



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
INSTITUTO UFC VIRTUAL
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA SEMIPRESENCIAL

GÉSSICA DE ANDRADE GOMES

TEORIA E APLICAÇÕES DA FÓRMULA DE BHASKARA

QUITERIANÓPOLIS

2020

GÉSSICA DE ANDRADE GOMES

TEORIA E APLICAÇÕES DA FÓRMULA DE BHASKARA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade Federal do Ceará, como requisito
parcial à obtenção do título de licenciado em
Matemática

Orientador: Prof. Me. Hudson de Souza Felix

QUITERIANÓPOLIS

2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados
fornecidos pelo(a) autor(a)

G614t Gomes, Gécica de Andrade

Teoria e aplicações da fórmula de Bhaskara / Gécica de Andrade Gomes. –2020.
24 f

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará,
Instituto UFC Virtual, Curso de Matemática, Fortaleza, 2020.

Orientação: Prof. Me. Hudson de Souza Felix

1. Fórmula de Bhaskara. 2. Equação do 2º grau. 3. História da matemática. I. Título.

CDD 510

GÉSSICA DE ANDRADE GOMES

TEORIA E APLICAÇÕES DA FÓRMULA DE BHASKARA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade Federal do Ceará, como requisito
parcial à obtenção do título de licenciado em
Matemática

Aprovada em: ___/___/_____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Me. Hudson de Souza Felix (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Jorge Carvalho Brandão
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dedico este trabalho especialmente a minha
mãe Antonieta de Andrade Gomes, meu irmão
Genildo Bezerra Gomes Filho e meu
namorado Keuber Gonçalves de Oliveira.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus por todas as bênçãos concedidas e por me fortalecer para seguir em busca de meus sonhos em meio a tantas dificuldades.

Agradeço ao meu professor e orientador Hudson de Souza Felix, pelas indicações, pelo pronto atendimento ao seu trabalho de orientação, seja pela sua dedicação e pelo seu alto grau de compromisso.

Agradeço a todos que me incentivaram e apoiaram em especial ao meu namorado Keuber Gonçalves, que jamais me negou apoio, carinho e incentivo, sempre acreditando na minha capacidade.

A minha mãe que sempre me incentivou e me ajudou a ter coragem e determinação para fazer o melhor, meu irmão que sempre esteve ao meu lado, incentivando e colaborando com a minha aprendizagem.

Agradeço a todos os professores da Universidade Federal do Ceará que ministraram aulas no decorrer deste Curso de Licenciatura Plena em Matemática, pelas aulas ministradas e compromisso com o meu aprendizado.

“Que os vossos esforços desafiem as impossibilidades, lembrai-vos de que as grandes coisas do homem foram conquistadas do que parecia impossível.”

(Charles Chaplin)

RESUMO

Tendo em vista as contribuições da fórmula de Bhaskara e suas contribuições para trajetórias pessoais e acadêmicas, estando presente em diversas áreas do conhecimento, pesquisa-se sobre as Teorias e aplicações da fórmula de Bhaskara, a fim de analisar os princípios e utilizações da Fórmula de Bhaskara no processo de ensino das equações de 2º grau no âmbito escolar. Para tanto, faz-se necessário apresentar uma contextualização histórica da evolução e aplicação da fórmula, apontar as suas principais contribuições no processo de aprendizagem escolar e identificar as suas contribuições para o contexto educacional dentro e fora da sala de aula. Realiza-se, então, uma pesquisa bibliográfica de caráter qualitativo sobre as produções que abordam a temática das teorias e aplicações da Fórmula de Bhaskara e seu contexto dentro da história da matemática. Diante disso verifica-se que mesmo a fórmula não ser legitimada como de autoria do matemático hindu Bhaskara, suas contribuições para a matemática são inegáveis, o que impõe a constatação da sua importância no ensino em sala de aula e sua importância na sociedade, considerando suas contribuições para as ciências exatas, de engenharia, tecnologia, dentre outras.

Palavras-chave: Fórmula de Bhaskara. Equação do 2º grau. História da matemática.

ABSTRACT

In view of the contributions of the Bhaskara formula and its contributions to personal and academic trajectories, being present in several areas of knowledge, research on the Theories to applications of the Bhaskara formula, in order to analyze the principles and uses of the Formula of Bhaskara in the process of teaching 2nd degree equations in the school environment. Therefore, it is necessary to present a historical contextualization of the evolution and application of the formula, to point out its main contributions in the school learning process and to identify their contributions to the educational context inside and outside the classroom. Then, a qualitative bibliographic research is carried out on the productions that address the theme of the theories and applications of the Bhaskara Formula and its context within the history of mathematics. In view of this, it appears that even though the formula is not legitimized as authored by the Hindu mathematician Bhaskara, his contributions to mathematics are undeniable, which imposes the verification of its importance in classroom teaching and its importance in society, considering contributions to the exact sciences, engineering, technology, among others.

Keywords: Bhaskara formula. 2nd degree equation. History of mathematics.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	07
2	REFERENCIAL TEÓRICO	09
2.1	Contextualização histórica da fórmula de Bhaskara na matemática	09
2.2	Equação do 2º grau e a aplicação da fórmula de Bhaskara no ensino escolar	11
2.3	As contribuições da fórmula de Bhaskara para além do contexto escolar	13
3	METODOLOGIA	15
3.1	Procedimentos para a coleta de dados.....	15
3.2	Critérios de inclusão e exclusão.....	16
4	RESULTADOS E DISCURSÕES	17
5	CONCLUSÃO	21
	REFERÊNCIAS	22

1 INTRODUÇÃO

Diante das modalidades e especificidades que contemplam os conteúdos e a história da matemática é possível citar diversos autores e fórmulas que ganharam força dentro dessa grande área e puderam atravessar os continentes, povos e culturas, promovendo assim elementos de aprendizagem e de desenvolvimento comunitário (CELESTINO; PACHECO, 2011).

