



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
INSTITUTO UFC VIRTUAL**

CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA SEMIPRESENCIAL

JORDANIA FURTADO DE OLIVEIRA

SOFTWARE R NA APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO

CAUCAIA – CEARÁ

2020

JORDANIA FURTADO DE OLIVEIRA

SOFTWARE R NA APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Coordenação do Curso de Licenciatura da Universidade Federal do Ceará como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Ms. Francisco Cleuton de Araújo

CAUCAIA – CEARÁ

2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

D32s de Oliveira, Jordania Furtado.
SOFTWARE R NA APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO / Jordania Furtado de
Oliveira. – 2019.
35 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Instituto UFC Virtual,
Curso de Matemática, Fortaleza, 2019.
Orientação: Prof. Me. Francisco Cleuton de Araújo..

1. Software R. 2. Ensino. 3. Estatística. I. Título.

CDD 510

JORDANIA FURTADO DE OLIVEIRA

SOFTWARE R NA APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Coordenação do Curso de Licenciatura da Universidade Federal do Ceará como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Ms. Francisco Cleuton de Araújo

Aprovada em: ___/___/_____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Ms. Francisco Cleuton de Araújo (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Jorge Carvalho Brandão
Universidade Federal do Ceará (UFC)

AGRADECIMENTOS

A Deus, Jesus Cristo e Nossa Senhora.

A toda minha família.

Ao meu orientador professor Ms. Francisco Cleuton de Araújo. Ao coordenador da disciplina e membro da banca de defesa professor Dr. Jorge Carvalho Brandão.

Aos meus colegas de turmas.

Aos professores, coordenadores, funcionários e alunos das escolas onde estagiei pela atenção e à coordenadora Iliane por me emprestar o livro que utilizei neste trabalho.

Aos tutores presenciais e à distância do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Ceará (UFC).

Dedico esse trabalho primeiramente à Deus,
Jesus, Nossa Senhora e a minha família

"No futuro, o pensamento estatístico será
tão necessário para a cidadania eficiente
como saber ler e escrever."
H.G. Wells (escritor, autor de "A Guerra
dos Mundos" e "A Máquina do Tempo")

RESUMO

A estatística está presente na vida diária das pessoas desde os tempos antigos. Hoje, a estatística está cada vez mais presente em nossa vida cotidiana, na educação, no esporte, enfim, está presente em praticamente tudo. No entanto, muitas pessoas ainda desconhecem sua importância, assim como sua presença em nosso dia a dia. Estudos recentes mostram que alunos do ensino médio apresentam dificuldades nesse assunto. A tecnologia também faz parte da vida das pessoas e dos alunos, usamos a tecnologia para e em quase tudo. Deste modo, este trabalho tem como objetivo servir de um material a mais para professores e alunos do ensino médio, assim como o público em geral para mostrar o uso do software R na aprendizagem de estatística no ensino médio. Para isso apresentamos algumas definições, conceitos básicos e um pouco da história da estatística, bem como do software R e utilizamos alguns exemplos e exercícios de livros do ensino médio.

Palavras-chave: Estatística. Matemática. Aprendizagem. Software R.

ABSTRACT

Statistics has been present in people's daily lives since ancient times. Today, statistics are increasingly present in our daily lives, in education, in sports, in short, it is present in everything. However, many people are still unaware of its importance, as well as its presence in our daily lives. Recent studies show that high school students have difficulties. Technology is also part of the lives of people and students; we use technology for and in almost everything. Thus, this work aims to serve as additional material for high school teachers and students, as well as the public to show the use of R software in high school statistics learning. For that, we present some definitions, basic concepts and a little history of statistics, as well as the R software and we use some examples and exercises from high school books.

Keywords: Statistic. Mathematic. Learning. Software R.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
NBR	Norma Brasileira Regulamentar
UFC	Universidade Federal do Ceará
SIBI	Sistema Integrado de Biblioteca
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais

LISTA DE FIGURAS

INTRODUÇÃO

A estatística está presente mais do que nunca no mundo atual. Temos um grande volume de informações e dados presentes no cotidiano, por isso a relevância de se estudar estatística e probabilidade em matemática no ensino médio.

A informática, as redes sociais e os softwares fazem parte da realidade dos alunos. No entanto, muitos livros não usam softwares no ensino de estatística no ensino médio e quando usam, utilizam o Excel. O software R é um software livre e bastante usado na Estatística sendo interessante que os alunos do ensino médio possam conhecê-lo e usá-los em sala de aula.

Este trabalho tem como objetivo de apresentar o software R na aprendizagem da estatística na matemática do ensino médio. Para isso utilizamos alguns exercícios da coleção de livros de matemática do ensino médio: Matemática, Interação e tecnologia, volume 2 de Rodrigo Balestri (2016).

No primeiro capítulo, discorreremos sobre algumas definições e conceitos estatísticos, tais como estatística descritiva.

O segundo capítulo aborda sobre elementos históricos envolvendo a ciência estatística

No terceiro capítulo, discorreremos sobre aplicações na estatística.

No quarto capítulo, discorreremos sobre utilização de softwares na aprendizagem matemática.

No quinto capítulo, discorreremos sobre o software R.

No sexto capítulo, discorreremos sobre os PCN e o ensino de estatística no ensino médio.

No sétimo capítulo, discorreremos sobre a aprendizagem estatística usando o software R no ensino médio.

Acreditamos que o presente trabalho pode ser um apoio a mais para docentes e alunos no ensino aprendizagem de estatística na matemática no ensino médio.

1 DEFINIÇÕES E CONCEITOS EM ESTATÍSTICA

1.1 Definições de Estatística: O que é estatística?

Este subcapítulo tem o objetivo de apresentar algumas definições encontradas na literatura sobre nosso instrumento de estudo. Desta forma, o leitor poderá formar sua definição de Estatística, assim como poderá entender o que é estatística, qual seu significado. A palavra estatística surge nos estudos pioneiros feitos pelo alemão Gottfried Achenwall em 1746, que deriva da palavra latina STATU, que significa estado (ESTATÍSTICAS, ATUAÇÃO PROFISSIONAL..., 2010). Vejamos a seguir algumas definições:

O dicionário Aurélio apresenta a seguinte definição para Estatística:

[Do fr. statistique.] S.f.1. Parte da matemática em que se investigam os processos de obtenção, organização e análise de dados sobre uma população ou sobre uma coleção de seres quaisquer, e os métodos de tirar conclusões e fazer ilações ou predições com base nesses dados.

Segundo Pereira (1997) a estatística procura tornar o processo de pesquisa científica o mais eficiente possível, através de suas técnicas de coletas de dados (amostragem e planejamento de experimentos); apresentação de dados (análise exploratória e descrição: gráficos e tabelas); modelagem (probabilidade e processos estocásticos); análise indutiva (inferência: testes e estimação) e verificação (ajustamento, previsão e controle), concluindo-se que a estatística é a tecnologia da ciência e, portanto, a estatística deve estar presente desde o início de uma pesquisa.

