

ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TALUDES PELOS MÉTODOS DE FELLENIUS, BISHOP E JAMBU

RESUMO

Para observar a estabilidade de taludes em barragens de terra, quanto à variação de suas características físicas e mecânicas, foi elaborado um programa na planilha do Excel, capaz de calcular o fator de segurança para taludes, segundo os métodos de Fellenius, Bishop e Jambu.

ABSTRACT

This work presents a program performed in excel worksheet to calculate slope factor of safe based in three methods described below: Fellenius, Bishop and Jambu.

1. INTRODUÇÃO

A análise da estabilidade de taludes naturais ou artificiais é de grande importância para determinar se um talude é seguro ou não.

A análise é feita considerando que um talude se apresenta como uma massa de solo submetida a três campos de força devido ao peso, ao escoamento de água e à resistência ao cisalhamento. Com a presença da água, a saturação aumenta o peso específico do material, e o excesso de umidade reduz a resistência ao cisalhamento pelo

aumento de pressão neutra, provocando o escorregamento dos taludes.

No caso de barragens de terra os acidentes causados por escorregamentos correspondem a 15% dos acidentes ocorridos.

Portanto é necessário verificar a estabilidade do maciço de terra, utilizando os métodos de verificação de taludes, onde no caso de barragens a presença da água faz com que as condições de pressão neutra, força de percolação e peso específico fiquem ainda mais desfavoráveis à estabilidade.

**Michelyne de Oliveira
Fernandes**

*Aluna de Engenharia
Civil*

**Francisco Chagas da
Silva Filho**

*Professor Orientador de
Barragens*

2. RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DO SOLO

Segundo a equação de Columb: $S=c+\tau \operatorname{tg} \phi$ a resistência ao cisalhamento de um solo se compõe, basicamente de dois componentes: a coesão e o atrito entre as partículas.

Levando em conta que somente as pressões efetivas mobilizam resistência ao cisalhamento, a equação de Columb passa a se escrever:

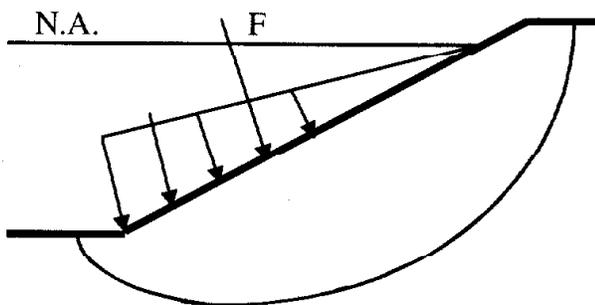
$$S=c'+(\tau -u)\operatorname{tg} \phi$$

que é a sua forma modificada, com u a pressão neutra na água.

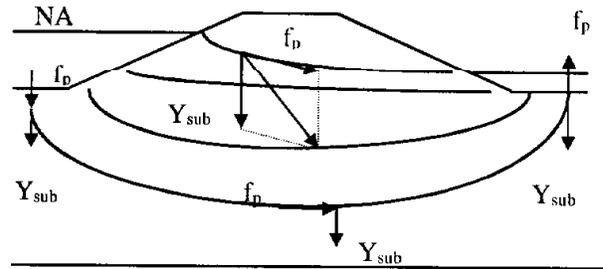
3. ESTABILIDADE DE TALUDES DE BARRAGENS

Na verificação da estabilidade de barragens há situações onde o talude fica mais vulnerável ao deslizamento.

Para talude de montante deverão ser consideradas duas situações críticas : com o reservatório cheio, onde o material fica submerso; e após um rápido esvaziamento, pois neste caso o peso da água que contribuía para a sustentação do talude desaparecerá e o solo ainda estará saturado, com uma menor resistência ao cisalhamento.



Para taludes de jusante deve-se controlar os efeitos das pressões de percolação. A figura abaixo mostra várias composições de força de percolação peso específico submerso, demonstrando que essas pressões são prejudiciais ao equilíbrio do talude de jusante.



