



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

VINÍCIUS ALEXANDRE DE MESQUITA

**CONTROLE LPV ROBUSTO NA ESTRUTURA RST APLICADO À MALHA DE
VELOCIDADE DE UMA MÁQUINA DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL 6/4**

FORTALEZA

2022

VINÍCIUS ALEXANDRE DE MESQUITA

CONTROLE LPV ROBUSTO NA ESTRUTURA RST APLICADO À MALHA DE
VELOCIDADE DE UMA MÁQUINA DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL 6/4

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Elétrica do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Automação e Controle

Orientador: Prof. Dr. Bismark Claire Torrico

Coorientador: Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira

FORTALEZA

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M546c Mesquita, Vinícius Alexandre de.
Controle LPV robusto na estrutura RST aplicado à malha de velocidade de uma máquina de relutância variável 6/4 / Vinícius Alexandre de Mesquita. – 2022.
67 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Fortaleza, 2022.

Orientação: Prof. Dr. Bismark Claire Torrico.

Coorientação: Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira.

1. Controle Robusto. 2. Máquina de Relutância Variável. 3. Controlador Linear de Parâmetros Variantes. 4. Desigualdades Matriciais Lineares. 5. Estrutura RST. I. Título.

CDD 621.3

VINÍCIUS ALEXANDRE DE MESQUITA

CONTROLE LPV ROBUSTO NA ESTRUTURA RST APLICADO À MALHA DE
VELOCIDADE DE UMA MÁQUINA DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL 6/4

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Elétrica do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Automação e Controle

Aprovada em 28/04/2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Bismark Claire Torrico (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira (Coorientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dr. Wellington Assunção da Silva
Engenheiro da Companhia de Água e Esgoto do
Ceará (CAGECE)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por ter possibilitado a realização deste trabalho com saúde neste período tão conturbado.

Aos meus pais, Brilhoso e Lucileide, e à minha irmã, Juliana, que sempre acreditaram em meu potencial e me incentivaram nos momentos difíceis. Aos meus parentes, que me apoiaram nas minhas decisões.

Aos meus orientadores Dr. Bismark e Dr. Fabrício, que sempre me ensinaram o melhor caminho para a concretização deste trabalho e, em especial, à Dra. Laurinda e ao Dr. Wilkley, pela suas estimas e amizades.

Ao Dr. Wellington, pela paciência que teve logo no início do aprendizado que pavimentou este trabalho e sempre esteve presente quando solicitado.

Aos meus amigos Jucelino Taleires e Juliane, Felipe Vasconcelos, Allan Gomes, Rafael Sousa, Marcus Davi, Andresa Sombra, dentre outros.

Em especial ao Alan Duarte, por ter me dado suporte emocional nesta jornada tão difícil desde o início.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

Este trabalho apresenta um controlador Linear com Parâmetros Variantes (LPV) robusto na estrutura RST (do inglês *Reference Signal Tracking*) para o controle de velocidade de uma Máquina de Relutância Variável (MRV) 6/4. Esta máquina possui um simulador que considera as não linearidades presentes na operação da MRV. A dinâmica da malha de velocidade foi baseada em um modelo discreto autorregressivo com entradas exógenas (do inglês *autoregressive with exogenous inputs* - ARX) LPV identificado para uma determinada faixa de operação a partir de dados coletados em simulação, sendo o nível de corrente normalizado e filtrado o parâmetro variante. Em posse dos parâmetros do modelo, os parâmetros do controlador LPV foram determinados por meio de um problema de otimização convexa, na forma de uma desigualdade matricial linear parametrizada (PLMI, do inglês *parametrized linear matrix inequality*). Desse modo, foi observado o desempenho do controlador LPV submetido à variação dos parâmetros e comparado com controladores convencionais com parâmetros fixos.

Palavras-chave: Controle Robusto. Máquina de Relutância Variável. Controlador Linear de Parâmetros Variantes. Desigualdades Matriciais Lineares. Estrutura RST.

ABSTRACT

This work presents a robust Linear parameter varying (LPV) controller in the Reference Signal Tracking (RST) structure to the speed control of a Switched Reluctance Machine (SRM) 6/4. This machine has a simulator that considers the nonlinearities present in the SRM operation. The dynamics of the speed loop was based on a discrete autoregressive with exogenous inputs (ARX) LPV model identified for a range of operation from data collected in simulation, where the scheduling parameter was the normalized filtered current level. With the model parameters, the LPV controller parameters were determined by means of a convex optimization problem, in the form of a parameterized LMI (PLMI). Thus, the performance of the LPV controller subjected to the variation of the scheduling parameters was compared to conventional controllers with fixed parameters.

Keywords: Robust Control. Switched Reluctance Machine. Linear Parameter Varying Controller. Linear Matrix Inequalities. RST Structure.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Levantamento de pesquisas sobre controle aplicado à MRV nos últimos 20 anos	14
Figura 2 – Levantamento de pesquisas sobre controle LPV nos últimos 20 anos	14
Figura 3 – Levantamento de pesquisas sobre LMI aplicado em controle nos últimos 10 anos	15
Figura 4 – Diagrama esquemático simplificado	20
Figura 5 – Vista simplificada de uma MRV 6/4	21
Figura 6 – Gráfico simplificado do fluxo concatenado em uma fase submetida a uma corrente constante	22
Figura 7 – Sequência de acionamento de fases	22
Figura 8 – Perfis de indutâncias para cada fase	23
Figura 9 – Circuito equivalente de uma fase	25
Figura 10 – Fluxo concatenado Φ versus corrente de fase i de uma MRV com comporta- mento magnético linear	27
Figura 11 – Gráfico da indutância e conjugado produzido em uma fase	28
Figura 12 – Fluxo concatenado Φ versus corrente de fase i de uma MRV com comporta- mento magnético não linear	29
Figura 13 – Indutância de uma fase em função da corrente e do ângulo	30
Figura 14 – Perfis de indutâncias por ângulo da máquina real	31
Figura 15 – Conversor de meia ponte assimétrico	31
Figura 16 – Gráfico de acionamento de uma fase da MRV com comutação suave	32
Figura 17 – Identificação da constante de tempo mecânica	34
Figura 18 – Visão geral do simulador da MRV	35
Figura 19 – Relação de entrada e saída de um sistema LPV	38
Figura 20 – Fluxograma do algoritmo de identificação do modelo LPV	43
Figura 21 – Diagrama de blocos com a estrutura RST	44
Figura 22 – Bancada de testes da MRV	50
Figura 23 – Diagrama do sistema	51
Figura 24 – Esquema da geração de um Sinal SBPA com $N_b = 7$	52
Figura 25 – Escolha da duração máxima do tempo de pulso de <i>bit</i>	52
Figura 26 – Aplicação de degrau para cada ponto de operação	53

Figura 27 – Dados coletados de velocidade e corrente para a identificação em diferentes pontos de operação (PO)	53
Figura 28 – Resultado do modelo identificado com saída de velocidade normalizada para diferentes pontos de operação	55
Figura 29 – Polos de malha fechada para diferentes pontos de operação $\theta \in [0,3 \dots 0,7]$.	58
Figura 30 – Resultados de simulação aplicando-se os controladores fixos e LPV na estrutura RST	60

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Principais características da MRV	33
Tabela 2 – Resultados dos índices de desempenho	54
Tabela 3 – Parâmetros estimados do modelo LPV da malha de velocidade	55
Tabela 4 – Parâmetros do controlador LPV de velocidade na estrutura RST	57
Tabela 5 – Parâmetros dos controladores fixos de velocidade na estrutura RST	57

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ARX	<i>Autoregressive with exogenous Input</i>
DSC	<i>Digital Signal Controller</i>
GPAP	Grupo de Pesquisa em Automação e Robótica
LMI	<i>Linear Matrix Inequalities</i>
LMS	<i>Least Mean Squares</i>
LPV	Linear com Parâmetros Variantes
LTI	<i>Linear Time Invariant</i>
MRV	Máquina de Relutância Variável
MSE	<i>Mean Square Error</i>
PLMI	<i>Parametrized Linear Matrix Inequalities</i>
PLMS	<i>Parallel Least Mean Squares</i>
SBPA	Sequência Binário Pseudo-Aleatório
SDP	<i>Semidefinite Programming</i>
SOS	<i>Sum of Squares</i>
ZOH	<i>Zero Order Holder</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Revisão bibliográfica	16
1.2	Objetivos	18
1.3	Organização do trabalho	18
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1	Considerações iniciais	21
2.2	Princípio de funcionamento	21
2.3	Fundamentação teórica da MRV	24
2.4	Análise de Perfis de Indutância	26
2.4.1	<i>Análise linear</i>	26
2.4.2	<i>Análise não linear</i>	27
2.4.3	<i>Perfis da MRV estudada</i>	29
2.5	Sistemas de Acionamento	30
2.6	MRV estudada em bancada	32
2.6.1	<i>Identificação dos parâmetros mecânicos</i>	33
2.6.1.1	<i>Cálculo do coeficiente de amortecimento</i>	33
2.6.1.2	<i>Cálculo do momento de inércia</i>	34
2.6.2	<i>Simulador da máquina</i>	34
2.7	Considerações Finais	36
3	METODOLOGIA	37
3.1	Sistemas Lineares com Parâmetros Variáveis	37
3.2	Identificação de parâmetros de sistemas LPV	39
3.2.1	<i>Algoritmo de identificação do modelo</i>	40
3.3	Estrutura RST do Controlador LPV	44
3.4	Desigualdades Matriciais Lineares	45
3.5	Condições de Estabilidade e desempenho \mathcal{H}_∞	46
3.5.1	<i>Condições de estabilidade</i>	46
3.5.2	<i>Desempenho \mathcal{H}_∞</i>	47
3.6	Relaxação pelo Método da Soma dos quadrados	48
3.7	Considerações Finais	49

4	RESULTADOS	50
4.1	Identificação da malha de velocidade	50
4.1.1	<i>Projeto do sinal SBPA</i>	51
4.1.2	<i>Aplicação do método PLMS</i>	53
4.2	Projeto do Controlador LPV de velocidade	56
4.3	Análise de Resultados	57
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	61
	REFERÊNCIAS	64

1 INTRODUÇÃO

O avanço da engenharia dos materiais e da microeletrônica proporcionou a aplicação de novas técnicas de acionamento de máquinas elétricas e a aplicação técnicas de controle que outrora eram limitadas. Dentre estas máquinas, uma que se mostrou atraente com o aprimoramento de componentes eletrônicos foi a Máquina de Relutância Variável (MRV).

Isto ocorre pois esta máquina possui diversas vantagens, como: simples construção, alta robustez, baixo custo de produção, dispensa de materiais magnéticos e possibilidade de operar com falta de fases (MILLER, 2001). As desvantagens são: excessivo ruído durante operação, ondulação no conjugado eletromagnético produzido, necessidade de informação da posição do eixo do rotor (presença de *encoder*), embora já existam trabalhos que exploram a dispensa destes dispositivos, como apresentados em Urbanski e Zawirski (2007) e Ehsani *et al.* (1990), e alta complexidade de acionamento de cada fase.

Durante os últimos anos, diversos estudos sobre a MRV foram desenvolvidos e cada vez mais esta máquina se mostra como uma solução para diversas áreas, como o uso em aplicações automotivas devido sua larga faixa de velocidade, capacidade de manter constante a potência de saída, boa dissipação de calor, baixo custo e alto conjugado em baixas velocidades (MAKWANA *et al.*, 2011). Ela surge como uma opção até mesmo em aplicações aeroespaciais, uma vez que sua característica de tolerância a faltas confere a esta máquina alta confiabilidade.

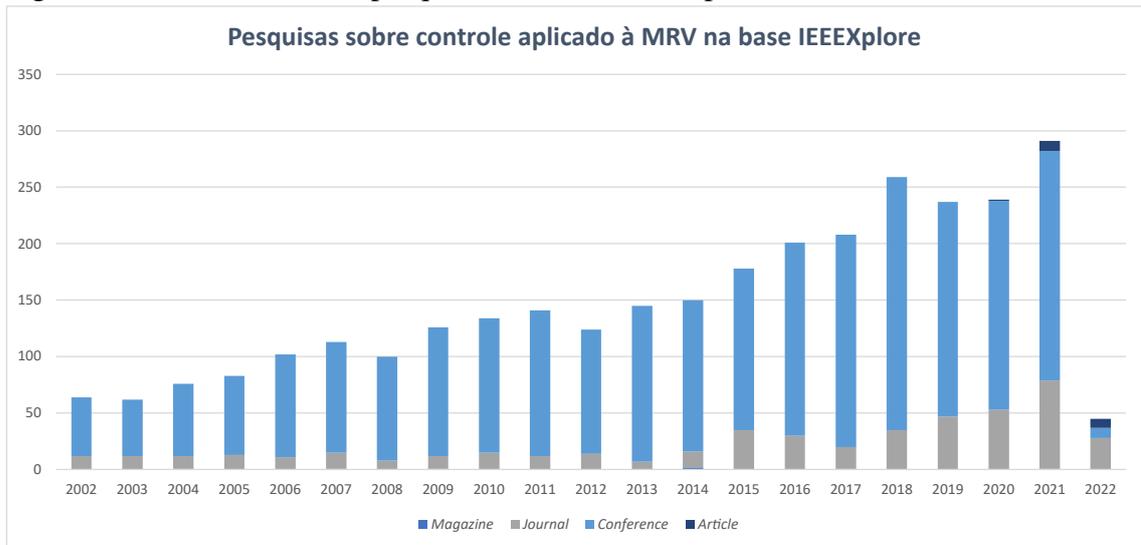
A Figura 1 ilustra um levantamento realizado no sítio eletrônico da *IEEEExplore Digital Library*¹ sobre pesquisas envolvendo controle aplicado à MRV nos últimos 20 anos. É possível notar que, mesmo com o surgimento de novas máquinas, como a Máquina de Relutância Síncrona, ou com o aprimoramento das máquinas de larga escala, como os motores de indução, o interesse pela MRV continua crescente, mesmo no ano 2020 e 2021, em que a produção de trabalhos científicos sofreu devido a pandemia de COVID-19².

O desenvolvimento dos métodos de sistema Linear com Parâmetros Variantes (LPV) no contexto do controle robusto são bem recentes (pouco mais de uma década) e ainda estão sendo bastante explorados por pesquisadores (SENAME *et al.*, 2013). Uma das vantagens dos métodos LPV é a de permitir a aplicação de métodos lineares para alcançar robustez em sistemas

¹ Acesso em: 06/04/2022. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/Xplore/home.jsp>

² A COVID-19 é uma doença infecciosa causada pelo coronavírus SARS-CoV-2. Em 30 de janeiro de 2020, a Organização Mundial de Saúde declarou que o surto do novo coronavírus constitui uma Emergência de Saúde Pública de Importância Internacional (ESPII) – o mais alto nível de alerta da Organização, conforme previsto no Regulamento Sanitário Internacional (ORGANIZAÇÃO PAN-AMERICANA DE SAÚDE, 2020)

Figura 1 – Levantamento de pesquisas sobre controle aplicado à MRV nos últimos 20 anos

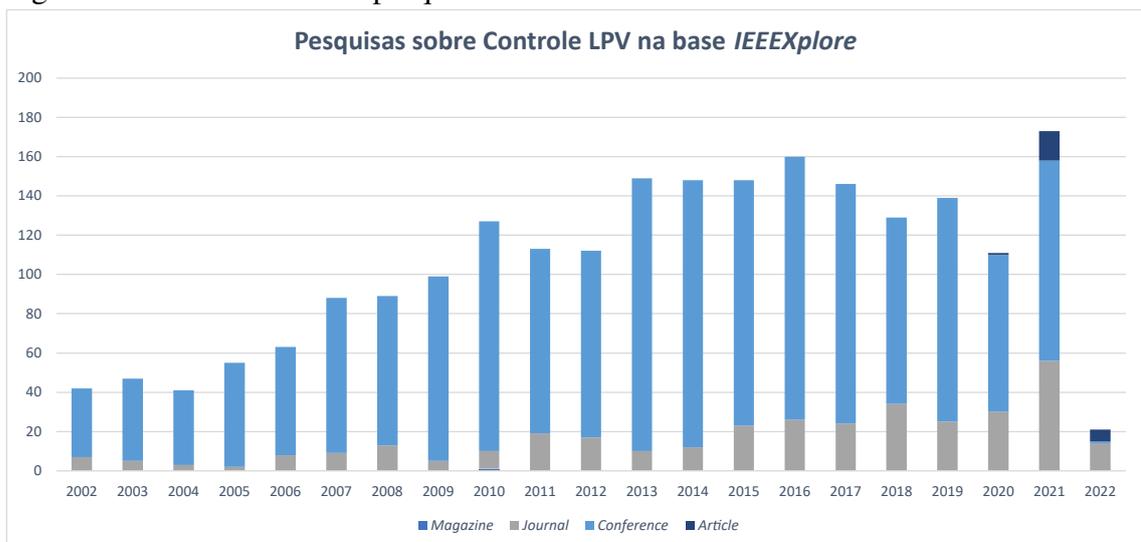


Fonte: Página de pesquisa do site da *IEEEXplore Digital Library*

não lineares ou com parâmetros variantes no tempo (SENAME *et al.*, 2013).

O levantamento das pesquisas envolvendo controle robusto LPV nos últimos 20 anos é ilustrado na Figura 2, também coletados no sítio eletrônico da *IEEEXplore Digital Library*³ quando pesquisado pelas palavras "LPV" e "Control". Conquanto a produção acadêmica acerca do tema tenha sofrido uma queda entre os anos de 2016 e 2020, constata-se um crescimento significativo dessas pesquisas em 2021, muito embora os efeitos negativos da pandemia ainda se façam sentir.

Figura 2 – Levantamento de pesquisas sobre controle LPV nos últimos 20 anos



Fonte: Página de pesquisa do site da *IEEEXplore Digital Library*

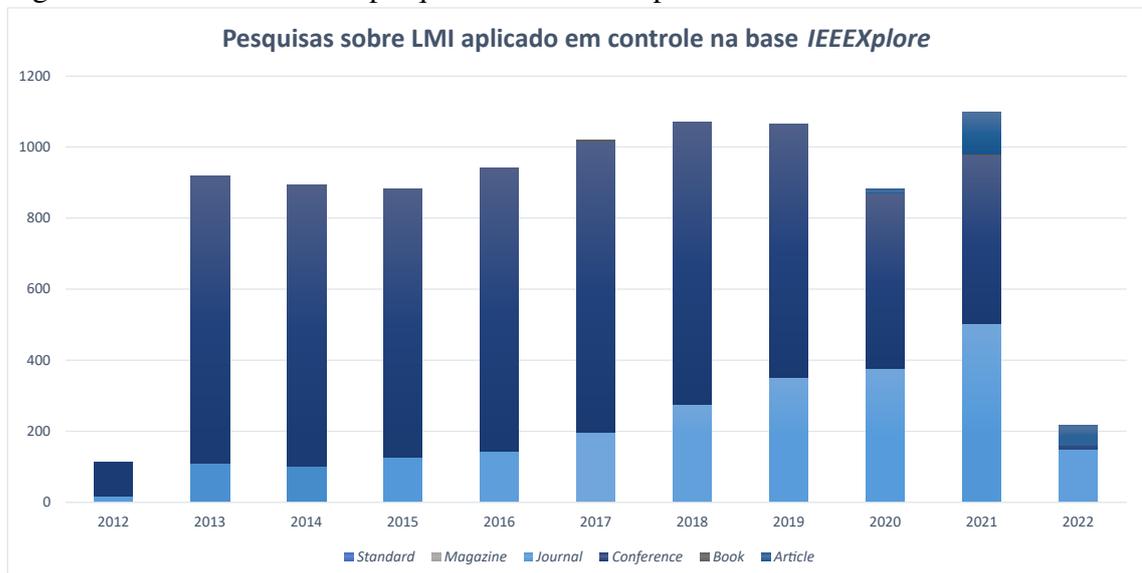
Para o desenvolvimento deste trabalho, fez-se necessário o conhecimento e aplicação

³ Acesso em: 06/04/2022. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/Xplore/home.jsp>

de Desigualdades Matriciais Lineares, em inglês *Linear Matrix Inequalities* (LMI), para a formulação do problema do controle robusto. Nas últimas três décadas, as LMIs surgiram como uma poderosa ferramenta no campo da análise e projeto dos sistemas de controle. Vários problemas como síntese da realimentação de estados, projeto e análise de controlador robusto e controle \mathcal{H}_2 e \mathcal{H}_∞ podem ser reduzidos a problemas convexos ou *quasi*-convexos que envolvem LMI. Devido ao desenvolvimento bem sucedido de algoritmos eficientes e confiáveis para resolver LMIs, esses problemas agora podem ser resolvidos de forma eficiente e numericamente confiável, tornando esse o recurso mais atraente dos LMIs (DUAN; YU, 2013).

