



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC**  
**INSTITUTO UFC VIRTUAL**  
**CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**MANOEL MATHEUS CARNEIRO ARAGÃO**

**O AUXÍLIO DA INTERNET PARA O APRENDIZADO DA MATEMÁTICA NA  
EDUCAÇÃO BÁSICA**

**FORQUILHA - CE**

**2020**

MANOEL MATHEUS CARNEIRO ARAGÃO

O AUXÍLIO DA INTERNET PARA O APRENDIZADO DA MATEMÁTICA NA  
EDUCAÇÃO BÁSICA

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito para a obtenção do título de Graduado em Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Plácido Anthony Lima Martins Queiroz

FORQUILHA - CE

2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

A672a Aragão, Manoel Matheus Carneiro.  
O auxílio da internet para o aprendizado da matemática na educação básica / Manoel Matheus Carneiro Aragão. – 2020.  
45 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Instituto UFC Virtual, Curso de Matemática, Fortaleza, 2020.

Orientação: Prof. Me. Placido Anthony Lima Martins Queiroz.

1. Transformação Digital. 2. Ensino da Matemática. 3. Ensino Remoto. I. Título.

CDD 510

---

MANOEL MATHEUS CARNEIRO ARAGÃO

O AUXÍLIO DA INTERNET PARA O APRENDIZADO DA MATEMÁTICA NA  
EDUCAÇÃO BÁSICA

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito para a obtenção do título de Graduado em Licenciatura em Matemática.

Aprovado em: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Me. Plácido Anthony Lima Martins Queiroz (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Jorge Carvalho Brandão  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dedico este trabalho aos meus pais e amigos que sempre me incentivaram, assim como meus professores e colegas.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por nos abençoar e nos conceder o dom da vida. Minha família, minha namorada e meus amigos por estarem comigo em todos os desafios. E aos meus professores e colegas por me ajudarem a desenvolver este trabalho, estando presentes em todo o decorrer do curso sempre me apoiando e auxiliando.

"Só sei que nada sei." (Sócrates)

## RESUMO

O uso crescente da Internet em contextos educacionais tem se destacado nos últimos anos. Neste trabalho, descrevemos como a internet está transformando a sala de aula de matemática e a formação de professores de matemática. Usamos como referência várias revisões do uso da Internet em ambientes de educação matemática feitas nos últimos anos para determinar como o campo evoluiu. Identificamos três domínios nos quais novas abordagens estão sendo geradas por educadores matemáticos: princípios de design de novos ambientes; interação social e construção do conhecimento; e ferramentas e recursos. Os artigos desta edição refletem diferentes perspectivas desenvolvidas na última década nestes três domínios, evidenciando os avanços nos referenciais teóricos e apoiando na geração de novos significados para antigos construtos como 'ferramenta', 'recursos' ou 'ambiente de aprendizagem'. Em primeiro lugar, destacamos as diferentes formas como a utilização das tecnologias digitais gera novas formas de pensar a matemática e os contextos em que é aprendida, e como os formadores de professores de matemática enquadram as novas iniciativas de formação inicial e desenvolvimento profissional. Neste trabalho, identificamos tendências para pesquisas futuras em relação aos aspectos teóricos e metodológicos e reconhecemos novas oportunidades que requerem maior envolvimento.

**Palavras-chave:** Transformação Digital. Ensino da Matemática. Ensino Remoto.



## **RESUMEN**

*En los últimos años se ha destacado el creciente uso de Internet en contextos educativos. En este trabajo, describimos cómo Internet está transformando el aula de matemáticas y la formación de los profesores de matemáticas. Utilizamos varias revisiones del uso de Internet en entornos de educación matemática realizadas en los últimos años como referencia para determinar cómo ha evolucionado el campo. Identificamos tres dominios en los que los educadores matemáticos están generando nuevos enfoques: principios de diseño para nuevos entornos; interacción social y construcción de conocimiento; y herramientas y recursos. Los artículos de esta edición reflejan diferentes perspectivas desarrolladas en la última década en estos tres dominios, destacando los avances en los marcos teóricos y apoyando la generación de nuevos significados para viejos constructos como 'herramienta', 'recursos' o 'entorno de aprendizaje'. En primer lugar, destacamos las diferentes formas en las que el uso de las tecnologías digitales generan nuevas formas de pensar sobre la matemática y los contextos en los que se aprende, y cómo los formadores de profesores de matemáticas enmarcan nuevas iniciativas de formación inicial y desarrollo profesional. En este trabajo identificamos tendencias para futuras investigaciones en relación a aspectos teóricos y metodológicos y reconocemos nuevas oportunidades que requieren una mayor implicación.*

**Palabras clave:** *Transformación digital. Enseñanza de las matemáticas. Enseñanza remota.*

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 — Transformações .....	15
Figura 2 — Dicionário de matemática para alunos mais jovens	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Figura 3 — Página inicial do Ask Dr. Math.....	19

## SUMÁRIO

1	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	11
2	<b>DESENVOLVIMENTO</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2.1	ACESSO À INTERNET .....	14
2.2	TIPOLOGIA DE USOS POTENCIAIS DA INTERNET .....	14
2.2.1	<b>Oportunidade interativa</b> .....	15
2.2.2	<b>Leitura de materiais interessantes</b> .....	16
2.2.3	<b>Materiais de referência</b> .....	17
2.2.4	<b>Comunicação</b> .....	18
2.2.5	<b>Pedagogia da internet</b> .....	19
2.3	COMO EDUCADORES DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA IMPLEMENTAM OS PRINCÍPIOS DE DESIGN EM ABORDAGENS COMBINADAS .	21
2.3.1	<b>MOOCs</b> .....	22
2.3.2	<b>Abordagens combinadas</b> .....	24
2.3.3	<b>Redes sociais e construção de conhecimento</b> .....	26
2.4	RECURSOS, FERRAMENTAS E NOVOS AMBIENTES DE APRENDIZAGEM: MUDANDO AS RELAÇÕES ENTRE O CONHECIMENTO MATEMÁTICO, ALUNOS E PROFESSORES .....	30
2.4.1	<b>Ferramentas e novas formas de pensar e novas práticas</b> .....	30
2.4.2	<b>Novas formas de ensino: salas de aula invertidas</b> .....	33
2.5	IMPLICAÇÕES PARA DIREÇÕES FUTURAS .....	34
3	<b>CONCLUSÕES</b> .....	36
4	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	37

## 1 INTRODUÇÃO

A Internet é agora um elemento importante da tecnologia disponível para a educação, possivelmente oferecendo novas oportunidades para os alunos aprenderem matemática, bem como novas oportunidades para os professores de matemática estruturarem a aprendizagem dos alunos. Ao contrário de algumas formas anteriores de tecnologia, é necessária relativamente pouca experiência em Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) para alunos ou professores acessarem sites relevantes; as técnicas básicas de uso de um navegador da web são suficientes para tirar proveito da Internet. Isso está se tornando cada vez mais familiar para a maioria dos estudantes modernos, que os encontram em muitas áreas da vida, não apenas na matemática.

O acesso à Internet nas escolas continua a ser bastante variado, com uma gama de mecanismos possíveis. Algumas escolas contam com laboratórios de informática, com máquinas individuais conectadas à Internet por meio de uma rede. Em alguns casos, salas de aula individuais têm acesso, pelo menos para o uso de toda a classe, por meio de um projetor de dados, possivelmente também com um quadro branco interativo. Algumas salas de aula contêm mais de um computador conectado à Internet, permitindo o uso por pequenos grupos de alunos. Em algumas salas de aula (muito poucas no Brasil, embora esteja aumentando, como resultado de iniciativas governamentais), o acesso à Internet está rotineiramente disponível para todos os alunos o tempo todo (por meio do uso de laptops para uso particular e redes de banda larga sem fio).

Essas variações são influências importantes nas maneiras como a Internet pode ser usada para aprender matemática. Em alguns casos, as limitações de acesso podem ser reduzidas pelo uso de instalações comunitárias (como bibliotecas locais, que no Brasil costumam ter acesso à Internet para uso público) ou para uso *offline* (como quando os professores baixam ou compram materiais para uso em classe).

Há um mal-estar contínuo em algumas comunidades em relação ao acesso não controlado dos alunos à Internet, devido a possíveis abusos (principalmente pornografia). As respostas a tais preocupações não são o objetivo deste artigo, mas é preciso observar que as escolas e os sistemas escolares têm uma variedade de meios para lidar com esses problemas, a fim de aumentar o uso educacional da Internet pelos alunos. Em alguns casos, tais práticas podem limitar a acessibilidade de sites legítimos devido a problemas nos sistemas de segurança das redes; ironicamente, eles podem ser menos problemáticos nas casas.

No momento da produção deste trabalho, o mundo inteiro está no meio de uma pandemia. Devido à extrema relevância dos programas de aprendizagem online e combinados no momento atual, um estudo sobre essa oportunidade será incluído neste artigo. Desde a década de 1970, a tecnologia mudou a educação matemática e certamente será um fator importante em como a educação no futuro irá diferir da educação hoje, tornando-se mais necessário repensar todo o modelo de educação e redesenhá-lo para que seja mais centrado no aluno. Isso significa adotar novas tecnologias, mas também significa desistir de certas atitudes sobre o que constitui o sucesso educacional. Essas novas tecnologias também influenciam seriamente a natureza da matemática, por exemplo, a aplicação de procedimentos está se tornando menos importante, enquanto novas formas de validação (e prática em geral) em matemática estão sendo desenvolvidas.