De acordo com o site *InfoEscola*, uma definição estatística é a de ser um conjunto de métodos especialmente apropriados à coleta, à apresentação (organização, resumo e descrição), à análise e à interpretação de dados de observação, tendo como objetivo a compreensão de uma realidade específica para a tomada da decisão. Desta forma a estatística se preocupa com:

- A coleta, a organização, a sintetização e a apresentação de dados;
- A medição da variação nos dados e levantamento de dados;

- A estimativa dos parâmetros da população e a determinação da precisão das estimativas;
- A aplicação dos testes de hipótese em relação aos parâmetros;
- A análise da relação entre duas ou mais variáveis.

O site estatisti.CO apresenta as definições a seguir:

A estatística é:

- É a ciência da incerteza;
- É a ciência na qual aprende-se (ou entende-se) sobre os dados;
- É a arte de contar uma história com dados (numéricos);
- A ciência interdisciplinar essencial;
- A teoria e o método de se extrair informação de dados observacionais para resolver problemas do mundo real.

Segundo Iezzi et al. (2004) estatística é a ciência que se dedica ao trabalho de:

- Coleta de dados, a partir de uma amostra escolhida da população;
- Análise descritiva com resumo e interpretação dos dados coletados;
- Escolha de um possível modelo explicativo para o comportamento do objeto em estudo, a fim de se fazer, numa etapa posterior, a análise confirmatória dos dados, conhecida como inferência.

Segundo Bruni (2008), atualmente podemos definir a Estatística como a ciência que se ocupa da organização, descrição, análise e interpretações de dados. Podemos concluir que a Estatística é um conjunto de técnicas e métodos que extrai informações de dados brutos para uma posterior tomada de decisão sob a presença de incerteza, e se ocupa com o tratamento de dados, organizando, descrevendo, analisando e interpretando dados.

1.2 Alguns conceitos em Estatística

Segundo Bruni (2008), a Estatística pode ser dividida em três grandes grupos:

➤ **Estatística descritiva:**

Muitas vezes, apresentada simplesmente como estatística. Sua função consiste em resumir dados e informações investigadas, expondo-os da maneira mais prática e simples possível. Em muitos casos, há um grande número de dados e informações coletados que poderiam atrapalhar o desenvolvimento das pesquisas e suas conclusões.

Para simplificar, os dados são resumidos sob a forma de estatística. Ela está presente em várias situações de nosso dia a dia, como, nas pesquisas eleitorais, de satisfação, etc. Para os pesquisadores descreverem os resultados de suas pesquisas de campo, os mesmos criam tabelas e gráficos, colocando seus dados de forma que possam ser interpretados mais facilmente.

Conforme Bruni (2008), os gráficos representam um poderoso instrumento de análise e interpretação de um conjunto de dados. Eles podem ser vistos nos mais diversos veículos de comunicação. Pesquisas eleitorais, pesquisas de satisfação, saúde, economia, são alguns exemplos de assuntos em que as representações gráficas assumem um papel fundamental para explicar o comportamento do objeto de estudo.

Os mais importantes recursos fornecidos pelos gráficos são a facilidade e a rapidez na absorção e interpretação dos resultados por parte do leitor (Bruni, 2008).

➤ **Estatística das probabilidades:**

Sua prática surgiu com o intuito de planejar jogadas ou estratégia em jogos de azar. Posteriormente, suas aplicações se ampliaram, alcançando pesquisas como realizado pelo IBOPE, DATAFOLHA e IBGE e diversas outras empresas e organizações. A probabilidade estuda o risco e o acaso em eventos futuros e determina se é provável ou não seu acontecimento.

A teoria do azar consiste em reduzir todos os acontecimentos do mesmo gênero a certo número de casos igualmente possíveis, ou seja, tais que estejamos igualmente inseguros sobre sua existência, e em determinar o número de casos favoráveis ao acontecimento cuja probabilidade é buscada. A razão deste número para o de todos os casos possíveis é a medida dessa probabilidade, a qual é, portanto, uma fração cujo denominador é o número de todos os casos possíveis. Pierre Simon Laplace-Ensaio Filosófico sobre as Probabilidades (Morgado et al, 2006).

Algumas definições em Probabilidade (Lebensztayn e Coletti, 2008):

- Experimento aleatório: experimento que ao ser repetido sob as mesmas condições, é impossível prever antecipadamente o resultado.
- Experimento determinístico: experimento que ao ser repetido sob as mesmas condições, conduz ao mesmo resultados.
- Espaço amostral: definimos como o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório, e o denotamos por Ω .
- Evento: um subconjunto $A \subset \Omega$.
- Eventos elementares: os elementos do espaço amostral.

Segundo Morgado et al (2006), a teoria das probabilidades é o ramo da Matemática que cria, desenvolve e em geral pesquisa *modelos* que podem ser utilizados para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios. A primeira definição formal de probabilidade (como quociente do número de “casos favoráveis” sobre o número de “casos possíveis”), apareceu na obra Liber de Ludo Aleae de Jerônimo Cardano (1501-1576).

- Definição clássica de Probabilidade:

Seja Ω finito, não vazio, e suponhamos que cada subconjunto elementar de Ω é igualmente provável. Então, para qualquer $A \subset \Omega$, definimos a probabilidade de A como

$$P(A) = \frac{\#(A)}{\#(\Omega)}$$

Onde $\#(A)$ representa o número de elementos de A e $\#(\Omega)$ representa o número de elementos de Ω .

Consequências imediatas desta definição são as seguintes propriedades:

- Para todo evento A, $0 \leq P(A) \leq 1$;
- $P(\Omega) = 1$;
- $P(\phi) = 0$ (porque $\#(\phi) = 0$);
- Se $A \cap B = \phi$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Exemplo 1.1: Duas moedas são jogadas simultaneamente. Qual a probabilidade de obter 2 coroas? E de se obter uma cara e uma coroa?

Solução: Vamos indicar com K, cara e com C coroa. O espaço amostral é:

$$\Omega = \{ (KK), (KC), (CK), (CC) \}$$

Seja A o evento “obter 2 coroas” temos então que $A = \{(CC)\}$.

Seja B o evento “obter uma cara e uma coroa” temos então que $B = \{(KC), (CK)\}$.

$\#(A)$ = casos favoráveis= 1;

$\#(B)$ = casos favoráveis= 2;

$\#(\Omega)$ = casos possíveis=4.

