



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
INSTITUTO UFC VIRTUAL**

CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA SEMIPRESENCIAL

FRANCISCO ANDRÉ DE PAIVA COSTA

**A SEQUÊNCIA FIBONACCI: UMA PROPOSTA INTERDISCIPLINAR NO
ENSINO DA MATEMÁTICA**

RUSSAS, CE

2020

FRANCISCO ANDRÉ DE PAIVA COSTA

A SEQUÊNCIA FIBONACCI: UMA PROPOSTA INTERDISCIPLINAR NO
ENSINO DA MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Universidade Federal
do Ceará, como requisito parcial à
obtenção do título de licenciado em
Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Jorge Carvalho
Brandão.

Coordenador de Curso: Prof. Me.
Celso Silva Barbosa.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

C872s Costa, Francisco André de Paiva.

A Sequência Fibonacci: uma proposta interdisciplinar no ensino da matemática : Sequência de Fibonacci e sua influência para a sociedade em si. Isto é, tratar sobre o conhecimento de tal para suas características e como fundamento para outras disciplinas. / Francisco André de Paiva Costa. – 2020.

24 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Instituto UFC Virtual, Curso de Matemática, Fortaleza, 2020.

Orientação: Prof. Dr. Jorge Carvalho Brandão.

Coorientação: Prof. Me. Celso Silva Barbosa.

1. Sequência de Fibonacci. 2. Número de Ouro. 3. Fibonacci. 4. Razão Áurea. 5. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). I. Título.

FRANCISCO ANDRÉ DE PAIVA COSTA

A SEQUÊNCIA FIBONACCI: UMA PROPOSTA INTERDISCIPLINAR NO
ENSINO DA MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Universidade Federal
do Ceará, como requisito parcial à
obtenção do título de licenciado em
Matemática.

Aprovado em: ___/___/_____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Mestre Celso Silva Barbosa (Coordenador de Curso)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Doutor Jorge Carvalho Brandão (Titular/Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

“Eu disse essas coisas para que em mim vocês tenham paz. Neste mundo vocês terão aflições; contudo, tenham ânimo! Eu venci o mundo”.

(Livro: João; Cap.:16; Verc.:33)

AGRADECIMENTOS

Em primeiro e sempre, senhor Jesus, muito obrigado por me conceder saúde e forças para continuar. Graças te dou, meu Deus, Salvador, Fortaleza e luz do mundo!

À minha Família, por todo amor, incentivo, companheirismo, confiança, segurança e alegria; em especial: minha mãe (Mosaryna) – in memoriam e minha avó (Dona Maria) – in memoriam.

À tão renomada e gloriosa, Universidade Federal do Ceará (UFC) e a todos os Professores pelo seu profissionalismo e dedicação.

À minha namorada e companheira (Deyva), por me manter firme e confiante.

Aos Tutores Presenciais do Polo de Russas - CE: (Luis Fernando de Araújo e Ronaldo Matoso Ferreira) e ao Coordenador do Polo de Russas - CE: (Francisco Júnior Holanda Gadelha), esses, com atenção, respeito, e compromisso.

Ao Orientador e Titular da Disciplina: (Professor Doutor Jorge Carvalho Brandão), pelo empenho, suporte e na realização dessa vitória.

Ao Coordenador de Curso: (Professor Mestre Celso Silva Barbosa), por suas aulas intuitivas e de grande valia para nossa formação.

Aos meus amigos, companheiros, colegas de sala e vida, pela união, sabedoria, garra e fé.

Aos meus amigos próximos, que diretamente e indiretamente, tiveram papel importante nessa realização.

Aos animais, pela sua simplicidade, e modelo de vida e ser para a humanidade.

A todos vocês, minha gratidão e carinho.

RESUMO

O trabalho em si, abordará sobre a Sequência de Fibonacci e sua influência para a sociedade em si. Isto é, tratar sobre o conhecimento de tal para suas características e como fundamento para outras disciplinas. E a partir daí, nos mostrar sobre exemplos e instigações sobre descobertas para o processo de ensino-aprendizagem. Bem como, as belezas e perfeições presentes na natureza. Podemos perceber tudo isso na música, arte, arquitetura, física, matemática, corpo humano, na galáxia, enfim, em tantas belezas presentes.