Em termos de contextualização, foi realizado um levantamento sobre as pesquisas envolvendo LMI aplicado em controle nos últimos 10 anos, dispostas na Figura 3. É válido destacar que a pesquisa se deu na base de dados do *IEEEExplore Digital Library*⁴ e buscou-se apenas pelos termos "LMI" e "Control", tendo como resultado um elevado número de pesquisas anualmente. Pode-se perceber ainda que a produção acadêmica tem uma tendência consistente de crescimento nos últimos anos, demonstrando que o assunto ainda é atual e uma interessante ferramenta para a solução de diversos problemas do controle.

Figura 3 – Levantamento de pesquisas sobre LMI aplicado em controle nos últimos 10 anos



Fonte: Página de pesquisa do site da *IEEEExplore Digital Library*

⁴ Acesso em: 06/04/2022. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/Xplore/home.jsp>

1.1 Revisão bibliográfica

Pesquisas recentes demonstram um expressivo interesse na aplicação de MRV em sistemas automotivos. Em Ralev *et al.* (2017), por exemplo, investiga, a partir de um veículo elétrico submetido a estratégias de controle que objetivam uma redução das oscilações no conjugado eletromagnético, quais os impactos na eficiência, bem como nas perdas elétricas no acionamento do mencionado sistema automotivo. Em Bartolo *et al.* (2017), por sua vez, investiga-se e propõe-se o uso de máquina de relutância variável como uma alternativa gerador de partida em futuros aeromotores. Isto se dá devido à alta confiabilidade conferida à MRV por conta da sua tolerância a faltas, tornando-a uma possibilidade para estas aplicações.

Por conta do comportamento não linear característica da MRV, diversos trabalhos propõem o projeto e implementação de controladores robustos capazes de manter o desempenho em malha fechada. Em Torrico *et al.* (2014), por exemplo, propôs um controlador preditivo generalizado robusto, em inglês *Generalized Predictive control* (GPC), aplicado à malha de corrente de uma MRV. Tal controlador possuía dois graus de liberdade, sendo o seguimento de referência desacoplado da rejeição de perturbações.

Já em Ouddah *et al.* (2014) é apresentado o projeto de dois controladores \mathcal{H}_∞ robustos para MRV voltado para veículos elétricos, com o objetivo de atenuar os efeitos dos distúrbios e incertezas paramétricas do modelo. A estrutura do controlador adotada é em cascata, em que o primeiro controlador é responsável pela malha de velocidade e está localizado na parte externa da topologia, enquanto o controlador mais interno controla a corrente de referência. Os mesmos autores foram além e no ano seguinte publicaram um controlador \mathcal{H}_∞ de ordem fixa aplicado também a uma MRV com aplicação em veículo elétrico.

Tais trabalhos evidenciaram a característica de robustez da máquina quando submetidas a situações diversas, desde aplicação de cargas e a sua rejeição de modo satisfatório, a continuidade do funcionamento da máquina quando aplicada a falta em uma ou até mesmo em duas fases de uma MRV trifásica, dentre outros aspectos que a torna uma opção interessante para o desenvolvimento de outras técnicas de controle que surgem atualmente.

Mais adiante surgem as pesquisas em sistemas LPV, que permitem a utilização de métodos lineares para aplicados a sistemas não lineares ou com parâmetros variantes no tempo. O paradigma desses sistemas foi introduzido por Shamma (1988), que estudava sobre a análise do projeto de controle *gain-scheduling*. Em resumo, era uma abordagem que projetava um controlador não linear para uma planta não linear associado a um conjunto de controladores

lineares. Estes controladores eram combinados em tempo real, por chaveamento ou interpolação, de acordo com as medições *online* (MOHAMMADPOUR; SCHERER, 2012). No estudo desenvolvido, a topologia proposta sugeria que a estrutura LPV era um meio termo entre os sistemas lineares e não lineares. Desta forma, um modelo LPV consistia em um conjunto de sistemas Lineares Invariantes no Tempo, em inglês *Linear Time Invariant* (LTI), nos quais dependiam de um parâmetro variante ou, também chamado de parâmetro de *scheduling*.

Após o trabalho promissor de Shamma em sua tese, diversos outros trabalhos surgiram nesta linha de pesquisa explorando as possíveis aplicações dos sistemas LPV em áreas específicas, como robótica, mecatrônica, veículos assistidos, atuadores que possuem parâmetros ajustáveis, dentre outros. Muitos destes trabalhos em LPV possuem em comum a resolução dos problemas para se encontrar o controlador, uma vez que são sintetizados na forma de uma LMI, sendo um problema de otimização convexa. Assim, pode-se exemplificar alguns trabalhos como Sloth *et al.* (2010), que projetou e comparou controladores LPV tolerantes a faltas para turbinas eólicas, utilizando como parâmetro de *scheduling* o ponto de operação nominal da turbina e incluiu uma falta ao sistema de angulação das pás, em inglês *pitch*. Também pode-se pontuar a publicação de Kazemi e Jabali (2018), na qual foi proposto um novo algoritmo de controle por retroalimentação de manipuladores robóticos baseado num modelo politópico *fuzzy-clustered polytopic model*, tendo como representação da trajetória do estado desejado um modelo LPV.

Ainda sobre sistemas LPV, pode-se destacar o trabalho de Nogueira *et al.* (2018), em que foi aplicada uma estratégia de controle LPV no amortecimento de oscilações eletromecânicas em um sistema elétrico de potência da hidrelétrica de Tucuruí. Os parâmetros de *scheduling* selecionados foram as potências ativa e reativa da unidade geradora.

Como publicações recentes relacionados a este trabalho, pode-se citar Mesquita *et al.* (2018), em que foi implementado um simulador de uma MRV num ambiente computacional voltado para acionamento elétricos, sendo possível a coleta de dados de diversas variáveis relacionadas à máquina. Também destaca-se a publicação de Reis *et al.* (2019) em conferência internacional, sendo posteriormente publicado por Souza *et al.* (2020) em revista, em que foi implementado na MRV um controlador PID com dois graus de liberdade com técnicas de metaheurística para a obtenção dos controladores. Ainda, Mesquita *et al.* (2020) publicou em conferência uma breve abordagem sobre o controle LPV na MRV 6/4 em estudo.

1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é apresentar um controlador LPV robusto aplicado à malha de velocidade da MRV visando garantir o desempenho dinâmico desejado para o sistema em malha fechada, de tal modo que as não linearidades inerentes ao sistema não degradem a resposta do sistema controlado. As principais etapas deste trabalho são compostas por:

- a) estudar o comportamento não linear da MRV quando em funcionamento;
- b) identificar os parâmetros do modelo LPV da malha de velocidade utilizando como parâmetro de *scheduling* o comportamento da corrente da fase, visto que ela acompanha a não linearidade da máquina;
- c) formular o problema do controlador em forma de LMI;
- d) resolver o problema da LMI por meio de uma Relaxação de Soma de Quadrados, do inglês *Sum of Squares* (SOS), e obter os parâmetros do controlador;
- e) implementar no simulador da MRV o controlador LPV encontrado na topologia RST na malha de velocidade;
- f) comparar os resultados obtidos com controladores de parâmetros fixos com o objetivo de constatar a robustez do controlador LPV encontrado.

1.3 Organização do trabalho

O capítulo 1 realiza uma abordagem histórica da MRV, evidenciando-se suas aplicações no âmbito industrial e demais áreas no decorrer do tempo, seu funcionamento, suas vantagens e desvantagens, bem como suas características construtivas que resultam num comportamento não linear de magnetização. Ainda é realizada uma breve apresentação sobre os aspectos do controle utilizado, desde a contextualização dos estudos realizados sobre sistemas lineares de parâmetros variáveis no campo histórico, sua relação com os problemas formulados pelas desigualdades matriciais lineares até a aplicação destes conhecimentos no controle.

Um levantamento sobre o quantitativo de publicações apresentadas envolvendo as áreas de estudo supracitadas é realizado também no capítulo 1, observando os tipos de documentos produzidos, como artigos em revista, conferências, dentre outros, com o objetivo de situar a contemporaneidade das pesquisas.

O capítulo 2 apresenta as equações matemáticas relacionadas à modelagem e aprofunda a análise do comportamento não linear da magnetização da MRV. As técnicas de acio-

namento e a topologia do conversor utilizada também é discutida neste capítulo, bem como os efeitos característicos das grandezas físicas provenientes da não linearidade mediante o tipo de acionamento escolhido.

Ainda no capítulo 2 discute-se sobre a MRV que foi objeto de estudo deste trabalho, que resultou num simulador que reproduz os efeitos não lineares da máquina no âmbito computacional e possibilitou o estudo dos controladores desenvolvidos neste trabalho.

Após a familiarização com o funcionamento da MRV, a metodologia do controle aplicado à malha de velocidade da MRV é desenvolvida no capítulo 3, que se inicia com o estudos dos sistemas LPVs desde a sua conceituação até a identificação dos seus parâmetros do modelo. Esta abordagem se justifica pelo comportamento não linear da máquina. Em seguida, aborda-se o tipo de controlador LPV desejado na topologia RST, bem como o desdobramento destes parâmetros. Ainda neste capítulo, desenvolve-se o estudo sobre as Desigualdades Matriciais Lineares, método utilizado para a formulação do problema para que, posteriormente, seja resolvida por meio da Relaxação de Soma de Quadrados.

Já o capítulo 4 apresenta os resultados obtidos após a implementação dos controladores resultantes da metodologia desenvolvida no capítulo 3 no simulador da máquina. Os valores obtidos são mostrados e os resultados são confrontados com controladores de parâmetros fixos, evidenciando-se a robustez do controlador LPV.

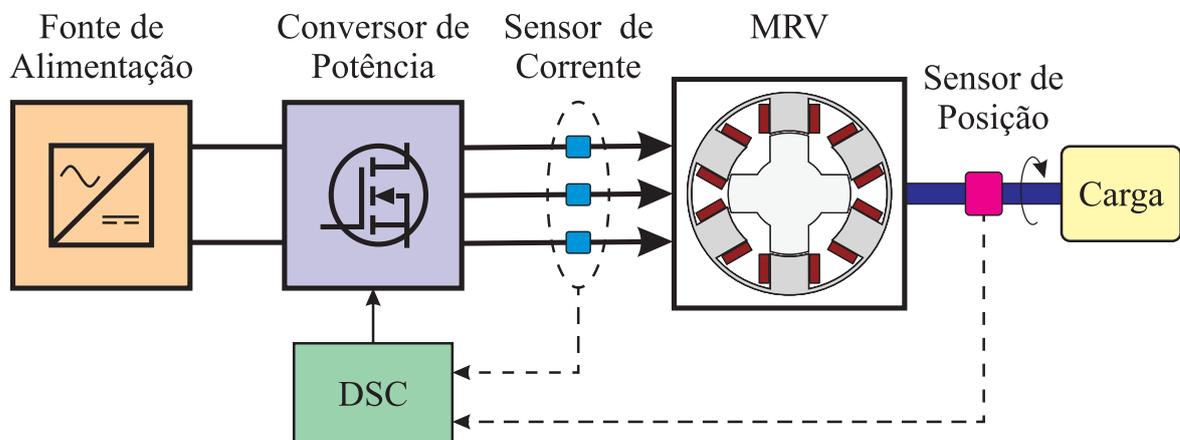
O capítulo 5 discute as conclusões resultantes do trabalho desenvolvido desde a identificação dos parâmetros até o controle de velocidade da máquina. Também aborda os trabalhos futuros resultantes desta pesquisa.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A MRV tem seu conjugado produzido pela tendência do rotor se mover para uma posição em que a indutância do enrolamento energizado será maximizada (MILLER, 2001). Para que isso ocorra, a máquina deve ter a corrente de cada fase controlada e monitorada por meio de um sensor. Também deve ser acionada conforme a posição angular do rotor, que possui um sensor de posição acoplado ao seu eixo, embora haja aplicações que dispensem este sensor (*sensorless*), como em Ehsani *et al.* (1990).

Desta forma, o sistema de acionamento da MRV é composto pela fonte de alimentação, responsável por fornecer energia elétrica para o sistema; conversor de potência para o acionamento de cada fase; microcontrolador, que possui a função de controlar o sistema; sensores de corrente para que a corrente em cada fase seja controlada e monitorada; sensor de posição (*encoder* absoluto), o qual informa ao microcontrolador a posição angular do eixo do rotor; e a MRV, que é o motor do sistema. A Figura 4 mostra o diagrama esquemático do sistema de acionamento de uma MRV.

Figura 4 – Diagrama esquemático simplificado



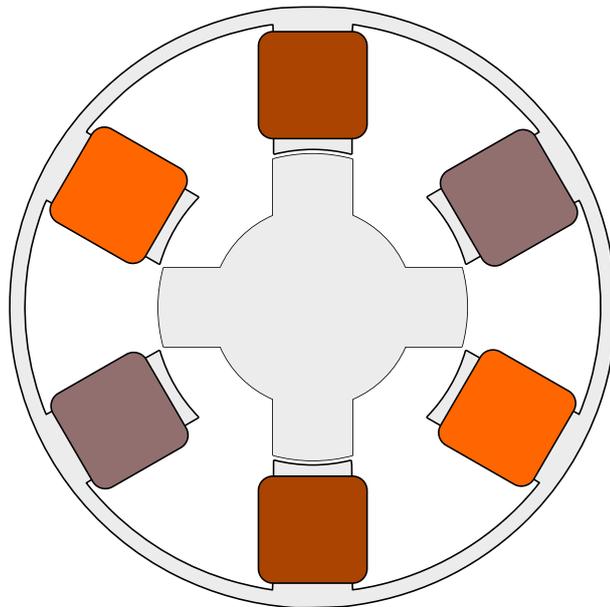
Fonte: Elaborada pelo autor.

Neste capítulo será detalhado o princípio de funcionamento da MRV, bem como suas características construtivas e o aspecto não linear da magnetização da máquina. Também serão descritos os componentes do sistema de acionamento da MRV supracitados, tal como o método de ligamento e desligamento das fases da MRV e suas características.

2.1 Considerações iniciais

As principais características construtivas da MRV são seus enrolamentos do estator e do rotor que dispensam ímãs permanentes, possuindo apenas materiais ferromagnéticos laminados e conferindo a vantagem das perdas ôhmicas se concentrarem apenas no estator, onde o resfriamento pode ocorrer de maneira mais eficaz (UMANS, 2014). Denomina-se MRV duplamente saliente quando possui polos salientes no estator e rotor, sendo caracterizada pelo número de polos no estator e rotor, separadas por uma barra. Neste trabalho estuda-se a MRV 6/4, ou seja, possui 6 polos no estator e 4 polos no rotor. A Figura 5 mostra a vista simplificada de uma MRV 6/4.

Figura 5 – Vista simplificada de uma MRV 6/4



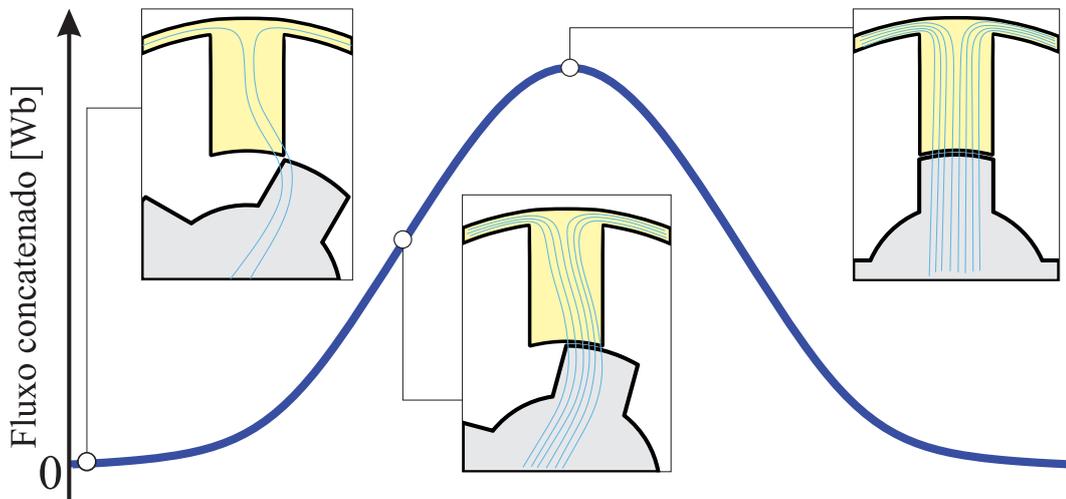
Fonte: Elaborada pelo autor.

2.2 Princípio de funcionamento

O princípio de funcionamento da MRV consiste da produção de conjugado pela tendência de alinhamento do rotor com o fluxo magnético produzido pelo estator, resultante da aplicação de uma determinada corrente no enrolamento do estator, de modo a maximizar os fluxos concatenados (UMANS, 2014). A Figura 6 ilustra o gráfico simplificado do fluxo concatenado quando uma fase é alimentada, mantendo-se a corrente constante.

Percebe-se que o fluxo concatenado é mínimo quando o rotor está desalinhado do

Figura 6 – Gráfico simplificado do fluxo concatenado em uma fase submetida a uma corrente constante

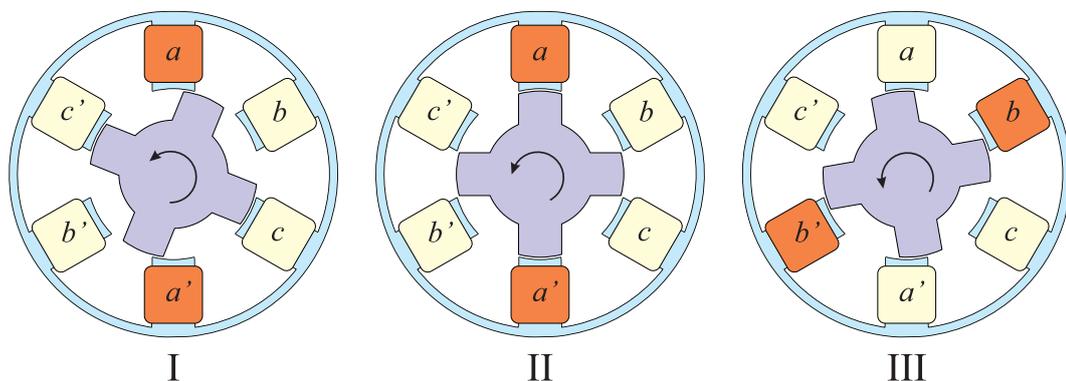


Fonte: Adaptada de Bilgin *et al.* (2019)

polo do estator. Para esta situação, a relutância é máxima e a indutância mínima. À proporção que o rotor gira, o fluxo concatenado aumenta até o ponto em que o rotor fica completamente alinhado ao polo do estator. Neste momento, a relutância é mínima e a indutância é máxima.

Para que o eixo inicie um movimento circular, o acionamento das fases deve ocorrer de modo sequencial e a energização de uma fase ocorre em uma posição em que o eixo do rotor esteja desalinhado do eixo magnético do polo do estator. A Figura 7 exemplifica a sequência de acionamento de uma MRV submetido a um determinado valor de corrente constante.

Figura 7 – Sequência de acionamento de fases



Fonte: Elaborada pelo autor.

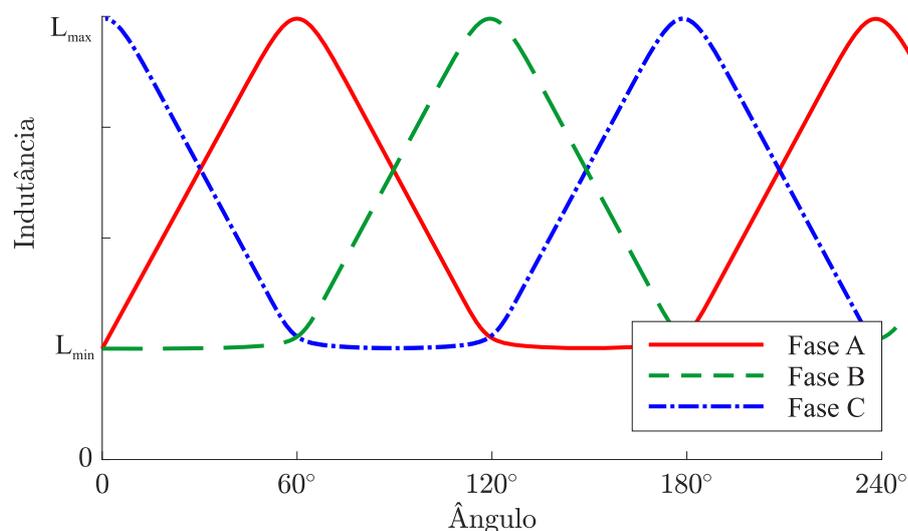
Na condição I, a fase $a-a'$ é energizada, o que provoca o deslocamento do ângulo do rotor e evidenciando a tendência ao alinhamento com o eixo magnético da fase $a-a'$. Nesta

situação, houve o acréscimo da indutância do enrolamento da fase $a-a'$ até a condição de indutância máxima alcançada na condição II, em que o rotor está totalmente alinhado ao eixo magnético da fase $a-a'$. As fases $b-b'$ e $c-c'$ possuem a indutância mínima, pois estão com seus eixos magnéticos completamente desalinhados.