E, portanto,

$$P(A) = \frac{\#(A)}{\#(\Omega)} = \frac{1}{4} ;$$

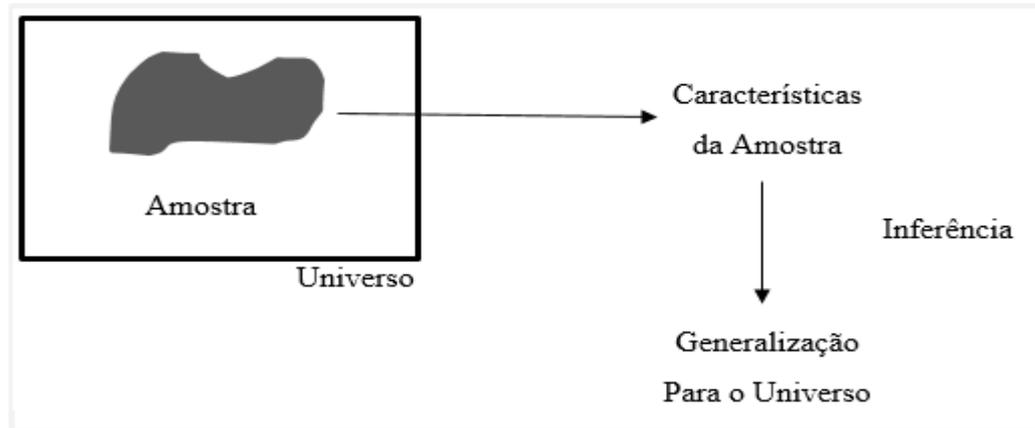
$$P(B) = \frac{\#(B)}{\#(\Omega)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Assim, podemos concluir que temos uma chance em quatro, de se obter 2 coroas ao jogarmos simultaneamente duas moedas. E temos 50% de chance de se obter uma cara e uma coroa ao lançarmos duas moedas simultaneamente.

➤ **Estatística inferencial ou indutiva:**

É o estudo dos dados de amostras com o objetivo de entender o comportamento do universo. Em algumas ocasiões representa o complemento da estatística descritiva, visto que ela parte da interpretação de uma amostra para a caracterização de todo um grupo. Podemos ver algumas de suas características na figura 1.3

Figura 1. 3: Processo indutivo



Fonte: Bruni (2008).

Algumas definições em Inferência (Bruni, 2008):

- Universo (população): é formado pelo conjunto de todos os indivíduos, objetos ou informações que contém pelo menos uma característica comum. Em estudos estatísticos pode ser representada pelos seguintes conjuntos: veículos, seres humanos, eleitores, bancos, cidades, doenças, etc.
- Amostra: uma parte do todo. Em boa parte dos estudos estatísticos, costumamos analisar uma parte representativa deste todo. Assim, devemos manter as probabilidades na população preservadas na amostra. Por exemplo, se o universo for formado por 67% de homens, a amostra representativa deverá ter 67% de homens. As amostras representativas possibilitam o cálculo do erro indutivo ou de generalização dos resultados da amostra para a população ou universo.

Ainda segundo Bruni (2008), as conclusões do estudo indutivo são trabalhadas em cima de incertezas por não se obter todo o conjunto de informações necessárias. Utiliza-se o método inferencial para fazer para generalizar e tornar a pesquisa mais acessível à interpretação e compreensão dos dados.

2 ORIGEM E UM POUCO DA HISTÓRIA DA ESTATÍSTICA

O termo Estatística é atribuído ao alemão Schmeitzel em 1749, baseado na palavra latina *Statisticum*, significando “relativo ao Estado” ou “assuntos de Estado”, modernamente é mais compatível com a palavra grega *Statistos*, a qual possui o significado de “verificação”.

No entanto, povos da antiguidade realizavam registros populacionais e levantamentos censitários. Podemos ver na Bíblia o uso de censos e contagens da população por povos antigos:

E aconteceu naqueles dias que saiu um decreto da parte de César Augusto, para que todo o mundo se alistasse (Este primeiro alistamento foi feito sendo Quirino presidente da Síria). E todos iam alistar-se, cada um à sua própria cidade. E subiu também José da Galiléia, da cidade de Nazaré, à Judéia, à cidade de Davi, chamada Belém (porque era da casa e família de Davi), A fim de alistar-se com Maria, sua esposa, que estava grávida. (Bíblia Online, Bíblia, N.T. Lucas, 2:1-5).

Figura 2.1 – Decreto de César Augusto



Fonte: http://sao-miguel.blogspot.com.br/2011_12_01_archive.html

Bem antes de Cristo, governos da antiguidade já levantamentos censitários e contagens da população com interesse sobre a população e riquezas.

Tais levantamentos censitários, antecederam os estudos demográficos dos ingleses, as chamadas “tábuas da vida”:

A Curva de Mortalidade da população inglesa publicada por Huygens em 1693 foi um dos primeiros registros de métodos quantitativos com as características formais da Estatística (Maia, 2008).

Conforme Maia (2008), ainda no século 17 Blaise Pascal formalizou o estudo das Probabilidades. No final do século 19 Quetelet utilizou a Curva normal e Galton realizou estudos pioneiros de estatística na área biológica. Já Pearson dentre suas várias contribuições

estudou a correlação entre variáveis. No entanto foi somente no século 20 que foram estabelecidas as bases modernas da Estatística através dos trabalhos extraordinários de Sir Ronald Fischer. Um estudo mais detalhado sobre a história da estatística pode ser encontrado no trabalho de Memória (2004).

3 APLICAÇÕES DA ESTATÍSTICA

Das aplicações da estatística de forma geral há diversos estudos que podem servir como referência e também podemos citar inúmeros casos em que se usam seus conhecimentos no cotidiano. A estatística é uma ciência que está à disposição das diversas outras, pode-se dizer que ela é multidisciplinar, de forma a ampliar suas aplicações e se tornar cada vez mais útil e cada vez mais utilizada.

Segundo Ignácio (2010), na atualidade, a utilização da estatística está espalhada tanto em universidades como nas empresas públicas e privadas. Gráficos e tabelas são apresentados na exposição de resultados das pesquisas. Dados numéricos são usados para aprimorar e aumentar o entendimento. Censos demográficos auxiliam o governo a entender melhor sua população e a organizar seus gastos com saúde, educação, saneamento básico, infraestrutura e etc.. Com o desenvolvimento da computação, a estatística passou a ser uma ferramenta essencial na produção e divulgação do conhecimento. Tão grande é a importância atribuída à estatística pelo governo, que todos os governos dispõem de estruturas oficiais destinadas ao estudo estatístico.

Dessa forma podemos concluir que a estatística está intensamente relacionada com as ciências exatas, assim como em outras áreas como, por exemplo, ciências sociais, ciência da Computação, ciência da Educação, medicina, etc.

Desta forma este capítulo tem como objetivo mostrar algumas aplicações da estatística através de estudos e pesquisas encontradas na literatura e nos meios de comunicação em geral, como sites, jornais e revistas. O intuito é mostrar o quanto ela está presente em nossas vidas diárias, mesmo que desconheçamos isso.

3.1 Aplicação 1: Estatística no esporte

De acordo com Nepomeceno (2012), a importância da estatística no esporte está no registro dos feitos históricos através dos números. É através dessa ciência que os clubes ou

atletas se eternizam, pois em qualquer momento em que o torcedor ou pesquisador procurar sua trajetória na história saberá de seu desempenho analisando seus dados estatísticos.

