UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA APLICADA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E MÉTODOS QUANTITATIVOS

DAVI SOUSA E SILVA

MODELOS BAYESIANOS PARA PREVISÃO DE CHUVAS NO CEARÁ

FORTALEZA
2023

DAVI SOUSA E SILVA

MODELOS BAYESIANOS PARA PREVISÃO DE CHUVAS NO CEARÁ

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Métodos Quantitativos do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Modelagem e Métodos Quantitativos. Área de Concentração: Modelagem e Métodos Quantitativos

Orientador: Prof. Dr. José Aílton Alencar Andrade

FORTALEZA

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S579m Silva, Davi Sousa e.
Modelos bayesianos para previsão de chuvas no Ceará / Davi Sousa e Silva. – 2023.
216 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Métodos Quantitativos, Fortaleza, 2023.
Orientação: Prof. Dr. José Aílton Alencar Andrade.

1. LASSO. 2. MLGs. 3. t-Student. 4. Séries temporais. 5. MCMC. I. Título.
CDD 510

DAVI SOUSA E SILVA

MODELOS BAYESIANOS PARA PREVISÃO DE CHUVAS NO CEARÁ

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Métodos Quantitativos do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Modelagem e Métodos Quantitativos. Área de Concentração: Modelagem e Métodos Quantitativos

Aprovada em: 02/02/2023

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Aílton Alencar Andrade (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Juvêncio Santos Nobre
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Carlos Alberto Ribeiro Diniz
Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR)

Dedico este trabalho à minha família, aos meus amigos e a todos que de alguma forma contribuíram à minha formação.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus que permitiu que tudo isso acontecesse, ao longo de minha vida, e não somente nestes anos como universitário, mas que em todos os momentos é o maior mestre que alguém pode conhecer.

Aos meus pais, que se esforçaram muito para educar-me da melhor forma possível e nunca desistiram de fazer de mim uma pessoa vencedora na vida.

Agradeço aos meus amigos de fora e de dentro da Universidade, que contribuíram para a minha formação tanto acadêmica quanto pessoal.

A Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FUNCAP), pelo apoio por meio do financiamento da bolsas de estudo aos alunos de mestrado.

Ao meu orientador, José Aílton Alencar Andrade, auxiliando-me no desenvolvimento das ideias durante todo o processo de desenvolvimento dessa presente dissertação, pelo incentivo, dedicação do seu tempo e pelo empenho dedicado à elaboração deste trabalho

Agradeço à todos os professores do DEMA e do MMQ, com uma excelência técnica de cada um, pela orientação, dedicação e também por me proporcionar o conhecimento no processo de formação profissional de um Estatístico.

Aos funcionários do DEMA e do MMQ que sempre atenderam atenciosamente.

A UFC, que proporcionou um ensino de alta qualidade e incentivou-me a percorrer o caminho da pesquisa científica.

RESUMO

O objetivo principal deste trabalho foi abrir uma discussão sobre modelos de previsão de chuvas no Ceará e suas macrorregiões. Para isso, modelos bayesianos foram analisados, em que se combinaram Modelos Lineares Generalizados (MLGs) e modelos t-Student com modelos de séries temporais. A abordagem proposta leva em consideração não somente a série histórica, mas também dezenas de covariáveis que, segundo estudos meteorológicos, têm relação com o fenômeno das chuvas no Ceará. Os modelos propostos usam o algoritmo LASSO de seleção automática de modelos, em que as variáveis foram selecionadas através dos critérios AIC e SBC. A partir daí, ajustaram-se modelos lineares generalizados e modelos t-Student. Foram ajustados também modelos de séries temporais ARIMA e SARIMA. As estimativas a posteriori foram obtidas através de métodos de simulação estocástica MCMC.

Palavras-chave: LASSO; MLGs; t-Student; séries temporais; MCMC.

ABSTRACT

The main objective of this work was to open a discussion on rainfall forecast models for Ceará and its macro-regions. For that, Bayesian models were analyzed, combining Generalized Linear Models (GLMs) and t-Student models with time series models. The proposed approach takes into account not only the historical series, but also dozens of covariates that, according to meteorological studies, are related to the rainfall phenomenon in Ceará. The proposed models use the LASSO algorithm for automatic model selection, in which the variables were selected through the AIC and SBC criteria. Thereafter, generalized linear models and t-Student models were fitted. ARIMA and SARIMA time series models were also fitted. The posterior estimates were obtained through stochastic simulation methods MCMC.

Keywords: LASSO; GLMs; t-Student; time series; MCMC.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O Ceará apresenta uma multiplicidade de fenômenos meteorológicos que podem explicar as chuvas. Nesse aspecto, os meteorologistas que estudam a atmosfera, as causas das variações climáticas e os fenômenos naturais na Terra; produzem uma grande quantidade de dados para realizar previsões, necessitando assim da Estatística.

Consideraremos então nesse trabalho o estudo da modelagem de séries temporais para as chuvas no Ceará e suas macrorregiões, analisando as chuvas semestrais e anuais. Apresentaremos os Modelos Lineares Generalizados (MLGs) para séries temporais, de acordo com Kedem e Fokianos (2002), em que se estende a metodologia dos MLGs de Nelder e Wedderburn (1972) para séries temporais. Adicionalmente, apresenta-se também modelos robustos como o modelo t-Student para séries temporais. Para os MLGs e modelos t-Student para séries temporais, serão considerados as covariáveis selecionadas pelo método LASSO (EFRON *et al.*, 2004).

Serão apresentados também os modelos ARIMA e SARIMA, amplamente utilizados para análise de séries temporais, propostos por Box e Jenkins (1976). Com a finalidade de fazer comparações entre esses modelos e os ajustes dos MLG para séries temporais e modelos t-Student para séries temporais, segundo algum critério de informação. Nesse trabalho serão considerados os seguintes critérios de informação: AIC, definido em Hurvich e Tsai (1989) e SBC, definido em Judge *et al.* (1985).

Nessa dissertação, todos os modelos de séries temporais citados anteriormente, serão ajustados através de procedimentos bayesianos. Necessitando-se assim de métodos MCMC, com a finalidade de gerar amostras das distribuições a posteriori, no qual será considerado o algoritmo NUTS Hoffman *et al.* (2014). Em relação aos aspectos computacionais, utilizaremos os softwares Statistical Analysis System (SAS), versão para acadêmicos, STAN e o R.

Destaca-se que o objetivo inicial desse trabalho é analisar quais são as variáveis mais importantes para o processo de ocorrência de chuvas no Ceará e suas macrorregiões (Semestral e Anual). Necessitando-se assim de procedimentos de seleção de variáveis, que no caso será o método LASSO.

Adicionalmente, o própósito do trabalho também é comparar os modelos ARIMA e SARIMA com os modelos ajustados de MLGs para séries temporais e modelos t-Student para séries temporais, levando-se em consideração as variáveis selecionadas pelo método LASSO, com os ajustes de todos os modelos para séries temporais sendo feito através de métodos bayesianos. A comparação entre esses modelos serão através dos critérios de informação AIC e

SBC.

Acrescenta-se que a dissertação está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2 descrevemos o problema das chuvas no Ceará e suas macrorregiões, no qual apresenta-se uma grande variabilidade climática, sendo realizado uma revisão da literatura para analisar quais são os principais fenômenos meteorológicos que causam essa grande variabilidade climática. No Capítulo 3 serão apresentados os fundamentos téoricos sobre a inferência bayesiana. Posteriormente no Capítulo 4 descreveremos sobre o método LASSO para seleção de covariáveis.

Os modelos ARIMA e SARIMA são descritos no Capítulo 5. Em relação aos MLG e modelos t-Student para séries temporais serão descritos no Capítulo 6, modelos esses que serão ajustados levando-se em consideração as variáveis selecionadas pelo método LASSO descrito no Capítulo 4. No Capítulo 7 apresentaremos todos os resultados dos modelos ajustados apresentados nos Capítulos 5 e 6.

Por fim, no Capítulo 8 comentaremos sobre os resultados finais de cada modelo para os dados de precipitação (mm) no Ceará e suas macrorregiões (Semestral e Anual) e destacando quais são as variáveis mais importantes para a ocorrência de chuvas nessas regiões destacadas.

2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

No Ceará, estado pertencente à região do Nordeste do Brasil (NEB), apresenta-se uma grande variabilidade climática. Analisaremos que essa variabilidade pode ser explicada pela multiplicidade de fenômenos meteorológicos, em que a região está sujeita.

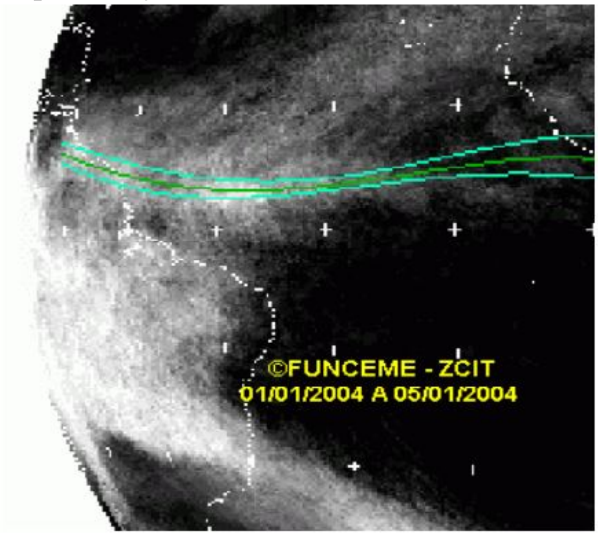
O período da principal estação chuvosa no Ceará inicia-se em fevereiro e termina em maio (MONCUNILL; TADDEI, 2009). Um dos principais sistemas meteorológicos que ocasiona essas chuvas, no período considerado é a Zona de Convergência Inter-Tropical (ZCIT). Moncunill e Taddei (2009), argumentam que a ZCIT é a região onde massas de ar (ventos) vindas do Sul, encontram massas de ar vindas do Norte, ocasionando assim uma convergência dessas massas de ar, formando assim uma faixa de nuvens.

Moncunill e Taddei (2009), argumentam também que nos meses de dezembro a janeiro, temos a pré-estação chuvosa, em que os principais fenômenos meteorológicos que ocasionam essas chuvas são as frentes frias e o vórtice ciclônico. Esse fenômeno é decorrente de frentes frias vindas do sul que acabam afetando a atmosfera do NEB, além do mais às vezes formam-se o que os meteorologistas denominam de vórtice ciclônico, que é uma movimentação circular dos ventos na alta atmosfera que pode provocar chuvas. A característica desse fenômeno meteorológico é que não são bem conhecidos os motivos que resultam nas frentes frias. Nesse sentido, a previsibilidade desse sistema é baixa, sendo monitorado através de imagens de satélites, determinando-se com apenas alguns dias de antecedência as regiões que serão atingidas por esse sistema.

Adicionalmente, Moncunill e Taddei (2009) citam que após a principal estação chuvosa (fevereiro a maio), temos as chuvas de pós-estação que ocorrem nos meses de maio, junho e julho. Essas chuvas são causadas pelo que os meteorologistas chamam de Ondas de Leste. Esse fenômeno vêm do leste, do Oceano Atântico, deslocando-se pelos litorais de Pernambuco e Paraíba, que além do mais podem atingir as chapadas do Leste do Ceará, chegando ao sertão e até mesmo Fortaleza. Esse fenômeno meteorológico, também não tem explicações bem conhecidas, apresentando assim uma baixa previsibilidade.

Exibindo agora na Figura 1, uma representação da ZCIT, no qual essas três faixas que foram desenhadas por cima das nuvens representam a localização aproximada da ZCIT. Essa figura também retrata o vórtice ciclônico (canto inferior esquerdo).

Figura 1 – Representação da ZCIT



Fonte: Funceme (2004).

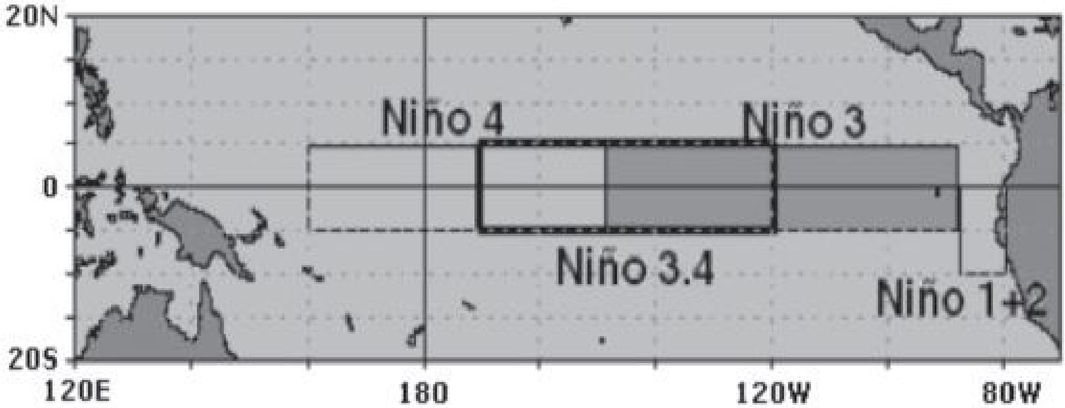
A ZCIT desloca para regiões mais ao Sul e depois para o Norte, ao longo do ano. Quando ela desloca o suficiente para o Sul, ocasiona chuvas sobre o NEB, principalmente no Norte do NEB e quando a ZCIT não desloca o suficiente para o Sul, as chuvas não chegam ao NEB (XAVIER *et al.*, 2000).

Nessa perspectiva, podemos citar Xavier *et al.* (2000), que descrevem uma metodologia para determinar as posições latitudinais da ZCIT com base na componente meridional do vento, mais especificamente a "pseudotensão" do vento à superfície do Atlântico. Melo *et al.* (2000), analisam também a posição da ZCIT de acordo com as componentes zonal (u) e meridional (v) do vento, em 1000 hpa; e da Radição de Onda Longa (ROL). Moncunill e Taddei (2009), citam também que os oceanos Pacífico e Atlântico influem nisso. Carvalho e Oyama (2013), apresentaram um estudo observacional das características da ZCIT na porção central do Oceano Atlântico, apresentando também como calcular a posição latitudinal média da ZCIT.

Um detalhe importante, para essas componentes do vento. Dado a velocidade do vento (w) em m/s, a componente zonal (u) em m/s é a componente do vento horizontal no sentido (Oeste-Leste) e a componente meridional (v) em m/s é a componente vertical do vento no sentido (Sul-Norte). De forma que é válida a relação $w^2 = u^2 + v^2$. As "pseudotensões" dos ventos zonal (Ψ_x) e meridional (Ψ_y) são definidas respectivamente, como $\Psi_x = uw$ e $\Psi_y = vw$. Para maiores detalhes de como definir as componentes meridional e zonal do vento veja NERC (2017).

Além da influência da ZCIT, outros fenômenos meteorológicos podem explicam a formação de chuvas no NEB, destaca-se o estudo pioneiro de Walker (1928) que analisou uma notável coincidência do aquecimento anômalo das águas superficiais no Pacífico Equatorial e as secas no NEB. Andreoli e Kayano (2007), analisaram as anomalias de precipitação no NEB considerando-se os efeitos do El-Niño através do índice do Niño 3 e do Atlântico Tropical Sul e Norte. Andreoli *et al.* (2004), observaram variações na precipitação em Fortaleza, analisando Temperatura da Superfície do Mar (TSM) do Pacífico, região índice Niño 3 e do Atlântico Tropical Norte e Sul. Em que o El-Niño refere-se pela ocorrência da TSM no Pacífico Equatorial Central e Leste anomalamente positivas em uma fase e negativas (La-Niña) na fase oposta, na Figura 2 são representadas as regiões do El-Niño e na Tabela 1, encontram-se as faixas de latitude e longitude das regiões do El Niño.

Figura 2 – Regiões do El-Niño



Fonte: Oliveira (1999).

Tabela 1 – Faixas de latitude e longitude das regiões do El Niño

Região	Longitude	Latitude
Niño 1+2	90ºW-80ºW	10ºS-0º
Niño 3	150ºW-90ºW	5ºS-5ºN
Niño 3.4	170ºW-120ºW	5ºS-5ºN
Niño 4	160ºE-150ºW	5ºS-5ºN

Fonte: NOAA.

Xavier *et al.* (1998), trataram da previsão da chuva no Ceará , mais particularmente Fortaleza e Acaraú, no litoral e Quixeramobim, no Sertão Central, via modelos estocásticos. No referido trabalho, foram considerados como covariáveis a TSM no Atlântico e anomalias da TSM no Pacífico (regiões El-Niño nas áreas 1+2, 3, 4 e 3+4), as componentes meridional e zonal da "pseudotensão" do vento da superfície no Atlântico e a atividade solar (Número médio de Manchas Solares).

Convém destacar que anomalias de TSM são calculadas subtraindo da TSM pela sua média. Por exemplo, para calcular a anomalia da TSM, relativa ao mês de Janeiro de 2022, temos de subtrair a média da temperatura de todos os meses de Janeiro de um período de referência.

Moura e Kagano (1986), investigaram que a seca no NEB não é regional, mas parece estender-se desde a América do Sul até a África (Ocidental e costa Oeste). O estudo, analisou-se a distribuição dos desvios de precipitação normalizados mensais (fevereiro a maio) da América do Sul e da África (Ocidental e costa Oeste), para os anos considerados extremamente secos e chuvosos. No qual foi considerado estações pluviométricas de cidades da América do Sul e da África (Ocidental e costa Oeste). Nesse trabalho, iremos analisar as precipitações dos países correspondentes das cidades analisadas.

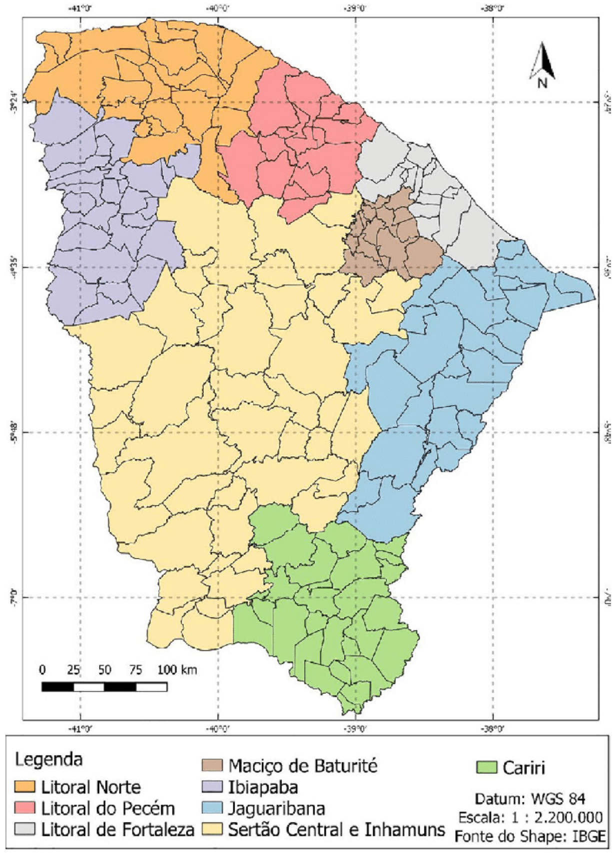
Morettin *et al.* (1993), ajustaram um modelo ARMA multivariado, levando-se em consideração as precipitações em Fortaleza, número médio de manchas solares e nível médio do mar em São Francisco, USA.

2.1 Conjunto de dados analisados

Nessa perspectiva, realizado uma breve revisão da literatura sobre os principais fenômenos meteorológicos que relacionam-se com as chuvas no Ceará. Destacaremos os conjunto de dados que irão ser considerados como covariáveis em nossos modelos de regressão bayesianos para séries temporais, aplicado às chuvas no Ceará e suas oito macrorregiões (Cariri, Ibiapaba, Jaguaribana, Litoral de Fortaleza, Litoral de Pecém, Litoral Norte, Maciço de Baturité e o Sertão Central e Inhamuns). O mapa do Ceará e suas oito macrorregiões, definida em Xavier (2001), encontram-se na Figura 3. O período considerado para todos os dados a seguir são de 1974 a 2020, totalizando-se assim 94 observações semestrais e 47 observações anuais.

- Dados de precipitação no **Ceará** e suas oito **macrorregiões** em (mm): Foram obtidas pela Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos (FUNCEME), disponível em: http://www.funceme.br/app-calendario.
- Dados de TSM em (ºC): **Pacífico, Pacífico Norte, Pacífico Equatorial, Pacífico Sul, Regiões El-Niño (1+2, 3, 4, 3.4 e 3+4), Atlântico, Atlântico Norte, Atlântico Equatorial e Atlântico Sul**. Nesse trabalho não será considerado anomalias. As TSM foram obtidos por ECMWF European Reanalysis V5 (ERA5) (DEE, 2022), o conjunto de dados também pode ser encontrado em: https://climatereanalyzer.org/.

Figura 3 – Representação das Macrorregiões do Ceará



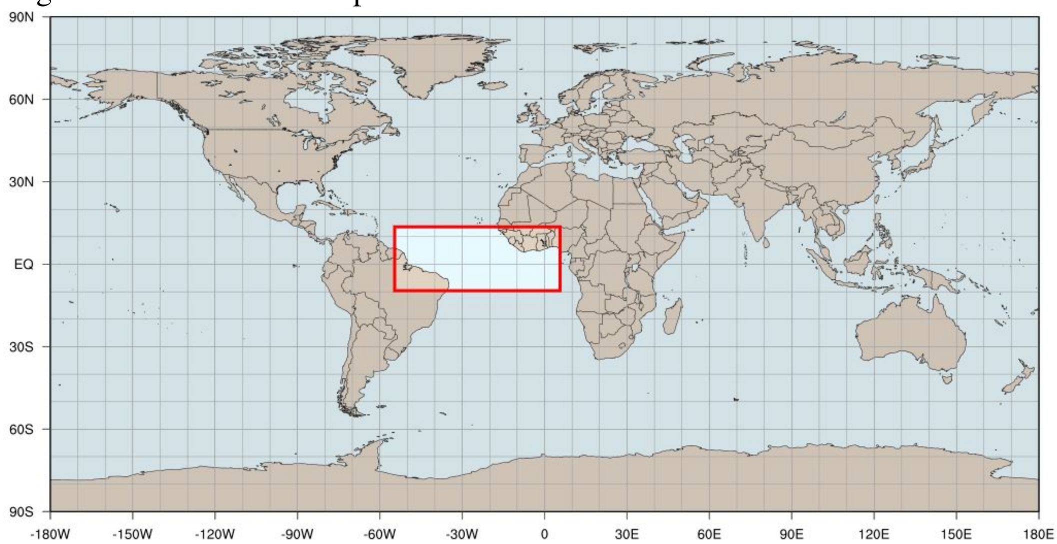
Fonte: Rocha *et al.* (2020).

- Dados de Vento em (m/s), para as componentes (meridional e zonal): **10 m, 1000 hpa, 925 hpa, 850 hpa, 700 hpa, 600 hpa, 500 hpa, 400 hpa, 300 hpa** e **250 hpa**. A região analisada é a região levando-se em consideração ao artigo de Xavier *et al.* (2000), 14°N a 10°S e 55°W a 6°E. Na Figura 4 está destacada a região correspondente. Esses dados foram obtidas por NCEP/NCAR Reanalysis V1 (UNIVERSITY CORPORATION FOR ATMOSPHERIC RESEARCH, 2021), o conjunto de dados também pode ser encontrado em: https://climatereanalyzer.org/
- Dados da **Radiação de Onda Longa (ROL)** em (W/m^2): foram obtidas por NOAA NCEP CPC (COLUMBIA UNIVERSITY, 2021), a área analisada encontrada na Figura 4 é a mesma para os dados de ventos. No período considerado, há dados faltantes nos meses de janeiro a maio de 1974 e março a dezembro de 1978 (15 meses ausentes).
- Dados de Precipitação dos Países em (mm): **Argentina, Bolívia, Chile, Colômbia, Equador, Guiana, Guina Francesa, Paraguai, Peru, Suriname, Uruguai, Venezuela, África do Sul, Angola, Benin, Botswana, Burkina Fasso, Camarões, Chade, República do Congo, República Democrática do Congo, Costa do Marfim, Gabão, Gâmbia,**

Gana, Guiné, Guiné Bissau, Libéria, Mali, Mauritânia, Namíbia, Níger, Nigéria, São Tomé e Princípe, Senegal, Serra Leoa, Togo, República África Central, Santa Helena, Sudão, Sudão do Sul, Zâmbia e **Zimbábue**: os dados foram obtidos em WORLD BANK (2021).

- Dados de **Número Médio de Manchas Solares**: foram obtidas em ROYAL OBSERVATORY OF BELGIUM (2020). **Nível Médio do Mar em São Francisco, USA** em (10^3 mm): disponível em NOC (2022), apresentando dados faltantes nos meses de agosto e setembro de 2012 (2 meses ausentes).

Figura 4 – Área analisada para os dados de vento e ROL



Fonte: UNIVERSITY OF MAINE (2022).

Portanto, temos um total de 9 variáveis resposta e 80 variáveis explicativas. A obtenção dos dados semestrais e dados anuais, foram obtidas através do PROC EXPAND do software SAS, na seção 2.2 será detalhado a metodologia para a obtenção dos dados semestrais e anuais, assim como a imputação de dados faltantes.

Será considerado as seguintes representações para as variáveis respostas e explicativas, encontradas, respectivamente nas Tabelas 2 e 3. Na Tabela 3 as variáveis representam: X1 a X44 precipitações (mm) dos países, X45 a X57 TSM (ºC) dos oceanos, X58 a X77 as velocidades dos ventos (m/s) de acordo com a altitude e pressão, assim como suas componentes (u e v). Por fim, as variáveis X78, X79 e X80, representam respectivamente: o número de manchas solares, o nível médio do mar em São Francisco (10^3 mm) e Radiação de Onda Longa (W/m^2).

Tabela 2 – Descrição das variáveis respostas

Variável	Representação.
Y0	Ceará
Y1	Cariri
Y2	Ibiapaba
Y3	Jaguaribana
Y4	Litoral de Fortaleza
Y5	Litoral de Pecém
Y6	Litoral Norte
Y7	Maciço de Baturité
Y8	Sertão Central e Inhamuns

Fonte: elaborado pelo autor.

2.2 Imputação de Dados Faltantes e Agregação em Séries Temporais

Na seção 2.1, menciona-se que as variáveis X79: nível médio do mar em São Francisco (10^3 mm) e X80: ROL (W/m^2) possuem dados faltantes. Dessa maneira, nesta seção será comentado a metodologia que será utilizado para a imputação de dados faltantes, também comenta-se como obter os dados das séries temporais semestrais e anuais, a partir dos dados mensais. O software utilizado para a imputação e agregação nas séries temporais foi o Statistical Analysis System Studio (SAS Studio), através da PROC EXPAND. Os códigos descritos nesta seção estão no Apêndice A, na Tabela 4 estão os resumos dos argumentos dos códigos, para um maior detalhe do PROC EXPAND consulte SAS INSTITUTE (2020).

O procedimento EXPAND converte a série temporal de um certo intervalo de frequência para um outro intervalo. Nesse sentido, o PROC EXPAND pode converter séries temporais de intervalos de frequência mais altos para intervalos de frequência mais baixos ou expandir a série em intervalos de frequência mais baixos para intervalos de frequência mais altos, por exemplo, pode-se agregar valores mensais de uma série para produzir uma série anual ou estimativas mensais podem ser interpoladas de uma série anual.

No PROC EXPAND pode-se também interpolar valores ausentes em séries temporais, sem alterar a frequência da série. Por padrão, o procedimento EXPAND ajusta curvas splines cúbicas aos valores omissos das séries. Neste trabalho, será considerado o método spline cúbico natural para a imputação de dados. Destaca-se que há outros métodos de interpolação que podem ser especificadas com a opção METHOD= na instrução CONVERT.

Acrescenta-se que uma spline cúbica é uma função segmentada que consiste em funções polinomiais de terceiro grau (cúbicas) unidas de modo que toda a curva e suas primeira e segunda derivadas sejam contínuas. No método do spline cúbica natural, a segunda derivada da curva spline é restrita a zero

Tabela 3 – Descrição das variáveis explicativas

Variável	Representação	Variável	Representação	Variável	Representação
X1	Argentina	X39	República África Central	X77	250hPa v
X2	Bolivia	X40	Santa Helena	X78	Manchas Solares
X3	Chile	X41	Sudão	X79	São Francisco
X4	Colômbia	X42	Sudão do Sul	X80	ROL
X5	Equador	X43	Zâmbia		
X6	Guiana	X44	Zimbábue		
X7	Guina Francesa	X45	TSM Atlântico		
X8	Paraguai	X46	TSM Atlântico Norte		
X9	Peru	X47	TSM Atlântico Equatorial		
X10	Suriname	X48	TSM Atlântico Sul		
X11	Uruguai	X49	TSM Pacífico		
X12	Venezuela	X50	TSM Pacífico Norte		
X13	África do Sul	X51	TSM Pacífico Equatorial		
X14	Angola	X52	TSM Pacífico Sul		
X15	Benin	X53	TSM El Niño (1+2)		
X16	Botswana	X54	TSM El Niño (3)		
X17	Burkina Fasso	X55	TSM El Niño (4)		
X18	Camarões	X56	TSM El Niño (3.4)		
X19	Chade	X57	TSM El Niño (3+4)		
X20	República do Congo	X58	10m u		
X21	República Democrática do Congo	X59	10m v		
X22	Costa do Marfim	X60	1000hPa u		
X23	Gabão	X61	925hPa u		
X24	Gâmbia	X62	850hPa u		
X25	Gana	X63	700hPa u		
X26	Guiné	X64	600hPa u		
X27	Guiné Bissau	X65	500hPa u		
X28	Guiné Equatorial	X66	400hPa u		
X29	Libéria	X67	300hPa u		
X30	Mali	X68	250hPa u		
X31	Mauritânia	X69	1000hPa v		
X32	Namíbia	X70	925hPa v		
X33	Níger	X71	850hPa v		
X34	Nigéria	X72	700hPa v		
X35	São Tomé e Príncipe	X73	600hPa v		
X36	Senegal	X74	500hPa v		
X37	Serra Leoa	X75	400hPa v		
X38	Togo	X76	300hPa v		

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 4 – Resumo dos Argumentos utilizados no PROC EXPAND

Função	Descrição
DATA	Conjunto de dados de entrada
OUT	Conjunto de dados de saída
CONVERT	Especifica as variáveis que serão processadas
FROM	Especifica o intervalo de tempo entre as obsevações conjunto de dados entrada
TO	Especifica o intervalo de tempo entre as obsevações conjunto de dados saída
ID	Identificação das observações no conjunto de dados de entrada e saída
OBSERVED	Indica as características das observações das séries temporais de entrada e de saída
METHOD	Especifica o método utilizado para converter a série temporal
EXTRAPOLATE	Inputação de dados para fora do intervalo de tempo da série temporal

Fonte: elaborado pelo autor.

no ponto inicial e final. Para maiores detalhes do método spline consulte Boor (1978).

Assim, para as variáveis X79 e X80, foram utilizados essa metodologia (spline cúbico natural) para a imputação de dados faltantes. Destaca-se que somente para a variável X80 há dados faltantes fora do intervalo de tempo da série, por isso, utilizamos o comando EXTRAPOLATE. Destaca-se que para o método spline, a extrapolação é realizada por uma projeção linear da tendência da curva spline cúbica ajustada aos dados de entrada, não por extrapolação do primeiro e do último segmentos cúbicos.

Adicionalmente, para a imputação de dados faltantes dentro do intervalo de tempo das séries temporais, acrescentamos o comando METHOD=spline(natural) em CONVERT e para ambas as variáveis X79 e X80, especificou-se que OBSERVED=AVERAGE, isto é, a média.

Após realizado a imputação de dados faltantes, aplica-se agora o método para uma agregação simples de séries temporais sem interpolação de valores ausentes através da função AGGREGATE no PROC EXPAND. Nesse procedimento, se os dados de entrada são totais ou médias, os resultados são as somas ou médias, respectivamente. Ou seja, se TOTAL ou AVERAGE for especificado em OBSERVED, o resultado METHOD=AGGREGATE será a soma ou a média dos valores de entrada correspondente às observações de saída. Por exemplo, suponha que METHOD=AGGREGATE, FROM=MONTH e TO=YEAR sejam especificados, para a série OBSERVED=TOTAL, o resultado para cada ano de saída é a soma dos valores de entrada ao longo dos meses daquele ano. Nesse procedimento, caso algum valor de entrada estiver ausente, a soma ou a média correspondente também será um valor ausente.

Portanto, utilizou-se para as variáveis de precipitações o comando OBSERVED=TOTAL e para as variáveis de X45 a X80 OBSERVED=AVERAGE, já para a obtenção dos dados semestrais e anuais, especificou-se em TO=SEMIYEAR ou YEAR com FROM=MONTH.

2.3 Dados semestrais de chuvas no Ceará e suas macrorregiões

Na Tabela 5 são apresentadas as medidas de posição e dispersão para as precipitações (mm) semestrais do Ceará e suas macrorregiões, assim como nas Figuras de 5 a 13 estão representadas os gráficos de suas respectivas séries temporais.

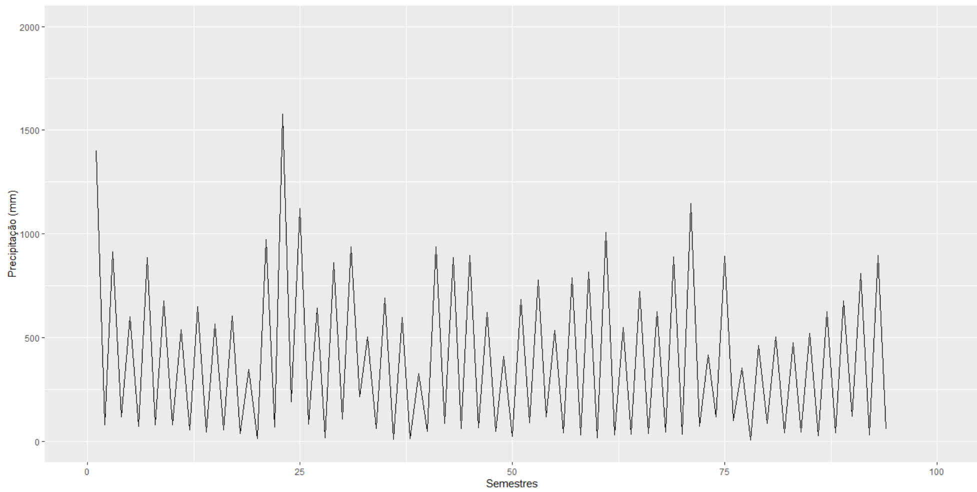
Comparando as macrorregiões do Ceará na Tabela 5, destaca-se que a região Litoral de Fortaleza apresenta uma maior média de 541,49 e um maior desvio padrão de 530,04 em precipitação (mm). Adicionalmente, a região Sertão Central e Inhamuns apresenta a menor média de 326,54 e o menor desvio padrão de 311,84 em precipitação (mm). Destaca-se também que a região Litoral Norte apresenta a maior observação de 2116,10 e a menor observação de 0,30 em precipitação (mm).

Tabela 5 – Medidas de posição e dispersão das precipitações (mm) semestrais do Ceará e suas macrorregiões

Região	Média	Desvio Padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo
Ceará	397,72	383,40	7,30	55,75	270,75	679,08	1579,70
Cariri	451,92	372,08	25,50	105,88	404,35	741,85	1526,50
Ibiapaba	444,03	447,44	5,50	42,78	277,25	750,77	1826,30
Jaguaribana	373,71	373,10	3,30	46,90	208,20	658,70	1665,80
Litoral de Fortaleza	541,49	530,04	5,10	64,52	365,40	914,35	1912,10
Litoral de Pecém	434,49	443,77	3,60	35,88	242,65	804,18	1688,90
Litoral Norte	479,31	520,76	0,30	25,00	236,60	890,58	2116,10
Maciço de Baturité	468,75	435,38	9,40	74,53	288,15	816,22	1589,20
Sertão Central e Inhamuns	326,54	311,84	3,70	49,77	237,15	550,48	1319,70

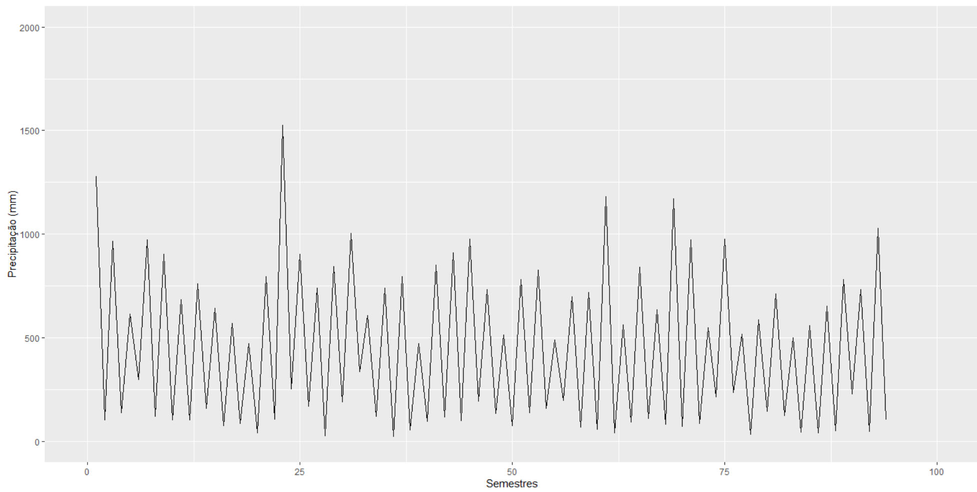
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 5 – Série semestral Ceará de 1974 até 2020



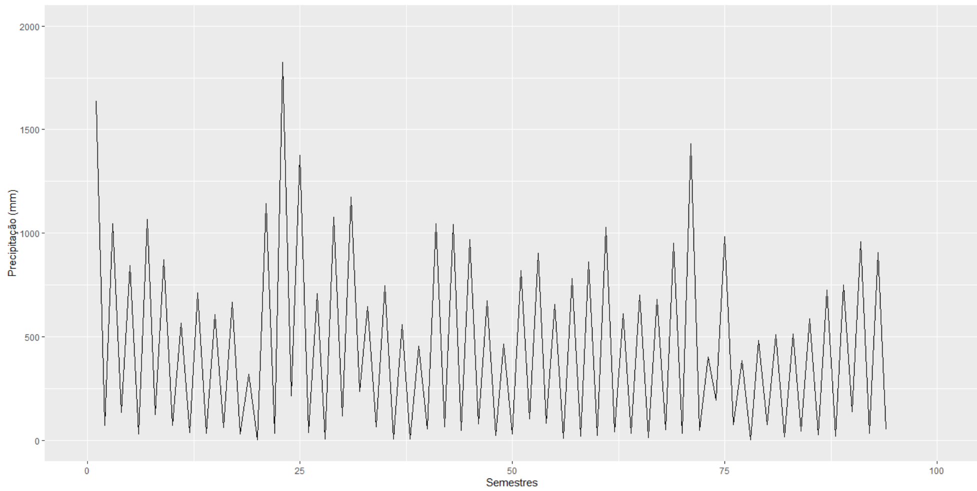
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 6 – Série semestral Cariri de 1974 até 2020



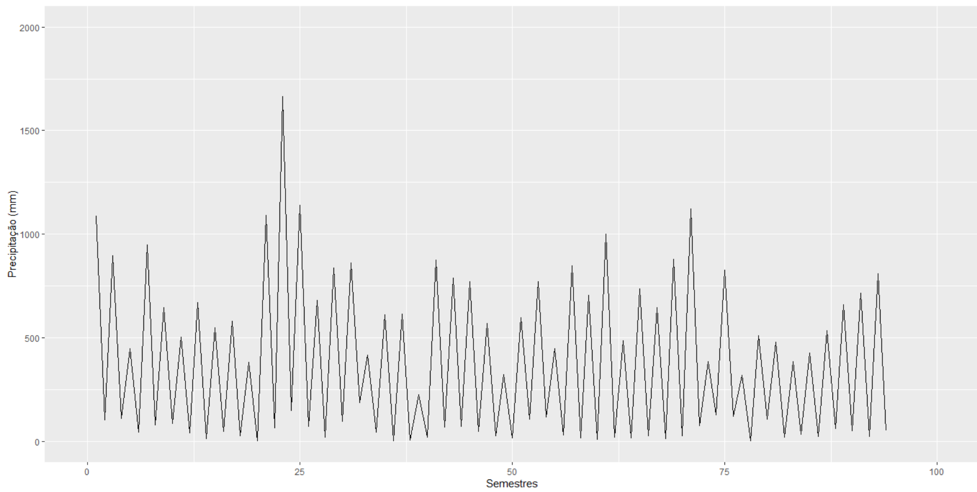
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 7 – Série semestral Ibiapaba de 1974 até 2020



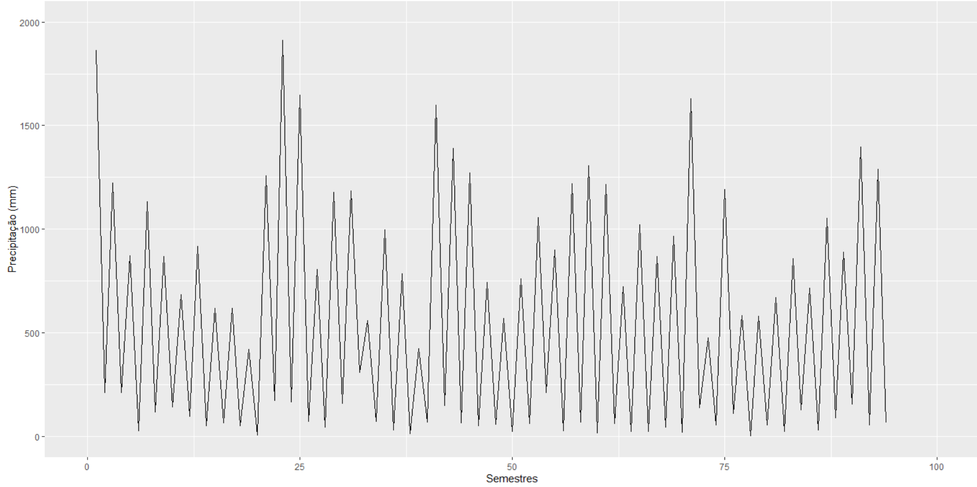
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 8 – Série semestral Jaguaribana de 1974 até 2020



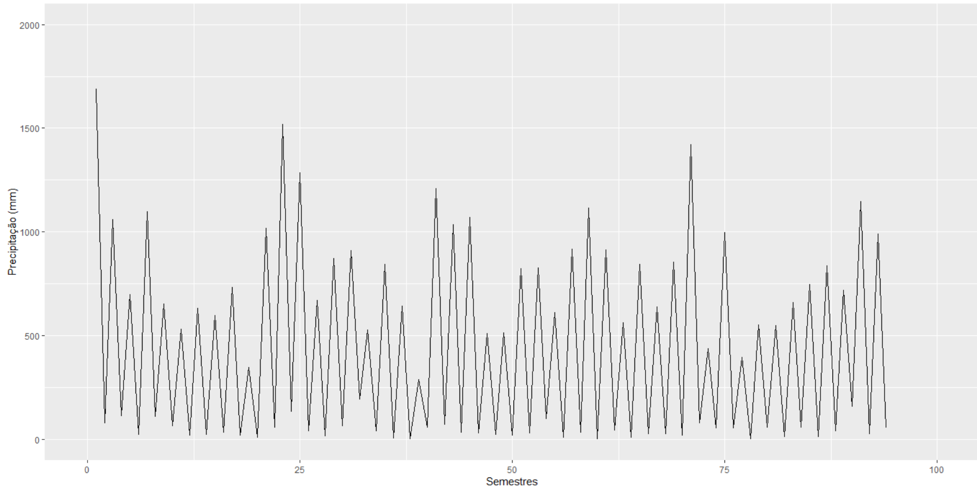
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 9 – Série semestral Litoral de Fortaleza de 1974 até 2020



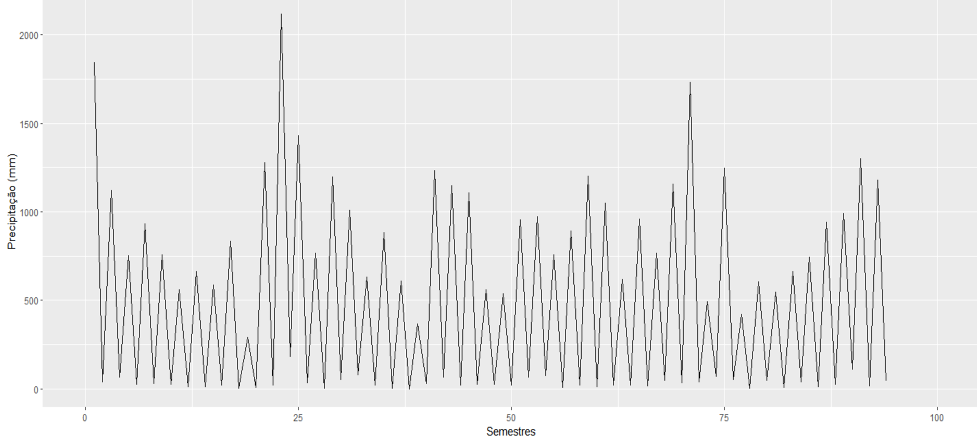
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 10 – Série semestral Litoral de Pecém de 1974 até 2020



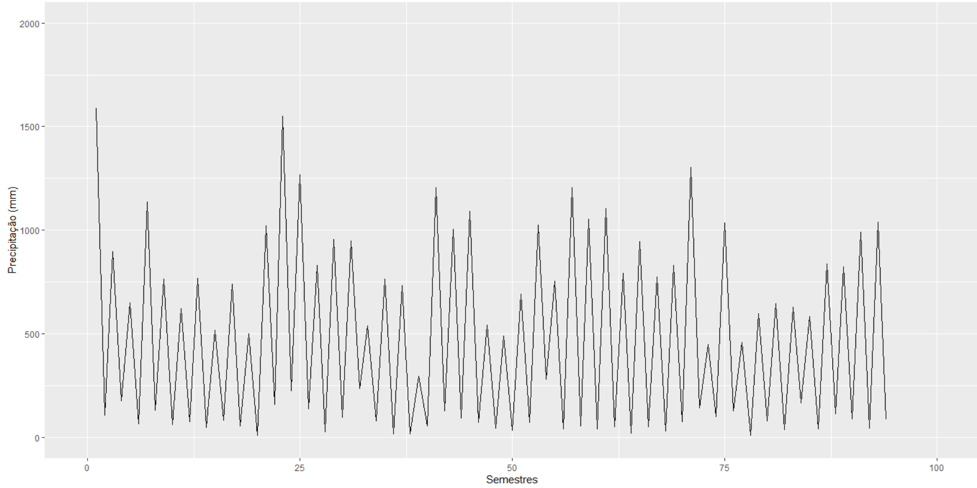
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 11 – Série semestral Litoral Norte de 1974 até 2020



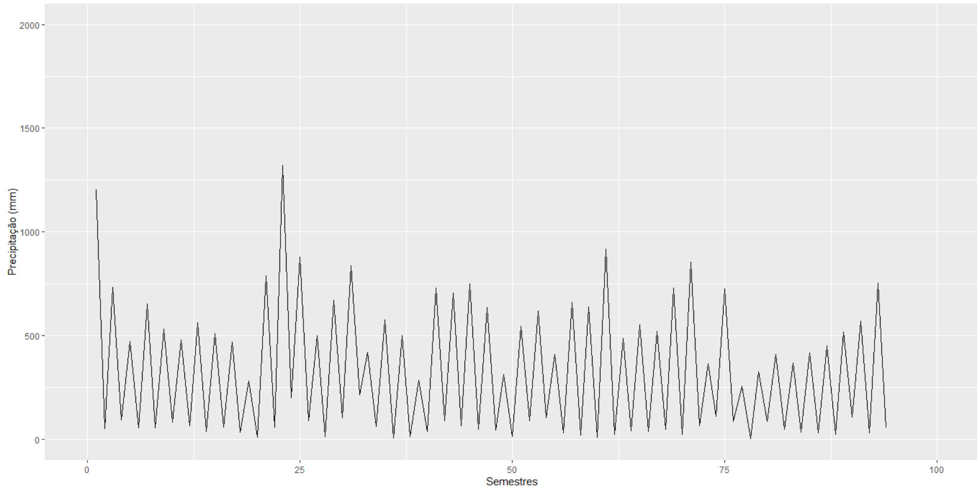
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 12 – Série semestral Baturité de 1974 até 2020



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 13 – Série semestral Sertão Central e Inhamuns de 1974 até 2020



Fonte: elaborado pelo autor.

2.4 Dados anuais de chuvas no Ceará e suas macrorregiões

Na Tabela 6 são apresentadas as medidas de posição e dispersão para as precipitações (mm) anuais do Ceará e suas macrorregiões, assim como nas Figuras de 14 a 22 estão representadas os gráficos de suas respectivas séries temporais.

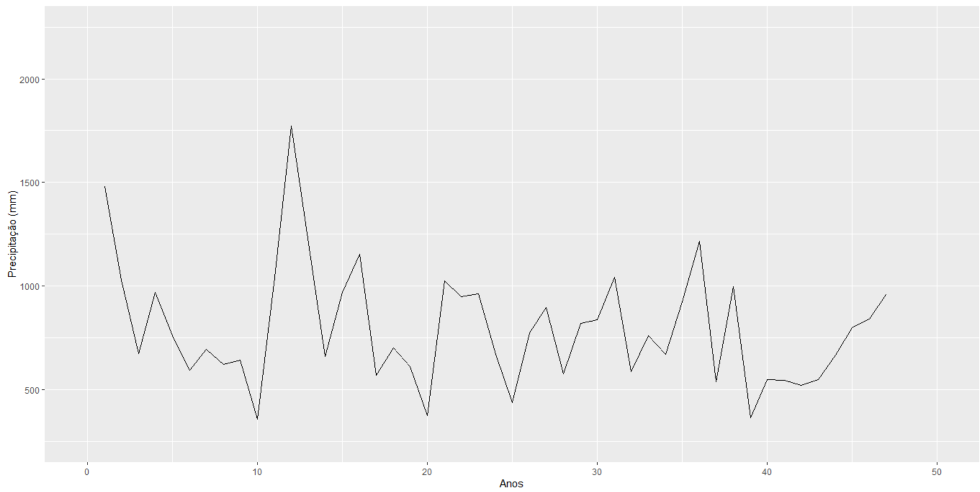
Comparando as macrorregiões do Ceará na Tabela 6, destaca-se que a região Litoral de Fortaleza apresenta uma maior média de 1082,98 e um maior desvio padrão de 406,23 em precipitação (mm). Adicionalmente, a região Sertão Central e Inhamuns apresenta a menor média de 653,08 e o menor desvio padrão de 243,30 em precipitação (mm). Destaca-se também que a região Litoral Norte apresenta a maior observação de 2300,70 de precipitação (mm) e a menor observação de 261,40 em precipitação (mm) é proveniente da região Sertão Central e Inhaums.

Tabela 6 – Medidas de posição e dispersão das precipitações (mm) anuais do Ceará e suas macrorregiões

Região	Média	Desvio Padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo
Ceará	795,44	284,26	359,90	590,60	760,70	965,50	1773,10
Cariri	903,84	254,94	516,40	727,00	871,60	1050,30	1780,00
Ibiapaba	888,06	343,44	324,40	659,10	802,20	1065,15	2040,70
Jaguaribana	747,42	292,89	247,50	530,90	707,70	921,70	1815,40
Litoral de Fortaleza	1082,98	406,23	429,60	764,05	1009,60	1331,25	2079,20
Litoral de Pecém	868,97	322,58	348,80	627,90	856,00	1075,15	1771,10
Litoral Norte	958,63	396,13	296,00	653,30	915,90	1189,85	2300,70
Maciço de Baturité	937,50	317,26	350,40	708,40	857,50	1161,30	1775,80
Sertão Central e Inhamuns	653,08	243,20	261,40	492,30	603,40	789,70	1521,00

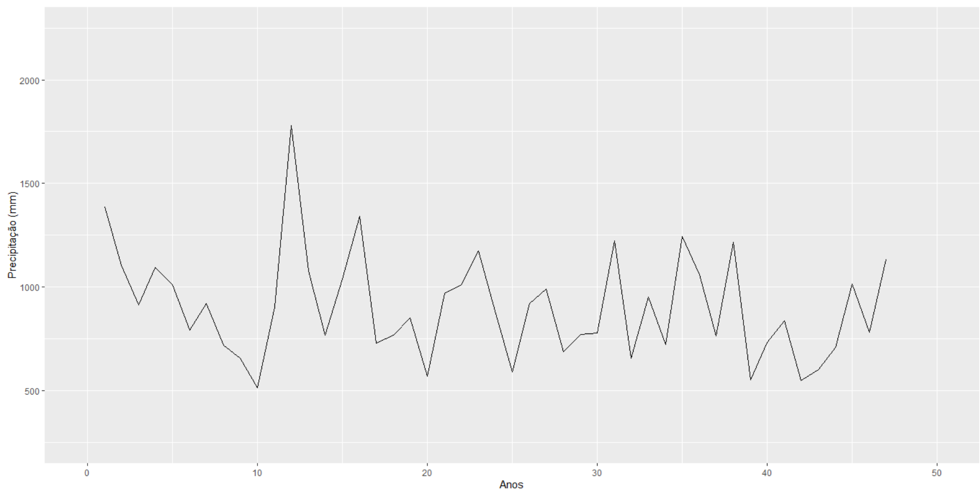
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 14 – Série anual Ceará de 1974 até 2020



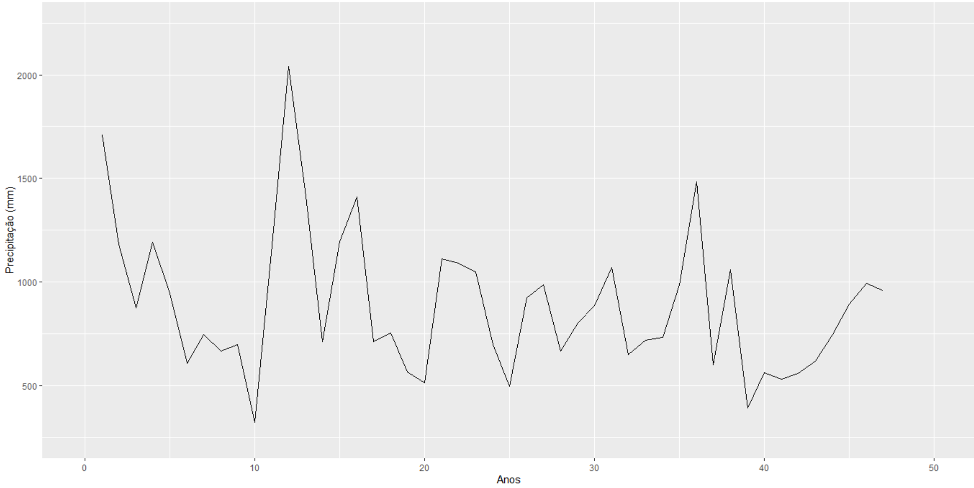
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 15 – Série anual Cariri de 1974 até 2020



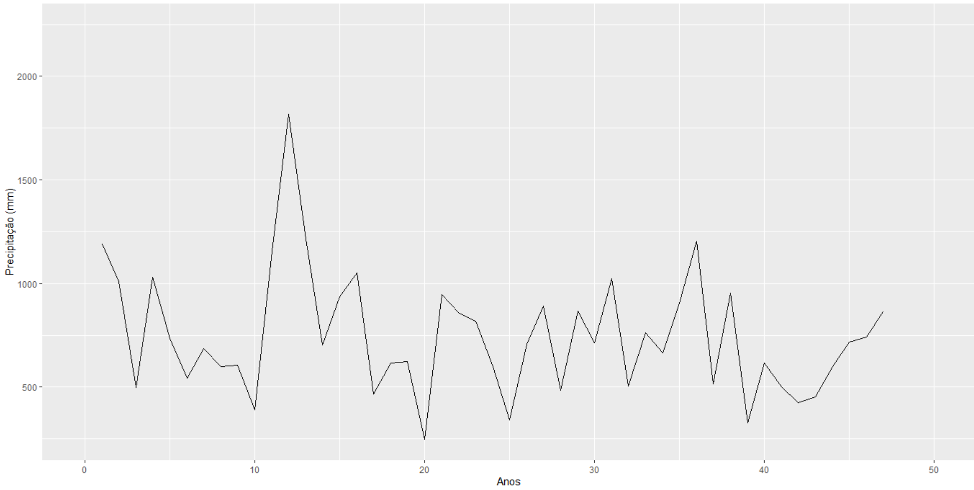
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 16 – Série anual Ibiapaba de 1974 até 2020



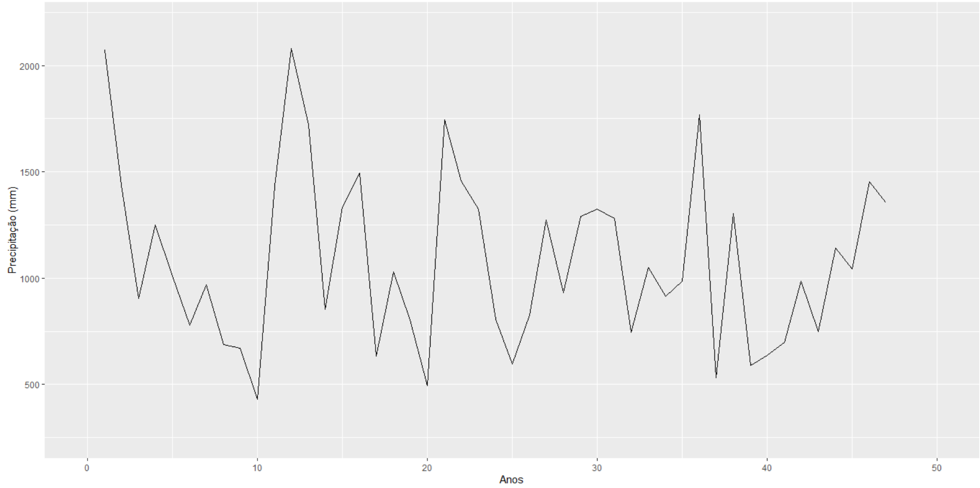
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 17 – Série anual Jaguaribana de 1974 até 2020



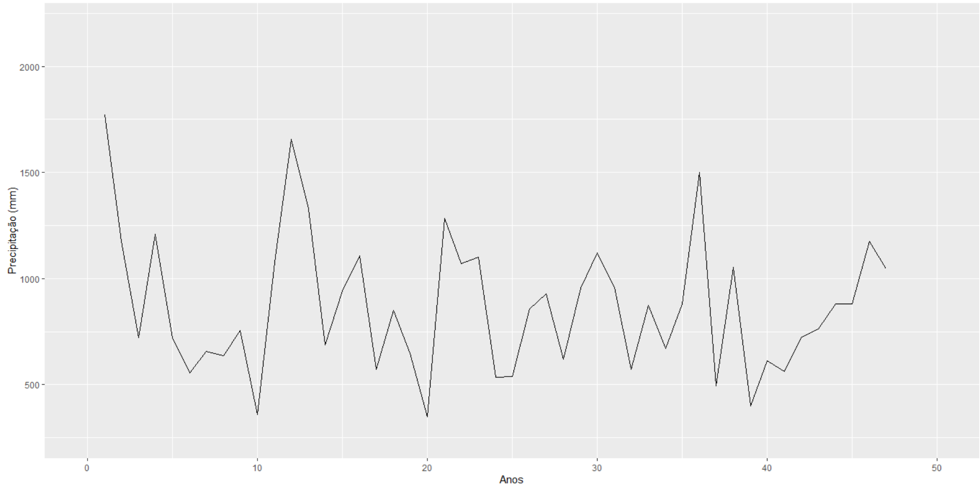
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 18 – Série anual Litoral de Fortaleza de 1974 até 2020



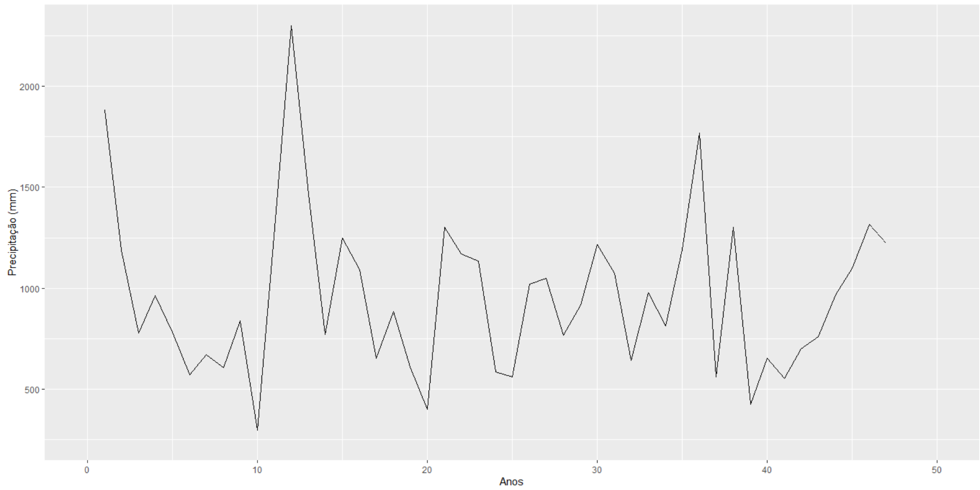
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 19 – Série anual Litoral de Pecém de 1974 até 2020



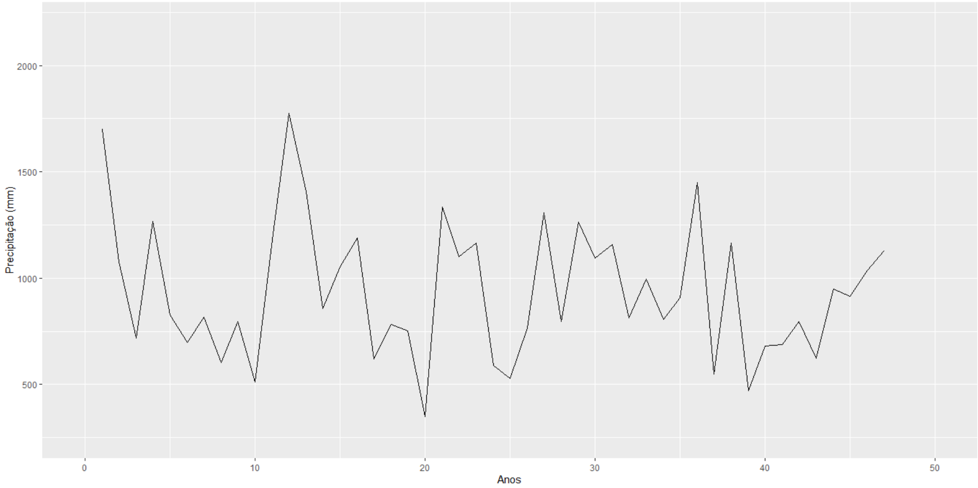
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 20 – Série anual Litoral Norte de 1974 até 2020



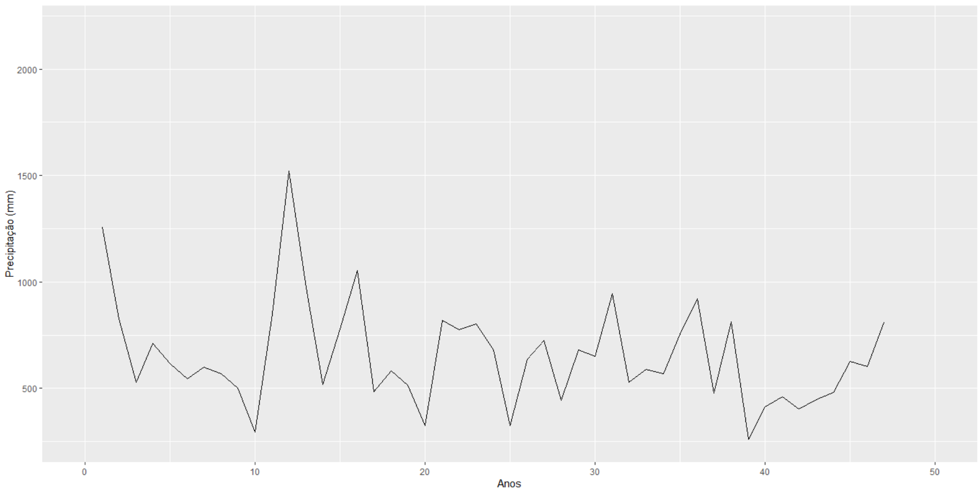
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 21 – Série anual Baturité de 1974 até 2020



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 22 – Série anual Sertão central e Inhamuns de 1974 até 2020



Fonte: elaborado pelo autor.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão apresentados os conceitos da abordagem bayesiana, apresentados na seção 3.1. Adicionalmente na seção 3.2, comenta-se sobre os métodos computacionais para gerar amostras das distribuições a posteriori, assim como os métodos para avaliar a convergência da cadeia simulada. As referências utilizadas neste capítulo, sobre conceitos da inferência bayesiana, encontram-se em Gamerman e Lopes (2006), Gelman *et al.* (2013), Bickel e Doksum (2015) e Paulino *et al.* (2018).

3.1 Abordagem bayesiana

No modelo bayesiano, dado um vetor de parâmetros $\theta, \theta \in \Theta$, parâmetro esse considerado como um escalar ou vetor aleatório (não observável), consideramos a seguinte proposição: o que é desconhecido, nesse caso o vetor de parâmetro θ, é incerto e toda a incerteza deve ser quantificada em termos de probabilidades.

Nesse sentido, na inferência bayesiana considera-se que a informação inicial ou a priori é tomado como uma função densidade de probabilidade, no caso para θ contínuo, geralmente subjetiva para θ com $p(\theta)$ designando como uma distribuição a priori.

Suponha-se agora que se observa $Y = y$ e considerando um elemento qualquer de $\mathscr{F}$ (família) de $p(y \mid \theta)$ e a distribuição a priori $p(\theta)$. Pelo Teorema de bayes conduz a seguinte relação:

$$p(\theta \mid y) = \frac{p(y \mid \theta)p(\theta)}{\int_\Theta p(y \mid \theta)p(\theta)d\theta},\ \theta \in \Theta, \tag{3.1}$$

em que $p(\theta \mid y)$ é a distribuição a posteriori de θ, depois de saber que saiu Y = y. Assim, tendo em conta a informação contida nos dados y caracterizada por $p(\theta)$ é atualizado resultando na distribuição a posteriori.

Considerando agora uma amostra $\mathbf{Y} = (Y_1 = y_1, Y_2 = y_2, \cdots, Y_n = y_n)$, tem-se que adaptando a expressão (3.1):

$$p(\theta \mid y_1, y_2, \cdots, y_n) = \frac{\prod_{i=1}^{n} p(y_i \mid \theta)p(\theta)}{\int_\Theta \prod_i p(y_i \mid \theta)p(\theta)d\theta},\ \theta \in \Theta, \tag{3.2}$$

em que $p(\theta \mid y_1, y_2, \cdots, y_n)$ é a distribuição a posteriori de θ depois de conhecida a amostra $(y_1, y_2, \cdots, y_n)$ e $\prod_{i=1}^{n} p(y_i \mid \theta)p(\theta)$ é a função de verossimilhança do modelo.

Denotando a função de verossimilhança $\prod_{i=1}^{n} p(y_i \mid \theta) = L(\boldsymbol{Y} \mid \theta)$ e dado que o denominador em (3.2) não depende de θ, podemos obter a seguinte relação:

$$p(\theta \mid \boldsymbol{Y}) \propto L(\boldsymbol{Y} \mid \theta)p(\theta),\ \theta \in \Theta. \tag{3.3}$$

Portanto, temos que a distribuição a posteriori $p(\theta \mid \boldsymbol{Y})$ é a descrição completa do conhecimento corrente sobre θ obtido da quantificação da informação a priori em $p(\theta)$ e da informação amostral em $L(\boldsymbol{Y} \mid \theta)$.

3.2 Métodos Computacionais

Na inferência bayesiana nem sempre encontramos uma solução analítica para a distribuição a posteriori. Nesse sentido, uma abordagem seria utilizar métodos de simulação da distribuição a posteriori dos modelos postulados. Nessa perspectiva, consideraremos métodos MCMC para gerar amostras da distribuição a posteriori.

Existem diversos algoritmos MCMC, dentre os quais podemos destacar: amostrador de Gibbs, Metropolis-Hastings, Monte Carlo Hamiltoniano (HMC) e No-U-Turn sampler (NUTS). Neste trabalho, utilizaremos o algoritmo NUTS que é uma extensão do algoritmo HMC.

3.2.1 Algoritmo HMC

Como exemplificado em Paulino *et al.* (2018), o ínicio do método de Monte Carlo Hamiltoniano encontram-se no trabalho de Alder e Wainwright (1959), no qual é proposto uma alternativa aos métodos MCMC que foram introduzidos por Metropolis *et al.* (1953), baseando-se na dinâmica hamiltoniana para simular a distribuição dos estados de moléculas em movimento. Sendo assim, o algoritmo HMC utiliza-se dessa dinâmica para propor valores do vetor paramétrico a serem utilizados numa rotina MCMC, ou seja, o método HMC é baseado em um sitema físico inerente ao movimento dos corpos para gerar amostras da distribuição a posteriori.

Fazendo um paralelo desse sistema físico com a inferência bayesiana, temos que as variáveis de interesse são os parâmetros do modelo ($\theta_i,\ i = 1, \cdots, d$) e a energia potencial é o negativo do logaritmo da distribuição a posteriori. Assim, simular a distribuição a posteriori é equivalente a simular a posição de uma partícula imaginária ao longo do tempo, enquanto se move no espaço paramétrico.

Como o algoritmo HMC utiliza-se das equações de Hamilton é necessário calcular as derivadas parciais do logaritmo da distribuição a posteriori. Considerando $U(\theta) = -\ln p(\theta \mid \mathbf{Y})$ e $G(\theta) = \dfrac{\partial U}{\partial \theta}$, temos que o algoritmo HMC é descrito nos seguintes passos:

1. Inicie o processo no instante t = 0 com $\theta = \theta_0$, em que θ_0 é um ponto do espaço paramétrico $\Theta \subseteq \mathbb{R}^d$.
2. Gere o momento inicial $\omega = \omega_0$ a partir de uma distribuição Normal multivariada padrão $\mathbf{N}_d(0, \mathbf{I})$ em que $\mathbf{I}$ é uma matriz identidade de ordem d.

3. Implemente o algoritmo leapfrog proposto por Neal (2011), com intervalos de amplitude ε durante L passos.
   (a) $\omega_{t+1/2} = \omega_t - \dfrac{\varepsilon}{2} G(\theta_t)$
   (b) $\theta_{t+1} = \theta_t + \varepsilon \omega_{t+1/2}$
   (c) $\omega_{t+1} = \omega_{t+1/2} - \dfrac{\varepsilon}{2} G(\theta_{t+1})$
   (d) Se $t < L$ faça-se t = t + 1 e volte ao passo (a). Se t = L, siga para o passo 4.
4. Considere $\theta^* = \theta_L$ e $\omega^* = \omega_L$ a nova proposta de valores para os parâmetros θ e ω.
5. Calcule $U(\theta_0) = -\ln p(\theta_0 \mid \mathbf{Y})$ e $U(\theta^*) = -\ln p(\theta^* \mid \mathbf{Y})$, isto é, valores da energia potencial no valor inicial $\theta = \theta_0$ e no valor proposto $\theta = \theta^*$.
6. Calcule o valor da energia cinética $k(\cdot) = -\ln g(\cdot)$ em ω_0 e ω^*. Como se admitiu que os momentos foram simulados de uma distribuição $\mathbf{N}_d(0, \mathbf{I})$, isto significa que $K(\omega) = \sum_{j=1}^{d} \dfrac{\omega_i^2}{2}$.
7. Aceitar os valores propostos com probabilidade

$$\min[1, \exp\{H(\theta_0, \omega_0) - H(\theta^*, \omega^*)\}]$$

   em que $H(\theta, \omega) = U(\theta) + K(\omega) = -\ln[p(\theta \mid \mathbf{Y}) g(\omega)]$.
8. Por fim, caso os valores propostos sejam aceitos repete-se o algoritmo a partir do passo 1, com $\theta_0 = \theta^*$. Se os valores propostos não forem aceitos, a cadeia de Markov mantém-se no mesmo estado e o algoritmo repete-se a partir do passo 1, com $\theta = \theta_0$.

Um detalhe no algoritmo leapfrog descrito no passo 3 é que o tempo é discretizado, considerando intervalos de amplitude ε a determinar. Começando o processo no estado inicial, isto é, quanto t = 0, calcula-se iterativamente a posição aproximada da partícula nos instantes $t = \varepsilon$, $t = 2\varepsilon$, $\cdots$, etc.

3.2.2 Algoritmo NUTS

Note que o algoritmo HMC depende da escolha de duas quantidades, a amplitude dos intervalos ε e o número de passos L. Dependendo das escolhas dessas quantidades o algoritmo pode não funcionar muito bem. Em relação a amplitude dos intervalos ε, se tivermos um valor muito grande a simulação será pouco precisa, dando origem a baixas probabilidades de aceitação, por outro lado, para um valor muito pequeno temos que em cada passo a trajetória afasta pouco da posição inicial, havendo assim uma necessidade de utilizar um número maior de passos consequentemente teremos um maior tempo computacional. Já em relação ao número de passos L, caso tivermos um L pequeno o algoritmo irá gerar trajetórias curtas resultando em um comportamento similar ao de um passeio aleatório e numa mistura lenta da cadeia ao longo do suporte da distribuição a posteriori, em contrapartida, para um L grande há o risco da trajetória de θ retroceder para valores próximos do valor corrente, desperdiçando assim um maior tempo computacional.

Para evitar as escolhas dessas quantidades, que são a amplitude dos intervalos ε e o número de passos L, Hoffman *et al.* (2014) propuseram uma generalização do algoritmo HMC que designaram como NUTS. Esse algoritmo está implementado no Software Stan (STAN DEVELOPMENT TEAM, 2022). Em Hoffman *et al.* (2014), os autores detalham passo a passo sobre o algoritmo NUTS.

3.2.3 Diagnóstico da Convergência da Cadeia

Realizada as simulações da distribuição a posteriori, através dos métodos MCMC, é necessário avaliar se a cadeia convergiu. Neste trabalho, para verificar se a cadeia simulada convergiu serão considerado métodos gráficos: traceplots e autocorrelações. Para maiores detalhes sobre outros métodos consulte Gamerman e Lopes (2006) e Paulino *et al.* (2018).