Na condição III, a fase $a-a'$ já foi desligada e a fase $b-b'$ é energizada, objetivando o alinhamento do rotor ao eixo magnético da fase $b-b'$ e permitindo a manutenção da rotação no sentido anti-horário do rotor da MRV. A indutância do enrolamento da fase $a-a'$ diminui à proporção que o eixo desalinha do seu eixo magnético até o ponto de indutância mínima, alcançado quando está completamente desalinhado. Percebe-se que, ao se energizar uma fase, a relutância do circuito magnético para a condição do rotor desalinhado do eixo magnético do polo do estator configura a situação de relutância máxima, e quando está completamente alinhado a relutância é mínima, evidenciando que o circuito magnético tende à condição de relutância mínima.

Com base nas características de indutâncias observadas, é possível traçar o perfil de indutâncias de cada fase de acordo com o ângulo do eixo do rotor, como mostra a Figura 8. As variáveis L_{min} e L_{max} correspondem à indutância mínima e máxima, respectivamente. Devido à saturação do material ferromagnético, o perfil ideal de indutância não é possível, tendo um achatamento da curva de indutância próximo ao valor máximo L_{max} . Com isso, existe uma perda no conjugado produzido pela máquina nesta região.

Figura 8 – Perfis de indutâncias para cada fase



Fonte: Elaborada pelo autor.

2.3 Fundamentação teórica da MRV

A modelagem matemática da MRV consiste em analisar o circuito elétrico e magnético de cada fase, uma vez que esta consiste em uma bobina montada sobre um polo, comportando-se como um indutor em série com uma resistência. Supondo que a relutância do material ferromagnético seja desprezível, as indutâncias mútuas entre as fases da máquina duplamente saliente serão nulas, bem como as componentes associadas ao fluxo de dispersão (UMANS, 2014). Sendo assim, as fases apresentam apenas as indutâncias próprias e são eletricamente independentes das demais.

Desta forma, pode-se analisar o circuito de uma fase da máquina pela Equação (2.1):

$$v_j = R_a i_j + \frac{d\Phi_j(\alpha, i_j)}{dt}, \quad (2.1)$$

sendo v_j a tensão aplicada na fase, R_a a resistência do enrolamento, Φ_j o fluxo magnético concatenado por fase, i_j a corrente na fase, j o índice de cada fase e α a posição angular do rotor. O fluxo magnético concatenado por fase é dado por:

$$\Phi_j(i_j, \alpha) = L_j(\alpha, i_j) i_j(t), \quad (2.2)$$

em que L_j é a indutância da fase, sendo função da posição angular α e da corrente.

Substituindo a Equação (2.2) em (2.1) e desenvolvendo, tem-se a Equação (2.3):

$$\begin{aligned} v_j &= R_a i_j + L_j(\alpha, i_j) \frac{di_j}{dt} + i_j \frac{dL_j(\alpha, i_j)}{dt} = R_a i_j + L_j(\alpha, i_j) \frac{di_j}{dt} + i_j \frac{d\alpha}{dt} \frac{dL_j(\alpha, i_j)}{d\alpha}, \\ v_j &= R_a i_j + L_j(\alpha, i_j) \frac{di_j}{dt} + i_j \omega \frac{dL_j(\alpha, i_j)}{d\alpha}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

em que, ω é a velocidade angular, definida por:

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt}. \quad (2.4)$$

O último termo de (2.3) é também denominado força eletromotriz induzida ε , ou força contraeletromotriz, análogo ao motor CC, expresso pela Equação (2.5) (BILGIN *et al.*, 2019):

$$\varepsilon_j = i_j \omega \frac{\partial L_j(\alpha, i_j)}{\partial \alpha}. \quad (2.5)$$

A Figura 9 ilustra o circuito equivalente de uma fase da MRV.

A potência elétrica instantânea de entrada da fase pode ser obtida multiplicando-se os termos da Equação (2.3) pela corrente, obtendo-se a Equação (2.6):

$$p_{ij} = v_j \cdot i_j = R_a i_j^2 + \omega i_j^2 \frac{dL_j(\alpha, i_j)}{d\alpha} + L_j(\alpha, i_j) i_j \frac{di_j}{dt}. \quad (2.6)$$

A taxa de variação da energia armazenada no campo magnético é descrita pela Equação (2.7) (MILLER, 2001):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L_j(\alpha, i_j) \cdot i_j^2 \right) = L_j(\alpha, i_j) i_j \frac{di_j}{dt} + \frac{1}{2} i_j^2 \frac{dL_j(\alpha, i_j)}{dt}. \quad (2.7)$$

Substituindo a Equação (2.7) em (2.6), tem-se:

$$p_{ij} = R_a i_j^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L_j(\alpha, i_j) \cdot i_j^2 \right) + \frac{1}{2} i_j^2 \frac{dL_j(\alpha, i_j)}{dt}. \quad (2.8)$$

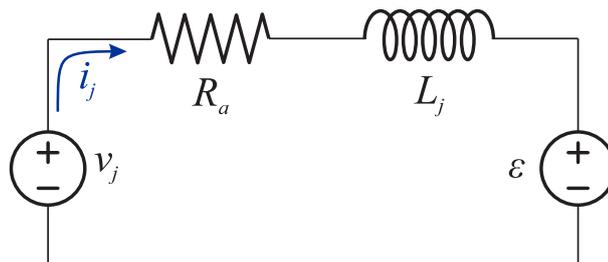
A partir da Equação (2.8), percebe-se que a potência instantânea de entrada de uma fase é a soma das perdas pela resistência (ôhmicas), pela taxa de variação da energia armazenada no campo magnético e a potência responsável pela conversão eletromecânica fluindo pelo entreferro, representada pela último parcela da Equação (2.8). Este último termo pode ser descrito também por:

$$\begin{aligned} p_{conv_j} &= \frac{1}{2} i_j^2 \frac{dL_j(\alpha, i_j)}{dt} = \frac{1}{2} i_j^2 \frac{d\alpha}{dt} \frac{dL(\alpha, i)}{d\alpha}, \\ p_{conv_j} &= \frac{1}{2} i_j^2 \omega \frac{dL(\alpha, i)}{d\alpha}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Logo, denomina-se p_{conv_j} como a potência mecânica convertida por uma fase e é equivalente à potência de entrada p_{ij} , menos as perdas resistivas $R_a i_j^2$ e a derivada da energia armazenada no campo magnético (MILLER, 2001). A potência p_{conv_j} também é igual à potência na ponta do eixo do rotor, descrita pela Equação (2.10).

$$p_{conv_j} = \omega \cdot T_{em_j}, \quad (2.10)$$

Figura 9 – Circuito equivalente de uma fase



Fonte: Elaborada pelo autor.

em que T_{em_j} é o conjugado eletromagnético produzido por cada fase da máquina. Desta forma, o conjugado eletromagnético desenvolvido por uma fase da máquina pode ser descrito por:

$$T_{em_j} = \frac{1}{2} i_j^2 \omega \frac{dL(\alpha, i)}{d\alpha}. \quad (2.11)$$

O conjugado eletromagnético total produzido por uma MRV que possui n fases é descrito pela Equação (2.12):

$$T_{em} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} i_j^2 \frac{dL_j(\alpha, i_j)}{d\alpha}. \quad (2.12)$$

A partir das Equações (2.11) e (2.12), evidencia-se que para haver conjugado eletromagnético no eixo do MRV, uma corrente deve ser aplicada no enrolamento de uma fase do estator, bem como ter variação da indutância. Percebe-se também que o conjugado é proporcional ao quadrado da corrente, independente do sentido da corrente.

2.4 Análise de Perfis de Indutância

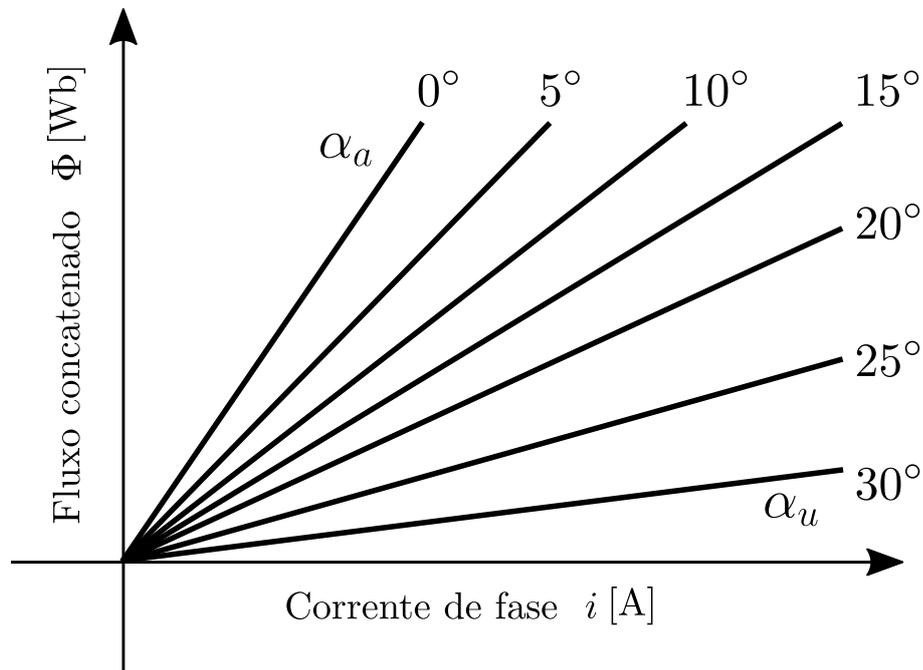
A MRV é composta por materiais ferromagnéticos no estator e rotor para que os campos magnéticos possuam direção e forma, e possuem densidade de fluxo magnético para diferentes intensidades de corrente. Quando em funcionamento normal, a máquina opera com elevada densidade de fluxo, permitindo que o meio ferromagnético se mantenha em saturação magnética (UMANS, 2014).

Esta Seção detalha os tipos de perfis de indutância, bem como detalha a influência deles no conjugado produzido pela máquina, uma vez que o conjugado é diretamente proporcional ao quadrado da corrente e à taxa de variação da indutância pelo ângulo, como mostrado na Seção 2.3, e que estão fortemente relacionados ao perfil de indutância da MRV.

2.4.1 Análise linear

A análise linear do circuito magnético de uma fase da MRV despreza os efeitos da saturação do fluxo concatenado do material ferromagnético em determinado ângulo do eixo do rotor para qualquer amplitude de corrente. Isto ocorre quando é desconsiderado o efeito da histerese do material, ou seja, supondo-se a permeabilidade magnética constante e sem saturação magnética. Tal análise é realizada para facilitar o entendimento da produção de conjugado eletromagnético da máquina. A Figura 10 exemplifica o comportamento linear do fluxo concatenado pela corrente em uma fase.

Figura 10 – Fluxo concatenado Φ versus corrente de fase i de uma MRV com comportamento magnético linear



Fonte: Adaptada de (UMANS, 2014).

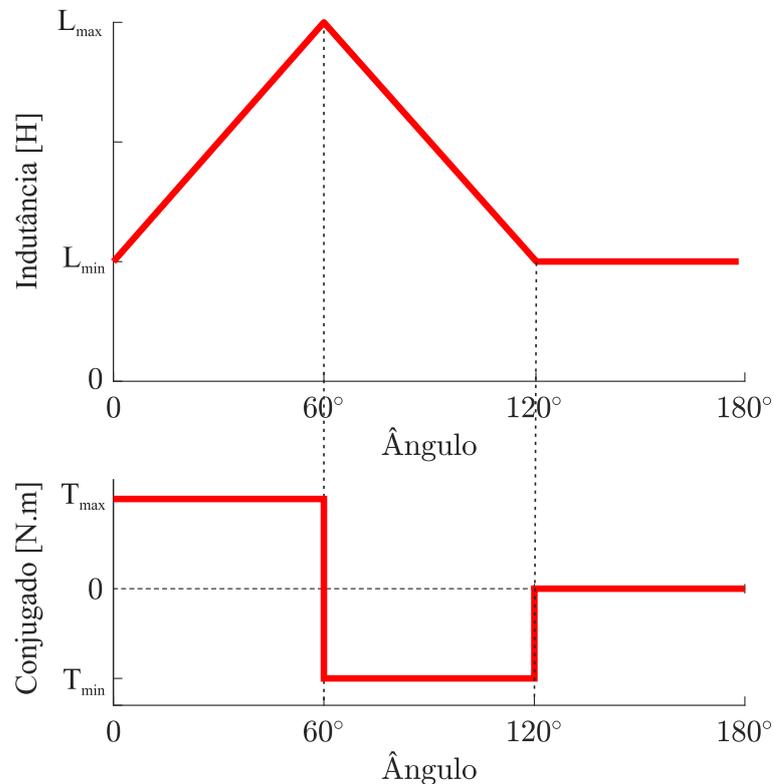
Submetendo o enrolamento do estator a uma corrente constante, a máquina produz um conjugado positivo na região ascendente de indutância até o alinhamento total dos eixos magnéticos dos polos do estator e rotor. Considerando que o enrolamento do estator ainda esteja energizado e que haja continuidade de rotação do eixo do rotor em mesmo sentido, haverá um conjugado negativo, ou seja, o rotor tenderá a retornar ao alinhamento total dos eixos magnéticos, ponto de máxima indutância (MILLER, 2001). A Figura 11 ilustra o comportamento do conjugado produzido pela máquina sob corrente constante.

Portanto, para que se mantenha o rotor girando em determinado sentido, deve-se evitar que a fase permaneça energizada na região de conjugado negativo e o rotor sofra ação frenante.

2.4.2 Análise não linear

Uma característica bastante comum da MRV é sua elevada densidade de fluxo magnético durante o funcionamento normal (UMANS, 2014). Tal operação leva o material ferromagnético à saturação, condição que considera a natureza não linear do fluxo concatenado para diferentes amplitudes de corrente, resultante do efeito da histerese do material.

Figura 11 – Gráfico da indutância e conjugado produzido em uma fase



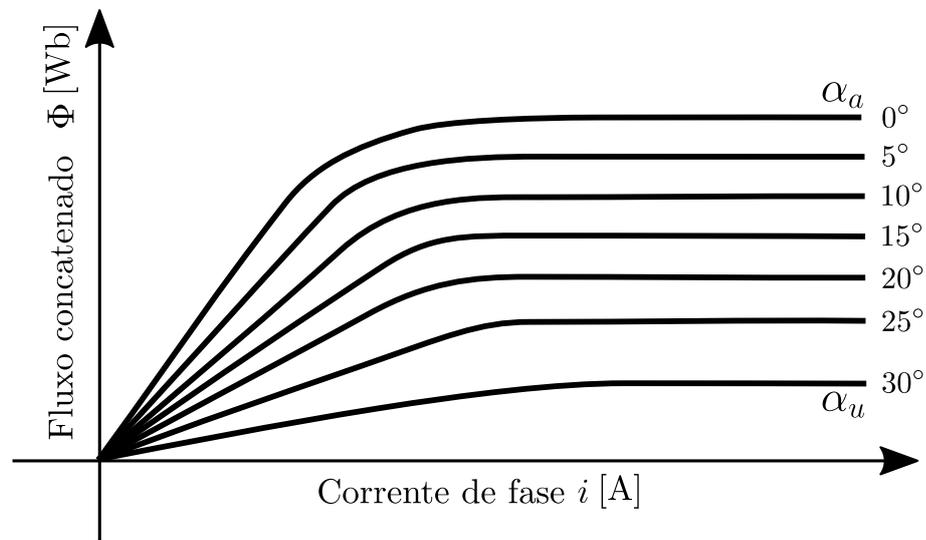
Fonte: Adaptada de (UMANS, 2014).

O gráfico representado na Figura 12 ilustra o fluxo magnético concatenado pela corrente para diferentes ângulos do eixo do rotor de uma máquina. É possível perceber a característica linear para baixos níveis de corrente. Entretanto, quando a corrente alcança níveis mais elevados, ocorre a saturação do fluxo magnético, em que este não sofre variação significativa a partir de determinado ponto.

A partir da Figura 12, observa-se também que a posição em que o rotor e estator estão completamente alinhados (posição 0°) é o ponto de máximo fluxo concatenado, ou seja, na posição de máxima indutância. À proporção que os eixos magnéticos dos polos do estator e rotor se desalinham, o fluxo concatenado diminui (UMANS, 2014).

Diante do exposto, é interessante ressaltar que o aspecto linear do perfil de indutância ilustrado pela Figura 11 não ocorre na máquina real, pois esta possui características não lineares. Logo, a MRV possui perfis de indutâncias não lineares, o que afetará diretamente nos perfis de taxa de variação de indutância e esta, por sua vez, na produção do conjugado eletromagnético.

Figura 12 – Fluxo concatenado Φ versus corrente de fase i de uma MRV com comportamento magnético não linear



Fonte: Adaptada de (UMANS, 2014).

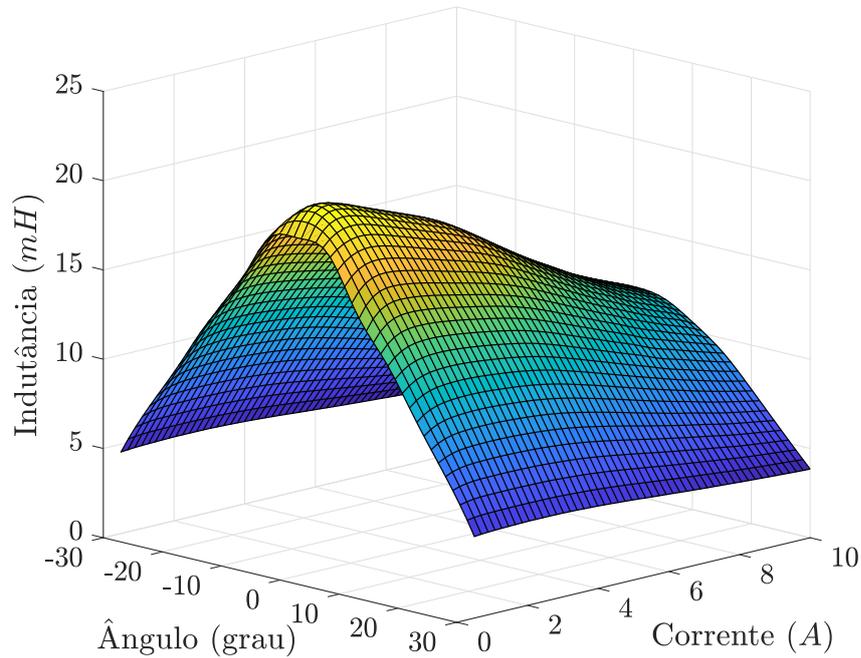
2.4.3 Perfis da MRV estudada

Os perfis de indutância da máquina utilizada neste trabalho foram estudados e analisados em (OLIVEIRA *et al.*, 2012), em que foram coletados e calculados os dados de fluxo magnético e indutância para determinados níveis de corrente. Inicialmente, determinou-se os valores por meio do método de elementos finitos. Sua validação experimental foi determinada por meio do método de impedância com tensão alternada, que consiste em analisar uma fase da MRV como um circuito elétrico, aplicando-se uma tensão alternada nos terminais da fase e, a partir dos valores de tensão e corrente coletados, calcula-se os valores de indutância para diferentes níveis de correntes e posições angulares do eixo do rotor. O resultado dos valores coletados está exposto na Figura 13.

A Figura 13 evidencia a natureza não linear do perfil de indutância em função da corrente e da posição angular do eixo do rotor da MRV estudada. É possível perceber que, com o acréscimo da corrente, o efeito da saturação do meio ferromagnético se intensifica na máquina, causando uma diminuição dos valores máximos de indutância alcançados. Isto também é percebido pela Equação (2.2), pois o aumento da corrente i e a permanência do fluxo Φ devido à saturação diminuem o valor da indutância L .

Estes dados são importantes pois interferem diretamente no comportamento do conjugado produzido pela máquina, uma vez que esta depende da taxa de variação da indutância

Figura 13 – Indutância de uma fase em função da corrente e do ângulo



Fonte: Adaptada de Oliveira *et al.* (2012).

pelo ângulo. Conseqüentemente, a malha de velocidade será afetada pelos efeitos dos perfis não lineares da máquina.

Baseado nos resultados mostrados na Figura 13, é possível extrair os dados de indutância por posição angular da máquina e traçar o perfil da indutância média aproximada, como exposto na Figura 14.

