



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CAMPUS SOBRAL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E DE**  
**COMPUTAÇÃO**

**LEONARDO PONTE FERREIRA GOMES FILHO**

**INFLUÊNCIA DA SOBREPOSIÇÃO DE POLOS EM MÁQUINAS DE RELUTÂNCIA**  
**VARIÁVEL DE FLUXO AXIAL COM NÚCLEO DO TIPO C**

**SOBRAL**  
**2022**

LEONARDO PONTE FERREIRA GOMES FILHO

INFLUÊNCIA DA SOBREPOSIÇÃO DE POLOS EM MÁQUINAS DE RELUTÂNCIA  
VARIÁVEL DE FLUXO AXIAL COM NÚCLEO DO TIPO C

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica e de Computação. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Orientador: Prof. Dra. Vanessa Siqueira de Castro Teixeira.

SOBRAL

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

G615i Gomes Filho, Leonardo Ponte Ferreira.  
INFLUÊNCIA DA SOBREPOSIÇÃO DE POLOS EM MÁQUINAS DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL DE  
FLUXO AXIAL COM NÚCLEO DO TIPO C / Leonardo Ponte Ferreira Gomes Filho. – 2022.  
69 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Sobral, Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Elétrica e de Computação, Sobral, 2022.  
Orientação: Profa. Dra. Vanessa Siqueira de Castro Teixeira.

1. Máquinas Elétricas. 2. Máquinas de Relutância Variável. 3. Circuito Magnético Equivalente. 4.  
Indutância. 5. Densidade de Potência Elétrica. I. Título.

CDD 621.3

---

LEONARDO PONTE FERREIRA GOMES FILHO

INFLUÊNCIA DA SOBREPOSIÇÃO DE POLOS EM MÁQUINAS DE RELUTÂNCIA  
VARIÁVEL DE FLUXO AXIAL COM NÚCLEO DO TIPO C

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica e de Computação. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Aprovada em: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dra. Vanessa Siqueira de Castro Teixeira (Orientadora)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Adson Bezerra Moreira  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Tarcio André dos Santos Barros  
Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)

A Deus.

A minha família.

A todos que contribuíram nessa jornada.

## AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Leonardo e Jaquelina, e minhas irmãs, Roseli e Manoelise, por toda educação, ensinamento e amor que me repassaram para que eu pudesse chegar até aqui.

À minha esposa Emanuely, por todo amor, dedicação, companheirismo diário e motivação nessa jornada.

Ao meu filho Levi, minha maior motivação para querer sempre ir adiante.

Ao meu sobrinho e afilhado João Leonardo, meu grande amigo.

Ao meu primo Jean, que sempre esteve me apoiando e incentivando.

Aos meus amigos da Tríade Gondim, Samuel, Antunes, Hariel, Igor, Johnny, Kelvin, Samyo, Taynan e Lucas, pela amizade e parceria.

Aos meus amigos de longas datas Evandro, Raul, Thiago, Igor e Levi, sempre presentes na minha vida.

À minha professora e orientadora de mestrado (e de vida), Dra Vanessa. Muito obrigado por todo apoio e incentivo. Você é uma referência para mim.

Ao meu amigo Gilberto Napoleão, por todo apoio e irmandade. Você me ajudou muito nessa etapa da minha vida.

A todos que, de alguma forma, me ajudaram a concluir essa etapa.

“Se eu vi mais longe, foi por estar sobre ombro de gigantes.” (Isaac Newton).

## RESUMO

As máquinas de relutância variável (MRV) surgiram como alternativa de máquinas elétricas com alta densidade de potência frente à crescente demanda por energia e o alto custo dos ímãs permanentes de terras raras. As MRVs possuem baixa inércia por não apresentarem bobinas ou ímãs permanentes no rotor, sendo utilizadas em energia eólica e carros elétricos. As MRVs podem ser classificadas em máquinas elétricas de fluxo radial (MRVs convencionais) e de fluxo axial de acordo com a direção do fluxo magnético. As máquinas de relutância variável de fluxo axial com núcleo do tipo C (MRV-C) apresentam núcleos magnéticos modulares e independentes, reduzindo o comprimento do caminho de fluxo magnético e, conseqüentemente, aumentando a densidade de fluxo magnético. No entanto, a condição de operação em uma região de alta saturação magnética dificulta sua modelagem. Este trabalho apresenta uma proposta de investigação sobre o projeto de MRV-C. É apresentado um método de circuito magnético equivalente (MEC) eficiente para o cálculo da indutância nas posições alinhada e desalinhada a partir das dimensões da MRV-C e do material magnético, com ou sem sobreposição de polos na posição desalinhada. Em seguida, os resultados de indutâncias são comparados com simulações em métodos de elementos finitos e com resultado experimental. Além disso, é analisada a influência da sobreposição de polos na posição desalinhada para o cálculo das indutâncias e da densidade de potência elétrica. É proposta uma nova equação de projeto de máquinas elétricas para que as MRVs-C não apresentem sobreposição de polos na posição desalinhada. Os resultados de simulação e experimentais validam a eficiência da metodologia utilizada para o cálculo das indutâncias. As máquinas elétricas com sobreposição de polos na posição desalinhada apresentam menor inclinação do perfil de indutância e, conseqüentemente, menor densidade de potência.

**Palavras-chave:** Máquinas Elétricas; Máquina de Relutância Variável; Circuito Magnético Equivalente; Indutância; Densidade de Potência Elétrica.

## ABSTRACT

Switched reluctance machines (SRM) have emerged as an alternative to electrical machines with high power density in view of the growing demand for energy and the high cost of rare earth permanent magnets. SRMs have low inertia because they do not have coils or permanent magnets in the rotor, being used in wind energy and electric cars. SRMs can be classified into radial magnetic flux machines (conventional SRMs) and axial magnetic flux machines according to the direction of the magnetic flux. Type C-core Axial Flux Variable Reluctance Machines (SRM-C) feature modular and independent magnetic cores, reducing the length of the magnetic flux path and, consequently, increasing the magnetic flux density. However, the operating condition in a region of high magnetic saturation makes its modeling difficult. This work presents a research proposal on the SRM-C project. An efficient magnetic equivalent circuit (MEC) method is presented for calculating the inductance in the aligned and misaligned positions from the dimensions of the machine and the magnetic material, with or without overlapping poles in the misaligned position. Then, the results are compared with simulations in finite element methods and with experimental results. In addition, the influence of the overlapping poles in the misaligned position is analyzed for the calculation of inductances and electrical power density. A new machine design equation is proposed so that the SRMs do not present overlapping poles in the misaligned position. The simulation and experimental results validate the efficiency of the methodology used to calculate the inductances. Machines with overlapping poles in the misaligned position have a lower slope of the inductance profile and, consequently, a lower power density.

**Keywords:** Electric machines; Switched Reluctance Machine; Equivalent Magnetic Circuit; Inductance; Electric Power Density.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - (a)Vista frontal da MRV-C com área sobreposta na posição desalinhada; (b) Área sobreposta do estator no rotor.....	20
Figura 2 - Vista de uma MRV-C de topologia 12/8 .....	24
Figura 3 - Perfil de Indutância da MRV-C.....	25
Figura 4 - CEE da MRV-C.....	26
Figura 5 - Vistas do núcleo da MRV-C: (a) lateral; (b) frontal.....	29
Figura 6 - Curva de magnetização genérica .....	30
Figura 7 - MRV-C na posição alinhada .....	31
Figura 8 - MEC na posição alinhada .....	32
Figura 9 - Seção transversal do estator.....	32
Figura 10 - Seção transversal do rotor.....	33
Figura 11 - Espriamento das linhas de fluxo magnético.....	34
Figura 12 - MEC na posição alinhada considerando o efeito de espraçamento.....	34
Figura 13 - Linhas de fluxo das Relutâncias $R_{gr1}$ e $R_{gr2}$ .....	35
Figura 14 - Posição Desalinhada .....	37
Figura 15 - Representação frontal da MRV-C na posição desalinhada no MGCE.....	38
Figura 16 - MGCE na posição desalinhada.....	39
Figura 17 - Linhas de fluxo magnético da relutância $R_{t-t}$ .....	40
Figura 18 - Linhas de fluxo magnético da relutância $R_{t-t,f}$ .....	41
Figura 19 - Vista frontal das relutâncias do polo do estator ao núcleo do rotor.....	42
Figura 20 - MGCE reduzido na posição desalinhada.....	42
Figura 21 - Vista frontal da MRV-C no MSCE.....	43
Figura 22 - Representação frontal da MRV-C na posição desalinhada para o modelo MSCE.....	43
Figura 23 - MSCE na posição desalinhada.....	44
Figura 24 - Curva de magnetização do Steel DR 10-50 .....	45
Figura 25 - Parâmetros do estator e do rotor .....	46
Figura 26 - MEC propostos: MGCE e MSCE.....	48
Figura 27 - MRV-C com e sem sobreposição de polos na posição desalinhada.....	52

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Indutâncias do gerador G1 (com e sem sobreposição) .....	52
----------------------------------------------------------------------	----

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Indutâncias na posição alinhada – MGCE e MSCE .....	49
Tabela 2 - Indutâncias na posição desalinhada – MGCE .....	49
Tabela 3 - Alteração dos raios dos GRV-Cs.....	50
Tabela 4 - Indutâncias na posição desalinhada – MGCE .....	50
Tabela 5 - Indutâncias na posição desalinhada desconsiderando o caminho de fluxo $R_{pc}$ – MGCE.....	50
Tabela 6 - Indutâncias na posição desalinhada – MSCE .....	51
Tabela 7 - Indutâncias do Protótipo – MSCE .....	51
Tabela 8 - Cálculo de $D_r$ e Comparativo da densidade de potência de G1, G2 e G3 (com e sem sobreposição).....	53

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CEE	Circuito Elétrico Equivalente
GRV-C	Gerador de Relutância Variável do Tipo C
IWM	Motores nas Rodas
MA	Método Analítico
MEC	Circuito Magnético Equivalente
MEF	Método de Elementos Finitos
MEF 3D	Método de Elementos Finitos em 3 Dimensões
MEMS	Sistemas Microeletromecânicos
MGCE	Método Geral do Circuito Equivalente
MRV	Máquinas de Relutância Variável
MRV-C	Máquina de Relutância Variável de Fluxo Axial Do Tipo C
MRVFA	Máquinas de Relutância Variável de Fluxo Axial
MSCE	Método Simplificado do Circuito Equivalente
ODS	Objetivos de Desenvolvimento Sustentável
ONU	Organização das Nações Unidas

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\lambda$	Fluxo Concatenado
$A_{es}$	Área da Seção Transversal do Estator
$A_g$	Área do Entreferro da Posição Alinhada
$A_{ro}$	Área da Seção Transversal do Rotor
$A_s$	Área da Seção Transversal
$dl$	Diferencial de Comprimento do Circuito Magnético
$H$	Intensidade de campo magnético
$H_m$	Campo Magnético Médio
$h_{es}$	Altura do polo do estator
$h_{ro}$	Altura do rotor
$h_{slot}$	Altura da Ranhura
$I$	Corrente Elétrica no Enrolamento
$L$	Indutância
$L_a$	Indutância na Posição Alinhada
$L_{d\_MGCE}$	Indutância na Posição Desalinhada para o Método MGCE
$L_{d\_MSCE}$	Indutância na Posição Desalinhada para o Método MSCE
$l_{es}$	Largura do Núcleo do Estator
$l_m$	Caminho Médio das Linhas de Fluxo Magnético
$l_{ro}$	Largura do Rotor
$l_{slot}$	Comprimento da Ranhura
$N_{esp}$	Número de Espiras do Enrolamento
$R$	Relutância
$r$	Resistência Elétrica do Enrolamento da Fase
$R_{aesp}$	Relutância Total na Posição Alinhada
$R_{ea}$	Relutância do Estator na Posição Alinhada
$R_{ed}$	Relutância do Estator na Posição Desalinhada
$R_{ga}$	Relutância de Entreferro na Posição Alinhada
$R_{gr}$	Relutância de Espriamento na Direção Radial na Posição Alinhada
$R_{gt}$	Relutância de Espriamento na Direção Tangencial na Posição Alinhada
$R_{pc}$	Relutância de Sobreposição de Polos na Posição Desalinhada

$R_{ra}$	Relutância do Rotor na Posição Alinhada
$R_{rd}$	Relutância do Rotor na Posição Desalinhada
$R_{t-r1}$	Relutância do Polo do Estator ao Rotor na Posição Desalinhada
$R_{t-t}$	Relutância de Um Polo do Estator ao Outro
$R_{t-t,f}$	Relutância de Espraiamento na Direção Radial na Posição Desalinhada
$t$	Tempo
$V$	Tensão nos Terminais da Fase
$\theta$	Ângulo de Posição do Rotor
$\Delta t$	Variação de Tempo
$K_e$	Fator de Eficiência
$K_d$	Ciclo de Operação
$\omega_{rot}$	Velocidade do Rotor em rad/s
$A_{cs}$	Carregamento Elétrico Específico
$B$	Densidade de Campo Magnético
$l_{stack}$	Comprimento dos Polos
$r_{int}$	Raio Interno do Rotor
$\mu$	Permeabilidade Magnética
$\varphi$	Fluxo Magnético
$\mu_a$	Permeabilidade Magnética do Material na Posição Alinhada
$g$	Comprimento do Entreferro
$\mu_0$	Permeabilidade Magnética do Vácuo
$L_{aesp}$	Relutância Equivalente no Entreferro com Espraiamento
$N_{ro}$	Número de Polos do Rotor
$E$	Espessura do Estator

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	18
1.1	Revisão Bibliográfica .....	20
1.1.1	Circuito Magnético Equivalente .....	22
1.1.1.1	Circuito Magnético Equivalente da MRV-C .....	22
2	MÁQUINA DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL .....	24
2.1	Características da MRV-C .....	24
2.2	Princípio de funcionamento da MRV-C.....	25
2.3	Circuito Elétrico Equivalente (CEE) .....	26
2.4	Métodos para o cálculo das indutâncias da MRV-C .....	28
3	METODOLOGIA .....	29
3.1	Circuito Magnético Equivalente (MEC).....	29
3.1.1	Indutância na posição alinhada.....	31
3.1.1.1	Relutância do estator na posição alinhada ( $R_{ea}$ ).....	32
3.1.1.2	Relutância do rotor na posição alinhada ( $R_{ra}$ ) .....	33
3.1.1.3	Relutância do entreferro na posição alinhada ( $R_{ga}$ ).....	34
3.1.1.3.1	Relutâncias no entreferro devido ao efeito de espraçamento .....	35
3.1.1.4	Relutância total na posição alinhada ( $R_{aesp}$ ).....	37
3.1.2	Indutância na posição desalinhada .....	37
3.1.2.1	Modelo Geral do Circuito Equivalente (MGCE) .....	38
3.1.2.1.1	Relutância do estator na posição desalinhada ( $R_{ed}$ ).....	39
3.1.2.1.2	Relutância do rotor na posição desalinhada ( $R_{rd}$ ) .....	40
3.1.2.1.3	Relutância de polo a polo do estator ( $R_{t-t}$ ) .....	40
3.1.2.1.4	Relutância de espraçamento na direção radial ( $R_{t-t,f}$ ) .....	41
3.1.2.1.5	Relutâncias do polo do estator ao núcleo do rotor.....	41
3.1.2.2	Modelo Simplificado do Circuito Equivalente (MSCE).....	43
3.1.3	Método alternativo para o cálculo da permeabilidade magnética na posição alinhada .....	45
3.2	Equação para garantir a ausência de sobreposição de polos do estator e do rotor na posição desalinhada .....	46
3.3	Densidade de potência elétrica .....	47
4	RESULTADOS.....	48
4.1	Indutâncias na posição alinhada .....	48
4.2	Indutâncias na posição desalinhada .....	49
4.2.1	MGCE.....	49
4.2.1.1	MGCE com sobreposição.....	49
4.2.1.2	MGCE sem sobreposição .....	50

4.2.1.3	Influência da relutância $R_{pc}$ .....	50
4.2.2	MSCE .....	51
4.2.2.1	Resultados de simulação .....	51
4.2.2.2	Resultados experimentais .....	51
4.3	Influência da sobreposição no perfil de indutância .....	52
4.4	Densidade de potência elétrica .....	53
4.5	Discussão de Resultados.....	53
5	CONCLUSÃO .....	55
5.1	Proposta para trabalhos futuros .....	55
	REFERÊNCIAS .....	56
	APÊNDICE A - CÁLCULO DAS INDUTÂNCIAS DO GERADOR DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL DE FLUXO AXIAL COM NÚCLEO DO TIPO C "G1" .....	59

## 1 INTRODUÇÃO

A crescente demanda por energia e a preocupação ambiental exigem sistemas de energia cada vez mais eficientes e sustentáveis (GUO, LIU, *et al.*, 2018). Inclusive, são propostos 17 Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) trabalhados pelos Estados membros da Organização das Nações Unidas (ONU), sendo o objetivo 7 denominado “energia limpa e acessível”. Desta forma, vários estudos e pesquisas sobre Máquinas de Relutância Variável (MRV) de fluxo radial e fluxo axial para a geração eólica e veículos elétricos surgiram na última década (MA, LI, *et al.*, 2017) (BELHADI, KREBS, *et al.*, 2017) (PATEL, SHAH e LOKHANDE, 2018).