- **Traceplots**: Nesse gráfico, para uma convergência da cadeia simulada, deve-se ter um padrão de oscilações dos valores simulados em torno de um valor estável para todas as interações consideradas.
- **Autocorrelações:** Para que as amostras simuladas não seja correlacionadas, deve-se ter que o comportamento no gráfico das autocorrelações deverão tender a zero rapidamente.

Uma abordagem para evitar que nas primeiras simulações tenhamos um traceplot que não apresente um padrão de oscilação em torno de um valor estável é descartar algumas amostras iniciais e considerar as restantes. Em relação aos gráficos de autocorrelações, uma estratégia para evitar que nas correlações demorem a tender a zero rapidamente é selecionar uma subamostra a cada k valores. Neste trabalho, para todos os modelos ajustados, serão considerados amostras de tamanho 25000 no qual serão descartadas as 5000 primeiras amostras e selecionada uma subamostra a cada 5 valores, ou seja, teremos no final uma amostra de tamanho 4000.

4 LASSO

O método de seleção de covariáveis LASSO surge de uma forma restrita proveniente de uma regressão de mínimos quadrados ordinários, em que a soma dos valores absolutos dos coeficientes de regressão é restrita a ser menor ou igual que um parâmetro especificado r, a definição do LASSO encontra-se em (4.1).

Para implementar o LASSO devemos considerar $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x}_1, \cdots, \boldsymbol{x}_p)$ a matriz de covariáveis com dimensão $n \times p$ e $\boldsymbol{y} = (y_1, \cdots, y_n)^\top$ o vetor resposta $n \times 1$, com as seguintes suposições: $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 0$, $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_{ij}^2 = 1$ e $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \bar{y} = 0$, para $j = 1, \cdots, p$. Ou seja, todas as variáveis explicativas devem ser padronizadas e a variável resposta deve ser subtraída pela sua média. Então, para um dado parâmetro r, os coeficientes de regressão LASSO $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \cdots, \beta_p)^\top$ com dimensão $p \times 1$ são a solução para o seguinte problema de otimização:

$$\min ||\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta}||^2 \ \text{ sujeito à } \ \sum_{j=1}^{p} |\beta_j| \leq r \tag{4.1}$$

em que $r \geq 0$ é o parâmetro de ajuste do LASSO, controlando o quanto de penalização é aplicado ao conjunto de coeficientes, para r suficientemente pequeno irá causar um encolhimento dos coeficientes em direção a 0.

As primeiras implementações da seleção de covariáveis LASSO (TIBSHIRANI, 1996), usavam técnicas de programação quadrática para resolver o problema dos mínimos quadrados restritos para cada parâmetro LASSO de interesse. Posteriormente, Osborne *et al.* (2000) desenvolveram um método de homotopia que gera as soluções do LASSO para todos os valores de r. Efron *et al.* (2004), derivaram uma variante de seu algoritmo LAR que pode ser usada para obter uma sequência de soluções LASSO a partir da qual todas as outras soluções LASSO podem ser obtidas por interpolação linear. Esse algoritmo para o LASSO é usado em PROC GLMSELECT no software SAS. Ele pode ser visto como um procedimento similar ao método de seleção de covariáveis "forward stepwise" com uma única adição ou exclusão do conjunto de coeficientes de regressão diferentes de zero em qualquer passo.

Nesse sentido, é importante decidir uma regra para escolher uma solução ótima para o parâmetro r. No PROC GLMSELECT no software SAS, existem três maneiras de fazer isso. Em um ambiente rico em dados, pode-se usar um conjunto de validação. Caso nenhum conjunto de validação estiver disponível, pode-se usar outras técnicas como validação cruzada ou utilizar um critério de informação como o AIC, AICC, BIC, SBC, R^2, RMSE, C_p e entre outros, especificando a quantidade de passos ou especificar a quantidade de variáveis selecionadas para interromper o processo.

Nesse trabalho, será utilizado os seguintes critérios de informação: AIC definido em Hurvich e Tsai (1989) e SBC definido em Judge *et al.* (1985). Considerando SSE como sendo a soma dos quadrados

dos erros, n o número de observações e p a quantidade de parâmetros, esses critérios de informação citados anteriormente são definidos respectivamente como:

$$\mathrm{AIC} = \mathrm{n}\ln\left(\frac{\mathrm{SSE}}{\mathrm{n}}\right) + 2\mathrm{p} + \mathrm{n} + 2 \tag{4.2}$$

$$\mathrm{SBC} = \mathrm{n}\ln\left(\frac{\mathrm{SSE}}{\mathrm{n}}\right) + \mathrm{p}\ln(\mathrm{n}) \tag{4.3}$$

Adicionalmente, será considerado para a matriz de covariáveis (Anual e Semestral): as variáveis explicativas citados no Cap. 2, os lags (1, 2, 3 e 4) para todas as variáveis explicativas e também para a variável resposta; temos assim o caso de um modelo em que p > n. Como critério para interromper o processo, especificaremos a quantidade de variáveis a serem selecionadas como sendo 20 e também considerando o intercepto, segundo os critérios de informações AIC e SBC.

4.1 Implementação do Algoritmo LASSO no SAS

Nesta seção comentaremos a implementação do método LASSO para a seleção de variáveis. O software utilizado para a seleção de variáveis por meio do algoritmo LASSO foi o Statistical Analysis System Studio (SAS Studio), através do PROC GLMSELECT. Os códigos descritos nesta seção estão no Apêndice A, na Tabela 7 estão os resumos dos principais argumentos utilizados no código, para um maior detalhe do PROC GLMSELECT consulte SAS INSTITUTE (2017).

Tabela 7 – Resumo dos Argumentos utilizados no PROC GLMSELECT

Função	Descrição
DATA	Conjunto de dados de entrada
OUT	Conjunto de dados de saída
MODEL	Especifica o modelo
SELECTION	Especifica o método de seleção de variáveis
CHOOSE	Especifica o critério de informação para a seleção de variáveis
STOP	Especifica a quantidade de variáveis a serem selecionadas para interromper o processo

Fonte: elaborado pelo autor.

No código descrito no Apêndice A está especificado um exemplo particular para o modelo semestral para os dados de precipitação (mm) no Ceará. Na declaração do modelo, em MODEL Y0 = , após a atribuição da variável resposta é necessário especificar as covariáveis do modelo. Nesse trabalho, especificou-se todas as covariáveis que são de X1 a X80, além do mais os lags 1, 2, 3 e 4 de todas essas covariáveis, além do mais os lags 1, 2, 3 e 4 da variável resposta. Para especificar os lags, basta utilizar o seguinte comando lag1(·), lag2(·), lag3(·) e lag4(·), e que essas variáveis especificadas deverão estar no conjunto de dados de entrada.

O exemplo particular do Apêndice A, no comando SELECTION estamos utilizando o método LASSO e como critério para interromper o processo especificamos em CHOOSE = AIC e STOP = 20.

Além do mais, especificaremos esse mesmo código para todos os dados de precipitação (mm) semestral e anual para o Ceará e suas macrorregiões utilizando CHOOSE = SBC e CHOOSE = AIC, com STOP = 20.

4.2 Variáveis selecionadas

Nesta seção mostraremos no item abaixo as variáveis selecionadas para os dados de precipitação (mm) semestral segundo os critérios de informação AIC e SBC para o Ceará e suas macrorregiões, perceba que no Litoral Norte e no Sertão Central e Inhamuns as variáveis selecionadas foram as mesmas segundo os critérios AIC e SBC.

- **Dados Semestrais**:
  - **Ceará (AIC)**: $\alpha, X59_t, X72_t, X77_t, X79_t, X80_t, X12_{t-1}, X25_{t-1}, X28_{t-1}, X78_{t-1}, Y0_{t-2}, X11_{t-2}, X60_{t-2}, X6_{t-3}, X74_{t-3}, X1_{t-4}, X5_{t-4}, X21_{t-4}$ e $X54_{t-4}$.
  - **Ceará (SBC)**: $\alpha, X59_t, X72_t, X77_t, X80_t, X12_{t-1}, Y0_{t-2}, X47_{t-2}$ e $X53_{t-4}$.
  - **Cariri (AIC)**: $\alpha, X59_t, X72_t, X77_t, X12_{t-1}, X38_{t-1}, X53_{t-1}, X54_{t-1}, X14_{t-2}, X47_{t-2}, X18_{t-4}$ e $X53_{t-4}$.
  - **Cariri (SBC)**: $\alpha, X59_t, X77_t, X12_{t-1}, X38_{t-1}, X53_{t-1}, X14_{t-2}, X47_{t-2}, X18_{t-4}$ e $X53_{t-4}$.
  - **Ibiapaba (AIC)**: α, $X44_t$, $X55_t$, $X59_t$, $X60_t$, $X70_t$, $X72_t$, $X77_t$, $X79_t$, $X80_t$, $X12_{t-1}$, $X28_{t-1}$, $X78_{t-1}, Y2_{t-2}, X1_{t-4}, X5_{t-4}$ e $X54_{t-4}$.
  - **Ibiapaba (SBC)**: $\alpha, X59_t, X72_t, X80_t, X12_{t-1}, X54_{t-1}, Y2_{t-2}, X5_{t-4}$ e $X54_{t-4}$.
  - **Jaguaribana (AIC)**: α, $X59_t$, $X70_t$, $X72_t$, $X77_t$, $X79_t$, $X80_t$, $X12_{t-1}$, $X78_{t-1}$, $Y3_{t-2}$, $X5_{t-4}$, $X6_{t-4}, X21_{t-4}$ e $X54_{t-4}$.
  - **Jaguaribana (SBC)**: $\alpha, X59_t, X72_t, X77_t, X80_t, X12_{t-1}, Y3_{t-2}$ e $X53_{t-4}$.
  - **Litoral de Fortaleza (AIC)**: $\alpha, X12_t, X59_t, X60_t, X70_t, X72_t, X77_t, X80_t, X4_{t-1}, X12_{t-1}, X25_{t-1}, X74_{t-1}, X78_{t-1}, Y4_{t-2}, X11_{t-2}, X60_{t-2}, X1_{t-4}, X5_{t-4}, X21_{t-4}$ e $X76_{t-4}$.
  - **Litoral de Fortaleza (SBC)**: $\alpha, X59_t, X77_t, X80_t, X12_{t-1}, X38_{t-1}, Y4_{t-2}, X1_{t-4}$ e $X5_{t-4}$.
  - **Litoral de Pecém (AIC)**: α, $X59_t$, $X60_t$, $X72_t$, $X77_t$, $X78_t$, $X80_t$, $X12_{t-1}$, $X25_{t-1}$, $X74_{t-1}$, $X78_{t-1}, X58_{t-2}, X1_{t-4}, X5_{t-4}, X9_{t-4}, X21_{t-4}, X76_{t-4}$ e $X77_{t-4}$.
  - **Litoral de Pecém (SBC)**: $\alpha, X59_t, X60_t, X72_t, X77_t, X78_t, X80_t, X12_{t-1}, X38_{t-1}, X1_{t-4}, X5_{t-4}, X9_{t-4}, X21_{t-4}$ e $X77_{t-4}$.
  - **Litoral Norte (AIC e SBC)**: $\alpha, X59_t, X60_t, X72_t, X77_t, X80_t, X12_{t-1}, X20_{t-1}, X25_{t-1}, X78_{t-1}, Y6_{t-2}, X11_{t-2}, X47_{t-2}, X1_{t-4}, X5_{t-4}, X9_{t-4}$ e $X21_{t-4}$.
  - **Maciço de Baturité (AIC)**: $\alpha, X59_t, X72_t, X77_t, X80_t, X12_{t-1}, X68_{t-1}, Y7_{t-2}, X14_{t-2}, X1_{t-4}, X5_{t-4}, X9_{t-4}, X15_{t-4}, X21_{t-4}$ e $X39_{t-4}$.
  - **Maciço de Baturité (SBC)**: $\alpha, X59_t, X12_{t-1}, X5_{t-4}, X39_{t-4}$ e $X52_{t-4}$.
  - **Sertão Central e Inhamuns (AIC e SBC)**: α, $X59_t$, $X72_t$, $X77_t$, $X79_t$, $X80_t$, $X12_{t-1}$, $X25_{t-1}$,

$X54_{t-1}$, $X78_{t-1}$, $Y8_{t-2}$, $X11_{t-2}$, $X60_{t-2}$, $X6_{t-3}$, $X74_{t-3}$, $X21_{t-4}$ e $X54_{t-4}$.

Em relação aos resultados das variáveis selecionadas para os dados de precipitação (mm) anual no Ceará e suas macrorregiões, temos que no Cariri as variáveis selecionadas foram as mesmas segundo os critérios AIC e SBC. No Litoral de Fortaleza e no Litoral de Pecém, as variáveis selecionadas segundo o critério SBC foram somente α e $X69_t$, mas como essas variáveis foram selecionadas no critério AIC não ajustaremos o modelo com as variáveis selecionadas do critério SBC para essas macrorregiões. Já nas macrorregiões Litoral Norte e Maciço de Baturité a variável selecionada no critério SBC foi somente α, por isso não ajustaremos o modelo com a variavel selecionada segundo o critério SBC para essas macrorregiões.

- **Dados Anuais**:
  - **Ceará (AIC)**: α, $X22_t$, $X53_t$, $X59_t$, $X68_t$, $X4_{t-1}$, $X22_{t-1}$, $X47_{t-1}$, $X67_{t-1}$, $X15_{t-2}$, $X19_{t-2}$, $X34_{t-2}$, $X36_{t-2}$, $X39_{t-2}$, $X79_{t-2}$, $X9_{t-3}$, $X60_{t-4}$ e $X70_{t-4}$.
  - **Ceará (SBC)**: α, $X53_t$, $X59_t$, $X68_t$, $X4_{t-1}$, $X22_{t-1}$, $X47_{t-1}$, $X67_{t-1}$, $X15_{t-2}$, $X34_{t-2}$, $X36_{t-2}$, $X39_{t-2}$, $X79_{t-2}$, $X9_{t-3}$, $X60_{t-4}$ e $X70_{t-4}$.
  - **Cariri (AIC e SBC)**: α, $X11_t$, $X22_t$, $X51_t$, $X69_t$, $X67_{t-1}$, $X39_{t-2}$ e $X53_{t-2}$.
  - **Ibiapaba (AIC)**: α, $X20_t$, $X53_t$, $X59_t$, $X4_{t-1}$, $X20_{t-1}$, $X22_{t-1}$, $X47_{t-1}$, $X66_{t-1}$, $X67_{t-1}$, $X78_{t-1}$, $X19_{t-2}$, $X34_{t-2}$, $X36_{t-2}$, $X39_{t-2}$, $X79_{t-2}$, $X9_{t-3}$, $X38_{t-3}$, $X60_{t-4}$ e $X70_{t-4}$.
  - **Ibiapaba (SBC)**: α, $X20_t$, $X53_t$, $X59_t$, $X4_{t-1}$, $X47_{t-1}$, $X66_{t-1}$, $X67_{t-1}$, $X78_{t-1}$, $X19_{t-2}$, $X34_{t-2}$, $X36_{t-2}$, $X39_{t-2}$, $X79_{t-2}$, $X38_{t-3}$ e $X14_{t-4}$.
  - **Jaguaribana (AIC)**: α, $X53_t$, $X59_t$, $X68_t$, $X70_t$, $X4_{t-1}$, $X47_{t-1}$, $X66_{t-1}$, $X67_{t-1}$, $X15_{t-2}$, $X19_{t-2}$, $X30_{t-2}$, $X34_{t-2}$, $X36_{t-2}$, $X39_{t-2}$, $X79_{t-2}$, $X9_{t-3}$, $X23_{t-3}$, $X60_{t-4}$ e $X70_{t-4}$.
  - **Jaguaribana (SBC)**: α, $X53_t$, $X59_t$, $X4_{t-1}$, $X66_{t-1}$, $X67_{t-1}$, $X30_{t-2}$, $X34_{t-2}$, $X39_{t-2}$, $X79_{t-2}$, $X9_{t-3}$ e $X60_{t-4}$.
  - **Litoral de Fortaleza (AIC)**: α, $X5_t$, $X15_t$, $X53_t$, $X68_t$, $X69_t$, $X77_t$, $X22_{t-1}$, $X60_{t-1}$, $X15_{t-2}$, $X16_{t-2}$, $X19_{t-2}$, $X25_{t-2}$, $X34_{t-2}$, $X79_{t-2}$, $X79_{t-3}$, $X22_{t-4}$, $X43_{t-4}$ e $X70_{t-4}$.
  - **Litoral de Fortaleza (SBC)**: α e $X69_t$.
  - **Litoral de Pecém (AIC)**: α, $X20_t$, $X53_t$, $X59_t$, $X68_t$, $X69_t$, $X48_{t-1}$, $X67_{t-1}$, $X15_{t-2}$, $X16_{t-2}$, $X34_{t-2}$, $X79_{t-2}$, $X23_{t-3}$, $X79_{t-3}$, $X43_{t-4}$ e $X70_{t-4}$.
  - **Litoral de Pecém (SBC)**: α e $X69_t$.
  - **Litoral Norte (AIC)**: α, $X7_t$, $X20_t$, $X53_t$, $X59_t$, $X68_t$, $X78_t$, $X4_{t-1}$, $X20_{t-1}$, $X25_{t-1}$, $X39_{t-1}$, $X47_{t-1}$, $X66_{t-1}$, $X15_{t-2}$, $X34_{t-2}$, $X36_{t-2}$, $X79_{t-2}$, $X79_{t-3}$, $X14_{t-4}$ e $X70_{t-4}$.
  - **Litoral Norte (SBC)**: α.
  - **Maciço de Baturité (AIC)**: α, $X53_t$, $X68_t$, $X69_t$, $X4_{t-1}$, $X8_{t-1}$, $X22_{t-1}$, $X47_{t-1}$, $X67_{t-1}$, $X75_{t-1}$, $X8_{t-2}$, $X16_{t-2}$, $X19_{t-2}$, $X25_{t-2}$, $X34_{t-2}$, $X79_{t-3}$, $X14_{t-4}$ e $X70_{t-4}$.

- **Maciço de Baturité (SBC)**: α.
- **Sertão Central e Inhamuns (AIC)**: α, $X5_t$, $X25_t$, $X53_t$, $X59_t$, $X22_{t-1}$, $X47_{t-1}$, $X66_{t-1}$, $X67_{t-1}$, $X34_{t-2}$, $X36_{t-2}$, $X39_{t-2}$, $X53_{t-2}$, $X54_{t-2}$, $X79_{t-2}$, $X3_{t-3}$, $X9_{t-3}$, $X38_{t-3}$ e $X60_{t-4}$.
- **Sertão Central e Inhamuns (SBC)**: α, $X69_t$, $X66_{t-1}$, $X34_{t-2}$, $X39_{t-2}$ e $X53_{t-2}$.

5 MODELOS ARIMA E SARIMA

Apresentaremos neste capítulo uma metodologia muito utilizado em análises de modelos paramétricos em séries temporais, no qual é conhecida como abordagem de Box e Jenkins (1976). Essa metodologia consiste em ajustar modelos autoregressivos integrados de médias móveis (ARIMA) a um certo conjunto de dados. Será apresentado também o modelo ARIMA sazonal multiplicativo (SARIMA). Uma atualização do texto original pode ser vista em Box *et al.* (2015).

Morettin e Toloi (2018) resumem uma estratégia para a construção desses modelos baseado em um ciclo iterativo. Os estágios desse ciclo são:

(i) uma classe geral de modelos é considerada para a análise, no caso os modelos ARIMA ou SARIMA;
(ii) há identificação de um modelo, com base nas funções de autocorrelações, funções de autocorrelações parciais e de outros critérios;
(iii) a seguir vem a fase de estimação, em que os parâmetros do modelo identificado são estimados;
(iv) por fim, há um diagnóstico do modelo ajustado, através de uma análise de resíduos, com a finalidade se esse modelo é adequado para realizar previsões.

Nessa perspectiva, caso o modelo não seja adequado, o ciclo é repetido, voltando-se à fase de identificação. Na maioria das vezes é identificado não somente um único modelo, mas alguns modelos que serão estimados e realizado os diagnósticos desses modelos. Referências para esse capítulo foram consultadas em: Brockwell e Davis (2002), Box *et al.* (2015) e Morettin e Toloi (2018).

5.1 Modelos lineares estacionários

Apresentaremos nesta seção os modelos autoregressivos (AR), os modelos de médias móveis (MA) e os modelos autoregressivos e de médias móveis (ARMA).

5.1.1 Modelos autoregressivos

O modelo autoregressivo de ordem p, no qual será denotado por AR(p), é dado por:

$$\tilde{Y}_t = \phi_1 \tilde{Y}_{t-1} + \phi_2 \tilde{Y}_{t-2} + \cdots + \phi_p \tilde{Y}_{t-p} + a_t \tag{5.1}$$

em que $\tilde{Y}_t = Y_t - \mu$, com Y_t representado a série temporal e μ o termo médio da série. Definindo agora o operador autoregressivo estacionário de ordem p,

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p \tag{5.2}$$

sendo B o operador de translação para o passado, isto é, $BY_t = Y_{t-1}$ e $B^j Y_t = Y_{t-j}$, então podemos substituir (5.2) em (5.1), ficando da seguinte forma:

$$\phi(B)\tilde{Y}_t = a_t \tag{5.3}$$

Apresenta-se a seguir, as principais características de um processo representado por um modelo AR(p).

Estacionariedade e Invertibilidade

Sabendo que $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p$ é finito, não há restrições sobre os parâmetros do processor AR(p) para assegurar a invertibilidade do processo Y_t.

Considere G_i^{-1}, $i = 1, \cdots, p$, as raízes da equação característica de $\phi(B) = 0$, então pode-se escrever:

$$\phi(B) = (1 - G_1 B)(1 - G_2 B) \cdots (1 - G_p B)$$

no qual, expandindo em frações parciais, temos o seguinte resultado:

$$\phi^{-1}(B) = \sum_{i=1}^{p} \frac{A_i}{(1 - G_i B)}. \tag{5.4}$$

Portanto, se $\phi^{-1}(B)$ convergir para $\mid B \mid \leq 1$ devemos ter que $\mid G_i \mid < 1$, para $i = 1, \cdots, p$. Essa condição é equivalente a que a equação característica $\phi(B) = 0$ tenha raízes fora do círculo unitário e assim essa é a condição de estacionariedade de um modelo AR(p).

Para um modelo AR(1),

$$\tilde{Y}_t = \phi_1 \tilde{Y}_{t-1} + a_t \tag{5.5}$$

ϕ_1 deve satisfazer a seguinte condição $-1 < \phi_1 < 1$, para que o processo AR(1) seja estacionário.

Para um modelo AR(2),

$$\tilde{Y}_t = \phi_1 \tilde{Y}_{t-1} + \phi_2 \tilde{Y}_{t-2} + a_t \tag{5.6}$$

demonstra-se que o processo AR(2) é estacionário caso ϕ_1 e ϕ_2 satisfaçam as seguintes condições: $\phi_2 + \phi_1 < 1$, $\phi_2 - \phi_1 < 1$ e $-1 < \phi_2 < 1$.

Função de autocorrelação

Para encontrar a função de autocorrelação de um processo AR(p), iremos multiplicar em ambos os lados da equação (5.1) por $\tilde{Y}_{t-k}$ com $k \geq 0$, obtendo:

$$\tilde{Y}_{t-k}\tilde{Y}_t = \phi_1\tilde{Y}_{t-k}\tilde{Y}_{t-1} + \phi_2\tilde{Y}_{t-k}\tilde{Y}_{t-2} + \cdots + \phi_p\tilde{Y}_{t-k}\tilde{Y}_{t-p} + \tilde{Y}_{t-k}a_t \tag{5.7}$$

e obtendo a esperança de (5.7), teremos o seguinte resultado:

$$\gamma_k = \phi_1\gamma_{k-1} + \phi_2\gamma_{k-2} + \cdots + \phi_p\gamma_{k-p},\ k > 0 \tag{5.8}$$

note que, $\mathbb{E}[\tilde{Y}_{t-k}a_t] = 0$ para $k > 0$, devido que $\tilde{Y}_{t-k}$ só envolde ruídos até a_{t-j}, não correlacionados com a_t. Dividindo agora (5.8) por γ_0, obtemos então a função de autocorrelação do processo AR(p):

$$\rho_k = \phi_1\rho_{k-1} + \phi_2\rho_{k-2} + \cdots + \phi_p\rho_{k-p},\ k > 0. \tag{5.9}$$

Demonstra-se que em geral para um processo AR(p) a função de autocorrelação consistirá em uma mistura de exponenciais e/ou senóides amortecidas (BOX *et al.*, 2015).

Função de autocorrelação parcial

Considere que ϕ_{kj} seja o j-ésimo coeficiente de um modelo AR(k), tal que ϕ_{kk} é o último coeficiente. A partir de (5.9), temos que,

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \cdots + \phi_{k(k-1)}\rho_{j-k+1} + \phi_{kk}\rho_{j-k},\ j = 1, 2, \cdots, k \tag{5.10}$$

a partir das quais obtém-se as equações de Yule-Walker:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix} \tag{5.11}$$

Resolvendo (5.11) sucessivamente para $k = 1, 2, \cdots$, obtemos:

$$
\begin{aligned}
\phi_{11} &= \rho_1 \\
\phi_{22} &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2} \\
\phi_{33} &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}
\end{aligned} \tag{5.12}
$$

em geral,

$$
\phi_{kk} = \frac{|\mathbf{P}_k^*|}{|\mathbf{P}_k|} \tag{5.13}
$$

em que $\mathbf{P}_k$ é a matriz de autocorrelações e $\mathbf{P}_k^*$ é a matriz $\mathbf{P}_k$ com a última coluna sendo substituída pelo vetor de autocorrelações. Nesse sentido, o valor de ϕ_{kk}, considerado como função de lag k é denominado de função de autocorrelação parcial do processo AR(p).

Demonstra-se que para um processo AR(p), $\phi_{kk} \neq 0$ para $k \leq p$ e $\phi_{kk} = 0$, para $k \geq p$, (BOX *et al.*, 2015).

5.1.2 Modelos de médias móveis

O modelo de médias móveis de ordem q, no qual será denotado por MA(q), é dado por:

$$
\begin{aligned}
\tilde{Y}_t &= a_t - \theta_1 a_{t-1} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \\
&= (1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q) a_t \\
&= \theta(B) a_t
\end{aligned} \tag{5.14}
$$

$\theta(B) = (1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q)$ é o operador de médias móveis de ordem q.

Apresenta-se a seguir, as principais características de um processo representado por um modelo MA(q).

Estacionariedade e Invertibilidade

Morettin e Toloi (2018) argumentam, dado que $\psi(B) = 1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q$, não haverão restrições sobre os parâmetros θ_j com $j = 1, \cdots, q$, para que o processo seja estacionário. Nesse sentido, similar ao que foi demonstrado para um modelo AR(p), no caso estacionariedade, verifica-se que a condição de invertibilidade para um modelo MA(q) é que as raízes da equação característica $\theta(B) = 0$ estejam fora do círculo unitário.

Função de autocorrelação

A função de autocovariância de um processo MA(q) é dado por:

$$\begin{aligned}\gamma_k &= \mathbb{E}[\tilde{Y}_t \tilde{Y}_{t-k}] \\ &= \mathbb{E}[(a_t - \theta_1 a_{t-1} - \cdots - \theta_q a_{t-q})(a_{t-k} - \theta_1 a_{t-k-1} - \cdots - \theta_q a_{t-k-q})] \\ &= -\theta_k \mathbb{E}[a_{t-k}^2] + \theta_1 \theta_{k+1} \mathbb{E}[a_{t-k-1}] + \cdots + \theta_{q-k} \theta_q \mathbb{E}[a_{t-q}^2]\end{aligned} \tag{5.15}$$

como a_t são não correlacionados e $\gamma_k = 0$ para $k > q$. Assim, a variância do processo é

$$\gamma_0 = (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \cdots + \theta_q^2)\sigma_a^2 \tag{5.16}$$

nessa perspectiva, temos que:

$$\gamma_k = \begin{cases} (-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \theta_2 \theta_{k+2} + \cdots + \theta_{q-k}\theta_q)\sigma_a^2 & \text{se} \quad k = 1, 2, \cdots, q \\ 0 & \text{se} \quad k > q \end{cases} \tag{5.17}$$

dividindo (5.17) por (5.16), obtemos a função de autocorrelação de um processo MA(q), dado por:

$$\rho_k = \begin{cases} \dfrac{-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \cdots + \theta_{q-k}\theta_q}{1 + \theta_1^2 + \cdots + \theta_q^2} & \text{se} \quad k = 1, 2, \cdots, q \\ 0 & \text{se} \quad k > q. \end{cases} \tag{5.18}$$

Temos então que para um processo de MA(q) a função de autocorrelação é igual a zero para os lags maiores do que q, isto é, tem um corte após a defasagem q.

Função de autocorrelação parcial

Box *et al.* (2015) demonstram que para um modelo de MA(1), a função de autocorrelação parcial é dada por:

$$\phi_{kk} = \frac{-\theta_k (1 - \theta_1^2)}{1 - \theta_1^{2(k+2)}}, \ k = 1, 2, \cdots \tag{5.19}$$

e que $\mid \phi_{kk} < \theta_k \mid$, acarretando de que a função de autocorrelação do processo MA(q) é formado por exponenciais amortecidas. Agora, para um modelo de MA(2) a expressão exata para a função de autocorrelação parcial é complicada, mas é formado por uma soma de duas exponenciais se as raízes da equação característica $1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 = 0$ forem reais e por uma onda senoidal amortecida se as raízes forem complexas.

5.1.3 *Modelos autoregressivos e médias móveis*

O modelo autoregressivo e de médias móveis de ordem p e q, no qual denota-se por ARMA(p,q) é dado pela seguinte expressão:

$$\tilde{Y}_t = \phi_1\tilde{Y}_{t-1} + \cdots + \phi_p\tilde{Y}_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \cdots - \theta_q a_{t-q}. \tag{5.20}$$

Considerando $\phi(B) = (1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p)$ o operador autoregressivo e $\theta(B) = (1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_p B^p)$ o operador de médias móveis, podemos reescrever (5.20) da seguinte forma:

$$\phi(B)\tilde{Y}_t = \theta(B)a_t \tag{5.21}$$

Apresenta-se a seguir, as principais características de um processo representado por um modelo ARMA(p,q).

Estacionariedade e Invertibilidade

O processo dado por (5.21), será estacionário se as raízes de $\phi(B) = 0$ caírem todas fora do círculo unitário e o processo será invertível se todas as raízes de $\theta(B) = 0$ caírem fora do círculo unitário.

Função de autocorrelação

Para obter a fac de um modelo ARMA(p,q), iremos multiplicar em ambos os lados da equação (5.20) por $\tilde{Y}_{t-k}$ e obter as esperanças, obtendo assim a função de autocovariância:

$$\gamma_k = \phi_1\gamma_{k-1} + \cdots + \phi_p\gamma_{k-p} + \gamma_{ya}(k) - \theta_1\gamma_{ya}(k-1) - \cdots - \theta_q\gamma_{ya}(k-q) \tag{5.22}$$

em que $\gamma_{ya}(k)$ é a covariância cruzada entre Y_t e a_t, definida como $\gamma_{ya}(k) = \mathbb{E}[\tilde{Y}_{t-k}a_t]$. Dado que $\tilde{Y}_{t-k}$ depende somente dos choques a_t ocorridos até o instante t - k, o que se obtém o seguinte resultado: $\gamma_{ya}(k) = 0$, para $k > 0$ e $\gamma_{ya}(k) \neq 0$, para $k \leq 0$. Implicando assim que (5.22) fica da seguinte forma:

$$\gamma_k = \phi_1\gamma_{k-1} + \phi_2\gamma_{k-2} + \cdots + \phi_p\gamma_{k-p},\ k > q. \tag{5.23}$$

Portanto a fac é obtido a partir de (5.23):

$$\rho_k = \phi_1\rho_{k-1} + \phi_2\rho_{k-2} + \cdots + \phi_p\rho_{k-p},\ k > q. \tag{5.24}$$

Assim para um processo ARMA(p,q), as autocorrelações nos lags $1, 2, \cdots, q$ são afetadas pelos parâmetros de médias móveis, mas para $k > q$ as mesmas comportam-se como nos modelos autoregressivos. Box *et al.* (2015) argumentam que se $q - p < 0$, a fac ρ_k, para $k = 0, 1, 2, \cdots$, consistirá numa mistura de exponenciais e/ou senóides amortecidas; caso $q-p \geq 0$, os primeiros $q-p-1$ valores de $\rho_0, \rho_1, \cdots, \rho_{q-p}$ não seguirão este padrão.

Função de autocorrelação parcial

Box *et al.* (2015) detalham que o processo representado por (5.21) pode ser escrito como:

$$a_t = \theta^{-1}(B)\phi(B)\tilde{Y}_t \tag{5.25}$$

no qual $\theta^{-1}(B)$ é uma série infinita em B. Nessa perspectiva, a facp de um processo ARMA(p,q) é infinito em extensão. Nesse sentido, a facp de um processo ARMA(p,q) se comportará eventualmente como a facp de um processo puro de média móvel, representado em (5.14), sendo dominado por uma mistura de exponenciais e/ou senóides amortecidas, dependendo da ordem do processo de médias móveis e dos valores dos parâmetros que ela irá conter.

5.1.4 Procedimentos de Identificação

Os procedimentos de identificação dos modelos AR(p), MA(q) e ARMA(p,q); serão feitas através das fac e facp. Resumindo ao que já foi mencionado anteriormente, temos que para a fac:

(i) um processo AR(p), tem fac que comporta-se como uma mistura de exponenciais e/ou senóides amortecidas;

(ii) um processo MA(q), tem fac que é igual a zero para os lags maiores do que q, isto é, tem um corte após a defasagem q;

(iii) um processo ARMA(p,q), tem fac ρ_k no qual autocorrelações dos lags $1, 2, \cdots, q$ serão afetadas pelos parâmetros de médias móveis, mas para $k > q$ as mesmas comportam-se como nos modelos autoregressivos. Além do mais, caso $q-p \leq 0$, a fac consistirá numa mistura de exponenciais e/ou senóide amortecidas, agora se $q-p \geq 0$, os primeiros $q-p-1$ valores de ρ_k não seguirão este padrão.

Para a facp, tem-se que:

(i) um processo AR(p), tem facp $\phi_{kk} \neq 0$ para $k \leq p$ e $\phi_{kk} = 0$, para $k \geq p$;

(ii) um processo MA(q), tem facp que se comporta de maneira similar à fac de um processo AR(p);

(iii) um processo ARMA(p,q), tem facp que se comporta como a facp de um processo MA(q).

Nessa perspectiva, tem-se que a fac é útil para identificar modelos MA(q) e que a facp é útil para identifar modelos AR(p). Além do mais, as fac e facp não são muito úteis na identificação de modelos ARMA(p,q), pois apresentam formas complicadas, nesse caso o que se recomenda é ajustar alguns modelos de baixa ordem, como: (1,1), (1,2), (2,1) e utilizar algum critério para a escolha do modelo mais adequado (MORETTIN; TOLOI, 2018).

5.2 Modelos lineares não estacionários

Morettin e Toloi (2018) citam que os modelos estudados na seção 5.1 são apropriados para ajustar séries estacionárias, isto é, séries que se desenvolvem no tempo ao redor de uma média que seja constante. Muitas séries, como séries econômicas e financeiras, não são estacionárias, mas quando diferençadas tornam-se estacionárias. Suponha por exemplo que a série Y_t seja não estacionária, mas quando realizado a operação a seguir:

$$W_t = Y_t - Y_{t-1} = (1 - B)Y_t = \nabla Y_t \tag{5.26}$$

a série torna-se estacionária e que ∇ é o operador diferença, no qual $\nabla = 1 - B$ e que $\nabla^d = (1 - B)^d$. Nessa perspectiva, trataremos nessa subseção modelos cujas séries possuam um comportamento que não seja explosivo, em particular séries que apresentam alguma homogeneidade em seu "comportamento não estacionário". Para outros tipos de séries estacionárias veja Morettin e Toloi (2018).

Considere Y_t uma série que tomando-se um número finito d de diferenças, tornam-se estacionárias serão chamadas de séries integradas de ordem d.

Nesse sentido, apresenta-se a seguir o modelo autoregressivo integrado de médias móveis ARIMA,

$$\phi(B)\nabla^d Y_t = \theta(B)a_t \tag{5.27}$$

de ordem (p,d,q) e denotaremos como ARIMA(p,d,q), com p e q representado respectivamente as ordem de $\phi(B)$ e $\theta(B)$, já d representa o número de diferenças.

Caso em (5.27) se $W_t = \nabla^d Y_t$ for estacionária, pode-se representar W_t por um modelo ARMA(p,q), isto é,

$$\phi(B)W_t = \theta(B)a_t \tag{5.28}$$

No modelo (5.28) todas as raízes de $\phi(B)$ estão fora do círculo unitário, podemos assim reescrever (5.27) como

$$\varphi(B)Y_t = \theta(B)a_t \tag{5.29}$$

em que $\varphi(B)$ é um operador autorregressivo não estacionário de ordem p + d, com d raízes iguais a um, isto é, sobre o círculo unitário e as restantes p raízes fora do círculo unitário, ou seja,

$$\varphi(B) = \phi(B)\nabla^d = \phi(B)(1 - B)^d \tag{5.30}$$

sendo indiferente escrever $\varphi(B)Y_t$ ou $\varphi(B)\tilde{Y}_t$, pois para $d \geq 1$, tem-se que $\nabla^d Y_t = \nabla^d \tilde{Y}_t$.

Portanto, para o modelo dado em (5.27) temos que a d-ésima diferença da série temporal Y_t pode ser representada por um modelo ARMA, que seja estacionário e invertível. Na maioria dos casos, deve-se ter d = 1 ou d = 2. Repare que no modelo dado em (5.27), omitimos o termo constante no modelo, implicando que $\mathbb{E}[W_t] = \mu_w = 0$. Nesse trabalho, não iremos considerar esse termo constante, para maiores detalhes sobre esse termo constante do modelo ARIMA(p,d,q) veja Box *et al.* (2015) e Morettin e Toloi (2018).

5.3 Modelos sazonais

Nesta seção apresentaremos modelos de sazonalidade estocástico, mais especificamente os modelos ARIMA sazonal multiplicativo (SARIMA).

5.3.1 Modelos SARIMA

O modelo ARIMA sazonal multiplicativo (SARIMA) de ordem $(p,d,q) \times (P,D,Q)_S$ é dado por:

$$\phi(B)\Phi(B^S)\nabla^d\nabla_S^D Y_t = \theta(B)\Theta(B^S)a_t \tag{5.31}$$

em que,

- $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p$ é o operador autoregressivo de ordem p;
- $\Phi(B^S) = 1 - \Phi_1 B^S - \cdots - \Phi_P B^{SP}$ é o operador autoregressivo sazonal de ordem P;
- $\nabla^d = (1-B)^d$ é o operador diferença;
- $\nabla_S^D = (1-B^S)^D$ é o operador diferença sazonal;
- $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q$ é o operador de médias móveis de ordem q;
- $\Theta(B^S) = 1 - \Theta_1 B^S - \cdots - \Theta_Q B^{SQ}$ é o operador de médias móveis sazonais de ordem Q;
- a_t é o processo de ruído branco.

Nesse caso, para o modelo (5.31) deve-se obter d diferenças simples e D diferenças sazonais da série Y_t, de modo que o processo

$$W_t = \nabla^d\nabla_S^D Y_t \tag{5.32}$$

seja estacionário.

As condições para a estacionariedade e invertibilidade do modelo (5.31), para $\phi(B)$ e $\theta(B)$ já foram discutidas respectivamente nas subseções 5.1.1 e 5.1.2. Para $\Phi(B^s)$ e $\Theta(B^s)$, as condições de estacionariedade e invertibilidade serão respectivamente as mesmas para $\phi(B)$ e $\theta(B)$.

Morettin e Toloi (2018) citam que para um modelo de médias móveis sazonal puro SMA(Q), representado da seguinte forma:

$$Y_t = a_t - \Theta_1 a_{t-S} - \cdots - \Theta_Q a_{t-SQ} \tag{5.33}$$

a sua fac será não nula somente nos lags $S, 2S, \cdots, SQ$.

Além do mais, para um modelo autorregressivo sazonal puro SAR(p), representado da seguinte forma:

$$Y_t = \Phi_1 Y_{t-S} + \cdots + \Phi_P Y_{t-SP} + a_t \tag{5.34}$$

a fac será não nula somente nos lags múltiplos de S.

Portanto, para a identificação dos modelos SARIMA $(p,d,q) \times (P,D,Q)_s$, primeiramente temos que diferençar a série com respeito a ∇^d e/ou ∇_S^D, com a finalidade de produzir estacionariedade na série em interesse. Obtendo-se assim os valores de d e D, que na maioria dos casos serão no máximo igual a 2. Posteriormente, inspecionamos as fac e facp amostrais da série diferençada nos lags $1, 2, 3, \cdots$, para obter os valores de p e q; e nos lags $S, 2S, 3S, \cdots$, para obter os valores de P e Q.

5.4 Identificação dos modelos Ceará e suas macrorrregiões

Nesta seção analisaremos através dos gráficos da fac e facp, possíveis modelos para realizar ajustes das séries temporais semestrais e anuais das precipitações (mm) do Ceará e suas macrorregiões. No Apêndice B na Figura 59 temos os gráficos da fac e facp das séries semestrais, percebe-se que nos gráficos de fac temos uma componente periódica de ordem 2, indicando-se assim a necessidade de aplicar uma diferença sazonal de ordem 2 à série original, com a finalidade de eliminar essa componente. Na Figura 60 temos que em uma boa parte dos casos as fac e facp das séries $(1-B^2)Y_t$ apresentam correlações altas nos lags 2 e/ou 4, sugerindo os possíveis modelos SARIMA $(0,0,0) \times (1,0,0)$, $(0,0,0) \times (2,0,0)$, $(0,0,0) \times (0,0,1)$ e $(0,0,0) \times (0,0,2)$. Adicionalmente ajustaremos também para os dados de precipitação (mm) semestrais, os seguintes modelos SARIMA $(0,0,0) \times (1,0,1)$, $(0,0,0) \times (2,0,1)$, $(0,0,0) \times (1,0,2)$ e $(0,0,0) \times (2,0,2)$.

Analisando agora os gráficos da fac e facp, das séries anuais na Figura 61, percebe-se que não se tem nenhuma correlação alta, sendo assim não temos muita informação de possíveis modelos para realizar ajustes. Mas para efeito de comparativo com os modelos de regressão para série temporais, descrito no Capítulo 6, ajustaremos os seguintes modelos: AR(1), AR(2), MA(1), MA(2), ARMA(1,1), ARMA(2,1), ARMA(1,2) e ARMA(2,2).

5.5 Processo Inferencial

No processo inferencial para os modelos ajustados AR, MA, ARMA e SARIMA; trabalharemos com a suposição de que o processo a_t é normal, isto é, para cada t, $a_t \sim N(0, \sigma^2)$.

Além do mais, para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral no Ceará e suas macrorregiões especificaremos as seguintes distribuições a priori $\Phi_P, \Theta_Q \sim N(0, 100^2)$. Já para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual no Ceará e suas macrorregiões especificaremos como distribuição a priori $\mu \sim N(\cdot, 100^2)$, com $(\cdot)$ sendo a média para a variável de resposta em interesse especificado na Tabela 6 e para $\phi_p, \theta_q \sim N(0, 100^2)$. Além do mais, para o parâmetro de dispersão em todos os modelos semestral e anual especificaremos como distribuição a priori uma gama inversa, isto é, dado por $\sigma \sim GI(2,01; 2)$.

5.6 Análise de Resíduos

Nos modelos ajustados, iremos avaliar se os resíduos possuam um comportamento de ruído branco, com a finalidade de fazer previsões. Considere então os valores observados $y_1, \cdots, y_n$ e seus valores ajustados $\hat{y}_t$, definindo assim os resíduos de resposta como sendo $\hat{\varepsilon}_t = y_t - \hat{y}_t$, para $t = 1, \cdots, n$. Em que devemos ter $\hat{\varepsilon}_t$ como não correlacionados.

Indicando por $\hat{\rho}_k$ as autocorrelações dos resíduos $\hat{\varepsilon}_t$, devemos ter aproximadamente que $\hat{\rho}_k \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{1}{n}\right)$, no qual as autocorrelações $\hat{\rho}_k$ são calculadas como sendo:

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^{n} \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_{t-k}}{\sum_{t=1}^{n} \hat{\varepsilon}_t^2} \tag{5.35}$$

Nessa perspectiva, a comparação de $\hat{\rho}_k$ com os limites $\pm 1,96/\sqrt{n}$ fornece uma indicação da possível quebra de comportamento do ruído branco em ε_t. Em geral basta utilizar-se as 10 ou 15 primeiras $\hat{\rho}_k$, como sugerido por Morettin e Toloi (2018).

6 MLGS E MODELOS T-STUDENT PARA SÉRIES TEMPORAIS

Neste capítulo são apresentados os modelos lineares generalizados e os modelos t de Student para séries temporais, apresentando os ajustes e as previsões desses modelos segundo uma abordagem bayesiana, no qual serão utilizados métodos MCMC já mencionados no Capítulo 4.

6.1 Modelos Lineares Generalizados para Séries Temporais

Considerando a seguinte definição encontrado em Kedem e Fokianos (2002). Seja $\{Y_t\}$ a série temporal de interesse (resposta) e $\boldsymbol{Z}_{t-1} = \left(Z_{(t-1)1}, \cdots, Z_{(t-1)p}\right)^\top$ o vetor p-dimensional de variáveis explanatórias ou covariáveis, para t = $1, \cdots, n$. Iremos considerar $\boldsymbol{Z}_t$ como o processo de covariáveis. Denotando agora, $\mathscr{F}_{t-1}$ como a σ-álgebra gerada por $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \cdots, \boldsymbol{Z}_{t-1}, \boldsymbol{Z}_{t-2}, \cdots$

$$\mathscr{F}_{t-1} = \sigma\{Y_{t-1}, Y_{t-2}, \cdots, \boldsymbol{Z}_{t-1}, \boldsymbol{Z}_{t-2}, \cdots\}$$

Enfatizando assim o fato de que valores passados de $\{Y_t\}$ também são utilizados na geração de $\mathscr{F}_{t-1}$, mas às vezes é útil considerar $\boldsymbol{Z}_{t-1}$ já incluindo valores passados da resposta $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \cdots$ quando certas covariáveis X_t, W_t são conhecidas em t - 1.

$$\mathscr{F}_{t-1} = \sigma\{Y_{t-1}, Y_{t-2}, \cdots, X_t, W_t, \cdots, \boldsymbol{Z}_{t-1}, \boldsymbol{Z}_{t-2}, \cdots\}$$

Nessa perspectiva, Kedem e Fokianos (2002), definem modelos lineares generalizados para séries temporais pelas seguintes componentes:

1. **Componente Aleatória**

Definindo que a distribuição condicional da resposta dado o passado pertence à família exponencial de distribuições na forma canônica, isto é, para $t = 1, \cdots, n$

$$f(y_t; \delta_t, \zeta | \mathscr{F}_{t-1}) = \exp\left\{ \frac{y_t \delta_t - b(\delta_t)}{\alpha_t(\zeta)} + c(y_t; \zeta) \right\} \tag{6.1}$$

No qual define-se δ_t o parâmetro natural da distribuição e $\alpha_t(\zeta) = \zeta / \omega_t$; em que ζ é um parâmetro de dispersão e ω_t é um parâmetro conhecido sendo referente a um peso ou um peso a priori.

2. **Componente Sistemática**

Determinando g($\cdot$) uma função monótona e duplamente diferenciável, tal que para t = $1, \cdots, n$

$$g(\mu_t) = \eta_t = \sum_{j=1}^{p} \beta_j Z_{(t-1)j} = \boldsymbol{Z}_{t-1}^\top \boldsymbol{\beta} \tag{6.2}$$

Em que g($\cdot$) é a função de ligação e η_t refere-se ao preditor linear do modelo. Como exemplos de preditor linear podemos ter:

- $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \beta_3 X_t \cos(\omega_0 t)$
- $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \beta_3 Y_{t-1} X_t + \beta_4 Y_{t-2} X_{t-1}$

Com isso pode ser definido, que a média condicional e a variância condicional de Y_t dado $\mathscr{F}_{t-1}$, são dados pelos seguintes resultados:

- $\mu_t = \mathbb{E}[y_t|\mathscr{F}_{t-1}] = b^{'}(\delta_t)$
- $Var[y_t|\mathscr{F}_{t-1}] = \alpha_t(\zeta) b^{''}(\delta_t)$
- $V[\mu_t] = b^{''}(\delta_t)$

Nesse trabalho iremos considerar as seguintes distribuições contínuas para a componente aleatória para séries temporais: Normal e Gama.

Modelo Normal

A função de densidade de probabilidade da distribuição normal com parâmetros $\mu_t \in \mathbb{R}$ e $\sigma^2 \in \mathbb{R}^+$, na forma apresentada em (6.1), para $t = 1, \cdots, n$, é dada por:

$$f(y_t; \delta_t, \phi|\mathscr{F}_{t-1}) = \exp\left\{ \frac{y_t \mu_t - \mu_t^2/2}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\left[\frac{y_t^2}{\sigma^2} + \ln(2\pi\sigma^2)\right] \right\} \tag{6.3}$$

Com $\mathbb{E}[Y_t|\mathscr{F}_{t-1}] = \mu_t = \delta_t$, $b(\delta_t) = \delta_t^2/2$, $Var[Y_t|\mathscr{F}_{t-1}] = \sigma^2$, $V[\mu_t] = 1$, $\zeta = \sigma^2$ e $\omega_t = 1$. Adicionalmente consideraremos a função de ligação canônica identidade, isto é,

$$g(\mu_t) = \theta_t(\mu_t) = \mu_t = \eta_t = \boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta}.$$

Modelo Gama

Definindo a função densidade de probabilidade da distribuição Gama de parâmetros ν e ν/μ, em que $\nu \in \mathbb{R}^+$ e $\mu \in \mathbb{R}^+$, denotada por Gama(ν,ν/μ), como:

$$f(y; \theta, \phi) = \frac{(\nu/\mu)^{\nu}}{\Gamma(\nu)} y^{\nu-1} \exp\{-(\nu/\mu)y\}, \ y > 0,$$

que possui a seguinte forma apresentada em (6.1), para $t = 1, \cdots, n$, dada por:

$$f(y_t; \delta_t, \zeta|\mathscr{F}_{t-1}) = \exp\left\{ \nu \left[-\frac{y_t}{\mu_t} - \ln(\mu_t)\right] + \nu \ln(\nu y_t) - \ln(y_t) - \ln(\Gamma(\nu)) \right\} \tag{6.4}$$

Com $\mathbb{E}[Y_t|\mathscr{F}_{t-1}] = \mu_t$, $\delta(\mu_t) = -\frac{1}{\mu_t}$, $b(\delta_t) = -\ln(-\delta_t)$, $Var[Y_t|\mathscr{F}_{t-1}] = \frac{\mu_t^2}{\nu}$, $V[\mu_t] = \mu_t^2$, $\zeta = \frac{1}{\nu}$ e $\omega_t = 1$.

A função de ligação canônica para esse modelo é dada pela função inversa, entretanto utilizaremos a função logarítmica, isto é, o preditor linear dada por:

$$g(\mu_t) = \ln(\mu_t) = \eta_t = \boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta}$$

6.2 Modelos t-Student para Séries Temporais

Definindo a função de densidade de probabilidade da distribuição t de student com parâmetros $\nu \in \mathbb{R}^{+}$, $\mu \in \mathbb{R}$ e $\sigma^2 \in \mathbb{R}^{+}$ denotada por $t_\nu(\mu,\sigma^2)$, como sendo:

$$f(y|\nu,\mu,\sigma^2) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)\sqrt{\nu\pi\sigma^2}}\left(1+\frac{(y-\mu)^2}{\nu\sigma^2}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}, \; y \in \mathbb{R},$$

o parâmetro ν representa o grau de liberdade da distribuição, μ é a média e σ^2 é a variância.

Para o modelo t-Student para séries temporais, será considerado que a distribuição condicional da variável resposta y_t dado a matriz de covariáveis $\boldsymbol{Z}_t$ é $p(y_t|\boldsymbol{Z}_t\boldsymbol{\beta},\sigma^2) = t_\nu(y_t|\boldsymbol{Z}_t\boldsymbol{\beta},\sigma^2)$, para $t = 1,\cdots,n$. Nesse trabalho, serão considerados os seguintes graus de liberdade: 3, 4, 6 e 10.

6.3 Processo Inferencial

No processo inferencial, em todos os modelos ajustados normal e t-Student para os dados de precipitação (mm) semestral e anual no Ceará e suas macrorregiões especificaremos as seguintes distribuições a priori $\alpha \sim N(\cdot,10^4)$, com $(\cdot)$ representando a média semestral ou anual para a variável de resposta em interesse especificados respectivamente nas Tabelas 5 e 6 e para os parâmetros $\beta_j \sim N(0,10^4)$, com j = $1,\cdots,p$. Para o parâmetro de dispersão dos modelos normal e t-Student a distribuição a priori seguirá uma gama inversa, isto é, $\sigma \sim GI(2,01;2)$. Em relação aos ajustes dos modelos Gama tanto para os dados anuais e semestrais, especificaremos as seguintes distribuições a priori $\alpha,\beta_j \sim N(0,10^2)$, com j = $1,\cdots,p$ e $\nu \sim GI(2,01;2)$.

6.4 Análise de resíduos

Na análise de resíduos estaremos interessados em avaliar a ausência de correlação entre os resíduos de resposta. Nesse caso, o procedimento para avaliar essa ausência de correlação serial já foi mostrado na subseção 5.6.

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste Capítulo apresentaremos os resultados dos modelos ajustados. Modelos esses que foram apresentados respectivamente nos Capítulos 5 e 6. A seleção dos melhores modelos serão através dos critérios AIC e SBC, definidos no Capítulo 4.

7.1 Resultados dos Modelos Semestrais

7.1.1 Ceará

Na Tabela 8, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral no Ceará, note que o menor valor AIC encontra-se no modelo Normal (AIC) e o menor valor SBC encontra-se no modelo Normal (SBC).

Tabela 8 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral no Ceará

Modelo	AIC	SBC
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,1)_2$	1075,76	986,81
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,2)_2$	1075,50	989,07
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,0)_2$	1083,26	994,31
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,0)_2$	1077,88	991,45
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,1)_2$	1075,93	989,50
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,2)_2$	1074,99	991,08
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,1)_2$	1077,08	993,17
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,2)_2$	1076,78	995,39
Normal (AIC)	**1045,07**	999,93
Gama (AIC)	1156,54	1111,40
t-Student(3) (AIC)	1098,35	1053,22
t-Student(4) (AIC)	1091,90	1046,77
t-Student(6) (AIC)	1079,15	1034,01
t-Student(10) (AIC)	1059,42	1014,29
Normal (SBC)	1052,53	**981,96**
Gama (SBC)	1079,63	1009,07
t-Student(3) (SBC)	1087,51	1016,94
t-Student(4) (SBC)	1075,67	1005,10
t-Student(6) (SBC)	1069,36	998,79
t-Student(10) (SBC)	1060,52	989,96

Fonte: elaborado pelo autor.

Apresenta-se o resultado do ajuste do modelo Normal (AIC) na Tabela 9. Lembrando que estamos ajustando o seguinte modelo dado pelas variáveis selecionadas encontrada na seção 4.2: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta}$ $= \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X72_t + \beta_3 X77_t + \beta_4 X79_t + \beta_5 X80_t + \beta_6 X12_{t-1} + \beta_7 X25_{t-1} + \beta_8 X28_{t-1} + \beta_9 X78_{t-1}$ $+ \beta_{10} Y0_{t-2} + \beta_{11} X11_{t-2} + \beta_{12} X60_{t-2} + \beta_{13} X6_{t-3} + \beta_{14} X74_{t-3} + \beta_{15} X1_{t-4} + \beta_{16} X5_{t-4} + \beta_{17} X21_{t-4} +$

$\beta_{18}X54_{t-4}$.

Tabela 9 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Ceará

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	418,13	99,72	[218,59 ; 617,50]
β_1	-245,98	47,74	[-338,66 ; -151,75]
β_2	-127,49	55,62	[-236,94 ; -17,35]
β_3	86,13	50,97	[-14,24 ; 183,80]
β_4	63,62	89,62	[-114,99 ; 234,89]
β_5	-0,17	2,55	[-5,12 ; 4,90]
β_6	0,09	0,14	[-0,17 ; 0,36]
β_7	0,06	0,21	[-0,36 ; 0,48]
β_8	$-4,60\times10^{-3}$	0,10	[-0,19 ; 0,19]
β_9	-0,50	0,23	[-0,95 ; -0,05]
β_{10}	0,03	0,09	[-0,13 ; 0,20]
β_{11}	0,17	0,11	[-0,05 ; 0,38]
β_{12}	99,28	42,03	[15,41 ; 180,66]
β_{13}	$-4,80\times10^{-3}$	0,07	[-0,15 ; 0,13]
β_{14}	-89,08	77,85	[-238,86 ; 63,05]
β_{15}	$6,90\times10^{-3}$	0,44	[-0,85 ; 0,87]
β_{16}	0,02	0,06	[-0,11 ; 0,14]
β_{17}	-0,72	0,41	[-1,52 ; 0,09]
β_{18}	19,57	15,64	[-11,61 ; 50,41]
σ	137,69	11,19	[117,41 ; 161,81]

Fonte: elaborado pelo autor.

Note que na Tabela 9 temos que pelo intervalo de credibilidade a 95%, somente os parâmetros α, β_1, β_2, β_9 e β_{12} são significativos. Ajustando novamente o modelo considerando agora somente os parâmetros significativos e denotando a componente sistemática sendo: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X72_t + \beta_3 X78_{t-1} + \beta_4 X60_{t-2}$, temos o seguinte resultado para o modelo na Tabela 10.

Tabela 10 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Ceará

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	717,34	73,12	[574,08 ; 858,49]
β_1	-344,37	24,52	[-392,28; -296,08]
β_2	-200,13	51,84	[-305,87; -99,51]
β_3	-0,62	0,23	[-1,06; -0,18]
β_4	-22,08	22,89	[-68,01; 21,29]
σ	145,75	11,36	[125,70; 170,12]

Fonte: elaborado pelo autor.

Consultando a Tabela 10 temos que o parâmetro β_4 não é significativo, será ajustando novamente o modelo desconsiderando esse parâmetro, o resultado do modelo ajustado encontra-se na

Tabela 11. Perceba que na Tabela 11, todos os parâmetros são significativos e para esse modelo final temos que AIC = 1035,45 e SBC = 952,16. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo encontra-se no Apêndice C na Figura 62.

Tabela 11 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Ceará

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	781,19	32,90	[714,74 ; 845,30]
β_1	-342,15	24,78	[-389,30; -292,85]
β_2	-203,10	50,82	[-304,60 ;-104,63]
β_3	-0,57	0,21	[-1,00 ; -0,14]
σ	142,54	10,93	[123,53 ; 165,83]

Fonte: elaborado pelo autor.

Apresentando o resultado do ajuste do modelo Normal (SBC) na Tabela 12, para o seguinte modelo com a componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X72_t + \beta_3 X77_t + \beta_4 X80_t + \beta_5 X12_{t-1} + \beta_6 Y0_{t-2} + \beta_7 X47_{t-2} + \beta_8 X53_{t-4}$.

Tabela 12 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Ceará

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	423,31	97,36	[233,61 ; 613,75]
β_1	-261,62	48,00	[-354,11; -167,34]
β_2	-107,04	55,94	[-218,24 ; 2,15]
β_3	98,90	52,31	[-7,79 ; 202,31]
β_4	1,41	0,61	[0,25 ; 2,66]
β_5	0,17	0,12	[-0,07 ; 0,42]
β_6	0,09	0,08	[-0,07 ; 0,25]
β_7	-12,27	6,45	[-24,63 ; 0,50]
β_8	0,35	4,64	[-8,77 ; 9,50]
σ	151,43	11,61	[130,90 ; 176,43]

Fonte: elaborado pelo autor.

Temos que pela Tabela 12, somente os parâmetros α, β_1 e β_4 são significativos a 5%. Ajustando novamente esse modelo considerando agora que: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X80_t$, temos o seguinte resultado para o modelo na Tabela 13, no qual têm-se que todos os parâmetros são significativos e para esse modelo final temos os seguintes resultados AIC = 1049,86 e SBC = 964,03. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo encontra-se no Apêndice C na Figura 63.

Portanto, como modelo final para representar os dados de precipitação (mm) semestral no Ceará será o modelo Normal (AIC), pois apresenta os menores valores de AIC e SBC, considerando somente os parâmetros significativos a 5%. Assim temos a seguinte componente sistemática para o modelo final: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X72_t + \beta_3 X78_{t-1}$. Na Figura 23 encontra-se o gráfico do ajuste

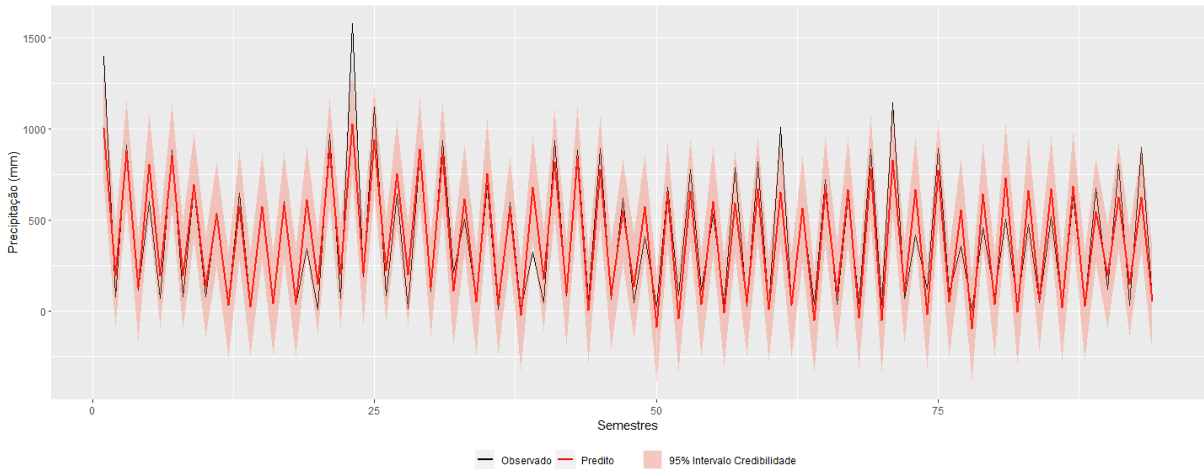
Tabela 13 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Ceará

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	421,19	100,51	[226,96 ; 614,16]
β_1	-423,45	19,74	[-462,43; -384,56]
β_2	1,61	0,42	[0,80 ; 2,42]
σ	154,19	11,70	[133,40 ; 178,09]

Fonte: elaborado pelo autor.

do modelo final. A análise de resíduos para esse modelo encontra-se no Apêndice D na Figura 104, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Figura 23 – Ajuste do modelo final Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Ceará



Fonte: elaborado pelo autor.

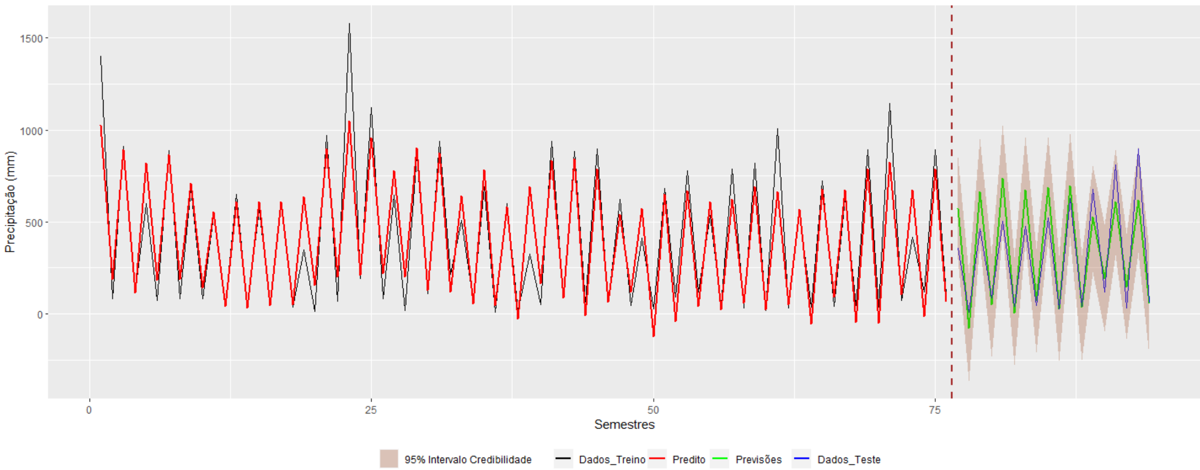
Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 11, iremos dividir os dados semestrais em dados de treino e dados de teste. O ajuste do modelo será implementado através dos dados de treino e os dados de teste é apenas para comparar com as previsões do modelo ajustado. Neste trabalho para os dados semestrais, será considerado como tamanho de dados de treino as primeiras 76 observações semestrais e o tamanho dos dados de teste serão as últimas 18 observações. Na tabela 14, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino, o diagnóstico da convergência para esse modelo encontra-se no Apêndice C na Figura 64, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 105. Adicionalmente, temos na Figura 24 o modelo ajustado com as previsões.

Tabela 14 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de treino semestrais de precipitação (mm) no Ceará

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	770,95	36,50	[696,04 ; 839,99]
β_1	-333,61	29,14	[-390,18; -275,87]
β_2	-244,87	57,08	[-355,99; -132,07]
β_3	-0,50	0,23	[-0,92 ; -0,04]
σ	142,06	12,17	[120,97 ; 169,54]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 24 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Ceará



Fonte: elaborado pelo autor.

7.1.2 *Cariri*

Na Tabela 15, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral no Cariri, note que o menor valor AIC encontra-se no modelo Normal (AIC) e o menor valor SBC encontra-se no modelo Normal (SBC).

Tabela 15 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral no Cariri

Modelo	AIC	SBC
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,1)_2$	1061,53	972,57
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,2)_2$	1061,91	975,48
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,0)_2$	1077,53	988,58
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,0)_2$	1068,64	982,20
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,1)_2$	1062,49	976,06
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,2)_2$	1063,44	979,52
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,1)_2$	1064,43	980,52
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,2)_2$	1064,70	983,31
Normal (AIC)	**1036,29**	973,35
Gama (AIC)	1055,73	992,80
t-Student(3) (AIC)	1050,14	987,20
t-Student(4) (AIC)	1047,80	984,86
t-Student(6) (AIC)	1046,03	983,09
t-Student(10) (AIC)	1042,74	979,80
Normal (SBC)	1036,96	**968,93**
Gama (SBC)	1044,45	976,42
t-Student(3) (SBC)	1050,01	981,99
t-Student(4) (SBC)	1048,67	980,65
t-Student(6) (SBC)	1047,02	979,00
t-Student(10) (SBC)	1043,77	975,74

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 16 é apresentado o resultado do ajuste do modelo Normal (AIC), dado pelo seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X72_t + \beta_3 X77_t + \beta_4 X12_{t-1} + \beta_5 X38_{t-1} + \beta_6 X53_{t-1} + \beta_7 X54_{t-1} + \beta_8 X14_{t-2} + \beta_9 X47_{t-2} + \beta_{10} X18_{t-4} + \beta_{11} X53_{t-4}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_1, β_3 e β_4 são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo considerando agora a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X77_t + \beta_3 X12_{t-1}$, no qual o resultado para esse modelo encontra-se na Tabela 17 e que agora todos os parâmetros são significativos a 5% e para esse modelo final temos os seguintes resultados: AIC = 1043,40 e SBC = 960,12. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo encontra-se no Apêndice C na Figura 65.

Tabela 16 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Cariri

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	694,10	85,80	[524,33 ; 863,94]
β_1	-119,85	51,80	[-223,04 ; -20,85]
β_2	-94,53	54,04	[-198,35 ; 13,51]
β_3	104,82	49,50	[9,30 ; 202,01]
β_4	0,29	0,13	[0,04 ; 0,57]
β_5	0,23	0,19	[-0,14 ; 0,62]
β_6	7,74	25,40	[-43,02 ; 56,62]
β_7	-31,74	25,23	[-81,46 ; 18,06]
β_8	0,20	0,36	[-0,51 ; 0,90]
β_9	2,35	8,66	[-15,10 ; 19,07]
β_{10}	-0,23	0,16	[-0,54 ; 0,08]
β_{11}	5,58	5,84	[-5,85 ; 17,15]
σ	136,36	11,16	[116,23 ; 160,82]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 17 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Cariri

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	545,28	71,43	[403,92 ; 685,89]
β_1	-287,94	34,46	[-354,67 ; -220,24]
β_2	130,92	48,92	[34,94 ; 227,69]
β_3	0,22	0,06	[0,09 ; 0,34]
σ	148,51	11,14	[128,73 ; 171,38]

Fonte: elaborado pelo autor.

Apresentando agora o resultado do ajuste do modelo Normal (SBC) dado na Tabela 18, com a componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X77_t + \beta_3 X12_{t-1} + \beta_4 X38_{t-1} + \beta_5 X53_{t-1} + \beta_6 X14_{t-2} + \beta_7 X47_{t-2} + \beta_8 X18_{t-4} + \beta_9 X53_{t-4}$, no qual somente os parâmetros α, β_1, β_2, β_3 e β_5 são significativos. Ajustando novamente o modelo considerando agora a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X77_t + \beta_3 X12_{t-1} + \beta_4 X53_{t-1}$, em que o resultado para esse modelo encontra-se na Tabela 19, no qual agora todos os parâmetros são significativos e para esse modelo final temos os seguintes resultados: AIC = 1031,01 e SBC = 950,26. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo encontra-se no Apêndice C na Figura 66.

Portanto, como modelo final para representar os dados de precipitação (mm) semestral no Cariri será o modelo Normal (SBC) considerando somente os parâmetros significativos a 5%, pois apresenta os menores valores de AIC e SBC. Assim temos que a componente sistemática para o modelo final é dado por $\boldsymbol{Z}_{t-1}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X77_t + \beta_3 X12_{t-1} + \beta_4 X53_{t-1}$ e que na Figura 25 encontra-se o gráfico do ajuste para esse modelo final. A análise de resíduos para esse modelo encontra-se no Apêndice D na Figura 106, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Tabela 18 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Cariri

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	698,83	83,41	[530,35 ; 858,62]
β_1	-123,85	51,36	[-224,17 ; -22,30]
β_2	114,03	47,92	[20,91 ; 209,34]
β_3	0,31	0,13	[0,06 ; 0,58]
β_4	0,14	0,19	[-0,23 ; 0,52]
β_5	-24,14	6,98	[-37,24 ; -9,57]
β_6	0,17	0,36	[-0,52 ; 0,88]
β_7	1,35	9,12	[-16,15 ; 19,55]
β_8	-0,23	0,16	[-0,54 ; 0,09]
β_9	5,01	5,94	[-6,52 ; 16,50]
σ	139,09	11,10	[118,71 ; 162,97]

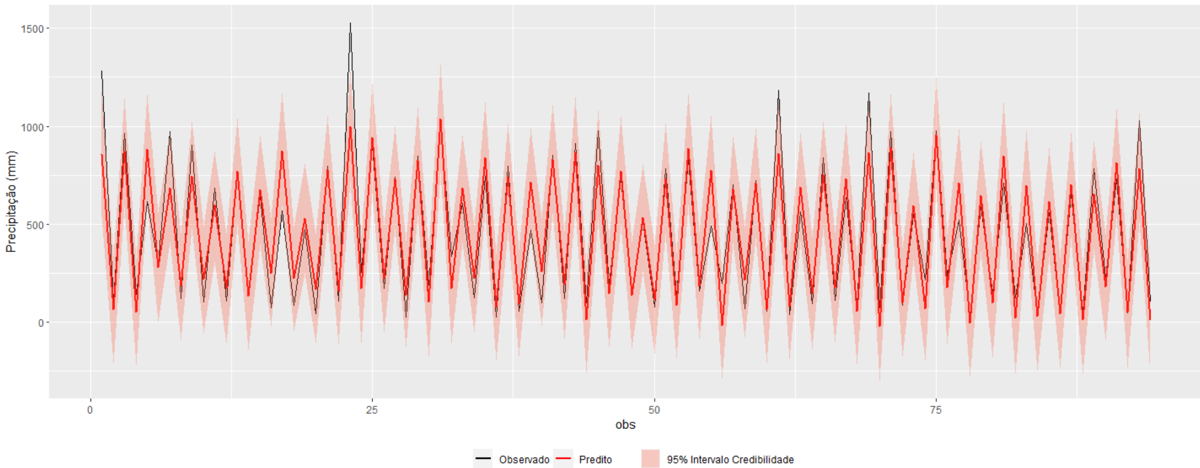
Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 19 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Cariri

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	714,45	83,69	[545,88 ; 873,69]
β_1	-186,52	42,74	[-268,55; -101,65]
β_2	127,21	47,13	[36,92 ; 220,82]
β_3	0,47	0,09	[0,29 ; 0,66]
β_4	-22,69	5,77	[-34,05 ; -11,55]
σ	137,71	10,76	[118,80 ; 161,58]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 25 – Ajuste do modelo final Normal (SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Cariri



Fonte: elaborado pelo autor.