4. MÉTODO DE ESTABILIDADE DE TALUDES

Existem vários métodos para a verificação da estabilidade de taludes, mas os procedimentos teóricos são basicamente parecidos.

A maioria deles baseia-se no equilíbrio de forças que atua na base de uma superfície de escorregamento predeterminada, onde a relação das forças solicitantes com as forças de resistência ao cisalhamento, definido pelo fator de segurança F , deve ser maior que um.

A determinação da superfície de escorregamento vai depender das formas dos maciços terrosos, que nem sempre se apresenta bem caracterizadas e definidas.

Por exemplo, em barragem de terra, onde o maciço de terra e a fundação possuem o mesmo material, a superfície de escorregamento provavelmente será circular (figura A), porém no caso de uma barragem com fundação em rocha a superfície de escorregamento já terá outra forma não circular (figura B).

Barragem homogênea

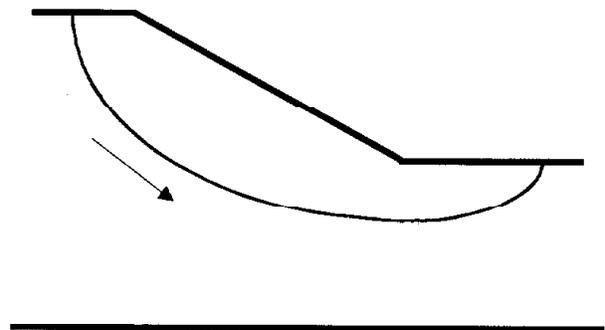
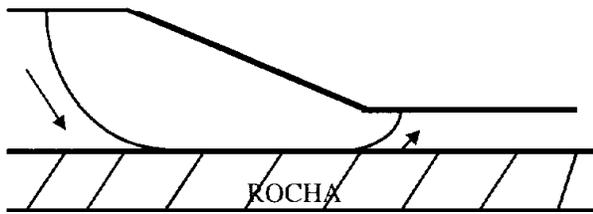


Figura A

Figura B



Portanto para chegar a um fator de segurança seguro, além de ter as características mecânicas do solo é necessário testar várias superfícies prováveis de escorregamento.

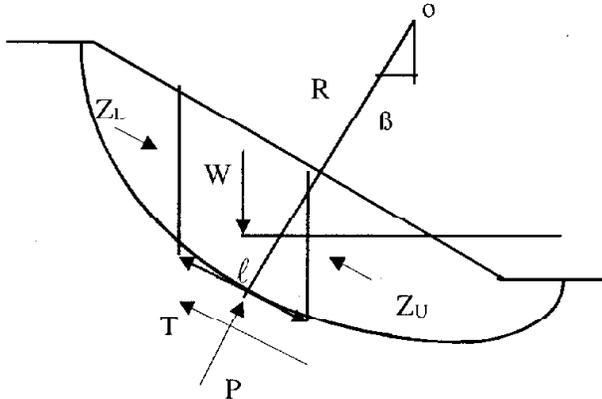
Neste trabalho foram estudados os métodos de Fellenius, Bishop e Jambu, de onde foi feita uma rotina de cálculo na planilha do Excel.

Estes métodos se baseiam na predeterminação de uma superfície de ruptura, onde a massa de terra passível de deslizamento é dividida em fatias e o somatório das forças resultantes de cada fatia determinará o fator de segurança do talude.

4.1. FELENIUS

O método baseia-se no equilíbrio de momento em relação ao centro O, e admite que a resultante das forças entre fatia e paralela à base de cada fatia.

- Para cada fatia na base: tensão normal τ , ten-



são cisalhante δ , poro pressão u.