As MRVs surgiram como alternativa para as máquinas elétricas de ímãs permanentes. Dentre as máquinas elétricas que apresentam alta densidade de potência, as de ímãs permanente foram desenvolvidas nas últimas duas décadas com torques até a faixa MNm. No entanto, a tentativa de utilizá-la em todos os setores (geradores eólicos e hidrelétricos, propulsão de navios, ferrovias, automotivas e aeronáuticas) ocasionou recentemente um forte desequilíbrio entre a demanda e a oferta de ímãs de energia de alta especificidade (terras raras). Esse problema foi reduzido com fortes aumentos no preço de ímãs permanentes de alta qualidade (BOLDEA e TUTELEA, 2018).

Em comparação com os motores de ímã permanente e de indução, as MRVs têm uma construção simples, de baixo custo e robusta. A MRV possui um componente a menos que outros tipos de motores. As máquinas elétricas de ímã permanente têm ímãs no rotor e as máquinas elétricas de indução têm condutores no rotor. O estator da MRV é feito de um núcleo laminado de pólos salientes com enrolamentos concentrados, enquanto o rotor também possui uma estrutura de pólos salientes sem enrolamentos ou ímãs permanentes. Isso permite uma operação confiável em altas velocidades e altas temperaturas, mas também traz muitos desafios, como altas ondulações de torque e ruído acústico e vibração (BILGIN, JIANG e EMADI, 2019).

As MRVs podem ser classificadas com base em seu movimento e caminho de fluxo. Conforme o movimento da máquina, são divididas em: rotativo, linear e rotativo-linear. As máquinas rotativas são subdivididas em quatro tipos: de fluxo axial, fluxo radial, fluxo diagonal e uma combinação de todos, chamado 'entreferro múltiplo' (TORKAMAN, GHASHERI e KEYHANI, 2019). Este trabalho tem como foco as Máquinas de Relutância Variável de Fluxo Axial (MRVFA).

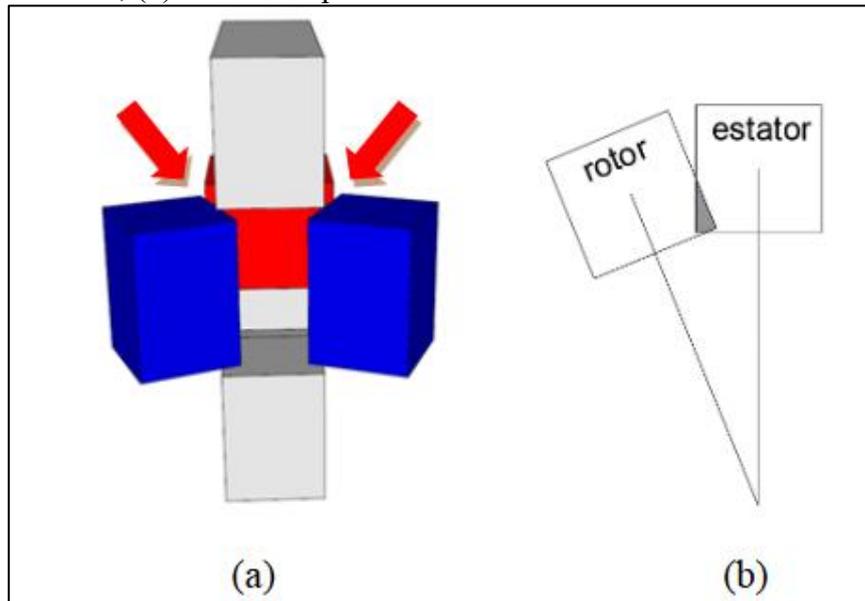
Quando comparada à MRV de fluxo radial, observa-se que a superfície ativa do entreferro é maior na MRVFA (para um mesmo volume de material magnético). A forma plana da estrutura faz com que o entreferro seja facilmente ajustável. Devido aos recursos específicos, as MRVFAs tornaram-se altamente funcionais na indústria de propulsão, como a utilização de motores nas rodas (IWM) para veículos elétricos, trens elétricos, patinetes, sistemas microeletromecânicos (MEMS) para indústrias de semicondutores, turbinas eólicas e aplicações mais simples como ventiladores (TORKAMAN, GHAHERI e KEYHANI, 2019).

Apesar de apresentarem alta densidade de potência elétrica, as MRVs operam naturalmente com o torque de relutância pulsante e seguem um princípio de operação distinto em comparação com as máquinas de corrente alternada comuns. Devido à estrutura duplamente saliente dos polos e à corrente de onda quadrada unipolar, as MRVs sofrem variação da permeabilidade magnética e elevadas saturações magnéticas. Dessa forma, caracteriza uma operação não linear, resultando em expressões matemáticas do fluxo concatenado e das indutâncias na posição alinhada e desalinhada difíceis de serem obtidas, tendo em vista sua relação não linear com as correntes e posições do rotor (HUA e HUA, 2022).

Em (EGANÃ, ARGANDONÃ e MADARIAGA, 2016) é apresentada uma topologia de máquina de relutância variável de fluxo axial do tipo C (MRV-C). A análise da máquina é realizada pelo método de circuito magnético equivalente (MEC). A MRV-C tem como vantagens núcleos magnéticos modulares e independentes em formato de C, facilitando a construção e a manutenção, pois os núcleos podem ser fabricados separadamente e, em caso de danos, um módulo C pode ser reparado de forma isolada dos demais. Além disso, apresenta caminhos curtos de fluxo magnético, fazendo com que a máquina elétrica opere numa região de saturação maior do que nos modelos de MRVs tradicionais e assim obtenha uma alta densidade de potência por volume (GOMES FILHO, TEIXEIRA, *et al.*, 2019).

Na Figura 1 ilustra-se a sobreposição dos polos do estator e do rotor na posição desalinhada da MRV-C. Nessa região de sobreposição há uma quantidade significativa de linhas de fluxo magnético, que devem ser consideradas no MEC.

Figura 1 - (a) Vista frontal da MRV-C com área sobreposta na posição desalinhada; (b) Área sobreposta do estator no rotor



Fonte: (GOMES FILHO, TEIXEIRA, *et al.*, 2019)

O objetivo deste trabalho é apresentar um método para o cálculo das indutâncias alinhada e desalinhada da MRV-C, com ou sem sobreposição de polos do estator e do rotor na posição desalinhada. Para isso, são utilizadas duas modelagens de MEC. O Método Geral do Circuito Equivalente (MGCE) considera a influência de dois núcleos adjacentes do rotor na posição desalinhada, enquanto o Método Simplificado do Circuito Equivalente (MSCE) considera apenas um núcleo adjacente do rotor. Os resultados do MEC são comparados com simulações de elementos finitos em 3 dimensões (MEF 3D) de três geradores de relutância variável do tipo C (GRV-C) e com resultado experimental de um protótipo obtido em (GOMES FILHO, TEIXEIRA, *et al.*, 2019).

É proposta uma equação para garantir ausência de sobreposição de polos na posição desalinhada. Em seguida, é analisada a influência da sobreposição de polos na densidade de potência elétrica da MRV-C. A sobreposição reduz a inclinação do perfil de indutância entre as posições alinhadas e desalinhadas, e consequentemente a densidade de potência da máquina.

## 1.1 Revisão Bibliográfica

Nos últimos anos, com a melhoria do padrão de vida e o aumento da quantidade de veículos, os problemas de proteção ambiental e escassez de combustível têm atraído cada vez mais atenção dos países. Na busca por sustentabilidade e eficiência energética, os veículos

elétricos surgem como solução viável para redução desses problemas (SUN, SHEN, *et al.*, 2018) (GAN, WU, *et al.*, 2018).

Em (YANG, SHANG, *et al.*, 2015) são comparadas quatro topologias de motores para aplicação em veículos elétricos. As topologias consideradas incluem dois motores síncronos de ímã permanente (MSIP), um motor de indução (MI) e um motor de relutância variável de fluxo radial. O motor de relutância variável apresenta maior densidade de potência do que o MI, e menor quando comparado ao MSIP. No entanto, o custo e a disponibilidade de ímãs permanentes de terras raras limitam a utilização em larga escala do MSIP. Dessa forma, as MRVs surgem como alternativa de alta densidade de potência e baixo custo.

As MRVs tornaram-se uma alternativa viável e popular com relação às máquinas elétricas convencionais, como MI e MSIP, com acionamentos de velocidade variável em muitas aplicações (LI, ZHANG, *et al.*, 2019). Assim, diversos estudos de geradores de relutância variável (GRV) surgem para aplicação em energia eólica (NAMAZI, NEJAD, *et al.*, 2018) (BARROS, NETO, *et al.*, 2017) (NETO, BARROS, *et al.*, 2018).

Apesar da simplicidade de construção, baixo custo de fabricação e de manutenção e alta densidade de potência, devido a característica da MRV de operar em uma região de saturação (região não linear), a sua modelagem torna-se difícil. Em geral, três métodos podem ser utilizados para analisar a MRV e calcular as indutâncias nas posições alinhada e desalinhada: método de elementos finitos (MEF), circuito equivalente magnético (MEC) e método analítico (MA).

O MA baseia-se principalmente na solução das equações de Laplace e de Poisson. Embora esses métodos sejam rápidos, eles são relativamente complicados e apresentam problemas fundamentais com estruturas eletromagnéticas 3D (OJAGHLU, VAHEDI e TOTOONCHIAN, 2018).

O MEF é muito preciso, oferece resultados confiáveis do campo eletromagnético para máquinas com geometrias complexas e propriedades não lineares do material. No entanto, ainda é de alto custo computacional e precisa de detalhes geométricos para modelar as máquinas, de modo que não é prático usá-lo para o projeto de estruturas 3D (OJAGHLU, VAHEDI e TOTOONCHIAN, 2018). Para melhorar a precisão do MEF, o número de elementos necessários pode ser grande, tornando-se demorado e menos competitivo em um processo de otimização de projeto que requer a avaliação de vários candidatos de projeto (LI, ZHANG, *et al.*, 2019).

Nesse trabalho é utilizado o método MEC para o cálculo das indutâncias da MRV-C e, posteriormente, analisada a influência da sobreposição de polos do estator e do rotor na densidade de potência elétrica da máquina.

### ***1.1.1 Circuito Magnético Equivalente***

O MEC considera as características não lineares da MRV, sendo um método rápido e preciso, podendo ser considerado uma alternativa entre métodos analíticos e numéricos. No entanto, o MEC é baseado na geometria da máquina, devendo ser modelado um circuito para cada geometria. Dessa forma, é necessário um MEC para cada topologia de MRV.

Na referência (WANG, DU, *et al.*, 2018) é proposto o MEC de um motor de relutância variável linear (MRVL). As características de desempenho do motor influenciadas por vários parâmetros geométricos são descritas por meio de relutâncias nos circuitos magnéticos.

(KRISHNAN, 2001) apresenta o MEC de uma MRV de fluxo radial com a configuração de polos 8/6. São considerados 4 circuitos equivalentes com relação a posição do estator em relação ao rotor: totalmente alinhada, posição totalmente desalinhada e duas posições intermediárias. Dessa forma, tem-se a equação das indutâncias em função da geometria da máquina elétrica.

#### ***1.1.1.1 Circuito Magnético Equivalente da MRV-C***

Em (LABAK e KAR, 2013) é apresentado a topologia da MRV-C e proposto um MEC para o cálculo das indutâncias na posição alinhada e desalinhada com base na geometria da máquina elétrica. Nessa metodologia são considerados os caminhos de fluxo magnético referente ao efeito de espraiamento, no entanto há apenas um caminho de fluxo magnético do polo do estator ao polo do rotor na posição desalinhada. Além disso, não é previsto um caminho de fluxo magnético considerando a sobreposição de polos do estator e do rotor na posição desalinhada.

Já em (EGANÃ, ARGANDONÃ e MADARIAGA, 2016) também é proposto o cálculo das indutâncias alinhada e desalinhada MRV-C a partir do MEC. O circuito equivalente contém mais relutâncias referentes ao espraiamento das linhas de fluxo magnético que atravessam o polo do estator em direção ao rotor. Ainda assim, não há relutância referente ao caminho de sobreposição de polos do estator e do rotor.

As referências (TEIXEIRA, 2018) e (LABAK e KAR, 2009) propõem a Equação (1) de projeto de MRV-C para maximizar a relação entre indutância alinhada e desalinhada, e consequentemente, que os polos do estator e do rotor não apresentem sobreposição na posição desalinhada. No entanto, essa equação (1) advém de uma MRV com núcleo tipo C de fluxo magnético radial no rotor (MAO e TSAI, 2005). Dessa forma, é necessária uma adaptação dessa equação para a MRV-C.

$$(\beta_{ro} + \beta_{es}) \leq \frac{2\pi}{N_{ro}} \quad (1)$$

em que  $N_{ro}$  é o número de polos do rotor,  $\beta_{es}$  e  $\beta_{ro}$  são as dimensões dos arcos polares do estator e do rotor. Com o cálculo das indutâncias alinhada e desalinhada da MRV-C, é possível calcular e analisar a densidade de potência elétrica.

## 2 MÁQUINA DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL

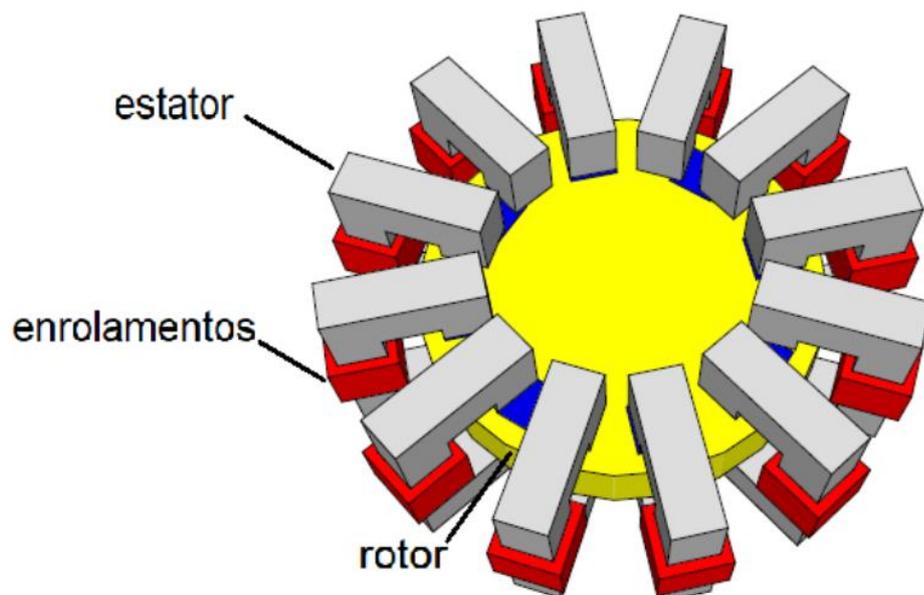
As MRVs de fluxo radial e de fluxo axial possuem o mesmo princípio de funcionamento. Devido ao fato de que a relutância varia em função da posição do rotor em relação ao estator, o fluxo magnético também varia, inversamente proporcional à relutância. No entanto, essas máquinas elétricas diferem nas suas características construtivas.

Neste capítulo são apresentadas as características da MRV-C e o seu princípio de funcionamento. Além disso, é mostrado o circuito elétrico equivalente (CEE) e as equações de tensão e potência elétrica, que envolvem os valores de indutâncias nas posições alinhada e desalinhada.

### 2.1 Características da MRV-C

A Figura 2 apresenta uma MRV-C com 12 núcleos do estator e 8 núcleos do rotor, caracterizando uma topologia 12/8. O estator é composto por núcleos magnéticos modulares e independentes. O rotor é composto de núcleos de material magnético e um material de sustentação, em geral, com menor densidade de massa que o material magnético.

Figura 2 - Vista de uma MRV-C de topologia 12/8



Fonte: Produzida pelo autor

A característica modular do estator possibilita maior densidade de potência elétrica, considerando que o caminho do fluxo magnético é curto em relação à MRV de fluxo radial,

resultando em uma operação da MRV-C em elevada saturação. Além disso, permite maior facilidade de manutenção de um núcleo C e substituição por um núcleo reserva.

Os núcleos magnéticos do estator são isolados eletricamente e magneticamente, além de possuírem caminhos de fluxo magnético unidirecionais. Dessa forma, as perdas por histerese são menores do que nas MRVs de fluxo radial, visto que estão diretamente relacionadas com a frequência do fluxo reverso no material magnético.

