



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

Raymundo Nogueira de Sá Netto

Análise do uso de *compressive sensing* para canal
de *feedback* limitado diante do erro de quantização
e ruído em sistemas SM-MIMO.

FORTALEZA – CEARÁ
JUNHO 2012

Autor:

Raymundo Nogueira de Sá Netto

Orientador:

Prof. Dr. Charles Casimiro Cavalcante

Análise do uso de *compressive sensing* para canal de *feedback* limitado
diante do erro de quantização e ruído em sistemas SM-MIMO.

Dissertação de Conclusão de Mestrado
apresentada à Coordenação do
Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Teleinformática da
Universidade Federal do Ceará como
parte dos requisitos para obtenção do
grau de **Mestre em Engenharia de
Teleinformática.**

FORTALEZA – CEARÁ

JUNHO 2012

RAYMUNDO NOGUEIRA DE SÁ NETTO

**Análise do uso de *compressive sensing* para canal de *feedback* limitado
diante do erro de quantização e ruído em sistemas SM-MIMO.**

Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Teleinformática da Universidade Federal do Ceará.

Raymundo Nogueira de Sá Netto

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Charles Casimiro Cavalcante
Universidade Federal do Ceará - UFC

Prof. Dr. André Lima Ferrer de Almeida
Universidade Federal do Ceará - UFC

Prof. Dr. José Antonio Apolinário Junior
Instituto Militar de Engenharia - IME

Prof. Dr. Walter da Cruz Freitas Júnior
Universidade Federal do Ceará - UFC

Fortaleza, 18 de Junho de 2013

Resumo

Em se tratando de comunicações móveis, a troca de informações sobre os estados do canal entre as antenas receptoras e transmissoras é uma importante ferramenta para a melhoria do desempenho do sistema.

Assim, nesse trabalho foram analisados sistemas MIMO multiplexados espacialmente, *Spatially Multiplexed MIMO* (SM-MIMO), com informações do estado do canal no transmissor, *Channel State Information* (CSI), limitadas e duas técnicas de detecção linear do sinal e pré-equalização do sinal *Zero Forcing* (ZF) e *Minimum Mean Square Error* (MMSE). Para essa limitação dois esquemas foram considerados: *Quantization Codebook* (QC) e *Compressive Sensing* (CS).

Compressive Sensing é usado para gerar um CSI comprimido a ser enviado pelas antenas receptoras por um canal de *feedback* a fim de reduzir a quantidade de informação enviada pelas mesmas.

Portanto, nesse trabalho, o desempenho das duas técnicas foram comparadas por simulações computacionais das curvas da taxa de erro de bit, *Bit Error Rate* (BER), de acordo com a variação da relação sinal ruído, *Signal to Noise Ratio* (SNR), considerando as duas abordagens QC e CS. Além disso, a presença do erro de quantização e do ruído, no canal de *feedback*, também foi avaliada para o esquema de CS.

Abstract

Concerning to mobile communications, the information exchange over the channel states between receiving antennas and transmitting antennas is an important tool to enhance the system performance.

Thus, in this work, spatially multiplexed MIMO (SM-MIMO) systems with limited Channel State Information (CSI) were analyzed considering two techniques of linear signal detection and pre-equalization Zero Forcing (ZF) and Minimum Mean Square Error (MMSE). Due to this limitation two schemes were considered: *Quantization Codebook* (QC) e *Compressive Sensing* (CS).

Compressive Sensing is used to generate a reduced CSI feedback to the transmitter in order to reduce feedback load into the system.

Therefore, in this work, the performance of the techniques were compared by computational simulations of Bit Error Rate (BER) curves according to the variation of the *Signal to Noise Ratio* (SNR) for the two considered approaches QC and CS. Furthermore, the presence of quantization error and noise, in the feedback link, were also evaluated for the CS scheme.

Dedico este trabalho à minha família, ao meu orientador e aos meus amigos.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à minha família, Raimundo, Edul, Danton e Danielle pelo apoio incondicional.

À minha segunda família, meus tios Goreth, Agustin e Rossini e primos Samuel e Issadora, por todo o apoio durante os cinco anos de convívio em Fortaleza.

À Camila, pelo companheirismo e apoio.

Ao professor Charles Casimiro Cavalcante, meu orientador, por todo o conhecimento que me foi passado, pelas condições proporcionadas para a realização do trabalho e pela sua amizade.

Ao Professor Marcílio Flávio Rangel, pela crença constante em todos os alunos e todo o apoio fornecido aos mesmos.

Aos amigos e colegas integrantes do Grupo de Pesquisa em Telecomunicações Sem Fio (GTEL).

À Universidade Federal do Ceará e ao Instituto Dom Barreto por proporcionarem ensinamentos de altíssima qualidade.

Aos amigos do curso de graduação e de pós-graduação em Engenharia de Teleinformática.

Sempre busque ser o melhor, mas não melhor que os outros, apenas o melhor de si.

Marcílio Flávio Rangel

Sumário

Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	x
Lista de Siglas	x
1 Introdução	1
1.1 Objetivos	2
1.2 Produção Científica	3
1.3 Organização da Dissertação	3
2 <i>Compressive Sensing</i>: Princípios e Fundamentos	4
2.1 Sistema de equações indeterminadas	5
2.1.1 Esparsidade	5
2.1.2 Incoerência	7
2.1.3 Recuperação do sinal	8
2.2 Matriz de Sensoriamento	11
2.2.1 <i>Spark</i>	11
2.2.2 Coerência Mútua	12
2.2.3 <i>Restricted Isometry Property</i>	13
2.3 Aplicações	14
3 Sistemas MIMO com Multiplexagem Espacial	16
3.1 Detecção linear do sinal	17
3.1.1 Zero-Forcing	17
3.1.2 Minimum Mean Square Error	19
3.2 Exploração da informação sobre o estado do canal na Transmissão	20
3.2.1 Estimação do Canal no Transmissor	21
3.2.1.1 Uso da reciprocidade do canal	21
3.2.1.2 <i>CSI Feedback</i>	22
3.2.2 Pré-codificação OSTBC	23
3.2.3 Pré-codificação de sistemas com multiplexagem espacial	27

4	<i>Compressive Sensing</i> Aplicado em <i>Feedback</i> Limitado	30
4.1	Modelo do Sistema	30
4.1.1	<i>Quantization Codebook</i>	31
4.1.2	<i>Compressive Sensing</i>	32
4.2	Redução da Quantidade de <i>Feedback</i>	34
4.3	Erro de Quantização, Ruído e Erro de Estimção do Canal	36
5	Resultados	38
5.1	Análise comparativa entre CS e QC com 10 bits de <i>feedback</i> para 4×4 SM-MIMO	38
5.2	Análise comparativa entre CS e QC com 10 bits de <i>feedback</i> para 8×8 SM-MIMO	40
5.3	Análise comparativa entre CS e QC com 13 bits de <i>feedback</i> para 4×4 SM-MIMO	41
5.4	Análise comparativa entre CS e QC com 13 bits de <i>feedback</i> para 8×8 SM-MIMO	42
5.5	Análise comparativa de CS para diferentes níveis de quantização . . .	44
5.6	Análise comparativa de CS para diferentes níveis de quantização e presença de ruído	45
5.7	Análise comparativa de CS para diferentes níveis de quantização, presença de ruído e erro de estimção	47
6	Conclusões e Perspectivas	49
	Referências Bibliográficas	53

Lista de Figuras

2.1	Exemplo de decomposição em <i>wavelets</i> da imagem (a) em (b).	6
2.2	A minimização l_1 dentre os espaços de solução afins do sistema linear coincidindo com a solução mais esparsa.	10
3.1	Sistemas MIMO Espacialmente Multiplexados.	17
3.2	Reciprocidade de um Canal Sem-Fio.	22
3.3	<i>Feedback</i> do CSI para o lado da transmissão.	22
3.4	Cálculo da distância cordal.	26
3.5	Pré-equalização Linear.	28
4.1	Sistema SM-MIMO com <i>feedback</i> limitado.	31
5.1	BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando ZF e 10 bits de <i>feedback</i> para CS e QC.	39
5.2	BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando MMSE e 10 bits de <i>feedback</i> para CS e QC.	39
5.3	BER versus SNR para sistemas 8×8 SM-MIMO usando ZF e 10 bits de <i>feedback</i> para CS e QC.	40
5.4	BER versus SNR para sistemas 8×8 SM-MIMO usando MMSE e 10 bits de <i>feedback</i> para CS e QC.	41
5.5	BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando ZF e 13 bits de <i>feedback</i> para CS e QC.	42
5.6	BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando MMSE e 13 bits de <i>feedback</i> para CS e QC.	42
5.7	BER versus SNR para sistemas 8×8 SM-MIMO usando ZF e 13 bits de <i>feedback</i> para CS e QC.	43
5.8	BER versus SNR para sistemas 8×8 SM-MIMO usando MMSE e 13 bits de <i>feedback</i> para CS e QC.	43
5.9	BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando ZF e três níveis de quantização de CS.	44
5.10	BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando MMSE e três níveis de quantização de CS.	45

5.11	BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando ZF, dois níveis de quantização de CS e três valores de SNR do canal de <i>feedback</i> .	46
5.12	BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando MMSE, dois níveis de quantização de CS e três valores de SNR do canal de <i>feedback</i> .	46
5.13	BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando ZF e dois fatores de multiplicação para os erros de estimação.	47
5.14	BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando MMSE e dois fatores de multiplicação para os erros de estimação.	48

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros do <i>codebook</i> para OSTBC na especificação IEEE802.16e .	27
4.1	Comparação da quantidade de memória requerida e da complexidade computacional.	36

Lista de Siglas

- AGC** *Automatic Gain Control*
- AWGN** *Additive White Gaussian Noise*
- BER** *Bit Error Ratio*
- BPSK** *Binary Phase Shift Keying*
- BP** *Basis Pursuit*
- BS** *Base Station*
- CS** *Compressive Sensing*
- CSI** *Channel State Information*
- DFT** *Discrete Fourier Transform*
- FDD** *Frequency Division Duplexing*
- HHS** *Heavy Hitters on Steroids*
- IEEE** *Institute of Electrical and Electronics Engineers*
- MIMO** *Multiple-Input and Multiple-Output*
- MISO** *Multiple-Input and Single-Output*
- MMSE** *Minimum Mean Square Error*
- OMP** *Orthogonal Matching Pursuit*
- OSTBC** *Orthogonal Space-Time Block Code*
- QAM** *Quadrature Amplitude Modulation*
- QC** *Quantization Codebook*
- RF** *Radio Frequency*

RIP *Restricted Isometry Property*

SINR *Signal-to-interference plus Noise Ratio*

SNR *Signal to Noise Ratio*

SM-MIMO *Spatially Multiplexed MIMO*

STBC *Space-Time Block Code*

SVD *Singular Value Decomposition*

TDD *Time Division Duplexing*

VQC *Vector Quantization Codebook*

ZF *Zero-Forcing*

Capítulo 1

Introdução

Em se tratando de sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas espacialmente multiplexados, existem técnicas que são utilizadas na pré-equalização do sinal e também na detecção do mesmo com o objetivo de melhorar o desempenho desses sistemas [1]. Para o funcionamento apropriado delas, esses sistemas necessitam conhecer a informação do estado do canal. Uma maneira de adquirir essa informação é através de um canal de de retorno (*feedback*), em que as antenas receptoras enviam para as antenas transmissoras essa informação diante da capacidade de estimá-la.

Entretanto, mesmo que essa informação seja perfeitamente estimada, a largura de banda usada para esse serviço aumenta a medida que o número de antenas receptoras e transmissoras aumentam [2]. Assim, limita-se a quantidade de informação a ser transmitida em prol da redução da largura de banda requerida. Quando implementada essa limitação, o sinal que representa a informação do estado do canal é restrito a um conjunto finito de vetores ou *codebook* que é conhecido entre os transmissores e receptores, representando o *feedback* limitado [3].

Recentemente, *compressive sensing* está sendo aplicado em diversos contextos de processamento de sinais e comunicações, onde o conteúdo da informação é esparsos [3]. Nesse trabalho, usa-se esse conceito como uma técnica de compressão para o canal com *feedback* limitado acima citado. Neste contexto, outros trabalhos abordaram a questão do *feedback* limitado em diversas frentes: a correlação espacial entre o conjunto de antenas foi explorada em [2] a fim de obter representações esparsas do canal e usar CS para reduzir a quantidade de *feedback*. CS é usado

em [4] para reduzir a quantidade de memória requerida e complexidade a medida que a taxa de *feedback* aumenta e alcança maior capacidade quando comparado com o *Vector Quantization Codebook* (VQC). Em [5] foi proposto o uso de CS para reduzir a quantidade de *feedback* para sistemas analógicos e digitais para alcançar a mesma vazão encontrada em esquemas específicos com canal de *feedback* limitado. Os usuários que possuem uma relação entre sinal e interferência mais ruído, *Signal-to-interference plus Noise Ratio* (SINR), maior que um determinado limiar transmitem a mesma informação de *feedback* e são identificados pelas estações rádio base, *Base Station* (BS), através de CS como em [6], além de também estabelecer uma relação entre esparsidade e o limiar utilizado. Em [7] um procedimento distribuído de auto-seleção é combinado com CS para identificar o conjunto de usuários possuindo acesso simultâneo a um canal de *broadcast*.

Este trabalho de dissertação tomou por base os resultados apresentados em [4]. Nele, as capacidades obtidas pelos esquemas de CS e VQC foram comparadas. Já, nesse trabalho, a taxa de erro de bit, *Bit Error Ratio* (BER), é o elemento de análise de todas as comparações de acordo com a variação da relação sinal ruído *Signal to Noise Ratio* (SNR). Nele, CS é usado para reduzir a quantidade de *feedback* e assim ser feita a comparação entre esses esquemas, ambos possuindo o canal de *feedback* limitado. Também foram inseridas nas comparações as técnicas *Zero-Forcing* (ZF) e *Minimum Mean Square Error* (MMSE), separadamente, considerando que em ambas não há limitação no canal de *feedback*. Além disso, a maioria dos trabalhos semelhantes não consideram o erro de quantização e a presença do ruído no canal de *feedback*, esses parâmetros também foram inseridos no canal do esquema de CS e os comparou com o canal sem ruídos usado anteriormente.

1.1 Objetivos

Os objetivos desse trabalho são divididos em três partes:

- Reduzir, através de *Compressive Sensing*, a quantidade de *feedback* sobre as informações do estado do canal;
- Comparar, através de simulações computacionais, o uso de *Compressive Sensing* com um modelo conhecido na literatura, *Quantization Codebook*, em sistemas com o canal de *feedback* limitado;

- Verificar se usando o método de *Compressive Sensing* é possível contornar os erros causados pela quantização e presença do ruído.

1.2 Produção Científica

Como resultado das simulações estudadas e desenvolvidas, foram publicados e submetidos até o momento dois trabalhos científicos na forma de artigo:

- R. N. S. Netto, C. C. Cavalcante. *Quantization and Noise Impact Over Feedback Reduction of MIMO Systems Using Compressive Sensing*. Em: ISWCS - International Symposium on Wireless Communication Systems, Paris-France, 2012;
- R. N. S. Netto, C. C. Cavalcante. *Feedback Reduction of Spatially Multiplexed MIMO Systems Using Compressive Sensing*. Em: SBrT - Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, Brasília-Brasil, 2012.

1.3 Organização da Dissertação

Esta dissertação se organiza da seguinte maneira. No Capítulo 2 será apresentado o estudo sobre *Compressive Sensing*. Serão vistos os conceitos, funcionamento, restrições e algumas situações nas quais CS pode ser utilizado. No Capítulo 3 é feito um estudo sobre os sistemas *Multiple-Input and Multiple-Output* (MIMO) espacialmente multiplexados, com foco nas técnicas de detecção linear do sinal e de como explorar a informação do estado do canal do lado da transmissão.

No Capítulo 4 será fundamentada toda a metodologia utilizada, ou seja, como relacionar os componentes expostos nos Capítulos 2 e 3 para a definição e caracterização dos esquemas utilizados nos canais com *feedback* limitado e a partir de então realizar as simulações para a obtenção dos resultados da proposta desta dissertação.

Por fim, no Capítulo 5 serão apresentadas as conclusões acerca do trabalho realizado e dos resultados obtidos, para então finalizar o entendimento de como CS pode ser útil na exploração das informações do estado do canal diante da limitação do canal de *feedback*.

Capítulo 2

Compressive Sensing: Princípios e Fundamentos

Compressive Sensing (CS) é uma recente área de pesquisa, iniciada em 2006, a qual, desde então se tornou conceito em várias áreas de matemática aplicada, ciências da computação, engenharia elétrica, astronomia, medicina, biologia, e outros [8].

Convencionalmente, a amostragem de sinais ou imagens seguem o teorema de Shannon-Nyquist: a taxa de amostragem deve ser no mínimo duas vezes a maior frequência do espectro desse sinal [9]. Também chamado de *compressed sensing* ou *compressive sampling*, CS é utilizado para recuperar sinais a partir de uma quantidade reduzida de amostras ou medidas quando, comparado com métodos tradicionais [10].