Embora as microgerações sejam diferentes, há fortes características comuns - eles executam várias tarefas e desejam informações rapidamente usando recursos visuais, sons e cores de várias fontes multimídia de uma maneira nova ou útil (Dineva et al. 2019). Nossos alunos atuais cresceram em um mundo digital de computadores, internet e mídia social online, como Instagram, Facebook, Twitter, Google e outras redes sociais (Jukes et al. 2010). Eles aprendem interagindo com outras pessoas online. Muitos alunos têm um blog na Web e um perfil na Internet (Curtis 2009). Eles gostam de ser ativos e colaborar usando as mais recentes tecnologias e oportunidades de visualização. Os alunos de hoje preferem buscar suas próprias informações em vez de serem apresentados a elas (Morin 2016), eles preferem o acesso sob demanda ao conhecimento, disseminado pela internet e absorvem o conhecimento rapidamente em diferentes canais. Usando redes para compartilhar e criar novos conhecimentos, eles estão em contato frequente com seus amigos.

A mudança em nossos alunos implica que a forma de ensino deve ser totalmente adaptada para atender a esses desafios e responder às novas solicitações (Dineva et al. 2019). Nas últimas décadas, uma Web mais social e conectada se desenvolveu, apoiando a ideia de aprendizagem em rede. Ambientes de aprendizagem em rede aberta são ambientes digitais que capacitam os alunos a conduzir redes sociais, organizar conteúdos sociais e gerenciar atos sociais conectando pessoas, recursos e ferramentas, integrando ferramentas de internet para criar ambientes transparentes (Borba et al. 2016; Tu et al. . 2012).

O foco deste trabalho de conclusão é sobre os tipos de oportunidades de aprendizagem para matemática em particular que estão disponíveis gratuitamente para usuários relativamente pouco sofisticados e, em particular, alunos e seus professores que não estão

familiarizados com o desenvolvimento de materiais ou sites da Internet. Um dos principais objetivos do trabalho é organizar, descrever e exemplificar algumas das oportunidades agora disponíveis, bem como sugerir brevemente que promessa elas parecem representar para a educação matemática interligada ao auxílio da internet.

## 2 DESENVOLVIMENTO

### 2.1 ACESSO À INTERNET

O acesso à Internet está agora muito difundido nos lares, possivelmente até mais do que em muitas escolas. De acordo com o censo brasileiro mais recente (Brazilian Bureau of Statistics, 2008), o acesso doméstico à Internet aumentou drasticamente recentemente para 67% do acesso doméstico das famílias brasileiras (passando de meros 16% em 1998), com a maioria usando banda larga. Embora o acesso seja desigual (com acesso significativamente maior nas residências nas principais cidades brasileiras), está claro que está aumentando rapidamente e pode-se esperar que aumente ainda mais com as políticas recentes do governo do Brasil.

### 2.2 TIPOLOGIA DE USOS POTENCIAIS DA INTERNET

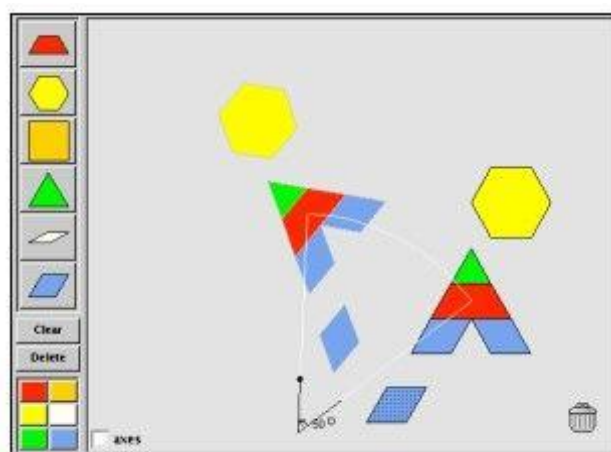
Nesta seção, cinco tipos diferentes de usos da Internet para a matemática são identificados e exemplificados: (i) Oportunidade interativa, (ii) Leitura de materiais interessantes, (iii) Materiais de referência, (iv) Comunicação e (v) Resolução de problemas. A ênfase está em como os alunos (diferentemente de seus professores) podem usar sites para aprender matemática ou sobre matemática, embora alguns deles possam certamente ser usados de forma eficaz com grupos de alunos por um professor.

Não é o foco deste trabalho fornecer um grande número de exemplos para qualquer uma das cinco categorias. Em vez disso, o leitor é encaminhado para Kissane (2009), onde há links para muitos exemplos diferentes, juntamente com uma breve opinião sobre seu significado particular, mostrando exemplos cuidadosamente escolhidos para destacar os bons usos da Internet e para reduzir a necessidade de aqueles interessados em tais materiais (sejam alunos, professores, pais ou outros) de recorrer à navegação em motores de busca para encontrar valiosos recursos.

### 2.2.1 Oportunidade interativa

Nos últimos anos, a Internet tem sido usada para permitir que os alunos interajam diretamente com objetos matemáticos, de várias maneiras. Um exemplo da excelente National Library of Virtual Manipulatives (2009) é mostrado na Figura 1.

Figura 1 — Transformações



Fonte: Rotações da Biblioteca Nacional de Manipulativos Virtuais (2009).

As experiências fornecidas envolvem os alunos diretamente na atividade matemática e na necessidade correspondente de pensar sobre o que vêem na tela. A maioria deles requer que o navegador tenha recursos específicos, porém, hoje em dia, muitos computadores sofisticados têm esses recursos sem que o usuário saiba que eles têm, de modo que não é necessário ter conhecimento significativo para tirar proveito deles.

Manipuladores virtuais fornecem uma oportunidade para os alunos interagirem diretamente com objetos matemáticos (virtuais). As manipulações com objetos físicos há muito são consideradas produtivas para o aprendizado de aspectos da matemática, levando ao uso generalizado de materiais para alunos mais jovens. Tais manipuladores têm as mesmas propriedades matemáticas e têm a vantagem extra de estarem em suprimento ilimitado, ao contrário dos manipuladores "reais". A evidência para o uso destes é promissora (Galindo, 2005), tanto para crianças pequenas quanto para alunos mais velhos (Moyer e Bolyard, 2002).

O exemplo de um manipulador virtual mostrado na Figura 1 permite que alunos mais velhos explorem as propriedades de uma rotação de 50 graus em torno de um ponto. Normalmente, seria muito difícil oferecer aos alunos oportunidades de explorar a natureza de



tais transformações de maneira eficaz; neste caso, o manipulador virtual oferece uma boa alternativa. Os manipuladores virtuais não se restringem a ambientes matemáticos não sofisticados; o projeto de demonstração no site Wolfram MathWorld (Weisstein, 2009) tem milhares de exemplos em níveis superiores.

Alguns sites oferecem conselhos importantes para professores e alunos. O conselho para os alunos geralmente é necessário para direcionar a interação do aluno.. Em alguns casos, como o site Illuminations do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2009), planos de aula detalhados são fornecidos para professores e instruções detalhadas são fornecidas para alunos. Em outros casos, como na National Library for Virtual Manipulatives (2009), conselhos detalhados também são oferecidos aos pais, no aparente pressuposto de que a Internet é acessada em casa e na escola. Alguns materiais interativos fornecem ferramentas sofisticadas para matemática, em vez de aulas ou atividades individuais. Um bom exemplo disso é descrito por Hart, Hirsch & Keller (2007), apoiando um novo currículo inovador que explora tais oportunidades.

Os objetos interativos podem ser usados com uma classe inteira, bem como individualmente, e muitos são adequados para o uso de quadros interativos. Alguns destes objetos assumem a forma de jogos, para os quais se espera que mais de uma pessoa esteja envolvida nas interações. Um conjunto abrangente de materiais interativos foi compilado por RexBoggs (2009).

### **2.2.2 Leitura de materiais interessantes**

Existem muitos materiais interessantes relacionados à matemática na Internet, em nítido contraste com muitas bibliotecas escolares. Muitas delas se restringem a livros didáticos de matemática, que muitas vezes não são muito interessantes para os alunos, especialmente se eles já tiverem um livro próprio. Obviamente, a natureza das bibliotecas escolares varia imensamente no Brasil, por uma série de razões práticas, entre as quais o custo dos livros e a disponibilidade de materiais adequados para alunos de diferentes idades. Outro fator na disponibilidade de materiais de leitura é a facilidade com que podem ser encontrados.

Além de um bom material escrito, algumas leituras na Internet podem ter um elemento interativo, boas ilustrações, hiperlinks e assim por diante. Alguns materiais destinados ao público em geral são adequados para alunos, especialmente alunos mais velhos, e também

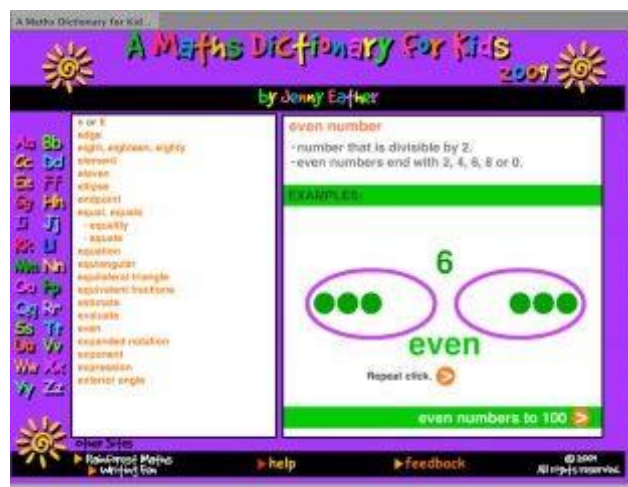
existem bons materiais escritos expressamente para alunos. Além de ter relevância direta como recursos para projetos escolares, leituras de alta qualidade podem despertar interesses em matemática que, de outra forma, não seriam estimulados por experiências escolares mais convencionais. Quando há escassez de conhecimentos matemáticos, como parece em muitas escolas, os materiais que geram interesse em matemática entre os alunos podem ser de importância crítica para o futuro.

