

# MAPEAMENTO DA DINÂMICA DE LASER SEMICONDUTOR POR MEIO DE SISTEMA HÍBRIDO NEURO-EVOLUTIVO

RÔMULLO R. M. CARVALHO<sup>1</sup>, LUÍS G. M. SOUZA<sup>2</sup>, GEORGE A. P. THÉ<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>*Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Piauí*

*Campus Universitário Ministro Petrônio Portella, Bairro Ininga, CEP 64049-550, Teresina - PI*

<sup>3</sup>*Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática, Universidade Federal do Ceará*

*E-mails: randellromullo@gmail.com, lmotasouza@gmail.com, geothe@hotmail.com*

**Abstract** — This paper proposes the modelling of the dynamics of optical laser based on quantum dots by extreme learning machine in its learning conventional configuration and with optimization of its hidden layer in a neuro-evolutive hybrid system trained by a genetic algorithm (GA). The identification, which uses nonlinear autoregressive model with exogenous inputs (NARX), is opposed to classical methods, mostly based on physical-experimental and mathematical study of system. The models found present validation through residues analysis and the laser database was obtained at a certain temperature in excited and ground states; the system responses is given in optical power as a function of the input current. The GA addition to the conventional model allowed the hidden nodes reduction in the network, at the highest operational cost.

A adição do AG ao modelo convencional permitiu a redução de nós escondidos na rede e maior eficiência, a maior custo operacional.

**Keywords** — Extreme learning machine, Genetic algorithm, NARX model, Optical laser based on quantum dots, Neuro-evolutive hybrid system.

**Resumo** — Este trabalho propõe o mapeamento da dinâmica de laser quântico baseado em pontos quânticos por meio da máquina de aprendizagem extrema em sua configuração convencional de aprendizagem e com otimização da sua camada escondida em um sistema híbrido treinado por um algoritmo genético (AG). A identificação, que utiliza modelo não-linear discreto autorregressivo com entradas exógenas (NARX), opõe-se aos métodos clássicos, majoritariamente baseados no estudo físico-experimental e matemático do sistema. Os modelos encontrados apresentam validação por meio da análise dos resíduos e o banco de dados do laser foi obtido a determinada temperatura nos estados excitado e fundamental, cuja a resposta é dada em potência óptica em função da corrente na entrada. A adição do AG ao modelo convencional permitiu a redução de nós escondidos na rede, a maior custo operacional.

**Palavras-chave** — Máquina de aprendizagem extrema, Algoritmo genético, Modelo NARX, Laser óptico de pontos quânticos, Sistema híbrido neuro-evolutivo.

## 1. Introdução

Lasers semicondutores de pontos quânticos (no inglês, *quantum dot*, QD) são tradicionalmente modelados a partir de uma abordagem massivamente físico-experimental. Os métodos variam entre estudos e formulações menos complexas, como as equações de taxa, ou mais elaborados e precisos, como os cálculos cinéticos microscópicos (Thé, 2010).

As equações de taxa, a princípio, operadores de flutuação para descrição da natureza quântica das transições, adaptam-se à dinâmica de lasers QD, por meio de modelos com eficiência de injeção unitária (Haug, 1969; Faist, 2003). No entanto, mesmo essa abordagem, mais antiga e simplificada, exige íntimo e demorado estudo das propriedades intrínsecas ao material para apresentar resultados satisfatórios.

Por outro lado, a identificação de sistemas dinâmicos baseada em aprendizagem de máquina vem ganhando expressão, sobretudo, para modelos de caixa-preta — nos quais se faz necessário pouco ou nenhum conhecimento prévio do comportamento do processo. Redes neurais — supervisionadas — de única camada (*Single Layer Feedforward Neural*

*Network - SLFN*) são expoentes para solução desse tipo em particular de modelo.

O trabalho pioneiro de Huang et al. (2004), propondo a Máquina de Aprendizagem Extrema (*Extreme Learning Machine, ELM*), possibilitou a utilização de *SLFNs* sem o custo de processamento e o de tempo inerentes ao treinamento das redes clássicas, como o *perceptron* de múltiplas camadas (MLP). A rede ELM organiza sua aprendizagem com base exclusivamente no transporte de informação na direção direta, da entrada para saída, ou *feedforward* (Cao, Lin, Huang, 2012), apresentando diminuta quantidade de parâmetros ajustáveis e bons resultados de generalização (Huang et al, 2012).