Para que isso seja possível, dois princípios devem ser seguidos: esparsidade, que pertence ao sinal de interesse, e incoerência, que pertence à técnica de amostragem. Esparsidade expressa a ideia de que a “taxa de informação” de um sinal contínuo no tempo pode ser bem menor do que seu tamanho sugerido pela sua largura de banda, ou que um sinal discreto no tempo possui graus de liberdade bem menores que o seu comprimento. A incoerência dita que, diferentemente do sinal de interesse, sua amostragem é representada em outro domínio [10].

Ao longo desse capítulo se caracteriza o problema matemático de CS, e também é feita uma análise dos princípios de CS e de como recuperar o sinal de interesse. Em seguida, é realizado um estudo sobre as condições nas quais a matriz utilizada em CS deve seguir para que se possa recuperar o sinal de interesse. E, por fim,

algumas aplicações que CS apresenta.

2.1 Sistema de equações indeterminadas

O problema matemático de CS é equivalente a resolução de um sistema de equações indeterminadas. Considere $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ o sinal de interesse e que \mathbf{x} seja esparso, ou seja

$$\|\mathbf{x}\|_0 := \#\{i : x_i \neq 0\}, \quad (2.1)$$

possui um valor pequeno, onde $\|\cdot\|_0$ representa a norma l_0 . Além disso, considera-se uma matriz de sensoriamento \mathbf{A} com m linhas e n colunas ($m \times n$), também tipicamente chamada de *sensing matrix* ou *measurement matrix*. Sabe-se que $m < n$ e que \mathbf{A} não possui nenhuma coluna nula.

Assim, o problema matemático de CS pode ser formulado como

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{x}. \quad (2.2)$$

Nesse caso, lida-se com um sistema de equações indeterminadas. A matrix \mathbf{A} atua como uma transformada de degradação e tem-se como objetivo reconstruir \mathbf{x} a partir do vetor \mathbf{b} com m medidas obtidas [11]. Claramente, existem infinitos valores de \mathbf{x} que a partir do lado direito da igualdade da Equação (2.2) resultam em \mathbf{b} . Assim, as seguintes questões são levantadas:

- Quais são os sinais e modelos de esparsidade apropriados?
- Quais são as matrizes apropriadas?
- Como o sinal pode ser recuperado através de um algoritmo?
- Com qual precisão pode-se obter o sinal recuperado?

2.1.1 Esparsidade

A esparsidade, como dito anteriormente, é um princípio a ser seguido para o uso de CS. Assim, pergunta-se quando a esparsidade é de fato viável a se considerar. Devido a complexidade dos dados reais, somente uma resposta heurística é possível [8].

Caso o sinal seja uma imagem natural, sabe-se que a transformada *wavelet* tipicamente fornece aproximações esparsas. Isso é ilustrado na Figura 2.1, que mostra a decomposição de um exemplo de imagem em *wavelets*. Pode-se perceber, claramente, que a maioria dos coeficientes possuem valores absolutos pequenos, representados pela cor preta.

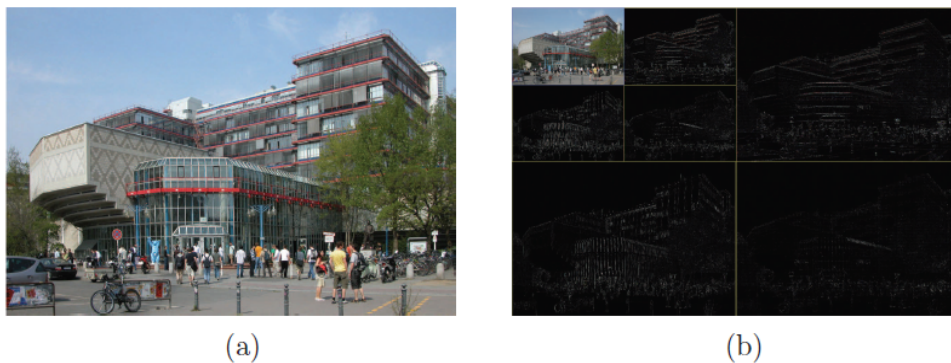


Figura 2.1: Exemplo de decomposição em *wavelets* da imagem (a) em (b).

Dependendo do sinal, já existe uma variedade de sistemas de representação que pode ser usado para prover aproximações esparsas e está em constante expansão. Assim, assumindo a previsão de que o sinal a ser comprimido ou amostrado é conhecido, já existem vários sistemas de representação. Se esse não for o caso, existem métodos como o aprendizado de dicionários através de algoritmos, no qual uma representação viável do sistema é calculada dado um conjunto de sinais de teste.

Seja um sinal θ o qual denomina-se S -esparso em uma base ψ se existir um vetor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ com somente $S \ll n$ elementos diferentes de zero, tal que $\theta = \psi\mathbf{x}$. Chama-se o conjunto de índices correspondentes aos elementos não nulos de suporte de \mathbf{x} e denota-se por $\text{supp}(\mathbf{x})$ [9]. Um sinal S -esparso pode ser eficientemente comprimido preservando os valores e localizações dos elementos não nulos, usando $O(S \log_2 n)$ bits: a codificação de todas as S localizações dos coeficientes diferentes de zero necessita de $\log_2 n$ bits, enquanto para codificar as amplitudes usa-se uma constante quantidade de bits que depende da precisão desejada, e é independente de n . Esse processo é conhecido como *transform coding* e depende da existência de uma base ψ apropriada que torna os sinais de interesse esparsos ou aproximadamente esparsos [9].

Além disso, dependendo da aplicação, o sinal por si só já pode ser esparso. Imaginando-se em comunicações digitais, por exemplo, uma rede de celulares com n antenas e m usuários que precisa ser modelada. Assim como em um experimento

genético, no qual, m genes devem ser analisados com n pacientes participantes. No primeiro caso, poucos dos usuários estão realizando uma ligação em um determinado momento, já no segundo, poucos genes são ativos. Assim, considera-se o sinal esparsos por si só, podendo utilizar CS diretamente.

2.1.2 Incoerência

Supondo a existência de um par de bases ortogonais (Φ, Ψ) no \mathbb{R}^n . A primeira delas Φ é usada para amostrar um determinado sinal \mathbf{x} e a segunda Ψ é usada para representar o sinal \mathbf{x} . Define-se a coerência entre a base de amostragem Φ e a base de representação Ψ por

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{n} \max_{1 \leq k, j \leq n} |\langle \varphi_k, \psi_j \rangle|. \quad (2.3)$$

em que φ_k e ψ_j são colunas de Φ e Ψ respectivamente e $|\langle \varphi_k, \psi_j \rangle|$ representa o produto interno entre essas duas colunas. Com isso, a coerência mede a maior correlação entre duas colunas de Φ e Ψ . Se Φ e Ψ possuem elementos correlacionados, a coerência é grande e, caso contrário, é pequena [10]. Pode-se assim, se reescrever a Equação (2.2) como $\mathbf{b} = \Phi\Psi\mathbf{x}$.

CS está principalmente interessado em pares com baixa coerência. Como exemplo, considere Φ uma base canônica e Ψ uma base de Fourier, $\psi_j(t) = n^{-1/2}e^{i2\pi jt/n}$. Considerando que Φ é a matriz de amostragem, isso corresponde ao esquema clássico de amostragem no tempo ou espaço. O par tempo-frequência obedece que $\mu(\Phi, \Psi) = 1$ e, assim, tem-se a máxima incoerência, visto que, de acordo com a Equação (2.3), $\mu(\Phi, \Psi) \in [1, \sqrt{n}]$.

Matrizes aleatórias são largamente incoerentes com uma base fixa Ψ qualquer. Selecionando-se uma base ortonormal Φ uniformemente aleatória, que pode ser obtida através da ortonormalização dos n vetores amostrados independente e uniformemente em uma esfera unitária. Então, com alta probabilidade, a coerência entre Φ e Ψ é cerca de $\sqrt{2 \log n}$ [10]. Por extensão, formas de onda aleatórias $(\varphi_k(t))$ com elementos i.i.d (*independent identically distributed*), como elementos Gaussianos ou ± 1 binários, também exibem baixíssimas coerências com uma base fixa Ψ .

2.1.3 Recuperação do sinal

Diversos problemas assumem a forma da Equação (2.2) e deseja-se obter uma solução única. Considerando \mathbf{x} um sinal (vetor) esparso e o fato de existirem infinitos valores ($m < n$) de \mathbf{x} que satisfaçam a Equação (2.2), esse se torna o maior problema para a escolha da solução desejada. Para restringir a solução à uma boa escolha, um critério adicional é necessário [11]. Um método comum de fazer isso é a regularização, em que uma função $J(\mathbf{x})$ avalia uma possível solução para \mathbf{x} , na qual valores pequenos são preferidos. Então, define-se o problema de otimização (P_J)

$$(P_J) : \min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) \text{ sujeito à } \mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (2.4)$$

A escolha mais conhecida de $J(\mathbf{x})$ é a norma Euclidiana quadrada $\|\mathbf{x}\|_2^2$ [11]. O problema de otimização (P_2) que resulta a partir da escolha da norma Euclidiana quadrada tem, de fato, uma única solução $\hat{\mathbf{x}}$, chamada de solução de norma mínima. Para obtê-la, define-se o Lagrangeano

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda^T(\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}) \quad (2.5)$$

com λ sendo um multiplicador de Lagrange para o conjunto de restrições. Derivando-se $\mathcal{L}(\mathbf{x})$ em relação a \mathbf{x} , obtém-se

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = 2\mathbf{x} + \mathbf{A}^T \lambda. \quad (2.6)$$

Assim a solução do mínimo da Equação (2.6) é obtida por

$$\hat{\mathbf{x}}_{opt} = -\frac{1}{2}\mathbf{A}^T \lambda. \quad (2.7)$$

Associando a solução à restrição $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$, tem-se

$$\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{opt} = -\frac{1}{2}\mathbf{A}\mathbf{A}^T \lambda = \mathbf{b} \Rightarrow \lambda = -2(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{b}. \quad (2.8)$$

Associando-se as Equações (2.7) e (2.8) obtém-se a conhecida forma da solução através da pseudo-inversa

$$\hat{\mathbf{x}}_{opt} = -\frac{1}{2}\mathbf{A}^T \lambda = \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{b} = \mathbf{A}^+\mathbf{b}. \quad (2.9)$$

O uso da norma l_2 é bem amplo nos mais diversos campos de engenharia, principalmente devido à sua simplicidade pelo uso da forma fechada da pseudo-inversa e obtenção de uma solução única. Porém, a simplicidade matemática da norma l_2 pode levar a soluções incorretas, fazendo com que deva-se fazer uma melhor escolha da função $J(\cdot)$. Isso acontece no uso de CS, devido \mathbf{x} ser esparso e a utilização da norma l_2 não tender a “esparsificar” a solução [11].

Seguindo a consideração inicial, Equação (2.1), a norma que mais “esparsifica”, dentre as diversas normas existentes, a solução no intuito de recuperar o sinal \mathbf{x} é a l_0 [11]. Considera-se o problema de otimização (P_0), escolhendo-se $J(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}\|_0$, ou seja,

$$(P_0) : \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_0 \text{ sujeito à } \mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{x}. \quad (2.10)$$

Solucionar (P_0) significa resolver um problema clássico de combinação, mais especificamente, uma busca combinatória. A sua realização depende de uma varredura exaustiva ao longo de todos os possíveis subespaços esparsos. Ilustrando o que foi dito, assuma uma matriz \mathbf{A} de tamanho 500×2000 ($m = 500$, $n = 2000$) e suponha que se conhece a esparsidade do sinal dada por $S = 20$ valores não nulos. Deseja-se encontrar os $S = 20$ valores corretos através da busca combinatória. Assim, varre-se pelos $\binom{n}{S} \approx 3,9.10^{47}$ possíveis resultados e assumindo que cada teste demora 1.10^{-9} segundos, um simples cálculo revela que isso levará mais de $1,2.10^{31}$ anos para ser concluído.

Devido a inviabilidade da busca combinatória, esse algoritmo é dito "NP-hard". De acordo com [12], é sugerido a substituição da norma l_0 pela norma convexa mais próxima, que é a norma l_1 . Então, leva-se ao seguinte problema de minimização, chamado pelos autores de *Basis Pursuit* (BP):

$$(P_1) : \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_1 \text{ sujeito à } \mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{x}. \quad (2.11)$$

De acordo com o formato da norma l_1 , o uso da minimização l_1 de fato promove a esparsidade, como exibido, por exemplo, na Figura 2.2. De acordo com a Figura 2.2, tem-se a busca por um sinal \mathbf{x} que possua a menor norma l_0 e respeite a equação linear que restringe sua posição no \mathbb{R}^2 à linha pontilhada. Percebe-se que a minimização da norma l_2 (círculo) gera como solução ótima $\mathbf{x} = b$, que está distante

das soluções esparsas α e β . Por outro lado, a minimização da norma l_1 resulta em $\mathbf{x} = \alpha$, que é a solução exata desejada [13].

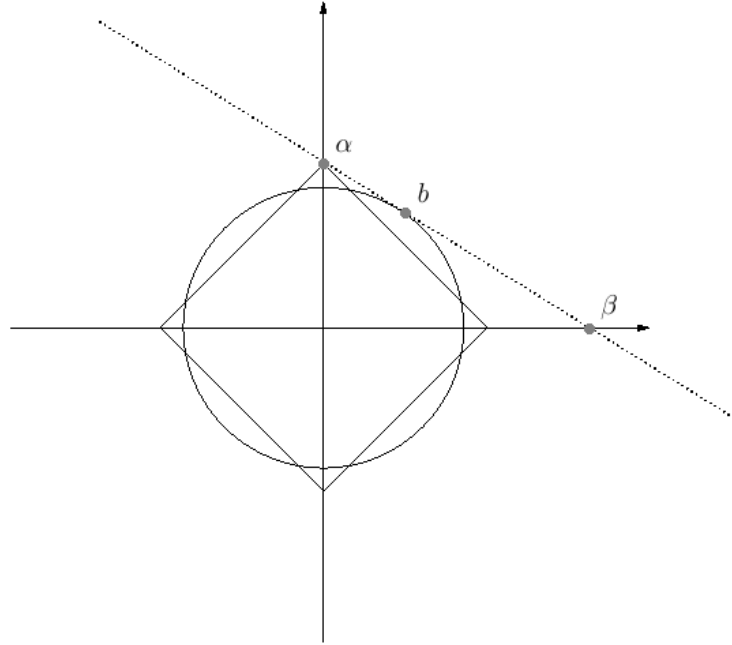


Figura 2.2: A minimização l_1 dentro dos espaços de solução afins do sistema linear coincidindo com a solução mais esparsa.

A pergunta que fica em aberto é quando acontecerá de l_1 ser igual à l_0 . Assim, mesmo diante da esparsidade e do conhecimento do sinal original \mathbf{x} , surge a necessidade da incoerência na matriz \mathbf{A} , além de certas condições para que a recuperação do sinal seja de fato efetivada sem que haja necessidade de utilizar a minimização da norma l_0 . As condições para uma determinada matriz poder ser utilizada em CS são vistas na Seção 2.2.

Calcular a minimização l_1 por BP ou também por outro modelo sugerido para o cálculo dessa minimização, o conhecido no ramo de CS “ l_1 -magic” [14], para um enorme conjunto de dados não é frequentemente viável mesmo quando ambos são adaptados para problemas específicos de CS. Diante disso, vários outros tipos de algoritmos de recuperação são sugeridos. Eles podem ser separados em otimização convexa, gananciosos, e algoritmos combinacionais, cada um possuindo suas vantagens e desvantagens. Os dois primeiros algoritmos de recuperação citados, BP e “ l_1 -magic”, são baseados em otimização convexa. Já do tipo ganancioso, têm-se o algoritmo de recuperação *Orthogonal Matching Pursuit* (OMP) [15], dentre

outros. Por fim, têm-se como exemplo de algoritmo combinacional o *Heavy Hitters on Steroids* (HHS) [16].

2.2 Matriz de Sensoriamento

A matriz de sensoriamento utilizada em CS para a compressão do sinal \mathbf{x} esparsa deve possuir condições necessárias, além da incoerência, para que seja possível posteriormente recuperar o sinal apropriadamente. Isso significa obter a unicidade dentre as soluções esparsas. As condições são: o *spark*, a coerência mútua e a propriedade da isometria restrita, chamada de *Restricted Isometry Property* (RIP), entre outras. Caso uma delas seja atendida, a matriz pode ser utilizada para CS.

2.2.1 *Spark*

Uma importante propriedade a ser analisada para se definir o uso ou não de uma determinada matriz \mathbf{A} em CS é o *spark*, um termo definido por Donoho e Elad em 2003 [17]. O *spark* é um meio de caracterizar o espaço nulo da matriz \mathbf{A} usando a norma l_0 , tendo como definição:

- O *spark* de uma matriz \mathbf{A} é o menor número de colunas de \mathbf{A} que são linearmente dependentes.