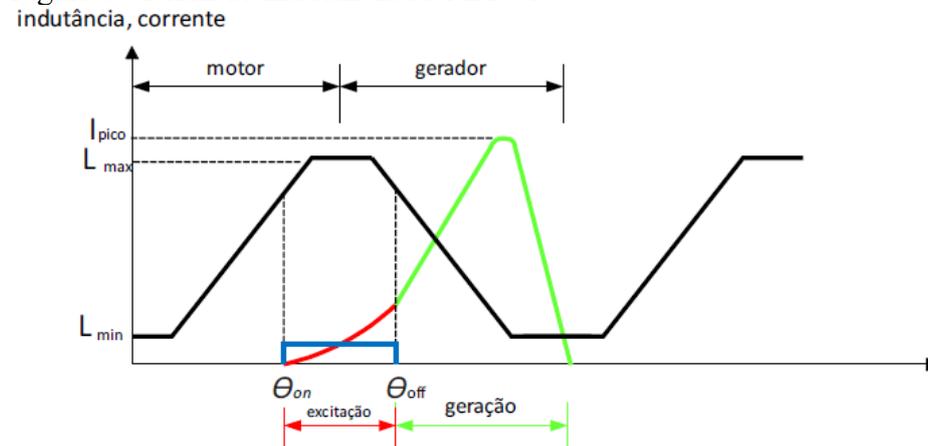
A MRV-C possui baixa inércia, em virtude de não apresentar ímãs permanentes nem enrolamentos no rotor. Assim, as perdas resistivas de enrolamento estão presentes apenas no estator, o qual pode ser refrigerado mais facilmente que o rotor.

## 2.2 Princípio de funcionamento da MRV-C

As MRVs em geral operam conforme o princípio de alinhamento. De acordo com (UMANS, 2014) “o conjugado é produzido pela tendência do rotor a se alinhar com a onda de fluxo produzida pelo estator, de modo a maximizar os fluxos concatenados que resultam da aplicação de uma determinada corrente de estator”.

A Figura 3 apresenta o perfil de indutância da MRV-C considerando apenas um núcleo do estator. A indutância do enrolamento do núcleo C varia em função da posição do rotor. No instante em que os polos do estator e do rotor estão na posição totalmente desalinhada, a indutância é mínima ( $L_{\min}$ ). Durante o alinhamento dos polos, a indutância cresce até atingir o seu valor máximo ( $L_{\max}$ ) na posição totalmente alinhada. Em seguida, a indutância decresce conforme o polos se afastam, e então atinge o seu valor mínimo ( $L_{\min}$ ) novamente na posição totalmente desalinhada.

Figura 3 - Perfil de Indutância da MRV-C



Fonte: (BARROS, 2015)

A MRV-C pode operar como motor, quando recebe energia elétrica e converte em mecânica, ou como gerador, convertendo energia mecânica em elétrica. O modo de operação é essencial para definir a posição em que a máquina será excitada, visando o seu funcionamento correto.

Para a operação como motor, a fase do núcleo do estator deve ser excitada quando a inclinação é crescente e, então, sua derivada de indutância em relação à posição é positiva. Dessa forma, o conjugado produzido é positivo em relação ao sentido do rotor. Se o enrolamento é excitado no decrescimento da indutância, o conjugado é negativo, resultando no processo de frenagem da máquina.

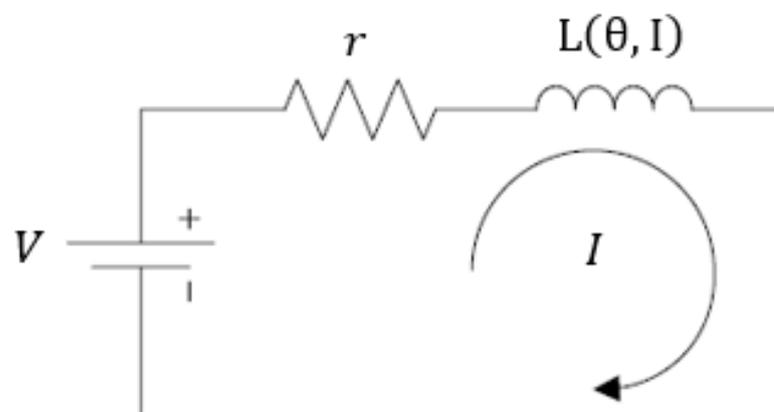
No processo de operação da MRV-C como gerador (GRV-C), a fase do núcleo do estator deve ser excitada quando a inclinação da indutância é decrescente. Assim, sua derivada em relação à posição é negativa, convertendo energia mecânica em elétrica. Esse processo pode ser dividido em duas etapas: excitação e geração.

Na etapa de excitação é aplicada corrente quando a MRV-C praticamente atinge o valor máximo de indutância ( $\theta_{on}$ ) até que inicie o decrescimento da indutância ( $\theta_{off}$ ), para que seja armazenado energia magnética no núcleo do estator. Durante a etapa de geração, a energia cinética do rotor junto com a energia magnética armazenada no núcleo do estator são convertidas em energia elétrica.

### 2.3 Circuito Elétrico Equivalente (CEE)

A Figura 4 mostra a representação do CEE de uma fase da MRV-C constituído de uma fonte de tensão em série com um resistor e um indutor.

Figura 4 - CEE da MRV-C



Fonte: Produzida pelo autor.

A tensão nos terminais da fase (V) é dada pela Equação (2):

$$V = r \cdot I + \frac{d\lambda(\theta, I)}{dt} \quad (2)$$

em que  $r$  é a resistência elétrica do enrolamento da fase,  $I$  é a corrente elétrica no enrolamento,  $\theta$  é o ângulo de posição do rotor,  $t$  é o tempo e  $\lambda$  é o fluxo concatenado, que varia em função da posição do rotor e da corrente elétrica.

Como o enrolamento é constituído de um material condutor, a resistência elétrica pode ser desprezada. Dessa forma, a tensão nos terminais da fase é igual a tensão induzida no enrolamento, conforme a Equação (3):

$$V = \frac{d\lambda(\theta, I)}{dt} = \frac{d[L(\theta, I) \cdot I]}{dt} = L(\theta, I) \frac{dI}{dt} + I \frac{dL(\theta, I)}{dt} \quad (3)$$

em que  $L$  é a indutância, que varia em função da posição do rotor e da corrente elétrica. Considerando que a corrente elétrica do enrolamento é constante durante a condução elétrica e que a variação do fluxo magnético seja linear, a tensão nos terminais da fase é igual a:

$$V = I \frac{(L_a - L_d)}{\Delta t} \quad (4)$$

sendo  $L_a$  é a indutância máxima (obtida na posição alinhada),  $L_d$  é a indutância mínima (obtida na posição desalinhada) e  $\Delta t$  o tempo para a máquina sair da posição desalinhada para a posição alinhada.

Segundo (TEIXEIRA, 2018), a potência elétrica na MRV-C pode ser obtida a partir da Equação (5):

$$P = \pi \cdot K_e \cdot K_d \cdot \omega_{rot} \cdot A_{cs} \cdot B \cdot l_{stack} \cdot r_{int}^2 \cdot \left(1 - \frac{L_d}{L_a}\right) \quad (5)$$

em que  $k_e$  representa o fator de eficiência,  $k_d$  o ciclo de operação,  $\omega_{rot}$  a velocidade do rotor em rad/s,  $A_{cs}$  o carregamento elétrico específico,  $B$  a densidade de campo magnético no entreferro,  $l_{stack}$  o comprimento dos polos e  $r_{int}$  o raio interno do rotor.

## 2.4 Métodos para o cálculo das indutâncias da MRV-C

Devido a característica da MRV-C de operar em uma região de saturação (região não linear), a sua modelagem torna-se difícil. Em geral, três métodos podem ser utilizados para analisar a MRV-C e calcular as indutâncias nas posições alinhada e desalinhada: método de elementos finitos (MEF), circuito equivalente magnético (MEC) e método analítico (MA).

O MA baseia-se principalmente na solução das equações de Laplace e de Poisson. Embora esses métodos sejam rápidos, eles são relativamente complicados e apresentam problemas fundamentais com estruturas eletromagnéticas 3D. O MEF é muito preciso, mas ainda é de alto custo computacional e precisa de detalhes geométricos para modelar as máquinas, de modo que não é prático usá-los para o projeto de estruturas 3D (OJAGHLU, VAHEDI e TOTOONCHIAN, 2018).

O MEC considera as características não lineares, sendo um método rápido e preciso, podendo ser considerado como um meio termo entre métodos analíticos e numéricos. No entanto, o MEC é baseado na geometria da máquina e incompatível com outras geometrias. Nesse trabalho é utilizado o método MEC para o cálculo das indutâncias da MRV-C e, posteriormente, analisada a influência da sobreposição de polos do estator e do rotor na densidade de potência elétrica da máquina.

### 3 METODOLOGIA

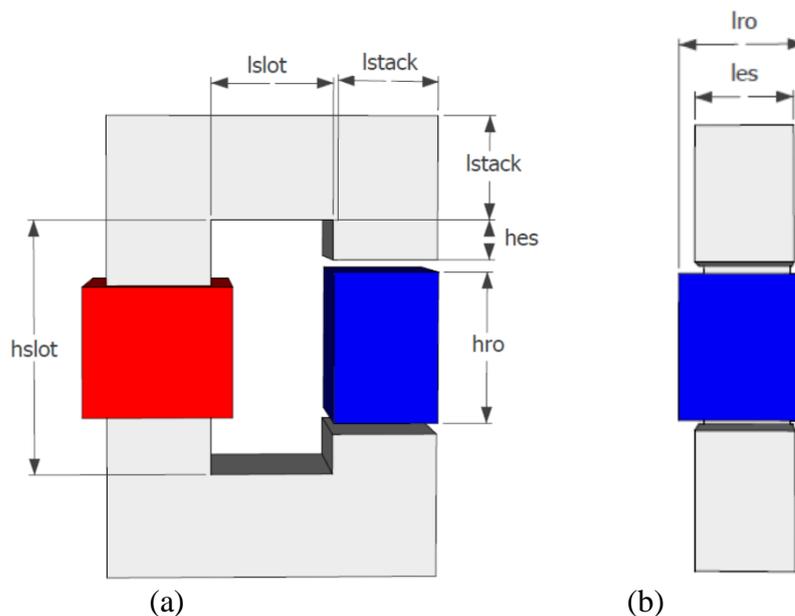
A metodologia adotada baseia-se na utilização do MEC para o cálculo das indutâncias da MRV-C nas posições alinhada e desalinhada. Para isso, foram propostos dois métodos (MGCE e MSCE) a partir dos parâmetros: dimensões da máquina, material magnético que a constitui, número de espiras em cada núcleo e corrente nominal. O MGCE considera no circuito equivalente da posição desalinhada a influência de dois núcleos adjacentes do rotor. Devido sua estrutura modular e simétrica, o MSCE considera apenas um núcleo do rotor, visando a obtenção de resultados experimentais com menor custo de construção. Para validar o MEC, os resultados do método foram comparados com resultados de simulação em MEF 3D e resultados experimentais.

Em seguida, é proposta uma equação para garantir a ausência de sobreposição de polos do estator e do rotor na posição desalinhada. Também é apresentado o cálculo da densidade de potência para analisar a influência da sobreposição de polos na densidade de potência da MRV-C. São comparadas as densidades de potências de GRVs-C com e sem sobreposição de polos na posição desalinhada.

#### 3.1 Circuito Magnético Equivalente (MEC)

As Figura 5 (a) e (b) representam, respectivamente, as vistas lateral e frontal do núcleo da MRV-C.

Figura 5 - Vistas do núcleo da MRV-C: (a) lateral; (b) frontal

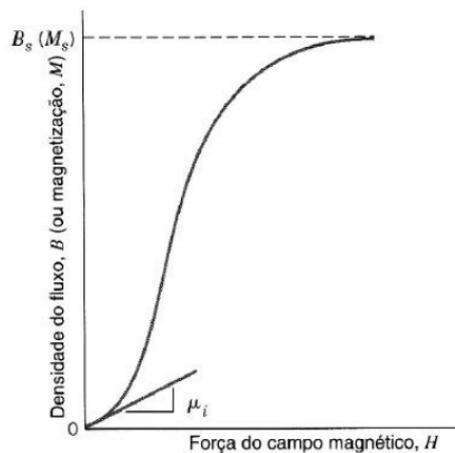


Fonte: Produzida pelo autor

A indutância na posição alinhada é igual para os modelos MGCE e MSCE. No entanto, é necessário um circuito equivalente para representar cada modelo na posição desalinhada.

Na Figura 6 tem-se uma curva de magnetização ( $B \times H$ ) genérica de um material ferromagnético. A permeabilidade magnética do material (inclinação da curva) apresenta um comportamento linear no início da curva, e em seguida um comportamento não-linear (região de saturação).

Figura 6 - Curva de magnetização genérica



Fonte: Disponível em:  
[http://sites.poli.usp.br/d/pmt2100/Aula13\\_2005%201p.pdf](http://sites.poli.usp.br/d/pmt2100/Aula13_2005%201p.pdf). Acesso em: 01 maio 2022

A MRV-C opera na região de saturação quando está na posição alinhada. Com isso, o valor da permeabilidade geralmente é obtido por meio de iterações computacionais. No próximo capítulo é apresentado um método para o cálculo da permeabilidade magnética a partir de uma regressão polinomial da curva de magnetização do material magnético utilizado.

A Equação (6) relaciona a força magnetomotriz (FMM) que atua em um circuito magnético e a intensidade de campo magnético ( $H$ ) no circuito:

$$\oint H \cdot dl = N_{esp} \cdot I = FMM \quad (6)$$

sendo  $dl$  o diferencial de comprimento do circuito magnético e  $N_{esp}$  o número de espiras do enrolamento. Considerando um campo magnético médio ( $H_m$ ), a Equação (6) pode ser reescrita como:

$$H_m \cdot l_m = N_{esp} \cdot I \quad (7)$$

em que  $l_m$  é o caminho médio das linhas de fluxo magnético. Conforme a Equação (8) a permeabilidade magnética ( $\mu$ ) é a relação entre a densidade de fluxo magnético ( $B$ ) e a intensidade de campo magnético.

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (8)$$

A densidade de fluxo magnético é dada pela Equação (9):

$$B = \frac{\varphi}{A_s} \quad (8)$$

em que  $\varphi$  é o fluxo magnético e  $A_s$  é a área da seção transversal que as linhas de fluxo magnético atravessam. Ao substituir (8) e (9) em (7), tem-se a Equação (10):

$$N \cdot I = \varphi \cdot \frac{l_m}{\mu \cdot A_s} = \varphi \cdot R \quad (10)$$

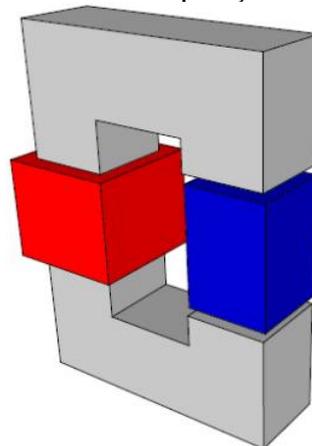
em que  $R$  é a relutância do circuito à passagem de fluxo magnético. Assim, a relutância é dada pela Equação (11).

$$R = \frac{l_m}{\mu \cdot A_s} \quad (11)$$

### 3.1.1 Indutância na posição alinhada

A Figura 7 apresenta um núcleo da MRV-C na posição alinhada. Nessa posição o comprimento do entreferro é mínimo, resultando na relutância mínima do circuito equivalente e na indutância máxima. Sendo assim, o material magnético apresenta alta permeabilidade magnética e a MRV-C opera em uma região de elevada saturação magnética.

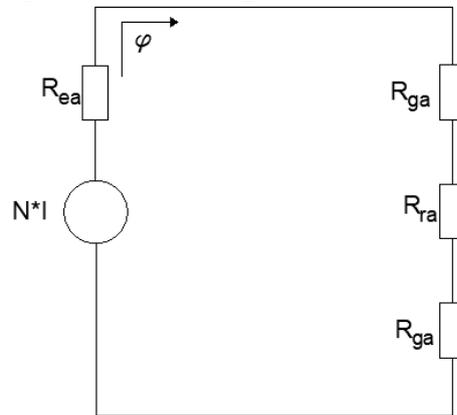
Figura 7 - MRV-C na posição alinhada



Fonte: Produzida pelo autor

A Figura 8 mostra o MEC da posição alinhada, constituído de quatro relutâncias em série: a relutância do estator na posição alinhada ( $R_{ea}$ ), a relutância do rotor na posição alinhada ( $R_{ra}$ ) e duas relutâncias de entreferro na posição alinhada ( $R_{ga}$ ).

Figura 8 - MEC na posição alinhada



Fonte: Produzida pelo autor

### 3.1.1.1 Relutância do estator na posição alinhada ( $R_{ea}$ )

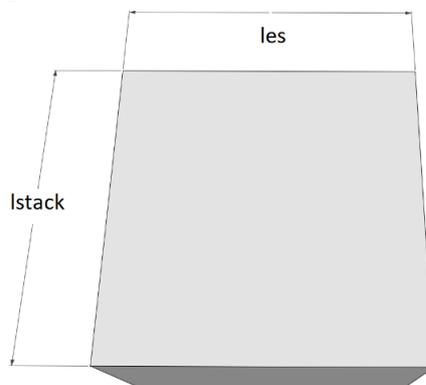
De acordo com a Figura 5(a), o caminho médio das linhas de fluxo magnético no estator ( $l_e$ ) é obtido pela Equação (12):

$$l_e = 2 \cdot h_{es} + 4 \cdot l_{stack} + 2 \cdot l_{slot} + h_{slot} \quad (12)$$

em que  $h_{es}$  é a altura do polo do estator,  $l_{stack}$  é o comprimento dos polos,  $l_{slot}$  é o comprimento da ranhura e  $h_{slot}$  a altura da ranhura.