### 2.2.3 Materiais de referência

A Internet pode ser interpretada como uma enciclopédia massiva, podendo ser usada como meio de pesquisa para vários tipos de informações matemáticas. Ela pode ser usada pelos alunos diretamente de casa, especialmente porque poucas casas têm uma fonte de referência matemática, como um dicionário de matemática ou uma enciclopédia. Ela também pode ser usada na escola, por alunos e professores individualmente ou por uma classe inteira, buscando esclarecimentos ou informações de um tipo de referência.

Embora dicionários de matemática impressos estejam disponíveis para leitores jovens e matemáticos profissionais sofisticados, é incomum que os alunos tenham acesso rotineiro a eles. Na verdade, ainda é surpreendentemente incomum que os livros escolares incluam rotineiramente um glossário (ou às vezes até um índice!). Por esse motivo, os dicionários de matemática da Internet podem ser mais proveitosos aos alunos do que alguns livros. Eles estão disponíveis para uma variedade de níveis anuais, do menos ao mais sofisticado. O exemplo mostrado na Figura 2 é destinado a alunos mais jovens.

Figura 2 — Dicionário de matemática para alunos mais jovens



Fonte: Eather, 2009

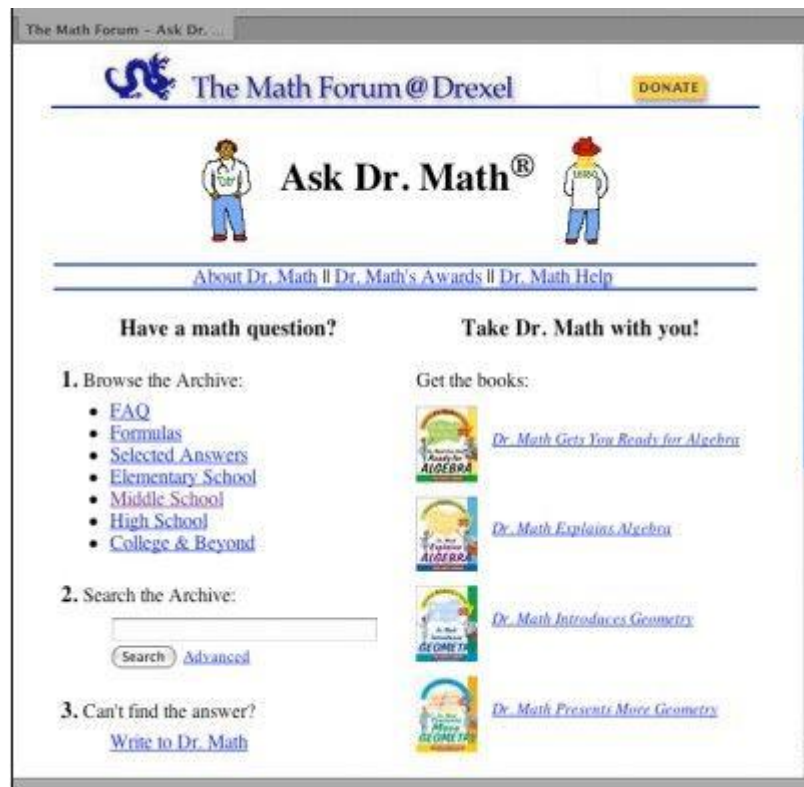
As enciclopédias fornecem informações mais detalhadas e extensas do que os dicionários, que (pelo menos em formulários de papel) enfocam os significados de termos específicos. Elas fornecem mais do que meramente significados, mas oferecem suporte aos leitores para localizar ideias em contextos, incluindo contextos históricos, práticos, teóricos e sociais.

Na Internet, há uma má percepção das distinções entre dicionários e enciclopédias, onde eles estão um tendo cada vez mais algumas das características do outro. Por esse motivo, os alunos que usam materiais de referência matemática de qualidade na Internet geralmente receberão mais informações e suporte para aprender matemática do que esperavam, ou teriam probabilidade de obter, consultando fontes em papel. Algumas enciclopédias, como Wolfram MathWorld (Weisstein, 2009) fornecem uma profundidade extraordinária de informações que nenhuma escola ou casa poderia esperar fornecer. O site mantido por O'Connor & Robertson (2009) é um excelente exemplo, proporcionando oportunidades para os alunos rastream o desenvolvimento de ideias matemáticas no século XXI e verem os papéis desempenhados por matemáticos e outros ao longo dos séculos. Tal perspectiva raramente é fornecida pelos currículos escolares de matemática, que também sofrem com o problema de aparentarem não ter conhecimento da matemática dos tempos modernos. Embora o site não seja expressamente projetado para uso de alunos do ensino médio, ele ainda dá acesso a um senso de perspectiva, bem como à compreensão de que a matemática é uma disciplina antiga e moderna, de imensa importância em todas as idades e culturas.

#### 2.2.4 Comunicação

A Internet oferece oportunidades para os alunos se comunicarem com outros alunos ou professores, independentemente da localização geográfica (mas limitada àqueles que falam a mesma língua, provavelmente inglês). Para os alunos, são oferecidas algumas oportunidades de fazer parte de uma comunidade matemática mais ampla. Um exemplo desse aspecto do uso da Internet é o site Ask Dr. Math (The MathForum @ Drexel, 2009) ilustrado na Figura 3. Os alunos têm feito perguntas matemáticas ao fictício Dr. Math no (enorme!) Site MathForum nos Estados Unidos há mais de uma década, e as perguntas e as respostas (muitas vezes múltiplas) foram arquivadas para evitar repetição.

Figura 3 — Página inicial do Ask Dr. Math



Fonte: MathForum @ Drexel, 2009

De forma semelhante, a facilidade Ask NRICH oferece oportunidades para uma comunicação mais direta entre os alunos e outras pessoas, como parte do extenso site do NRICH (Millennium Mathematics Project, 2009b). Grande parte dessa comunicação é direcionada a alunos que obtêm ajuda para pensar sobre tarefas e ideias matemáticas, frequentemente por alunos de graduação. Além das oportunidades de comunicação explicitamente direcionadas via Ask NRICH, respostas regulares de alunos de todo o mundo a questões e problemas matemáticos ajudam a reforçar o fato de que a matemática é de interesse internacional e universalmente envolvente.

### 2.2.5 Pedagogia da internet

Uma coisa é ter acesso a bons recursos de aprendizagem, outra é usá-los com eficácia. O foco deste artigo são os tipos de recursos que são acessíveis de forma independente por alunos de matemática, que podem acessar a Internet na escola, mas que também podem fazê-

lo em casa, sem orientação da escola. Na prática, no entanto, ainda parece provável que a maior parte do uso da Internet seja sugerida e apoiada pelo trabalho de professores de matemática, de modo que alguma atenção a isso se justifica.

Os usos disponíveis para os professores são obviamente limitados pelas instalações disponíveis; Alejandre (2005) forneceu uma ampla discussão sobre as várias maneiras pelas quais os professores podem usar os recursos disponíveis em sala de aula de forma eficaz. Galindo (2005) argumentou que o uso eficaz da Internet requer um planejamento educacional cuidadoso por parte dos professores para garantir que os alunos obtenham os benefícios esperados. Alguns sites foram projetados com ambientes educacionais em mente e, portanto, oferecem conselhos aos professores (e, em alguns casos, aos pais) sobre o uso eficaz.

Parece provável que os recursos da Internet dos tipos descritos aqui serão mais eficazes se forem integrados à sala de aula e ao currículo de alguma forma sistemática; isso exigirá que os professores estejam cientes das possibilidades e encaminhem seus alunos a elas de forma adequada. Uma maneira de fazer isso é os professores de matemática compilarem sistematicamente links para sites da Web para serem acessados pelos alunos de uma determinada classe ou escola. Em alguns casos, os recursos são claramente complementares ao currículo, enquanto em outros podem revelar-se essenciais. Embora alguns recursos possam ser bem usados como uma atividade para toda a classe, outros são melhor usados com grupos de alunos, enquanto outros provavelmente serão eficazes com os alunos que trabalham individualmente, seja na escola ou fora dela. De fato, alguns recursos da Internet podem se encaixar melhor no currículo como atividades de dever de casa, onde os alunos e seus pais podem juntos se envolver em atividades matemáticas sugeridas.

Onde as instalações permitem, muitos sites se prestam ao uso de um quadro interativo em uma sala de aula. Miller, Glover e Averis (2008) na Universidade de Keele pesquisaram o uso de lousas interativas e oferecem muitos conselhos práticos para o ensino. Um resumo atraente deste trabalho é a frase, “No quadro, na mesa, na cabeça”, elaborada no excelente verbete da Mathemapedia (Conselho Nacional de Excelência no Ensino de Matemática, 2009). Miller (2009) também oferece (por assinatura) links para centenas de recursos para matemática do ensino médio. No Brasil, uma coleção substancial de recursos interativos foi muito bem compilada por Boggs (2009).

Quando o acesso confiável à Internet em sala de aula é problemático, como ocorre em muitas escolas, é importante notar que alguns materiais podem ser baixados da Internet para uso educacional ou comprados para uso em sala de aula, de modo que o acesso "ao vivo" em

uma sala de aula ou em casa não seja necessário. Ainda é necessário algum acesso à Internet para fazer o download dos materiais em primeiro lugar. Dois bons exemplos disso são os pacotes disponibilizados no NRIC (Millennium Mathematics Project, 2009b) e os CD-ROMs que podem ser adquiridos no Biblioteca Nacional de Manipulativos Virtuais (2009), cujos detalhes são facilmente encontrados nos respectivos sites.

O uso da Internet para Webquests é brevemente explorado e exemplificado por Kissane (2009). Eles oferecem uma maneira sistemática para que os alunos utilizem uma variedade de recursos da Internet. McCoy (2005) oferece um bom tratamento das possibilidades e construiu sites com vários bons exemplos.