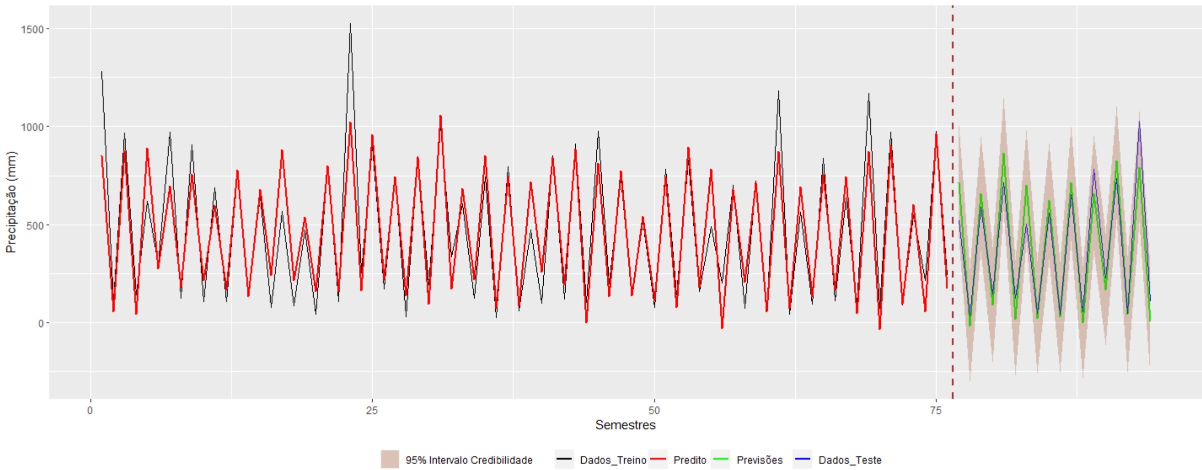
Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 19, iremos dividir os dados semestrais em dados de treino e dados de teste, similar ao que foi realizado na subseção 7.1.1, continuando com a mesma quantidade de observações para os dados de treino e de teste. Na Tabela 20, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino, o dignóstico da convergência para esse modelo é encontrado no Apêndice C na Figura 67, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 107. Adicionalmente, na Figura 26 é representado o modelo ajustado com as previsões.

Tabela 20 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (SBC) para os dados de treino de precipitação (mm) semestral no Cariri

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	698,07	86,89	[526,35 ; 866,17]
β_1	-195,94	45,81	[-281,56 ;-105,05]
β_2	134,35	52,48	[33,36 ; 237,88]
β_3	0,47	0,10	[0,28 ; 0,68]
β_4	-21,61	6,25	[-34,02 ; -9,24]
σ	143,49	12,72	[120,93 ; 171,09]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 26 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Normal (SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Cariri



Fonte: elaborado pelo autor.

7.1.3 Ibiapaba

Na Tabela 21, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral na Ibiapaba, note que o menor valor AIC e SBC encontra-se no modelo Normal (SBC).

Tabela 21 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral na Ibiapaba

Modelo	AIC	SBC
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,1)_2$	1109,25	1020,29
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,2)_2$	1106,39	1019,96
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,0)_2$	1116,22	1027,26
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,0)_2$	1110,46	1024,03
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,1)_2$	1107,62	1021,18
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,2)_2$	1108,63	1024,72
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,1)_2$	1108,98	1025,07
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,2)_2$	1110,96	1029,57
Normal (AIC)	1083,42	1033,20
Gama (AIC)	1185,64	1135,42
t-Student(3) (AIC)	1123,15	1072,93
t-Student(4) (AIC)	1119,88	1069,66
t-Student(6) (AIC)	1113,90	1063,68
t-Student(10) (AIC)	1104,62	1054,40
Normal (SBC)	**1066,88**	**996,31**
Gama (SBC)	1191,67	1121,10
t-Student(3) (SBC)	1073,40	1002,84
t-Student(4) (SBC)	1072,43	1001,87
t-Student(6) (SBC)	1070,50	999,93
t-Student(10) (SBC)	1068,60	998,03

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 22 é apresentado o resultado do ajuste do modelo Normal (SBC), dada pela seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X72_t + \beta_3 X80_t + \beta_4 X12_{t-1} + \beta_5 X54_{t-1} + \beta_6 Y2_{t-2} + \beta_7 X5_{t-4} + \beta_8 X54_{t-4}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_1, β_3, β_4 e β_5 são significativos. Ajustando novamente o modelo considerando agora a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X80_t + \beta_3 X12_{t-1} + \beta_4 X54_{t-1}$, no qual o resultado para esse modelo encontra-se na Tabela 23, em que agora que todos os parâmetros são significativos a 5% e para esse modelo final temos os seguintes resultados para os critérios de informação: AIC = 1065,34 e SBC = 984,59. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo encontra-se no Apêndice C na Figura 68. Na Figura 27, tem-se o gráfico do ajuste para esse modelo final. Além do mais, a análise de resíduos para esse modelo está no Apêndice D na Figura 108, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de respostas.

Tabela 22 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral na Ibiapaba

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	460,52	99,24	[261,13 ; 654,54]
β_1	-251,16	44,35	[-336,86 ; -163,71]
β_2	-93,22	60,39	[-212,14 ; 24,01]
β_3	3,92	0,76	[2,41 ; 5,45]
β_4	0,35	0,14	[0,08 ; 0,61]
β_5	-45,44	8,40	[-61,99 ; -29,18]
β_6	0,12	0,07	[-0,02 ; 0,26]
β_7	0,12	0,07	[-0,01 ; 0,26]
β_8	-4,20	4,84	[-13,55 ; 5,12]
σ	162,89	12,50	[140,11 ; 189,33]

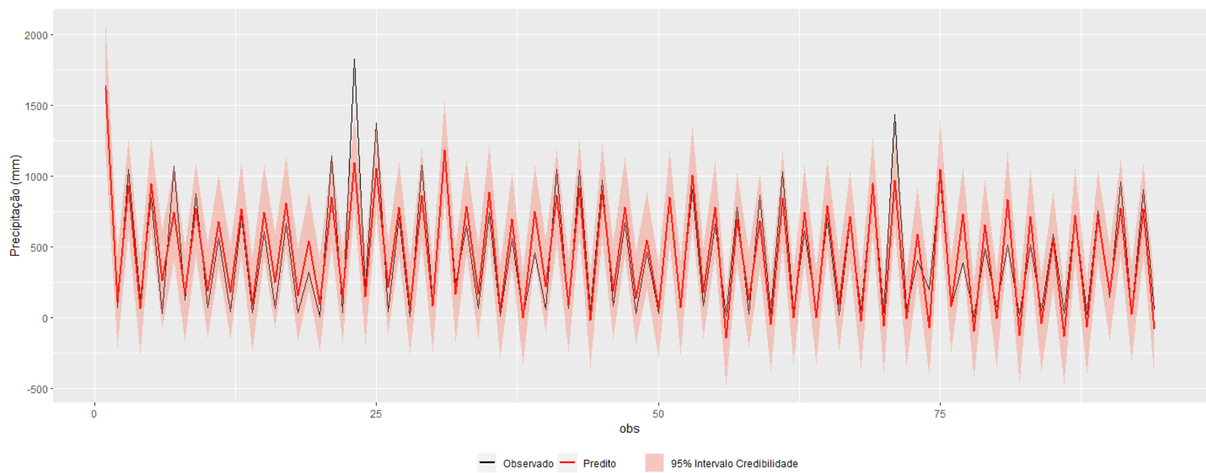
Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 23 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral na Ibiapaba

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	453,18	100,20	[256,75 ; 650,17]
β_1	-341,43	35,01	[-408,00 ;-270,12]
β_2	4,28	0,75	[2,78 ; 5,72]
β_3	0,51	0,12	[0,27 ; 0,74]
β_4	-48,04	8,15	[-64,02 ; -31,84]
σ	165,49	12,32	[143,21 ; 191,49]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 27 – Ajuste do modelo final Normal (SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral na Ibiapaba



Fonte: elaborado pelo autor.

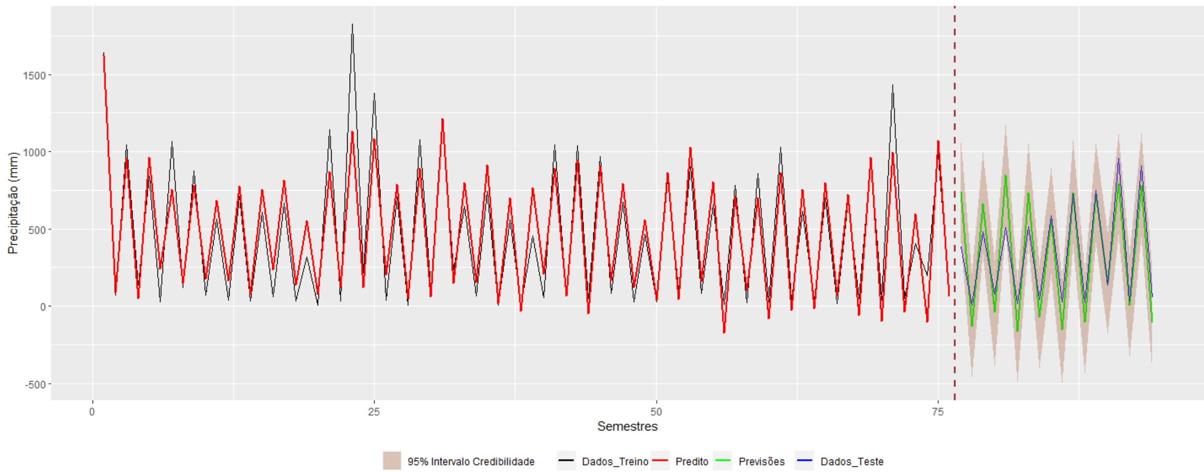
Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 23, iremos dividir os dados semestrais em dados de treino e dados de teste, similar ao que foi realizado na subseção 7.1.1, continuando com a mesma quantidade de observações para os dados de treino e de teste. Na Tabela 24, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino, o diagnóstico da convergência para esse modelo é encontrado no Apêndice C na Figura 69, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 109. Adicionalmente, na Figura 28 é representado o gráfico do modelo ajustado com as previsões.

Tabela 24 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (SBC) para os dados de treino de precipitação (mm) semestral na Ibiapaba

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	455,26	101,35	[259,97 ; 657,67]
β_1	-361,26	38,42	[-436,14 ; -283,91]
β_2	4,31	0,77	[2,78 ; 5,81]
β_3	0,53	0,13	[0,29 ; 0,78]
β_4	-48,54	8,50	[-65,75 ; -32,19]
σ	164,25	14,27	[139,36 ; 195,83]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 28 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Normal (SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral na Ibiapaba



Fonte: elaborado pelo autor.

7.1.4 *Jaguaribana*

Na Tabela 25, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral na Jaguaribana, note que o menor valor AIC encontra-se no modelo Normal (AIC) e o menor valor SBC encontra-se no modelo SARIMA $(0,0,0) \times (0,1,1)_2$.

Tabela 25 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral na Jaguaribana

Modelo	AIC	SBC
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,1)_2$	1077,22	**988,27**
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,2)_2$	1076,67	990,24
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,0)_2$	1088,44	999,48
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,0)_2$	1085,27	998,83
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,1)_2$	1075,76	989,33
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,2)_2$	1075,78	991,86
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,1)_2$	1078,22	994,31
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,2)_2$	1076,51	995,12
Normal (AIC)	**1059,25**	1001,40
Gama (AIC)	1169,78	1111,93
t-Student(3) (AIC)	1070,29	1012,44
t-Student(4) (AIC)	1066,79	1008,94
t-Student(6) (AIC)	1062,95	1005,10
t-Student(10) (AIC)	1061,26	1003,41
Normal (SBC)	1063,84	990,73
Gama (SBC)	1106,78	1033,67
t-Student(3) (SBC)	1077,49	1004,38
t-Student(4) (SBC)	1074,13	1001,02
t-Student(6) (SBC)	1069,41	996,30
t-Student(10) (SBC)	1066,10	992,99

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 26 é apresentado o resultado do ajuste do modelo Normal (AIC), dada pela seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X70_t + \beta_3 X72_t + \beta_4 X77_t + \beta_5 X79_t + \beta_6 X80_t + \beta_7 X12_{t-1} + \beta_8 X78_{t-1} + \beta_9 Y3_{t-2} + \beta_{10} X5_{t-4} + \beta_{11} X6_{t-4} + \beta_{12} X21_{t-4} + \beta_{13} X54_{t-4}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_1, β_3, β_8, β_{12} e β_{13} são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo considerando agora a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X72_t + \beta_3 X78_{t-1} + \beta_4 X21_{t-4} + \beta_5 X54_{t-4}$, no qual o resultado para esse modelo encontra-se na Tabela 27, em que agora temos todos os parâmetros significativos a 5% e para esse modelo final temos os seguintes valores para os critérios de informação: AIC = 1048,09 e SBC = 969,89. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo encontra-se no Apêndice C na Figura 70.

Tabela 26 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral em Jaguaribana

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	391,79	100,81	[196,45 ; 590,50]
β_1	-137,06	66,42	[-263,78 ; -4,44]
β_2	-92,72	72,45	[-231,88 ; 55,91]
β_3	-157,76	57,54	[-268,04 ; -43,13]
β_4	65,30	53,95	[-41,07 ; 170,78]
β_5	28,64	89,54	[-145,72 ; 206,90]
β_6	0,03	2,51	[-4,95 ; 4,90]
β_7	0,11	0,12	[-0,12 ; 0,36]
β_8	-0,50	0,24	[-0,98 ; -0,02]
β_9	0,04	0,08	[-0,12 ; 0,21]
β_{10}	0,02	0,07	[-0,11 ; 0,15]
β_{11}	0,04	0,07	[-0,10 ; 0,17]
β_{12}	-1,19	0,43	[-2,03 ; -0,36]
β_{13}	28,84	13,52	[2,66 ; 55,48]
σ	151,41	11,42	[130,60 ; 175,39]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 27 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral em Jaguaribana

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	584,61	63,64	[460,89 ; 706,41]
β_1	-257,55	30,70	[-316,33; -198,01]
β_2	-216,61	54,03	[-320,11 ;-110,40]
β_3	-0,47	0,23	[-0,93 ; -0,01]
β_4	-1,32	0,37	[-2,06; -0,58]
β_5	41,90	10,53	[21,06 ; 62,76]
σ	150,45	11,69	[129,59 ; 174,46]

Fonte: elaborado pelo autor.

Apresentando agora o resultado do ajuste do modelo SARIMA $(0,0,0) \times (0,1,1)_2$ dado na Tabela 28, temos que o parâmetro Θ_1 é significativos a 5%. Além do mais, o diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo encontra-se no Apêndice C na Figura 71.

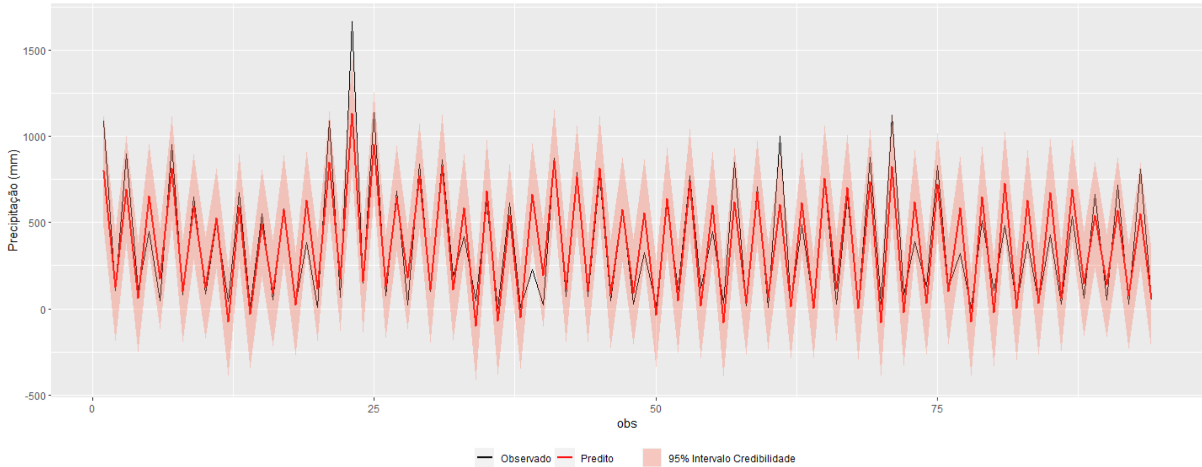
Tabela 28 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo SARIMA $(0,0,0) \times (0,1,1)_2$ para os dados de precipitação (mm) semestral em Jaguaribana

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
Θ_1	0,66	0,12	[0,42 ; 0,86]
σ	206,31	15,09	[179,34 ; 238,47]

Fonte: elaborado pelo autor.

Portanto, como modelo final para representar os dados de precipitação (mm) semestral em Jaguaribana será o modelo Normal (AIC) considerando somente os parâmetros significativos a 5%, pois apresenta os menores valores AIC e SBC. Na figura 29, tem-se o gráfico do ajuste para esse modelo final. Além do mais, a análise de resíduos para esse modelo está no Apêndice D na Figura 110, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Figura 29 – Ajuste do modelo final Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral em Jaguaribana



Fonte: elaborado pelo autor.

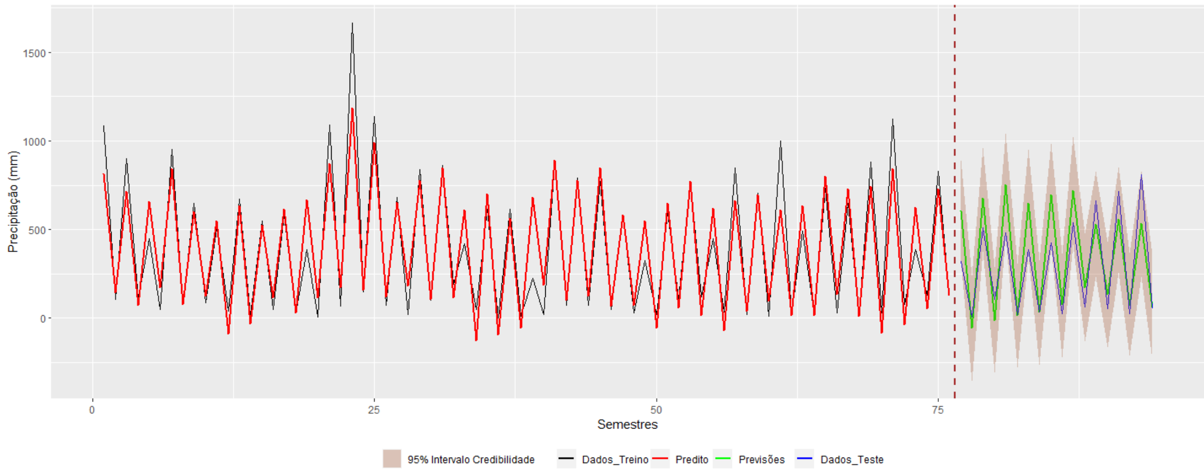
Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 27, iremos dividir os dados semestrais em dados de treino e dados de teste, similar ao que foi realizado na subseção 7.1.1, continuando com a mesma quantidade de observações para os dados de treino e de teste. Na Tabela 29, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino, em qua agora o parâmetro β_3 não é significativo a 5%. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo é encontrado no Apêndice C na Figura 72, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 111. Além do mais, na Figura tem-se o gráfico do modelo ajustado com as previsões.

Tabela 29 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de treino de precipitação (mm) semestral em Jaguaribana

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	573,36	63,75	[447,00 ; 694,34]
β_1	-238,39	35,18	[-306,03; -168,10]
β_2	-262,84	58,42	[-374,75 ;-147,38]
β_3	-0,41	0,25	[-0,89 ; 0,09]
β_4	-1,57	0,38	[-2,33 ; -0,82]
β_5	49,18	10,84	[28,24 ; 70,20]
σ	146,34	12,60	[124,33 ; 173,88]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 30 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral em Jaguaribana



Fonte: elaborado pelo autor.

7.1.5 Litoral de Fortaleza

Na Tabela 30, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Fortaleza, note que o menor valor AIC encontra-se no modelo Normal (AIC) e o menor valor SBC encontra-se no modelo SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,1)_2$.

Tabela 30 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Fortaleza

Modelo	AIC	SBC
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,1)_2$	1144,03	**1055,08**
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,2)_2$	1143,66	1057,23
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,0)_2$	1148,91	1059,95
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,0)_2$	1148,33	1061,90
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,1)_2$	1143,39	1056,95
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,2)_2$	1145,46	1061,54
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,1)_2$	1145,35	1061,44
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,2)_2$	1146,71	1065,32
Normal (AIC)	**1112,28**	1069,69
Gama (AIC)	1219,10	1176,51
t-Student(3) (AIC)	1155,22	1112,63
t-Student(4) (AIC)	1149,39	1106,80
t-Student(6) (AIC)	1136,81	1094,22
t-Student(10) (AIC)	1120,87	1078,27
Normal (SBC)	1125,66	1055,09
Gama (SBC)	1129,11	1058,54
t-Student(3) (SBC)	1164,53	1093,96
t-Student(4) (SBC)	1159,29	1088,72
t-Student(6) (SBC)	1151,69	1081,12
t-Student(10) (SBC)	1142,20	1071,63

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 31 é apresentado o resultado do ajuste do modelo Normal (AIC), dada pela seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X12_t + \beta_2 X59_t + \beta_3 X60_t + \beta_4 X70_t + \beta_5 X72_t + \beta_6 X77_t + \beta_7 X80_t + \beta_8 X4_{t-1} + \beta_9 X12_{t-1} + \beta_{10} X25_{t-1} + \beta_{11} X74_{t-1} + \beta_{12} X78_{t-1} + \beta_{13} Y4_{t-2} + \beta_{14} X11_{t-2} + \beta_{15} X60_{t-2} + \beta_{16} X1_{t-4} + \beta_{17} X5_{t-4} + \beta_{18} X21_{t-4} + \beta_{19} X76_{t-4}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_2, β_7, β_{15}, β_{16} e β_{18} são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo considerando agora a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X80_t + \beta_3 X60_{t-2} + \beta_4 X1_{t-4} + \beta_5 X21_{t-4}$, no qual o resultado para esse modelo encontra-se na Tabela 32, em que agora temos todos os parâmetros são significativos a 5% e para esse modelo final temos os seguintes valores para os critérios de informação: AIC = 1111,29 e SBC = 1033,09. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo encontra-se no Apêndice C na Figura 73.

Tabela 31 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Fortaleza

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	561,08	98,34	[367,83; 757,39]
β_1	-0,19	0,19	[-0,57; 0,20]
β_2	-190,87	74,47	[-339,39; -48,14]
β_3	74,19	80,35	[-77,10; 229,68]
β_4	-132,64	77,29	[-281,34; 18,93]
β_5	-86,30	65,65	[-211,51; 44,56]
β_6	81,38	67,10	[-50,71; 216,52]
β_7	3,94	1,34	[1,33; 6,59]
β_8	-0,21	0,21	[-0,62; 0,20]
β_9	0,29	0,25	[-0,19 ; 0,79]
β_{10}	0,32	0,28	[-0,23 ; 0,88]
β_{11}	-93,22	84,28	[-260,83; 69,21]
β_{12}	-0,64	0,33	[-1,29 ; 0,02]
β_{13}	-0,01	0,08	[-0,16 ; 0,15]
β_{14}	0,19	0,14	[-0,09 ; 0,47]
β_{15}	124,60	52,06	[21,66 ;226,38]
β_{16}	1,14	0,48	[0,21 ; 2,10]
β_{17}	0,13	0,08	[-0,02 ; 0,28]
β_{18}	-0,76	0,25	[-1,27; -0,28]
β_{19}	69,59	74,81	[-76,81; 217,99]
σ	193,05	15,89	[165,36 ;227,81]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 32 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Fortaleza

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	562,24	99,72	[367,05 ; 758,90]
β_1	-487,11	36,82	[-557,28; -412,66]
β_2	3,27	0,66	[1,96 ; 4,55]
β_3	97,90	48,37	[3,10 ; 190,09]
β_4	1,54	0,48	[0,63 ; 2,48]
β_5	-0,66	0,25	[-1,14 ; -0,17]
σ	210,38	16,46	[180,90 ; 245,16]

Fonte: elaborado pelo autor.

Apresentando agora o resultado do ajuste do modelo SARIMA $(0,0,0) \times (0,1,1)_2$ dado na Tabela 33, temos que o parâmetro Θ_1 é significativo a 5%. Além do mais, o diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo encontra-se no Apêndice C na Figura 74.

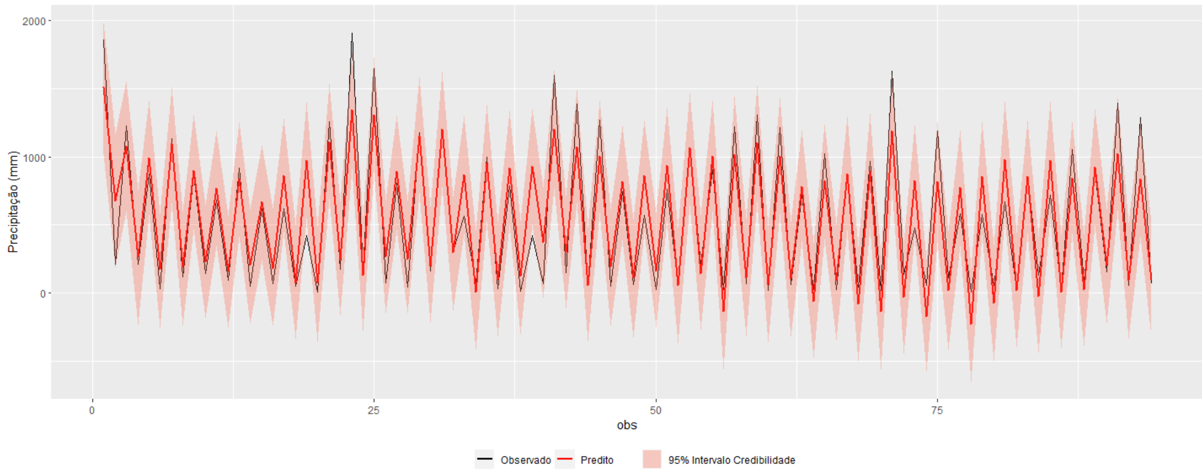
Tabela 33 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo SARIMA $(0,0,0)\times(0,1,1)_2$ para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Fortaleza

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
Θ_1	0,50	0,11	[0,26 ; 0,71]
σ	295,43	22,11	[255,96 ; 343,72]

Fonte: elaborado pelo autor.

Portanto, como modelo final para representar os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Fortaleza será o modelo Normal (AIC), considerando somente os parâmetros significativos a 5%, pois apresenta os menores valores AIC e SBC. Na Figura 31, tem-se o gráfico do ajuste para esse modelo final. Além do mais, a análise de resíduos para esse modelo está no Apêndice D na Figura 112, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Figura 31 – Ajuste do modelo final Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Fortaleza



Fonte: elaborado pelo autor.

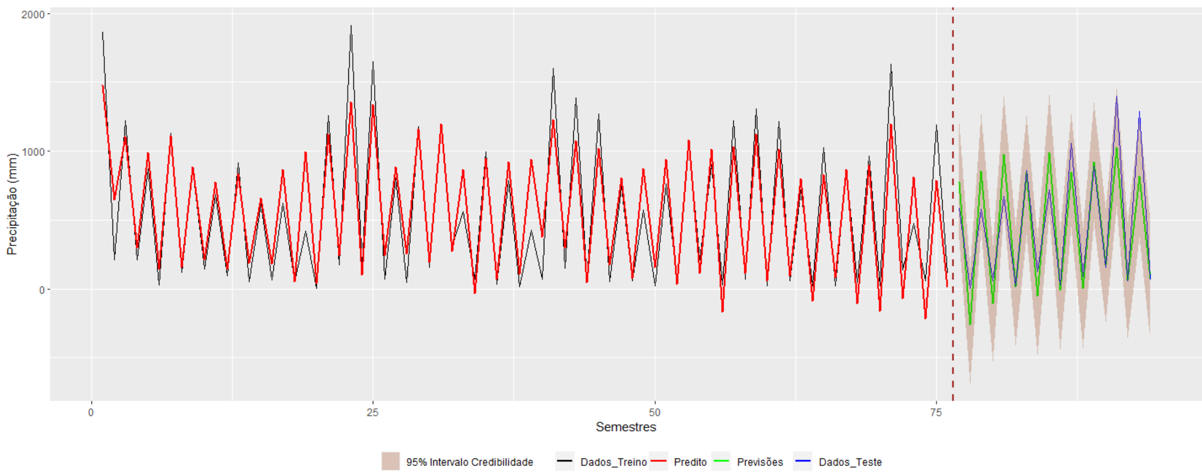
Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 32, iremos dividir os dados semestrais em dados de treino e dados de teste, similar ao que foi realizado na subseção 7.1.1, continuando com a mesma quantidade de observações para os dados de treino e de teste. Na Tabela 34, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino, em que agora o parâmetro β_3 não é significativo a 5%. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo é encontrado no Apêndice C na Figura 75, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 113. Além do mais, na Figura 32 tem-se o gráfico do modelo ajustado com as previsões.

Tabela 34 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de treino de precipitação (mm) semestral no Litoral de Fortaleza

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	557,34	98,01	[362,96 ; 751,54]
β_1	-484,41	41,75	[-565,76 ;-401,16]
β_2	3,17	0,67	[1,83 ; 4,45]
β_3	79,93	50,65	[-20,60 ; 175,71]
β_4	1,77	0,53	[0,76 ; 2,83]
β_5	-0,80	0,27	[-1,33 ; -0,30]
σ	211,61	18,38	[179,81 ; 251,14]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 32 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Fortaleza



Fonte: elaborado pelo autor.

7.1.6 Litoral de Pecém

Na Tabela 35, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Pecém, note que o menor valor AIC encontra-se no modelo Normal (AIC) e o menor valor SBC encontra-se no modelo Normal (SBC).

Tabela 35 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Pecém

Modelo	AIC	SBC
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,1)_2$	1109,94	1020,98
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,2)_2$	1111,29	1024,86
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,0)_2$	1116,80	1027,84
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,0)_2$	1112,82	1026,38
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,1)_2$	1111,50	1025,07
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,2)_2$	1112,31	1028,40
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,1)_2$	1113,18	1029,27
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,2)_2$	1114,54	1033,14
Normal (AIC)	**1071,39**	1023,72
Gama (AIC)	1190,38	1142,71
t-Student(3) (AIC)	1105,42	1057,74
t-Student(4) (AIC)	1101,12	1053,44
t-Student(6) (AIC)	1094,04	1046,37
t-Student(10) (AIC)	1082,75	1035,07
Normal (SBC)	1074,22	**1016,37**
Gama (SBC)	1141,32	1083,47
t-Student(3) (SBC)	1108,00	1050,15
t-Student(4) (SBC)	1103,22	1045,37
t-Student(6) (SBC)	1098,28	1040,43
t-Student(10) (SBC)	1090,50	1032,65

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 36 é apresentado o resultado do ajuste do modelo Normal (AIC), dada pela seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X60_t + \beta_3 X72_t + \beta_4 X77_t + \beta_5 X78_t + \beta_6 X80_t + \beta_7 X12_{t-1} + \beta_8 X25_{t-1} + \beta_9 X74_{t-1} + \beta_{10} X78_{t-1} + \beta_{11} X58_{t-2} + \beta_{12} X1_{t-4} + \beta_{13} X5_{t-4} + \beta_{14} X9_{t-4} + \beta_{15} X21_{t-4} + \beta_{16} X76_{t-4} + \beta_{17} X77_{t-4}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_1, β_3, β_4, β_6 e β_{15} são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo, considerando a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X72_t + \beta_3 X77_t + \beta_4 X80_t + \beta_5 X21_{t-4}$, no qual o resultado para esse modelo encontra-se na Tabela 37, resultando ainda que o parâmetro β_2 não é significativo a 5%. Repetindo o ajuste do modelo considerando a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X77_t + \beta_3 X80_t + \beta_4 X21_{t-4}$, em que o resultado do modelo ajustado encontra-se na Tabela 38, concluindo assim que todos os parâmetros são significativos a 5% e para esse modelo final temos os seguintes valores para os critérios de informação: AIC = 1076,94 e SBC = 996,19. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo encontra-se no Apêndice C na Figura 76.

Tabela 36 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Pecém

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	461,96	100,35	[261,93 ; 656,17]
β_1	-288,86	52,60	[-391,96; -182,11]
β_2	106,48	73,35	[-36,06 ; 250,97]
β_3	-131,12	59,51	[-244,94; -14,64]
β_4	105,96	55,02	[0,39; 213,58]
β_5	-0,14	0,70	[-1,50 ; 1,24]
β_6	3,52	1,15	[1,29 ; 5,77]
β_7	0,10	0,13	[-0,17 ; 0,36]
β_8	0,05	0,22	[-0,37 ; 0,47]
β_9	-125,36	75,94	[-273,18 ; 21,98]
β_{10}	-0,36	0,72	[-1,76 ; 1,05]
β_{11}	82,13	42,71	[-2,34 ; 165,66]
β_{12}	0,71	0,42	[-0,11 ; 1,57]
β_{13}	0,10	0,07	[-0,03 ; 0,23]
β_{14}	0,01	0,20	[-0,38 ; 0,40]
β_{15}	-0,51	0,23	[-0,98 ; -0,07]
β_{16}	67,49	76,40	[-85,49 ; 214,25]
β_{17}	-19,00	58,50	[-132,15 ; 98,03]
σ	157,61	13,03	[134,54 ; 186,00]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 37 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Pecém

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	459,10	100,68	[263,38 ; 656,33]
β_1	-348,81	43,09	[-432,41; -263,63]
β_2	-118,47	61,79	[-238,98 ; 1,21]
β_3	141,40	55,21	[34,68 ; 247,54]
β_4	2,09	0,52	[1,09 ; 3,10]
β_5	-0,26	0,12	[-0,50 ; -0,04]
σ	173,87	13,13	[150,91 ; 202,13]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 38 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Pecém

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	460,09	99,30	[274,06 ; 653,66]
β_1	-372,37	41,18	[-453,36; -291,53]
β_2	165,27	55,45	[56,62 ; 271,60]
β_3	2,24	0,53	[1,21 ; 3,28]
β_4	-0,27	0,12	[-0,51 ; -0,04]
σ	176,13	13,09	[152,77 ; 204,19]

Fonte: elaborado pelo autor.

Apresentando agora o resultado do ajuste do modelo Normal (SBC) dado na Tabela 39, com a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X60_t + \beta_3 X72_t + \beta_4 X77_t + \beta_5 X78_t + \beta_6 X80_t + \beta_7 X12_{t-1} + \beta_8 X38_{t-1} + \beta_9 X1_{t-4} + \beta_{10} X5_{t-4} + \beta_{11} X9_{t-4} + \beta_{12} X21_{t-4} + \beta_{13} X77_{t-4}$, no qual somente os parâmetros α, β_1, β_3, β_4, β_6 e β_{12} são significativos a 5% e que se chega ao mesmo modelo Normal (AIC) da Tabela 37.

Tabela 39 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Pecém

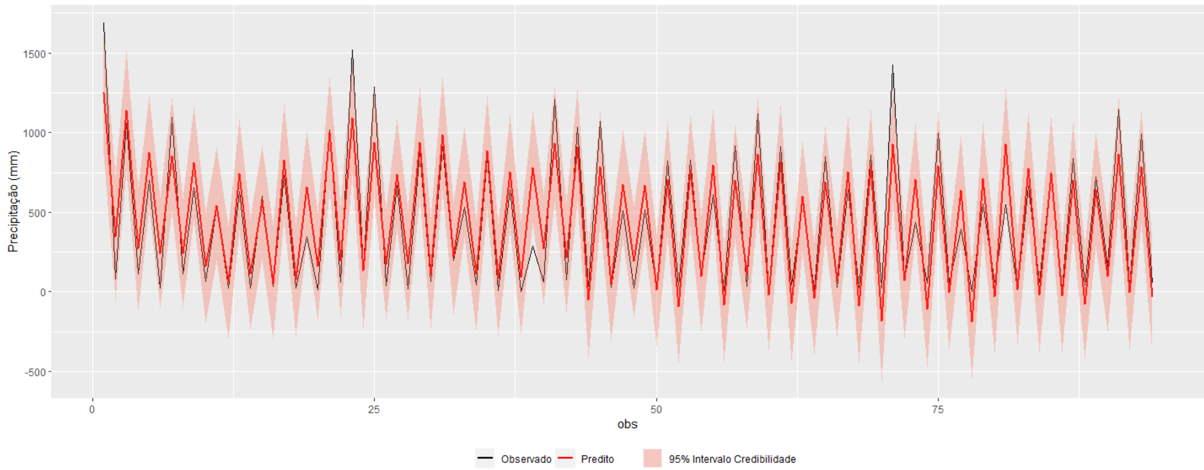
Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	457,95	99,80	[264,69 ; 654,77]
β_1	-288,27	53,35	[-389,75; -183,71]
β_2	132,89	70,80	[-11,64; 267,50]
β_3	-125,58	59,55	[-242,56; -8,05]
β_4	108,16	54,74	[2,25 ; 216,49]
β_5	-0,47	0,27	[-0,99; 0,06]
β_6	3,45	1,11	[1,25 ; 5,61]
β_7	-0,01	0,15	[-0,29 ; 0,29]
β_8	0,07	0,20	[-0,32 ; 0,49]
β_9	0,67	0,42	[-0,16 ; 1,53]
β_{10}	0,12	0,07	[-0,01 ; 0,26]
β_{11}	-0,03	0,20	[-0,43 ; 0,37]
β_{12}	-0,62	0,23	[-1,07 ; -0,17]
β_{13}	10,42	51,15	[-91,29 ; 113,26]
σ	165,15	13,18	[142,41 ; 192,69]

Fonte: elaborado pelo autor.

Portanto, como modelo final para representar os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Pecém será o modelo Normal (AIC), considerando somente os parâmetros significativos a 5%. Na Figura 33, tem-se o gráfico do ajuste para esse modelo final. Além do mais, a análise de resíduos para esse modelo está no Apêndice D na Figura 114, em que pode-se confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 38, iremos dividir os dados semestrais em dados de treino e dados de teste, similar ao que foi realizado na subseção 7.1.1, continuando com a mesma quantidade de observações para os dados de treino e de teste. Na Tabela 40, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo é encontrado no Apêndice C na Figura 77, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 115. Além do mais, na Figura 34 temos o gráfico do modelo ajustado as previsões.

Figura 33 – Ajuste do modelo final Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Pecém



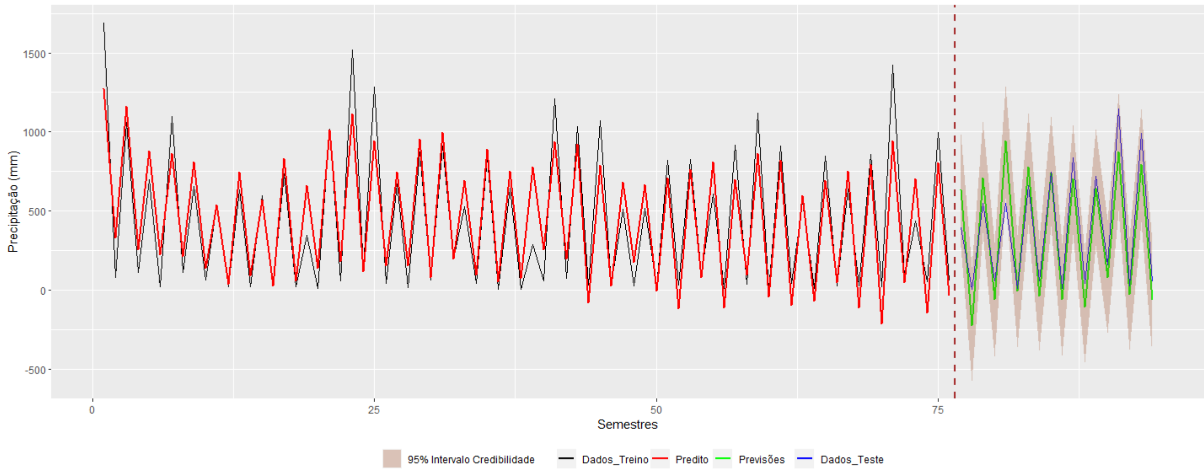
Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 40 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de treino de precipitação (mm) semestral no Litoral de Pecém

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	460,29	100,00	[265,19 ; 651,48]
β_1	-388,32	44,54	[-477,80 ;-301,90]
β_2	168,43	59,56	[48,28 ; 283,37]
β_3	2,32	0,52	[1,33 ; 3,35]
β_4	-0,29	0,12	[-0,52 ; -0,06]
σ	177,15	15,00	[150,99; 208,22]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 34 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Pecém



Fonte: elaborado pelo autor.

7.1.7 Litoral Norte

Na Tabela 41, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral no Litoral Norte, note que o menor valor AIC encontra-se no modelo Normal (AIC e SBC) e o menor valor SBC encontra-se no modelo SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,1)_2$.

Tabela 41 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral no Litoral Norte

Modelo	AIC	SBC
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,1)_2$	1146,31	**1057,35**
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,2)_2$	1145,56	1059,12
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,0)_2$	1152,37	1063,41
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,0)_2$	1148,36	1061,92
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,1)_2$	1145,84	1059,40
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,2)_2$	1147,31	1063,39
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,1)_2$	1148,28	1064,37
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,2)_2$	1148,79	1067,40
Normal (AIC e SBC)	**1122,72**	1072,50
Gama (AIC e SBC)	1296,83	1246,61
t-Student(3) (AIC e SBC)	1196,70	1146,46
t-Student(4) (AIC e SBC)	1192,68	1142,46
t-Student(6) (AIC e SBC)	1186,38	1136,16
t-Student(10) (AIC e SBC)	1168,64	1118,42

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 42 é representado o resultado do ajuste do modelo Normal (AIC e SBC), dada pela seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X60_t + \beta_3 X72_t + \beta_4 X77_t + \beta_5 X80_t + \beta_6 X12_{t-1} + \beta_7 X20_{t-1} + \beta_8 X25_{t-1} + \beta_9 X78_{t-1} + \beta_{10} Y6_{t-2} + \beta_{11} X11_{t-2} + \beta_{12} X47_{t-2} + \beta_{13} X1_{t-4} + \beta_{14} X5_{t-4} + \beta_{15} X9_{t-4} + \beta_{16} X21_{t-4}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_1, β_4, β_5 e β_9 são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo, considerando a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X77_t + \beta_3 X80_t + \beta_4 X78_{t-1}$, em que o resultado do modelo ajustado encontra-se na Tabela 43, concluindo agora que todos os parâmetros são significativos a 5% e para esse modelo final temos os seguinte valores para os critérios de informação: AIC = 1115,01 e SBC = 1034,27. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo encontra-se no Apêndice C na Figura 78.

Apresentando agora o resultado do modelo SARIMA $(0,0,0)\times(0,1,1)_2$ dado na Tabela 44, temos que o parâmetro Θ_1 é signficativo a 5%. Além do mais, o diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo encontra-se no Apêndice C na Figura 79.

Portanto, como modelo final para representar os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral Norte será o modelo Normal (AIC e SBC), considerando somente os parâmetros significativos a

5%, pois apresenta os menores valores AIC e SBC. Na Figura 35, tem-se o gráfico do ajuste para esse modelo final. Além do mais, a análise de resíduos para esse modelo está no Apêndice D na Figura 116, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Tabela 42 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC e SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral Norte

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	498,26	98,88	[303,78 ; 691,86]
β_1	-285,51	61,68	[-402,97; -166,42]
β_2	116,53	80,25	[-45,81 ; 272,44]
β_3	-103,00	67,70	[-232,90 ; 31,02]
β_4	139,10	64,49	[16,39 ; 264,78]
β_5	3,46	1,37	[0,86 ; 6,10]
β_6	0,23	0,19	[-0,14 ; 0,62]
β_7	-0,28	0,30	[-0,88 ; 0,32]
β_8	0,38	0,33	[-0,28 ; 1,05]
β_9	-0,98	0,35	[-1,68 ; -0,29]
β_{10}	0,01	0,09	[-0,17 ; 0,18]
β_{11}	0,27	0,16	[-0,04 ; 0,58]
β_{12}	-18,68	10,04	[-38,20 ; 1,09]
β_{13}	0,80	0,55	[-0,28 ; 1,90]
β_{14}	0,14	0,09	[-0,03 ; 0,32]
β_{15}	-0,11	0,25	[-0,60 ; 0,39]
β_{16}	-0,47	0,31	[-1,08 ; 0,13]
σ	209,91	16,64	[179,81 ; 244,50]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 43 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC e SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral Norte

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	502,49	99,87	[308,52 ; 697,08]
β_1	-429,56	44,85	[-515,69; -338,50]
β_2	194,19	60,81	[76,57 ; 314,37]
β_3	2,06	0,45	[1,18 ; 2,95]
β_4	-1,12	0,32	[-1,75 ; -0,51]
σ	214,59	16,09	[185,81; 248,67]

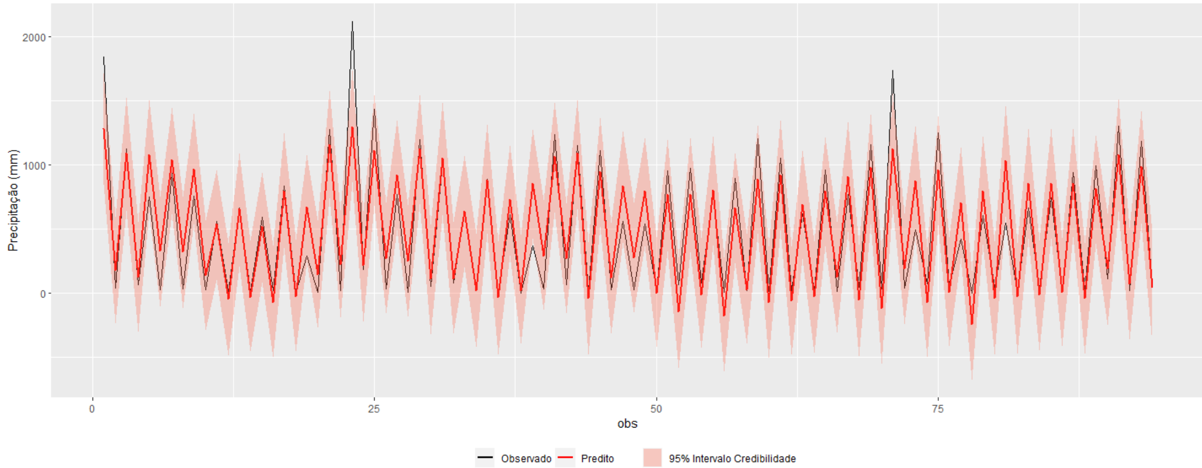
Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 44 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo SARIMA $(0,0,0)\times(0,1,1)_2$ para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral Norte

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
Θ_1	0,47	0,11	[0,24 ; 0,69]
σ	299,84	22,47	[259,67; 346,05]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 35 – Ajuste do modelo final Normal (AIC e SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral Norte



Fonte: elaborado pelo autor.

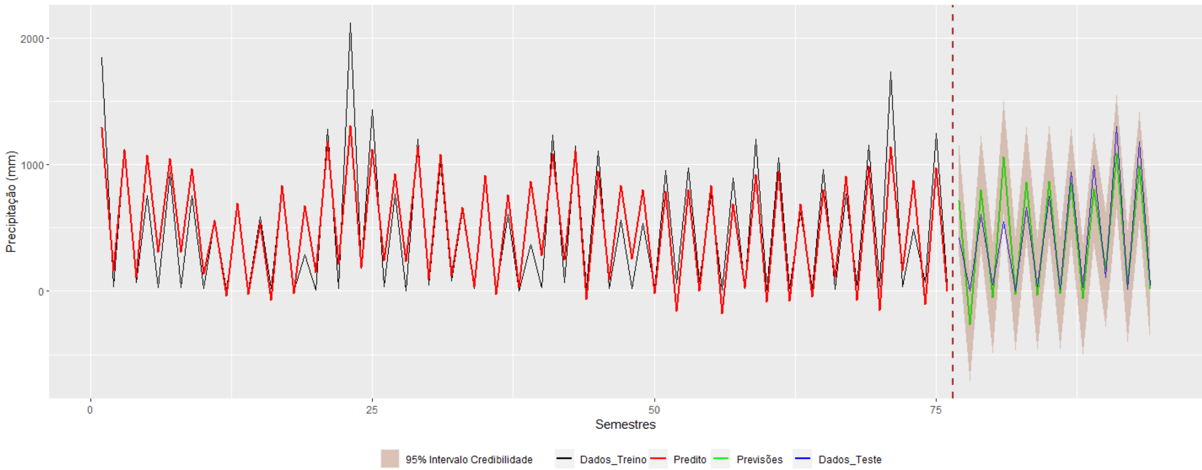
Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 43, iremos dividir os dados semestrais em dados de treino e dados de teste, similar ao que foi realizado na subseção 7.1.1, continuando com a mesma quantidade de observações para os dados de treino e de teste. Na Tabela 45, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo é encontrado no Apêndice C na Figura 80, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 117. Além do mais, na Figura 36 temos o gráfico do modelo ajustado com as previsões.

Tabela 45 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC e SBC) para os dados de treino de precipitação (mm) semestral no Litoral Norte

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	501,19	100,64	[310,36 ; 696,16]
β_1	-438,84	49,86	[-536,41; -342,56]
β_2	205,04	66,03	[74,71 ; 332,22]
β_3	2,06	0,46	[1,14 ; 2,94]
β_4	-0,97	0,34	[-1,66 ; -0,30]
σ	218,74	18,82	[185,03 ; 259,82]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 36 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Normal (AIC e SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral Norte



Fonte: elaborado pelo autor.

7.1.8 Maciço de Baturité

Na Tabela 46, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral no Maciço de Baturité, note que o menor valor AIC encontra-se no modelo Normal (AIC) e o menor valor SBC encontra-se no modelo SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,1)_2$.

Tabela 46 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral no Maciço de Baturité

Modelo	AIC	SBC
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,1)_2$	1099,15	**1010,19**
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,2)_2$	1100,61	1014,17
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,0)_2$	1103,47	1014,52
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,0)_2$	1102,99	1016,56
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,1)_2$	1100,36	1013,93
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,2)_2$	1102,15	1018,23
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,1)_2$	1101,59	1017,68
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,2)_2$	1104,16	1022,77
Normal (AIC)	**1076,70**	1021,39
Gama (AIC)	1100,86	1045,55
t-Student(3) (AIC)	1110,71	1055,40
t-Student(4) (AIC)	1103,21	1047,90
t-Student(6) (AIC)	1095,25	1039,95
t-Student(10) (AIC)	1086,14	1030,83
Normal (SBC)	1085,34	1031,92
Gama (SBC)	1081,41	1035,59
t-Student(3) (SBC)	1098,20	1025,00
t-Student(4) (SBC)	1096,09	1022,89
t-Student(6) (SBC)	1095,18	1021,98
t-Student(10) (SBC)	1093,46	1023,27

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 47 é representado o resultado do ajuste do modelo Normal (AIC), dada pela seguinte componentes sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X72_t + \beta_3 X77_t + \beta_4 X80_t + \beta_5 X12_{t-1} + \beta_6 X68_{t-1} + \beta_7 Y7_{t-2} + \beta_8 X14_{t-2} + \beta_9 X1_{t-4} + \beta_{10} X5_{t-4} + \beta_{11} X9_{t-4} + \beta_{12} X15_{t-4} + \beta_{13} X21_{t-4} + \beta_{14} X39_{t-4}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_1, β_2, β_4, β_6, β_9 e β_{13} são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo, considerando a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X72_t + \beta_3 X80_t + \beta_4 X68_{t-1} + \beta_5 X1_{t-4} + \beta_6 X21_{t-4}$, em que o resultado do modelo ajustado encontra-se na Tabela 48, concluindo assim que todos os parâmetros são significativos a 5% e para esse modelo final temos os seguinte valores para os critérios de informação: AIC = 1068,92 e SBC = 993,27. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo encontra-se no Apêndice C na Figura 81.

Tabela 47 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Maciço de Baturité

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	485,64	99,43	[291,15 ; 679,05]
β_1	-228,13	57,07	[-338,07; -113,73]
β_2	-131,08	61,60	[-250,67 ; -9,53]
β_3	103,29	55,54	[-3,70; 212,36]
β_4	1,66	0,63	[0,44 ; 2,89]
β_5	0,01	0,13	[-0,26 ; 0,26]
β_6	-22,37	9,67	[-41,69 ; -3,18]
β_7	0,05	0,09	[-0,12 ; 0,22]
β_8	-0,28	0,31	[-0,90 ; 0,34]
β_9	0,90	0,44	[0,05 ; 1,76]
β_{10}	0,14	0,07	[-0,01 ; 0,28]
β_{11}	0,16	0,21	[-0,25 ; 0,57]
β_{12}	-0,10	0,26	[-0,59 ; 0,41]
β_{13}	-0,88	0,38	[-1,64 ; -0,14]
β_{14}	0,19	0,31	[-0,45 ; 0,79]
σ	166,90	13,21	[143,06 ; 194,25]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 48 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Maciço de Baturité

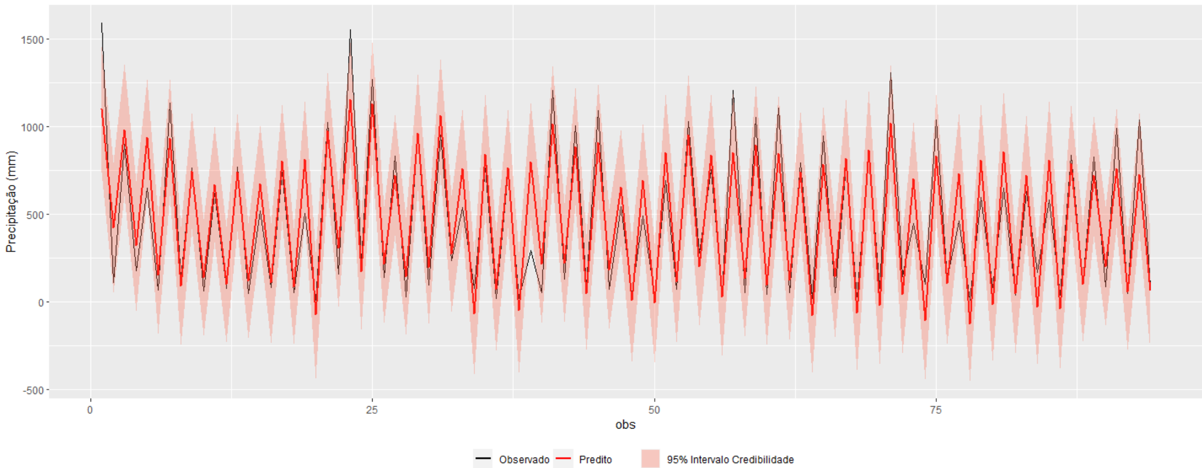
Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	486,46	100,32	[293,41 ; 683,34]
β_1	-309,36	37,94	[-383,28; -235,77]
β_2	-148,20	57,00	[-259,55; -36,88]
β_3	1,73	0,52	[0,68 ; 2,75]
β_4	-26,58	8,82	[-43,18 ; -9,24]
β_5	1,17	0,38	[0,42 ; 1,96]
β_6	-0,58	0,19	[-0,94 ; -0,22]
σ	166,52	12,55	[144,19 ; 193,75]

Fonte: elaborado pelo autor.

Portanto, como modelo final para representar os dados de precipitação (mm) semestral no Maciço de Baturité será o modelo Normal (AIC), considerando somente os parâmetros significativos a 5%, pois comparado ao modelo SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,1)_2$ apresenta os menores valores de AIC e SBC. Na Figura 37 , tem-se o gráfico do ajuste para esse modelo final. Adicionalmente, a análise de resíduos para esse modelo está no Apêndice D na Figura 118, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 48, iremos dividir os dados semestrais em dados de treino e dados de teste, similar ao que foi realizado na subseção 7.1.1, continuando com a mesma quantidade de observações para os dados de treino e de teste. Na Tabela 49, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino. O dianóstico da convergência da cadeia para esse modelo é encontrado no Apêndice C na Figura 82, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 119. Além do mais, na Figura 38 tem-se o gráfico do modelo ajustado com as previsões.

Figura 37 – Ajuste do modelo final Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Maciço de Baturité



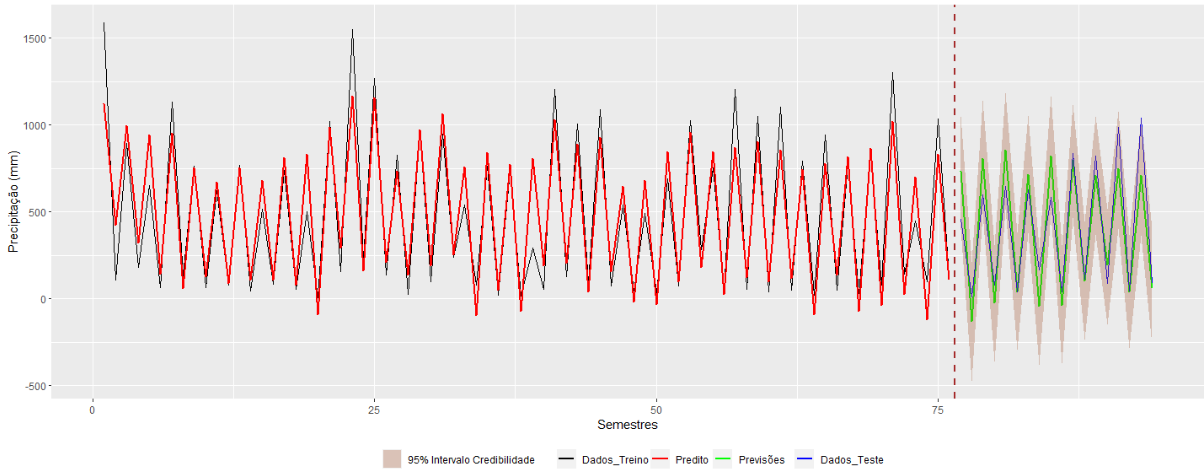
Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 49 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de treino de precipitação (mm) semestral no Maciço de Baturité

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	485,97	97,95	[295,75 ; 679,52]
β_1	-302,71	42,22	[-384,52; -217,41]
β_2	-178,59	64,00	[-304,58 ; -54,14]
β_3	1,73	0,52	[0,72 ; 2,77]
β_4	-26,79	9,38	[-45,55 ; -8,77]
β_5	1,29	0,40	[0,52 ; 2,09]
β_6	-0,64	0,19	[-1,01 ; -0,26]
σ	166,31	14,13	[141,68 ; 196,13]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 38 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Maciço de Baturité



Fonte: elaborado pelo autor.

7.1.9 Sertão Central e Inhamuns

Na Tabela 50, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral no Sertão Central e Inhamuns, note que o menor valor de AIC e SBC encontra-se no modelo Normal (AIC e SBC).

Tabela 50 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) semestral no Sertão Central e Inhamuns

Modelo	AIC	SBC
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,1)_2$	1045,98	957,03
SARIMA (0,0,0) $\times(0,1,2)_2$	1044,44	958,01
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,0)_2$	1053,91	964,95
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,0)_2$	1046.80	960,36
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,1)_2$	1045,69	959,26
SARIMA (0,0,0) $\times(1,1,2)_2$	1040,15	956,23
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,1)_2$	1045,25	961,34
SARIMA (0,0,0) $\times(2,1,2)_2$	1042,54	961,15
Normal (AIC e SBC)	**993,48**	**943,26**
Gama (AIC e SBC)	1123,55	1073,33
t-Student(3) (AIC e SBC)	998,99	948,77
t-Student(4) (AIC e SBC)	998,06	947,84
t-Student(6) (AIC e SBC)	996,70	946,48
t-Student(10) (AIC e SBC)	995,25	945,03

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 51 é representado o ajuste do modelo Normal (AIC e SBC), dada pela seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X72_t + \beta_3 X77_t + \beta_4 X79_t + \beta_5 X80_t + \beta_6 X12_{t-1} + \beta_7 X25_{t-1} + \beta_8 X54_{t-1} + \beta_9 X78_{t-1} + \beta_{10} Y8_{t-2} + \beta_{11} X11_{t-2} + \beta_{12} X60_{t-2} + \beta_{13} X6_{t-3} + \beta_{14} X74_{t-3} + \beta_{15} X21_{t-4} + \beta_{16} X54_{t-4}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_1, β_8, β_9, β_{11} e β_{16} são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo, considerando a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X54_{t-1} + \beta_3 X78_{t-1} + \beta_4 X11_{t-2} + \beta_5 X54_{t-4}$, em que o resultado do modelo ajustado encontra-se na Tabela 52 e que somente os parâmetros α, β_1 e β_4 são significativos a 5%. Novamente ajustando o modelo para a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X11_{t-2}$, no qual o resultado para esse modelo está na Tabela 53, concluindo assim que todos os parâmetros são significativos a 5% e para esse modelo final temos os seguintes valores para os critérios de informação: AIC = 1023,69 e SBC = 937,86. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo encontra-se no Apêndice C na Figura 83.

Acrescenta-se que na Figura 39 temos o gráfico do ajuste para o modelo final. Além do mais, a análise de resíduos para esse modelo está no Apêndice D na Figura 120, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Tabela 51 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC e SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Sertão Central e Inhamuns

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	345,65	100,87	[145,66 ; 540,35]
β_1	-135,26	39,76	[-212,96; -58,92]
β_2	-65,98	45,71	[-154,21 ; 26,39]
β_3	56,73	40,39	[-22,34 ;135,76]
β_4	30,36	83,41	[-131,99; 193,53]
β_5	1,97	2,39	[-2,70 ; 6,71]
β_6	0,15	0,10	[-0,05 ; 0,35]
β_7	0,22	0,15	[-0,07 ; 0,53]
β_8	-34,00	6,64	[-47,23; -21,10]
β_9	-0,34	0,17	[-0,67 ; -0,01]
β_{10}	0,07	0,08	[-0,08 ; 0,22]
β_{11}	0,18	0,08	[0,02 ; 0,34]
β_{12}	27,12	34,84	[-40,51 ; 95,99]
β_{13}	-0,03	0,05	[-0,14 ; 0,07]
β_{14}	-83,30	68,08	[-214,40 ;51,35]
β_{15}	-0,56	0,29	[-1,11 ; $3{,}00\times10^{-4}$]
β_{16}	18,40	8,53	[1,93 ; 34,77]
σ	105,87	8,26	[91,07; 123,27]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 52 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC e SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Sertão Central e Inhamuns

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	673,34	84,24	[505,52 ; 842,19]
β_1	-314,84	19,13	[-352,49; -277,40]
β_2	-7,15	4,77	[-16,39 ; 2,48]
β_3	-0,37	0,19	[-0,74 ; 0,01]
β_4	0,20	0,09	[0,03 ; 0,37]
β_5	2,10	3,07	[-3,81 ; 8,25]
σ	128,32	10,51	109,53 ; 151,35

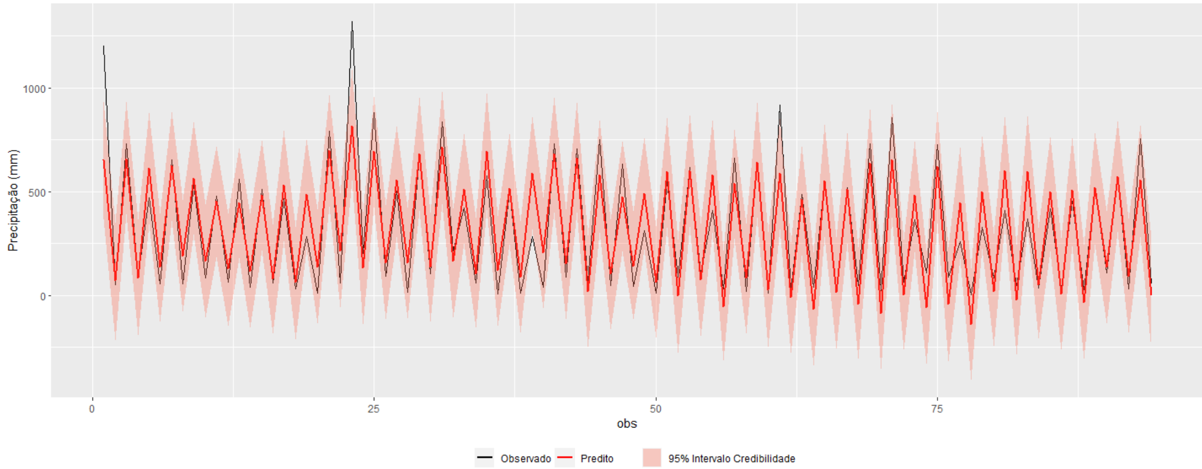
Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 53 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC e SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Sertão Central e Inhamuns

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	566,01	51,30	[463,99 ; 664,82]
β_1	-329,19	17,56	[-363,25 ;-293,91]
β_2	0,14	0,07	[$4{,}80\times10^{-3}$; 0,28]
σ	134,78	10,38	[116,03 ; 157,63]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 39 – Ajuste do modelo final Normal (AIC e SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Sertão Central e Inhamuns



Fonte: elaborado pelo autor.

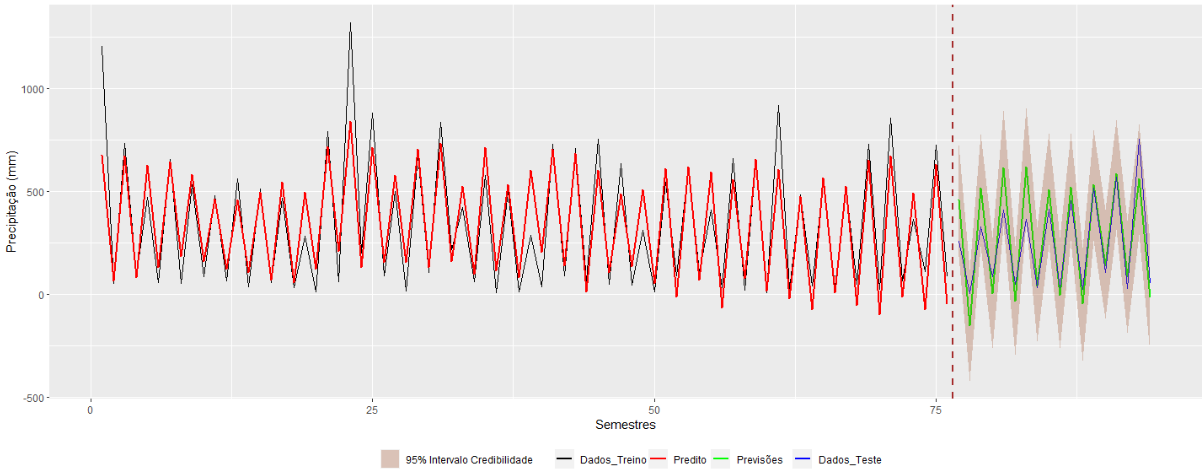
Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 53, iremos dividir os dados semestrais em dados de treino e dados de teste, similar ao que foi realizado na subseção 7.1.1, continuando com a mesma quantidade de observações para os dados de treino e de teste. Na Tabela 54, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino, no qual temos que o parâmetro β_2 é agora não significativo a 5%. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo é encontrado no Apêndice C na Figura 84, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 121. Além do mais, na Figura 40 temos o gráfico do modelo ajustado com as previsões.

Tabela 54 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC e SBC) para os dados de treino de precipitação (mm) semestral no Sertão Central e Inhamuns

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	585,42	55,96	[474,00 ; 692,29]
β_1	-344,63	19,45	[-381,85 ; -305,67]
β_2	0,14	0,08	[-4,90 $\times 10^{-3}$; 0,29]
σ	135,91	11,34	[115,46 ; 160,37]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 40 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Normal (AIC e SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Sertão Central e Inhamuns



Fonte: elaborado pelo autor.

7.2 Resultados dos Modelos Anuais

7.2.1 *Ceará*

Na Tabela 55, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual no Ceará, perceba que o menor valor de AIC e SBC encontra-se no modelo Gama (SBC).

Tabela 55 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual no Ceará

Modelo	AIC	SBC
ARMA(1,1)	582,88	541,28
ARMA(2,1)	584,65	544,90
ARMA(1,2)	585,12	545,37
ARMA(2,2)	586,43	548,53
AR(1)	582,45	538,99
AR(2)	583,68	542,08
MA(1)	581,35	537,90
MA(2)	582,92	541,32
Normal (AIC)	532,29	518,44
Gama (AIC)	511,22	497,37
t-Student(3) (AIC)	536,83	522,98
t-Student(4) (AIC)	534,50	520,66
t-Student(6) (AIC)	533,04	519,19
t-Student(10) (AIC)	532,59	518,75
Normal (SBC)	531,41	513,86
Gama (SBC)	**510,46**	**492,91**
t-Student(3) (SBC)	537,65	520,11
t-Student(4) (SBC)	533,78	516,23
t-Student(6) (SBC)	532,83	515,28
t-Student(10) (SBC)	532,59	515,05

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 56 é apresentado o ajuste do modelo Gama (SBC), dada pela seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X53_t + \beta_2 X59_t + \beta_3 X68_t + \beta_4 X4_{t-1} + \beta_5 X22_{t-1} + \beta_6 X47_{t-1} + \beta_7 X67_{t-1} + \beta_8 X15_{t-2} + \beta_9 X34_{t-2} + \beta_{10} X36_{t-2} + \beta_{11} X39_{t-2} + \beta_{12} X79_{t-2} + \beta_{13} X9_{t-3} + \beta_{14} X60_{t-4} + \beta_{15} X70_{t-4}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_2, β_3, β_5, β_6, β_7, β_{10}, β_{12}, β_{13} e β_{14} são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo, considerando a seguinte componente sistemática $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X68_t + \beta_3 X22_{t-1} + \beta_4 X47_{t-1} + \beta_5 X67_{t-1} + \beta_6 X36_{t-2} + \beta_7 X79_{t-2} + \beta_8 X9_{t-3} + \beta_9 X60_{t-4}$, no qual o resultado do modelo ajustado encontra-se na Tabela 57 e que ainda temos os parâmetros β_7 e β_9 não significativos a 5%. Novamente ajustando do modelo para a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X68_t + \beta_3 X22_{t-1} + \beta_4 X47_{t-1} + \beta_5 X67_{t-1} + \beta_6 X36_{t-2} + \beta_7 X9_{t-3}$, no qual o resultado para esse modelo está na Tabela 58, concluindo assim que todos os parâmetros são significativos a 5% e para esse modelo final temos os seguintes valores para os critérios de informação: AIC = 513,52 e SBC = 481,17. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo encontra-se no Apêndice C na Figura 85.

Além do mais na Figura 41 temos o gráfico do ajuste para o modelo final. Adicionalmente, a análise de resíduos para esse modelo encontra-se no Apêndice D na Figura 122, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Tabela 56 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (SBC) para os dados de precipitação (mm) anual do Ceará

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	9,37	0,90	[7,60 ; 11,11]
β_1	-0,06	0,04	[-0,14 ; 0,01]
β_2	-0,89	0,17	[-1,23 ; -0,55]
β_3	-0,05	0,02	[-0,10 ; -0,01]
β_4	$2{,}10\times10^{-5}$	$1{,}59\times10^{-4}$	[$-2{,}92\times10^{-4}$; $3{,}38\times10^{-4}$]
β_5	$5{,}85\times10^{-4}$	$2{,}62\times10^{-4}$	[$6{,}30\times10^{-5}$; $1{,}11\times10^{-3}$]
β_6	-0,04	0,02	[-0,08 ; $-1{,}76\times10^{-3}$]
β_7	-0,07	0,03	[-0,13 ; -0,01]
β_8	$-6{,}68\times10^{-4}$	$4{,}34\times10^{-4}$	[$-1{,}51\times10^{-3}$; $2{,}04\times10^{-4}$]
β_9	$5{,}38\times10^{-4}$	$5{,}72\times10^{-4}$	[$-5{,}84\times10^{-4}$; $1{,}67\times10^{-3}$]
β_{10}	$-9{,}08\times10^{-4}$	$3{,}36\times10^{-4}$	[$-1{,}56\times10^{-3}$; $-2{,}38\times10^{-4}$]
β_{11}	$-8{,}18\times10^{-4}$	$6{,}20\times10^{-4}$	[$-2{,}04\times10^{-3}$; $4{,}08\times10^{-4}$]
β_{12}	0,22	0,11	[0,01 ; 0,44]
β_{13}	$3{,}47\times10^{-4}$	$1{,}32\times10^{-4}$	[$9{,}00\times10^{-5}$; $6{,}07\times10^{-4}$]
β_{14}	0,14	0,05	[0,03 ; 0,25]
β_{15}	0,28	0,15	[-0,01 ; 0,59]
ν	39,66	10,82	[21,85 ; 64,23]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 57 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (SBC) para os dados de precipitação (mm) anual do Ceará

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	7,92	0,21	[7,51 ; 8,35]
β_1	-0,86	0,16	[-1,18 ; -0,56]
β_2	-0,08	0,02	[-0,12 ; -0,04]
β_3	$6{,}34\times10^{-4}$	$2{,}66\times10^{-4}$	[$1{,}06\times10^{-4}$; $1{,}16\times10^{-3}$]
β_4	-0,04	0,02	[-0,08 ; -0,01]
β_5	-0,08	0,03	[-0,13 ; -0,02]
β_6	$-1{,}11\times10^{-3}$	$3{,}17\times10^{-4}$	[$-1{,}72\times10^{-3}$; $-4{,}78\times10^{-3}$]
β_7	0,06	0,05	[-0,04 ; 0,15]
β_8	$4{,}70\times10^{-4}$	$1{,}36\times10^{-4}$	[$1{,}96\times10^{-4}$; $7{,}34\times10^{-4}$]
β_9	0,08	0,05	[-0,02 ; 0,18]
ν	30,59	7,48	[17,63 ; 47,28]

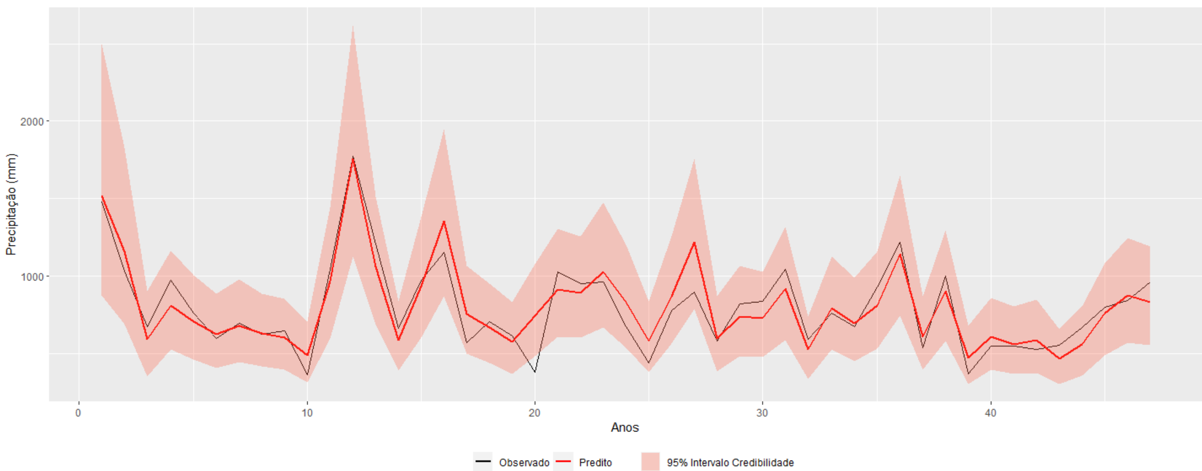
Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 58 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (SBC) para os dados de precipitação (mm) anual do Ceará

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	7,95	0,21	[7,55 ; 8,41]
β_1	-0,92	0,15	[-1,22 ; -0,62]
β_2	-0,07	0,02	[-0,11 ; -0,03]
β_3	$6{,}13\times10^{-4}$	$2{,}76\times10^{-4}$	[$4{,}70\times10^{-5}$; $1{,}15\times10^{-3}$]
β_4	-0,04	0,02	[-0,07 ; -0,01]
β_5	-0,08	0,03	[-0,14 ; -0,02]
β_6	$-8{,}11\times10^{-4}$	$2{,}39\times10^{-4}$	[$-1{,}29\times10^{-3}$; $-3{,}58\times10^{-4}$]
β_7	$3{,}97\times10^{-4}$	$9{,}60\times10^{-5}$	[$2{,}08\times10^{-4}$; $5{,}89\times10^{-4}$]
ν	29,92	7,11	[17,64 ; 44,87]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 41 – Ajuste do modelo final Gama (SBC) para os dados de precipitação (mm) anual no Ceará



Fonte: elaborado pelo autor.