Dentro da realidade escolar muitas são as matérias apresentadas, assim, os alunos estão imersos em matérias que vão desde o ensino das letras, culturas e chegam até os números e equações. Diante dessa realidade, é possível destacar que existem dificuldades que atravessam o alunado e que demandam dos professores maior engajamento no repasse e manutenção desses conteúdos, principalmente em matérias que demandam cálculos ou fórmulas teóricas (SANTOS, 2011).

Assim, o ensino da matemática está intimamente ligado com os desafios escolares, haja vista que é comum perceber a resistência dos alunos diante de alguns conteúdos que são apresentados em sala de aula. Vale citar que muito dessas resistências se dá pela falta de técnicas refinadas para a transmissão desses conteúdos, de contextos sociais e econômicos que os alunos estão inseridos (PEREIRA, 2020).

A matemática é definida como uma área do conhecimento que envolve estudos de cálculos, sistematização de quantidades, medidas, espaços e outros. É derivada do grego e significa “aquilo que pode ser aprendido”. O letramento matemático é um importante instrumento para a vida, pois, integra raízes culturais, nos leva a processos de construções lógicas e auxilia a pensar com clareza (GONÇALVES, 2014).

Desse modo, a matemática precisa ser vista como uma ciência que busca desenvolver habilidades cognitivas e não somente como um elemento isolado para o desenvolvimento do raciocínio. A matemática e todos os seus ramos devem ser vistos como eficazes e influentes na formação do educando. Portanto, tanto as fórmulas matemáticas quanto as equações devem ter sua importância no currículo escolar (MACIEL, 2009).

No tocante as ramificações da matemática, da álgebra, equações do 2º grau, bem como da fórmula de Bhaskara é possível citar a grande importância desses elementos para a construção dos saberes matemáticos e para o desenvolvimento de capacidades cognitivas. Essas contribuições vão reverberando desde o ensino fundamental e vão sendo levados para os demais níveis de ensino (SANTOS, 2011).

A fórmula de Bhaskara é um método resolutivo para equações do segundo grau. Esse nome surge em homenagem ao matemático indiano que a demonstrou. Essa fórmula é utilizada para encontrar as raízes reais de uma equação de segundo grau fazendo uso de seus coeficientes, ou seja, do número que multiplica uma incógnita em uma equação, ela é representada pela fórmula $ax^2+bx+c=0$ (SILVA, 2019).

No tocante as motivações para abordar esse tema no presente estudo, é possível destacar que a fórmula de Bhaskara possui grande importância na sociedade, contribuindo para as áreas da física, química dentre outras. Essa fórmula tornou-se significativa durante meu percurso estudantil, que parte desde o ensino fundamental e vem passando por todo o ensino superior. Dessa forma é válido reafirmar a importância dessa fórmula nas trajetórias pessoais e acadêmicas de muitas pessoas e também nas áreas do saber.

Portanto, diante do exposto esse trabalho tem por objetivo analisar a teoria e as aplicações da Fórmula de Bhaskara no processo de ensino das equações de 2º grau no âmbito escolar. Para tal, se faz necessário apresentar uma contextualização histórica da evolução e aplicação desta fórmula, apontar as suas principais contribuições no processo de aprendizagem escolar e identificar a suas contribuições para além da usabilidade em sala de aula.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Contextualização Histórica da Fórmula de Bhaskara na Matemática

A matemática está presente em nossa vida desde muito tempo registros apontam que o seu desenvolvimento partiu principalmente de regiões como a Mesopotâmia, Egito, Grécia e a Índia. De lá para cá muitas são as contribuições da matemática e de suas ramificações na sociedade. Assim, é possível percebermos as evoluções no nosso meio social, nas questões estudantis e nas relações econômicas (CELESTINO; PACHECO, 2011).

Muitas sociedades tiveram destaque na difusão da matemática pelo mundo, merecem destaque a Grécia e a Índia, pois, foi através de diversos estudiosos que viviam nessas regiões que os saberes foram se refinando e conseqüentemente fazendo mais sentido para contribuir com a sociedade. Os pitagóricos na Grécia resolveram diversos problemas encontrados na matemática, já na Índia as contribuições dizem respeito ao sistema numérico índico-arábico e do surgimento da fórmula de Bhaskara (ALMEIDA, 2020).

Assim, contextualizar sobre essa fórmula é dar espaço e sentido aos elementos históricos presentes na matemática. São diversas as possibilidades de abrangência que a investigação em história da matemática propicia, indo de questões referentes a conceitos, fórmulas e biografias. Desse modo, se torna válido destacar os estudos da equação de 2º grau que resulta tradicionalmente a equação $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (CELESTINO; PACHECO, 2011).

Relatos podem ser encontrados em textos babilônicos, escritos a cerca de 4000 anos, com referencias a problemas que hoje resolvemos utilizando as equações do 2º grau. Entre os principais problemas encontrados nos escritos babilônicos estava a determinação de dois números quando eram conhecidos à soma e os produtos destes, suas resoluções estavam representados estreitamente por tratamentos geométricos longos, o que fez necessário uma busca por procedimentos mais inteligíveis para solucionar tais problemas (DANTE, 2013).

Segundo Giovanni Júnior (2018, p.88)

No século IX, al-Khwarizmi, matemático árabe, desenvolveu um processo para a resolução desses problemas, que deu início à chamada Álgebra Geométrica. No século XII, com base nos estudos feitos por al-Khwarizmi, o matemático hindu Bhaskara apresentou um processo puramente algébrico que permitia resolver qualquer equação do 2º grau.