Segundo o site estatísti.co a utilidade da Estatística no esporte é muito mais do que o percentual de posse de bola em um jogo de futebol ou o índice de acertos dos arremessos de três pontos em um jogo de basquete. E esta ciência vem ganhando cada vez mais importância nesse segmento. Ainda segundo o site um tradicional time do futebol inglês, o Liverpool, fez bom uso da Estatística e contratou a um preço não muito elevado o jogador Suárez que hoje é uma das principais peças do elenco e um dos atacantes mais cobiçados do futebol.

Pesquisadores de São Carlos – São Paulo, fazem uso da estatística para previsões esportivas, os cientistas envolvidos nessas pesquisas publicam suas previsões no site: <http://www.previsaoesportiva.com.br/>. A apresentação de boas vindas do site diz que:

O site Previsão Esportiva é administrado pelo Grupo de Modelagem Estatística no Esporte (GMEE), cujo objetivo é agregar pesquisadores, alunos de pós-graduação e graduação, interessados no desenvolvimento metodológico estatístico para dados esportivos. O GMEE foi criado junto ao Centro de Estudos do Risco (CER) do Departamento de Estatística da UFSCar, e ao Centro de Matemática e Estatística Aplicadas à Indústria (CeMEAI) do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC), da USP em São Carlos.

As previsões divulgadas neste site são obtidas a partir de um modelo estatístico para os resultados dos jogos que leva em conta os fatores mando de campo, poder de ataque e poder de defesa de cada equipe do campeonato (<http://www.previsaoesportiva.com.br/>, acesso em 12/11/2020).

A seguir vemos estatísticas globais do Campeonato Brasileiro de 2020, postadas pelo site Ogol.

Tabela 3.3 – Estatísticas globais, Campeonato Brasileiro de 2020

Jogos:	253	Vitórias em Casa:	109 (43%)	Jogos com -3 gols:	134 (53%)
---------------	------------	--------------------------	------------------	---------------------------	------------------

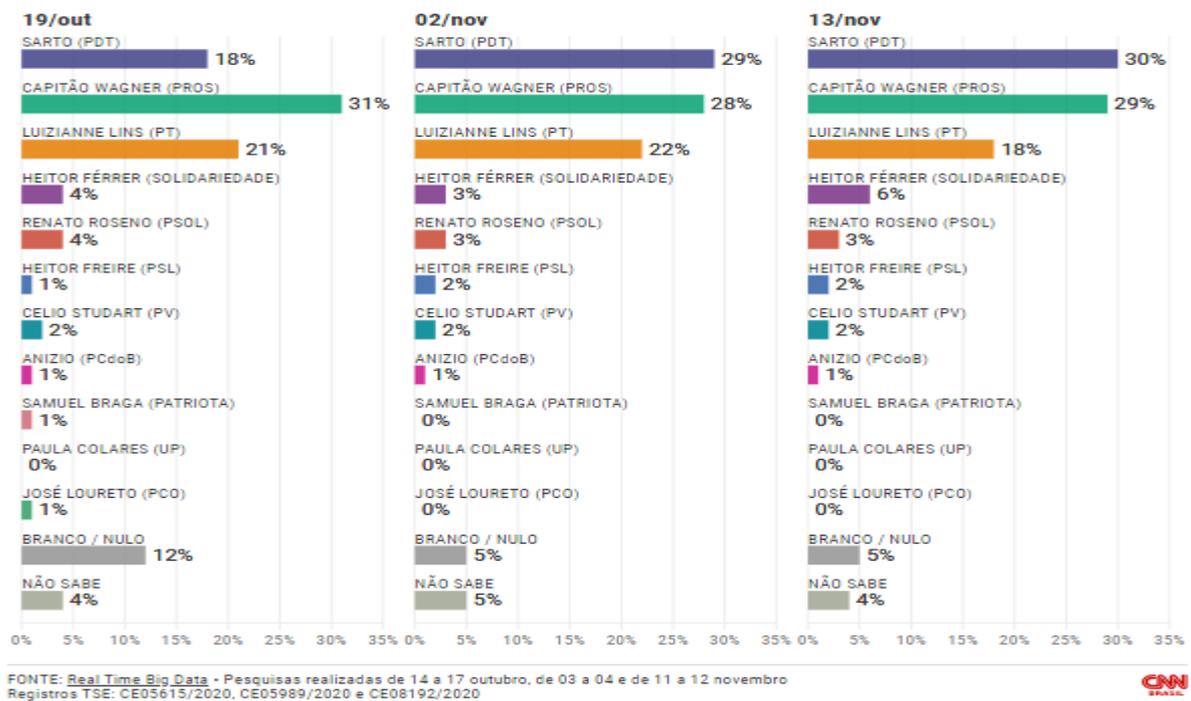
Gols:	620	Vitórias Fora:	68 (27%)	Jogos com 3 ou mais gols:	119 (47%)
Média:	2.45	Empates:	76 (30%)	Resultado Típico:	1-1 (41 J)

Fonte: <https://www.ogol.com.br/>

3.2 Aplicação 2: Estatística nas Eleições

Uma aplicação da Estatística é nas pesquisas eleitorais. Junto com o período eleitoral vieram as pesquisas eleitorais. A capital Fortaleza e vários municípios do Ceará puderam contar com disputas eleitorais. Sendo a Estatística importante para eleitores e candidatos conhecerem e terem uma visão melhor da opinião dos eleitores. A seguir vemos uma pesquisa de intenção de votos para prefeitura de Fortaleza em 2020.

Figura 3.1 – Pesquisa estimulada de intenção de votos em Fortaleza, 2020.



Fonte: <https://www.cnnbrasil.com.br/>

4 A UTILIZAÇÃO DE SOFTWARES NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Segundo Jucá (2006), nos últimos quarenta anos foi presenciado a evolução de um recurso tecnológico que está se expandindo e tomando conta de quase todas as instâncias educacionais: o computador. Ou seja, o computador, as redes sociais e a tecnologia tem evoluído e crescido no mundo e no meio acadêmico e educacional.

Enfrentar essa nova realidade significa ter como perspectiva cidadãos abertos e conscientes, que saibam tomar decisões e trabalhar em equipe. Cidadãos que tenham capacidade de aprender a aprender e de utilizar a tecnologia para a busca, a seleção, a análise e a articulação entre informações e, dessa forma, construir e reconstruir continuamente os conhecimentos, utilizando-se de todos os meios disponíveis, em especial dos recursos do computador (MEC, 1998, p.50).

No mundo atual a tecnologia faz parte do cotidiano de alunos e professores e porque não usar essa tecnologia como motivação para o aprendizado da matemática? Segundo Gladcheff, Zuffi & Silva (2001), os usos de softwares podem ser considerados como grandes aliados no desenvolvimento cognitivo dos alunos, principalmente por possibilitarem o desenvolvimento de um trabalho que se adapta aos distintos ritmos de aprendizagem, fazendo com que o aluno aprenda com seus erros.

