

Modelagem e controle LPV misto H_2/H_∞ para um helicóptero *

Saulo Guillermo D'Eduard Araripe Sobreira Muniz *
Fabrício Gonzalez Nogueira * Walter Barra Junior ***
Bismark Claire Torrico * Guilherme de Alencar Barreto **
Marcus Davi do Nascimento Forte *

* Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Ceará, CE, (e-mail: saulosobreira@alu.ufc.br, fnoqueira@dee.ufc.br, bismark@dee.ufc.br e davi2812@dee.ufc.br).

** Departamento de Engenharia de Teleinformática, Universidade Federal do Ceará, CE, (e-mail: gbarreto@ufc.br).

*** Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Pará, PA, (e-mail: fnoqueira@dee.ufc.br).

Abstract: With the use of matrix inequalities, this work proposes a gain as a function of the control variables, that is able to guarantee the stability of the model and reduce the disturbances regardless of the condition in which the aircraft is involved. A study is performed around the linearized equilibrium conditions for a Lynx ZD559 model. In this, the independent control variable is the forward speed of the aircraft. The results obtained from a stationary controller, one with commutable variation and one of linear variation elucidate the ability of the last controller to operate over the entire spectrum of speed variation by presenting an acceptable transient dynamics and disturbance rejection.

Resumo: Por meio de desigualdades matriciais, neste trabalho propõe-se um ganho em função das variáveis de controle, capaz de garantir a estabilidade do modelo e reduzir os distúrbios, independente da condição da aeronave. Um estudo é realizado em torno das condições de equilíbrio linearizadas para um modelo de Lynx ZD559. Neste, a variável independente de controle é a velocidade à frente da aeronave. Os resultados obtidos de um controlador estacionário e outro comutável de variação linear, elucidam a capacidade do último de atuar em todo o espectro de variação da velocidade ao apresentar uma dinâmica aceitável de transientes e rejeição de distúrbios.

Keywords: Rotorcraft; Stability; LPV Model; Adaptive and Learning Systems

Palavras-chaves: Asas Rotativas; Estabilidade; Modelo LPV; Sistemas Adaptativos e de Aprendizagem

1. INTRODUÇÃO

Um helicóptero é uma aeronave que é sustentada e impulsionada por um ou mais rotores horizontais, cada rotor consistindo de duas ou mais pás. O sistema do rotor é a parte rotativa de um helicóptero que gera sustentação, onde a montagem tradicional é composta horizontalmente pelo rotor principal, fornecendo sustentação verticalmente; e composta verticalmente por um rotor de cauda, para equilibrar o torque remanescente do rotor principal.

A topologia tradicional de uma aeronave de asas rotativas consiste de um sistema mecânico sub atuado com características significantes de não linearidade e instabilidade, sendo essencialmente representados por modelos de múltiplas entradas e saídas variantes no tempo, que requerem constantemente a atuação do controlador. Rasheed (2018) menciona como esse controle é usualmente intermediado

pelo piloto, que visa realizar a missão enquanto garante a estabilidade da aeronave, no entanto, para reduzir a carga de trabalho sobre o operador, a implementação de tecnologias *fly-by-wire* permite um auxílio no módulo de estabilidade e controle destas aeronaves.

Devido à natureza dinâmica e acoplada dos diversos graus de liberdade inerente às aeronaves de asas rotativas, opta-se por implementar um controle linear de parâmetro variável. Para Fergani et al. (2013), um controle LPV tende a apresentar ganhos significativos, quando comparado aos controles estáticos, ao permitir uma transição mais suave entre as performances objetivas. Isto pode refletir diretamente na qualidade de operação e manuseio da aeronave. Além disso, uma ampliação nas opções de controle permite ao desenvolvedor do produto um acervo maior de soluções, assim, é possível que estes novos métodos possam permear envelopes operacionais e análises que ainda não são desenvolvidos junto à modelos linearizados.

* O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES).

2. SÍNTESE DO MODELO DE AERONAVE DE ASAS ROTATIVAS

O estudo da mecânica de voo inclui fenômenos que, em sua maioria, envolvem exclusivamente modelos de baixa frequência. Por isto, os fenômenos analisados pela dinâmica de voo são habitualmente simplificados através de uma aproximação linear das equações de movimento que descrevem o helicóptero (Pavel, 1996). Sendo assim, opta-se por desenvolver um modelo linear com seis graus de liberdade, do inglês *six degrees of freedom* (6DoF), como base para os controladores apresentados neste trabalho.