No que diz respeito à Bhaskara, ele foi uma importante figura da história da matemática que viveu entre os períodos de 1114 a 1185, na Índia. Ele era filho de astrólogos e seguiu a tradição da família, mas sempre optando por direcionamentos científicos, dedicando-se mais a matemática. Durante sua brilhante trajetória um dos seus maiores feitos foi a produção do livro Lilavati, dedicado a problemas simples de aritmética, geometria plana e combinatória (FRAZÃO, 2019).

Além dessa obra existiram outras duas que são tidas como as mais importantes para matemática, são elas, Bijaganita e Siddhantasiromani. O nome de Lilavati surge como homenagem a sua filha, essa obra possui 13 capítulos e contam com números negativos, operações com o zero, e dois métodos para multiplicação (CELESTINO; PACHECO, 2011).

Boyer (1979) complementa que Bhaskara tornou-se o último matemático medieval importante da Índia, e sua obra representa a culminação de contribuições hindus anteriores. O autor segue afirmando que Bhaskara morreu pelo fim do século doze, e que por vários séculos houve poucos matemáticos na Índia de importância comparável.

Existem relações pré-estabelecidas entre as equações de 2º grau e a fórmula de Bhaskara, historiadores dão conta que essa relação existe há algumas décadas e que ela é circunscrita exclusivamente ao ensino de matemática no Brasil. Os historiadores da matemática apontam também que Bhaskara, em uma das suas obras, apresenta e resolve diversos problemas do segundo grau (CELESTINO; PACHECO, 2011).

De acordo com Chaquiam (2017, p. 54),

Das contribuições Bhaskara no campo da Álgebra, assim como do povo hindu de um modo geral, ecoam a seguinte afirmação: Uma equação quadrática (com respostas reais) tem duas raízes formais. Além disso, eles unificaram a resolução algébrica destas equações por meio da utilização do método de completamento de quadrado, o qual é denominado de método Hindu.

Elementos históricos apontam que entre os povos babilônicos existem registros de procedimentos de resolução de alguns tipos de equações do 2º grau, além de elementos presentes nos povos gregos. Assim, estudiosos islâmicos absorveram as antigas tradições matemáticas dos babilônicos e a trigonometria dos hindus e até o final do século XVI não havia registros da existência de uma fórmula geral para se obter as raízes de uma equação do 2º grau (CELESTINO; PACHECO, 2011).

Frente o exposto, Melo (2014) destaca a importância da fórmula de bhaskara para resolver as equações quadráticas de fórmula geral $ax^2 + bx + c = 0$, com coeficientes

reais, com $a \neq 0$. Nos estudos de Bhaskara também estão presentes muitos problemas diofantinos e a equação de Pell a qual ele resolveu para $p = 8, 11, 32, 61$ e 67 .

2.2 Equações de 2º grau e a aplicação da fórmula de Bhaskara no ensino escolar

De acordo com Dicio (2009) “a palavra equação é um substantivo feminino e pode ser definida como igualdade que só se verifica valores convenientes de certas quantidades que nela figuram, ou incógnitas enquanto do segundo grau”.

Toda equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ é uma equação de 2º grau, assim, Ribeiro (2018) traz que toda e qualquer equação com uma incógnita seja expressa pela forma de $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$. A letra x é denominada de incógnita, e as letras a, b e c são números reais que exercem a função de coeficientes da equação. Essa equação pode ser nula ou incompleta se os coeficientes b e c for zero.

É importante destacar que a incógnita x é apenas uma escolha e que não deve ser levada como algo cristalizado pelos alunos, deve ficar claro para eles que a letra pode ser escolhida e representada por qualquer outra. Os números representados por a, b e c são os coeficientes desta equação e o coeficiente a deve ser diferente de zero para garantir a presença do termo ax^2 , que garante que a equação seja do segundo grau (PRADO, 2014).

Quando uma equação de segundo grau é completa faz-se uso da fórmula de Bhaskara para encontrar as raízes da equação. Na referida fórmula aparece a letra delta, representada pelo símbolo Δ , ela é chamada de discriminante da equação. Para calcular o valor de Δ é utilizado a fórmula $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$ (GOUVEIA, 2011).

O ensino escolar é composto por diversas matérias que permitem o aprendizado e crescimento técnico, científico e pessoal dos alunos. No que diz respeito às matérias das ciências exatas é possível citar a matemática como uma importante área do saber que proporciona ganhos dentro e fora do contexto escolar. É a partir do 9º ano do ensino fundamental que os alunos se deparam com as equações de 2º grau, por vezes esse conteúdo é visto com dificuldade e até com certa aversão. Portanto, esse conteúdo deve ser abordado de forma clara e objetiva (NOÉ, 2019).

Assim, Prado (2014) destaca que “problemas que recaem em uma equação do segundo grau estão entre os mais antigos da Matemática. A questão de encontrar dois números sabendo sua soma (s) e seu produto(p) é encontrada em textos escritos pelos babilônios”.

Para que as equações de segundo grau sejam aplicadas em sala de aula os professores podem seguir alguns passos, haja vista, a dificuldade que alguns alunos podem apresentar. Assim, Noé (2019) discorre sobre cinco passos para a apresentação desse conteúdo. O primeiro passo diz respeito a apresentação da existência do segundo grau, sendo, $ax + b = 0$ (equação do 1º grau) $ax^2 + bx + c = 0$ (equação do 2º grau), o segundo passo remete a fazer uma demonstração da lei de formação da equação.