### 2.3 COMO EDUCADORES DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA IMPLEMENTAM OS PRINCÍPIOS DE DESIGN EM ABORDAGENS COMBINADAS

Aumentar o desenvolvimento profissional de professores de matemática e formadores desses profissionais é uma necessidade ligada à melhoria do ensino de matemática. A tecnologia e as redes de internet estão permitindo a concepção de cursos para um grande número de participantes, de maneiras que não estavam disponíveis em contextos mais tradicionais (Silverman e Hoyos 2018). Diferentes programas de desenvolvimento profissional em larga escala foram adaptados para a prática de impacto (Carney et al. 2019). Em particular, duas abordagens diferentes foram desenvolvidas para projetar e aumentar o desenvolvimento profissional: Cursos online abertos massivos (MOOCs) e abordagens combinadas. MOOCs são cursos online que visam a ampla participação e acesso aberto via Web (Avineri et al. 2018), abrindo possibilidades para os professores se envolverem em uma variedade de oportunidades de aprendizagem.

A intensificação do desenvolvimento profissional se preocupa com a forma como o programa é implementado em vários instrutores e ambientes e com os efeitos da participação, como as mudanças na prática dos participantes do curso. Algumas iniciativas se concentraram na identificação de fatores que contribuem para a sustentabilidade e ampliação do desenvolvimento profissional (Goos et al. 2018), reconhecendo que examinar seu impacto é complexo e sem estruturas sólidas para explicar a aprendizagem em ambientes online abertos (Joksimovic et al. 2018 ) As tecnologias digitais permitem novas abordagens para projetar, implementar e analisar o desenvolvimento profissional em larga escala e determinar a

influência na prática do professor e no desempenho do aluno (Bell et al. 2010). Por exemplo, a internet permite o desenvolvimento de novas abordagens por meio das quais é possível apoiar a sustentabilidade e a ampliação do desenvolvimento profissional com foco na introdução de tecnologias dinâmicas no uso de kits de ferramentas baseados na Web (Clark-Wilson e Hoyles 2019). As atividades crescentes de projetar MOOCs e usar abordagens de aprendizado combinado estão definindo novas questões relacionadas a como os princípios de projeto podem ser gerados.

### 2.3.1 MOOCs

Quanto a relevância dos MOOCs, podemos mencionar que:

O potencial dos MOOCs para perturbar a natureza institucional e hierárquica da educação tradicional, oferecendo aos alunos oportunidades de acesso a cursos sem pré-requisitos, sem taxas (a menos que exijam um registro de conclusão do curso), e o potencial dos MOOCs para afetar o acesso e a qualidade de a educação matemática não é bem compreendida. (Borba et al, 2016, p. 606)

Neste momento, a reflexão sobre a concepção, implementação e sustentabilidade dos MOOCs na educação matemática, gera perspectivas teoricamente informadas e como essas questões podem informar a tomada de decisão. O design de MOOCs em diferentes contextos culturais coloca ênfase em aspectos-chave, como a possibilidade de compartilhamento de materiais e ideias, e implica metodologias de ensino de matemática e os diferentes referenciais teóricos usados para apoiar seus projetos.

Taranto e Arzarello (2020) relatam uma estrutura conceitual que norteou o desenho de seu MOOC e sua utilização na interpretação da dinâmica que caracteriza a formação de professores. Taranto e Arzarello (2020) argumentam que a estrutura conceitual permite a identificação de características específicas dos novos ambientes de aprendizagem definidos pelos MOOCs - como as interações entre os participantes mudam seus conhecimentos e crenças.

Hollebrands e Lee (2020) adotaram uma abordagem conceitual diferente para relatar os efeitos dos princípios de design dos MOOCs. Eles examinaram como os princípios de design foram implementados no desenvolvimento do MOOC e como eles influenciaram o engajamento dos participantes. Os princípios considerados foram a aprendizagem

autodirigida, aprendizagem com múltiplas vozes, aprendizagem conectada ao trabalho e aprendizagem com apoio de pares. A partir desses princípios e utilizando o Modelo Interconectado de Crescimento Profissional (Clarke e Hollingsworth, 2002), Hollebrands e Lee consideraram as maneiras pelas quais elementos do domínio externo influenciavam o domínio pessoal dos participantes. A estrutura conceitual utilizada enfatiza a mudança do professor que ocorre por meio do processo de atuação e reflexão sobre a prática. Em particular, eles estudaram como o domínio pessoal dos participantes nos MOOCs - conhecimento, crenças e atitudes - interage, conforme os participantes se engajaram e refletiram sobre os elementos do domínio externo, a saber, leituras, tarefas e estruturas que definem os MOOCs. Como os princípios de design são aplicados no design de MOOCs e como eles apoiam as oportunidades de aprendizagem para os participantes tornou-se um ponto de reflexão.

Uma característica comum, em Taranto e Arzarello (2020, e Hollebrands e Lee (2020), é a sua reflexão sobre como os princípios adotados pelos designers de MOOCs influenciam os aspectos pessoais e sociais dos participantes. No entanto, as idéias que suportam os princípios de design diferem. Por um lado, Hollebrands e Lee usam práticas baseadas em pesquisa usadas na formação presencial de professores de matemática e princípios de design para o ambiente online para enquadrar suas decisões. Por outro lado, Taranto e Arzarello hibridizam três perspectivas teóricas sobre o ensino e a aprendizagem da matemática para criar um novo quadro conceitual com o propósito de tomar decisões como designers, pesquisadores e formadores de professores.

Outras questões estão relacionadas a como os designers consideram as restrições de tempo para fortalecer o impacto das intervenções. Três dessas necessidades podem ser identificadas. Em primeiro lugar, uma questão é como as perspectivas teóricas podem nos ajudar a melhorar nossa compreensão dos processos de design e implementação de MOOCs e iniciativas combinadas. Em segundo lugar, devemos identificar os fatores que contribuem para a aprendizagem e a sustentabilidade nos MOOCs e nas abordagens combinadas - fatores que influenciam a participação dos professores nessas iniciativas. Finalmente, temos que avaliar diferentes MOOCs e abordagens de aprendizagem combinada em todos os ambientes educacionais para fornecer informações sobre o papel desempenhado por diferentes variáveis contextuais e culturais.



### 2.3.2 Abordagens combinadas

Os cursos de aprendizagem combinada muitas vezes tendem a replicar os métodos tradicionais de ensino e são desenvolvidos por razões de eficiência, fazendo pequenas alterações na pedagogia com recursos adicionais e materiais suplementares (Graham, 2006), em vez de empregar novas visões da pedagogia no ensino e aprendizagem de maneira significativa (Collis e Van der Wende, 2002). Por ser bastante desafiador desenvolver um curso combinado rico e eficaz, a adoção generalizada de tais programas está se mostrando um desafio (Torrise-Steele e Drew, 2013).

A aprendizagem combinada oferece aos alunos as duas opções de entrega, qualquer que seja seu estágio atual de desenvolvimento (Chaney 2016; Vasileiou, 2009). Ao integrar o aprendizado online ao sistema, o aprendizado combinado expande o ambiente de aprendizado para o mundo virtual, onde as limitações tradicionais são removidas. Por meio do componente online, a diferenciação entre as necessidades dos alunos se torna mais fácil e se combina com o aspecto social da sala de aula real para criar um sistema de aprendizagem forte.

Um sistema de aprendizagem combinada inclui a importante interação face a face que Vygotsky considerou vital e, portanto, fornece todos os benefícios dos aspectos sociais da aprendizagem (Ting e Chao 2013). A aprendizagem combinada reconhece a necessidade de interação entre pares e aplicação prática para trazer a aprendizagem à maturidade. O aprendizado combinado envolve os alunos, pois lhes oferece uma oportunidade de desenvolver suas próprias opiniões, considerar novas idéias em colaboração com outros alunos online e experimentar suas próprias idéias em um ambiente relativamente anônimo (Holley e Oliver 2010).

Martinez, Guíñez, Zamora, Bustos e Rodríguez (2020) descrevem um programa de desenvolvimento profissional de aprendizagem combinada para professores do ensino fundamental e médio com o objetivo de desenvolver conhecimentos matemáticos para o ensino. A forma como os workshops presenciais e as atividades virtuais são integrados ilustra o uso dos princípios do design por um modelo instrucional caracterizado por uma sequência de aprendizagem e um modelo de construção. O modelo de construção é formado por quatro tipos de atividades: ativação, análise, institucionalização e prática.

Os autores sublinham que os princípios de design permitem que os participantes tenham um alto nível de aprendizagem autônoma e on-line, tendo oportunidades de aprendizagem para desempacotar e analisar matemática elementar de uma perspectiva de

ensino. Três princípios gerais são usados para projetar e analisar a implementação deste programa: a visão construtivista da aprendizagem; aprendizagem baseada em problemas contextualizada, e que o ensino da matemática requer conhecimentos específicos. Esses princípios são operacionalizados durante o design, por exemplo, por meio do design de atividades online em torno de contextos que operam como um quadro geral para problematizar vários aspectos do conteúdo. Este recurso permite gerar situações de aprendizagem nas quais as tarefas ajudam a desenvolver diferentes aspectos do conhecimento matemático para o ensino.

Goos, O'Donoghue, NíRíordáin, Faulkner, Hall e O'Meara (2020) concentram sua iniciativa em professores secundários que têm que ensinar matemática sem nenhum treinamento formal ou educação na área - professores fora de campo. Eles analisam os princípios de design que sustentam o desenvolvimento e entrega de um programa de aprendizagem combinada de desenvolvimento profissional para professores externos de matemática do ensino médio na Irlanda. Três referenciais teóricos informaram sua análise do design de aprendizagem combinada. A primeira estrutura examina definições, dimensões e fundamentos para a aprendizagem combinada, a segunda estrutura caracteriza o ensino fora de campo como um evento que ultrapassa os limites e a terceira diz respeito ao desenvolvimento profissional do professor eficaz usando recursos estruturais e centrais.