Utilizando da teoria e prática, soluções para enigmas e mistérios para o mundo. Perguntas essas: como fazer a Sequência de Fibonacci, onde essa sequência é encontrada na natureza, qual o número de Ouro e porquê é chamado de “número de Deus”, quem foi Fibonacci, Para que serve a Sequência, O que significa Razão Áurea e qual sua influência para Fibonacci. Tudo isso associado com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Palavras-chaves: Sequência de Fibonacci, Número de Ouro, Fibonacci, Razão Áurea, Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ensino-aprendizagem, sociedade.

ABSTRACT

The work itself will address the Fibonacci sequence and its influence on the society itself. That is, dealing with the knowledge of such for its characteristics and as a foundation for other disciplines. And from there, show us about examples and instigations about discoveries for the teaching-learning process. As well as, the beauties and perfections present in nature. We can see all this in music, art, architecture, physics, mathematics, the human body, in the galaxy, in short, in so many beauties present.

Using theory and practice, solutions to puzzles and mysteries of the word. These questions: how to make the Fibonacci sequence, where this sequence is found in nature, what is the Gold number and why is it called the “number of God”, who was Fibonacci, What is the sequence for, what does Golden Ratio mean and what is your influence for Fibonacci. All of this associated with the Nation Common Curricular Base (BNCC).

Keywords: Fibonacci sequence, Gold number, Fibonacci, Golden Ratio, Common Base Nation Curriculum (BNCC), teaching-learning, society.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	11
2. HISTÓRIA DE FIBONACCI.....	12,13
3. SEQUÊNCIA DE FIBONACCI.....	14
4. NÚMERO DE OURO/ NÚMERO DE DEUS/ PROPORÇÃO ÁUREA/ RAZÃO ÁUREA OU RAZÃO DE OURO.....	15,16,17,18,19
5. BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC).....	20
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	21
7. REFERÊNCIAS.....	22,23,24

1. INTRODUÇÃO

O Trabalho construído nos propõe em entender o que a matemática pode nos propor, isto é, o mecanismo para entender a sua importância; como tal, o desenvolvimento do abstrato e imaginário. Assim sendo, o assunto trata-se da Sequência de Fibonacci e sua influência para o conhecimento cognitivo e semelhanças essas, encontradas em figuras, plantas, animais, corpo humano, entre outros. Entender sobre o termo “número de Deus”, chamado na Matemática como Número de Ouro, bem como, conhecer sobre a Razão Áurea.

Sendo assim, abordaremos a história, sobre o entendimento de como surgiu e sua importância para o mundo. Vale lembrar, sobre seu cálculo para entendimento e sua importância para as disciplinas no ramo geral, bem como mercado financeiro e na sua capacidade de influência na educação, tendo como embasamento potencializar as políticas educacionais. Seguindo em especial, a BNCC (Base Nacional Comum Curricular).

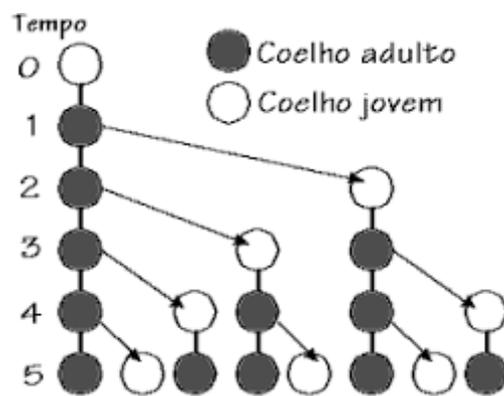
2. HISTÓRIA DE LEONARDO FIBONACCI



Fonte: Wikipédia (Fig.1)

Leonardo Fibonacci, também conhecido por Leonardo de Pisa (local de seu nascimento), foi um matemático italiano nascido no ano de 1170. Foi considerado o primeiro grande matemático europeu da Idade Média. Seu pai era um mercador italiano que viajava para o Médio Oriente, sendo assim, a profissão do pai permitiu que Fibonacci viajasse frequentemente, onde se familiarizou com o sistema de numeração hindu-árabe.