O autor segue apontando que os passos iniciais devem ser a identificação dos coeficientes a, b e c. Já o quarto passo corresponde à apresentação das formas incompletas das equações de 2º grau além de suas formas de resolução. O quinto passo envolve a resolução completa das equações envolvendo a aplicação do teorema de Bhaskara, os professores devem ressaltar aos alunos que se a equação for completa será preciso à aplicação da fórmula de Bhaskara, onde, $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$ (NOÉ, 2019).

Novaes (2015) pontua que

Para resolvermos uma equação do 2º grau é necessário que encontremos as raízes da equação. As raízes são valores que quando substituímos nas incógnitas, tornam a sentença verdadeira. As soluções da equação do segundo grau são chamadas de raízes da equação, sobretudo por apresentar na fórmula de Bhaskara uma radiciação.

Os fenômenos relacionados com ao processo de ensino e aprendizagem requerem análises aprofundadas, pautadas em estudos científicos e que utilizem mecanismos para uma aprendizagem significativa. Será através da combinação desses elementos que os conteúdos referentes à equação de 2º grau bem como da aplicação da fórmula de Bhaskara irão ser compreendidos e internalizados pelos alunos, proporcionando assim maior familiaridade com essas fórmulas (PRADO, 2014).

Para que o ensino escolar torne-se cada vez mais significativo os professores precisam fazer uso de recursos diversos, provocando nos alunos experiências vivenciais a respeito das equações. O uso de jogos pode ser uma importante estratégia para se seguir, pois, os alunos poderão relacionar a teoria com a prática. O ensino através dos jogos tem como perspectiva romper com os modos pragmáticos de se ensinar a matemática, ultrapassando as metodologias que pregam a memorização e mecanização dos conteúdos (BARELA, 2018).

2.3 As contribuições da fórmula de Bhaskara para além do contexto escolar

A usabilidade dos recursos presentes na matemática precisa ser evidenciada, pois, é muito comum ouvir questionamentos da ordem de como os conteúdos terão sentido na vida, ou no dia a dia. Assim, é necessário criar movimentos de articulação entre o ensino da matemática e suas contribuições nas nossas vidas (PRADO, 2014).

Em sala de aula a fórmula de Bhaskara é utilizada no ensino fundamental, mais precisamente nas séries do 9º ano, assim, os estudos dessa equação constituem espaços significativos de abstração e generalização (SANTOS, 2011). Muitas das suas contribuições são apresentadas a partir das explanações sobre matemática. Assim, essa área que abrange diversos conteúdos e saberes se faz extremamente importante no nosso meio social (SILVEIRA; GERMANO; OLIVEIRA, 2018).

Assim, Celestino e Pacheco (2011) destacam que

Bhaskara não estudou apenas matemática, ele foi também astrônomo, poeta e filósofo e, em todas essas áreas ele deixou contribuições importantes como, por exemplo, as fórmulas para encontrar o seno de uma soma ou diferença de arcos. Dessa forma, pode-se e deve-se associá-lo a outros estudos matemáticos como também relevantes na história da matemática.

Os ganhos acima mencionados partem de estudos e contribuições que foram feitas há muito tempo e que vem se perpetuando ao passar dos dias, das pessoas e civilizações. Para que a teoria de Bhaskara venha ser aplicada em sala de aula e venha refletir para além desse espaço é preciso que esse conhecimento possa circular entre os alunos. Elementos como o livro didático e a atuação do professor permitem que o conhecimento seja disseminado e alcance cada vez mais pessoas (PRADO, 2014).

A fórmula das equações quadráticas pode ultrapassar os espaços escolares e se fazer presente no nosso cotidiano. Meyer (2020) traz que nas áreas de engenharia é muito comum fazer o uso destas, seja em sua forma original ou fórmulas derivadas. Um exemplo clássico diz respeito aos cursos de engenharia, durante a formação acadêmica e na atuação profissional a fórmula de Bhaskara será bastante utilizada e servirá de elemento crucial para o desenvolvimento do trabalho desses profissionais.

Nesse sentido, as contribuições são percebidas em áreas da física, química e biologia. O seu uso se dá também em processos de descobrimento do arco de uma ponte, da medida

para a passagem de um barco por baixo de uma ponte que possua um formato parabólico e também em coletores solares (ALMEIDA, 2020).

Carvalho (2008) aponta que

Na engenharia ela é usada para estudar lançamentos, trajetória de parábolas e materiais; em física nos movimentos uniformemente variados, lançamentos, queda livre, entre outros; em administração ou economia, pode ser usada para descobrir o lucro máximo de uma empresa.

As contribuições para além da sala de aula no ensino fundamental podem ser citadas nos processos de estudos para o lançamento de projéteis (balas de canhão), pois, esse lançamento descreve o trajeto de uma equação do segundo grau. Assim, dependendo do ângulo que fizer, pode-se saber aonde a bala vai cair (DIAS; LIMA; FREITAS, 2015).

A fórmula de Bhaskara está presente no nosso dia a dia, um exemplo clássico diz respeito ao processo de se medir uma área para se construir uma calçada, assim, basta um pedreiro ou profissional da engenharia civil aplicar as medidas daquele espaço na fórmula de Bhaskara que o valor exato será descoberto (MEYER, 2020).

Outro exemplo do uso prático dessa fórmula é quando se utiliza em empresas para se calcular quando os lucros conseguem chegar ao seu valor máximo e que fazer para eles não decaírem. Assim, essas equações estão mais presentes do que podemos imaginar (DIAS; LIMA; FREITAS, 2015).

Meyer (2020) complementa que

Existe relação entre a fórmula de Bhaskara e os aviões, que, a ligação entre a sentença e esse meio de transporte acontece na teoria de força e aceleração descrita na lei de Newton. De modo geral, ao formular sua ideia, Newton percebeu que, além de pensar no movimento de corpos rígidos, ele poderia aplicar sua teoria também ao modo como os fluídos – como água e ar – se moviam. Dessa forma, era possível encontrar a relação entre a velocidade de fluído e sua pressão a partir de uma velocidade. Com esse pensamento, criou-se, então, a equação de Bernouilli, um dos principais estudos para a descoberta dos princípios básicos do voo.