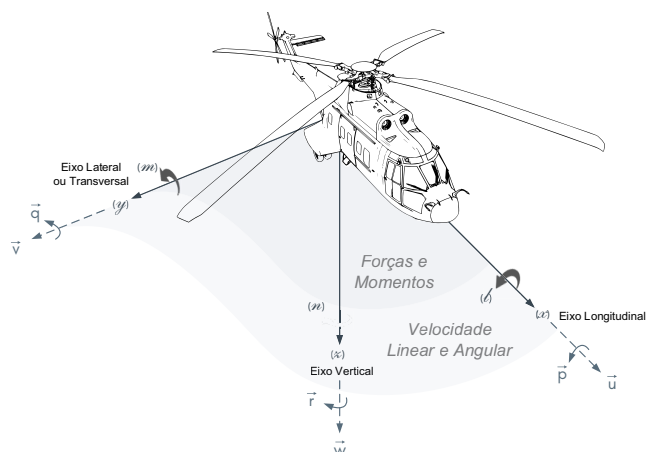


Figura 1. Eixos do Helicóptero.

Conforme a figura acima, somente seis elementos são analisados: as três forças aerodinâmicas externas (X, Y, Z) e os três momentos aerodinâmicos externos (L, M, N), todos atuando respectivamente sob os três eixos (x, y, z). Factualmente, o centro de gravidade irá se mover durante as operações, mas admite-se que este estará localizado na posição média para uma determinada condição de equilíbrio (ou condição de ajuste - *trim condition*).

Além disso, este modelo pressupõe que mudanças na atitude do rotor em relação à estrutura são pequenas comparadas às mudanças na atitude da estrutura. O cerne da premissa é que a dinâmica do rotor e do fluxo resultante é muito mais rápida do que as respostas da fuselagem e, por isto, há tempo hábil deste atingir o seu estado estacionário típico no ínterim das constantes de tempo da aeronave, o que para Johnson (2013) ocorre quando o intervalo é superior à uma revolução. Logo, o modelo linear do helicóptero será resultado unicamente da análise das equações não lineares que ditam os efeitos nos três eixos de direção e nos três planos de rotação próximo à condição de ajuste sob dois eixos: na aeronave e em terra.

O movimento descendente ou ascendente em espiral é habitualmente utilizado para análise e definição da condição de equilíbrio e, ao avaliar as forças e momentos neste estado, é possível observar treze incógnitas típicas:

- Comando do piloto: $\{\theta_0, \theta_{1s}, \theta_{1c}, \theta_{0T}\}$
- Velocidade linear: $\{u_e, v_e, w_e\}$
- Velocidade angular: $\{p_e, q_e, r_e\}$
- Ângulos de orientação: $\{\theta_e, \phi_e\}$
- Velocidade de rotação: $\{\dot{\Psi}_e\}$

Todas as componentes apresentadas estão referenciadas ao observador na aeronave. A modelagem matemática que considera unicamente seis graus de liberdade, apresenta uma aproximação coerente para modelos de baixa frequência e para análise das qualidades de voo (Padfield, 2007).

Para isto, leva-se em consideração as velocidades lineares e angulares da aeronave, assim como as entradas de comando introduzidas pelo piloto e os ângulos de orientação da aeronave. Nota-se que, neste último caso, relacionados à atitude da aeronave, só possuem significância devido à influência gravitacional. Sendo esta a única força exógena à orientação da aeronave considerada no modelo e como reorientações na guinada (rotação ao longo do eixo z para o observador em terra) não influenciam o vetor da força gravitacional, não há necessidade de incorporá-lo às incógnitas do modelo nem ao vetor de estados.

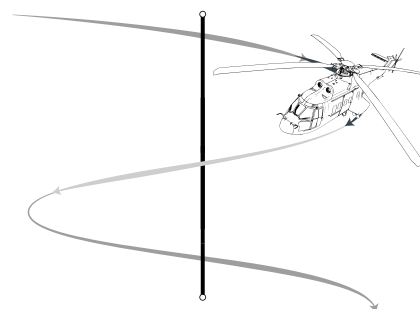


Figura 2. Espiral descendente.

Neste arquétipo, as treze incógnitas são necessárias para descrever o movimento. Estas, associadas à nove equações de linearização da dinâmica de voo, são imprescindíveis para a definição da solução matemática do modelo de estabilidade. Para Venkatesan (2014), as equações podem ser expressas a partir da dinâmica de corpo rígido:

Sendo as forças apresentadas como:

$$\begin{aligned} X &= M_A[(\dot{u} + qw - rv) + (g \sin \theta)], & (1) \\ Y &= M_A[(\dot{v} + ru - pw) - (g \cos \theta \sin \phi)], & (2) \\ Z &= M_A[(\dot{w} + pv - qu) - (g \cos \theta \cos \phi)] & (3) \end{aligned}$$