Assim, Leonardo estudou com um professor muçulmano e viajou pelo Egito, Síria e Grécia, onde entrou em contato com os procedimentos matemáticos orientais, e métodos algébricos árabes e os numerais indo-árabicos. Dessa forma, em 1202, Fibonacci escreveu seu livro, *liber Abaci* ou Livro do Ábaco. Nesse Livro, contém não apenas as regras para cálculo com os numerais indo-árabes, mas também diversos problemas, que incluem questões, certamente muito úteis aos mercadores, como o cálculo de juros, conversões monetárias, medidas, e outros tipos de problemas que Fibonacci resolve recorrendo a diversos algoritmos e métodos. No livro mencionado anteriormente, há um problema muito impactante que foi a reprodução dos coelhos. Onde Fibonacci explica da seguinte maneira:



Fonte: Google – Unicamp (Fig.2)

3. SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

Essa representação acima (figura 1), diz respeito à descoberta que Fibonacci descobriu, onde utilizamos a seguinte Lei de Formação por termo:

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

em homenagem pela sua descoberta, trocou-se o a por F :

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

A partir daí, podemos calcular, seguindo o método mostrado.

EX. para calcular o 3º termo:

$$F_3 = F_2 + F_1$$

$$F_3 = 1 + 1$$

$$F_3 = 2$$

Ou seja, o termo encontrado é o resultado do número antecessor (antes), somado ao sucessor (depois). Ou seja:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...

1 (1º termo), 1 (2º termo), 2 (3º termo), 3 (4º termo), 5 (5º termo), 8 (6º termo), 13 (7º termo), 21 (8º termo), 34 (9º termo), 55 (10º termo), 89 (11º termo), e assim por diante..

Dessa forma, temos os termos e sua sequência gerada, caracterizando o trabalho de Leonardo de Pisa.

4. NÚMERO DE OURO / NÚMERO DE DEUS / PROPORÇÃO ÁUREA / RAZÃO ÁUREA OU RAZÃO DE OURO

Esta sequência não é limitada, porém existe um fato interessante: Tomando as razões (divisões) de cada termo pelo seu antecessor, obtemos uma outra sequência numérica cujo termo geral é dado por:

$$f(n) = u(n+1) / u(n)$$

Se considerarmos a Sequência de Fibonacci como um conjunto da forma {1,1,2,3,5,8,13,...} e a divisão de cada número pelo seu antecessor, obteremos outra sequência:

$$1/1=1, 2/1=2, 3/2=1.5, 5/3=1.666..., 8/5=1.6, \dots$$

As razões vão se aproximando de um valor particular, conhecido como Número de Ouro (Número Áureo), que é frequentemente representado pela letra grega Phi (φ). Haja vista, é considerado um número perfeito pela sua formalidade de resultado, perante as divisões. Isso significa dizer, a cada razão realizada, seu resultado chega cada vez mais próximo desse número especial.

Quando n tende a infinito, o limite é exatamente Phi (φ), o Número de Ouro.

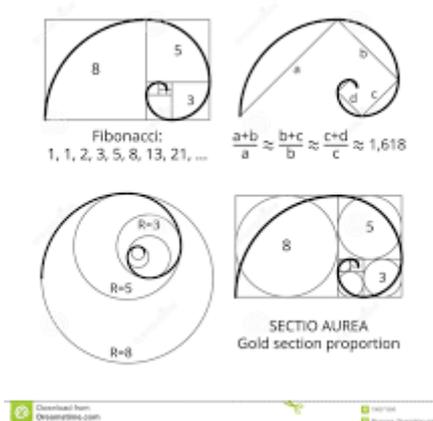
Vejamos:

$$\text{Phi } (\varphi) = \lim u(n+1) / u(n) =$$

$$\text{Phi } (\varphi) = 1.618033988749895$$

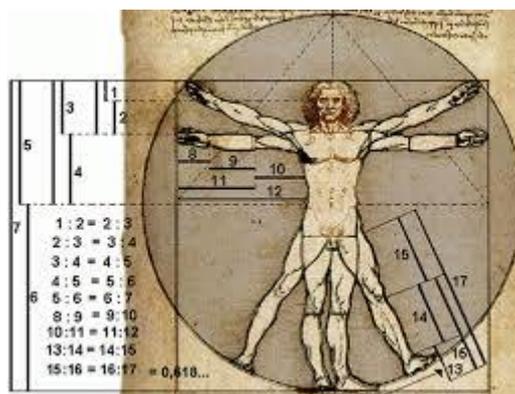
Detalhe importante: Essa medida é utilizada na música, na arquitetura, como é o caso de Mona Lisa, pintura do também Italiano, Leonardo da Vinci; na galáxia, nos seres vivos, nas plantas, em modo geral, na natureza.