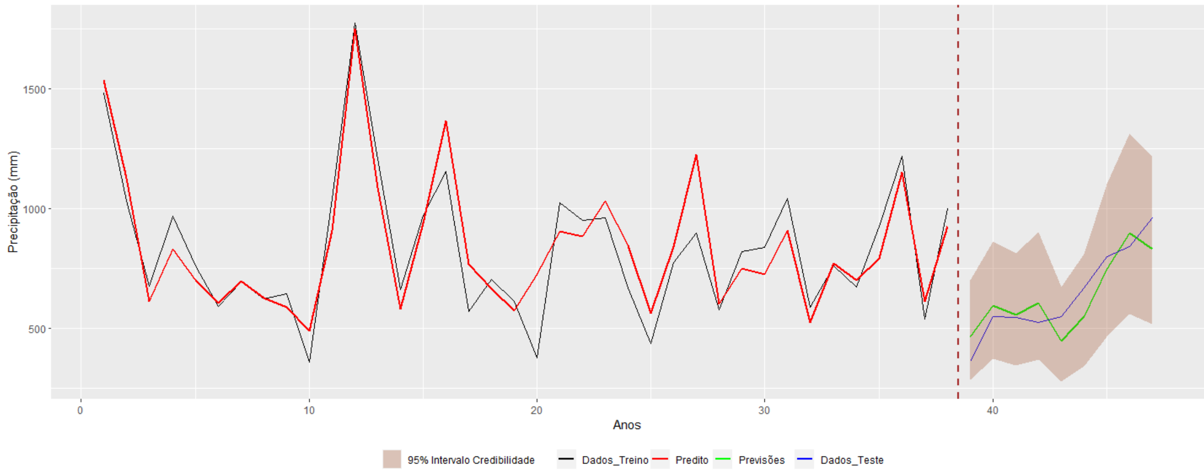
Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 58, iremos dividir os dados anuais em dados de treino e dados de teste. O ajuste do modelo será implementado através dos dados de treino e os dados de teste serão apenas para comparar com as previsões do modelo. Neste trabalho, para os dados anuais será considerado como tamanho dos dados de treino as primeiras 38 observações anuais e o tamanho dos dados de teste serão as últimas 9 observações. Na Tabela 59, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino, com o diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo encontrado no Apêndice C na Figura 86, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 123. Adicionalmente, temos na Figura 42 o modelo ajustado com as previsões.

Tabela 59 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (SBC) para os dados de treino de precipitação (mm) anual no Ceará

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	7,98	0,23	[7,54 ; 8,46]
β_1	-0,95	0,18	[-1,31 ; -0,59]
β_2	-0,07	0,02	[-0,12 ; -0,02]
β_3	$7{,}40\times10^{-4}$	$3{,}63\times10^{-4}$	[$3{,}20\times10^{-5}$; $1{,}47\times10^{-3}$]
β_4	-0,05	0,02	[-0,08 ; -0,01]
β_5	-0,08	0,03	[-0,15 ; -0,01]
β_6	$-7{,}45\times10^{-4}$	$2{,}72\times10^{-4}$	[$-1{,}29\times10^{-3}$; $-2{,}04\times10^{-4}$]
β_7	$3{,}85\times10^{-4}$	$1{,}07\times10^{-5}$	[$1{,}74\times10^{-4}$; $5{,}91\times10^{-4}$]
ν	26,26	7,30	[14,37 ; 42,58]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 42 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Gama (SBC) para os dados de precipitação (mm) anual no Ceará



Fonte: elaborado pelo autor.

7.2.2 Cariri

Na Tabela 60, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precpitação (mm) anual no Cariri, perceba que o menor valor de AIC e SBC encontra-se no modelo Gama (AIC e SBC).

Tabela 60 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual no Cariri

Modelo	AIC	SBC
ARMA(1,1)	575,67	534,07
ARMA(2,1)	577,38	537,63
ARMA(1,2)	577,26	537,51
ARMA(2,2)	576,62	538,72
AR(1)	574,12	530,67
AR(2)	575,61	534,01
MA(1)	574,21	530,76
MA(2)	575,43	533,83
Normal (AIC e SBC)	527,59	495,24
Gama (AIC e SBC)	**527,43**	**495,08**
t-Student(3) (AIC e SBC)	529,66	497,31
t-Student(4) (AIC e SBC)	529,23	496,88
t-Student(6) (AIC e SBC)	528,85	496,50
t-Student(10) (AIC e SBC)	528,25	495,90

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 61 é apresentado o ajuste do modelo Gama (AIC e SBC), dada pela seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X11_t + \beta_2 X22_t + \beta_3 X51_t + \beta_4 X69_t + \beta_5 X67_{t-1} + \beta_6 X39_{t-2} + \beta_7 X53_{t-2}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_2, β_4, β_5, β_6 e β_7 são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo, considerando a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X22_t + \beta_2 X69_t + \beta_3 X67_{t-1} + \beta_4 X39_{t-2} + \beta_5 X53_{t-2}$, temos o resultado para esse modelo na Tabela 62, concluindo que todos os parâmetros são significativos a 5% e para esse modelo final temos os seguintes valores para os critérios de informação: AIC = 526,42 e SBC = 490,37. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo final encontra-se no Apêndice C na Figura 87.

Além do mais, na Figura 43 temos o gráfico do ajuste para o modelo final. Adicionalmente, a análise de resíduos para esse modelo encontra-se no Apêndice D na Figura 124, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Tabela 61 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC e SBC) para os dados de precipitação (mm) anual no Cariri

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	9,11	2,83	[3,45 ; 14,67]
β_1	-2,23$\times10^{-4}$	1,18$\times10^{-4}$	[-4,62$\times10^{-4}$; 9,00$\times10^{-5}$]
β_2	5,23$\times10^{-4}$	2,18$\times10^{-4}$	[1,06$\times10^{-4}$; 9,66$\times10^{-4}$]
β_3	-0,08	0,10	[-0,28 ; 0,13]
β_4	-0,47	0,13	[-0,74 ; -0,21]
β_5	-0,08	0,02	[-0,13 ; -0,04]
β_6	-9,85$\times10^{-4}$	4,15$\times10^{-4}$	[-1,80$\times10^{-3}$; -1,90$\times10^{-4}$]
β_7	0,05	0,02	[0,01 ; 0,10]
ν	39,69	9,31	[23,39 ; 59,98]

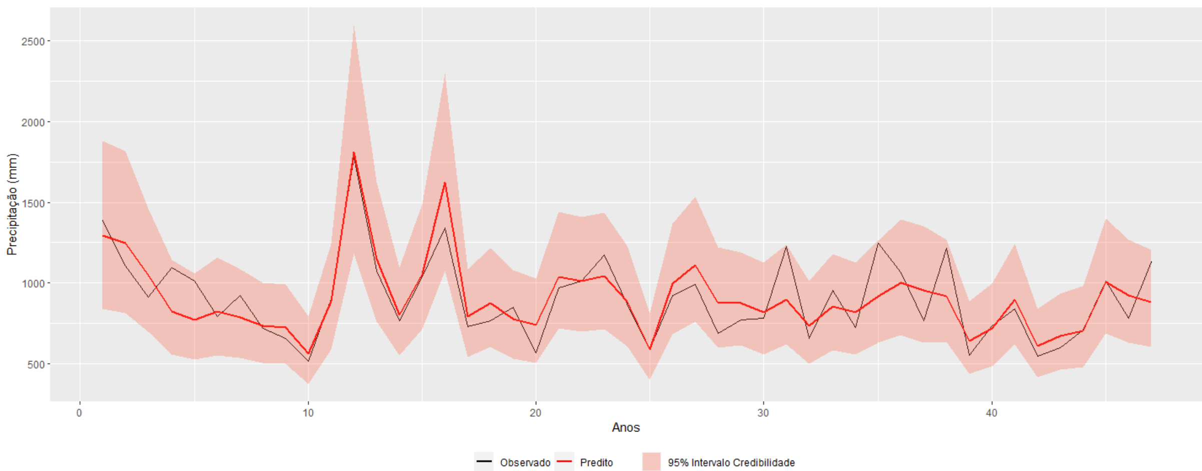
Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 62 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC e SBC) para os dados de precipitação (mm) anual no Cariri

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	6,69	0,33	[6,05 ; 7,34]
β_1	5,66$\times10^{-4}$	2,37$\times10^{-4}$	[9,50$\times10^{-5}$; 1,03 $\times10^{-3}$]
β_2	-0,45	0,13	[-0,71 ; -0,20]
β_3	-0,09	0,02	[-0,13 ; -0,05]
β_4	-1,35$\times10^{-3}$	3,98$\times10^{-4}$	[-2,14$\times10^{-3}$; -5,73$\times10^{-4}$]
β_5	0,07	0,02	[0,03 ; 0,12]
ν	36,52	8,49	[21,85 ; 54,54]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 43 – Ajuste do modelo final Gama (AIC e SBC) para os dados de precipitação (mm) anual no Cariri



Fonte: elaborado pelo autor.

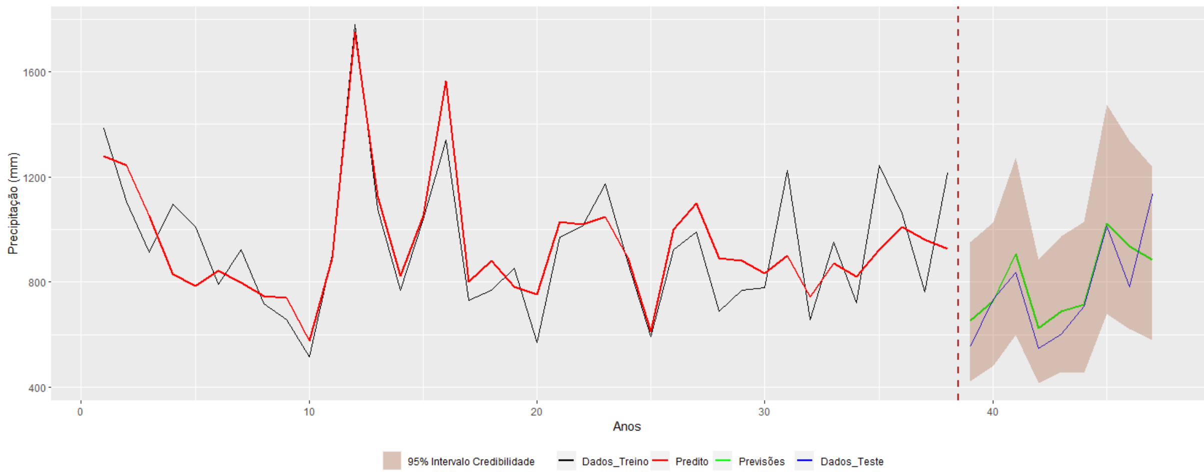
Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 62, iremos dividir os dados anuais em dados de treino e dados de teste, similar ao que foi realizado na subseção 7.2.1, continuando com a mesma quantidade de observações para os dados de treino e de teste. Na Tabela 63, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino, no qual agora temos que o parâmetro β_1 não é significativo a 5%. O diagnóstico da convergência da cadeia para essse modelo é encontrado no Apêndice C na Figura 88, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 125. Além do mais, na Figura 44 temos o gráfico do modelo ajustado com as previsões.

Tabela 63 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC e SBC) para os dados de treino de precipitação (mm) anual no Cariri

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	6,66	0,40	[5,85 ; 7,44]
β_1	$5{,}75\times10^{-4}$	$3{,}05\times10^{-4}$	[$-2{,}30\times10^{-5}$; $1{,}18\times10^{-3}$]
β_2	-0,43	0,17	[-0,77 ; -0,10]
β_3	-0,09	0,02	[-0,13 ; -0,04]
β_4	$-1{,}23\times10^{-3}$	$4{,}79\times10^{-4}$	[$-2{,}17\times10^{-3}$; $-2{,}95\times10^{-4}$]
β_5	0,06	0,03	[0,01 ; 0,12]
ν	32.57	8.69	[18,05 ; 51,19]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 44 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Gama (AIC e SBC) para os dados de precipitação (mm) anual no Cariri



Fonte: elaborado pelo autor.

7.2.3 Ibiapaba

Na Tabela 64, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual na Ibiapaba, perceba que o menor valor de AIC e SBC encontra-se no modelo Gama (AIC).

Tabela 64 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual na Ibiapaba

Modelo	AIC	SBC
ARMA(1,1)	599,00	557,40
ARMA(2,1)	600,39	560,64
ARMA(1,2)	600,38	560,63
ARMA(2,2)	601,78	563,88
AR(1)	598,57	555,12
AR(2)	598,87	557,27
MA(1)	596,53	553,08
MA(2)	598,64	557,04
Normal (AIC)	548,76	538,62
Gama (AIC)	**516,64**	**506,50**
t-Student(3) (AIC)	550,55	540,41
t-Student(4) (AIC)	549,51	539,37
t-Student(6) (AIC)	549,07	538,92
t-Student(10) (AIC)	549,18	539,04
Normal (SBC)	565,71	548,16
Gama (SBC)	525,50	507,95
t-Student(3) (SBC)	569,33	551,79
t-Student(4) (SBC)	567,57	550,02
t-Student(6) (SBC)	566,56	549,01
t-Student(10) (SBC)	565,70	548,16

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 65 é apresentado o ajuste do modelo Gama (AIC), dada pela seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X20_t + \beta_2 X53_t + \beta_3 X59_t + \beta_4 X4_{t-1} + \beta_5 X20_{t-1} + \beta_6 X22_{t-1} + \beta_7 X47_{t-1} + \beta_8 X66_{t-1} + \beta_9 X67_{t-1} + \beta_{10} X78_{t-1} + \beta_{11} X19_{t-2} + \beta_{12} X34_{t-2} + \beta_{13} X36_{t-2} + \beta_{14} X39_{t-2} + \beta_{15} X79_{t-2} + \beta_{16} X9_{t-3} + \beta_{17} X38_{t-3} + \beta_{18} X60_{t-4} + \beta_{19} X70_{t-4}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_1, β_2, β_3, β_6, β_7 e β_{10} são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo, considerando a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X20_t + \beta_2 X53_t + \beta_3 X59_t + \beta_4 X22_{t-1} + \beta_5 X47_{t-1} + \beta_6 X78_{t-1}$, em que o resultado para esse modelo está na Tabela 66, concluindo que todos os parâmetros são significativos a 5% e para esse modelo final temos os seguintes valores para os critérios de informação: AIC = 532,02 e SBC = 497,82. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo final encontra-se no Apêndice C na Figura 89.

Tabela 65 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual na Ibiapaba

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	10,10	0,96	[8,23 ; 11,96]
β_1	$7{,}50\times10^{-4}$	$2{,}81\times10^{-4}$	[$1{,}94\times10^{-4}$; $1{,}32\times10^{-3}$]
β_2	-0,14	0,03	[-0,21 ; -0,08]
β_3	-0,98	0,17	[-1,31 ; -0,63]
β_4	$1{,}51\times10^{-4}$	$1{,}40\times10^{-4}$	[$-1{,}25\times10^{-4}$; $4{,}30\times10^{-4}$]
β_5	$2{,}50\times10^{-4}$	$3{,}00\times10^{-4}$	[$-3{,}49\times10^{-4}$; $8{,}51\times10^{-4}$]
β_6	$5{,}53\times10^{-4}$	$2{,}60\times10^{-4}$	[$2{,}70\times10^{-5}$; $1{,}05\times10^{-3}$]
β_7	-0,07	0,03	[-0,13 ; -0,01]
β_8	-0,09	0,08	[-0,25 ; 0,08]
β_9	0,02	0,06	[-0,10 ; 0,14]
β_{10}	$-1{,}08\times10^{-3}$	$3{,}99\times10^{-4}$	[$-1{,}86\times10^{-3}$; $-2{,}74\times10^{-4}$]
β_{11}	$-1{,}27\times10^{-3}$	$8{,}99\times10^{-4}$	[$-3{,}09\times10^{-3}$; $4{,}40\times10^{-4}$]
β_{12}	$9{,}80\times10^{-5}$	$4{,}11\times10^{-4}$	[$-7{,}24\times10^{-4}$; $9{,}07\times10^{-4}$]
β_{13}	$-6{,}67\times10^{-4}$	$3{,}43\times10^{-4}$	[$-1{,}35\times10^{-3}$; $2{,}20\times10^{-5}$]
β_{14}	$3{,}63\times10^{-4}$	$6{,}65\times10^{-4}$	[$-9{,}25\times10^{-4}$; $1{,}68\times10^{-3}$]
β_{15}	$3{,}95\times10^{-3}$	0,11	[-0,22 ; 0,22]
β_{16}	$2{,}38\times10^{-4}$	$1{,}49\times10^{-4}$	[$-6{,}30\times10^{-5}$; $5{,}37\times10^{-4}$]
β_{17}	$-4{,}50\times10^{-5}$	$1{,}81\times10^{-4}$	[$-4{,}02\times10^{-4}$; $3{,}20\times10^{-4}$]
β_{18}	0,08	0,06	[-0,03 ; 0,19]
β_{19}	0,25	0,14	[-0,02 ; 0,53]
ν	46,21	13,59	[23,78 ; 76,43]

Fonte: elaborado pelo autor.

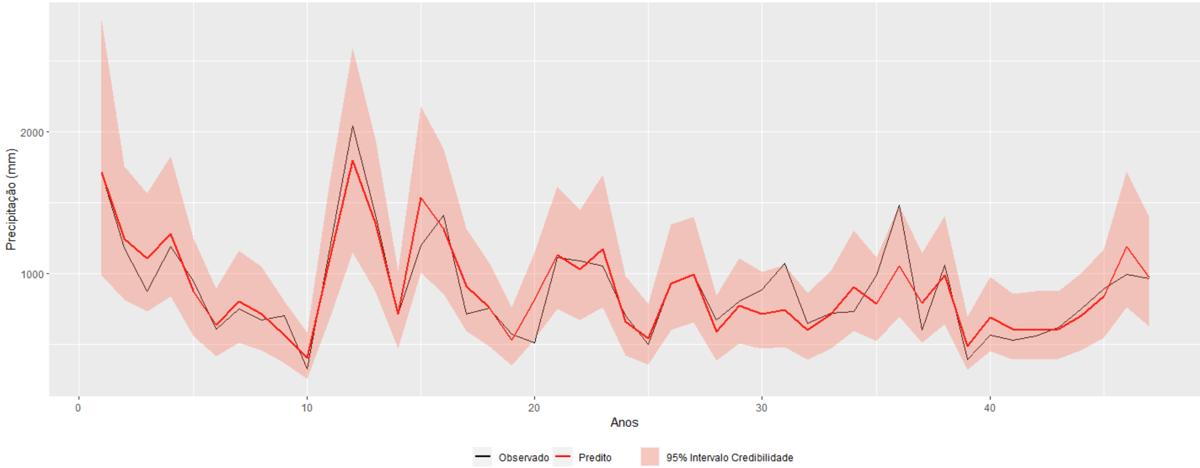
Tabela 66 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual na Ibiapaba

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	10,36	0,98	[8,42 ; 12,23]
β_1	$7{,}32\times10^{-4}$	$3{,}01\times10^{-4}$	[$1{,}59\times10^{-4}$; $1{,}34\times10^{-3}$]
β_2	-0,15	0,03	[-0,22 ; -0,08]
β_3	-1,06	0,14	[-1,34 ; -0,78]
β_4	$6{,}65\times10^{-4}$	$2{,}52\times10^{-4}$	[$1{,}67\times10^{-4}$; $1{,}15\times10^{-3}$]
β_5	-0,04	0,01	[-0,06 ; -0,01]
β_6	$-1{,}40\times10^{-3}$	$4{,}14\times10^{-4}$	[$-2{,}22\times10^{-3}$; $-5{,}68\times10^{-4}$]
ν	30,13	7,01	[17,34 ; 45,10]

Fonte: elaborado pelo autor.

Além do mais, na Figura 45 temos o gráfico do ajuste para o modelo final. Adicionalmente, a análise de resíduos para esse modelo encontra-se no Apêndice D na Figura 126, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Figura 45 – Ajuste do modelo final Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual na Ibiapaba



Fonte: elaborado pelo autor.

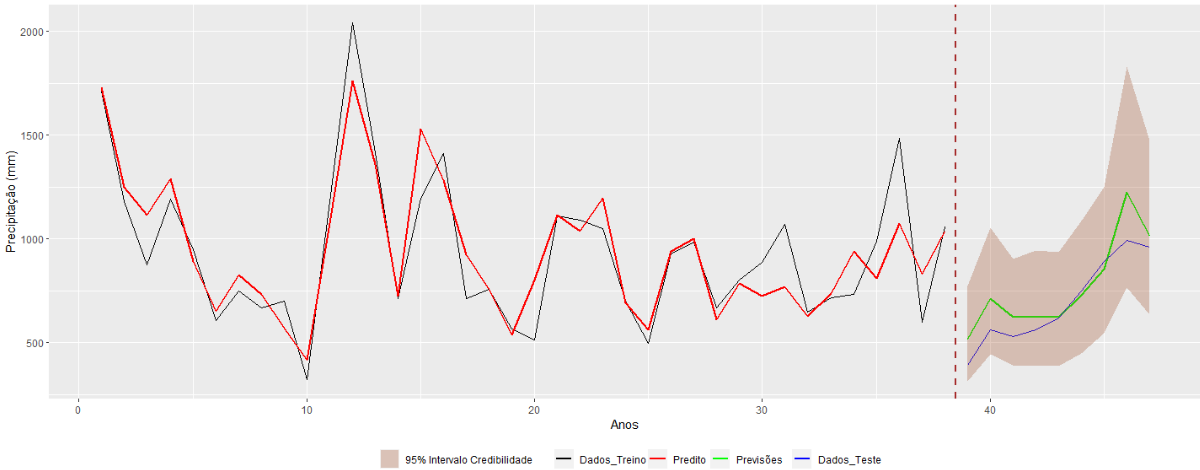
Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 66, iremos dividir os dados anuais em dados de treino e dados de teste, similar ao que foi realizado na subseção 7.2.1, continuando com a mesma quantidade de observações para os dados de treino e de teste. Na Tabela 67, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo é encontrado no Apêndice C na Figura 90, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 127. Além do mais, na Figura 46 temos o gráfico do modelo ajustado com as previsões.

Tabela 67 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC) para os dados de treino de precipitação (mm) anual na Ibiapaba

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	10,25	1,15	[7,94 ; 12,50]
β_1	$7{,}18\times10^{-4}$	$3{,}75\times10^{-4}$	[$3{,}20\times10^{-7}$; $1{,}48\times10^{-3}$]
β_2	-0,15	0,04	[-0,23 ; -0,07]
β_3	-0,97	0,18	[-1,32 ; -0,61]
β_4	$7{,}16\times10^{-4}$	$3{,}26\times10^{-4}$	[$5{,}82\times10^{-5}$; $1{,}35\times10^{-3}$]
β_5	-0,04	0,02	[-0,07 ; $-2{,}00\times10^{-3}$]
β_6	$-1{,}46\times10^{-3}$	$4{,}69\times10^{-4}$	[$-2{,}38\times10^{-3}$; $-5{,}12\times10^{-4}$]
ν	26,43	6,96	[14,62 ; 41,46]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 46 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual na Ibiapaba



Fonte: elaborado pelo autor.

7.2.4 Jaguaribana

Na Tabela 68, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual da Jaguaribana, perceba que o menor valor AIC encontra-se no modelo Normal (AIC) e o menor valor SBC encontra-se no modelo Gama (SBC).

Tabela 68 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual na Jaguaribana

Modelo	AIC	SBC
ARMA(1,1)	575,43	533,83
ARMA(2,1)	578,86	539,11
ARMA(1,2)	579,48	539,73
ARMA(2,2)	580,41	542,51
AR(1)	585,98	542,53
AR(2)	587,47	545,87
MA(1)	585,68	542,23
MA(2)	587,21	545,61
Normal (AIC)	**538,57**	528,42
Gama (AIC)	545,79	535,64
t-Student(3) (AIC)	542,49	532,34
t-Student(4) (AIC)	540,25	530,10
t-Student(6) (AIC)	538,80	528,66
t-Student(10) (AIC)	538,65	528,50
Normal (SBC)	553,51	528,57
Gama (SBC)	549,11	**524,16**
t-Student(3) (SBC)	557,11	532,16
t-Student(4) (SBC)	554,85	529,90
t-Student(6) (SBC)	553,50	528,55
t-Student(10) (SBC)	553,17	528,22

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 69 é apresentado o ajuste do modelo Normal (AIC), dada pela seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X53_t + \beta_2 X59_t + \beta_3 X68_t + \beta_4 X70_t + \beta_5 X4_{t-1} + \beta_6 X47_{t-1} + \beta_7 X66_{t-1} + \beta_8 X67_{t-1} + \beta_9 X15_{t-2} + \beta_{10} X19_{t-2} + \beta_{11} X30_{t-2} + \beta_{12} X34_{t-2} + \beta_{13} X36_{t-2} + \beta_{14} X39_{t-2} + \beta_{15} X79_{t-2} + \beta_{16} X9_{t-3} + \beta_{17} X23_{t-3} + \beta_{18} X60_{t-4} + \beta_{19} X70_{t-4}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_1, β_3, β_4, β_{15} e β_{16} são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo, considerando a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X53_t + \beta_2 X68_t + \beta_3 X70_t + \beta_4 X79_{t-2} + \beta_5 X9_{t-3}$, em que o resultado para esse modelo está na Tabela 70, no qual somente os parâmetros α, β_2 e β_3 são significativos a 5%. Novamente ajustando o modelo para a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X68_t + \beta_2 X70_t$, modelo esse em que o resultado encontra-se na Tabela 71 e que somente o parâmetro α é significativo a 5%, para esse modelo final temos os seguintes valores para os critérios de informação: AIC = 580,72 e SBC = 539,12. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo final encontra-se no

Apêndice C na Figura 91.

Tabela 69 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual na Jaguaribana

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	785,20	101,27	[587,51 ; 980,84]
β_1	26,92	8,29	[10,53 ; 42,86]
β_2	-149,98	87,46	[-320,97 ; 25,20]
β_3	-50,15	16,25	[-81,93 ; -19,46]
β_4	-198,76	88,18	[-367,54 ; -28,80]
β_5	0,08	0,13	[-0,17 ; 0,33]
β_6	-16,27	15,02	[-45,53 ; 12,88]
β_7	-46,18	51,78	[-149,05 ; 54,01]
β_8	-40,65	38,04	[-114,39 ; 33,11]
β_9	-0,16	0,36	[-0,85 ; 0,54]
β_{10}	-0,73	0,88	[-2,44 ; 0,99]
β_{11}	-0,33	1,42	[-3,15 ; 2,41]
β_{12}	-0,44	0,51	[-1,46 ; 0,53]
β_{13}	-0,47	0,38	[-1,21 ; 0,31]
β_{14}	-0,57	0,49	[-1,52 ; 0,42]
β_{15}	221,12	69,86	[81,55 ; 355,72]
β_{16}	0,71	0,16	[0,41 ; 1,01]
β_{17}	-0,24	0,15	[-0,54 ; 0,05]
β_{18}	64,69	43,30	[-23,02 ; 147,90]
β_{19}	21,63	76,17	[-130,31 ; 169,64]
σ	142,27	20,79	[108,51 ; 188,01]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 70 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual na Jaguaribana

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	768,79	97,75	[579,96 ; 961,04]
β_1	17,83	9,01	[-0,67 ; 34,90]
β_2	-66,86	24,44	[-112,88 ; -17,93]
β_3	-212,91	94,41	[-399,73 ; -27,43]
β_4	-63,45	37,34	[-135,22 ; 10,04]
β_5	0,24	0,14	[-0,04 ; 0,50]
σ	245,69	28,55	[196,97 ; 306,46]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 71 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual na Jaguaribana

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	900,87	76,67	[740,67 ; 1048,51]
β_1	-45,33	23,23	[-89,42 ; 0,38]
β_2	-80,61	74,48	[-227,05 ; 65,23]
σ	267,36	29,59	[215,57 ; 330,68]

Fonte: elaborado pelo autor.

Apresentando agora o resultado do modelo Gama (SBC) encontrado na Tabela 72, dada pela seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X53_t + \beta_2 X59_t + \beta_3 X4_{t-1} + \beta_4 X66_{t-1} + \beta_5 X67_{t-1} + \beta_6 X30_{t-2} + \beta_7 X34_{t-2} + \beta_8 X39_{t-2} + \beta_9 X79_{t-2} + \beta_{10} X9_{t-3} + \beta_{11} X60_{t-4}$, concluindo-se que somente os parâmetros α, β_1, β_2, β_5 e β_{10} são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo, considerando a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X53_t + \beta_2 X59_t + \beta_3 X67_{t-1} + \beta_4 X9_{t-3}$, em que o resultado para esse modelo está na Tabela 73 e que somente o parâmetro β_4 não é significativo a 5%. Novamente ajustando o modelo descartando β_4, temos o resultado do modelo ajustado na Tabela 74, no qual agora temos todos os parâmetros são significativos a 5%. Para esse modelo final temos os seguintes valores para os critérios de informação: AIC = 552,17 e SBC = 512,42. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo final encontra-se no Apêndice C na Figura 92.

Tabela 72 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (SBC) para os dados de precipitação (mm) anual na Jaguaribana

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	9,93	1,08	[7,77 ; 12,02]
β_1	-0,11	0,05	[-0,21 ; -0,02]
β_2	-0,65	0,22	[-1,10 ; -0,22]
β_3	$1{,}59\times10^{-4}$	$1{,}40\times10^{-4}$	[$-1{,}12\times10^{-4}$; $4{,}37\times10^{-4}$]
β_4	0,09	0,10	[-0,10 ; 0,28]
β_5	-0,14	0,06	[-0,25 ; -0,03]
β_6	$-3{,}14\times10^{-3}$	$1{,}64\times10^{-3}$	[$-6{,}37\times10^{-3}$; $7{,}00\times10^{-5}$]
β_7	$-3{,}55\times10^{-4}$	$6{,}31\times10^{-4}$	[$-1{,}61\times10^{-3}$; $8{,}74\times10^{-4}$]
β_8	$-1{,}12\times10^{-3}$	$8{,}41\times10^{-4}$	[$-2{,}76\times10^{-3}$; $5{,}79\times10^{-4}$]
β_9	0,30	0,15	[$-2{,}80\times10^{-3}$; 0,58]
β_{10}	$5{,}89\times10^{-4}$	$1{,}72\times10^{-4}$	[$2{,}56\times10^{-4}$; $9{,}29\times10^{-4}$]
β_{11}	0,10	0,07	[-0,03 ; 0,23]
ν	19,05	4,65	[10,91 ; 28,82]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 73 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (SBC) para os dados de precipitação (mm) anual na Jaguaribana

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	10,71	1,13	[8,45 ; 12,90]
β_1	-0,14	0,05	[-0,24 ; -0,04]
β_2	-1,05	0,21	[-1,47 ; -0,64]
β_3	-0,09	0,04	[-0,17 ; -0,02]
β_4	$2{,}11\times10^{-4}$	$1{,}11\times10^{-4}$	[$-7{,}00\times10^{-6}$; $4{,}28\times10^{-4}$]
ν	13,26	2,94	[8,16 ; 19,82]

Fonte: elaborado pelo autor.

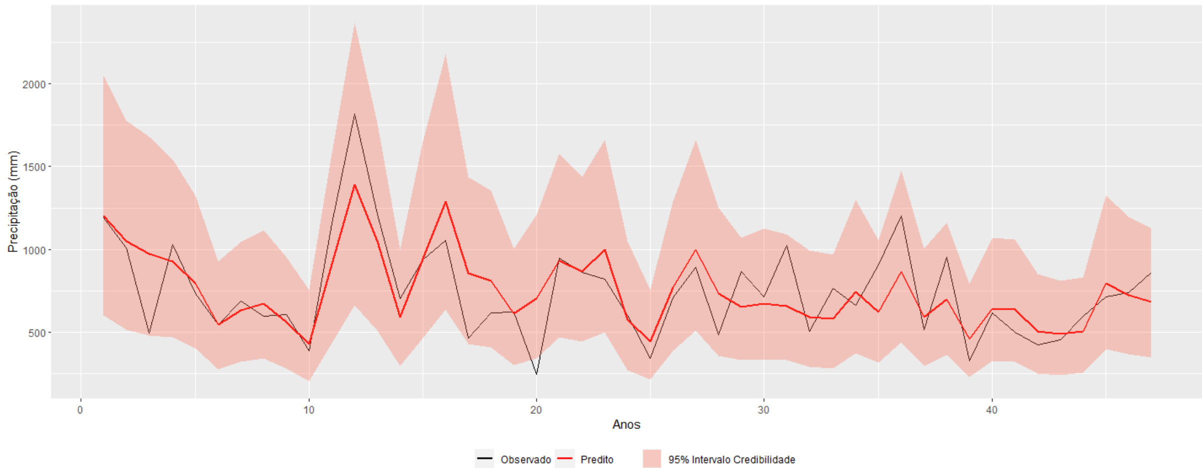
Tabela 74 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (SBC) para os dados de precipitação (mm) anual na Jaguaribana

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	10,82	1,19	[8,43 ; 13,09]
β_1	-0,14	0,05	[-0,24 ; -0,03]
β_2	-0,92	0,21	[-1,32 ; -0,52]
β_3	-0,08	0,04	[-0,15 ; -0,01]
ν	12,40	2,76	[7,58 ; 18,44]

Fonte: elaborado pelo autor.

Portanto, como modelo final para representar os dados de precipitação (mm) anual na Jaguaribana será o modelo Gama (SBC), considerando somente os parâmetros significativos a 5%, pois apresenta os menores valores de AIC e SBC comparado ao modelo Normal (AIC). Na Figura 47, temos o gráfico do ajuste para esse modelo final. Adicionalmente, a análise de resíduos para esse modelo está no Apêndice D na Figura 128, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Figura 47 – Ajuste do modelo final Gama (SBC) para os dados de precipitação (mm) anual na Jaguaribana



Fonte: elaborado pelo autor.

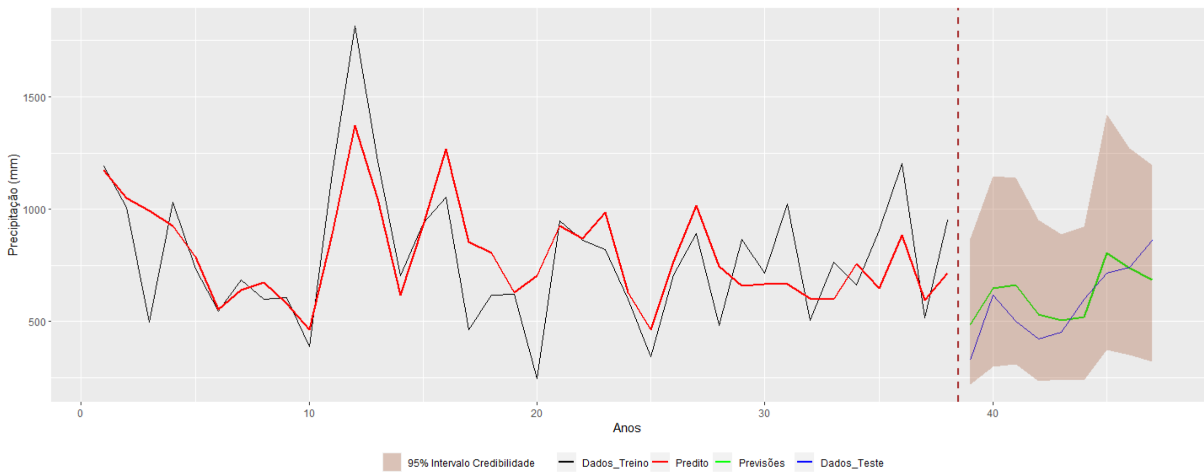
Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 74, iremos dividir os dados anuais em dados de treino e dados de teste, similar ao que foi realizado na subseção 7.2.1, continuando com a mesma quantidade de observações para os dados de treino e de teste. Na Tabela 75, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino, no qual agora o parâmetro β_3 não é significativo a 5%. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo é encontrado no Apêndice C na Figura 93, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 129. Além do mais, na Figura 48 temos o gráfico do modelo ajustado com as previsões.

Tabela 75 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (SBC) para os dados de treino de precipitação (mm) anual na Jaguaribana

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	10,30	1,39	[7,57 ; 13,03]
β_1	-0,12	0,06	[-0,24 ; $1{,}29\times10^{-3}$]
β_2	-0,87	0,25	[-1,37 ; -0,37]
β_3	-0,08	0,04	[-0,17 ; $2{,}77\times10^{-3}$]
ν	10,61	2,72	[6,05 ; 16,59]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 48 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Gama (SBC) para os dados de precipitação (mm) anual na Jaguaribana



Fonte: elaborado pelo autor.

7.2.5 Litoral de Fortaleza

Na Tabela 76, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual no Litoral de Fortaleza, perceba que o menor valor de AIC e SBC encontra-se no modelo Gama (AIC).

Tabela 76 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual no Litoral de Fortaleza

Modelo	AIC	SBC
ARMA(1,1)	618,92	577,32
ARMA(2,1)	618,96	579,21
ARMA(1,2)	620,14	580,39
ARMA(2,2)	621,29	583,39
AR(1)	616,85	573,40
AR(2)	618,52	576,92
MA(1)	616,96	573,51
MA(2)	618,25	576,65
Normal (AIC)	569,76	557,76
Gama (AIC)	**553,98**	**541,98**
t-Student(3) (AIC)	594,99	582,99
t-Student(4) (AIC)	585,97	573,97
t-Student(6) (AIC)	574,22	562,23
t-Student(10) (AIC)	570,90	558,90

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 77 é apresentado o ajuste do modelo Gama (AIC), dada pela seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X5_t + \beta_2 X15_t + \beta_3 X53_t + \beta_4 X68_t + \beta_5 X69_t + \beta_6 X77_t + \beta_7 X22_{t-1} + \beta_8 X60_{t-1} + \beta_9 X15_{t-2} + \beta_{10} X16_{t-2} + \beta_{11} X19_{t-2} + \beta_{12} X25_{t-2} + \beta_{13} X34_{t-2} + \beta_{14} X79_{t-2} + \beta_{15} X79_{t-3} + \beta_{16} X22_{t-4} + \beta_{17} X43_{t-4} + \beta_{18} X70_{t-4}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_1, β_4, β_5, β_7, β_8, β_{10}, β_{14}, β_{16} e β_{18} são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo, considerando agora a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X5_t + \beta_2 X68_t + \beta_3 X69_t + \beta_4 X22_{t-1} + \beta_5 X60_{t-1} + \beta_6 X16_{t-2} + \beta_7 X79_{t-2} + \beta_8 X22_{t-4} + \beta_9 X70_{t-4}$, em que o resultado para esse modelo está na Tabela 78, persistindo ainda que somente o parâmetro β_7 não é significativo a 5%. Realizando mais um ajuste do modelo considerando a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X5_t + \beta_2 X68_t + \beta_3 X69_t + \beta_4 X22_{t-1} + \beta_5 X60_{t-1} + \beta_6 X16_{t-2} + \beta_7 X22_{t-4} + \beta_8 X70_{t-4}$, modelo esse em que o resultado encontra-se na Tabela 79 e que agora todos os parâmetros são significativos a 5%. Para esse modelo final temos os seguintes valores para os critérios de informação: AIC = 551,18 e SBC = 520,69. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo final encontra-se no Apêndice C na Figura 94.

Além do mais, na Figura 49 temos o gráfico do ajuste do modelo final. Adicionalmente, a análise de resíduos para esse modelo encontra-se no Apêndice D na Figura 130, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Tabela 77 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral de Fortaleza

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	7,44	1,05	[5,34 ; 9,51]
β_1	-2,41$\times10^{-4}$	9,20$\times10^{-5}$	[-4,26$\times10^{-4}$; -6,00$\times10^{-5}$]
β_2	4,58$\times10^{-4}$	3,14$\times10^{-4}$	[-1,36$\times10^{-4}$; 1,06$\times10^{-3}$]
β_3	0,03	0,05	[-0,06 ; 0,13]
β_4	-0,07	0,03	[-0,12 ; -0,01]
β_5	-0,72	0,18	[-1,08 ; -0,35]
β_6	0,21	0,14	[-0,08 ; 0,50]
β_7	7,63$\times10^{-4}$	1,90$\times10^{-4}$	[3,96$\times10^{-4}$; 1,14$\times10^{-3}$]
β_8	0,33	0,08	[0,17 ; 0,49]
β_9	-1,06$\times10^{-3}$	5,58$\times10^{-4}$	[-2,16$\times10^{-3}$; 1,60$\times10^{-5}$]
β_{10}	-9,03$\times10^{-4}$	4,20$\times10^{-4}$	[-1,73$\times10^{-3}$; -5,30$\times10^{-5}$]
β_{11}	-1,40$\times10^{-3}$	8,50$\times10^{-4}$	[-3,06$\times10^{-3}$; 2,66$\times10^{-4}$]
β_{12}	-2,25$\times10^{-4}$	3,81$\times10^{-4}$	[-9,68$\times10^{-4}$; 5,18$\times10^{-4}$]
β_{13}	5,17$\times10^{-4}$	5,36$\times10^{-4}$	[-5,65$\times10^{-4}$; 1,56$\times10^{-3}$]
β_{14}	0,20	0,07	[0,06 ; 0,33]
β_{15}	0,04	0,04	[-0,03 ; 0,11]
β_{16}	-6,69$\times10^{-4}$	2,13$\times10^{-4}$	[-1,10$\times10^{-3}$; -2,51$\times10^{-4}$]
β_{17}	1,17$\times10^{-4}$	2,52$\times10^{-4}$	[-3,88$\times10^{-4}$; 6,06$\times10^{-4}$]
β_{18}	0,43	0,14	[0,15 ; 0,71]
ν	43,64	12,27	[23,01 ; 71,26]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 78 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral de Fortaleza

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	8,77	0,28	[8,25 ; 9,34]
β_1	-1,87$\times10^{-4}$	8,30$\times10^{-5}$	[-3,47 $\times10^{-4}$; -2,30$\times10^{-5}$]
β_2	-0,05	0,02	[-0,09 ; -0,01]
β_3	-1,07	0,20	[-1,47 ; -0,67]
β_4	7,05$\times10^{-4}$	2,24$\times10^{-4}$	[2,62$\times10^{-4}$; 1,15$\times10^{-3}$]
β_5	0,31	0,10	[0,10 ; 0,51]
β_6	-9,92$\times10^{-4}$	4,50$\times10^{-4}$	[-1,89$\times10^{-3}$; -1,18$\times10^{-4}$]
β_7	0,04	0,05	[-0,05 ; 0,14]
β_8	-4,06$\times10^{-4}$	1,50$\times10^{-4}$	[-7,03$\times10^{-4}$; -1,20$\times10^{-4}$]
β_9	0,52	0,17	[0,20 ; 0,85]
ν	24,09	5,77	[14,25 ; 36,79]

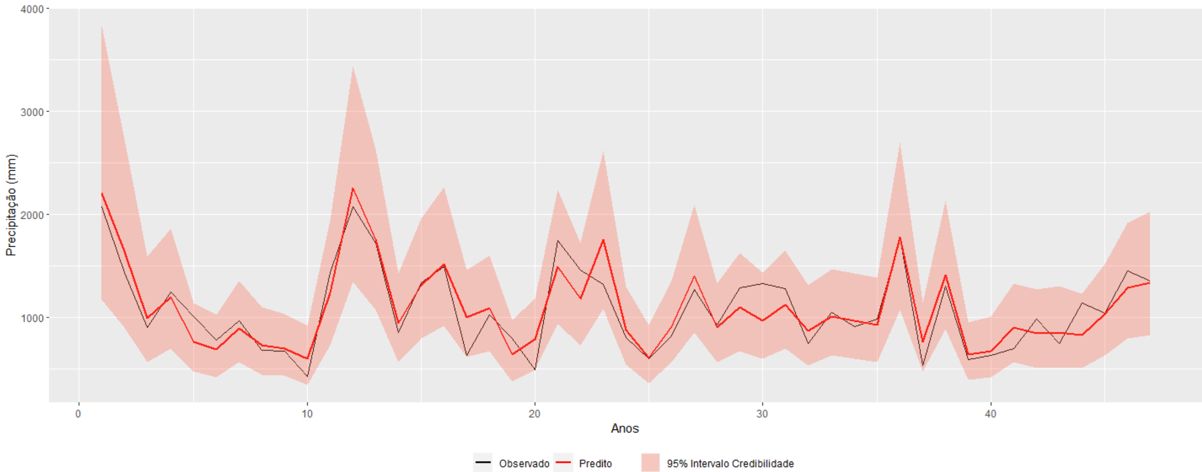
Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 79 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral de Fortaleza

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	8,81	0,28	[8,28 ; 9,36]
β_1	-1,88$\times 10^{-4}$	8,10$\times 10^{-5}$	[-3,44$\times 10^{-4}$; -2,60$\times 10^{-5}$]
β_2	-0,05	0,02	[-0,09 ; -0,01]
β_3	-1,12	0,18	[-1.48 ; -0.76]
β_4	7,31$\times 10^{-4}$	2,19$\times 10^{-4}$	[3,09$\times 10^{-4}$; 1,16$\times 10^{-3}$]
β_5	0,28	0,10	[0,08 ; 0,48]
β_6	-7,19$\times 10^{-4}$	3,44$\times 10^{-4}$	[-1,41$\times 10^{-3}$; -5,40$\times 10^{-5}$]
β_7	-3,59$\times 10^{-4}$	1,39$\times 10^{-4}$	[-6,31$\times 10^{-4}$; -8,00$\times 10^{-5}$]
β_8	0,57	0,16	[0,25 ; 0,88]
ν	24,17	5,69	[14,36 ; 36,57]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 49 – Ajuste do modelo final Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral de Fortaleza



Fonte: elaborado pelo autor.

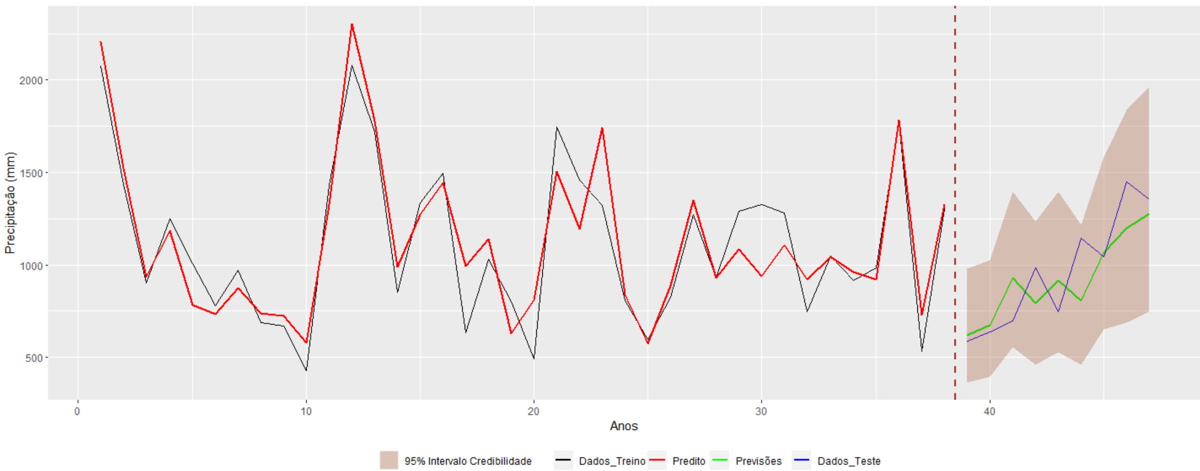
Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 79, iremos dividir os dados anuais em dados de treino e dados de teste, similar ao que foi realizado na subseção 7.2.1, continuando com a mesma quantidade de observações para os dados de treino e de teste. Na Tabela 80, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino, no qual agora os parâmetros β_2 e β_5 não são significativos a 5%. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo é encontrado no Apêndice C na Figura 95, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 131. Além do mais, na Figura 50 temos o gráfico do modelo ajustado com as previsões.

Tabela 80 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC) para os dados de treino de precipitação (mm) anual no Litoral de Fortaleza

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	8,92	0,30	[8,34 ; 9,53]
β_1	-2,53$\times10^{-4}$	9,40$\times10^{-5}$	[-4,35$\times10^{-4}$; -6,30$\times10^{-5}$]
β_2	-0,05	0,03	[-0,10 ; 4,71$\times10^{-3}$]
β_3	-1,09	0,22	[-1,52 ; -0,64]
β_4	5,45$\times10^{-4}$	2,72$\times10^{-4}$	[1,20$\times10^{-5}$; 1,07$\times10^{-3}$]
β_5	0,22	0,12	[-0,03 ; 0,46]
β_6	-7,48$\times10^{-4}$	3,68$\times10^{-4}$	[-1,47$\times10^{-3}$; -2,10$\times10^{-5}$]
β_7	-3,73$\times10^{-4}$	1,51$\times10^{-4}$	[-6,66$\times10^{-4}$; -7,60$\times10^{-5}$]
β_8	0,61	0,18	[0,24 ; 0,96]
ν	22,31	6,25	[11,84 ; 36,12]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 50 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral de Fortaleza



Fonte: elaborado pelo autor.

7.2.6 Litoral de Pecém

Na Tabela 81, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual no Litoral de Pecém, perceba que o menor valor de AIC e SBC, encontra-se no Modelo Gama (AIC).

Tabela 81 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual no Litoral de Pecém

Modelo	AIC	SBC
ARMA(1,1)	597,44	555,84
ARMA(2,1)	599,06	559,31
ARMA(1,2)	598,72	558,97
ARMA(2,2)	600,31	562,41
AR(1)	596,06	552,61
AR(2)	597,73	556,13
MA(1)	595,64	552,19
MA(2)	597,92	556,32
Normal (AIC)	558,49	540,94
Gama (AIC)	**549,57**	**532,02**
t-Student(3) (AIC)	559,23	541,69
t-Student(4) (AIC)	559,16	541,61
t-Student(6) (AIC)	558,96	541,41
t-Student(10) (AIC)	558,95	541,40

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 82 é apresentado o ajuste do modelo Gama (AIC), dada pela seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X20_t + \beta_2 X53_t + \beta_3 X59_t + \beta_4 X68_t + \beta_5 X69_t + \beta_6 X48_{t-1} + \beta_7 X67_{t-1} + \beta_8 X15_{t-2} + \beta_9 X16_{t-2} + \beta_{10} X34_{t-2} + \beta_{11} X79_{t-2} + \beta_{12} X23_{t-3} + \beta_{13} X79_{t-3} + \beta_{14} X43_{t-4} + \beta_{15} X70_{t-4}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_2, β_{14} e β_{15} são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo, considerando agora a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X53_t + \beta_2 X43_{t-4} + \beta_3 X70_{t-4}$, em que o resultado para esse modelo está na Tabela 83 e no qual todos os parâmetros são significativos a 5%. Para esse modelo final temos os seguintes valores para os critérios de informação: AIC = 576,40 e SBC = 536,65. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo final encontra-se no Apêndice C na Figura 96.

Além do mais na Figura 51 temos o gráfico do ajuste do modelo final. Adicionalmente, a análise de resíduos para esse modelo encontra-se no Apêndice D na Figura 132, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Tabela 82 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral de Pecém

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	9,12	1,30	[6,48 ; 11,74]
β_1	$7{,}61\times10^{-4}$	$4{,}35\times10^{-4}$	[$-6{,}80\times10^{-5}$; $1{,}61\times10^{-3}$]
β_2	-0,11	0,05	[-0,21 ; $-2{,}13\times10^{-3}$]
β_3	-1,20	3,66	[-8,57 ; 5,84]
β_4	$4{,}26\times10^{-3}$	0,03	[-0,06 ; 0,07]
β_5	0,49	3,51	[-6,28 ; 7,62]
β_6	-0,01	0,02	[-0,05 ; 0,02]
β_7	-0,03	0,04	[-0,11 ; 0,05]
β_8	$-8{,}49\times10^{-4}$	$6{,}06\times10^{-4}$	[$-2{,}06\times10^{-3}$; $3{,}71\times10^{-4}$]
β_9	$-5{,}90\times10^{-4}$	$6{,}10\times10^{-4}$	[$-1{,}79\times10^{-3}$; $6{,}30\times10^{-4}$]
β_{10}	$1{,}83\times10^{-4}$	$7{,}55\times10^{-4}$	[$-1{,}29\times10^{-3}$; $1{,}64\times10^{-3}$]
β_{11}	0,09	0,10	[-0,11 ; 0,29]
β_{12}	$-2{,}36\times10^{-4}$	$2{,}75\times10^{-4}$	[$-7{,}93\times10^{-4}$; $3{,}07\times10^{-4}$]
β_{13}	0,10	0,09	[-0,07 ; 0,27]
β_{14}	$-6{,}41\times10^{-4}$	$2{,}20\times10^{-4}$	[$-1{,}08\times10^{-3}$; $-2{,}28\times10^{-4}$]
β_{15}	0,47	0,18	[0,12 ; 0,82]
ν	20,19	5,51	[11,05 ; 32,42]

Fonte: elaborado pelo autor.

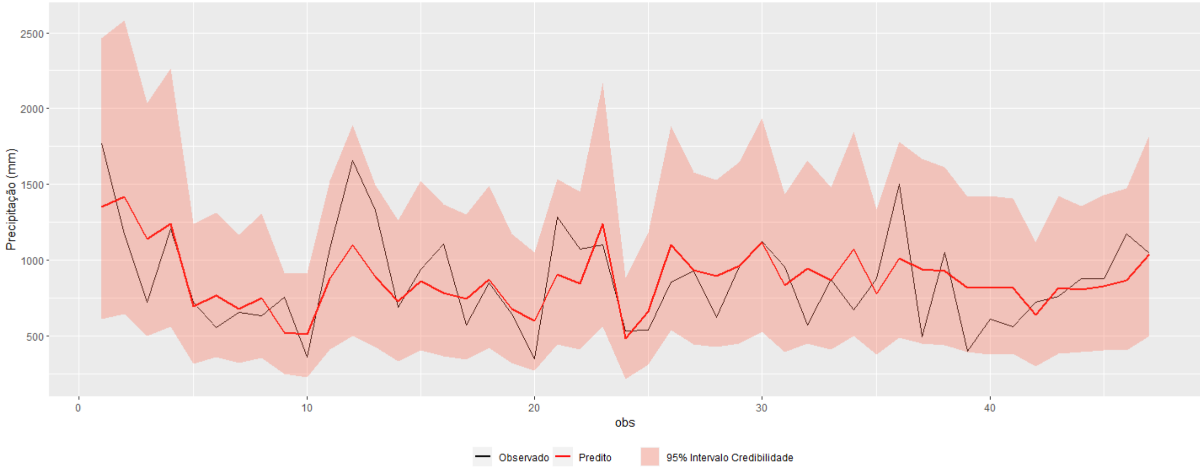
Tabela 83 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral de Pecém

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	11,24	1,28	[8,64 ; 13,64]
β_1	-0,18	0,06	[-0,29 ; -0,07]
β_2	$-7{,}83\times10^{-4}$	$2{,}14\times10^{-4}$	[$-1{,}21\times10^{-3}$; $-3{,}65\times10^{-4}$]
β_3	0,42	0,18	[0,07 ; 0,79]
ν	10,78	2,32	[6,67 ; 15,78]

Fonte: elaborado pelo autor.

Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 83, iremos dividir os dados anuais em dados de treino e dados de teste, similar ao que foi realizado na subseção 7.2.1, continuando com a mesma quantidade de observações para os dados de treino e de teste. Na Tabela 84, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo é encontrado no Apêndice C na Figura 97, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 133. Além do mais, na Figura 52 temos o gráfico do modelo ajustado com as previsões.

Figura 51 – Ajuste do modelo final Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral de Pecém



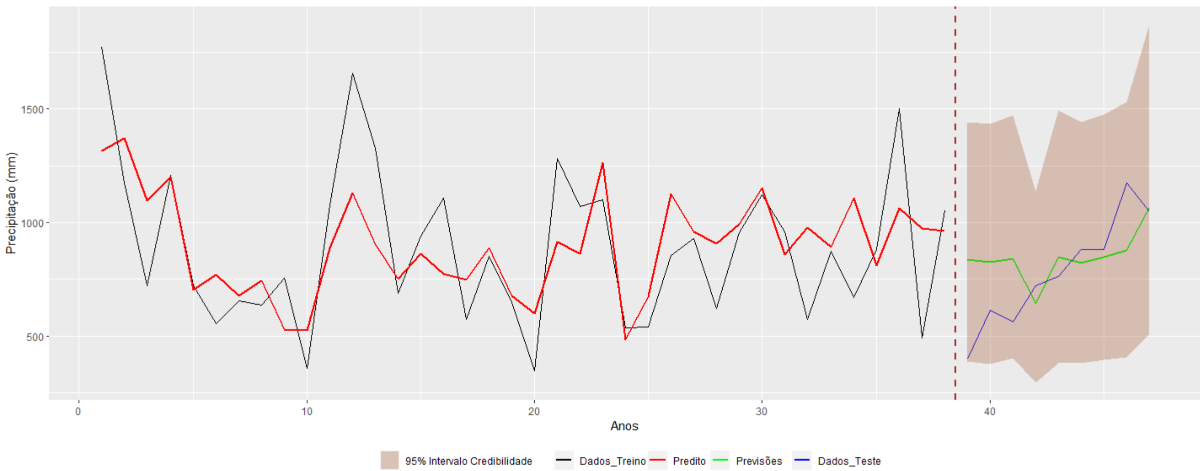
Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 84 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC) para os dados de treino de precipitação (mm) anual no Litoral de Pecém

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	11,21	1,40	[8,34 ; 13,94]
β_1	-0,18	0,06	[-0,30 ; -0,05]
β_2	$-7{,}90\times10^{-4}$	$2{,}29\times10^{-4}$	$[-1{,}24\times10^{-3}$; $-3{,}28\times10^{-4}]$
β_3	0,48	0,20	[0,08 ; 0,87]
ν	10,49	2,61	[6,10 ; 16,12]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 52 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral de Pecém



Fonte: elaborado pelo autor.

7.2.7 Litoral Norte

Na Tabela 85, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual no Litoral Norte, perceba que o menor valor de AIC e SBC encontra-se no modelo Normal (AIC).

Tabela 85 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual no Litoral Norte

Modelo	AIC	SBC
ARMA(1,1)	615,40	573,80
ARMA(2,1)	614,61	574,86
ARMA(1,2)	614,78	575,03
ARMA(2,2)	614,62	576,72
AR(1)	614,21	570,76
AR(2)	615,09	573,49
MA(1)	613,54	570,09
MA(2)	615,07	573,47
Normal (AIC)	**563,29**	**553,14**
Gama (AIC)	576,68	566,53
t-Student(3) (AIC)	564,73	554,58
t-Student(4) (AIC)	565,18	555,03
t-Student(6) (AIC)	563,78	553,63
t-Student(10) (AIC)	563,32	553,18

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 86 é apresentado o ajuste do modelo Normal (AIC), dada pela seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X7_t + \beta_2 X20_t + \beta_3 X53_t + \beta_4 X59_t + \beta_5 X68_t + \beta_6 X78_t + \beta_7 X4_{t-1} + \beta_8 X20_{t-1} + \beta_9 X25_{t-1} + \beta_{10} X39_{t-1} + \beta_{11} X47_{t-1} + \beta_{12} X66_{t-1} + \beta_{13} X15_{t-2} + \beta_{14} X34_{t-2} + \beta_{15} X36_{t-2} + \beta_{16} X79_{t-2} + \beta_{17} X79_{t-3} + \beta_{18} X14_{t-4} + \beta_{19} X70_{t-4}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_2, β_8, β_{10} e β_{17} são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo, considerando agora a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X20_t + \beta_2 X20_{t-1} + \beta_3 X39_{t-1} + \beta_4 X79_{t-3}$, em que o resultado para esse modelo está na Tabela 87, no qual persiste que o parâmetro β_4 não é significativo a 5%. Novamente ajustando o modelo descartando esse parâmetro, temos o resultado na Tabela 88 e que portanto agora temos todos os parâmetros significativos a 5%. Para esse modelo final temos os seguintes valores para os critérios de informação: AIC = 590,89 e SBC = 551,14. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo final encontra-se no Apêndice C na Figura 98.

Além do mais na Figura 53 temos o gráfico do ajuste do modelo final. Adicionalmente, a análise de resíduos para esse modelo encontra-se no Apêndice D na Figura 98, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Tabela 86 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral Norte

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	969,11	97,96	[774,12 ; 1156,75]
β_1	0,01	0,10	[-0,20 ; 0,20]
β_2	0,82	0,33	[0,16 ; 1,49]
β_3	-11,89	26,00	[-63,27 ; 38,48]
β_4	-136,60	91,22	[-313,82 ; 46,54]
β_5	-49,92	28,01	[-103,43 ; 5,45]
β_6	-0,97	0,52	[-2,02 ; 0,02]
β_7	0,13	0,17	[-0,21 ; 0,47]
β_8	0,77	0,34	[0,10 ; 1,44]
β_9	0,40	0,33	[-0,26 ; 1,07]
β_{10}	-2,42	0,61	[-3,63 ; -1,22]
β_{11}	12,72	36,79	[-60,17 ; 84,45]
β_{12}	-79,03	44,46	[-164,36 ; 11,25]
β_{13}	-0,82	0,49	[-1,77 ; 0,12]
β_{14}	0,11	0,59	[-1,02 ; 1,27]
β_{15}	-0,66	0,34	[-1,34 ; 0,01]
β_{16}	112,23	59,27	[-7,64 ; 224,66]
β_{17}	80,60	36,55	[8,88 ; 152,12]
β_{18}	-0,38	0,23	[-0,83 ; 0,08]
β_{19}	93,67	89,07	[-79,83 ; 269,36]
σ	186,53	25,31	[143,91 ; 242,14]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 87 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral Norte

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	935,44	100,14	[735,45 ; 1130,24]
β_1	0,75	0,18	[0,40 ; 1,09]
β_2	1,60	0,43	[0,76 ; 2,46]
β_3	-2,77	0,52	[-3,78 ; -1,75]
β_4	-11,15	28,46	[-66,24 ; 44,83]
σ	297,58	32,43	[240,60 ; 367,94]

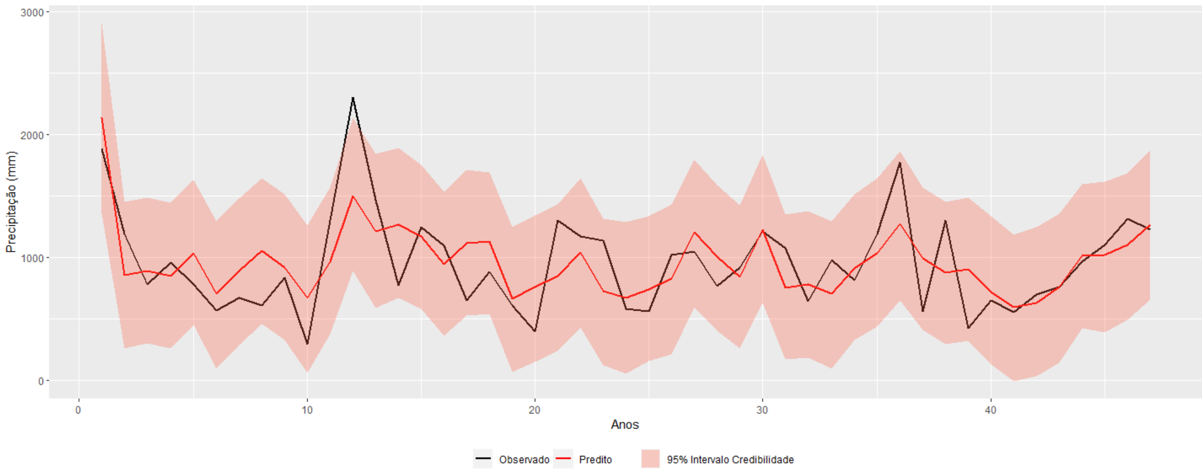
Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 88 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral Norte

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	930,56	99,75	[736,37 ; 1129,01]
β_1	0,75	0,18	[0,40 ; 1,10]
β_2	1,57	0,43	[0,74 ; 2,42]
β_3	-2,79	0,53	[-3,82 ; -1,74]
σ	295,48	31,82	[242,00 ; 364,67]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 53 – Ajuste do modelo final Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral Norte



Fonte: elaborado pelo autor.

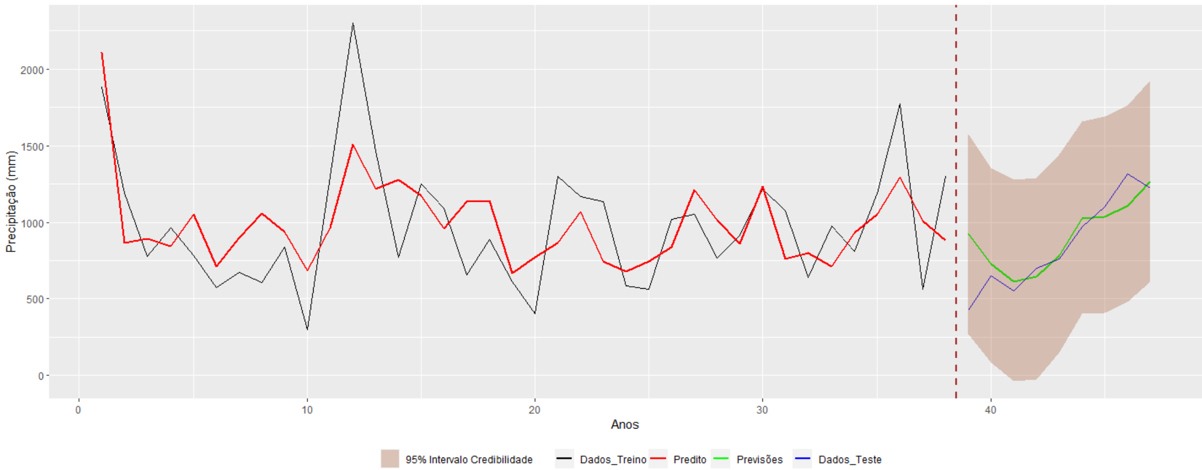
Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 88, iremos dividir os dados anuais em dados de treino e dados de teste, similar ao que foi realizado na subseção 7.2.1, continuando com a mesma quantidade de observações para os dados de treino e de teste. Na Tabela 89, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo é encontrado no Apêndice C na Figura 99, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 135. Além do mais, na Figura 54 temos o gráfico do modelo ajustado com as previsões.

Tabela 89 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de treino de precipitação (mm) anual no Litoral Norte

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	938,19	99,41	[745,06 ; 1132,31]
β_1	0,73	0,19	[0,36 ; 1,12]
β_2	1,57	0,51	[0,54 ; 2,59]
β_3	-2,76	0,63	[-4,04 ; -1,51]
σ	317,06	39,00	[252,42 ; 402,58]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 54 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral Norte



Fonte: elaborado pelo autor.

7.2.8 Maciço de Baturité

Na Tabela 90, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual no Maciço de Baturité, perceba que o menor valor de AIC e SBC encontra-se no modelo Gama (AIC).

Tabela 90 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual no Maciço de Baturité

Modelo	AIC	SBC
ARMA(1,1)	596,55	554,95
ARMA(2,1)	598,28	598,28
ARMA(1,2)	598,31	558,56
ARMA(2,2)	598,44	560,54
AR(1)	594,76	551,31
AR(2)	596,53	554,93
MA(1)	595,21	551,76
MA(2)	596,76	555,16
Normal (AIC)	563,07	549,23
Gama (AIC)	**534,83**	**520,98**
t-Student(3) (AIC)	566,04	552,19
t-Student(4) (AIC)	564,76	550,91
t-Student(6) (AIC)	563,99	550,14
t-Student(10) (AIC)	563,16	549,32

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 91 é apresentado o ajuste do modelo Gama (AIC), dada pela seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X53_t + \beta_2 X68_t + \beta_3 X69_t + \beta_4 X4_{t-1} + \beta_5 X8_{t-1} + \beta_6 X22_{t-1} + \beta_7 X47_{t-1} + \beta_8 X67_{t-1} + \beta_9 X75_{t-1} + \beta_{10} X8_{t-2} + \beta_{11} X16_{t-2} + \beta_{12} X19_{t-2} + \beta_{13} X25_{t-2} + \beta_{14} X34_{t-2} + \beta_{15} X79_{t-3} + \beta_{16} X14_{t-4} + \beta_{17} X70_{t-4}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_3, β_6, β_{16} e β_{17} são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo, considerando agora a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X69_t + \beta_2 X22_{t-1} + \beta_3 X14_{t-4} + \beta_4 X70_{t-4}$, em que o resultado para esse modelo está na Tabela 92, persistindo ainda que o parâmetro β_2 não é significativo a 5%. Novamente ajustando o modelo considerando a componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X69_t + \beta_2 X14_{t-4} + \beta_3 X70_{t-4}$, o resultado desse modelo encontra-se na Tabela 93 e que portanto agora temos todos os parâmetros significativos a 5%. Para esse modelo final temos os seguintes valores para os critérios de informação: AIC = 556,31 e SBC = 516,56. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo final encontra-se no Apêndice C na Figura 100.

Além do mais na Figura 55 temos o gráfico do ajuste do modelo final. Adicionalmente, a análise de resíduos para esse modelo encontra-se no Apêndice D na Figura 136, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Tabela 91 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Maciço de Baturité

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	9,47	1,08	[7,37 ; 11,57]
β_1	0,07	0,05	[-0,17 ; 0,02]
β_2	-4,49$\times 10^{-3}$	0,03	[-0,06 ; 0,05]
β_3	-0,67	0,20	[-1,06 ; -0,27]
β_4	1,86$\times 10^{-4}$	2,02$\times 10^{-4}$	[-2,10$\times 10^{-4}$; 5,86$\times 10^{-4}$]
β_5	-5,61$\times 10^{-4}$	2,86$\times 10^{-4}$	[-1,14$\times 10^{-3}$; 8,00$\times 10^{-5}$]
β_6	6,69$\times 10^{-4}$	3,06$\times 10^{-4}$	[7,60$\times 10^{-5}$; 1,27$\times 10^{-3}$]
β_7	-0,03	0,03	[-0,10 ; 0,03]
β_8	0,02	0,04	[-0,05 ; 0,10]
β_9	-0,20	0,30	[-0,79 ; 0,37]
β_{10}	3,65$\times 10^{-4}$	2,21$\times 10^{-4}$	[-7,90$\times 10^{-5}$; 7,74$\times 10^{-4}$]
β_{11}	-3,33$\times 10^{-4}$	4,96$\times 10^{-4}$	[-1,32$\times 10^{-3}$; 6,34$\times 10^{-4}$]
β_{12}	-1,24$\times 10^{-3}$	1,00$\times 10^{-3}$	[-3,23$\times 10^{-3}$; 7,57$\times 10^{-4}$]
β_{13}	-4,98$\times 10^{-4}$	3,60$\times 10^{-4}$	[-1,21$\times 10^{-3}$; 1,99$\times 10^{-4}$]
β_{14}	2,85$\times 10^{-4}$	5,42$\times 10^{-4}$	[-7,77$\times 10^{-4}$; 1,36$\times 10^{-3}$]
β_{15}	0,07	0,04	[-0,02 ; 0,16]
β_{16}	-7,32$\times 10^{-4}$	2,35$\times 10^{-4}$	[-1,20$\times 10^{-3}$; -2,70$\times 10^{-3}$]
β_{17}	0,60	0,16	[0,27 ; 0,93]
ν	27,89	7,88	[14,49 ; 45,19]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 92 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Maciço de Baturité

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	7,79	0,24	[7,32 ; 8,28]
β_1	-1,04	0,21	[-1,45 ; -0,62]
β_2	9,50$\times 10^{-5}$	1,85$\times 10^{-4}$	[-2,67$\times 10^{-4}$; 4,68$\times 10^{-4}$]
β_3	-6,97$\times 10^{-4}$	2,31$\times 10^{-4}$	[-1,14$\times 10^{-3}$; -2,42$\times 10^{-4}$]
β_4	0,72	0,19	[0,34 ; 1,10]
ν	14,91	3,41	[9,05 ; 22,34]

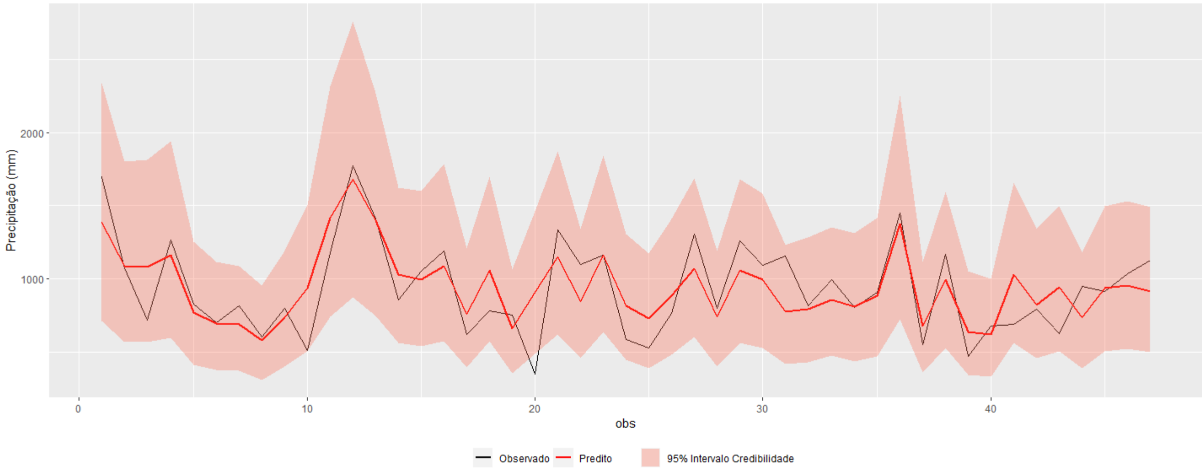
Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 93 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Maciço de Baturité

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	7,86	0,20	[7,46 ; 8,25]
β_1	-1,02	0,21	[-1,41 ; -0,61]
β_2	-6,63$\times 10^{-4}$	2,15$\times 10^{-4}$	[-1,10$\times 10^{-3}$; -2,42$\times 10^{-4}$]
β_3	0,72	0,18	[0,36 ; 1,08]
ν	15,18	3,42	[9,21 ; 22,45]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 55 – Ajuste do modelo final Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Maciço de Baturité



Fonte: elaborado pelo autor.