No entanto, a ELM ainda apresenta dificuldade ao lidar com aplicações práticas (como reconhecimento de voz e de imagens) e com identificação de sistemas reais (como os que incluem sinais visuais ou acústicos), restringindo sua aplicabilidade, em boa parte dos estudos, a problemas de classificação (Tang, Deng, Huang, 2016). Entre outros motivos para tanto, destaca-se a inicialização aleatória dos pesos da camada intermediária da rede, o que normalmente exige uma quantidade superior à estritamente necessária desses pesos para se obter respostas

adequadas do modelo. Isso torna a decisão pela quantidade de neurônios ocultos um dilema entre alto o suficiente para compensar a inicialização aleatória e relativamente reduzido, para manter a eficiência da rede.

Ultimamente, muitos trabalhos de sistemas híbridos com algoritmos genéticos têm sido propostos em prol de otimização de outros algoritmos de aprendizagem de máquina, por exemplo, em sistemas *fuzzy*, como o apresentado por Shi, Boudouh e Grunder (2017). Por outro lado, combinações da ELM com outros algoritmos de otimização já existem na literatura, como com PSO (*Particle Swarm Optimization*) (Ling et al, 2018) ou com DE (*Differential Evolutionary*) (Ghimire et al, 2018).

O presente trabalho apresenta um sistema híbrido baseado na rede ELM, com o intuito de se buscar um conjunto ótimo ou próximo deste para os pesos da camada escondida da rede. Pretende-se, com o acoplamento de um algoritmo genético (AG) ao treinamento da ELM, obter modelagem satisfatória mesmo para quantidades inferiores a tipicamente necessárias de neurônios ocultos; quando conveniente, comparações com o modelo de ELM não híbrido serão realizadas.

Nas Seções 2 e 3, são apresentados, respectivamente, o embasamento teórico do sistema híbrido construído e as análises do modelo adotado e do banco de dados. As Seções seguintes (4 e 5) contêm as repostas obtidas pela modelagem e a validação do processo para cada situação proposta. Por fim, as principais conclusões a respeito do estudo estão na Seção 6.

## 2. Sistema Híbrido Neuro-evolutivo

O sistema híbrido proposto apresenta um algoritmo genético com uma rede ELM como função de aptidão para determinação de um conjunto de pesos ótimos ou sub-ótimos na camada escondida desta. Estes pesos, então, são utilizados na própria rede para se obter o modelo do laser QD.

### 2.1. A Máquina de Aprendizagem Extrema

Segundo Huang, Wang e Lan (2011), a ELM, essencialmente, compreende uma camada oculta de pesos sinápticos aleatórios e a saída a partir de modelo linear, determinado analiticamente com base no método dos mínimos quadrados ou em alguma variação dele. A função adotada para a camada oculta não-linear é a sigmoide logística, apresentada em (1).

$$\varphi(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (1)$$

O esquema da rede é simplificado e apresentado na Figura 1, em que  $x(n)$ ,  $y^{hid}(n)$  e  $y^{out}(n)$  são, respectivamente, a entrada, a resposta da camada oculta e a saída da rede, para uma amostra qualquer  $n$ . As respostas  $y$  podem ser obtidas conforme (2) e (3), em que  $\mathbf{W}$  é a matriz de pesos ocultos, inicializado aleatoriamente, e  $\mathbf{M}$ , a de pesos da saída.

$$y^{hid}(n) = \varphi(\mathbf{W}x(n)) \quad (2)$$

$$y^{out}(n) = \mathbf{M}y^{hid}(n) \quad (3)$$

A matriz  $\mathbf{M}$  é determinada por (4) — adaptação do método dos mínimos quadrados para a rede —, em que  $\mathbf{Y}_{out}^{des}$  reúne a saída desejada do sistema para todas as amostras de “treino”, em que cada linha  $n$  da matriz representa uma amostra do conjunto.  $\mathbf{Y}_{hid}$  equivale a resposta da camada escondida para essa mesma amostragem aplicando-se os pesos aleatórios em (2) e  $\mathbf{Y}_{hid}^T$  é a sua transposta.

$$\mathbf{M} = (\mathbf{Y}_{hid}^T \mathbf{Y}_{hid})^{-1} \mathbf{Y}_{hid}^T \mathbf{Y}_{out}^{des} \quad (4)$$