E os momentos descritos por:

$$\begin{aligned} L &= I_{xx}\dot{p} - I_{xz}(\dot{r} + pq) - qr(I_{yy} - I_{zz}), & (4) \\ M &= I_{yy}\dot{q} - I_{xz}(r^2 - p^2) - rp(I_{zz} - I_{xx}), & (5) \\ N &= I_{zz}\dot{r} - I_{xz}(\dot{p} - qr) - pq(I_{xx} - I_{yy}) & (6) \end{aligned}$$

E os ângulos representados pelas equações:

$$\begin{aligned} P &= \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta, & (7) \\ Q &= \dot{\theta} \cos \phi - \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta, & (8) \\ R &= -\dot{\theta} \sin \phi - \dot{\psi} \cos \phi \cos \theta & (9) \end{aligned}$$

Para concluir, quatro variáveis devem ser consideradas independentes e previamente definidas. A solução clássica de Padfield (2007) para esse modelo utiliza a definição prévia de quatro fatores:

- Velocidade do voo (V_{fe})
- Ângulo da trajetória de voo (γ_{fe})
- Velocidade de rotação ($\dot{\psi}$ ou Ω_e)
- Ângulo de escorregamento (β_e)

$$A = \begin{bmatrix} X_u & (X_v + R_e) & (X_w - Q_e) & X_p & (X_q - W_e) & (X_r + V_e) & 0 & -g \cos \theta_e \\ (Y_u - R_e) & Y_v & (Y_w + P_e) & (Y_p + W_e) & Y_q & (Y_r - U_e) & g \cos \phi_e \cos \theta_e & -g \sin \phi_e \sin \theta_e \\ (Z_u + Q_e) & (Z_v - P_e) & Z_w & (Z_p - V_e) & (Z_q + U_e) & Z_r & -g \sin \phi_e \cos \theta_e & -g \cos \phi_e \sin \theta_e \\ L'_u & L'_v & L'_w & (L'_p + k_1 Q_e) & (L'_q + k_1 P_e - k_2 R_e) & (L'_r - k_2 Q_e) & 0 & 0 \\ M_u & M_v & M_w & \sigma_1 & M_q & \sigma_2 & 0 & 0 \\ N'_u & N'_v & N'_w & (N'_p - k_3 Q_e) & (N'_q - k_1 R_e - k_3 P_e) & (N'_r - k_1 Q_e) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \sin \phi_e \tan \theta_e & \cos \phi_e \tan \theta_e & 0 & \Omega_e \sec \theta_e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \theta_e & -\sin \theta_e & -\Omega_e \cos \theta_e & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

A prescrição destes fatores é um processo arbitrário, uma vez que qualquer valor pode ser definido para quatro variáveis, contanto que as outras nove condições sejam definidas pelas equações. Pode-se, finalmente, desenvolver a matriz de estabilidade sob a premissa inerente à linearização, cujo pressuposto fundamental é a teoria das pequenas perturbações onde as forças externas e os momentos possam ser representados em funções de suas condições de equilíbrio mais suas derivadas que representam pequenos distúrbios ao redor da condição de equilíbrio.

$$X = X_e + \delta X \quad (11)$$

Isto implica que forças e momentos podem ser descritos pelo teorema de Taylor na seguinte forma:

$$X = X_e + \frac{\partial X}{\partial u} \delta u + \dots + \frac{\partial X}{\partial w} \delta w + \dots + \frac{\partial X}{\partial \theta_{0T}} \delta \theta_{0T} + \dots \quad (12)$$

Onde a derivada é comumente representado por $\frac{\partial X}{\partial u} = X_u$.

$$X = X_e + X_u \delta u + \dots + X_w \delta w + \dots + X_{\theta_{0T}} \delta \theta_{0T} + \dots \quad (13)$$

Por fim, tendo que a condição de equilíbrio apresenta velocidades angulares e variações nas velocidades nulas, ou seja, $\dot{u} = \dot{v} = \dot{w} = \dot{p} = \dot{q} = \dot{r} = \dot{\theta} = \dot{\phi} = 0$, obtêm-se:

$$X_e = M_A[(q_e w_e - r_e v_e) + (g \sin \theta_e)], \quad (14)$$

$$Y_e = M_A[(r_e u_e - p_e w_e) - (g \cos \theta_e \sin \phi_e)], \quad (15)$$

$$Z_e = M_A[(p_e v_e - q_e u_e) - (g \cos \theta_e \cos \phi_e)] \quad (16)$$

$$L_e = -I_{xz}(p_e q_e) - q_e r_e (I_{yy} - I_{zz}), \quad (17)$$

$$M_e = -I_{xz}(r_e^2 - p_e^2) - r_e p_e (I_{zz} - I_{xx}), \quad (18)$$

$$N_e = -I_{xz}(-q_e r_e) - p_e q_e (I_{xx} - I_{yy}), \quad (19)$$

$$P_e = \dot{\psi}_e \sin \theta_e, \quad (20)$$

$$Q_e = \dot{\psi}_e \sin \phi_e \cos \theta_e, \quad (21)$$

$$R_e = \dot{\psi}_e \cos \phi_e \cos \theta_e \quad (22)$$

Esta condição particular da análise de corpo rígido, associada com as derivadas parciais, permitem uma análise que considerará unicamente as forças e momentos aerodinâmicos, em detrimento da contribuição dos efeitos dinâmicos do rotor, através de contribuições da matriz de estados 8x8 de derivada simplificada: ângulos de orientação, velocidades lineares e angulares. Outros efeitos relacionados à mecânica dos fluidos também são desconsiderados, pois são reflexo de fenômenos tridimensionais pontuais que não podem ser diretamente representados no modelo: ressonância solo, anéis de vórtex, entre outros.

2.1 Definindo a Matriz de Estabilidade

A identificação de uma planta de estabilidade para o modelo de 6DoF deverá ser representada por uma matriz de quatro entradas e oito estados. O primeiro passo é desenvolver a matriz de estados (A), que indica como estes são influenciados pela condição dos próprios estados no instante anterior.

A matriz na íntegra está descrita acima e apresenta três partes distintas: estados relacionados às forças, aos momentos e às atitudes. Associados aos oito estados: Velocidade longitudinal, lateral, vertical; velocidade de rolagem, de arfagem, de guinada; atitude de rolagem e de arfagem. Tendo:

$$k_1 = \frac{I_{xz}(I_{zz} + I_{xx} - I_{yy})}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}, \quad (23)$$

$$k_2 = \frac{I_{zz}(I_{zz} - I_{yy}) + I_{xz}^2}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}, \quad (24)$$

$$k_3 = \frac{I_{xx}(I_{zz} + I_{xx} - I_{yy})}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}, \quad (25)$$

$$\sigma_1 = M_p - \frac{2I_{xz}P_e}{I_{yy}} - \frac{R_e(I_{xx} - I_{zz})}{I_{yy}}, \quad (26)$$

$$\sigma_2 = M_r + \frac{2I_{xz}R_e}{I_{yy}} - \frac{P_e(I_{xx} - I_{zz})}{I_{yy}} \quad (27)$$

Em seguida, analisa-se a matriz B , esta correlaciona as quatro entradas de comandos - coletivo (θ_0), cíclico longitudinal (θ_{1s}), cíclico lateral (θ_{1c}) e pedal (θ_{0T}) - com os oito estados do modelo 6DoF:

$$B = \begin{bmatrix} X_{\theta_0} & X_{\theta_{1s}} & X_{\theta_{1c}} & X_{\theta_{0T}} \\ Y_{\theta_0} & Y_{\theta_{1s}} & Y_{\theta_{1c}} & Y_{\theta_{0T}} \\ Z_{\theta_0} & Z_{\theta_{1s}} & Z_{\theta_{1c}} & Z_{\theta_{0T}} \\ L_{\theta_0} & L_{\theta_{1s}} & L_{\theta_{1c}} & L_{\theta_{0T}} \\ M_{\theta_0} & M_{\theta_{1s}} & M_{\theta_{1c}} & M_{\theta_{0T}} \\ N_{\theta_0} & N_{\theta_{1s}} & N_{\theta_{1c}} & N_{\theta_{0T}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

Deve-se considerar que, em ambos os casos, adotou-se as derivadas prescritas na forma normalizada: $X_u \equiv X_u/M_a$. Assume-se que os momentos são definidos pelas equações:

$$L'_u = \frac{I_{zz}L_u + I_{xz}N_u}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \quad (29)$$

$$N'_u = \frac{I_{xz}L_u + I_{zz}N_u}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \quad (30)$$

A matriz B apresenta duas de suas linhas nulas, o que decorre do fato da aeronave não ser capaz de manipular diretamente sua orientação no espaço, requerendo, primeiramente, a manipulação das forças e momentos na fuselagem. Além disso, o sistema do helicóptero apresenta um número de entradas inferior às variáveis de controle, tendo quatro comandos para manipular os oito estados, o que esclarece a definição de subatuado para este modelo de aeronave de asas rotativas. Ademais, é notável que toda entrada de controle influi em todos os estados, elucidando o elevado nível de acoplamento do sistema de estabilidade. O desenvolvimento completo da matriz de estabilidade, com análise da influência do rotor, pode ser compreendido através dos trabalhos de Talbot et al. (1982), Padfield (2007) até Gerboni et al. (2014).

