanho do espalhamento de atraso do enlace RD
L_{sd}	Tamanho do espalhamento de atraso do enlace SD
L_{sr}	Tamanho do espalhamento de atraso do enlace SR
N	Número de Subportadoras
P_e^{fdf}	Probabilidade de Erro do sistema considerando o protocolo DF Fixo
P_e^{sdf}	Probabilidade de Erro do sistema considerando o protocolo DF Seletivo
$P_{out}^{(fdf)}(\gamma_{th})$	Probabilidade de <i>Outage</i> do sistema considerando o protocolo DF Fixo
$P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th})$	Limitante Inferior da Probabilidade de <i>Outage</i> do sistema considerando o protocolo DF Fixo
P_{mrc}	Probabilidade de <i>Outage</i> do receptor MRC
$P_{mrc\downarrow}$	Limitante Inferior da Probabilidade de <i>Outage</i> do receptor MRC
$P_{out\downarrow}^{(sdf)}(\gamma_{th})$	Probabilidade de <i>Outage</i> do sistema considerando o protocolo DF Seletivo
$P_{out\downarrow}^{(sdf)}(\gamma_{th})$	Limitante Inferior da Probabilidade de <i>Outage</i> do sistema considerando o protocolo DF Seletivo
$P_{out\uparrow}(\gamma_{th})$	Limitante Superior de Probabilidade de <i>Outage</i>
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
\mathbb{R}_+	Conjunto dos números reais positivos
$R_{xx}(\tau)$	Função de autocorrelação de $x(t)$

$R_{xy}(\tau)$	Função de correlação cruzada de $x(t)$ e $y(t)$
\mathbf{s}	Vetor de símbolos transmitidos pela Fonte no domínio da frequência
$\hat{\mathbf{s}}'$	Vetor de símbolos estimado e retransmitido pelo <i>Relay</i> no domínio do tempo
\hat{s}_n	n -ésimo elemento do vetor $\hat{\mathbf{s}}'$
s_n	n -ésimo elemento do vetor \mathbf{s}
\mathbf{s}'	Vetor de Símbolos transmitidos pela Fonte no domínio do tempo
$\mathcal{T}(\mathbf{h})$	Matriz de Toeplitz gerada a partir do vetor \mathbf{h}
$x_n^{(RD)}$	Sinal recebido na n -ésima subportadora no nó Destino através do enlace RD no domínio da frequência
$x_n^{(SD)}$	Sinal recebido na n -ésima subportadora no nó Destino através do enlace SD no domínio da frequência
$x_n^{(SR)}$	Sinal recebido na n -ésima subportadora no nó <i>Relay</i> através do enlace SR no domínio da frequência
α_r	Atenuação e Rotação imposta pelo PA não linear do <i>Relay</i> aos símbolos transmitidos
α_s	Atenuação e Rotação imposta pelo PA não linear da Fonte aos símbolos transmitidos
γ_{RPA}	SDR do PA da <i>Relay</i>
γ_{SPA}	SDR do PA da Fonte
γ_{rd_n}	SNDR instantânea do enlace RD
γ_{sd_n}	SNDR instantânea do enlace SD
γ_{sr_n}	SNDR instantânea do enlace SR
γ_{th}	Limiar de SNDR
$\gamma_{rd_n}^{(l)}$	SNR instantânea do enlace RD
$\gamma_{sd_n}^{(l)}$	SNR instantânea do enlace SD
$\gamma_{sr_n}^{(l)}$	SNR instantânea do enlace SR

$\bar{\gamma}_{rd}$	SNR média do enlace RD
$\bar{\gamma}_{sd}$	SNR média do enlace SD
$\bar{\gamma}_{sr}$	SNR média do enlace SR
$\eta_n^{(RD)}$	Ruído na saída do canal RD da n -ésima subportadora no domínio da frequência
$\eta_n^{(SD)}$	Ruído na saída do canal SD da n -ésima subportadora no domínio da frequência
$\eta_n^{(SR)}$	Ruído na saída do canal SR da n -ésima subportadora no domínio da frequência
$\sigma_{d_s}^2$	Variância da distorção inserida pelo PA não linear da <i>Relay</i>
$\sigma_{d_s}^2$	Variância da distorção inserida pelo PA não linear da Fonte
$\sigma_{h_{rd}}^2$	Variância do canal RD
$\sigma_{h_{sd}}^2$	Variância do canal SD
$\sigma_{h_{sr}}^2$	Variância do canal SR
σ_{rd}^2	Variância do ruído do canal RD
σ_{sd}^2	Variância do ruído do canal SD
σ_{sr}^2	Variância do ruído do canal SR
$ \cdot $	Valor absoluto de um escalar
$(\cdot)^*$	Conjugado de um escalar, matriz ou vetor
$*$	Operador de Convolução
\otimes	Operador de Convolução Circular
$(\cdot)^H$	Conjugado Transposto de uma matriz ou vetor
$(\cdot)^{-1}$	Inversa de uma matriz
$(\cdot)^T$	Transposto de uma matriz ou vetor

Introdução

1.1 Contexto do Problema

Nos últimos 20 anos, a demanda por maiores taxas de transmissão de dados e melhor qualidade de serviço cresceu bastante, ao passo que também cresceu o número de equipamentos de comunicação sem-fio. Durante esse período, as tecnologias relacionadas a esse tipo de comunicação progrediram significativamente e, no início da última década, a diversidade por cooperação foi proposta como um conceito promissor permitindo que se explore a diversidade espacial através de transmissão e processamento distribuídos, sem a necessidade de múltiplas antenas no transmissor e/ou no receptor, além de estender a cobertura e aumentar a capacidade espectral da rede [1, 2]. Ademais, sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO, do inglês *Multiple Input Multiple Output*) possuem, frequentemente, enlaces correlacionados espacialmente [3], diferente de sistemas cooperativos, cujos enlaces são completamente descorrelacionados [4]. A implantação do sistema cooperativo não requer custos adicionais com *hardware*, por usar infraestrutura já existente. Muitos protocolos de transmissão foram propostos na literatura, tais como o amplifica-e-encaminha (AF, do inglês *Amplify-and-Forward*) e o decodifica-e-encaminha (DF, do inglês *Decode-and-Forward*) [4, 5].

Por outro lado, a multiplexação por divisão de frequências ortogonais (OFDM, do inglês *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) é uma tecnologia adotada em diversos padrões de telecomunicações, tais como IEEE 802.11a, IEEE 802.16 (WiMAX), 3GPP *Long Term Evolution* (LTE), *Digital Video Broadcasting - Terrestrial* (DVB-T), *Digital Audio Broadcasting - Terrestrial* (DAB-T), *Integrated Services Digital Broadcasting* (ISDB) e o Sistema Brasileiro de Televisão Digital (SBTVD) [6–8]. A ampla adoção do OFDM se deve à sua alta eficiência espectral, baixa complexidade de implementação e robustez à

interferência intersimbólica (ISI, do inglês *Intersymbol Interference*) [9]. No entanto, uma das principais desvantagens do OFDM, bem como de qualquer modulação multiportadora, é o fato de os sinais possuírem uma alta razão entre a potência de pico e a potência média (PAPR, do inglês *Peak-to-Average Power Ratio*) [6, 10, 11]. Por conta da presença de dispositivos não lineares nos transmissores, tais como os amplificadores de potência (PA, do inglês *Power Amplifier*), os altos valores de PAPR na entrada destes dispositivos resultam em distorções não lineares no sinal transmitido, podendo comprometer significativamente a detecção da informação no receptor. A fim de não deteriorar a qualidade do enlace, o transmissor é forçado a impor um recuo de potência de entrada (IBO, do inglês *Input Backoff*), que define a razão entre a potência de saturação do PA e a potência do sinal de entrada [12]. Entretanto, altos valores de IBO resultam em uma baixa razão sinal ruído (SNR, do inglês *Signal-to-Noise Ratio*) no receptor e em uma perda de eficiência de potência de transmissão, ocasionando uma subutilização do PA.

Em sistemas de comunicação tradicionais, os efeitos de uma alta PAPR são mais relevantes em enlaces ascendentes (*uplink*), pelo fato de os terminais móveis possuírem equipamentos com maior restrição de potência [13]. Já as Estações Rádio-Base (ERB) são equipadas com transmissores mais robustos e possuem mais recursos computacionais, o que permite uma melhor amplificação e um melhor tratamento do sinal a ser transmitido. Devido a isso, no padrão 3GPP LTE, o sistema de múltiplo acesso por divisão de frequências ortogonais (OFDMA, do inglês *Orthogonal Frequency Division Multiple Access*), que é baseado no OFDM, é utilizado apenas no enlace direto (*downlink*), enquanto um sistema de múltiplo acesso de portadora única (SC-FDMA, do inglês *Single Carrier Frequency Division Multiple Access*) é utilizado no *uplink* [11]. Entretanto, quando um sistema cooperativo faz uso de um *relay* móvel, os efeitos das altas PAPR podem ser relevantes em ambos *downlink* e *uplink*, por conta dos dispositivos não lineares no *relay* [7, 14, 15].

1.2 Revisão de Literatura

Até o momento, poucos trabalhos consideraram os impactos de distorções não lineares em sistemas cooperativos. Em [13], um esquema de transmissão e recepção é proposto para um sistema cooperativo DF OFDM com múltiplos *relays* em que os efeitos de um amplificador de potência do tipo *soft-clipping* foram considerados. Em [14], foram propostas técnicas para o cancelamento de distorções não lineares em sistemas cooperativos AF OFDM, considerando apenas um *relay*. Vale salientar que em [13, 14] nenhuma análise de desempenho foi apresentada. Em [15], foi apresentada uma expressão que

modela a probabilidade de erro de *bit* para um sistema cooperativo AF, pressupondo que ambos fonte e *relay* possuem PA não lineares e que o canal entre a fonte e o *relay* é invariante no tempo. Em [16], foi proposto um sistema de alocação de potência ótimo em uma rede de *relays* com PA não lineares. Contudo, em [15, 16] não foi considerado o enlace direto entre a fonte e o destino. Em [7], o autor analisou um sistema cooperativo AF OFDM considerando um PA não linear apenas no *relay*, apresentando uma formulação analítica para a probabilidade de *outage*. Em [17], os autores expandiram a análise realizada em [7] adicionando um esquema de seleção de *relay*. Já em [18], propõe-se um receptor ótimo para um sistema cooperativo AF OFDM considerando os efeitos de PAs não lineares na fonte e no *relay*. Por fim, em [19] foi apresentado um estudo de probabilidade de erro de bit para o *uplink* em um cenário cooperativo AF considerando distorções não lineares e desvios Doppler no enlace fonte-*relay*. No entanto, em [19], não foi considerado o enlace direto entre fonte e destino e nenhuma análise de *outage* foi realizada.

Até onde vai o conhecimento deste autor, este trabalho é o primeiro na literatura a realizar uma análise de *outage* e de SER em um sistema com um *relay* DF considerando um sistema OFDM com PAs não lineares. Este trabalho de dissertação considera um cenário em que:

- ▶ Ambos, fonte e *relay*, possuem PAs não lineares sem memória;
- ▶ O enlace direto e o enlace cooperativo são explorados na recuperação da informação no destino;
- ▶ Considera-se que os símbolos transmitidos pela fonte e pelo *relay* são perfeitamente sincronizados.

Nesta modelagem considera-se ainda que:

- ▶ Os canais possuem um desvanecimento Rayleigh;
- ▶ O *relay* conhece o estado do canal entre ele e a fonte;
- ▶ O destino conhece perfeitamente os enlaces existentes entre ele e a fonte e entre ele e o *relay*.

1.3 Motivação e Objetivos

Como mencionado na Seção 1.1, o efeito das distorções não lineares inseridas nos sinais OFDM pode prejudicar consideravelmente a recepção da informação transmitida, principalmente em um ambiente de rádio

cooperativo, devido à propagação das distorções pelos nós intermediários da rede. Por conta disso, é necessário que os impactos dos PAs não lineares sejam melhor analisados em sistemas OFDM cooperativos. Além disso, como se observou na Seção 1.2, poucos trabalhos realizaram esta análise, em sistemas cooperativos.

O maior apelo na literatura por sistemas cooperativos AF se deve principalmente à sua simplicidade de implementação em relação ao DF. Sistemas DF demandam um processamento distribuído entre os *relays* e o destino, ao contrário do protocolo AF, que concentra todo processamento no receptor. Contudo, vale salientar que com o crescente aumento da capacidade de processamento dos telefones móveis, a carga computacional adicional adicionada ao *relay* não é atualmente um fator limitante. Uma grande vantagem dos sistemas DF é o fato de o ruído térmico inserido no *relay* não ser amplificado no momento da retransmissão, como ocorre no caso AF. Considerando o *relay* composto por dispositivos de recepção de sinal menos robustos, mais susceptíveis ao ruído térmico, a retransmissão do ruído pode dificultar bastante a recuperação da informação no nó destino.

Os objetivos deste trabalho são:

- ▶ Propor um sistema OFDM cooperativo com um *relay* utilizando os protocolos DF fixo ou seletivo, considerando PAs não lineares na fonte e no *relay*, e considerando que o receptor no destino explora tanto o sinal recebido diretamente da fonte como aquele proveniente do *relay*, usando o método de combinação de razão máxima (MRC, do inglês *Maximum Ratio Combining*);
- ▶ Apresentar uma formulação analítica para a probabilidade de *outage* para este sistema, para ambos os protocolos;
- ▶ Elaborar uma análise assintótica dessa probabilidade de *outage*, apresentando os efeitos das não linearidades na ordem de diversidade do sistema;
- ▶ Propor uma expressão para a taxa de erro de símbolo (SER, do inglês *Symbol Error Rate*) do sistema;
- ▶ Investigar o efeito das não linearidades neste sistema para diferentes cenários através de simulações computacionais.

1.4 Estrutura do Trabalho

O restante desta dissertação está organizado da seguinte maneira:

- ▶ **Capítulo 2** – Será abordada a técnica de modulação multiportadora OFDM. Será apresentado um breve histórico do surgimento da técnica, bem como sua evolução no decorrer do tempo, além de tratar com mais detalhes os conceitos que tornaram o OFDM uma técnica de multiplexação bastante eficiente e suas principais desvantagens. Será também mostrado um modelo matemático de transmissão e recepção do sinal.
- ▶ **Capítulo 3** – Será feita uma breve revisão sobre PAs não lineares sem memória, em que serão apresentados 3 diferentes modelos matemáticos para estes amplificadores bastante presentes na literatura, que são os modelos de Saleh, de Rapp e o *soft-clipping*. Serão mostradas também duas métricas de amplificação de sinais, o *backoff* de entrada (*Input Backoff*, do inglês IBO), utilizado nas análises deste trabalho, e o *backoff* de saída (*Output Backoff*, do inglês OBO). Por fim, será apresentado o teorema de Bussgang, que será bastante utilizado no decorrer da dissertação.
- ▶ **Capítulo 4** – Serão apresentados conceitos relativos a rádio cooperativo. Esse capítulo apresentará um breve histórico e evolução deste tipo de sistema, apresentando também as vantagens e desvantagens em relação ao modelo de transmissão tradicional. Além disso, serão mostrados os tipos de protocolos de retransmissão e suas características.
- ▶ **Capítulo 5** – Será descrito, primeiramente, o modelo sistêmico a ser analisado no decorrer do trabalho. Logo após será desenvolvido um equacionamento matemático que modele a probabilidade de *outage* deste sistema para os protocolos DF fixo e seletivo. Será também proposta neste capítulo uma análise assintótica do sistema. Por fim, serão apresentados resultados de simulação validando a modelagem teórica desenvolvida e um estudo dos impactos das não linearidades na probabilidade de *outage* do sistema proposto.
- ▶ **Capítulo 6** – Será desenvolvido um equacionamento teórico que modele a SER para o modelo apresentado no Capítulo 5 para ambos os protocolos de retransmissão considerados, independente da modulação de símbolos considerada. Neste capítulo serão também apresentados resultados numéricos que comprovem a validade da formulação desenvolvida, além de um estudo numérico dos impactos das não linearidades na SER.
- ▶ **Capítulo 7** – Neste capítulo serão apresentadas as conclusões desta dissertação, além das perspectivas de trabalhos futuros.

OFDM

Este capítulo versará sobre conceitos da técnica de multiplexação OFDM. Na Seção 2.1 será mostrado um breve histórico do surgimento e evolução desta técnica, bem como suas características e vantagens. Na Seção 2.2 será apresentado um modelo matemático de transmissão e recepção de um sinal utilizando OFDM. Por fim, na Seção 2.3 serão apresentadas as principais desvantagens dos sistemas OFDM.

2.1 Concepção do OFDM

Os primeiros estudos sobre multiplexação de dados em subportadoras ortogonais tiveram início nos anos 50 [20, 21] em bases militares norte-americanas. No entanto as primeiras publicações científicas ocorreram em 1966, com Chang [22] e no ano seguinte com Saltzberg [23]. Estes primeiros estudos objetivavam utilizar a técnica de multiplexação por divisão de frequências (FDM, do inglês *Frequency Division Multiplexing*) de modo a dividir um canal seletivo em frequência em subcanais paralelos ortogonais com desvanecimento plano [6], aproveitando toda a banda disponível [21].

Para garantir a ortogonalidade entre as subportadoras, os símbolos transmitidos são multiplicados por um conjunto de funções $c_1(t), c_2(t), \dots, c_n(t)$, que devem que satisfazer as seguintes condições:

$$\begin{cases} \int_0^{T_s} c_n(t)c_m^*(t)dt = 0, \forall n \neq m \\ \int_0^{T_s} c_n(t)c_n^*(t)dt = 1, \text{ caso contrário,} \end{cases} \quad (2.1)$$

em que T_s denota o período de símbolo e $(\cdot)^*$ representa o operador conjugado

complexo. Desta forma, o sinal transmitido resultante é igual a

$$x(t) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k c_k(t), \quad (2.2)$$

em que N é o número de símbolos transmitidos paralelamente (ou número de subportadoras) e $\mathbf{s} = [s_0, s_1, \dots, s_{N-1}]^T$ representa o vetor de símbolos modulados utilizando alguma técnica de modulação de banda básica, como a modulação de amplitude em quadratura (QAM, do inglês *Quadrature Amplitude Modulation*) e a modulação por deslocamento de fase (PSK, *Phase-Shift Keying*). Pelo fato de $x(t)$ ser produzido através de uma soma de funções ortogonais, os símbolos \mathbf{s} podem ser facilmente recuperados no receptor utilizando a condição (2.1) da seguinte forma:

$$\hat{s}_k = \int_0^{T_s} x(t) c_k^*(t) dt = s_k, \quad (2.3)$$

em que \hat{s}_k representa o k -ésimo símbolo estimado.

Uma função que garante a condição (2.1) é a função $c_k(t) = g(t) \cos(2\pi f_k t)$, em que $g(t)$ representa uma função de formatação de pulso e $f_k = k/T_s$ denota a frequência da k -ésima subportadora, como é mostrado em [24]. Desta forma a equação (2.2) pode ser reescrita como sendo:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k g(t) \cos(2\pi f_k t). \quad (2.4)$$

A equação (2.4) pode ser representada pelo diagrama da Figura 2.1, sendo o bloco de mapeamento responsável pela conversão dos símbolos de informação $\varphi = [\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_{N-1}]^T$ em \mathbf{s} e o bloco S/P (serial \rightarrow paralelo) representa um *buffer* que armazena N símbolos para realizar a transmissão dos mesmos de uma única vez, utilizando multiplexação de dados multiportadora. Inicialmente, este modelo utilizava bancos de moduladores analógicos que aumentavam a complexidade do hardware necessário para a transmissão, aumentando os custos de implementação, além de possuir pouca flexibilidade.

Em 1971, Weinstein e Ebert [25] implementaram digitalmente o OFDM com o uso da transformada de Fourier discreta (DFT, do inglês *Discrete Fourier Transform*), mostrando uma equivalência entre (2.4) e a transformada inversa de Fourier discreta (IDFT, do inglês *Inverse Discrete Fourier Transform*). Assim, o processo de multiplexação e de demultiplexação passou a ser feito em banda básica de forma digital, barateando os custos de desenvolvimento de transmissores e receptores OFDM, e tornando-os mais flexíveis.

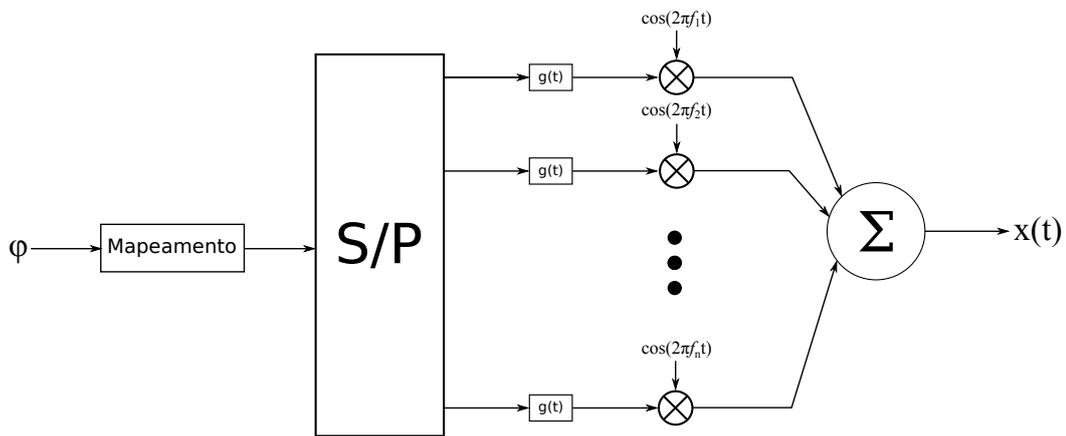


Figura 2.1: Diagrama de blocos de um transmissor utilizando bancos de moduladores analógicos

Na Figura 2.2 é mostrado o diagrama de um transmissor OFDM utilizando um bloco de IDFT substituindo os bancos de moduladores analógicos. O bloco P/S (paralelo \rightarrow serial) apenas serializa a saída do bloco IDFT e o bloco D/A representa um conversor digital \rightarrow analógico.

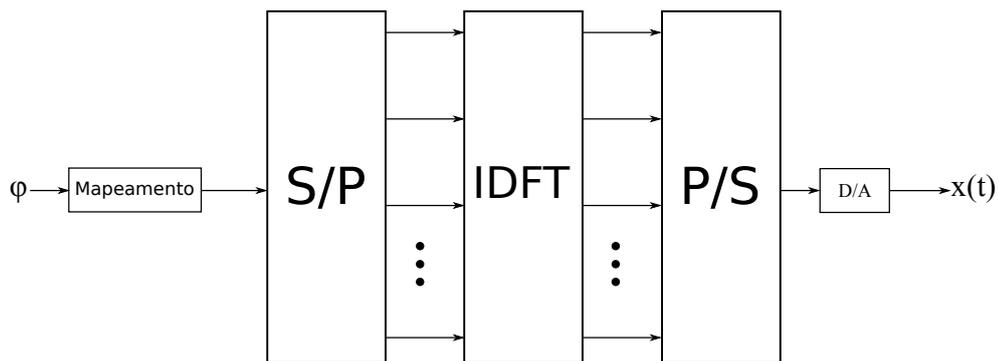


Figura 2.2: Diagrama de blocos de um transmissor OFDM utilizando bloco IDFT

Um sistema de comunicação com modulação multiportadora com bandas superpostas ortogonais utiliza em torno de 50% da banda de rádio necessária para se transmitir o mesmo sinal modulado pelo seu predecessor FDM [26]. As Figuras 2.3 e 2.4 ilustram esquematicamente os espectros de um sinal transmitido utilizando a modulação FDM e OFDM.

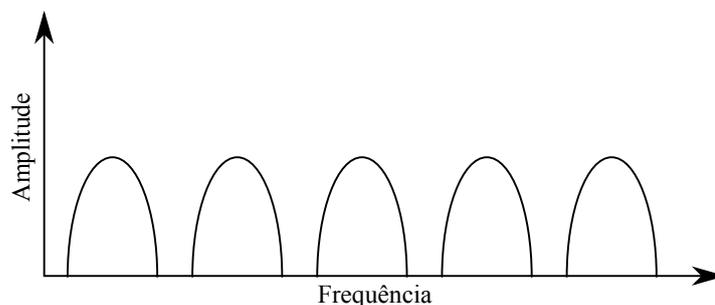


Figura 2.3: Espectro de um sinal modulado utilizando FDM

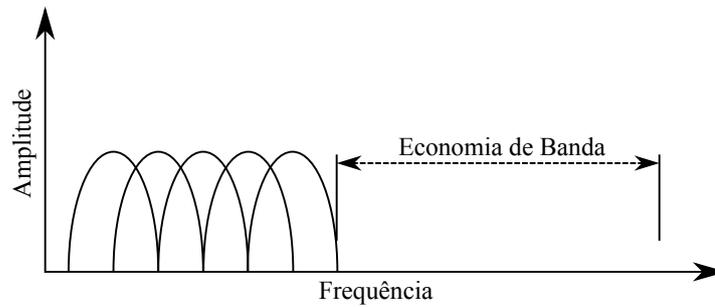


Figura 2.4: Espectro de um sinal modulado utilizando OFDM

Até então este método inovador de modulação multiportadora dispunha de uma grande eficiência na transmissão de dados. Entretanto, o OFDM ainda era bastante sensível a interferência entre portadoras (ICI, do inglês *Intercarrier Interference*) e a interferência intersimbólica (ISI, do inglês *Intersymbol Interference*), devido a quebra de ortogonalidade ocasionada pela seletividade do canal.

Esta quebra de ortogonalidade entre as subportadoras pode ser explicada pelo fato de a convolução linear entre dois sinais no domínio do tempo não ser equivalente à multiplicação dos mesmos no domínio da frequência quando se considera sequências discretas finitas [27, 28]. Assim, dados dois sinais s_1 e s_2 no domínio do tempo com comprimentos N_1 e N_2 , respectivamente, e com representações S_1 e S_2 no domínio da frequência, obtemos a seguinte relação:

$$\text{DFT}\{s_1 * s_2\} \neq S_1 S_2, \quad (2.5)$$

com $*$ denotando o operador de convolução linear e $\text{DFT}\{\cdot\}$ é o operador que realiza a transformada discreta de Fourier.

Em [28] é demonstrado que o produto das representações frequenciais de dois sinais que são discretos no tempo resulta, no domínio da frequência, no que equivale à convolução circular dos dois sinais no domínio do tempo, ou seja:

$$\text{DFT}\{s_1 \otimes s_2\} = S_1 S_2, \quad (2.6)$$

sendo \otimes o operador de convolução circular definido da seguinte forma:

$$s_1 \otimes s_2 = \sum_{k=0}^{N_1} s_1[k] s_2[w], \quad (2.7)$$

em que

$$w = \begin{cases} N_2 - k & , \text{ para } 0 \leq k < N_2, \\ 2N_2 - k & , \text{ para } N_2 \leq k < 2N_2, \\ 3N_2 - k & , \text{ para } 2N_2 \leq k < 3N_2, \\ \vdots & \end{cases} \quad (2.8)$$

Para transformar a convolução linear provida pelo meio de transmissão entre o sinal transmitido e a resposta ao impulso do canal em uma convolução circular, Peled e Ruiz introduziram em [27] a ideia do prefixo cíclico ao OFDM. Assim, a ortogonalidade entre as subportadoras é mantida, conforme será mostrado na Seção 2.2.

O prefixo cíclico consiste em uma parte do final do símbolo OFDM que é adicionada ao início do mesmo (ou vice-versa), conforme ilustrado na Figura 2.5. Com a adição do prefixo cíclico, a recepção do sinal se torna bastante simples, bastando, por exemplo, o uso de um equalizador do tipo *zero-forcing* de um *tap*. Além disso, na ocorrência de ISI, o que será comprometido será a redundância inserida ao sinal, não denegando a informação em si. É importante ressaltar que o tamanho do prefixo cíclico tem de ser maior ou igual ao tamanho do espalhamento de atrasos (*delay spread*) do canal para que não haja a ISI [24].

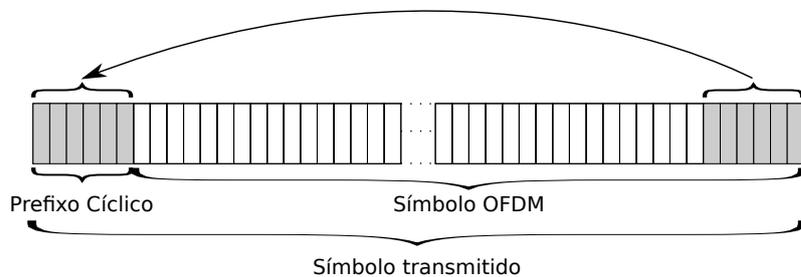


Figura 2.5: Prefixo Cíclico

A adição do prefixo cíclico proporciona ao sinal OFDM uma perda em eficiência espectral, cujo impacto será proporcional à memória do canal.

2.2 Modelo Matricial do OFDM

Seja N o número de subportadoras e Q a cardinalidade da modulação do sinal transmitido, com cada símbolo possuindo $\log_2 Q$ bits. Primeiramente, os N símbolos de informação $\varphi = [\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_{N-1}]^T$, em que $\varphi_k \in (0, Q - 1)$, são mapeados em símbolos no domínio da frequência $s = [s_0, s_1, \dots, s_{N-1}]^T$, conforme mencionado na Seção 2.1. Os símbolos no domínio da frequência são então mapeados em símbolos no domínio do tempo, x_n , para $n \in (0, N - 1)$,

usando a IDFT da seguinte forma:

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} s_k e^{j2\pi kn/N}. \quad (2.9)$$

Reescrevendo a equação (2.9) matricialmente, obtém-se:

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}^{-1}\mathbf{s}, \quad (2.10)$$

em que \mathbf{F} é a matriz de DFT dada por

$$[\mathbf{F}]_{i+1,j+1} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j2\pi ij/N}, \quad (2.11)$$

com $[\mathbf{F}]_{i+1,j+1}$ denotando o elemento $(i+1, j+1)$ da matriz \mathbf{F} , para $i, j \in (0, N-1)$.

Dado um canal com desvanecimento seletivo em frequência e *delay spread* de tamanho L , para se combater a ISI é necessário inserir um prefixo cíclico de tamanho maior ou igual L . Considerando o caso onde o prefixo cíclico é igual ao valor de L , o sinal transmitido é igual a

$$\hat{\mathbf{x}} = [x_{N-L}, x_{N-L-1}, \dots, x_{N-1}, x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]^T. \quad (2.12)$$

Assim, o sinal recebido passa a ser:

$$\mathbf{y} = \mathbf{h} * \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{n}, \quad (2.13)$$

em que $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{L \times 1}$ denota o a resposta ao impulso do canal e $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{(N+L) \times 1}$ representa um ruído Gaussiano branco (AWGN, do inglês *Additive White Gaussian Noise*) de variância σ^2 . Descartando o prefixo cíclico do sinal $\hat{\mathbf{x}}$, (2.13) pode ser reescrito como sendo

$$\mathbf{y} = \mathcal{T}(\mathbf{h})\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{n}, \quad (2.14)$$

em que $\mathcal{T}(\mathbf{h})$ representa a matriz de Toeplitz $N \times (N+L)$ do canal \mathbf{h} , definida como:

$$\mathcal{T}(\mathbf{h}) = \begin{bmatrix} h_L & \cdots & h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & & \cdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & h_L & \cdots & h_0 \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Como visto na seção anterior, a adição do prefixo cíclico faz com que a convolução convencional seja convertida em uma convolução circular para

ambientes discretizados. Logo, (2.14) pode ser reescrita como sendo:

$$\mathbf{y} = \mathbf{h} \otimes \mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (2.16)$$

Deste modo, (2.16) pode ser reescrita como

$$\mathbf{y} = \mathcal{T}_C(\mathbf{h})\mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (2.17)$$

em que $\mathcal{T}_C(\mathbf{h})$ denota a matriz de convolução circular $N \times N$ do canal \mathbf{h} , dada por:

$$\mathcal{T}_C(\mathbf{h}) = \begin{bmatrix} h_L & h_{L-1} & \cdots & h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_L & \cdots & h_1 & h_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & h_L & \cdots & h_1 & h_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_{L-2} & h_{L-3} & \cdots & h_2 & \cdots & h_L & h_{L-1} \\ h_{L-1} & h_{L-2} & \cdots & h_1 & \cdots & 0 & h_L \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Substituindo (2.10) em (2.17) e aplicando a DFT, o sinal recebido no domínio da frequência é dado por:

$$\mathbf{d} = \mathbf{F} (\mathcal{T}_C(\mathbf{h})\mathbf{F}^{-1}\mathbf{s} + \mathbf{n}). \quad (2.19)$$

Das propriedades da matriz de DFT, sabe-se que $\mathbf{F}^{-1} = \mathbf{F}^H$, ou seja, a inversa da matriz de DFT é igual ao seu hermitiano. Denotando $\Lambda = \mathbf{F}\mathcal{T}_C(\mathbf{h})\mathbf{F}^H$, é mostrado em [24, 29] que a matriz $\Lambda \in \mathbb{C}^{N \times N}$ é uma matriz diagonal contendo os autovalores de $\mathcal{T}_C(\mathbf{h})$, em que o n -ésimo autovalor de Λ corresponde à resposta em frequência da n -ésima subportadora do canal \mathbf{h} . Assim, a equação (2.19) reduz-se para

$$\mathbf{d} = \Lambda\mathbf{s} + \mathbf{F}\mathbf{n}. \quad (2.20)$$

Aplicando um equalizador de um *tap* ao sinal recebido, observa-se que o sinal de informação pode ser estimado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \Lambda^{-1}\mathbf{d} \\ &= \mathbf{s} + \boldsymbol{\eta}, \end{aligned} \quad (2.21)$$

em que $\boldsymbol{\eta} = \Lambda^{-1}\mathbf{F}\mathbf{n}$ denota o ruído residual da recepção. Demodulando o sinal \mathbf{r} obtém-se as estimativas dos símbolos φ transmitidos.