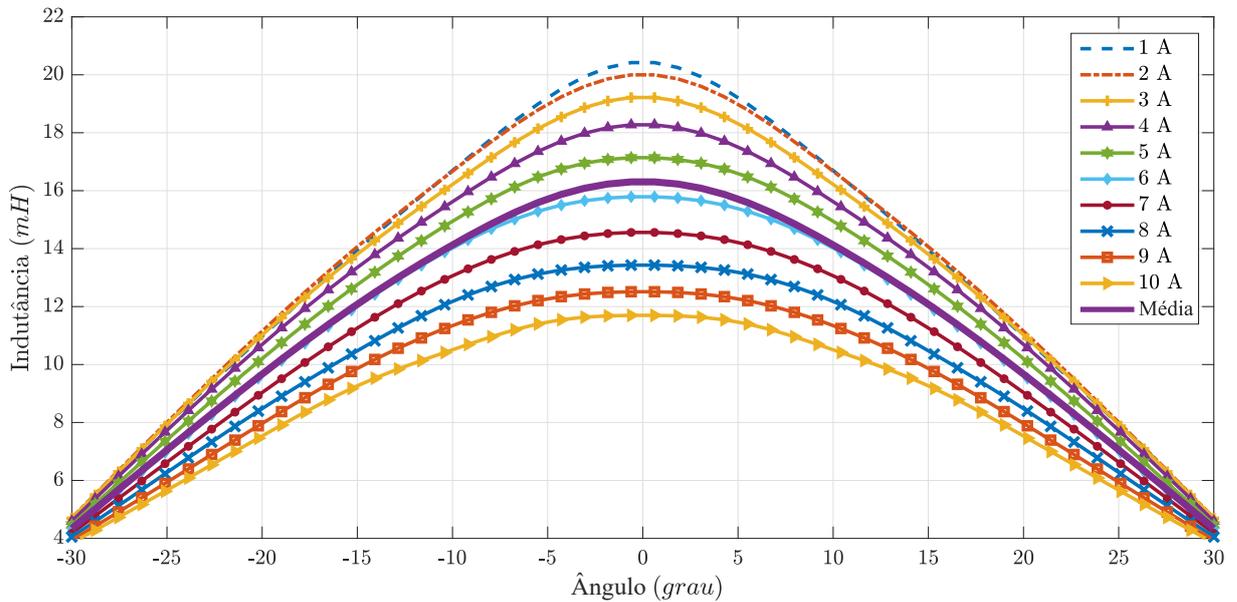
Logo, a partir da indutância média, pode-se calcular a taxa de variação de indutância aproximada com relação ao ângulo na região ascendente, k_L , sendo:

$$k_L = \frac{dL}{d\alpha} = 23\text{mH/rad}. \quad (2.13)$$

2.5 Sistemas de Acionamento

O sistema de acionamento da MRV é composto de um conversor de meia ponte assimétrico (em inglês, *assymetric half-bridge*), que alimenta a máquina a partir de uma fonte de potência e é controlada por um microcontrolador. Para que o acionamento de cada fase ocorra corretamente, é necessário que a posição angular do rotor seja informada constantemente por meio de um sensor de posição acoplado ao rotor da máquina, embora atualmente haja técnicas

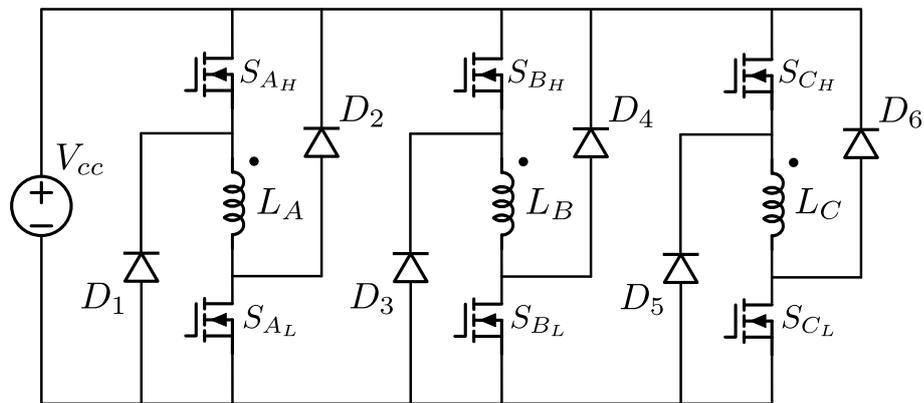
Figura 14 – Perfis de indutâncias por ângulo da máquina real



Fonte: (OLIVEIRA *et al.*, 2012)

de estimação da posição do eixo (em inglês, *sensorless*) (URBANSKI; ZAWIRSKI, 2007). A Figura 15 ilustra um conversor de meia ponte assimétrico.

Figura 15 – Conversor de meia ponte assimétrico



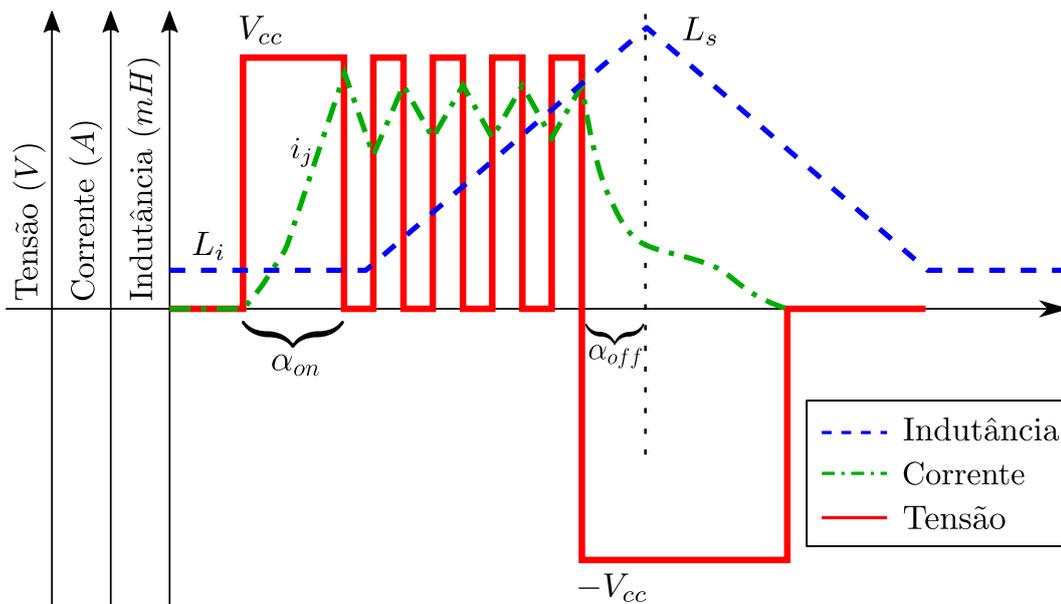
Fonte: Adaptada de Silva (2017).

Para o controle de corrente da fase, aplica-se a técnica de histerese com frequência de acionamento fixa, que consiste em comparar a corrente medida em uma fase com um valor de referência de modo a se manter a corrente em torno deste valor ligando e desligando a chave. Para reduzir as perdas nas chaves e diminuir a oscilação de corrente durante o chaveamento, aplica-se a técnica de acionamento por comutação suave (em inglês, *soft switching*), em que controla-se a corrente da fase ligando e desligando apenas uma chave (MILLER, 2001). A outra

chave, também chamada de chave de comutação, tem a função de conduzir apenas no início e no fim do período de condução da fase, ou seja, na região em que há variação positiva da indutância. A Figura 16 mostra de forma simplificada o acionamento de uma fase.

O acionamento desta chave possui características específicas para o melhor desempenho da máquina. O ligamento ocorre com uma defasagem α_{on} antes do início ascendente da indutância para que haja corrente circulando na fase e, com isso, a produção plena de conjugado. O desligamento também ocorre com uma defasagem α_{off} antes do pico da indutância, para que a corrente na fase seja nula no momento em que a indutância começa a decrescer e não haja contribuição de conjugado negativo. Para este trabalho, utilizou-se 5° em ambas defasagens angulares α_{on} e α_{off} .

Figura 16 – Gráfico de acionamento de uma fase da MRV com comutação suave



Fonte: Adaptada de Silva (2017).

2.6 MRV estudada em bancada

A máquina utilizada para ensaios experimentais tem 6 polos no estator e 4 no rotor, em que denomina-se MRV 6/4. É trifásica, possui tensão nominal de 120 Vcc e corrente nominal de 10 A (OLIVEIRA *et al.*, 2012). A Tabela 1 reúne as principais características elétrica e mecânicas da MRV.

Tabela 1 – Principais características da MRV

Parâmetros	Valores
Potência Nominal (CV)	1
Tensão Nominal (V)	120
Corrente Nominal (A)	10
Velocidade Nominal (rpm)	2000
Número de fases	3
Número de polos do estator	6
Número de polos do rotor	4

Fonte: Adaptada de Oliveira *et al.* (2012).

2.6.1 Identificação dos parâmetros mecânicos

Os parâmetros mecânicos são essenciais para que se possa analisar o comportamento da velocidade angular da máquina quando se aplica cargas ao eixo. A relação entre o conjugado e a velocidade pode ser calculado pela Equação (2.14) (KRAUSE *et al.*, 2013):

$$T_{em} - T_L = J \frac{d\omega}{dt} + B\omega, \quad (2.14)$$

sendo, respectivamente, T_{em} e T_L os conjugados eletromagnético e da carga em N.m, J o momento de inércia do eixo e da carga acoplada, em $kg.m^2$, B o coeficiente de amortecimento, em $N.m.s$, ω a velocidade angular do rotor em rad/s e $d\omega/dt$ a taxa de variação da velocidade.

Para identificar os parâmetros do momento de inércia e coeficiente de amortecimento, a máquina foi acionada em vazio até atingir a velocidade de 1000 rpm (104,7 rad/s). Uma vez que a operação em regime permanente foi estabelecida, desenergizou-se a máquina e coletou-se de velocidade e tempo (SILVA, 2017). A Figura 17 mostra o gráfico dos dados coletados de velocidade e corrente no tempo.

2.6.1.1 Cálculo do coeficiente de amortecimento

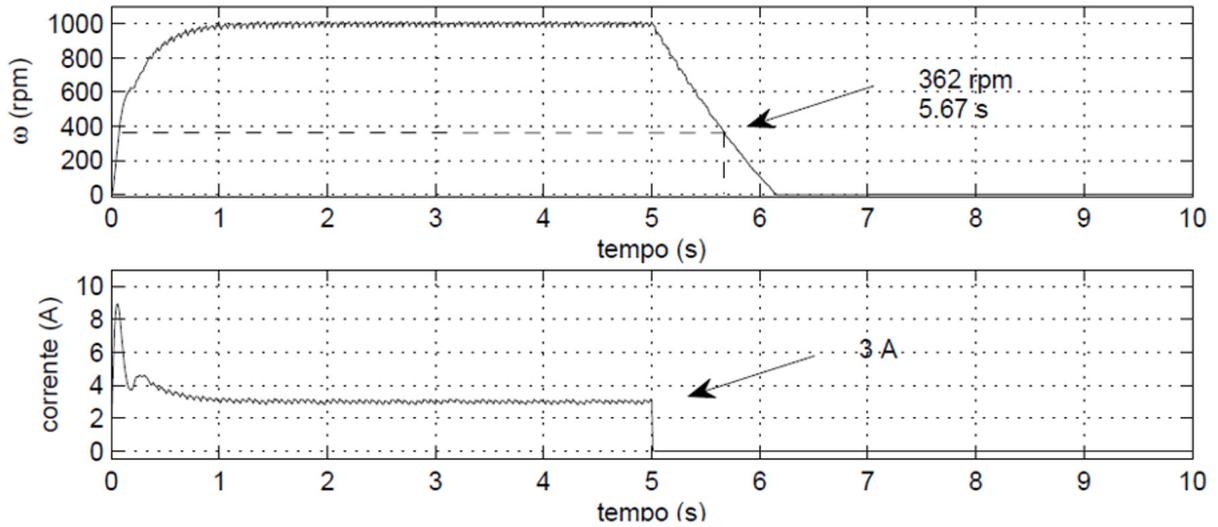
Para encontrar o valor do coeficiente de amortecimento B , mantém-se a máquina sem carga e em funcionamento (regime permanente), uma vez que a componente $d\omega/dt$ da Equação (2.14) é nula nesta condição. Desta forma, a Equação (2.14) pode ser escrita como:

$$T_{em} = B\omega. \quad (2.15)$$

Logo, em posse da corrente e da taxa de variação de indutância k_L calculado em (2.13), pode-se encontrar o coeficiente de amortecimento B a partir da Equação (2.16):

$$B = \frac{T_{em}}{\omega} = \frac{\frac{1}{2} \cdot k_L \cdot i^2}{\omega} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0,023 \cdot 3^2}{104,7} = 0,98 \cdot 10^{-3} N.m.s. \quad (2.16)$$

Figura 17 – Identificação da constante de tempo mecânica



Fonte: (SILVA, 2017)

2.6.1.2 Cálculo do momento de inércia

O momento de inércia J pode ser calculado durante o procedimento de desenergização, em que a máquina, que opera à velocidade angular de 1000 rpm , leva $\tau = 0,67\text{ s}$ para atingir a velocidade de 362 rpm , que equivale a $63,2\%$ da velocidade inicial do ensaio. Como a máquina não produz conjugado eletromagnético após a desenergização, a Equação (2.14) pode ser simplificada à Equação diferencial (2.17):

$$J \frac{d\omega}{dt} + B\omega = 0. \quad (2.17)$$

Substituindo os valores já conhecidos anteriormente e resolvendo a equação diferencial, tem-se:

$$\omega = \omega_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (2.18)$$

sendo τ a relação entre o momento de inércia J e o coeficiente de amortecimento B . Logo, encontra-se o momento de inércia J da seguinte forma:

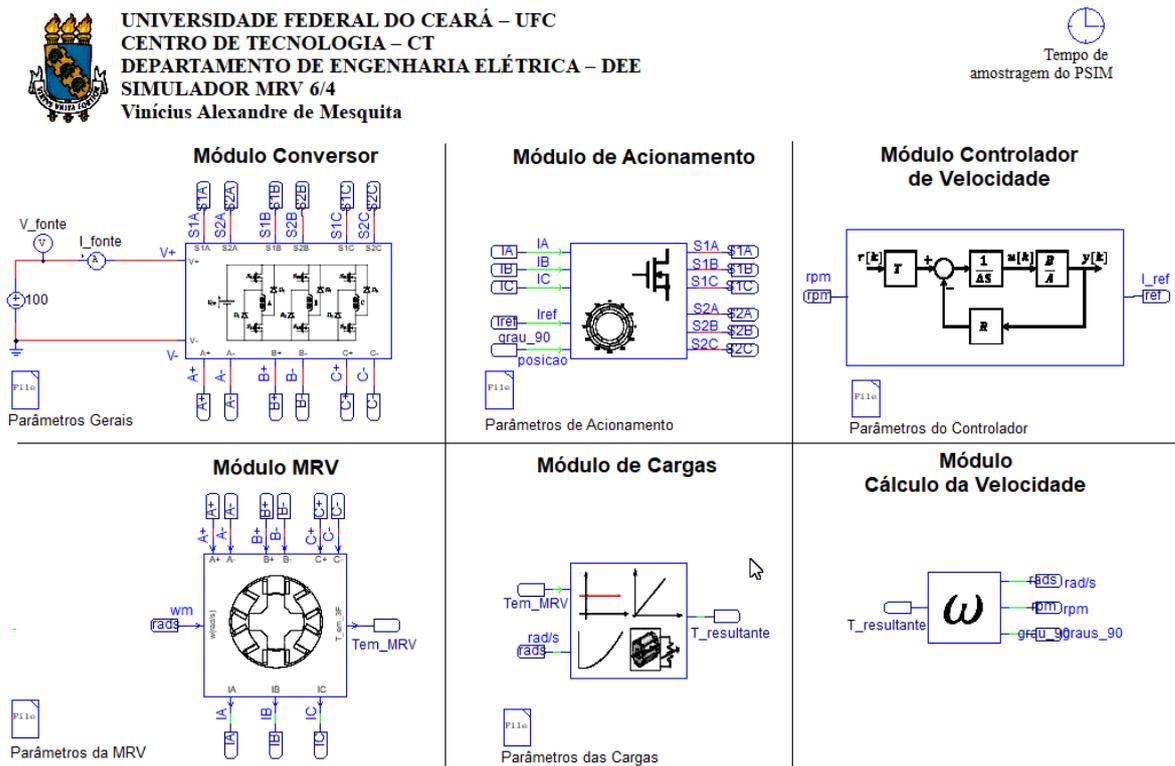
$$J = \tau \cdot B = 0,69 \cdot 0,98 \cdot 10^{-3} = 0,66 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2. \quad (2.19)$$

2.6.2 Simulador da máquina

A MRV estudada neste trabalho possui simulação em um *software* destinado ao projeto de circuitos elétricos e eletrônicos que possui um ambiente de desenvolvimento intuitivo,

uma vasta biblioteca de componentes e permite a implementação de controladores analógicos e digitais (TAI; CHENG, 2011). Uma de suas características é a modularização de circuitos, que possibilita a subdivisão do simulador em blocos, torna flexível a interação entre as partes de acionamento e controle e facilita a construção deles. A Figura 18 mostra o simulador desenvolvido em Mesquita *et al.* (2018).

Figura 18 – Visão geral do simulador da MRV



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os módulos de simulação são divididos em: MRV, responsável pelo processamento das variáveis da máquina, como a corrente e tensão em cada fase, cálculo de indutância levando em conta os perfis não lineares, conjugado eletromagnético, discutidos em 2.3, 2.4.2 e 2.4.3; conversor, em que simula-se o conversor de meia ponte assimétrico, visto em 2.5; acionamento, responsável pelo controle de acionamento de cada fase; cargas, que consiste em aplicar diferentes tipos de cargas na ponta do eixo da MRV, como valores constantes e proporcionais à velocidade de forma linear e quadrática; controlador de velocidade, tendo como entrada os valores de velocidade de rotação do eixo da máquina e como saída o sinal de controle de corrente de referência; e o bloco de velocidade, em que é calculado o conjugado resultante e tem como saída as velocidades em rad/s e rpm, bem como a posição angular do eixo.

2.7 Considerações Finais

Este capítulo apresentou o princípio de funcionamento da MRV e a influência das não linearidades inerentes dos perfis de indutância na operação da máquina. Seu estudo é importante para a compreensão da metodologia de controle aplicada que será abordada nos próximos capítulos.

A partir dos aspectos analisados nele, é de suma importância o estudo preliminar do comportamento da MRV sob diferentes condições de operação, dado o perfil não linear da indutância que afeta a forma de acionamento da máquina, que justifica o controle LPV utilizado.

3 METODOLOGIA

O controle adaptativo fornece técnicas de ajuste automático dos parâmetros do controlador em tempo real com o objetivo de atingir ou manter um determinado nível de desempenho do sistema de controle quando a dinâmica do sistema sofre alterações (LANDAU *et al.*, 1998). Desta forma, diversos trabalhos foram desenvolvidos abordando técnicas diferentes de controladores que acompanham às mudanças inerentes ao modelo para que se mantenha a robustez do sistema em malha fechada.

Neste sentido, o cenário dos sistemas LPV se tornou uma abordagem promissora para se trabalhar com sistemas não lineares e que dependem de parâmetros intrínsecos ao modelo, presentes comumente em processos industriais e aplicações mecatrônicas (TÓTH, 2010).

Uma das formas de encontrar os controladores que atendam a requisitos específicos de estabilidade e desempenho desejados para os sistemas LPV é por meio da formulação de um problema em termos de LMI, sendo resolvidos com algoritmos de programação semidefinida.

Este capítulo aborda o estudo dos sistemas LPVs, bem como sua aplicação na identificação dos seus parâmetros em um modelo, a metodologia aplicada para a determinação de um controlador LPV que atenda às condições preestabelecidas de estabilidade e desempenho e o método para resolução deste problema.

3.1 Sistemas Lineares com Parâmetros Variáveis

Os sistemas LPV são vistos como uma relação linear dinâmica entre o sinal de entrada u e a saída y , em que a relação entre eles depende de uma variável externa, chamada parâmetro de *scheduling* θ (TÓTH, 2010). A Figura 19 representa esta relação. A relação pode ser formalizada como uma convolução em termos de u e θ , discretizada no tempo como:

$$y = \sum_{i=0}^{\infty} g_i(\theta) q^i u, \quad (3.1)$$

em que q representa o operador de atraso discreto, sendo $q^i u(k) = u(k+i)$ e $q^{-i} u(k) = u(k-i)$, $u: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}^{n_u}$ é a entrada discreta no tempo, $y: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$ é a saída discreta no tempo e $\theta: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{P}$ é o parâmetro de *scheduling* que possui o espaço $\mathbb{P} \subseteq \mathbb{R}^{n_p}$. Os coeficientes g_i da Equação (3.1) são funções do parâmetro de *scheduling* e definem a relação dinâmica linear variante entre a entrada u e a saída y . Se as funções g_i são dependentes somente do valor instantâneo do parâmetro de

scheduling, ou seja, $\mathbb{P} \rightarrow \mathbb{R}^{n_{\mathbb{R}} \times n_{\mathbb{Y}}}$, então a função dependente é chamada estática, como segue:

$$y = g_0(\theta(k))u(k) + g_1(\theta(k))u(k-1) + \dots \quad (3.2)$$

O modelo de estrutura LPV também pode ser representado na forma da Equação (3.3) (BAMIEH; GIARRE, 2002):

$$y = - \sum_{j=1}^{n_a} a_j(\theta)q^{-j}y + \sum_{i=1}^{n_b} b_i(\theta)q^{-i}u + e(k), \quad (3.3)$$

em que $e(k)$ equivale ao erro de estimação do modelo e $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_p]$ o vetor de parâmetros de *scheduling*, n_a e n_b as ordens dos polinômios $a_j(\theta)$ e $b_i(\theta)$.