3 METODOLOGIA

O presente estudo trata-se de uma revisão bibliográfica da literatura sobre as produções que abordam a temática das teorias e aplicações da fórmula de Bhaskara. Nesse sentido, a cartilha da UNESP (2015) define a revisão de literatura como o processo de busca, análise e descrição de um determinado conhecimento, assim, entende-se por literatura todo o material relevante que é escrito sobre um tema específico e esse material pode estar expresso em livros, artigos, periódicos, teses e dissertações.

Para a construção desse manuscrito buscou-se estudar autores renomados no assunto para que fosse dada consistência teórica e base empírica para todo o percurso desse estudo. Desse modo, Gil (2002) define que o método é como um caminho ou percurso para se chegar a algo, ou seja, são procedimentos que delimitam uma investigação e elaboração de um estudo. O método científico é o conjunto de passos e procedimentos seguidos de rigor científico para se alcançar conhecimentos válidos acerca de assuntos específicos.

Cumprir destacar que essa pesquisa possui caráter qualitativo, ou seja, essa abordagem dá margem para os estudos bibliográficos que apresentam elementos para além dos números, estes abordam questões vivenciais, de relações, marcado por experiências e compreensões. O aspecto qualitativo na pesquisa encontra-se num nível de realidade que não pode ser quantificado (MINAYO, 2012).

3.1 Procedimentos para a coleta de dados

Estabeleceu-se um processo de buscas dos artigos a partir da palavra chave “fórmula de Bhaskara” na base de dados do Google Acadêmico. A partir de então as produções foram emergindo. Longen (2020) destaca que nessa plataforma de pesquisa online se encontram literaturas acadêmicas nas mais diversas formas e dos mais diversos saberes. Estima-se que atualmente o Google Acadêmico tenha cerca de 390 milhões de publicações.

Após a aplicação da palavra chave na plataforma do Google Acadêmico emergiram diversas publicações, dentre esses, muitas publicações não eram condizentes com a delimitação da pesquisa. Desse modo, tornou-se necessário a utilização dos critérios de inclusão e exclusão para a filtragem desses achados.

3.2 Critérios de Inclusão e Exclusão

Diante dessa perspectiva, Patino e Ferreira (2018) trazem que os processos de inclusão e exclusão nas pesquisas acadêmicas estão interligados e que a utilização deles permite a possibilidade de análise dos dados e fazem parte de uma prática padrão e necessária na elaboração de protocolos de pesquisa de alta qualidade.

Para a filtragem dessas publicações delimitaram-se alguns critérios de inclusão, sendo, aqueles materiais que estivessem: a) completos e disponíveis para download, b) que fossem artigos, livros, dissertações e teses, c) que estivessem escritos na língua portuguesa e d) que estivessem de acordo com o tema proposto.

Já, no que diz respeito aos critérios de exclusão, os achados seriam desconsiderados caso estivessem: a) fora do tema proposto, b) em outros idiomas, por exemplo, inglês e espanhol, c) que não estavam disponíveis e completos para download e d) que aparecessem de forma duplicada.

Após o crivo dos referidos critérios restou um total de oito (08) produções acadêmicas que se estruturam nas modalidades de artigos científicos e dissertações de mestrado. As produções filtradas abordam a temática da teoria e aplicações da fórmula de Bhaskara, percorrendo caminhos sobre a sua definição, história, contribuições nas mais distintas sociedades, bem como, as sua usabilidade nos tempos atuais.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para uma maior organização os achados foram expressos em uma tabela contendo as publicações filtradas a partir do descritor “fórmula de bhaskara” utilizado na base de dados do Google Acadêmico. A partir dessa representação os dados serão discutidos a luz das construções e representações teóricas de cada autor a respeito da temática supracitada.

	Artigos filtrados a partir dos critérios de inclusão e exclusão
01	CELESTINO, K. G; PACHECO, E. R. Bhaskara: algumas evidências. 2011
02	ALMEIDA, E. D. C. História e aplicações da fórmula de Bhaskara. Ciências exatas e tecnológicas, Aracaju, v. 6, n.1, 2020.
03	SANTOS, J. A. G. O sentido de aprender matemática acerca da fórmula de Bhaskara. 2011. 129 f. Dissertação - Curso de pós-graduação em Ensino das ciências naturais e matemáticas da Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2011
04	PRADO, E. M. S. dos. Um novo olhar sobre o ensino de equação e função do segundo grau. 2014. 101 f. Dissertação do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Rio de Janeiro, 2014.
05	DIAS, A. R; LIMA, C. M. F; FREITAS, E. G. Uma abordagem nos livros didáticos sobre a fórmula de Bhaskara: mito e realidade. 2015
06	SANTOS, R. M. A fórmula de Bhaskara no livro didático: uma abordagem histórica sobre mitos e verdades. 2019.
07	GUEDES, E. D. A equação quadrática e as contribuições de Bhaskara. 2019. 73f. Dissertação - curso de Mestrado profissional em matemática. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019.
08	SANTOS, R. M. A fórmula de Bhaskara no livro didático: uma abordagem histórica sobre mitos e verdades. 2019.
09	FERNANDES, J. P. Lilavati de Bhaskaracarya e o Sistema Métrico Moderno: qual o denominador comum para o ensino de Ciências e Matemática? 2012.