2.3 Desvantagens

Assim como qualquer técnica de multiplexação de sinais, o OFDM também possui suas desvantagens. As principais desvantagens desta técnica são a sensibilidade a ruídos de fase, desvios de frequência e altos valores de PAPR.

O ruídos de fase são variações de frequência do sinal que podem ser causadas principalmente pela imperfeição dos osciladores que existem nos transmissores e receptores. Tais ruídos provocam uma rotação na constelação de símbolos recebidos, causando uma interferência entre as subportadoras [26], como mostrado na Figura 2.6.

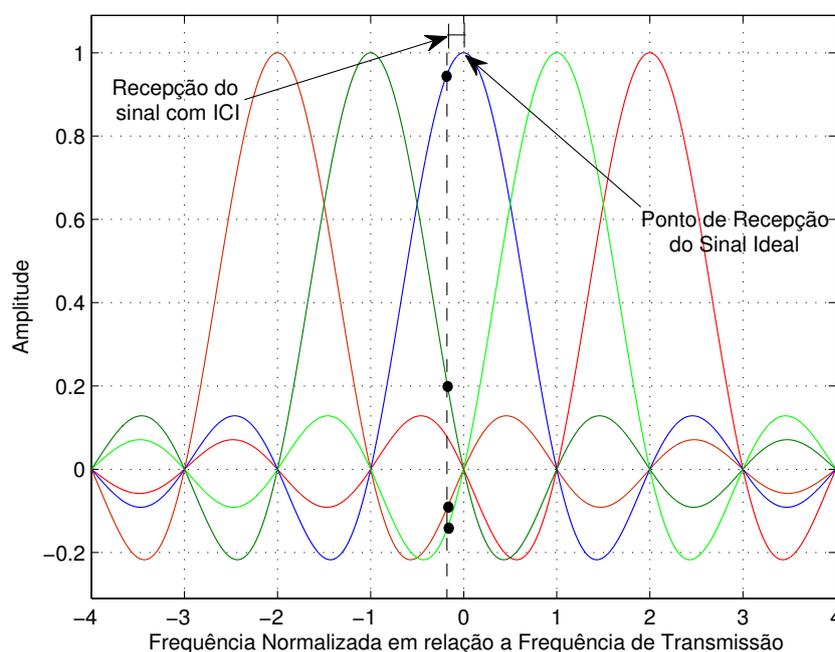


Figura 2.6: Espectro de um sinal OFDM. Efeito da recepção com ICI

O desvio de frequência é ocasionado essencialmente pelo efeito Doppler. Este efeito mostra que quando o transmissor ou o receptor estão em movimento, a frequência do sinal na recepção varia dependendo da velocidade relativa entre o transmissor e o receptor e se os mesmos estão se aproximando ou se afastando. Desvios em frequência ocasionam o mesmo efeito que os ruídos em fase, que é a interferência entre as subportadoras, mostrado na Figura 2.6. Tanto a sensibilidade a ruídos de fase quanto a sensibilidade a desvios de frequência dos sinais OFDM dependem da largura de banda das subportadoras.

A PAPR é uma medida que informa a máxima variação de potência instantânea de um sinal em relação a sua média. Conhecer o valor de picos de um sinal é de vital importância para o projeto de transmissores

e receptores, por conta da presença de equipamentos não lineares, como amplificadores de potência. Sabe-se da literatura que os sinais multiplexados com técnicas modulação multiportadoras, por conta de sua estrutura, possuem naturalmente uma tendência a possuir altos valores de PAPR, que ocorrem devido a soma coerente das várias subportadoras com modulações independentes [11,30,31].

Devido aos altos valores de PAPR dos sinais OFDM, é importante que seus efeitos na transmissão de sinais através de PAs não lineares sejam cuidadosamente estudados. Para retratar melhor a problemática das altas PAPR, no capítulo seguinte serão apresentados conceitos sobre PAs não lineares.

2.4 Conclusões

Este capítulo tratou sobre a técnica de modulação multiportadora OFDM, mostrando um breve histórico e sua evolução no decorrer do tempo, além de uma explanação sobre as principais características que o levaram a ser uma técnica utilizada por grande parte dos sistemas de comunicações atuais e futuros. Contudo, o OFDM também possui desvantagens, sendo uma delas os altos valores de PAPR, o que serve de motivação para os estudos apresentados posteriormente nesta dissertação.

No próximo capítulo será feito um breve estudo sobre PAs não lineares e serão apresentados alguns modelos matemáticos que modelam o comportamento dos mesmos.

Modelos de Amplificadores de Potência Não Lineares

Este capítulo discorrerá acerca de modelos de amplificadores de potência (PA, do inglês *Power Amplifier*) não lineares, com o objetivo de situar o leitor sobre a problemática dos altos valores de PAPR apresentada no capítulo passado. Na Seção 3.1 será feita uma breve introdução ao assunto, introduzindo a definição de amplificadores de potência e sua importância para os transmissores de sinal. Nas Subseções 3.2.1, 3.2.2 e 3.2.3 serão mostrados três modelos clássicos de PA não-lineares muito usados na literatura, conhecidos pelas denominações de modelo de Saleh, Rapp e o idealizado (*soft limiter*). Na Seção 3.3 serão introduzidos os conceitos de *backoff* de entrada (IBO, do inglês *Input Backoff*) e *backoff* de saída (OBO, do inglês *Output Backoff*), utilizados nas simulações computacionais deste trabalho. Por fim, na Seção 3.4 serão apresentados os conceitos relativos ao teorema de Bussgang, que será utilizado posteriormente nas análises deste trabalho.

3.1 Introdução

Amplificadores de potência são dispositivos eletrônicos utilizados (entre outras aplicações) em sistemas de comunicação sem fio, com o objetivo de aumentar a potência de um sinal, condicionando-o para a transmissão e melhorando o alcance do sinal transmitido. Contudo, na prática, a resposta de um PA não pode ser caracterizada por uma função linear, conforme mostra o gráfico da Figura 3.1, que apresenta a relação não linear entre a potência de entrada e de saída em um amplificador real, em que $P_{e_{max}}$ representa a máxima potência aplicada na entrada do amplificador capaz de gerar uma resposta razoavelmente linear, $P_{s_{max}}$ é a potência de saída correspondente a $P_{e_{max}}$ e P_{sat} a potência máxima de saída do amplificador.

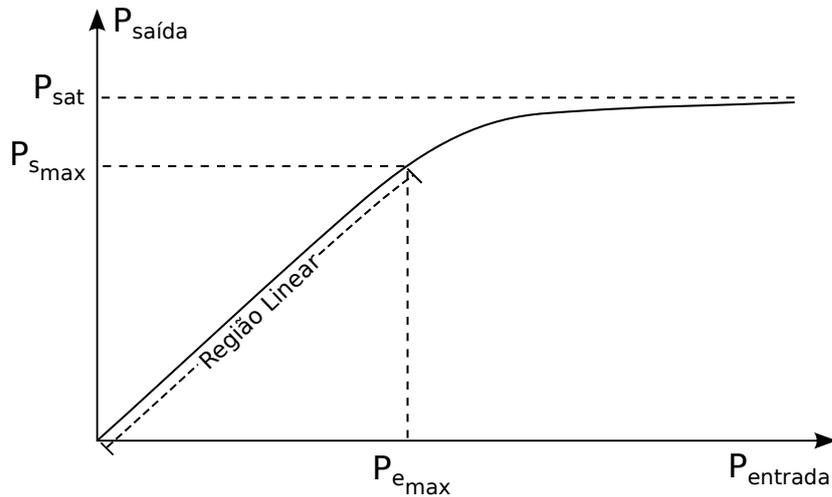


Figura 3.1: Gráfico de Potência de Entrada × Potência de Saída em um PA não linear

Ao se projetar um sistema de telecomunicações sem-fio, o projetista deve atentar para o fato de concentrar a potência de transmissão do sinal na região em que a resposta do PA pode ser aproximada por uma função linear (entre 0 e $P_{s_{\text{max}}}$), a fim de evitar distorções na recepção do sinal.

A saída de um PA não linear pode ser definido como sendo

$$y(t) = f(x(t)), \quad (3.1)$$

em que $x(t)$ e $y(t)$ são respectivamente os sinais de entrada e saída do PA e $f(\cdot)$ é uma função que modela o ganho do amplificador. Um modelo para $f(\cdot)$ bastante utilizado na literatura para um PA sem memória é apresentado em [32, 33], sendo descrito como:

$$f(x(t)) = A(|x(t)|)e^{j([\angle x(t)] + \Phi(|x(t)|))}, \quad (3.2)$$

com $\angle x(t)$ denotando a fase de $x(t)$, e $A(\cdot)$ e $\Phi(\cdot)$ representando respectivamente as funções de conversão AM/AM e AM/PM, em que AM representa a modulação de amplitude e PM representa a modulação de fase. Ou seja, a função $A(\cdot)$ modela os impactos da amplitude do sinal de entrada na amplitude do sinal de saída e $\Phi(\cdot)$ representa o impacto causado pela amplitude do sinal de entrada na fase do sinal de saída.

3.2 Modelos de PA não lineares

Nesta seção serão apresentados alguns modelos de PA não lineares comumente utilizados na literatura.

3.2.1 Modelo de Saleh

O modelo de Saleh [32] é utilizado para representar o comportamento de amplificadores do tipo “tubo de onda viajante” (TWT, do inglês *Travel-Wave Tube*). Neste modelo, as funções $A(\cdot)$ e $\Phi(\cdot)$ são iguais a:

$$A(r) = \frac{\nu r}{1 + \beta_a r^2} \quad (3.3)$$

e

$$\Phi(r) = \frac{\alpha_\phi r^2}{1 + \beta_\phi r^2}, \quad (3.4)$$

em que o parâmetro ν representa o ganho de pequeno sinal, β_a está relacionado à amplitude de saturação, de modo que $A_{sat} = \frac{1}{\sqrt{\beta_a}}$, e α_ϕ e β_ϕ modelam o desvio de fase, de modo que o desvio máximo é dado por $\phi_{max} = \frac{\alpha_\phi}{\beta_\phi}$ [33]. A Figura 3.2 mostra um gráfico do comportamento deste tipo de PA.

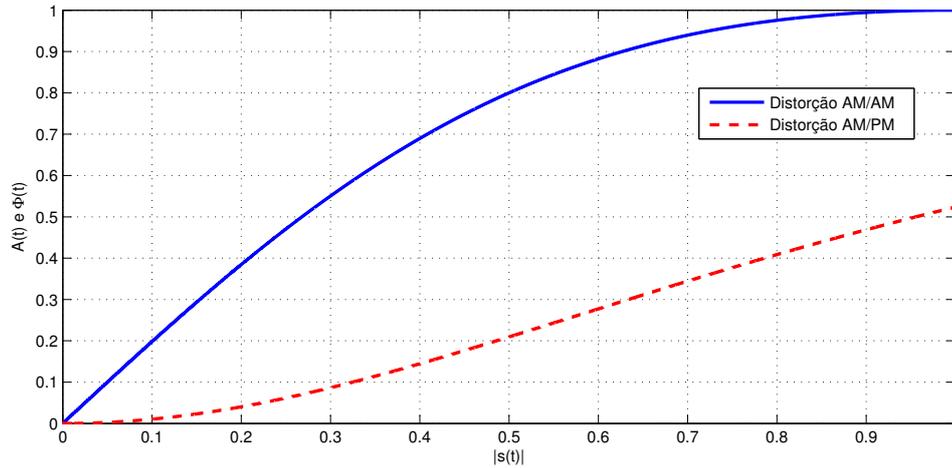


Figura 3.2: Saída de um PA seguindo o modelo de Saleh, com $\nu = 2$, $\beta_a = 1$, $\alpha_\phi = \frac{\pi}{3}$ e $\beta_\phi = 1$

3.2.2 Modelo Rapp

O modelo de Rapp [34] é utilizado na prática para representar amplificadores de estado sólido. Neste modelo, a função de conversão AM/PM é desprezada, ou seja, $\Phi(r) = 0$ [33], e a função $A(\cdot)$ é definida como:

$$A(r) = \frac{\nu r}{\left[1 + \left(\frac{\nu r}{A_{sat}}\right)^{2p}\right]^{\left(\frac{1}{2p}\right)}}, \quad (3.5)$$

em que ν é o ganho de pequeno sinal e o parâmetro p controla a suavidade da transição entre a região linear e a região de saturação do amplificador. A Figura 3.3 mostra a resposta em magnitude de um PA que segue o modelo de

Rapp.

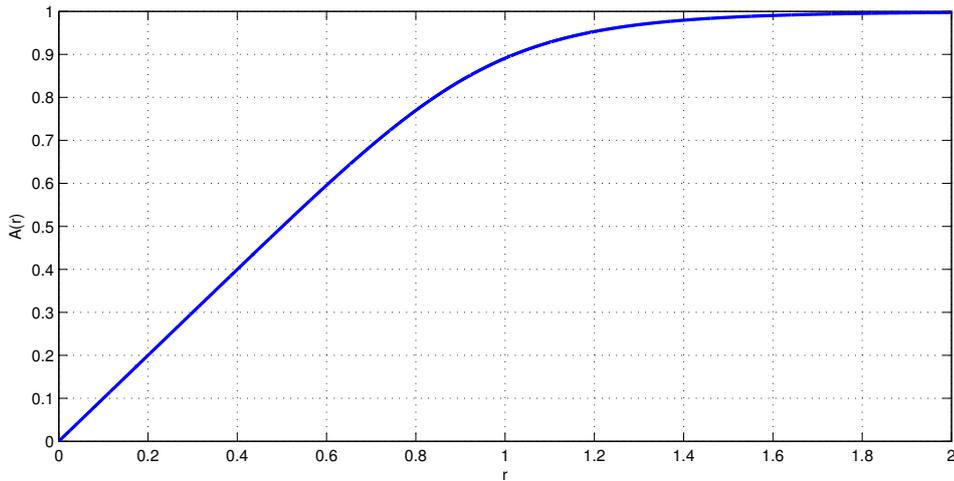


Figura 3.3: Saída de um PA seguindo o modelo de Rapp, com $\nu = 1$, $A_0 = 1$ e $p = 3$

3.2.3 Modelo *Soft Limiter*

O modelo *soft limiter* representa o comportamento de um PA não linear ideal, ou seja, que não possui distorções de fase ($\Phi(r) = 0$) e que, para entradas abaixo do ponto de saturação, a relação entre o sinal de entrada e o de saída é perfeitamente linear. Assim, $A(r)$ é definido como [35]:

$$A(r) = \begin{cases} r & r \leq A_{sat} \\ A_{sat} & r > A_{sat} \end{cases}, \quad (3.6)$$

em que A_{sat} é a amplitude de saturação do amplificador.

A Figura 3.4 apresenta o comportamento de um PA não linear ideal seguindo o modelo *soft limiter*.

3.3 IBO e OBO

Um parâmetro utilizado para se definir a potência de transmissão de sinais por meio de PA não-lineares é o recuo de potência em relação à potência de saturação, ou simplesmente *backoff* [7]. O *backoff* de entrada (IBO, do inglês *Input Backoff*) e o *backoff* de saída (OBO, do inglês *Output Backoff*) são definidos respectivamente como:

$$IBO_{dB} = 10 \log \left(\frac{P_{e_{sat}}}{P_{e_{backoff}}} \right) \quad (3.7)$$

e

$$OBO_{dB} = 10 \log \left(\frac{P_{s_{sat}}}{P_{s_{backoff}}} \right) \quad (3.8)$$

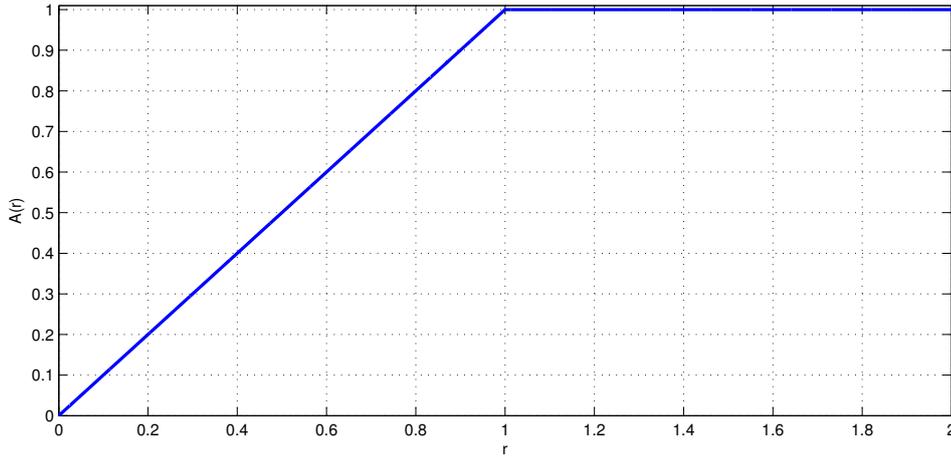


Figura 3.4: Saída de um PA seguindo o modelo *Soft Limiter* para $A_{sat} = 1$

em que $P_{e_{backoff}}$ e $P_{s_{backoff}}$ são as potências média de entrada e de saída do amplificador, respectivamente, e $P_{e_{sat}}$ e $P_{s_{sat}}$ são as potências de entrada e saída de saturação do amplificador, respectivamente. Por conseguinte tem-se que projetar uma IBO que produza uma OBO de forma que a SNR na recepção esteja dentro das especificações de projeto do sistema de comunicação.

3.4 Teorema de Bussgang

O teorema de Bussgang foi publicado em [36] no ano de 1952. Em seu trabalho, Bussgang provou que para $x(t)$ e $y(t)$ relacionados através de uma função sem memória qualquer $f(\cdot)$, conforme (3.1), em que $x(t)$ é um processo aleatório Gaussiano real estacionário de média nula, a correlação cruzada de $x(t)$ e $y(t)$, $R_{xy}(\tau)$, possui a mesma forma da autocorrelação de $x(t)$, $R_{xx}(\tau)$, ou seja,

$$R_{xy}(\tau) = \alpha R_{xx}(\tau) \quad (3.9)$$

em que $\alpha \in \mathbb{C}$, com $|\alpha| \leq 1$, é um escalar que denota a atenuação e a rotação imposta ao sinal $x(t)$ pela função $f(\cdot)$. [35, 37]. Este resultado foi estendido para sinais gaussianos complexos em [38] e em [39].

Do resultado apresentado em (3.9) é possível reescrever (3.1) da seguinte forma:

$$y(t) = \alpha x(t) + d(t), \quad (3.10)$$

em que $d(t)$ é um ruído proveniente da distorção não linear imposta por $f(\cdot)$, descorrelacionado com $x(t)$ [35], ou seja,

$$R_{xd}(\tau) = 0. \quad (3.11)$$

A partir de (3.9), a constante α pode ser definida como

$$\alpha = \frac{1}{\sigma_x^3 \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} z e^{-\frac{z^2}{2\sigma_x^2}} f(z) dz, \quad (3.12)$$

em que σ_x^2 representa a variância de $x(t)$ [35].

Devido à propriedade de descorrelação de $x(t)$ com o ruído $d(t)$, pode-se facilmente calcular a potência do ruído $d(t)$, σ_d^2 , como sendo [38]:

$$\sigma_d^2 = \mathbb{E} [|y(t)|^2] - |\alpha|^2 \sigma_x^2. \quad (3.13)$$

Alguns modelo de PAs possuem expressões fechadas para o ganho α e para a potência da distorção não linear σ_d^2 . Por exemplo, neste trabalho, o modelo de amplificador utilizado para a obtenção de resultados numéricos será o *soft limiter* apresentado na Subseção 3.2.3. Os parâmetros de Bussgang deste modelo são [7, 38]:

$$\alpha = 1 - e\left(-\frac{A_{sat}^2}{\sigma_x^2}\right) + \frac{\sqrt{\pi} A_{sat}}{2\sigma_x} \operatorname{erfc}\left(\frac{A_{sat}}{\sigma_x}\right) \quad (3.14)$$

e

$$\sigma_d^2 = \sigma_x^2 \left(1 - e\left(-\frac{A_{sat}^2}{\sigma_x^2}\right) - |\alpha|^2 \right), \quad (3.15)$$

em que $\operatorname{erfc}(\cdot)$ é a função erro complementar da distribuição normal, igual a

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x). \quad (3.16)$$

3.5 Conclusões

Este capítulo abordou alguns dos principais conceitos a respeito da modelagem de PA não lineares, mostrando três dos principais modelos matemáticos utilizados para este fim. Uma curta discussão foi apresentada sobre o teorema de Bussgang, que modela de forma linear os efeitos de uma função não-linear. Em sistemas de comunicações, essa representação linear possibilitada pelo teorema de Bussgang traz alguns benefícios importantes, tanto na recepção dos sinais quanto na análise de desempenho do sistema, visto que os parâmetros α e σ_d^2 são valores determinísticos, calculados a partir da função que modela o PA não linear. Com esse conhecimento, o sistema pode ser projetado considerando os efeitos não lineares introduzidos pelos PA, provendo uma avaliação mais realistas.

O próximo capítulo discutirá sobre rádio cooperativo, apresentando os principais protocolos de retransmissão existentes na literatura.

Rádio Cooperativo

Este capítulo aborda conceitos relativos a rádio cooperativo. Na Seção 4.1 serão apresentados os fundamentos da comunicação cooperativa, juntamente com um breve histórico. Finalmente, na Seção 4.2 serão mostrados os principais protocolos de retransmissão cooperativos utilizados na literatura.

4.1 Conceitos Básicos

A origem dos estudos sobre sistemas de rádio cooperativo data de 1971, com o trabalho de Van der Meulen [40]. Em seu trabalho, foi introduzido o conceito de canal cooperativo, com o objetivo de facilitar o tráfego de informações entre a fonte e o destino, provendo diversidade espacial. Mais tarde, em 1979, Cover e El Gamal em [41] realizaram alguns estudos sobre o canal cooperativo e desenvolveram dois protocolos de retransmissão de dados a serem utilizados no retransmissor (*relay*), sendo estes denominados decodifica-e-encaminha (DF, do inglês *Decode-and-Forward*) e o comprime-e-encaminha (CF, do inglês *Compress-and-Forward*) [42].

Contudo, apesar dos avanços significativos propostos em [41], somente no início da última década, com a demanda por maiores taxas de transmissão de dados e de qualidade de serviço, bem como o aumento do número de equipamentos de comunicação sem fio, a comunicação cooperativa apresentou-se como conceito promissor permitindo a exploração da diversidade espacial através de transmissão e processamento distribuídos, sem a necessidade de múltiplas antenas no transmissor e/ou no receptor, além da possibilidade de estender a cobertura e aumentar a eficiência espectral da rede [1, 2, 43], como ilustrado na Figura 4.1.

Além disso, em comunicações MIMO, frequentemente os enlaces entre as antenas de transmissão e recepção são espacialmente correlacionados, em geral, devido a concentração dos feixes da ERB em um determinado ângulo [3]. Em comunicações cooperativas, geralmente todos os enlaces existentes no

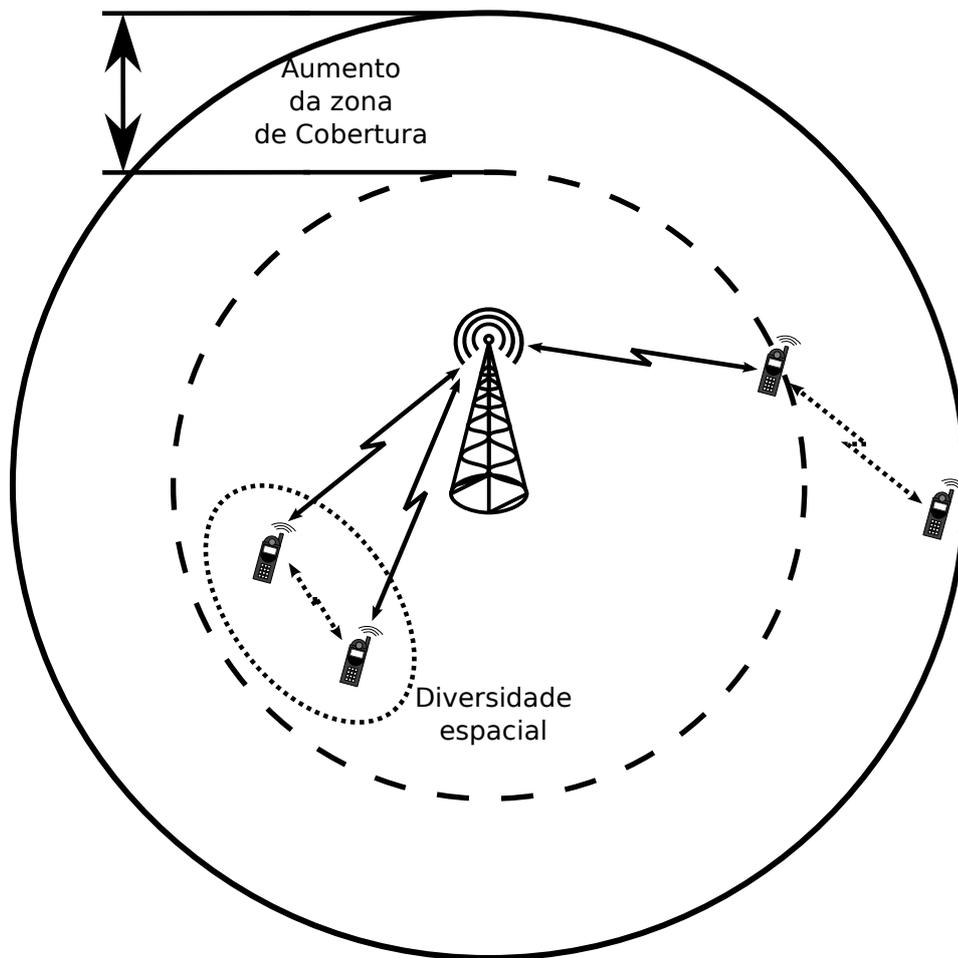


Figura 4.1: Ilustração de um Sistema Rádio Cooperativo em uma célula

sistema são descorrelacionados, o que implica em um ganho de diversidade espacial na recepção do sinal [4].

Na Figura 4.2 é mostrado o esquema de um sistema de comunicação cooperativo com um *relay*, em que h_{sd} representa a resposta ao impulso do canal existente no enlace direto entre fonte e destino e h_{sr} e h_{rd} denotam, respectivamente, as respostas ao impulso dos canais existentes entre a fonte e o *relay*, e entre o *relay* e o destino, todos com desvanecimento plano. Como se pode perceber, a diversidade espacial deste sistema se deve ao fato de que a informação transmitida é recebida no destino por dois caminhos distintos, cujos canais possuem desvanecimentos independentes.

Com os crescentes estudos sobre comunicações cooperativas, surgiram outros protocolos de retransmissão, além dos já citados acima, tal como o protocolo amplifica-e-encaminha (AF, do inglês *Amplify-and-Forward*) [2, 44] que é atualmente um dos métodos de retransmissão mais explorados na literatura, juntamente com o DF.

As estratégias de uso do enlace cooperativo podem ser classificadas em duas categorias [5]:

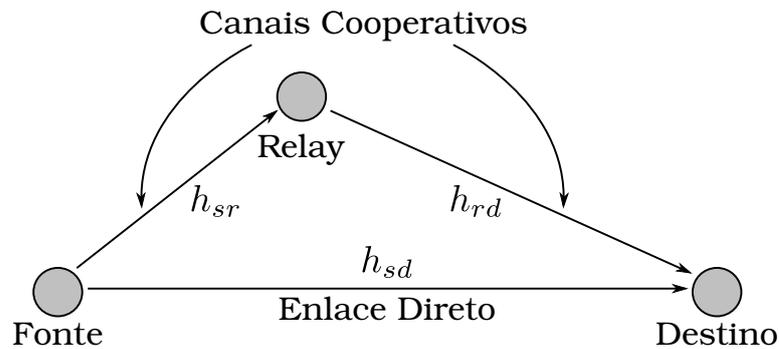


Figura 4.2: Sistema de comunicação cooperativo com um *relay*

- ▶ **Cooperação Fixa:** Esta foi a primeira estratégia de cooperação desenvolvida. Neste esquema, o enlace cooperativo sempre é utilizado, independente do estado do canal cooperativo e/ou do canal do enlace direto. Este modelo de cooperação é mais simples de ser implementado, no entanto possui um desempenho pior quando comparado com o esquema de cooperação adaptativa, visto que o uso do caminho cooperativo nem sempre é necessário ou não está em bom estado de uso.
- ▶ **Cooperação Adaptativa:** Neste esquema o *relay* é utilizado de forma inteligente, dependendo das necessidades de qualidade de serviço do destino e/ou do estado do enlace cooperativo. No entanto, a implementação desta estratégia é mais complexa, visto a necessidade do *relay* possuir mais informações acerca do sistema.

As principais vantagens de um sistema de comunicação cooperativo são [4]:

- ▶ **Melhoria no desempenho do sistema:** Devido à diversidade espacial e aos ganhos de multiplexação dos sistemas cooperativos, pode-se alcançar maiores capacidades de transmissão, além da redução de potência nos transmissores.
- ▶ **Qualidade de serviço balanceada:** Em sistemas de comunicação convencionais existem vários problemas com relação à qualidade de serviço nas bordas da célula. Já em sistemas cooperativos, a qualidade de serviço pode ser projetada para ser praticamente igual para todos os usuários da célula.
- ▶ **Redução de infraestrutura:** O uso de *relays* faz com que haja uma maior abrangência de cobertura de uma célula. Além disso, *relays* cooperativos podem ser utilizados caso haja falha em uma célula, encaminhando a comunicação para outra ERB disponível.

- ▶ **Redução de Custos:** Os custos para se manter os níveis de qualidade de serviço satisfatórios são menores em sistemas cooperativos, se comparados aos sistemas de comunicação tradicionais.
- ▶ **Menor custo de implementação:** A implantação do sistema cooperativo não requer, em geral, custos adicionais com *hardware*, por usar infraestrutura já existente.

Já as principais desvantagens existentes em sistemas cooperativos são [4]:

- ▶ **Escalonadores Complexos:** Quando se expande a ideia de comunicações cooperativas para um caso multiusuário, a tarefa de escalonamento dos recursos de cada terminal usuário se torna bastante complexa.
- ▶ **Aumento de sobrecarga de processamento:** A inserção de protocolos de retransmissão, bem como a necessidade de uma pilha de protocolos de segurança extra para que os requisitos de qualidade de serviços sejam realmente atingidos, aumenta bastante a carga computacional nos *relays*.
- ▶ **Seleção de relays:** No caso onde existe a possibilidade de escolha de *relays*, o processo de seleção ótimo envolve um conhecimento prévio na fonte de todos os canais envolvidos, o que aumenta também a carga computacional na transmissão.
- ▶ **Aumento da latência fim-a-fim:** A inserção de um enlace cooperativo no sistema faz com que seja necessário um tempo maior entre a transmissão do sinal na fonte e a recepção no destino.
- ▶ **Necessidade de estimação de uma maior quantidade de canais:** O uso de *relays* requer um conhecimento de um maior número de canais envolvidos na transmissão.

No entanto, vale salientar que os terminais móveis evoluíram bastante nos últimos anos, logo cargas computacionais extra não são um fator limitante para a implantação de um sistema cooperativo.

4.2 Protocolos de Retransmissão Cooperativos

Um aspecto fundamental em comunicações cooperativas é o processo de retransmissão do sinal no *relay*. Neste contexto, diversos trabalhos na literatura propõem diferentes protocolos a serem utilizados nos *relays*.

Em geral, os protocolos de retransmissão cooperativos podem ser classificados com relação à forma de tratamento do sinal no *relay* de duas formas distintas [4]:

- **Retransmissão Transparente:** Neste modelo, o *relay* geralmente apenas amplifica o sinal recebido, como no AF, podendo também executar outras operações simples;
- **Retransmissão Regenerativa:** O *relay* executa algum tratamento mais sofisticado no sinal recebido antes da retransmissão, como no CF e DF. Em geral, o *relay* regenerativo demodula o sinal recebido e realiza operações de tempo discreto, antes de remodulá-lo, podendo até mudar a informação transmitida.

Na Figura 4.2, seja s o símbolo de informação com potência unitária a ser transmitido. Tem-se que o sinal recebido no *relay* e no destino são, respectivamente:

$$x_{sr} = h_{sr}\sqrt{P_s}s + n_{sr} \quad (4.1)$$

e

$$x_{sd} = h_{sd}\sqrt{P_s}s + n_{sd}. \quad (4.2)$$

em que n_{sr} e n_{sd} denotam o ruído aditivo Gaussiano que contamina os sinais recebidos pelos enlaces fonte-*relay* e fonte-destino, respectivamente, e P_s denota a potência de transmissão do símbolo s .

O sinal recebido no *relay* é retransmitido através de algum protocolo previamente definido. Logo, sendo q o sinal retransmitido pelo *relay*, então o sinal recebido pelo destino através do caminho cooperativo é dado por:

$$x_{rd} = h_{rd}q + n_{rd}. \quad (4.3)$$

Considera-se que este sistema cooperativo utiliza a técnica de múltiplo acesso por divisão de tempo (TDMA, do inglês *Time Division Multiple Access*), ou seja, os sinais provenientes da fonte e do *relay* são recebidos pelo destino em diferentes instantes de tempo. Assim, os sinais recebidos pelo destino em ambos os instantes de tempo, x_{sd} e x_{rd} , são demodulados, combinados e a informação é decodificada.