Eles integraram essas estruturas em um contexto de aprendizagem combinada, tentando descobrir como esse ambiente contribui para a aprendizagem profissional eficaz para professores de matemática fora do campo. Eles descobriram que o envolvimento é de longa duração e intenso entre os participantes, mas também aprenderam que as considerações epistêmicas devem ser abordadas quando matemáticos profissionais se envolvem com professores de matemática no desenvolvimento do currículo. Por exemplo, a natureza da aprendizagem combinada merecia mais atenção porque uma melhor apreciação poderia levar a melhores oportunidades de aprendizagem e resultados para os professores.

Um desenvolvimento relativamente novo no desenvolvimento profissional de professores, com uma base sólida em educação matemática, é chamado de estudo de lição. É baseado na colaboração de professores para projetar aulas. Essa colaboração, no entanto, pode ser um desafio para professores isolados que não podem se comunicar cara a cara regularmente. Joubert, Callaghan e Engelbrecht (2020) realizaram um estudo no qual apresentaram um curso de modo misto no uso da tecnologia no ensino para professores em atividade de diferentes áreas disciplinares, incluindo matemática. O objetivo deste curso era

desenvolver o conhecimento e as habilidades dos professores no uso e integração da tecnologia móvel em seu ensino.

Em seu estudo, eles investigaram como o estudo da lição pode ser adaptado em um formato combinado para apoiar professores isolados que não podem se encontrar cara a cara regularmente, usando um Sistema de Gerenciamento de Aprendizagem (LMS) para se comunicar. Eles identificaram aspectos que devem ser incorporados a um processo de estudo de aulas combinadas para apoiar professores isolados no ensino com tecnologia. Uma estrutura com três dimensões emergiu, apoiada por aspectos relacionados à colaboração dos professores, ao design instrucional e ao processo de melhoria iterativa.

Quinn e Aarão (2020) abordaram a questão de quais deveriam ser as contribuições das experiências on-line e presenciais em uma experiência ideal de aprendizado combinado de matemática de engenharia no primeiro ano. Os desenvolvimentos testados incluíram questionários online para mudar atitudes e ensinar conceitos básicos, opções de palestras online, além de palestras presenciais, a adoção do que eles chamam de tutoriais de quadro (uma técnica que apoia a aprendizagem entre pares e melhora o envolvimento), e resultados de aprendizagem apoiados por uma abordagem de resolução de problemas para problemas de modelagem de engenharia mais complexos e problemas interativos online. O aluno individual pode determinar a quantidade de mistura.

Eles descobriram que os questionários online são uma ferramenta útil que, juntamente com o material de apoio, pode nivelar o campo de jogo em relação ao conhecimento assumido para os alunos em transição para a universidade. Além disso, o uso de questionários online de conhecimento básico substituiu com eficiência uma miríade de conversas potencialmente demoradas entre tutor e aluno, como diagnóstico, feedback, trabalho independente e a reavaliação, o que seria impraticável em um ambiente presencial. Quinn e Aarão (2020) também usaram tutoriais de quadro, mudando os tutoriais passivos de ‘mini-palestras’ para experiências que tanto alunos quanto professores valorizavam. Argumentam que a implementação bem-sucedida da aprendizagem combinada em matemática do primeiro ano, ocorre quando se automatiza o máximo possível das conversas de rotina entre professor e aluno, reservando o tempo de interação tutor-aluno que há para um cara a cara de alto impacto nas atividades de aprendizagem e para apoiar o trabalho do projeto.

### 2.3.3 Redes sociais e construção de conhecimento

A teoria da aprendizagem social construtivista, conforme proposta e desenvolvida por Vygotsky, há muito tempo melhora o envolvimento e a aprendizagem dos alunos, e muitos estudos apóiam essa teoria (Grady et al. 2012; Schmidt 2013). Em sua pesquisa sobre tecnologia instrucional, Pepin et al. (2017) constataram que muitos estudos sobre o tema são predominantemente enquadrados por teorias socioculturais que enfatizam o papel do discurso na aprendizagem. O desenvolvimento das tecnologias de informação e comunicação propiciou o surgimento de novas formas de discurso e tem o potencial de mudar as relações sociais e as formas pelas quais passamos a compreender o desenvolvimento do conhecimento (Llinares e Olivero 2008; Llinares e Valls 2010; Clay et al. 2012).

A interação em contextos online permite-nos considerar as ligações entre os processos de construção de sentido e de participação que sustentam a aprendizagem. As ligações entre a construção de significado e a participação são sustentadas por artefatos ou ferramentas sociais, como colaboração online, mapeamento mental ou compartilhamento de narrativas em fóruns online para discutir aspectos relevantes no ensino de matemática. O compartilhamento de espaços de interação cria oportunidades para que os participantes reorganizem seus conhecimentos no decorrer da interação social. Nesse sentido, a disponibilização de novas mídias auxilia os participantes a comunicar o conhecimento de formas multimodais gerando diferentes formas de discurso.

Diferentes perspectivas teóricas sobre aprendizagem e conhecimento têm sido usadas para compreender as ligações entre a interação em contextos online e a construção do conhecimento para conceituar a interação mediada pela tecnologia (Clay et al. 2012; Goos e Geiger 2012; Llinares e Valls 2010). Recentemente, surgiram novas perspectivas que consideram como a mídia recém-introduzida reorganiza o pensamento humano, favorecendo conexões e discussão em grupo (Borba et al. 2018). Essas abordagens sublinham que a mídia age e interage ao saber quando os participantes interagem de forma colaborativa (em contextos combinados ou online). Parte-se do pressuposto de que a natureza da interface entre os participantes afeta o potencial de construção do conhecimento (Borba e Llinares 2012). A noção de construção de conhecimento em ambientes colaborativos pressupõe que a natureza da participação e do conteúdo do discurso está relacionada a como o processo de construção do conhecimento é desenvolvido.

Um aspecto aqui são as diferentes formas de discurso que os participantes adotam e como os participantes criam pontos de foco em torno de umnexo que organiza a negociação de significados. As mídias inseridas no contexto online específico podem proporcionar

diferentes formas de articulação do discurso para que os participantes percebam, representem, interpretem ou utilizem elementos teóricos. Esses tipos diferentes de discurso gerados em contextos online colaborativos focam a atenção dos participantes nos significados, combinando processos de participação e reificação. Nessas iniciativas, vários aspectos do conhecimento da matemática para o ensino emergem e oportunidades pedagógicas matematicamente significativas para o ensino da matemática que se baseiam no pensamento do aluno.

Cendros-Araujo e Gadanidis (2020) relatam como o uso de tecnologias colaborativas e multimodais apóia a construção do conhecimento. O contexto específico é um curso misto de graduação em um programa de formação de professores primários no Canadá, incluindo o uso de diferentes ferramentas para atividades de mapeamento mental colaborativo online. O quadro teórico sublinha a noção de que as novas mídias reorganizam o pensamento humano. Neste caso, os mapas mentais são entendidos como formas de visualizar conhecimentos de educação matemática construídos coletivamente, e as diferentes ferramentas tecnológicas são utilizadas como meios para apoiar e organizar temas, criando conexões visuais e inserindo outras representações semióticas distintas, como vídeos ou imagens.

A análise dos artefatos criados pelos futuros professores (mapas mentais) e o fluxo de interação durante o processo de construção possibilitaram a Cendros-Araujo e Gadanidis relatar uma teoria fundamentada da construção do conhecimento por meio do mapeamento mental. Eles descrevem como os professores de matemática em formação constroem conhecimento quando interagem por meio de mapeamento mental colaborativo online e como as diferentes características técnicas das ferramentas impactam na reorganização do conhecimento pelos diferentes meios de discurso. Nesse caso, as ferramentas tecnológicas em um contexto colaborativo permitem que novas formas de saber sejam mostradas por meio de um novo tipo de discurso - como integrar o visual e o texto e combinar realizações gráficas, narrativas e simbólicas.

Fernandez, Llinares e Rojas (2020) relatam o desenvolvimento da percepção dos futuros professores de matemática do ensino médio como consequência do compartilhamento de narrativas de seu próprio ensino em um fórum assíncrono com outros colegas e tutores universitários. Nesse caso, as narrativas de seu próprio ensino são os artefatos que permitem a um futuro professor de matemática reificar o que é percebido em cada ocasião. O contexto é um programa online de formação de professores a distância na Costa Rica, que visa

desenvolver a competência dos futuros professores para identificar oportunidades pedagógicas matematicamente significativas (MOSTs), a fim de desenvolver o pensamento dos alunos.

Nessa intervenção, a integração entre pensar e fazer fica evidente quando os futuros professores raciocinam sobre os eventos de ensino para decidir como agir. Este artigo mostra duas características de como a interação social online influencia o desenvolvimento da competência docente, como a observação. A primeira característica é definida pela função de escrever e compartilhar narrativas em um fórum online, e a segunda é definida pela função de feedback como forma de colaboração interativa. Neste caso, o desenvolvimento da percepção estava relacionado a aspectos do discurso (processos de comunicação), como a identificação de MOSTs, fornecendo mais detalhes do pensamento dos alunos e fornecendo razões explícitas por trás das ações dos futuros professores.

Ambos os artigos podem ser considerados exemplos de como um contexto online, apoiando a interação dos participantes, ajuda a reorganizar sua própria atividade e, ao mesmo tempo, como uma forma pela qual os participantes pensam e compartilham seus conhecimentos usando certas tecnologias. Essas ideias são apoiadas pela descrição dos estágios de construção do conhecimento por meio do mapeamento mental - introduzindo um tópico, construindo um conceito e dando sentido a toda a imagem - e pelas maneiras pelas quais os MOSTs são aproveitados e pelas razões dadas para as ações dos futuros professores. Essas ideias conformam-se à abordagem denominada humanos-com-mídia, desenvolvida por Borba e Villarreal (2005). Além disso, a construção colaborativa de mapeamento mental e o compartilhamento de narrativas de seu próprio ensino podem ser vistos como recursos para pensar e comunicar conhecimento quando os participantes estão tentando construir novos conhecimentos.