Neste trabalho adota-se apenas um parâmetro de *scheduling* θ para o vetor de parâmetros θ , portanto, sendo um escalar. Para facilitar a leitura, admite-se que $\theta(k) := \theta$, embora o parâmetro de *scheduling* seja uma medição. Desta forma, os termos $b_i(\theta)$ e $a_j(\theta)$ podem ter dependência polinomial em θ :

$$b_i(\theta) = b_{i1} + b_{i2}\theta + \dots + b_{iN}\theta^{N-1}, \quad (3.4)$$

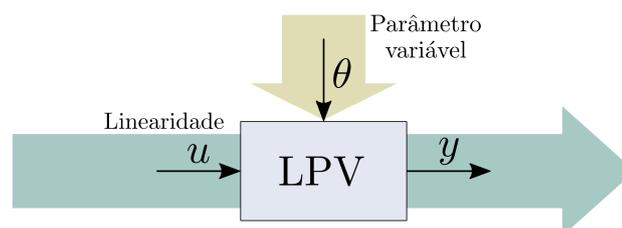
$$a_j(\theta) = a_{j1} + a_{j2}\theta + \dots + a_{jN}\theta^{N-1}, \quad (3.5)$$

sendo $i = 1, 2, \dots, n_b$ e $j = 1, 2, \dots, n_a$ e N a ordem do parâmetro variante. Para $N = 1$, observa-se a forma do modelo linear discreto autorregressivo com entradas exógenas, do inglês *Autoregressive with exogenous Input* (ARX). Para $N = 2$, tem-se uma função afim com dependência do parâmetro variante θ .

Pode-se ainda descrever o sistema representado na Equação (3.3) pela forma de função de transferência, conforme a Equação (3.6):

$$G(q^{-1}, \theta) = \frac{B(q^{-1}, \theta)}{A(q^{-1}, \theta)} = \frac{b_1(\theta)q^{-1} + b_2(\theta)q^{-2} + \dots + b_{n_b}(\theta)q^{-n_b}}{1 + a_1(\theta)q^{-1} + a_2(\theta)q^{-2} + \dots + a_{n_a}(\theta)q^{-n_a}}. \quad (3.6)$$

Figura 19 – Relação de entrada e saída de um sistema LPV



Fonte: Adaptada de (TÓTH, 2010).

3.2 Identificação de parâmetros de sistemas LPV

A identificação do modelo LPV consiste na estimação dos parâmetros a_i e b_i presentes nas Equações (3.4) e (3.5) a partir dos valores de entrada e saída medidos do sistema. Para tanto, utiliza-se a abordagem de identificação pelo método do mínimo erro médio quadrático, do inglês *Least Mean Squares* (LMS), utilizada por Bamieh e Giarre (2002). Portanto, para que seja estabelecido o entendimento dos conceitos utilizados, algumas considerações preliminares devem ser discutidas.

Definição 3.2.1 *Dada duas matrizes A e B de dimensões iguais, o produto interno é definido por:*

$$\langle A, B \rangle := \text{tr}(A^* B), \quad (3.7)$$

sendo tr o traço e A^* o complexo conjugado transposto da matriz em questão.

Definição 3.2.2 (Propriedade da derivada do traço) *Dada duas matrizes A e B de dimensões iguais, tem-se que a derivada com relação a A do traço do complexo conjugado transposto de A multiplicado por B será:*

$$\frac{d}{dA} \text{tr}(A^* B) = B. \quad (3.8)$$

A matriz Θ de coeficientes, com dimensão $n \times N$ ($n = n_a + n_b$), é composta pelos termos do modelo que devem ser estimados e é descrita da seguinte forma:

$$\Theta = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n_a 1} & \cdots & a_{n_a N} \\ b_{11} & \cdots & b_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n_b 1} & \cdots & b_{n_b N} \end{bmatrix}_{n \times N}. \quad (3.9)$$

O vetor $\phi(k)$ concatena na forma de coluna os valores medidos de saída y e entrada u do modelo a ser estimado, enquanto o vetor linha $\pi(k)$ possui os valores dos parâmetros de *scheduling* medido. Logo, após a multiplicação destas matrizes, tem-se a matriz de regressores

Ψ , conforme disposta na Equação (3.10):

$$\Psi(k) = \phi(k)\pi(k) = \begin{bmatrix} -y(k-1) \\ \vdots \\ -y(k-n_a) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-n_b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \theta & \theta^2 & \dots & \theta^{N-1} \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

É válido ressaltar que os valores da matriz Ψ são conhecidos, pois foram obtidos por meio de medições realizadas no sistema submetido a determinadas condições de operação.

Com base nas Equações (3.9) e (3.10), e aplicando a propriedade de (3.7), a saída do modelo é equivalente ao produto interno de Θ e Ψ pode ser obtida por:

$$y(k) = \langle \Theta, \Psi(k) \rangle = \text{tr}(\Theta^* \Psi(k)). \quad (3.11)$$

3.2.1 Algoritmo de identificação do modelo

Para que seja implementado o algoritmo de identificação do modelo, é importante definir as funções que serão utilizadas no cálculo de minimização do erro de predição. Neste sentido, considera-se o erro de predição ε :

$$\varepsilon(k, \hat{\Theta}) = y(k) - \hat{y}(k) = y(k) - \langle \hat{\Theta}, \Psi(k) \rangle = y(k) - \text{tr}(\hat{\Theta}^* \Psi(k)), \quad (3.12)$$

sendo $\hat{\Theta}$ a matriz de parâmetros estimados.

Considerando a função custo a ser minimizada como o Erro Médio Quadrático, do inglês *Mean Square Error* (MSE), tem-se:

$$J(\Theta) = \frac{1}{T} \sum_{k=0}^T E\{\varepsilon(k, \Theta)^2\}. \quad (3.13)$$

Com o objetivo de minimizar a função custo, utiliza-se o método do gradiente descendente, resultando num valor menor de J a cada iteração, e é descrito por:

$$\delta \hat{\Theta} = \hat{\Theta}(k) - \hat{\Theta}(k-1) = -\frac{1}{2} \sigma g(\hat{\Theta}(k-1)), \quad (3.14)$$

em que σ é o tamanho do passo e o termo $g(\hat{\Theta}(k-1))$ equivale ao gradiente de MSE:

$$g(\Theta) = \frac{dJ(\Theta)}{d\Theta}. \quad (3.15)$$

O método LMS é uma aproximação instantânea de MSE. Logo, tem-se que a Equação (3.13) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$J(\Theta) = \varepsilon(k, \Theta)^2. \quad (3.16)$$

Portanto, aplicando a função LMS de (3.16) na Equação (3.14) de atualização dos parâmetros, tem-se:

$$\hat{\Theta}(k+1) = \hat{\Theta}(k) - \frac{1}{2} \sigma \left(\frac{d}{d\Theta} \varepsilon(k, \Theta)^2 \right) \Bigg|_{\Theta=\hat{\Theta}(k)}. \quad (3.17)$$

Aplicando a propriedade (3.8) no último termo da Equação (3.17) e desenvolvendo este, calcula-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sigma \frac{d}{d\Theta} (\varepsilon(k, \Theta)^2) &= \sigma \left(\varepsilon \frac{d}{d\Theta} (y(k) - tr(\Theta^* \Psi(k))) \right) \\ &= -\sigma \varepsilon \Psi(k). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Logo, a Equação (3.17) se resume à seguinte forma que pode facilmente ser implementada em algoritmo:

$$\hat{\Theta}(k+1) = \hat{\Theta}(k) + \sigma \varepsilon \Psi(k). \quad (3.19)$$

Para efeito de inicialização do algoritmo, a matriz dos parâmetros estimados $\hat{\Theta}$ inicia com zeros em todos os elementos, ou seja, uma matriz nula. Com o objetivo de se obter melhores resultados dos parâmetros estimados, implementou-se um *loop* externo para que o programa possa reiniciar o processo iterativo com a matriz $\hat{\Theta}$ obtida no resultado anterior, após varrer todos os dados obtidos em batelada. A quantidade de vezes que o *loop* é executado é indicado pela variável m .

Destaca-se ainda que neste trabalho empregou-se a abordagem disposta em NOGUEIRA (2012), o qual utiliza o valor do passo σ variante para todo o processo iterativo do algoritmo, a despeito da técnica usada por Bamieh e Giarre (2002), que considera σ constante para toda iteração. Neste sentido, a Equação para determinação σ obedece à seguinte função linear:

$$\sigma(k_m) = \sigma_i - \left(\frac{k_m}{mT_a} (\sigma_i - \sigma_f) \right) \quad (3.20)$$

em que σ_i e σ_f são, respectivamente, os passos inicial e final, T_a é o total de amostras coletadas e k_m é um índice que percorre toda a iteração, ou seja, todo o *loop*, diferente do índice k , que percorre apenas as amostras coletadas, indo até T_a .

Devido a estimação da batelada de dados se dar de forma paralela, pois utiliza sinais de entrada e saída para diferentes θ , e por atualizar a mesma matriz num *loop* que ocorre m vezes, o algoritmo é chamado de LMS paralelo ou, em inglês, *Parallel Least Mean Squares* (PLMS).

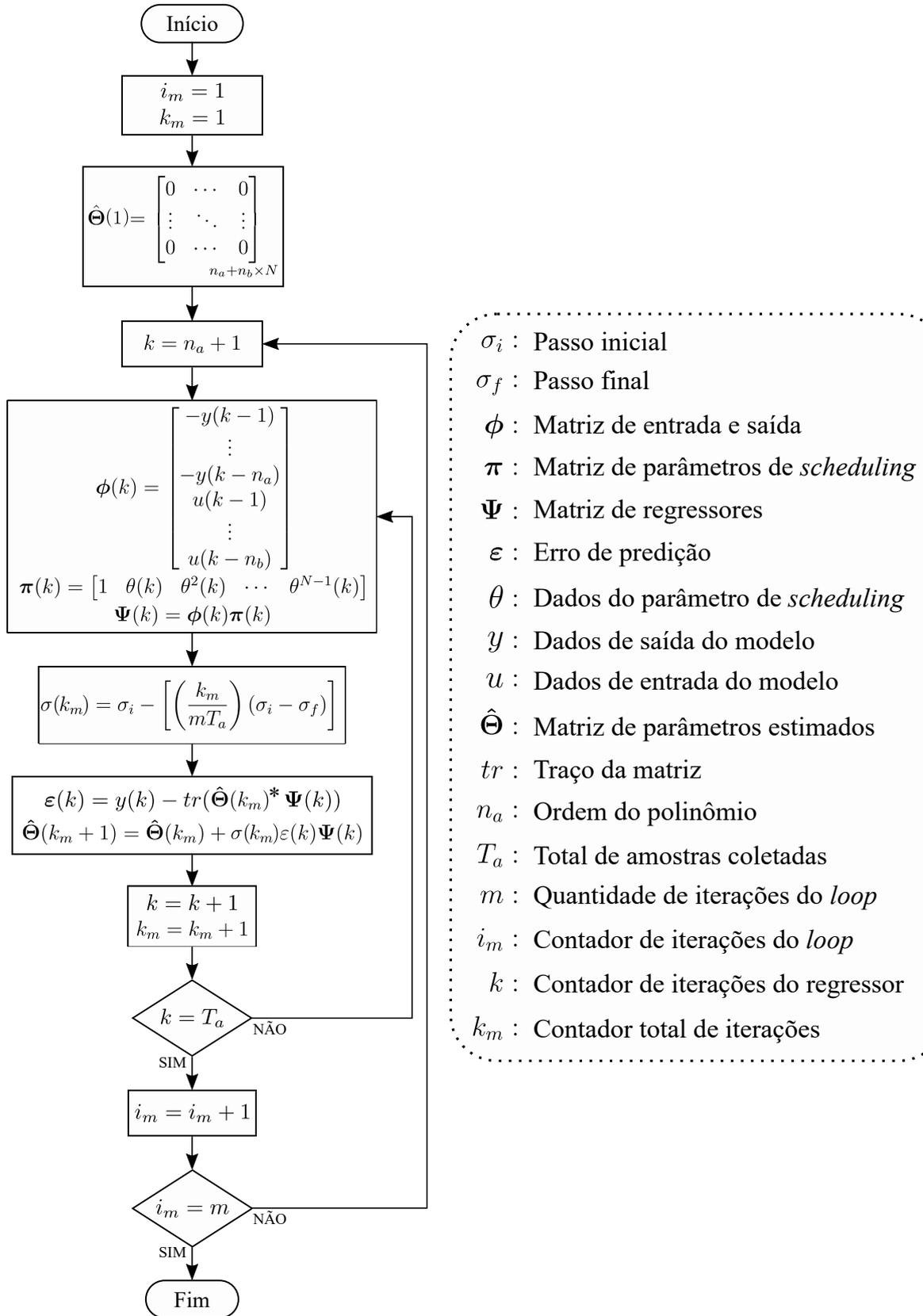
Desta maneira, observa-se que no caso da escolha do passo inicial maior que o final, obtém-se um *sigma* decaindo durante todo o processo iterativo do algoritmo, auxiliando na minimização do erro. Caso os valores inicial e final escolhidos sejam iguais, remete-se à técnica utilizada por Bamieh e Giarre (2002) que considera o valor de σ constante durante todo o processo iterativo do algoritmo.

O algoritmo foi implementado no *MATLAB*[®] e consiste, de forma simplificada, nos seguintes passos:

1. Determina-se os dados de entrada do algoritmo, como as ordens n_a e n_b dos polinômios $A(q^{-1}, \theta)$ e $B(q^{-1}, \theta)$, a ordem N da função do parâmetro de *scheduling*, bem como os valores dos passos inicial σ_i e final σ_f e a quantidade de *loop's* m a serem realizados;
2. Inicializa-se os valores de k_m , i_m (contador do *loop*), ϕ , π e $\hat{\Theta}$;
3. Inicializa-se os valores de k
 $k = n_a + 1$;
4. Atualiza-se a matriz de regressores Ψ
 $\Psi(k) = \phi(k)\pi(k)$;
5. Calcula-se o passo σ
 $\sigma(k_m) = \sigma_i - \left(\frac{k_m}{mT_a}(\sigma_i - \sigma_f)\right)$;
6. Atualiza-se o erro de predição ε
 $\varepsilon(k) = y(k) - tr(\hat{\Theta}^* \Psi(k))$;
7. Estima-se a matriz dos parâmetros $\hat{\Theta}$:
 $\hat{\Theta}(k_m + 1) = \hat{\Theta}(k_m) + \sigma(k_m)\varepsilon(k)\Psi(k)$;
8. Incrementa-se os valores de k e k_m ;
9. Caso k seja menor que T_a , retorna ao passo 4.;
10. Incrementa-se i_m ;
11. Caso i_m seja menor que m , reinicia-se k e retorna ao passo 3.

A Figura 20 ilustra o fluxograma simplificado do algoritmo de identificação do sistema implementado no *MATLAB*[®].

Figura 20 – Fluxograma do algoritmo de identificação do modelo LPV



Fonte: Elaborada pelo autor.

3.3 Estrutura RST do Controlador LPV

Considere o sistema LPV em malha fechada mostrado pela Figura 21, em que $G(q^{-1}, \theta)$ é a planta a ser controlada e $K(q^{-1}, \theta)$ é o controlador, ambos dependentes do parâmetro de *scheduling* θ , representado por:

$$K(q^{-1}, \theta) = \frac{R(q^{-1}, \theta)}{S(q^{-1}, \theta)}, \quad (3.21)$$

sendo os polinômios $R(q^{-1}, \theta)$ e $S(q^{-1}, \theta)$ representados pelas Equações (3.22) e (3.23):

$$R(q^{-1}, \theta) = r_0(\theta) + r_1(\theta)q^{-1} + \dots + r_{n_r}(\theta)q^{-n_r}, \quad (3.22)$$

$$S(q^{-1}, \theta) = 1 + s_1(\theta)q^{-1} + \dots + s_{n_s}(\theta)q^{-n_s}. \quad (3.23)$$

A ordem dos polinômios $R(q^{-1}, \theta)$ e $S(q^{-1}, \theta)$ é representada pelos índices n_r e n_s , respectivamente. A Figura 21 exemplifica a estrutura utilizada. Os termos $r_i(\theta)$, $s_j(\theta)$ presentes nas Equações (3.22) e (3.23) são descritos pelas Equações (3.24) e (3.25):

$$r_i(\theta) = r_{i1} + r_{i2}\theta + \dots + r_{iN}\theta^{N-1}, \quad i = 0, \dots, n_r \quad (3.24)$$

$$s_j(\theta) = s_{j1} + s_{j2}\theta + \dots + s_{jN}\theta^{N-1}, \quad j = 1, \dots, n_s \quad (3.25)$$

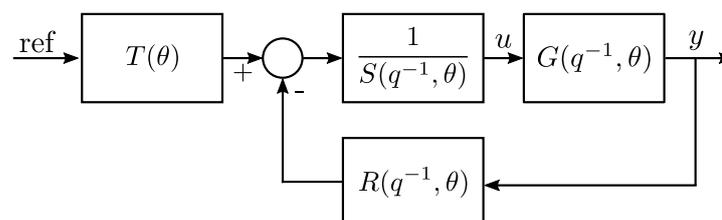
em que r_i e s_j são funções fixas dependentes do parâmetro de *scheduling* θ , sendo este o mesmo da Equação (3.30). A estrutura RST-LPV da Figura 21 ainda conta com um bloco do controle com o termo $T(\theta)$, em que:

$$T(\theta) = \sum_{i=0}^{n_r} r_{i1} + \sum_{i=0}^{n_r} r_{i2}\theta + \dots + \sum_{i=0}^{n_r} r_{iN}\theta^{N-1}. \quad (3.26)$$

O sistema em malha fechada discretizado no tempo com o controlador $K(q^{-1}, \theta)$ é expresso na forma:

$$G_{mf}(q^{-1}, \theta) = \frac{N(q^{-1}, \theta)}{D(q^{-1}, \theta)} = \frac{B(q^{-1}, \theta)R(q^{-1}, \theta)}{A(q^{-1}, \theta)S(q^{-1}, \theta) + B(q^{-1}, \theta)R(q^{-1}, \theta)}. \quad (3.27)$$

Figura 21 – Diagrama de blocos com a estrutura RST



Fonte: Adaptada de (TÓTH, 2010).

Portanto, visando a garantia da estabilidade e o desempenho do sistema em malha fechada com variação dos parâmetros, objetiva-se encontrar um controlador na forma $K(q^{-1}, \theta)$ e que dependa explicitamente do parâmetro de *scheduling* θ .

3.4 Desigualdades Matriciais Lineares

Em busca de outros métodos de resolução para os problemas de controle robusto, diversos pesquisadores publicaram trabalhos nos últimos anos com abordagens diferentes da solução analítica. Dentre os métodos estudados, um bastante explorado foi a solução do problema por meio de otimização numérica, possuindo variáveis de decisão e restrições (OLIVEIRA, 2006). Deste modo, os parâmetros do controlador são considerados variáveis de decisão. Já as especificações de desempenho e demais condições do sistema em malha fechada, como estabilidade e desempenho, são consideradas restrições do problema.

Graças ao aprimoramento da tecnologia computacional foi possível o aperfeiçoamento do processamento de cálculos numéricos utilizados em métodos de otimização. Neste contexto, surgiram diversas ferramentas computacionais para a formulação de problemas de controle robusto, dentre os quais destaca-se a resolução do problema por LMI.

Nos sistemas de controle, diversos artigos foram publicados tomando como base a solução de uma LMI na determinação do controlador, como o projeto de controladores robustos por alocação de polos por regiões no tempo contínuo (CHILALI *et al.*, 1999), bem como no caso discretizado no tempo (HYPIUSOVÁ; ROSINOVÁ, 2019), aplicação de LMI no estudo de controladores obtidos por representações do tipo Transformação Linear Fracionária (LU; DOYLE, 1992), o desenvolvimento de ferramentas computacionais para o estudo de LMI (GAHINET *et al.*, 1994), dentre vários outros.

Segundo Boyd *et al.* (1994), uma LMI é expressa da seguinte forma:

$$F(x) \triangleq F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0, \quad (3.28)$$

em que $x \in \mathbb{R}^m$ é um vetor com m variáveis de decisão, $F \in \mathbb{R}^{m \times m}$ são matrizes simétricas de índices $i = 1, \dots, m$. A desigualdade descrita em (3.28) pelo sinal $>$ significa que $F(x)$ é definida positiva, ou seja, quando satisfeita esta condição, todos os autovalores de $F(x)$ são positivos.