Nesta seção, será explicado o funcionamento dos principais protocolos de comunicação cooperativa existentes na literatura, usando o modelo apresentado na Figura 4.2.

4.2.1 Amplify-and-Forward (AF)

O AF é um protocolo de retransmissão transparente bastante simples, em que o sinal recebido no *relay* é apenas amplificado com um ganho G e retransmitido, ou seja,

$$q = Gx_{sr}. \quad (4.4)$$

Na Figura 4.3 é apresentado um esquema do funcionamento de um *relay* utilizando o protocolo AF.

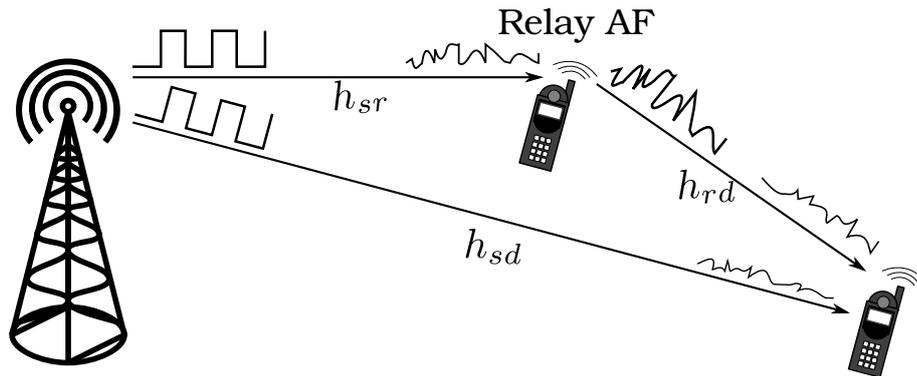


Figura 4.3: *Relay* utilizando o protocolo AF

O sistema AF pode ser classificado como de ganho fixo e ganho variável [4]. No caso do sistema AF de ganho fixo, o valor de G é calculado a partir das estatísticas de longo prazo do canal h_{sr} , sendo este mais simples de ser obtido, além de ser computacionalmente menos complexo.

Já no sistema AF de ganho variável, o valor de G é calculado utilizando os coeficientes instantâneos do canal h_{sr} , sendo este mais eficiente, no entanto, mais complexo, exigindo um maior número de estimativas de canal.

Pelo fato de ser um protocolo de retransmissão transparente, o AF exige uma menor carga computacional do *relay*. No entanto, o ruído n_{sr} recebido é também amplificado e retransmitido, dificultando a detecção do sinal recebido. Além disso, o protocolo AF requer que o destino possua informações de todos os canais envolvidos na transmissão cooperativa [42].

4.2.2 Decode-and-Forward

O DF é um protocolo de retransmissão regenerativa em que o símbolo recebido pelo *relay* é completamente demodulado, remodulado, amplificado e depois retransmitido. Logo,

$$q = \sqrt{P_r} \hat{s}, \quad (4.5)$$

em que \hat{s} representa uma estimativa do símbolo s e P_r representa a potência do sinal transmitido no *relay*. Na Figura 4.4 é mostrado o comportamento de um sinal em um *relay* DF.

No entanto, devido à total decodificação do símbolo no *relay*, o mesmo pode ser estimado e retransmitido erroneamente, podendo prejudicar toda a transmissão. Tal problema pode ser mitigado com o uso de códigos corretores de erro na transmissão do sinal, o que no entanto, reduz a taxa de transmissão. Por conta disso, o protocolo DF possui um melhor desempenho quando a SNR do canal fonte-*relay* é elevada [45].

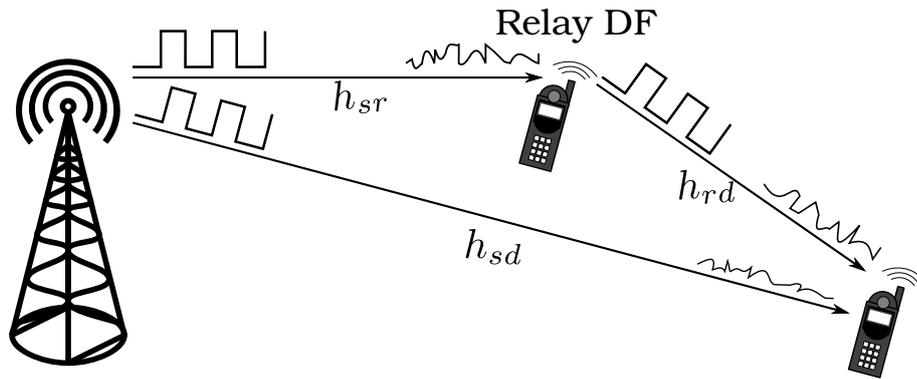


Figura 4.4: Relay utilizando o protocolo DF

Vale ainda destacar que o DF exige do *relay* uma maior carga computacional se comparado ao protocolo AF, no entanto, no DF, o receptor precisa conhecer previamente apenas os canais h_{sd} e h_{rd} .

O protocolo DF foi originalmente desenvolvido para ser uma estratégia de cooperação fixa. De fato, o protocolo acima descrito é conhecido como DF fixo. No entanto, observou-se que o enlace entre a fonte e o *relay* era um gargalo para esse sistema. Assim, foi desenvolvida uma versão adaptativa do protocolo DF denominada DF seletivo. Neste caso, o *relay* só retransmite o símbolo recebido se a SNR do enlace fonte-*relay* estiver acima de um limiar que garanta a decodificação correta do símbolo, caso contrário o destino apenas decodificará o sinal recebido diretamente da fonte. Por conta disso, o protocolo DF seletivo apresenta um melhor desempenho em relação ao protocolo DF fixo, visto que no DF seletivo garante-se que o destino não receberá do *relay* sinais decodificados erroneamente, diferentemente do DF fixo, em que existe a possibilidade de o destino combinar o sinal recebido pela fonte com um sinal retransmitido pelo *relay* que foi estimado de forma errada.

4.2.3 Compress-and-Forward

O protocolo CF também faz parte do conjunto de protocolos regenerativos, contudo, diferentemente do DF, que processa e transmite toda a informação recebida, o CF não decodifica perfeitamente todo o sinal. Em vez disso, o *relay* apenas extrai informações úteis para a decodificação do sinal no destino, as comprime e retransmite. Assim,

$$q = s^{cp} \quad (4.6)$$

em que s^{cp} denota as informações extraídas e comprimidas de x_{sr} .

Contudo, é importante notar que para o uso deste protocolo é necessário que haja um enlace direto entre a fonte e o destino, diferentemente dos anteriormente analisados. Na Figura 4.5 é mostrado o comportamento de

um sinal em um *relay* CF.

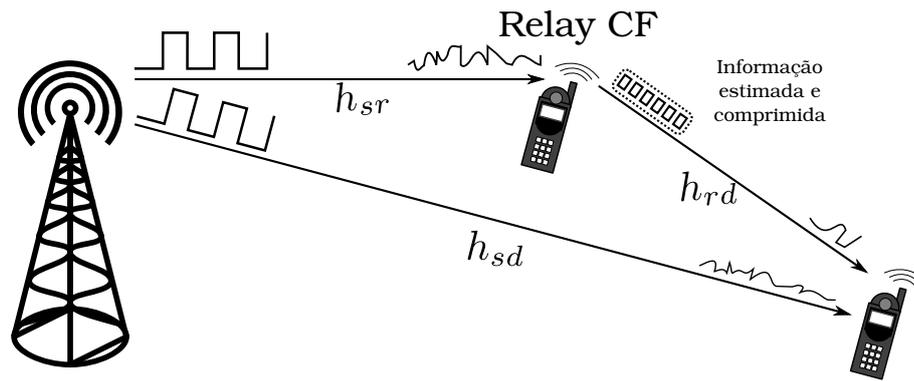


Figura 4.5: *Relay* utilizando o protocolo CF

Por retransmitir uma quantidade de informação menor, o protocolo CF oferece uma economia de banda na retransmissão do sinal, aumentando a eficiência espectral do sistema. Além disso, comparado ao DF, o CF apresenta um melhor desempenho nos casos em que o *relay* encontra-se mais próximo do destino que da fonte [43].

4.2.4 Retransmissão Incremental

A retransmissão incremental é uma estratégia de retransmissão adaptativa que pode ser utilizada com quaisquer protocolos acima analisados. Neste modelo, o *relay* é utilizado apenas no caso em que o destino não consegue decodificar corretamente a informação advinda pelo enlace direto. É importante notar que o uso da retransmissão incremental, assim como o protocolo CF, necessita obrigatoriamente a existência do enlace direto.

Esta estratégia proporciona uma melhor eficiência espectral se comparada com os outros protocolos analisados. No entanto, é necessário que haja um canal de *feedback* entre o destino e o *relay* que informe quando o mesmo deve retransmitir a informação da fonte, aumentando a complexidade do sistema.

4.3 Conclusões

Neste capítulo foram apresentados os fundamentos de sistemas de rádio cooperativo, apresentando um breve histórico desta tecnologia juntamente com alguns conceitos básicos. Foram apresentados também os principais protocolos de retransmissão, denominados AF, DF e CF. Embora a comunicação cooperativa se apresente como uma tecnologia promissora para as próximas gerações das telecomunicações sem fio, existem algumas desvantagens que precisam ainda ser investigadas cuidadosamente.

Embora as unidades móveis tenham evoluído bastante em sua capacidade de processamento, é interessante ressaltar que estes dispositivos possuem

fortes restrições de potência, além de estar equipados com transmissores mais baratos, mais susceptíveis a interferências não lineares. Considerando um cenário de rádio cooperativo, é importante que tais interferências sejam cuidadosamente controladas, a fim de se reduzir o impacto das mesmas no desempenho do sistema.

No capítulo seguinte será apresentado o modelo de sistema cooperativo a ser considerado, juntamente com uma análise da probabilidade de *outage* e uma análise assintótica que determinará sua ordem de diversidade.

Análise de *Outage* em Sistemas OFDM Cooperativos DF com PAs não lineares

Neste capítulo será apresentada a primeira parte das contribuições originais desta dissertação, que consiste na análise de *outage* de um sistema OFDM cooperativo DF com a presença PAs não lineares. A Seção 5.1 descreverá o modelo de sistema considerado. Na Seção 5.2 será desenvolvida uma formulação exata para a probabilidade de *outage* do sistema proposto. Na Seção 5.3 serão desenvolvidas equações analíticas fechadas que limitarão inferior e superiormente a probabilidade de *outage* apresentada na Seção 5.2. Na Seção 5.4 será realizada uma análise assintótica do sistema que determinará quais os efeitos dos PAs não lineares sobre a ordem de diversidade do sistema. Por fim, na Seção 5.5 serão apresentados resultados numéricos que validarão os resultados teóricos apresentados.

5.1 Modelo Sistêmico

O sistema considerado no restante deste trabalho, ilustrado na Figura 5.1, consiste em um sistema de comunicação OFDM cooperativo, composto por uma fonte (S), um *relay* (R) e um destino (D). Considera-se que este sistema emprega a técnica de múltiplo acesso por divisão de tempo (TDMA, do inglês *Time Division Multiple Access*), em que, em um primeiro *slot* de tempo (Estágio 1), a fonte (S) se comunica com o *relay* (R) e o destino (D) e, em um segundo *slot* de tempo (Estágio 2), o *relay* retransmite o sinal recebido ao destino utilizando o protocolo DF fixo ou seletivo, apresentados na Seção 4.2.2.

Acerca deste cenário cooperativo são feitas as seguintes suposições:

- ▶ Todos os nós da rede possuem apenas uma antena e operam em modo

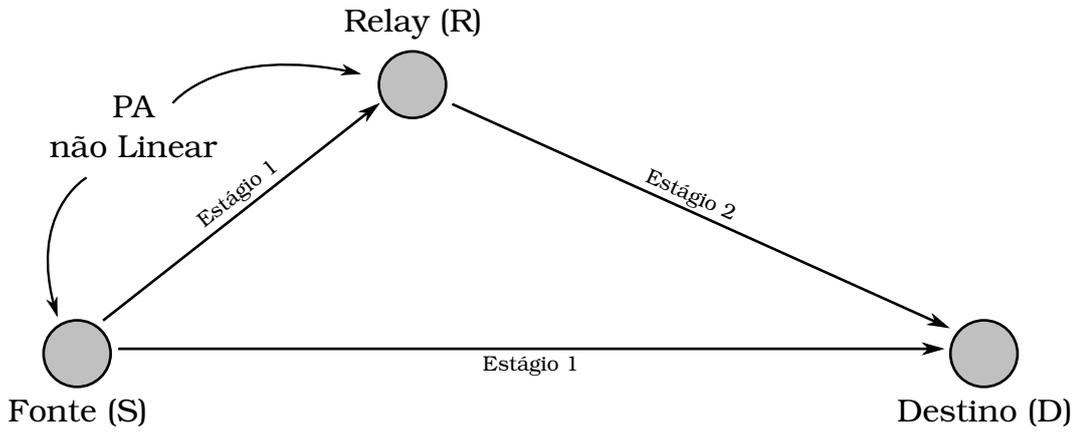


Figura 5.1: Modelo do Sistema Cooperativo

half-duplex;

- ▶ A fonte e o *relay* são equipados com PA não lineares sem memória;
- ▶ Os coeficientes de resposta ao impulso dos canais SD, SR e RD são independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.) e caracterizados por um desvanecimento Rayleigh seletivo em frequência com espalhamentos de atraso iguais a L_{sd} , L_{sr} e L_{rd} , respectivamente;
- ▶ Os sinais recebidos no *relay* e no destino são contaminados por um ruído aditivo Gaussiano branco (*Additive White Gaussian Noise*, do inglês AWGN), de média nula e variância σ_η^2 ;
- ▶ Os sinais recebidos no destino nos estágios 1 e 2 são combinados utilizando um receptor MRC;
- ▶ Para a modelagem analítica, todos os sinais e sistemas são representados em banda de base e em tempo discreto.

Considera-se que a informação a ser transmitida é modulada utilizando as técnicas PSK ou QAM, com um alfabeto de Q elementos e variância unitária, gerando o conjunto de N símbolos com distribuição uniforme. Estes símbolos são multiplexados utilizando a técnica OFDM em N subportadoras e com um prefixo cíclico de comprimento L igual ou superior ao máximo espalhamento de atraso dos canais, ou seja, $L \geq \max(L_{sd}, L_{sr}, L_{rd})$. Como já tratado no Capítulo 2, em uma transmissão OFDM, os símbolos são gerados no domínio da frequência, no entanto eles são amplificados e transmitidos no domínio do tempo. Assim, sendo $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_N]^T$ o vetor contendo os sinais de informação no domínio da frequência e $\mathbf{s}' = [s'_1, s'_2, \dots, s'_N]^T$, a representação de \mathbf{s} no domínio do tempo, obtém-se

$$\mathbf{s}' = \mathbf{F}^{-1}\mathbf{s}, \quad (5.1)$$

em que \mathbf{F} é a matriz de DFT definida em (2.11).

Conforme visto em (2.20), ao se transmitir um sinal OFDM, o coeficiente de desvanecimento do canal na n -ésima subportadora no domínio da frequência é igual ao n -ésimo coeficiente da transformada de Fourier do canal no domínio do tempo. Assim, a resposta em frequência dos canais SD, SR e RD na n -ésima subportadora são respectivamente,

$$h_n^{(SD)} = \mathcal{F}_n(\mathbf{h}_{sd}), \quad (5.2)$$

$$h_n^{(SD)} = \mathcal{F}_n(\mathbf{h}_{sr}), \quad (5.3)$$

e

$$h_n^{(SD)} = \mathcal{F}_n(\mathbf{h}_{rd}). \quad (5.4)$$

em que $\mathbf{h}_{sd} \in \mathbb{C}^{L_{sd} \times 1}$, $\mathbf{h}_{sr} \in \mathbb{C}^{L_{sr} \times 1}$ e $\mathbf{h}_{rd} \in \mathbb{C}^{L_{rd} \times 1}$ denotam as respostas ao impulso em banda base dos canais SD, SR e RD, respectivamente, e $\mathcal{F}_n(\cdot)$ é um operador que retorna a n -ésima subportadora da transformada discreta de Fourier de seu argumento.

Assim, o sinal recebido na n -ésima subportadora no nó destino através do enlace SD é dado por:

$$x_n^{(SD)} = h_n^{(SD)} \mathcal{F}_n \left(f_s^{(NL)} \left(\sqrt{P_s} \mathbf{s}' \right) \right) + \eta_n^{(SD)}, \quad (5.5)$$

em que $\eta_n^{(SD)}$ é o ruído no domínio da frequência, na n -ésima subportadora, para $1 \leq n \leq N$, e P_s é a potência de entrada do sinal no PA da fonte. A função $f_s^{(NL)}(\cdot) : \mathbb{C}^N \rightarrow \mathbb{C}^N$ modela o PA não linear sem memória da fonte.

Observando (2.9), cada símbolo OFDM é composto pela soma de N variáveis aleatórias complexas i.i.d., assim, pelo teorema do limite central [46], quando $N \rightarrow \infty$, o conjunto de símbolos OFDM tende a ter uma distribuição Gaussiana complexa.

Assim, para um valor de N suficientemente grande [31], o sinal \mathbf{s}' pode ser estatisticamente aproximado a um vetor de variáveis aleatórias Gaussianas complexas estacionárias. Neste contexto, supondo uma forma de onda de transmissão retangular, a partir do teorema de Bussgang, introduzido na Seção 3.4, o resultado da passagem dos símbolos OFDM no PA não linear pode ser expressa como:

$$f_s^{(NL)}(\mathbf{s}') = \alpha_s \sqrt{P_s} \mathbf{s}' + \mathbf{d}'_s, \quad (5.6)$$

em que α_s representa a atenuação e a rotação impostos aos símbolos pelo

PA e \mathbf{d}'_s é um vetor aleatório que representa a distorção aplicada ao sinal, descorrelacionado com s' e de variância $\sigma_{d_s}^2$. Assim, aplicando o operador $\mathcal{F}_n(\cdot)$ em (5.6) e substituindo em (5.5), obtém-se

$$\begin{aligned} x_n^{(SD)} &= h_n^{(SD)} \mathcal{F}_n \left(\alpha_s \sqrt{P_s} s' + \mathbf{d}'_s \right) + \eta_n^{(SD)} \\ &= h_n^{(SD)} \alpha_s \sqrt{P_s} s_n + h_n^{(SD)} d_n^{(S)} + \eta_n^{(SD)}, \end{aligned} \quad (5.7)$$

em que $d_n^{(S)}$ representa a n -ésima subportadora da transformada discreta de Fourier do vetor \mathbf{d}'_s . Pode ainda ser demonstrado que $d_n^{(S)}$ é uma variável aleatória Gaussiana complexa, branca e descorrelacionada com s_n [38]. Ou seja, $d_n^{(S)}$ pode ser visto pelo sistema como um AWGN.

De modo análogo, o sinal recebido no *relay* através do enlace SR é dado por

$$x_n^{(SR)} = h_n^{(SR)} \mathcal{F}_n \left(f_s^{(NL)}(s') \right) + \eta_n^{(SR)}, \quad (5.8)$$

em que $\eta_n^{(SR)}$ corresponde ao ruído na saída do canal da n -ésima subportadora no domínio da frequência. Substituindo a transformada discreta de Fourier de (5.6) em (5.8), obtém-se

$$\begin{aligned} x_n^{(SR)} &= h_n^{(SR)} \mathcal{F}_n \left(\alpha_s \sqrt{P_s} s' + \mathbf{d}'_s \right) + \eta_n^{(SR)} \\ &= h_n^{(SR)} \alpha_s \sqrt{P_s} s_n + h_n^{(SR)} d_n^{(S)} + \eta_n^{(SR)}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

É importante destacar que caso o protocolo de retransmissão DF seletivo seja considerado, o *relay* tem a possibilidade de retransmitir ou não a informação. Considerando o caso em que ocorre a retransmissão da informação, denotando por \hat{s}_n o símbolo de informação no domínio da frequência estimado pelo *relay* na n -ésima subportadora, e definindo $\hat{s}' = \{\hat{s}'_1, \hat{s}'_2, \dots, \hat{s}'_N\}$ como sendo o vetor de comprimento N que contém os símbolos decididos pelo *relay*, no domínio do tempo, o sinal recebido no destino através do enlace RD é dado por:

$$x_n^{(RD)} = h_n^{(RD)} \mathcal{F}_n \left(f_r^{(NL)} \left(\sqrt{P_r} \hat{s}' \right) \right) + \eta_n^{(RD)}, \quad (5.10)$$

em que $\eta_n^{(RD)}$ denota o ruído na n -ésima subportadora, no domínio da frequência, P_r é a potência de entrada no amplificador do *relay* e a função $f_r^{(NL)}(\cdot) : \mathbb{C}^N \rightarrow \mathbb{C}^N$ modela o PA no *relay*. Se a maioria dos símbolos decididos pelo *relay* estiverem corretos, \hat{s}'_n , para $1 \leq n \leq N$, pode ser modelado, de forma aproximada, por uma variável aleatória Gaussiana complexa. Dessa forma,

aplicando o teorema de Busgang em (5.10), obtém-se:

$$\begin{aligned} x_n^{(RD)} &= h_n^{(RD)} \mathcal{F}_n \left(\alpha_r \sqrt{P_r} \hat{s}' + \mathbf{d}'_r \right) + \eta_n^{(RD)}, \\ &= h_n^{(RD)} \alpha_r \sqrt{P_r} \hat{s}_n + h_n^{(RD)} d_n^{(R)} + \eta_n^{(RD)}, \end{aligned} \quad (5.11)$$

em que α_r e $d_n^{(R)}$ representam, respectivamente, o fator de atenuação imposto pelo amplificador e a distorção não linear introduzida pelo PA do *relay* no domínio da frequência, de variância $\sigma_{d_r}^2$. Deve ser ainda destacado que $d_n^{(R)}$ também é uma variável aleatória Gaussiana complexa, branca e decorrelacionada com s_n [38]. Ou seja, $d_n^{(R)}$ também pode ser visto pelo sistema como um AWGN.

Ademais, será também pressuposto que $d_n^{(S)}$ e $d_n^{(R)}$ são independentes. Apesar de uma prova formal não ser apresentada nesta dissertação, esta premissa se mostrou verdadeira nas simulações computacionais realizadas, como será visto na Seção 5.5.

No caso em que existe a retransmissão do sinal no *relay* é considerado que o nó destino detecta o sinal recebido usando a técnica MRC considerando conhecidos os coeficientes dos canais e dos PAs [14]. O MRC agirá sobre os sinais recebidos assumindo que os símbolos decididos pelo *relays* estão corretos. Assim, o sinal recebido no destino na saída do MRC é dado por:

$$y_n = a_n^{(SD)} x_n^{(SD)} + a_n^{(RD)} x_n^{(RD)}, \quad (5.12)$$

em que os coeficientes $a_n^{(SD)}$ e $a_n^{(RD)}$ são respectivamente dados por:

$$a_n^{(SD)} = \frac{\frac{h_n^{(SD)*} \alpha_s^* \sqrt{P_s}}{|h_n^{(SD)}|^2 \sigma_{d_s}^2 + \sigma_{s_d}^2}}{\frac{|h_n^{(SD)}|^2 |\alpha_s|^2 P_s}{|h_n^{(SD)}|^2 \sigma_{d_s}^2 + \sigma_{s_d}^2} + \frac{|h_n^{(RD)}|^2 |\alpha_r|^2 P_r}{|h_n^{(RD)}|^2 \sigma_{d_r}^2 + \sigma_{r_d}^2}} \quad (5.13)$$

e

$$a_n^{(RD)} = \frac{\frac{h_n^{(RD)*} \alpha_r^* \sqrt{P_r}}{|h_n^{(RD)}|^2 \sigma_{d_r}^2 + \sigma_{r_d}^2}}{\frac{|h_n^{(SD)}|^2 |\alpha_s|^2 P_s}{|h_n^{(SD)}|^2 \sigma_{d_s}^2 + \sigma_{s_d}^2} + \frac{|h_n^{(RD)}|^2 |\alpha_r|^2 P_r}{|h_n^{(RD)}|^2 \sigma_{d_r}^2 + \sigma_{r_d}^2}}. \quad (5.14)$$

Caso o *relay* não retransmita a informação então o destino receberá apenas o sinal recebido pelo enlace direto. Neste caso, o sinal recebido será detectado por um equalizador do tipo *zero-forcing* de um *tap*, da seguinte forma:

$$y_n = \frac{1}{h_n^{(SD)} \alpha_s \sqrt{P_s}} x_n^{(SD)}. \quad (5.15)$$

Após a recepção dos sinais, cada símbolo recebido y_n , com $n \in (1, N)$, é submetido a um dispositivo de decisão em que será estimada a informação transmitida, com base no alfabeto utilizado na fonte (PSK ou QAM).

5.2 Probabilidade de *Outage*

Observa-se que em (5.7), (5.9) e (5.11), o sinal na saída de cada um dos enlaces SD, SR e RD é formada por três componentes, sendo uma componente puramente de sinal desejado, uma componente originada da passagem de uma distorção gerada pelo PA pelo canal e uma componente puramente de ruído AWGN. Define-se a relação sinal ruído e distorção (SNDR, do inglês *Signal-to-Noise and Distortion Ratio*) por portadora para um dado enlace como a razão entre a potência da componente de sinal desejado e a soma das potências das outras duas componentes recebidas. Uma vez que as distorções não lineares possuem as mesmas propriedades estatísticas que os termos de AWGN, a SNDR pode ser tratada como a SNR. Assim, a SNDR na saída dos enlaces SD, SR e RD pode ser expressa respectivamente como:

$$\gamma_{sd_n} = \frac{|h_n^{(SD)}|^2 |\alpha_s|^2 P_s}{|h_n^{(SD)}|^2 \sigma_{d_s}^2 + \sigma_{sd}^2}, \quad (5.16)$$

$$\gamma_{sr_n} = \frac{|h_n^{(SR)}|^2 |\alpha_s|^2 P_s}{|h_n^{(SR)}|^2 \sigma_{d_s}^2 + \sigma_{sr}^2}, \quad (5.17)$$

e

$$\gamma_{rd_n} = \frac{|h_n^{(RD)}|^2 |\alpha_r|^2 P_r}{|h_n^{(RD)}|^2 \sigma_{d_r}^2 + \sigma_{rd}^2}, \quad (5.18)$$

em que σ_{sd}^2 , σ_{sr}^2 e σ_{rd}^2 representam as variâncias dos ruídos dos canais SD, SR e RD, respectivamente.

Sabe-se que quando as contaminações introduzidas por um enlace sem fio são muito altas, a probabilidade de erro de símbolo torna-se muito elevada. Quando estas contaminações ficam além de certo nível, os erros de detecção chegam ao ponto de inviabilizar por completo recuperação da informação, ficando o sistema indisponível ou fora de serviço. Neste caso, diz-se que o sistema entrou em *outage*. Assim, no presente caso, define-se a ocorrência de *outage* como o evento em que a SNDR instantânea encontra-se abaixo de um determinado limiar γ_{th} . Logo, considerando apenas o enlace SD, tem-se que a probabilidade de *outage* desse enlace é definida pela função de distribuição acumulada (CDF, do inglês *Cumulative Distribution Function*) de sua SNDR, ou

seja,

$$\begin{aligned}
P(\gamma_{sd_n} < \gamma_{th}) &= P\left(\frac{|h_n^{(SD)}|^2 |\alpha_s|^2 P_s}{|h_n^{(SD)}|^2 \sigma_{d_n^{(S)}}^2 + \sigma_{sd}^2} < \gamma_{th}\right) \\
&= P\left(\frac{|h_n^{(SD)}|^2 \sigma_{d_n^{(S)}}^2 + \sigma_{sd}^2}{|h_n^{(SD)}|^2 |\alpha_s|^2 P_s} > \frac{1}{\gamma_{th}}\right) \\
&= P\left(\frac{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}{|\alpha_s|^2 P_s} + \frac{\sigma_{sd}^2}{|h_n^{(SD)}|^2 |\alpha_s|^2 P_s} > \frac{1}{\gamma_{th}}\right) \\
&= P\left(\frac{\sigma_{sd}^2}{|h_n^{(SD)}|^2 |\alpha_s|^2 P_s} > \frac{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th} \sigma_{d_n^{(S)}}^2}{\gamma_{th} |\alpha_s|^2 P_s}\right), \tag{5.19}
\end{aligned}$$

para $\gamma_{th} > 0$. Logo, se $|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th} \sigma_{d_n^{(S)}}^2 < 0$, observa-se que:

$$P(\gamma_{sd_n} < \gamma_{th}) = 1, \tag{5.20}$$

ou seja, um evento de *outage* sempre ocorrerá no enlace SD se $\gamma_{th} > \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}$. Por outro lado, se $|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th} \sigma_{d_n^{(S)}}^2 > 0$, então (5.19) resulta em

$$P(\gamma_{sd_n} < \gamma_{th}) = P\left(|h_n^{(SD)}|^2 < \frac{\gamma_{th} \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th} \sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right). \tag{5.21}$$

Devido ao canal $h_n^{(SD)}$ possuir desvanecimento Rayleigh, então $|h_n^{(SD)}|^2$ possui uma distribuição de probabilidade exponencial com média igual a variância de $h_n^{(SD)}$, $\sigma_{h_{sd}}^2$ [46]. Logo, para $\gamma_{th} < \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}$, (5.21) pode ser reescrita como

$$P(\gamma_{sd_n} < \gamma_{th}) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\gamma_{th} \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th} \sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right). \tag{5.22}$$

Agrupando (5.20) e (5.22), a probabilidade de *outage* do enlace SD pode ser reescrita como sendo

$$P(\gamma_{sd_n} < \gamma_{th}) = \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\gamma_{th} \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th} \sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right) u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} - \gamma_{th}\right)\right] u(\gamma_{th}), \tag{5.23}$$

em que $u(\cdot)$ é a função degrau unitário, definida como:

$$u(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}. \quad (5.24)$$

De modo similar, pode-se escrever a CDF dos canais SR e RD, respectivamente, como sendo

$$P(\gamma_{sr_n} < \gamma_{th}) = \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sr}}^2} \frac{\gamma_{th} \sigma_{sr}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th} \sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right) u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} - \gamma_{th}\right) \right] u(\gamma_{th}) \quad (5.25)$$

e

$$P(\gamma_{rd_n} < \gamma_{th}) = \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{rd}}^2} \frac{\gamma_{th} \sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - \gamma_{th} \sigma_{d_n^{(R)}}^2}\right) u\left(\frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n^{(R)}}^2} - \gamma_{th}\right) \right] u(\gamma_{th}), \quad (5.26)$$

em que $\sigma_{h_{sr}}^2$ e $\sigma_{h_{rd}}^2$ são respectivamente as variâncias dos canais $h_n^{(SR)}$ e $h_n^{(RD)}$.

Supondo que o *relay* retransmita o sinal para o destino, então o destino combinará os sinais advindos dos enlaces SD e RD utilizando um combinador MRC. Uma vez que $x_n^{(SD)}$ e $x_n^{(RD)}$ são independentes, a SNDR resultante é igual à soma das SNDR na entrada do combinador, ou seja,

$$\gamma_{mrc} = \gamma_{sd_n} + \gamma_{rd_n}. \quad (5.27)$$

Visto que γ_{mrc} é dado pela soma de duas variáveis aleatórias independentes, então sua CDF é dada como [46, 47]:

$$\begin{aligned} P_{mrc} &= P(\gamma_{mrc} < \gamma_{th}) \\ &= \int_{-\infty}^{\gamma_{th}} \int_{-\infty}^{\infty} f_{\gamma_{sd_n}}(\gamma_{th}) f_{\gamma_{rd_n}}(y - x) dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_{\gamma_{sd_n}}(\gamma_{th}) P(\gamma_{rd_n} < \gamma_{th} - x) dx, \end{aligned} \quad (5.28)$$

em que $f_{\gamma_{sd_n}}(\cdot)$ e $f_{\gamma_{rd_n}}(\cdot)$ representam, respectivamente, as funções densidade de probabilidade (PDF, do inglês *Probability Density Function*) de γ_{sd_n} e γ_{rd_n} .

Assim, a partir de (5.28), a CDF de γ_{mrc} é descrita como:

$$\begin{aligned} P_{mrc} &= 1 - \left[\exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\gamma_{th} \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th} \sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right) + \Upsilon \right] u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} - \gamma_{th}\right) + \\ &\quad \Omega u\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right), \end{aligned} \quad (5.29)$$

em que

$$\Upsilon = \int_{\max\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n}^{2(R)}}, 0\right)}^{\gamma_{th}} \frac{\sigma_{sd}^2 |\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{h_{sd}}^2 \left(|\alpha_s|^2 P_s - \sigma_{d_n}^{2(S)} x\right)^2} \times \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x \sigma_{d_n}^{2(S)}} - \frac{1}{\sigma_{h_{rd}}^2} \frac{(\gamma_{th} - x) \sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - (\gamma_{th} - x) \sigma_{d_n}^{2(R)}}\right) dx \quad (5.30)$$

e

$$\Omega = 1 - \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{rd}}^2} \frac{\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) \sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - \left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) \sigma_{d_n}^{2(R)}}\right) u\left(\frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n}^{2(R)}} + \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right). \quad (5.31)$$

Todas as manipulações matemáticas que levam ao resultado apresentado em (5.29) encontram-se no Apêndice A. Na sequência, serão desenvolvidas as expressões para a probabilidade de *outage* do sistema considerando os protocolos DF fixo e seletivo, separadamente.