Tabela 1. Relação das produções filtradas

A matemática é um importante elemento em nossas vidas, seus conteúdos perpassam todo o decorrer estudantil e nos acompanham durante a vida. Questões como somar, dividir ou multiplicar são diariamente feitas, seja em compras no mercantil ou em processos de lucros em empresas. Assim, as ramificações da matemática contribuem diretamente para o meio social que estamos inseridos (FERNANDES, 2012).

A matemática tem conotação para ser um importante instrumento de rigor e precisão para a constituição do nosso mundo moderno, é através dela que os alunos adentram no

universo dos números, das relações quantitativas bem como da construção do pensamento crítico (SANTOS, 2011).

Achados históricos apontam para diversas contribuições no surgimento da matemática, dentre eles, destacam-se os povos gregos, egípcios e Islâmicos. No que diz respeito aos Islâmicos os achados dão conta que essa cultura foi a que mais contribuiu para o surgimento da álgebra (CELESTINO; PACHECO, 2011).

Assim, essas contribuições recaem sobre os estudos e aplicações das equações, em especial as de 2º grau. Prado (2014) traz que as equações são definidas como sentença matemática de igualdade condicional entre expressões e que podem ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$, com a, b e c números reais e a diferente de zero é chamada equação do segundo grau ou equação quadrática.

Dias, Lima e Freitas (2015) trazem que

O desenvolvimento da Matemática está ligado a uma sequência de fatos que estão correlacionados entre si. Por mais que temos uma expressão definitiva para a resolução de equações do 2º grau, seria contundente dizermos que muitos ainda pesquisam e trabalham nessa expressão, no intuito de descobrirem novas maneiras de descobrir suas raízes.

Desse modo, Santos (2011) questiona a respeito das aplicações das equações no ensino escolar, ele indaga se o ensino da equação de 2º grau é feito de forma a fazer sentido para os alunos ou é aplicada de forma mecânica, apenas com o intuito de ser usada naquele momento, se configurando como cálculos literais. Portanto, compreender tal conhecimento é um fator importante para o ensino e conseqüentemente para a aprendizagem das equações de 2º grau sob a fórmula resolutive.

Celestino e Pacheco (2011) discutem sobre o surgimento da fórmula resolutive, em especial a de Bhaskara. Segundo esses autores, no século XII o hindu Bhaskara apresenta e resolve em suas obras diversos problemas do segundo grau e que até o final do século XVII não há registros da existência de uma fórmula geral para se obter as raízes de uma equação do 2º grau.

Seguindo essa perspectiva, Dias, Lima e Freitas (2015) elucidam que a autoria da conhecida fórmula de Bhaskara não é do até então hindu, pois, essa descoberta já tinha sido feita pelos babilônicos e somente tempos depois ele de fato teve suas contribuições legitimadas nas chamadas equações indeterminadas, onde é possível encontrar relatos em uma

de suas obras, no caso, o livro Bijaganita sobre álgebra.

A respeito das contribuições da obra Bijaganita, Santos (2019) destaca que embora a obra não traga tantas novidades sobre a resolução de equações, ele traz valiosas contribuições sobre as indeterminadas e que esse foi o primeiro livro a reconhecer que um número positivo pode ter duas raízes, uma positiva e outra negativa.

O autor segue apontando que apesar das diversas contribuições de Bhaskara para a matemática ele não foi de fato o autor da famosa fórmula. Pois, muito antes dele, a resolução da equação já era conhecida e que é possível encontrar escritos há cerca de 4000 anos sobre os procedimentos para resolver esses problemas (SANTOS, 2019).

Diante dessa afirmativa, Dias, Lima e Freitas (2015) discorrem que foi no Brasil a partir dos anos de 1960 que as resoluções das equações de 2º grau através da fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ começou a ser atribuída a Bhaskara, ou seja, apenas no nosso país que essa representação matemática é comumente conhecida como fórmula de Bhaskara. Assim, não se encontra nem um registro na literatura internacional que foi ele o autor da mesma.

Celestino e Pacheco (2011) apontam para a existência de dois Bhaskaras, sendo denominado de I e II, esse segundo trata-se do matemático que erroneamente é atribuído à fórmula. Já, no que diz respeito ao I, tem-se que ele viveu na Índia, provavelmente nasceu em Saurashtra e foi um grande seguidor de Aryabhata I, em suas obras Bhaskara I trata sobre astronomia e trigonometria.

Santana (2015) traz que de fato a fórmula não é de sua autoria e que na verdade, a resolução da equação já era conhecida bem antes. Alguns achados históricos vão discorrer que essa fórmula tem mais relação com o sábio mulçumano Al-Khowarizmi do que mesmo a Bhaskara. Embora não se deva negar a importância e a riqueza da obra de Bhaskara, não é correto atribuir a ele a conhecida fórmula de resolução da equação do 2º grau.

Mas, embora Bhaskara I não tenha de fato criado a fórmula, suas contribuições para o campo da matemática são inegáveis, desse modo, em sua obra mais famosa, escrita em meados do século XII ele apresenta problemas matemáticos escritos em bases poéticas. O livro Lilavati possui características lúdicas, além de conter atividades desafiadoras e recreativas em forma de versos (FERNANDES, 2012).

Nessa mesma obra ele trabalhou questões como termos aritméticos, juros, progressões, geometria e combinações, além de apresentar conceitos sobre números negativos, operações com o zero e os métodos para multiplicação. Bhaskara apresentou quatro métodos para extração da raiz quadrada e também tratou da regra de três inversa

(CELESTINO; PACHECO, 2011).

Em sua produção Fernandes (2012) discorre sobre outros elementos pertinentes a obra Lilavati, a autora destaca que o nome do livro era uma homenagem a filha de Bhaskara, pois, diante de eventos ocorridos sua filha não poderia casar e segundo ele essa seria uma forma de consolá-la, ou seja, apenas dedicando um manual de matemática a sua filha é que seria possível levar consolo a ela.