Uma vez que a inversa de  $\mathbf{Y}_{hid}^T \mathbf{Y}_{hid}$  pode ser de difícil acesso ou não existir, optou-se pela alternativa da pseudo-inversa de  $\mathbf{Y}_{hid}$ , determinada segundo o método de Moore-Penrose. Nesse caso,  $\mathbf{M}$  é dado por (5), em que  $\mathbf{Y}_{hid}^+$  é a pseudo-inversa de  $\mathbf{Y}_{hid}$ .

$$\mathbf{M} = \mathbf{Y}_{hid}^+ \mathbf{Y}_{out}^{des} \quad (5)$$

### 2.2. O Algoritmo Genético

O AG é baseado em um laço de seleção-adaptação: os indivíduos mais aptos da geração atual são selecionados por métodos como o da Roleta ou do Torneio e, então, adaptados por meio de cruzamento entre indivíduos (*crossover*) e mutação; a nova população obtida, posteriormente, segue o mesmo processo. Além disso, um método de conservar as melhores soluções de maneira que elas não se percam ao longo das gerações é o elitismo, em que os indivíduos mais aptos são garantidamente conservados à próxima geração, sem passar pelos processos de recombinação e mutação. O arcabouço básico do AG segue a metodologia descrita por Whitley (1994), com as alterações necessárias ao problema proposto.

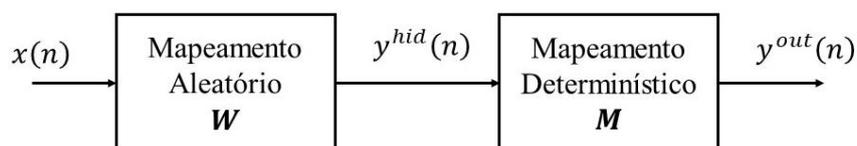


Figura 1. Esquemático da ELM.

A população de um AG é constituída por indivíduos, cada um sendo candidato a uma solução do problema; um indivíduo pode apresentar um ou mais cromossomos (normalmente apenas um) e cada um destes, um conjunto de genes. Os genes representam as características ou as partes da solução.

A população inicial de indivíduos do AG é, em geral, originada randomicamente e deve ter tamanho suficiente para apresentar boa representatividade do espaço de busca de soluções. Em termos de representação real dos genes, um método de crossover favorável é o do operador BLX- $\alpha$ , conforme (6), em que a próxima população — “filhos” — é obtida a partir dos “pais” desta geração, indivíduos mais aptos segundo a seleção utilizada:  $\beta$  é um valor aleatório no intervalo  $[\alpha, 1-\alpha]$ , em que  $\alpha$  é ajustável e definido no início do algoritmo.

$$\text{Filho} = \text{Pai}_1 + \beta(\text{Pai}_2 - \text{Pai}_1) \quad (6)$$

### 2.3. O Sistema Híbrido

O objeto de otimização da rede ELM é o conjunto de pesos da camada oculta, portanto, a representação no AG mais direta é em valores reais; cada indivíduo de um cromossomo terá um conjunto de pesos escondidos, cada gene, um peso diferente. A aptidão dos indivíduos é dada pela proximidade da saída da rede e o valor esperado do sistema real (denominada de agora em diante apenas de resíduo, ou erro na saída).

## 3. Modelo Abordado e Banco de Dados

Não por acaso, utilizou-se de modelo caixa preto por meio da ELM ou do sistema híbrido a fim de evitar o estudo detalhado das propriedades físico-matemáticas do sistema abordado. A seguir, expor-se-ão considerações sobre os sistemas modelado e real.

### 3.1. NARX

Para considerar a dependência de entradas e saídas anteriores no modelo, lançou-se mão da estrutura não-linear autorregressiva de entradas exógenas (*Nonlinear Autorregressive exogenous inputs, NARX*), matematicamente expressa em (7). A característica não linear é obtida na camada oculta da ELM pela função logística; os valores da ordem do modelo são  $n_y = 4$  e  $n_u = 4$  e o tempo de atraso,  $\tau_d = 10$ ; esses parâmetros foram determinados empiricamente.