5.2.1 Decode-and-Forward Fixo

No caso de o sistema utilizar o protocolo DF fixo, o *relay* sempre retransmitirá o sinal recebido, independente da qualidade do enlace SR. Assim, a probabilidade de *outage* pode ser definida como [5]

$$\begin{aligned} P_{out}^{(df)}(\gamma_{th}) &= P((\gamma_{sr_n} < \gamma_{th}) \cup (\gamma_{mrc} < \gamma_{th})) \\ &= P(\min(\gamma_{sr_n}, \gamma_{mrc}) < \gamma_{th}), \end{aligned} \quad (5.32)$$

ou seja, o sistema entra em *outage* nos casos em que o enlace SR entra em *outage* ou quando a soma dos enlaces SD e RD (γ_{mrc}) entrar em *outage*. De fato, se o enlace SR estiver em estado de *outage*, é muito alta a probabilidade do *relay* retransmitir um símbolo detectado erroneamente, comprometendo completamente a recepção no destino e levando o sistema a um estado de indisponibilidade, portanto em *outage*.

Desenvolvendo (5.32), obtém-se

$$P_{out}^{(df)}(\gamma_{th}) = 1 - P(\min(\gamma_{sr_n}, \gamma_{mrc}) > \gamma_{th}). \quad (5.33)$$

A probabilidade do mínimo das duas variáveis ser maior que γ_{th} é igual a

probabilidade de ambas serem maior que γ_{th} , logo

$$P_{out}^{(fdf)}(\gamma_{th}) = 1 - P(\gamma_{sr_n} > \gamma_{th}, \gamma_{mrc} > \gamma_{th}). \quad (5.34)$$

Como γ_{sr_n} e γ_{mrc} são independentes, então

$$\begin{aligned} P_{out}^{(fdf)}(\gamma_{th}) &= 1 - P(\gamma_{sr_n} > \gamma_{th})P(\gamma_{mrc} > \gamma_{th}) \\ &= 1 - (1 - P(\gamma_{sr_n} < \gamma_{th}))(1 - P(\gamma_{mrc} < \gamma_{th})). \end{aligned} \quad (5.35)$$

Substituindo (5.25) e (5.29) em (5.35), obtém-se

$$\begin{aligned} P_{out}^{(fdf)}(\gamma_{th}) &= 1 - (1 - P(\gamma_{sr_n} < \gamma_{th}))(1 - P(\gamma_{mrc} < \gamma_{th})). \\ &= 1 - \left\{ 1 - \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sr}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sr}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right) \right] u(\gamma_{th}) \right\} \times \\ &\quad \left(1 - \left\{ 1 - \left[\exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) + \Upsilon \right] u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \Omega u\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) \right\} \right) \\ &= 1 - \left[u(-\gamma_{th}) + \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sr}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sr}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right) u(\gamma_{th}) \right] \times \\ &\quad \left\{ \left[\exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) + \Upsilon \right] u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right) + \right. \\ &\quad \left. \Omega u\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) \right\}. \end{aligned} \quad (5.36)$$

Como $\gamma_{th} > 0$, então $u(-\gamma_{th}) = 0$ e $u(\gamma_{th}) = 1$, e sabendo que $u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right) u\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) = 0$, então (5.36) pode ser simplificada como

$$\begin{aligned} P_{out}^{(fdf)}(\gamma_{th}) &= 1 - \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sr}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sr}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right) \times \\ &\quad \left[\exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) + \Upsilon \right] u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right), \end{aligned} \quad (5.37)$$

resultando em

$$P_{out}^{(fdf)}(\gamma_{th}) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sr}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sr}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) \times$$

$$\left[\exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\gamma_{th} \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th} \sigma_{d_n}^2} \right) + \Upsilon \right] u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^2} - \gamma_{th} \right). \quad (5.38)$$

5.2.2 Decode-and-Forward Seletivo

Considerando que o *relay* emprega o protocolo de retransmissão DF seletivo, então o mesmo retransmitirá o sinal recebido pela fonte apenas se o enlace SR estiver em boas condições, ou seja, se o enlace SR estiver em estado de *outage*, então o destino utilizará na recepção apenas o sinal advindo o enlace SD, caso contrário, empregará o receptor MRC, assim como no caso do DF fixo. Assim, a probabilidade de *outage* neste caso pode ser definida como sendo [5]

$$\begin{aligned} P_{out}^{(sdf)}(\gamma_{th}) &= P((\gamma_{sd_n} < \gamma_{th}) \cap (\gamma_{sr_n} < \gamma_{th})) + P((\gamma_{sd_n} + \gamma_{rd_n} < \gamma_{th}) \cap (\gamma_{sr_n} > \gamma_{th})) \\ &= P(\gamma_{sd_n} < \gamma_{th})P(\gamma_{sr_n} < \gamma_{th}) + P(\gamma_{sd_n} + \gamma_{rd_n} < \gamma_{th})(1 - P(\gamma_{sr_n} < \gamma_{th})), \end{aligned} \quad (5.39)$$

ou seja, o sistema entra em *outage* em duas situações:

- i.** se os enlaces SR e SD estiverem em *outage* simultaneamente,
- ii.** se o enlace SR não estiver em *outage*, mas a soma das SNDRs dos enlaces SD e RD estiver em *outage*.

Substituindo (5.23), (5.25) e (5.29) em (5.39), obtém-se

$$\begin{aligned} P_{out}^{(sdf)}(\gamma_{th}) &= \left[1 - \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\gamma_{th} \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th} \sigma_{d_n}^2} \right) u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^2} - \gamma_{th} \right) \right] u(\gamma_{th}) \times \\ &\quad \left[1 - \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sr}}^2} \frac{\gamma_{th} \sigma_{sr}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th} \sigma_{d_n}^2} \right) u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^2} - \gamma_{th} \right) \right] u(\gamma_{th}) + \\ &\quad \left\{ 1 - \left[\exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\gamma_{th} \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th} \sigma_{d_n}^2} \right) + \Upsilon \right] u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^2} - \gamma_{th} \right) + \right. \\ &\quad \left. \Omega u \left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^2} \right) \right\} \times \\ &\quad \left\{ 1 - \left[1 - \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sr}}^2} \frac{\gamma_{th} \sigma_{sr}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th} \sigma_{d_n}^2} \right) u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^2} - \gamma_{th} \right) \right] u(\gamma_{th}) \right\}. \end{aligned} \quad (5.40)$$

Visto que $\gamma_{th} > 0$, então $u(\gamma_{th}) = 1$, logo

$$\begin{aligned}
P_{out}^{(sdf)}(\gamma_{th}) &= 1 - \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sr}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sr}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right) - \\
&\quad \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right) + \\
&\quad \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \frac{1}{\sigma_{h_{sr}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sr}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right) + \\
&\quad \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sr}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sr}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right) - \\
&\quad \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \frac{1}{\sigma_{h_{sr}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sr}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right) - \\
&\quad \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sr}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sr}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) \Upsilon u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right) \\
&= 1 - \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right) - \\
&\quad \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sr}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sr}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) \Upsilon u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right), \tag{5.41}
\end{aligned}$$

que por fim, reduz-se a

$$\begin{aligned}
P_{out}^{(sdf)}(\gamma_{th}) &= 1 - \left[\exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) + \right. \\
&\quad \left. \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sr}}^2} \frac{\gamma_{th}\sigma_{sr}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th}\sigma_{d_n}^{2(S)}}\right) \Upsilon \right] u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{2(S)}} - \gamma_{th}\right). \tag{5.42}
\end{aligned}$$

As Equações (5.38) e (5.42) expressam a probabilidade de *outage* de sistemas DF fixo e seletivo, respectivamente, em função de Υ , definido em (5.30). Entretanto, até onde vai o conhecimento do autor, não existe uma expressão analítica para a integral em (5.30), podendo esta ser resolvida apenas de forma numérica. Na Seção 5.5, as expressões (5.38) e (5.42) serão comparadas com valores simulados de probabilidade de *outage* usando soluções numéricas para resolver a integral (5.30).

Além disso, na próxima seção, serão desenvolvidas expressões analíticas de limitantes inferiores e superiores para as probabilidades de *outage* dadas

por (5.38) e (5.42). Como será visto na Seção 5.3, estas expressões para os limitantes possuem boa precisão, tendo por base os valores simulados de probabilidade de *outage* e a solução numérica.

5.3 Limitantes Superior e Inferior

Como mencionado anteriormente, devido à dificuldade em encontrar uma função primitiva para a integral na Equação (5.30), nesta subseção serão propostos limitantes para as equações (5.38) e (5.42).

Na subseção anterior foram definidas as SNDRs de cada um dos enlaces envolvidos no modelo estudado. No entanto, agora cada uma das SNDRs será decomposta em duas componentes: a SNR do enlace sem fio desconsiderando os efeitos das distorções não lineares introduzidas pelos PAs, e a relação sinal-distorção (*Signal-to-Distortion Ratio*, do inglês SDR) do PA não linear pelo qual o sinal foi transmitido.

A SNR em cada subportadora dos enlaces sem fio SD, SR e RD é definida, respectivamente, como sendo

$$\gamma_{sd_n^{(l)}} = \frac{|h_n^{(SD)}|^2 |\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{sd}^2}, \quad (5.43)$$

$$\gamma_{sr_n^{(l)}} = \frac{|h_n^{(SR)}|^2 |\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{sr}^2}, \quad (5.44)$$

e

$$\gamma_{rd_n^{(l)}} = \frac{|h_n^{(RD)}|^2 |\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{rd}^2}. \quad (5.45)$$

Já a SDR dos PAs não lineares é definida como a razão entre a potência da componente de sinal útil na saída do amplificador e a potência da distorção não linear inserida no sinal. Assim, as SDRs na saída dos PAs da fonte e do *relay* são dadas por:

$$\gamma_{SPA} = \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} \quad (5.46)$$

e

$$\gamma_{RPA} = \frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n^{(R)}}^2}. \quad (5.47)$$

Como todos os canais possuem desvanecimento Rayleigh, então as SNRs dos enlaces SD, SR e RD possuem CDFs dadas respectivamente por:

$$P(\gamma_{sd_n^{(l)}} < \gamma_{th}) = \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) \right] u(\gamma_{th}), \quad (5.48)$$

$$P(\gamma_{sr_n^{(l)}} < \gamma_{th}) = \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) \right] u(\gamma_{th}), \quad (5.49)$$

e

$$P(\gamma_{rd_n^{(l)}} < \gamma_{th}) = \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) \right] u(\gamma_{th}), \quad (5.50)$$

em que $\bar{\gamma}_{sd}$, $\bar{\gamma}_{sr}$ e $\bar{\gamma}_{rd}$ representam as SNRs médias dos canais SD, SR e RD, respectivamente.

Considerando que os parâmetros do PA se alteram de forma bem mais lenta que os parâmetros dos canais sem fio, pode-se considerar γ_{SPA} e γ_{RPA} como sendo constantes. Assim, a CDF de γ_{SPA} e γ_{RPA} são dadas respectivamente por:

$$P(\gamma_{SPA} < \gamma_{th}) = u(\gamma_{th} - \gamma_{SPA}) \quad (5.51)$$

e

$$P(\gamma_{RPA} < \gamma_{th}) = u(\gamma_{th} - \gamma_{RPA}). \quad (5.52)$$

Observando apenas a SNDR do enlace SD, apresentada em (5.16), nota-se que é possível reescrevê-la em termos da SNR do enlace e da SDR do PA da fonte, resultando em

$$\gamma_{sd_n} = \frac{\gamma_{SPA} \gamma_{sd_n^{(l)}}}{\gamma_{SPA} + \gamma_{sd_n^{(l)}}}. \quad (5.53)$$

De modo análogo, é pode-se reescrever as SNDRs dos enlaces SR e RD, apresentados respectivamente nas equações (5.25) e (5.26), como sendo

$$\gamma_{sr_n} = \frac{\gamma_{SPA} \gamma_{sr_n^{(l)}}}{\gamma_{SPA} + \gamma_{sr_n^{(l)}}}, \quad (5.54)$$

e

$$\gamma_{rd_n} = \frac{\gamma_{RPA} \gamma_{rd_n^{(l)}}}{\gamma_{RPA} + \gamma_{rd_n^{(l)}}}. \quad (5.55)$$

A Proposição 5.1 a seguir mostra que as expressões de SNDR podem ser limitadas superior e inferiormente por expressões analíticas simples, utilizando uma relação comumente utilizada na literatura [48, 49].

Proposição 5.1 *As SNDRs γ_{sd_n} , γ_{sr_n} e γ_{rd_n} apresentadas nas equações (5.53), (5.54) e (5.55) são limitadas por*

$$\frac{\min(\gamma_{sd_n^{(l)}}, \gamma_{SPA})}{2} \leq \gamma_{sd_n} \leq \min(\gamma_{sd_n^{(l)}}, \gamma_{SPA}), \quad (5.56)$$

$$\frac{\min(\gamma_{sr_n^{(l)}}, \gamma_{SPA})}{2} \leq \gamma_{sr_n} \leq \min(\gamma_{sr_n^{(l)}}, \gamma_{SPA}), \quad (5.57)$$

$$\frac{\min(\gamma_{rd_n^{(l)}}, \gamma_{RPA})}{2} \leq \gamma_{rd_n} \leq \min(\gamma_{rd_n^{(l)}}, \gamma_{RPA}). \quad (5.58)$$

Prova 5.1 *Sejam $x, y \in \mathbb{R}_+$, então*

$$\frac{xy}{x+y} = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} \leq \frac{1}{\frac{1}{x}} = x, \quad (5.59)$$

com a igualdade sendo atingida quando $y \rightarrow \infty$. De modo análogo,

$$\frac{xy}{x+y} = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} \leq \frac{1}{\frac{1}{y}} = y. \quad (5.60)$$

com a igualdade sendo alcançada para $x \rightarrow \infty$. Logo, se $xy/(x+y) \leq x$ e $xy/(x+y) \leq y$, então $xy/(x+y) \leq \min(x, y)$, com $xy/(x+y) \rightarrow \min(x, y)$ quando $|x - y| \rightarrow \infty$.

Por outro lado,

$$\frac{xy}{x+y} = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} \geq \frac{1}{\frac{1}{\min(x,y)} + \frac{1}{\min(x,y)}} = \frac{1}{\frac{2}{\min(x,y)}} = \frac{\min(x,y)}{2}, \quad (5.61)$$

com a igualdade sendo verificada quando $x = y$.

Assim, pode-se garantir que o valor da expressão $xy/(x+y)$ sempre será limitado por:

$$\frac{\min(x,y)}{2} \leq \frac{xy}{x+y} \leq \min(x,y). \quad (5.62)$$

Note que $xy/(x+y)$ se aproximará de seu limitante inferior se x e y forem próximos, e se aproximará de seu limitante superior se x e y tiverem valores muito distintos.

■

Utilizando o limitante superior da SNDR do enlace SD, dado em (5.56), observa-se que o limitante inferior de sua probabilidade de *outage* é dada por:

$$\begin{aligned} P_{\downarrow}(\gamma_{sd_n} < \gamma_{th}) &= P\left(\min(\gamma_{sd_n^{(l)}}, \gamma_{SPA}) < \gamma_{th}\right) \\ &= 1 - (1 - P(\gamma_{sd_n^{(l)}} < \gamma_{th}))(1 - P(\gamma_{SPA} < \gamma_{th})). \end{aligned} \quad (5.63)$$

Aplicando (5.48) e (5.51) em (5.63), obtém-se

$$\begin{aligned}
P_{\downarrow}(\gamma_{sd_n} < \gamma_{th}) &= 1 - \left\{ 1 - \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) \right] u(\gamma_{th}) \right\} [1 - u(\gamma_{th} - \gamma_{S_{PA}})] \\
&= 1 - \left[u(-\gamma_{th}) + \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{th}) \right] u(\gamma_{S_{PA}} - \gamma_{th}) \\
&= 1 - \left[u(\gamma_{S_{PA}} - \gamma_{th})u(-\gamma_{th}) + \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{S_{PA}} - \gamma_{th})u(\gamma_{th}) \right].
\end{aligned} \tag{5.64}$$

Visto que $\gamma_{S_{PA}}$ sempre assumirá um valor positivo, então $u(\gamma_{th} - \gamma_{S_{PA}})u(-\gamma_{th}) = 0$, logo,

$$P_{\downarrow}(\gamma_{sd_n} < \gamma_{th}) = u(\gamma_{th}) - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{th})u(\gamma_{S_{PA}} - \gamma_{th}). \tag{5.65}$$

Seguindo o mesmo raciocínio, tem-se que a CDF da SNDR dos enlaces SR e RD são, respectivamente,

$$P_{\downarrow}(\gamma_{sr_n} < \gamma_{th}) = u(\gamma_{th}) - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{th})u(\gamma_{S_{PA}} - \gamma_{th}), \tag{5.66}$$

e

$$P_{\downarrow}(\gamma_{rd_n} < \gamma_{th}) = u(\gamma_{th}) - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) u(\gamma_{th})u(\gamma_{R_{PA}} - \gamma_{th}). \tag{5.67}$$

De modo análogo ao realizado na seção anterior, a partir de (5.28), tem-se que a CDF da SNDR do receptor MRC é definida como:

$$\begin{aligned}
P_{mrc\downarrow} &= 1 - \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{S_{PA}})}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th} - \gamma_{S_{PA}}}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) u(\gamma_{R_{PA}} - \gamma_{th} + \gamma_{S_{PA}}) \right] \times \\
&\quad \exp\left(-\frac{\gamma_{S_{PA}}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{th} - \gamma_{S_{PA}}) - \Psi,
\end{aligned} \tag{5.68}$$

em que

$$\Psi = \begin{cases} \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{S_{PA}})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\max(\gamma_{th} - \gamma_{S_{PA}}, 0)}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) - \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(-\frac{\max(\gamma_{th} - \gamma_{R_{PA}}, 0)}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{R_{PA}})}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) & \bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd} \\ \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) [\min(\gamma_{th}, \gamma_{S_{PA}}) - \max(\gamma_{th} - \gamma_{R_{PA}}, 0)] & \bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}. \end{cases} \tag{5.69}$$

O desenvolvimento detalhado do cálculo de $P_{mrc\downarrow}$ em (5.68) é apresentado no Apêndice B.

5.3.1 Decode-and-Forward Fixo

Substituindo (5.66) e (5.68) em (5.35) e fazendo $u(\gamma_{th}) = 1$, tem-se que o limitante inferior da probabilidade de *outage*, $P_{out\downarrow}^{(df)}(\gamma_{th})$, é dado por:

$$\begin{aligned}
P_{out\downarrow}^{(df)}(\gamma_{th}) &= 1 - (1 - P(\gamma_{sr_n} < \gamma_{th}))(1 - P_{mrc}). \\
&= 1 - \left\{ 1 - \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) \right] \right\} \times \\
&\quad \left(1 - \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th} - \gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) \times \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. u(\gamma_{RPA} - \gamma_{th} + \gamma_{SPA}) \right] \exp\left(-\frac{\gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{th} - \gamma_{SPA}) - \Psi \right\} \right) \\
&= 1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) \left\{ \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) - \right. \\
&\quad \left. \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th} - \gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) u(\gamma_{RPA} - \gamma_{th} + \gamma_{SPA}) \right] \times \right. \\
&\quad \left. \exp\left(-\frac{\gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{th} - \gamma_{SPA}) + \Psi \right\} \\
&= 1 - \left\{ \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) - \right. \\
&\quad \left. \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th} - \gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) u(\gamma_{RPA} - \gamma_{th} + \gamma_{SPA}) \right] \times \right. \\
&\quad \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) \exp\left(-\frac{\gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) u(\gamma_{th} - \gamma_{SPA}) + \\
&\quad \left. \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) \Psi \right\}. \tag{5.70}
\end{aligned}$$

Como $u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th})u(\gamma_{th} - \gamma_{SPA}) = 0$, então a equação pode ser simplificada para

$$\begin{aligned}
P_{out\downarrow}^{(df)}(\gamma_{th}) &= 1 - \left\{ \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) + \right. \\
&\quad \left. \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) \Psi \right\} \\
&= 1 - \left[\exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \Psi \right] \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}). \tag{5.71}
\end{aligned}$$

Substituindo (5.69) em (5.71), obtém-se o limitante inferior da probabilidade de *outage* para $\bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd}$, dado por:

$$\begin{aligned}
P_{out\downarrow}^{(df)}(\gamma_{th}) &= 1 - \left[\exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \right. \\
&\quad \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\max(\gamma_{th} - \gamma_{SPA}, 0)}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) - \\
&\quad \left. \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(-\frac{\max(\gamma_{th} - \gamma_{RPA}, 0)}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) \right] \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) \times
\end{aligned}$$

$$u(\gamma_{S_{PA}} - \gamma_{th}). \quad (5.72)$$

Como toda a expressão entre colchetes em (5.72) é multiplicada por $u(\gamma_{S_{PA}} - \gamma_{th})$, então $\min(\gamma_{th}, \gamma_{S_{PA}})$ pode ser simplificado por γ_{th} e $\max(\gamma_{th} - \gamma_{S_{PA}}, 0)$ por zero, resultando em

$$\begin{aligned} P_{out_{\downarrow}}^{(fdf)}(\gamma_{th}) &= 1 - \left[\exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) - \right. \\ &\quad \left. \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(-\frac{\max(\gamma_{th} - \gamma_{R_{PA}}, 0)}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{R_{PA}})}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) \right] \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) \times \\ &\quad u(\gamma_{S_{PA}} - \gamma_{th}). \\ &= 1 - \left[1 + \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} - \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{R_{PA}})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{R_{PA}})}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) \right] \times \\ &\quad \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{S_{PA}} - \gamma_{th}). \end{aligned} \quad (5.73)$$

Agora, substituindo (5.69) em (5.71), obtém-se o limitante inferior da probabilidade de *outage* para $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$, igual a:

$$\begin{aligned} P_{out_{\downarrow}}^{(fdf)}(\gamma_{th}) &= 1 - \left\{ \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{S_{PA}})}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) \times \right. \\ &\quad \left. [\min(\gamma_{th}, \gamma_{S_{PA}}) - \max(\gamma_{th} - \gamma_{R_{PA}}, 0)] \right\} \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) \times \\ &\quad u(\gamma_{S_{PA}} - \gamma_{th}). \end{aligned} \quad (5.74)$$

De modo análogo ao caso anterior, simplificando a expressão acima obtém-se:

$$\begin{aligned} P_{out_{\downarrow}}^{(fdf)}(\gamma_{th}) &= 1 - \left\{ \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) \times \right. \\ &\quad \left. [\gamma_{th} - \max(\gamma_{th} - \gamma_{R_{PA}}, 0)] \right\} \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) \times \\ &\quad u(\gamma_{S_{PA}} - \gamma_{th}) \\ &= 1 - \left[1 + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \min(\gamma_{th}, \gamma_{R_{PA}}) \right] \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{S_{PA}} - \gamma_{th}). \end{aligned} \quad (5.75)$$

Deste modo, agrupando (5.73) e (5.75), obtém-se que o limitante inferior da probabilidade de *outage* para o caso em que o sistema opera utilizando o protocolo DF fixo é dada por:

$$P_{out_{\downarrow}}^{(fdf)}(\gamma_{th}) = \begin{cases} 1 - \left[1 + \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} - \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{R_{PA}})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{R_{PA}})}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) \right] \times & \bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd} \\ \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{S_{PA}} - \gamma_{th}) & \\ 1 - \left[1 + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \min(\gamma_{th}, \gamma_{R_{PA}}) \right] \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{S_{PA}} - \gamma_{th}) & \bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd} \end{cases} \quad (5.76)$$

Observando a Equação (5.76), nota-se que o PA da fonte exerce uma maior influência na probabilidade de *outage* que o PA do *relay*. Para valores de $\gamma_{th} \leq \gamma_{SPA}$ a probabilidade de *outage* do sistema não sofre influência das distorções não lineares inseridas na fonte, no entanto, para $\gamma_{th} > \gamma_{SPA}$ um evento de *outage* sempre ocorre devido a estas distorções, independente do estado dos enlaces sem fio. Este fenômeno ocorre pelo fato de os sinais recebidos no nó destino em ambos os caminhos, SD e RD, estarem contaminados pelas distorções não lineares do PA da fonte.

Considerando o PA da fonte linear, ou seja, $\gamma_{SPA} \rightarrow \infty$, e por simplicidade fazendo $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{sr} = \bar{\gamma}_{rd} = \gamma$, observa-se que para $\gamma_{RPA} > \gamma_{th}$, (5.76) resume-se a:

$$P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th}) = 1 - \left(1 + \frac{\gamma_{th}}{\gamma}\right) \exp\left(-\frac{2\gamma_{th}}{\gamma}\right), \quad (5.77)$$

já para $\gamma_{RPA} < \gamma_{th}$, (5.76) simplifica-se em

$$P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th}) = 1 - \left(1 + \frac{\gamma_{RPA}}{\gamma}\right) \exp\left(-\frac{2\gamma_{th}}{\gamma}\right). \quad (5.78)$$

Comparando as Equações (5.77) e (5.78) para um valor de γ_{th} fixo, observa-se que a probabilidade de *outage* em (5.78) é maior que em (5.77). Isto significa que as não linearidades inseridas pelo *relay* aumentam a probabilidade de *outage* para limiares de SNDR γ_{th} acima da SDR do PA do *relay*, sendo indiferente para $\gamma_{th} \leq \gamma_{RPA}$.

5.3.2 Decode-and-Forward Seletivo

Aplicando (5.65), (5.66) e (5.68) em (5.39) e fazendo $u(\gamma_{th}) = 1$, obtém-se a seguinte expressão para o limitante inferior da probabilidade de *outage* do sistema DF seletivo:

$$\begin{aligned} P_{out\downarrow}^{(sdf)}(\gamma_{th}) &= \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th})\right] \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th})\right] + \\ &\quad \left\{1 - \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th} - \gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. u(\gamma_{RPA} - \gamma_{th} + \gamma_{SPA})\right] \exp\left(-\frac{\gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{th} - \gamma_{SPA}) - \Psi\right\} \times \\ &\quad \left\{1 - \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th})\right]\right\} \\ &= 1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) + \\ &\quad \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) + \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) - \\ &\quad \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th} - \gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) u(\gamma_{RPA} - \gamma_{th} + \gamma_{SPA}) \right] \times \\
& \exp\left(-\frac{\gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) u(\gamma_{th} - \gamma_{SPA}) - \\
& \Psi \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}).
\end{aligned} \tag{5.79}$$

Visto que $u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th})u(\gamma_{th} - \gamma_{SPA}) = 0$, a equação acima pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}
P_{out\downarrow}^{(sdf)}(\gamma_{th}) &= 1 + \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) - \\
& \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) - \Psi \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) \\
&= 1 - \left[-\exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) + \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \Psi \right] \times \\
& \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th})
\end{aligned} \tag{5.80}$$

Aplicando a equação (5.69) em (5.80), observa-se que a probabilidade de *outage* para o caso em que $\bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd}$ é dada por:

$$\begin{aligned}
P_{out\downarrow}^{(sdf)}(\gamma_{th}) &= 1 - \left[-\exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) + \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \right. \\
& \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\max(\gamma_{th} - \gamma_{SPA}, 0)}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) - \\
& \left. \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(-\frac{\max(\gamma_{th} - \gamma_{RPA}, 0)}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) \right] \times \\
& \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}).
\end{aligned} \tag{5.81}$$

De modo similar ao realizado na Subseção 5.3.1, visto que a expressão entre colchetes em (5.81) é multiplicada por $u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th})$, então $\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})$ pode ser simplificado por γ_{th} e $\max(\gamma_{th} - \gamma_{SPA}, 0) = 0$, o que resulta em

$$\begin{aligned}
P_{out\downarrow}^{(sdf)}(\gamma_{th}) &= 1 - \left[-\exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) + \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \right. \\
& \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) - \\
& \left. \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(-\frac{\max(\gamma_{th} - \gamma_{RPA}, 0)}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) \right] \times \\
& \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) \\
&= 1 - \left[\exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) + \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} - \right. \\
& \left. \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) \right] \times
\end{aligned}$$

$$\exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}). \quad (5.82)$$

Agora, substituindo (5.69) em (5.80), obtém-se a probabilidade de *outage* para o $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$ é igual a:

$$\begin{aligned} P_{out\downarrow}^{(sdf)}(\gamma_{th}) &= 1 - \left\{ -\exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) + \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) [\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA}) - \max(\gamma_{th} - \gamma_{RPA}, 0)] \right\} \times \\ &\quad \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}). \end{aligned} \quad (5.83)$$

Analogamente ao caso anterior, simplificando a equação acima, obtém-se

$$\begin{aligned} P_{out\downarrow}^{(sdf)}(\gamma_{th}) &= 1 - \left\{ -\exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) + \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) [\gamma_{th} - \max(\gamma_{th} - \gamma_{RPA}, 0)] \right\} \times \\ &\quad \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) \\ &= 1 - \left[\exp\left(\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA}) \right] \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) \times \\ &\quad u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}). \end{aligned} \quad (5.84)$$

Dese modo, unificando os resultados obtidos em (5.82) e em (5.84), o limitante inferior para a probabilidade de *outage* para o caso em que o *relay* emprega o protocolo DF seletivo é dada por:

$$P_{out\downarrow}^{(sdf)}(\gamma_{th}) = \begin{cases} 1 - \left[\exp\left(\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) + \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} - \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) - \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{rd}} \right] \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}). & \bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd} \\ 1 - \left[\exp\left(\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA}) \right] \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}). & \bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd} \end{cases} \quad (5.85)$$

A partir de (5.85), observa-se que, similarmente ao que ocorre com o protocolo DF fixo, o PA da fonte é mais prejudicial à probabilidade de *outage* que o PA do *relay* no caso DF seletivo. De fato, quando $\gamma_{th} > \gamma_{SPA}$ um evento de *outage* sempre ocorre, contudo, para $\gamma_{th} \leq \gamma_{SPA}$, as distorções não lineares impostas pelo PA da fonte não interferem na probabilidade de *outage*.

Comparando as equações (5.76) e (5.85), observa-se que ambas estão

relacionadas da seguinte forma:

$$P_{out_{\downarrow}}^{(sdf)}(\gamma_{th}) = P_{out_{\downarrow}}^{(fdf)}(\gamma_{th}) + \left[\exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) \right] u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}). \quad (5.86)$$

Visto que $\bar{\gamma}_{sd}$, $\bar{\gamma}_{sr}$ e γ_{th} sempre assumem valores positivos, então pode-se concluir que $P_{out_{\downarrow}}^{(sdf)}(\gamma_{th}) \leq P_{out_{\downarrow}}^{(fdf)}(\gamma_{th})$, com a igualdade sendo verificada quando $\gamma_{SPA} < \gamma_{th}$.

Analisando a relação (5.86), nota-se que a diferença existente entre a probabilidade de *outage* dos protocolos DF fixo e seletivo é independente da SDR do PA do *relay*. Isso implica que as distorções não lineares inseridas pelo PA no *relay* não afetam o ganho de desempenho do protocolo DF seletivo em relação ao DF fixo.

Pode-se concluir também que de modo similar ao DF fixo, as distorções não lineares inseridas pelo PA do *relay* no caso DF seletivo apenas aumentam a probabilidade de *outage* do sistema quando $\gamma_{RPA} > \gamma_{th}$, sendo indiferentes para $\gamma_{RPA} \leq \gamma_{th}$.

Usando o resultado da Proposição 5.1, observa-se que o limitante superior para a probabilidade de *outage* pode ser facilmente calculado a partir de seu limitante inferior como sendo:

$$P_{out_{\uparrow}}(\gamma_{th}) = P_{out_{\downarrow}}(2\gamma_{th}). \quad (5.87)$$

Devido às Equações (5.38) e (5.42) não possuírem solução analítica e ao fato de o limitante inferior para a probabilidade de *outage* ser uma aproximação comumente utilizada na literatura [7, 14], no restante desta dissertação as Equações (5.76) e (5.85) serão utilizadas como uma aproximação para a probabilidade de *outage* na análise assintótica desenvolvida na seção a seguir e no desenvolvimento das expressões de SER, no Capítulo 6.

5.4 Análise Assintótica

Nesta subseção será apresentada uma análise assintótica da probabilidade de *outage* com o objetivo de encontrar a ordem de diversidade do sistema cooperativo considerado, para ambos os protocolos DF fixo e seletivo. Para esta análise, serão utilizadas os limitantes inferiores das probabilidades de *outage* dados por (5.76) e (5.85).

É interessante notar que caso o limiar de SNDR, γ_{th} , seja maior que a SDR do PA não linear da fonte, ou seja, $\gamma_{th} > \gamma_{SPA}$, um evento de *outage* sempre ocorrerá, o que implica em uma ordem de diversidade igual a zero. Por conta disso, em todas as análises a seguir será considerado que $\gamma_{th} < \gamma_{SPA}$.

No desenvolvimento a seguir também será considerado que as SNDRs dos enlaces SD, SR e RD tendem a infinito, $\bar{\gamma}_{sd}, \bar{\gamma}_{sr}, \bar{\gamma}_{rd} \rightarrow \infty$, com as SNDRs dos enlaces SR e RD sendo proporcionais à SNDR do canal SD, ou seja, $\bar{\gamma}_{sr} = \omega \bar{\gamma}_{sd}$ e $\bar{\gamma}_{rd} = \tau \bar{\gamma}_{sd}$, para $\omega, \tau \in \mathbb{R}_+$ constantes. Além disso, será utilizada uma aproximação de segunda ordem para as funções exponenciais presentes nos equacionamentos abaixo.