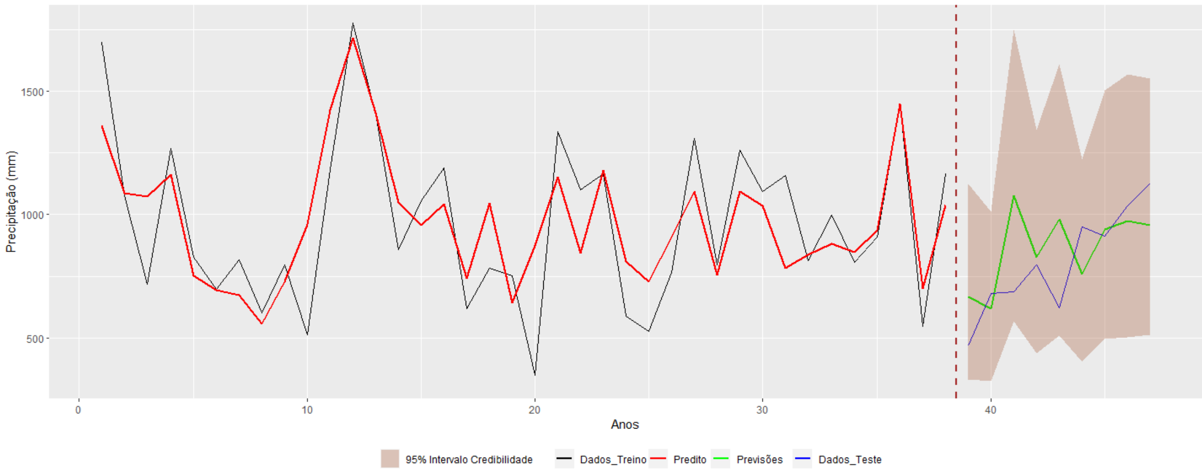
Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 93, iremos dividir os dados anuais em dados de treino em dados de treino e dados de teste, similar ao que foi realizado na subseção 7.2.1, continuando com a mesma quantidade de observações para os dados de treino e de teste. Na Tabela 94, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo é encontrado no Apêndice C na Figura 101, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 137. Além do mais, na Figura 56 temos o gráfico do modelo ajustado com as previsões.

Tabela 94 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Gama (AIC) para os dados de treino de precipitação (mm) anual no Maciço de Baturité

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	7,82	0,21	[7,41 ; 8,26]
β_1	-0,98	0,23	[-1,44 ; -0,53]
β_2	-7,54$\times10^{-4}$	2,25$\times10^{-4}$	[-1,20$\times10^{-3}$; -3,06$\times10^{-4}$]
β_3	0,83	0,20	[0,43 ; 1,23]
ν	14,68	3,74	[8,51 ; 22,91]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 56 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Maciço de Baturité



Fonte: elaborado pelo autor.

7.2.9 *Sertão Central e Inhamuns*

Na Tabela 95, temos os resultados dos critérios de informação AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual no Sertão Central e Inhamuns, perceba que o menor valor de AIC e SBC encontra-se no modelo Normal (AIC).

Tabela 95 – Valores AIC e SBC para os modelos ajustados dos dados de precipitação (mm) anual no Sertão Central e Inhamuns

Modelo	AIC	SBC
ARMA(1,1)	567,12	525,52
ARMA(2,1)	569,29	529,54
ARMA(1,2)	568,40	528,65
ARMA(2,2)	568,83	530,93
AR(1)	567,74	524,29
AR(2)	568,79	527,19
MA(1)	566,66	523,21
MA(2)	567,42	525,82
Normal (AIC)	**499,94**	**487,94**
Gama (AIC)	509,77	497,77
t-Student(3) (AIC)	501,70	489,71
t-Student(4) (AIC)	502,20	490,20
t-Student(6) (AIC)	501,25	489,25
t-Student(10) (AIC)	501,09	489,09
Normal (SBC)	533,96	497,91
Gama (SBC)	529,02	492,97
t-Student(3) (SBC)	539,05	502,99
t-Student(4) (SBC)	537,73	501,68
t-Student(6) (SBC)	537,42	501,38
t-Student(10) (SBC)	536,06	500,02

Fonte: elaborado pelo autor.

Na Tabela 96 é apresentado o ajuste do modelo Normal (AIC), dada pela seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X5_t + \beta_2 X25_t + \beta_3 X53_t + \beta_4 X59_t + \beta_5 X22_{t-1} + \beta_6 X47_{t-1} + \beta_7 X66_{t-1} + \beta_8 X67_{t-1} + \beta_9 X34_{t-2} + \beta_{10} X36_{t-2} + \beta_{11} X39_{t-2} + \beta_{12} X53_{t-2} + \beta_{13} X54_{t-2} + \beta_{14} X79_{t-2} + \beta_{15} X3_{t-3} + \beta_{16} X9_{t-3} + \beta_{17} X38_{t-3} + \beta_{18} X60_{t-4}$, apresentando-se que somente os parâmetros α, β_2, β_4, β_6, β_{10}, β_{11}, β_{16} e β_{18} são significativos a 5%. Ajustando novamente o modelo, considerando agora a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X25_t + \beta_2 X59_t + \beta_3 X47_{t-1} + \beta_4 X36_{t-2} + \beta_5 X39_{t-2} + \beta_6 X9_{t-3} + \beta_7 X60_{t-4}$, em que o resultado para esse modelo está na Tabela 97, no qual os parâmetros α, β_1, β_2, β_4 e β_6 são significativos a 5%. Novamente ajustando o modelo com a seguinte componente sistemática: $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X25_t + \beta_2 X59_t + \beta_3 X36_{t-2} + \beta_4 X9_{t-3}$, resultado esse encontrado na Tabela 98, persistindo ainda que o parâmetro β_4 não é significativo a 5%. Ajustando novamente o modelo desconsiderando esse parâmetro, temos o seguinte resultado na Tabela 99 e que portanto agora temos todos os parâmetros significativos a 5%. Para esse modelo final temos os seguintes valores para os critérios de informação: AIC = 544,54 e SBC = 504,79. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo final encontra-se no Apêndice C na Figura 102.

Além do mais na Figura 57 temos o gráfico do ajuste do modelo final. Adicionalmente, a análise de resíduos para esse modelo encontra-se no Apêndice D na Figura 102, em que se pode confirmar a ausência de correlação serial nos resíduos de resposta.

Tabela 96 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Sertão Central e Inhamuns

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	684,68	98,53	[494,43 ; 876,51]
β_1	-0,04	0,05	[-0,14 ; 0,05]
β_2	0,34	0,15	[0,04 ; 0,63]
β_3	14,73	11,73	[-8,34 ; 37,83]
β_4	-202,45	73,34	[-343,13 ; -55,96]
β_5	0,27	0,16	[-0,04 ; 0,59]
β_6	-32,09	11,54	[-55,17 ; -9,22]
β_7	-48,51	42,86	[-133,81 ; 38,09]
β_8	-48,59	30,79	[-107,96 ; 13,12]
β_9	-0,24	0,27	[-0,78 ; 0,27]
β_{10}	-0,56	0,20	[-0,95 ; -0,17]
β_{11}	-1,22	0,39	[-1,98 ; -0,44]
β_{12}	33,98	36,02	[-37,08 ; 106,03]
β_{13}	40,87	39,00	[-35,53 ; 117,55]
β_{14}	21,44	79,43	[-138,35 ; 171,94]
β_{15}	0,27	0,22	[-0,15 ; 0,72]
β_{16}	0,25	0,11	[0,03 ; 0,47]
β_{17}	-0,09	0,11	[-0,32 ; 0,13]
β_{18}	63,75	29,79	[4,48 ; 122,10]
σ	97,42	13,11	[75,95 ; 126,86]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 97 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Sertão Central e Inhamuns

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	649,73	97,03	[460,36 ; 839,56]
β_1	0,59	0,14	[0,32 ; 0,86]
β_2	-216,63	85,37	[-384,54 ; -51,67]
β_3	-6,73	8,75	[-23,75 ; 10,12]
β_4	-0,69	0,29	[-1,26 ; -0,11]
β_5	-0,08	0,22	[-0,52 ; 0,36]
β_6	0,27	0,12	[0,03 ; 0,51]
β_7	35,27	42,36	[-48,45 ; 115,95]
σ	174,75	20,38	[139,07 ; 218,71]

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 98 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Sertão Central e Inhamuns

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	630,96	94,28	[449,26 ; 816,14]
β_1	0,50	0,12	[0,27 ; 0,72]
β_2	-228,61	85,02	[-388,62 ; -56,06]
β_3	-0,83	0,19	[-1,21 ; -0,45]
β_4	0,15	0,09	[-0,02 ; 0,33]
σ	173,59	19,68	[140,28 ; 217,93]

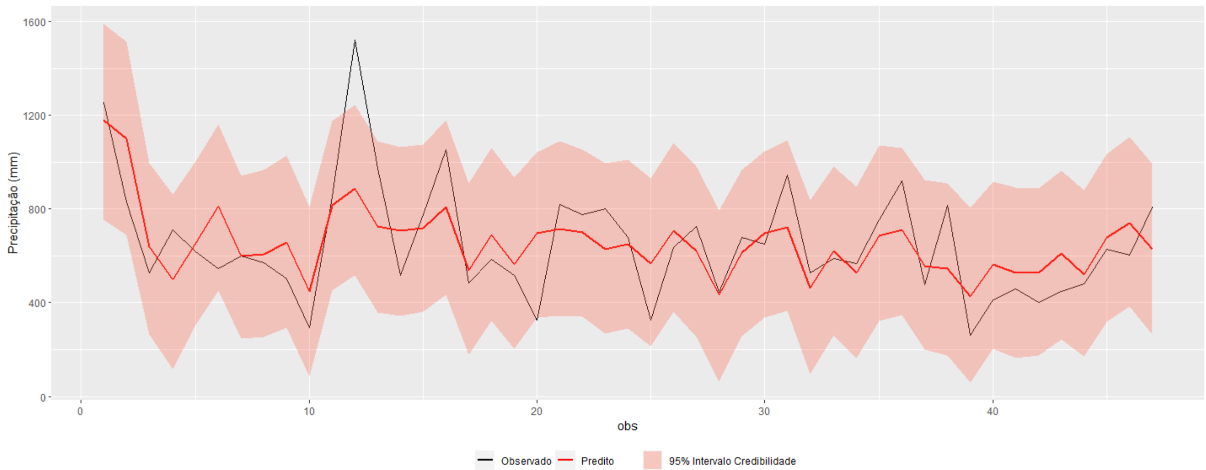
Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 99 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Sertão Central e Inhamuns

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	637,63	94,24	[445,39 ; 817,23]
β_1	0,55	0,12	[0,32 ; 0,78]
β_2	-209,84	83,58	[-369,60 ; -40,83]
β_3	-0,61	0,16	[-0,92 ; -0,29]
σ	179,34	20,38	[145,64 ; 223,90]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 57 – Ajuste do modelo final Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Sertão Central e Inhamuns



Fonte: elaborado pelo autor.

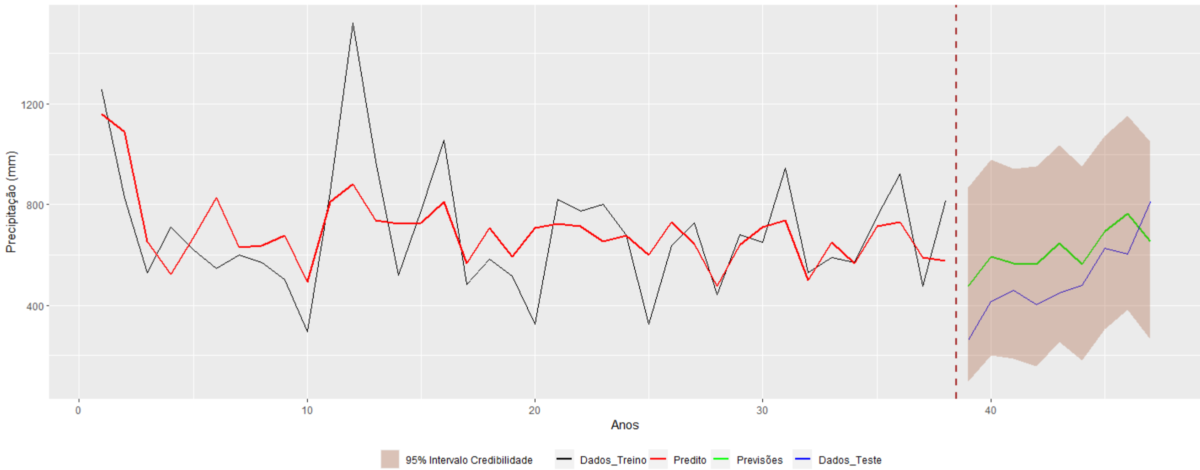
Levando-se em consideração o modelo final encontrado na Tabela 99, iremos dividir os dados anuais em dados de treino e dados de teste, similar ao que foi realizado na subseção 7.2.1, continuando com a mesma quantidade de observações para os dados de treino e de teste. Na Tabela 100, temos o resultado do modelo ajustado para os dados de treino, em que agora temos o parâmetro β_2 não significativo. O diagnóstico da convergência da cadeia para esse modelo é encontrado no Apêndice C na Figura 103, assim como a análise de resíduos no Apêndice D na Figura 139. Além do mais, na Figura 58 temos o gráfico do modelo ajustado com as previsões.

Tabela 100 – Sumário das distribuições a posteriori do modelo Normal (AIC) para os dados de treino de precipitação (mm) anual no Sertão Central e Inhamuns

Parâmetro	Média	Desvio Padrão	IC 95%
α	628,24	95,98	[439,60 ; 817,01]
β_1	0,52	0,12	[0,27 ; 0,76]
β_2	-171,76	90,46	[-345,06 ; 4,61]
β_3	-0,57	0,17	[-0,91 ; -0,25]
σ	191,05	24,46	[150,03 ; 245,40]

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 58 – Ajuste do modelo com as previsões do Modelo Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Sertão Central e Inhamuns



Fonte: elaborado pelo autor.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS

No item abaixo, estão especificados todos os modelos finais para os dados de precipitação (mm) semestral para o Ceará e suas macrorregiões, destacando a componente sistemática, para t = $1,\cdots,94$. Lembrando que na Tabela 3 do Capítulo 2, temos a representação do que cada variável explicativa representa.

- **Dados Semestrais**
  - **Ceará**
    - Normal (AIC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X72_t + \beta_3 X78_{t-1}$.
  - **Cariri**
    - Normal (SBC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X77_t + \beta_3 X12_{t-1} + \beta_4 X53_{t-1}$.
  - **Ibiapaba**
    - Normal (SBC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X80_t + \beta_3 X12_{t-1} + \beta_4 X53_{t-1}$.
  - **Jaguaribana**
    - Normal (AIC):$\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X72_t + \beta_3 X78_{t-1} + \beta_4 X21_{t-4} + \beta_5 X54_{t-4}$.
  - **Litoral de Fortaleza**
    - Normal (AIC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X80_t + \beta_3 X60_{t-2} + \beta_4 X1_{t-4} + \beta_5 X21_{t-4}$.
  - **Litoral de Pecém**
    - Normal (AIC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X77_t + \beta_3 X80_t + \beta_4 X21_{t-4}$.
  - **Litoral Norte**
    - Normal (AIC e SBC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X77_t + \beta_3 X80_t + \beta_4 X78_{t-1}$.
  - **Maciço de Baturité**
    - Normal (AIC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X72_t + \beta_3 X80_t + \beta_4 X68_{t-1} + \beta_5 X1_{t-4} + \beta_6 X21_{t-4}$.
  - **Sertão Central e Inhamuns**
    - Normal (AIC e SBC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X11_{t-2}$.

Perceba que o modelo normal obteve os melhores resultados, segundo os critérios de informação AIC e SBC. Além disso, note que para todos os modelos finais para o Ceará e suas macrorregiões, a variável X59 que representa a componente vertical da velocidade do vento em (m/s) de uma altura de 10 metros, mostrou-se ser significativa a 5%.

Especificando agora no item a seguir todos os modelos finais para os dados de precipitação (mm) anual para o Ceará e suas macrorregiões, no qual será destacada a componente sistemática, para $t = 1,\cdots,47$.

- **Dados Anuais**
  - **Ceará**
    - Gama (SBC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X59_t + \beta_2 X68_t + \beta_3 X22_{t-1} + \beta_4 X47_{t-1} + \beta_5 X67_{t-1} + \beta_6 X36_{t-2} + \beta_7 X9_{t-3}$.
  - **Cariri**
    - Gama (AIC e SBC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X22_t + \beta_2 X69_t + \beta_3 X67_{t-1} + \beta_4 X39_{t-2} + \beta_5 X53_{t-2}$.
  - **Ibiapaba**
    - Gama (AIC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X20_t + \beta_2 X53_t + \beta_3 X59_t + \beta_4 X22_{t-1} + \beta_5 X47_{t-1} + \beta_6 X78_{t-1}$.
  - **Jaguaribana**
    - Gama (SBC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X53_t + \beta_2 X59_t + \beta_3 X67_{t-1} + \beta_4 X9_{t-3}$.
  - **Litoral de Fortaleza**
    - Gama (AIC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X5_t + \beta_2 X68_t + \beta_3 X69_t + \beta_4 X22_{t-1} + \beta_5 X60_{t-1} + \beta_6 X16_{t-2} + \beta_7 X22_{t-4} + \beta_8 X70_{t-4}$.
  - **Litoral de Pecém**
    - Gama (AIC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X53_t + \beta_2 X43_{t-4} + \beta_3 X70_{t-4}$
  - **Litoral Norte**
    - Normal (AIC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X20_t + \beta_2 X20_{t-1} + \beta_3 X39_{t-1} + \beta_4 X79_{t-3}$.
  - **Maciço de Baturité**
    - Gama (AIC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X69_t + \beta_2 X14_{t-4} + \beta_3 X70_{t-4}$.
  - **Sertão Central e Inhamuns**
    - Normal (AIC): $\boldsymbol{Z}_{t-1}^{\top}\boldsymbol{\beta} = \alpha + \beta_1 X25_t + \beta_2 X59_t + \beta_3 X36_{t-2}$.

No qual temos que diferentemente dos modelos semestrais, o modelo gama utilizando a função de ligação logarítmica obteve os melhores resultados, segundo os critérios de informação AIC e SBC. Em que as únicas exceções encontram-se nas regiões Litoral Norte e Sertão Central e Inhamuns, em que o modelo normal obteve o melhor resultado.

Após destacarmos todos os modelos finais para os dados de precipitação (mm) semestral e anual para o Ceará e suas macrorregiões é preciso salientar que nessa dissertação estamos realizando um estudo inicial sobre quais são as variáveis explicativas significativas para a ocorrência de chuvas, em que ainda temos muitas outras variáveis explicativas que podem ser significativas que não foram consideradas nesse trabalho.

Além do mais, a grande inovação dessa dissertação é que a partir da premissa de que a terra é um único bioma, todo interligado; explica o motivo no qual estamos utilizando dados de outras regiões e países para prever chuvas no Ceará e suas macrorregiões, algo que ninguém fez formalmente com uma abordagem bayesiana.

Adicionalmente, temos que para as variáveis explicativas destacadas na Tabela 3 há muitos tipos de modelos de medições que se acabam diferenciando dos dados que estamos levando-se em consideração nessa dissertação.

Portanto, como trabalhos futuros sobre essa pesquisa convém destacar os seguintes itens:

- Considerar outros tipos de modelos de medições para as variáveis explicativas;
- Além das variáveis explicativas destacadas nesse trabalho, considerar outros tipos de covariáveis para o modelo de séries temporais.
- Utilizar outras tipos de modelos de séries temporais como os modelos Generalizados Autoregressivos de Médias Móveis (GARMA), levando-se em consideração as variáveis explicativas e seus lags;
- Considerar modelos GAMLSS no contexto de séries temporais;
- Ajustar também modelos de séries temporais no contexto multivariado.

REFERÊNCIAS

ALDER, B. J.; WAINWRIGHT, T. E. Studies in molecular dynamics: I: General method. **The Journal of Chemical Physics**, United States, v. 31, n. 2, p. 459–466, 1959.

ANDREOLI, R. V.; KAYANO, M. T. A importância relativa do Atlântico tropical sul e Pacífico leste na variabilidade de precipitação do Nordeste do brasil. **Revista Brasileira de Meteorologia**, v. 22, n. 1, p. 63–74, 2007.

ANDREOLI, R. V.; KAYANO, M. T.; GUEDES, R. L.; OYAMA, M. D.; ALVES, M. A. S. A influência da temperatura da superfície do mar dos oceanos Pacífico e Atlântico na variabilidade de precipitação em Fortaleza. **Revista Brasileira de Meteorologia**, v. 19, n. 3, p. 337–344, 2004.

BICKEL, P. J.; DOKSUM, K. A. **Mathematical statistics**: basic ideas and selected topics, volume I. 2. ed. Boca Raton, FL: Chapman and Hall: CRC, 2015.

BOOR, C. D. **A practical guide to splines**. New York: Springer-Verlag, 1978. v. 27.

BOX, G. E.; JENKINS, G. M. **Time series analysis**: forecasting and control. Revised edition. San Francisco: Holden-Day, 1976.

BOX, G. E.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C.; LJUNG, G. M. **Time series analysis**: forecasting and control. [*S. l.*]: John Wiley & Sons, 2015.

BROCKWELL, P. J.; DAVIS, R. A. **Introduction to time series and forecasting**. [*S. l.*]: Springer, 2002.

CARVALHO, M. Â. V. D.; OYAMA, M. D. Variabilidade da largura e intensidade da zona de convergência intertropical atlântica: aspectos observacionais. **Revista Brasileira de Meteorologia**, v. 28, p. 305–316, 2013.

COLUMBIA UNIVERSITY. Columbia Climate School. **Climate Data Library.** New York, 2021. Disponível em: http://iridl.ldeo.columbia.edu/SOURCES/.NOAA/.NCEP/.CPC/.GLOBAL/.monthly/.olr/yearly-climatology/dataselection.html?limit.X.value=6E+to+55W&limit.Y.value=14N+to+10S&limit.T.value=Jan+1950+to+Jan+2021. Acesso em: 5 set. 2021.

DEE, Dick. ERA5 atmospheric reanalysis. *In*: NATIONAL CENTER FOR ATMOSPHERIC RESEARCH. **Climate data guide**. Colorado: NCAR, 2022. Disponível em: https://climatedataguide.ucar.edu/climate-data/era5-atmospheric-reanalysis. Acesso em: 11 jun. 2022.

EFRON, B.; HASTIE, T.; JOHNSTONE, I.; TIBSHIRANI, R. Least angle regression. **The Annals of Statistics,** United States, v. 32, n. 2, p. 407–499, 2004.

GAMERMAN, D.; LOPES, H. F. **Markov chain Monte Carlo**: stochastic simulation for Bayesian inference. 2. ed. Boca Raton, FL: Chapman & Hall: CRC, 2006.

GELMAN, A.; CARLIN, J. B.; STERN, H. S.; RUBIN, D. B. **Bayesian data analysis**. Florida: Chapman & Hall: CRC, 2013.

HOFFMAN, M. D.; GELMAN, A. *et al*. The no-u-turn sampler: adaptively setting path lengths in hamiltonian Monte Carlo. **Journal of Machine Learning Researcher**, v. 15, n. 1, p. 1593–1623, 2014.

HURVICH, C. M.; TSAI, C.-L. Regression and time series model selection in small samples. **Biometrika**, United Kingdom, v. 76, n. 2, p. 297–307, 1989.

JUDGE, G. G.; GRIFFITHS, W. E.; HILL, R. C.; LüTKEPOHL, H.; LEE, T. C. **The theory and practice of econometrics**. 2. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 1985.

KEDEM, B.; FOKIANOS, K. **Regression models for time series analysis**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2002.

MELO, A.; NOBRE, P.; MELO, M.; SANTANA, S. C. Estudo climatológico da posição da ZCIT no Atlântico equatorial e sua influência sobre o Nordeste do Brasil. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE METEOROLOGIA, 11., Rio de Janeiro, 2000. [**Anais**]... [*S. l.*: *s. n.*], 2000. v. 16, p. 1142–1145.

METROPOLIS, N.; ROSENBLUTH, A. W.; ROSENBLUTH, M. N.; TELLER, A. H.; TELLER, E. Equation of state calculations by fast computing machines. **The Journal of Chemical Physics**, United States, v. 21, n. 6, p. 1087–1092, 1953.

MONCUNILL, D. F.; TADDEI, R. **Para entender melhor a previsão meteorológica para a estação chuvosa no Ceará**: e glossário de termos meteorológicos. [Fortaleza]: Funceme, 2009. Disponível em: http://www.funceme.br/produtos/manual/clima/Clima/boletins_clima_alerta/EntenderPrevisaoQuadraChuvosa.pdf. Acesso em: 20 maio 2021.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. **Análise de séries temporais**: modelos lineares univariados. São Paulo: Editora Blucher, 2018.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C.; GAIT, N.; MESQUITA, A. R. Analysis of the relationships between some natural phenomena: atmospheric precipitation, mean sea level and sunspots. **Revista Brasileira de Meteorologia**, v. 8, p. 11–21, 1993.

MOURA, A. D.; KAGANO, M. T. A distribuição da precipitação para os anos extremos do Nordeste do Brasil. **Revista Brasileira de Meteorologia**, v. 1, p. 1–9, 1986.

NEAL, R. M. MCMC using Hamiltonian dynamics. *In*: NEAL, R. M. **Handbook of Markov chain Monte Carlo**. Boca Raton, FL: Chapman & Hall: CRC, 2011. cap. 5, p. 113–161.

NELDER, J. A.; WEDDERBURN, R. W. Generalized linear models. **Journal of the Royal Statistical Society**: Series A (General), United Kingdom, v. 135, n. 3, p. 370–384, 1972.

NERC. **Wind vector notation conventions**. Atlanta, GA: NERC, 2017. Disponível em: https://mst.nerc.ac.uk/wind_vect_convs.html. Acesso em: 16 abr. 2022.

NOC. Tide gauge data: San Francisco. *In*: NOC. **Permanent Service for Mean Sea Level**. Liverpool: NOC, 2022. Disponível em: https://www.psmsl.org/data/obtaining/stations/10.php. Acesso em: 29 maio 2021.

OLIVEIRA, G. d. **O El Niño e você:** o fenômeno climático. São José dos Campos: Transtec, 1999.

OSBORNE, M. R.; PRESNELL, B.; TURLACH, B. A. A new approach to variable selection in least squares problems. **IMA Journal of Numerical Analysis**, United Kingdom, v. 20, n. 3, p. 389–403, 2000.

PAULINO, C. D.; TURKMAN, M. A. A.; MURTEIRA, B.; SILVA, G. L. **Estatística bayesiana**. 2. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2018.

ROCHA, T. B. C.; VASCONCELOS, F. d. C.; SILVEIRA, C. D. S.; MARTINS, E. S. P. R.; SILVA, R. F. V. Veranicos no Ceará e aplicações para agricultura de sequeiro. **Revista Brasileira de Meteorologia**, Brasil, v. 35, n. 3, p. 435–447, 2020.

ROYAL OBSERVATORY OF BELGIUM. International sunspot number. *In*: ROYAL OBSERVATORY OF BELGIUM. **SILSO World Data Center.** Brussels, Belgium: ROB, 2020. Disponível em: https://www.bis.sidc.be/silso/datafiles. Acesso em: 27 maio 2021.

SAS INSTITUTE. **SAS/STAT 14.3 user's guide**. Cary, NC: SAS Institute, 2017. Disponível em: https://documentation.sas.com/doc/en/pgmsascdc/9.4_3.3/statug/titlepage.htm. Acesso em: 21 maio 2021.

SAS INSTITUTE. **SAS/ETS 15.2 user's guide**. Cary, NC: SAS Institute, 2020. Disponível em: https://documentation.sas.com/doc/en/etsug/15.2/titlepage.htm. Acesso em: 21 maio 2021.

STAN DEVELOPMENT TEAM. **Stan modeling language user's guide and reference manual**. Version 2.21.5. 2022. Disponível em: https://mc-stan.org/users/documentation/. Acesso em: 23 junho 2021.

TIBSHIRANI, R. Regression shrinkage and selection via the LASSO. **Journal of the Royal Statistical Society**: Series B: Methodological, [United Kingdom], v. 58, n. 1, p. 267–288, 1996.

UNIVERSITY CORPORATION FOR ATMOSPHERIC RESEARCH. National Center for Atmospheric Research. **The climate data guide**: NCEP-NCAR (R1): an overview. Boulder, CO: STAFF, 2021. Disponível em: https://climatedataguide.ucar.edu/climate-data/ncep-ncar-r1-overview. Acesso em: 17 maio 2021.

UNIVERSITY OF MAINE. Climate Change Institute. **Climate reanalyzer**. Orono, ME, 2022. Disponível em: https://climatereanalyzer.org/reanalysis/monthly_tseries/. Acesso em: 15 abr. 2022.

WALKER, G. T. Ceará (Brazil) famines and the general air movement. **Beitrage zur Physik der freien Atmosphäre,** v. 14, n. 88-93, 1928.

WORLD BANK. **Climate change knowledge porta**l. Washington, D. C., 2021. Disponível em: https://climateknowledgeportal.worldbank.org/download-data. Acesso em: 29 jul. 2021.

XAVIER, T. D. M. B. S. **Tempo de chuva**: estudos climáticos e de previsão para o Ceará e Nordeste setentrional. Fortaleza: ABC Editora, 2001.

XAVIER, T. D. M. B. S.; XAVIER, A. F. S.; DIAS, P. L. D. S.; DIAS, M. A. F. D. S. A zona de convergência intertropical-zcit e suas relações com a chuva no Ceará (1964-98). **Revista Brasileira de Meteorologia**, v. 15, n. 1, p. 27–43, 2000.

XAVIER, T. D. M. B. S.; XAVIER, A. F. S.; DIAS, P. L. D. S.; DIAS, M. A. F. D. S. Papel da componente meridional do vento na costa do nordeste brasileiro e de outras covariáveis para prever a chuva no estado do Ceará (1964-97). **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 3, p. 121–139, 1998.

APÊNDICE A – CÓDIGOS SAS

Código-fonte 1 – Imputação de dados faltantes

```
* SERIE ROL;
PROC EXPAND DATA=ROL OUT=ROL_MENSAL EXTRAPOLATE;
  CONVERT ROL/OBSERVED=AVERAGE METHOD=spline(natural);
  ID data;
RUN;

* Serie nivel medio do mar em Sao Francisco;
PROC EXPAND DATA=MSL OUT=MSL_MENSAL;
  CONVERT msl/OBSERVED=AVERAGE METHOD=spline(natural);
  ID data;
RUN;
```

Código-fonte 2 – Agregação das Séries Temporais

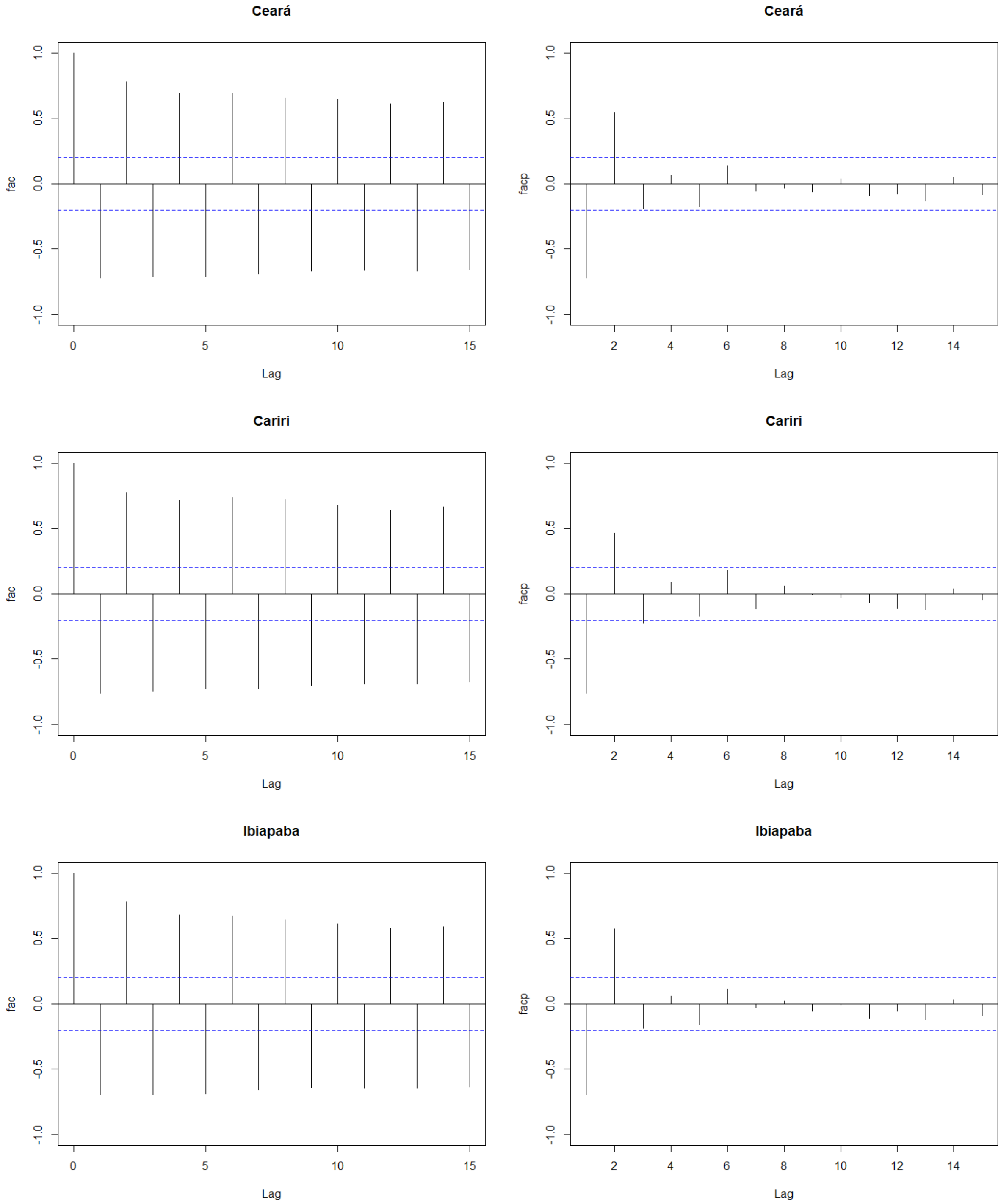
```
* Dados Semestrais;
PROC EXPAND DATA=DATASET OUT=SEMESTRAL FROM=MONTH TO=SEMIYEAR;
   CONVERT Y0 Y1-Y8 X1-X44/ METHOD=AGGREGATE OBSERVED=TOTAL;
   CONVERT X45-X80 / METHOD=AGGREGATE OBSERVED=AVERAGE;
   ID data;
RUN;

* Dados Anuais;
PROC EXPAND DATA=DATASET OUT=ANUAL FROM=MONTH TO=YEAR;
   CONVERT Y0 Y1-Y8 X1-X44/ METHOD=AGGREGATE OBSERVED=TOTAL;
   CONVERT X45-X80 / METHOD=AGGREGATE OBSERVED=AVERAGE;
   ID data;
RUN;
```

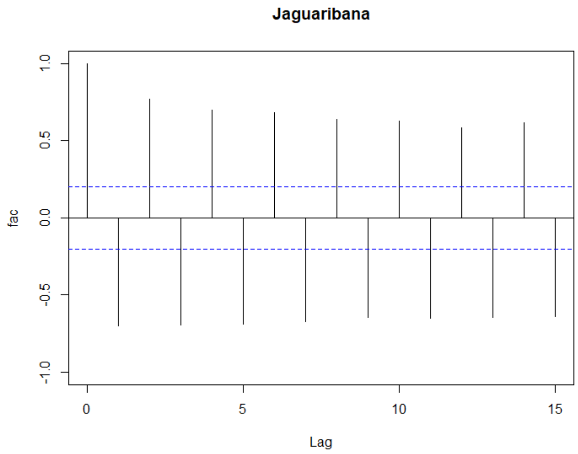
Código-fonte 3 – Seleção de Variáveis pelo método LASSO

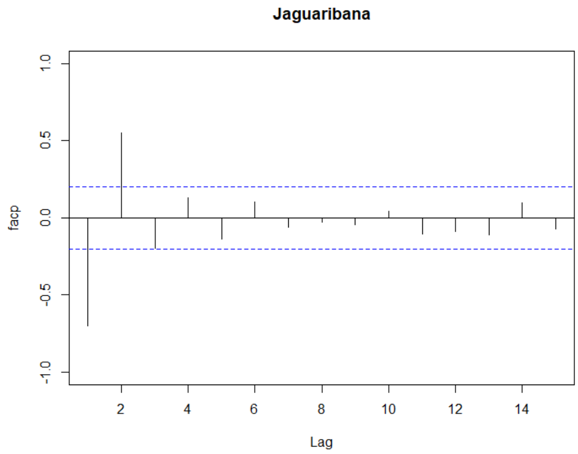
```
PROC GLMSELECT DATA=dados_semestrais PLOTS=all;
MODEL Y0 =  /SELECTION = lasso(CHOOSE=aic STOP=20) details=all stats=all;
OUTPUT OUT=Lasso_Ceara;
run;
```

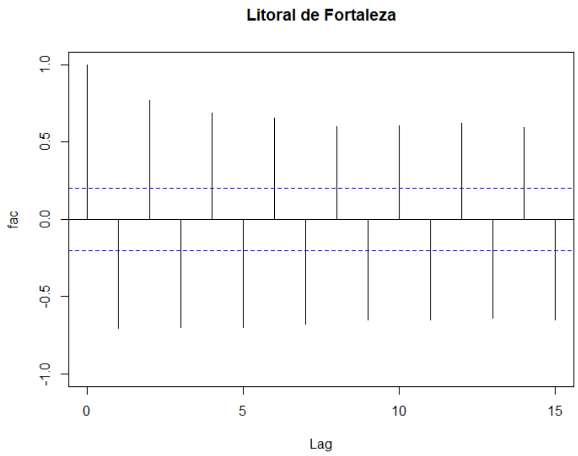
APÊNDICE B – GRÁFICOS DA FAC E FACP

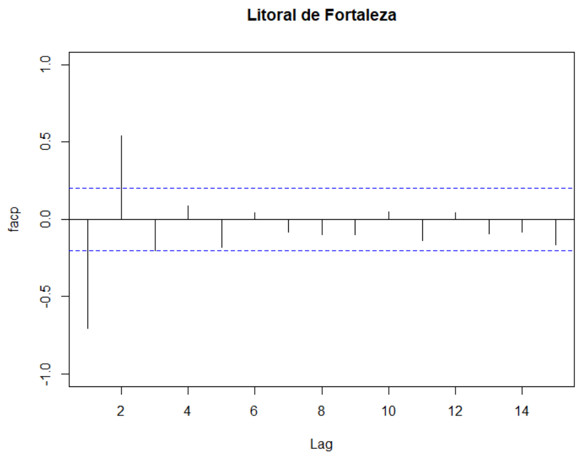
Figura 59 – Gráficos de fac e facp das séries semestrais do Ceará e suas macrorregiões

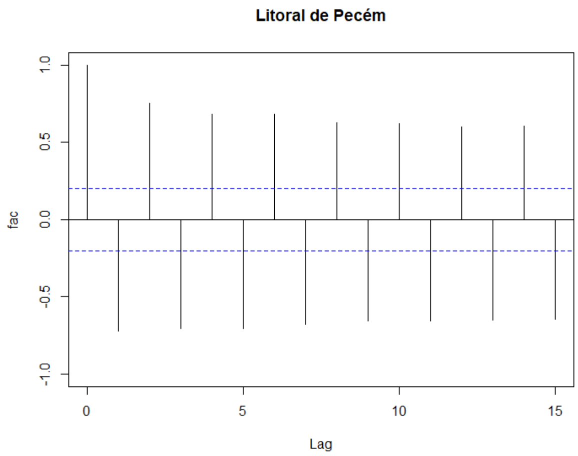


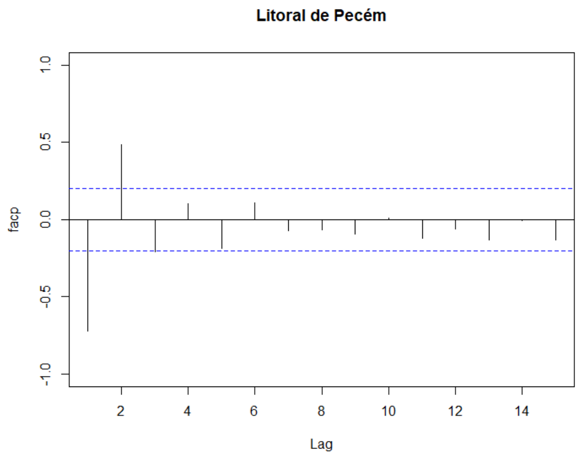

Jaguaribana
fac
Lag

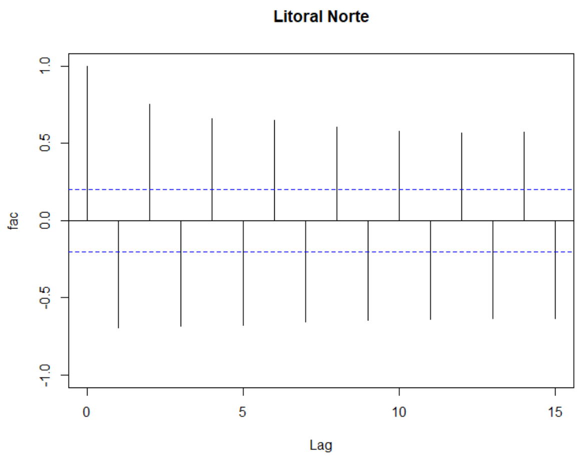

Jaguaribana
facp
Lag

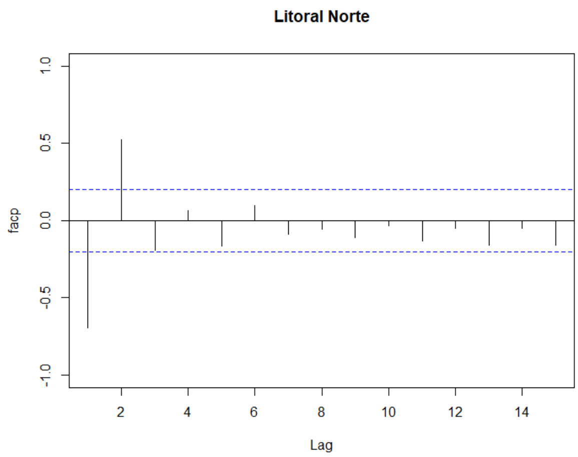

Litoral de Fortaleza
fac
Lag

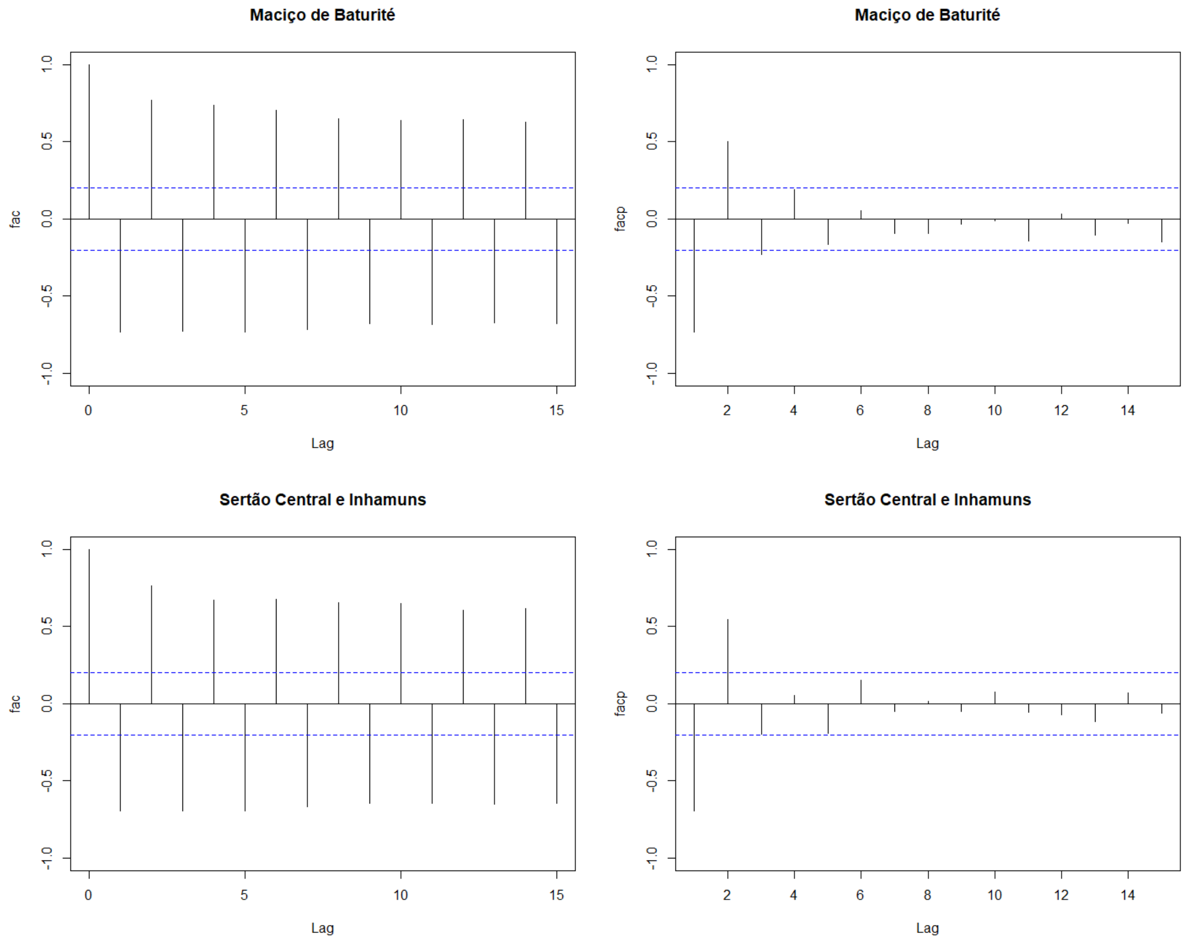

Litoral de Fortaleza
facp
Lag


Litoral de Pecém
fac
Lag


Litoral de Pecém
facp
Lag

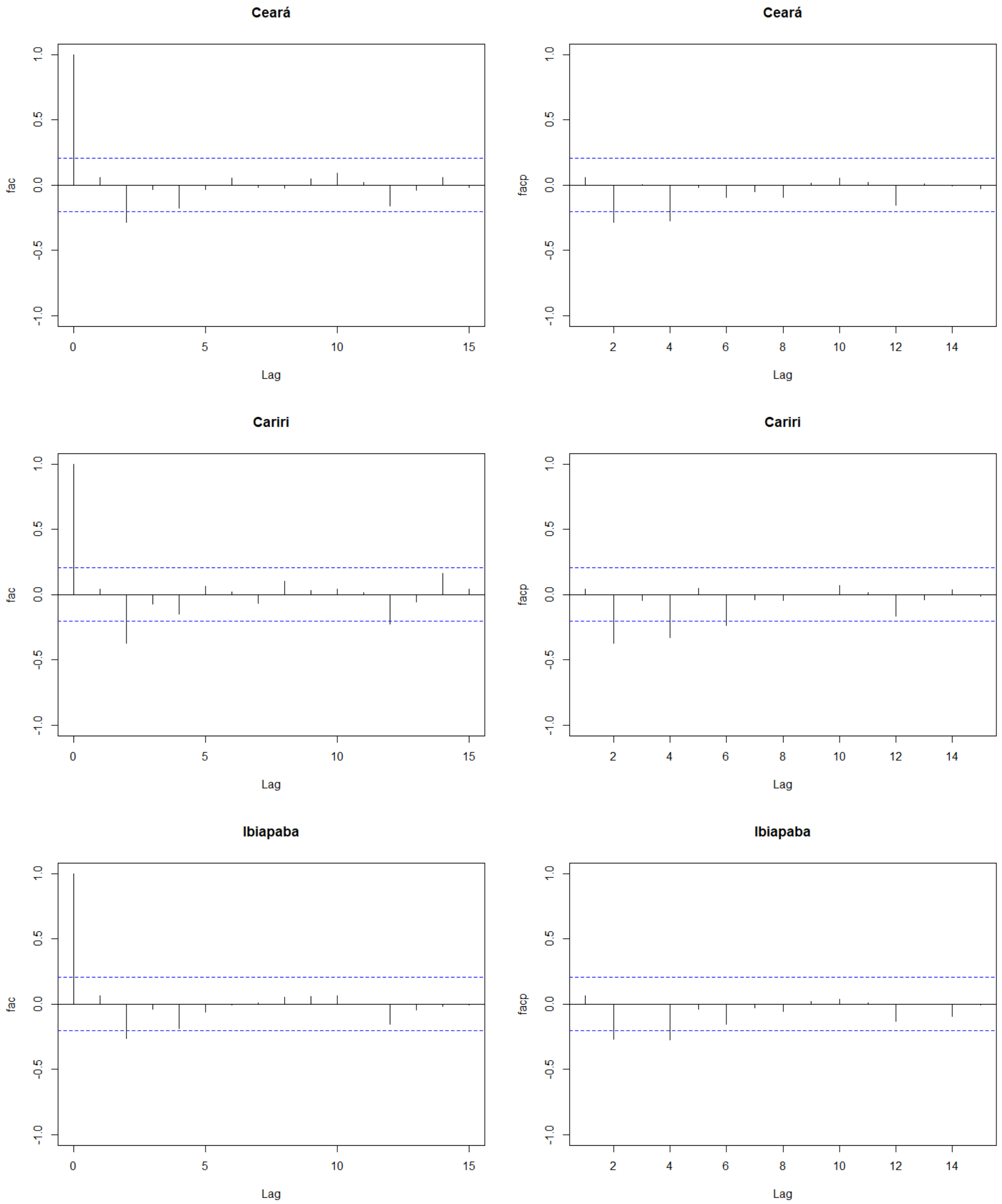

Litoral Norte
fac
Lag

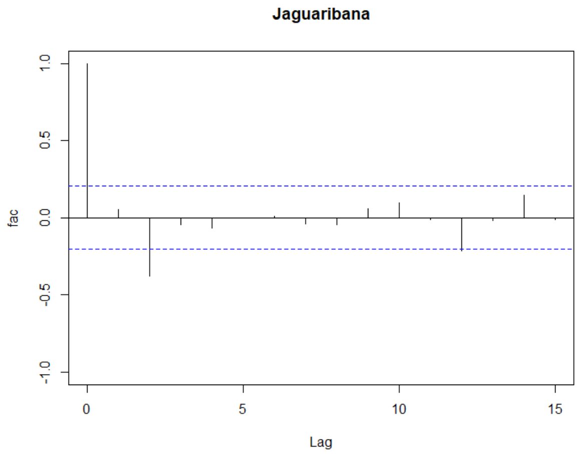

Litoral Norte
facp
Lag

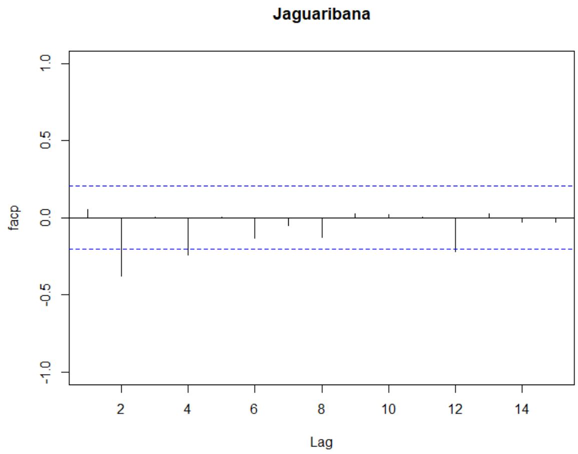


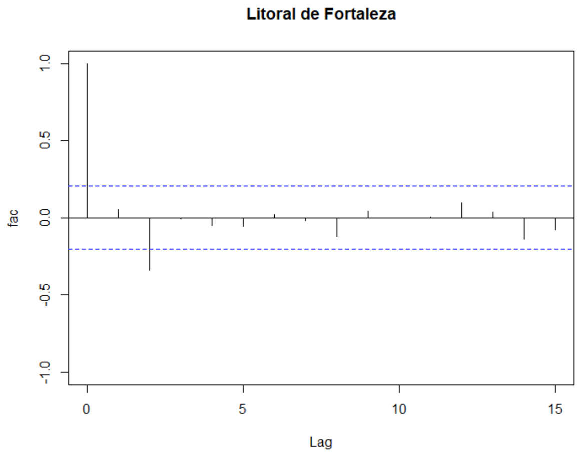
Fonte: elaborado pelo autor.

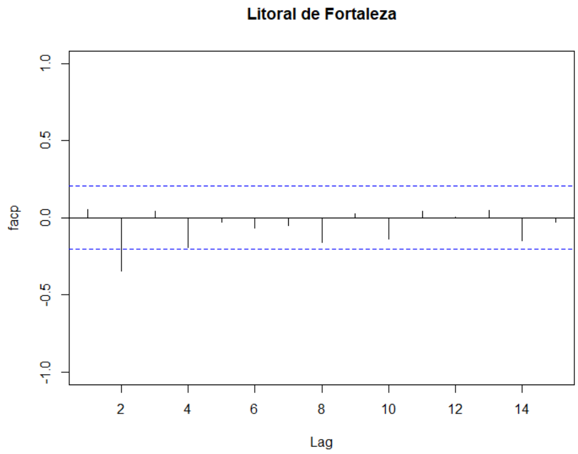
Figura 60 – Gráficos de fac e facp $(1-B^2)\,Y_t$ das séries semestrais do Ceará e suas macrorrge-
giões

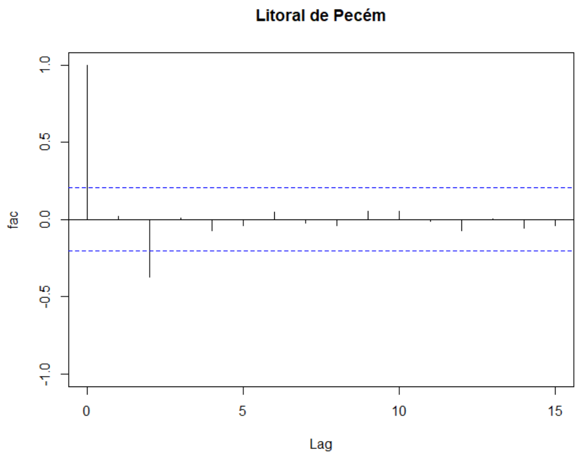


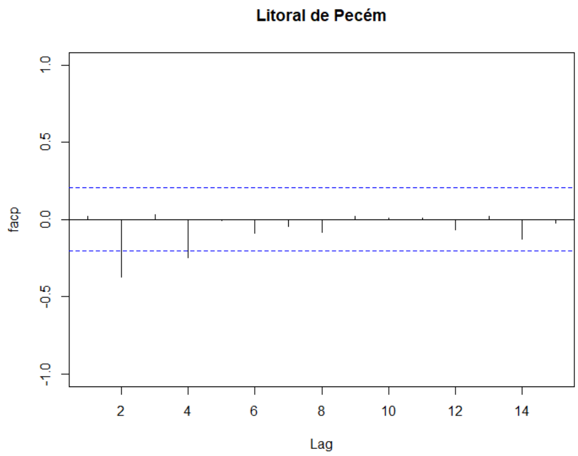

Jaguaribana
fac
Lag

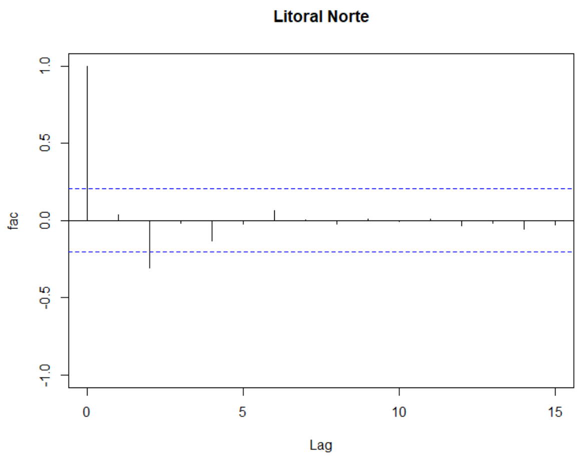

Jaguaribana
facp
Lag

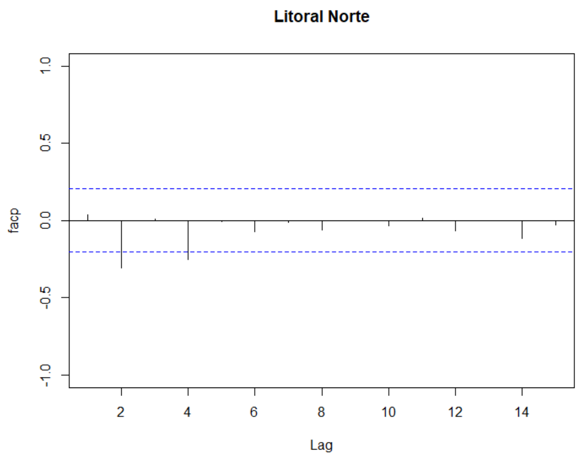

Litoral de Fortaleza
fac
Lag

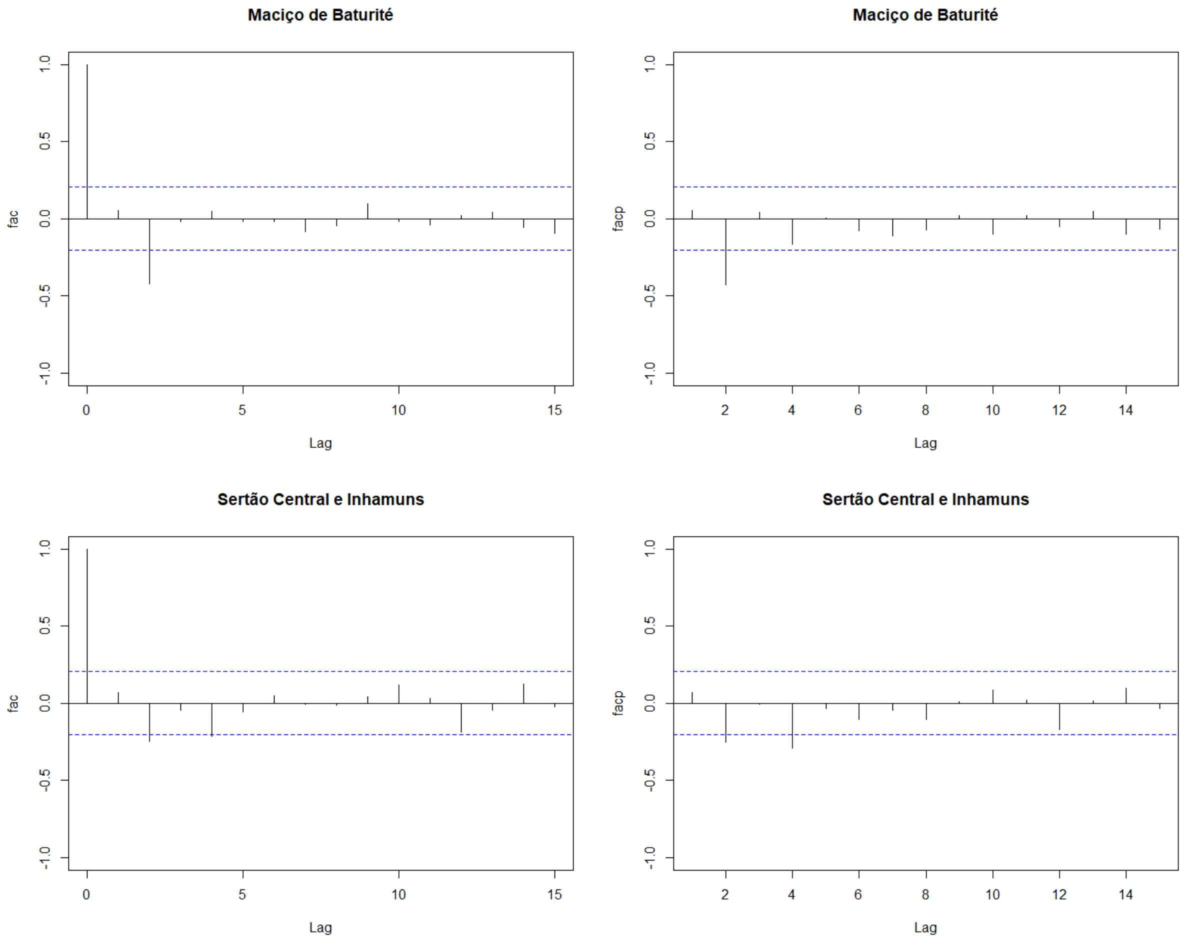

Litoral de Fortaleza
facp
Lag


Litoral de Pecém
fac
Lag


Litoral de Pecém
facp
Lag

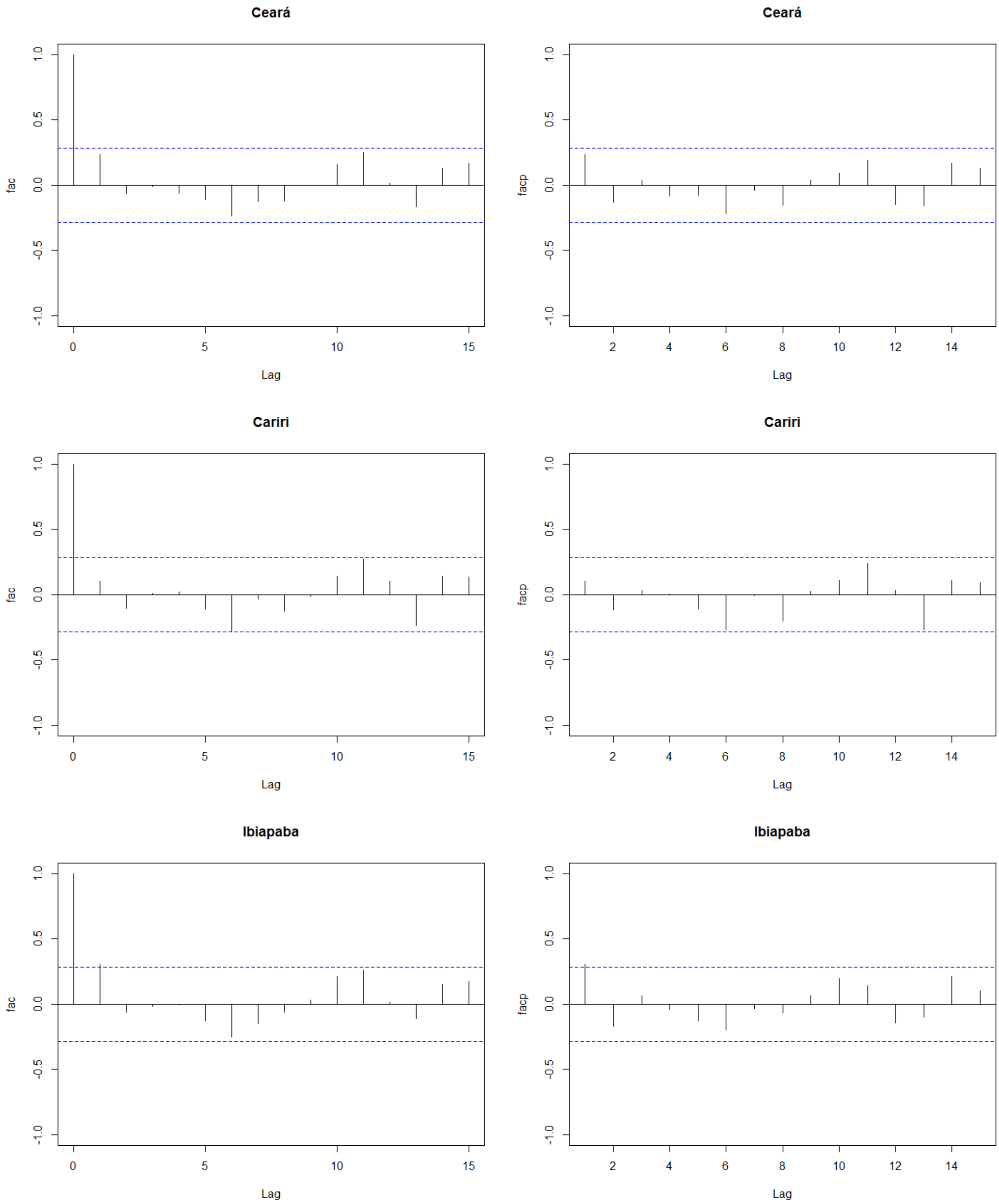

Litoral Norte
fac
Lag

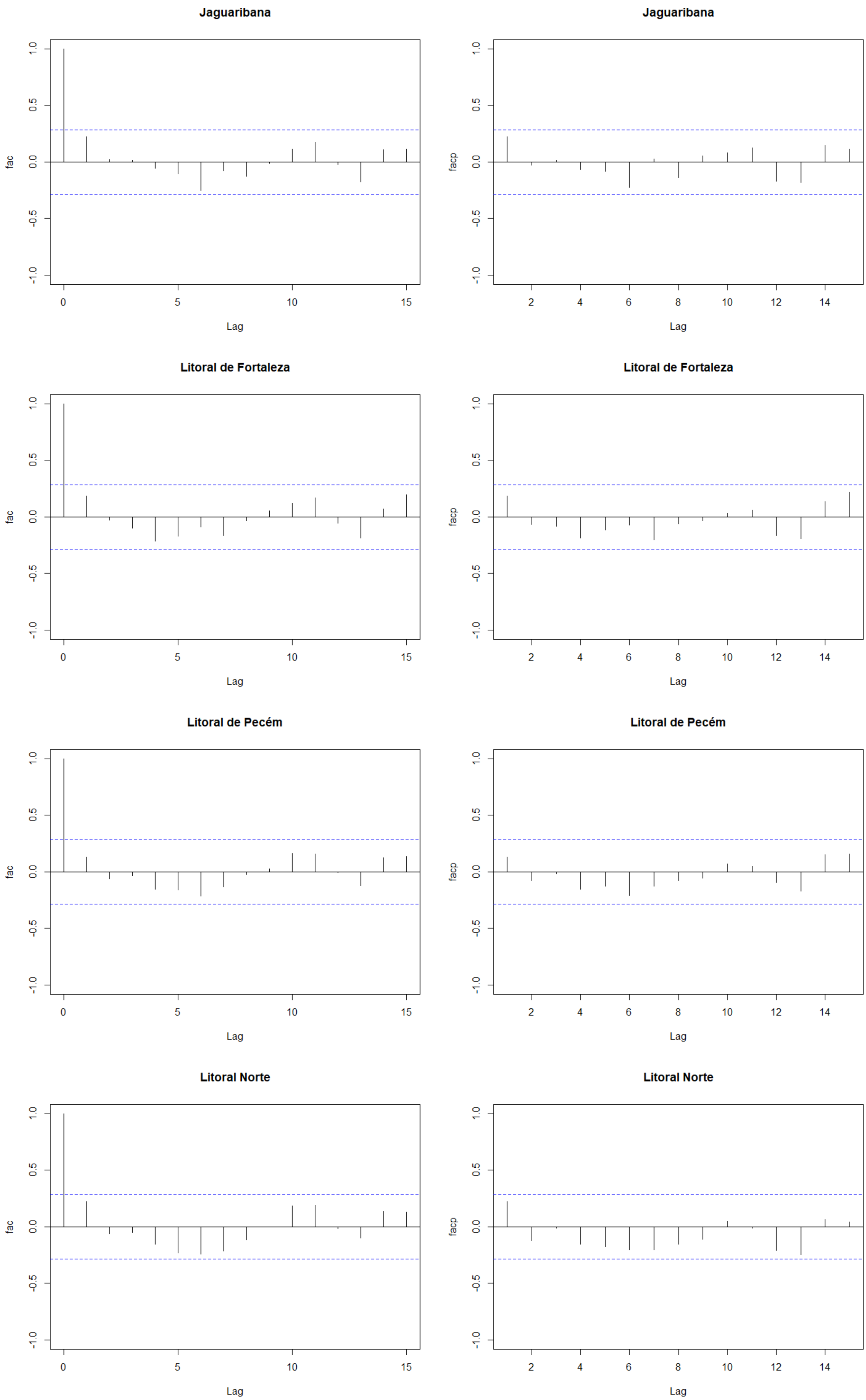

Litoral Norte
facp
Lag

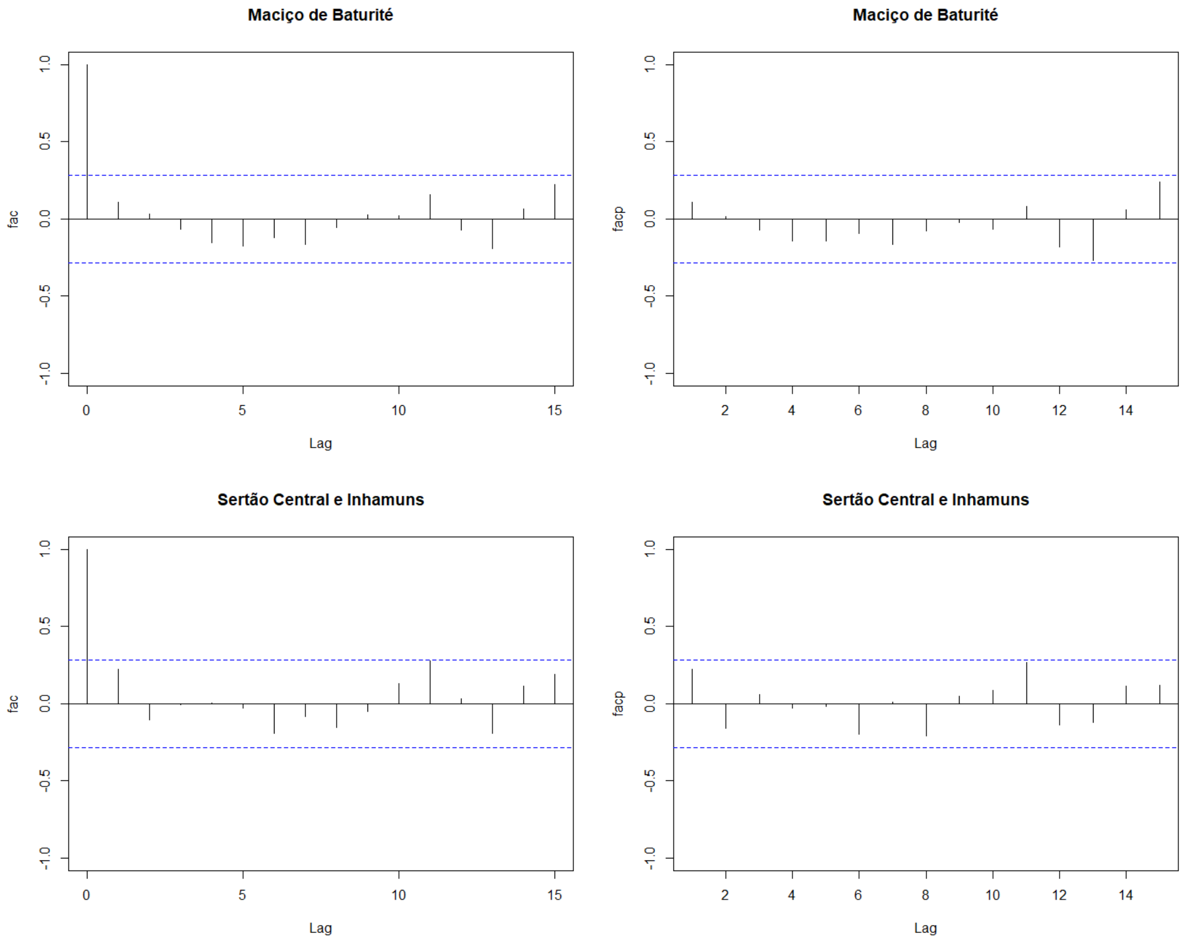


Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 61 – Gráficos de fac e facp das séries anuais do Ceará e suas macrorregiões



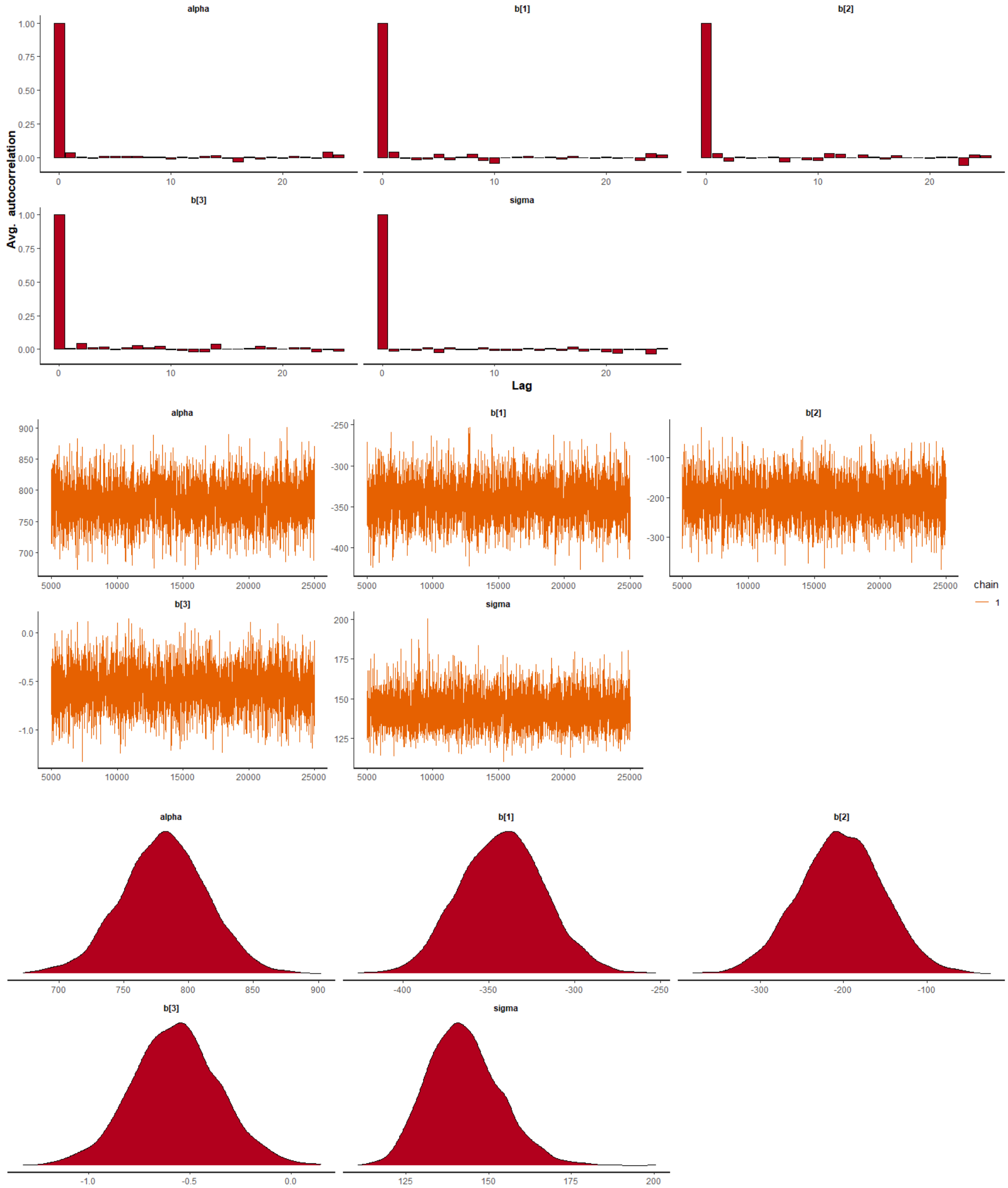

Jaguaribana
fac
Lag
Jaguaribana
facp
Lag
Litoral de Fortaleza
fac
Lag
Litoral de Fortaleza
facp
Lag
Litoral de Pecém
fac
Lag
Litoral de Pecém
facp
Lag
Litoral Norte
fac
Lag
Litoral Norte
facp
Lag



Fonte: elaborado pelo autor.