Em aplicações envolvendo sistemas LPV, as LMI's possuem matrizes F que são funções dependentes dos parâmetros θ , também conhecida como LMI parametrizada, em inglês

Parametrized Linear Matrix Inequalities (PLMI). A Equação (3.28) pode ser reescrita na forma:

$$F(x(\theta)) \triangleq F_0(\theta) + \sum_{i=1}^m x_i F_i(\theta) > 0, \quad \forall \theta \in \Omega \quad (3.29)$$

em que o parâmetro θ pertence ao conjunto semialgébrico Ω definido por (3.30):

$$\Omega = \{\theta \in \mathbb{R}^p : g_i(\theta) \geq 0, i = 1, \dots, r\}, \quad (3.30)$$

em que $g_i(\theta)$ é o polinômio dependente de θ .

A solução do problema proposto em (3.29) é de difícil implementação, uma vez que as condições da PLMI devem ser satisfeitas para todo θ do conjunto Ω , ou seja, um conjunto infinito de LMI's. A seção seguinte discorre sobre métodos de resolução do problema da PLMI.

3.5 Condições de Estabilidade e desempenho \mathcal{H}_∞

Para Dorf e Bishop (2015), a estabilidade de sistemas com realimentação em malha fechada é fundamental para o projeto de sistemas de controle, e está diretamente relacionada com a posição das raízes da equação característica da função de transferência do sistema.

Para o caso no tempo contínuo, o sistema será considerado estável se todos os polos do sistema estão estritamente no semiplano esquerdo do plano- s , ou seja, todos os polos têm parte real negativa. Em sistemas discretizados no tempo, o sistema é dito assintoticamente estável se todos os polos estão no interior do círculo unitário do plano complexo z .

3.5.1 Condições de estabilidade

De acordo com Henrion *et al.* (2001, p. 5), é possível ainda delimitar a região de estabilidade para condições mais específicas, como círculos que confinam um ponto de desempenho específico, por exemplo. Tal método é denominado estabilidade- \mathcal{D} e versa que o sistema é \mathcal{D} -estável caso os polos de um polinômio característico estiver em uma região \mathcal{D} (HENRION *et al.*, 2001).

Teorema 3.5.1 *Dado um polinômio discretizado e estável C , o polinômio D é estável se existir uma matriz simétrica \mathbf{P} tal que (GILBERT *et al.*, 2007):*

$$C^T D(\theta) + D^T(\theta) C - F(\mathbf{P}) \geq 0, \quad (3.31)$$

em que a função $F(\mathbf{P})$ define a região de estabilidade almejada para o sistema em malha fechada, expressa pela Equação (3.33) (HENRION, 2013):

$$F(\mathbf{P}) = \mathbf{\Pi}_1^T \mathbf{P} \mathbf{\Pi}_1 - \mathbf{\Pi}_2^T \mathbf{P} \mathbf{\Pi}_2, \quad (3.32)$$

sendo os termos $\mathbf{\Pi}_1$ e $\mathbf{\Pi}_2$ definidos por (3.33):

$$\mathbf{\Pi}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Pi}_2 = \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & & 1 \\ & & & & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

3.5.2 Desempenho \mathcal{H}_∞

Admitindo que o polinômio D é perturbado por uma incerteza de norma limitada $D_\Delta = D + \Delta N$ e $\|\Delta\|_\infty \leq \gamma^{-1}$, em que Δ é uma matriz de incertezas e γ é um dado valor escalar positivo que representa o limite superior da norma \mathcal{H}_∞ do sistema. A estabilidade robusta do polinômio D_Δ é equivalente à restrição de desempenho \mathcal{H}_∞ , descrita por (3.34) (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005):

$$\left\| \frac{N}{D} \right\|_\infty < \gamma. \quad (3.34)$$

Desta forma, conforme definido por Gilbert *et al.* (2007), considera-se que o sistema em malha fechada discreto no tempo seja estável e sintetizado como uma LMI parametrizada, PLMI, sendo a norma \mathcal{H}_∞ minimizada para um valor γ em todo $\theta \in \Omega$.

Teorema 3.5.2 *Dado um polinômio estável $C(q^{-1})$, a função de transferência $G_{mf}(q^{-1}, \theta)$ é estável e satisfaz a restrição de desempenho da norma \mathcal{H}_∞ para todo $\theta \in \Omega$ se existir uma matriz simétrica \mathbf{P} e um escalar λ tal que a LMI $L(\mathbf{v}, \theta)$ seja semidefinida positiva:*

$$L(\mathbf{v}, \theta) = \begin{bmatrix} C^T D(\theta) + D^T(\theta) C - F(\mathbf{P}) - \lambda C^T C & N^T(\theta) \\ & N(\theta) & & \lambda \gamma^2 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.35)$$

em que o vetor \mathbf{v} possui as variáveis de decisão, incluindo os parâmetros do controlador, a matriz \mathbf{P} e o escalar λ . A localização pretendida dos polos em malha fechada será determinada pelo termo $C(q^{-1})$, também conhecido como polinômio central.

De modo a garantir que a LMI da Equação (3.35) seja semidefinida positiva para todo $\theta \in \Omega$, tem-se por objetivo encontrar os valores das variáveis de decisão do vetor \mathbf{v} . É válido salientar que o parâmetro de *scheduling* θ se trata de uma restrição do problema, e pode possuir infinitos valores. Por este motivo, a LMI (3.35) pode assumir uma família infinita de convencionais, denominada PLMI, sendo inviável a resolução do problema por meio de cálculo numérico para cada uma.

3.6 Relaxação pelo Método da Soma dos quadrados

Uma das formas de solucionar a PLMI é pelo teste global de positividade, que pode ser relaxado se for possível descrevê-la como uma matriz polinomial na forma de SOS.

A matriz polinomial $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ é considerada SOS se existe uma matriz polinomial $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ tal que:

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}) = \mathbf{T}(\mathbf{x})^T \mathbf{T}(\mathbf{x}), \quad (3.36)$$

em que $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ é descrita por (3.37):

$$\mathbf{T}(\mathbf{x}) = \mathbf{X}_1 u_1(x) + \dots + \mathbf{X}_r u_r(x) = \mathbf{X} \mathbf{U}, \quad (3.37)$$

sendo $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 \dots \mathbf{X}_r]$ e $\mathbf{U} = [Iu_1 \dots Iu_r]$. Logo, $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ pode ser descrito por (3.38):

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}) = \mathbf{U}(\mathbf{x})^T (\mathbf{X}^T \mathbf{X}) \mathbf{U}(\mathbf{x}) = \mathbf{U}(\mathbf{x})^T \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \mathbf{U}(\mathbf{x}), \quad (3.38)$$

em que o termo $\mathbf{Q}(\mathbf{x}) = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$.

O problema da positividade da matriz polinomial $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ pode ser solucionada pela decomposição SOS por meio de *software* por programação semidefinida, do inglês *Semidefinite Programming* (SDP), como as ferramentas computacionais *YALMIP* (LOFBERG, 2004) e *SeDuMi* (STURM, 1999). Neste sentido, o Teorema 3.6.2 estabelece o seguinte (SCHERER, 2006):

Teorema 3.6.1 Dado um monômio base $\mathbf{U}(\mathbf{x})$, a matriz $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ é SOS se existir uma matriz $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ tal que:

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}) = \mathbf{U}(\mathbf{x})^T \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \mathbf{U}(\mathbf{x}) \quad e \quad \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \geq 0. \quad (3.39)$$

Considerando agora o caso de uma matriz $\mathbf{M}(\theta)$ dependente do parâmetro de *scheduling* θ , é possível estender a análise da positividade por relaxação, como a PLMI em (3.35), por meio do seguinte Teorema (GILBERT *et al.*, 2007):

Teorema 3.6.2 *Supondo que $L(\mathbf{v}, \theta) \geq 0$ é equivalente a $L(\mathbf{v}, \theta) > 0$, existe \mathbf{v} tal que $L(\mathbf{v}, \theta) > 0$ para todo $\theta \in \Omega$, se e somente se existirem matrizes polinomiais $M_i(\theta)$ na forma SOS tal que:*

$$L(\mathbf{v}, \theta) = M_0(\theta) + \sum_{i=1}^{r+1} g_i(\theta) M_i(\theta), \quad (3.40)$$

sendo as funções $g_i(\theta)$ um espaço que delimita a região dos possíveis valores incertos de θ . Para o caso em estudo, pode-se adotar as seguintes regiões limitantes:

$$g_1(\theta) = \theta_{max} - \theta \geq 0 \quad (3.41)$$

$$g_2(\theta) = \theta - \theta_{min} \geq 0, \quad (3.42)$$

em que θ_{max} e θ_{min} são constantes que delimitam, respectivamente, os valores máximos e mínimos do parâmetro de *scheduling*.

Por se tratar de multiplicadores SOS de ordem fixa, a restrição em que $L(\mathbf{v}, \theta) > 0$ é uma combinação de matrizes polinomiais SOS que pode ser escrita na forma de uma LMI para implementação. Logo, as variáveis de decisão serão \mathbf{v} , assim como matrizes dos multiplicados SOS, com exceção do parâmetro θ (NOGUEIRA, 2012). Percebe-se que com o aumento da ordem dos multiplicadores SOS tem-se uma hierarquia de LMI parametrizadas com tamanho crescente, em que garante-se a solução do problema equivalente, assintoticamente, à da LMI parametrizada da Equação (3.35). A implementação do projeto do controlador LPV foi realizada em *MATLAB*[®] com as ferramentas *YALMIP* (LOFBERG, 2004) e *SeDuMi* (STURM, 1999).

3.7 Considerações Finais

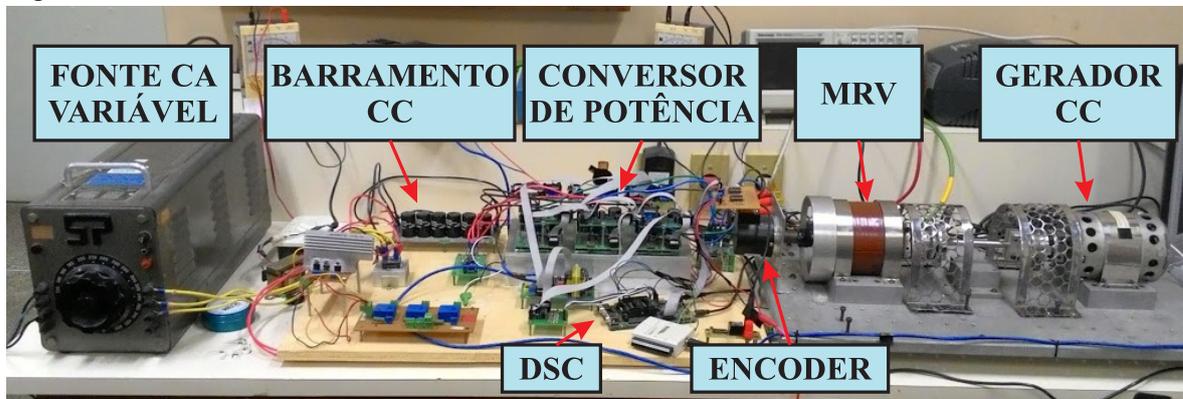
Neste capítulo foram abordados o conceito de sistema LPV, o procedimento para a obtenção dos parâmetros deste modelo em função de um parâmetro de *scheduling* θ no processo de identificação e a estrutura do controlador LPV na topologia RST.

Com base no conhecimento sobre o conceito e estrutura do controlador LPV, foi abordada a metodologia para a resolução do problema do controlador que se busca. Para isso, se inicia explicando as Desigualdades Matriciais Lineares (LMI) necessárias para a formulação do problema semidefinido para solução por meio de otimização convexa. Em seguida, trata-se das condições de estabilidade e de desempenho e, por fim, a Relaxação por Soma dos Quadrados (SOS), método adotado para resolução da PLMI estudada.

4 RESULTADOS

O simulador em que foram obtidos os resultados foi baseado em uma bancada disposta no laboratório do Grupo de Pesquisa em Automação e Robótica (GPAR), e é composta por uma MRV 6/4, um controlador digital de sinais, do inglês *Digital Signal Controller* (DSC), TMS320F28335, um sensor de posição (*encoder*), uma fonte de tensão alternada variável (*varivolt*), um retificador que contém filtro para o barramento CC, um conversor de meia-ponte assimétrico trifásico, conforme mostrado na Figura 15 e um gerador de corrente contínua acoplado ao eixo de saída da MRV. A Figura 22 ilustra toda a bancada.

Figura 22 – Bancada de testes da MRV



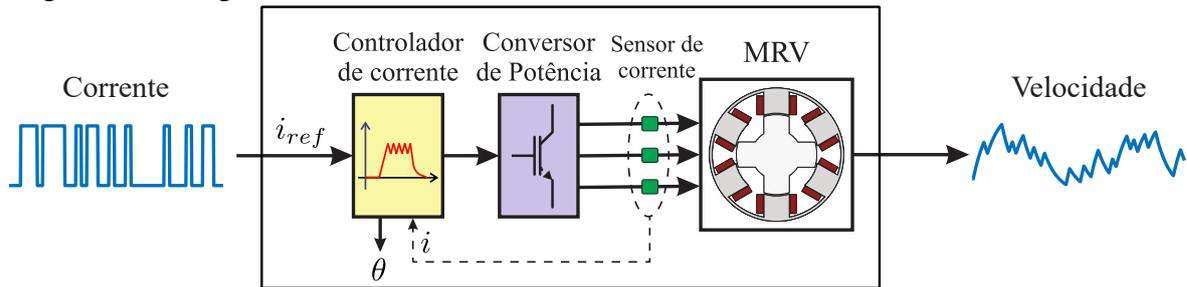
Fonte: Elaborada pelo autor.

A implementação da metodologia discutida no Capítulo 3 foi aplicada no simulador da máquina real, em que consistiu na coleta de dados para a identificação da malha de velocidade do modelo, possibilitando a estimação do modelo LPV. Em posse dos parâmetros, o controlador LPV foi projetado e validado no simulador. A implementação da metodologia na máquina real foi dificultada por conta dos impactos da pandemia de COVID-19.

4.1 Identificação da malha de velocidade

Para a identificação da planta, um sinal de corrente i_{ref} de baixa variação foi aplicado na entrada do sistema e, a partir disso, coletados os dados de velocidade na saída da planta. A Figura 23 ilustra o diagrama do sistema, sendo possível verificar a entrada da planta pela corrente de referência i_{ref} , e a velocidade angular ω como a saída, medida em rotações por minuto (rpm). Ainda, foi aplicado o método de identificação por PLMS apresentado na Seção 3.2, sendo os dados coletados submetidos a um processo de normalização.

Figura 23 – Diagrama do sistema



Fonte: Elaborada pelo autor.

Adotou-se como tempo de amostragem para as malhas de corrente e velocidade, respectivamente, $40\mu s$ e $10ms$. A dinâmica da malha de corrente é 250 vezes mais veloz que de velocidade, não influenciando, portanto, na identificação da malha de velocidade.

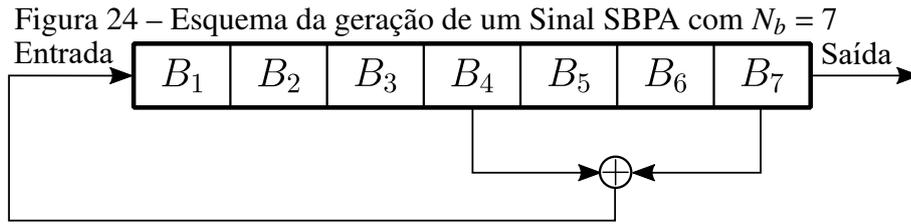
Conforme discutido na seção 2.4.2 e verificado na Figura 13, o nível de corrente tem influência direta sobre os perfis de indutância, causada pela saturação do meio magnético, característica não linear da MRV. Desta forma, definiu-se como medida do parâmetro de *scheduling* θ a corrente normalizada das fases, com a adição de um filtro para atenuar as grandes oscilações nos valores, de modo que o parâmetro de *scheduling* possa capturar a dinâmica da corrente e, como resultado, as mudanças de pontos de operação da MRV. A máquina em estudo possui, conforme mostrado na Tabela 1, corrente nominal equivalente a $10A$ sendo, portanto, o valor de normalização do parâmetro de *scheduling*.

Após alguns testes, foi verificado que existe uma faixa de operação que resulta num sinal de saída (velocidade) satisfatório. Para a máquina, esta faixa foi constatada entre $3A$ e $7A$. Para o ponto de operação acima de $7A$, a velocidade sofre de forma mais acentuada os efeitos da saturação da máquina, desconfigurando a característica LPV presente no sistema. Portanto, o parâmetro de *scheduling* possui como limite inferior $0,3$ e superior $0,7$.

4.1.1 Projeto do sinal SBPA

Com o objetivo de obter a dinâmica do modelo em diferentes pontos de operação, aplicou-se um sinal do tipo Sequência Binário Pseudo-Aleatório (SBPA) como excitação na entrada do sistema, conforme ilustrado na Figura 23. O sinal SBPA é uma sequência de pulsos retangulares com largura modulada, o qual se aproxima a um ruído branco (LANDAU; ZITO, 2007). A Figura 24 exemplifica o esquema de geração de uma SBPA.

No caso mostrado na Figura 24, a SBPA possui $N_b = 7$ células e a geração dos sinais ocorre por meio da operação *XOR* (ou-exclusivo) dos *bits* B_4 e B_7 , sendo o resultado



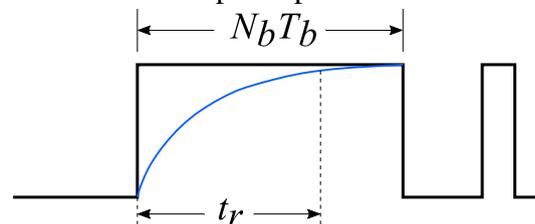
retroalimentado na sequência e deslocando todo o conteúdo para a direita, sendo o *bit* B_7 a saída do sinal. Cada operação possui um tempo T_b e a largura da sequência possui tamanho $2^{N_b} - 1$.

O tempo de *bit* T_b é calculado levando em conta o tempo de subida da planta a ser identificada, uma vez que a duração máxima da aplicação do bit deve ser suficiente para capturar a dinâmica do tempo de subida da planta. A Equação (4.1) resume a sentença anterior. A Figura 25 ilustra a escolha do tempo de *bit* T_b .

$$N_b \cdot T_b > t_r, \quad (4.1)$$

em que t_r é o tempo de subida da planta a ser identificada.

Figura 25 – Escolha da duração máxima do tempo de pulso de *bit*



Fonte: Adaptada de Landau e Zito (2007).

Logo, fez-se necessário conhecer o tempo de subida do modelo a ser identificado para cada ponto de operação. A Figura 26 ilustra a aplicação de degrau de corrente de referência na entrada do sistema para cada ponto de operação, 3 A, 5 A e 7 A, tendo como resposta a dinâmica da velocidade.

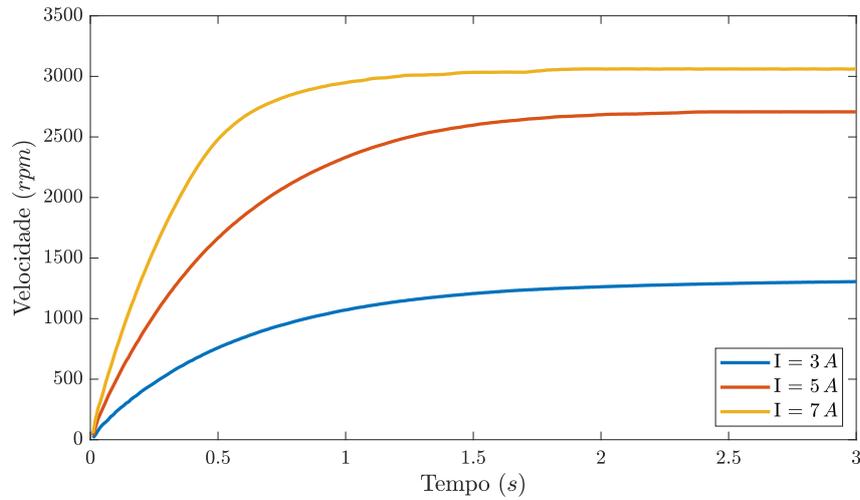
Percebe-se que o tempo de subida do caso mais lento (3 A) fica em torno de 1,5 s. Portanto, admitindo arbitrariamente $N_b = 7$ e utilizando a Equação (4.1), tem-se que $T_b = 214,3 \text{ ms}$.

O cálculo do tempo de subida obedece a seguinte Equação:

$$T_{sim} = 2^{N_b - 1} T_b. \quad (4.2)$$

Desta forma, T_{sim} é equivalente a 55,92 s, pois foram considerados dados para validação.