- Critério de ruptura: $S=c'+(\tau -u)tg\phi$
- Resistência ao cisalhamento $\delta=S/F$ onde F é o fator de segurança

$$P = \tau \times \ell$$

$$T = \delta \times \ell$$

$$T = \frac{1}{F}(c'\ell + (P - u\ell)tg\phi)$$

- Resolvendo P normal na base da fatia $P=W\cos\beta$
- Equilíbrio total de momentos com relação ao centro O: $\sum WR\sin\beta = \sum TR$ (as forças entre as fatias são internas e o momento destas forças tem resultante zero)

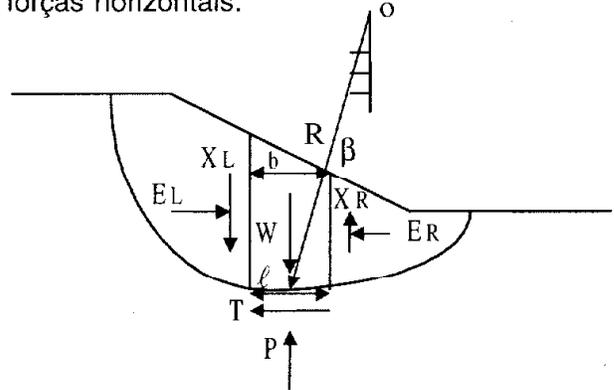
$$\sum W\sin\beta = \sum \frac{1}{F}(c'\ell + (P - u\ell)tg\phi)$$

$$F = \frac{\sum (c'\ell + (P - u\ell)tg\phi)}{\sum W\sin\beta}$$

Obs.: o erro neste método pode chegar a 60%.

4.2. BISHOP

Este método admite que as forças entre fatias estão na horizontal, considera também que a força normal age no centro da base da fatia e é calculado a partir do somatório das forças na vertical desprezando o somatório das forças horizontais.



- Para cada fatia na base: tensão normal τ , tensão cisalhante δ , poro pressão u.
- Critério de ruptura: $S=c'+(\tau -u)tg\phi$
- Resistência ao cisalhamento $\delta=S/F$ onde F é o fator de segurança

$$P = \tau \times \ell$$

$$T = \delta \times \ell$$

$$T = \frac{1}{F}(c'\ell + (P - u\ell)tg\phi)$$

- Resolvendo verticalmente:
 $P \cos \beta + T \sin \beta = W - (X_R - X_L)$
- Admitindo $X_R = X_L = 0$ (isto é, forças entre fatias horizontais)

$$P = \left(W - \frac{1}{F} (c' \ell \sin \beta - ul \operatorname{tg} \phi \sin \beta) \right) / ma$$

$$ma = \cos \beta \left(1 + \operatorname{tg} \beta \frac{\operatorname{tg} \phi}{F} \right)$$

- Equilíbrio total de momentos com relação ao centro $\sum WR \sin \beta = \sum TR$

$$\sum W \sin \beta = \sum \frac{1}{F} (c' \ell + (P - ul) \operatorname{tg} \phi)$$

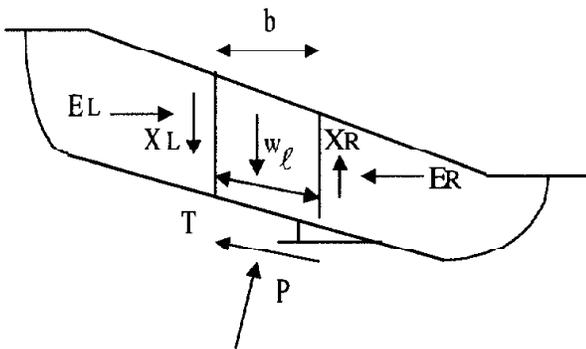
$$F = \frac{\sum (c' \ell + (P - ul) \operatorname{tg} \phi)}{\sum W \sin \beta}$$

Nesta equação é necessário fazer uma convergência entre o valor inicialmente adotado F e o valor final obtido.

Originalmente este método foi apresentado para calcular uma superfície de deslizamento circular mas pode ser adaptado para as superfícies não circulares, adotando um centro fictício.

4.3. JAMBU

Este método pode ser usado em superfícies não circulares e o fator de segurança é obtido resolvendo o somatório na vertical e na horizontal.



- Para cada fatia na base: tensão normal τ , tensão cisalhante δ , poro pressão u.