### 3.2. O Banco de Dados do Laser Semicondutor

Os dados utilizados para identificação neste artigo são oriundos de parcela dos resultados da pesquisa de doutorado de Thé (2010). O laser QD foi ensaiado a 20°C em dois estados distintos: excitado (ES) e fun-

damental (GS). Em cada um deles, obteve-se um conjunto de séries temporais baseados no degrau de corrente aplicado à entrada.

Cada um dos dois estados foi considerado um sistema diferente. A Tabela 1 apresenta as características das séries temporais obtidas, cada uma correspondendo à resposta a um degrau de corrente de patamar inferior  $I_{bottom}$  aproximadamente constante e de superior  $I_{top}$  variando com passo unitário de uma série à seguinte.

### 3.3. Descrição metodológica do modelo

Os códigos da rede ELM e do sistema híbrido AG-ELM foram implementados no ambiente de programação MATLAB®, versão R2015a, bem como os gráficos a serem apresentados na seção seguinte. Para referências de tempo de processamento, o computador utilizado para executar o *software* é um notebook HP Pavillon, modelo 14-v061br, sistema operacional Windows 10, Core i5 e 4Gb de RAM.

Os parâmetros ajustáveis da rede ELM e do problema estão na Tabela 2: a configuração da função de ativação logística e a respectiva parametrização adequada da saída do laser, bem como o percentual de dados que serão utilizados para se obter o modelo (“treinamento”) em 30% — os outros 70% para validação do modelo. Ambos os modelos almeçados (ELM com e sem otimização evolutiva) foram obtidos para cinco, dez, quinze e vinte neurônios escondidos a fim de se analisar a redução da densidade de neurônios na camada intermediária.

Na Tabela 3, estão contidos os parâmetros do AG utilizado para otimizar a camada escondida da ELM no sistema híbrido. O erro quadrático médio (*mean squared error, MSE*) desejável foi definido a um valor bastante pequeno para que, na prática, o critério de parada seja exclusivamente a quantidade de gerações; a população foi definida com 105 indivíduos, cinco deles destinados ao elitismo, ou seja, mantidos inalterados entre gerações por serem os mais aptos da população.

Tabela 1. Características das séries temporais da amostra.

Parâmetro	Valores
Quantidade de séries temporais	76
Quantidade de amostras por série	510
$I_{bottom}$ [mA]	60 <sup>1</sup>
Intervalo de $I_{top}$ [mA]	[65; 140] <sup>2</sup>
Intervalo temporal da amostra (ns)	[36; 41]

<sup>1</sup>Valor aproximado. <sup>2</sup>Passo entre amostras de 1 mA.

Tabela 2. Parâmetros da ELM e do problema.

Parâmetro	Valor adotado
Neurônios escondidos	$N_{hid} = [5; 10; 15; 20]$
Parametrização da saída	[0, +1]
Percentual de “treinamento”	30%

$$y(n) = f\left(y(n-1), \dots, y(n-n_y), u(n-\tau_d), \dots, u(n-\tau_d-n_u+1)\right) + e(n) \quad (7)$$

Tabela 3. Parâmetros do AG.

Parâmetro	Valor adotado
Quantidade de gerações	100
MSE desejado	$10^{-5}$
Tamanho da população	105 indivíduos
Elitismo	5 indivíduos
Cromossomo	Conjunto de pesos da camada escondida $\mathbf{W}$
Taxa de recombinação	90%
Taxa de mutação	2%
Parâmetro do operador BLX- $\alpha$	$\alpha = 0,3$

### 3.4. Validação

Uma forma pragmática de validar a modelagem realizada é por meio da correlação presente no resíduo. Segundo sugerido por Aguirre (2004), a análise do erro na saída do modelo pela autocorrelação ou pela correlação cruzada entre variações do erro pode ser realizada conforme (8) e (9), em que  $\xi(k)$  representa o resíduo no instante  $k$  e  $\delta(\tau)$ , o impulso, em  $\tau$ ; correlações cruzadas entre os resíduos e a entrada não são tão úteis em questão, uma vez que a entrada do modelo corresponde a um degrau de corrente.

$$r_{\xi\xi}(\tau) = E\{\xi(k-\tau)\xi(k)\} = \delta(\tau) \quad (8)$$

$$r_{\xi^2, \xi^2}(\tau) = E\{[\xi^2(k) - \overline{\xi^2(k)}][\xi^2(k-\tau) - \overline{\xi^2(k)}]\} = \delta(\tau) \quad (9)$$