Em primeiro lugar, como as mídias de suporte à interação social podem implantar diversas possibilidades semióticas, dando formas a diferentes tipos de discurso. Em segundo lugar, como as ferramentas de compartilhamento e cocriação geram o contexto no qual os participantes podem comparar e compartilhar suas ideias e justificar e avaliar seus argumentos. Por fim, o papel desempenhado pela estrutura cognitiva, como feedback de outras pessoas e instruções para realizar as atividades. Esses recursos nos ajudam a entender um pouco mais sobre as relações entre a interação social em ambientes online e a construção do conhecimento e o desenvolvimento da competência docente.

## 2.4 RECURSOS, FERRAMENTAS E NOVOS AMBIENTES DE APRENDIZAGEM: MUDANDO AS RELAÇÕES ENTRE O CONHECIMENTO MATEMÁTICO, ALUNOS E PROFESSORES

O desenvolvimento de novas tecnologias digitais oferece novas oportunidades aos educadores matemáticos e novas formas de pensar a evolução do ensino e da concepção de ambientes de ensino-aprendizagem, gerando novas práticas e estabelecendo objetivos que não pensávamos há vários anos. Arcavi (2020) apontou que, no campo educacional, as ferramentas facilitam o desempenho de uma tarefa, estendendo o poder das capacidades humanas e ampliando o poder da mente. Embora essas ferramentas imponham restrições às atividades de aprendizagem, elas também geram novas oportunidades de aprendizagem. Essas oportunidades de aprendizagem estão vinculadas a novas maneiras de buscar informações, que moldam as experiências matemáticas dos alunos (Van de Sande 2011) e determinam como os professores em atividade podem tomar decisões curriculares (Cooper et al. 2019).

Neste número especial, vários tipos de ferramentas são analisados e discutidos no que se refere ao ensino de matemática e à formação de professores de matemática, mostrando novas formas de pensar, mas também definindo como são enquadradas atividades dos educadores matemáticos. As ferramentas medeiam as ações desses educadores, permitindo projetar novos ambientes de aprendizagem, mas esse novo contexto também determina novas formas de pensar. Existem vários artigos que enfocam como o uso de diferentes tipos de ferramentas determina mudanças nas relações entre o conhecimento matemático e os alunos e professores. Além disso, o desenvolvimento de novas ferramentas digitais (ou novos usos de ferramentas antigas) gerou a necessidade de explorar usos inovadores da tecnologia digital.

### 2.4.1 Ferramentas e novas formas de pensar e novas práticas

As novas formas de usar diferentes ferramentas digitais retratam uma variedade de cenários de ensino diferentes. Os significados associados à noção de concepção e implementação de recursos, ferramentas e contextos de aprendizagem, mudam as perspectivas de aprendizagem da matemática. As ferramentas digitais mostram novas formas de interação entre alunos, professores e conhecimentos matemáticos, definindo novas práticas.

Ferramentas tradicionais, como vídeos e tarefas de avaliação, são utilizadas de forma diferenciada e definem novas práticas. Além disso, a acessibilidade de grandes fontes de informação proporcionadas pela internet, gera novas necessidades, tais como determinar critérios na busca de ajuda para resolver problemas, ou estruturas conceituais explícitas para desenvolver recursos online para apoiar a aprendizagem profissional de professores ou para avaliar aprendizagem matemática. Há também uma necessidade crescente de os alunos pensarem criticamente sobre a riqueza de novas oportunidades associadas a todos os vários recursos com os quais eles podem interagir, e como eles podem ser capacitados para desenvolver essa atitude crítica para avaliar novos recursos.

Scucuglia (2020) relata o uso integrado das artes e da tecnologia digital na educação matemática criando cenários pedagógicos. Nesse caso, a criação de um instrumento virtual com software musical é utilizada para desenvolver novas formas de ensino de matemática. Essa abordagem gera novos cenários de ensino que proporcionam experiências matemáticas estéticas. O quadro teórico leva em consideração que o conhecimento matemático não é produzido apenas por humanos, mas por 'humanos-com-mídia', neste caso, analisando a experiência matemática dos professores em formação quando estão engajados na produção musical. Este novo cenário de aprendizagem sublinha a ligação entre a educação musical e matemática. O enfoque na ligação entre matemática e música por meio de ferramentas digitais abre possibilidades para considerar o potencial hipotético do pensar com a mídia e da música em termos de representação, padronização e algoritmos, como aspectos do pensamento computacional.

Oechsler e Borba (2020) investigaram como a criação de vídeos com conteúdo matemático, pelos próprios alunos, pode contribuir para o processo de mudança da sala de aula, e como essa atividade pode se tornar uma ferramenta de ensino e aprendizagem. Eles fundamentam sua discussão na semiótica social, teoria que considera o contexto de produção e as negociações entre os atores, para analisar como a produção de vídeos em sala de aula pode auxiliar na comunicação do conhecimento matemático e na mudança da dinâmica em sala de aula. . Eles descobriram que a produção de vídeo proporcionou uma dinâmica de sala de aula em que os alunos puderam se tornar protagonistas do processo de ensino e aprendizagem, com os professores mediando essa atividade.

Eles argumentam que a produção de vídeo é uma forma diferente de expressar matemática e é particularmente adequada para expressar o que os alunos compreenderam. Por meio de vídeos, um novo tipo de matemática pode surgir na sala de aula, integrando sua



linguagem simbólica tradicional com outras modalidades, como linguagem, gesto, imagem e música. Na produção dos vídeos, os alunos mostraram sua compreensão do conteúdo e, por meio dessa atividade, os próprios alunos tomaram consciência de suas dificuldades e buscaram maneiras de superá-las. Nesse sentido, a produção de vídeo auxilia no incentivo à discussão e reflexão dos alunos sobre o conteúdo e sua exposição para a produção de sentido e promove uma mudança na dinâmica da sala de aula, rompendo a barreira entre a sala de aula e o mundo exterior. Essa atividade é vista como uma faceta nova e emergente da educação, na qual o aluno busca conteúdos fora da sala de aula.

Sánchez Aguilar e Puga (2020) usaram software de monitoramento para observar como um grupo de alunos usa a internet para resolver uma tarefa matemática, cujos fundamentos matemáticos eles não estão completamente familiarizados, para produzir uma caracterização dos comportamentos de busca de ajuda que os alunos apresentam. Eles fizeram uso de autorrelatos, complementados com a análise da resolução dos alunos de tarefas matemáticas, apoiados no uso de software de monitoramento. Eles descobriram que os alunos manifestam comportamentos instrumentais de busca de ajuda principalmente associados aos itens de procedimento da tarefa. Um padrão geral de comportamento, manifestado pelos alunos que participaram do estudo, foi dominado pelo uso de motores de busca e palavras-chave para identificar fontes de ajuda matemática.

Eles observaram como a internet e seus recursos foram fundamentais para alguns alunos buscarem ajuda, e que, com essa ajuda, os alunos conseguiram resolver com sucesso uma tarefa matemática sobre um tema parcialmente desconhecido para eles, o que poderia ser interpretado como um desenvolvimento positivo de uma estratégia de aprendizagem autorregulada. No entanto, alguns alunos usaram apenas palavras-chave apropriadas para realizar o processo de busca de ajuda - para que os alunos pudessem encontrar maneiras de resolver tarefas matemáticas nas quais não havia necessidade de exercer raciocínio a priori sobre a estrutura da tarefa ou a natureza da situação matemática em jogo, antes de decidir sobre procedimentos algorítmicos específicos.

Um problema comum, é o uso de ferramentas digitais para enfatizar uma atividade proposital e empreendida em conjunto (criar instrumentos virtuais com software de música para enfatizar o pensamento matemático, vídeos com conteúdo matemático e usar a internet para ver para ajuda). Nestes casos, a utilização de diferentes tipos de ferramentas mostra como criar espaços para múltiplas vozes nos ambientes de aprendizagem, evidenciando a

mediação tecnológica desempenhada pelas ferramentas digitais. Esses novos usos de ferramentas definem novas práticas em educação matemática.

#### 2.4.2 **Novas formas de ensino: salas de aula invertidas**

A ideia de uma sala de aula invertida, onde os alunos assistem a palestras preparadas anteriormente fora da sala de aula, recentemente se tornou bastante popular na aprendizagem combinada (Schmidt 2013). Neste modelo pedagógico, os alunos concluíram atividades preparatórias (por exemplo, leituras e reflexões) antes da aula e, em seguida, participaram de atividades colaborativas em aula. (Crouch e Mazur 2001). A abordagem da sala de aula invertida na educação matemática está relacionada ao aumento do tempo em sala de aula para tarefas/práticas, a possibilidade de integrar novos conhecimentos com crenças existentes e feedback em tempo real. Mas os desafios também são relatados, como a falta de familiaridade dos alunos com a aprendizagem invertida e o esforço inicial significativo por parte dos instrutores (Lo et al. 2017).

Voigt, Fredriksen e Rasmussen (2020) conduziram um estudo sobre salas de aula invertidas. Em seu estudo, eles abordaram a eficácia do uso de uma abordagem de sala de aula invertida nos resultados dos alunos. Eles explicaram as atividades em sala de aula e as teorias de aprendizagem usadas para projetar o currículo, unindo o vídeo doméstico e os componentes curriculares da sala de aula invertida por meio de heurísticas de projeto que capacitavam os alunos a pensar criticamente sobre problemas matemáticos individualmente antes de se envolverem com a tarefa em um ambiente coletivo.