- Critério de ruptura: $S = c' + (\tau - u) \operatorname{tg} \phi$

- Resistência ao cisalhamento $\delta = S/F$ onde F é o fator de segurança

$$P = \tau \times \ell$$

$$T = \delta \times \ell$$

$$T = \frac{1}{F} (c' \ell + (P - ul) \operatorname{tg} \phi)$$

- Resolvendo verticalmente:

$$P \cos \beta + T \sin \beta = W - (X_R - X_L)$$

- Admitindo $X_R = X_L = 0$ (isto é, forças entre fatias horizontais)

$$P = \left(W - \frac{1}{F} (c' \ell \sin \beta - ul \operatorname{tg} \phi \sin \beta) \right) / ma$$

$$ma = \cos \beta \left(1 + \operatorname{tg} \beta \frac{\operatorname{tg} \phi}{F} \right)$$

- Resolvendo o somatório das forças paralelas à base da fatia:

$$T + (E_R + E_L) \cos \beta = (W - (X_R - X_L)) \sin \beta$$

admitindo $X_L - X_R = 0$

$$(E_R + E_L) = W \operatorname{tg} \beta - \frac{1}{F} (c' \ell + (P - ul) \operatorname{tg} \phi) \sec \beta$$

Equilíbrio total de forças

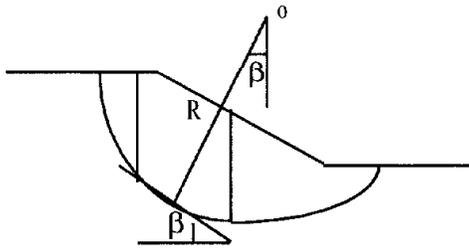
- Na ausência de cargas na superfície:

$$\sum (E_R - E_L) = 0$$

$$\sum (E_R - E_L) = \sum \operatorname{tg} \beta - \frac{1}{F} \sum (c' \ell + (P - ul) \operatorname{tg} \phi \sec \beta)$$

$$F = \frac{\sum (c' \ell + (P - ul) \operatorname{tg} \phi) \sec \beta}{\sum W \operatorname{tg} \beta}$$

Obs.: Para ser adaptado a planilha eletrônica que usa superfície circular, o ângulo formado entre o raio e a vertical será igual à inclinação da base da fatia em relação à horizontal.



5. PLANILHA ELETRÔNICA PARA UTILIZAÇÃO DOS MÉTODOS DE ESTABILIDADE

Os métodos de estabilidade descritos acima são de fácil adaptação a uma rotina de cálculo.

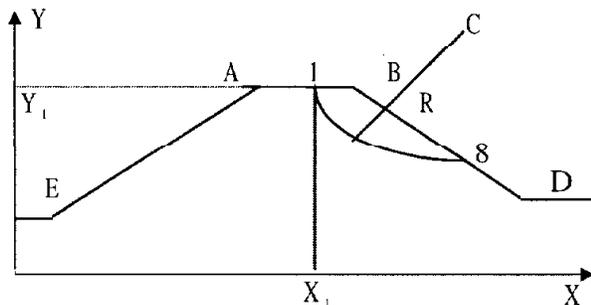
Então foi elaborado um programa capaz de calcular a área, comprimento da base e o ângulo de cada uma das fatias, e com estes dados calcular o fator de segurança dos métodos descritos acima, para uma barragem homogênea com corpo e fundação constituído do mesmo material e com uma seção de escorregamento circular.

5.1 DESCRIÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO

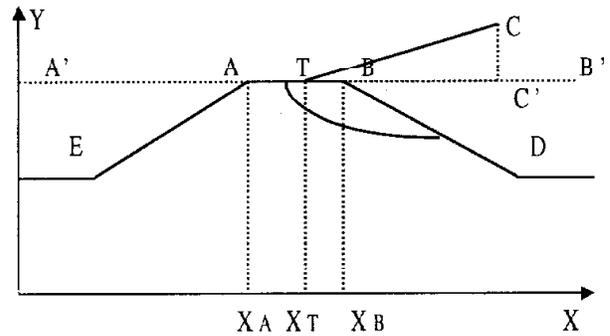
Entra-se com os dados das coordenadas do ponto C, do raio R, da altura da barragem H, largura do cortamento b, e inclinação dos taludes de montante e jusante.