Comparando com o *rank* de uma matriz, que é definido pelo maior número de colunas da matriz que são linearmente independentes, percebe-se que para o *spark* só se substituiu o “maior número” pelo “menor número” e “independentes” por “dependentes”. Todavia, o *spark* da matriz é bem mais difícil de se obter, comparado ao seu *rank*, já que é obtido através de uma busca combinacional em todos os possíveis subconjuntos de colunas da matriz \mathbf{A} .

O *spark* fornece um critério simples para a unicidade dentre as soluções esparsas. Por definição, os vetores no espaço nulo da matriz \mathbf{A} , $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$, devem satisfazer $\|\mathbf{x}\|_0 \geq \text{spark}(\mathbf{A})$, já que esses vetores combinam as colunas de \mathbf{A} para obter o vetor nulo, e pelo menos o número de colunas equivalentes ao valor do *spark* são necessárias. Diante disso, obtém-se o seguinte teorema [11]:

- Se um sistema de equações lineares $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ possuir uma solução \mathbf{x} que obedeça $\|\mathbf{x}\|_0 < \text{spark}(\mathbf{A})/2$, essa solução é necessariamente a mais esparsa possível.

Para provar esse teorema, considera-se uma outra solução \mathbf{y} que satisfaça o mesmo sistema de equações lineares $\mathbf{A}\mathbf{y} = \mathbf{b}$. Isso implica que $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ deve ser o espaço nulo de \mathbf{A} , i.e., $\mathbf{A}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = \mathbf{0}$. Por definição do *spark*,

$$\|\mathbf{x}\|_0 + \|\mathbf{y}\|_0 \geq \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_0 \geq \text{spark}(\mathbf{A}). \quad (2.12)$$

Os termos mais a esquerda na inequação acima afirmam que o número de elementos não nulos no vetor diferença $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ não pode exceder a soma dos elementos não nulos dentro de cada um dos vetores \mathbf{x} e \mathbf{y} separadamente, o que é equivalente à desigualdade triangular. Possuindo a solução que satisfaz $\|\mathbf{x}\|_0 < \text{spark}(\mathbf{A})/2$, conclui-se que qualquer outra solução necessariamente possui mais que $\text{spark}(\mathbf{A})/2$ elementos não nulos.

2.2.2 Coerência Mútua

Calcular o *spark* é tão difícil quanto resolver o problema (P_0) de minimização da norma (l_0) . Assim, métodos mais simples que garantam a unicidade são de interesse. Um deles explora a coerência mútua da matriz \mathbf{A} e esta é definida por:

- A coerência mútua de uma dada matriz \mathbf{A} é o maior produto interno normalizado entre duas diferentes colunas de \mathbf{A} . Chamando-se a k -ésima coluna de \mathbf{A} por \mathbf{a}_k , a coerência mútua é dada por

$$\mu(\mathbf{A}) = \max_{1 \leq i, j \leq n, i \neq j} \frac{|\mathbf{a}_i^T \mathbf{a}_j|}{\|\mathbf{a}_i\|_2 \|\mathbf{a}_j\|_2}. \quad (2.13)$$

A coerência mútua é uma forma de caracterizar a dependência entre as colunas da matriz \mathbf{A} . Para uma matriz unitária, as colunas são ortogonais entre si, conseqüentemente a coerência mútua é nula. Para matrizes com mais colunas do que linhas, $n > m$, μ é estritamente positivo, e deseja-se o menor valor possível para tentar se aproximar ao máximo ao comportamento exibido nas matrizes unitárias. Obter o valor da coerência mútua é relativamente fácil e se relaciona com o *spark* da seguinte maneira:

$$\text{spark}(\mathbf{A}) \geq 1 + \frac{1}{\mu(\mathbf{A})}. \quad (2.14)$$

Para provar a inequação acima, considera-se a seguinte matriz $\mathbf{G} = \mathbf{A}^T \mathbf{A}$, onde seus elementos satisfazem as seguintes propriedades (Considerando-se as colunas de \mathbf{A} normalizadas):

$$\begin{aligned} \{G_{k,k} = 1 \quad &: \quad 1 \leq k \leq n\} \\ \{G_{k,j} \leq \mu(\mathbf{A}) \quad &: \quad 1 \leq k, j \leq n, k \neq j\} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Considera-se uma matriz $p \times p$ arbitrária menor de \mathbf{G} , formada diante da escolha de um subconjunto de p colunas de \mathbf{A} . Se esta for diagonalmente dominante, i.e., se $\sum_{j \neq i} |G_{i,j}| < |G_{i,i}|$ para qualquer i , então, essa sub-matriz de \mathbf{G} é definida positiva, e portanto, as p colunas de \mathbf{A} são linearmente independentes. A condição $1 > (p-1)\mu \rightarrow p < 1 + 1/\mu$ implica em positividade definida para qualquer $p \times p$. Assim, $p = 1 + 1/\mu$ é o menor possível valor de colunas que podem levar a dependência linear, e assim, $\text{spark}(\mathbf{A}) \geq 1 + \frac{1}{\mu(\mathbf{A})}$. Dessa forma a unicidade baseada coerência mútua é dada por:

- Se um sistema linear de equações $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ possuir um solução \mathbf{x} que obedeça $\|\mathbf{x}\|_0 < \frac{1}{2}(1 + 1/\mu(\mathbf{A}))$, essa solução é necessariamente a mais esparsa possível.

2.2.3 Restricted Isometry Property

As condições anteriores da matriz de CS fornecem a garantia da unicidade quando o vetor de medidas \mathbf{b} é obtido sem erros, ou seja, sem considerar a presença de qualquer ruído. Caso contrário, a unicidade não pode ser garantida. Porém, é desejável que a unicidade seja obtida mesmo diante da presença de ruídos. E, assim, RIP tornou-se uma importante ferramenta de análise em CS [18].

Uma dada matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ possui a propriedade RIP com a constante característica $R(S, m, n)$ se

$$\begin{aligned} R(S, m, n) := \min_{\delta_S \geq 0} \delta_S \text{ sujeito à} \\ (1 - \delta_S) \|\mathbf{x}\|_2^2 \leq \|\mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 \leq (1 + \delta_S) \|\mathbf{x}\|_2^2, \forall \mathbf{x} \in \chi^n(S), \end{aligned} \quad (2.16)$$

em que $\chi^n(S) := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : \|\mathbf{x}\|_0 \leq S\}$ é o conjunto de vetores com o número de elementos não nulos menor que ou igual à S . Baseando-se na constante, existem condições suficientes que garantem uma performance próxima a ótima dos algoritmos

de reconstrução. Uma matriz \mathbf{A} é dita satisfazer RIP de ordem S com a constante δ_S se $\delta_S \in (0, 1)$ para os valores de S , m e n [19]. Assim, pode-se definir δ_S por

$$\delta_S = \max_{1 \leq k \leq S} \|\mathbf{A}_k^T \mathbf{A}_k - \mathbf{I}\|_2, \quad (2.17)$$

significando que todas as colunas das submatrizes de \mathbf{A} , denominadas \mathbf{A}_k , com no máximo S colunas devem ser bem condicionadas.

Através da RIP é também possível garantir essa performance quase ótima para a solução da Equação (2.10) para S proporcional a m enquanto as proporções $\frac{S}{m} \rightarrow \rho$ e $\frac{m}{n} \rightarrow \delta$ para $\delta, \rho \in (0, 1)$. A fração $\frac{S}{m}$ se refere a relação de sobreamostragem, as m medidas que serão feitas diante dos k elementos não nulos. Já a fração $\frac{m}{n}$ se refere a taxa de subamostragem, onde n é o número total de medidas possíveis e m o número de medidas necessárias.

2.3 Aplicações

A aquisição de dados tipicamente funciona da seguinte forma: grandes quantidades de dados são coletados e grande parte deles são descartados na compressão para facilitar o armazenamento e transmissão. CS opera de forma bem diferente, e atua como se fosse possível adquirir diretamente somente informações importantes do objeto de interesse. Em outras palavras, os protocolos de CS essencialmente traduzem dados analógicos em dados já comprimidos no formato digital. Tudo que é necessário após a aquisição é descomprimir os dados obtidos.

O fato de um sinal compreensível poder ser obtido eficientemente usando um número de medidas incoerentes, proporcional ao seu nível de informação $S \ll n$, implica que existem diversas aplicações possíveis. Algumas delas são:

- **Compressão de Dados** - A matriz de sensoriamento pode atuar como uma estratégia de codificação universal. Essa universalidade pode ser particularmente útil para codificação de fontes distribuídas como redes de sensores onde os sinais podem possuir definições distintas [10];
- **Codificação de Canal** - Os princípios de CS (esparsidade, aleatoriedade, otimização convexa) podem ser aplicados para projetar rápidos códigos de correção de erros [10];

- **Aquisição de Dados** - Em algumas situações a aquisição de todas as n amostras discretas no tempo de um sinal analógico pode ser difícil (consequentemente difícil de ser comprimido). Assim, CS pode ser útil para projetar dispositivos de amostragem que amostram os sinais já discretamente, sendo medidas incoerentes do sinal analógico incidente [10].

A aplicação de CS das citadas acima que mais se encaixa nesse trabalho é a primeira, compressão de dados, pois se tem como um dos objetivos reduzir a quantidade de *feedback* enviado aos transmissores e essa redução é feita através de CS.

Em seguida, é feito o estudo sobre sistemas MIMO espacialmente multiplexados. Esse é o modelo de sistema considerado nesse trabalho para a análise do uso de CS com canal de feedback limitado, sendo assim necessária a sua compreensão e saber quais os fatores desse modelo foram considerados para sua análise junto à CS.

Sistemas MIMO com Multiplexagem Espacial

Nesse capítulo é feito um estudo sobre os sistemas *Spatially Multiplexed MIMO* (SM-MIMO), os quais foram utilizados nesse trabalho como mecanismo de transmissão e recepção de dados. Inicialmente é introduzindo o seu modelo. Em seguida, são expostos métodos de detecção linear do sinal que se aplicam para esses sistemas. Por fim, analisa-se como explorar as informações do estado do canal na transmissão, informações estas que podem ser usadas para melhorar o desempenho do sistema.

Sistemas MIMO espacialmente multiplexados podem transmitir dados em velocidades maiores que os sistemas MIMO que usam técnicas de diversidade em antenas [1]. Entretanto, a detecção do sinal do lado do receptor é um enorme desafio para os sistemas SM-MIMO.

Considera-se um sistema MIMO com N_T antenas de transmissão e N_R antenas de recepção, como mostrado na Figura 3.1. Além disso, $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$ denota a matriz do canal, onde a posição (j, i) , ou seja, h_{ji} , representa o ganho entre a i -ésima antena de transmissão e a j -ésima antena de recepção, em que $j = 1, 2, \dots, N_R$ e $i = 1, 2, \dots, N_T$. Os dados transmitidos e os correspondentes sinais recebidos são representados por $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_{N_T}]^T$ e $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_{N_R}]^T$ respectivamente, em que x_i e y_j representam o sinal transmitido da i -ésima antena de transmissão e o sinal recebido pela j -ésima antena de recepção. Além disso, considera-se a presença de ruído Gaussiano branco $\mathbf{z} = [z_1, z_2, \dots, z_{N_R}]^T$ com variância σ^2 , onde z_j representa

o ruído na j -ésima antena de recepção e \mathbf{h}_i o i -ésimo vetor coluna da matriz do canal \mathbf{H} . Assim, o sistema $N_R \times N_T$ MIMO é representado por

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{z} \\ &= \mathbf{h}_1x_1 + \mathbf{h}_2x_2 + \dots + \mathbf{h}_{N_T}x_{N_T} + \mathbf{z}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

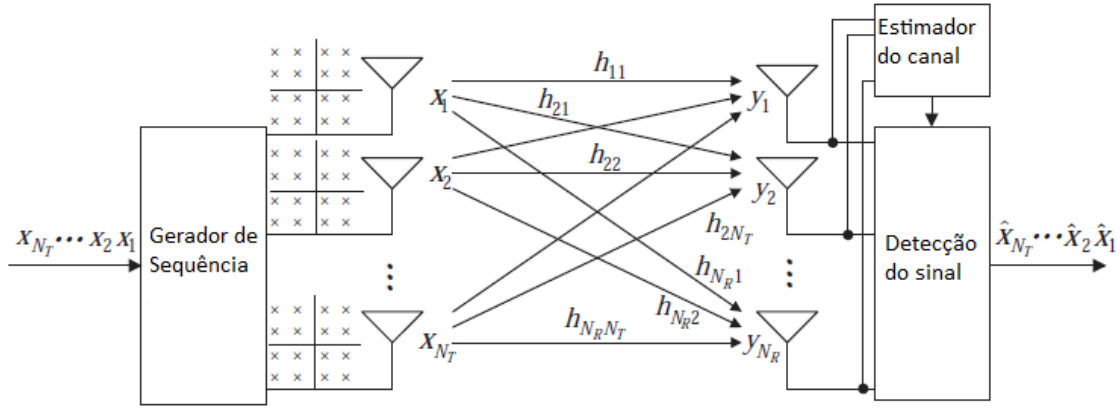


Figura 3.1: Sistemas MIMO Espacialmente Multiplexados.

3.1 Detecção linear do sinal

O método de detecção linear do sinal trata todos os sinais transmitidos como interferências, exceto pelo sinal desejado enviado pela antena de transmissão apropriada. Portanto, sinais interferentes de outras antenas de transmissão são minimizados ou anulados na detecção do sinal desejado. Para facilitar a detecção dos sinais desejados para cada antena, o efeito do canal é invertido por uma matriz $N_T \times N_R$ de pesos \mathbf{W} , de tal forma que

$$\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_{N_T}]^T = \mathbf{W}\mathbf{y}, \quad (3.2)$$

isso é, a detecção de cada símbolo é feita por uma combinação linear dos sinais recebidos. Os métodos padrões de detecção linear são o ZF e o MMSE [1].

3.1.1 Zero-Forcing

A técnica de detecção de sinal ZF anula a interferência usando a seguinte matriz de pesos:

$$\mathbf{W}_{ZF} = (\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^H, \quad (3.3)$$

na qual $(.)^H$ representa a operação de transposta hermitiana. Em outras palavras, o efeito do canal é invertido de acordo com

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}}_{ZF} &= \mathbf{W}_{ZF}\mathbf{y} \\ &= \mathbf{x} + (\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^H\mathbf{z} \\ &= \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{z}}_{ZF},\end{aligned}\tag{3.4}$$

em que $\tilde{\mathbf{z}}_{ZF} = \mathbf{W}_{ZF}\mathbf{z} = (\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^H\mathbf{z}$. Percebe-se que o erro está diretamente ligado à potência de $\tilde{\mathbf{z}}_{ZF}$ (i.e., $\|\tilde{\mathbf{z}}_{ZF}\|_2^2$). Usando a *Singular Value Decomposition* (SVD), decompõe-se \mathbf{H} em $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$, em que $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_R}$ e $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{N_T \times N_T}$ são matrizes unitárias, $\mathbf{\Sigma} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$ é uma matriz retangular, na qual os elementos da diagonal principal são números reais não negativos e os demais elementos são nulos. Assim, a potência do ruído detectado pode ser definida como

$$\begin{aligned}\|\tilde{\mathbf{z}}_{ZF}\|_2^2 &= \|(\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^H\mathbf{z}\|^2 \\ &= \|(\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^2\mathbf{V}^H)^{-1}\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}\mathbf{U}^H\mathbf{z}\|^2 \\ &= \|\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-2}\mathbf{V}^H\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}\mathbf{U}^H\mathbf{z}\|^2 \\ &= \|\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{U}^H\mathbf{z}\|^2.\end{aligned}\tag{3.5}$$

Sabe-se que, dada uma matriz unitária \mathbf{Q} , $\|\mathbf{Q}\mathbf{x}\|^2 = \mathbf{x}^H\mathbf{Q}^H\mathbf{Q}\mathbf{x} = \mathbf{x}^H\mathbf{x} = \|\mathbf{x}\|^2$. Assim, o valor esperado da potência do ruído para esse tipo de detector é dado por

$$\begin{aligned}E\{\|\tilde{\mathbf{z}}_{ZF}\|_2^2\} &= E\{\|\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{U}^H\mathbf{z}\|_2^2\} \\ &= E\{\text{tr}(\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{U}^H\mathbf{z}\mathbf{z}^H\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}^{-1})\} \\ &= \text{tr}(\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{U}^H E\{\mathbf{z}\mathbf{z}^H\}\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}^{-1}) \\ &= \text{tr}(\sigma_z^2\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{U}^H\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}^{-1}) \\ &= \sigma_z^2\text{tr}(\mathbf{\Sigma}^{-2}) \\ &= \sum_{i=1}^{N_T} \frac{\sigma_z^2}{\sigma_i^2}.\end{aligned}\tag{3.6}$$