A Figura 9 mostra a área da seção transversal do estator ( $A_{es}$ ), que é dada pela Equação (13). A variável  $l_{es}$  representa a largura do núcleo do estator.

Figura 9 - Seção transversal do estator



Fonte: Produzida pelo autor

$$A_{es} = l_{es} \cdot l_{stack} \quad (13)$$

A relutância equivalente do estator na posição alinhada é dada pela Equação (14):

$$R_{ea} = \frac{l_e}{\mu_a \cdot A_{es}} = \frac{2 \cdot h_{es} + 4 \cdot l_r + 2 \cdot l_{slot} + h_{slot}}{\mu_a \cdot l_{es} \cdot l_{stack}} \quad (14)$$

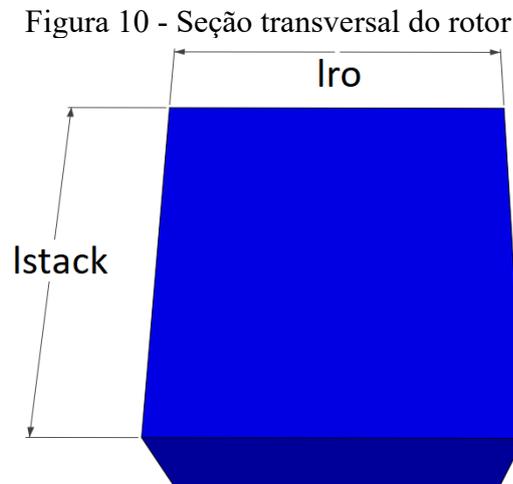
em que  $\mu_a$  é a permeabilidade magnética do material na posição alinhada.

### 3.1.1.2 Relutância do rotor na posição alinhada ( $R_{ra}$ )

De acordo com a Figura 5(a) e considerando que a direção do fluxo magnético na MRV-C é axial, o comprimento do caminho médio do rotor é igual a sua altura [Equação (15)].

$$l_{rotor} = h_{ro} \quad (15)$$

A área da seção transversal do rotor, mostrada na Figura 10, é dada pela Equação (16), em que  $l_{ro}$  representa a largura do rotor.



Fonte: Produzida pelo autor

$$A_{ro} = l_{ro} \cdot l_{stack} \quad (16)$$

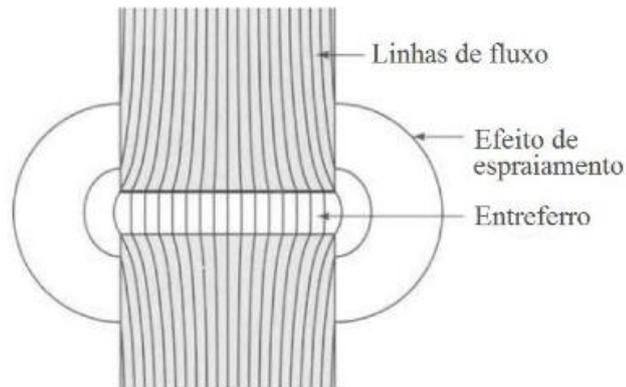
Em geral, o estator e o rotor são fabricados com o mesmo material magnético. Sendo assim, apresentam a mesma permeabilidade magnética. Assim, A relutância do rotor é dada pela Equação (17):

$$R_{ra} = \frac{l_{rotor}}{\mu_a \cdot A_{ro}} = \frac{h_{ro}}{\mu_a \cdot l_{ro} \cdot l_{stack}} \quad (17)$$

### 3.1.1.3 Relutância do entreferro na posição alinhada ( $R_{ga}$ )

A permeabilidade magnética do ar, meio que constitui o entreferro, é muito menor que a permeabilidade magnética de um material ferromagnético, o que dificulta a passagem de fluxo magnético. Portanto, no entreferro ocorre o efeito de espraioamento, em que as linhas de fluxo magnético tendem a se espalhar, aumentando a área efetiva da seção transversal nessa região. A Figura 11 mostra as linhas de fluxo magnético durante o efeito de espraioamento.

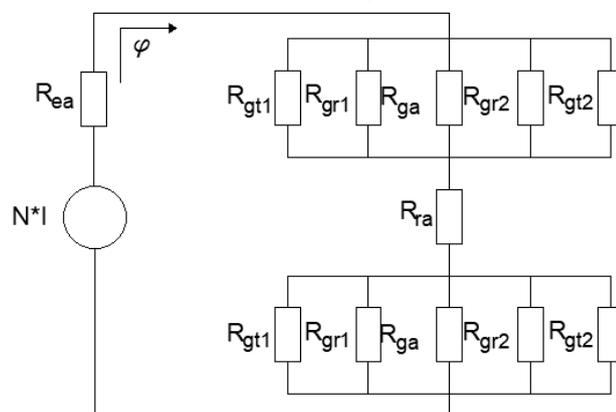
Figura 11 - Espraioamento das linhas de fluxo magnético



Fonte: disponível em  
<<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/103725/000937427.pdf?sequence=1>>

Na posição alinhada o efeito do espraioamento é menos relevante, visto que o comprimento do entreferro é muito menor que as dimensões da sua seção transversal. Ainda assim, o espraioamento é considerado no circuito equivalente. No MEC apresentado na Figura 12 são inseridas quatro relutâncias devido aos caminhos de fluxo magnético no entreferro, dois na direção radial ( $R_{gr1}$  e  $R_{gr2}$ ) e dois na tangencial ( $R_{gt1}$  e  $R_{gt2}$ ).

Figura 12 - MEC na posição alinhada considerando o efeito de espraioamento



Fonte: Produzida pelo autor

O comprimento do caminho médio de um entreferro é dado pela Equação (18).

$$l_{gap} = g \quad (18)$$

Conforme a Equação (19), a área da seção transversal do entreferro é a média das áreas do estator e do rotor.

$$A_{gap} = \frac{A_{es} + A_{ro}}{2} = l_{stack} \cdot \frac{(l_{ro} + l_{es})}{2} \quad (19)$$

Devido ao meio do entreferro ser o ar, a permeabilidade magnética adotada no entreferro é a do vácuo ( $\mu_0$ ). Assim, a relutância de um entreferro (desconsiderando o efeito de espraçamento) é dada pela Equação (20).

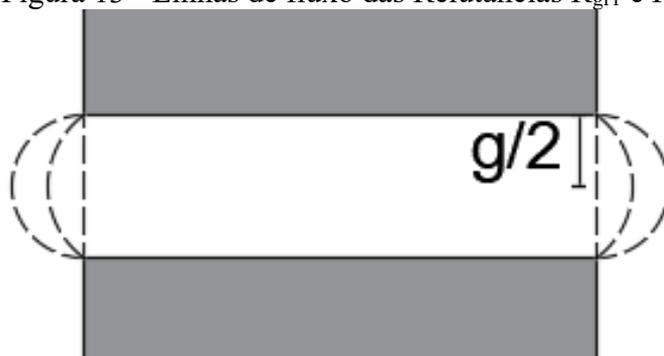
$$R_{ga} = \frac{l_{gap}}{\mu_0 \cdot A_{gap}} = \frac{2g}{\mu_0 \cdot l_{stack} \cdot (l_{ro} + l_{es})} \quad (20)$$

### 3.1.1.3.1 Relutâncias no entreferro devido ao efeito de espraçamento

As duas relutâncias na direção tangencial ( $R_{gt1}$  e  $R_{gt2}$ ) têm valores iguais, assim como as duas na direção radial ( $R_{gr1}$  e  $R_{gr2}$ ). Dessa forma, é mostrado a equação de apenas uma relutância em cada direção.

A Figura 13 apresenta os caminhos de fluxo magnético das relutâncias de espraçamento na direção radial ( $R_{gr1}$  e  $R_{gr2}$ ).

Figura 13 - Linhas de fluxo das Relutâncias  $R_{gr1}$  e  $R_{gr2}$



Fonte: Produzida pelo autor

Segundo (LABAK e KAR, 2013), as linhas tracejadas seguem percursos em linha reta e em semicircunferência, de forma que o comprimento médio das linhas de fluxo magnético é dado pela Equação (21).

$$l_{gr1} = \frac{g + \frac{\pi g}{2}}{2} \quad (21)$$

A área da seção transversal referente a esses caminhos, dada pela Equação (22), apresenta um formato retangular de largura  $g/2$ .

$$A_{gr1} = \frac{g}{2} * l_{radial} = \frac{g}{2} \cdot \frac{(l_{ro} + l_{es})}{2} \quad (22)$$

Sendo assim, as relutâncias do entreferro devido ao espriamento na direção radial são dadas pela Equação (23).

$$R_{gr1} = R_{gr2} = \frac{l_{gr1}}{\mu_0 \cdot A_{gr1}} = \frac{2 \cdot (1 + \frac{\pi}{2})}{\mu_0 \cdot (l_{ro} + l_{es})} \quad (23)$$

De acordo com (LABAK e KAR, 2013) o caminho médio na direção tangencial é igual o caminho da direção radial [Equação (24)].

$$l_{gt1} = l_{gr1} = \frac{g + \frac{\pi g}{2}}{2} \quad (24)$$

Conforme a Equação (25), as linhas de fluxo magnético atravessam a área de seção transversal, que tem formato retangular de largura  $g/2$ .

$$A_{gt1} = \frac{g}{2} \cdot l_{stack} \quad (25)$$

Assim, as relutâncias na direção tangencial são dadas pela Equação (26).

$$R_{gt1} = R_{gt2} = \frac{l_{gt1}}{\mu_0 \cdot A_{gt1}} = \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{\mu_0 \cdot l_{stack}} \quad (26)$$

A relutância equivalente no entreferro ( $R_{gaesp}$ ), composta por cinco relutâncias em paralelo ( $R_{gt1} // R_{gt2} // R_{ga} // R_{gr1} // R_{gr2}$ ), é dada pela Equação 27.

$$R_{gaesp} = \frac{2g \cdot (1 + \frac{\pi}{2})}{\mu_0 \cdot \{2g \cdot (2l_{stack} + l_{ro} + l_{es}) + (1 + \frac{\pi}{2}) \cdot [l_{stack} \cdot (l_{ro} + l_{es})]\}} \quad (27)$$

### 3.1.1.4 Relutância total na posição alinhada ( $R_{aesp}$ )

A relutância equivalente na posição alinhada, Figura 12, considerando o efeito de espalhamento ( $R_{gaesp}$ ) é dada pela Equação 24.

$$R_{aesp} = R_{ea} + R_{ra} + 2 \cdot R_{gaesp} \quad (28)$$

Substituindo as Equações (14), (17), (27) em (28) tem-se:

$$R_{aesp} = \frac{2 \cdot h_{es} + 4 \cdot l_r + 2 \cdot l_{slot} + h_{slot}}{\mu_c \cdot l_{es} \cdot l_r} + \frac{h_{ro}}{\mu_c \cdot l_{ro} \cdot l_r} + 2 \cdot \frac{2g \cdot (1 + \frac{\pi}{2})}{\mu_0 \cdot \{2g \cdot (2l_r + l_{ro} + l_{es}) + (1 + \frac{\pi}{2}) \cdot [l_r \cdot (l_{ro} + l_{es})]\}} \quad (29)$$

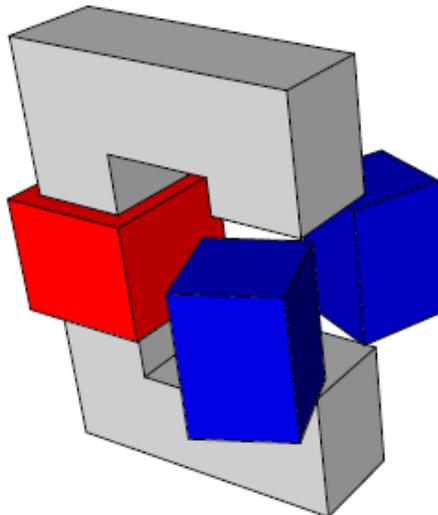
A partir da Equação (30), obtém-se a indutância na posição alinhada.

$$L_{aesp} = \frac{N_{esp}^2}{R_{aesp}} \quad (30)$$

### 3.1.2 Indutância na posição desalinhada

A Figura 14 apresenta um núcleo da MRV-C na posição desalinhada. Nessa posição as linhas de fluxo magnético no estator seguem praticamente o mesmo caminho que na posição alinhada, até se aproximar do entreferro. Devido ao grande entreferro entre os polos de um núcleo C, há uma tendência de maior dispersão das linhas de fluxo magnético, fazendo com que a MRV-C opere em uma região linear.

Figura 14 - Posição Desalinhada



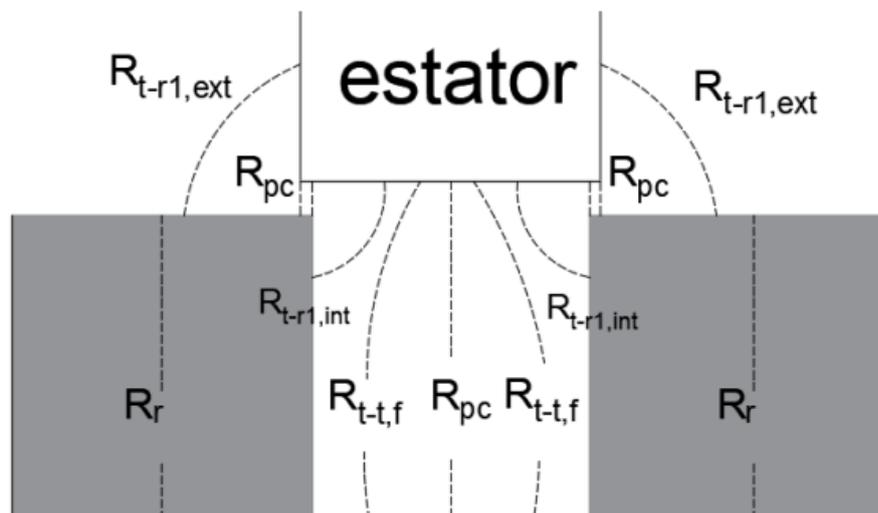
Fonte: Produzida pelo autor

O MEC na posição desalinhada torna-se mais complexo de ser analisado, sendo necessário considerar uma maior quantidade de caminhos de fluxo magnético, e conseqüentemente, maior quantidade de relutâncias no circuito equivalente. Como citado no início do capítulo, serão apresentados os modelos MGCE e MSCE.

### 3.1.2.1 Modelo Geral do Circuito Equivalente (MGCE)

O MGCE considera a influência de dois núcleos adjacentes do rotor. A Figura 15 apresenta uma vista frontal dos caminhos de fluxo magnético adotados nesse modelo, semelhantes aos utilizados pela referência (EGANÃ, ARGANDONÃ e MADARIAGA, 2016). No entanto, foi acrescentado no circuito a relutância  $R_{pc}$ , referente à área polo do estator que sobrepõe o núcleo do rotor. Caso a MRV-C apresente esta sobreposição, essa relutância é relevante no MEC da posição desalinhada e não pode ser desprezada (GOMES FILHO, TEIXEIRA, *et al.*, 2019).

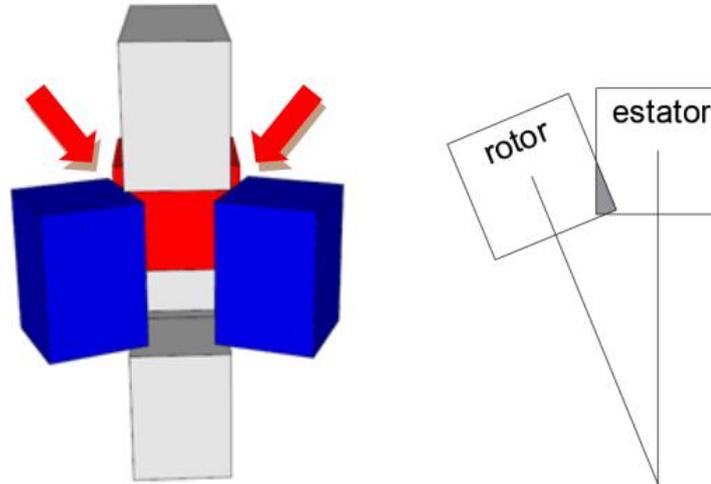
Figura 15 - Representação frontal da MRV-C na posição desalinhada no MGCE



Fonte: Produzida pelo autor

A Figura 1 mostra, respectivamente, (a) a vista frontal da MRV-C com a área sobreposta na posição desalinhada e (b) uma representação 2D da área do estator sobreposta ao rotor.