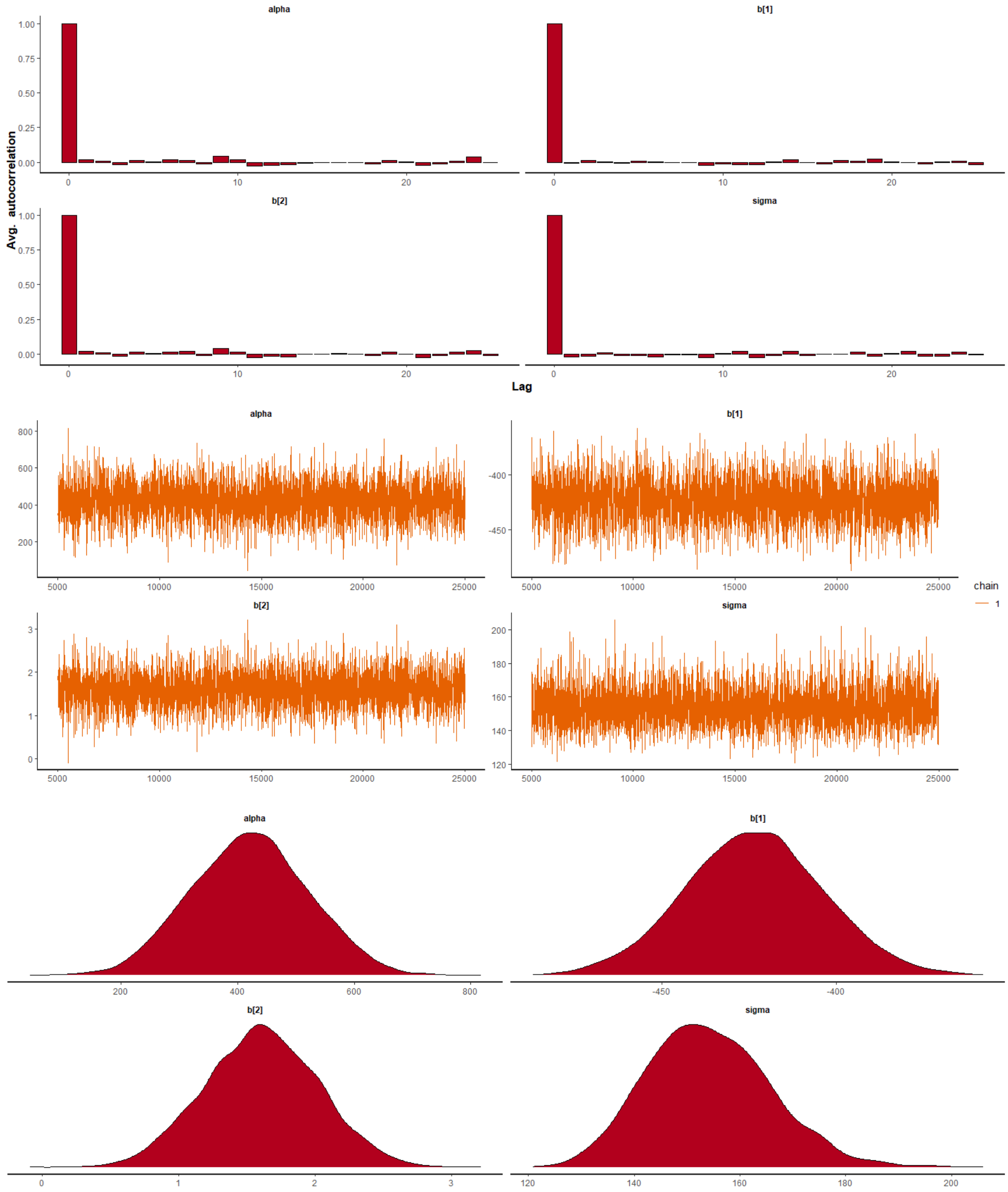
APÊNDICE C – DIAGNÓSTICO DA CONVERGÊNCIA DA CADEIA

Figura 62 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC) para os dados semestrais de precipitação (mm) no Ceará



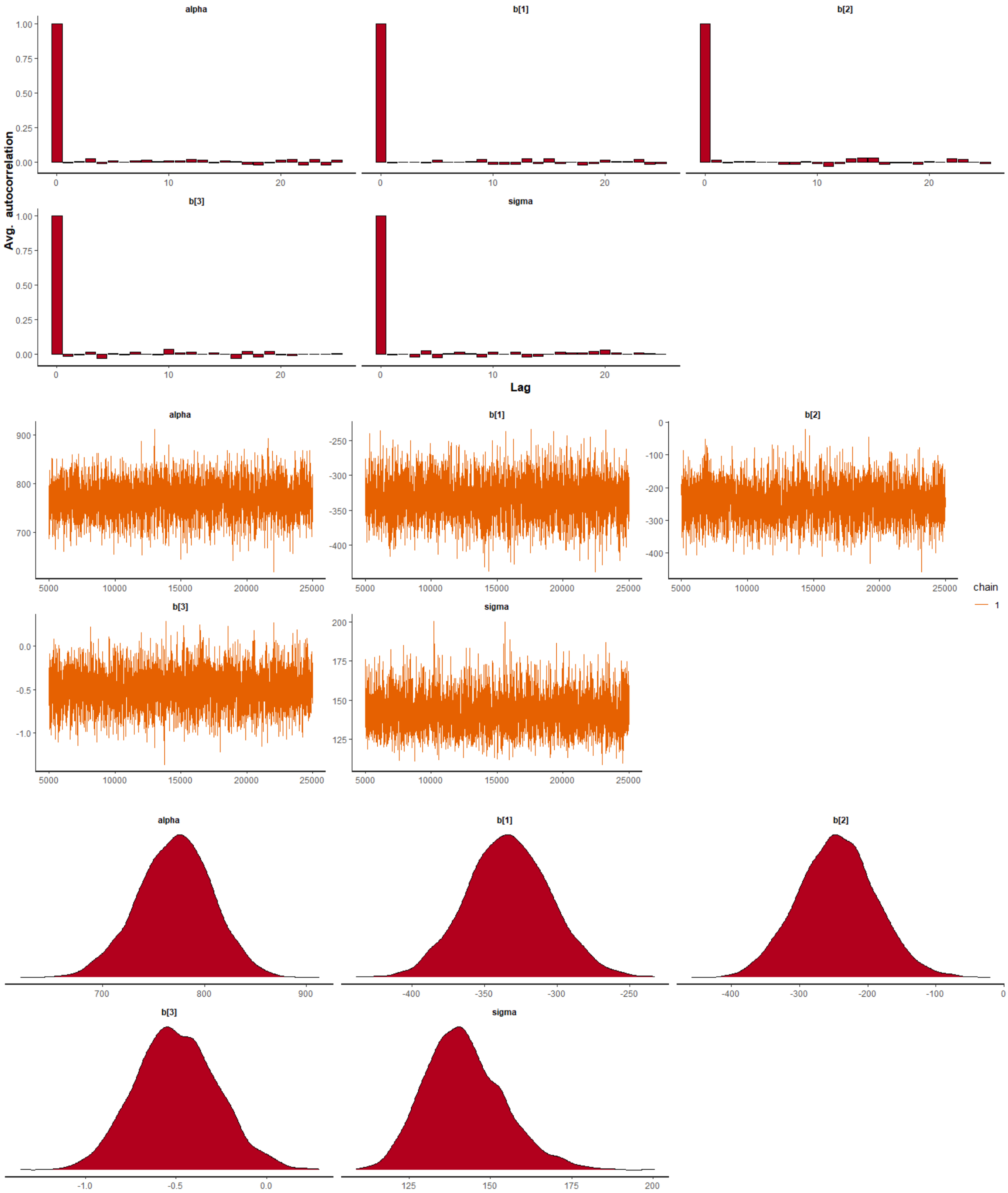
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 63 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (SBC) para os dados semestrais de precipitação (mm) no Ceará



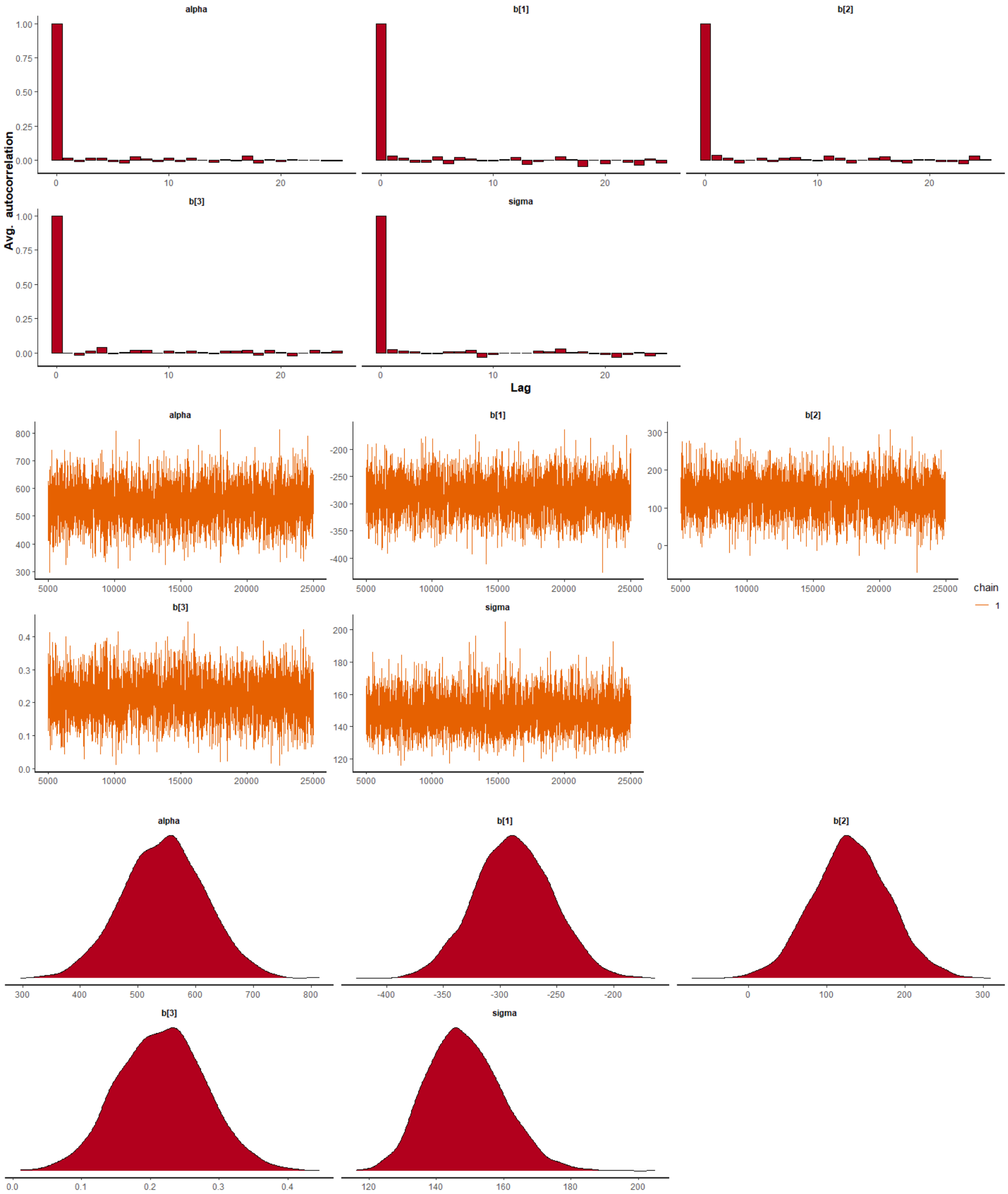
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 64 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC) para os dados de treino semestrais de precipitação (mm) no Ceará



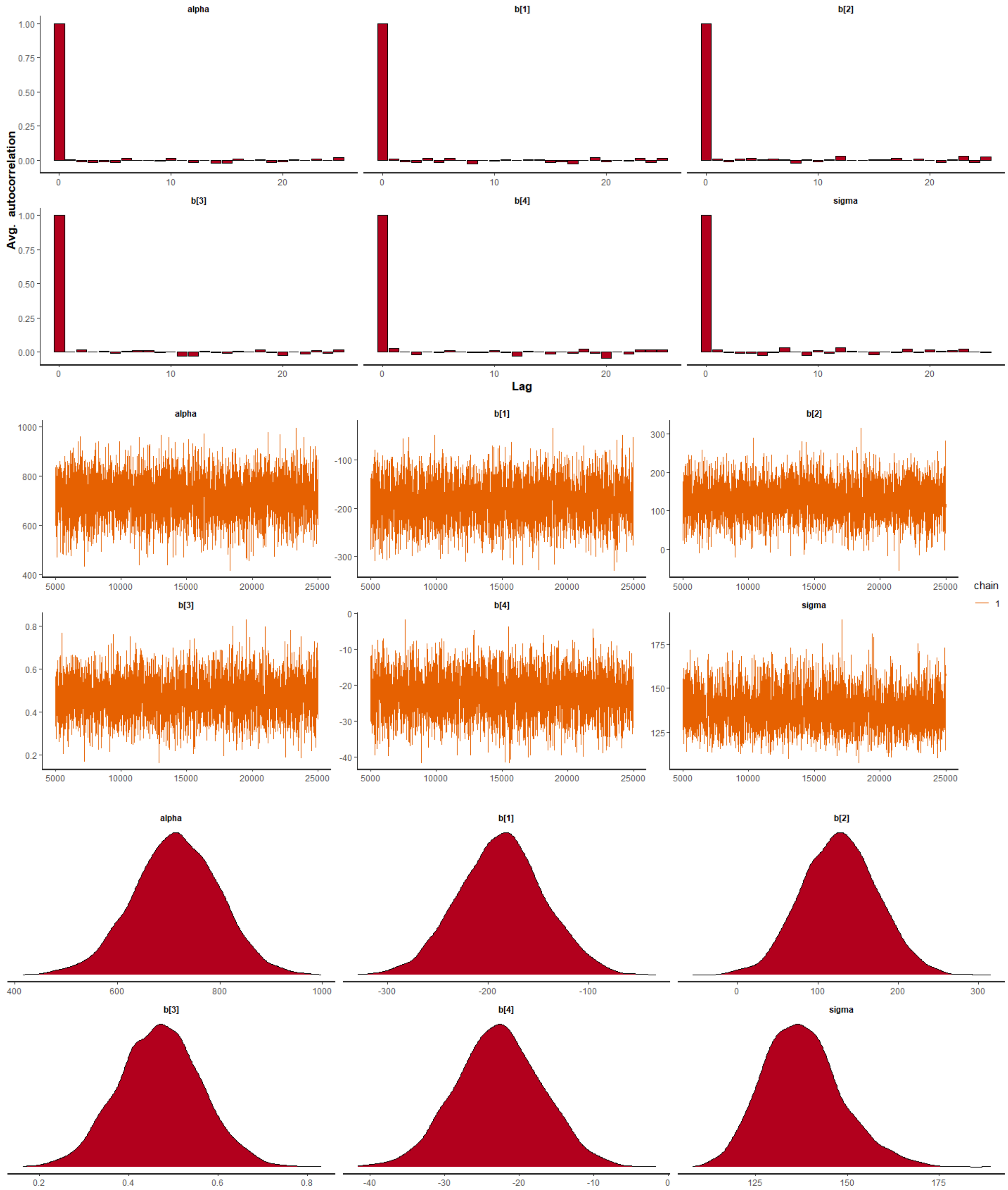
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 65 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC) para os dados semestrais de precipitação (mm) no Cariri



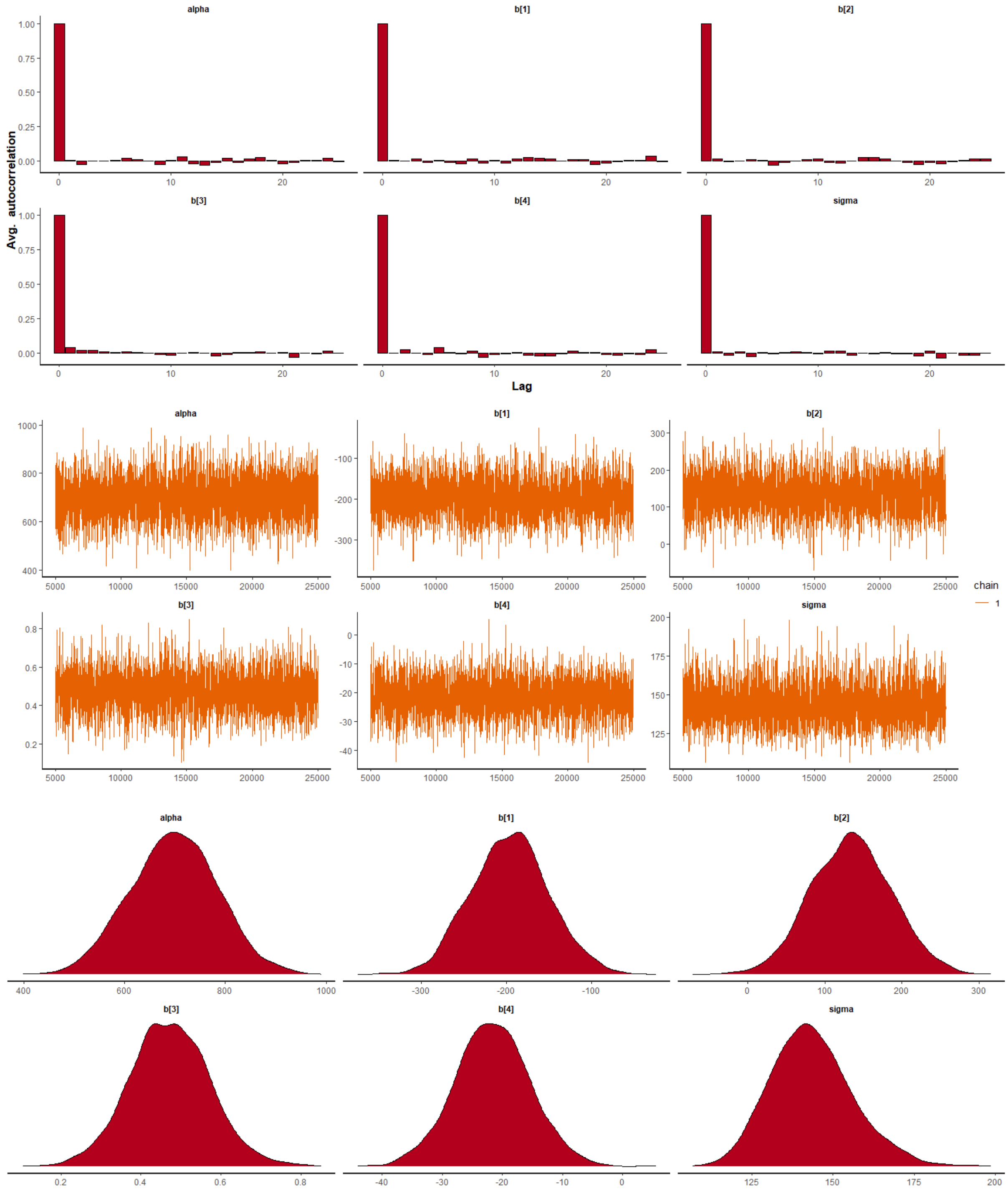
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 66 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (SBC) para os dados semestrais de precipitação (mm) no Cariri



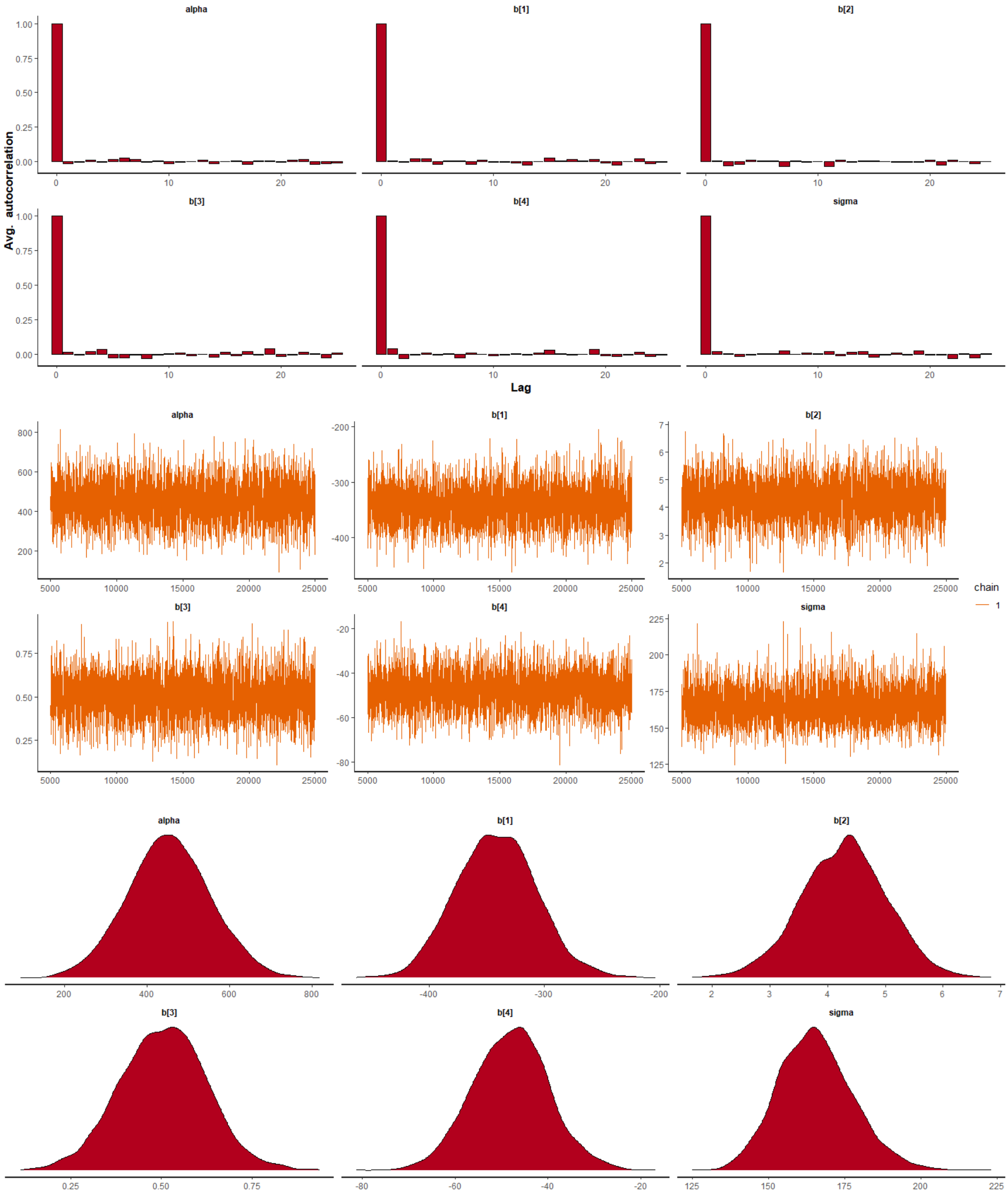
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 67 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (SBC) para os dados de treino de precipitação (mm) semestral no Cariri



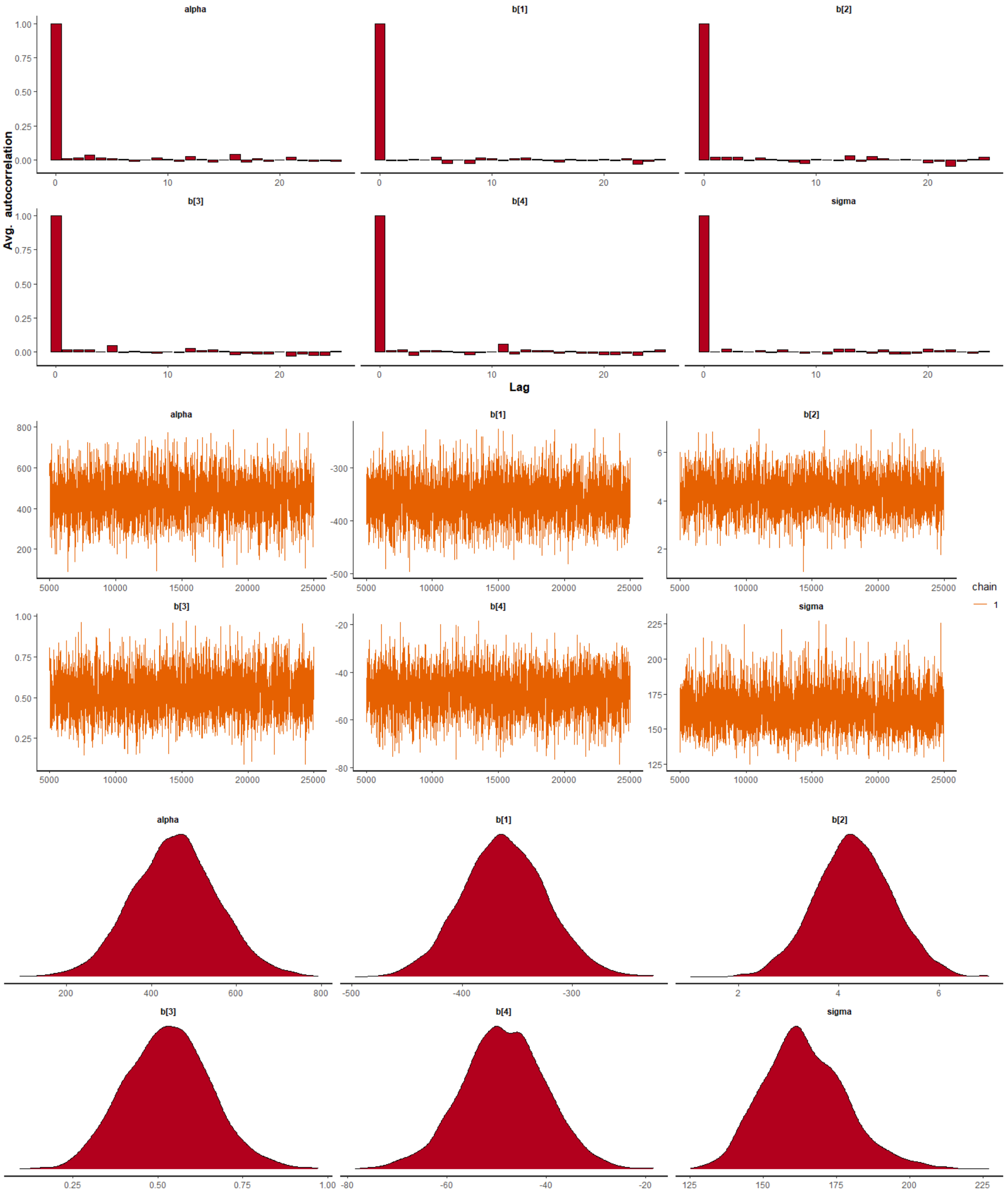
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 68 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (SBC) para os dados semestrais de precipitação (mm) na Ibiapaba



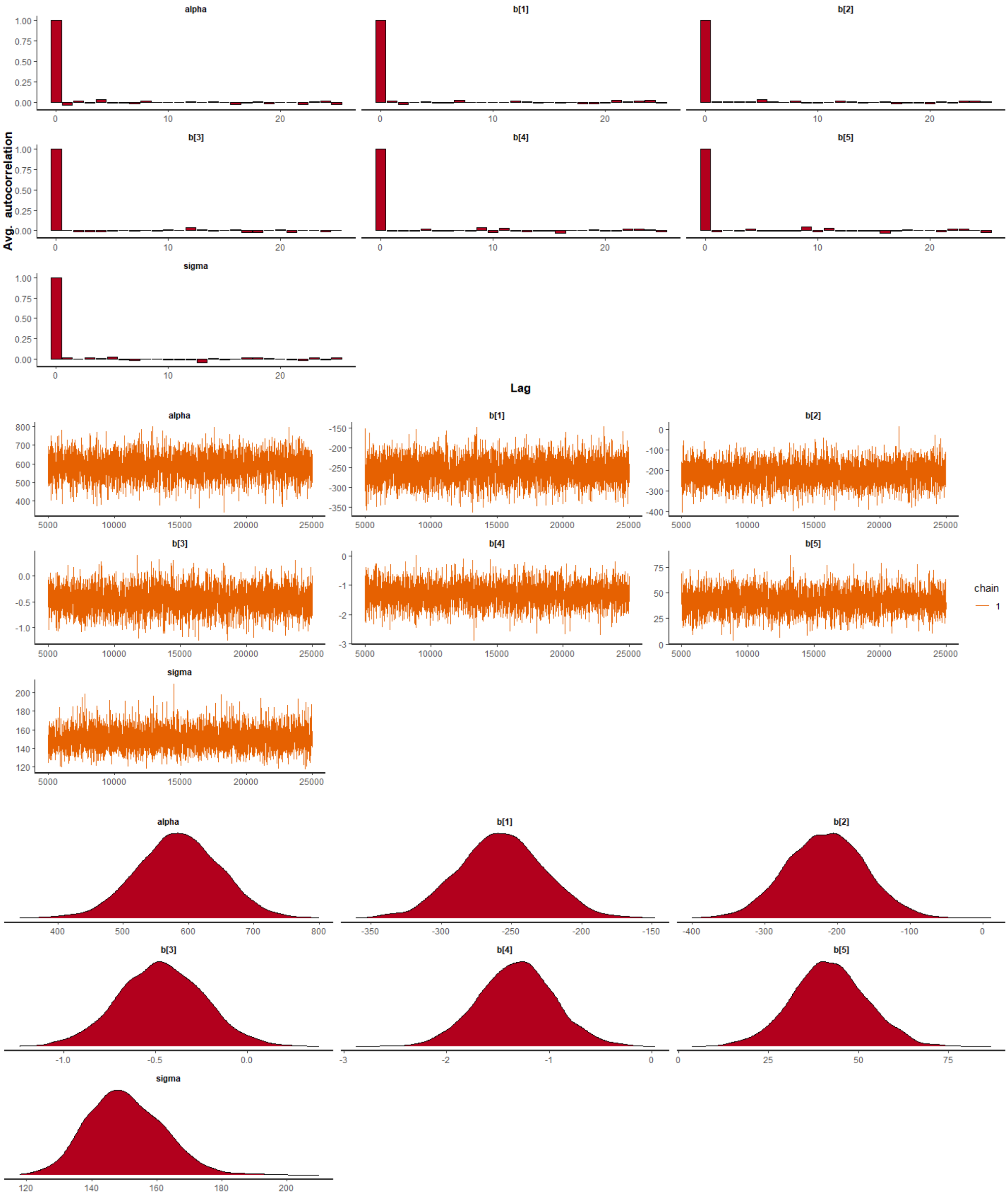
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 69 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (SBC) para os dados de treino de precipitação (mm) semestral na Ibiapaba



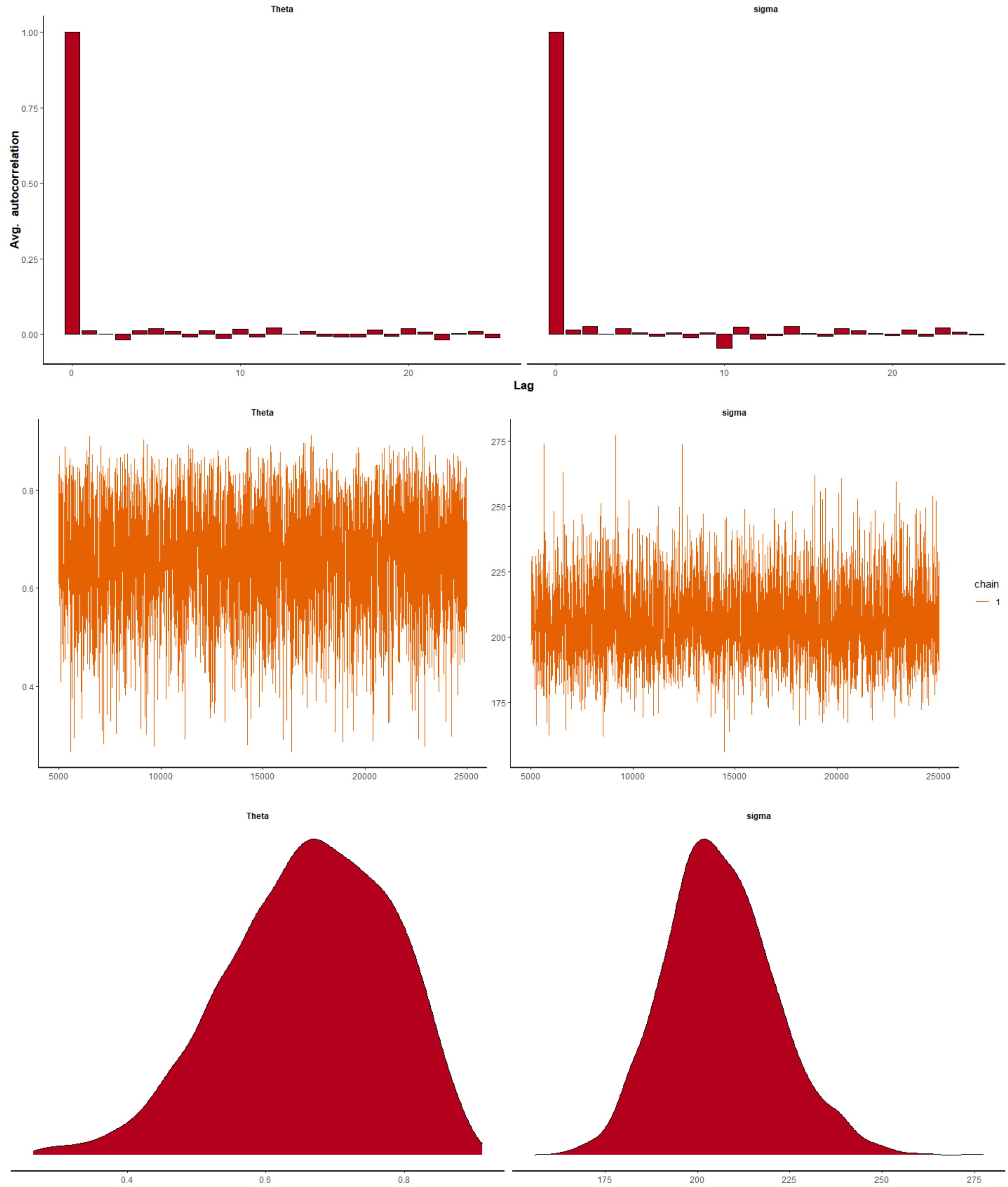
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 70 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC) para os dados semestrais de precipitação (mm) em Jaguaribana



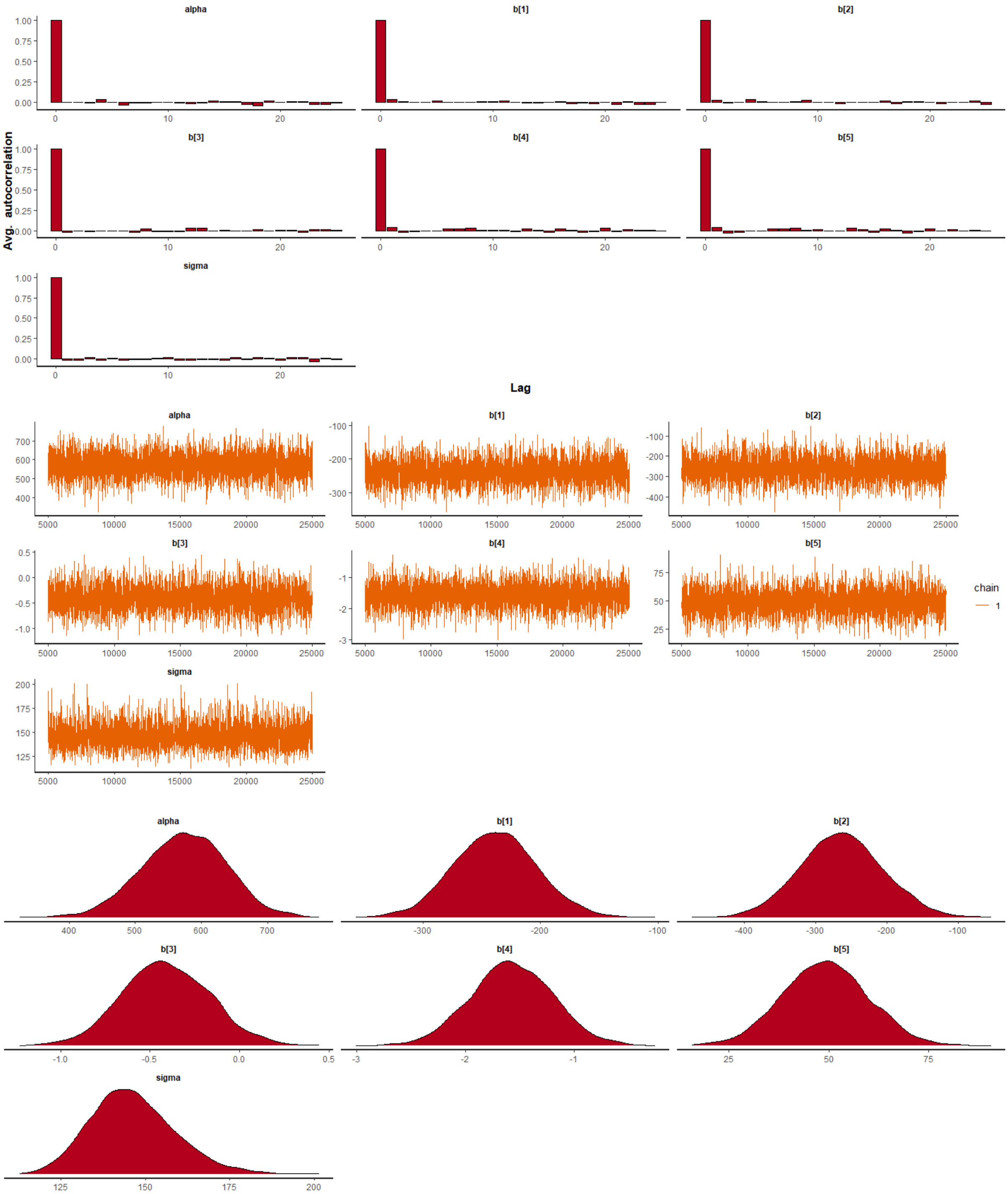
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 71 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo SARIMA $(0,0,0) \times (0,1,1)_2$ para os dados semestrais de precipitação (mm) em Jaguaribana



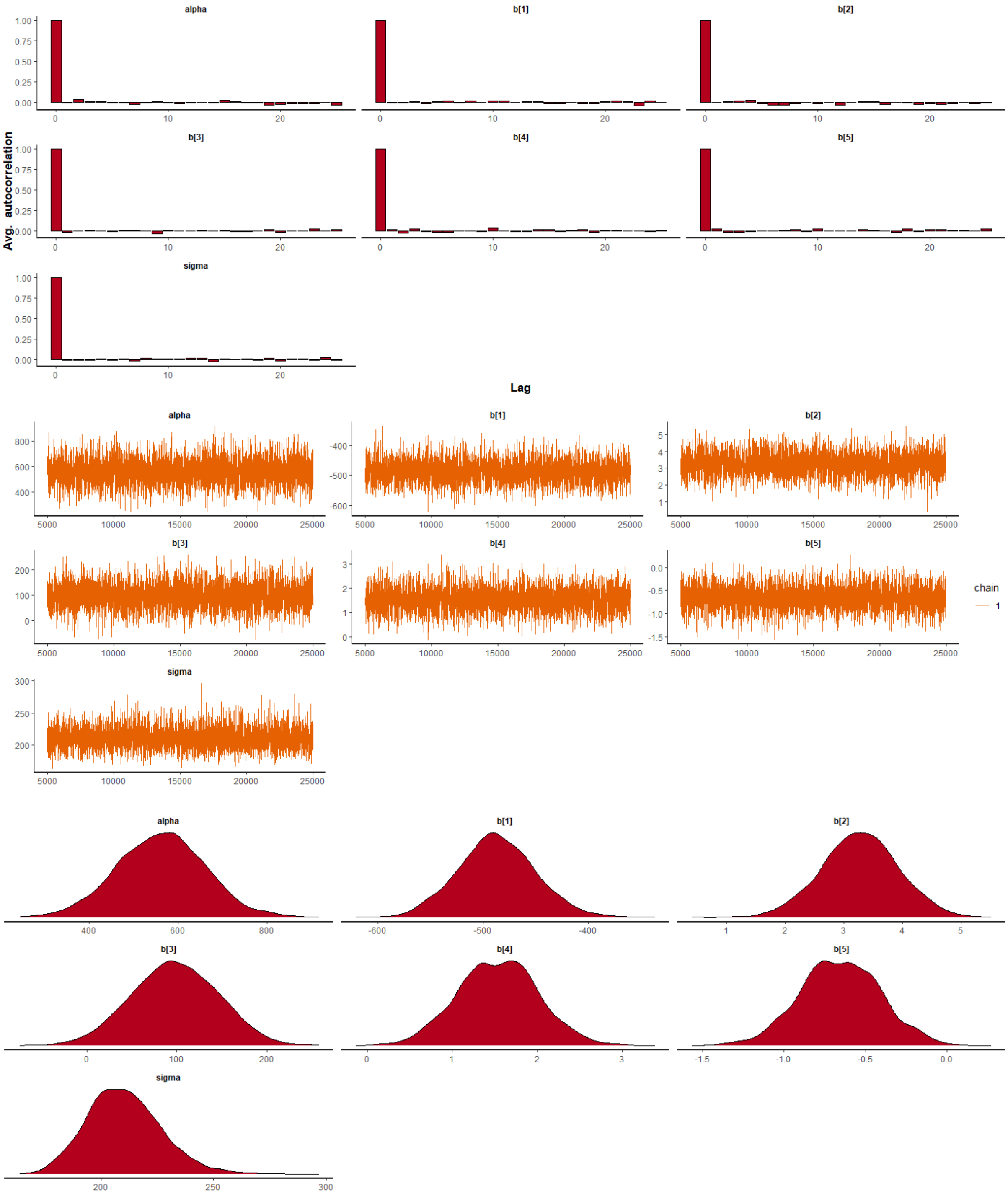
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 72 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) semestral em Jaguaribana



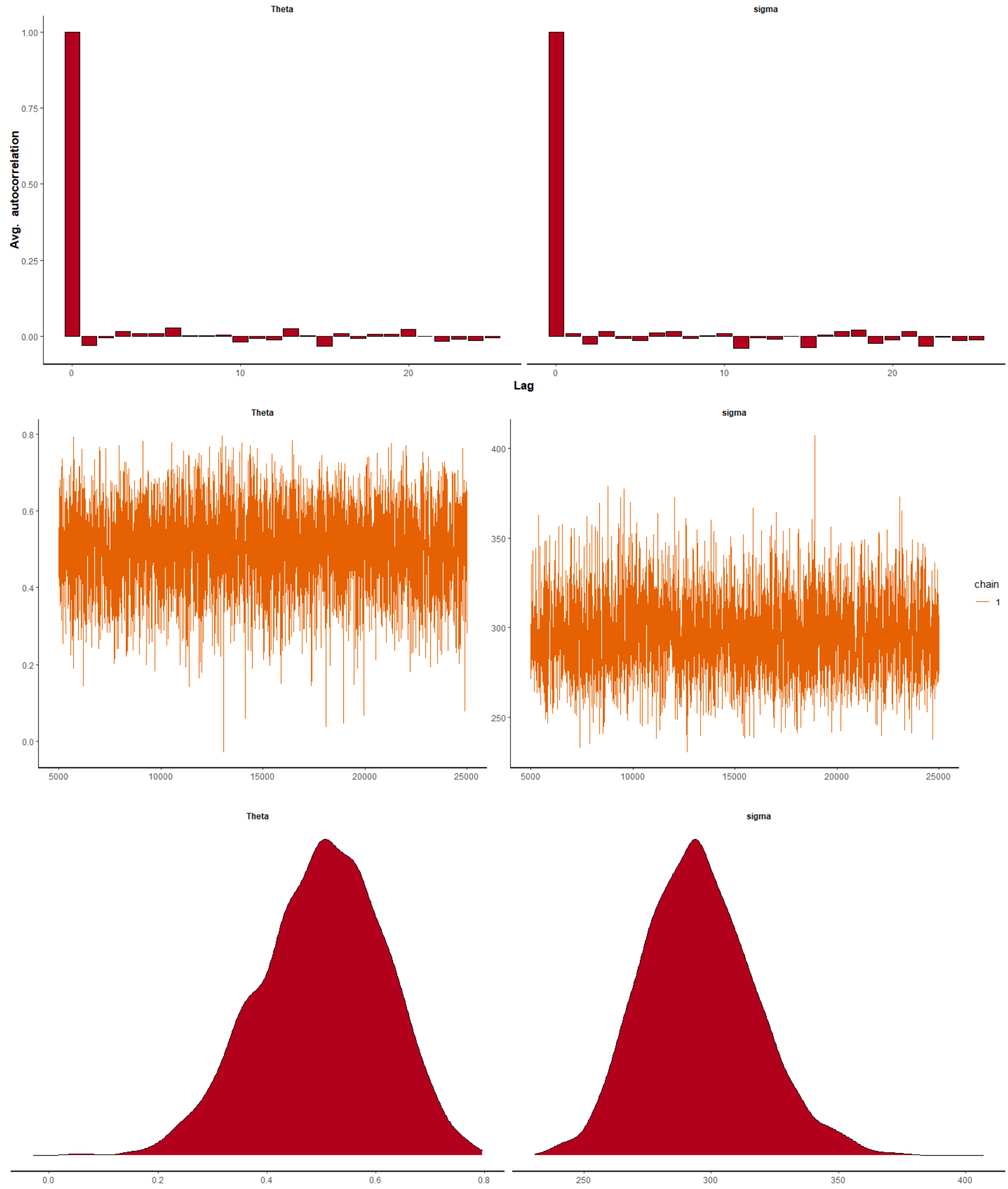
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 73 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC) para os dados semestrais de precipitação (mm) no Litoral de Fortaleza



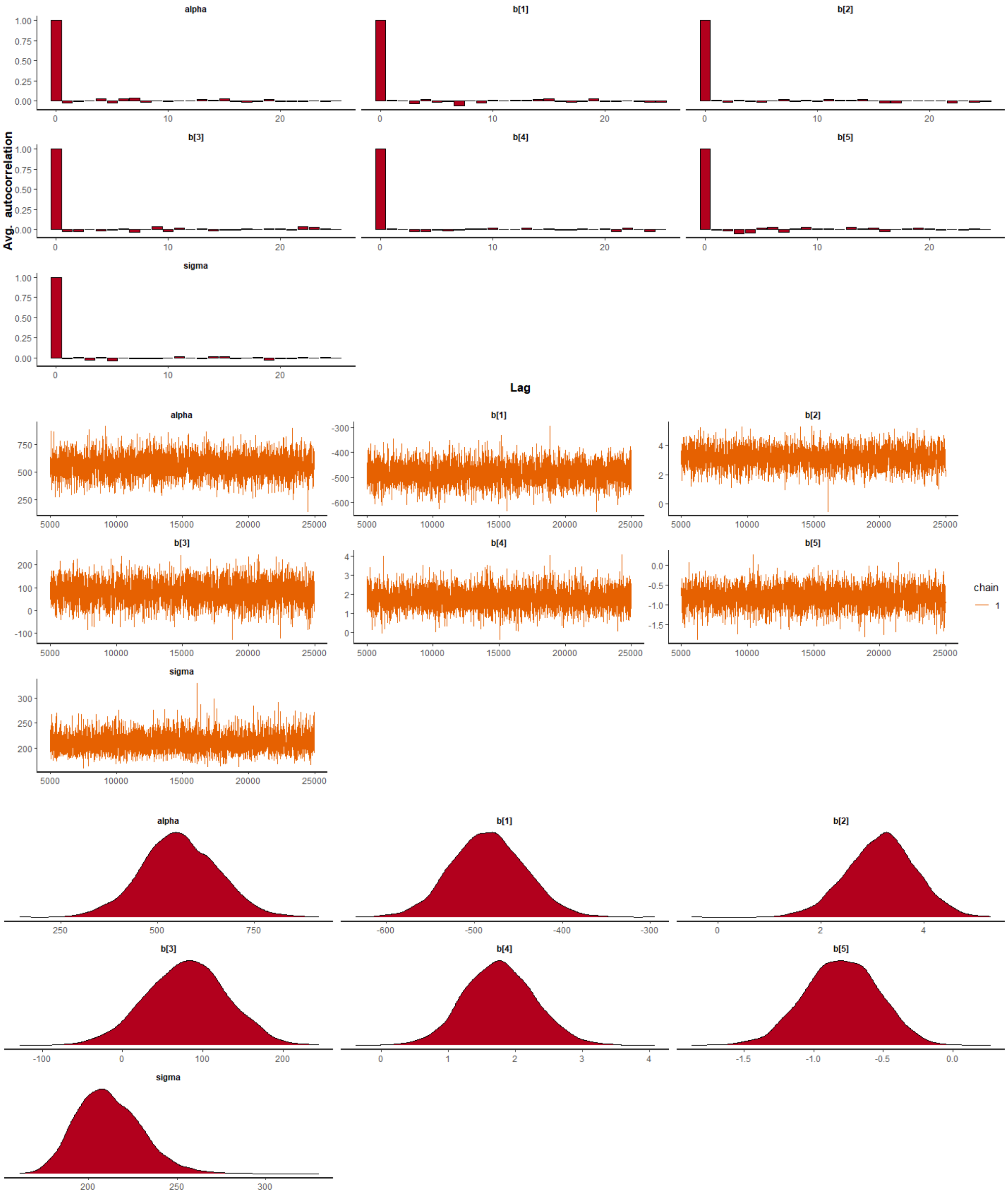
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 74 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo SARIMA $(0,0,0) \times (0,1,1)_2$ para os dados semestrais de precipitação (mm) no Litoral de Fortaleza



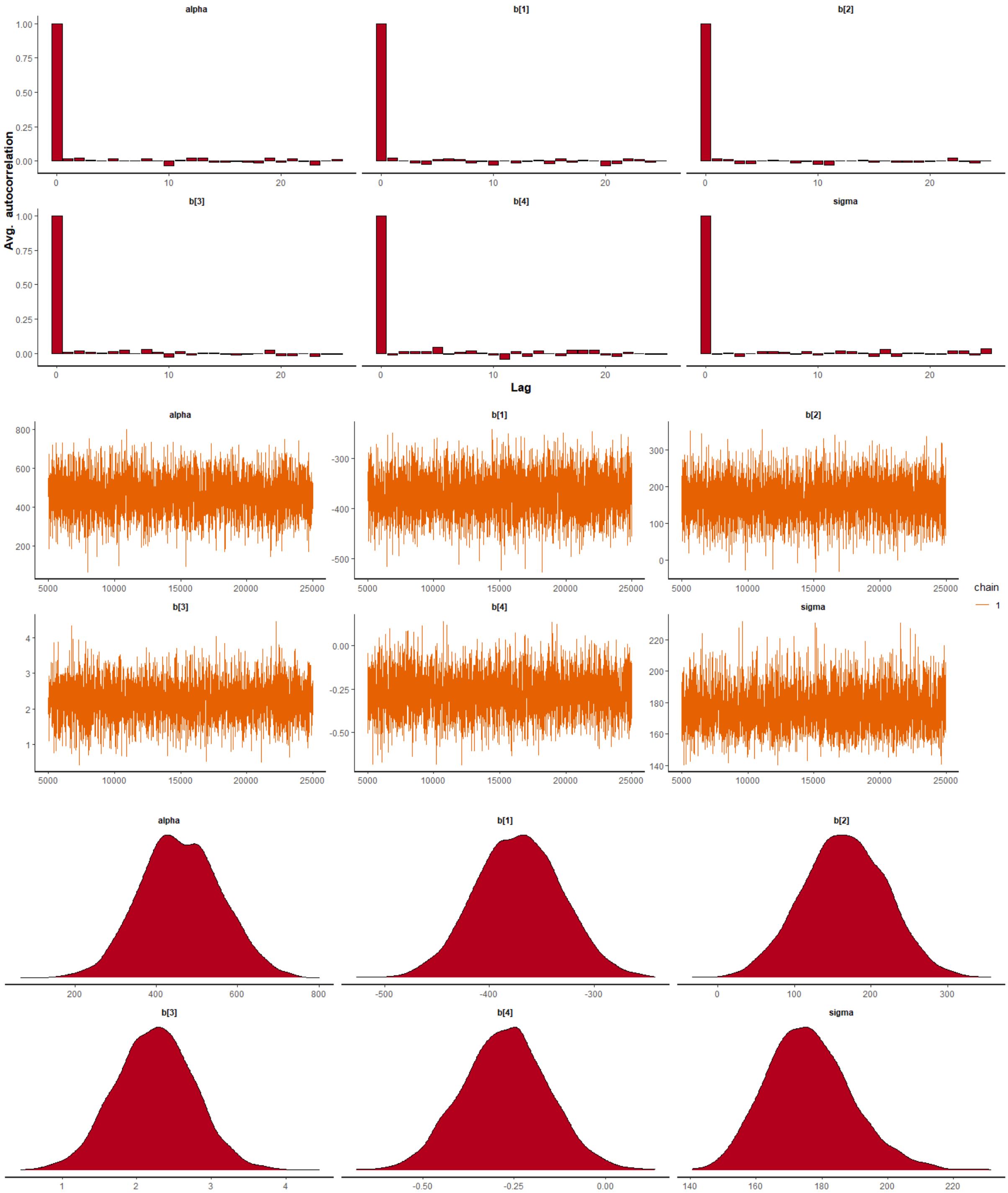
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 75 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) semestral no Litoral de Fortaleza



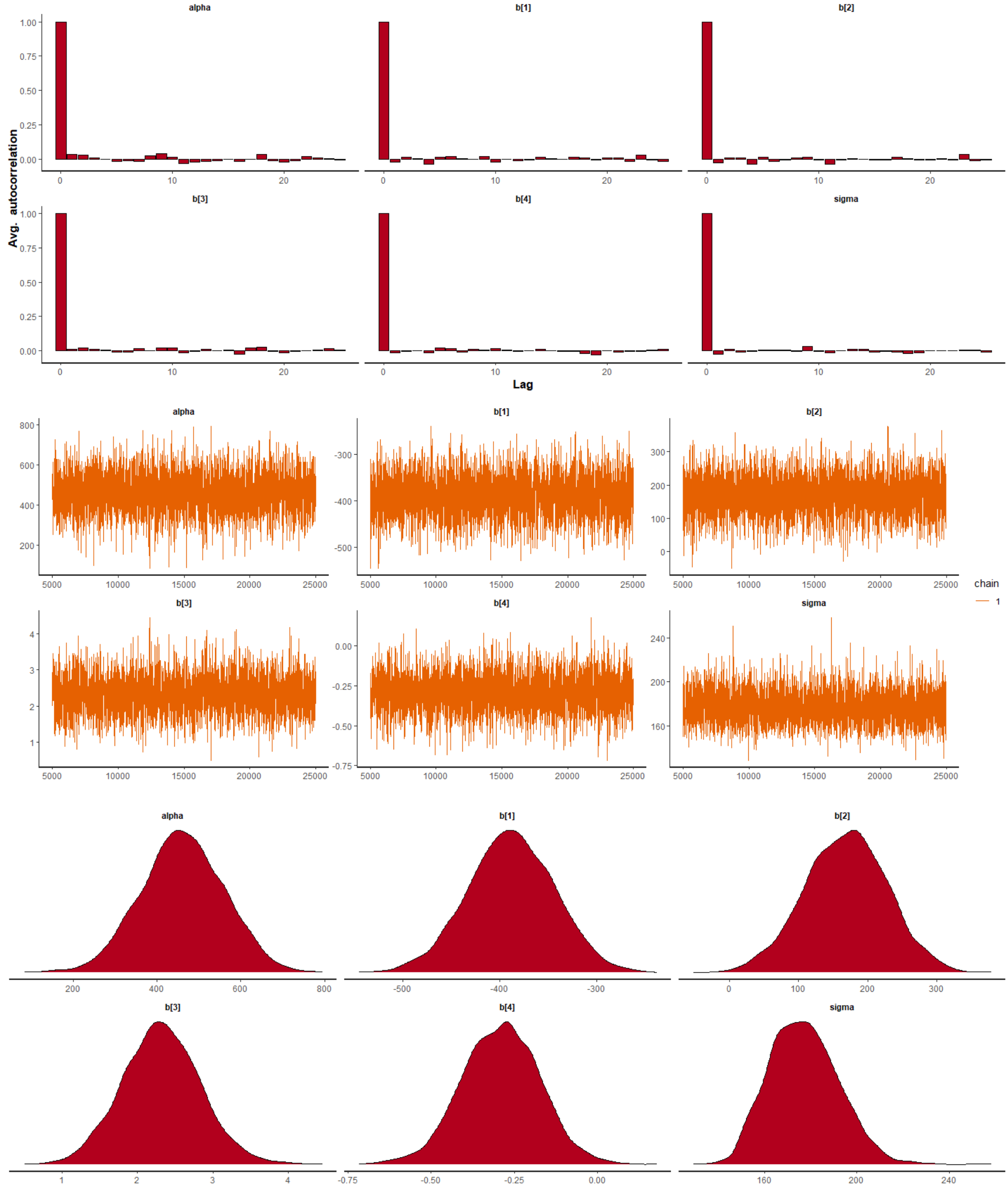
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 76 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC) para os dados semestrais de precipitação (mm) no Litoral de Pecém



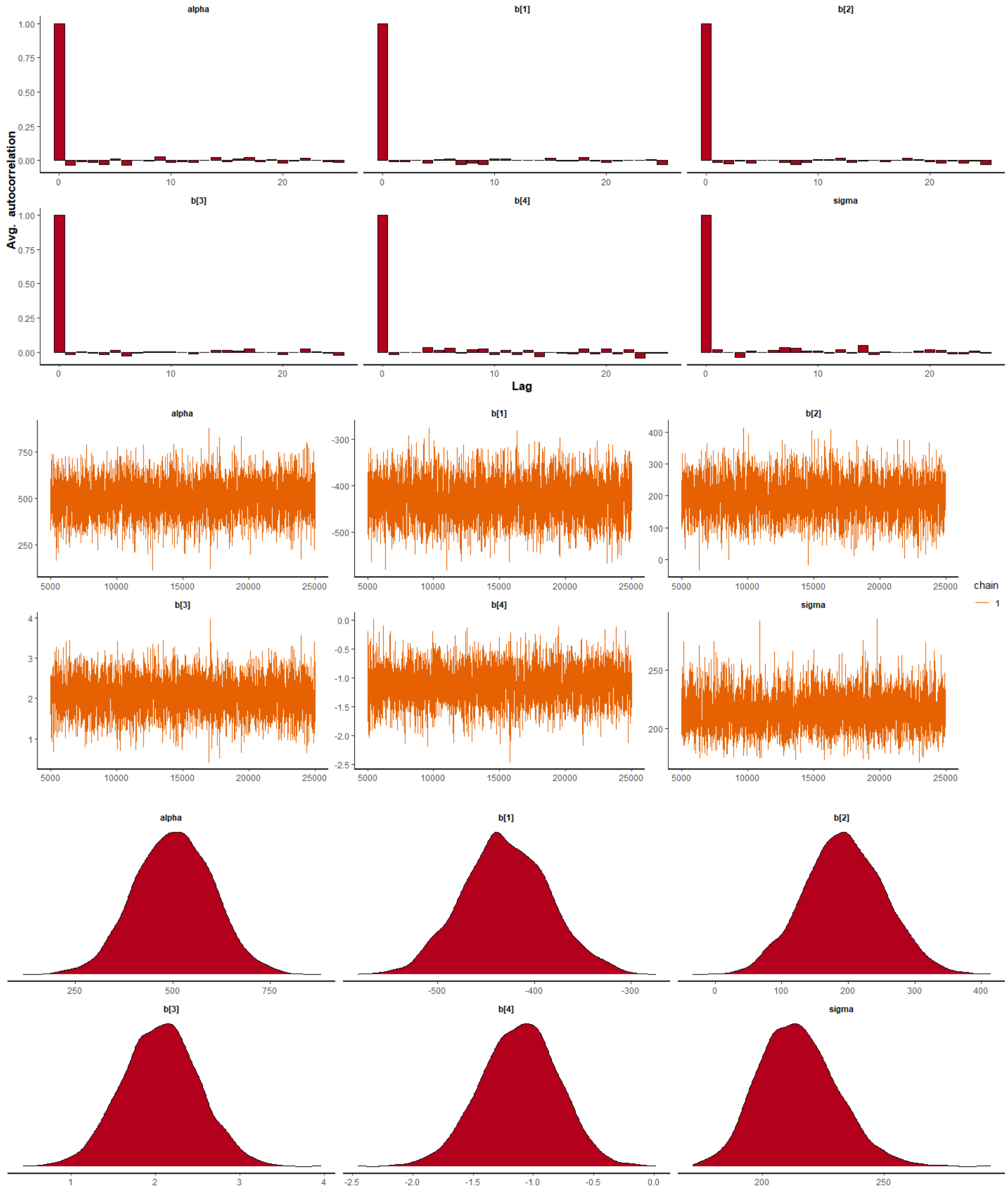
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 77 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) semestral no Litoral de Pecém



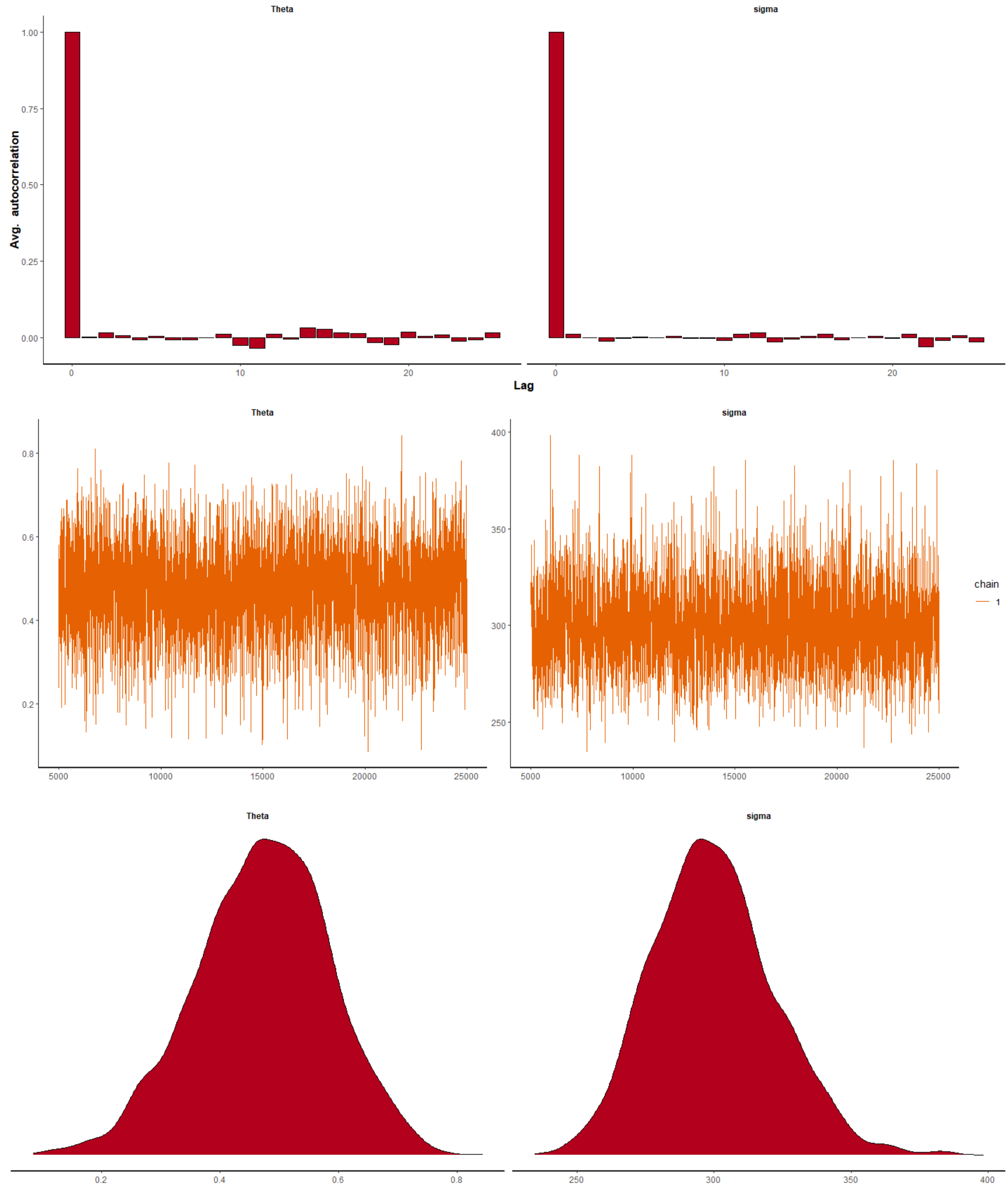
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 78 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC e SBC) para os dados semestrais de precipitação (mm) no Litoral Norte



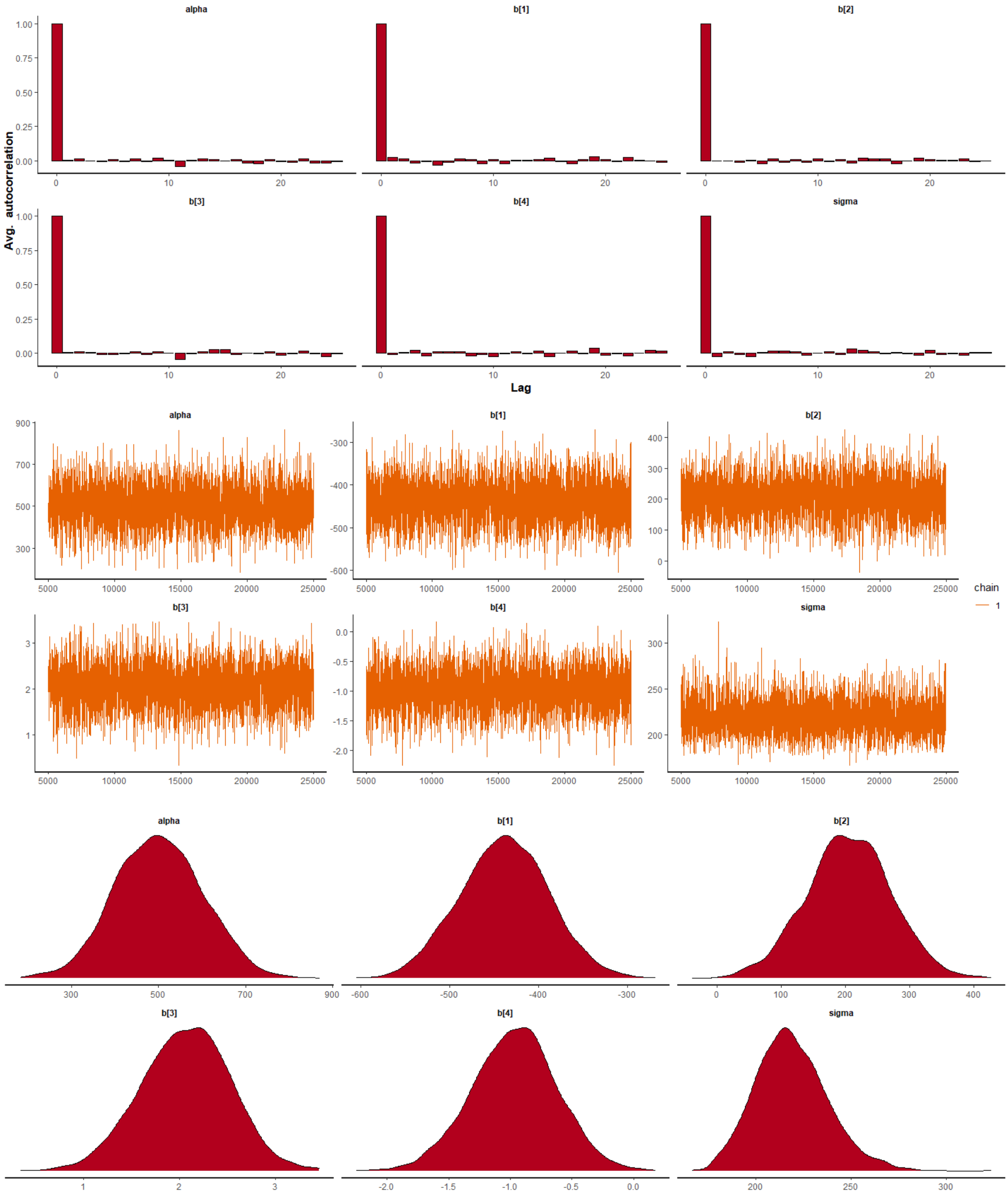
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 79 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo SARIMA $(0,0,0) \times (0,1,1)_2$ para os dados semestrais de precipitação (mm) no Litoral Norte



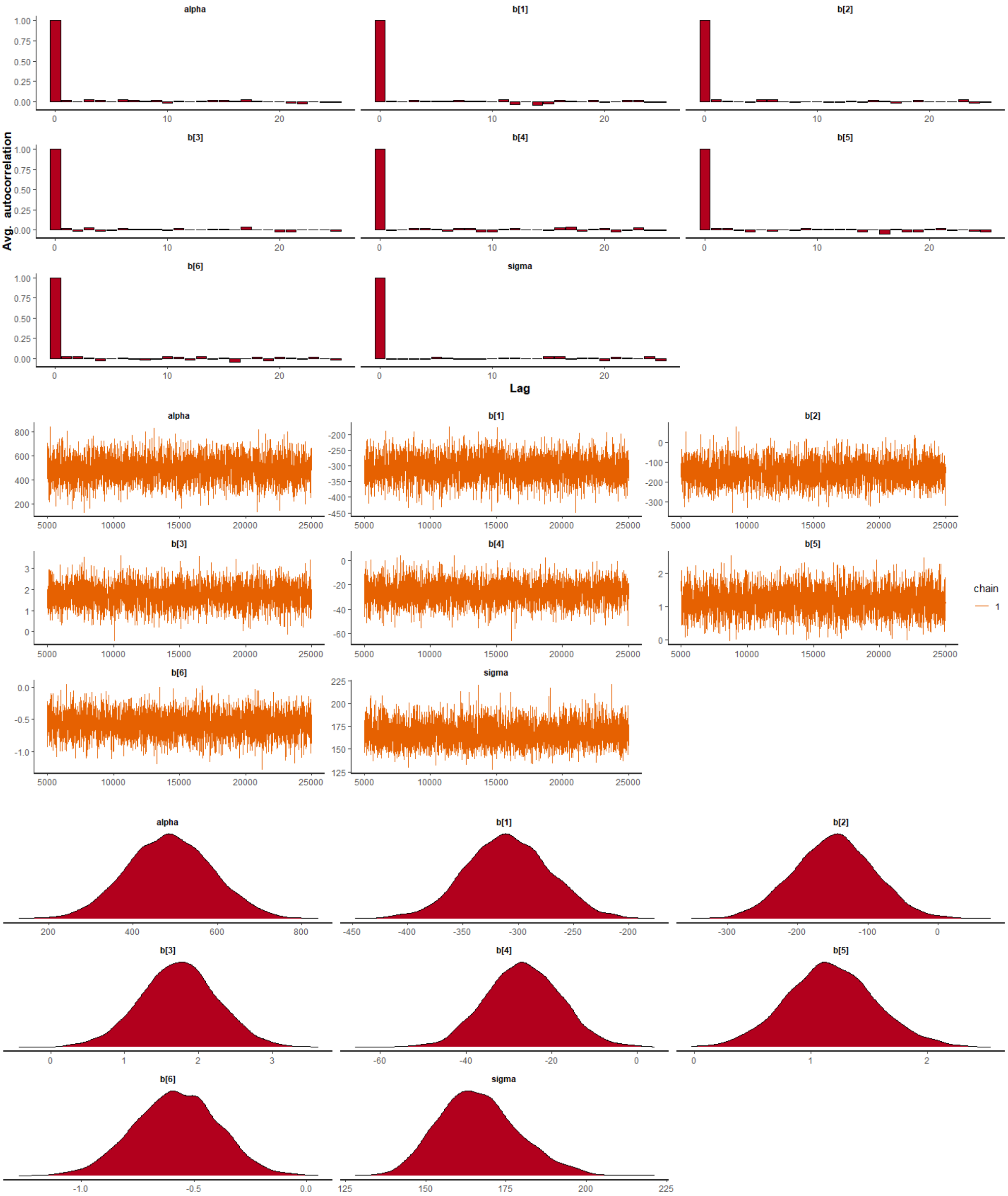
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 80 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC e SBC) para os dados de treino da precipitação (mm) semestral no Litoral Norte