No que diz respeito ao uso da fórmula de Bhaskara no ensino básico, Santos (2011) aponta que ao longo da história da educação brasileira o livro didático se tornou um importante instrumento no processo de aprendizagem. Assim, ele sempre está presente em todas as disciplinas e conteúdos ministrados. O autor destaca que a história da matemática pode ser contada a partir dos livros didáticos, que estes representam a sua trajetória histórica.

Nesse sentido, Prado (2014) destaca que o ensino da matemática em sala de aula emerge de profundas discussões a partir dos parâmetros curriculares nacionais e que dessa forma é possível romper as barreiras do ensino acumulativo, priorizando a resolução de problemas como ponto de partida para a atividade matemática.

Dada a sua importância se faz necessário voltar os olhares para como o ensino da fórmula de Bhaskara vem sendo feita a partir das séries do 9º ano do ensino fundamental a fim de se compreender com maior clareza como os estudantes se mobilizam para aprender a equação de 2º grau resolvida através da fórmula resolvente a partir do uso dos livros didáticos (SANTOS, 2011).

Contudo, a resolução de problemas ainda não desempenha seu verdadeiro papel nas aulas de Matemática, portanto, esse déficit reverbera na aplicação e usabilidade da fórmula de Bhaskara. O conhecimento matemático precisa ganhar sentido, precisa ser vivenciado para além da sala de aula. Por isso existem diversas metodologias que buscam priorizar situações nas quais a resolução de problemas seja significativa para o aluno e mobilize seus recursos cognitivos (PRADO, 2014).

Santos (2011) aponta para outros problemas que envolvem a aplicação da fórmula de Bhaskara para alunos do ensino fundamental, o autor aponta para a questão de se priorizar o livro didático como único instrumento de ensino da matemática, prática essa que leva os alunos a acreditarem numa verdade absoluta presente nesses materiais, haja vista que esses materiais apresentam particularidades sobre o ensino das equações de 2º grau.

Em concordância, Prado (2014) salienta que o livro didático um recurso e, portanto, coadjuvante no processo de ensino-aprendizagem, não podendo assumir papel principal no ambiente escolar. Desse modo, cabe ao professor manter-se atento para que sua autonomia

pedagógica não seja comprometida.

5 CONCLUSÃO

No decorrer deste trabalho pudemos assimilar a importância da teoria e aplicações acerca da fórmula de Bhaskara, uma fórmula resolutive para equações do 2º grau, lembrando que esta é toda equação da forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que a, b e c são números $a \neq 0$, e que pode ser solucionada pela fórmula de Bhaskara $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ evidenciando-se no ensino fundamental e demais níveis de ensino.

Constata-se que o objetivo deste manuscrito foi atendido, pois, o presente trabalho possui embasamento nas discussões teóricas e em produções renomadas que contribuíram para a reafirmação da importância da história da matemática, bem como, do seu ensino. Vale destacar a valiosa contribuição de Bhaskara para a matemática e conseqüentemente para o desenvolvimento desta equação, mesmo que seu nome seja atribuído à fórmula apenas no Brasil.

Durante a discussão sobre a contextualização histórica e a evolução da fórmula de Bhaskara pudemos apresentar as suas principais contribuições no processo escolar e do desenvolvimento das resoluções de equações do 2º grau, além de apontar suas aplicações no cotidiano, presentes na engenharia, química, biologia, física além da matemática, considerando que a fórmula de Bhaskara é um processo puramente algébrico para resoluções de equações quadráticas.

Desse modo, se faz necessário pontuar que as contribuições teóricas encontradas através do processo de revisão de literatura deram consistência e rigor para a referida produção e que através dos passeios realizados nas correntes teóricas é possível compreender que a histórica e o surgimento da matemática são de suma importância para a constituição da nossa sociedade e que essas contribuições estão intimamente ligadas com o processo de ensino e aprendizagem, principalmente no que diz respeito à resolução de problemas matemáticos voltados para as equações de 2º grau.