Vejamos algumas figuras de representações Áureas :



Fonte: google – dreastime (Fig.3)

A figura, nos possibilita verificar as seções da Proporção Áurea.



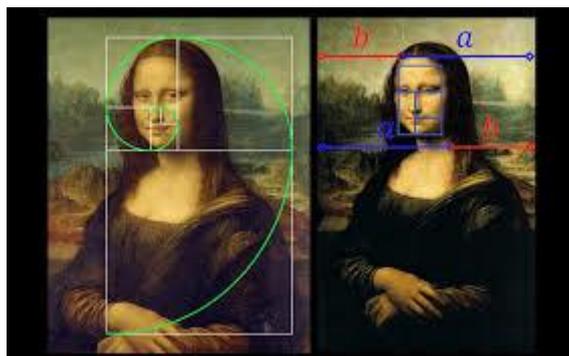
Fonte: google – atitudereflexiva (Fig.4)

Homem Vitruviano, obra do tão renomado Leonardo da Vinci. Essa, representada em forma de estrela de cinco pontas, que foi inspirado no pentágono regular e estrelado inscrito na circunferência, onde as dimensões do tipo $a:b = c:d$ mostradas na figura, são uma notação de Proporção.



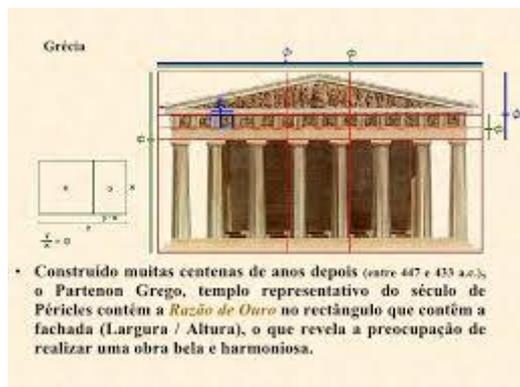
Fonte: google – elliottbrasil.com (Fig.5)

A imagem acima, nos remete ao Mercado Financeiro, onde se utiliza para o modelo gráfico, por meio do Número de Ouro.



Fonte: google – chiefdesign.com.br (Fig.6)

A referida imagem, nos lembra a tão deslumbrante obra do Pintor Leonardo da Vinci. Obra essa, chamada de Mona Lisa. O retângulo de ouro em várias partes deste quadro, tanto no rosto quanto nas dimensões do quadro. Como por exemplo, ao sobrepor um retângulo no rosto da arte citada, observa-se que este possui a proporção do Retângulo Áureo, além disso, fazendo a divisão deste retângulo usando a linha dos olhos e traçando um segmento horizontal encontra-se novamente a divina Proporção; estes procedimentos, por sua vez, poderão também ser utilizados em outras partes da obra, pois terão o mesmo resultado.



Fonte: google – pt.slideshare.net (Fig.7)

A construção do Partenon Grego, na sua estrutura, possui a Razão Áurea.

Como podemos observar a sua planta foi construída com base em um retângulo de comprimento igual a raiz quadrada de 5 e a largura igual a 1.

Embora, alguns sábios da era medieval, em especial os matemáticos, já buscavam respostas para tais perguntas em relação à beleza das coisas.



Fonte: google – sofhiaofnature.wordpress.com (Fig.8)

A figura 8, mostra que a razão entre a altura de uma face e a metade do lado da base da grande pirâmide é igual ao Número de Ouro.



Fonte: google – infoescola.com (Fig.9)

A Galáxia, no seu formado, nos atribui ao Número Áureo, analisando seu movimento.