3. CONTROLE LINEAR DE PARÂMETROS VARIÁVEIS

Um problema de otimização tradicional requer que o operador especifique seu conceito de decisão ótima. Para tal, é necessário quantificar a qualidade de uma decisão viável ao expressá-la em termos de uma única quantidade real comparativa. Torna-se imprescindível determinar uma função custo, ou função objetivo, que se deseje minimizar ou maximizar, a depender da interpretação da otimização.

Consequentemente, é natural recorrer a um ramo de análise que forneça resultados ótimos dentro de uma região convexa. A implementação de controladores LPV utiliza desigualdades matriciais lineares para determinar contorno que satisfaça os requisitos de resposta do projeto.

3.1 Desigualdade Matricial Linear

Antes de introduzir o controle com parâmetros variáveis, torna-se necessário elucidar as desigualdades matriciais a serem implementadas, o que implica na definição da qualidade do controle ao estabelecer: o tempo de assentamento, o sobressinal máximo, o amortecimento do transiente e os esforços de controle. Um estudo mais profundo pode associar essas definições com a saturação do sinal de controle e outras limitações da aeronave de asas rotativas.

As LMI devem ser capazes de alocar os polos do sistema em malha fechada de modo a satisfazer as condições prescritas pelo controle. Diversas técnicas de realocação de polos estão presentes na literatura e são amplamente analisadas. Neste trabalho, aborda-se três técnicas implementadas: região de D-Estabilidade, restrição por norma H_∞ e restrição por norma H_2 .

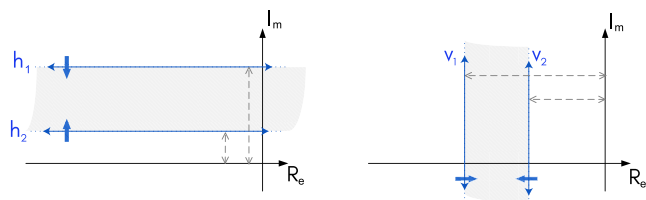


Figura 3. Regiões de D-Estabilidade.

Os trabalhos de Skogestad (2005), Briat (2015) e Chilali and Gahinet (1996) elucidam claramente como obter as regiões de estabilidade horizontal, vertical e as normas H_∞ e H_2 através da relação provida pelo produto de Kronecker:

$$2h_1X - AX + XA' - BZ + Z'B' \succ 0 \quad (31)$$

$$2h_2X - AX + XA' - BZ + Z'B' \prec 0 \quad (32)$$

$$2v_1X - AX - XA' - BZ - Z'B' \prec 0 \quad (33)$$

$$2v_2X - AX - XA' - BZ - Z'B' \succ 0 \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} He[AX + BZ] & B & [CX + DZ]' \\ * & I_p & D^T \\ * & * & -\gamma^2 I_q \end{bmatrix} \prec 0 \quad (35)$$

$$\begin{bmatrix} Y & CX \\ XC' & X \end{bmatrix} \quad (36)$$

Estas equações de d-estabilidade são obtidas, tendo em vista que o controle do sistema será por realimentação dos estados, onde adotou-se $A_S = (A + BK)$ e assumindo $Z = KX$, ou seja, $K = ZX^{-1}$. Onde a função $He(x)$ representa a Hermitiana da função e pode ser representada por:

$$He[AX + BZ] = [AX + BZ] + [AX + BZ]' \quad (37)$$

3.2 Sistemas LPV

Sistemas LPV possuem dependência explícita com parâmetros variantes no tempo que caracterizam a condição de operação do sistema. Estes parâmetros ρ são definidos como limitados a fim de assumirem valores dentro de um conjunto fechado e convexo, por vezes delineado como um polítopo compacto. Matematicamente, estes sistemas de LPV são regularmente descritos por equações na forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\rho(t))x(t) + B(\rho(t))u(t) + E(\rho(t))w(t), \\ z(t) &= C(\rho(t))x(t) + D(\rho(t))u(t) + F(\rho(t))w(t), \\ y(t) &= Cy(\rho(t))x(t) + Fy(\rho(t))w(t), \\ x(0) &= x_0, \quad t \pm 0 \end{aligned} \quad (38)$$

Neste caso, o vetor x representa os estados da planta (e deverá apresentar oito dimensões), o vetor z traduz as quatro saídas da planta, com adição de duas dimensões no modelo de Skogestad (2005), o vetor u exprime as entradas de controle da planta (neste âmbito haverá um vetor de quatro dimensões) e o vetor w representa as entradas, usualmente consideradas como entradas de distúrbio (possuindo quatro dimensões). Pelo sistema de Equações (38) é notável a premissa que todas as matrizes no espaço de estados possam ser funções da variável de controle ρ , conforme apresentada no Item 2.1 assumiu-se as matrizes A e B como função da variável de controle ρ .