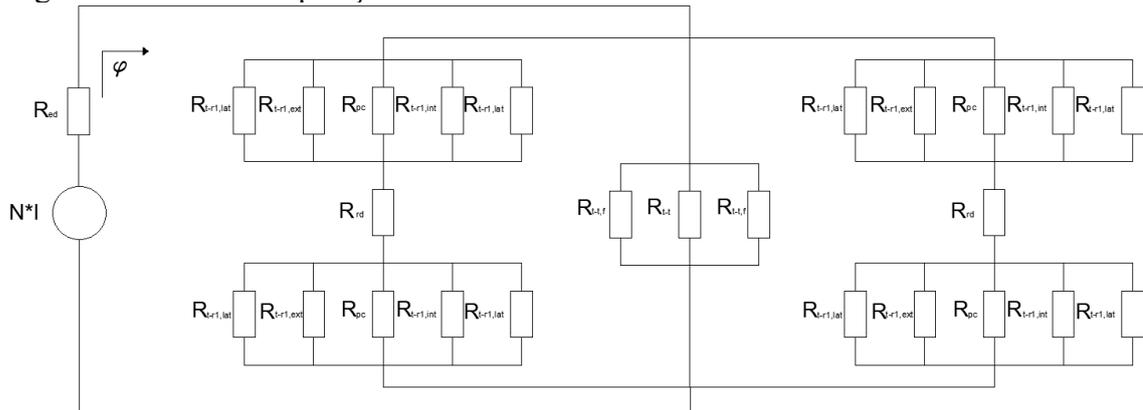
Figura 1 - (a) Vista frontal da MRV-C com área sobreposta na posição desalinhada; (b) Área sobreposta do estator no rotor



Fonte: Produzida pelo autor

A Figura 16 - MGCE na posição desalinhada apresenta as relutâncias do MGCE na posição desalinhada: a relutância do estator na posição desalinhada  $R_{ed}$ , a relutância do rotor na posição desalinhada  $R_{rd}$ , a relutância de um polo do estator ao outro (entreferro)  $R_{t-t}$ , duas relutâncias de espraiamento na direção radial  $R_{t-r,f}$  e cinco relutâncias referentes a caminhos que as linhas de fluxo atravessam do polo do estator em direção ao núcleo do rotor  $R_{t-r1,lat}$ ,  $R_{t-r1,ext}$ ,  $R_{t-r1,int}$ ,  $R_{t-r1,lat}$ , e  $R_{pc}$ .

Figura 16 - MGCE na posição desalinhada



Fonte: Produzida pelo autor

### 3.1.2.1.1 Relutância do estator na posição desalinhada ( $R_{ed}$ )

A permeabilidade magnética do material magnético apresenta valor diferente da posição alinhada, visto que nessa posição o material não está saturado. Dessa forma, deve ser

utilizado um valor de permeabilidade na região linear ( $\mu_{ns}$ ), não saturada. A Equação (31) apresenta a relutância do estator na posição desalinhada.

$$R_{ed} = \frac{l_e}{\mu_{ns} \cdot A_{es}} = \frac{2 \cdot h_{es} + 4 \cdot l_{stack} + 2 \cdot l_{slot} + h_{slot}}{\mu_{ns} \cdot l_{es} \cdot l_{stack}} \quad (31)$$

### 3.1.2.1.2 Relutância do rotor na posição desalinhada ( $R_{rd}$ )

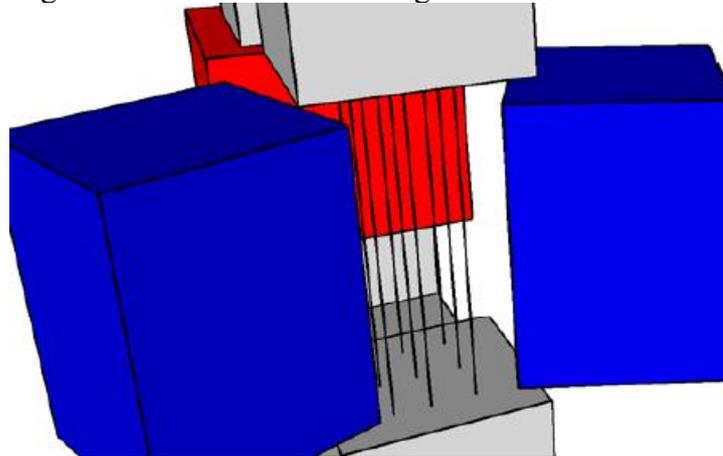
Assim como no estator, a relutância do rotor na posição desalinhada é dada pela Equação (32).

$$R_{rd} = \frac{l_{rotor}}{\mu_{ns} \cdot A_{ro}} = \frac{h_{ro}}{\mu_{ns} \cdot l_{ro} \cdot l_{stack}} \quad (32)$$

### 3.1.2.1.3 Relutância de polo a polo do estator ( $R_{t-t}$ )

A Figura 17 apresenta as linhas de fluxo magnético na região polo a polo do estator. O meio que preenche essa região é o ar, resultando em um caminho de grande relutância. Mesmo assim, uma parcela significativa das linhas de fluxo magnético atravessa esse caminho e deve ser considerado no circuito equivalente.

Figura 17 - Linhas de fluxo magnético da relutância  $R_{t-t}$



Fonte: Produzida pelo autor

O comprimento do caminho médio  $l_{t-t}$  é igual a altura do rotor somado a altura de dois entreferros na posição alinhada.

$$l_{t-t} = 2 \cdot g + h_{ro} \quad (33)$$

A Equação (34) fornece a área da seção transversal da relutância  $R_{t-t}$ , similar à área do entreferro na posição alinhada desprezando o efeito de espraiamento.

$$A_{t-t} = l_{stack} \cdot l_{es} \quad (34)$$

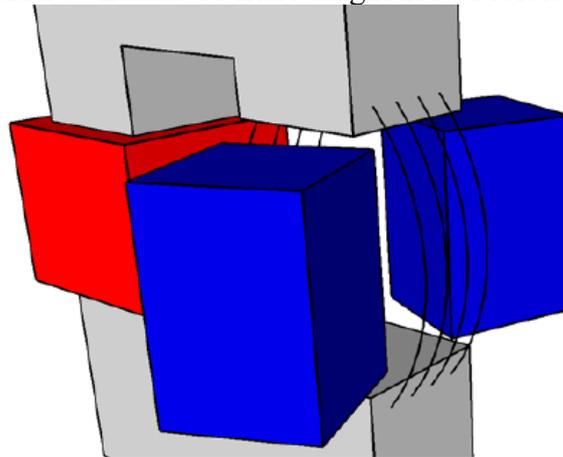
Assim, a relutância de polo a polo do estator é dada pela Equação (35).

$$R_{t-t} = \frac{l_{t-t}}{\mu_0 \cdot A_{t-t}} = \frac{2 \cdot g + h_{ro}}{\mu_0 \cdot l_{stack} \cdot l_{es}} \quad (35)$$

#### 3.1.2.1.4 Relutância de espraioamento na direção radial ( $R_{t-t,f}$ )

De modo similar à relutância  $R_{t-t}$ , o meio em que as linhas de fluxo magnético atravessam é o ar, com baixa permeabilidade do meio, causando o efeito de espraioamento. As linhas de fluxo magnético tendem a se espalhar, aumentando a área efetiva da seção transversal, conforme mostra a Figura 18.

Figura 18 - Linhas de fluxo magnético da relutância  $R_{t-t,f}$



Fonte: Produzida pelo autor

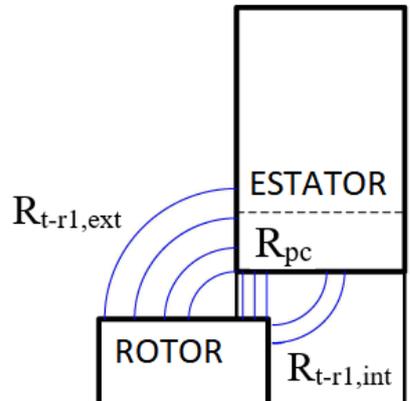
A relutância de espraioamento na direção radial é dada pela Equação (36).

$$R_{t-t,f} = \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{\mu_0 \cdot l_{es}} \quad (36)$$

#### 3.1.2.1.5 Relutâncias do polo do estator ao núcleo do rotor

Como já citado, em (EGANÃ, ARGANDONÃ e MADARIAGA, 2016) tem-se quatro relutâncias referente às linhas de fluxo que atravessam do polo do estator ao núcleo do rotor ( $R_{t-r,lat}$ ,  $R_{t-r,ext}$ ,  $R_{t-r,int}$  e  $R_{t-r,lat}$ ). No entanto, a relutância  $R_{pc}$  foi adicionada ao circuito equivalente para representar corretamente tanto a MRV-C com sobreposição de polos como a MRV-C sem sobreposição de polos na posição desalinhada. A Figura 19 mostra uma vista frontal com as relutâncias  $R_{t-r,ext}$ ,  $R_{t-r,int}$  e  $R_{pc}$ .

Figura 19 - Vista frontal das relutâncias do polo do estator ao núcleo do rotor



Fonte: Adaptada pelo autor

A partir das Equações (37), (38), (39) e (40) obtém-se, respectivamente, as relutâncias  $R_{t-r1,int}$ ,  $R_{t-r1,ext}$ ,  $R_{t-r1,lat}$  e  $R_{pc}$ .

$$R_{t-r1,int} = \frac{\pi}{2\mu_0 \cdot l_{ro}} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{l_{stack}}{2g}\right)} \quad (37)$$

$$R_{t-r1,ext} = \frac{\pi}{2\mu_0 \cdot l_{ro}} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{l_{stack}}{g}\right)} \quad (38)$$

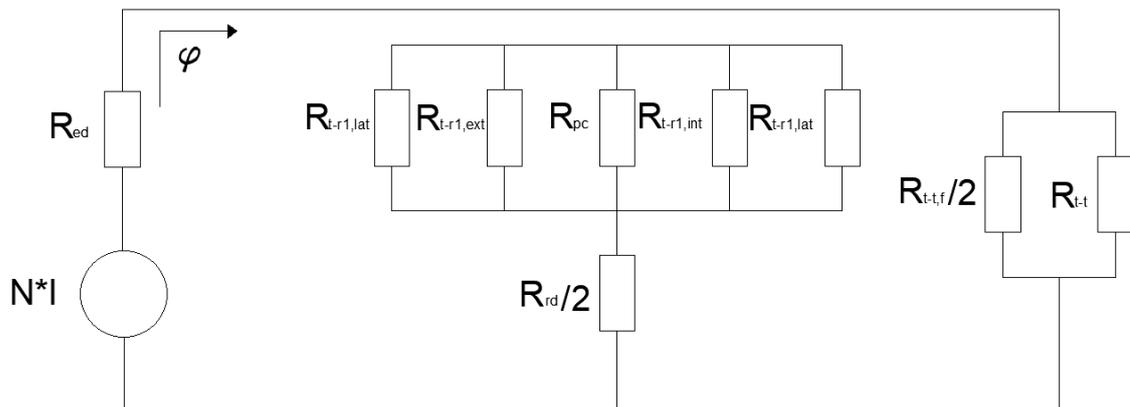
$$R_{t-r1,lat} = 2R_{t-r1,int} \quad (39)$$

$$R_{pc} = \frac{g}{\mu_0 \cdot A_{sp}} \quad (40)$$

em que  $A_{sp}$  é a área do polo do estator sobreposta ao núcleo do rotor.

Devido a simetria apresentada nessa posição, o circuito equivalente pode ser simplificado conforme a Figura 20.

Figura 20 - MGCE reduzido na posição desalinhada



Fonte: Produzida pelo autor

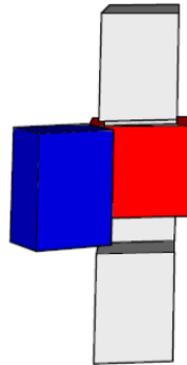
A indutância na posição desalinhada ( $L_{d\_MGCE}$ ) é dada por:

$$L_{d\_MGCE} = \frac{N_{esp}^2}{R_{ed} + \left[ \left( \frac{R_{t-r1,int}}{2} // R_{pc} // R_{t-r1,ext} \right) + \frac{R_{rd}}{2} \right] // \left( R_{t-t} // \frac{R_{t-t,f}}{2} \right)} \quad (41)$$

### 3.1.2.2 Modelo Simplificado do Circuito Equivalente (MSCE)

O MSCE considera a influência de apenas um núcleo adjacente do rotor. Visando a obtenção de resultados experimentais com menor custo de construção, utilizou-se no protótipo somente um núcleo do rotor. Dessa forma, o MEC na posição desalinhada foi simplificado conforme a Figura 21.

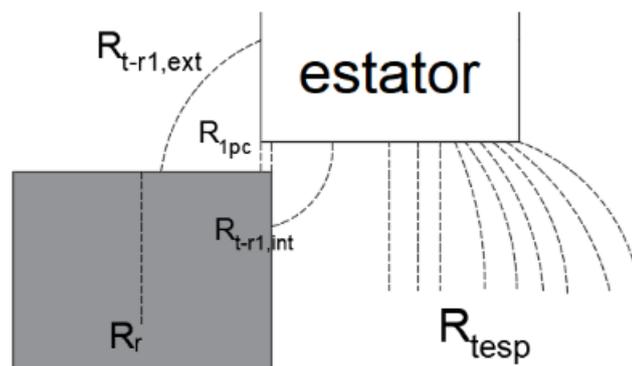
Figura 21 - Vista frontal da MRV-C no MSCE



Fonte: Produzida pelo autor

A Figura 22 apresenta os caminhos de fluxo magnético no MSCE na posição desalinhada. As linhas de fluxo que atravessariam o segundo rotor adjacente, nessa configuração, passam diretamente pelo ar. Assim, tem-se a relutância  $R_{tesp}$ . Além disso, há uma tendência de que mais linhas de fluxo magnético atravessem o caminho do polo do estator ao núcleo do único rotor, aumentando a área efetiva da relutância  $R_{1pc}$ .

Figura 22 - Representação frontal da MRV-C na posição desalinhada para o modelo MSCE

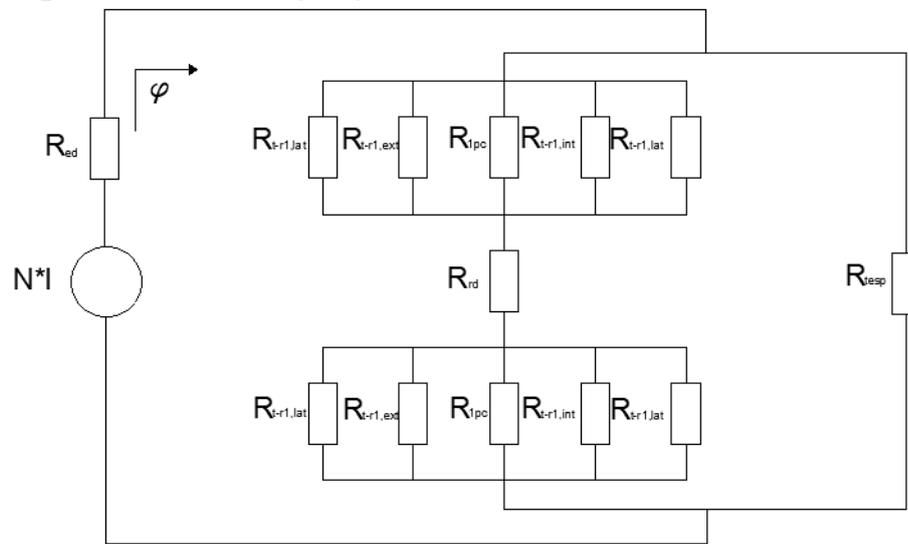


Fonte: Produzida pelo autor

Segundo (UMANS, 2014) “uma correção para esses campos de espraiamento pode ser feita acrescentando-se o comprimento do entreferro ( $g_{pp}$ ) a cada uma de suas duas dimensões”. Como no MSCE ainda apresenta um núcleo do rotor, é acrescentado  $g_{pp}$  na direção radial e a metade de  $g_{pp}$  na direção tangencial (do lado em que deveria conter o segundo rotor).

A Figura 23 mostra o circuito equivalente do MSCE. As relutâncias  $R_{ed}$ ,  $R_{rd}$ ,  $R_{t-r1,lat}$ ,  $R_{t-r1,ext}$  e  $R_{t-r1,int}$  são similares ao MGCE. As relutâncias  $R_{tesp}$  e  $R_{1pc}$  são obtidas, respectivamente, pelas Equações (42) e (43).