Assim como na natureza, em relação as árvores de pinheiro devido o formato de suas copas e também no casco da concha Nautilus que se parece com a representação geométrica da Sequência de Fibonacci. Na arquitetura, mencionando o prédio da Organização das Nações Unidas e as obras de Oscar Niemeyer. Na música, pela composição, a proporção harmônica produzida pelas diferentes medidas das cordas como também pelo formato dos instrumentos. Sendo essas, composições como dos músicos Mozart e Beethoven (Quinta Sinfonia); entre tantas outras formas e modelos de caracterizar essa estrutura misteriosa e deslumbrante.



Fonte: google – hypeness.com.br (Fig.10)

5. BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)

Documento elaborado para orientar o ensino no Brasil, desde a Educação Infantil até o Ensino Médio. Não se trata, contudo, de um modelo curricular pronto, com normativas específicas, e sim de um guia orientador que estabelece os objetivos de aprendizagem correspondentes a cada etapa escolar, considerando igualmente as particularidades (metodológicas, sociais e regionais) de cada localidade.

É elaborar normas para o ensino a partir das legislações existentes, autorizando o funcionamento das escolas em todos os campos da Educação Básica, bem como fiscalizando e monitorando os processos educacionais. Sendo assim, intensificar o desenvolvimento do aprendizado do alunado, em vista a situação do país com a pandemia.

Ou seja, planejar e elaborar meios precisos para a construção desse conhecimento, em um conjunto de colaboradores presentes na educação. Sendo assim, possibilitando o embasamento da Sequência de Fibonacci, como um recurso de aprendizado de forma instigante, misteriosa e interessante para se entender. Possibilitando a prática, o conhecimento e a importância da matemática no sentido da vida.

É construir o saber, através do conhecimento, visando todas as disciplinas como papel fundamental para o desenvolver intelectual, humano e social das pessoas, considerando a interdisciplinaridade de todos os ramos e ciências conhecidas para suas atribuições. Como por exemplo, utilizando-se da **Sequência de Fibonacci** para a própria Matemática, como é o caso da reprodução dos coelhos; a Biologia, na situação plantas (girassol, pinha), animais (elefante, camaleão, o caramujo, em formato da sua concha), corpo humano; na Física, através do movimento da galáxia; na Música, como é o caso das notas de Beethoven; na Arte, com o caso das pinturas de Mona Lisa e Homem Vitruviano, ambos do renomado pintor Leonardo da Vinci; Português, como o Poema contadinho; na Engenharia, como é o caso das Pirâmides e Partenon; até em objetos do cotidiano, como inúmeros formatos de cartão de crédito, detalhe esse, que se consagrou como uma opção financeira, onde suas laterais formam a Razão de Ouro. Dentre tantas outras ciências, encontradas na natureza.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objeto da produção desse trabalho, é persuadir e incentivar o desenvolvimento da educação, visando proveito nas características, associadas a inúmeras disciplinas. Isto é, observar a importância desse conhecimento para a vida, visando as influências capazes de proporcionar a humanidade. Conhecimento é precioso, é admirável, é construtivo; e através desse tema abordado sobre a Sequência de Fibonacci, significa dizer quanta beleza existe na criação divina, onde podemos usufruir desses elementos e identificar suas informações, enigmas, curiosidades para o cotidiano. É perceber como todo meio tem seus aspectos de associação e a capacidade para resolver problemas, facilitando a vida, de forma eficaz e satisfatória.

Essas informações, podemos conceituar para ensino-aprendizagem, com os modelos e influência da BNCC (Base Nacional Comum Curricular), e assim, aperfeiçoar para o progresso da qualidade educacional. É fomentar todo esse projeto com visão de favorecer toda a sociedade, espaço e meio social. Estimulando a conduta, a partir de conhecimento e interesse para mudança em seu sentido transformador humano.