3.1.2 Minimum Mean Square Error

No intuito de maximizar na detecção a SINR, a matriz de pesos da técnica de detecção MMSE é dada por [1]

$$\mathbf{W}_{MMSE} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma_z^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H. \quad (3.7)$$

Nota-se que para o uso da técnica MMSE é necessária a informação estatística do ruído σ_z^2 [1]. Além disso, percebe-se que o i -ésimo vetor linha $\mathbf{w}_{i,MMSE}$ da matriz de pesos referente a Equação (3.7) é dado pela resolução da seguinte equação de otimização:

$$\mathbf{w}_{i,MMSE} = \arg \max_{\mathbf{w}=(w_1, w_2, \dots, w_{NT})} \frac{|\mathbf{w} \mathbf{h}_i|^2}{\sum_{j=1, j \neq i}^{NT} |\mathbf{w} \mathbf{h}_j|^2 + \|\mathbf{w}\|^2 \sigma_z^2}. \quad (3.8)$$

Usando a Equação (3.7), obtém-se a seguinte relação:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{MMSE} &= \mathbf{W}_{MMSE} \mathbf{y} \\ &= (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma_z^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y} \\ &= \tilde{\mathbf{x}} + (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma_z^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{z} \\ &= \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{z}}_{MMSE}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Novamente, para definir a potência do ruído na detecção, usa-se SVD, em que

$$\begin{aligned} \|\tilde{\mathbf{z}}_{MMSE}\|_2^2 &= \|(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma_z^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{z}\|^2 \\ &= \|(\mathbf{V} \Sigma^2 \mathbf{V}^H + \sigma_z^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{V} \Sigma \mathbf{U}^H \mathbf{z}\|^2. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Devido a $(\mathbf{V} \Sigma^2 \mathbf{V}^H + \sigma_z^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{V} \Sigma = (\mathbf{V} \Sigma^2 \mathbf{V}^H + \sigma_z^2 \mathbf{I})^{-1} (\Sigma^{-1} \mathbf{V}^H)^{-1} = (\Sigma \mathbf{V}^H + \sigma_z^2 \Sigma^{-1} \mathbf{V}^H)^{-1}$ a potência do ruído pode ser expressa como

$$\|\tilde{\mathbf{z}}_{MMSE}\|_2^2 = \|(\Sigma \mathbf{V}^H + \sigma_z^2 \Sigma^{-1} \mathbf{V}^H)^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{z}\|^2 = \|\mathbf{V} (\Sigma + \sigma_z^2 \Sigma^{-1})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{z}\|^2. \quad (3.11)$$

Sabendo-se do fato de que a multiplicação por uma matriz unitária não modifica a norma do vetor, isto é $\|\mathbf{V} \mathbf{x}\|^2 = \|\mathbf{x}\|^2$, o valor esperado da potência do ruído é

dado por

$$\begin{aligned}
E\{\|\tilde{\mathbf{z}}_{MMSE}\|_2^2\} &= E\{\|(\boldsymbol{\Sigma} + \sigma_z^2 \boldsymbol{\Sigma}^{-1})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{z}\|^2\} \\
&= E\{\text{tr}((\boldsymbol{\Sigma} + \sigma_z^2 \boldsymbol{\Sigma}^{-1})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{z} \mathbf{z}^H \mathbf{U} (\boldsymbol{\Sigma} + \sigma_z^2 \boldsymbol{\Sigma}^{-1})^{-1})\} \\
&= \text{tr}((\boldsymbol{\Sigma} + \sigma_z^2 \boldsymbol{\Sigma}^{-1})^{-1} \mathbf{U}^H E\{\mathbf{z} \mathbf{z}^H\} \mathbf{U} (\boldsymbol{\Sigma} + \sigma_z^2 \boldsymbol{\Sigma}^{-1})^{-1}) \\
&= \text{tr}(\sigma_z^2 (\boldsymbol{\Sigma} + \sigma_z^2 \boldsymbol{\Sigma}^{-1})^{-2}) \\
&= \sum_{i=1}^{N_T} \sigma_z^2 \left(\sigma_i + \frac{\sigma_z^2}{\sigma_i} \right)^{-2} \\
&= \sum_{i=1}^{N_T} \frac{\sigma_z^2 \sigma_i^2}{(\sigma_z^2 + \sigma_i^2)^2}
\end{aligned} \tag{3.12}$$

O efeito de realce do ruído durante a filtragem linear é significativo quando o número de condicionamento da matriz do canal é grande, ou seja, a matriz do canal é mal condicionada, possuindo o valor singular mínimo bem pequeno. Se referenciando as equações Equações (3.6) e (3.12), os efeitos de realce do ruído devido ao valor mínimo singular para os detectores lineares ZF e MMSE são respectivamente dados por

$$\begin{aligned}
E\{\|\tilde{\mathbf{z}}_{ZF}\|_2^2\} &= \sum_{i=1}^{N_T} \frac{\sigma_z^2}{\sigma_i^2} \approx \frac{\sigma_z^2}{\sigma_{\min}^2} \\
E\{\|\tilde{\mathbf{z}}_{MMSE}\|_2^2\} &= \sum_{i=1}^{N_T} \frac{\sigma_z^2 \sigma_i^2}{(\sigma_z^2 + \sigma_i^2)^2} \approx \frac{\sigma_z^2 \sigma_{\min}^2}{(\sigma_z^2 + \sigma_{\min}^2)^2},
\end{aligned} \tag{3.13}$$

na qual $\sigma_{\min}^2 = \min[\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_{N_T}^2]$, e comparando as equações dos efeitos de realce do ruído, o uso do MMSE é melhor que o do ZF. Nota-se que se $\sigma_{\min}^2 \gg \sigma_z^2$ e assim, $\sigma_{\min}^2 + \sigma_z^2 \approx \sigma_{\min}^2$, logo, o efeito de realce do ruído dos dois métodos se igualam.

3.2 Exploração da informação sobre o estado do canal na Transmissão

Na seção anterior, assumiu-se que apenas na recepção as informações do canal podem ser obtidas. Já, nessa seção, serão determinadas técnicas de transmissão que exploram informações sobre o estado do canal, o *Channel State Information* (CSI), no transmissor.

O CSI pode ser completo ou parcialmente conhecido no transmissor. Ocasionalmente, somente informações estatísticas do estado do canal podem estar disponíveis. A exploração dessas informações do canal permite o crescimento da

capacidade do canal, melhorando o desempenho em relação aos erros, enquanto reduz a complexidade dos equipamentos [1]. Em um sistema 4×2 MIMO, por exemplo, explorando o CSI completamente conhecido, a capacidade do sistema pode melhorar em até 1.5 bps/Hz [1]. Na prática, entretanto, não é possível obter o CSI completo, devido a sobrecarga de *feedback* e o atraso do mesmo. Em particular, o CSI para um canal variante no tempo não pode ser completamente obtido pelo transmissor e assim, somente informações parciais (e.g., informações estatísticas) podem ser exploradas.

Ao longo dessa seção, será, inicialmente, discutido como obter essas informações do canal e, em seguida, serão definidas técnicas de pré-codificação que são abordagens típicas para a exploração do CSI do lado da transmissão.

3.2.1 Estimação do Canal no Transmissor

Em geral, um transmissor não possui acesso ao seu próprio CSI. Assim, alguns meios indiretos são requeridos para o transmissor. Em sistemas *Time Division Duplexing* (TDD), pode-se explorar a reciprocidade do canal entre os *links* opostos (*downlink* e *uplink*), baseando-se em sinais recebidos no sentido oposto, permitindo uma estimação do canal indireta. Em sistemas *Frequency Division Duplexing* (FDD), no qual, usualmente, não há reciprocidade entre sentidos opostos, o transmissor baseia-se na informação do canal enviada pelo receptor. Em outras palavras, o CSI deve ser estimado nos receptores e assim, enviado aos transmissores.

3.2.1.1 Uso da reciprocidade do canal

Tendo em vista que o ganho do canal em ambos os sentidos são altamente correlacionados, como mostrado na Figura 3.2, as condições do canal em um sentido podem ser obtidas implicitamente através do outro sentido. Em sistemas TDD, os canais direto e reverso tendem a ser recíprocos. A diferença de tempos de transmissão não é insignificante. Entretanto, se a diferença é pequena com relação ao tempo de coerência, uma medida estatística do intervalo de tempo durante o qual a resposta ao impulso do canal pode ser considerada como invariante, a reciprocidade é uma propriedade bastante útil. Em sistemas FDD, todavia, os dois canais usam diferentes frequências de rádio [1]. Assim, a reciprocidade não se mantém.

O efeito real nos canais sem-fio devem incluir características dos elementos de *Radio Frequency* (RF). Normalmente, as características de rádio frequência, RF,

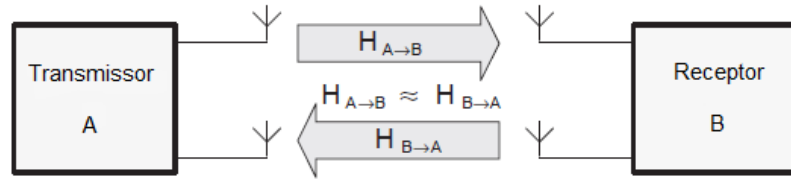


Figura 3.2: Reciprocidade de um Canal Sem-Fio.

nos canais diretos são diferentes das características dos canais reversos e essas diferenças devem ser de alguma forma compensadas para se poder tirar vantagem da reciprocidade do canal.

3.2.1.2 CSI *Feedback*

Uma outra abordagem possível para obter as condições do canal nos transmissores é usar um canal de *feedback* explícito vindo dos receptores, como mostrado na Figura 3.3. Ao contrário do que ocorre no uso da reciprocidade, a compensação para a diferença de características de RF não é necessária nesse método. A fim de prevenir as mudanças das informações do canal ao longo do tempo, o atraso do *feedback* Δ_t deve ser igual ou menor que o tempo de coerência T_c , isto é,

$$\Delta_t \leq T_c. \quad (3.14)$$

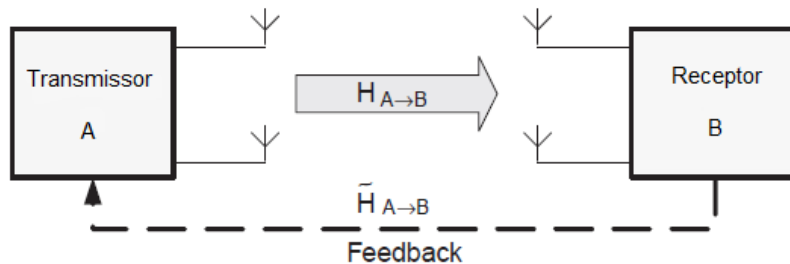


Figura 3.3: *Feedback* do CSI para o lado da transmissão.

Sua principal desvantagem é a necessidade de um recurso adicional para transmitir o *feedback*. A quantidade de informação presente no *feedback* aumenta de acordo com o aumento do número de antenas. Por isso, o problema de sobrecarga pode se tornar crítico quando se trata de sistemas de múltiplas antenas [1].

Quando os canais estão sujeitos a um rápido desvanecimento, o tempo de coerência é pequeno, conseqüentemente requer-se informações de *feedback* mais frequentes para obedecer a restrição imposta pela Equação (3.14). O CSI estimado na recepção pode ser comprimido para reduzir a sobrecarga de *feedback*. Uma abordagem particular é a de quantizar os ganhos do canal. Chama-se então de $Q_{quant}(\mathbf{H})$ a função de quantização dos ganhos do canal \mathbf{H} . Assim, o ganho do canal pode ser quantizado de modo que minimize o erro quadrático médio $E\{\|\mathbf{H} - Q_{quant}(\mathbf{H})\|^2\}$.

Uma outra abordagem é usar um *codebook* que é compartilhado entre o transmissor e o receptor. O *codebook* é um conjunto de “palavras-código”, chamadas de *codewords*, que são vetores quantizados para representar as condições do canal. Nesse mecanismo, os ganhos do canal são estimados nos receptores. Em vez de enviar o CSI completo, apenas um índice correspondente é enviado aos transmissores. Cada índice é representado por B bits, havendo então um total de $L = 2^B$ *codewords* presentes no *codebook*. Nota-se que L refere-se ao tamanho do *codebook*. Considerando \mathbf{W}_i a i -ésima *codeword*, dado que $i = 1, 2, \dots, L$. Para um dado *codebook* $\mathfrak{F} = \{\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \mathbf{W}_3, \dots, \mathbf{W}_L\}$, a *codeword* é selecionada através de uma função de mapeamento $f(\cdot)$. Para um dado canal \mathbf{H} , o método de *codebook* pode ser representado por

$$\mathbf{W}_{opt} = f(\mathbf{H}) \in \mathfrak{F} = \{\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \mathbf{W}_3, \dots, \mathbf{W}_L\} \quad (3.15)$$

em que \mathbf{W}_{opt} é a *codeword* que melhor representa \mathbf{H} de acordo com a função de mapeamento $f(\cdot)$. Entretanto, o problema para projetar o *codebook* persiste. Deve-se determinar as *codewords* que quantizam o canal com a menor distorção possível. Os métodos para o projetar *codebooks* são expostos nas seguintes seções.

3.2.2 Pré-codificação OSTBC

Considerando um sistema *Multiple-Input and Single-Output* (MISO) com N_T antenas de transmissão, sendo assim, $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{1 \times N_T}$ e com $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{M \times T}$ denotando uma *codeword* de tamanho M , representada por

$$\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1 \mathbf{c}_2 \dots \mathbf{c}_T] \quad (3.16)$$

em que $\mathbf{c}_k = [c_{k,1} c_{k,2} \dots c_{k,M}]^T$, $k = 1, 2, \dots, T$ e $M \leq N_T$. Em sistemas pré-codificados *Orthogonal Space-Time Block Code* (OSTBC), a *codeword* \mathbf{C} é multiplicada por uma matriz de pré-codificação $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{N_T \times M}$, que é escolhida através do *codebook* $\mathfrak{F} = \{\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \mathbf{W}_3, \dots, \mathbf{W}_L\}$. O objetivo é escolher a *codeword* apropriada que irá melhorar o desempenho do sistema em geral, por exemplo, aumentar a capacidade do canal ou reduzir a taxa de erro de bits. Considerando que os N_T canais permaneçam estáticos de acordo com o tempo de coerência, o sinal recebido $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{1 \times T}$ pode ser expresso por

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{E_x}{N_T}} \mathbf{h} \mathbf{W} \mathbf{C} + \mathbf{z}, \quad (3.17)$$

em que E_x representa a energia do sinal transmitido.