Para Bonilla (1995):

... para que um software promova realmente a aprendizagem deve estar integrado ao currículo e às atividades de sala de aula, estar relacionado àquilo que o aluno já sabe e ser bem explorado pelo professor. O computador não atua diretamente sobre os processos de aprendizagem, mas apenas fornece ao aluno um ambiente simbólico onde este pode raciocinar ou elaborar conceitos e estruturas mentais, derivando novas descobertas daquilo que já sabia.

Ao considerar as várias possibilidades de ensino com o computador, o que pretendo destacar é a dinamicidade desse instrumento que pode ser utilizado para que os alunos trabalhem como se fossem pesquisadores, investigando os problemas matemáticos propostos pelo professor construindo soluções ao invés de esperarem um modelo a ser seguido (LIMA, 2009).

Os softwares são um recurso que pode ser um aliado motivador no processo de absorção do conteúdo estudado, bem como de melhora na aprendizagem.

Segundo o site Brasil Escola, os laboratórios de informática deverão ser utilizados para o desenvolvimento das aulas envolvendo os softwares, onde, primeiramente devemos apresentar o conteúdo através de uma aula expositiva e comentada, e resolver exercícios. Então, depois da introdução e compreensão do conteúdo, é a vez de complementar com as aulas no laboratório utilizando os programas matemáticos educacionais.

Os softwares usados na matemática podem ser classificados de várias maneiras.

Conforme Valente (1993), software na modalidade Aplicativos “[...] são programas de processamento de texto, planilhas, manipulação de banco de dados, construção e transformação de gráficos, sistemas de autoria, calculadores numéricos”.

De acordo com Valente (1993), os softwares na modalidade Multimídia e Internet são parecidos com os Tutoriais, mas apresentam os seguintes diferenciais: animações, textos chamativos e opções audiovisuais.

Ainda segundo o site Brasil Escola, podemos utilizar os seguintes aplicativos para alguns conteúdos da matemática:

➤ Na álgebra:

- WINMAT

Objetivos: Construção de matrizes, cálculo de determinantes, matriz inversa, matriz transposta, polinômio característico da matriz.

➤ Na Geometria:

- CINDERELLA

Objetivo: Construção de figuras hiperbólicas e esféricas.

- DR. GEO

Objetivo: Construção de figuras geométricas a partir de suas propriedades.

- GEO PLAN

Objetivo: Construção de conceitos analíticos da Geometria no sistema de coordenadas cartesianas.

- GEOSPACE

Objetivo: Construção geométrica espacial.

- POLY

Objetivo: Análise de sólidos tridimensionais, planificação e rotação.

- WINGEON

Objetivo: Construção geométrica bidimensional e tridimensional.

- TANGRAM

Objetivo: Construção de figuras através das peças do tangram.

➤ Gráfico de Funções

- GRAPHMATIC

Objetivo: Construções de gráficos de funções elementares.

- WINPLOT

Objetivo: Construção de gráficos de funções elementares em duas e três dimensões.

5 SOFTWARE R

De acordo com site *The R Project*, o software R é um ambiente de software livre para computação estatística e gráficos. Compila e roda em uma ampla variedade de plataformas UNIX, Windows e MacOS.

O software pode ser baixado no site: <https://cran.r-project.org/>

Segundo o site *Operdata*, o R é um software livre para análise de dados. Foi desenvolvido em 1996, com os professores de estatística Ross Ihaka e Robert Gentleman, da Universidade de Auckland que criaram uma nova linguagem computacional, similar a linguagem S desenvolvida por John Chambers. Ainda conforme o site *Operdata*, algumas vantagens para utilizar o software R são:

- Software gratuito com código aberto com uma linguagem acessível;
- Expansão exponencial entre pesquisadores, engenheiros e estatísticos;
- Se reinventa constantemente através de novas aplicações (aproximadamente 15.000 pacotes);
- Totalmente flexível, permitindo desenvolver facilmente funções e pacotes para facilitar o trabalho;
- Capacidade gráfica;
- Disponível para diferentes plataformas: Windows, Linux e Mac.

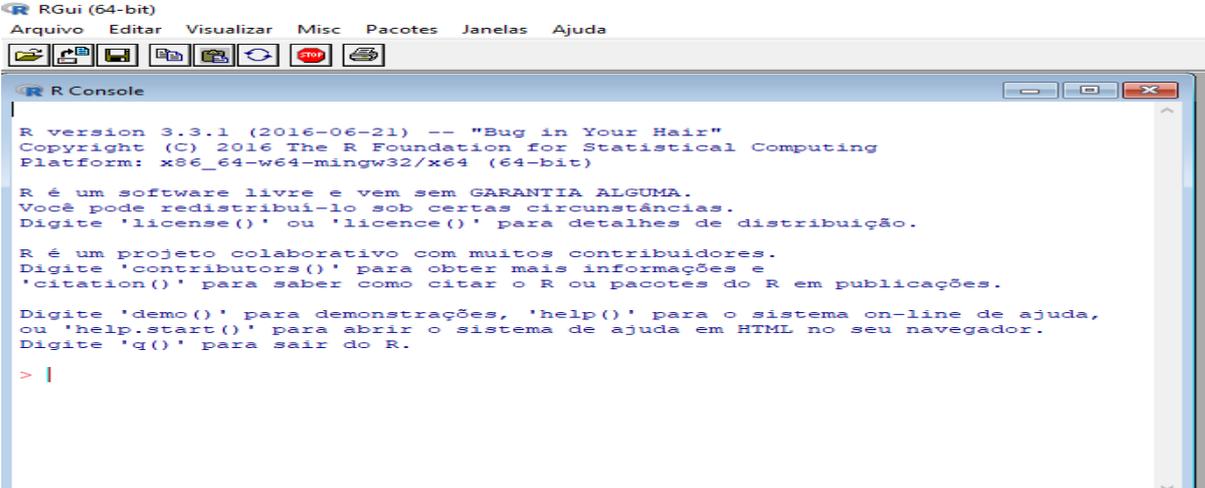
Algumas funções básicas são:

- Quadro 1 – Funções Software R

FUNÇÃO	CONTEÚDO
exp(x)	Retorna o exponencial de x.
factorial(x)	Retorna o fatorial de x (x!).
length(x)	Retorna o tamanho do vetor x.
log(x)	Retorna o logaritmo na base e de x.
min(x)	Valor mínimo de x.
sum(x)	Soma dos valores de x.
mean(x)	Retorna a média de x.
median(x)	Retorna a mediana de x.
range(x)	Retorna a amplitude de x.
sd(x)	Retorna o desvio-padrão de x.
sqrt(x)	Retorna a raiz quadrada de x.
var(x)	Retorna a variância de x.
round(x)	Arredonda o valor de x.