5.4.1 Decode-and-Forward Fixo

Tomando (5.76) para o caso em que $\bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd}$, observa-se

$$P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th}) = 1 - \left\{ 1 + (1 - \tau^{-1})^{-1} - (1 - \tau^{-1})^{-1} \exp \left[\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} (1 - \tau^{-1}) \right] \right\} \times \exp \left[-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} (1 + \omega^{-1}) \right]. \quad (5.88)$$

Fazendo a aproximação de segunda ordem das funções exponenciais, obtém-se

$$\begin{aligned} P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th}) &\approx 1 - \left\{ 1 - (1 - \tau^{-1})^{-1} + (1 - \tau^{-1})^{-1} \left[1 + \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} (1 - \tau^{-1}) + \frac{\min(\gamma_{th}^2, \gamma_{RPA}^2)}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} (1 - \tau^{-1})^2 \right] \right\} \left[1 - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} (1 + \omega^{-1}) + \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} (1 + \omega^{-1})^2 \right] \\ &\approx 1 - \left[1 + \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{\min(\gamma_{th}^2, \gamma_{RPA}^2)}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} (1 - \tau^{-1}) \right] \times \left[1 - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} (1 + \omega^{-1}) + \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} (1 + \omega^{-1})^2 \right] \\ &\approx 1 - \left[1 + \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{\min(\gamma_{th}^2, \gamma_{RPA}^2)}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} (1 - \tau^{-1}) - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} (1 + \omega^{-1}) - \frac{\gamma_{th} \min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}^2} (1 + \omega^{-1}) - \frac{\gamma_{th} \min(\gamma_{th}^2, \gamma_{RPA}^2)}{2\bar{\gamma}_{sd}^3} (1 - \tau^{-1}) (1 + \omega^{-1}) + \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} (1 + \omega^{-1})^2 + \frac{\gamma_{th}^2 \min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{2\bar{\gamma}_{sd}^3} (1 + \omega^{-1})^2 + \frac{\gamma_{th}^2 \min(\gamma_{th}^2, \gamma_{RPA}^2)}{4\bar{\gamma}_{sd}^4} (1 - \tau^{-1}) (1 + \omega^{-1})^2 \right] \\ &\approx \frac{\gamma_{th} (1 + \omega^{-1}) - \min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}^2 (1 + \omega^{-1})^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} - \frac{\min(\gamma_{th}^2, \gamma_{RPA}^2) (1 - \tau^{-1}) - 2\gamma_{th} \min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA}) (1 + \omega^{-1})}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} + \frac{\gamma_{th} \min(\gamma_{th}^2, \gamma_{RPA}^2) (1 - \tau^{-1}) (1 + \omega^{-1}) - \gamma_{th}^2 \min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA}) (1 + \omega^{-1})^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^3} - \frac{\gamma_{th}^2 \min(\gamma_{th}^2, \gamma_{RPA}^2)}{4\bar{\gamma}_{sd}^4} (1 - \tau^{-1}) (1 + \omega^{-1})^2. \quad (5.89) \end{aligned}$$

Considerando o caso em que $\gamma_{th} \leq \gamma_{RPA}$, (5.89) resume-se a

$$P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th}) \approx \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} \omega^{-1} - \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} (\omega^{-2} - \tau^{-1}) + \frac{\gamma_{th}^3}{2\bar{\gamma}_{sd}^3} (1 + \omega^{-1}) (\tau^{-1} + \omega^{-1}) - \frac{\gamma_{th}^4}{4\bar{\gamma}_{sd}^4} (1 - \tau^{-1}) (1 + \omega^{-1})^2. \quad (5.90)$$

Para o caso em que $\gamma_{th} > \gamma_{RPA}$, (5.89) se reduz a

$$P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th}) \approx \frac{\gamma_{th}(1 + \omega^{-1}) - \gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}^2 \gamma_{RPA}^2}{4\bar{\gamma}_{sd}^4} (1 - \tau^{-1}) (1 + \omega^{-1})^2 - \frac{\gamma_{RPA}^2 (1 - \tau^{-1}) - 2\gamma_{th} \gamma_{RPA} (1 + \omega^{-1}) + \gamma_{th}^2 (1 + \omega^{-1})^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} + \frac{\gamma_{th} \gamma_{RPA}^2 (1 - \tau^{-1}) (1 + \omega^{-1}) - \gamma_{th}^2 \gamma_{RPA} (1 + \omega^{-1})^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^3}. \quad (5.91)$$

Agora, tomando (5.76), considerando o caso em que $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$, ou seja, $\tau = 1$, e efetuando a aproximação de segunda ordem das funções exponenciais, observa-se que

$$\begin{aligned} P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th}) &= 1 - \left[1 + \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} \right] \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\omega \bar{\gamma}_{sd}}\right) \\ &= 1 - \left[1 + \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} \right] \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} (1 + \omega^{-1})\right) \\ &= 1 - \left[1 + \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} \right] \left[1 - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} (1 + \omega^{-1}) + \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} (1 + \omega^{-1})^2 \right] \\ &= 1 - \left[1 - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} (1 + \omega^{-1}) + \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} (1 + \omega^{-1})^2 + \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th} \min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}^2} (1 + \omega^{-1}) + \frac{\gamma_{th}^2 \min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{2\bar{\gamma}_{sd}^3} (1 + \omega^{-1})^2 \right] \\ &= \frac{\gamma_{th}(1 + \omega^{-1}) - \min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}^2 \min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{2\bar{\gamma}_{sd}^3} (1 + \omega^{-1})^2 - \frac{\gamma_{th}^2 (1 + \omega^{-1})^2 - 2\gamma_{th} \min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA}) (1 + \omega^{-1})}{2\bar{\gamma}_{sd}^2}. \end{aligned} \quad (5.92)$$

Novamente, considerando o caso em que $\gamma_{th} \leq \gamma_{RPA}$, (5.92) resultará em

$$P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th}) = \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} \omega^{-1} + \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} (1 - \omega^{-2}) - \frac{\gamma_{th}^3}{2\bar{\gamma}_{sd}^3} (1 + \omega^{-1})^2. \quad (5.93)$$

Já para o caso em que $\gamma_{th} > \gamma_{RPA}$, (5.92) se reduz a

$$P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th}) = \frac{\gamma_{th}(1 + \omega^{-1}) - \gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{2\gamma_{th} \gamma_{RPA} (1 + \omega^{-1}) - \gamma_{th}^2 (1 + \omega^{-1})^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} -$$

$$\frac{\gamma_{th}^2 \gamma_{RPA}}{2\bar{\gamma}_{sd}^3} (1 + \omega^{-1})^2. \quad (5.94)$$

Visto que $\bar{\gamma}_{sd} \rightarrow \infty$, podem-se desprezar os termos das equações (5.90), (5.91), (5.93) e (5.94), cujo denominador é uma potência de $\bar{\gamma}_{sd}$ com ordem maior do que 1. Assim, conclui-se que a probabilidade de *outage* assintótica para um sistema cooperativo utilizando o protocolo DF fixo é dada por:

$$P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th}) \approx \begin{cases} \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} \omega^{-1} & \gamma_{th} \leq \gamma_{RPA} \\ \frac{\gamma_{th}(1 + \omega^{-1}) - \gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} & \gamma_{th} > \gamma_{RPA} \end{cases}, \quad (5.95)$$

que resulta em uma ordem de diversidade igual a 1, independentemente da SDR do PA do *relay*. Tal resultado já era esperado, pois como visto na Subseção 4.2.2, no protocolo DF fixo, o enlace cooperativo sempre é utilizado, independente de seu estado, reduzindo o desempenho do sistema. Além disso, observando (5.95), nota-se que quando $\gamma_{th} > \gamma_{RPA}$, o PA do *relay* reduz o decaimento da probabilidade de *outage*.

5.4.2 Decode-and-Forward Seletivo

A Equação (5.86) mostra a relação entre as probabilidades de *outage* dos protocolos DF fixo e seletivo. Assim, usando (5.86) e fazendo as considerações apresentadas no início desta seção, obtém-se

$$\begin{aligned} P_{out\downarrow}^{(sdf)}(\gamma_{th}) &= P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th}) + \left\{ \exp\left[-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}(1 + \omega^{-1})\right] - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) \right\} \\ &\approx P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th}) + \left[1 - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}(1 + \omega^{-1}) + \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2}(1 + \omega^{-1})^2 - \left(1 - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2}\right) \right] \\ &\approx P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th}) + \left[-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\omega^{-1} + \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} + \frac{\gamma_{th}^2}{\bar{\gamma}_{sd}^2}\omega^{-1} + \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2}\omega^{-2} + \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} \right] \\ &\approx P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th}) - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\omega^{-1} + \frac{\gamma_{th}^2}{\bar{\gamma}_{sd}^2}\omega^{-1} + \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2}\omega^{-2}. \end{aligned} \quad (5.96)$$

Deste modo, para o caso em que $\gamma_{th} \leq \gamma_{RPA}$, observa-se que:

i. Substituindo (5.90) em (5.96), tem-se o resultado para $\bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd}$, dado por:

$$\begin{aligned} P_{out\downarrow}^{(sdf)}(\gamma_{th}) &\approx \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\omega^{-1} - \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2}(\omega^{-2} - \tau^{-1}) + \frac{\gamma_{th}^3}{2\bar{\gamma}_{sd}^3}(1 + \omega^{-1})(\tau^{-1} + \omega^{-1}) - \\ &\quad \frac{\gamma_{th}^4}{4\bar{\gamma}_{sd}^4}(1 - \tau^{-1})(1 + \omega^{-1})^2 - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\omega^{-1} + \frac{\gamma_{th}^2}{\bar{\gamma}_{sd}^2}\omega^{-1} + \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2}\omega^{-2} \\ &\approx -\frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2}\omega^{-2} + \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2}\tau^{-1} + \frac{\gamma_{th}^3}{2\bar{\gamma}_{sd}^3}(1 + \omega^{-1})(\tau^{-1} + \omega^{-1}) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\gamma th^4}{4\bar{\gamma}_{sd}^4} (1 - \tau^{-1}) (1 + \omega^{-1})^2 + \frac{\gamma th^2}{\bar{\gamma}_{sd}^2} \omega^{-1} + \frac{\gamma th^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} \omega^{-2} \\
& \approx \frac{\gamma th^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} (2\omega^{-1} + \tau^{-1}) + \frac{\gamma th^3}{2\bar{\gamma}_{sd}^3} (1 + \omega^{-1}) (\tau^{-1} + \omega^{-1}) - \\
& \frac{\gamma th^4}{4\bar{\gamma}_{sd}^4} (1 - \tau^{-1}) (1 + \omega^{-1})^2
\end{aligned} \tag{5.97}$$

ii. Já aplicando (5.93) em (5.96), tem-se o resultado para $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$ ($\tau = 1$), dado por:

$$\begin{aligned}
P_{out\downarrow}^{(sdf)}(\gamma th) & \approx \frac{\gamma th}{\bar{\gamma}_{sd}} \omega^{-1} + \frac{\gamma th^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} (1 - \omega^{-2}) - \frac{\gamma th^3}{2\bar{\gamma}_{sd}^3} (1 + \omega^{-1})^2 - \\
& \frac{\gamma th}{\bar{\gamma}_{sd}} \omega^{-1} + \frac{\gamma th^2}{\bar{\gamma}_{sd}^2} \omega^{-1} + \frac{\gamma th^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} \omega^{-2} \\
& \approx \frac{\gamma th^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} - \frac{\gamma th^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} \omega^{-2} - \frac{\gamma th^3}{2\bar{\gamma}_{sd}^3} (1 + \omega^{-1})^2 + \frac{\gamma th^2}{\bar{\gamma}_{sd}^2} \omega^{-1} + \frac{\gamma th^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} \omega^{-2} \\
& \approx \frac{\gamma th^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} (1 + 2\omega^{-1}) - \frac{\gamma th^3}{2\bar{\gamma}_{sd}^3} (1 + \omega^{-1})^2
\end{aligned} \tag{5.98}$$

Para $\gamma th > \gamma_{RPA}$, existem 2 casos:

i. Aplicando (5.91) em (5.96), para $\bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd}$, resulta em:

$$\begin{aligned}
P_{out\downarrow}^{(sdf)}(\gamma th) & \approx \frac{\gamma th (1 + \omega^{-1}) - \gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma th^2 \gamma_{RPA}^2}{4\bar{\gamma}_{sd}^4} (1 - \tau^{-1}) (1 + \omega^{-1})^2 - \\
& \frac{\gamma_{RPA}^2 (1 - \tau^{-1}) - 2\gamma th \gamma_{RPA} (1 + \omega^{-1}) + \gamma th^2 (1 + \omega^{-1})^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} + \\
& \frac{\gamma th \gamma_{RPA}^2 (1 - \tau^{-1}) (1 + \omega^{-1}) - \gamma th^2 \gamma_{RPA} (1 + \omega^{-1})^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^3} - \\
& \frac{\gamma th}{\bar{\gamma}_{sd}} \omega^{-1} + \frac{\gamma th^2}{\bar{\gamma}_{sd}^2} \omega^{-1} + \frac{\gamma th^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} \omega^{-2} \\
& \approx \frac{\gamma th - \gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma th^2 \gamma_{RPA}^2}{4\bar{\gamma}_{sd}^4} (1 - \tau^{-1}) (1 + \omega^{-1})^2 + \frac{2\gamma th^2 \omega^{-1} + \gamma th^2 \omega^{-2}}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} - \\
& \frac{\gamma_{RPA}^2 (1 - \tau^{-1}) - 2\gamma th \gamma_{RPA} (1 + \omega^{-1}) + \gamma th^2 (1 + \omega^{-1})^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} + \\
& \frac{\gamma th \gamma_{RPA}^2 (1 - \tau^{-1}) (1 + \omega^{-1}) - \gamma th^2 \gamma_{RPA} (1 + \omega^{-1})^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^3}
\end{aligned} \tag{5.99}$$

ii. Substituindo (5.94) em (5.96), para $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$ ($\tau = 1$), obtém-se

$$\begin{aligned}
P_{out\downarrow}^{(sdf)}(\gamma th) & \approx \frac{\gamma th (1 + \omega^{-1}) - \gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{2\gamma th \gamma_{RPA} (1 + \omega^{-1}) - \gamma th^2 (1 + \omega^{-1})^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} - \\
& \frac{\gamma th^2 \gamma_{RPA} (1 + \omega^{-1})^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^3} - \frac{\gamma th}{\bar{\gamma}_{sd}} \omega^{-1} + \frac{\gamma th^2}{\bar{\gamma}_{sd}^2} \omega^{-1} + \frac{\gamma th^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} \omega^{-2}
\end{aligned}$$

$$\approx \frac{\gamma_{th} - \gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}^2 \gamma_{RPA}}{2\bar{\gamma}_{sd}^3} (1 + \omega^{-1})^2 + \frac{2\gamma_{th}\gamma_{RPA}(1 + \omega^{-1}) - \gamma_{th}^2(1 + \omega^{-1})^2 + 2\gamma_{th}^2\omega^{-1} + \gamma_{th}^2\omega^{-2}}{2\bar{\gamma}_{sd}^2}. \quad (5.100)$$

Mais uma vez, visto que $\bar{\gamma}_{sd} \rightarrow \infty$, podem-se desprezar os termos cujo denominador é uma potência de $\bar{\gamma}_{sd}$ com ordem elevada, deixando apenas os termos cujo denominador é uma potência de $\bar{\gamma}_{sd}$ com a menor ordem dentro da expressão. Então, agrupando as Equações (5.97), (5.98), (5.99) e (5.100), e atentando ao fato de que os termos de menor ordem em (5.97) e (5.98) são iguais para $\tau = 1$, a probabilidade de *outage* assintótica para o protocolo de DF seletivo é descrita como

$$P_{out_{\downarrow}}^{(sdf)}(\gamma_{th}) \approx \begin{cases} \frac{\gamma_{th}^2}{2\bar{\gamma}_{sd}^2} (\tau^{-1} + 2\omega^{-1}) & \gamma_{th} \leq \gamma_{RPA}, \\ \frac{\gamma_{th} - \gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} & \gamma_{th} > \gamma_{RPA}. \end{cases} \quad (5.101)$$

Neste caso, observa-se que para $\gamma_{th} \leq \gamma_{RPA}$, a ordem de diversidade do sistema é igual a 2. Isto se deve ao uso oportunista do canal que é empregado pelo protocolo DF seletivo, diferentemente do que ocorre no DF fixo. No entanto, para $\gamma_{th} > \gamma_{RPA}$, a ordem de diversidade é reduzida para 1. Tal redução se deve ao fato de a introdução de distorções não lineares introduzidas pelo PA do *relay* fazer o enlace RD entrar em *outage*.

Comparando os protocolos DF fixo e seletivo, conclui-se que o seletivo possui um desempenho melhor que o fixo, mesmo quando $\gamma_{th} > \gamma_{RPA}$, embora neste caso ambos possuam a mesma ordem de diversidade, pois a probabilidade de *outage* no protocolo DF seletivo possui um ganho de $\gamma_{th}\omega^{-1}/\bar{\gamma}_{sd}$ em relação ao DF fixo.

Nas análises que serão realizadas na seção de resultados de simulação a seguir, graficamente, a ordem de diversidade é dada pelo coeficiente angular da curva de probabilidade de *outage* para altas SNRs em uma escala logarítmica [50], ou seja:

$$D = - \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \frac{\log P_{out}(\gamma)}{\log \gamma}. \quad (5.102)$$

5.5 Resultados de Simulação

Nesta seção serão apresentados os resultados de simulações computacionais a fim de validar os resultados teóricos apresentados no

decorrer deste capítulo. Em todas as simulações apresentadas a seguir foram consideradas 10^5 iterações de Monte Carlo, os canais dos enlaces SD, SR e RD possuem desvanecimento Rayleigh seletivo em frequência com um espalhamento de atraso correspondente a 16 períodos de amostragem, o sinal OFDM transmitido possui 256 subportadoras com um prefixo cíclico de mesmo tamanho do espalhamento do canal e o ruído térmico inserido em todos os nós possui a mesma variância σ_η^2 . Considera-se também que os sinais transmitidos na fonte e no *relay* passam por um PA não linear do tipo *soft limiter*, cujo modelo é descrito na Subseção 3.2.3 e que os símbolos transmitidos nestes nós possuem potência $P_s = P_r = 0.5$. Considera-se também a amplitude de saturação dos PAs da fonte e do *relay* são determinados a partir do valor da IBO.

As Figuras 5.2 e 5.3 mostram a probabilidade de *outage* do sistema para os protocolos DF fixo e seletivo, respectivamente, considerando que $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{sr}$ e $\bar{\gamma}_{rd} = 5\bar{\gamma}_{sd}$, e diversos valores de γ_{th} . Nestas simulações, considerou-se que ambos os amplificadores da fonte e do *relay* possuem uma IBO = 5 dB, que para o modelo considerado resulta em uma SDR nos PAs $\gamma_{SPA} = \gamma_{RPA} = 23.6$ dB. Para cada valor de limiar de SNDR γ_{th} considerado foram traçadas as seguintes curvas:

- ▶ Curva simulada;
- ▶ Probabilidade de *outage* exata, calculada a partir de (5.38), para o protocolo DF fixo, e de (5.42), para o protocolo DF seletivo. Essa curva foi gerada numericamente através da Quadratura de Simpson [51];
- ▶ Limitante inferior de probabilidade de *outage* definido em (5.76), para o protocolo DF fixo, e de (5.85), para o protocolo DF seletivo.
- ▶ Limitante superior calculado a partir de (5.87).

A fim de validar os resultados obtidos para o caso em que $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$, nas Figuras 5.4 e 5.5 é apresentada a probabilidade de *outage* do sistema para os protocolos DF fixo e seletivo, sob as mesmas condições do caso anterior, considerando $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{sr} = \bar{\gamma}_{rd}$.

Como se pode notar nas Figuras 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5, as curvas de probabilidade de *outage* exatas aparecem muito próximas das curvas simuladas, validando as equações desenvolvidas. Ademais, nota-se que as curvas de probabilidade de *outage* simuladas aproximam-se bastante dos limitantes inferiores teóricos para os limiares de 0 e 10 dB. Já para $\gamma_{th} = 20$ dB, a curva simulada aproxima-se mais do limitante superior. Isto ocorre pois,

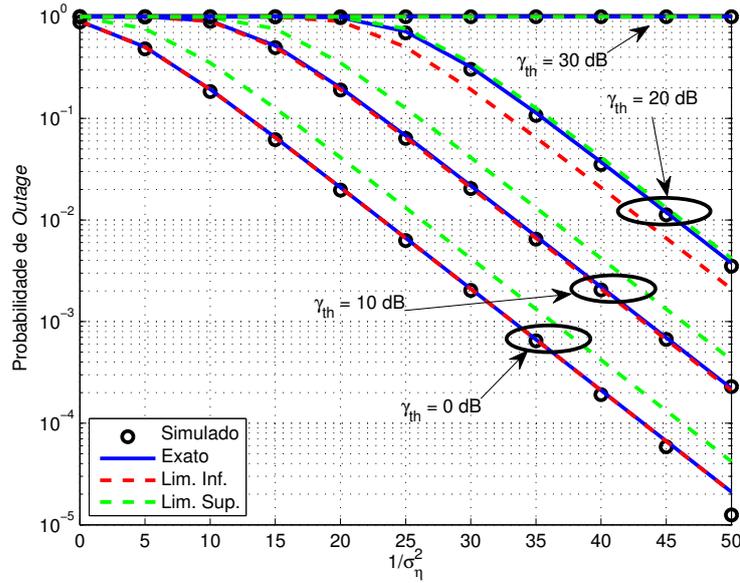


Figura 5.2: $P_{out}(\gamma_{th})$ para o protocolo DF fixo considerando IBO = 5 dB nos PAs não lineares da fonte e do *relay* com $\bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd}$

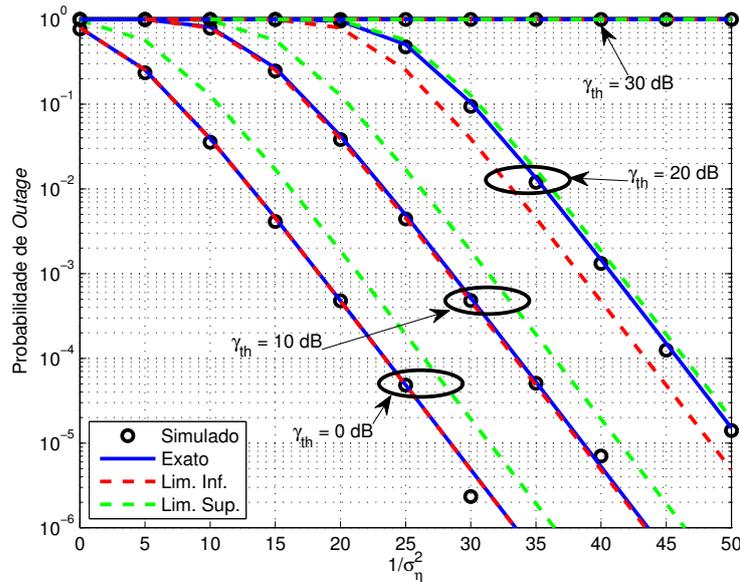


Figura 5.3: $P_{out}(\gamma_{th})$ para o protocolo DF seletivo considerando IBO = 5 dB nos PAs não lineares da fonte e do *relay* com $\bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd}$

para baixos γ_{th} e $\gamma_{RPA} = \gamma_{SPA} = 23.6$ dB, um evento de *outage* só acontecerá quando as SNRs dos enlaces sem fio estiverem muito baixas. Neste caso, provavelmente a diferença entre as SNRs dos enlaces sem fio e as SDRs dos PAs será grande, o que implica, de acordo com a Proposição 5.1, que os enlaces $\bar{\gamma}_{sd}$, $\bar{\gamma}_{sr}$ e $\bar{\gamma}_{rd}$ deverão ser limitados pelo limitante superior. Neste caso, a probabilidade de *outage* é limitada por seu limitante inferior. Quando γ_{th} é alto, o inverso deve ocorrer. Já para $\gamma_{th} = 30$ dB, observa-se que um evento de *outage* sempre ocorre. Isto era esperado, visto que o PA não linear da fonte

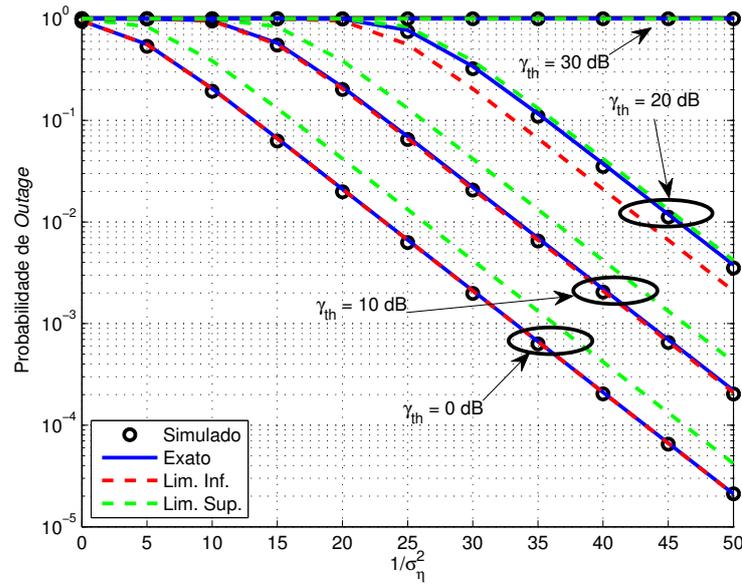


Figura 5.4: $P_{out}(\gamma_{th})$ para o protocolo DF fixo considerando IBO = 5 dB nos PAs não lineares da fonte e do *relay* com $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$

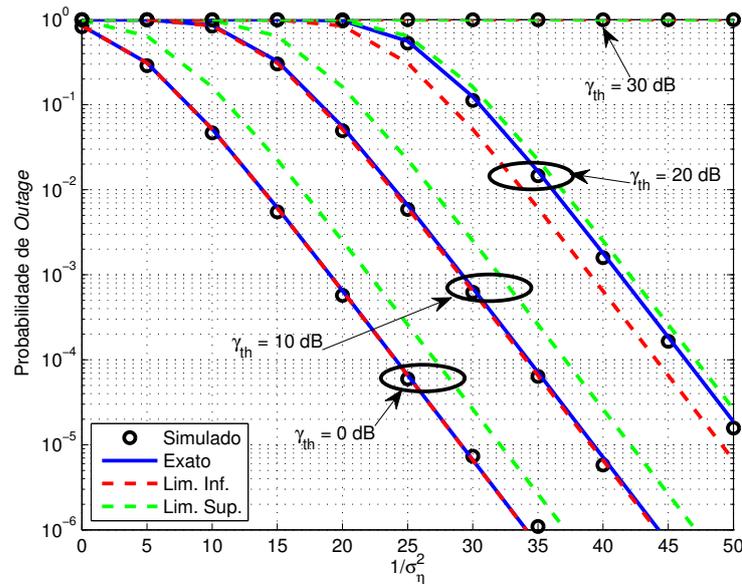


Figura 5.5: $P_{out}(\gamma_{th})$ para o protocolo DF seletivo considerando IBO = 5 dB nos PAs não lineares da fonte e do *relay* com $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$

possui uma SDR menor que o limiar de *outage*, degradando consideravelmente o sinal recebido. É importante destacar que, para $\gamma_{th} < \gamma_{SPA}$, a ordem de diversidade do sistema é igual a 1, para o DF fixo, e igual a 2, para o DF seletivo, conforme esperado. Por fim, comparando a Figura 5.2 com 5.4 e a Figura 5.3 com 5.5, observa-se que a melhora na potência do enlace do RD não exerceu nenhuma influência significativa na probabilidade de *outage* para ambos os protocolos.

As Figuras 5.6 e 5.7 retratam o impacto apenas das não linearidades

inseridas pelo PA da fonte na probabilidade de *outage* do sistema para os protocolos DF fixo e seletivo, respectivamente, com $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{sr} = \bar{\gamma}_{rd}$, para diversos valores de γ_{th} . Considerou-se o PA do *relay* linear e o PA da fonte com uma IBO = 0 dB, o que para o modelo proposto resulta em $\gamma_{S_{PA}} = 13.2$ dB. Para cada limiar de SNDR considerado, é apresentada, além das 4 curvas presentes nos resultados anteriores, a probabilidade de *outage* considerando ambos os PAs da fonte e do *relay* lineares, gerada a partir de simulação computacional.

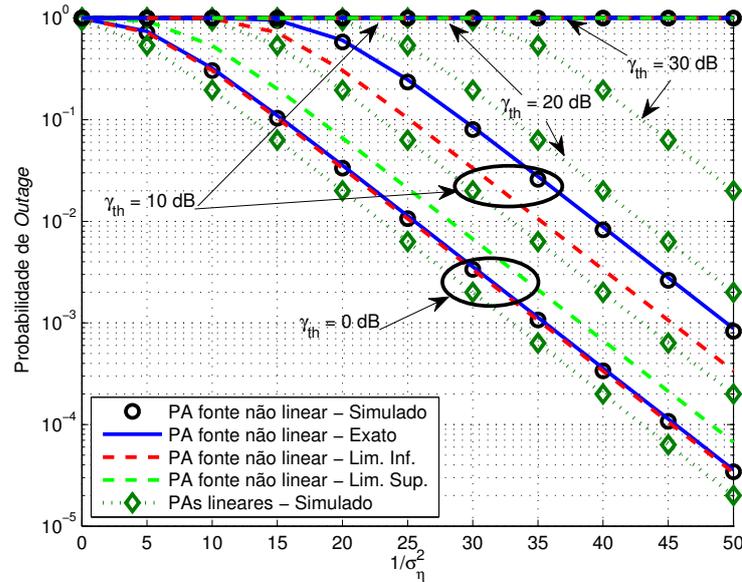


Figura 5.6: $P_{out}(\gamma_{th})$ para o protocolo DF fixo considerando PA do *relay* linear e PA da fonte não linear com IBO = 0 dB

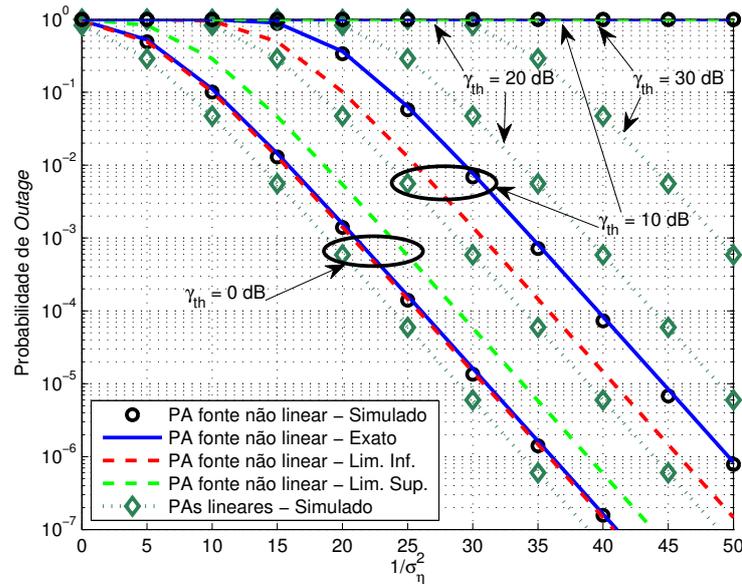


Figura 5.7: $P_{out}(\gamma_{th})$ para o protocolo DF seletivo considerando PA do *relay* linear e PA da fonte não linear com IBO = 0 dB

Mais uma vez, observa-se que as curvas de probabilidade de *outage* exatas

aparecem muito próximas das curvas de probabilidade de *outage* simuladas, modelando com uma boa precisão os efeitos das distorções inseridas pelo PA da fonte. Nota-se que em ambos os protocolos, as não linearidades advindas do PA da fonte são bastante prejudiciais ao sistema, pois para $\gamma_{th} > \gamma_{S_{PA}}$ um evento de *outage* sempre ocorre, resultante em uma ordem de diversidade igual a zero para ambos os protocolos. Quando $\gamma_{th} \leq \gamma_{S_{PA}}$, como já foi mencionado na análise anterior, observa-se que para valores pequenos de γ_{th} , a probabilidade de *outage* do sistema aproxima-se de seu limitante inferior. É interessante notar que o limitante superior da probabilidade de *outage* satura para $\gamma_{th} = 10$ dB, uma vez que $2\gamma_{th} > \gamma_{S_{PA}}$.

Comparando as curvas obtidas com o PA da fonte sendo não linear com o caso em que ambos os PAs da fonte e do *relay* são lineares, nota-se que as não linearidades inseridas pelo PA da fonte são prejudiciais a ambos os sistemas, mesmo quando $\gamma_{th} < \gamma_{S_{PA}}$. De fato, para $\gamma_{th} = 10$ dB, a diferença entre as probabilidades de *outage* considerando o PA da fonte não linear e considerando ambos os PAs lineares é de aproximadamente 7 dB para o DF fixo e de 6 dB para o DF seletivo. No entanto, como esperado, para $\gamma_{th} < \gamma_{S_{PA}}$, a ordem de diversidade dos sistemas não é alterada pelas distorções não lineares inseridas pelo PA da fonte, permanecendo igual a 1 para o DF fixo, e igual a 2 para o DF seletivo.

Nas Figuras 5.8 e 5.9 é avaliado o impacto apenas das não linearidades inseridas pelo PA do *relay* na probabilidade de *outage* do sistema para os protocolos DF fixo e seletivo, respectivamente, para vários valores de γ_{th} . Considerou-se o PA da fonte linear e o PA do *relay* com uma IBO = 0 dB, ou seja, $\gamma_{R_{PA}} = 13.2$ dB. A fim de facilitar a leitura dos gráficos, foram traçadas apenas as probabilidades de *outage* simulada, exata calculada numericamente a partir das Equações (5.38) e (5.42), e as curvas assintóticas dadas por (5.95) e (5.101). Para fins de comparação também foi traçada a probabilidade de *outage* considerando ambos os PAs da fonte e do *relay* lineares.