A probabilidade de erro da *codeword* para a Equação (3.17) é calculada para o dado canal \mathbf{h} e uma matriz de pré-codificação \mathbf{W} de acordo com a probabilidade condicional $\Pr(\mathbf{C}_i \rightarrow \mathbf{C}_j | \mathbf{h})$. Essa é a probabilidade de que a *codeword* \mathbf{C}_i seja transmitida enquanto que \mathbf{C}_j com $j \neq i$ é decodificada. Essa probabilidade, de acordo com [1], é dada por

$$\Pr(\mathbf{C}_i \rightarrow \mathbf{C}_j | \mathbf{H}) = Q \left(\sqrt{\frac{\rho \|\mathbf{H} \mathbf{W} \mathbf{E}_{i,j}\|_F^2}{2N_T}} \right) \leq \exp \left(-\frac{\rho \|\mathbf{H} \mathbf{W} \mathbf{E}_{i,j}\|_F^2}{4N_T} \right) \quad (3.18)$$

em que ρ é a relação sinal ruído, SNR, dada por $\rho = E_x/N_0$, e $\mathbf{E}_{i,j}$ é a matriz de erros entre as *codewords* \mathbf{C}_i e \mathbf{C}_j , sendo definida como $\mathbf{E}_{i,j} = \mathbf{C}_i - \mathbf{C}_j$ para um dado esquema de codificação espaço-temporal, *Space-Time Block Code* (STBC). De acordo com a Equação (3.18), nota-se que $\|\mathbf{H} \mathbf{W} \mathbf{E}_{i,j}\|_F^2$ precisa ser maximizado para minimizar a probabilidade de erro. Então, o critério de seleção da *codeword* apropriada é dado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{opt} &= \arg \max_{\mathbf{W} \in \mathfrak{F}, i \neq j} \|\mathbf{H} \mathbf{W} \mathbf{E}_{i,j}\|_F^2 \\ &= \arg \max_{\mathbf{W} \in \mathfrak{F}, i \neq j} \text{tr}(\mathbf{H} \mathbf{W} \mathbf{E}_{i,j} \mathbf{E}_{i,j}^H \mathbf{W}^H \mathbf{H}^H) \\ &= \arg \max_{\mathbf{W} \in \mathfrak{F}} \text{tr}(\mathbf{H} \mathbf{W} \mathbf{W}^H \mathbf{H}^H) \\ &= \arg \max_{\mathbf{W} \in \mathfrak{F}} \|\mathbf{H} \mathbf{W}\|_F^2 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Durante a obtenção da Equação (3.19), considerou-se o fato de que a matriz de erro do OSTBC tem a propriedade $\mathbf{E}_{i,j}\mathbf{E}_{i,j}^H = a\mathbf{I}$ sendo a uma constante. Quando a restrição $\mathbf{W} \in \mathfrak{F}$ não é imposta, a solução ótima \mathbf{W}_{opt} não é única, dado que considerando \mathbf{Z} uma matriz unitária, $\|\mathbf{H}\mathbf{W}_{opt}\|_F^2 = \|\mathbf{H}\mathbf{W}_{opt}\mathbf{Z}\|_F^2$. A solução ótima sem restrições da Equação (3.19) pode ser obtida pela decomposição SVD do canal $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$, na qual os elementos da diagonal principal de $\mathbf{\Sigma}$ estão em ordem decrescente. De acordo com [1], a solução ótima da Equação (3.19) é dada pelas M colunas mais à esquerda de \mathbf{V} , isto é,

$$\mathbf{W}_{opt} = [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \cdots \ \mathbf{v}_M] \triangleq \mathbf{V}. \quad (3.20)$$

Como \mathbf{V} é unitário, $\lambda_i(\mathbf{W}_{opt}) = 1$, $i = 1, 2, \dots, M$, em que $\lambda_i(\mathbf{A})$ denota o i -ésimo maior autovalor da matriz \mathbf{A} . Caso o canal não seja determinístico, o seguinte critério é utilizado para projetar o *codebook* [1]:

$$E \left\{ \min_{\mathbf{W} \in \mathfrak{F}} (\|\mathbf{H}\mathbf{W}_{opt}\|_F^2 - \|\mathbf{H}\mathbf{W}\|_F^2) \right\}. \quad (3.21)$$

O valor esperado acima é obtido de acordo com o canal aleatório \mathbf{H} . Esse valor esperado tem o limite superior dado por

$$E \left\{ \min_{\mathbf{W} \in \mathfrak{F}} (\|\mathbf{H}\mathbf{W}_{opt}\|_F^2 - \|\mathbf{H}\mathbf{W}\|_F^2) \right\} \leq E \{ \lambda_1^2 \{ \mathbf{H} \} \} E \left\{ \min_{\mathbf{W} \in \mathfrak{F}} \frac{1}{2} \|\mathbf{V}\mathbf{V}^H - \mathbf{W}\mathbf{W}^H\|_F^2 \right\}. \quad (3.22)$$

Visto que $\lambda_1^2(\mathbf{H})$ é obtido, o *codebook* deve ser projetado de modo que minimize $E \left\{ \min_{\mathbf{W} \in \mathfrak{F}} \frac{1}{2} \|\mathbf{V}\mathbf{V}^H - \mathbf{W}\mathbf{W}^H\|_F^2 \right\}$ na Equação (3.22). Esse problema de minimização pode ser formulado em um problema Grassmaniano. A medida de desempenho nesse tipo de problema é a distância cordal, que é definida por

$$d(\mathbf{W}_k, \mathbf{W}_l) = \frac{1}{\sqrt{2}} \|\mathbf{W}_k\mathbf{W}_k^H - \mathbf{W}_l\mathbf{W}_l^H\|_F. \quad (3.23)$$

Para canais aleatórios, o *codebook* ótimo é projetado para maximizar a distância cordal mínima $\delta_{\min} = \min_{k \neq l, 1 \leq k, l \leq L} d(\mathbf{W}_k, \mathbf{W}_l)$. Essa situação é ilustrada na Figura 3.4.

Resolver esse problema para valores arbitrários como N_T antenas de transmissão, comprimento da *codeword* M e *codebook* de tamanho L consome uma grande

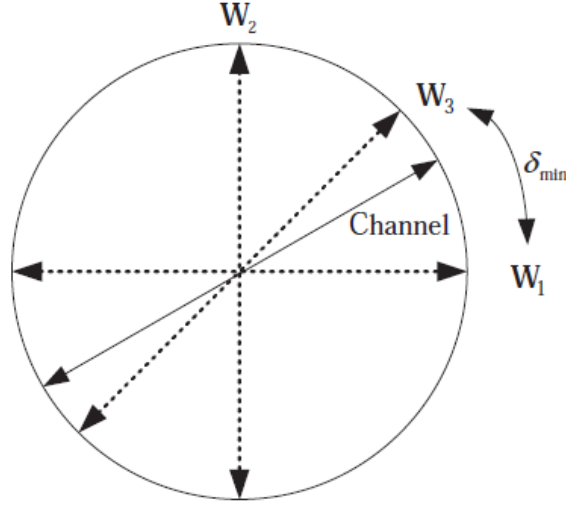


Figura 3.4: Cálculo da distância cordal.

quantidade de tempo. Ao contrário disso, considera-se um método de projeto sub-ótimo já utilizado. Um método de projeto particular é usar matrizes obtidas através da transformada de Fourier, *Discrete Fourier Transform* (DFT), neste caso, o *codebook* é dado por

$$\mathfrak{F} = \{\mathbf{W}_{\text{DFT}}, \theta \mathbf{W}_{\text{DFT}}, \dots, \theta^{L-1} \mathbf{W}_{\text{DFT}}\}. \quad (3.24)$$

A primeira *codeword* \mathbf{W}_{DFT} é obtida selecionando-se M colunas da matriz $N_T \times N_T$ da DFT, na qual as (k, l) -ésimas entradas são dadas por $e^{j2\pi(k-1)(l-1)/N_T} / \sqrt{N_T}$, $k, l = 1, 2, \dots, N_T$. Além disso, θ é uma matriz diagonal dada por

$$\theta = \text{diag}([e^{j2\pi u_1/N_T} \ e^{j2\pi u_2/N_T} \ \dots \ e^{j2\pi u_{N_T}/N_T}]), \quad (3.25)$$

com as variáveis $\{u_i\}_{i=1}^{N_T}$ livres para serem determinadas. Dada a primeira *codeword* \mathbf{W}_{DFT} , as $(L - 1)$ *codewords* restantes são obtidas pela multiplicação de \mathbf{W}_{DFT} por θ^i , $i = 1, 2, \dots, L - 1$. Essas variáveis livres são determinadas de forma que a distância cordal mínima seja maximizada, isto é,

$$\mathbf{u} = \arg \max_{\{u_1, u_2, \dots, u_{N_T}\}} \min_{l=1, 2, \dots, N_T-1} d(\mathbf{W}_{\text{DFT}}, \theta^l \mathbf{W}_{\text{DFT}}). \quad (3.26)$$

A especificação do *Institute of Electrical and Electronics Engineers* (IEEE), IEEE 802.16e, emprega esse método para sistemas WiMAX. A Tabela 3.2.2 mostra valores

de $\mathbf{u} = [u_1, u_2 \cdots u_{N_T}]$ que são adotados na especificação IEEE 802.16e para vários valores de N_T , M , e L . Por exemplo, quando $N_T = 4$, $M = 3$, e $L = 64$, \mathbf{W}_1 é dado por

$$\mathbf{W}_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{j2\pi \cdot 1 \cdot 2/4} & e^{j2\pi \cdot 1 \cdot 3/4} \\ 1 & e^{j2\pi \cdot 2 \cdot 2/4} & e^{j2\pi \cdot 2 \cdot 3/4} \\ 1 & e^{j2\pi \cdot 3 \cdot 2/4} & e^{j2\pi \cdot 3 \cdot 3/4} \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

As demais matrizes de pré-codificação \mathbf{W}_i são obtidas por

$$\mathbf{W}_i = \text{diag} \left([e^{j2\pi \cdot 1/4} \ e^{j2\pi \cdot 8/4} \ e^{j2\pi \cdot 61/4} \ e^{j2\pi \cdot 45/4}] \right)^{i-1} \mathbf{W}_1, \quad i = 2, 3, \dots, 64. \quad (3.28)$$

Tabela 3.1: Parâmetros do *codebook* para OSTBC na especificação IEEE802.16e

N_T	M	L/F_B	\mathbf{c}	\mathbf{u}
número de Tx antenas	número de <i>streams</i>	tamanho do <i>codebook</i> (bits de <i>feedback</i>)	índices das colunas	vetor de rotação
2	1	8/(3)	[1]	[1,0]
3	1	32/(5)	[1]	[1,26,28]
4	2	32/(5)	[1,2]	[1,26,28]
4	1	64/(6)	[1]	[1,8,61,45]
4	2	64/(6)	[0,1]	[1,7,52,56]
4	3	64/(6)	[0,2,3]	[1,8,61,45]

3.2.3 Pré-codificação de sistemas com multiplexagem espacial

A informação do canal, CSI, pode ser explorada no transmissor não somente para sistemas OSTBC, mas também para sistemas SM-MIMO com o canal $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$ [1]. Um dos métodos sugeridos para o uso do CSI para sistemas espacialmente multiplexados é a pré-equalização linear. Como ilustrado na Figura 3.5, emprega-se o uso da pré-equalização no lado da transmissão, equivalente ao uso da pré-codificação na seção anterior.

A pré-equalização é representada por uma matriz de pesos $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{N_T \times N_T}$ e,

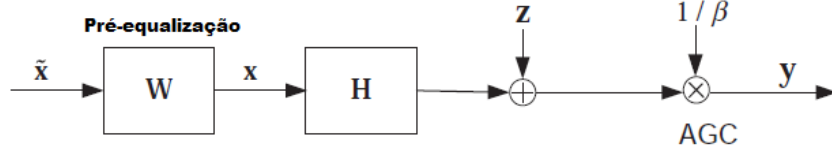


Figura 3.5: Pré-equalização Linear.

assim, o vetor símbolo pré-codificado $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_T \times 1}$ é expresso por

$$\mathbf{x} = \mathbf{W}\tilde{\mathbf{x}}, \quad (3.29)$$

no qual $\tilde{\mathbf{x}}$ é o vetor símbolo original para a transmissão. Quando ZF é empregado, a matriz de pesos correspondente (considerando que a matriz do canal é quadrada) é dada por

$$\mathbf{W}_{ZF} = \beta \mathbf{H}^{-1}, \quad (3.30)$$

em que β é uma constante para se conhecer a restrição à potência total transmitida após a pré-equalização e é dada por

$$\beta = \sqrt{\frac{N_T}{\text{Tr}(\mathbf{H}^{-1}(\mathbf{H}^{-1})^H)}}. \quad (3.31)$$

Para compensar o efeito da amplificação ocasionada pela constante β na transmissão, o sinal recebido deve ser dividido por β através de um controle automático de ganho, *Automatic Gain Control* (AGC) na recepção, como ilustrado na Figura 3.5. O sinal recebido \mathbf{y} é dado por

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \frac{1}{\beta} (\mathbf{H}\mathbf{W}_{ZF}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{z}) \\ &= \frac{1}{\beta} (\mathbf{H}\beta\mathbf{H}^{-1}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{z}) \\ &= \tilde{\mathbf{x}} + \frac{1}{\beta}\mathbf{z} \\ &= \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{z}} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Além da pré-equalização por ZF, a pré-equalização usando o critério MMSE

também pode ser utilizada. Nesse caso, a matriz de pesos é dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{MMSE} &= \beta \arg \min_{\mathbf{W}} \mathbb{E} \left\{ \left\| \beta^{-1} (\mathbf{H}\mathbf{W}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{z}) - \tilde{\mathbf{x}} \right\|^2 \right\} \\ &= \beta \mathbf{H}^H \left(\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \frac{\sigma_z^2}{\sigma_x^2} \mathbf{I} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (3.33)$$

em que a constante β é usada novamente para se conhecer a restrição à potência total transmitida. Esta é calculada pela Equação (3.31), substituindo \mathbf{H}^{-1} por $\mathbf{H}^H \left(\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \frac{\sigma_z^2}{\sigma_x^2} \mathbf{I} \right)^{-1}$. Nota-se que o esquema de pré-equalização na transmissão supera a equalização na recepção. Isso ocorre devido a equalização do lado da recepção ser prejudicada com a presença do ruído ao longo da equalização.

Diante dos métodos de detecção linear aqui definidos, das formas de como explorar o CSI na transmissão e das técnicas de pré-codificação, pode-se envolver esses elementos com a técnica de CS apresentada no Capítulo 2 e assim definirmos a metodologia do trabalho, a qual será apresentada no Capítulo 4.

Compressive Sensing Aplicado em *Feedback* Limitado

Nesse capítulo é apresentada a proposta desse trabalho para a obtenção dos resultados. Inicialmente, define-se o modelo de sistema junto dos esquemas utilizados quando se considera o canal com *feedback* limitado. Em seguida, a grande vantagem da utilização de um esquema , CS, é exibida. Ela consiste basicamente na redução da quantidade de *feedback* enviado às antenas de transmissão. Por fim, foram considerados os erros diante da quantização, a presença do ruído no canal de *feedback* e o erro de estimação do canal, sendo essa última análise feita somente diante do esquema de CS.

4.1 Modelo do Sistema

Considerou-se um sistema de comunicações sem fio com N_T antenas de transmissão e N_R antenas de recepção, como mostrado na Figura 4.1. O sinal recebido nas N_R antenas é escrito por

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{z}, \tag{4.1}$$

onde $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_{N_t}]^T$ é a matriz do canal com valores complexos Gaussianos aleatórios (i.i.d) com média nula e variância unitária, \mathbf{z} representa o ruído branco (AWGN) e \mathbf{x} é o vetor precodificado que satisfaz a restrição na potência de transmissão média $E\{\mathbf{x}^H\mathbf{x}\} = 1$.

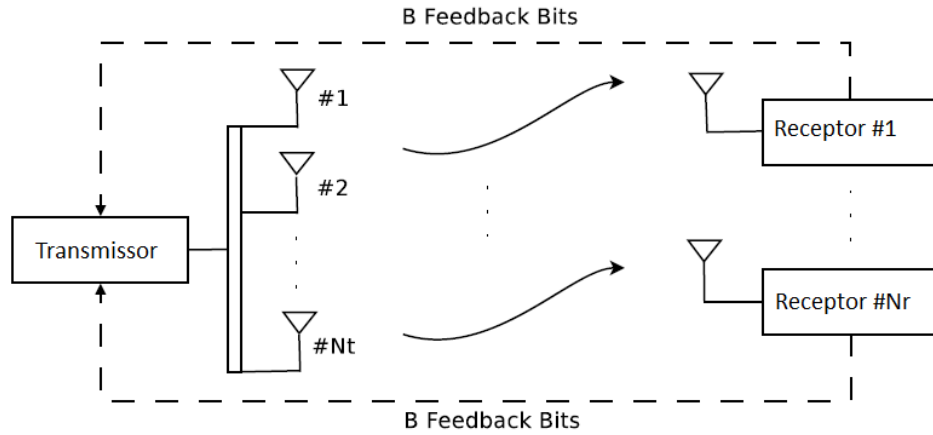


Figura 4.1: Sistema SM-MIMO com *feedback* limitado.

O cálculo da BER para o sistema dado pela Equação (4.1) na recepção pode ser feito através dos métodos de detecção linear ZF e MMSE vistos nas Seções 3.1.1 e 3.1.2, respectivamente [4,5]. Como dito anteriormente, esses métodos tratam todos os sinais transmitidos como sinais interferentes, exceto o sinal desejado. Para facilitar a detecção dos sinais desejados por cada antena, o efeito do canal é invertido por uma matriz de pesos \mathbf{W} , tal que

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{W}\mathbf{x} + \mathbf{z}, \quad (4.2)$$

em que \mathbf{W} para cada um dos métodos foi definido nas Seções 3.1.1 e 3.1.2, respectivamente. A matriz \mathbf{W} é calculada nas antenas receptoras e elas o enviam para as antenas transmissoras, ou seja, \mathbf{W} representa o CSI. Para os nossos objetivos foi considerado que \mathbf{W} pudesse ser perfeitamente estimado nos receptores e o canal de *feedback* é livre de atrasos. Entretanto, como mostrado na Figura 4.1, o canal de *feedback* é limitado, então o CSI não é completamente obtido pelas antenas transmissoras. Assim, a BER não é a mesma se for comparada aos métodos ZF e MMSE com o CSI completo. Nesse trabalho, considerou-se que o canal com *feedback* limitado possui dois esquemas a serem utilizados: *Quantization Codebook* (QC) e *Compressive Sensing* (CS).

4.1.1 *Quantization Codebook*

Em um canal com *feedback* limitado, cada antena de recepção quantiza o ganho do canal usando B bits e envia B bits para as antenas transmissoras. A quantização

é feita usando um QC conhecido entre as antenas de transmissão e recepção. Tipicamente, cada antena de recepção usa um *codebook* diferente para prevenir que múltiplas antenas quantizem seus ganhos do canal em um mesmo vetor de quantização [4]. Um QC, dado por $\mathbf{C} = \{\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_{2^B}\}$, consiste de 2^B vetores representando cada um deles uma *codeword*. Cada *codeword* \mathbf{c}_i possui norma unitária e comprimento igual ao número de antenas transmissoras N_T . Nesse trabalho, a geração das *codewords* e conseqüente geração do *codebook* é baseada nos parâmetros para OSTBC especificados na Seção 3.2.2.