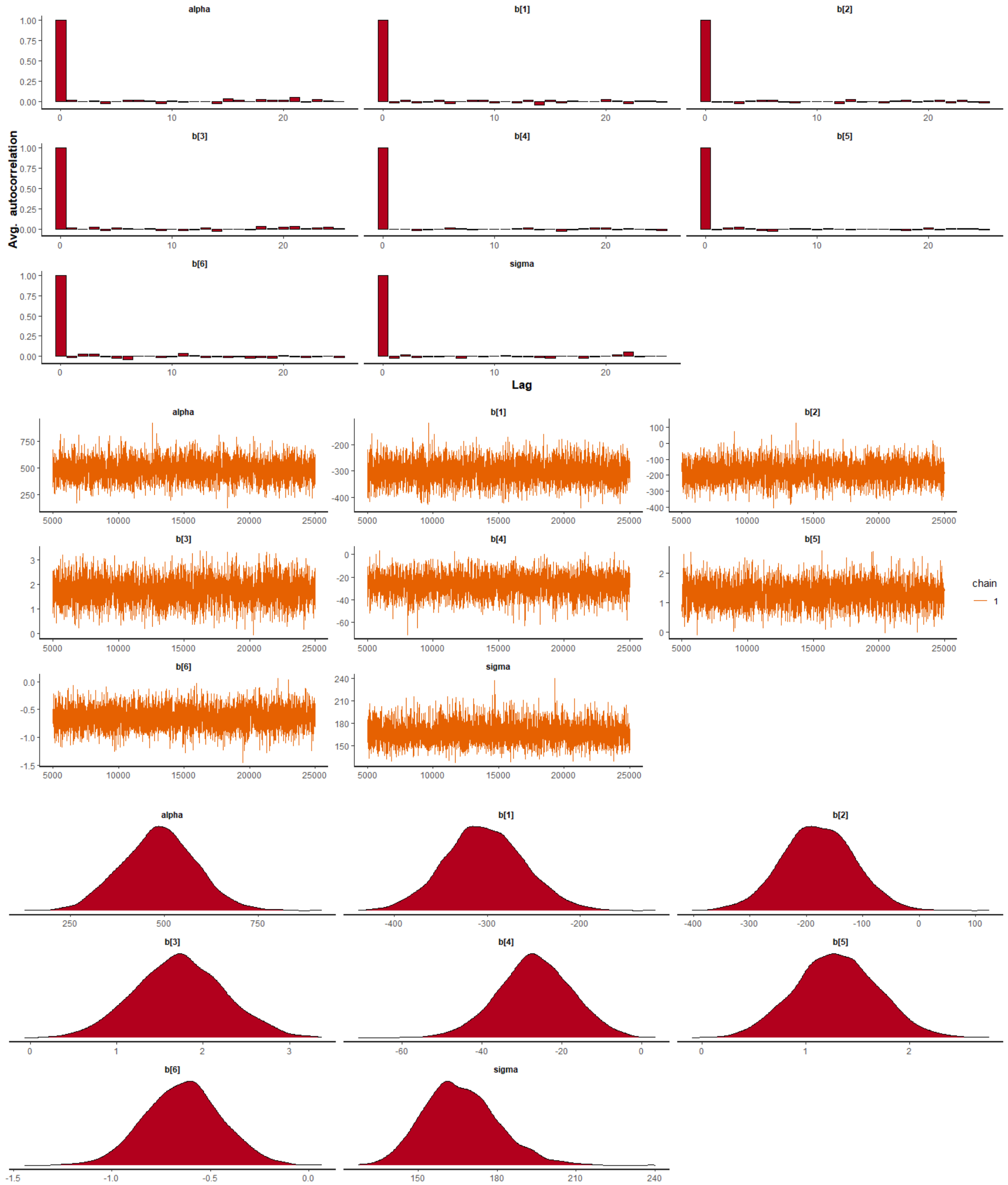
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 81 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC) para os dados semestrais de precipitação (mm) no Maciço de Baturité



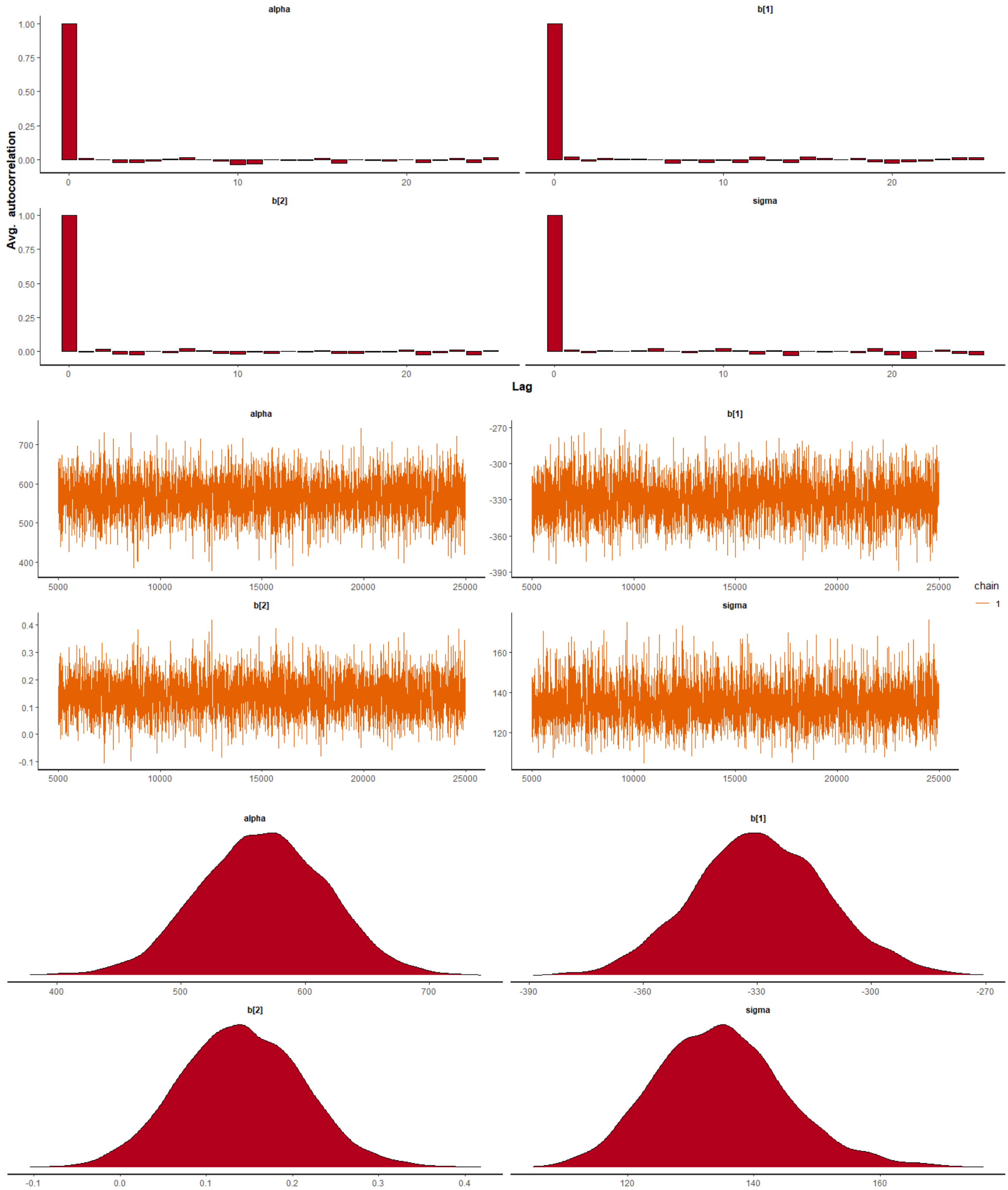
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 82 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) semestral no Maciço de Baturité



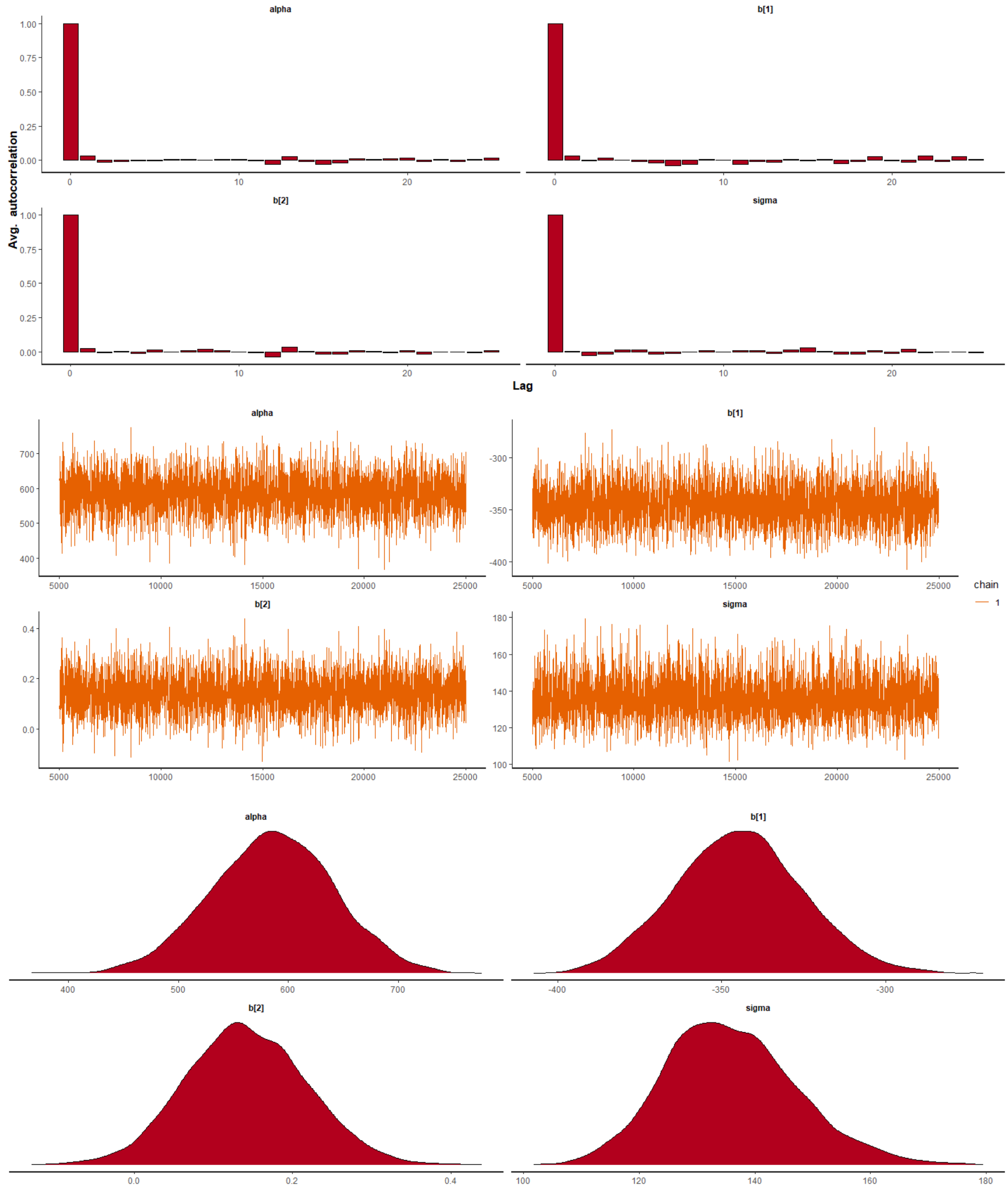
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 83 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC e SBC) para os dados semestrais de precipitação (mm) no Sertão Central e Inhamuns



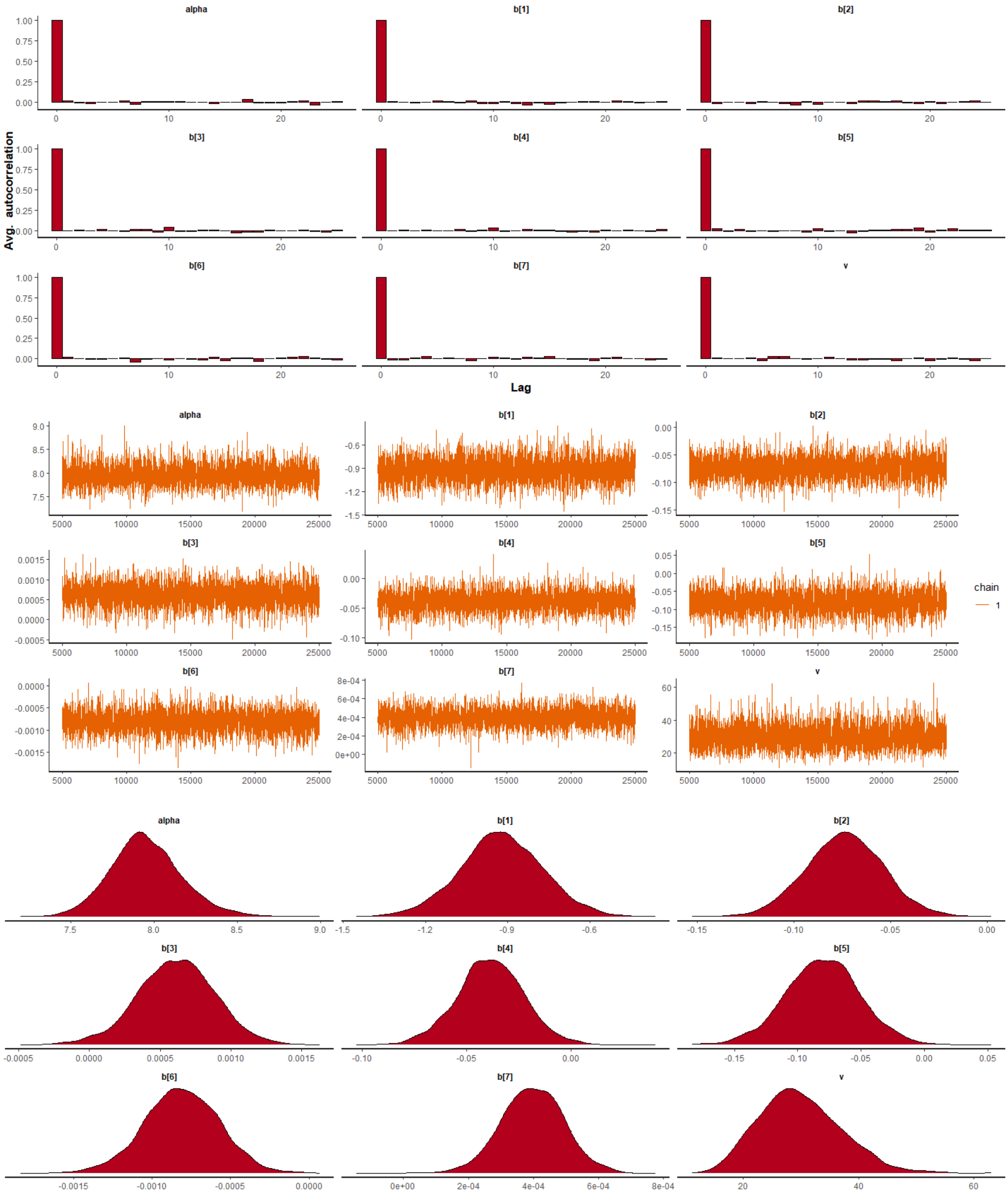
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 84 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC e SBC) para os dados de treino da precipitação (mm) semestral no Sertão Central e Inhamuns



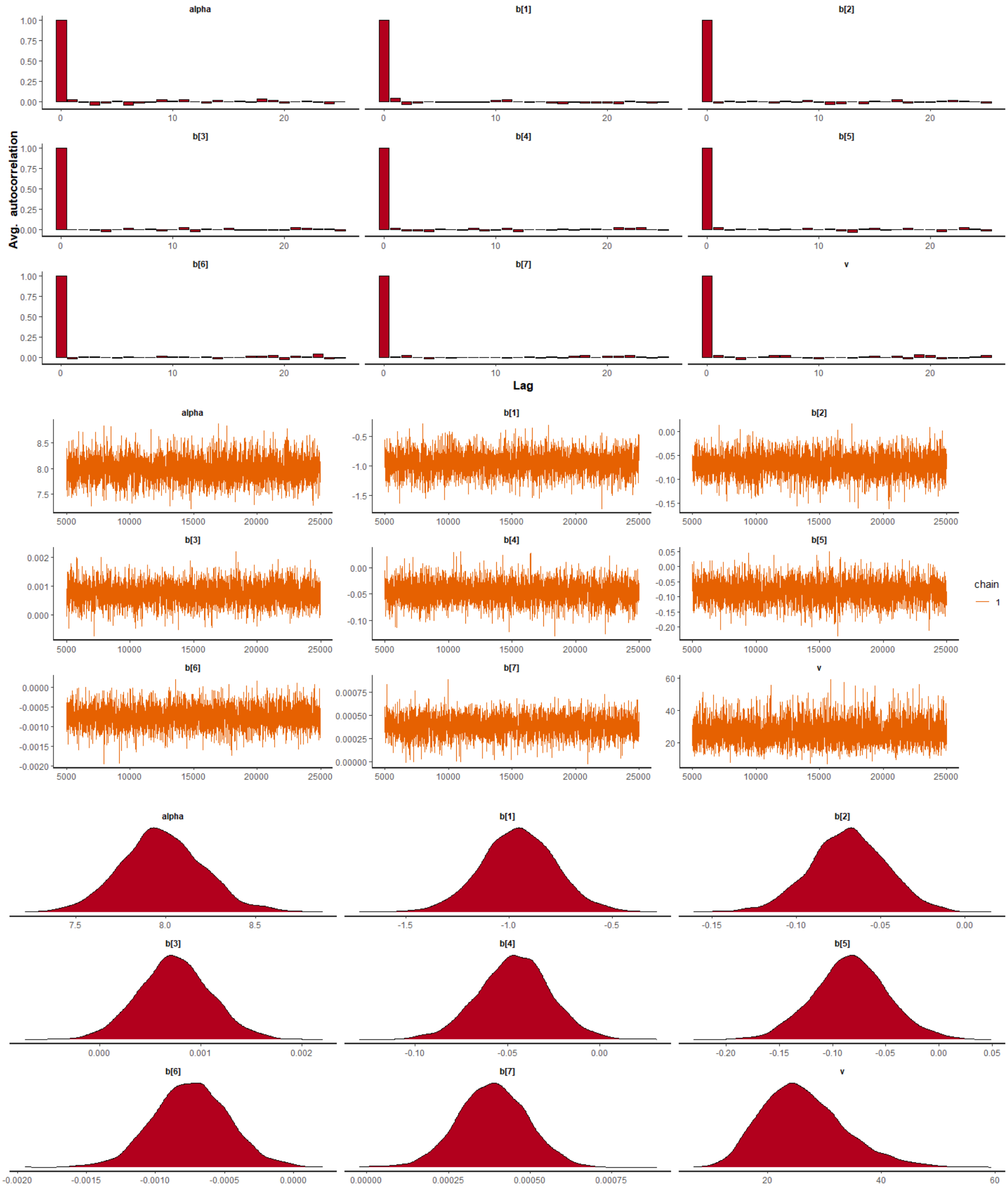
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 85 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Gama (SBC) para os dados anuais de precipitação (mm) no Ceará



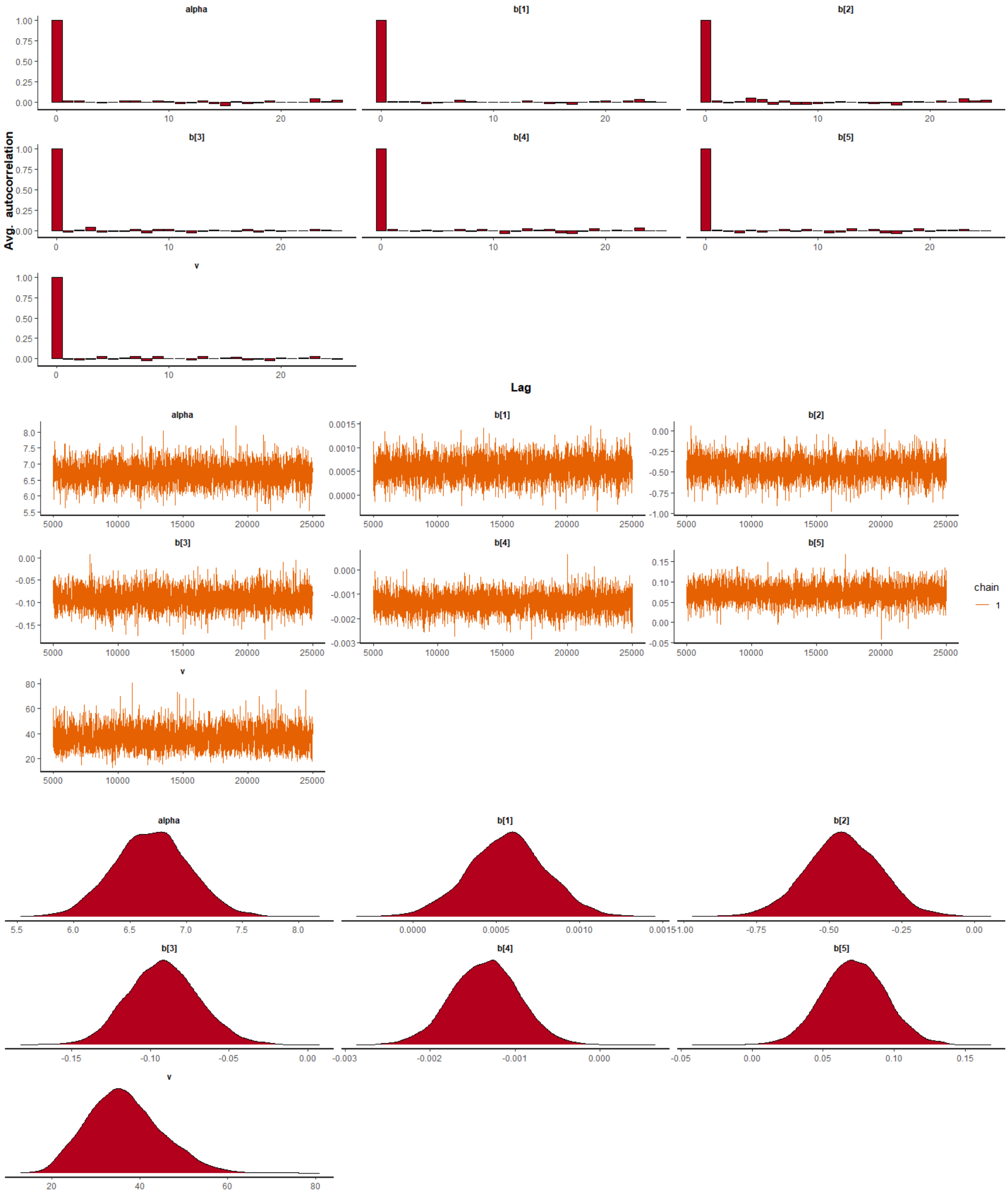
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 86 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Gama (SBC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual no Ceará



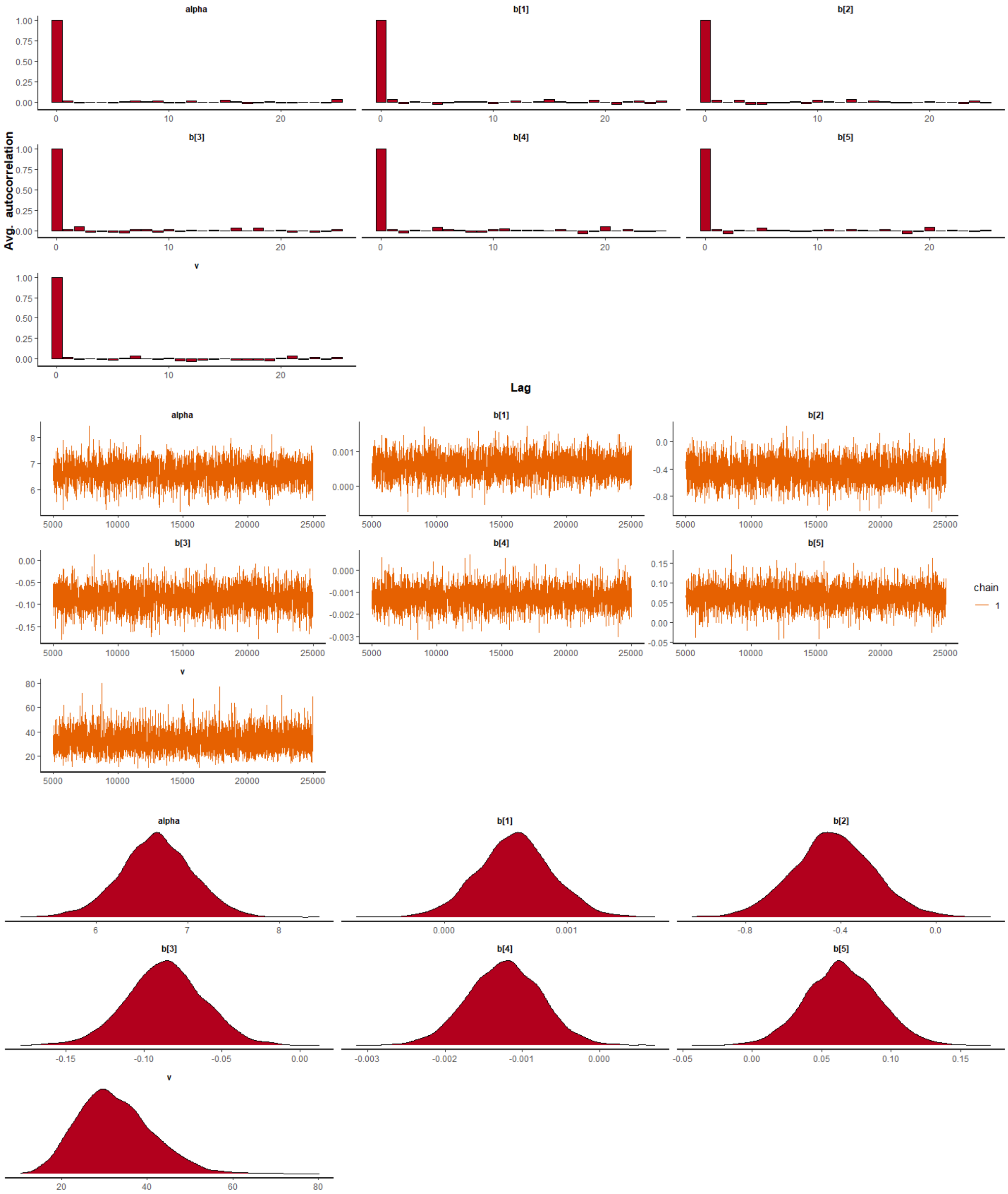
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 87 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Gama (AIC e SBC) para os dados anuais de precipitação (mm) no Cariri



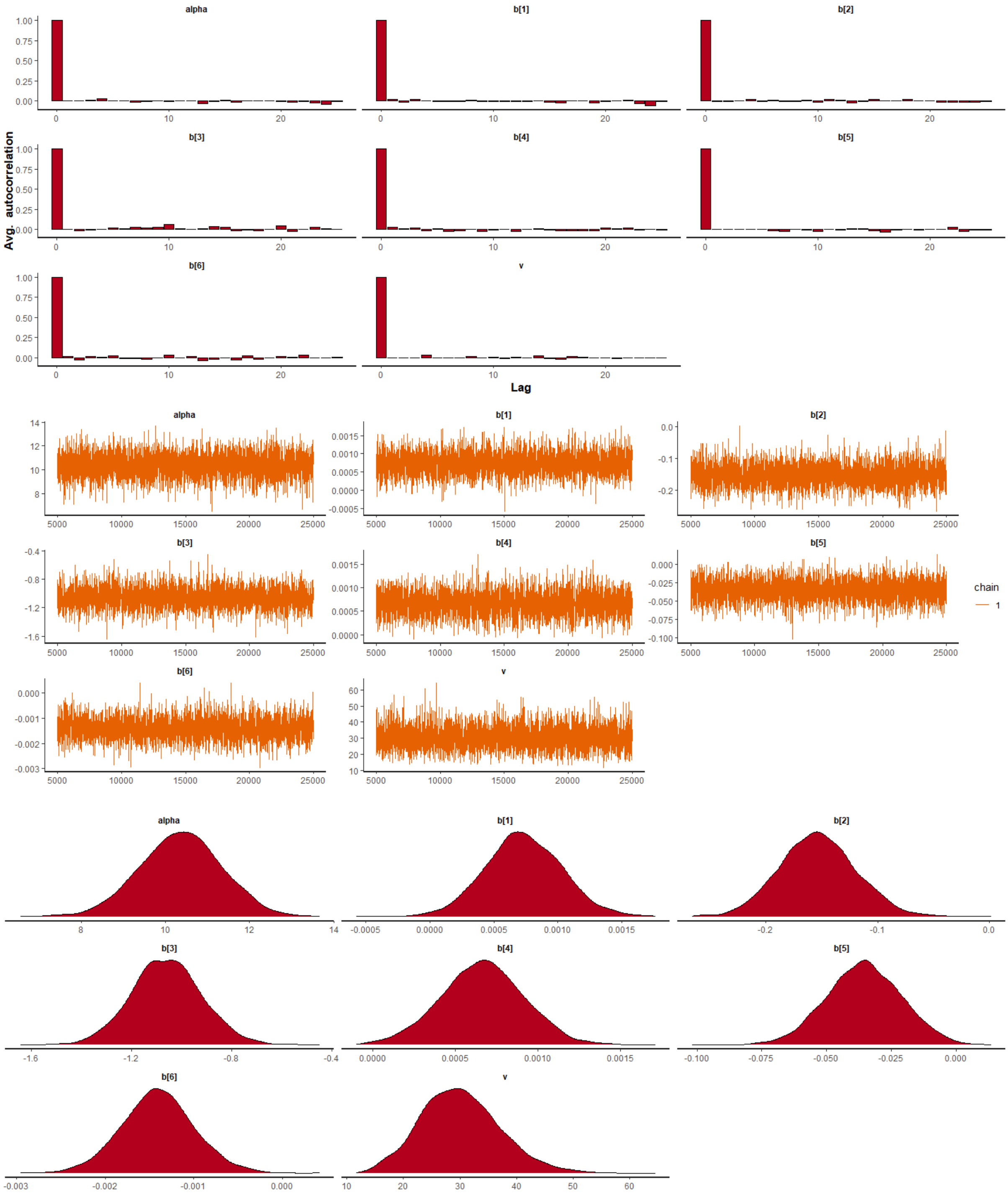
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 88 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Gama (AIC e SBC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual no Cariri



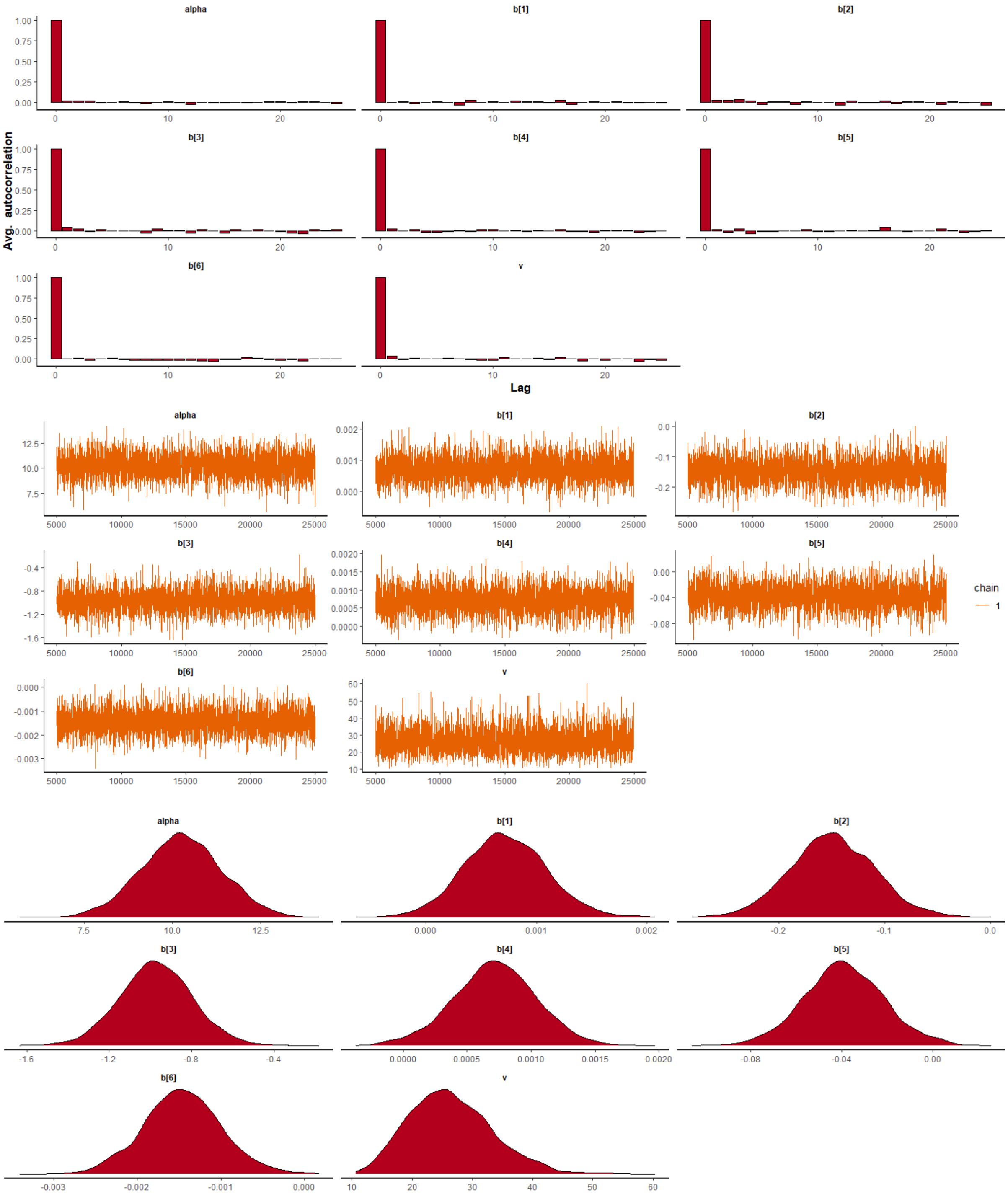
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 89 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Gama (AIC) para os dados anuais de precipitação (mm) na Ibiapaba



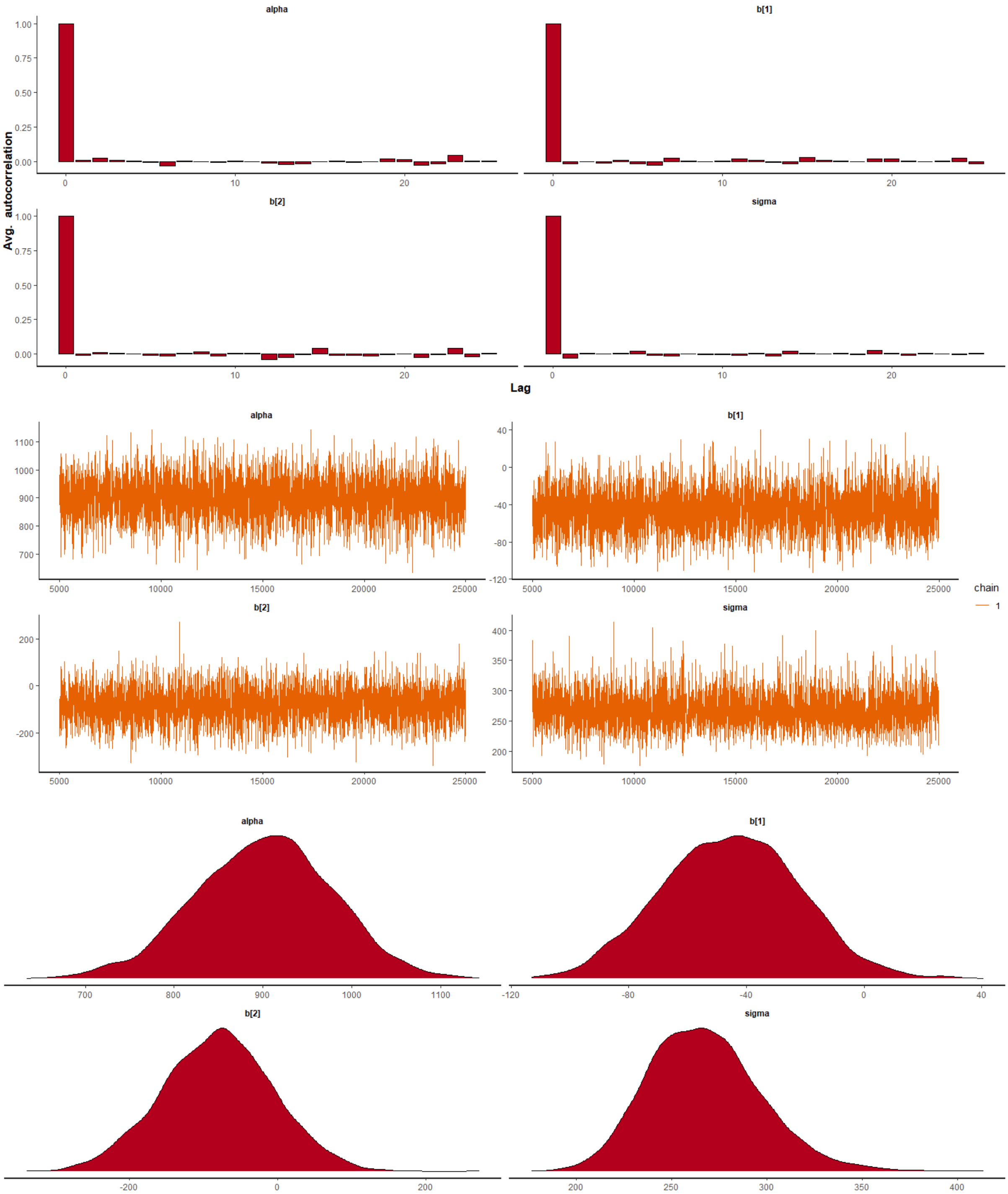
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 90 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Gama (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual na Ibiapaba



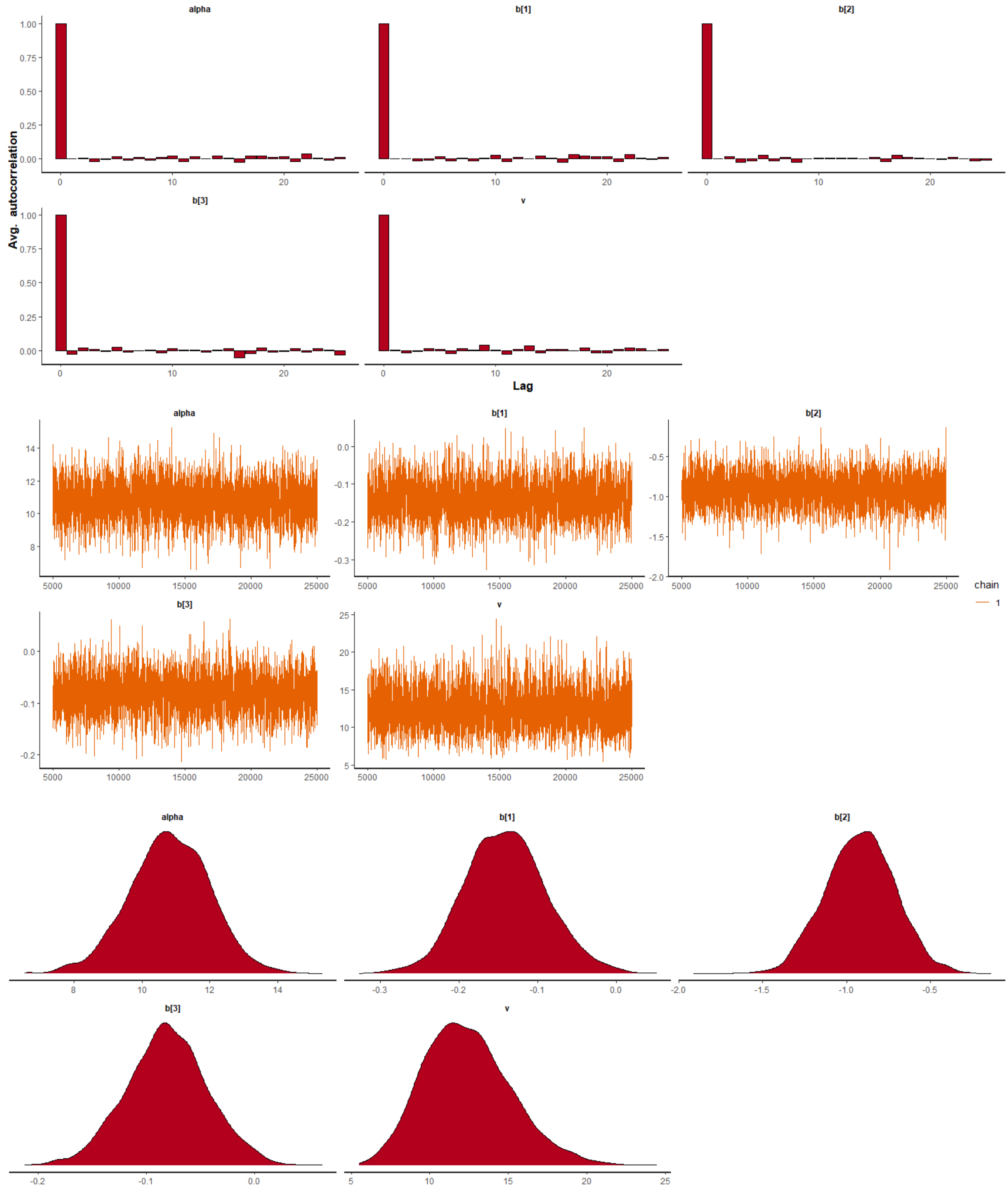
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 91 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC) para os dados anuais de precipitação (mm) na Jaguaribana



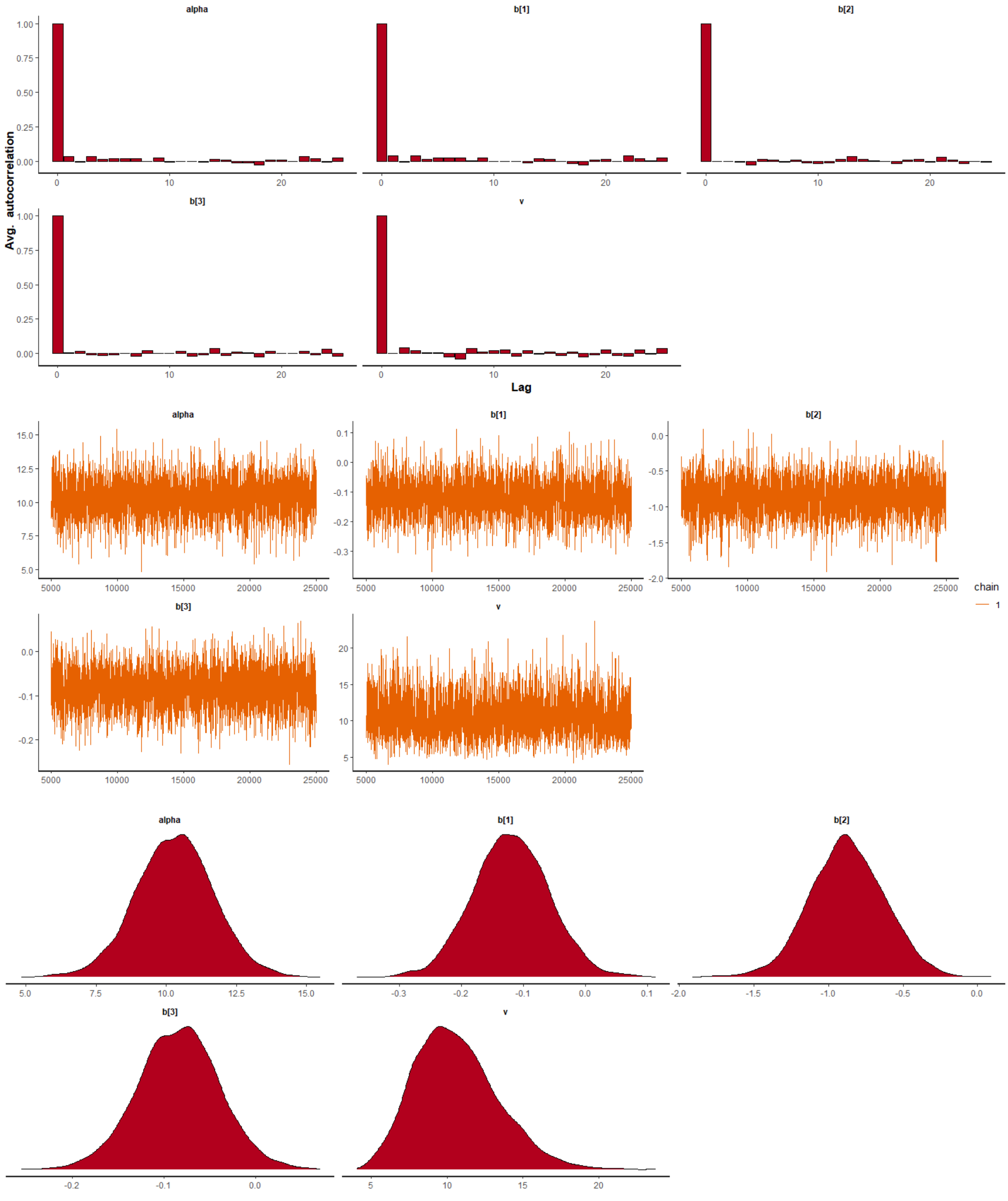
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 92 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Gama (SBC) para os dados anuais de precipitação (mm) na Jaguaribana



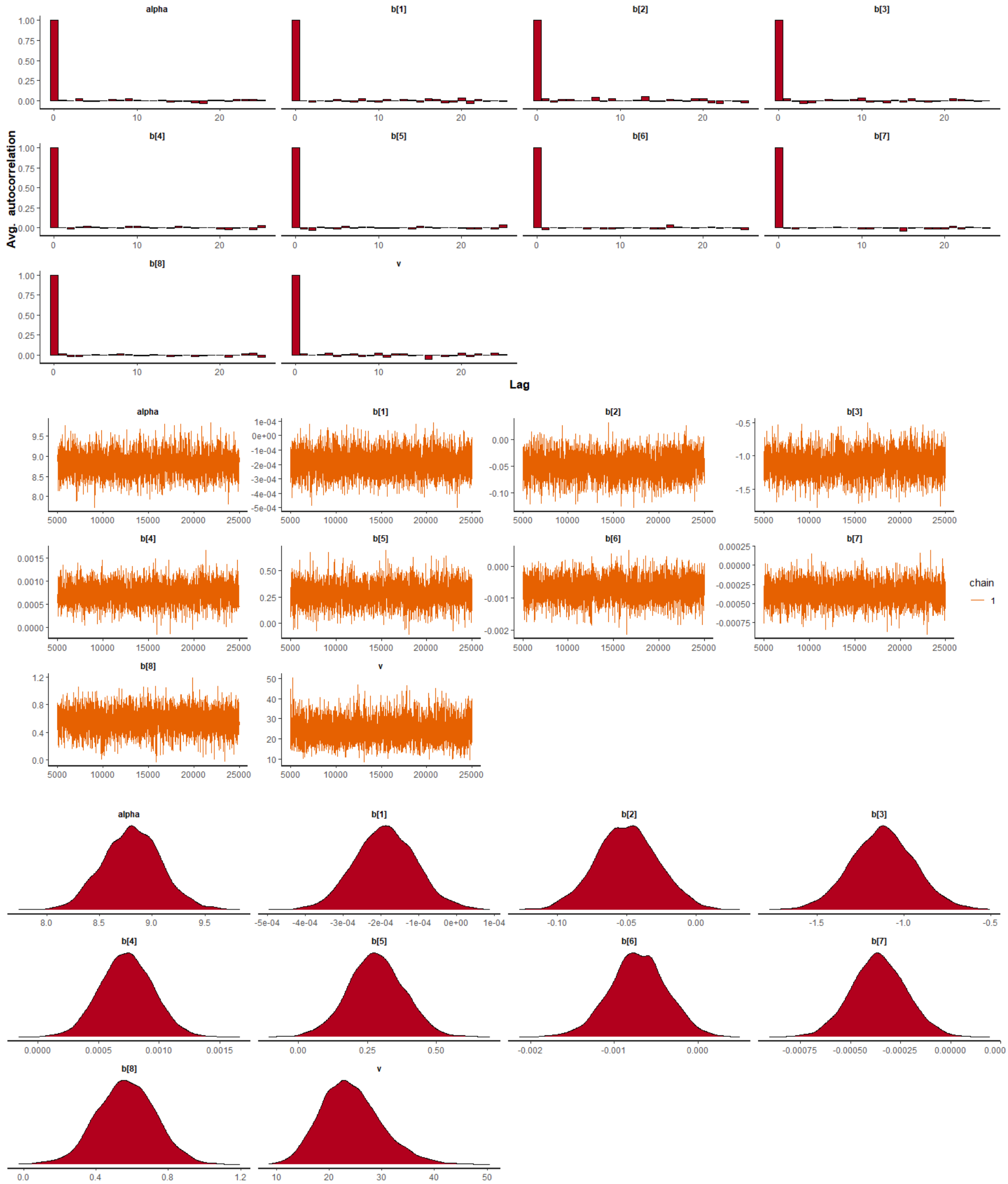
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 93 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Gama (SBC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual na Jaguaribana



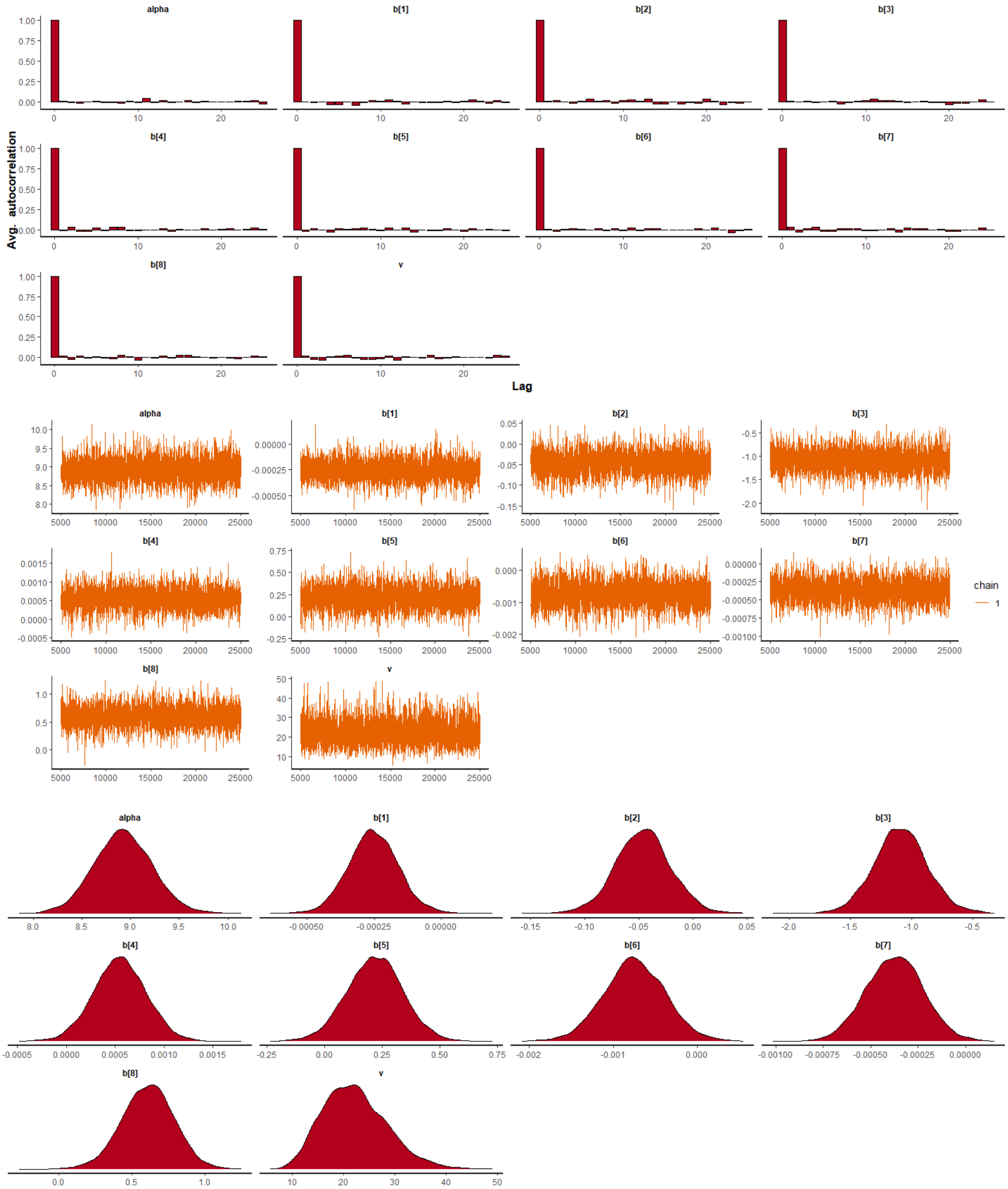
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 94 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Gama (AIC) para os dados anuais de precipitação (mm) no Litoral de Fortaleza



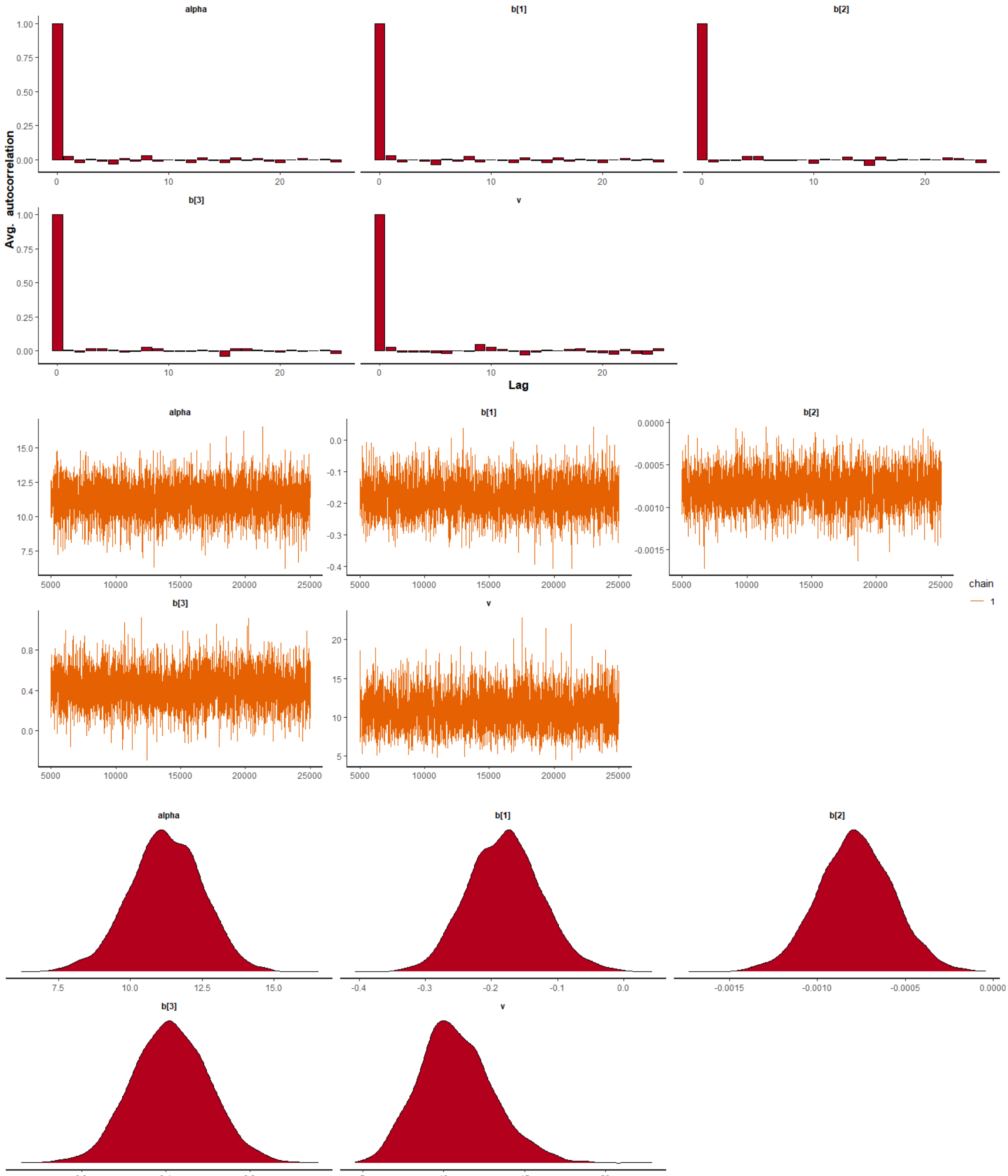
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 95 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Gama (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual no Litoral de Fortaleza



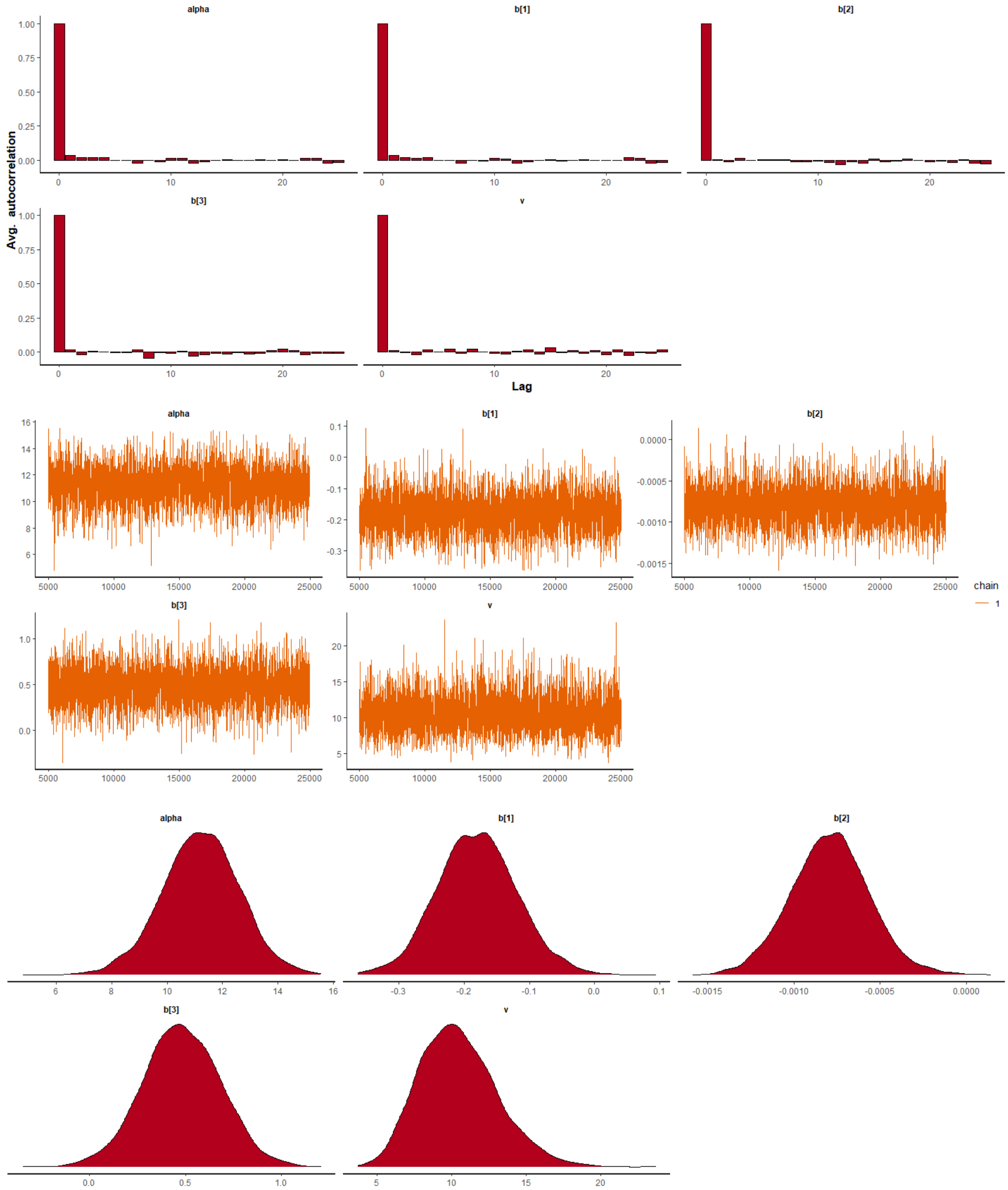
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 96 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Gama (AIC) para os dados anuais de precipitação (mm) no Litoral de Pecém



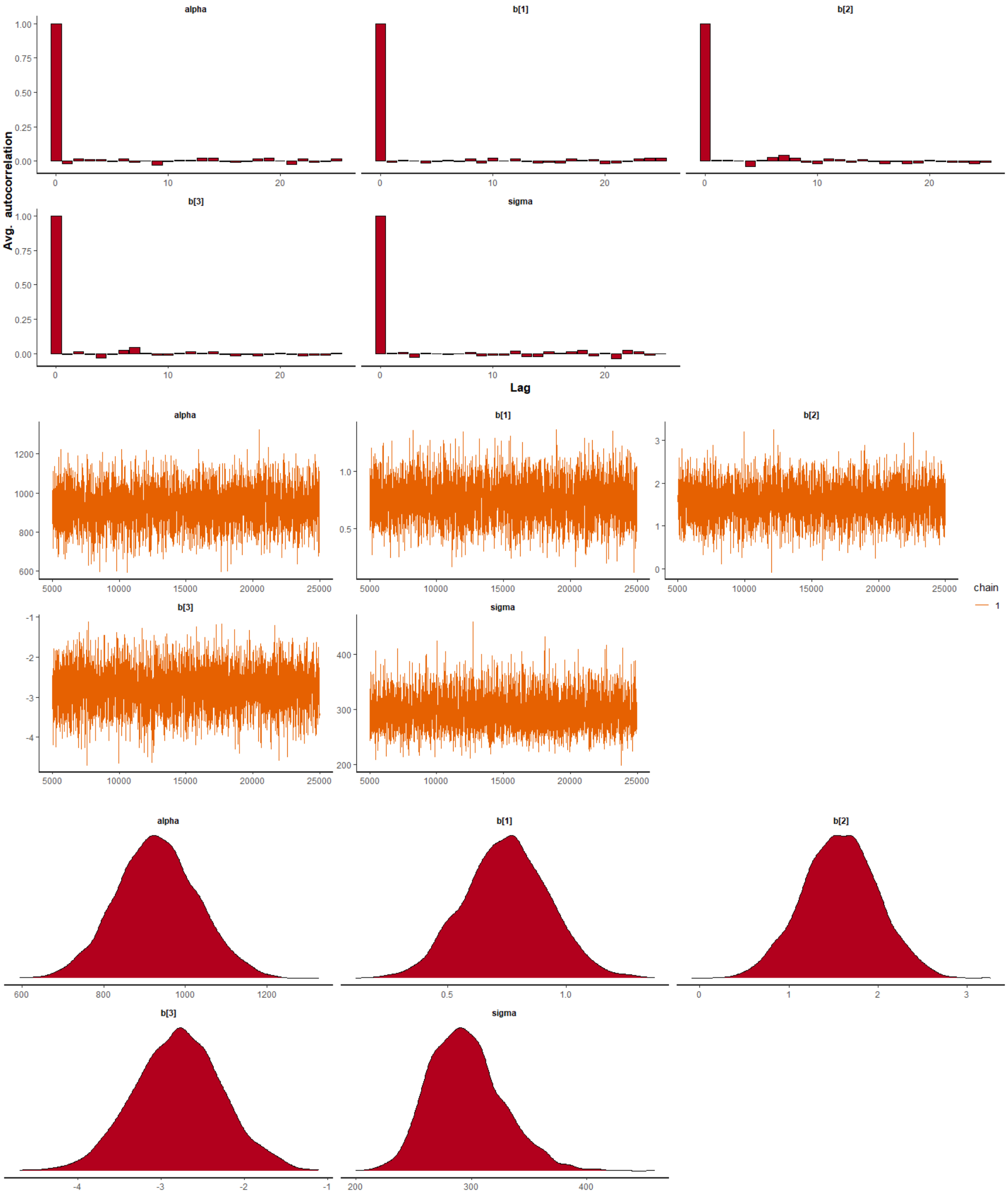
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 97 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Gama (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual no Litoral de Pecém



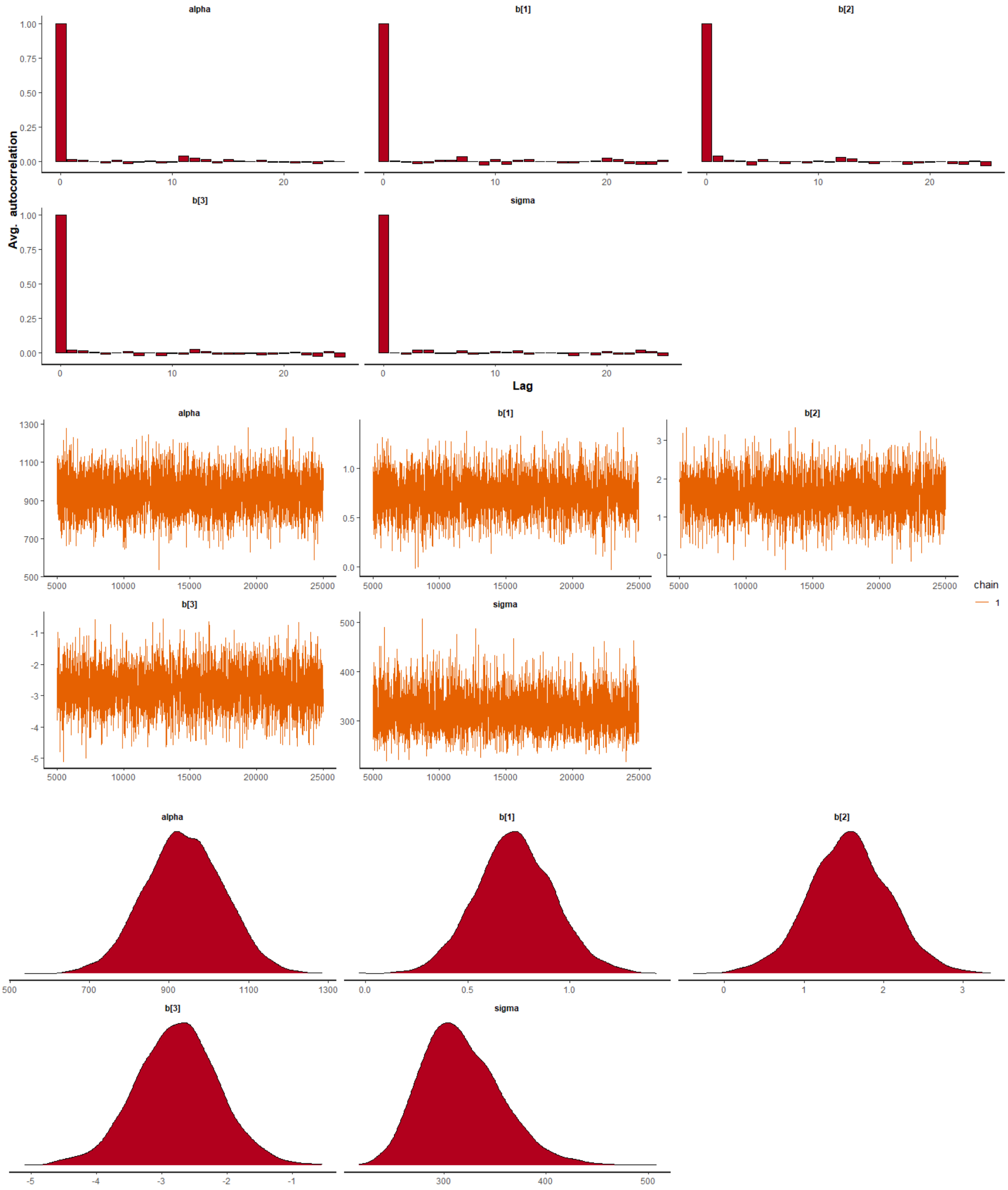
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 98 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC) para os dados anuais de precipitação (mm) no Litoral Norte



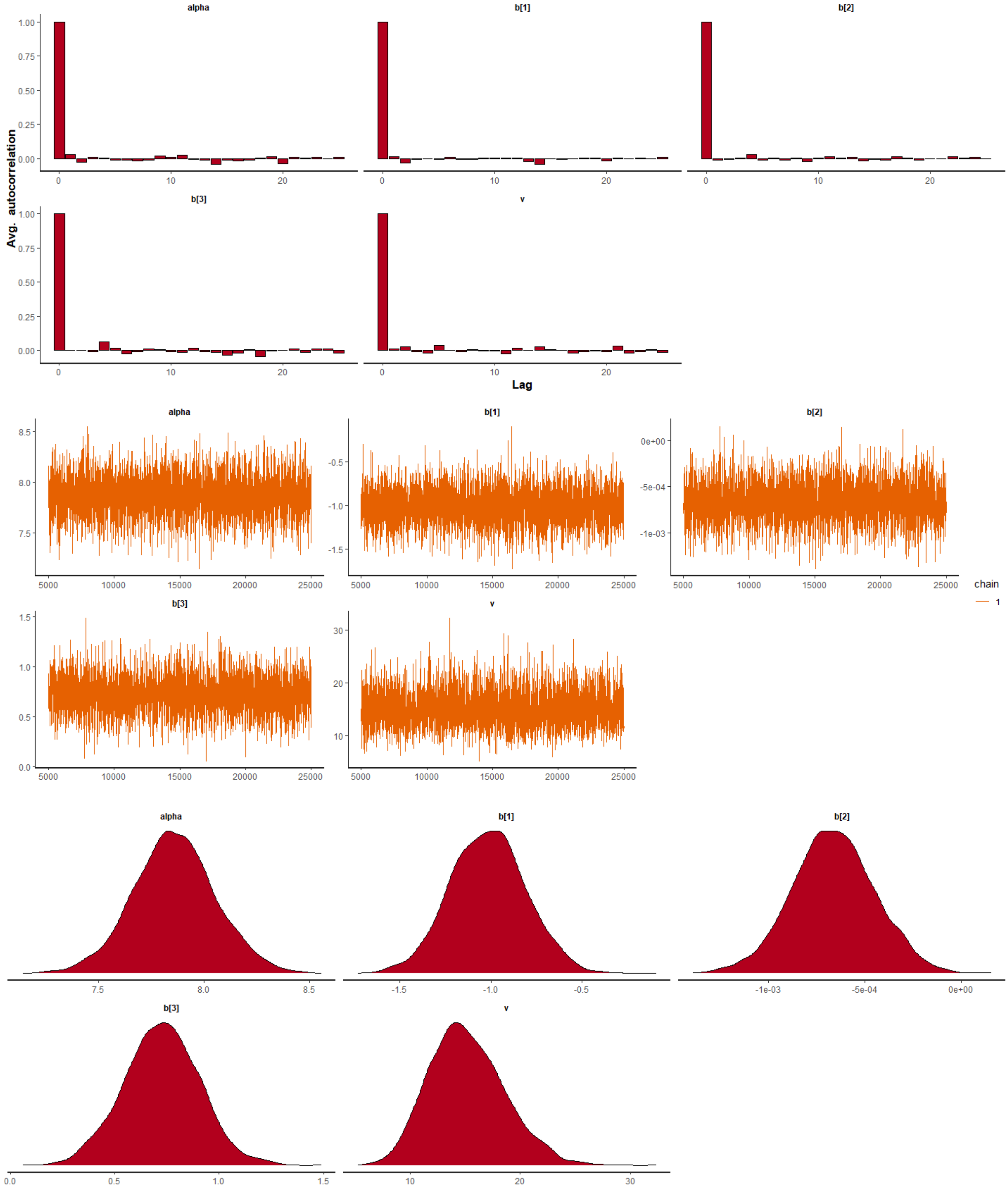
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 99 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual no Litoral Norte



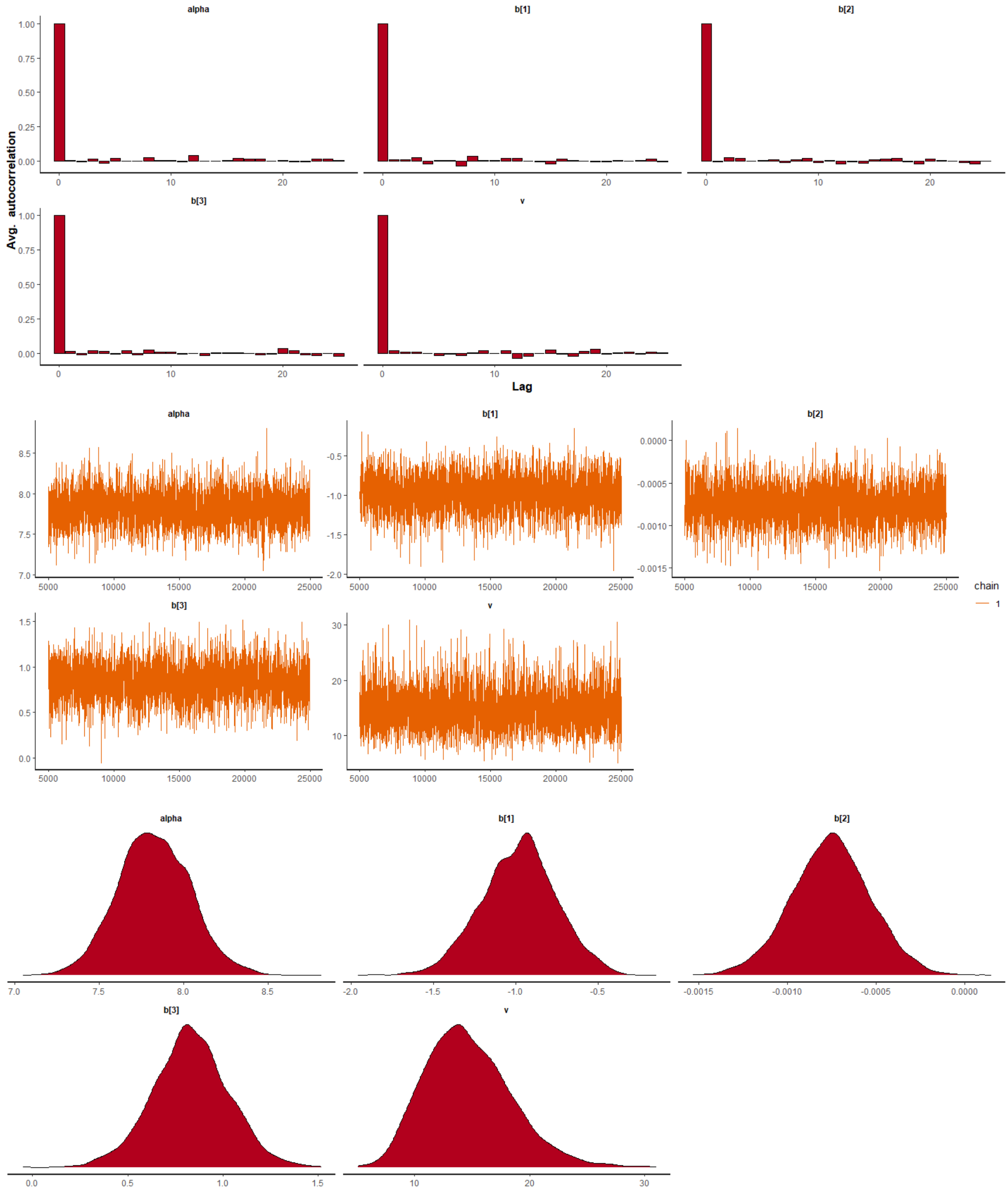
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 100 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Gama (AIC) para os dados anuais de precipitação (mm) no Maciço de Baturité



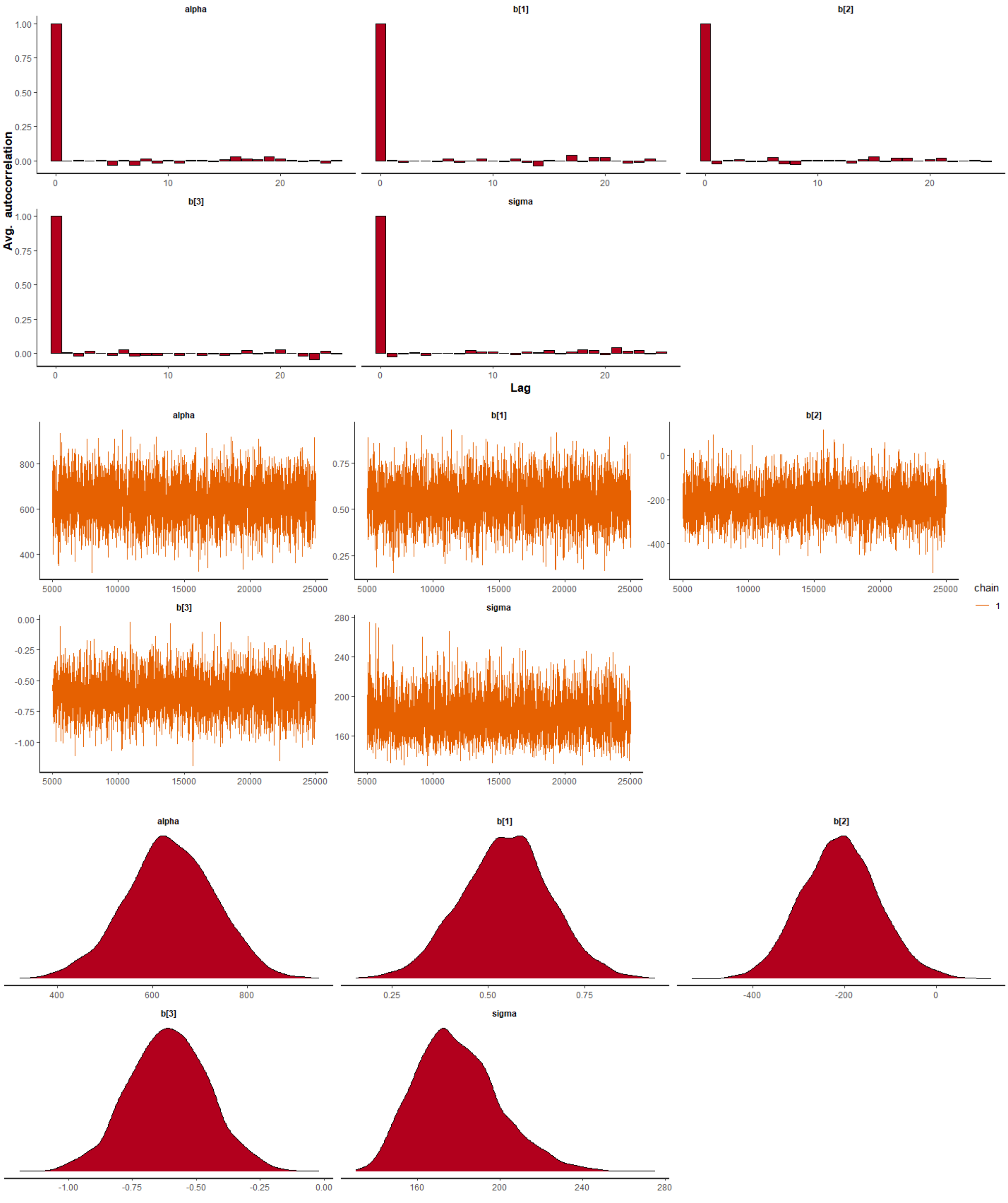
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 101 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Gama (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual no Maciço de Baturité



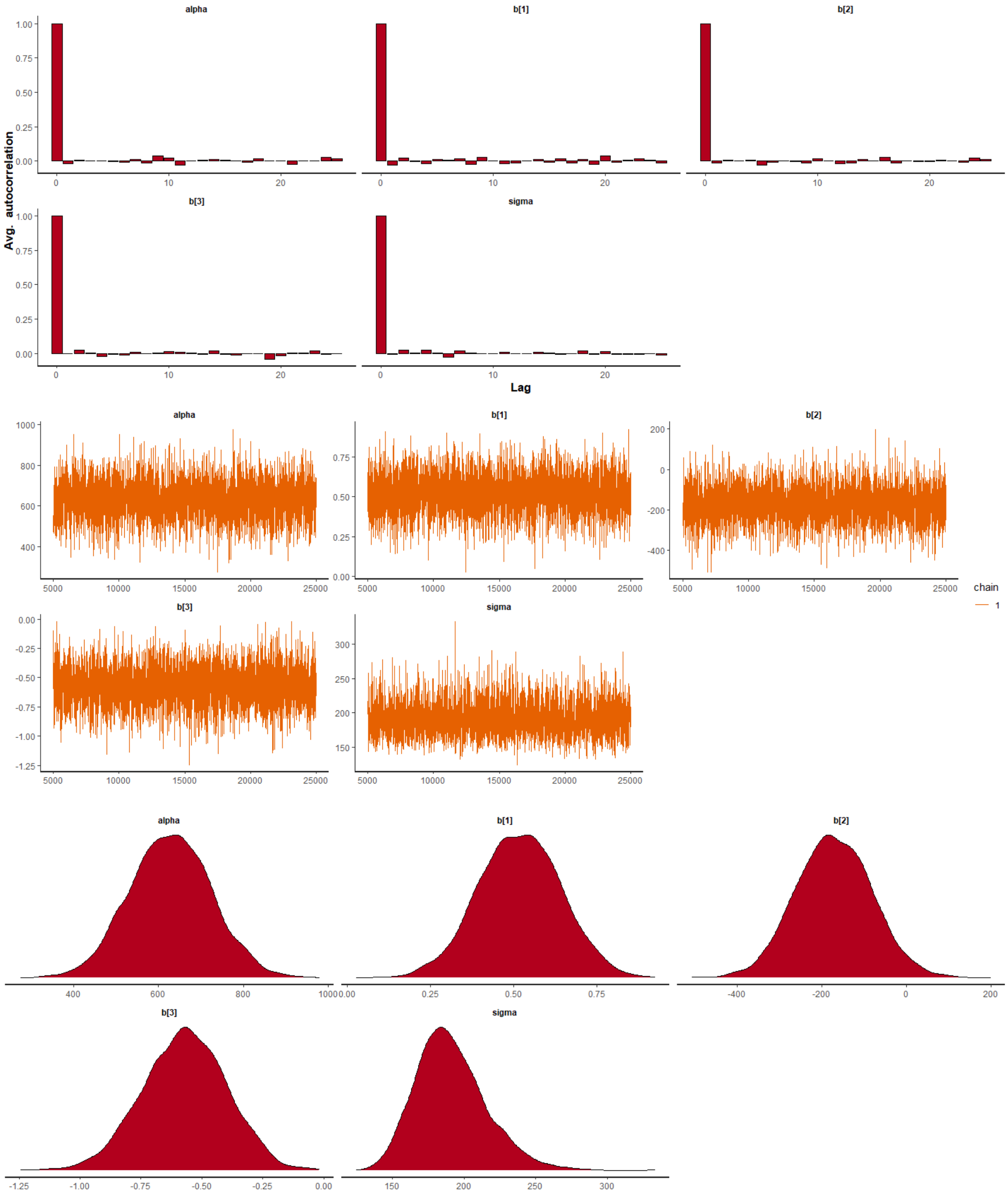
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 102 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC) para os dados anuais de precipitação (mm) no Sertão Central e Inhamuns



Fonte: elaborado pelo autor.