O controlador LPV, neste caso, será um $K(\rho)$ que dispensa a definição dos pontos críticos de operação ou mesmo das regras de pertinência. Sua formulação no espaço de estados requer apenas a determinação das regiões convexas de operação, definições muito similares ao envelope operacional de voo, e as funções que caracterizam a variação dos parâmetros. Para isto, o controle requer essas informações na forma de desigualdades matriciais lineares.

4. ENSAIO

Antes de elaborar os ensaios, é importante salientar as prerrogativas intrínsecas à variação dos parâmetros $[\phi, \theta, u, v, w, p, q, r]$ e dos sinais de controle $[\theta_0, \theta_{1c}, \theta_{1s}, \theta_{0T}]$. Cada uma das incógnitas apresentadas está representada em função da velocidade da aeronave. Cada variável apresentou uma amostra em velocidades padrões oscilando entre $[0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140]$ nós. Para concatená-las em uma única matriz e produzir uma desigualdade matricial com intuito de realizar a análise convexa apresentada, torna-se necessário realizar uma regressão. Os dados, obtidos da obra de Padfield (2007), são retratos a seguir:

Obtêm-se, assim, os valores das incógnitas em função de ρ similar da seguinte forma:

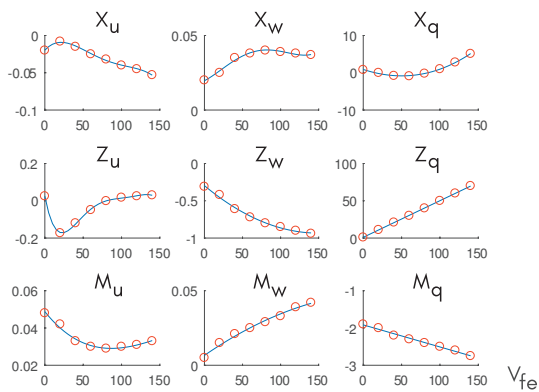


Figura 4. Exemplo de regressão.

$$X_u = -1.0 \cdot 10^{-9} \rho^4 + 3.3 \cdot 10^{-7} \rho^3 - 3.6 \cdot 10^{-5} \rho^2 + 1.1 \cdot 10^{-3} \rho - 0.02 \quad (39)$$

Ao substituir as equações nas matrizes A e B , presente nas Equações (10) e (28), em funções de ρ , pode-se obter a planta do sistema em função de V_{fe} . As matrizes implementadas adotaram $\Omega_e = 0$, e, na condição de equilíbrio, a velocidade angular nula $|(P_e, Q_e, R_e)| = 0$ e velocidade linear não nula $(U_e, V_e, W_e) = (-0.9, 0, 0.3)$.

As matrizes A e B serão associadas à matriz C , apresentada no trabalho de Skogestad (2005), para as saídas: velocidade, atitude de arfagem, de rolagem, variação de sentido, velocidade de rolagem, de arfagem.

Tendo em vista que a planta está dimensionada, é possível produzir o controlador (K) que seja capaz de estabilizar a planta naturalmente instável em todo espectro de velocidade aqui estudado, além de reduzir o esforço de controle através da norma H_∞ e H_2 . O intuito é identificar se houve melhoria com a aplicação de um controle adaptativo. Para isso, é necessário avaliar a resposta ao impulso, mas também a resposta dinâmica do sistema à entrada de controle ρ , que representa o valor da velocidade de voo a frente (V_{fe}), tendo γ_{fe} , Ω_e e β_e assumido valores nulos. A topologia do ensaio envolve uma comparação entre o controle estático (ou seja, não é dinâmico) e adaptativo (por ser função de uma variável de controle ρ) com o controlador convencional de ganho estático invariante projetado para atuar com V_{fe} de 60 nós.

5. RESULTADOS

5.1 Estudo de Estabilidade

A primeira análise a ser feita diz respeito à resposta ao impulso nas entradas de controle da planta em malha fechada. Para isto, torna-se necessário implementar unicamente as normas H_∞ e H_2 :

Variável de Decisão	Valor
Controlador K	$\rho k_1 + k_0$
Norma H_∞	γ 10
D-Est. Circular	q -
D-Est. Circular	r -
D-Est. Vertical	v_1 -200
D-Est. Vertical	v_2 -
D-Est. Horizontal	h_1 -
D-Est. Horizontal	h_2 -