Figura 23 - MSCE na posição desalinhada



Fonte: Produzida pelo autor

$$R_{tesp} = \frac{2g + h_{ro}}{\mu_0 \cdot (l_{es} + 2g + h_{ro}) \left( l_{stack} + \frac{2g + h_{ro}}{2} \right)} \quad (42)$$

$$R_{1pc} = \frac{g}{\mu_0 \cdot 2A_{sp}} \quad (43)$$

A indutância na posição desalinhada ( $L_{d\_MSCE}$ ) é dada pela Equação (44).

$$L_{d\_MSCE} = \frac{N_{esp}^2}{R_{ed} + \left[ (R_{t-r1,int} // 2R_{1pc} // 2R_{t-r1,ext}) + R_{rd} \right] // (R_{tesp})} \quad (44)$$

### 3.1.3 Método alternativo para o cálculo da permeabilidade magnética na posição alinhada

Conforme a Figura 8, o equacionamento do MEC na posição alinhada pode ser reescrito em função dos parâmetros da MRV-C.

$$N_{esp} \cdot I = \varphi \frac{2g}{\mu_0 A_{gap}} + B_{es} \cdot \varphi \frac{l_e}{\mu_a A_{es}} + \varphi \frac{l_{ro}}{\mu_a A_{ro}} \quad (45)$$

Substituindo o fluxo magnético pelas densidades de fluxo magnético e áreas transversais de cada caminho, tem-se a Equação (46).

$$N_{esp} \cdot I = B_{gap} \cdot A_{gap} \frac{2g}{\mu_0 A_{gap}} + B_{es} \cdot A_{es} \frac{l_e}{\mu_a A_{es}} + B_{ro} \cdot A_{ro} \frac{l_{ro}}{\mu_a A_{ro}} \quad (46)$$

Em geral a área do rotor é igual ou próxima da área do estator. Por questão de simplificação, apenas para o cálculo da densidade de fluxo magnético, as áreas transversais do rotor e do entreferro podem ser consideradas iguais a do estator, conforme (47).

$$A_{ro} = A_{gap} = A_{es} \quad (47)$$

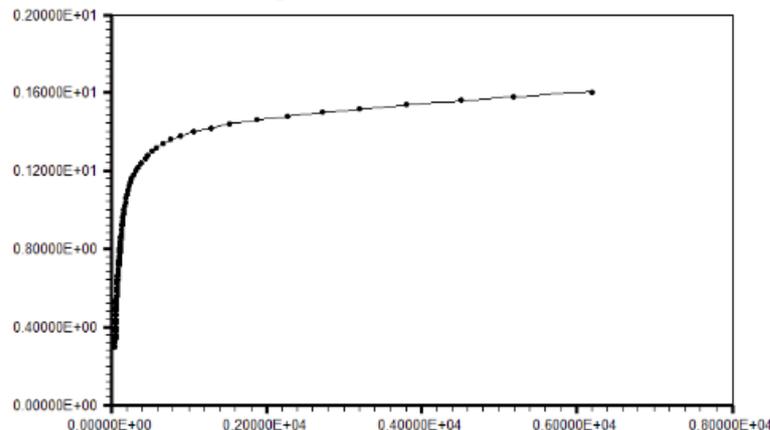
Dessa forma, a Equação (46) pode ser simplificada para a Equação (48)

$$N_{esp} \cdot I = B \cdot \left( \frac{2g}{\mu_0} + \frac{l_e + l_{ro}}{\mu_a} \right) \quad (48)$$

A partir da Equação (48) e, utilizando uma regressão polinomial na curva de magnetização do material magnético, é possível obter a permeabilidade magnética do material e o ponto de operação da MRV-C. No entanto, a equação polinomial varia conforme cada material e o grau de precisão exigido.

A Figura 24 apresenta a curva de magnetização do Steel DR5 10-50, material utilizados nos geradores de relutância variável de fluxo axial do tipo C (GRV-C) G1, G2 e G3 utilizados em (TEIXEIRA, 2018).

Figura 24 - Curva de magnetização do Steel DR 10-50



Fonte: Produzida pelo autor

A Equação (49) apresenta a relação entre B e H a partir da regressão polinomial da curva de magnetização do material magnético. Os pontos da curva de magnetização do Steel DR5 10-50 foram interpolados utilizando o software **LAB fit**.

$$B = \frac{1}{a + cH + \frac{d}{H}} + eH \quad (49)$$

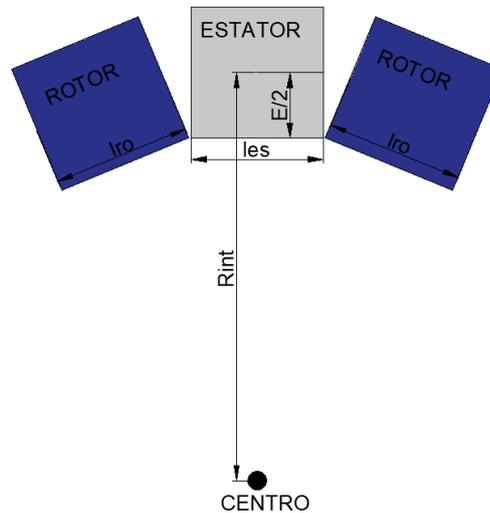
em que:

- $a = 0,596$ ;
- $c = -7,157 \times 10^{-6}$  ;
- $d = 154,5$ ;
- $e = -9,533 \times 10^{-6}$

### 3.2 Equação para garantir a ausência de sobreposição de polos do estator e do rotor na posição desalinhada

A Figura 25 mostra uma MRV-C sem sobreposição de polos do estator e do rotor na posição desalinhada. Nessa configuração, a relação entre as indutâncias alinhada e desalinhada são otimizadas, resultando em uma maior potência da máquina.

Figura 25 - Parâmetros do estator e do rotor



Fonte: Produzida pelo autor

O raio interno da MRV-C é medido do centro do rotor ao centro do polo do estator. Para que a MRV-C não apresente essa sobreposição de polos, é necessário que o projeto da máquina atenda a Equação (50):

$$\left(r_{int} - \frac{E}{2}\right) \cdot \frac{2\pi}{N_{ro}} \geq L_{es} + L_{ro} \quad (50)$$

em que E representa a espessura do polo do estator. Isolando  $R_{int}$  tem-se a Equação (51).

$$r_{int} \geq \frac{L_{es} + L_{ro}}{2\pi} \cdot N_{ro} + \frac{E}{2} \quad (51)$$

### 3.3 Densidade de potência elétrica

Dentre as principais vantagens da MRV-C, destaca-se a alta densidade de potência elétrica. A Equação (52) apresenta o volume total da MRV-C, desconsiderando a sua carcaça.

$$volume = \pi \cdot r_{ext}^2 \cdot h_{total} \quad (52)$$

Dessa forma, tem-se que a densidade de potência elétrica da MRV-C é dada pela Equação (53):

$$D = \frac{P_{ele}}{volume} = \frac{\pi \cdot K_e \cdot K_d \cdot \omega_{rot} \cdot \left( \frac{2 \cdot m' \cdot n' \cdot N_{esp} \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r_{int}} \right) \cdot B \cdot l_r \cdot r_{int}^2 \cdot \left( 1 - \frac{L_d}{L_a} \right)}{\pi \cdot r_{ext}^2 \cdot h_{total}} \quad (53)$$

em que  $r_{ext}$  é o raio externo (até o fim do núcleo do estator) e  $h_{total}$  a altura total do estator. Ou seja, está sendo desconsiderado o volume da carcaça da máquina.

Com o intuito de comparar qual estrutura apresenta maior densidade de potência, os termos da Equação 52 que permanecem iguais com o aumento do raio são isolados. As máquinas que são comparadas apresentam as seguintes características iguais:

- Número de polos de estator e rotor
- Dimensões de estator e rotor
- Velocidade de rotação
- Corrente nominal
- Densidade de campo magnético na posição alinhada
- Indutância na posição alinhada

Assim, a Equação (53) pode ser reescrita como:

$$D = \frac{P_{ele}}{volume} = K_{te} \cdot \frac{r_{int} \cdot \left( 1 - \frac{L_d}{L_a} \right)}{r_{ext}^2} \quad (54)$$

Sendo  $K_{te}$  todos os termos que permanecem constantes com a alteração do raio. A Equação (55) contém os termos que variam com o raio.

$$D_r = \frac{r_{int} \cdot \left( 1 - \frac{L_d}{L_a} \right)}{r_{ext}^2} \quad (55)$$

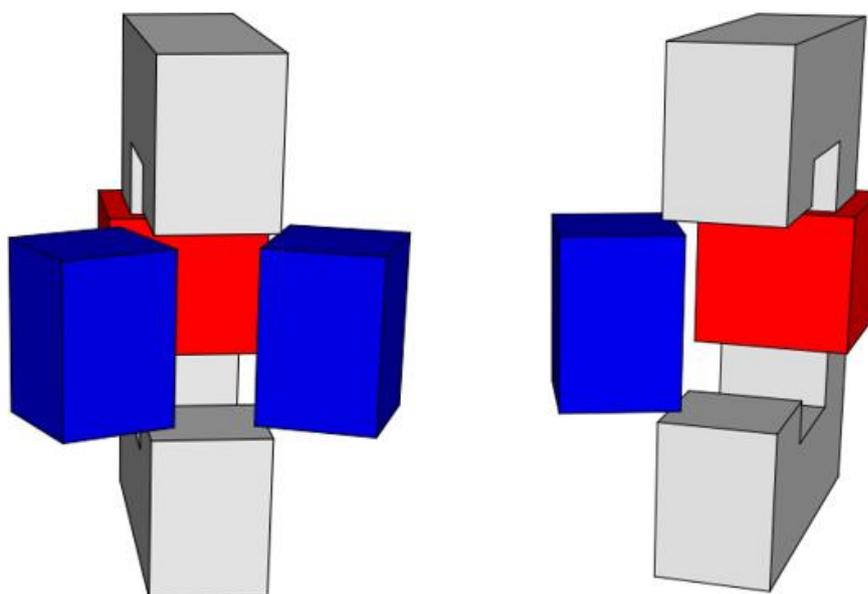
A configuração da MRV-C com **maior  $D_r$**  apresenta, conseqüentemente, **maior densidade de potência elétrica**, pois são parâmetros proporcionais.

## 4 RESULTADOS

Utilizando a metodologia do MEC proposto no capítulo 3, são calculadas as indutâncias dos GRV-Cs (G1, G2 e G3) nas posições alinhadas e desalinhadas. Os valores obtidos são comparados com simulações no MEF 3D e com o resultado experimental de um protótipo apresentados em (TEIXEIRA, 2018), com o objetivo de validar a modelagem proposta.

Devido ao MEC ser incompatível com outras geometrias de máquinas, foram necessárias duas modelagens da MRV-C na posição desalinhada. O MGCE apresenta um modelo com influência de dois polos dos rotores adjacentes ao núcleo tipo C do estator na posição desalinhada. Já o MSCE apresenta um modelo simplificado com a influência de apenas um destes polos do rotor na posição desalinhada, visando a obtenção de resultados experimentais com menor custo na fabricação de um protótipo. A Figura 26 mostra os métodos MGCE e MSCE.

Figura 26 - MEC propostos: MGCE e MSCE



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 4.1 Indutâncias na posição alinhada

A Tabela 1 mostra as indutâncias dos GRV-Cs na posição alinhada, obtidas a partir de simulações no MEF 3D e no MEC proposto (MGCE e MSCE). Os valores percentuais entre parênteses representam o erro do MEC com relação ao MEF 3D.

Tabela 1 - Indutâncias na posição alinhada – MGCE e MSCE

Método	Gerador 1	Gerador 2	Gerador 3
MEF 3D	216,73 mH	142 mH	92,45 mH
MGCE/MSCE	201,4 mH (7,07%)	130,5 mH (8,08%)	85,92 mH (7,06%)

O MEC apresenta erros inferiores a 10% em relação ao MEF 3D para as indutâncias dos GRV-Cs na posição alinhada. As indutâncias na posição alinhada são iguais para os modelos MGCE e MSCE.

## 4.2 Indutâncias na posição desalinhada

Os GRV-Cs obtidos em (TEIXEIRA, 2018) não atendem à Equação 49. Por isso, esses geradores apresentam sobreposição de polos na posição desalinhada. Dessa forma, é fundamental considerar a relutância  $R_{pc}$  referente à sobreposição dos polos na modelagem.

$$r_{int} \geq \frac{L_{es} + L_{ro}}{2\pi} \cdot N_{ro} + \frac{E}{2} \quad (50)$$

### 4.2.1 MGCE

O MGCE pode ser utilizado para o cálculo das indutâncias tanto nas máquinas em que há sobreposição de polos na posição desalinhada como nas máquinas em que não há sobreposição de polos.

#### 4.2.1.1 MGCE com sobreposição

A Tabela 2 mostra as indutâncias dos geradores de relutância variável G1, G2 e G3 na posição desalinhada no MEC a partir da modelagem MGCE e compara os resultados com as simulações em MEF 3D.

Tabela 2 - Indutâncias na posição desalinhada – MGCE

Método	Gerador 1	Gerador 2	Gerador 3
MEF 3D	99,86 mH	66,55 mH	43,22 mH
MGCE	103,82 mH (3,97%)	64,46 mH (3,14%)	40,56 mH (6,15%)

O MGCE apresenta erros inferiores a 10% na posição desalinhada em relação ao MEF 3D para os casos em que há sobreposição de polos.

#### 4.2.1.2 MGCE sem sobreposição

Com o intuito de validar o MGCE nos casos em que não há sobreposição de polos na posição desalinhada, foram realizadas alterações nos raios dos geradores G1, G2 e G3 conforme a Tabela 3.

Tabela 3 - Alteração dos raios dos GRV-Cs

Método	Gerador 1	Gerador 2	Gerador 3
Raio inicial	114 mm	96 mm	86 mm
Raio alterado	134 mm	114 mm	101 mm

Os raios foram calculados de acordo com a Equação (50) a fim de garantir a ausência de sobreposição de polos na posição desalinhada. A Tabela 4 apresenta as indutâncias dos GRV-Cs sem sobreposição de polos na posição desalinhada obtidas a partir de simulações no MEF 3D e no MGCE.

Tabela 4 - Indutâncias na posição desalinhada – MGCE

Método	Gerador 1	Gerador 2	Gerador 3
MEF 3D	70,95 mH	47,35 mH	31,57 mH
MGCE	68,34 mH (3,68%)	43,63 mH (7,86%)	29,46 mH (6,68%)

Nesse caso, a relutância  $R_{pc}$  é infinita devido a inexistência da área de sobreposição. O modelo MGCE também apresenta erros inferiores a 10% na posição desalinhada para os casos em que não há sobreposição de polos.

#### 4.2.1.3 Influência da relutância $R_{pc}$

Para verificar a importância da relutância  $R_{pc}$ , a Tabela 5 mostra as indutâncias de G1, G2 e G3 com sobreposição de polos na posição desalinhada desconsiderando esse caminho de fluxo magnético.

Tabela 5 - Indutâncias na posição desalinhada desconsiderando o caminho de fluxo  $R_{pc}$  – MGCE

Método	Gerador 1	Gerador 2	Gerador 3
MEF 3D	99,86 mH	66,55 mH	43,22 mH
MGCE	68,34 mH (31,56%)	64,46 mH (34,44%)	40,56 mH (31,84%)

O erro do método MGCE ao desconsiderar o caminho de fluxo  $R_{pc}$  nas máquinas com sobreposição de polos na posição desalinhada chega a 34,44%, inviabilizando a utilização do método.

#### 4.2.2 MSCE

O MSCE pode ser comparado com as simulações em MEF 3D dos geradores G1, G2 e G3 e com o resultado experimental do protótipo apresentado em (TEIXEIRA, 2018).

##### 4.2.2.1 Resultados de simulação

A Tabela 6 mostra os resultados das indutâncias dos geradores G1, G2 e G3 na posição desalinhada em MEF 3D e no MSCE.

Tabela 6 - Indutâncias na posição desalinhada – MSCE

<b>Método</b>	<b>Gerador 1</b>	<b>Gerador 2</b>	<b>Gerador 3</b>
MEF 3D	79,69 mH	53,28 mH	34,98 mH
MSCE	85 mH (6,66%)	52,87 mH (0,77%)	32,59 mH (6,83%)

O modelo simplificado MSCE apresenta erros inferiores a 10% na posição desalinhada em relação ao MEF 3D, considerando somente um polo do rotor adjacente ao núcleo do tipo C.

##### 4.2.2.2 Resultados experimentais

A Tabela 7 apresenta as indutâncias do protótipo nas posições alinhada e desalinhada obtidas a partir de simulações no MEF 3D, no MSCE e do resultado experimental.