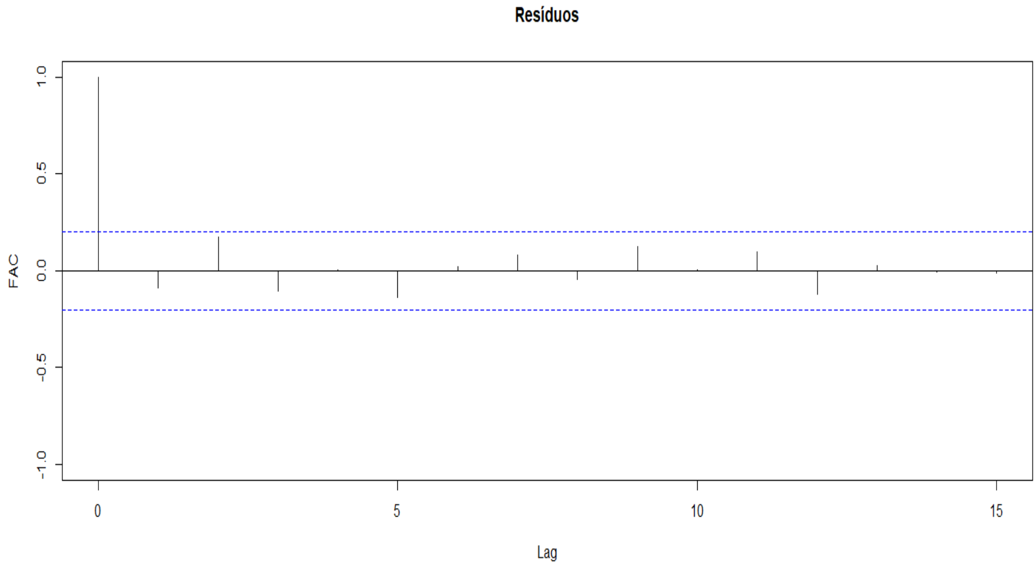
Figura 103 – Diagnóstico da convergência dos parâmetros do modelo final Normal (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual no Sertão Central e Inhamuns



Fonte: elaborado pelo autor.

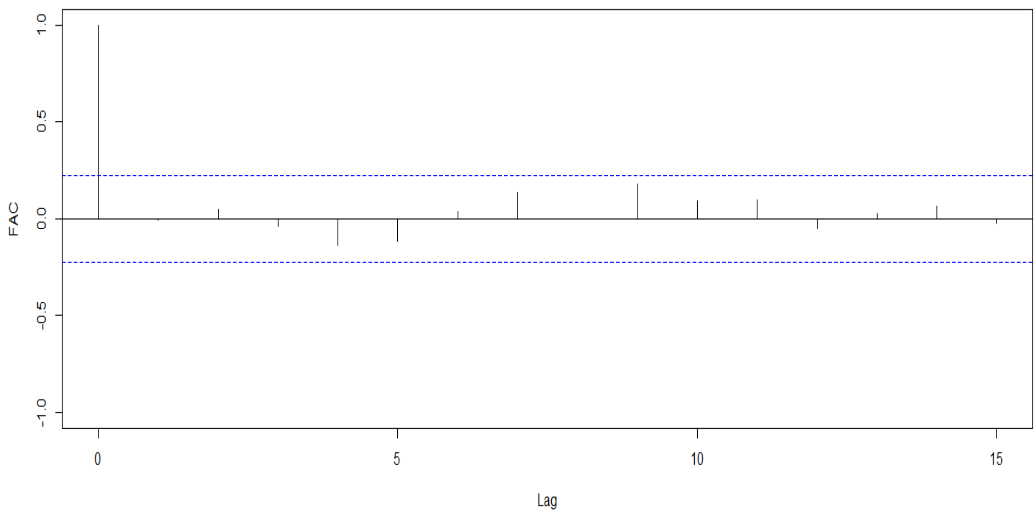
APÊNDICE D – ANÁLISE DE RESÍDUOS

Figura 104 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Ceará



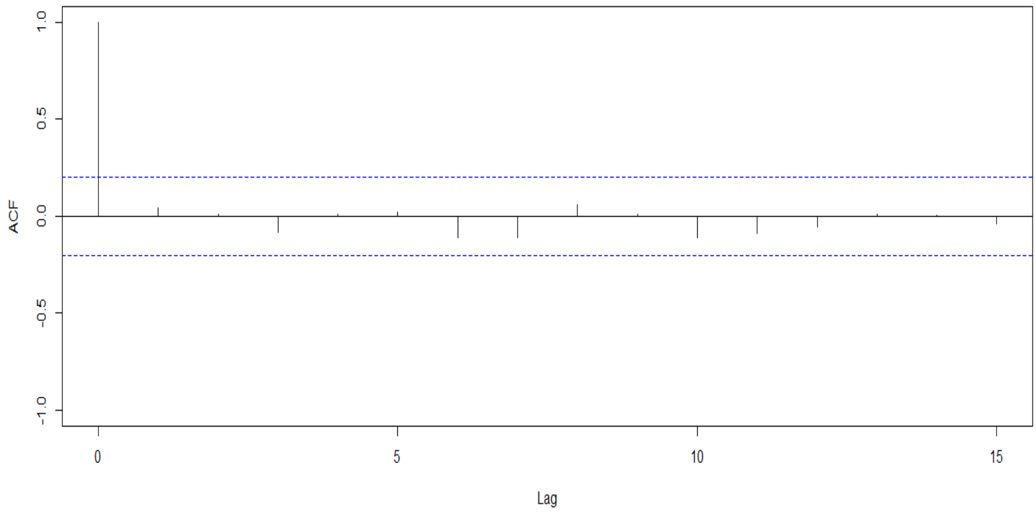
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 105 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) semestral no Ceará



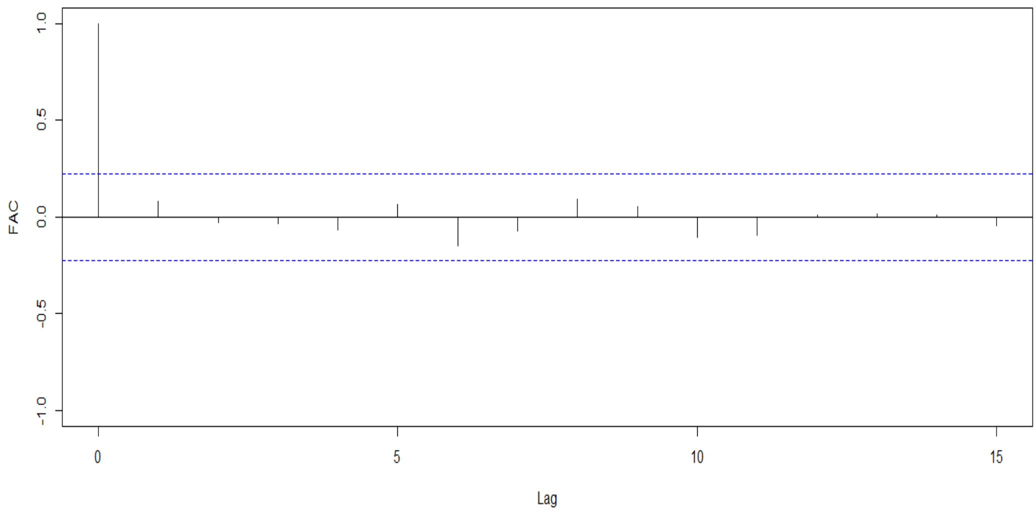
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 106 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Cariri



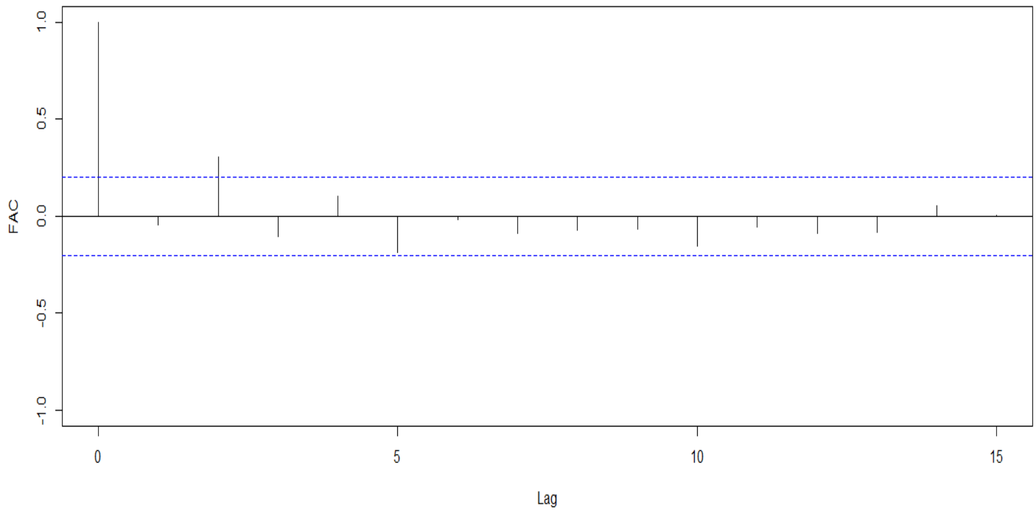
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 107 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (SBC) para os dados de treino da precipitação (mm) semestral no Cariri



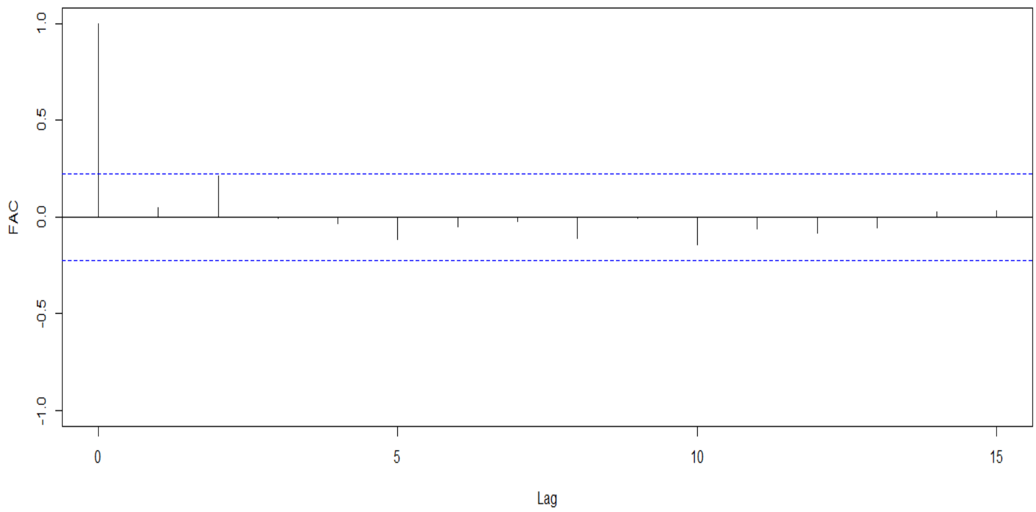
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 108 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral na Ibiapaba



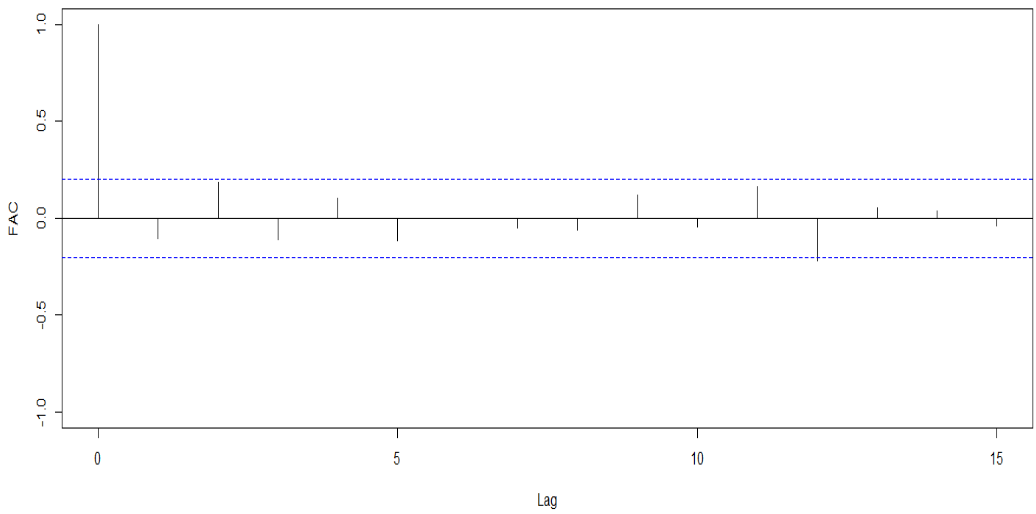
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 109 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (SBC) para os dados de treino da precipitação (mm) semestral na Ibiapaba



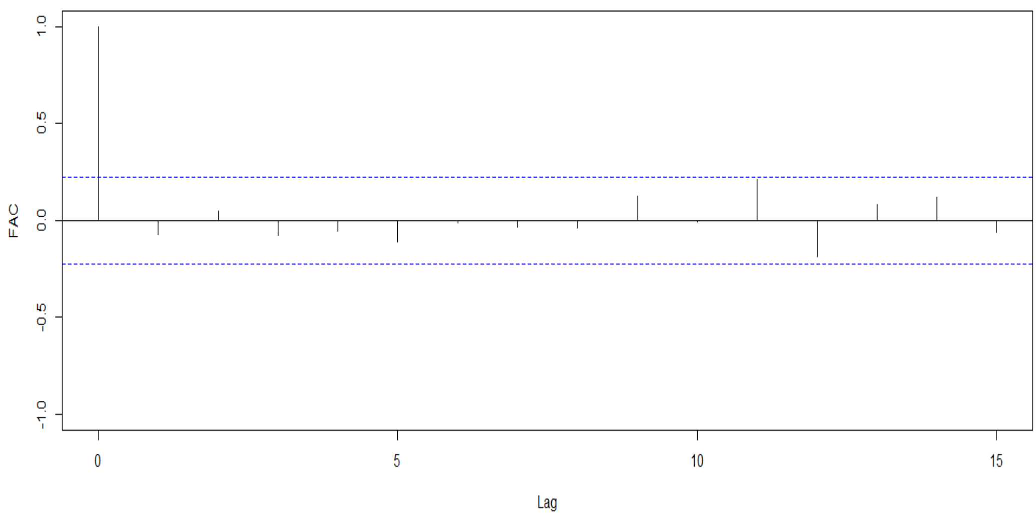
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 110 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral em Jaguaribana



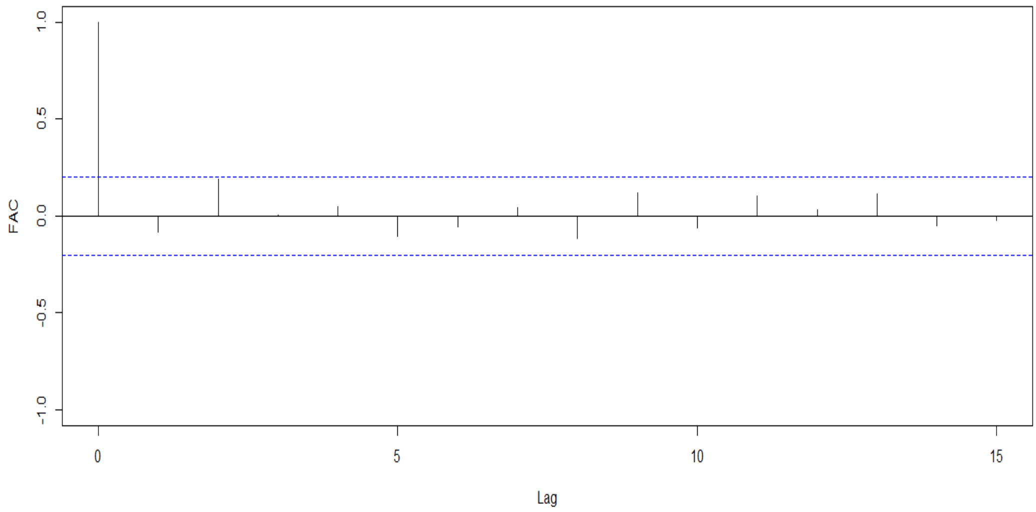
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 111 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) semestral em Jaguaribana



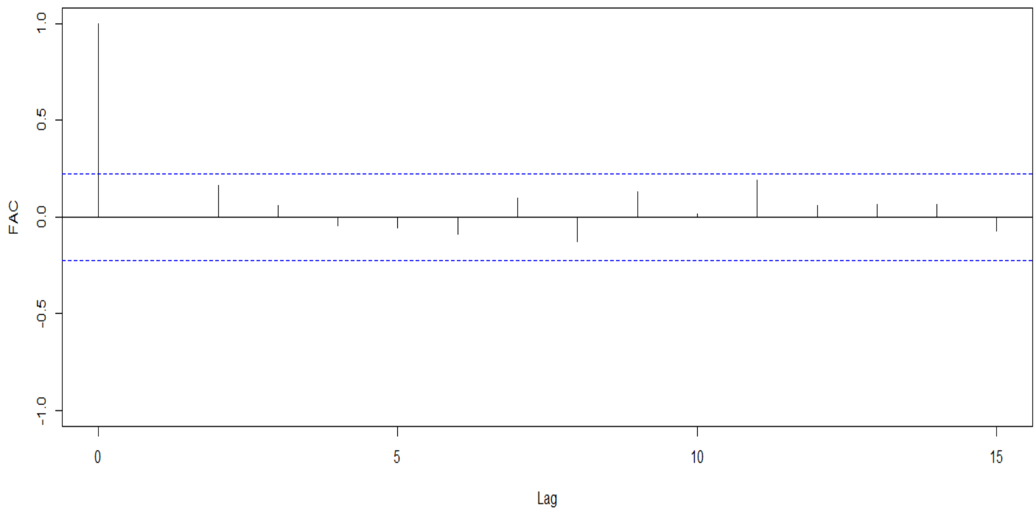
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 112 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Fortaleza



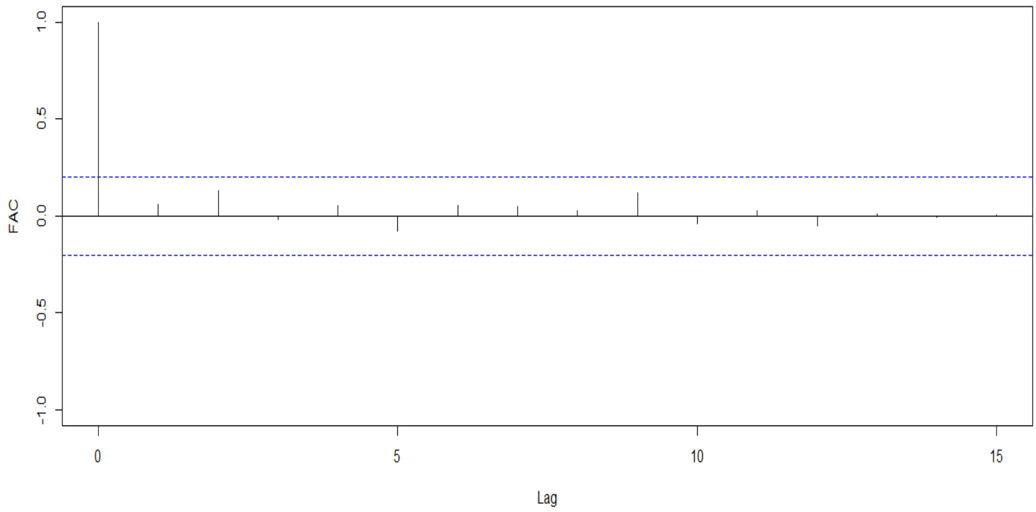
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 113 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) semestral no Litoral de Fortaleza



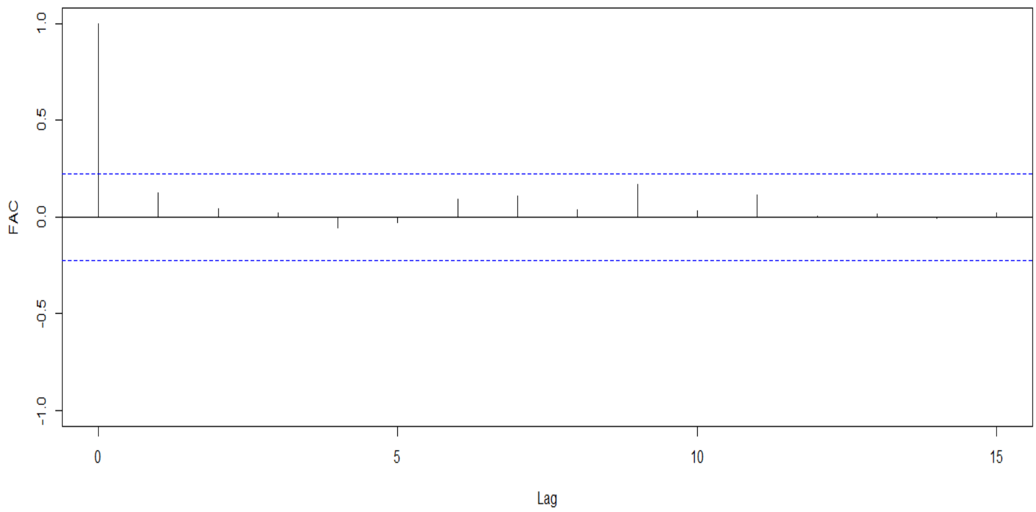
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 114 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral de Pecém



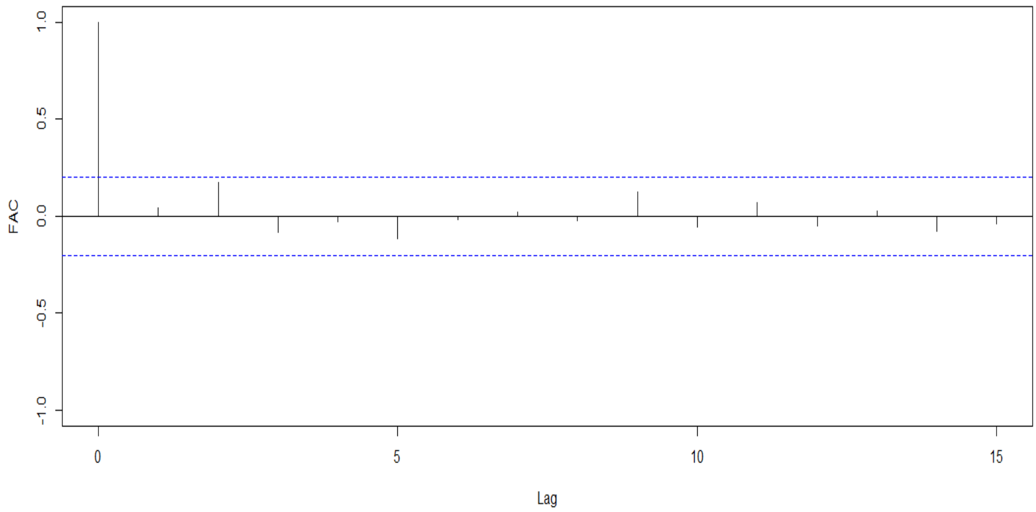
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 115 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) semestral no Litoral de Pecém



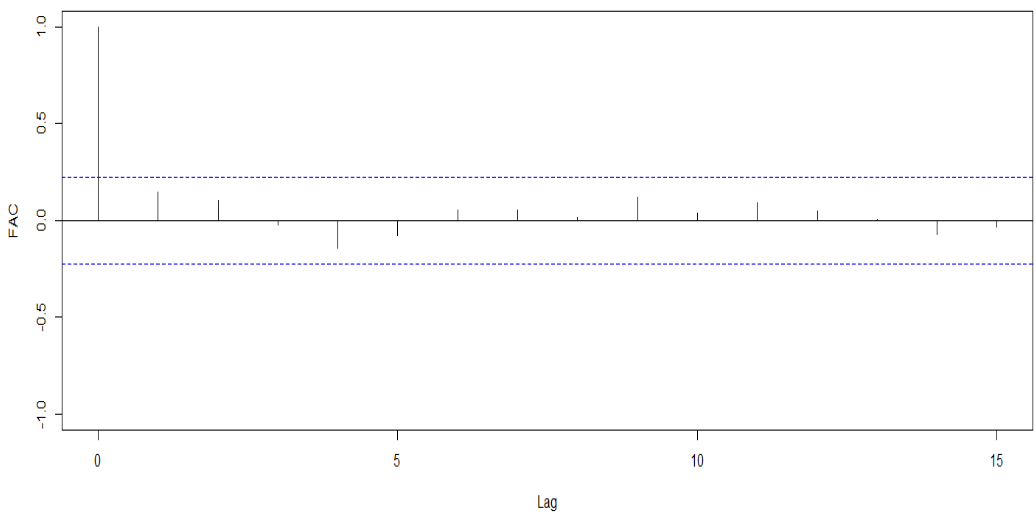
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 116 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC e SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Litoral Norte



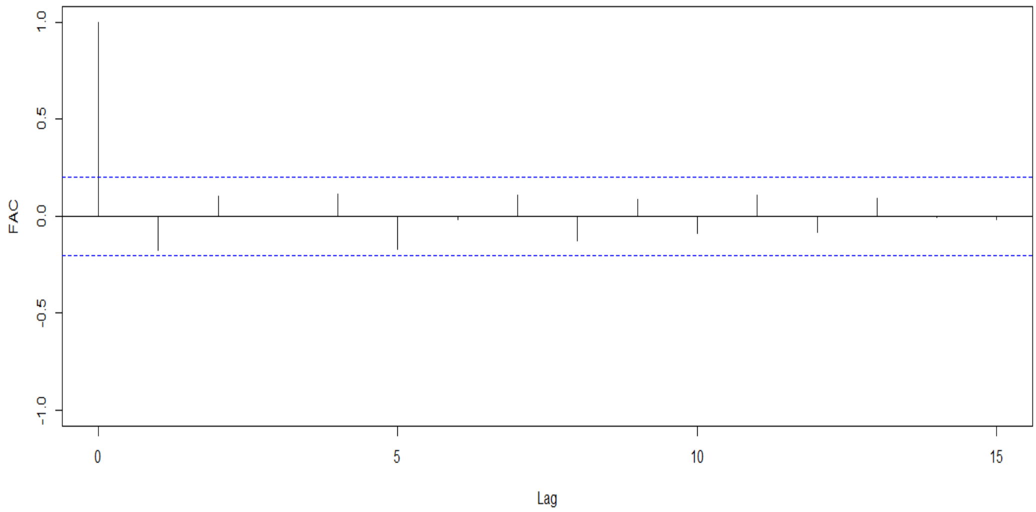
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 117 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC e SBC) para os dados de treino da precipitação (mm) semestral no Litoral Norte



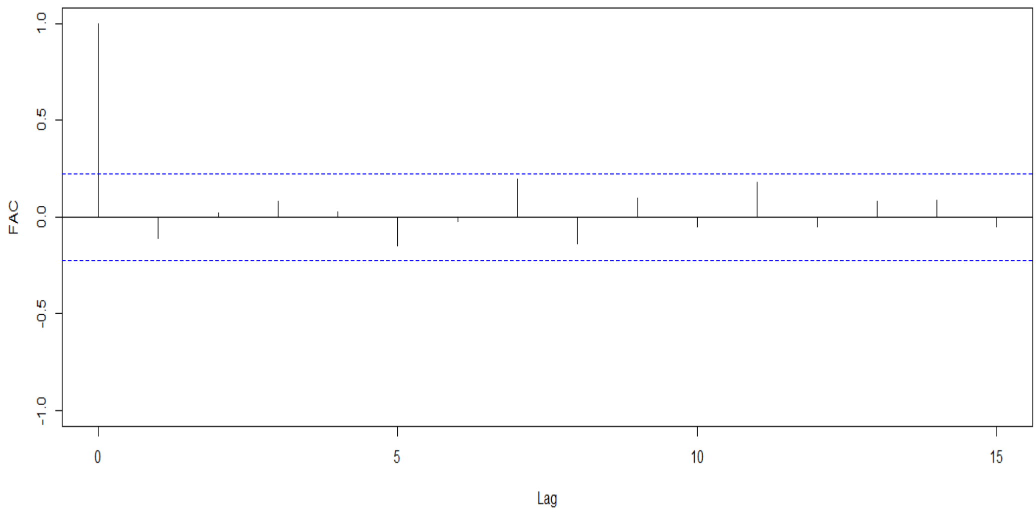
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 118 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Maciço de Baturité



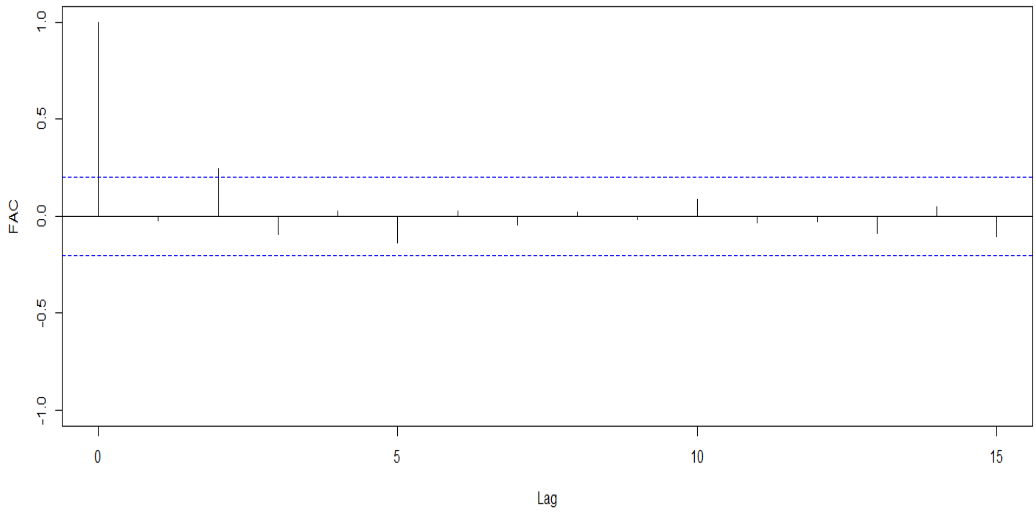
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 119 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) semestral no Maciço de Baturité



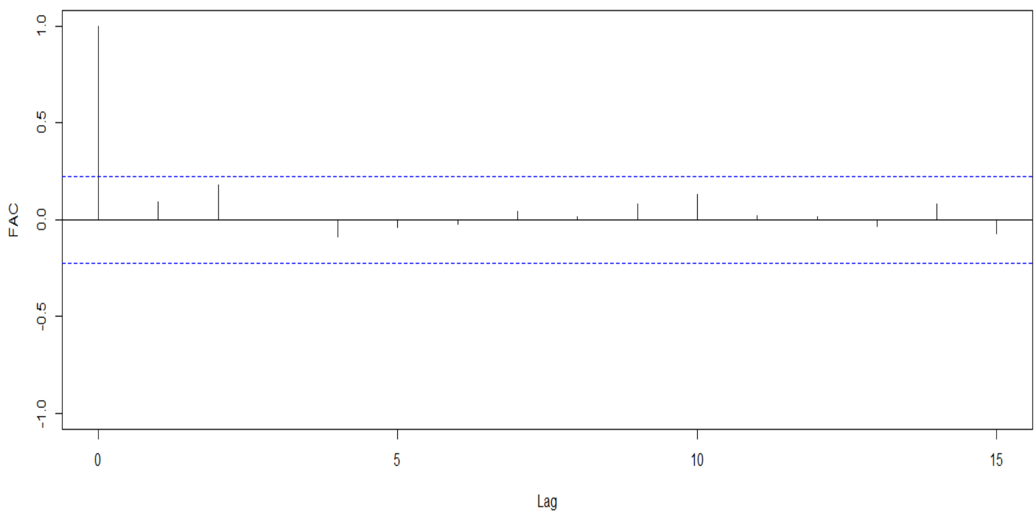
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 120 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC e SBC) para os dados de precipitação (mm) semestral no Sertão Central e Inhamuns



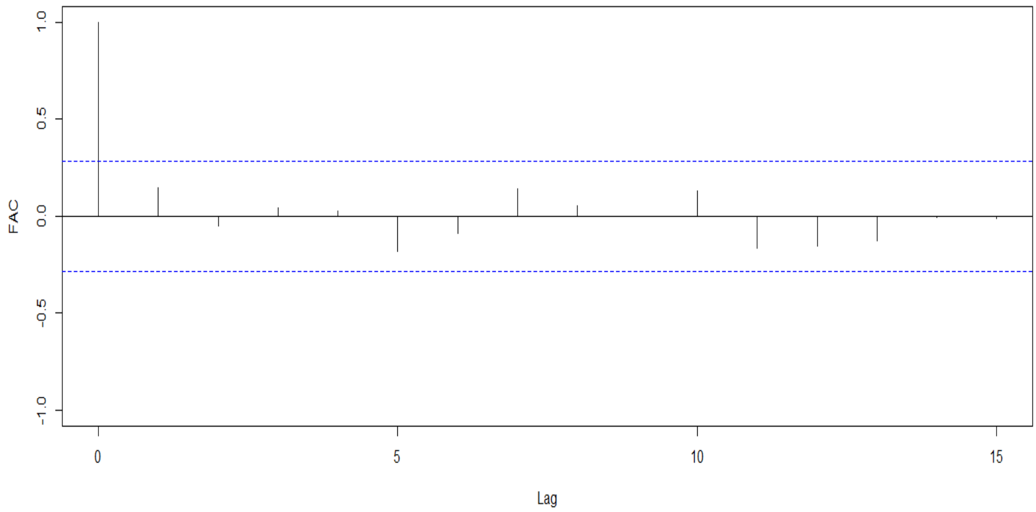
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 121 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC e SBC) para os dados de treino da precipitação (mm) semestral no Sertão Central e Inhamuns



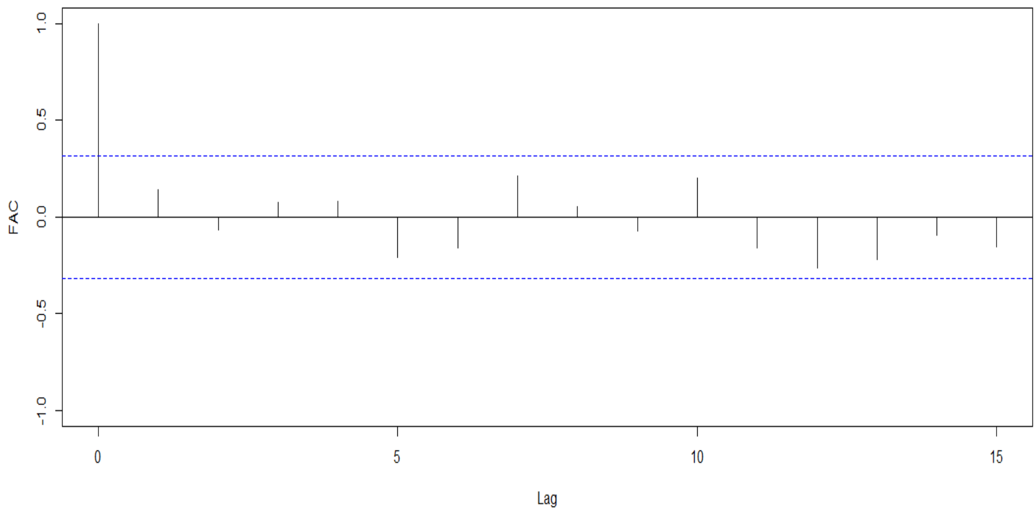
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 122 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Gama (SBC) para os dados de precipitação (mm) anual no Ceará



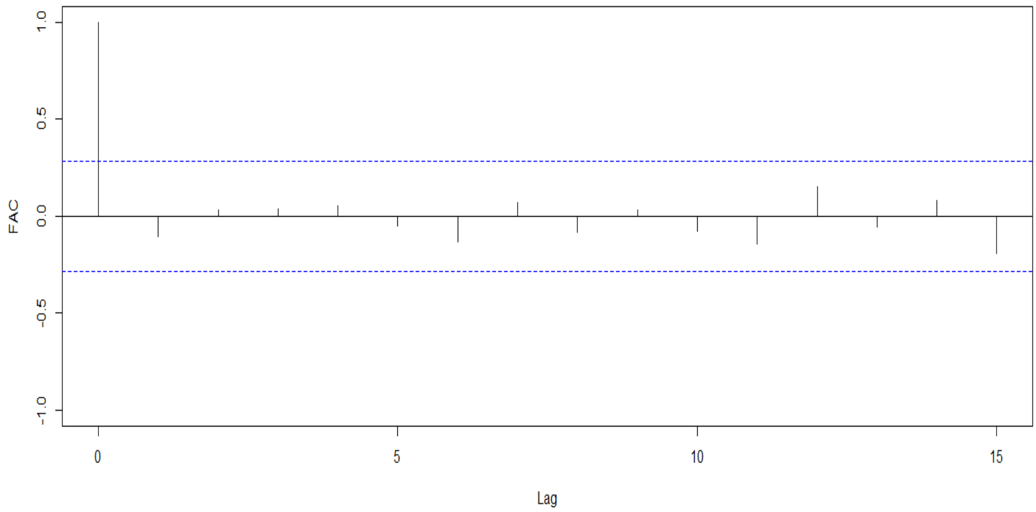
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 123 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Gama (SBC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual no Ceará



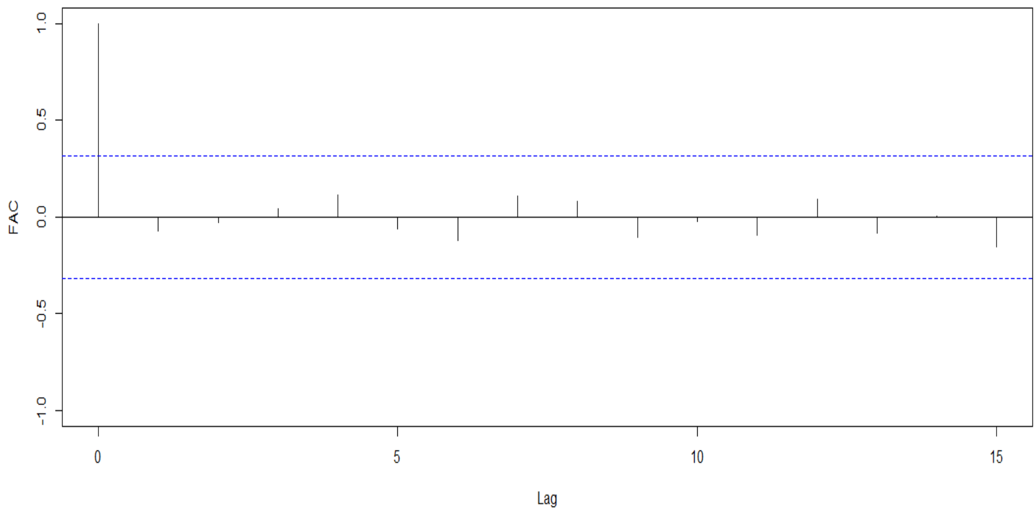
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 124 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Gama (AIC e SBC) para os dados de precipitação (mm) anual no Cariri



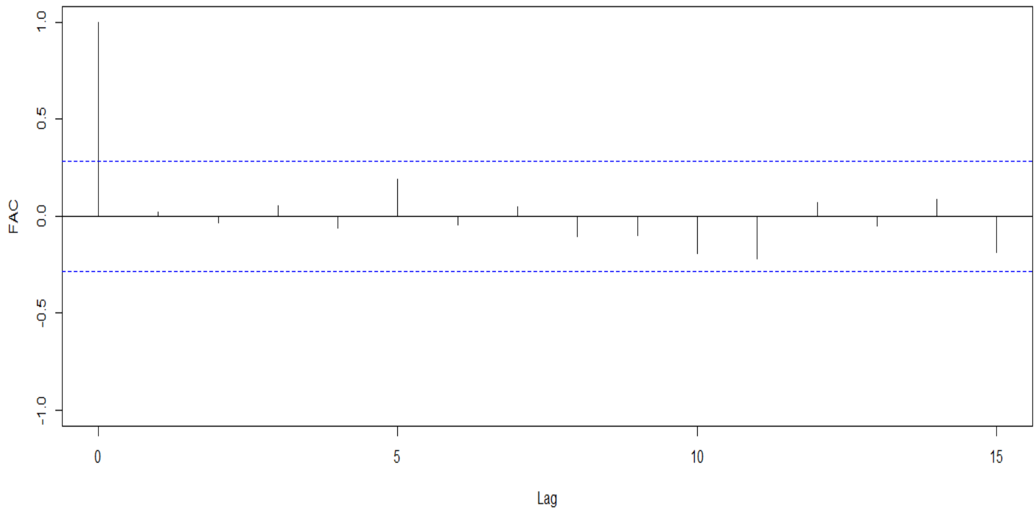
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 125 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Gama (AIC e SBC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual no Cariri



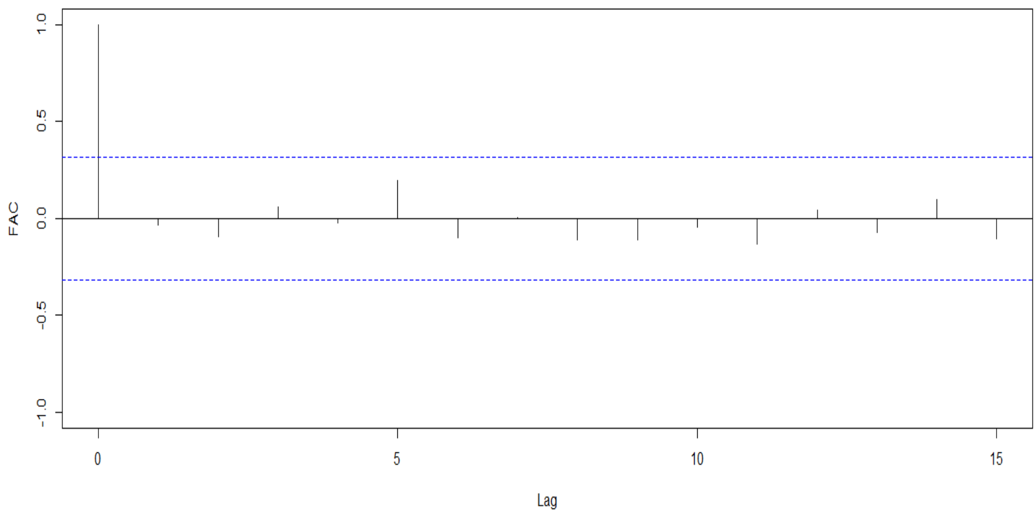
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 126 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual na Ibiapaba



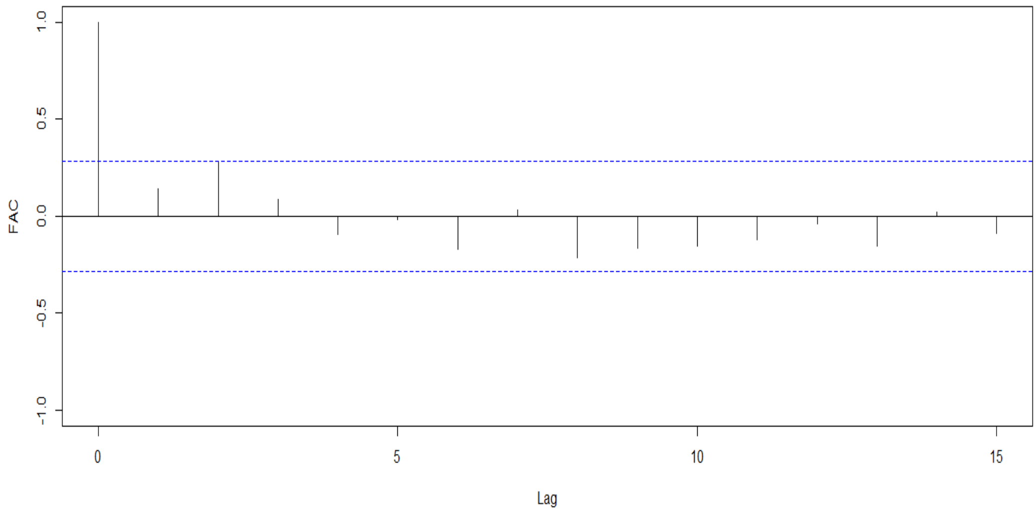
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 127 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Gama (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual na Ibiapaba



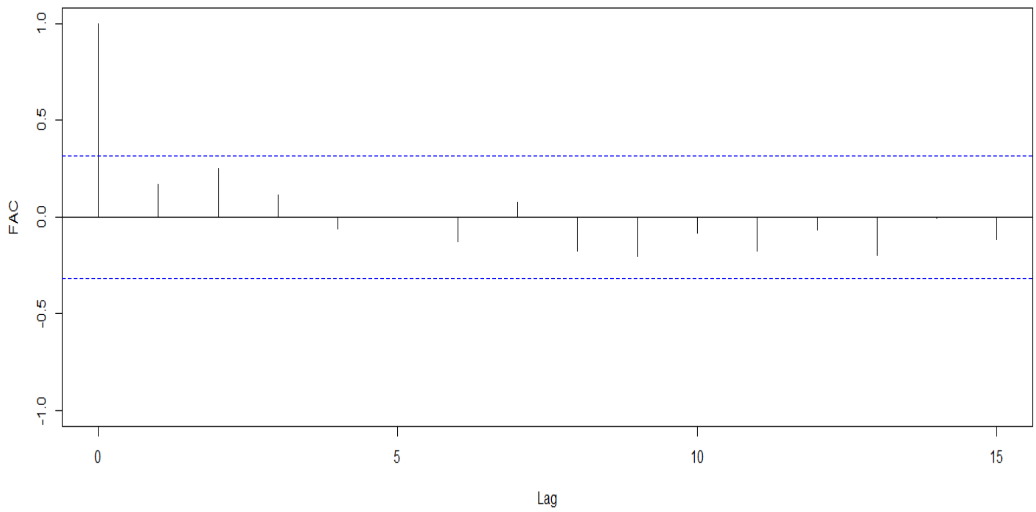
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 128 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Gama (SBC) para os dados de precipitação (mm) anual na Jaguaribana



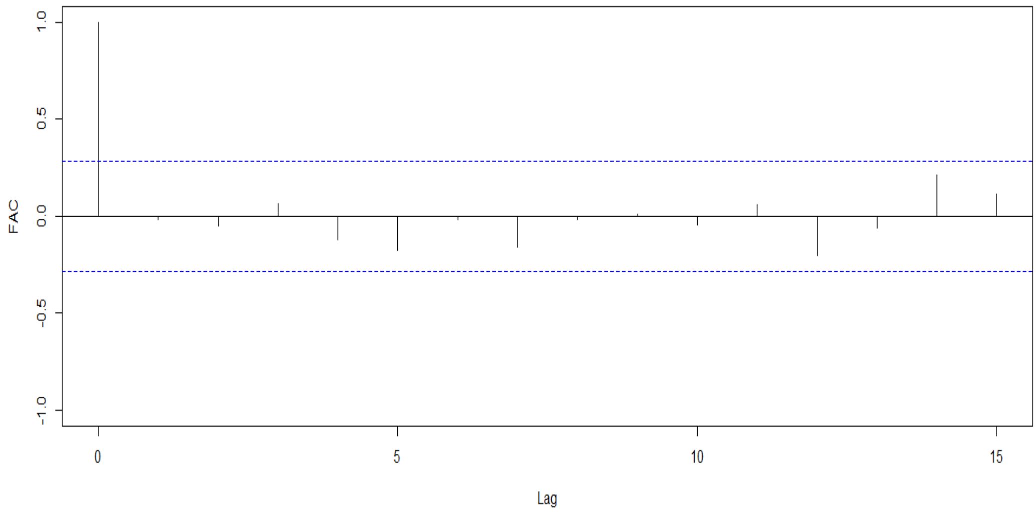
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 129 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Gama (SBC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual na Jaguaribana



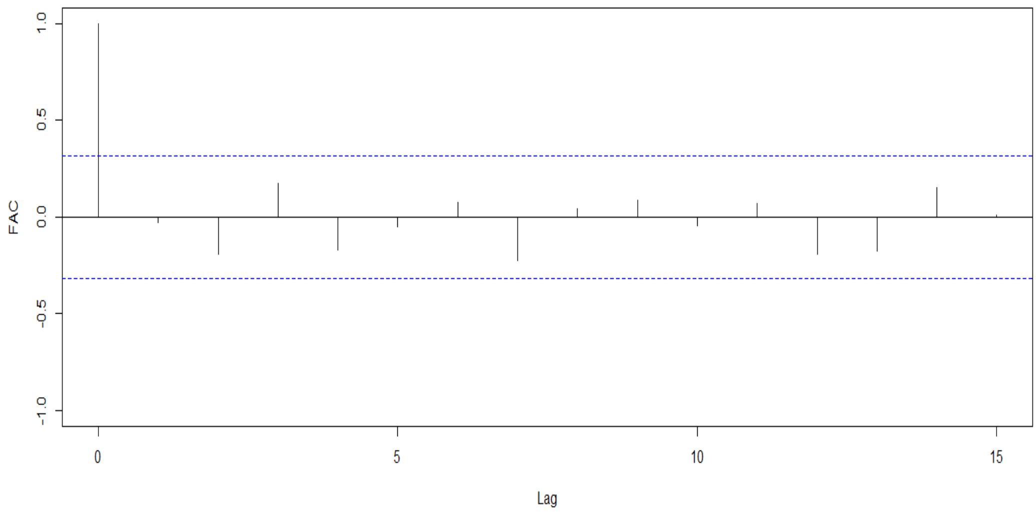
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 130 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral de Fortaleza



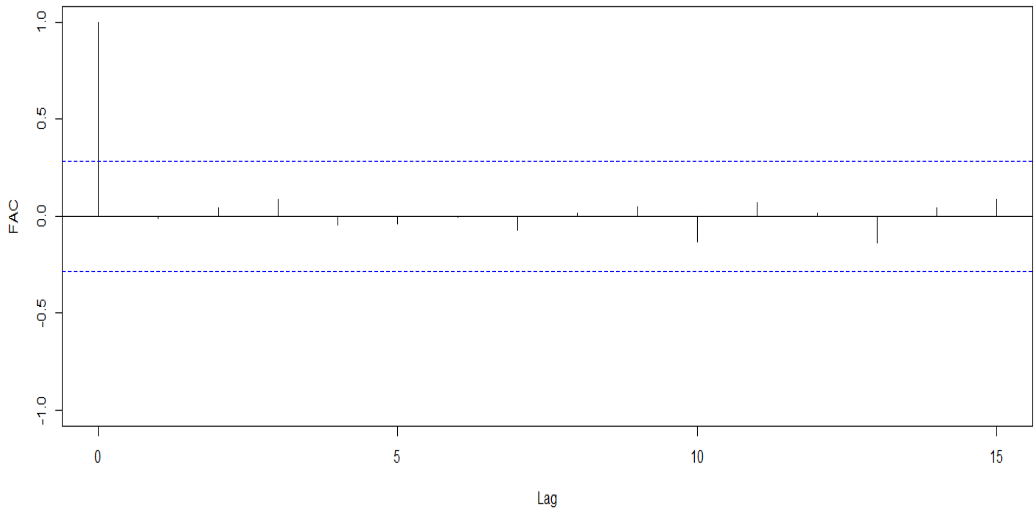
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 131 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Gama (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual no Litoral de Fortaleza



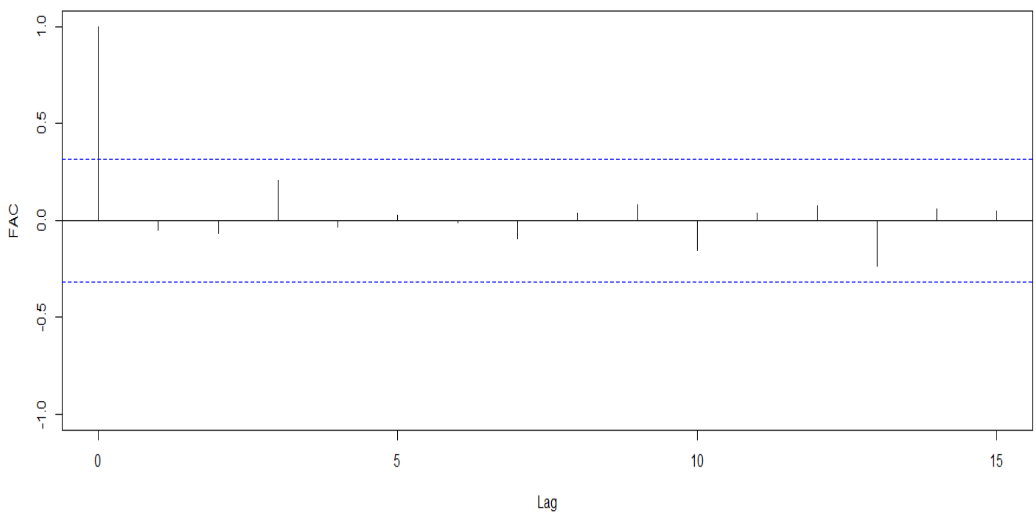
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 132 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral de Pecém



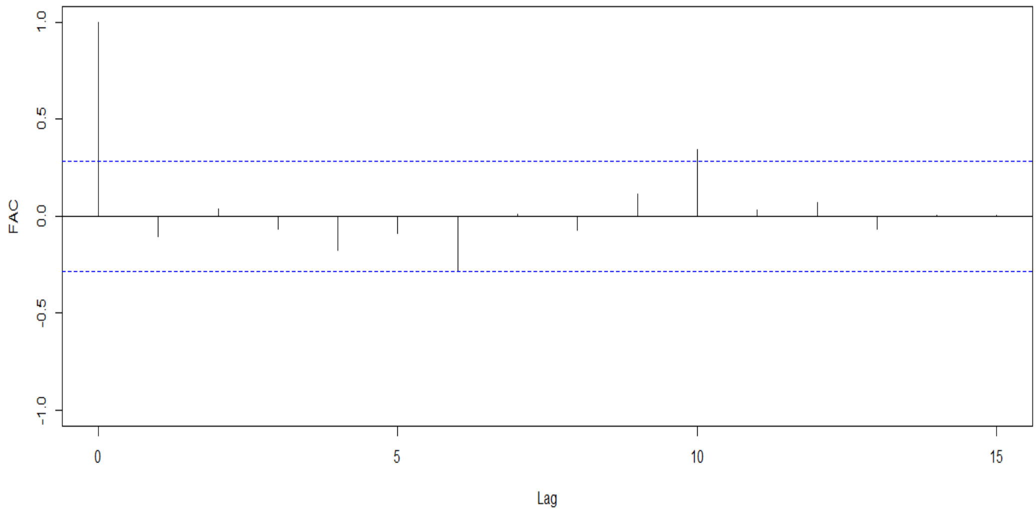
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 133 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Gama (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual no Litoral de Pecém



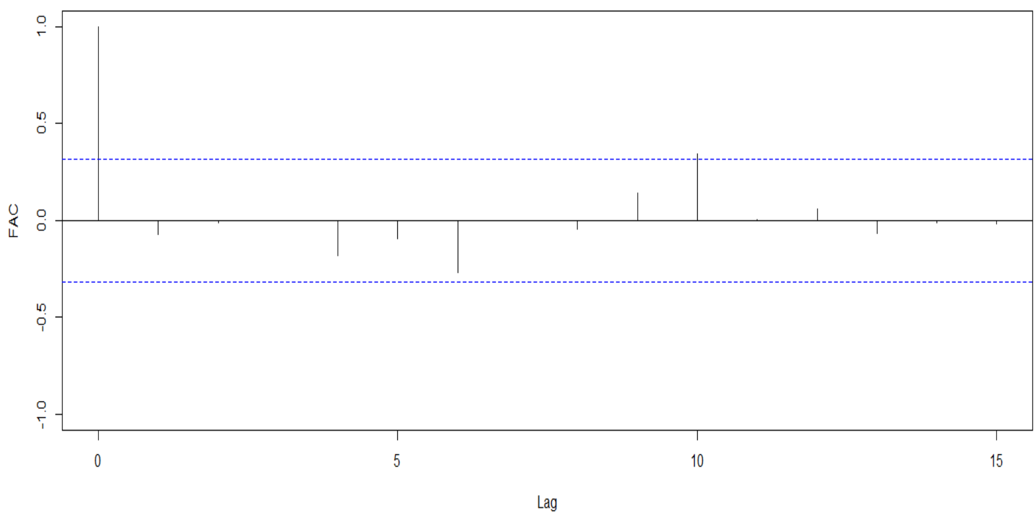
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 134 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Litoral Norte



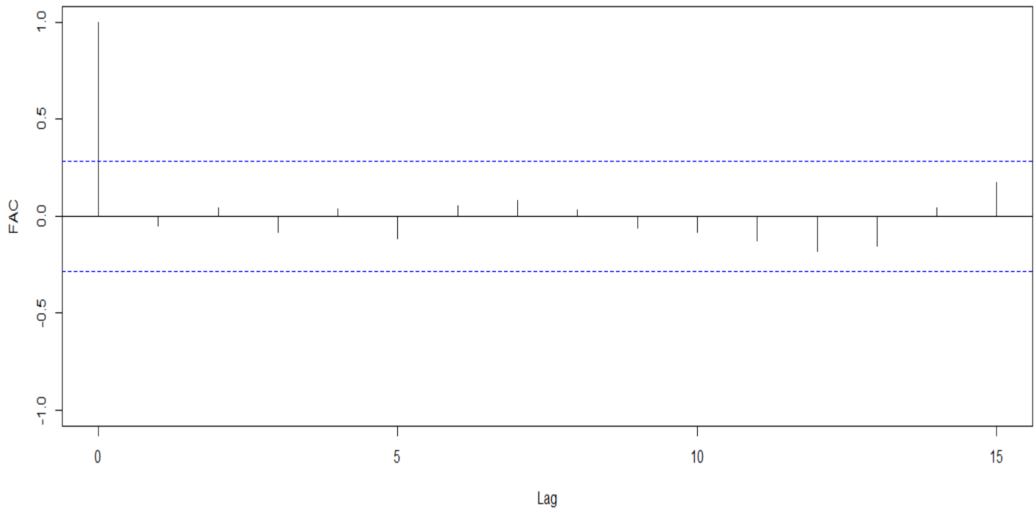
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 135 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual no Litoral Norte



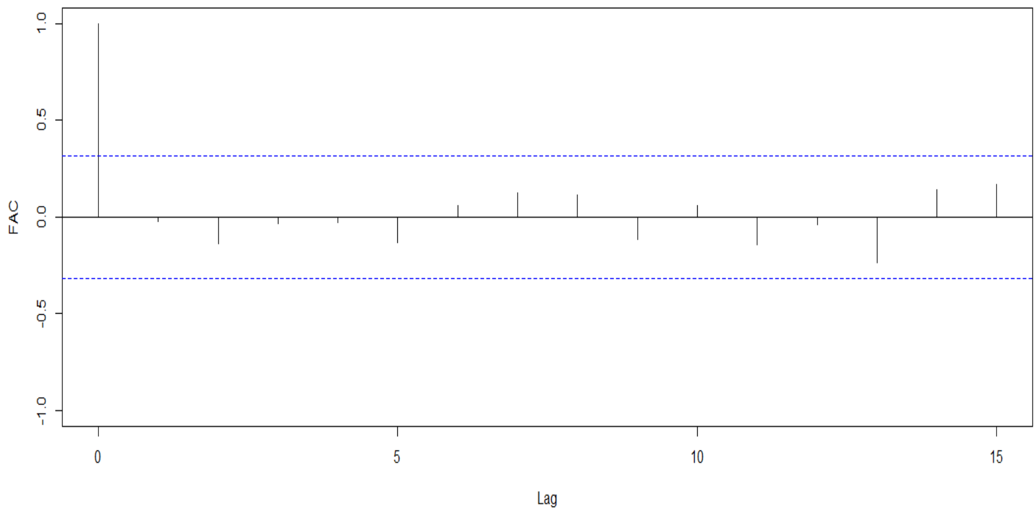
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 136 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Gama (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Maciço de Baturité



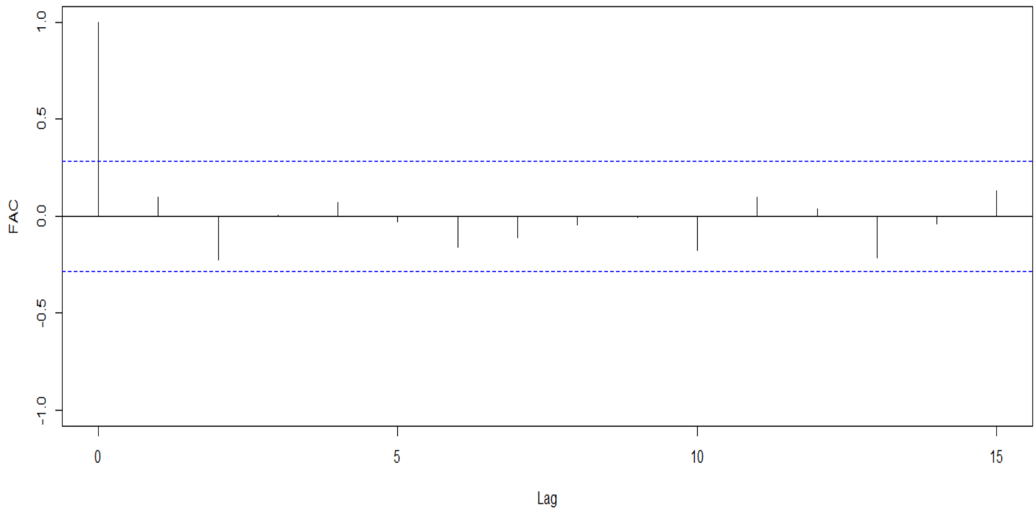
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 137 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Gama (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual no Maciço de Baturité



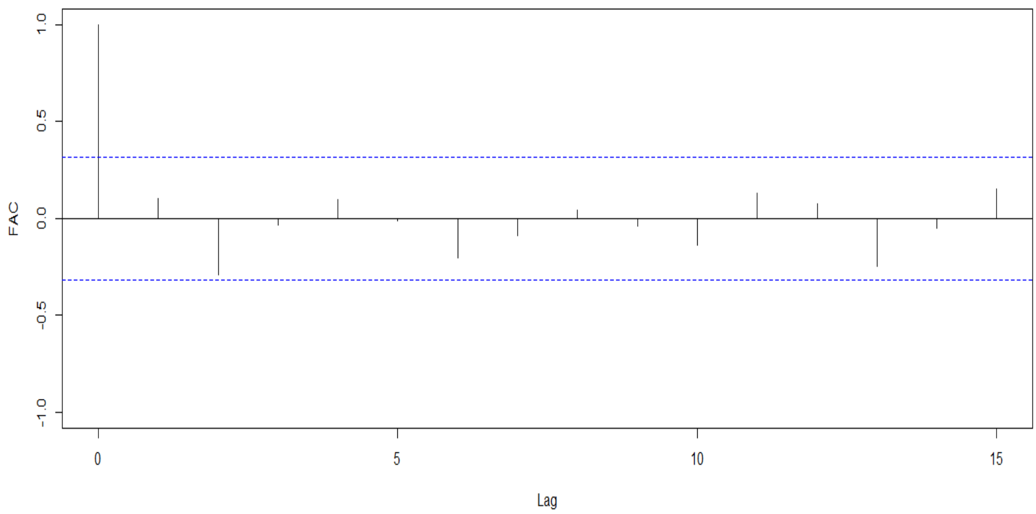
Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 138 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC) para os dados de precipitação (mm) anual no Sertão Central e Inhamuns



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 139 – Função de autocorrelação dos resíduos de resposta do modelo final Normal (AIC) para os dados de treino da precipitação (mm) anual no Sertão Central e Inhamuns



Fonte: elaborado pelo autor.