Neste estudo foi possível ainda, refletir que as aplicações da fórmula de Bhaskara podem acompanhar a vida estudantil, chegando aos estudos universitários e perpassando o nosso meio social, estando presente em formações acadêmicas e em estudos diversos. Portanto, as ramificações da matemática se tornam mais presentes e usuais do que podemos imaginar. Percebe-se também, que é necessário tornar esses saberes mais evidentes e assim estimular cada vez mais os alunos para os processos de educação contextualizada.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, E. D. C. **História e aplicações da fórmula de bháskara**. Ciências exatas e tecnológicas, Aracaju, v. 6, n.1, 2020.
- BARELA, P. C. **A importância da educação na construção de uma sociedade mais justa**. JUSBRASIL, 2018. Disponível em:<<https://jus.com.br/artigos/69263/a-importancia-da-educacao-na-construcao-de-uma-sociedade-mais-justa>>. Acesso em: 20 nov. 2020
- BOYER, C. D. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo, Edgar Blücher/EDUSP, 1974.
- CARVALHO, L. T.; REIS, L. F. **Aplicando a Matemática, 9º ano**. Tatuí, SP: Casa. 2008
- CELESTINO, K. G; PACHECO, E. R. **Bhaskara: algumas evidências**. 2011. Disponível em:<[https://editora.pucrs.br/edipucrs/acessolivres/anais/erematsul/comunicacoes/26KAMILA CELESTINO.pdf](https://editora.pucrs.br/edipucrs/acessolivres/anais/erematsul/comunicacoes/26KAMILA%20CELESTINO.pdf)>. Acesso em: 20 nov. 2020.
- CHAQUIAM, M. **Ensaio temático: história e matemática em sala de aula**. 1. ed. Belém/PA: SBEM, 2017.
- DANTE, L. R. **Função quadrática**. In: MATEMÁTICA (Ensino médio I): Contexto e Aplicações. 2. ed. São Paulo: Editora Ática, 2013.
- DIAS, A. R; LIMA, C. M. F; FREITAS, E. G. **Uma abordagem nos livros didáticos sobre a fórmula de bhaskara: mito e realidade**. 2015
- DICIO. **Dicionário online de português**. 2009. Disponível em:<<https://www.dicio.com.br/equacao/>>. Acesso em: 21 nov. 2020
- FERNANDES, J. P. **Lilavati de Bhaskaracarya e o Sistema Métrico Moderno: qual o denominador comum para o ensino de Ciências e Matemática?** 2012.
- FRAZÃO, D. **Bhaskara matemático indiano**. ebiografia. 2019. Disponível em:<<https://www.ebiografia.com/bhaskara/>>. Acesso em: 21 nov. 2020
- GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A conquista da matemática: 9º ano: Ensino fundamental: anos finais**. 4. ed. São Paulo: FDT, 2018.
- GONÇALVES, H. A. **O Conceito De Letramento Matemático: Algumas Aproximações**. 2014. Disponível em:<<https://www.ufjf.br/virtu/files/2010/04/artigo-2a14.pdf>>. Acesso em: 20 nov. de 2020.
- GOUVEIA, R. **Equação do segundo grau**. Toda matéria. 2011. Disponível em:<<https://www.todamateria.com.br/equacao-do-segundo-grau/>>. Acesso em: 21 nov. 2020

GUEDES, E. D. **A equação quadrática e as contribuições de bhaskara**. 2019. 73f. Dissertação - curso de Mestrado profissional em matemática. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

LONGEN, A. **Google Acadêmico: O que é e como usar a plataforma de literatura acadêmica**. 2020. Disponível em: <<https://www.hostinger.com.br/tutoriais/google-academico/>>. Acesso em: 22 nov. 2020.

MACIEL, M. V. **A importância do ensino da matemática na formação do cidadão**. 2009. Disponível em: <<file:///C:/Users/PC%2002/Downloads/6058-Texto%20do%20artigo-20126-1-10-20091026.pdf>>. Acesso em: 20 nov. 2020.

MELO, P. **Fórmula de Bhaskara**. Ensino prático. 2014. Disponível em: <<https://www.estudopratico.com.br/formula-de-bhaskara-origem-importancia-e-exemplos/>>. Acesso em: 21 nov. 2020

MEYER, M. **Para que serve a Bhaskara?** 2020. Disponível em: <<https://www.oficinadanet.com.br/ciencia/22543-pra-que-serve-a-bhaskara>>. Acesso em: 21 nov. 2020

MINAYO, M. C. S. **Análise qualitativa: teoria, passos e fidedignidade**. Ciênc. saúde coletiva [online]. 2012.

NOÉ, M. **Ensinando equação do 2º grau**. Canal do educador, 2019. Disponível em: <[NOVAES, J. C. **Equação do 2º Grau \(Segundo Grau\)**. Matemática básica. 2015. Disponível em: <<https://matematicabasica.net/equacao-do-2-grau-segundo-grau/>>. Acesso em: 21 nov. 2020](https://educador.brasilescola.uol.com.br/estrategias-ensino/ensinando-equacao-2-grau.htm#:~:text=Na%20equação%20do%202º%20grau,raiz%20e%20duas%20raízes%20distintas.&text=Faça%20a%20demonstração%20da%20lei,uma%20equação%20do%202º%20grau.>>. Acesso em: 21 nov. 2020</p>
</div>
<div data-bbox=)

PATINO, C. M; FERREIRA, J. C. **Crítérios de inclusão e exclusão em estudos de pesquisa: definições e por que eles importam**. J. bras. pneumol., São Paulo , v. 44, n. 2. 2018

PEREIRA, V. L. S. **O Uso dos Jogos como ferramenta para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático nas series iniciais do ensino fundamental**. Rev. Psicologia e Saberes, Maceió (AL), v.9, n. 19, 2020.

PRADO, E. M. S. dos. **Um novo olhar sobre o ensino de equação e função do segundo grau**. 2014. 101 f. Dissertação do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Rio de Janeiro, 2014.

RIBEIRO, A. G. **O que é Equação do 2º Grau?** Brasil Escola, 2018. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-equacao-2-grau.htm>. Acesso em 21 de novembro de 2020

SANTOS, J. A. G. **O sentido de aprender matemática acerca da fórmula de Bhaskara**. 2011. 129 f. Dissertação - Curso de pós-graduação em Ensino das ciências naturais e

matemáticas da Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2011.

SANTOS, R. M. A fórmula de bhaskara no livro didático: uma abordagem histórica sobre mitos e verdades. 2019.

SILVA, L. P. M. **Fórmula de Bhaskara.** Brasil Escola. 2019. Disponível em:<<https://brasilecola.uol.com.br/matematica/formula-bhaskara.htm>>. Acesso em: 20 nov. 2020.

SILVEIRA, J. V. L; GERMANO, Q. I. A. S; OLIVEIRA, I. R. B. C. **Descomplicando a fórmula de bhaskara.** 2018. Disponível em:<<https://publicacoeseventos.unijui.edu.br/index.php/feiramatematica/article/view/10973>>. Acesso em: 21 nov. 2020.

UNESP. **Tipos de revisão de literatura.** 2015. Disponível em:<<https://www.fca.unesp.br/Home/Biblioteca/tipos-de-revisao-de-literatura>>. Acesso em: 22 nov. 2020