Figura 26 – Aplicação de degrau para cada ponto de operação

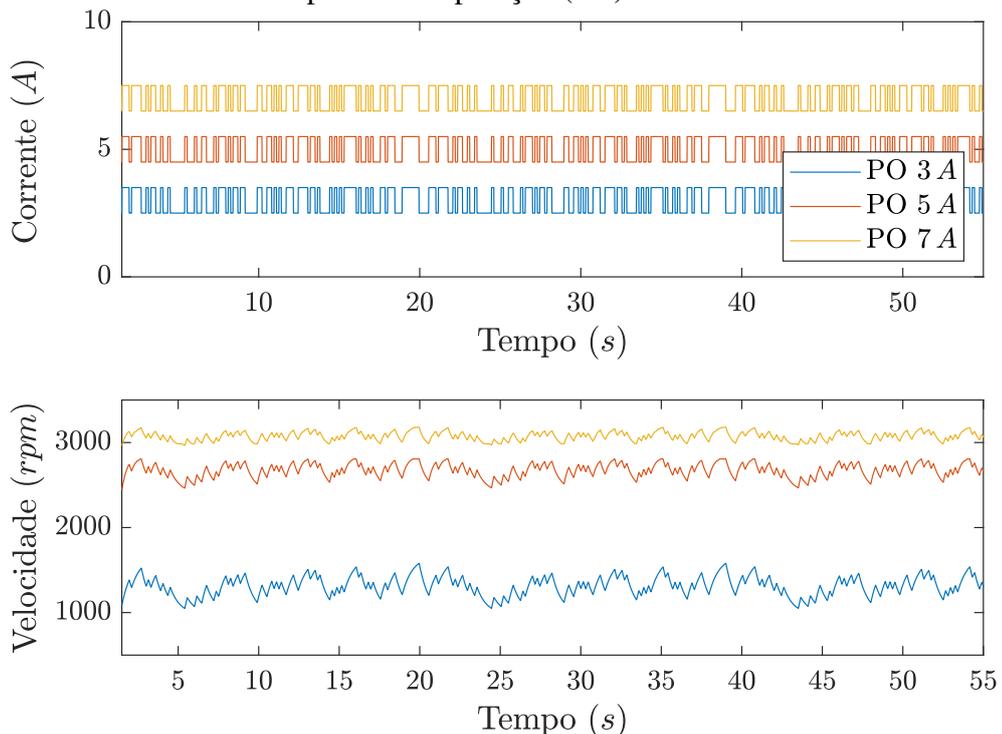


Fonte: Elaborada pelo autor.

4.1.2 Aplicação do método PLMS

O sinal de excitação provocado pela SBPA na amplitude de 0,5 A ocorreu em 3 pontos de operação: 3 A, 5 A e 7 A. A coleta de dados se deu em 1,5 s, após a estabilização da velocidade do rotor da MRV. A Figura 27 ilustra os gráficos dos dados coletados de entrada e saída em diferentes pontos de operação.

Figura 27 – Dados coletados de velocidade e corrente para a identificação em diferentes pontos de operação (PO)



Fonte: Elaborada pelo autor.

Pode-se perceber que a amplitude da velocidade é afetada pela corrente, sofrendo uma diminuição conforme o nível de corrente aumenta. Este comportamento evidencia a diminuição do torque produzido pela máquina causado pelo efeito de saturação do fluxo magnético concatenado conforme a corrente aumenta, mostrado na Figura 13 e na Equação (2.2).

Prosseguindo no processo de normalização, para cada ponto de operação, a média dos dados de velocidade é calculada e subtraída do seu respectivo vetor. Em seguida, os valores são divididos por 300, maior valor observado de todos os pontos de operação após a aplicação das médias. Desta forma, a velocidade é normalizada e varia entre -1 e 1 .

Com o intuito de facilitar a implementação do algoritmo, admitiu-se que $n_a = n_b$. Para encontrar os melhores valores para n_a , n_b e N , foram estimados diferentes modelos e verificados os índices de desempenho para cada valor (TÓTH, 2010), calculados como:

$$id = 100\% \cdot \max\left(1 - \frac{\text{var}(y(k) - \hat{y}(k))}{\text{var}(y(k))}\right), \quad (4.3)$$

em que $y(k)$ é a saída medida, $\hat{y}(k)$ é a saída estimada e var é a variância. A Equação (4.3) calcula a variância explicada entre dois sinais, medindo o percentual de quanto um sinal é similar ao outro. Sendo assim, quanto mais próximo de 100% for o id , mais os sinais são parecidos, enquanto para um baixo percentual os sinais diferem.

Sendo assim, foram testados diferentes valores de n_a e N , bem como foram realizadas diferentes alterações nos passos inicial σ_i e final σ_f e no total de *loops* m para se encontrar os melhores índices de desempenho. A Tabela 2 resume os resultados dos índices de desempenho obtidos para cada n_a e N .

Tabela 2 – Resultados dos índices de desempenho

n_a	N	id
2	3	95,765
1	2	95,694
3	4	95,645
3	3	95,629
2	2	95,617
3	2	95,477

Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir de (3.6), (3.4), (3.5) e (3.20), adotou-se as ordens dos polinômios $n_a = 2$ e $n_b = 2$, a ordem do parâmetro de *scheduling* $N = 3$. Pode-se perceber que os resultados foram bastantes similares, embora os parâmetros fossem alterados. Contudo, optou-se por utilizar o caso que obteve o melhor id .

Após testes práticos, adotou-se os passos inicial $\sigma_i = 0,03$ e final $\sigma_f = 0,001$, e o total de *loops* $m = 50$. Os parâmetros do modelo LPV de velocidade foram identificados após a execução do algoritmo e estão resumidos na Tabela 3.

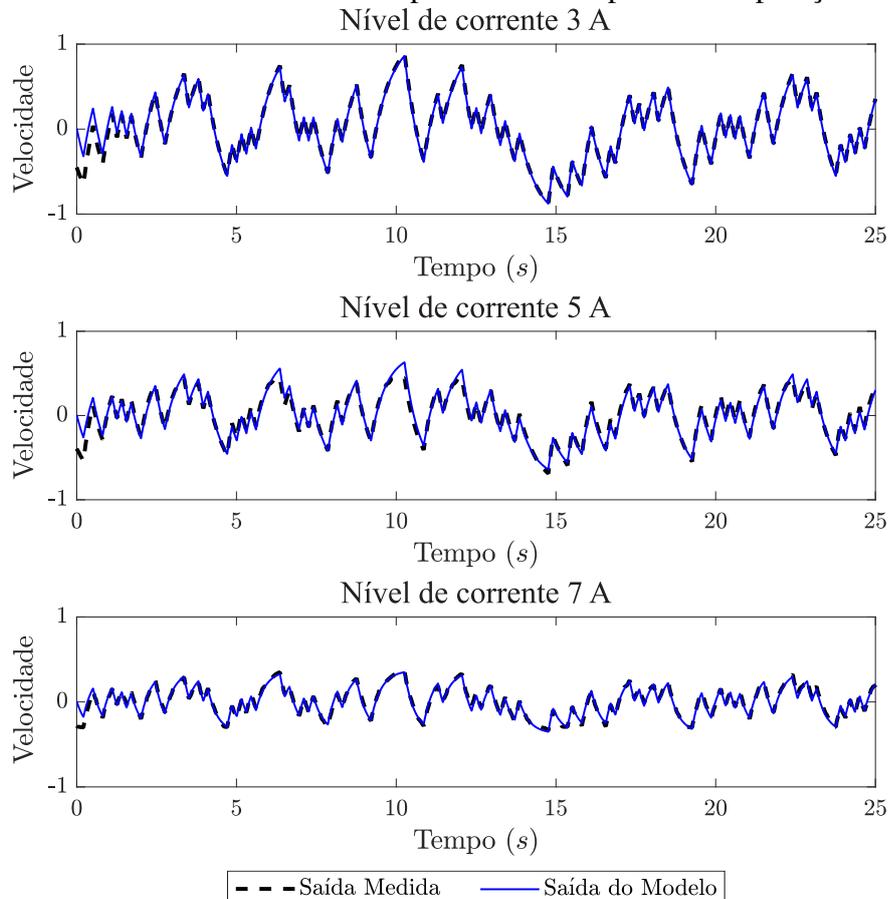
Tabela 3 – Parâmetros estimados do modelo LPV da malha de velocidade

Parâmetros $b_i(\theta)$ e $a_i(\theta)$		
$b_1 =$	0,034127065	$-0,0038440224\theta - 0,026192036\theta^2$
$b_2 =$	0,026418380	$-0,0030837152\theta - 0,018560318\theta^2$
$a_1 =$	$-0,50005699$	$-0,0351372880\theta + 0,044020740\theta^2$
$a_2 =$	$-0,46996513$	$-0,0139930340\theta + 0,057457864\theta^2$

Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 28 ilustra o gráfico de velocidade normalizada que resultou da estimação do modelo para diferentes pontos de operação. Pode-se perceber que o aumento do valor do nível de corrente acarretou a diminuição de amplitude da velocidade, observado também na Figura 27.

Figura 28 – Resultado do modelo identificado com saída de velocidade normalizada para diferentes pontos de operação



Fonte: Elaborada pelo autor.

4.2 Projeto do Controlador LPV de velocidade

O projeto do controlador consiste em formular o problema como uma PLMI e a aplicação da metodologia desenvolvida na Seção 3.5, obtendo assim o controlador LPV na estrutura RST. Para tanto, os critérios de desempenho em malha fechada desejados devem ser especificados para a formulação do polinômio central $C(q^{-1})$, que carrega as características dos polos alvo na PLMI.

Desta forma, determinou-se o tempo de subida $T_s = 90ms$ e sobressinal percentual nulo. A função de transferência para um sistema com estas características de desempenho tem a seguinte forma:

$$G_{des}(s) = \frac{1182,35}{s^2 + 64,47s + 1182,35}. \quad (4.4)$$

A discretização da função de transferência da Equação (4.4) é realizada pelo método do segurador de ordem zero, em inglês *Zero Order Holder* (ZOH). O sistema discretizado fica:

$$H_{des}(q^{-1}) = \frac{0,04777 + 0,03853q^{-1}}{1 - 1,43851q^{-1} + 0,52487q^{-2}}. \quad (4.5)$$

Logo, o polinômio central procurado trata-se da equação característica da Equação (4.5).

$$C(q^{-1}) = 1 - 1,43851q^{-1} + 0,52481q^{-2}. \quad (4.6)$$

No entanto, para que a ordem deste polinômio seja satisfeita na PLMI, é necessário acrescentar polos auxiliares à equação característica de $C(q^{-1})$, de modo que não alterem a dinâmica desejada. Sendo assim, foram adicionados dois polos auxiliares localizados em $p_{aux} = 0,15$ no círculo unitário do plano Z. Portanto, o polinômio central resulta:

$$\begin{aligned} C(q^{-1}) &= (1 - 1,43851q^{-1} + 0,52487q^{-2}) \cdot (1 - 0,15q^{-1})^2 \\ C(q^{-1}) &= (1 - 1,43851q^{-1} + 0,52481q^{-2}) \cdot (1 - 0,3q^{-1} + 0,0225q^{-2}) \\ C(q^{-1}) &= 1 - 1,73851q^{-1} + 0,97886q^{-2} - 0,18981q^{-3} + 0,01181q^{-4}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

É válido ressaltar que o polinômio $S(q^{-1}, \theta)$ possui um filtro $H_s = 1 - q^{-1}$ com efeito integrador, para que o erro seja nulo em estado permanente (LANDAU; ZITO, 2007). Estas condições são todas sintetizadas na PLMI para encontrar o melhor controlador.

O problema da PLMI mostrada na Equação (3.35) também precisa de um valor escalar de γ . No algoritmo foi determinado um valor L_{im} limitante da norma \mathcal{H}_∞ , que é equivalente a γ^{-1} , e quanto menor for o seu valor, mais próximo os polos de malha fechada

ficarão do alvo, dando uma noção de "confinamento", tornando o controlador mais robusto. O valor adotado para L_{im} foi 0,0001.

Após a execução do algoritmo no *software MATLAB*[®] com a ajuda das ferramentas *YALMIP* e *SeDuMi*, o problema foi sintetizado em forma de uma PLMI e otimizado como uma SOS, tendo como resultado os parâmetros do controlador LPV na estrutura RST. Os parâmetros estão presentes na Tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros do controlador LPV de velocidade na estrutura RST

Parâmetros $R_i(q^{-1}, \theta)$, $S_i(q^{-1}, \theta)$ e $T(\theta)$			
$r_0 =$	36,4160	$-25,1072\theta$	$-59,1969\theta^2$
$r_1 =$	$-60,4102$	$+30,9641\theta$	$-84,6391\theta^2$
$r_2 =$	25,6346	$-8,8972\theta$	$+30,2113\theta^2$
$s_1 =$	$-2,2374$	$-0,3420\theta$	$+0,7123\theta^2$
$s_2 =$	1,2374	$+0,3420\theta$	$-0,7123\theta^2$
$t_0 =$	1,6404	$-3,0403\theta$	$+4,7691\theta^2$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Projetou-se 3 controladores convencionais com parâmetros fixos na estrutura RST com o propósito de comparação ao controlador LPV, de modo a atender as condições de operação nos pontos $\theta_1 = 0,3$, $\theta_2 = 0,5$ e $\theta_3 = 0,7$. Os parâmetros foram resumidos na Tabela 5.

Tabela 5 – Parâmetros dos controladores fixos de velocidade na estrutura RST

Local	Parâmetros			
0,3	$R =$	34,0861	$-58,5463q^{-1}$	$+25,6055q^{-2}$
	$S =$	1	$-2,2755q^{-1}$	$+1,2755q^{-2}$
	$T =$	1,1453		
0,5	$R =$	38,5769	$-65,7285q^{-1}$	$+28,5102q^{-2}$
	$S =$	1	$-2,2717q^{-1}$	$+1,2717q^{-2}$
	$T =$	1,3585		
0,7	$R =$	48,1098	$-80,7035q^{-1}$	$+34,4401q^{-2}$
	$S =$	1	$-2,1304q^{-1}$	$+1,1304q^{-2}$
	$T =$	1,8464		

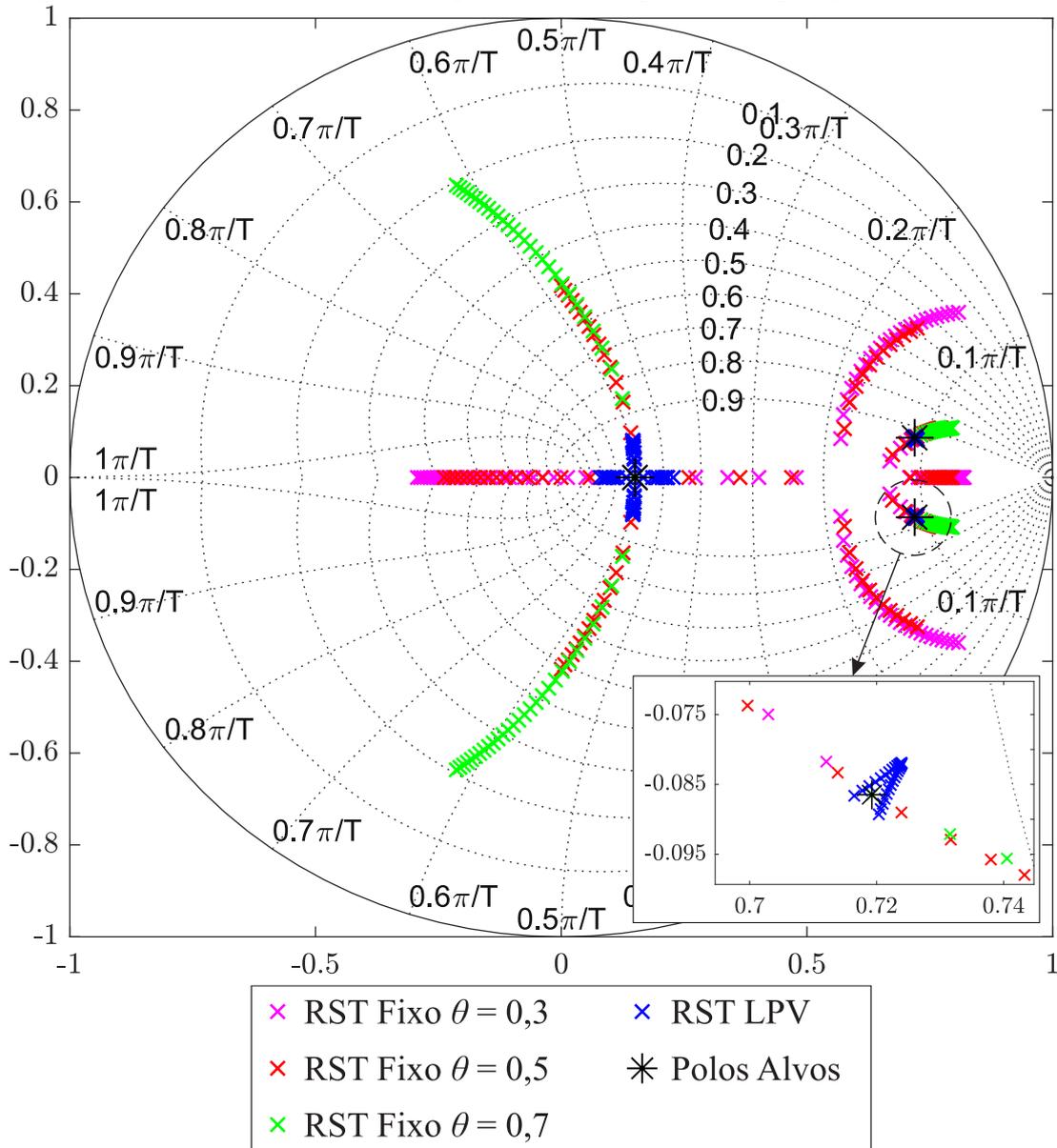
Fonte: Elaborada pelo autor.

4.3 Análise de Resultados

Em posse dos parâmetros dos controladores obtidos após a otimização da PLMI, estes foram implementados no simulador e coletados os dados de velocidade. Em face dos resultados obtidos foi possível traçar algumas análises.

Em princípio, no *software MATLAB*[®] foram verificados os polos de malha fechada da planta sujeita à variação do parâmetro de *scheduling*, em que θ variou entre 0,3 e 0,7 em um intervalo de 30 pontos, tanto para os controladores de parâmetros fixos quanto para o LPV. A Figura 29 mostra a localização dos polos no plano Z.

Figura 29 – Polos de malha fechada para diferentes pontos de operação $\theta \in [0,3 \dots 0,7]$



Fonte: Elaborada pelo autor.

É possível perceber que os polos dominantes do sistema em malha fechada para o caso dos controladores convencionais de parâmetros fixos sofrem bastante variação quando há variação do ponto de operação, se distanciando do polo alvo.

A mesma situação não é observada para o caso do controlador LPV, em que os polos permanecem bem próximos ao polo alvo conforme ocorre a variação do ponto de operação,

transmitindo a noção de confinamento dos polos do sistema no alvo. A mínima variação dos polos só é detectada quando a visão é ampliada no ponto, não afetando tanto a resposta dinâmica do sistema. Em análise aos polos auxiliares, embora não influencie tanto na dinâmica do sistema, o controlador LPV demonstra uma menor variação comparado aos demais controladores, sendo a maior dispersão de pontos para o caso de $\theta = 0,7$.

Já no *software PSIM* foram implementados os controladores convencionais e LPV no simulador da MRV. O tempo total de simulação foi de 3 s. Para verificar o comportamento da partida do motor, inicialmente foi determinado que a velocidade de referência fosse de 1000 rpm (104,71 rad/s) e, para o seguimento de referência, após 1 s foi incrementada a referência em 100 rpm (10,47 rad/s).