Fonte: <https://operdata.com.br/>

A aparência inicial do software R é o chamado R console, onde digitamos e executamos os comandos para realizarmos nossas ações no software. (Figura 5.1). Podemos abrir uma janela onde digitamos os comandos a serem realizados. (Figura 5.2). Podemos dividir as janelas lado a lado ou na horizontal. (Figuras 5.3 e 5.4). No R, os comandos aparecem em vermelho e os seus resultados em azul e o símbolo > indica a linha de comando ("prompt") onde serão digitados os comandos para execução das ações realizadas.



```

RGui (64-bit)
Arquivo Editar Visualizar Misc Pacotes Janelas Ajuda

R Console

R version 3.3.1 (2016-06-21) -- "Bug in Your Hair"
Copyright (C) 2016 The R Foundation for Statistical Computing
Platform: x86_64-w64-mingw32/x64 (64-bit)

R é um software livre e vem sem GARANTIA ALGUMA.
Você pode redistribuí-lo sob certas circunstâncias.
Digite 'license()' ou 'licence()' para detalhes de distribuição.

R é um projeto colaborativo com muitos contribuidores.
Digite 'contributors()' para obter mais informações e
'citation()' para saber como citar o R ou pacotes do R em publicações.

Digite 'demo()' para demonstrações, 'help()' para o sistema on-line de ajuda,
ou 'help.start()' para abrir o sistema de ajuda em HTML no seu navegador.
Digite 'q()' para sair do R.

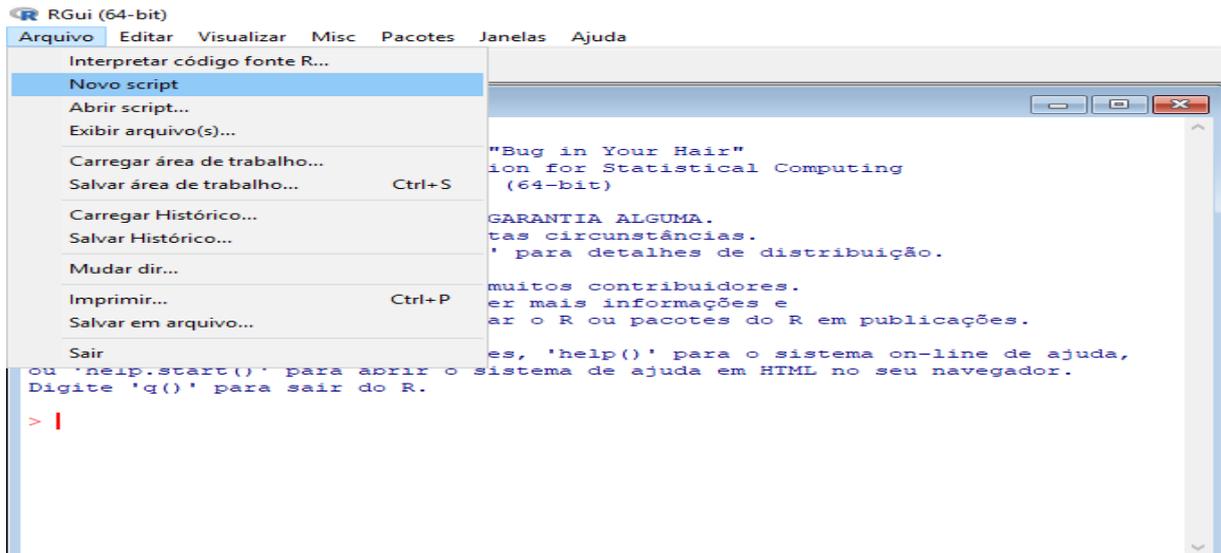
> |

```

Figura 5.1 – Janela inicial software R

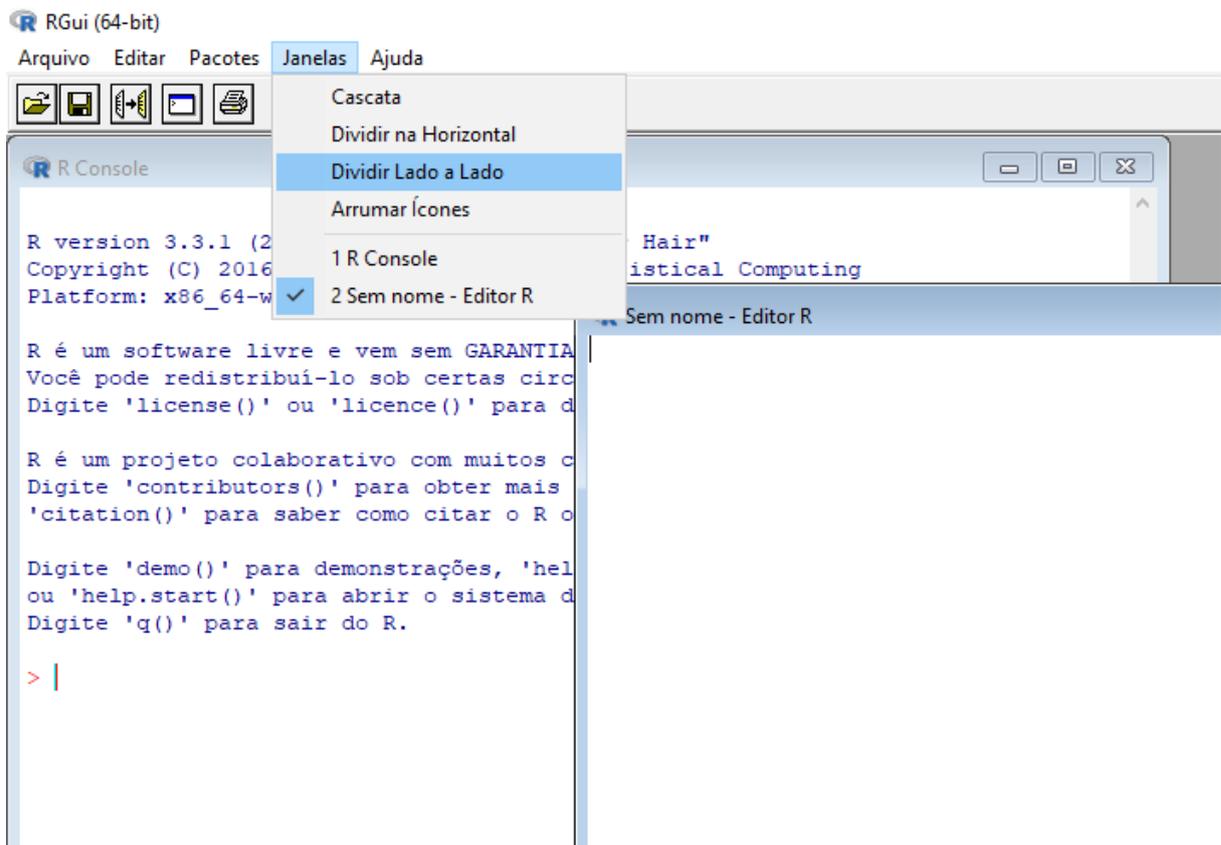
Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 5.2 – Janela inicial criando um novo script