Para altos valores de SNR, as curvas assintóticas se aproximam bastante dos resultados simulados, validando o equacionamento desenvolvido para ambos os protocolos. Para o protocolo DF fixo, nota-se que as curvas possuem a mesma inclinação, indicando uma ordem de diversidade igual a 1. Observa-se também que as distorções não lineares inseridas pelo PA do *relay* não afetam a probabilidade de *outage* do sistema quando $\gamma_{th} < \gamma_{R_{PA}}$. Já para $\gamma_{th} > \gamma_{R_{PA}}$, observa-se que as curvas de probabilidade de *outage* são deslocadas à direita de aproximadamente 3 dB. Esse deslocamento já era esperado, como mostrado na Subseção 5.4.1, devido às não linearidades inseridas pelo *relay*

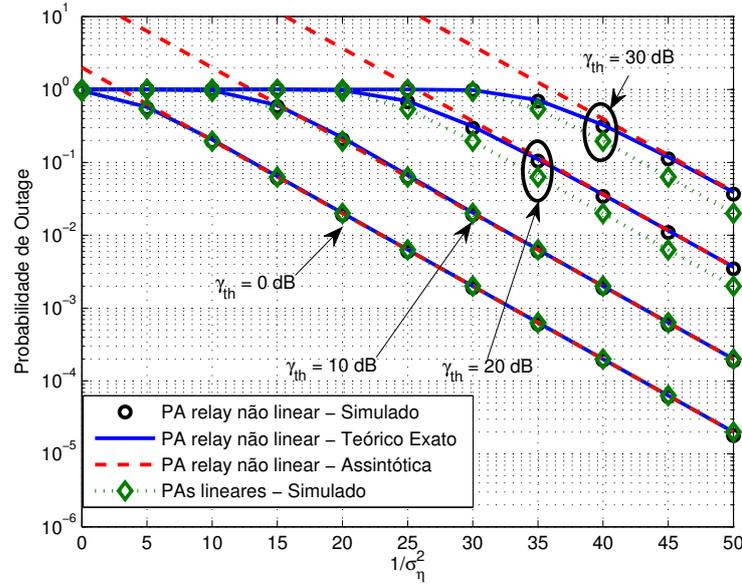


Figura 5.8: $P_{out}(\gamma_{th})$ para o protocolo DF fixo considerando PA da fonte linear e PA do relay não linear com IBO = 0 dB

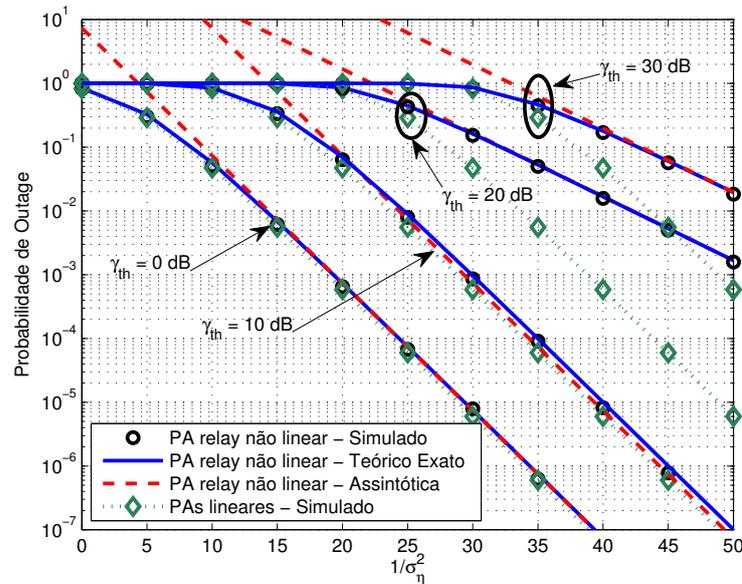


Figura 5.9: $P_{out}(\gamma_{th})$ para o protocolo DF seletivo considerando PA da fonte linear e PA do relay não linear com IBO = 0 dB

que passam a interferir na probabilidade de *outage* quando $\gamma_{th} > \gamma_{RPA}$.

No caso do DF seletivo, nota-se que, para as curvas de probabilidade de *outage* com $\gamma_{th} = 0$ dB e $\gamma_{th} = 10$ dB ($\gamma_{th} < \gamma_{RPA}$), a ordem de diversidade é igual a 2, enquanto que para as curvas de probabilidade de *outage* com $\gamma_{th} = 20$ dB e $\gamma_{th} = 30$ dB ($\gamma_{th} > \gamma_{RPA}$), a ordem de diversidade cai para 1, mostrando que no caso do protocolo DF seletivo, as não linearidades do PA do relay possuem um impacto na probabilidade de *outage* bem mais significativo que no DF fixo. Esta diminuição na ordem de diversidade para $\gamma_{th} > \gamma_{RPA}$ foi prevista

nas análises assintóticas teóricas realizadas na Seção 5.4 e deve-se ao fato de o sistema ser impelido a utilizar somente o enlace direto, visto que o enlace cooperativo apresenta-se bastante afetado pelas não linearidades provenientes do PA do *relay*.

Em ambos os casos, nota-se que as não linearidades inseridas pelo *relay* são menos prejudiciais ao sistema que as inseridas pela fonte. Ademais, comparando com o caso em que os PAs são lineares, os efeitos das não linearidades são notados apenas para $\gamma_{th} > \gamma_{RPA}$.

As Figuras 5.10, 5.11 e 5.12 avaliam o comportamento da probabilidade de *outage* perante a qualidade dos enlaces sem fio para vários valores de γ_{th} . Nestas figuras, são apresentadas as probabilidade de *outage* simuladas e exatas, calculadas numericamente, para ambos os protocolos DF fixo e seletivo. Considerou-se que os PAs da fonte e do *relay* são não lineares com uma IBO = 5 dB ($\gamma_{SPA} = \gamma_{RPA} = 23.6$ dB).

Primeiramente, na Figura 5.10, verificou-se o impacto do enlace SD na probabilidade de *outage* do sistema. Neste caso, considerou-se $\sigma_{h_{sr}}^2 = \sigma_{h_{rd}}^2 = 1$ e $\bar{\gamma}_{sd} = 100\bar{\gamma}_{sr}$.

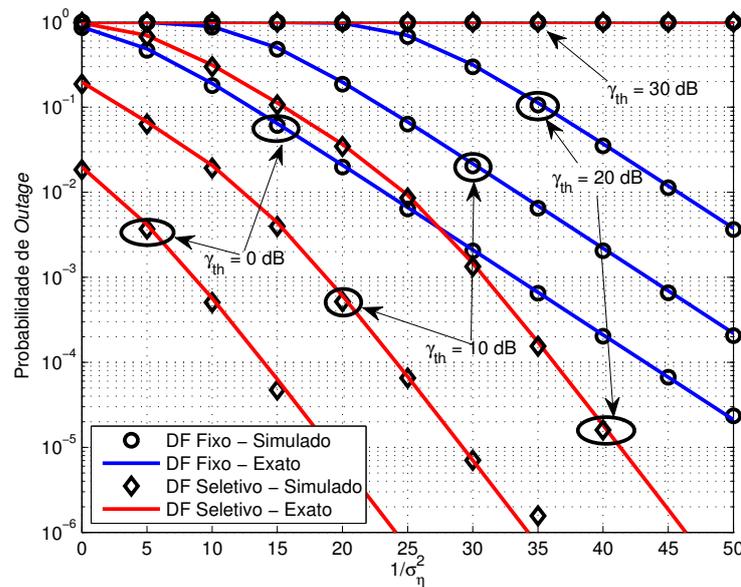


Figura 5.10: $P_{out}(\gamma_{th})$ para os protocolos DF fixo e seletivo considerando ambos os PAs não lineares com IBO = 5 dB, para $\gamma_{sr_n} = \gamma_{rd_n}$ e $\gamma_{sd_n} = 100\gamma_{sr_n}$

Nota-se que a probabilidade de *outage* para o protocolo DF seletivo é bem melhor que a probabilidade de *outage* para o protocolo DF fixo. Comparando estes resultados com os já mostrados nas Figuras 5.4 e 5.5, observa-se que a melhoria do enlace SD contribui para a diminuição da probabilidade de *outage* para $\gamma_{th} < \gamma_{SPA}$. Já para $\gamma_{th} > \gamma_{SPA}$, observa-se que o PA da fonte continua sendo um forte gargalo na probabilidade de *outage* do sistema, conforme

esperado. É interessante notar que para o protocolo DF seletivo, a melhora do enlace SD resulta em uma melhora na probabilidade de *outage* bem mais significativa que a registrada no DF fixo.

Na Figura 5.11, são apresentados os efeitos concernentes ao enlace SR na probabilidade de *outage* do sistema. Para isso, considerou-se $\sigma_{h_{sd}}^2 = \sigma_{h_{rd}}^2 = 1$ e $\bar{\gamma}_{sr} = 100\bar{\gamma}_{sd}$.

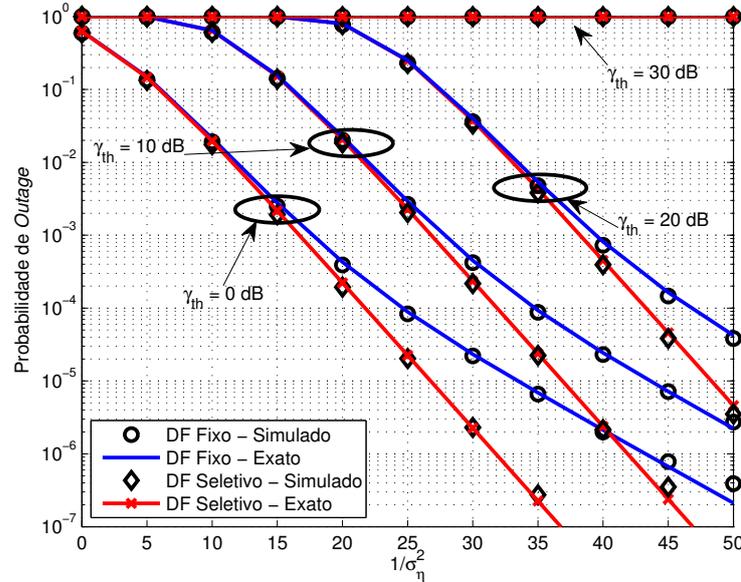


Figura 5.11: $P_{out}(\gamma_{th})$ para os protocolos DF fixo e seletivo considerando ambos os PAs não lineares com IBO = 5 dB, para $\gamma_{sr_n} = 100\gamma_{sd_n}$

De modo análogo ao caso anterior, para $\gamma_{th} > \gamma_{S_{PA}}$, observa-se que um evento de *outage* sempre ocorre, independente do estado do enlace SR. Comparando este resultado com os já apresentados nas Figuras 5.4 e 5.5, observa-se que o enlace SR possui uma influência mais significativa na probabilidade de *outage* para o protocolo DF fixo, como era esperado, devido ao fato de o enlace SR ser o principal gargalo para este protocolo.

Além disso, observa-se que com a melhoria do enlace SR, a probabilidade de *outage* do protocolo DF fixo tende a ser igual a do protocolo DF seletivo. De fato, observa-se que a ordem de diversidade do protocolo DF fixo, para uma probabilidade de *outage* maior do que 10⁻⁴, é igual a 2, voltando ser igual a 1 para uma probabilidade de *outage* menor que 10⁻⁴. Isto ocorre porque o enlace SR propicia uma boa recepção do sinal até um determinado patamar de probabilidade de *outage*, neste caso igual a aproximadamente 10⁻⁴. A partir daí, este enlace volta a se tornar um gargalo para o sistema.

Por fim, na figura 5.11 são apresentados os efeitos do enlace RD na probabilidade de *outage* do sistema. Para isso, considerou-se $\sigma_{h_{sd}}^2 = \sigma_{h_{sr}}^2 = 1$ e $\bar{\gamma}_{rd} = 100\bar{\gamma}_{sd}$.

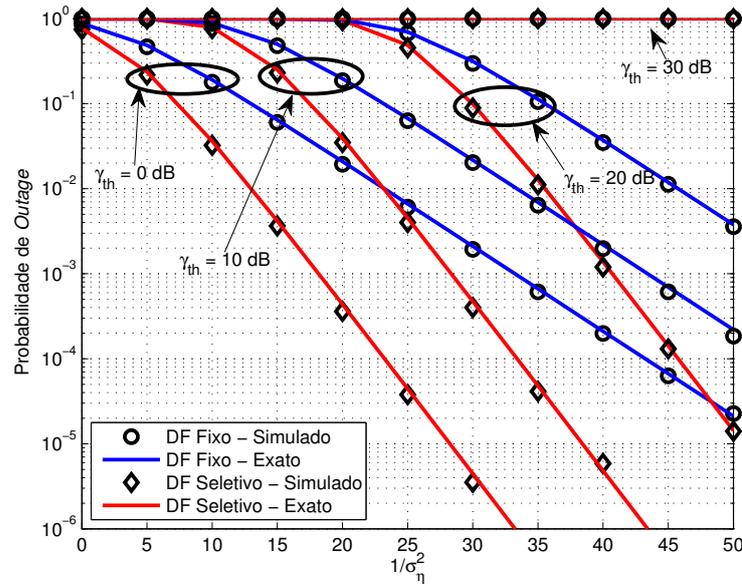


Figura 5.12: $P_{out}(\gamma_{th})$ para os protocolos DF fixo e seletivo considerando ambos os PAs não lineares com IBO = 5 dB, para $\gamma_{rdn} = 100\gamma_{sdn}$

Conforme já constatado anteriormente, o enlace RD não exerce influência significativa na probabilidade de *outage* para ambos os protocolos. Isso era esperado devido ao fato de o enlace cooperativo de maior importância quando se considera um *relay* DF ser o SR.

5.6 Conclusões

Neste capítulo foram desenvolvidas as expressões de probabilidade de *outage* para um sistema cooperativo OFDM considerando um *relay* utilizando os protocolos DF fixo e seletivo, conforme foi descrito na Seção 5.1. Devido às expressões desenvolvidas não possuírem solução analítica, foram propostos limitantes superior e inferior para a probabilidade de *outage*, e também foi realizada uma análise assintótica que determinou os efeitos das não linearidades na ordem de diversidade do sistema para ambos os protocolos DF fixo e seletivo. Ao final do capítulo foram apresentadas simulações computacionais validando os resultados teóricos apresentados e analisando os efeitos das não linearidades inseridas por cada um dos PAs individualmente, bem como o impacto da qualidade de cada enlace na probabilidade de *outage* do sistema.

Observou-se que o protocolo DF seletivo possui um melhor desempenho ao ser comparado com o DF fixo. A saber, desconsiderando os efeitos das não linearidades, os protocolos DF fixo e seletivo possuem ordens de diversidade iguais a 1 e 2, respectivamente. Ao se considerarem os efeitos das distorções não lineares, para $\gamma_{th} < \gamma_{SPA}$ e $\gamma_{th} < \gamma_{RPA}$, constatou-se que os efeitos das não

linearidades não são significantes. No entanto, para $\gamma_{th} > \gamma_{S_{PA}}$, observa-se que um evento de *outage* sempre ocorre no sistema, resultando em uma ordem de diversidade igual a zero. Por outro lado, quando $\gamma_{th} < \gamma_{S_{PA}}$ e $\gamma_{th} > \gamma_{R_{PA}}$, observa-se um maior impacto no protocolo DF seletivo que tem sua ordem de diversidade reduzida de 2 para 1, enquanto no DF fixo ocorre apenas um incremento na probabilidade de *outage*. Observou-se também que as não linearidades provenientes do PA da fonte possuem um efeito muito mais significativo que as distorções não lineares inseridas pelo PA do *relay*, para ambos os protocolos.

Outra conclusão interessante é que para o protocolo DF fixo, o estado do enlace SR possui um impacto bastante significativo na probabilidade de *outage*, enquanto para o DF seletivo, a qualidade do enlace SD é quem apresenta maior relevância.

No próximo capítulo serão desenvolvidas as equações de SER do sistema apresentado na Seção 5.1, considerando os protocolos DF fixo e seletivo, além de simulações que atestem a validade das formulações desenvolvidas.

Análise de SER em Sistemas OFDM Cooperativos DF com PAs não lineares

Neste capítulo será proposta uma expressão que modele a probabilidade de erro de símbolo (SER, do inglês *Symbol Error Rate*) para o sistema proposto na Seção 5.1, considerando ambos os protocolos DF fixo e seletivo. Na Seção 6.1 será apresentada uma formulação aproximada para a SER válida para diferentes tipos de modulações. Nas Seções 6.2 e 6.3 serão desenvolvidas as equações analíticas da SER para o sistema proposto com os protocolos DF fixo e seletivo, respectivamente. Por fim, na Seção 6.4 serão apresentados resultados de simulação que validando as expressões propostas.

6.1 Probabilidade de Erro

Uma formulação aproximada para a SER para diferentes tipos de modulações [24, 52] é dada por:

$$P_e = \mathbb{E} \left[a \operatorname{erfc} \left(\sqrt{b\gamma} \right) \right], \quad (6.1)$$

em que $a, b \in \mathbb{R}_+$ são parâmetros dependentes do tipo de modulação utilizada no sistema. $2a$ denota o número de vizinhos mais próximos na constelação e $2b$ é uma constante que relaciona a distância mínima à energia média de símbolo no alfabeto [24]. Valores para a e b para alguns tipos de modulações são dados em [24, 53]. Por exemplo, para o M -PSK, $a = 0.5$ e $b = 1$ para $M = 2$, e $a = 1$ e $b = \sin^2 \left(\frac{\pi}{M} \right)$ para $M \geq 4$. Para o M -QAM, $a = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right)$ e $b = \frac{3}{2(M-1)}$. Uma aproximação bastante utilizada na literatura para (6.1), que relaciona a SER

com a probabilidade de *outage* de um sistema, é descrita como [7, 54–56]:

$$P_e = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} P_{out}(\gamma_{th}) d\gamma_{th}. \quad (6.2)$$

Conforme discutido na Subseção 5.3.2, uma vez que as expressões de probabilidade *outage* exatas (5.38) e (5.42) não possuem solução analítica, no desenvolvimento das expressões de SER serão utilizados os limitantes inferiores de probabilidade de *outage* dados em (5.76) e (5.85). Conforme já explicado na Subseção 5.3.2, os limitantes inferiores são uma boa aproximação para a probabilidade de *outage*.

6.2 Decode-and-Forward Fixo

Nesta seção será desenvolvida a SER para o caso em que o sistema utiliza o protocolo de retransmissão DF fixo. Como a probabilidade de *outage* dada por (5.76) possui dois casos distintos, deve-se analisar cada um destes casos separadamente.

Assim, substituindo (5.76) em (6.2) para o caso em que $\bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd}$, obtém-se

$$\begin{aligned} P_e^{df} &= \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} \left\{ 1 - \frac{\bar{\gamma}_{sd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp \left[- \left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}} \right) \gamma_{th} \right] u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) + \right. \\ &\quad \left. \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp \left(\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{rd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}} \right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) \right\} d\gamma_{th} \\ &= \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} d\gamma_{th} - \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} \frac{\bar{\gamma}_{sd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp \left[- \left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}} \right) \gamma_{th} \right] \times \\ &\quad u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) d\gamma_{th} + \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \Theta. \end{aligned} \quad (6.3)$$

em que

$$\Theta = \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp \left[\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{rd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}} \right] u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) d\gamma_{th}. \quad (6.4)$$

A resolução da integral Θ em (6.4) recai sobre dois possíveis cenários:

- i.** Se $\gamma_{SPA} > \gamma_{RPA}$, então a integral Θ é dividida em dois diferentes intervalos: entre 0 e γ_{RPA} , e entre γ_{RPA} e γ_{SPA} , ou seja,

$$\begin{aligned} \Theta &= \int_0^{\gamma_{RPA}} \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp \left[\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{rd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}} \right] d\gamma_{th} + \\ &\quad \int_{\gamma_{RPA}}^{\gamma_{SPA}} \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp \left[\frac{\gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{rd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}} \right] d\gamma_{th} \end{aligned} \quad (6.5)$$

- ii.** Caso $\gamma_{SPA} \leq \gamma_{RPA}$, então haverá apenas um intervalo, definido entre 0 e

γ_{SPA} , ou seja,

$$\Theta = \int_0^{\gamma_{SPA}} \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp \left[\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{rd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}} \right] d\gamma_{th}. \quad (6.6)$$

Assim, agrupando (6.5), (6.6) e (6.3) e redefinindo os intervalos de integração de cada uma das parcelas da equação, obtém-se

$$\begin{aligned} P_e^{df} = & \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} d\gamma_{th} - \frac{\bar{\gamma}_{sd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma_{SPA}} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp \left[- \left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}} + b \right) \gamma_{th} \right] d\gamma_{th} + \\ & \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp \left[- \left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{rd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}} + b \right) \gamma_{th} \right] d\gamma_{th} + \\ & \left\{ \frac{\bar{\gamma}_{rd} \exp \left(\frac{\gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{rd}} \right)}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_{\gamma_{RPA}}^{\gamma_{SPA}} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp \left[- \left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}} + b \right) \gamma_{th} \right] d\gamma_{th} \right\} \\ & u(\gamma_{SPA} - \gamma_{RPA}). \end{aligned} \quad (6.7)$$

Fazendo

$$\beta = \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}} + b \quad (6.8)$$

e

$$\kappa = \frac{1}{\bar{\gamma}_{rd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}} + b, \quad (6.9)$$

a equação de probabilidade de erro resume-se a

$$\begin{aligned} P_e^{df} = & \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} d\gamma_{th} - \frac{\bar{\gamma}_{sd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma_{SPA}} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp(-\beta\gamma_{th}) d\gamma_{th} + \\ & \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp(-\kappa\gamma_{th}) d\gamma_{th} + \\ & \left[\frac{\bar{\gamma}_{rd} \exp \left(\frac{\gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{rd}} \right)}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_{\gamma_{RPA}}^{\gamma_{SPA}} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp(-\beta\gamma_{th}) d\gamma_{th} \right] u(\gamma_{SPA} - \gamma_{RPA}). \end{aligned} \quad (6.10)$$

Sabendo que $\int \frac{e^{cx}}{\sqrt{x}} dx = \sqrt{\frac{\pi}{c}} \operatorname{erf}(\sqrt{cx}) + C$ [57], em que C é uma constante qualquer, então

$$\begin{aligned} P_e^{df} = & \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{b}} \operatorname{erf}(\sqrt{b\gamma_{th}}) \right]_0^\infty - \frac{\bar{\gamma}_{sd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\beta}} \operatorname{erf}(\sqrt{\beta\gamma_{th}}) \right]_0^{\gamma_{SPA}} + \\ & \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\kappa}} \operatorname{erf}(\sqrt{\kappa\gamma_{th}}) \right]_0^{\min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})} + \\ & \left\{ \frac{\bar{\gamma}_{rd} \exp \left(\frac{\gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{rd}} \right)}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\beta}} \operatorname{erf}(\sqrt{\beta\gamma_{th}}) \right]_{\gamma_{RPA}}^{\gamma_{SPA}} \right\} u(\gamma_{SPA} - \gamma_{RPA}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= a - \frac{\bar{\gamma}_{sd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\beta}} \operatorname{erf}\left(\sqrt{\beta\gamma_{SPA}}\right) + \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\kappa}} \operatorname{erf}\left(\sqrt{\kappa \min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})}\right) + \\
&\quad \left\{ \frac{\bar{\gamma}_{rd} \exp\left(\frac{\gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{rd}}\right)}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\beta}} \left[\operatorname{erf}\left(\sqrt{\beta\gamma_{SPA}}\right) - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\beta\gamma_{RPA}}\right) \right] \right\} u(\gamma_{SPA} - \gamma_{RPA}).
\end{aligned} \tag{6.11}$$

Agora, aplicando (5.76) em (6.2) para o caso em que $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$, obtém-se

$$\begin{aligned}
P_e^{fdf} &= \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} \left\{ 1 - \exp\left[-\left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}}\right)\gamma_{th}\right] u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) - \right. \\
&\quad \left. \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left[-\left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}}\right)\gamma_{th}\right] u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) \right\} d\gamma_{th} \\
&= \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} d\gamma_{th} - \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp\left[-\left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}}\right)\gamma_{th}\right] u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) d\gamma_{th} - \\
&\quad \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left[-\left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}}\right)\gamma_{th}\right] u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) d\gamma_{th}.
\end{aligned} \tag{6.12}$$

De modo análogo ao feito para o caso em que $\bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd}$, redefinindo os limites de integração, tem-se que:

$$\begin{aligned}
P_e^{fdf} &= \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} d\gamma_{th} - \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma_{SPA}} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp\left[-\left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}} + b\right)\gamma_{th}\right] d\gamma_{th} - \\
&\quad \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp\left[-\left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}} + b\right)\gamma_{th}\right] d\gamma_{th} - \\
&\quad \left\{ \frac{\gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_{\gamma_{RPA}}^{\gamma_{SPA}} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp\left[-\left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}} + b\right)\gamma_{th}\right] d\gamma_{th} \right\} \times \\
&\quad u(\gamma_{SPA} - \gamma_{RPA}).
\end{aligned} \tag{6.13}$$

Substituindo (6.8) na equação acima, obtém-se:

$$\begin{aligned}
P_e^{fdf} &= \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} d\gamma_{th} - \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma_{SPA}} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp(-\beta\gamma_{th}) d\gamma_{th} - \\
&\quad \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp(-\beta\gamma_{th}) d\gamma_{th} - \\
&\quad \left[\frac{\gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_{\gamma_{RPA}}^{\gamma_{SPA}} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp(-\beta\gamma_{th}) d\gamma_{th} \right] u(\gamma_{SPA} - \gamma_{RPA}).
\end{aligned} \tag{6.14}$$

Sabendo que $\int \sqrt{x} e^{-cx} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{c^3}} \operatorname{erf}(\sqrt{cx}) - \frac{\sqrt{x}}{c} e^{-cx} + C$ [58], (6.14) pode ser reescrita como:

$$P_e^{fdf} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{b}} \operatorname{erf}\left(\sqrt{b\gamma_{th}}\right) \right]_0^\infty - \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\beta}} \operatorname{erf}\left(\sqrt{\beta\gamma_{th}}\right) \right]_0^{\gamma_{SPA}} -$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\beta^3}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\beta\gamma_{th}} \right) - \frac{\sqrt{\gamma_{th}}}{\beta} \exp \left(-\beta\gamma_{th} \right) \right]_0^{\min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})} - \\
& \left\{ \frac{\gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\beta}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\beta\gamma_{th}} \right) \right]_{\gamma_{RPA}}^{\gamma_{SPA}} \right\} u(\gamma_{SPA} - \gamma_{RPA}) \\
& = a - \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\beta}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\beta\gamma_{SPA}} \right) - \frac{a\sqrt{b}}{2\bar{\gamma}_{sd}\sqrt{\beta^3}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\beta \min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})} \right) + \\
& \frac{a\sqrt{b \min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})}}{\bar{\gamma}_{sd}\sqrt{\pi}\beta} \exp \left(-\beta \min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA}) \right) - \\
& \left\{ \frac{\gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\beta}} \left[\operatorname{erf} \left(\sqrt{\beta\gamma_{SPA}} \right) - \operatorname{erf} \left(\sqrt{\beta\gamma_{RPA}} \right) \right] \right\} u(\gamma_{SPA} - \gamma_{RPA}). \quad (6.15)
\end{aligned}$$

Agrupando as equações (6.11) e (6.15), tem-se que a SER para o sistema considerado utilizando o protocolo DF fixo é dada por:

$$P_e^{df} = \begin{cases} a - \frac{\bar{\gamma}_{sd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\beta}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\beta\gamma_{SPA}} \right) + \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\kappa}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\kappa \min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})} \right) + \\ \left\{ \frac{\bar{\gamma}_{rd} \exp \left(\frac{\gamma_{RPA} - \gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \right)}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\beta}} \left[\operatorname{erf} \left(\sqrt{\beta\gamma_{SPA}} \right) - \operatorname{erf} \left(\sqrt{\beta\gamma_{RPA}} \right) \right] \right\} \times & \bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd} \\ u(\gamma_{SPA} - \gamma_{RPA}) \\ a - \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\beta}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\beta\gamma_{SPA}} \right) - \frac{a\sqrt{b}}{2\bar{\gamma}_{sd}\sqrt{\beta^3}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\beta \min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})} \right) + \\ \frac{a\sqrt{b \min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})}}{\bar{\gamma}_{sd}\sqrt{\pi}\beta} \exp \left(-\beta \min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA}) \right) - & \bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd} \\ \left\{ \frac{\gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\beta}} \left[\operatorname{erf} \left(\sqrt{\beta\gamma_{SPA}} \right) - \operatorname{erf} \left(\sqrt{\beta\gamma_{RPA}} \right) \right] \right\} u(\gamma_{SPA} - \gamma_{RPA}). \end{cases} \quad (6.16)$$

Observando a Equação (6.16) nota-se que as SDRs dos PAs da fonte e do *relay* exercem grande influência na SER do sistema. Além disso, como já esperado, as distorções não lineares inseridas pelo PA da fonte possuem uma maior influência na SER que as distorções não lineares inseridas pelo PA do *relay*.

É importante perceber em (6.16) que a modulação escolhida possui uma grande influência na SER, principalmente quando se consideram os efeitos de distorções não lineares no sistema.

6.3 Decode-and-Forward Seletivo

A fim de calcular a SER para o protocolo DF seletivo, será utilizada a relação entre as probabilidades de *outage* deste protocolo e do protocolo DF

fixo apresentada em (5.86). Assim, substituindo (5.86) em (6.2), obtém-se:

$$\begin{aligned}
P_e^{sdf} &= \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} \left\{ P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th}) + \exp\left[-\left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}}\right)\gamma_{th}\right] u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) - \right. \\
&\quad \left. \exp\left(-\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}}\gamma_{th}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) \right\} d\gamma_{th} \\
&= \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} P_{out\downarrow}^{(fdf)}(\gamma_{th}) d\gamma_{th} + \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp\left[-\left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}}\right)\gamma_{th}\right] \times \\
&\quad u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) d\gamma_{th} - \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-b\gamma_{th}}}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp\left(-\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}}\gamma_{th}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) d\gamma_{th} \quad (6.17)
\end{aligned}$$

Redefinindo as regiões de integração, obtém-se

$$\begin{aligned}
P_e^{sdf} &= P_e^{fdf} + \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma_{SPA}} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp\left[-\left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sr}} + b\right)\gamma_{th}\right] d\gamma_{th} - \\
&\quad \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma_{SPA}} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp\left[-\left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + b\right)\gamma_{th}\right] d\gamma_{th}. \quad (6.18)
\end{aligned}$$

Fazendo

$$v = \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} + b, \quad (6.19)$$

e substituindo (6.8) e (6.19) em (6.18) e resolvendo as integrais, obtém-se

$$\begin{aligned}
P_e^{sdf} &= P_e^{fdf} + \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma_{SPA}} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp(-\beta\gamma_{th}) d\gamma_{th} - \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma_{SPA}} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{th}}} \exp(-v\gamma_{th}) d\gamma_{th} \\
&= P_e^{fdf} + \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\beta}} \operatorname{erf}\left(\sqrt{\beta\gamma_{th}}\right) \right]_0^{\gamma_{SPA}} - \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{v}} \operatorname{erf}\left(\sqrt{v\gamma_{th}}\right) \right]_0^{\gamma_{SPA}} \\
&= P_e^{fdf} + \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\beta}} \operatorname{erf}\left(\sqrt{\beta\gamma_{SPA}}\right) - \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{v}} \operatorname{erf}\left(\sqrt{v\gamma_{SPA}}\right). \quad (6.20)
\end{aligned}$$

Por fim, substituindo o valor de P_e^{fdf} da equação (6.16) em (6.20), tem-se

que a SER do sistema considerando o protocolo DF seletivo é dada por:

$$P_e^{sdf} = \begin{cases} a - \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\beta}} \operatorname{erf}(\sqrt{\beta\gamma_{SPA}}) - \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{v}} \operatorname{erf}(\sqrt{v\gamma_{SPA}}) + \\ \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\kappa}} \operatorname{erf}(\sqrt{\kappa \min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})}) + \\ \left\{ \frac{\bar{\gamma}_{rd} \exp\left(\frac{\gamma_{RPA} - \bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}}\right) a\sqrt{b}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \frac{1}{\sqrt{\beta}} [\operatorname{erf}(\sqrt{\beta\gamma_{SPA}}) - \operatorname{erf}(\sqrt{\beta\gamma_{RPA}})] \right\} \times & \bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd} \\ u(\gamma_{SPA} - \gamma_{RPA}) \\ a - \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{v}} \operatorname{erf}(\sqrt{v\gamma_{SPA}}) - \frac{a\sqrt{b}}{2\bar{\gamma}_{sd}\sqrt{\beta^3}} \operatorname{erf}(\sqrt{\beta \min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})}) + \\ \frac{a\sqrt{b \min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})}}{\bar{\gamma}_{sd}\sqrt{\pi\beta}} \exp(-\beta \min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})) - & \bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd} \\ \left\{ \frac{\gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\beta}} [\operatorname{erf}(\sqrt{\beta\gamma_{SPA}}) - \operatorname{erf}(\sqrt{\beta\gamma_{RPA}})] \right\} u(\gamma_{SPA} - \gamma_{RPA}). \end{cases} \quad (6.21)$$

Considerando a relação (6.20), observa-se que, visto que $\beta \geq v$, então $\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{\beta}} \operatorname{erf}(\sqrt{\beta\gamma_{SPA}}) \leq \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{v}} \operatorname{erf}(\sqrt{v\gamma_{SPA}})$, logo a $P_e^{sdf} \leq P_e^{fdf}$.