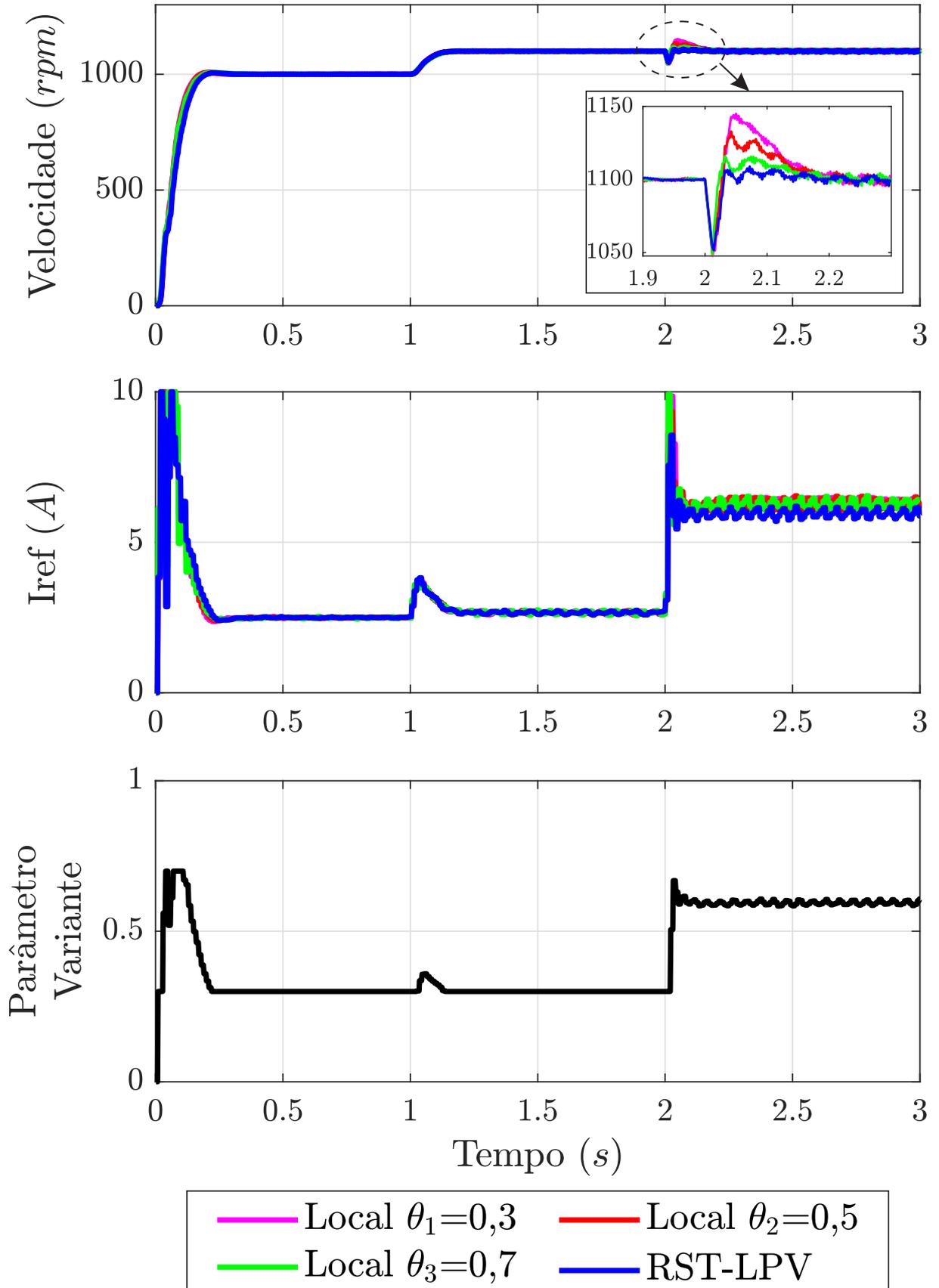
Para analisar o desempenho do sistema quando submetido à perturbação, no instante 2 s é aplicada uma carga de 0,33 N.m à ponta do eixo da MRV. A Figura 30 ilustra os resultados obtidos no simulador para os controladores convencionais e LPV, sendo a velocidade a saída do sistema, a corrente I_{ref} o sinal de controle e o parâmetro de *scheduling* (variante) demonstrado no terceiro gráfico, sendo limitado entre 0,3 a 0,7.

No gráfico de velocidade é possível perceber que o desempenho dos controladores no momento da partida é bastante similar. Com incremento de carga e o aumento da corrente como consequência, o ponto de operação acompanha a mudança de corrente, adequando melhor o controlador a esta condição.

O controlador LPV se destaca frente aos demais quando houve a rejeição de perturbação no instante 2 s, mostrado na ampliação do gráfico de velocidade na Figura 30. É válido ainda observar que o comportamento dos controladores convencionais de parâmetros fixos é condizente com seu projeto, uma vez que o parâmetro de *scheduling* está próximo de 0,7, o controlador convencional para este ponto de operação, representado pela linha verde, possui rejeição que mais se aproxima do ótimo resultado do LPV. Já o controlador projetado para o ponto 0,5 possui uma rejeição inferior, seguido do controlador para a condição 0,3.

Portanto, fica evidenciado o melhor desempenho do controlador LPV observado nos gráficos dos resultados de velocidade. Isso era aguardado porque o gráfico do plano Z, ilustrado na Figura 29, demonstrou a pouca variação dos polos dominantes do sistema em malha fechada com o controlador LPV quando submetido à mudança dos pontos de operação, comprovando a sua característica de adaptação às mudanças no modelo, o que não ocorreu para os controladores convencionais.

Figura 30 – Resultados de simulação aplicando-se os controladores fixos e LPV na estrutura RST



Fonte: Elaborada pelo autor.

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresentou o controle robusto LPV na topologia RST, aplicado à malha de velocidade de uma MRV 6/4 reproduzida ambiente de simulação no *software* PSIM, que foi baseada em uma máquina real disposta no laboratório do GPAR.

Embora seja uma máquina de construção simples, a MRV encontra em seu funcionamento a complexidade de acionamento que gera uma necessidade de conversores eletrônicos e componentes destinados a este fim. No Capítulo 2 foi exposto o diagrama esquemático simplificado da MRV para o sua correta operação, bem como suas principais características na Tabela 1. Também foi detalhado seu princípio de funcionamento e, após o seu entendimento, foi aprofundada a análise da característica intrínseca da máquina, introduzida pela análise dos perfis de indutância. É válido salientar que a análise do perfil de indutância linear apresentado na Seção 2.4.1 tem cunho educativo, pois o que ocorre durante o funcionamento real da máquina é o perfil de indutância não linear apresentado na Seção 2.4.2. Tais características produzem consequências para o seu conjugado produzido, tornando-o ruidoso quando em regime de funcionamento.

Com base no perfil de indutância não linear apresentado, foi mostrado também o gráfico do fluxo concatenado na máquina para diferentes níveis de corrente e, em seguida, as figuras contendo os perfis da MRV que foi objeto de estudo deste trabalho. Nelas, foi possível perceber as variações de indutância para diferentes níveis de corrente. Como a indutância tem influência no fluxo concatenado e esta, por sua vez, no conjugado produzido, a velocidade angular da máquina também será interferida pela indutância, que guarda relação proporcional à corrente da fase. Desta forma, foi possível estabelecer uma dependência entre a velocidade da máquina e a corrente de fase, uma vez que elas estão intimamente relacionadas.

A dependência estabelecida entre a velocidade angular da máquina e a corrente que circula na fase foi primordial para a definição da metodologia do controle de sistemas lineares com parâmetros variáveis (LPV), que já possui diversos trabalhos publicados e consolidada aplicação no âmbito do controle de processos. Como parâmetro a ser rastreado, também chamado de parâmetro de *scheduling* foi utilizada a corrente da máquina após o tratamento por filtros e limitada a valores mínimo e máximo.

Para encontrar os parâmetros do controle robusto LPV, o problema foi formulado na forma de uma LMI e posteriormente solucionada por otimização por Relaxação em Soma de Quadrados. A definição dos parâmetros para execução dos algoritmos mostrou-se uma árdua tarefa, pois foi necessário determinar de forma arbitrária valores como γ , o grau da função

dependente do parâmetro de *scheduling* presente em cada termo do controlador, dentre outros valores. Após várias tentativas, encontrou-se os valores utilizados para execução do algoritmo, dispostos no Capítulo 4. Também foi criada uma função no *MATLAB*[®] para que os valores dos parâmetros dos controladores fosse alimentada automaticamente no software do *PSIM*, de modo a facilitar o trabalho de execução dos *softwares*.

De posse dos controladores, a simulação da MRV foi executada e os resultados obtidos. O *software* fornece gráficos e dados de diversas variáveis relacionadas à operação da máquina, desde a corrente em uma fase, tensão na fase, conjugado produzido, velocidade, etc. Os dados necessários para a comparação dos controladores fixo e LPV foram extraídos e levados ao *MATLAB*[®], tendo em vista que este *software* possui excelentes ferramentas para edição de gráficos. A execução de cada simulação no software *PSIM* durava em torno de 40 segundos, para um tempo de simulação de 3 minutos de funcionamento da máquina, evidenciando a praticidade de testar os controladores obtidos em funcionamento.

Ainda no *software MATLAB*[®], foi possível traçar a localização dos polos no plano *z* unitário da malha fechada para o controlador LPV em comparação aos controladores de parâmetros fixos, mostrando que, por conta da variação do parâmetro de *scheduling*, os polos referentes ao caso LPV ficaram praticamente confinados em um mesmo ponto, demonstrando pouca variação quando aumentada a visão da região, enquanto nos casos de parâmetros fixos houve uma grande variação dos polos.

Deste modo, o controlador LPV evidenciou um melhor desempenho em comparação aos controladores convencionais fixos na estrutura RST, justificando a utilização da metodologia abordada também em situações de rejeição aos distúrbios e por acompanhar e se adaptar a diferentes níveis de corrente.

Como sugestão para trabalhos futuros, pretende-se implementar o controlador LPV na máquina disposta em laboratório e observar os resultados obtidos. Contudo, para que seja aplicado corretamente o controlador LPV, tem-se que, inicialmente, identificar o modelo LPV da máquina real. Para que esta tarefa seja realizada com êxito, deve-se realizar diversos ensaios em determinados níveis de corrente e coletar os dados para que, em posse deles, identificar o modelo LPV. Tal tarefa envolve um elevado tempo de ensaio da máquina, pois a identificação é realizada localmente para cada ponto de operação (parâmetro de *scheduling*), para ser validada em simulação e posteriormente confrontada com os dados reais. É válido ressaltar que a identificação comentada foi a utilizada em simulação, em que pode-se dispor de vários ensaios repetidos sem

grande prejuízo de tempo como o disposto na realidade. Entretanto, pode-se utilizar diferentes parâmetros de identificação para reduzir este tempo, ou ainda enveredar-se na pesquisa de novos métodos de identificação de modelos LPV.

A MRV também possui a característica de permanecer em funcionamento após a falta de uma das fases, conforme mostrado no Capítulo 2. Ainda como recomendação de trabalhos futuros, pode-se investigar o desempenho do controlador LPV na condição de falta de fase da MRV.

REFERÊNCIAS

- BAMIEH, Bassam; GIARRE, Laura. Identification of linear parameter varying models. **International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal**, Wiley Online Library, Phoenix, v. 12, n. 9, p. 841–853, 2002.
- BARTOLO, James Borg; DEGANNO, Marco; ESPINA, Jordi; GERADA, Chris. Design and initial testing of a high-speed 45kw switched reluctance drive for aerospace application. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 64, n. 2, p. 988–997, 2017.
- BILGIN, Berker; JIANG, James Weisheng; EMADI, Ali. **Switched Reluctance Motor Drives: Fundamentals to Applications**. Boca Raton: CRC Press, 2019.
- BOYD, Stephen; GHAOUI, Laurent El; FERON, Eric; BALAKRISHNAN, Venkataramanan. **Linear matrix inequalities in system and control theory**. Estados Unidos: Society for Industrial & Applied Mathematics, 1994. v. 15.
- CHILALI, Mahmoud; GAHINET, Pascal; APKARIAN, Pierre. Robust pole placement in LMI regions. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 44, n. 12, p. 2257–2270, 1999.
- DORF, Richard C.; BISHOP, Robert H. **Sistemas de Controle Moderno**. 12. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2015. 814 p. ISBN 978-85-216-1995-6.
- DUAN, Guang-Ren; YU, Hai-Hua. **LMIs in Control Systems: Analysis, Design and Applications**. 1. ed. Boca Raton: CRC Press, 2013. 483 p. ISBN 978-1466582996.
- EHSANI, M.; HUSAIN, I.; RAMANI, K. R. Low cost sensorless switched reluctance motor drives for automotive applications. In: IEEE. **IEEE Workshop on Electronic Applications in Transportation**. Dearborn, 1990. p. 96–101.
- GAHINET, Pascal; NEMIROVSKII, Arkadii; LAUB, Alan J.; CHILALI, Mahmoud. The LMI control toolbox. In: **Proceedings of 1994 33rd IEEE Conference on Decision and Control**. [S.l.: s.n.], 1994. v. 3, p. 2038–2041 vol.3.
- GILBERT, Wilfried; HENRION, Didier; BERNUSSOU, Jacques; BOYER, David. Polynomial LPV synthesis applied to turbofan engines. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 40, n. 7, p. 645–650, 2007. ISSN 1474-6670.
- HENRION, Didier. Positive polynomial matrices for LPV controller synthesis. In: SENAME, Olivier; BOKOR, József; GÁSPÁR, Péter (Ed.). **Robust Control and Linear Parameter Varying Approaches**. [S.l.]: Springer, 2013. p. 87–96.
- HENRION, Didier; BACHELIER, Olivier; ŠEBEK, Michael. *D*-stability of polynomial matrices. **International Journal of Control**, Taylor and Francis, v. 74, n. 8, p. 845–856, 2001. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00207170110041006>>.
- HYPÍUSOVÁ, Mária; ROSINOVÁ, Danica. Robust pole placement: D_R - regions for discrete-time systems. In: **2019 22nd International Conference on Process Control (PC19)**. [S.l.: s.n.], 2019. p. 108–113.
- KAZEMI, Mohammad Hosein; JABALI, Mohammad Bagher Abolhasani. State-feedback control of robot manipulators using polytopic LPV modelling with fuzzy-clustering. **Ain Shams Engineering Journal-Elsevier**, v. 9, p. 2841–2848, 2018.

KRAUSE, Paul C.; WASYNCZUK, Oleg; SUDHOFF, Scott D.; PEKAREK, Steven D. **Analysis of electric machinery and drive systems**. 3. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2013. ISBN 978-1-118-02429-4.

LANDAU, I. D.; LOZANO, R.; M'SAAD, M. **Adaptive Control**. [S.l.]: Springer, 1998. 571 p. ISBN 9781447110446.

LANDAU, Ioan Doré; ZITO, Gianluca. **Digital control systems: design, identification and implementation**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2007.

LOFBERG, Johan. YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB. In: IEEE. **2004 IEEE international conference on robotics and automation (IEEE Cat. No. 04CH37508)**. [S.l.], 2004. p. 284–289.

LU, Wei-Min; DOYLE, John C. H_∞ control of LFT systems: an LMI approach. In: **[1992] Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control**. Tucson: IEEE, 1992. p. 1997–2001 vol.2.

MAKWANA, J. A.; AGARWAL, P.; SRIVASTAVA, S. P. Novel simulation approach to analyses the performance of in-wheel srm for an electrical vehicle. In: **2011 International Conference on Energy, Automation and Signal**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–5.

MESQUITA, Vinicius Alexandre de; REIS, Laurinda Lúcia Nogueira dos; BARROSO, Giovanni; CORREIA, Wilkley Bezerra; SILVA, Wellington Assunção da; SOMBRA, Andresa; TALEIRES FILHO, Jucelino. Desenvolvimento de um simulador para uma máquina de relutância variável tipo 6/4 projetada em laboratório. In: SOCIEDADE BRASILEIRA DE AUTOMÁTICA. **Anais do XXII Congresso Brasileiro de Automática**. João Pessoa, 2018.

MESQUITA, Vinicius Alexandre de; TALEIRES FILHO, Jucelino; NOGUEIRA, Fabrício Gonzalez; TORRICO, Bismark Claire. Controle lpv aplicado a uma máquina de relutância variável 6/4. In: SOCIEDADE BRASILEIRA DE AUTOMÁTICA. **Anais do XXIII Congresso Brasileiro de Automática**. [S.l.], 2020.

MILLER, Timothy John Eastham. **Electronic control of switched reluctance machines**. Woburn: Newnes Power Engineering Series, 2001. 272 p. ISBN 978-0750650731.

MOHAMMADPOUR, Javad; SCHERER, Carsten W. **Control of linear parameter varying systems with applications**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012.

NOGUEIRA, Fabrício Gonzalez. **Investigação experimental de estratégias de identificação e controle LPV aplicadas ao amortecimento de oscilações eletromecânicas em sistemas elétricos de potência**. 203 p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, 2012.

NOGUEIRA, Fabrício Gonzalez; BARRA JÚNIOR, Walter; COSTA JÚNIOR, Carlos Tavares da; LANA, Janio José. LPV-based power system stabilizer: Identification, control and field tests. **Control Engineering Practice**, Elsevier, v. 72, p. 53–67, 2018.

OLIVEIRA, Ricardo Coração de Leão Fontoura. **Estudo de robustez em sistemas lineares por meio de relaxações em termos de desigualdades matriciais lineares**. 101 p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.

OLIVEIRA, Venicio Soares de; PONTES, Ricardo Silva Thé; OLIVEIRA, Danilo Nobre; ALMEIDA, Rômulo Nunes de Carvalho; SILVA, Wellington Assunção da. Investigation the design of a RSRM through the analysis of the finite elements with experimental validation. In: IEEE. **2012 10th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications**. [S.l.], 2012. p. 1–6.

ORGANIZAÇÃO PAN-AMERICANA DE SAÚDE. **Histórico da pandemia de COVID-19**. 2020. Disponível em: <<https://www.paho.org/pt/covid19/historico-da-pandemia-covid-19>>. Acesso em: 20 abr. 2022.

OUDDAH, Nadir; BOUKHNIFER, Moussa; CHAIBET, Ahmed; MONMASSON, Eric. Robust controller designs of switched reluctance motor for electrical vehicle. In: **22nd Mediterranean Conference on Control and Automation**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 212–217.

RALEV, Iliya; QI, Fang; BURKHART, Bernhard; KLEIN-HESSLING, Annegret; DONCKER, Rik W. De. Impact of smooth torque control on the efficiency of a high-speed automotive switched reluctance drive. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 53, n. 6, p. 5509–5517, 2017. ISSN 1939-9367.

REIS, Laurinda Lúcia Nogueira dos; BEZERRA, João Paulo; MESQUITA, Vinícius Alexandre de; SILVA, Wellington Assunção da; SOUZA, Darielson Araújo de; OLIVEIRA JÚNIOR, José Raimundo de; CORREIA, Wilkley Bezerra. A 2DOF PID for Dynamic Control of Drive System Switched Reluctance Motor. In: **IECON 2019 - 45th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society**. Lisboa: IEEE, 2019. v. 1, p. 823–827.

SCHERER, Carsten W. LMI relaxations in robust control. **European Journal of Control**, European Control Association, v. 12, p. 3–29, 2006. ISSN 09473580. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0947358006704654>>.

SENAME, Olivier; BOKOR, József; GÁSPÁR, Péter. **Robust Control and Linear Parameter Varying Approaches**. [S.l.]: Springer, 2013.

SHAMMA, J. S. **Analysis and design of gain scheduling control system**. 201 p. Tese (Doutorado em Filosofia) — Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1988.

SILVA, Wellington Assunção da. **Controle de máquina de relutância variável em situações de falta de fase**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.

SKOGESTAD, Sigurd; POSTLETHWAITE, Ian. **Multivariable Feedback Control - Analysis and Design**. 2. ed. West Sussex: John Wiley & Sons, 2005. 601 p. ISBN 978-0470011683.

SLOTH, Christoffer; ESBENSEN, Thomas; STOUSTRUP, Jakob. Active and passive fault-tolerant lqv control of wind turbines. In: **Proceedings of the 2010 American Control Conference**. Baltimore: IEEE, 2010. p. 4640–4646.

SOUZA, Darielson Araújo de; MESQUITA, Vinícius Alexandre; REIS, Laurinda Lúcia Nogueira dos; SILVA, Wellington Assunção da; BATISTA, Josias Guimarães. Optimal LQI and PID Synthesis for Speed Control of Switched Reluctance Motor Using Metaheuristic Techniques. **International Journal of Control, Automation and Systems**, v. 19, 08 2020.

STURM, Jos F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones. **Optimization methods and software**, Taylor & Francis, v. 11, n. 1-4, p. 625–653, 1999. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/10556789908805766>>.

TAI, Chang Yan; CHENG, Eric K. W. A simulation model for a 4 phase switched reluctance motor for PSIM. In: IEEE. **2011 4th International Conference on Power Electronics Systems and Applications**. Hong Kong: IEEE, 2011. p. 1–5.

TORRICO, Bismark Claure; ALMEIDA, Rômulo Nunes de Carvalho; REIS, Laurinda Lúcia Nogueira dos; SILVA, Wellington Assunção da; PONTES, Ricardo Silva Thé. Robust Control Based on Generalized Predictive Control Applied to Switched Reluctance Motor Current Loop. **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, v. 136, n. 3, 2014. ISSN 0022-0434. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.4026128>>.

TÓTH, Roland. **Modeling and Identification of Linear Parameter-Varying Systems**. Berlim: Springer, 2010. v. 403. 319 p.

UMANS, Stephen D. **Máquinas Elétricas de Fitzgerald e Kingsley**. Tradução de Anatólio Laschuk. 7. ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

URBANSKI, Konrad; ZAWIRSKI, Krzysztof. Sensorless control of SRM using position observer. In: IEEE. **2007 European Conference on Power Electronics and Applications**. Aalborg: IEEE, 2007. p. 1–6.