Tabela 7 - Indutâncias do Protótipo – MSCE

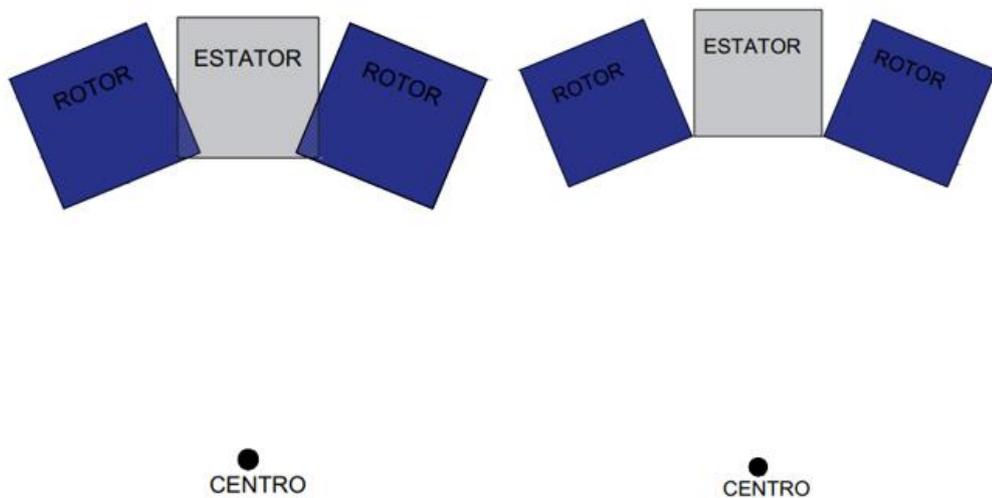
<b>Método</b>	<b>Indutância alinhada La (mH)</b>	<b>Indutância desalinhada Lu (mH)</b>
Experimental	104,9 mH	48,02 mH
MEF 3D	105,49 mH (0,56%)	45,91 mH (4,39%)
MSCE	111,9 mH (6,67%)	46,26 mH (3,67%)

Os valores entre parênteses representam o erro em relação ao resultado experimental. O MSCE apresenta erros inferiores a 10% nas posições alinhada e desalinhada em relação ao resultado experimental.

### 4.3 Influência da sobreposição no perfil de indutância

A Figura 27 mostra duas máquinas similares, mas com raios diferentes, caracterizando uma MRV-C com sobreposição e uma MRV-C sem sobreposição, respectivamente.

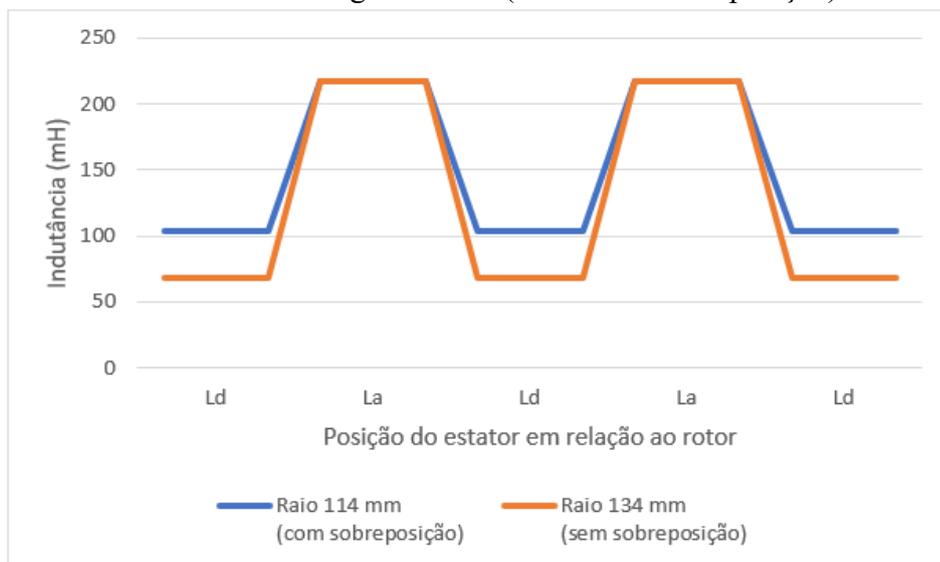
Figura 27 - MRV-C com e sem sobreposição de polos na posição desalinhada



Fonte: Produzida pelo autor.

O Gráfico 1 apresenta as indutâncias do gerador G1 sem sobreposição (raio 114 mm) e com sobreposição (raio 134 mm) nas posições alinhada e desalinhada.

Gráfico 1 - Indutâncias do gerador G1 (com e sem sobreposição)



A sobreposição de polos na posição desalinhada reduz a relação  $(1-L_d/L_a)$  e consequentemente a inclinação do perfil de indutância. Ou seja, quanto maior a sobreposição de polos, menor a diferença entre as indutâncias alinhada e desalinhada da MRV-C.

#### 4.4 Densidade de potência elétrica

A densidade de potência elétrica (calculada conforme a Equação (53)) é analisada junto com a sobreposição dos polos na posição desalinhada. Considerando que alguns termos permanecem constantes com a alteração do raio, estes são isolados, conforme a Equação 54.

$$D = \frac{P_{ele}}{volume} = K_{te} \cdot \frac{r_{int} \cdot \left(1 - \frac{L_d}{L_a}\right)}{r_{ext}^2} \quad (54)$$

A Tabela 8 apresenta o cálculo do termo  $D_r$  para diferentes raios dos geradores de relutância variável G1, G2 e G3.

Tabela 8 - Cálculo de  $D_r$  e Comparativo da densidade de potência de G1, G2 e G3 (com e sem sobreposição)

Dr	G1		G2		G3	
	Raio (mm)	Dr	Raio (mm)	Dr	Raio (mm)	Dr
Com sobreposição	114	3,348	96	3,891	86	4,402
	<b>134</b>	<b>3,727</b>	<b>114</b>	<b>4,328</b>	<b>101</b>	<b>4,858</b>
	147	3,579	125	4,151	111	4,66
Sem sobreposição	161	3,391	137	3,932	121	4,428
	174	3,219	148	3,737	131	4,204
	188	3,047	160	3,537	141	3,99
	201	2,9	171	3,368	152	3,776

A configuração da MRV-C com sobreposição nos polos na posição desalinhada apresenta **menor valor da variável  $D_r$**  e, consequentemente, **menor densidade de potência elétrica** quando comparada a uma MRV-C sem sobreposição.

#### 4.5 Discussão de Resultados

Para o cálculo de indutância da MRV-C, principalmente na posição alinhada, é fundamental considerar o ponto de operação correto (devido a não-linearidade da máquina), encontrando a permeabilidade magnética correta do material magnético.

O MEC proposto apresenta erros inferiores a 10% em relação às simulações em MEF 3D e ao resultado experimental do protótipo no cálculo das indutâncias nas posições alinhada e desalinhada, tanto para o MGCE quanto para o MSCE.

O erro do MEC proposto em relação ao MEF 3D aumenta para até 34,44% caso o caminho de fluxo  $R_{pc}$  seja desconsiderado para as máquinas que apresentam sobreposição de polos na posição desalinhada, inviabilizando o método. Por menor que seja a sobreposição, é importante considerá-la no cálculo da indutância.

Conforme provada na metodologia, a Equação (50) deve ser obedecida para garantir a ausência de sobreposição de polos na posição desalinhada.

A sobreposição dos polos do estator e do rotor na posição desalinhada reduz a relação  $(1 - L_d/L_a)$  e conseqüentemente a variação no perfil de indutância da máquina, caracterizando uma MRV-C com **menor densidade de potência** quando comparada a uma MRV-C sem sobreposição.

Devido ao MEC ser inerente à geometria da máquina, os caminhos de fluxo magnéticos apresentados no MGCE e no MSCE funcionam somente para a configuração de máquina de relutância do tipo MRV-C.

## 5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi analisado a influência da sobreposição de polos do estator e do rotor na posição desalinhada da MRV-C com o intuito de determinar qual a configuração (com ou sem sobreposição) desta máquina elétrica que apresenta maior densidade de potência elétrica.

Foi proposto o MEC (MGCE e MSCE) para o cálculo das indutâncias alinhada e desalinhada da MRV-C. O cálculo das indutâncias pelo MEC proposto (MGCE e MSCE) tanto na posição alinhada quanto na posição desalinhada apresentaram erros inferiores a 10% em comparação com o resultado de simulações em MEF 3D dos geradores G1, G2 e G3 e com o resultado experimental do protótipo.

Ao desconsiderar a relutância  $R_{pc}$  no circuito equivalente das MRVs-C com sobreposição de polos o erro do MEC proposto aumenta para até 34,44% em relação à simulação em MEF 3D realizada considerando a sobreposição de polos. Ou seja, a sobreposição dos polos tem uma influência considerável no cálculo da indutância na posição desalinhada.

São realizadas comparações de MRV-C com e sem sobreposição de polos. A sobreposição dos polos do estator e do rotor na posição desalinhada reduz a variação no perfil de indutância da MRV-C. Consequentemente, reduz a relação entre as indutâncias máxima e mínima ( $1 - L_d/L_a$ ), caracterizando uma máquina com **menor densidade de potência** quando comparada a uma MRV-C sem sobreposição.

Dessa forma, foi proposta uma equação a ser utilizada no projeto na MRV-C com a finalidade de garantir a ausência de sobreposição de polos na posição desalinhada. A equação considera que, como o raio interno é medido até o centro do polo do estator e rotor, deve então ser subtraída a metade do estator considerada no raio interno. Assim, caso a MRV-C seja projetada conforme a equação proposta, esta não apresentará sobreposição de polos na posição desalinhada.

### 5.1 Proposta para trabalhos futuros

O autor sugere, para trabalhos futuros, desenvolver uma solução para o cálculo da área de sobreposição de polos ( $A_{sp}$ ) em função da própria geometria da MRV-C, visando melhorar a eficiência do método MEC propostos para o cálculo das indutâncias. Outra sugestão é propor um padrão para as equações de regressão polinomial da curva de magnetização dos materiais magnéticos, facilitando a determinação do ponto de operação da MRV-C.

## REFERÊNCIAS

- ANDERSON, A. F. Development History. In: MILLER, T. J. **Electronic Control of Switched Reluctance Machines**. [S.l.]: Newness Power Engineering Series, 2001. p. 6-33.
- BAO, Y. J.; CHENG, K. W. E. **Research on a novel switched reluctance generator for wind power generation**. Proc. of Power Electronics Systems and Applications (PESA). Hong Kong: [s.n.]. 2011.
- BARROS, T. A. D. S. et al. An Approach for Switched Reluctance Generator in a Wind Generation System With a Wide Range of Operation Speed. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 32, n. 11, p. 8277 - 8292, Novembro 2017.
- BARROS, T. A. S. **Propostas de Controles de Potência e Otimização do Desempenho do Gerador de Relutância Variável Aplicado em Geração Eólica Conectada à rede Elétrica de Baixa Tensão**. Campinas: Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, 2015.
- BARTOLO, J. B. et al. Design and Initial Testing of a High-Speed 45-kW Switched Reluctance Drive for Aerospace Application. **IEEE Transactions on Industrial Electronics** , v. 64, n. 2, p. 988 -997, Fevereiro 2017.
- BELHADI, M. et al. Evaluation of axial SRM for electric vehicle application. **Electric Power Systems Research**, v. 148, p. 155-161, Julho 2017.
- BILGIN, B. et al. Making the Case for Switched Reluctance Motors for Propulsion Applications. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 69, n. 7, p. 7172 - 7186, Julho 2020.
- BILGIN, B.; JIANG, J.; EMADI, A. **Switched Reluctance Motor Drives**. Boca Raton, FL: CRC Press, 2019.
- BOLDEA, I.; TUTELEA, L. **Reluctance Electric Machines Design and Control**. [S.l.]: [s.n.], 2018.
- BOSTANCI, E. et al. Opportunities and Challenges of Switched Reluctance Motor Drives for Electric Propulsion: A Comparative Study. **IEEE Transactions on Transportation Electrification**, v. 3, n. 1, p. 58 - 75, March 2017.
- CHEN, H. et al. Multiobjective Optimization Design of Switched Reluctance Motor for Low Speed Electric Vehicles with Taguchi-CSO Algorithm. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, v. 23, n. 4, p. 1762 - 1774, Agosto 2018.
- CORDA, J. **Analytical Optimisation of Electromagnetic Design of A Linear (Tubular) Switched Reluctance Motor**. Proceedings of the XVII International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering (ISEF 2015). Valencia, Spain: [s.n.]. Sep., 2015.
- CORDA, J.; STEPHENSON, J. M. **Analytical estimation of the minimum and maximum inductances of a double-salient motor**. Proc. Int. Conf. Stepping Motors Syst. Leeds, England: pp. 50-59. Sep. 1979. p. 50-59.

DING, W. et al. Comprehensive Research of Modular E-Core Stator Hybrid-Flux Switched Reluctance Motors With Segmented and Nonsegmented Rotors. **IEEE Transactions on Energy Conversion** , v. 32, n. 1, p. 382 - 393, Março 2017.

EGANÃ, I.; ARGANDONÃ, I.; MADARIAGA, J. Analytical electromagnetic model of modular axial-flux switched-reluctance machine. **2016 Eleventh International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER)**, Eibar, 2016.

FALCONE, A. G. **Eletromecânica**. São Paulo: Edgar, 2006.

GAN, C. et al. A Review on Machine Topologies and Control Techniques for Low-Noise Switched Reluctance Motors in Electric Vehicle Applications. **IEEE Access** , v. 6, p. 31430 - 31443, Maio 2018.

GOMES FILHO, L. et al. MÉTODO ANALÍTICO EFICIENTE PARA O CÁLCULO DAS INDUTÂNCIAS EM MÁQUINAS DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL COM NÚCLEO DO TIPO C. **Revista Eletrônica de Potência**, Joinville, v. 24, n. 3, p. 277-286, Setembro 2019.  
GUO, S. et al. A review on the utilization of hybrid renewable energy. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, 2018.

HUA, H.; HUA, W. Analytical Prediction of Torque of Switched Reluctance Machines Considering Nonlinear Characteristics. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 69, n. 1, p. 190 - 201, 2022.

KRISHNAN, R. **Switched Reluctance Motor Drives: Modeling, Simulation, Analysis, Design, and Applications**. 1. ed. [S.l.]: CRC Press, 2001.

LABAK, A.; KAR, N. A novel five-phase pancake shaped switched reluctance motor for hybrid electric vehicles. **2009 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference**, Outubro 2009.

LABAK, A.; KAR, N. C. Design and Prototyping a Novel 5-Phase Pancake Shaped Axial Flux SRM for Electric Vehicle Application through Dynamic FEA Incorporating Flux-Tube Modeling. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 49, n. 3, p. 1276 - 1288, March 2013.

LI, S. et al. Modeling, Design Optimization, and Applications of Switched Reluctance Machines—A Review. **IEEE Transactions on Industry Applications** , v. 55, n. 3, p. 2660 - 2681, Junho 2019.

MA, J. et al. Optimal Design of an Axial Flux Switched Reluctance Motor with Grain Oriented Electrical Steel. **IEEE Transactions on Industry Applications**, Wuhan, v. 53, n. 6, p. 5327 - 5337, julho 2017.

MAO, S.; TSAI, M. A novel switched reluctance motor with C-core stators. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 41, n. 12, p. 4413 - 4420, Dezembro 2005.

MEZA, R. A.; ROCHA, M. A. **Modelagem de curvas de magnetização para solução iterativa de circuitos magnéticos**. Curitiba: Monografia de Graduação, 2004.

NAMAZI, M. M. et al. Passivity-Based Control of Switched Reluctance-Based Wind System Supplying Constant Power Load. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 65, n. 12, p. 9550 - 9560, Dezembro 2018.

NETO, P. J. D. S. et al. Design of Computational Experiment for Performance Optimization of a Switched Reluctance Generator in Wind Systems. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 33, n. 1, p. 406 - 419, Março 2018.

OJAGHLU, P.; VAHEDI, A.; TOTOONCHIAN, T. Magnetic equivalent circuit modelling of ring winding axial flux machine. **IET Electric Power Applications**, v. 12, n. 3, p. 293-300, Março 2018.

PATEL, N.; SHAH, V.; LOKHANDE, M. A Novel Approach to the Design and Development of 12/15 Radial Field C-core Switched Reluctance Motor for Implementation in Electric Vehicle Application. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 67, n. 9, p. 8031 - 8040, Setembro 2018.

RAFADJUS, P.; ZRAK, I.; HRABOVCOVÁ, V. Analysis of the switched reluctance motor (SRM) parameters. **Electrical Engineering**, 55, n. 7-8, 2004. 195-200.

SONG, S.; LIU, W. A Comparative Study on Modeling Methods for Switched Reluctance Machines. **Computer and Information Science**, 3, n. 2, May. 2010.

SUN, X. et al. Core Losses Analysis of a Novel 16/10 Segmented Rotor Switched Reluctance BSG Motor for HEVs Using Nonlinear Lumped Parameter Equivalent Circuit Model. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, v. 23, n. 2, p. 747 - 757, Abril 2018.

TEIXEIRA, V. S. C. Gerador de Relutância Variável com Núcleo do Tipo C: Aspectos Construtivos e Operacionais. **Tese de Doutorado**, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2018.

TORKAMAN, H.; GHAHERI, A.; KEYHANI, A. Axial flux switched reluctance machines: a comprehensive review of design and topologies. **IET Electric Power Applications**, v. 13, n. 3, p. 310-321, Março 2019.

UMANS, S. D. **Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley**. 7. ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

WANG, D. et al. Design, Optimization, and Prototyping of Segmental-Type Linear Switched-Reluctance Motor With a Toroidally Wound Mover for Vertical Propulsion Application. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 65, n. 2, p. 1865 - 1874, Fevereiro 2018.