Com a entrada destes dados no computador o programa calcula as coordenadas dos pontos A, B, D, predeterminando (0,0) como coordenadas do ponto E.

A partir da definição do perfil da barragem calculam-se as coordenadas dos pontos 1 e 8.



- Cálculo das coordenadas do ponto 1:



$$\sqrt{R^2 - (Y_C - Y_C')^2} = C'T$$

$$X_T = X_C - C'T$$

onde X_T é o ponto onde o raio toca a reta AB.

Se $X_T < X_A$, X_1 estará no talude de montante, calcula-se a interseção da reta EA com círculo de centro no ponto C e raio R.

-Equação da reta AE:

$$Y = \frac{(Y_E - Y_A)X}{(X_E - X_A)} + \frac{(Y_A X_E - X_A Y_E)}{(X_E - X_A)}$$

-Equação do círculo de centro em C e raio R:

$$Y = Y_C - \sqrt{R^2 - (X - X_C)^2}$$

-Interseção da reta com o círculo

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$X' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$X'' = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\beta = \frac{Y_E - Y_A}{X_E - X_A}$$

$$Z = \frac{Y_A X_E - X_A Y_E}{X_E - X_A} - Y_C$$

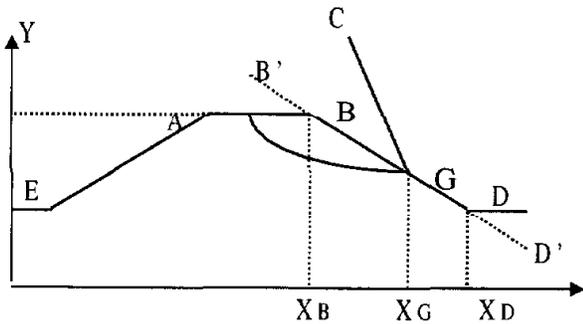
$$a = \beta^2 + 1 \quad b = 2\beta Z - 2X_C \quad C = Z^2 + R^2 + X_C^2$$

onde X_1 será o menor valor entre X' e X'' , e para calcular o valor de Y_1 substitui-se X por X_1 na equação da reta EA.

Se $X_A \leq X_T \leq X_B$, então $X_1 = X_T$ e $Y_1 = Y_A$.

Se $X_T > X_B$, X_1 estará no talude de jusante, a partir daí é calculada a interseção da reta BD com o círculo de centro em C e raio R, semelhante ao cálculo de X_1 e Y_1 no talude de montante.

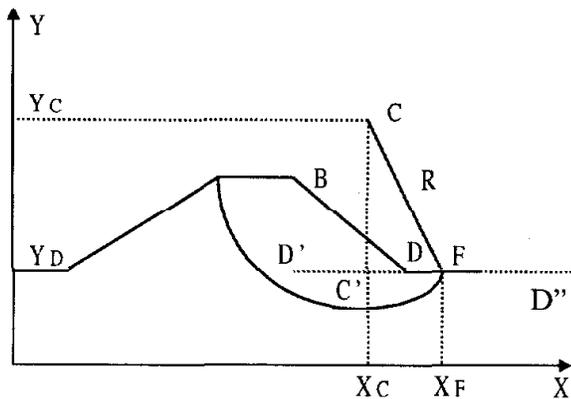
- Cálculo das coordenadas ponto 8:



Calcula-se a coordenada X_G através da interseção da reta B'C' com o círculo de raio R e centro no ponto C, semelhante ao cálculo de interseção da reta EA com o círculo, que foi explicado anteriormente, só que neste caso o X_2 será o maior valor entre X' e X'' .

Se $X_B < X_G \leq X_D$, X_2 estará na reta BD, então $X_8 = X_G$, e para calcular Y_8 é só substituir X por X_8 na equação da reta BD.

Se $X_2 > X_D$, neste caso calcula-se o ponto F em que a reta R toca a reta DD''.