A antena de recepção quantiza o ganho do canal no vetor de quantização (*codeword*) mais próximo ao próprio ganho do canal. Essa proximidade é medida em termos do ângulo entre os dois vetores ou, equivalentemente, em termos do produto interno. Assim, uma determinada antena de recepção i obtém o índice de quantização F_i de acordo com [3]

$$\begin{aligned} F_i &= \arg \max_{j=1, \dots, 2^B} |\mathbf{h}_i^H \mathbf{c}_j| \\ &= \arg \min_{j=1, \dots, 2^B} \sin^2(\angle(\mathbf{h}_i, \mathbf{c}_j)), \end{aligned} \quad (4.3)$$

e envia esse índice a uma determinada antena de transmissão. A escolha do *codebook* e das *codewords* significativamente afeta a qualidade do CSI fornecido as antenas de transmissão, isso é, quanto maior o *codebook*, este terá mais *codewords*, melhor será a qualidade do CSI. Por outro lado, mais bits de *feedback* são necessários.

4.1.2 Compressive Sensing

O outro esquema utilizado para o canal com *feedback* limitado é baseado em CS na tentativa de reduzir a quantidade de *feedback* enviado pelas antenas receptoras. Essa redução é feita através da compressão do CSI utilizando CS. Porém, como visto no Capítulo 2, para o uso de CS necessita-se que o sinal seja esparso e de acordo com as características de \mathbf{H} este não é esparso.

Assim, em [4] foi proposto um método para a aproximação esparsa do CSI. Da mesma forma que o QC, uma matriz $N_t \times 2^B$, $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1 \dots \mathbf{q}_m \dots \mathbf{q}_{2^B}]$, chamada de dicionário é requerida. Definido o dicionário, o método consiste de três passos:

- i. **Seleção de colunas:** As S colunas mais correlacionadas com seu próprio CSI (\mathbf{h}) são selecionadas. Considera-se $\pi(i)$ o i -ésimo índice mais correlacionado

com o vetor ganho do canal. Cada antena de recepção seleciona a coluna mais correlacionada diante do conjunto de índices $\Lambda_0 = \{1, \dots, m, \dots, 2^B\}$ do dicionário \mathbf{Q} , ou seja, $\pi(1) = \arg \max_{m \in \Lambda_0} |\langle \mathbf{q}_m, \mathbf{h} \rangle|$. Após selecionar $i - 1$ colunas, a i -ésima deve ser selecionada de acordo com o determinado conjunto de índices $\Lambda_{i-1} = \{m | m \in \Lambda_{i-2} \text{ and } m \neq \pi(i-1)\}$, ou seja, $\pi(i) = \arg \max_{m \in \Lambda_{i-1}} |\langle \mathbf{q}_m, \mathbf{h} \rangle|$. Esse processo é contínuo até que S sejam escolhidas. Forma-se assim o conjunto de índices para as colunas selecionadas $\Pi(i) = \{\pi(1), \dots, \pi(S)\}$. Visto que esse procedimento pode encontrar o subespaço de dimensão S maximamente correlacionado com \mathbf{h} a partir do dicionário \mathbf{Q} sobre o domínio complexo de dimensão N_T , o erro de aproximação pode ser minimizado.

- ii. **Aproximação do CSI:** O vetor de ganho \mathbf{h} de cada antena de recepção é aproximado pelas S colunas selecionadas de acordo o mínimo erro médio quadrático, isto é

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(\Pi) &= \arg \min_{\mathbf{a}(\Pi)} \|\mathbf{h} - \mathbf{Q}(\Pi)\mathbf{a}(\Pi)\|^2 \\ &= \mathbf{Q}(\Pi)^\dagger \mathbf{h} = (\mathbf{Q}(\Pi)^H \mathbf{Q}(\Pi))^{-1} \mathbf{Q}(\Pi)^H \mathbf{h}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

onde $\mathbf{Q}(\Pi)$ é uma matriz $N_t \times S$ que consiste dos vetores coluna correspondentes a Π , $\mathbf{s}(\Pi)$ é o vetor coeficiente ideal para $\mathbf{Q}(\Pi)$ e $\mathbf{a}(\Pi)$ é um vetor candidato a $\mathbf{s}(\Pi)$.

- iii. **Criação do CSI esparso:** O $2^B \times 1$ CSI esparso pode ser obtido por:

$$\tilde{\mathbf{h}} = \mathbf{Q}(\Pi)\mathbf{s}(\Pi) = \mathbf{Q}\mathbf{s}. \quad (4.5)$$

onde $\tilde{\mathbf{h}}$ é o valor estimado de \mathbf{h} . Na primeira igualdade, o fato de que $\mathbf{Q}(\Pi)$ e $\mathbf{s}(\Pi)$ são dependentes de Π faz com que seja difícil se projetar uma matriz de compressão para CS universal, que não depende do vetor ganho do canal. Para projetar uma dada matriz de compressão universal, deve-se redefinir $\tilde{\mathbf{h}}$ de acordo com a segunda igualdade da Equação (4.5) com \mathbf{Q} sendo independente de Π e \mathbf{s} contendo somente S elementos não nulos correspondentes a Π .

Assim, \mathbf{s} é S -esparso e CS pode ser utilizado para comprimir essa informação e esta ser enviada as antenas de transmissão, assim, analogamente a Equação (2.2),

tem-se que

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{s}, \quad (4.6)$$

em que \mathbf{A} é a matriz de sensoriamento $M \times 2^B$, \mathbf{b} representa o CSI comprimido, \mathbf{s} pode ser recuperado por um dos algoritmos citados anteriormente na Seção 2.1 nas antenas de transmissão e assim, \mathbf{h} pode ser estimado por $\mathbf{h} = \mathbf{Q}\mathbf{s}$.

Apresentados os dois esquemas que são utilizados para canais com *feedback* limitado tem-se que a diferença entre eles está na quantidade de informação mútua que terá que existir tanto nas antenas de transmissão quanto nas antenas de recepção. Isto é, em QC essas antenas devem ter informação do *codebook* \mathbf{C} usado por cada antena. Por outro lado, em CS, as antenas devem conhecer o dicionário \mathbf{Q} e a matriz de sensoriamento \mathbf{A} .

4.2 Redução da Quantidade de *Feedback*

Para esse trabalho, foram considerados dois sistemas SM-MIMO. O primeiro deles possui $N_T = N_R = 4$ e o segundo $N_T = N_R = 8$. O valor da esparsidade $S = 1$ foi a mesma para ambos os sistemas. Quando foi simulado o segundo sistema com $N_T = N_R = 8$, para esparsificar a matriz 8×8 de ganhos do canal \mathbf{H} foi necessário dividi-la em quatro matrizes 4×4 para que se pudesse usar o mesmo valor de esparsidade S e número de medidas M que são utilizados no primeiro sistema ($N_T = N_R = 4$). Assim, é obtida a mesma redução da quantidade de *feedback* em ambos os casos. S pode ser recuperado com alta probabilidade à medida que M seja suficientemente grande e \mathbf{A} satisfaça RIP [20]. Visto que \mathbf{A} é uma matriz i.i.d Gaussian, de acordo com [6], M deve satisfazer

$$M \geq kS \log_2(N_T/S), \quad (4.7)$$

em que k é uma constante. Considerando-se $k = 1$, obtém-se $M = 2$, que foi usado em todas as simulações.

Definidos esses parâmetros, a redução da quantidade de *feedback* é calculada para os dois sistemas utilizados. Tem-se o seguinte exemplo que serve para qualquer

valor de B bits:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{12B} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{22B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0_{11} \\ \vdots \\ z \\ \vdots \\ 0_{12B} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix}, \quad (4.8)$$

em que a Equação (4.8) é a representação matricial da Equação (4.6). Dado que $S = 1$, \mathbf{z} contém somente um elemento não nulo e essa representação esparsa pode ser comprimida em $M = 2$ medidas, igual ao comprimento de \mathbf{b} . Considerando $N_T = N_R = 4$, significa que $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \mathbf{h}_3, \mathbf{h}_4]^T$ e cada \mathbf{h} pode ser comprimido em \mathbf{b} . Então, a quantidade de *feedback* necessária para esse caso pode ser demonstrada pela seguinte representação matricial:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

Essa quantidade de *feedback* é menor que a utilizada pelo QC, já que cada vetor \mathbf{h} deve ser representado por uma *codeword* \mathbf{c} e seu tamanho é N_T . Assim, a quantidade de *feedback* necessária pelo QC, nesse caso, é 16 e no caso de CS é 8, que é representado por cada valor da Equação (4.9). Isso significa que, utilizando CS, a quantidade de *feedback* pode ser reduzida ? metade quando se comparada com o QC. Isso está de acordo com a taxa de compressão fornecida por [2]:

$$\eta = T_M / (N_T N_R), \quad (4.10)$$

na qual T_M representa o número total de medidas. A mesma taxa de compressão (η) é obtida quando $N_T = N_R = 8$, visto que, como explicado anteriormente, cada antenna de recepção separa em dois vetores 4×1 o vetor 8×1 que representa o CSI calculado nela.

A redução da quantidade de *feedback* atingida pelo uso de CS, por outro lado, apresenta dois fatores limitantes quando comparados ? QC e devem ser considerados na decisão de qual esquema utilizar. São eles: a quantidade de memória requerida

e a complexidade computacional. O comparativo entre os dois esquemas para cada um deles é exibido na Tabela 4.1, notando-se que um valor complexo é salvo por um ponto flutuante de dupla precisão (64bits/valor).

Tabela 4.1: Comparação da quantidade de memória requerida e da complexidade computacional.

	Compressive Sensing	Quantization Codebook
Quantidade de memória requerida	$\underbrace{64 \times N_t \times 2^B}_{\text{dictionary}}$ $+ \underbrace{64 \times C \times 2^B}_{\text{measurement matrix}}$	$\underbrace{64 \times N_t \times 2^B}_{\text{codebook}}$
Complexidade computacional	$\underbrace{S \times N_t \times 2^B}_{\text{max. correlation}} + \underbrace{S \times C}_{\text{compression}}$ $+ \underbrace{N_t^3 + S(N_t^2 + N_t)}_{\text{sparse approximation}}$	$\underbrace{N_t \times 2^B}_{\text{max. correlation}}$

4.3 Erro de Quantização, Ruído e Erro de Estimação do Canal

Considerando o canal de *feedback* sem qualquer interferência, usando a técnica de CS, as antenas transmissoras recebem \mathbf{b} medidas de acordo com a Equação (4.6) e resolvem através de algum algoritmo previamente sugerido, por exemplo, a minimização da norma l_1 dada pela Equação (2.11). Porém, isso não representa um modelo realístico. Para aumentar o uso de CS como uma técnica para reduzir a quantidade de *feedback*, algumas modificações foram feitas. Primeiramente, foi considerado que as antenas receptoras quantizam e modulam as \mathbf{b} medidas. Dependendo do nível de quantização L , após a resolução do problema de otimização, Equação (2.11), as antenas de transmissão podem não obter uma reconstrução precisa e o CSI obtido acaba não sendo uma boa estimativa.

Outro parâmetro que também deve ser considerado é a presença do ruído no canal de *feedback*. Assim, o *feedback* recebido \mathbf{f} pode ser escrito por

$$\mathbf{f} = \mathbf{H}\mathbf{b} + \mathbf{w}, \quad (4.11)$$

onde \mathbf{w} é como \mathbf{z} na Equação (4.1), um ruído branco Gaussiano (AWGN). Já \mathbf{H}

é totalmente distinto do canal direto usado na Equação (4.1), visto que não foi considerada a reciprocidade do canal. Mas as suas características são as mesmas. Além de \mathbf{H} , outra diferença entre os canais diretos e reversos são as modulações utilizadas. No primeiro caso, foi utilizada a *Quadrature Amplitude Modulation* (QAM) com 4 símbolos, 4-QAM, e no segundo a modulação *Binary Phase Shift Keying* (BPSK). Retornando ao tema da seção, assim como o nível de quantização, o ruído pode corromper as \mathbf{b} medidas e a estimação do CSI pode não ser a desejada, dependendo da potência do ruído.

Por fim, o erro de estimação do canal também foi considerado. A utilização desse parâmetro consiste em adicionar erros a matriz de pesos \mathbf{W} , ou seja, a estimação do canal deixa de ser perfeita na recepção. Com a adição dos erros, a matriz \mathbf{W} pode ser escrita por

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_{\text{perf}} + \mathbf{G}\mathbf{z} \quad (4.12)$$

onde \mathbf{W}_{perf} representa a estimação perfeita considerada inicialmente, G representa um fator de multiplicação e \mathbf{z} , assim como na Equação 4.1, um ruído branco Gaussiano (AWGN).

No capítulo seguinte, diante da compreensão do funcionamento da aplicação de CS em canais com *feedback* limitado, são exibidos os resultados obtidos.

Capítulo 5

Resultados

Nesse capítulo são exibidos e descritos os resultados obtidos através das simulações realizadas. Dividimos a análise de desempenho, o comportamento da BER diante do aumento da SNR para os dois métodos de detecção linear, ZF e MMSE, da seguinte maneira:

- i. Comparativos entre os métodos CS e QC para duas diferentes quantidades de bits de *feedback*, duas diferentes quantidades de antenas de transmissão e recepção;
- ii. Comparativos utilizando somente CS e variando a quantidade de níveis de quantização utilizados no canal de *feedback*;
- iii. Comparativos diante da inserção do ruído *Additive White Gaussian Noise* (AWGN) no canal de *feedback* com diferentes potências, juntos das variações dos níveis de quantização.

5.1 Análise comparativa entre CS e QC com 10 bits de *feedback* para 4×4 SM-MIMO

Os dois primeiros resultados obtidos são comparativos entre os dois métodos previamente analisados para o uso de *feedback* limitado no sistema, CS e QC, considerando 10 bits de *feedback* e o ZF ou MMSE, ambos considerando completa obteção do CSI do lado da transmissão. O caso em que se considera o uso de ZF é exibido na Figura 5.1 , e o que se considera o uso de MMSE é exibido na Figura

5.2 . Os dois resultados foram obtidos utilizando o mesmo tipo de sistema, 4×4 SM-MIMO.

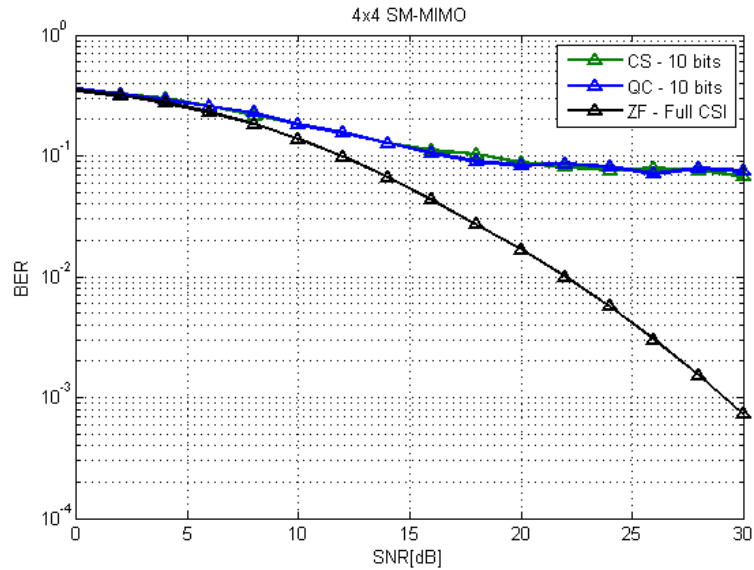


Figura 5.1: BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando ZF e 10 bits de *feedback* para CS e QC.

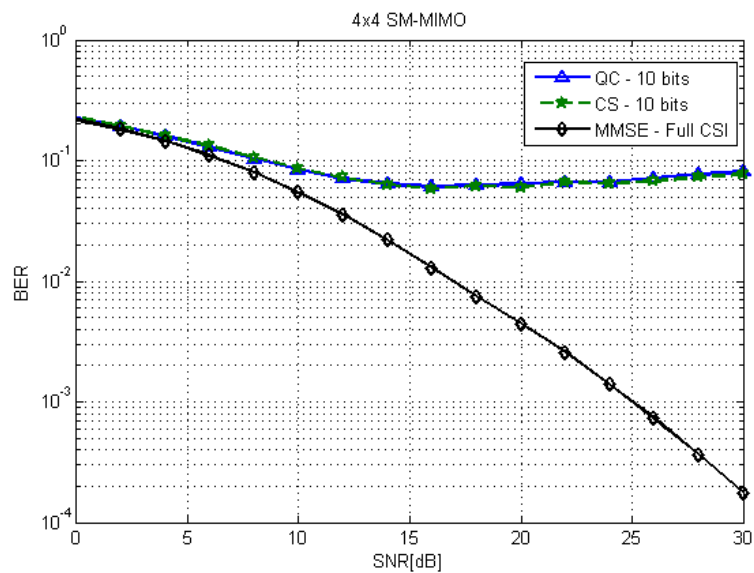


Figura 5.2: BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando MMSE e 10 bits de *feedback* para CS e QC.