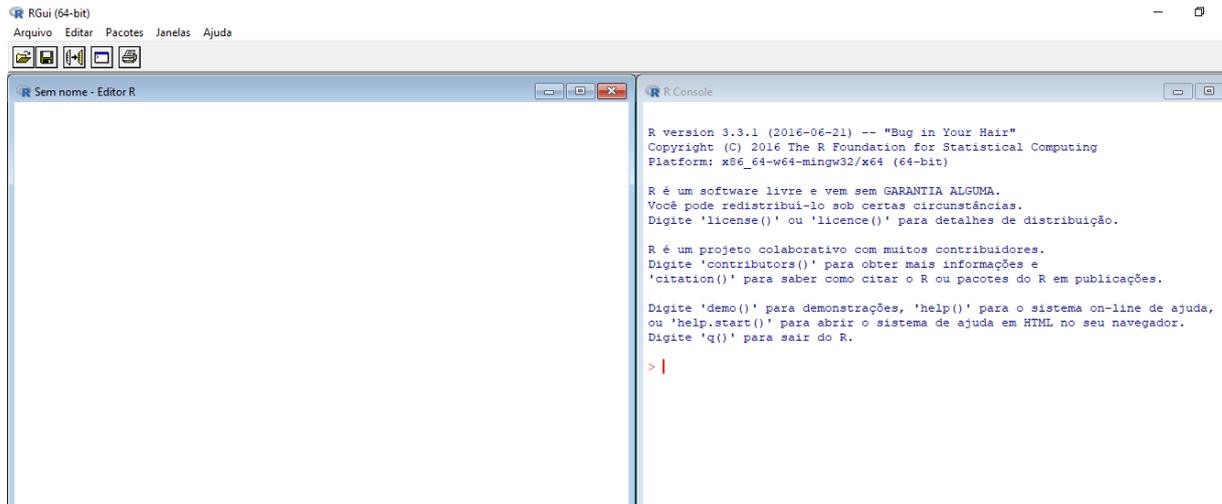
Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 5.3 – Comando para dividir janelas.



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 5.4 – Janelas divididas lado a lado.



Fonte: Elaborado pela autora.

6 OS PCN E O ENSINO DE ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO

Segundo Souza (2010), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) nos dão direções para serem seguidos por professores e escolas para uma boa educação dos estudantes. Há outro documento chamado “Orientações Curriculares Para o Ensino Médio” que aponta maneiras de como o professor pode abordar alguns assuntos da área de Matemática e de outras disciplinas. E além das “Orientações Curriculares Para o Ensino Médio” existe o PCN+, um documento complementar aos PCN, com orientações para o Ensino Médio que apontam três competências a serem alcançadas com as aulas de Matemática: representação e comunicação, investigação e compreensão, contextualização.

Conforme Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011, p. 12), os objetivos da Educação Estatística são:

- “promover o entendimento e o avanço da EE e seus assuntos correlacionados;
- fornecer embasamento teórico às pesquisas em ensino da Estatística;
- melhorar a compreensão das dificuldades dos estudantes;
- estabelecer parâmetros para um ensino mais eficiente dessa disciplina;
- auxiliar o trabalho do professor na construção de suas aulas;
- sugerir metodologias de avaliação diferenciadas, centradas em METAS estabelecidas e em COMPETÊNCIAS a serem desenvolvidas;
- valorizar uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno, em uma

sociedade globalizada, marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomada de decisões em situações de incerteza.”

No Brasil, o conteúdo de Estatística foi incorporado oficialmente à estrutura curricular da disciplina de Matemática do Ensino Médio em 2002 e 2006. Nos PCN, o bloco Tratamento da Informação trata dos conteúdos referentes à Estatística.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2000), o ensino de Estatística encontra-se no tema “Estatística”. Conforme, os Parâmetros Curriculares Nacionais,

É fundamental ainda que ao ler e interpretar gráficos, os alunos se habituem a observar alguns aspectos que lhe permitam confiar ou não nos resultados apresentados [...]. Costuma ser frequente nos resumos estatísticos a manipulação de dados, que são apresentados em gráficos inadequados, o que leva a erros de julgamento. Esses erros podem ser evitados, se os alunos forem habituados a identificar as informações que foram levantadas, bem como informações complementares, a comprovar erros que são cometidos ao recolher dados, a verificar informações para chegar a uma conclusão. (BRASIL, 1998, p. 136).

Os PCN foram elaborados com a finalidade de se construir um referencial para orientar o trabalho do professor, de modo a indicar “[...] os objetivos em termos das capacidades a serem desenvolvidas em cada ciclo, assim como os conteúdos para desenvolvê-las” (BRASIL, 1998, p. 16).

Conteúdos de Estatística no Ensino Médio, conforme os PCN (Brasil, 1997):

- Tabelas e gráficos (barras, colunas, setores, linhas e histograma) média, moda e mediana. Espaço amostral.
- Medidas de dispersão, amplitude, desvio médio, variância e desvio-padrão. Probabilidade e espaço amostral.
- Análises gráficas, frequência relativa, população, curva normal e medidas de posição (quartis, decis e percentis). Métodos de amostragem.

A Estatística por sua importância é trabalhada não só na Matemática, mas em diversas áreas do saber.

Nos PCN de Ciências da Natureza se recomenda que ao trabalhar seus conteúdos, os estudantes realizem pesquisas, busquem informações, registrem observações, anotem e quantifiquem dados, utilizando conhecimentos relacionados à Língua Portuguesa, Matemática e de outras áreas... O mesmo é encontrado nas três competências gerais

da área de Ciências Humanas e suas Tecnologias. (Cazorla, Ramos & Jesus, 2015, p. 2).

Para Lopes (1998), as discussões referentes ao ensino de estatística nos PCN não são suficientes,

“Pensamos que os Parâmetros deveriam ter posto em maior evidência as questões relativas ao ensino da Probabilidade e da Estatística, considerando que tais temas nunca foram antes abordados em propostas curriculares brasileiras além de não terem feito parte da formação inicial do professor” (LOPES, 1998, p. 112).

Podemos concluir o ensino da Estatística está inserido nos PCN, no entanto, é um tema importante na formação do cidadão e que deveria ter uma maior abrangência com melhores discussões, reflexões e propostas.