7. REFERÊNCIAS

- I. <https://incertezaemprincípio.files.wordpress.com/2012/07/tc-seq3aanciadefibonacci.pdf>
- II. <https://docplayer.com.br/15600111-Os-numeros-de-fibonacci-e-a-razao-aurea.html>
- III. https://fundacaolemann.org.br/noticias/o-que-e-a-bncc?gclid=Cj0KCQiA5vb-BRCRARIsAJBKc6L_Z5aU8f6xcUuUTdZKf029ySpLhsjviQ5jO4pfh-hAG4GgMXtk0mYaAvV7EALw_wcB
- IV. <https://www.google.com/search?q=livro+sequencia+de+fibonacci&oq=livro+sobre+a+sequ%C3%Aancia+de+&ags=chrome.1.69i57j0i22i30.10564j0j7&sourceid=chrome&ie=UTF-8>
- V. http://www.scielo.mec.pt/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1645-72502011000100005
- VI. <http://www.mat.uc.pt/~mat1131/Fibonacci.html>
- VII. <https://www.infoescola.com/biografias/leonardo-fibonacci/>
- VIII. <https://www.infoescola.com/matematica/sequencia-de-fibonacci/>
- IX. <https://www.infoescola.com/matematica/sequencia-de-fibonacci/>

- x. <https://www.infoescola.com/matematica/numero-de-ouro/>

- XI. <https://educacao.uol.com.br/disciplinas/matematica/abaco-1-a-primeira-maquina-de-calculador.htm>

- XII. https://www.google.com/search?q=Reprodu%C3%A7%C3%A3o+de+coelhos+Fibonacci&tbm=isch&ved=2ahUKEwiMrNTUudvtAhW1LrkGHUaoC5MQ2-cCegQIABAA&oq=Reprodu%C3%A7%C3%A3o+de+coelhos+Fibonacci&gs_lcp=CgNpbWcQAzoECAAQHjoECAAQGfCEW1i9fWCnhAFoAHAAeACAAcYBiAG9DZIBBDauMTCYAQCgAQGgAQtn3Mtd2I6LWltZ8ABAQ&sclient=img&ei=h67eX8zMBrXd5OUPxtCumAk&bih=730&biw=1517

- XIII. <https://youtu.be/e1-rL3KZALk>

- XIV. https://youtu.be/_pLVhDQ3B4

- XV. <https://pt.wikipedia.org/wiki/%CE%A6#:~:text=O%20phi%2C%20letra%20grega%2C%20equivalente,e%20pesquisa%20da%20ci%C3%Aancia%20florestal.>

- XVI. <https://www.google.com/search?q=f%C3%ADguras+do+n%C3%BAmero+%C3%A1ureo&sxsrf=ALeKk03oxdDjPP2a0KnaGJSwUIA1zxQ7lw:1608438502009&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwjunris3NvtAhWzBtQKHSUfCd0QAUoAXoECA8QAw&biw=1517&bih=730#imgrc=Dd0jTLmaPsmowM>

- XVII. https://www.google.com/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fthumbs.dreamstime.com%2Fz%2Fespirais-douradas-da-rela%25C3%25A7%25C3%25A3o-de-fibonacci-visualiza%25C3%25A7%25C3%25A3o-do-vetor-propor%25C3%25A7%25C3%25A3o-se%25C3%25A7%25C3%25A3o-ouro-106571556.jpg&imgrefurl=https%3A%2F%2Fpt.dreamstime.com%2Fespirais-douradas-da-rela%25C3%25A7%25C3%25A3o-de-fibonacci-visualiza%25C3%25A7%25C3%25A3o-do-vetor-propor%25C3%25A7%25C3%25A3o-se%25C3%25A7%25C3%25A3o-ouro-image106571556&tbnid=-nKA9jo248eidM&vet=12ahUKEwipgeip59vtAhXWCLkGHeYfAZ0QMygWegUIARDAAQ..i&docid=8bZC8uB_T8ld-M&w=1300&h=1390&itg=1&q=f%C3%ADguras%20do%20n%C3%BAmero%20%C3%A1ureo&hl=pt-BR&ved=2ahUKEwipgeip59vtAhXWCLkGHeYfAZ0QMygWegUIARDAAQ
- XVIII. https://jem.unifesspa.edu.br/images/Anais/v1_2015/CC_20150979002_A_mscara_de PHI.pdf
- XIX. https://observatoriodeeducacao.institutounibanco.org.br/em-debate/conteudo-multimidia/detalhe/pandemia-aumenta-desafios-para-implementacao-da-bncc?utm_source=google&utm_medium=search&utm_campaign=jornalistas_bncc
- XX. <https://www.todamateria.com.br/sequencia-de-fibonacci/>