Ainda em (6.20), observa-se que o ganho em SER do protocolo DF seletivo em relação ao DF fixo sofre influência apenas das distorções não lineares provenientes do PA da fonte, reforçando o fato de o PA da fonte possuir uma maior influência na SER que o PA do *relay*.

6.4 Resultados Numéricos

A fim de validar os resultados teóricos apresentados neste capítulo, resultados de simulações computacionais serão apresentados nesta seção. De forma análoga à Seção 5.5, em todas as simulações apresentadas a seguir foram consideradas 10^5 iterações de Monte Carlo, os canais dos enlaces SD, SR e RD possuem desvanecimento Rayleigh seletivo em frequência com um espalhamento de atrasos correspondente a 16 períodos de amostragem, o sinal OFDM transmitido possui 256 subportadoras com um prefixo cíclico de mesmo tamanho do espalhamento do canal e o ruído térmico inserido em todos os nós possui a mesma variância σ_η^2 . Quando não for indicado o contrário, considera-se também que os sinais transmitidos na fonte e no *relay* passam por um PA não linear do tipo *soft limiter* e que os símbolos transmitidos nestes nós possuem potência igual a $P_s = P_r = 0.5$, além de um código de verificação de redundância cíclica (CRC, do inglês *Cyclic Redundancy Check*) para que o *relay* e o destino possam determinar se um bloco de símbolos foi recebido corretamente ou não. Para o protocolo DF seletivo, considera-se que o sinal só é retransmitido pelo *relay* se não forem detectados erros no bloco de símbolos recebidos por ele. Considera-se também

a amplitude de saturação dos PAs da fonte e do *relay* são determinados a partir do valor da IBO.

As Figuras 6.1 e 6.2 mostram a SER do sistema para diversas modulações com os protocolos DF fixo e seletivo, respectivamente, considerando ambos os PAs da fonte e do *relay* não lineares com $IBO = 5$ dB ($\gamma_{S_{PA}} = \gamma_{R_{PA}} = 23.6$ dB), e $\bar{\gamma}_{sd} = 10\bar{\gamma}_{sr} = 10\bar{\gamma}_{sd}$. Para cada modulação considerada, são apresentadas 3 curvas: a SER simulada; a SER teórica obtida a partir da Equação (6.16) para o DF fixo e a partir da Equação (6.21), para o DF seletivo; e, para efeitos de comparação, a SER considerando os PAs da fonte e do *relay* lineares.

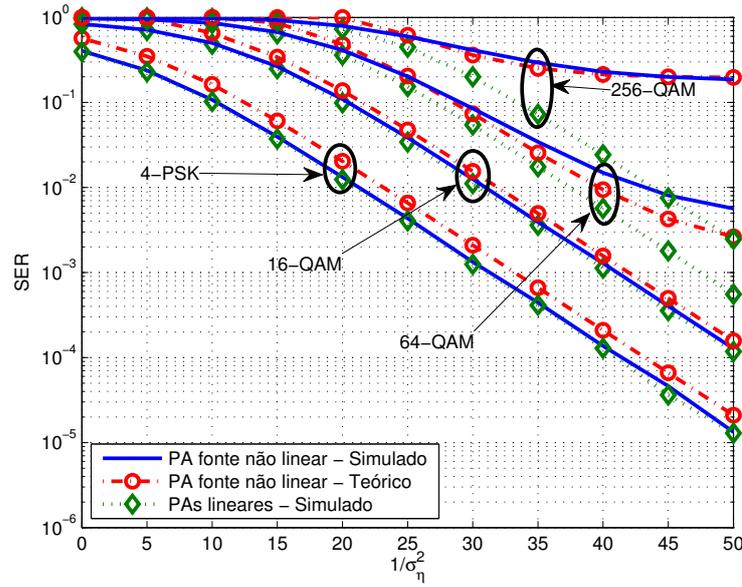


Figura 6.1: SER para o protocolo DF fixo considerando ambos os PAs não lineares com $IBO = 5$ dB, para $\bar{\gamma}_{rd} \neq \bar{\gamma}_{sd}$

Como se pode perceber, os resultados teóricos e simulados são bastante próximos, na maioria dos casos testados, para $\bar{\gamma}_{rd} \neq \bar{\gamma}_{sd}$, validando o equacionamento desenvolvido para este cenário. A fim de verificar o caso em que $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$, nas Figuras 6.3 e 6.4, são apresentados os resultados de SER para os protocolos DF fixo e seletivo, sob as mesmas condições consideradas no caso anterior, mas com $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{sr} = \bar{\gamma}_{rd}$.

Nota-se que para $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$, os resultados teóricos obtidos também são bastante próximos dos resultados simulados, na maioria dos casos testados. Ademais, nota-se que existe um limiar saturação na SER do sistema, que aumenta conforme cresce a ordem de modulação. Com o aumento da SNR nos enlaces, então β, κ e $v \rightarrow b$. Considerando o protocolo DF fixo e, por simplicidade, apenas o caso em que $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$, então

$$P_e^{df} = a - a \cdot \operatorname{erf} \left(\sqrt{b\gamma_{S_{PA}}} \right) - \frac{a}{2\bar{\gamma}_{sd}b} \operatorname{erf} \left(\sqrt{b \min(\gamma_{S_{PA}}, \gamma_{R_{PA}})} \right) +$$

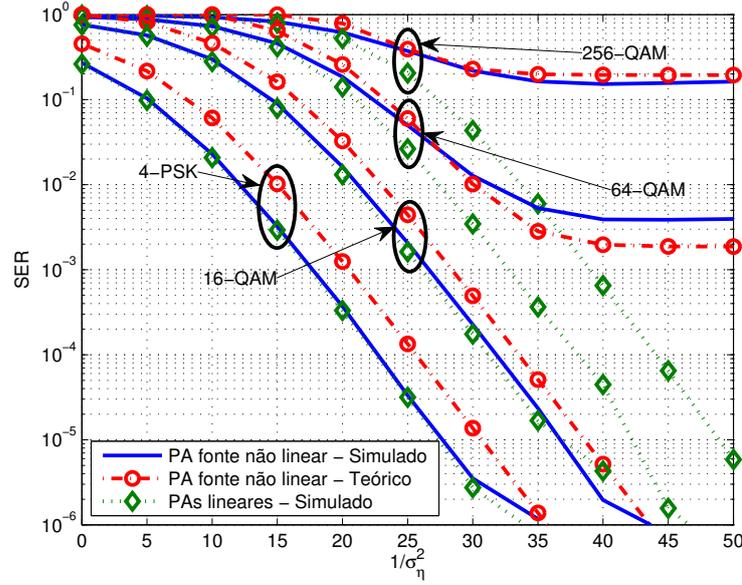


Figura 6.2: SER para o protocolo DF seletivo considerando ambos os PAs não lineares com IBO = 5 dB, para $\bar{\gamma}_{rd} \neq \bar{\gamma}_{sd}$

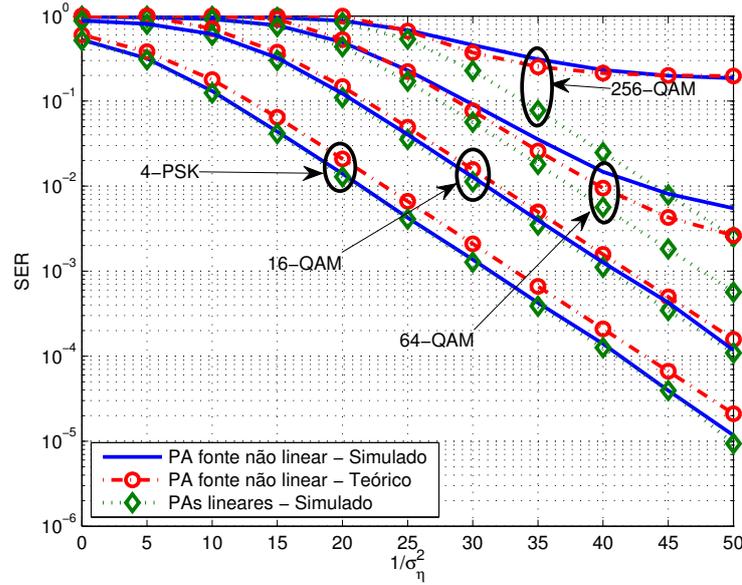


Figura 6.3: SER para o protocolo DF fixo considerando ambos os PAs não lineares com IBO = 5 dB, para $\bar{\gamma}_{rd} = \bar{\gamma}_{sd}$

$$\frac{a \sqrt{\min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})}}{\bar{\gamma}_{sd} \sqrt{\pi} \sqrt{b}} \exp(-b \min(\gamma_{SPA}, \gamma_{RPA})) - \left\{ \frac{a \gamma_{RPA}}{\bar{\gamma}_{sd}} \left[\operatorname{erf}(\sqrt{b \gamma_{SPA}}) - \operatorname{erf}(\sqrt{b \gamma_{RPA}}) \right] \right\} u(\gamma_{SPA} - \gamma_{RPA}), \quad (6.22)$$

Considerando $\bar{\gamma}_{sd} \rightarrow \infty$, observa-se que a SER do sistema para o protocolo DF fixo, satura em

$$P_e^{df} = a \left(1 - \operatorname{erf}(\sqrt{b \gamma_{SPA}}) \right). \quad (6.23)$$

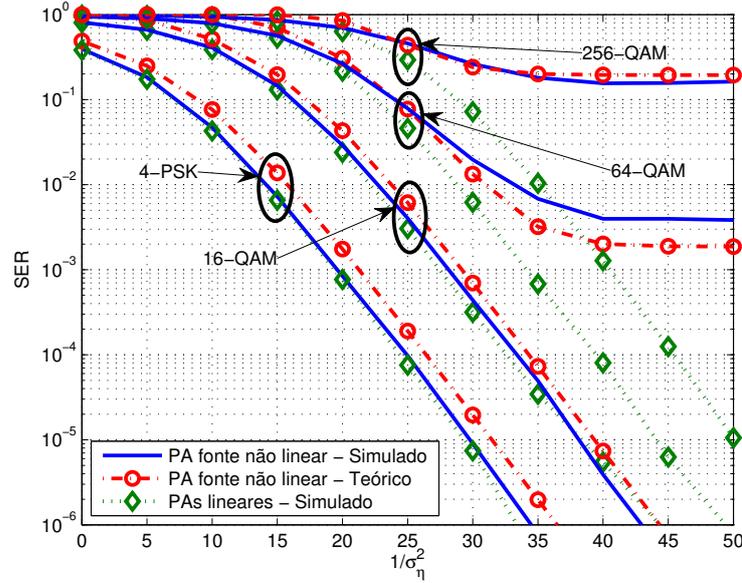


Figura 6.4: SER para o protocolo DF seletivo considerando ambos os PAs não lineares com IBO = 5 dB, para $\bar{\gamma}_{rd} = \bar{\gamma}_{sd}$

Como se pode perceber, esse limiar de saturação da SER depende exclusivamente da ordem da modulação e do PA da fonte, reforçando o fato de que o mesmo é bem mais prejudicial ao sistema que o PA do *relay*. Utilizando a Equação (6.20) que relaciona o protocolo DF seletivo com o protocolo DF fixo, observa-se que para altas SNRs, quando β, κ e $v \rightarrow b$, então

$$P_e^{sdf} = P_e^{df}, \quad (6.24)$$

ou seja, em regimes de alta SNR, as SERs de ambos os protocolos DF fixo e seletivo saturam no mesmo ponto, conforme se observa nas Figuras 6.1, 6.2, 6.3 e 6.4 para 64 e 256-QAM. Para 4-PSK e 16-QAM, as curvas de SER também apresentam uma saturação quando $1/\sigma_\eta^2$ é maior do que 50 dB. Entretanto, para melhorar a apresentação dos resultados, os valores de SER foram mostrados apenas para $0 \text{ dB} \leq 1/\sigma_\eta^2 \leq 50 \text{ dB}$.

Comparando os resultados de SER obtidos para os protocolos DF fixo e seletivo considerando ambos os PAs não lineares com IBO = 5 dB ($\gamma_{SPA} = \gamma_{RPA} = 23.6 \text{ dB}$) obtém-se o resultado apresentado na Figura 6.5. Neste gráfico são mostradas apenas as curvas simuladas e teóricas para os dois protocolos considerados.

Como era esperado, o protocolo DF seletivo possui melhor desempenho ao ser comparado com o DF fixo. Vale salientar que quanto menor a ordem da modulação considerada, maior é a vantagem do protocolo DF seletivo sobre o DF fixo. Isto ocorre devido ao fato de quanto menor a constelação,

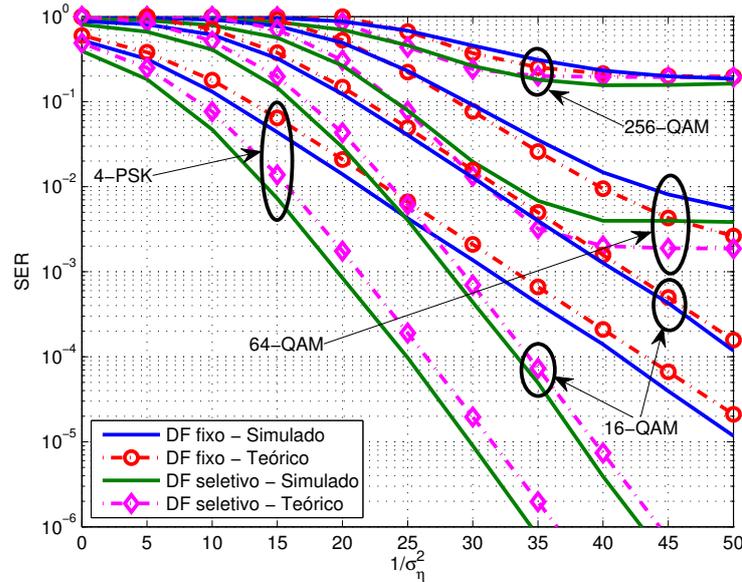


Figura 6.5: Comparação da SER entre os protocolos DF fixo e seletivo considerando ambos os PAs não lineares com IBO = 5 dB

menor são os impactos causados pelas distorções não lineares. Deste modo, como o protocolo DF fixo está sujeito a erros de decodificação no *relay*, seu desempenho é pior que o do DF seletivo. Além disso, conforme esperado, para altas ordens de modulação ocorre uma saturação na curva de SER, no mesmo ponto para ambos os protocolos.

As Figuras 6.6 e 6.7 mostram os efeitos das não linearidades introduzidas apenas pelo PA da fonte na SER do sistema para os protocolos DF fixo e seletivo, respectivamente, considerando o PA do *relay* linear, o PA da fonte não linear com uma IBO = 0 dB ($\gamma_{S_{PA}} = 13.2$ dB) e diferentes taxas de modulação de símbolos, com $\sigma_{h_{sd}}^2 = \sigma_{h_{sr}}^2 = \sigma_{h_{rd}}^2 = 1$.

Nota-se que os resultados teóricos e simulados são bastante próximos, reforçando mais uma vez a validade das formulações analíticas desenvolvidas. Observa-se também que para a modulação 4-PSK, a curva de SER considerando o PA da fonte não linear aproxima-se da curva de SER para PAs lineares, no entanto, com o aumento da taxa de modulação para 16-QAM observa-se que as não linearidades introduzidas pela fonte aumentam consideravelmente a SER do sistema, destoando bastante dos resultados obtidos desconsiderando as não linearidades. Além disso, nota-se que existe um limiar saturação na SER do sistema, que aumenta conforme cresce a ordem de modulação, devido as distorções não lineares inseridas pelo PA da fonte, conforme explicado anteriormente.

Para avaliar os efeitos das não linearidades inseridas pelo PA do *relay*, nas Figuras 6.8 e 6.9 são apresentados resultados da SER considerando o PA da

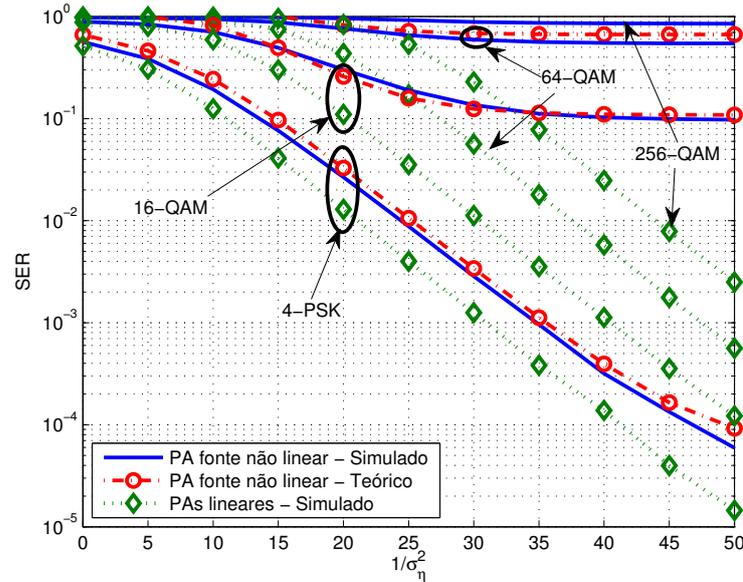


Figura 6.6: SER para o protocolo DF fixo considerando PA do *relay* linear e PA da fonte não linear com IBO = 0 dB

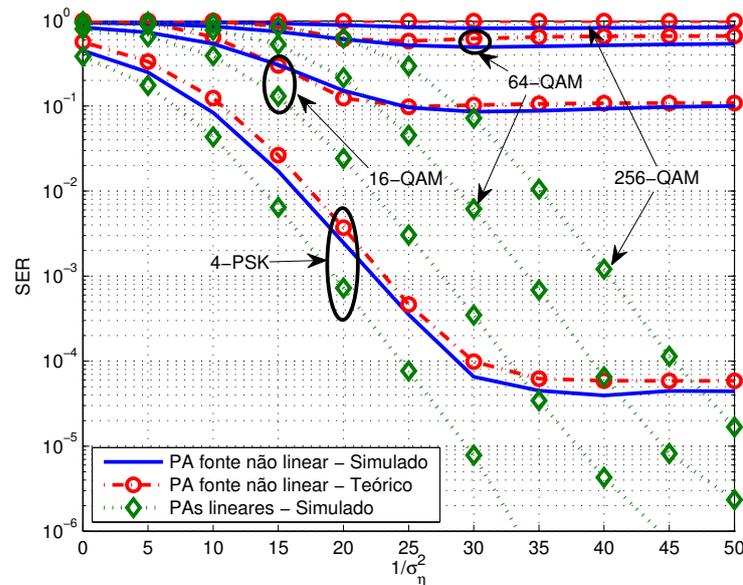


Figura 6.7: SER para o protocolo DF seletivo considerando PA do *relay* linear e PA da fonte não linear com IBO = 0 dB

fonte linear e o PA do *relay* não linear com IBO = 0 dB ($\gamma_{RPA} = 13.2$ dB), para diferentes taxas de modulação de símbolos e com $\sigma_{h_{sd}}^2 = \sigma_{h_{sr}}^2 = \sigma_{h_{rd}}^2 = 1$.

Observa-se que os efeitos das não linearidades inseridas pelo PA do *relay* são menos danosas à SER do que os efeitos das não linearidades inseridas pelo PA da fonte. Como as distorções não lineares inseridas pelo PA do *relay* afetam apenas uma das componentes do sinal recebida no destino, o receptor MRC dá um peso maior à componente advinda diretamente da fonte, mitigando os efeitos das distorções não lineares. Por conta disso, o PA do *relay* possui uma

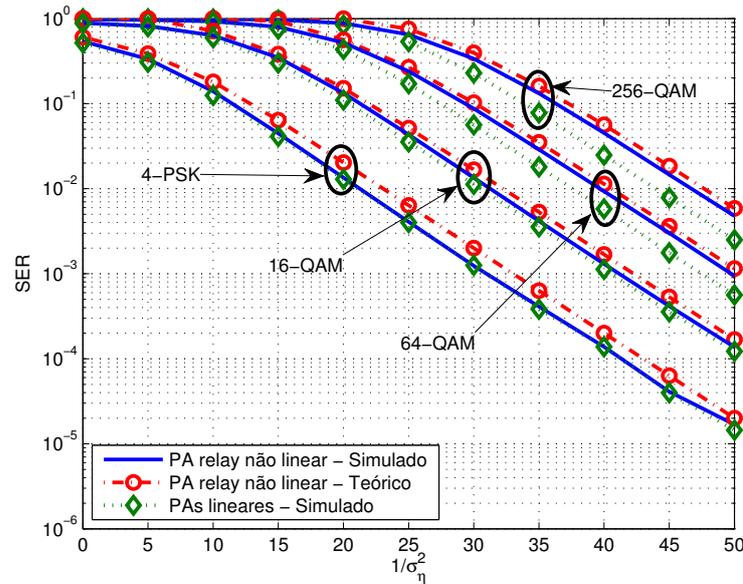


Figura 6.8: SER para o protocolo DF fixo considerando PA da fonte linear e PA do *relay* não linear com IBO = 0 dB

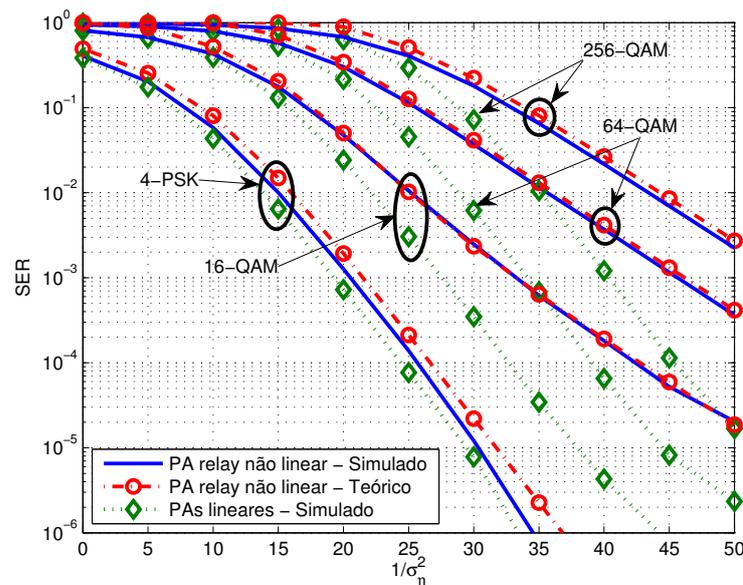


Figura 6.9: SER para o protocolo DF seletivo considerando PA da fonte linear e PA do *relay* não linear com IBO = 0 dB

menor influência na SER do sistema ao ser comparado com o PA da fonte, que por sua vez tem suas distorções propagadas por todo sistema. Ainda assim, para o caso DF seletivo, observa-se que com o aumento da ordem da modulação, para altas SNRs, o valor da SER se distancia do caso em que os PAs são lineares. Isso se deve ao fato de o PA do *relay* atuar reduzindo a ordem de diversidade do sistema, como já foi discutido na Subseção 5.4.2. Assim, observa-se que a curva decai mais lentamente que no caso linear. O mesmo não ocorre no DF fixo, pois neste caso a ordem de diversidade é unitária,

mesmo para PAs lineares. De fato, para o protocolo DF fixo, a curva de SER obtida com o PA do *relay* não linear ficou bastante próxima da curva de SER desconsiderando os efeitos das não linearidades.

As próximas análises avaliam os impactos da distância entre a fonte e o *relay* na SER do sistema. A Figura 6.10 apresenta a organização dos nós do sistema. Considera-se que a distância entre a fonte e o destino é constante e igual a 1, a distância entre a fonte e o *relay* é igual a d e por fim, a distância entre o *relay* e o destino é igual a $1 - d$. Neste contexto, foi considerado que a potência de desvanecimento dos canais segue o modelo de propagação de espaço livre, com expoente de perda de percurso igual a 2, ou seja, $\sigma_{h_{sd}}^2 = 1$, $\sigma_{h_{sr}}^2 = d^{-2}$ e $\sigma_{h_{rd}}^2 = (1 - d)^{-2}$. Em todas as simulações que seguem admitiu-se que a $1/\sigma_\eta^2 = 25$ dB.

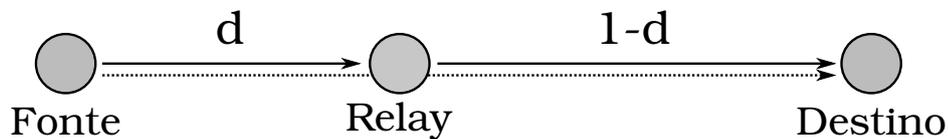


Figura 6.10: Variação da distância entre a fonte e o *relay*

As Figuras 6.11 e 6.12 apresentam o impacto da distância entre a fonte e o *relay* considerando apenas o PA da fonte como não linear e $\text{IBO} = 0$ ($\gamma_{S_{PA}} = 13.2$ dB), para os protocolos DF fixo e seletivo, respectivamente.

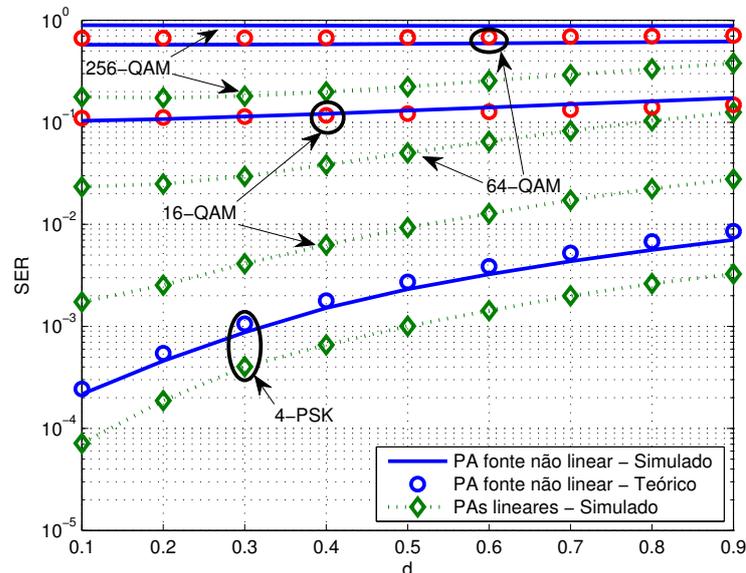


Figura 6.11: Efeito da variação da posição do *relay* na SER do sistema para o protocolo DF fixo considerando PA do *relay* linear e PA da fonte não linear com $\text{IBO} = 0$ dB, e $1/\sigma_\eta^2 = 25$ dB

Pode-se observar que, para ambos os casos, os resultados simulados ficaram bastante próximos da curva teórica esperada, mostrando que as

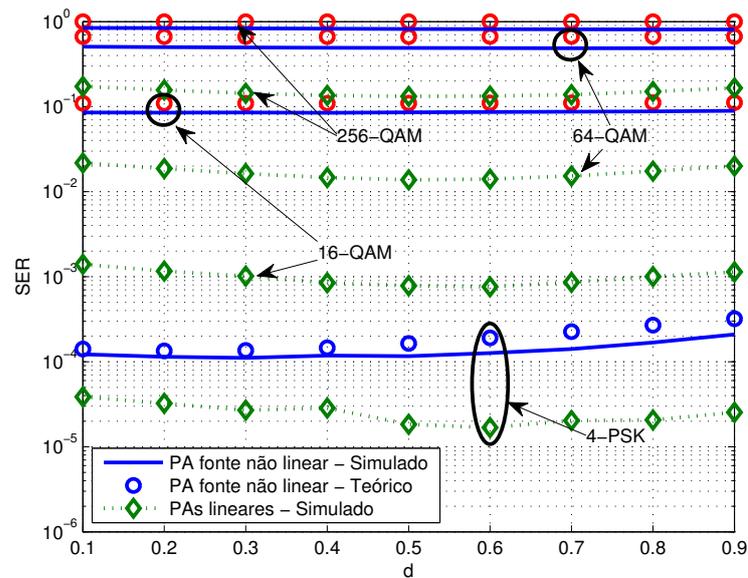


Figura 6.12: Efeito da variação da posição do *relay* na SER do sistema para o protocolo DF seletivo considerando PA do *relay* linear e PA da fonte não linear com IBO = 0 dB, e $1/\sigma_{\eta}^2 = 25$ dB

expressões teóricas desenvolvidas são válidas para valores distintos de SNR entre os nós do sistema. O protocolo DF fixo apresenta um melhor desempenho quando a proximidade entre a fonte e o *relay* diminui, ao passo que para o DF seletivo, a posição do *relay* exerce pouca influência no resultado da SER. Isso se deve ao fato de o desempenho do protocolo DF fixo estar intimamente relacionado com o estado do enlace SR, tendo este pouca influência no protocolo DF seletivo, como já apresentado na Figura 5.11. Nota-se ainda que, como mostrado nas análises anteriores, as não linearidades inseridas pela fonte aumentam consideravelmente a SER do sistema.

As Figuras 6.13 e 6.14 apresentam a mesma análise das Figuras 6.11 e 6.12, avaliando agora os efeitos das não linearidades inseridas no *relay*. Para isso, considerou-se o PA do *relay* não linear com uma IBO = 0 dB ($\gamma_{RPA} = 13.2$ dB) e o PA da fonte linear.

Observa-se que as não linearidades advindas do *relay* exercem uma menor influência na SER do sistema. Para o protocolo DF fixo, observa-se o mesmo comportamento apresentado na análise anterior, em que a proximidade entre a fonte e o *relay* melhora a SER do sistema. Já para o caso do DF seletivo, observa-se que a distância entre a fonte e o *relay* não afeta consideravelmente o SER do sistema pelos mesmos motivos já explicados na análise anterior. Além disso, nota-se que para a modulação 4-PSK, entre os valores $0.1 \leq d \leq 0.4$, a SER simulada aproximou-se do resultado teórico proposto, contudo para

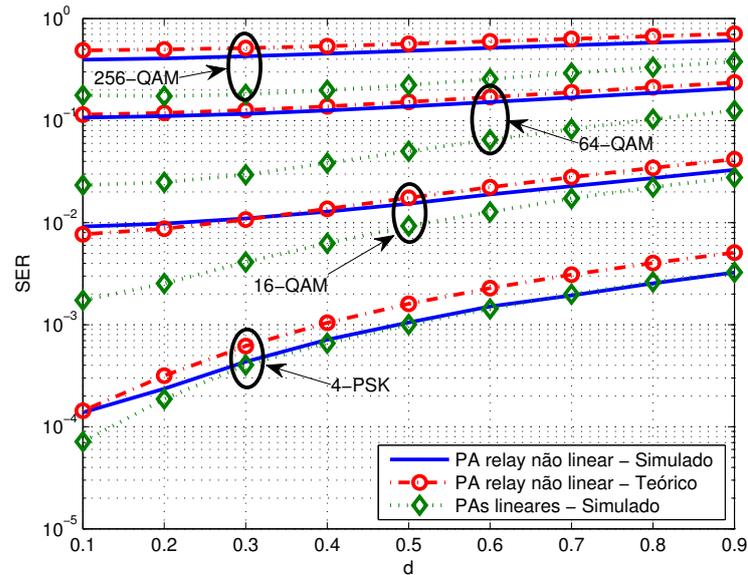


Figura 6.13: Efeito da variação da posição do *relay* na SER do sistema para o protocolo DF fixo considerando PA da fonte linear e PA do *relay* não linear com IBO = 0 dB, e $1/\sigma_{\eta}^2 = 25$ dB

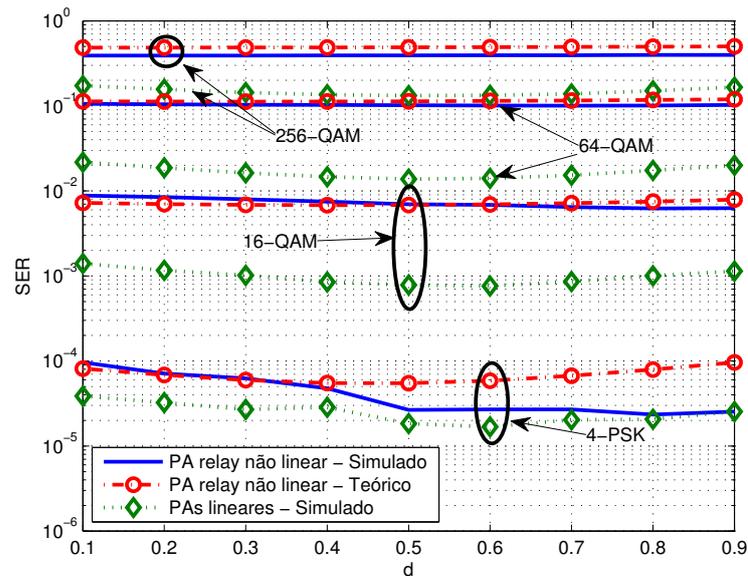


Figura 6.14: Efeito da variação da posição do *relay* na SER do sistema para o protocolo DF seletivo considerando PA da fonte linear e PA do *relay* não linear com IBO = 0 dB, e $1/\sigma_{\eta}^2 = 25$ dB

$d > 0.4$, a curva de SER aproximou-se da SER considerando ambos os PAs lineares. Isto se deve ao fato de o aumento da distância entre a fonte e o *relay* piorar o estado do enlace SR, fazendo com que o destino utilize cada vez menos o enlace cooperativo na recepção. Logo, como neste caso o PA da fonte é considerado linear, a partir de $d > 0.4$, a SER do sistema aproxima-se do caso em que ambos os PAs são lineares. Contudo é importante notar que a

diferença entre as curvas teóricas e simuladas é pequena.