Avaliando se a redução de *feedback* iria prejudicar a BER, as Figuras 5.1 e 5.2 mostram que, para um dicionário em CS com o mesmo tamanho do *codebook* em QC, não há degradação em termos da BER, ou seja, mostram o mesmo

comportamento. Porém, comparando ambos os esquemas de *feedback* limitado em relação aos esquemas, ZF na Figura 5.1 e MMSE na Figura 5.2, contendo o CSI completo, seus comportamentos são bem distintos. Em ZF e MMSE a medida que a SNR cresce, a BER decresce. Ao contrário dos dois esquemas de *feedback* limitado, o decaimento da BER é pior em ambos e este tende a se estabilizar mesmo diante do aumento da SNR. Além disso, para o método MMSE, pode ocorrer uma piora no valor da BER. Isso ocorre porque o aumento da SNR implica na redução da potência do ruído, fazendo com que haja um aumento no número de condicionamento da matriz de pesos \mathbf{W}_{MMSE} . Consequentemente, as Equações (3.3) e (3.7) tendem a se igualar, como dito na Seção 3.1.2. Assim, não há ganho pelo uso do MMSE em relação ao ZF para elevados valores de SNR. Esse comportamento se repetirá ao longo dos demais resultados que serão analisados diante do uso desse método.

5.2 Análise comparativa entre CS e QC com 10 bits de *feedback* para 8×8 SM-MIMO

Para os mesmos parâmetros utilizados nos dois primeiros resultados, alterando somente o sistema de 4×4 SM-MIMO para 8×8 SM-MIMO são obtidos os resultados considerando o uso de ZF na Figura 5.3 e o uso de MMSE na Figura 5.4.

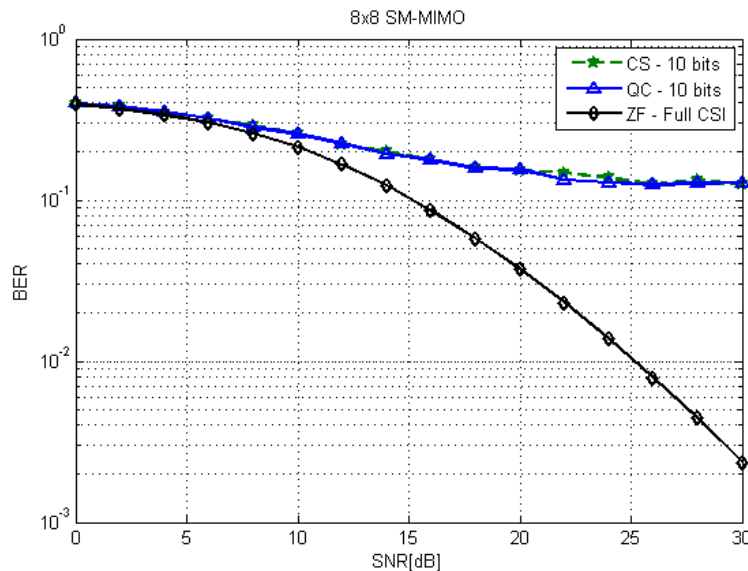


Figura 5.3: BER versus SNR para sistemas 8×8 SM-MIMO usando ZF e 10 bits de *feedback* para CS e QC.

O comportamento da BER em ambos os resultados, Figuras 5.3 e 5.4, é o mesmo

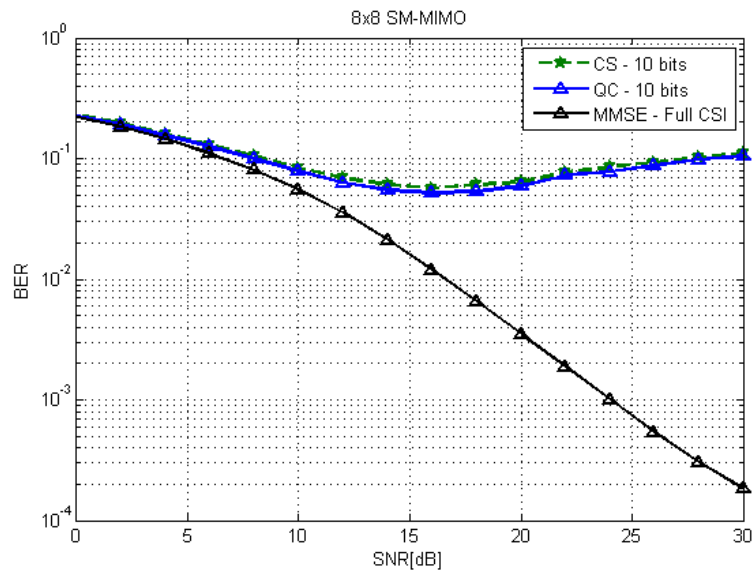


Figura 5.4: BER versus SNR para sistemas 8×8 SM-MIMO usando MMSE e 10 bits de *feedback* para CS e QC.

apresentado nos dois primeiros resultados, Figuras 5.1 e 5.2, respectivamente. Isto é, comparando CS e QC, a variação da BER é a mesma. Porém, comparando com os esquemas que possuem completo CSI, ZF e MMSE, o decaimento da BER é menor e ainda tende a se estabilizar mesmo diante do aumento da SNR.

5.3 Análise comparativa entre CS e QC com 13 bits de *feedback* para 4×4 SM-MIMO

Para atingir um melhor desempenho nos dois esquemas de *feedback* limitado comparado com os esquemas onde há o recebimento do completo CSI, aumentou-se os comprimentos do dicionário e do *codebook* de 10 para 13 bits. Assim, obteve-se os resultados para 4×4 SM-MIMO comparando CS, QC e ZF na Figura 5.5 e os dois primeiros com MMSE na Figura 5.6.

Diante do aumento dos comprimentos do dicionário e *codebook*, o desempenho dos esquemas com *feedback* limitado, CS e QC, se aproximaram dos esquemas que possuem completo CSI, ZF na Figura 5.5 e MMSE na Figura 5.6. Mesmo com a melhora de desempenho nos esquemas CS e QC, a variação da BER continua tendendo a se estabilizar, mas agora com um valor menor da BER e maior SNR, exibindo assim a vantagem de usar mais bits. E, comparando-se entre ambos os esquemas limitados, obtém-se o mesmo comportamento da BER.

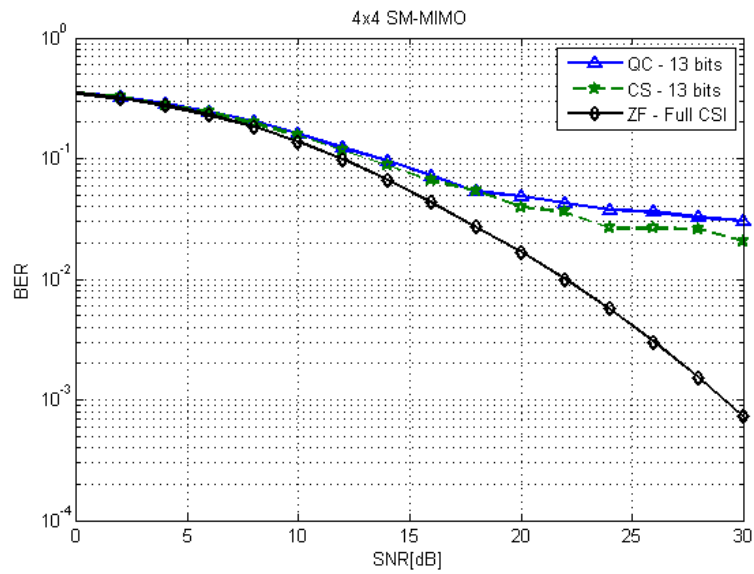


Figura 5.5: BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando ZF e 13 bits de *feedback* para CS e QC.

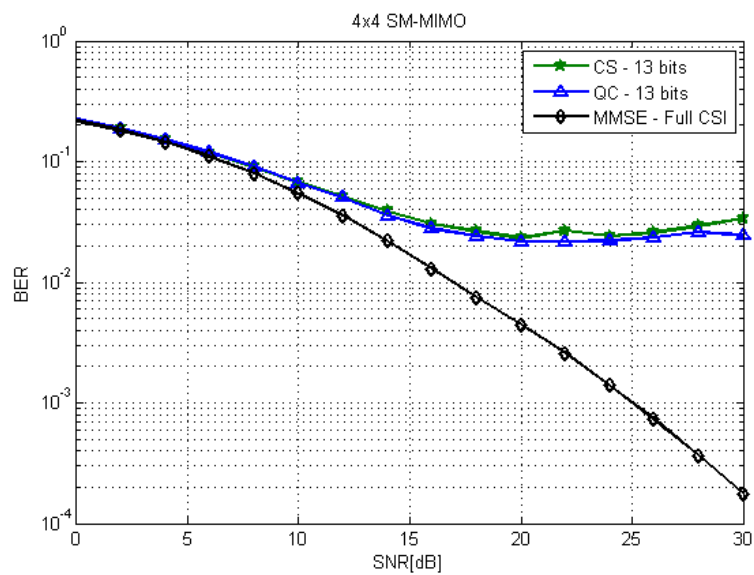


Figura 5.6: BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando MMSE e 13 bits de *feedback* para CS e QC

5.4 Análise comparativa entre CS e QC com 13 bits de *feedback* para 8×8 SM-MIMO

O aumento do número de bits de *feedback*, ou seja, o aumento dos comprimentos do dicionário e do *codebook* também foi analisado para sistemas 8×8 SM-MIMO, considerando iguais as demais características utilizadas para os sistemas 4×4

SM-MIMO. O resultado obtido para CS, QC e ZF é exibido na Figura 5.7 e para os dois primeiros mais o MMSE é exibido na Figura 5.8.

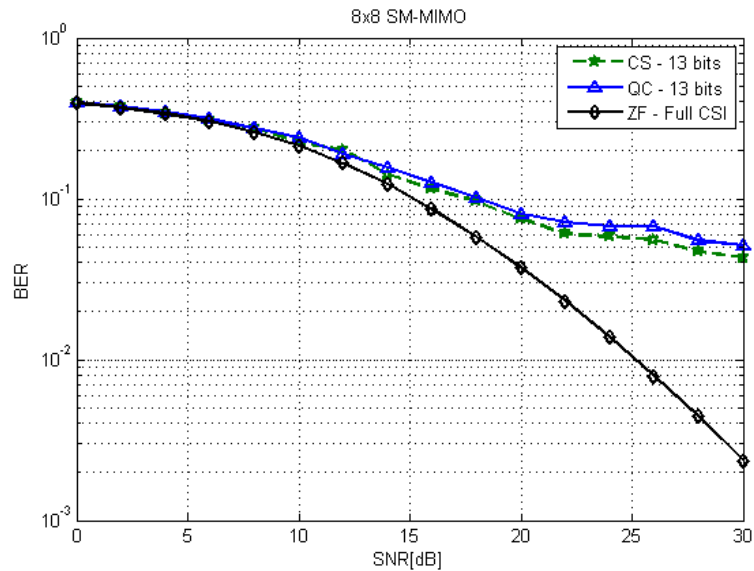


Figura 5.7: BER versus SNR para sistemas 8×8 SM-MIMO usando ZF e 13 bits de *feedback* para CS e QC.

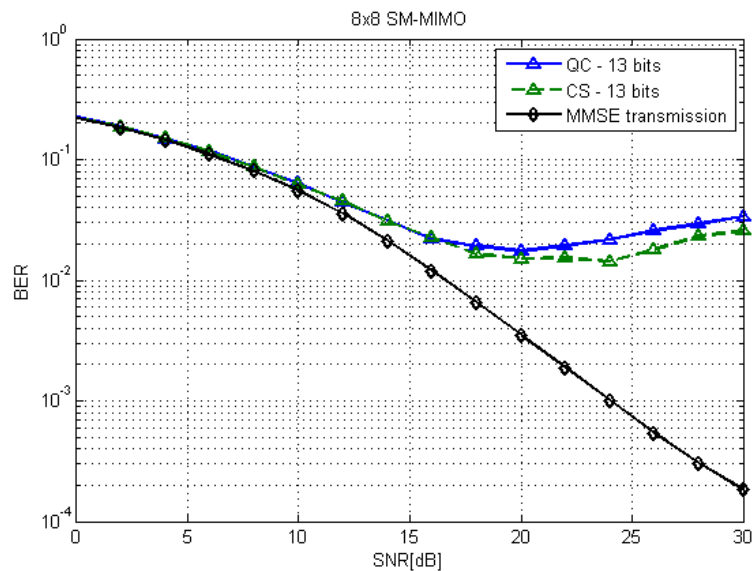


Figura 5.8: BER versus SNR para sistemas 8×8 SM-MIMO usando MMSE e 13 bits de *feedback* para CS e QC.

Assim como nos sistemas 4×4 SM-MIMO, nos sistemas 8×8 SM-MIMO o aumento do número de bits de *feedback* melhorou o desempenho dos esquemas limitados, CS e QC, em relação aos esquemas com CSI completo, ZF na Figura

5.7 e MMSE na Figura 5.8. Além disso, a variação da BER continuou a mesma caso a comparação seja entre ambos os esquemas limitados.

5.5 Análise comparativa de CS para diferentes níveis de quantização

Devido a semelhança entre os resultados obtidos para os métodos de *feedback* limitado, CS e QC, e comportamento também semelhante da BER para sistemas 4×4 SM-MIMO e 8×8 SM-MIMO, os seguintes resultados foram obtidos considerando apenas o método de CS com dicionário de 13 bits para sistemas 4×4 SM-MIMO, já que, de acordo com a seção 4.2, com esse método consegue-se reduzir a carga de *feedback* que será enviada ao lado da transmissão. Porém, devido a incoerência em CS, necessita-se quantizar os dados de *feedback*. Assim, diante de três diferentes níveis de quantização $L = [10, 14, 17]$, as Figuras 5.9 e 5.10, exibem um comparativo da BER para cada nível de quantização e o modelo anteriormente apresentado que não considera a quantização. Na Figura 5.9 foi considerado o método de pré-equalização linear ZF e na Figura 5.10 o método MMSE.

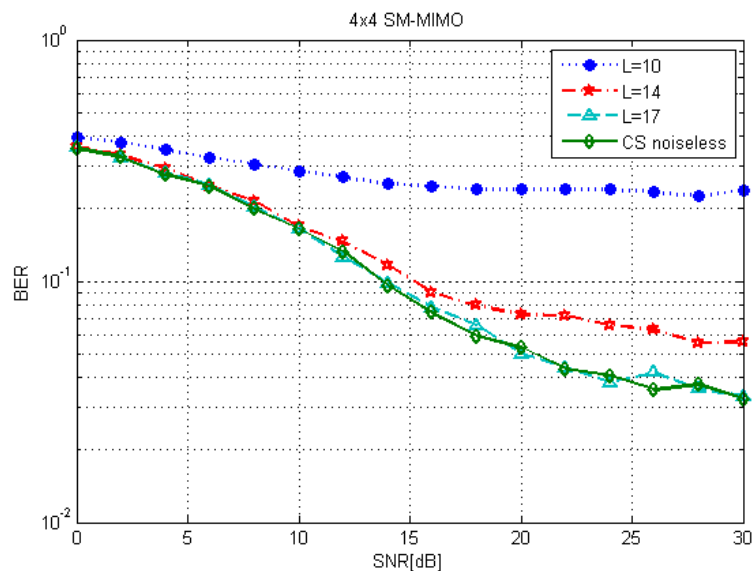


Figura 5.9: BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando ZF e três níveis de quantização de CS.

Como esperado, utilizando o menor nível de quantização $L = 10$, em ambos os casos, não foi possível obter uma reconstrução precisa do CSI e assim o resultado não é uma boa aproximação do desejado, o caso em que não se considerou a quantização,

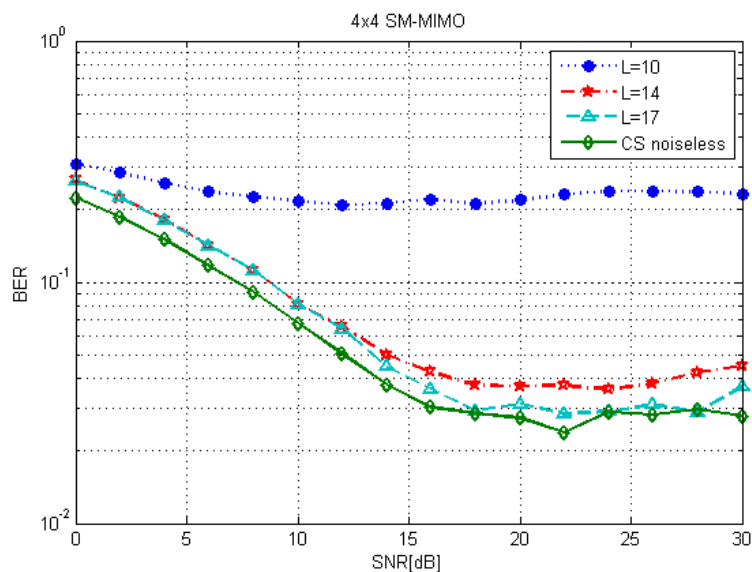


Figura 5.10: BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando MMSE e três níveis de quantização de CS.

intitulado de “CS noiseless”. Aumentando o nível de quantização para $L = 14$ uma melhor aproximação foi obtida e com o nível $L = 17$ praticamente obteve-se o mesmo resultado que em “CS noiseless” para ambos os casos, ZF e MMSE.