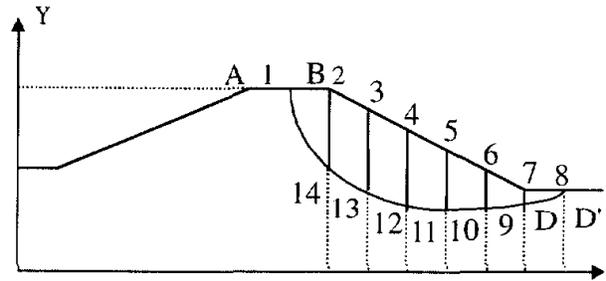
$$R^2 - (Y_C - Y_D)^2 = C'F$$

$$X_C + C'F = X_F$$

Então $X_F = X_8$ e $Y_8 = Y_D$.

- Cálculo das coordenadas dos vértices das fatias:

Obtidos os valores das coordenadas dos pontos 1 e 8 o programa irá dividir a massa de terra passível de deslizamento em sete partes iguais, e calcular ao vértice de cada fatia.



$$(X_1 - X_8) / 8 = U$$

$$X_1 + U = X_2 = X_{14}$$

$$X_2 + U = X_3 = X_{13}$$

$$X_8 + U = X_7 = X_9$$

Para cálculo dos valores de Y_2 a Y_7 , utiliza-se a função lógica da planilha.

Ex.: Cálculo de Y_1

Se $X_2 < X_A$, o ponto 2 pertence a reta EA, então calcula-se Y_2 substituindo X por X_2 na equação da reta AE.

Se $X_A < X_2 < X_B$, o ponto 2 estará na reta AB, então $Y_2 = Y_A$.

Se $X_D < X_2 < X_B$, o ponto 2 estará na reta BD, então calcula-se Y_2 substituindo X por X_2 na equação da reta BD.

Se $X_D < X_2$, o ponto 2 estará na reta DD', então $Y_2 = Y_D$.

Usando a mesma lógica calcula-se Y_3, Y_4, Y_5, Y_6 e Y_7 .

Para calcular as coordenadas Y dos pontos 9, 10, 11, 12, 13 e 14, substitui-se na equação do círculo o valor de X pelo valor da coordenada X de cada ponto.

- Cálculo da área de cada fatia:

Calcula-se a área de cada fatia, utilizando a matriz e a função lógica da planilha.

- Área da 1ª fatia:

$$\text{Se } X_1 < X_A \text{ e } X_2 \leq X_A, A = \begin{vmatrix} X_1 & X_2 & X_{14} & X_1 \\ Y_1 & Y_2 & Y_{14} & Y_1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Se } X_1 < X_A \text{ e } X_A < X_2, A = \begin{vmatrix} X_1 & X_A & X_2 & X_{14} & X_1 \\ Y_1 & Y_A & Y_2 & Y_{14} & Y_1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Se } X_A \leq X_1 < X_B \text{ e } X_2 \leq X_B, A = \begin{vmatrix} X_1 & X_2 & X_{14} & X_1 \\ Y_1 & Y_2 & Y_{14} & Y_1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Se } X_A < X_1 < X_B \text{ e } X_B < X_2, A = \begin{vmatrix} X_1 & X_B & X_2 & X_{14} & X_1 \\ Y_1 & Y_B & Y_2 & Y_{14} & Y_1 \end{vmatrix}$$

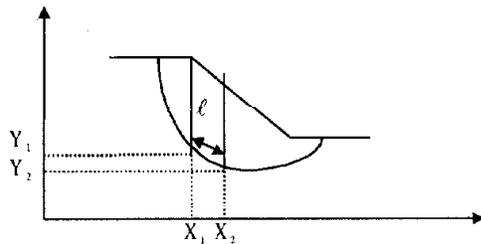
$$\text{Se } X_B \leq X_1 < X_D \text{ e } X_2 \leq X_D, A = \begin{vmatrix} X_1 & X_2 & X_{14} & X_1 \\ Y_1 & Y_2 & Y_{14} & Y_1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Se } X_B < X_1 < X_D \text{ e } X_D < X_2, A = \begin{vmatrix} X_1 & X_D & X_2 & X_{14} & X_1 \\ Y_1 & Y_D & Y_2 & Y_{14} & Y_1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Se } X_D \leq X_1, A = \begin{vmatrix} X_1 & X_2 & X_{14} & X_1 \\ Y_1 & Y_2 & Y_{14} & Y_1 \end{vmatrix}$$