Eles ilustram como elementos da teoria do design instrucional da Educação Matemática Realística (Freudenthal 1991) e da Pedagogia Culturalmente Responsiva (Ladson-Billings 1994) influenciaram o currículo escrito e oculto e como essas considerações foram então vivenciadas por alunos de cálculo em uma universidade norueguesa, como parte dos componentes do currículo promulgados. Ao vincular o conteúdo apresentado nas aulas em vídeo com as experiências dos alunos dentro da sala de aula, eles destacaram como as teorias de design podem ser aproveitadas para criar um modelo de sala de aula invertido mais rico, fornecendo uma oportunidade de analisar criticamente como as salas de aula invertidas podem ser projetadas, de forma que valoriza a diversidade da experiência do aluno e vai além de um modo transferível de aprendizagem.

## 2.5 IMPLICAÇÕES PARA DIREÇÕES FUTURAS

Desde o início, houve incerteza sobre o quão eficaz o ensino online pode ser (Cavanaugh et al. 2004; Chaney 2016), mas por causa da acessibilidade da tecnologia da computação nas salas de aula, a popularidade do uso de ferramentas digitais cresceu rapidamente em todos os sistemas educacionais de o mundo. Como resultado, o uso de ferramentas digitais tem atraído a atenção de pesquisadores que embarcam no processo de investigação empírica necessária para uma análise aprofundada (Chaney 2016).

A partir da literatura pesquisada, está se tornando cada vez mais claro que mais evidências empíricas são necessárias para determinar a eficácia da instrução online ou mista em salas de aula em todos os níveis de educação matemática, bem como o uso de ferramentas digitais determina novas práticas. A natureza da matemática também está mudando. Com dispositivos de computação que podem fazer a matemática procedimental com mais rapidez e precisão do que os humanos, há uma mudança de ver a matemática como uma aplicação de procedimentos para uma ênfase na resolução criativa de problemas (Devlin 2011). Junto com as tendências mencionadas acima, identificamos quatro domínios que nos ajudam a ver as mudanças causadas pelo uso da internet: a mudança das salas de aula; novas formas de pensar e ser humano com a mídia; colaboração em contextos online e hiper-personalização da aprendizagem.

A colaboração na aprendizagem está se tornando cada vez mais possível e popular em novos contextos de ensino e aprendizagem da internet e ocorre em diferentes formatos. O conceito de ambientes de aprendizagem pessoal (PLE) foi introduzido por meio do trabalho de diversos autores: Attwell (2007), Chatti et al. (2010) e Wild et al. (2010). Os PLEs são sistemas que permitem que os alunos assumam o controle de sua própria aprendizagem, definindo seus próprios objetivos e conteúdos. (Borba et al. 2016). Um PLE pode consistir em subsistemas, como um aplicativo de desktop ou algum serviço baseado na web integrando aprendizagem formal e informal, usando redes sociais, e pode incluir possibilidades de colaboração, como pequenos grupos, para conectar uma variedade de recursos e sistemas em um indivíduo espaço.

Os PLEs diferem dos sistemas de gerenciamento de aprendizagem (LMS) porque o LMS abrange todo o curso (ou toda a instituição), enquanto um PLE é individual. Quando os

alunos não têm controle sobre o que é ensinado, mas têm controle sobre o que é aprendido (Tu et al. 2012), eles criam um PLE, uma coleção de todas as ferramentas que usam para aprender, permitindo assim uma integração controlada pelo aluno de uma infinidade de ferramentas de aprendizagem e serviços em um espaço personalizado (Bidarra e Araújo 2013). A ideia de rede de aprendizagem pessoal (PLN) está relacionada ao conceito de PLE. As PLNs estendem a estrutura PLE para incluir uma rede de aprendizagem informal de pessoas com as quais se conectar para o propósito específico de aprendizagem (Borba et al. 2016). Em uma PLN, há um entendimento entre os participantes de que eles estão se conectando com o propósito de aprendizagem ativa (Lalonde 2012). Embora esses ambientes ainda não sejam comumente usados na educação matemática, eles são conceitos bem conhecidos em outras disciplinas, como a ciência da computação. Prevê-se que, num futuro previsível, um número crescente de alunos e instituições embarcará nesta rota de colaboração online para apoiar a sua aprendizagem.

As questões relativas à colaboração em contextos online nos artigos deste trabalho sublinham algumas das últimas características, incluindo, em particular, como a mídia que apóia a interação social implanta várias formas de possibilidades semióticas. Além disso, eles sublinham como as características dos participantes nas interações, como justificar suas posições e avaliar seus argumentos, estão misturadas com o andaime cognitivo que é mais difícil de identificar em ambientes de ensino tradicionais.

### 3 JCONCLUSÕES

Uma mensagem em todo este trabalho é que o “currículo” oficial está desempenhando um papel que é enfatizado demais. Os alunos modernos querem ter mais voz na forma como são ensinados e no que são ensinados. Comparáveis a uma criança aprendendo a falar, eles querem decidir que matemática aprendem e como, em uma abordagem de puxar, em vez de um currículo que é imposto a eles pelo sistema educacional. Podemos estar no início de uma transformação da sala de aula. A matemática mudará da mesma forma que mudou com o aparecimento de "papel e lápis"? No entanto, embora os tópicos nesse artigo impulsionem o campo, ainda há muitas questões a serem abordadas.

Uma ampla gama de mídia e tecnologia está disponível para criar novas formas híbridas de ensino. A integração da tecnologia permite que os educadores criem experiências de aprendizagem que atraem os alunos de forma ativa e significativa para o conteúdo do curso. Esta tecnologia pode formar coletivos pensantes (Levy 1993) com professores que podem quebrar as paredes da sala de aula "cúbica" regular que está associada com palestras.

Este artigo explorou uma tipologia de maneiras pelas quais a Internet pode ser usada por usuários relativamente pouco sofisticados (do ponto de vista das TIC) para apoiar e aumentar o ensino e a aprendizagem da matemática. As cinco categorias de usos são distintamente diferentes e oferecem diferentes potenciais, que podem ser limitados em certa medida pelas diferentes circunstâncias em que o acesso à Internet está disponível para os alunos. A tipologia é exemplificada por Kissane (2009), com links para muitos exemplos, juntamente com breves conselhos de apoio. Há muito a oferecer aos alunos (assim como aos seus professores) já na Internet, sem taxas de assinatura, e todas as perspectivas de que as ofertas disponíveis aumentem nos próximos anos, à medida que os desenvolvedores continuem a disponibilizar seus trabalhos para uma audiência global.

#### 4 REFERÊNCIAS

Ahn, R., & Class, M. (2011). Pedagogia centrada no aluno: coconstrução de conhecimento por meio de exames intermediários gerados por alunos. *Jornal Internacional de Ensino e Aprendizagem no Ensino Superior*, 23 (2), 269-281.

Almeida, H. R. F. L. (2015). Das Tecnologias às Tecnologias Digitais e seu uso na Educação Matemática [Das tecnologias às tecnologias digitais e sua utilização na educação matemática]. *Nuances: Estudos Sobre Educação*, 26 (2), 222-239.

Arcavi, A. (2020). De ferramentas a recursos no desenvolvimento profissional de professores de matemática. In S. Llinares & O. Chapman (Eds.), *Manual internacional de formação de professores de matemática. Volume 2: Ferramentas e processos na formação de professores de matemática* (2ª ed., Pp. 421–440). Leiden: Brill.

Avineri, T., Lee, H. S., Tran, D., Lovett, J., & Gibson, T. (2018). Design e impacto de MOOCs para professores de matemática: tendências internacionais em pesquisa e desenvolvimento. Em J. Silverman & V. Hoyos (Eds.), *Ensino à distância, E-learning e aprendizagem combinada em educação matemática* (pp. 185–200). Londres: Springer.

Bell, C.A., Wilson, S.M., Higgins, T., & McCoach, D. B. (2010). Medindo os efeitos do desenvolvimento profissional no conhecimento do professor: O caso do desenvolvimento de ideias matemáticas. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41 (5), 479-512.

Bennison, A., Goos, M., & Geiger, V. (2020). Utilizando uma abordagem de design instrucional com base em pesquisas para desenvolver um recurso online para apoiar o aprendizado profissional do professor na incorporação de numeramento no currículo. *ZDM Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01140-2>.

Bezemer, J. J., Jewett, C., & O'Halloran, K. (2016). *Apresentando a multimodalidade*. Nova York: Routledge.

Bidarra, J., & Araújo, J. (2013). Ambientes de aprendizagem pessoal (PLEs) em um curso a distância de matemática aplicada aos negócios. *European Journal of Open, Distance and e-Learning [Emlinha]*, 16 (1), 141–152.

Blatchford, P., Kutnick, P., Baines, E., & Galton, M. (2003). Rumo a uma pedagogia social do trabalho em grupo em sala de aula. *International Journal of Educational Research*, 39 (1), 153-172.

Borba, M. C. (2009). Cenários potenciais para o uso da Internet na sala de aula de matemática. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 41, 453-465.

Borba, M. C., Askar, P., Engelbrecht, J., Gadanidis, G., Llinares, S., & Sánchez-Aguilar, M. (2016). Blended learning, e-learning e mobile learning em educação matemática. *ZDM Mathematics Education*, 48, 589–610.

Borba, M., Chiari, A. S., & Almeida, H. R. F. L. (2018). Interações em ambientes virtuais de aprendizagem: Novos papéis para a tecnologia digital. *Education Studies in Mathematics*, 98, 269-286.

Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-media e a reorganização do pensamento matemático: tecnologias de informação e comunicação, modelagem, experimentação e visualização (Vol. 39)*. Nova York: Springer.

Brusilovsky, P., Eklund, J., & Schwarz, E. (1998b) Educação baseada na Web para todos: Uma ferramenta para o desenvolvimento de material didático adaptativo. In: H. Ashman e P. Thistewaite (Eds.) *Anais da sétima conferência internacional WoRldWide Web*, Brisbane, Austrália, 14-18 de abril de 1998 (pp. 291-300). Elsevier Science B. V.

Brusilovsky, P., Kobsa, A., & Vassileva, J. (Eds.). (1998a). *Hipertexto e hipermídia adaptáveis*. Dordrecht: Springer.