6.5 Conclusões

Neste capítulo foram desenvolvidas equações analíticas que modelam a SER para qualquer tipo de modulação de símbolos, considerando o sistema descrito na Seção 5.1, utilizando os protocolos DF fixo e seletivo. Foram também apresentadas simulações computacionais que comprovam a validade das formulações desenvolvidas e que analisam os efeitos das não linearidades de cada um dos PAs, além do impacto da posição do *relay* em relação à fonte, para ambos os protocolos DF fixo e seletivo.

Constatou-se que a SER de um sistema utilizando o protocolo DF seletivo é sempre menor ou igual à SER do protocolo DF fixo. Notou-se que as distorções não lineares inseridas pelo PA da fonte possuem um impacto bastante significativo na SER para ambos os protocolos. Ademais, constatou-se que as não linearidades inseridas pelo PA da fonte resultam em uma saturação na curva de SER *versus* SNR em um mesmo limiar para os protocolos DF fixo e seletivo. Observou-se também que as não linearidades inseridas pelo *relay* não influem significativamente na SER para o protocolo DF fixo, no entanto, possuem um impacto considerável na SER para o protocolo DF seletivo. Além disso, foi constatado que quanto maior a ordem da modulação considerada, maior é o impacto causado pelas distorções não lineares inseridas pelos PAs.

Analisando o efeito da posição do *relay* entre a fonte e o destino, notou-se que para o protocolo DF fixo os resultados de SER são melhores quando o *relay* se encontra mais próximo da fonte, enquanto que para o protocolo DF seletivo a posição do *relay* não possui impacto considerável na SER do sistema.

No próximo capítulo será feito um apanhado geral das principais conclusões desta dissertação, bem como também serão feitas algumas sugestões sobre possíveis trabalhos futuros.

Conclusões e Perspectivas

Esta dissertação avaliou o desempenho de um sistema de comunicação OFDM cooperativo com um *relay* operando com o protocolo de retransmissão DF fixo ou seletivo, considerando os efeitos das distorções introduzidas por PAs não lineares. Para tanto, desenvolveram-se, para ambos os protocolos considerados, expressões analíticas para a probabilidade de *outage*. Devido à dificuldade de resolver analiticamente algumas formulações, foram elaboradas equações analíticas fechadas que limitam inferior e superiormente a probabilidade de *outage* do sistema. Neste contexto, desenvolveu-se também uma análise assintótica que revelou os impactos das não linearidades na ordem de diversidade do sistema. Além disso, foram desenvolvidas expressões para modelar a SER do sistema, utilizando ambos os protocolos.

Para o protocolo DF fixo, que possui uma ordem de diversidade igual a 1 quando os PAs são lineares, as não linearidades inseridas em ambos os amplificadores atuam deslocando a curva de probabilidade de *outage versus* SNR do sistema para a direita, o que implica em um aumento da probabilidade de *outage* sem alterar a ordem de diversidade. Como ficou bastante claro, as não linearidades inseridas pela fonte são bem mais prejudiciais ao sistema que as inseridas pelo *relay*. Ademais, quando o limiar de *outage* considerado é maior que a SNR instantânea do PA da fonte, um evento de *outage* sempre ocorrerá.

Com relação a análise de desempenho do sistema com DF fixo, observa-se que as não linearidades inseridas pelo *relay* interferem pouco na probabilidade de erro. Contudo, nota-se que as não linearidades inseridas pela fonte incrementam bastante a SER com o aumento da ordem da modulação. Além disso, as distorções não lineares advindas da fonte causam a saturação da SER, cujo limiar aumenta com o aumento da ordem da modulação. Foi observado que este protocolo é mais eficiente quando o *relay* encontra-se mais próximo da fonte, ou seja, quando o enlace SR possui uma melhor SNDR.

Assim, conclui-se que o protocolo DF fixo é mais recomendado para sistemas em que exista uma linha de visada forte entre a fonte e o *relay*, de modo a garantir a alta SNDR.

Já para o protocolo DF seletivo, os efeitos das não linearidades em ambos fonte e *relay* são mais perceptíveis. Desconsiderando as não linearidades, a ordem de diversidade para esse protocolo é igual a 2. No entanto, quando a SNR instantânea do PA do *relay* é menor que o limiar de SNR considerado, a ordem de diversidade cai para 1. Ainda assim as não linearidades inseridas na fonte são mais prejudiciais que as do *relay*. De fato, observou-se também que, assim como no DF fixo, quando um limiar de *outage* maior que a SNR instantânea do PA da fonte é considerado, o sistema sempre se encontrará em *outage*.

Comparando as probabilidades de *outage* dos protocolos DF fixo e seletivo, observa-se que operando dentro das mesmas condições o DF seletivo sempre apresenta um melhor desempenho que o protocolo DF fixo. No entanto, observou-se que quanto melhor a qualidade do enlace SR, mais a probabilidade de *outage* do protocolo DF fixo se aproxima da probabilidade de *outage* do protocolo DF seletivo.

Usando o protocolo DF seletivo o sistema apresenta um desempenho, em termos de SER, melhor que o DF fixo, contudo, ao contrário do que acontece com o DF fixo, as não linearidades inseridas pelo *relay* afetam consideravelmente a SER do sistema, no caso do protocolo DF seletivo. Por outro lado, as distorções não lineares inseridas pela fonte atuam de forma similar em ambos os protocolos, resultando na saturação da curva de SER. Verificou-se também que no caso do protocolo DF seletivo, a distância entre a fonte e o *relay* possui pouca influência, em oposição ao que ocorre no protocolo DF fixo. Assim, conclui-se que este protocolo é mais eficiente em redes em que o *relay* é um terminal móvel.

Comparando os resultados de SER dos protocolos DF fixo e seletivo, observa-se que embora o protocolo DF seletivo possua um melhor desempenho, quando se considera a presença de um PA não linear na fonte, a SER de ambos os protocolos saturam em um mesmo ponto.

Pode-se concluir ainda que no sistema analisado, para ambos os protocolos, as não linearidades inseridas pelo PA da fonte afetam bastante a recepção do sinal. Deste modo, sugere-se que em ambos os protocolos, a fonte seja uma ERB utilizando o *downlink*, e que possua dispositivos de transmissão mais robustos, inserindo poucas não linearidades ao sinal transmitido.

Em trabalhos futuros, pretende-se:

- ▶ Verificar o impacto das não linearidades na estimação dos canais;
- ▶ Analisar o efeito das não linearidades neste sistema considerando o uso de múltiplas antenas de transmissão e recepção;
- ▶ Estudar o mesmo sistema com canais com desvanecimento modelados a partir de uma distribuição de probabilidades generalizada;
- ▶ Comparar os resultados obtidos neste trabalho com o caso em que o destino utiliza um receptor do tipo combinação por seleção (SC, do inglês *Selection Combining*);
- ▶ Expandir o sistema para o uso de vários *relays* com PAs não lineares;
- ▶ Analisar o efeito das não linearidades neste sistema considerando alocação de potência entre as subportadoras;
- ▶ Avaliar os impactos das não linearidades do sistema considerando canais com correlação temporal.

CDF da SNDR do receptor MRC

Neste apêndice será apresentado o equacionamento da CDF da SNDR do receptor MRC, que será utilizado na Seção 5.2.

Calculando a PDF do enlace SD, usando (5.23), obtêm-se:

$$\begin{aligned}
 f_{\gamma_{sdn}}(x) &= \frac{d}{dx} [P(\gamma_{sdn} < x)] \\
 &= \frac{\sigma_{sd}^2 |\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{h_{sd}}^2 \left(|\alpha_s|^2 P_s - \sigma_{d_n^{(s)}}^2 x \right)^2} \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x \sigma_{d_n^{(s)}}^2} \right) \times \\
 &\quad u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(s)}}^2} - x \right) u(x) + \delta(x) - \\
 &\quad \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x \sigma_{d_n^{(s)}}^2} \right) u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(s)}}^2} - x \right) \delta(x) + \\
 &\quad \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x \sigma_{d_n^{(s)}}^2} \right) \delta \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(s)}}^2} - x \right) u(x). \tag{A.1}
 \end{aligned}$$

Substituindo (5.26) e (A.1) em (5.28), obtêm-se

$$\begin{aligned}
 P_{mrc} &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\sigma_{sd}^2 |\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{h_{sd}}^2 \left(|\alpha_s|^2 P_s - \sigma_{d_n^{(s)}}^2 x \right)^2} \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x \sigma_{d_n^{(s)}}^2} \right) \times \right. \\
 &\quad u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(s)}}^2} - x \right) u(x) + \delta(x) - \\
 &\quad \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x \sigma_{d_n^{(s)}}^2} \right) u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(s)}}^2} - x \right) \delta(x) + \\
 &\quad \left. \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x \sigma_{d_n^{(s)}}^2} \right) \delta \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(s)}}^2} - x \right) u(x) \right] \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[1 - \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{hrd}^2} \frac{(\gamma_{th} - x)\sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - (\gamma_{th} - x)\sigma_{d_n^{(R)}}^2} \right) u \left(\frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n^{(R)}}^2} - \gamma_{th} + x \right) \right] u(\gamma_{th} - x) dx \\
= & \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma_{sd}^2 |\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{h_{sd}}^2 (|\alpha_s|^2 P_s - \sigma_{d_n^{(S)}}^2 x)^2} \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x\sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x\sigma_{d_n^{(S)}}^2} \right) \times \\
& u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} - x \right) u(x) u(\gamma_{th} - x) dx + \int_{-\infty}^{\infty} u(\gamma_{th} - x) \delta(x) dx - \\
& \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x\sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x\sigma_{d_n^{(S)}}^2} \right) u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} - x \right) u(\gamma_{th} - x) \delta(x) dx + \\
& \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x\sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x\sigma_{d_n^{(S)}}^2} \right) \delta \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} - x \right) u(x) u(\gamma_{th} - x) dx - \\
& \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma_{sd}^2 |\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{h_{sd}}^2 (|\alpha_s|^2 P_s - \sigma_{d_n^{(S)}}^2 x)^2} \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x\sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x\sigma_{d_n^{(S)}}^2} \right) \times \\
& \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{hrd}^2} \frac{(\gamma_{th} - x)\sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - (\gamma_{th} - x)\sigma_{d_n^{(R)}}^2} \right) u \left(\frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n^{(R)}}^2} - \gamma_{th} + x \right) \times \\
& u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} - x \right) u(x) u(\gamma_{th} - x) dx - \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{hrd}^2} \frac{(\gamma_{th} - x)\sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - (\gamma_{th} - x)\sigma_{d_n^{(R)}}^2} \right) \times \\
& u \left(\frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n^{(R)}}^2} - \gamma_{th} + x \right) u(\gamma_{th} - x) \delta(x) dx + \\
& \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x\sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x\sigma_{d_n^{(S)}}^2} \right) \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{hrd}^2} \frac{(\gamma_{th} - x)\sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - (\gamma_{th} - x)\sigma_{d_n^{(R)}}^2} \right) \times \\
& u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} - x \right) u \left(\frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n^{(R)}}^2} - \gamma_{th} + x \right) u(\gamma_{th} - x) \delta(x) dx - \\
& \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x\sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x\sigma_{d_n^{(S)}}^2} \right) \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{hrd}^2} \frac{(\gamma_{th} - x)\sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - (\gamma_{th} - x)\sigma_{d_n^{(R)}}^2} \right) \times \\
& u \left(\frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n^{(R)}}^2} - \gamma_{th} + x \right) \delta \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} - x \right) u(x) u(\gamma_{th} - x) dx \\
= & \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma_{sd}^2 |\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{h_{sd}}^2 (|\alpha_s|^2 P_s - \sigma_{d_n^{(S)}}^2 x)^2} \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x\sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x\sigma_{d_n^{(S)}}^2} \right) \times \\
& u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} - x \right) u(x) u(\gamma_{th} - x) dx - \\
& \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma_{sd}^2 |\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{h_{sd}}^2 (|\alpha_s|^2 P_s - \sigma_{d_n^{(S)}}^2 x)^2} \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x\sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x\sigma_{d_n^{(S)}}^2} \right) \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{rd}}^2} \frac{(\gamma_{th} - x)\sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - (\gamma_{th} - x)\sigma_{d_n^{(R)}}^2}\right) u\left(\frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n^{(R)}}^2} - \gamma_{th} + x\right) \times \\
& u\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} - x\right) u(x) u(\gamma_{th} - x) dx - \\
& \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{rd}}^2} \frac{\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right) \sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - \left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right) \sigma_{d_n^{(R)}}^2}\right) u\left(\frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n^{(R)}}^2} + \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} - \gamma_{th}\right) \times \\
& u\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right) + u\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right). \tag{A.2}
\end{aligned}$$

Convertendo as funções degrau em limites de integração, obtém-se que a CDF do sinal recebido é dada por

$$\begin{aligned}
P_{mrc} &= \int_0^{\min\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}, \gamma_{th}\right)} \frac{\sigma_{sd}^2 |\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{h_{sd}}^2 \left(|\alpha_s|^2 P_s - \sigma_{d_n^{(S)}}^2 x\right)^2} \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x \sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right) dx - \\
& \int_{\max\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n^{(R)}}^2}, 0\right)}^{\min\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}, \gamma_{th}\right)} \frac{\sigma_{sd}^2 |\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{h_{sd}}^2 \left(|\alpha_s|^2 P_s - \sigma_{d_n^{(S)}}^2 x\right)^2} \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x \sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right) \\
& \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{rd}}^2} \frac{(\gamma_{th} - x)\sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - (\gamma_{th} - x)\sigma_{d_n^{(R)}}^2}\right) dx - \\
& \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{rd}}^2} \frac{\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right) \sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - \left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right) \sigma_{d_n^{(R)}}^2}\right) u\left(\frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n^{(R)}}^2} + \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} - \gamma_{th}\right) \times \\
& u\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right) + u\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right) \\
& = 1 - \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\min\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}, \gamma_{th}\right) \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \min\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}, \gamma_{th}\right) \sigma_{d_n^{(S)}}^2}\right) - \\
& \int_{\max\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n^{(R)}}^2}, 0\right)}^{\min\left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2}, \gamma_{th}\right)} \frac{\sigma_{sd}^2 |\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{h_{sd}}^2 \left(|\alpha_s|^2 P_s - \sigma_{d_n^{(S)}}^2 x\right)^2} \times \\
& \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x \sigma_{d_n^{(S)}}^2} - \frac{1}{\sigma_{h_{rd}}^2} \frac{(\gamma_{th} - x)\sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - (\gamma_{th} - x)\sigma_{d_n^{(R)}}^2}\right) dx -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{rd}}^2} \frac{\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{(S)}} \right) \sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - \left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{(S)}} \right) \sigma_{d_n}^{(R)}} \right) u \left(\frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n}^{(R)}} + \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{(S)}} - \gamma_{th} \right) \times \\ & u \left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{(S)}} \right) + u \left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{(S)}} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Simplificando (A.3), obtém-se

$$\begin{aligned} P_{mrc} &= 1 - \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\gamma_{th} \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th} \sigma_{d_n}^{(S)}} \right) u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{(S)}} - \gamma_{th} \right) - \\ & \left[\int_{\max \left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n}^{(R)}}, 0 \right)}^{\gamma_{th}} \frac{\sigma_{sd}^2 |\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{h_{sd}}^2 \left(|\alpha_s|^2 P_s - \sigma_{d_n}^{(S)} x \right)^2} \times \right. \\ & \left. \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x \sigma_{d_n}^{(S)}} - \frac{1}{\sigma_{h_{rd}}^2} \frac{(\gamma_{th} - x) \sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - (\gamma_{th} - x) \sigma_{d_n}^{(R)}} \right) dx \right] \times \\ & u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{(S)}} - \gamma_{th} \right) - \\ & \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{rd}}^2} \frac{\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{(S)}} \right) \sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - \left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{(S)}} \right) \sigma_{d_n}^{(R)}} \right) u \left(\frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n}^{(R)}} + \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{(S)}} - \gamma_{th} \right) \times \\ & u \left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{(S)}} \right) + u \left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{(S)}} \right) \\ & = 1 - \left[\exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{\gamma_{th} \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - \gamma_{th} \sigma_{d_n}^{(S)}} \right) + \Upsilon \right] u \left(\frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{(S)}} - \gamma_{th} \right) + \\ & \Omega u \left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n}^{(S)}} \right), \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

em que

$$\begin{aligned} \Upsilon &= \int_{\max \left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n}^{(R)}}, 0 \right)}^{\gamma_{th}} \frac{\sigma_{sd}^2 |\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{h_{sd}}^2 \left(|\alpha_s|^2 P_s - \sigma_{d_n}^{(S)} x \right)^2} \times \\ & \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{sd}}^2} \frac{x \sigma_{sd}^2}{|\alpha_s|^2 P_s - x \sigma_{d_n}^{(S)}} - \frac{1}{\sigma_{h_{rd}}^2} \frac{(\gamma_{th} - x) \sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - (\gamma_{th} - x) \sigma_{d_n}^{(R)}} \right) dx \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

e

$$\Omega = 1 - \exp \left(-\frac{1}{\sigma_{h_{rd}}^2} \frac{\left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} \right) \sigma_{rd}^2}{|\alpha_r|^2 P_r - \left(\gamma_{th} - \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} \right) \sigma_{d_n^{(R)}}^2} \right) u \left(\frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_n^{(R)}}^2} + \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_n^{(S)}}^2} - \gamma_{th} \right). \quad (\text{A.6})$$

Limitante Inferior da CDF da SNDR do receptor MRC

Neste apêndice será apresentado o desenvolvimento da expressão do limitante inferior da CDF da SNDR do receptor MRC.

De modo análogo ao realizado no Apêndice A, para calcular a probabilidade de *outage* do receptor MRC usando os limitantes inferiores, primeiramente deve-se encontrar a PDF do enlace SD. Assim, derivando (5.65), obtém-se:

$$f_{\gamma_{sd_n}}(x) = \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{th})u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) + \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{th})\delta(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) + \delta(\gamma_{th}) - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) \delta(\gamma_{th})u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}). \quad (\text{B.1})$$

Aplicando (5.67) e (B.1) em (5.28), obtém-se

$$\begin{aligned} P_{mrc\downarrow} &= \int_0^\infty \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{x}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(x)u(\gamma_{SPA} - x) \times \\ &\quad \left[u(\gamma_{th} - x) - \exp\left(-\frac{\gamma_{th} - x}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) u(\gamma_{th} - x)u(\gamma_{RPA} - \gamma_{th} + x) \right] dx + \\ &\quad \int_0^\infty \exp\left(-\frac{x}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(x)\delta(\gamma_{SPA} - x) \times \\ &\quad \left[u(\gamma_{th} - x) - \exp\left(-\frac{\gamma_{th} - x}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) u(\gamma_{th} - x)u(\gamma_{RPA} - \gamma_{th} + x) \right] dx + \\ &\quad \int_0^\infty \delta(x) \left[u(\gamma_{th} - x) - \exp\left(-\frac{\gamma_{th} - x}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) u(\gamma_{th} - x)u(\gamma_{RPA} - \gamma_{th} + x) \right] dx - \\ &\quad \int_0^\infty \exp\left(-\frac{x}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) \delta(x)u(\gamma_{SPA} - x) \times \\ &\quad \left[u(\gamma_{th} - x) - \exp\left(-\frac{\gamma_{th} - x}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) u(\gamma_{th} - x)u(\gamma_{RPA} - \gamma_{th} + x) \right] dx \\ &= \int_0^\infty \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{x}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(x)u(\gamma_{SPA} - x)u(\gamma_{th} - x)dx - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^\infty \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{x}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) \exp\left(-\frac{\gamma_{th}-x}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) u(x)u(\gamma_{SPA}-x)u(\gamma_{th}-x) \times \\
& u(\gamma_{RPA}-\gamma_{th}+x)dx + \exp\left(-\frac{\gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) \times \\
& \left[u(\gamma_{th}-\gamma_{SPA}) - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}-\gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) u(\gamma_{th}-\gamma_{SPA})u(\gamma_{RPA}-\gamma_{th}+\gamma_{SPA}) \right].
\end{aligned} \tag{B.2}$$

Utilizando os argumentos das funções degrau para definir os limites de integração da função, a expressão simplifica-se para

$$\begin{aligned}
P_{mrc\downarrow} &= \int_0^{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})} \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{x}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) dx - \int_{\max(\gamma_{th}-\gamma_{RPA}, 0)}^{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})} \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{x}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}-x}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) dx + \\
& \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}-\gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) u(\gamma_{RPA}-\gamma_{th}+\gamma_{SPA}) \right] \exp\left(-\frac{\gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{th}-\gamma_{SPA}) \\
&= 1 - \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}-\gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) u(\gamma_{RPA}-\gamma_{th}+\gamma_{SPA}) \right] \times \\
& \exp\left(-\frac{\gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{th}-\gamma_{SPA}) - \Psi,
\end{aligned} \tag{B.3}$$

em que

$$\Psi = \int_{\max(\gamma_{th}-\gamma_{RPA}, 0)}^{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})} \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{x}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}-x}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) dx. \tag{B.4}$$

Como é possível notar, a integral Ψ deve ser resolvida para 2 diferentes casos:

i. $\bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd}$:

$$\begin{aligned}
\Psi &= \int_{\max(\gamma_{th}-\gamma_{RPA}, 0)}^{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})} \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{x}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}-x}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) dx \\
&= \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(-\frac{x}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}-x}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) \Big|_{\max(\gamma_{th}-\gamma_{RPA}, 0)}^{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})} \\
&= \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th} - \min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) - \\
& \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(-\frac{\max(\gamma_{th}-\gamma_{RPA}, 0)}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th} - \max(\gamma_{th}-\gamma_{RPA}, 0)}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) \\
&= \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\max(\gamma_{th}-\gamma_{SPA}, 0)}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) - \\
& \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(-\frac{\max(\gamma_{th}-\gamma_{RPA}, 0)}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{rd}}\right)
\end{aligned} \tag{B.5}$$

ii. $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$:

$$\Psi = \int_{\max(\gamma_{th}-\gamma_{RPA}, 0)}^{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})} \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{x}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}-x}{\bar{\gamma}_{sd}} + \frac{x}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) dx$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{\max(\gamma_{th} - \gamma_{RPA}, 0)}^{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})} \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) dx \\
&= \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) [\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA}) - \max(\gamma_{th} - \gamma_{RPA}, 0)]. \quad \text{(B.6)}
\end{aligned}$$

Referências Bibliográficas

- [1] A. Sendonaris, E. Erkip e B. Aazhang, “User Cooperation Diversity. Part I. System Description,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 51, no. 11, pp. 1927–1938, Novembro 2003.
- [2] J. N. Laneman, D. N. C. Tse e G. W. Wornell, “Cooperative Diversity in Wireless Networks: Efficient Protocols and Outage Behavior,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, no. 12, pp. 3062–3080, Dezembro 2004.
- [3] Y. Cho, J. Kim, W. Yang e C. Kang, *MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB*. Wiley, 2010.
- [4] M. Dohler e Y. Li, *Cooperative Communications: Hardware, Channel and PHY*, 1ª edição. Wiley, 2010.
- [5] K. J. R. Liu, A. K. Sadek, W. Su e A. Kwasinski, *Cooperative Communications and Networking*. Cambridge University Press, 2009.
- [6] A. Pandharipande, “Principles of OFDM,” *IEEE Potentials*, vol. 21, no. 2, pp. 16–19, Abril/Maio 2002.
- [7] C. A. R. Fernandes, “Outage performance of cooperative amplify-and-forward OFDM systems with nonlinear power amplifiers,” in *IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*, Junho 2012, pp. 459–463.
- [8] L. L. Mendes, J. M. C. Brito, F. A. Cardoso, D. A. Guimarães, G. C. Lima, G. G. R. Gomes, D. S. Arantes e R. D. Souza, “MI-SBTVD: a proposal for the Brazilian digital television system SBTVD,” *Journal of the Brazilian Computer Society*, vol. 12, pp. 57–82, Março 2007.

- [9] T. Strohmer e S. Beaver, "Optimal ofdm design for time-frequency dispersive channels," *Communications, IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 7, pp. 1111–1122, 2003.
- [10] S. B. Weinstein, "The history of orthogonal frequency-division multiplexing [History of Communications]," *IEEE Communications Magazine*, vol. 47, no. 11, pp. 26–35, Novembro 2009.
- [11] T. Hwang, C. Yang, G. Wu, S. Li e G. Ye Li, "OFDM and Its Wireless Applications: A Survey," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, no. 4, pp. 1673–1694, Maio 2009.
- [12] D. Chi e P. Das, "Effect of Nonlinear Amplifier in Companded OFDM with Application to 802.11n WLAN," in *IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM)*, 2009, pp. 1–6.
- [13] T. Ketseoglou, "Cooperation diversity for clipped OFDM with iterative reception," in *Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Outubro 2008, pp. 1025–1029.
- [14] V. del Razo, T. Riihonen, F. Gregorio, S. Werner e R. Wichman, "Nonlinear Amplifier Distortion in Cooperative Amplify-and-Forward OFDM Systems," in *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, Abril 2009, pp. 1–5.
- [15] T. Riihonen, S. Werner, F. Gregorio, R. Wichman e J. Hämäläinen, "BEP Analysis of OFDM Relay Links with Nonlinear Power Amplifiers," in *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, Abril 2010, pp. 1–6.
- [16] C. Zhang, P. Ren, J. Peng, G. Wei, Q. Du e Y. Wang, "Optimal Relay Power Allocation for Amplify-and-Forward Relay Networks with Non-linear Power Amplifiers," *Computing Research Repository*, vol. abs/1105.0, 2011.
- [17] C. A. R. Fernandes, D. B. da Costa e A. L. F. de Almeida, "Outage Analysis of Cooperative OFDM Systems with Nonlinear Amplifiers and Relay Selection," in *XXX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT)*, Setembro 2012.
- [18] E. J. P. Farias, D. A. Sousa, C. A. R. Fernandes e C. E. R. Fernandes, "Receptor Ótimo para Sistemas OFDM Cooperativos com Amplificadores de Potência Não Lineares," in *XXX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT)*, Setembro 2012.

- [19] H. A. Ahmed, A. I. Sulyman e H. S. Hassanein, “Bit error rate performance of orthogonal frequency-division multiplexing relaying systems with high power amplifiers and Doppler effects,” *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 13, no. 8, pp. 734–744, 2013.
- [20] C. Ciocchina, F. Buda e H. Sari, “An Analysis of OFDM Peak Power Reduction Techniques for WiMAX Systems,” in *IEEE International Conference on Communications*, vol. 10, 2006, pp. 4676–4681.
- [21] W. Zou e Y. Wu, “COFDM: an overview,” *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 41, no. 1, pp. 1–8, 1995.
- [22] R. W. Chang, “Synthesis of Band-Limited Orthogonal Signals for Multichannel Data Transmission,” *Bell Systems Technical Journal*, vol. 45, pp. 1775–1796, Dezembro 1966.
- [23] B. Saltzberg, “Performance of an Efficient Parallel Data Transmission System,” *IEEE Transactions on Communication Technology*, vol. 15, no. 6, pp. 805–811, 1967.
- [24] A. Goldsmith, *Wireless Communications*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2005.
- [25] S. Weinstein e P. Ebert, “Data Transmission by Frequency-Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform,” *Communication Technology, IEEE Transactions on*, vol. 19, no. 5, pp. 628–634, 1971.
- [26] R. Prasad, *OFDM for Wireless Communications Systems*. Norwood, MA, USA: Artech House, Inc., 2004.
- [27] A. Peled e A. Ruiz, “Frequency domain data transmission using reduced computational complexity algorithms,” in *Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on ICASSP '80.*, vol. 5, 1980, pp. 964–967.
- [28] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer e J. R. Buck, *Discrete-Time Signal Processing*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 1999.
- [29] C. A. R. Fernandes, “Nonlinear MIMO Communication Systems: Channel Estimation and Information Recovery using Volterra Models,” Tese de doutorado, Universidade de Nice - Sophia Antipolis, França e Universidade Federal do Ceará, Brasil, 2009.

- [30] E. Bouquet, S. Haese, M. Drissi, C. Moullec e K. Sayegrih, “An Innovative and Low Complexity PAPR Reduction Technique for Multicarrier Systems,” in *European Conference on Wireless Technology*, 2006, pp. 162–165.
- [31] I. Gutman e D. Wulich, “Distribution of PAPR in low order OFDM with non equal Amplitudes,” in *IEEE Convention of Electrical and Electronics Engineers in Israel (IEEEI)*, 2010, pp. 165–169.
- [32] A. A. M. Saleh, “Frequency-independent and frequency-dependent nonlinear models of twt amplifiers,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 29, no. 11, pp. 1715–1720, 1981.
- [33] E. Costa e S. Pupolin, “M-QAM-OFDM system performance in the presence of a nonlinear amplifier and phase noise,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, no. 3, pp. 462–472, 2002.
- [34] C. Rapp, “Effects of HPA-nonlinearity on a 4-DPSK/OFDM-signal for a digital sound broadcasting signal,” in *ESA Special Publication*, ser. ESA Special Publication, P. S. Weltevreden, Ed., vol. 332, Outubro 1991, pp. 179–184.
- [35] H. E. Rowe, “Memoryless Nonlinearities With Gaussian Inputs: Elementary Results,” *The Bell System Technical Journal*, vol. 61, no. 7, pp. 1519–1525, Setembro 1982.
- [36] J. J. Busgang, “Crosscorrelation Functions of Amplitude-Distorted Gaussian Signals,” Research Laboratory of Electronics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, Relatório técnico 216, Março 1952.
- [37] P. Banelli, “Non-Linear Transformations of Gaussians and Gaussian-Mixtures with implications on Estimation and Information Theory,” *CoRR*, Novembro 2011.
- [38] D. Dardari, V. Tralli e A. Vaccari, “A theoretical characterization of nonlinear distortion effects in OFDM systems,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, no. 10, pp. 1755–1764, Outubro 2000.
- [39] N. Ermolova e S.-G. Haggman, “An extension of Busgang’s theory to complex-valued signals,” in *Proceedings of the 6th Nordic Signal Processing Symposium (NORSIG)*, 2004, pp. 45–48.

- [40] E. C. van der Meulen, “Three-terminal communication channels,” *Advances in Applied Probability*, vol. 3, pp. 120–154, 1971.
- [41] T. Cover e A. Gamal, “Capacity theorems for the relay channel,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 25, no. 5, pp. 572–584, 1979.
- [42] G. Kaur e P. P. Bhattacharya, “A Survey on Cooperative Diversity and Its Applications in Various Wireless Networks,” *CoRR*, vol. abs/1112.2248, 2011.
- [43] Y.-W. P. Hong, W.-J. Huang e C.-C. J. Kuo, *Cooperative Communications and Networking: Technologies and System Design*, 1ª edição. Springer, 2010.
- [44] M. Uysal, *Cooperative Communications for Improved Wireless Network Transmission: Framework for Virtual Antenna Array Applications (Premier Reference Source)*, 1ª edição. Information Science Reference, 2010.
- [45] M. Yu e J. (tiffany Li), “Amplify-Forward and Decode-Forward: The Impact of Location and Capacity Contour,” in *Proceedings of MILCOM*, vol. 3, 2005, pp. 1609–1615.
- [46] A. Papoulis e S. Pillai, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes: With Errata Sheet*, ser. McGraw-Hill series in electrical and computer engineering. McGraw-Hill Higher Education, 2001.
- [47] H. P. Hsu, *Schaum’s Outline of Theory and Problems of Probability, Random Variables, and Random Processes*, ser. Schaum’s outline series. McGraw-Hill, 1997.
- [48] T. Wang, A. Cano, G. Giannakis e J. Laneman, “High-Performance Cooperative Demodulation With Decode-and-Forward Relays,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 55, no. 7, pp. 1427–1438, 2007.
- [49] S. Ikki e M. Ahmed, “Performance Analysis of Cooperative Diversity Wireless Networks over Nakagami-m Fading Channel,” *IEEE Communications Letters*, vol. 11, no. 4, pp. 334–336, 2007.
- [50] L. Zheng e D. Tse, “Diversity and multiplexing: a fundamental tradeoff in multiple-antenna channels,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 5, pp. 1073–1096, 2003.
- [51] G. F. Kuncir, “Algorithm 103: Simpson’s rule integrator,” *Communications of the ACM*, vol. 5, no. 6, p. 347, Junho 1962.

- [52] S. Haykin, *Communication Systems*. Wiley India Pvt. Limited, 2008.
- [53] J. Proakis, *Digital Communications*, ser. McGraw-Hill series in electrical and computer engineering. McGraw-Hill Higher Education, 2001.
- [54] Y. Chen e C. Tellambura, “Distribution Functions of Selection Combiner Output in Equally correlated Rayleigh, Rician, and Nakagami-m Fading Channels,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 52, no. 11, pp. 1948–1956, 2004.
- [55] R. H. Y. Louie, Y. Li, H. Suraweera e B. Vucetic, “Performance analysis of beamforming in two hop amplify and forward relay networks with antenna correlation,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 8, no. 6, 2009.
- [56] M. K. Simon e M.-S. Alouini, “A Unified Approach to the Performance Analysis of Digital Communication over Generalized Fading Channels,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 86, no. 9, pp. 1860–1877, 1998.
- [57] M. Abramowitz e I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. New York: Dover, 1964.
- [58] A. Jeffrey e D. Zwillinger, *Table of Integrals, Series, and Products*, ser. Table of Integrals, Series, and Products Series. Elsevier Science, 2007.