YANG, Z. et al. Comparative Study of Interior Permanent Magnet, Induction, and Switched Reluctance Motor Drives for EV and HEV Applications. **IEEE Transactions on Transportation Electrification**, v. 1, n. 3, p. 245 - 254, Outubro 2015.

ZHIHUI, Z.; YUREN, L. Numerical and Analytical Modeling of Switched Reluctance Machines. **Journal of Computers**, 7, n. 12, Dec. 2012. 3036-3043.

# APÊNDICE A - CÁLCULO DAS INDUTÂNCIAS DO GERADOR DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL DE FLUXO AXIAL COM NÚCLEO DO TIPO C "G1"

## 1. Parâmetros do GRV-C

Raio interno do rotor:  $r_{\text{int}} := 114 \cdot 10^{-3}$

Largura do pólo do rotor:  $l_{\text{ro}} := 45 \cdot 10^{-3}$

Altura do pólo do rotor:  $h_{\text{ro}} := 63 \cdot 10^{-3}$

Largura do pólo do estator:  $l_{\text{es}} := 43 \cdot 10^{-3}$

Altura do pólo do estator:  $h_{\text{es}} := 21 \cdot 10^{-3}$

Comprimento dos pólos:  $l_{\text{stack}} := 43 \cdot 10^{-3}$

Comprimento das ranhuras:  $l_{\text{slot}} := 50 \cdot 10^{-3}$

Altura da ranhura:  $h_{\text{slot}} := 105.5 \cdot 10^{-3}$

Entreferro:  $\text{gap} := 0.25 \cdot 10^{-3}$

Espessura do núcleo C:  $E := 43 \cdot 10^{-3}$

Número de espiras por núcleo C:  $N_{\text{esp}} := 350$

Corrente máxima:  $I_{\text{max}} := 5$

Carregamento elétrico:  $A_s := 19545$

Largura da bobina:  $l_{\text{bo}} := 0.014$

Entreferro maior:  $l_{\text{t-t}} := h_{\text{ro}} + 2\text{gap} = 0.0635$

## 2. Cálculo das áreas das seções transversais

Área transversal do pólo do estator:

$$A_{es} := l_{es} \cdot l_{stack}$$

Área transversal do pólo do rotor:

$$A_{ro} := l_{ro} \cdot l_{stack}$$

Área da seção transversal do entreferro:

$$A_{gap} := \frac{A_{es} + A_{ro}}{2}$$

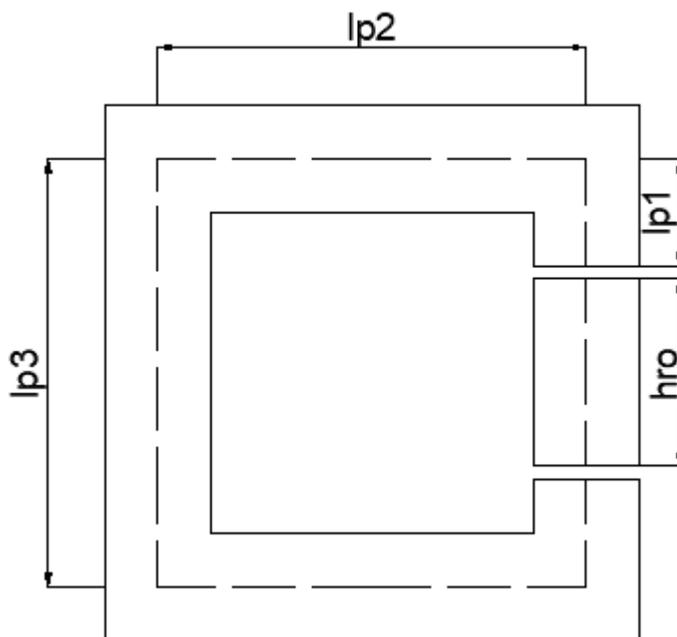
## 3. Cálculo do comprimento médio dos caminhos

$$l_{p1} := h_{es} + \frac{E}{2}$$

$$l_{p3} := \frac{E}{2} + h_{slot} + \frac{E}{2}$$

$$l_{p2} := \frac{l_{stack}}{2} + l_{slot} + \frac{l_{stack}}{2}$$

$$l_{rotor} := h_{ro}$$



## 4. Circuito Magnético

### 4.1. Posição alinhada

**Relutância do estator:**

$$l_e := l_{p1} + l_{p2} + l_{p3} + l_{p2} + l_{p1} = 0.42$$

$$R_{ea} = \frac{l_e}{A_{es} \cdot \mu_a}$$

**Relutância do rotor:**

$$R_{ra} = \frac{l_{rotor}}{A_{ro} \cdot \mu_a}$$

**Relutância do entreferro:**

$$R_{ga} := \frac{gap}{A_{gap} \cdot \mu_0}$$

$$\mu_0 := 1.257 \cdot 10^{-6}$$

Obs: não foi escrito  $\mu_0$  pelo fato de os outros valores não serem acompanhados de unidade.

**Relutância total:**

$$R_T = R_{ea} + R_{ra} + 2R_{ga}$$

**Indutância na posição alinhada ( $L_a$ )**

$$L_a = \frac{N_{esp}^2}{R_T}$$

### Curva de magnetização Steel DR5 10-50

$$B = \left( \frac{1}{a + c \cdot H_m + \frac{d}{H_m}} - e H_m \right)$$

$$a = 0,596;$$

$$c = -7,157 \times 10^{-6};$$

$$d = 154,5;$$

$$e = -9,533 \times 10^{-6}$$

#### 4.1.1. Cálculo da densidade de fluxo magnético na posição alinhada

$$f_{mm} = N_{esp} \cdot I_{max} = B_{es} \cdot A_{es} \cdot \left( \frac{2gap}{\mu_0 \cdot A_{gap}} + \frac{l_{rotor}}{\mu_a \cdot A_{ro}} + \frac{l_e}{\mu_a \cdot A_{es}} \right)$$

Considerando que:

$$A_{ro} = A_{gap} = A_{es}$$

Simplificando a equação da fmm:

$$N_{esp} \cdot I = B_m \cdot \left( \frac{2gap}{\mu_0} + \frac{l_e + l_{ro}}{\mu_a} \right)$$

Substituindo os campos, tem-se:

$$1750 = B_m \left( 397.772 + \frac{0.483}{\mu_m} \right)$$

**Obs.: determinar valor de Hm até que Nesp\*I<sub>max</sub> = A1\*A2**

$$H_m := 2363$$

$$A1 := \left( \frac{1}{0.596 - 7.157 \cdot 10^{-6} \cdot H_m + \frac{154.5}{H_m}} - 9.533 \cdot 10^{-6} H_m \right) = 1.529$$

$$A2 := \left( 397.772 + \frac{0.483 H_m}{\frac{1}{0.596 - 7.157 \cdot 10^{-6} \cdot H_m + \frac{154.5}{H_m}} - 9.533 \cdot 10^{-6} H_m} \right)$$

$$\text{Resultado} := A1 \cdot A2 = 1.75 \times 10^3$$

$$B_{interpolado} := A1 = 1.529$$

$$\mu_a := \frac{B_{interpolado}}{H_m} = 6.471 \times 10^{-4}$$

#### 4.1.2. Cálculo da indutância na posição alinhada

$$R_{ea} := \frac{l_e}{A_{es} \cdot \mu_a}$$

$$R_{ra} := \frac{l_{rotor}}{A_{ro} \cdot \mu_a}$$

Considerando que largura do estator e do rotor são iguais:

$$R_{gr1} = \frac{2 \cdot \left(1 + \frac{\pi}{2}\right)}{u_0 \cdot (l_{es} + l_{ro})} = \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{u_0 \cdot l_{es}}$$

$$R_{gt1} = \frac{2 \cdot \left(1 + \frac{\pi}{2}\right)}{2u_0 \cdot l_{stack}} = \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{u_0 \cdot l_{stack}}$$

$$R_{gr.eq} := \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{2u_0 \cdot l_{es}}$$

$$R_{gt.eq} := \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{2u_0 \cdot l_{stack}}$$

$$R_{geq1} := \frac{R_{gr.eq} \cdot R_{gt.eq}}{R_{gr.eq} + R_{gt.eq}}$$

$$R_{gaesp} := \frac{R_{geq1} \cdot R_{ga}}{R_{geq1} + R_{ga}}$$

$$R_T := R_{ea} + R_{ra} + 2R_{gaesp} = 6.093 \times 10^5$$

$$L_{aesp} := \frac{N_{esp}^2}{R_T} = 0.20105$$

## 4.2. Posição totalmente desalinhada

$$l_t := l_{es}$$

**Comprimento da circunferência do rotor:**

$$C_1 := 2 \cdot \pi \cdot r_{int} = 0.716 \quad \text{m}$$

**Largura total dos 12 núcleos do rotor:**

$$L_8 := 8 \cdot l_{ro} = 0.36 \quad \text{m}$$

**Distância entre 2 núcleos do rotor:**

$$D_{2R} := \frac{C_1 - L_8}{8} = 0.04454 \quad \text{m}$$

**Logo, a distância tangencial entre o pólo do estator e o pólo do rotor é:**

$$d_{e,r} := D_{2R} - l_{es} = 1.535 \times 10^{-3}$$

Se fosse uma máquina linear, não haveria sobreposição, visto que  $d_{e,r} > 0$ . Devido ser uma máquina rotativa, há sobreposição.

**a) Relutância de dispersão**

$$l_c := 74 \cdot 10^{-3}$$

OBS: Relutância de dispersão não influencia a indutância nesse caso

$$A_c := \left( 5 \cdot 10^{-3} + l_{es} \right)^2 - l_{es}^2 = 4.55 \times 10^{-4}$$

$$R_{lc} := \frac{l_c}{\mu_0 \cdot A_c} = 1.294 \times 10^8$$

**b) Relutância de polo a polo**

$$R_{t-t} := \frac{l_{t-t}}{\mu_0 \cdot l_{es} \cdot l_t} = 2.732 \times 10^7$$

### c) Relutância de espraçamento R<sub>ft</sub>

$$R_{ft} := \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{2u_0 \cdot (l_{es})} = 2.378 \times 10^7$$

$$R_{1eq} := \frac{R_{t-t} \cdot R_{ft}}{R_{t-t} + R_{ft}} = 1.271 \times 10^7$$

R<sub>1eq</sub> é a relutância de polo a polo do estator considerando o espraçamento

### d) Relutância do estator ao rotor

#### d.1) Relutância R<sub>pc1</sub>

$$R_{pc} = \frac{\text{gap}}{u_0 \cdot A_{\text{sobreposta}}}$$

$$R_{pc} := \frac{\text{gap}}{u_0 \cdot 65 \cdot 10^{-6}} = 3.06 \times 10^6$$

$$R_{t-r1.ext} := \frac{\pi}{2u_0 \cdot l_{ro}} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{l_{stack}}{\text{gap}}\right)} = 5.395 \times 10^6$$

$$R_{t-r1.int} := \frac{\pi}{2u_0 \cdot l_{ro}} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{l_{stack}}{2\text{gap}}\right)} = 6.234 \times 10^6$$

$$R_{t-r1.lat} := \left( \frac{\pi}{2u_0 \cdot l_{ro}} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{l_{stack}}{2\text{gap}}\right)} \right)$$

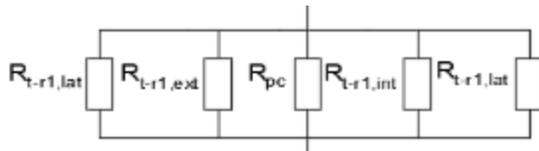
$$R_{pc11} := 10^{10} \cdot R_{pc}$$

$$R_{t-r1.eq1} := \frac{R_{t-r1.ext} \cdot R_{t-r1.int}}{R_{t-r1.ext} + R_{t-r1.int}}$$

$$R_{t-r1.eq2} := \frac{R_{t-r1.eq1} \cdot R_{t-r1.lat}}{R_{t-r1.eq1} + R_{t-r1.lat}} = 1.976 \times 10^6$$

$$R_{t-r1} := \frac{R_{t-r1.eq2} \cdot R_{pc}}{R_{t-r1.eq2} + R_{pc}} = 1.2 \times 10^6$$

R<sub>t-r1</sub> representa todas as relutâncias referente à sobreposição (interna, externa, laterais e central)



**Relutância do Núcleo do Rotor:**

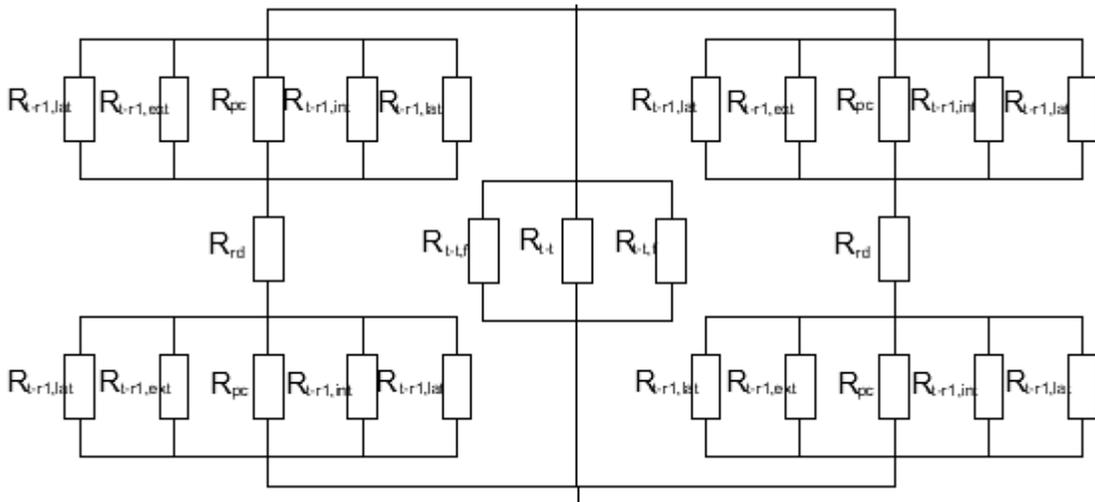
$$\mu_{ns} := 2.899 \times 10^{-3}$$

**uns** representa a permeabilidade magnética do material na posição desalinhada (não saturado)

$$R_{ed} := \frac{h_{ro}}{\mu_{ns} \cdot l_{ro} \cdot E} = 1.123 \times 10^4$$

$$R_{PCP} := 2R_{t-r1} + R_{ed} = 2.412 \times 10^6$$

**Relutância equivalente (REQ):**



$$REQ := \frac{\frac{R_{PCP}}{2} \cdot R_{leq}}{\frac{R_{PCP}}{2} + R_{leq}} = 1.102 \times 10^6$$

**Considerando a relutância do estator**

$$l_{e1} := h_{\text{slot}}$$

$$l_{e2} := 4E + 2l_{\text{slot}} + 2h_{\text{es}}$$

$$R_{\text{es1}} := \frac{l_{e1}}{A_{\text{es}} \mu_{\text{ns}}}$$

$$R_{\text{es2}} := \frac{l_{e2}}{A_{\text{es}} \mu_{\text{ns}}}$$

$$R2 := R_{\text{EQ}} + R_{\text{es2}}$$

$$R1 := R_{\text{es1}}$$

$$R_{\text{total}} := R1 + R2 = 1.18 \times 10^6$$

$$L_{\text{total}} := \frac{N_{\text{esp}}^2}{R_{\text{total}}} = 0.10382$$

**SE QUISER DESCONSIDERAR O CAMINHO DE  
RELUTÂNCIA CENTRAL DO ESTATOR AO ROTOR:  
TROCAR R.pc POR R.PC11 OU REQ3 POR REQ2  
(DESCONSIDERAR RPC1)**

H=[0 138 148 158 169 181 194 210 228 250 276 306 341 383 433 493 568 652 762 890 1050 1260  
1550 2010 2670 3780 5340 7200 9500 12200 15200 19000 23500 28000];

B=[0 0.4 0.45 0.5 0.55 0.6 0.65 0.7 0.75 0.8 0.85 0.9 0.95 1 1.05...  
1.1 1.15 1.2 1.25 1.3 1.35 1.4 1.45 1.5 1.55 1.6 1.65 1.7 1.75...  
1.8 1.85 1.9 1.95 2];

B :=	( 0 )	h :=	( 0 )
	0.4		138
	0.45		148
	0.5		158
	0.55		169
	0.6		181
	0.65		194
	0.7		210
	0.75		228
	0.8		250
	0.85		276
	0.9		306
	0.95		341
	1		383
	1.05		433
	1.1		493
	1.15		568
	1.2		652
	1.25		762
	1.3		890
	1.35		1050
	1.4		1260
	1.45		1550
	1.5		2010
	1.55		2670
	1.6		3780
	1.65		5340
	1.7		7200
	1.75		9500
	1.8		12200
	1.85		15200
	1.9		19000
	1.95		23500
	2 )		28000 )

### 5. Curva Característica do GRV ( B x H)

Conforme os valores obtidos experimentalmente, pode-se levantar a curva característica do GRV e com isso encontrar o valor da permeabilidade do material no ponto de operação deste.