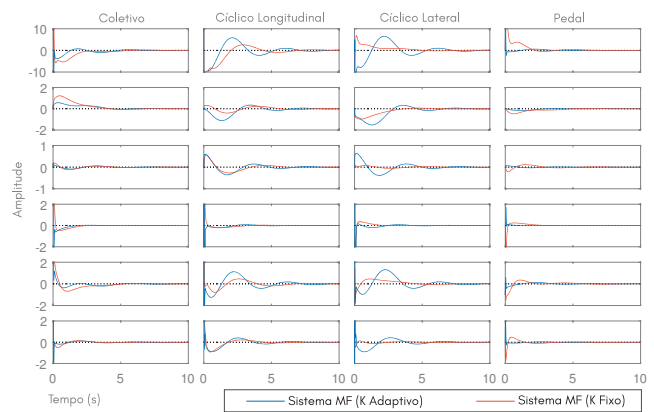


Figura 5. Resposta ao Impulso nos Comandos.

Nesta análise, não é necessário forçar a alocação de polos dentro de uma região de D-Estabilidade pelas desigualdades matriciais lineares horizontais e verticais. À priori, deve-se avaliar se há uma solução dentro dos limites requeridos para estabilizar e se foi satisfeita em qualquer condição de velocidade.

Com uma redução dos contornos do problema para um ρ entre 0 e 140, foi possível obter uma solução estabilizante dentro de todo o espectro de velocidade:

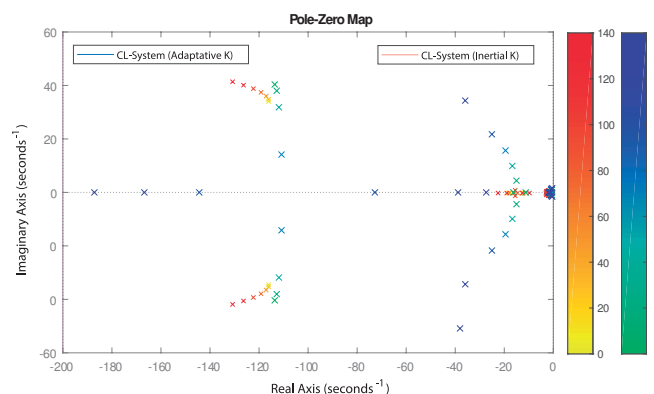


Figura 6. Controlador adaptativo e o fixo em 60 nós

O deslocamento dos polos pode ser observado nas Figuras 7 e 8, e a resposta ao impulso na Figura 6. Tendo em vista que a resposta do sistema é estável, uma nova análise é realizada com uma região de D-estabilidade mais concisa.

5.2 Estudo de Rejeição ao Distúrbio

Uma segunda análise, avaliando a resposta impulso nas entradas distúrbios, busca uma solução estável em todo o limite de operação e que satisfaçam as condições:

Variável de Decisão	Valor
Controlador K	$\rho k_1 + k_0$
Norma H_∞	γ 10
D-Est. Circular	q -25
D-Est. Circular	r 30
D-Est. Vertical	v_1 -50
D-Est. Vertical	v_2 -
D-Est. Horizontal	h_1 60
D-Est. Horizontal	h_2 -

É possível observar pelo deslocamento de polos na Figura 9 que o controlador inerte projetado para operar à 60 nós foi incapaz de estabilizar em todo o espectro de velocidade.

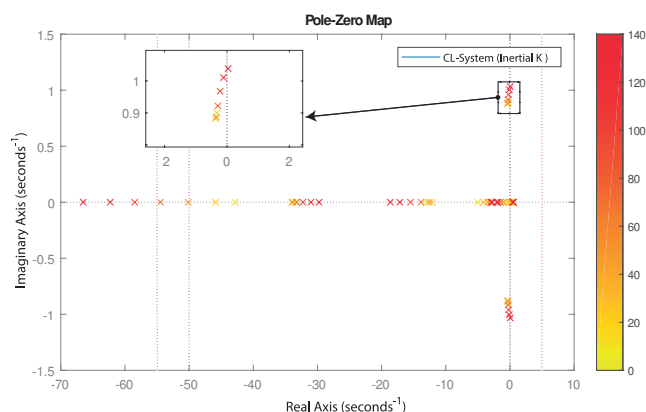


Figura 7. Deslocamento instável em Controlador Inerte.

Em contrapartida, o controlador LPV foi capaz de garantir a estabilidade, ainda que polos não tenham se mantido dentro da região de D-Estabilidade especificada em todo o espectro de velocidade imposta pelas LMIs.