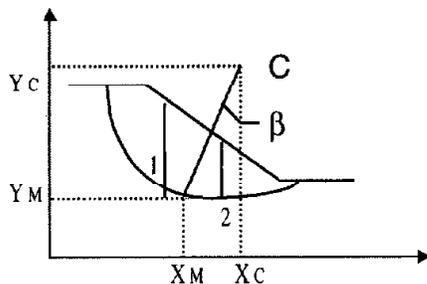
Para calcular a 2ª área, utiliza-se a mesma lógica da 1ª área, substituindo X_1 por X_2 , e X_2 por X_3 , e assim sucessivamente.

• Cálculo do comprimento da base da fatia:



$$l = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

• Cálculo do ângulo β :



$$X_M = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

$$Y_M = \frac{Y_1 + Y_2}{2}$$

$$X_C = Tg^{-1} \left(\frac{X_C - X_M}{Y_C - Y_M} \right)$$

A partir da obtenção destes dados calcula-se o fator de segurança F para os três métodos descritos acima.

Mas estes programas calculam apenas a estabilidade do talude de jusante, mas se for necessário calcular a estabilidade do talude de montante é só inverter as inclinações na entrada de dados, isto é, trocar a inclinação do talude de jusante pela de montante e vice versa.

5.2. EXEMPLO

Para uma barragem com as seguintes características:

- largura de cortamento = 4m
- Altura da barragem = 15m
- Incl. talude de jusante = 1:2
- Incl. talude de montante = 1:2
- Pressão neutra da água = 0
- Coesão = 10 Kpa
- Ângulo de cisalhamento = 25°
- Peso específico = 18 Kn/m³
- coordenadas do ponto C - (55,20)
- Raio = 22m

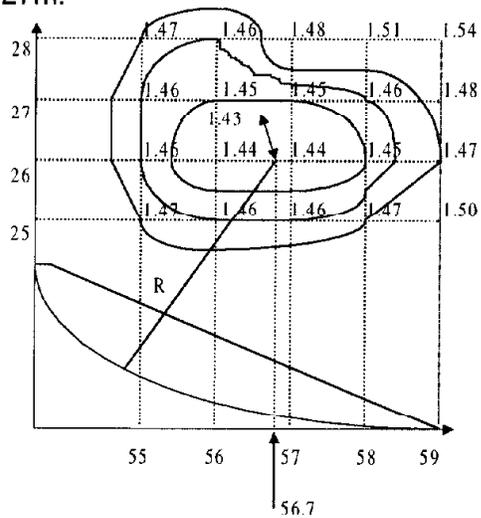
A planilha obtém os seguintes fatores de segurança:

- Felenius = 1,51
- Bishop = 1,73
- Jambu = 1,47

Porém é necessária uma variação do raio e da posição do centro da circunferência, para achar o menor valor do fator de segurança, isto é achar a situação mais desfavorável à segurança do talude.

Fazendo estas variações na planilha é possível construir curvas de igual coeficiente de segurança.

Ex.: Para o exemplo dado acima, fixando o raio em 27m.



6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Avaliação da Segurança de Barragens Existentes - Ministério das Minas e Energia (Eletrobras);

Cálculo I - Letold;

Comitê Brasileiro de Grandes Barragens V. 2 - CESP.

Disciplina de Barragens. Notas de aula do prof. F. Chagas S Filho

Hidrogeotecnia nas Barragens Métodos de Análise - Roberto Monteiro de Andrade;

Mecânica dos solos e suas aplicações, V. 1 e 2 - Homero Pinto Caputo;

Soil Mechanics - R. F. Craig;