5.6 Análise comparativa de CS para diferentes níveis de quantização e presença de ruído

Para obter resultados mais realísticos, além da quantização, considerou-se a presença do ruído AWGN no canal de *feedback*. Assim, definidos dois níveis de quantização $L = [14, 17]$ que possuem boas aproximações em relação ao canal de *feedback* que descarta os erros de quantização e a presença do ruído, definiu-se três valores de SNR em dB, $SNR = [10, 20, 30]$, para o canal de *feedback*. Então, obteve-se os resultados exibidos nas Figuras 5.11 e 5.12, para pré-equalizações lineares ZF e MMSE respectivamente.

Os resultados exibidos nas Figuras 5.11 e 5.12 mostram que para a $SNR = 10dB$, independente do nível de quantização, o *feedback* enviado é altamente prejudicado durante sua transmissão e, assim, o CSI obtido não é confiável. Aumentando a SNR para 20 ou 30dB, os resultados são praticamente idênticos aos resultados obtidos considerando somente as perdas diante dos erros de quantização, exibidos nas Figuras 5.9 e 5.10. Isso significa que uma boa aproximação do canal de *feedback*

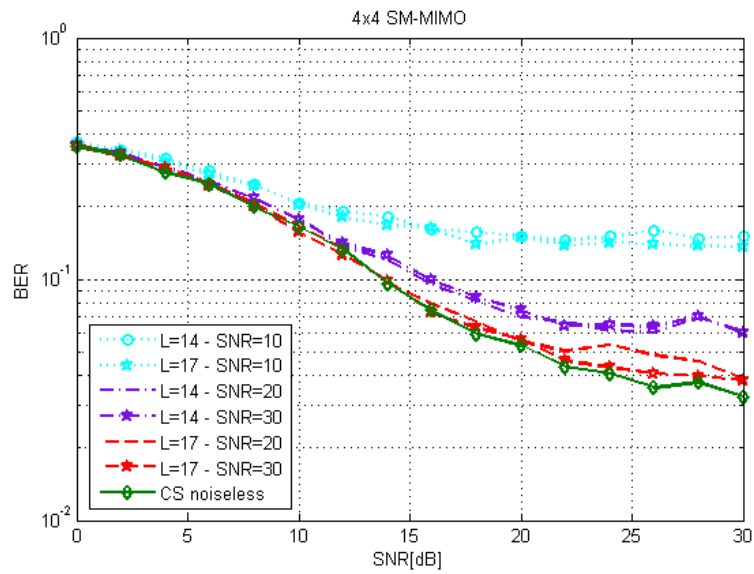


Figura 5.11: BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando ZF, dois níveis de quantização de CS e três valores de SNR do canal de *feedback*.

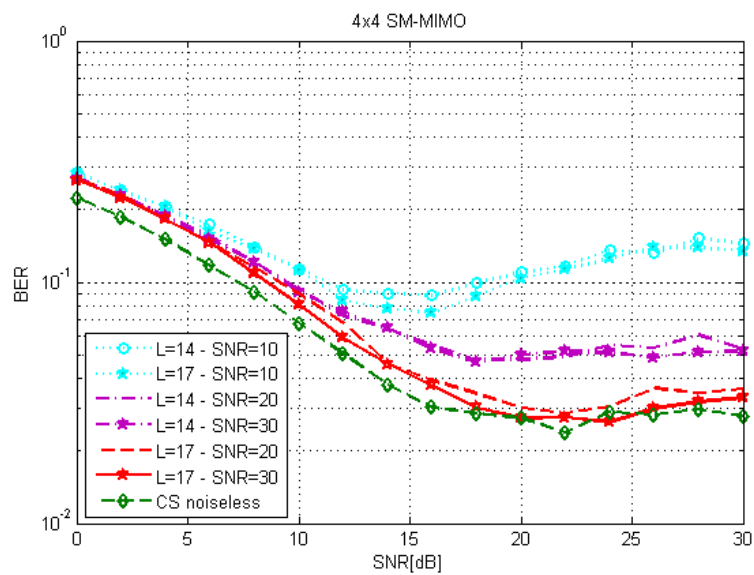


Figura 5.12: BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando MMSE, dois níveis de quantização de CS e três valores de SNR do canal de *feedback*.

que não considera qualquer tipo de interferência pode ser feita usando $L = 17$ níveis de quantização e possuindo $SNR = 20dB$ e uma melhor ainda caso a $SNR = 30dB$.

5.7 Análise comparativa de CS para diferentes níveis de quantização, presença de ruído e erro de estimação

Considerando-se o melhor caso, em que o nível de quantização $L = 17$ e a $SNR = 30$ dB no canal de feedback, para obter a redução de bits anteriormente considerada, foram obtidos ainda dois resultados levando em conta o último parâmetro citado no Capítulo 4, o erro de estimação do canal. Estes resultados estão exibidos nas Figuras 5.13 e 5.14 para pré-equalizações lineares ZF e MMSE respectivamente.

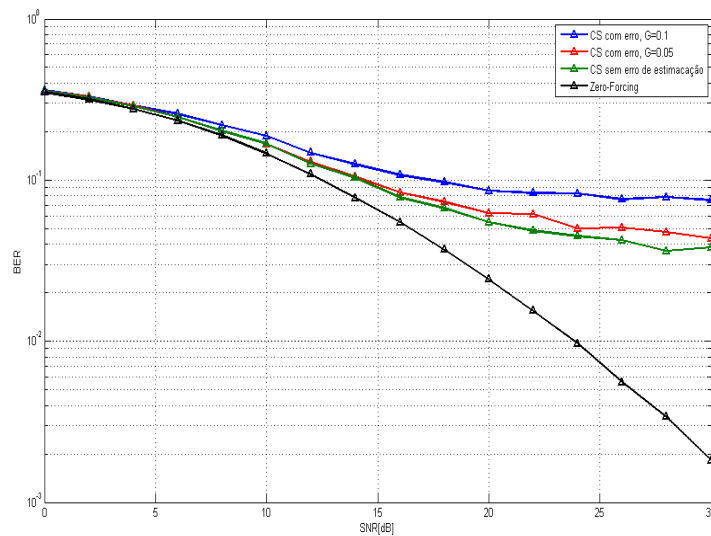


Figura 5.13: BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando ZF e dois fatores de multiplicação para os erros de estimação.

Os resultados exibidos nas Figuras 5.13 e 5.14 mostram que para um valor de $G = 0.1$ o erro de estimação se torna um valor bastante considerável, fazendo com que o CSI obtido não seja confiável e a BER seja bem maior do que os casos, em ambos, que não consideram a presença do erro de estimação do canal. Já para o caso em que $G = 0.05$, obtém-se um valor menor de erro de estimação e assim, um valor de CSI mais confiável para ambos os casos considerando todos os parâmetros aqui considerados, quantização, presença de ruído no canal de *feedback* e erro de estimação do canal.

Assim, a soma de todos os bits enviados pelos receptores, usando QC, é $4 \times 4 \times 13 = 208$ ($N_t \times N_r \times B$). Enquanto, usando CS, a soma é $2 \times 4 \times 17 = 136$ ($M \times N_r \times L$). Obtendo-se assim uma redução de 35% de bits de enviados ao lado da transmissão, podendo-se contornar os erros de quantização e o ruído. Além

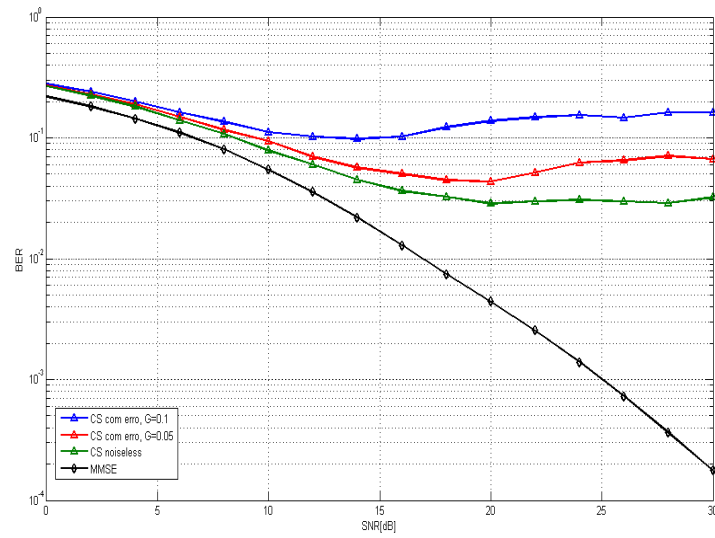


Figura 5.14: BER versus SNR para sistemas 4×4 SM-MIMO usando MMSE e dois fatores de multiplicação para os erros de estimação.

disso, não foi considerado a presença de ruído quando se usou QC. Então, o uso de CS tornou-se mais vantajoso ao longo de todos os resultados devido a redução da quantidade de *feedback* enviada em termos da BER comparado com o QC, visto que a BER exibe sempre o mesmo comportamento para ambos os casos.

Capítulo 6

Conclusões e Perspectivas

Inicialmente, foram introduzidos os conceitos de *compressive sensing* e de sistemas SM-MIMO junto das técnicas de detecção linear do sinal e de pré-equalização linear ZF e MMSE. Envolveu-se esses elementos na determinação de um novo esquema capaz de atuar em canais com *feedback* limitado e, analisando a taxa de erro de bit (BER), o comparou com um esquema bastante utilizado na literatura. O funcionamento de ambos está descrito na metodologia e os resultados foram apresentados, podendo assim chegar a determinadas conclusões.

Esse trabalho usou *compressive sensing* para reduzir a quantidade de informação do estado do canal enviada por um canal com *feedback* limitado para sistemas SM-MIMO. A compressão dessa informação pode ser realizada por *compressive sensing*, e uma elevada precisão na recuperação dessa informação pode ser atingida com uma significativa taxa de compressão, cerca de 35%, diante dos dados utilizados.

Obtida a redução na quantidade de *feedback*, o desempenho não foi comprometido em comparação ao esquema *quantization codebook*. Usando valores apropriados, os prejuízos causados pelo erro de quantização de ruído podem ser superados. Então, conclui-se que *compressive sensing* é uma abordagem promissora para reduzir a carga de *feedback* que representa o CSI enviado das antenas receptoras para as antenas transmissoras em sistemas SM-MIMO.

Diversas aplicações do uso de *compressive sensing* no modelo de sistemas considerado ainda podem ser estudadas. Entre elas, pode-se avaliar outros métodos de detecção do sinal, diferenciar o número de antenas transmissoras das antenas receptoras e, no intuito de implementar os mecanismos já utilizados em sistemas

reais, alguns problemas práticos que não foram considerados, como os atrasos no canal de *feedback*, podem ser acrescentados para análises futuras.

Referências Bibliográficas

- [1] Y. S. Cho, J. Kim, W. Y. Yang, and C. Kang. *MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB*. Wiley, 2010.
- [2] P. Kuo, H. T. Kung, and P. Ting. Compressive sensing based channel feedback protocols for spatially-correlated massive antenna arrays. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, 2012.
- [3] C. K. Au-Yeung and D. J. Love. On the performance of random vector quantization limited feedback beamforming in a MISO system. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, 2007.
- [4] W. Seo H. Song and D. Hong. Compressive feedback based on sparse approximation for multiuser MIMO systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2007.
- [5] S. T. Qaseem and T. Y. Al-Naffouri. Compressive sensing for feedback reduction in MIMO broadcast channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2009.
- [6] K. Kim, S. Jang, and D. Kim. An efficient feedback scheme using compressive sensing for MIMO broadcast channel with random beamforming. *The 2nd International Conference on Computer and Automation Engineering (ICCAE)*, 2010.
- [7] S.R. Bhaskaran, L. Davis, A. Grant, S. Hanly, and P. Tune. An efficient feedback scheme using compressive sensing for MIMO broadcast channel with random beamforming. *IEEE Information Theory Workshop on Networking and Information Theory*, 2009.

-
- [8] Gitta Kutyniok. Compressed sensing: Theory and applications. *CoRR*, abs/1203.3815, 2012.
- [9] M. F. Duarte and Y. C. Eldar. Structured compressed sensing: From theory to applications. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 59(9), 2011.
- [10] E. J. Candes and M. B. Wakin. An introduction to compressive sampling. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008.
- [11] M. Elad. *Sparse and Redundant Representations - From Theory to Applications in Signal and Image Processing*. Springer, 2010.
- [12] S. S. Chen, D. L. Donoho, and M. A. Saunders. Atomic decomposition by basis pursuit. *SIAM Review*, 43(1):129–159, 2001.
- [13] Adriana Schulz. Compressive sensing: Novos paradigmas para aquisição e compressão de imagens. Master’s thesis, UFRJ, 2008.
- [14] E. Candes and J. Romberg. l1-magic: Recovery of sparse signals via convex programming. Available at <http://www.acm.caltech.edu/l1magic>, 2005.
- [15] Deanna Needell, Joel A. Tropp, and Roman Vershynin. Greedy signal recovery review. *CoRR*, abs/0812.2202, 2008.
- [16] A. C. Gilbert, M. J. Strauss, J. A. Tropp, and R. Vershynin. One sketch for all: Fast algorithms for compressed sensing. In *STOC 2007 (39th ACM Symposium on Theory of Computing)*, pages 237–246, 2007.
- [17] D. L. Donoho and M. Elad. Optimally sparse representation in general (nonorthogonal) dictionaries via l_1 minimization. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 100(5):2197–2202, 2003.
- [18] Bubacarr Bah. *Restricted Isometry Property*. PhD thesis, University of Edinburgh, 2009.
- [19] Massimo Fornasier and Holger Rauhut. *Handbook of Mathematical Methods in Imaging*. Springer, 2011.
- [20] E. Candes, J. Romberg, and T. Tao. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Transactions on Information Theory*, 52(2):489–509, February 2006.

-
- [21] J. A. Tropp and A. C. Gilbert. Signal recovery from partial information via orthogonal matching pursuit. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005.
- [22] D. L. Donoho. Compressed sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 52(4):1289–1306, April 2006.
- [23] J. Haupt, W. U. Bajwa, M. Rabbat, and R. Nowak. Compressed sensing for networked data. *IEEE Signal Processing Magazine*, March 2008.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA
CAMPUS DO PICI, CAIXA POSTAL 6007 CEP 60.738-640
FORTALEZA – CEARÁ - BRASIL
FONE (+55) 85 3366-9467 – FAX (+55) 85 3366-9468

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

ATA Nº 157 DE DEFESA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO COMO PARTE DAS EXIGÊNCIAS PARA A CONCESSÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA PELA UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ.

DATA DA DEFESA: 18 de janeiro de 2013

MESTRANDO: Raymundo Nogueira de Sá Netto

ORIENTADOR: Charles Casimiro Cavalcante (PPGETI/UFC)

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Charles Casimiro Cavalcante (PPGETI/UFC) – Presidente;

Prof. Dr. Walter da Cruz Freitas Júnior (PPGETI/UFC);

Prof. Dr. André Lima Férrer de Almeida (PPGETI/UFC); e

Prof. Dr. José Antonio Apolinário Junior (IME).

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO:

“Análise do Uso de Compressive Sensing para Canal de Feedback Limitado Diante do Erro de Quantização e Ruído em Sistemas SM-MIMO”

LOCAL: Sala de Seminários do GTEL, bloco 722, Campus do Pici, UFC HORA DE INÍCIO: 9h

Em sessão pública, após exposição de cerca de 40 minutos o mestrando foi arguido oralmente pelos membros da comissão tendo como único resultado:

APROVAÇÃO;
 REPROVAÇÃO,

com () ou sem (X) comentários na FOLHA SUGESTÕES E COMENTÁRIOS em anexo.

Na forma regulamentar foi lavrada a presente ata que é abaixo assinada pelos membros da comissão na ordem acima determinada e pelo mestrando.

Fortaleza, 18 de janeiro de 2013

Presidente:

ASSINATURAS

Mestrando:

*(CONSTANTES DA FOLHA DE MODIFICAÇÕES E COMENTÁRIOS EM ANEXO)