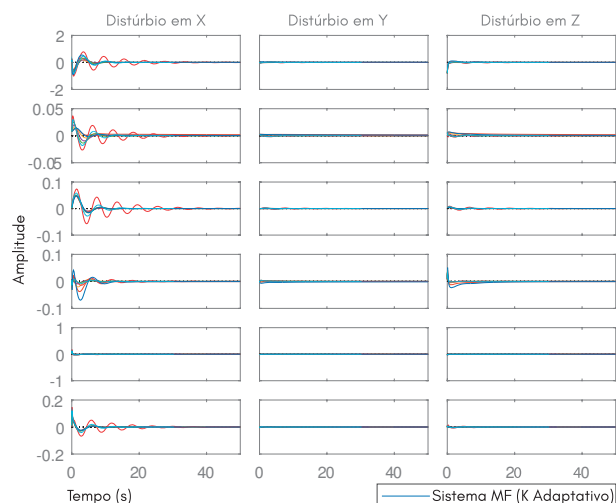


Figura 8. Rejeição de distúrbios na velocidade linear.

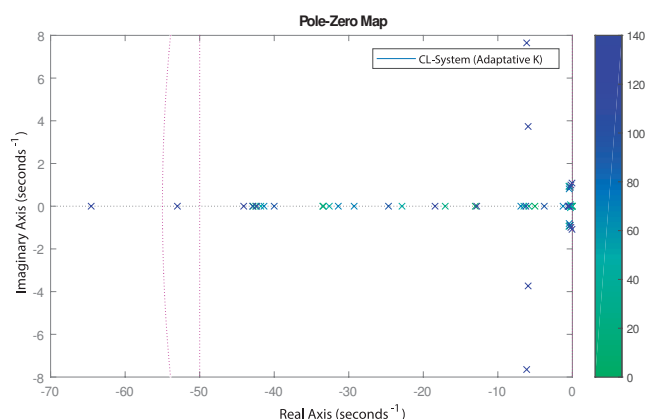


Figura 9. Deslocamento estável em Controlador LPV.

Pela Figura 8, é possível constatar que a planta continua capaz de mitigar o distúrbio nas três velocidades lineares provocado por possíveis intempéries durante a operação.

6. CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

As análises oriundas dos ensaios indicam que o controlador LPV, assim como o tradicional, foi capaz de estabilizar a planta subatuada de oitava ordem, como esperado os distúrbios no eixo X são mais significativos, devido a assimetria de velocidade presente no eixo Y . Contudo, quando condições restritas de operação são impostas, somente o controlador adaptativo foi capaz de operar em todo o espectro de forma estabilizada e, ainda nessas condições, houve a rejeição de distúrbio impostas pelas LMIs.

Análises vindouras podem conter um ensaio com regiões mais restritas de operação e utilizando um controlador matricial no lugar do ganho; estudar a resposta dinâmica do controlador à oscilação de ρ ; e a implementar outras variáveis de controle, como os ângulos de Euler.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à equipe da Universidade Federal do Ceará.

REFERÊNCIAS

- Briat, C. (2015). *Linear Parameter-Varying and Time-Delay Systems*, volume 3.
- Chilali, M. and Gahinet, P. (1996). H design with pole placement constraints: An LMI approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(3), 358–367.
- Fergani, S., Menhour, L., Sename, O., Dugard, L., and D’Andrea Novel, B. (2013). Study and comparison of non linear and LPV control approaches for vehicle stability control. *2013 21st Mediterranean Conference on Control and Automation, MED 2013 - Conference Proceedings*, 303–310.
- Gerboni, C.A., Geluardi, S., Olivari, M., Nieuwenhuizen, F.M., Bühlhoff, H.H., and Pollini, L. (2014). Development of a 6 DOF Nonlinear Helicopter Model For the MPI CyberMotion Simulator. *40th European Rotorcraft Forum*, 1–12.
- Johnson, W. (2013). *Rotorcraft Aeromechanics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Padfield, G.D. (2007). *Helicopter Flight Dynamics*. Blackwell Publishing Ltd, Oxford, UK, 2 edition.
- Pavel, M. (1996). *Six Degrees of Freedom Linear Model for Helicopter Trim and Stability Calculation*. December.
- Rasheed, A. (2018). Modeling and controller design for helicopter dynamics. In *ICOSST 2017 - 2017 International Conference on Open Source Systems and Technologies, Proceedings*, volume 2018-Janua, 1–9. doi: 10.1109/ICOSST.2017.8278997.
- Skogestad, S. (2005). *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*.
- Talbot, P.D., Tinling, B.E., Decker, W.A., Chen, R.T.N., and Field California, M. (1982). A Mathematical Model of a Single Main Rotor Helicopter for Piloted Simulation NASA. (September 1982).
- Venkatesan, C. (2014). *Fundamentals of Helicopter Dynamics*. CRC Press, 1st edition.