Chaney, T. A. (2016). O efeito da aprendizagem combinada no desempenho em matemática e leitura em um contexto de escola charter. Ph.D. dissertação, Liberty University.

Carney, M. B., Brendefur, J., Hughes, G., Thiede, K., Crawford, A., Jesse, D., et al. (2019). Escalando o desenvolvimento profissional para formadores de professores de matemática. *Ensino e Formação de Professores*, 80, 205–217.

Chatti, A. C., Agustiawan, M. R., Jarke, M., & Specht, M. (2010). O modelo de aprendizagem 3P. *Education Technology and Society*, 13 (4), 74-85.

Clarke, D., & Hollingsworth, H. (2002). Elaborando um modelo de crescimento profissional docente. *Ensino e Formação de Professores*, 18 (8), 947–967.

Clark-Wilson, A., & Hoyles, C. (2019). Um kit de ferramentas de desenvolvimento profissional baseado na web com base em pesquisas para apoiar o ensino de matemática aprimorado por tecnologia em escala. *Education Studies in Mathematics*, 102, 343-359.

Clay, E., Silverman, J., & Fischer, D. J. (2012). Desdobrando a colaboração assíncrona online na formação de professores de matemática. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 44 (6), 761-773

Collis, B., & Van der Wende, M. (2002). Modelos de tecnologia e mudança no ensino superior. Uma pesquisa comparativa internacional sobre o uso atual e futuro das TIC no ensino superior. Twente: CHEPS, Centro de Estudos de Políticas de Educação Superior.

Crouch, C. H., & Mazur, E. (2001). Instrução por pares: dez anos de experiência e resultados. *American Journal of Physics*, 69 (9), 970–977.

Deulen, A. A. (2013). Construtivismo social e ambientes de aprendizagem online: em direção a um modelo teológico para educadores cristãos. *Christian Education Journal*, 10, 90.

Devlin, K. (2011). Educação matemática para uma nova era: os videogames como meio de aprendizagem. Natick: A K Peters / CRC Press



Dineva, S., Nedeva, V., & Ducheveva, Z. (2019). Geração e visualização digital em E-Learning. Em Proceedings da 14ª conferência internacional sobre aprendizagem virtual ICVL 2019. University of Bucharest.

Freudenthal, H. (1991). Revisitando a educação matemática. Palestras sobre a China. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

George-Walker, L. D., & Keeffe, M. (2010). Aprendizagem combinada autodeterminada: Um estudo de caso de design de aprendizagem combinada. Pesquisa e Desenvolvimento do Ensino Superior, 29, 1-13.

Goos, M., Bennison, A., & Proffit-White, R. (2018). Apoiar e ampliar o desenvolvimento profissional com base em pesquisas para professores de matemática. Mathematics Teacher Education and Development, 20 (2), 133-150.

Graham, C. R. (2006). Sistemas de aprendizagem combinada: definição, tendências atuais e direções futuras. Em C. J. Bonk & C. R. Graham (Eds.), The handbook of blended learning: Global perspectives, local designs (pp. 3-21). São Francisco: Pfeiffer.

Gueudet, G. & Pepin, B. (2020). Recursos curriculares digitais na / para a aprendizagem de professores de matemática: uma perspectiva de abordagem documental. In S. Llinares & O. Chapman (Eds.), Manual internacional de formação de professores de matemática. Ferramentas e processos na formação de professores de matemática (2ª ed., Vol. 2, pp. 139–161). Leide: Brill.

Holley, D., & Oliver, M. (2010). Engajamento do aluno e aprendizagem combinada: retratos de risco. Computadores e Educação, 54 (3), 693–700.

Hothi, J., Hall, W., & Sly, T. (2000). Um estudo comparando o uso de texto sombreado e suporte de navegação adaptativa em hipermídia adaptativa. Em P. Brusilovsky, O. Stock, & C. Strapparava (Eds.) Proceedings of adaptive hypermedia and adaptive web-based systems, Berlin, 28-30 de agosto de 2000 (pp. 335-342). Springer.

Jansen, K., Perry, B., & Edwards, M. (2011). Tornando-se real: usando a tecnologia da pedagogia artística da photovoice como um meio para nos tornarmos reais uns aos outros no ambiente educativo online. *Bolsa de estudos do International Journal of Nursing Education*, 8 (1), 1-17.

Joksimovic, S., Poquet, O., Kovanovic, V., Dowell, N., Mills, C., et al. (2018). Como modelamos a aprendizagem em escala? Uma revisão sistemática da pesquisa sobre MOOCs. *Review of Educational Research*, 88 (1), 43–86.

Jung, I., & Latchem, C. (2009). Um modelo de e-educação: espaços de ensino ampliados e espaço de aprendizagem ampliado. *British Journal of Educational Technology*, 42 (1), 6–18.

Kavcic, A. (2004). Modelagem de usuário fuzzy para adaptação em hipermídia educacional. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 34 (4), 439–449.

Kurilovas, E. (2016). Avaliação da qualidade e personalização de sistemas de aprendizagem VR / AR / MR. *Virtual Reality in Learning, Collaboration and Behavior*, 35 (11), 998-1007.

Ladson-Billings, G. (1994). *Os guardiões dos sonhos*. São Francisco: Jossey-Bass Publishing Co.

Leung, A., & Baccaglioni-Frank, A. (Eds.). (2017). *Tecnologias digitais na concepção de tarefas de educação matemática*. Londres: Springer.

Lightner, S., Bober, M. J., & Willi, C. (2007). Atividades em equipe para promover a aprendizagem engajada. *Ensino Universitário*, 55 (1), 5-18.

Lin, Y.-W., Tseng, C.-L., & Chiang, P.-J. (2017). O efeito da aprendizagem combinada no curso de matemática. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 13 (3), 741-770.

Llinares, S., & Olivero, F. (2008). Comunidades virtuais e redes de futuros professores de matemática: tecnologias, interação e novas formas de discurso. In K. Krainer & T. Wood (Eds.), *O manual internacional de formação de professores de matemática*. Vol. 3: Participantes na formação de professores de matemática: indivíduos, equipes, comunidades e redes (pp. 155–179).

Martinovic, D., Freiman, V., & Karadag, Z. (Eds.). (2013). *Matemática visual e ciberaprendizagem*. Londres: Springer.

Menninger, M. (2011). A sala de aula como uma ‘obra de arte total’: pedagogia, performance e ‘Gesamtkunstwerk’. *Ubiquitous Learning*, 3 (3), 97–103.

Ohene-Djan, J. (2002). Transferência de propriedade por meio da personalização como estratégia de agregação de valor para a educação baseada na web. In: *Workshop on Adaptive Systems for Web-Based Education at AH2002* (pp. 27–41). Málaga, Espanha.

Ohene-Djan, J., & Fernandes, A. A. A. (2000). Uma estrutura de personalização para tecnologia de aprendizagem avançada. Em C. Kinshuk, C. Jesshope, & T. Okamoto (Eds.), *IEEE workshop internacional sobre tecnologias de aprendizagem avançadas (IWALT 2000)* (pp. 21–24). Los Alamitos: IEEE Computer Society.

Paludan, J. P. (2006). *Schooling for tomorrow: Personalização da educação*, editado pela OECD / CERI. Paris: OCDE.

Pepin, B., Choppin, J., Ruthven, K., & Sinclair, N. (2017). Currículo digital em educação matemática: fundamentos para a mudança. *ZDM Mathematics Education*, 49, 645–661.

Schmidt, J. (2013). *Aprendizagem combinada em matemática K-12 e ensino de ciências - um estudo exploratório*. Tese de MA, University of Nebraska.

Schuck, S. (2016). Melhorar a formação de professores em matemática primária com tecnologias móveis. *Australian Journal of Teacher Education (Online)*, 41 (3), 126–139.

Silverman, J., & Hoyos, V. (Eds.). (2018). Ensino à distância, E-learning e blended learning na educação matemática. ICEM 13 Monografias. Londres: Springer.

Souto, D. L. P., & Borba, M. C. (2018). Humanos com internet ou internet com humanos: uma inversão de papéis? (Reimprimir). *Revista Internacional De Pesquisa em Educação Matemática (RIPEM)*, 8 (3), 2–23.

Tikhomirov, O. K. (1981). As consequências psicológicas da informatização. Em J. V. Wertsch (Ed.), *The concept of activity in soviet psychology* (pp. 256-278). Nova York: M. E. Sharpe. Inc.

Torrisi-Steele, G., & Drew, S. (2013). O panorama da literatura de aprendizagem combinada no ensino superior: A necessidade de melhor compreensão da prática combinada acadêmica. *International Journal for Academic Development*, 18 (4), 371–383.

Van de Sande, C. (2011). Uma descrição e caracterização da atividade do aluno em um fórum de ajuda em matemática aberto e online. *Education Studies in Mathematics*, 77 (1), 53-78.

Van Es, E., Tekkumru-Kisa, M., & Seago, N. (2020). Aproveitando o poder do vídeo para a aprendizagem de professores: uma estrutura de design para formadores de professores de matemática. In S. Llinares & O. Chapman (Eds.), *Manual internacional de formação de professores de matemática. Vol. 2: Ferramentas e processos na formação de professores de matemática* (2ª ed., Pp. 23–54). Leide: Brill.

Vasileiou, I. (2009). Aprendizagem combinada: A transformação do currículo do ensino superior. *Educação aberta: The Journal for Open e Distance Education and Educational Technology*, 5 (1), 77-87.

Verpoorten, D., Glahn, C., Kravcik, M., Ternier, S., & Specht, M. (2009). Personalização da aprendizagem em ambientes virtuais de aprendizagem. Em U. Cress, V.

Dimitrova, & M. Specht (Eds.), Notas de aula em ciências da computação. Aprendizagem na sinergia de múltiplas disciplinas (Vol. 5794, pp. 52-66). Berlim: Springer.