7 APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA USANDO O SOFTWARE R NO ENSINO MÉDIO

7.1 PROPOSTA DE APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA USANDO O SOFTWARE R NO ENSINO MÉDIO

Para atingirmos o objetivo desse trabalho que é o de apresentar software R na aprendizagem da estatística na matemática do ensino médio vamos utilizar alguns exercícios da coleção de livros de matemática do ensino médio: Matemática, Interação e tecnologia, volumes 1,2 e 3 de Rodrigo Balestri (2016). No volume 2, o conteúdo de estatística é:

Figura 7.1 – Índice em livro

7 ESTATÍSTICA	170
População e amostra	172
Estatística e probabilidade	175
Medidas de tendência central	180
Medidas de dispersão	187
Sobre a unidade	195
Conexão tecnológica	196

Fonte: Balestri (2016).

No livro, uma atividade resolvida mostra como calcular medidas de tendência central da numeração do calçado dos funcionários de certa empresa, em março de 2016:

Figura 2 – Exercício, Balestrini (2016)

R4. O técnico de segurança no trabalho de certa empresa coletou a numeração do calçado de todos os funcionários, em março de 2016 para providenciar calçados adequados a cada um deles.

Numeração do calçado dos funcionários de certa empresa, em março de 2016	
Número do calçado	Frequência (f)
37	3
39	7
40	8
41	5
42	5
44	1

Fonte: Anotações do técnico de segurança no trabalho.

De acordo com as informações, determine a:
 a) média aritmética. c) mediana.
 b) moda.

Fonte: Balestri (2016).

Com resolução:

$$a) \bar{x} = \frac{37 \cdot 3 + 39 \cdot 7 + 40 \cdot 8 + 41 \cdot 5 + 42 \cdot 5 + 44 \cdot 1}{3 + 7 + 8 + 5 + 5 + 1} \cong 40$$

- b) A moda é o número de calçado 40, pois é o valor com maior frequência no conjunto de dados.
- c) Para determinar a mediana primeiramente organizamos os dados em rol. Como temos uma quantidade ímpar de dados, a mediana corresponde ao valor central.

37	37	37	39	39	39	39	39	39	39
40	40	40	40	40	40	40	40	41	41
41	41	41	42	42	42	42	42	44	

Portanto, a mediana é 40.

Como podemos resolver usando o software R?

Primeiro temos que carregar os dados de uma fonte externa ou criar um vetor de dados:

```
calçado<- c(37,37, 37, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 40, 40, 40, 40, 40, 40, 40, 40, 40, 41, 41, 41, 41, 41, 41, 42, 42, 42, 42, 42, 44)
```

a)

Para calcular a média no software R utilizamos a função mean():

```
mean(calçado)
[1] 40.10345
```

b)

Para calcular a mediana no software R utilizamos a função median():

```
median(calcado)
[1] 40
```

c)

“O R traz funções para o cálculo da média (mean) e da mediana (median) mas não para moda. A sugestão postada na lista [R-Help por Dr. Brian D. Ripley](#) para distribuições discretas foi:”
(*R blogs*, 2010)

```
moda <- function(x) {
z <- table(as.vector(x))
names(z)[z == max(z)]
}
```

Assim, usando a função no *R*, temos:

```
moda(calcado)
[1] "40"
```

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desse trabalho é apresentar software R na aprendizagem da estatística na matemática do ensino médio.

Para isso utilizamos alguns exercícios da coleção de livros de matemática do ensino médio: Matemática, Interação e tecnologia, volume 2 de Rodrigo Balestri (2016).

Neste trabalho aprendemos um pouco sobre estatística e o software R e podemos concluir que o software e este trabalho pode ser um apoio para professores e alunos no ensino e aprendizagem de estatística na matemática do ensino médio.

REFERÊNCIAS

BÍBLIA, Português. Bíblia Sagrada. Nova trad. na linguagem de hoje. São Paulo: Paulinas Editora, 2005.

BONILLA, M.H.S. (1995). Concepções do Uso do Computador na Educação. Espaços da Escola, Ano 4, n. 18. Ijuí.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRUNI, A. L. **Estatística para Concursos**. 1ª Edição. Atlas, 2008.

Campeonato Brasileiro 2020. Ogol, 2020. Disponível em:

https://www.ogol.com.br/edition_stats.php?id=142460 Acesso em: 15 dez. 2020.

Cazorla, I. M., Ramos, K. L. de S., & Jesus, R. L. de. (2015). Reflexões sobre o ensino de estatística na Educação Básica: lições que podem ser aprendidas a partir da Feira de Ciências e Matemática da Bahia – FECIBA. IASE 2015. Satellite: Advances in Statistics Education:

developments, experiences, and assessments. Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
 Recuperado de
https://iaseweb.org/documents/papers/sat2015/IASE2015%20Satellite%2065_CAZORLA.pdf

ESTATÍSTICA. InfoEscola, 2020. Disponível em:

< <https://www.infoescola.com/matematica/estatistica/> >. Acesso em: 15 set. 2020.

ESTATÍSTICAS, atuação profissional, formação, mercado de trabalho. Disponível em:

<<http://www.portalsaofrancisco.com.br/alfa/estatisticas/estatisticas-2.php>>. Acesso em: 12 set. 2020.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. 2ª ed. 18. Impressão. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1986.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática: ciência e aplicações**. 2. ed. São Paulo: Atual, 2004.

IEZZI, G. etall. **Matemática Ciência e Aplicação** – Vol. 1 – Ensino Médio, São Paulo –SP. Saraiva, 2012.

IGNÁCIO, S.A. **Importância da Estatística Para o Processo de Conhecimento e tomada de decisão**. Revista Paranaense de Desenvolvimento, Curitiba, 2010.

JUCÁ, S. C. S. (2006). **A Relevância dos Softwares Educativos na Educação Profissional**. In: Revista Ciências e Cognição, Vol. 8.

PEREIRA, B. B. (1997). **Estatística: A tecnologia da Ciência**. Boletim da Associação Brasileira de Estatística, ano XIII, no. 37, 2 Quadrimestre.

SOUZA, G. M. (2010). **PERCEPÇÕES E INTERESSES DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO DE QUATRO ESCOLAS DE CACOAL EM RELAÇÃO ÀS AULAS DE MATEMÁTICA**. Trabalho de Conclusão de Curso. UNIR.

RealTime Big Data: Sarto (PDT) e Capitão Wagner (Pros) empatam em Fortaleza. CNN Brasil, 2020. Disponível em:<https://www.cnnbrasil.com.br/politica/2020/11/13/realtime-big-data-sarto-pdt-e-capitao-wagner-pros-empatam-em-fortaleza> Acesso em: 15 dez. 2020.

SILVA, A. O. A. Cálculo da moda. R blogs, 25 de dezembro de 2010. Disponível em:
 < <https://www.r-bloggers.com/lang/portuguese/517>>. Acesso em: 15 nov. 2020.

SOFTWARES MATEMÁTICOS. Brasil Escola, 2020. Disponível em:

<<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/software-matematicos.htm>>

Acesso em: 12 out. 2020.

Valente, J. A. (1993). Diferentes usos do computador na educação In: Valente, J. A.

Computadores e conhecimento: repensando a educação. Campinas: NIED/UNICAMP.