## 4. Mapeamento da Dinâmica de Laser QD

Para evitar a repetibilidade nos resultados, apenas as respostas gráficas dos modelos com cinco e vinte neurônios (os extremos propostos) serão discutidas; as demais terão análise pelos resíduos. Nos arranjos com cinco neurônios (Figuras 2 e 4, ES e GS, respec-

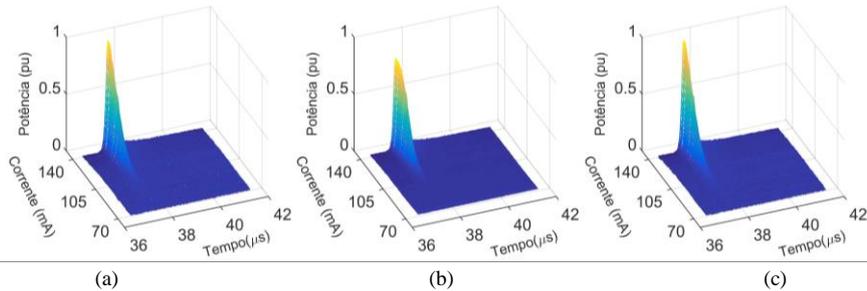


Figura 2. Saídas (a) esperada, (b) da ELM e (c) do sistema híbrido para cinco neurônios (20° e ES).

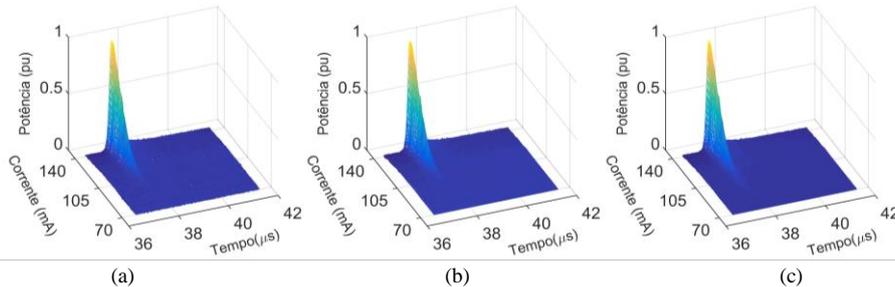


Figura 3. Saídas (a) esperada, (b) da ELM e (c) do sistema híbrido para vinte neurônios (20° e ES).

tivamente), os modelos com otimização evolutiva apresentam uma saída mais próxima da desejada: apesar de sutil diferença, o sobressinal apresentado pela ELM, por exemplo, é inferior ao do sistema híbrido, próximo ao desejado.

O aumento de neurônios na camada oculta (Figuras 3 e 5, respectivamente, ES e GS) diminui esse efeito: a quantidade alta é suficiente para compensar conjuntos de pesos  $\mathbf{W}$  não ótimos e a otimização não é mais tão útil. Esse processo de compensação pode ser visualizado na Tabela 5: o MSE da ELM reduz mais acintosamente com o aumento de neurônios do que o sistema AG-MLP.

Na Tabela 4, estão apresentados também os tempos de processamento dos modelos tanto para o “treino” quanto para a determinação da saída do conjunto de teste; este último pode ser visto, ainda, como uma estimativa para a execução do algoritmo em aplicações práticas do modelo: quanto mais neurônios na camada escondida, mais demorado o processamento e, portanto, menor a eficiência.

Por um lado, o processo de modelagem da rede ELM otimizada possui uma eficácia maior, sobretudo, para quantidades menores de neurônios ocultos e, portanto, pode apresentar maior eficiência utilizando menos neurônios. Por outro, o custo de processamento para construção do modelo é de cerca de quatro ordens de grandeza a mais que a ELM.

Tabela 4. MSE, tempos de treino e de teste para cada configuração de neurônios escondidos.

$N_{hid}$	MSE [ $10^{-5}$ ]		Tempo de Treino [s]		Tempo de Teste [ms]	
	ELM	AG-ELM	ELM	AG-ELM	ELM	AG-ELM
5	6,27	4,99	0,0061	28,80	7,3	6,7
10	5,50	4,75	0,0070	31,01	9,1	8,8
15	5,32	4,72	0,0086	49,71	13,3	12,6
20	4,73	4,55	0,0091	52,19	14,6	15,5

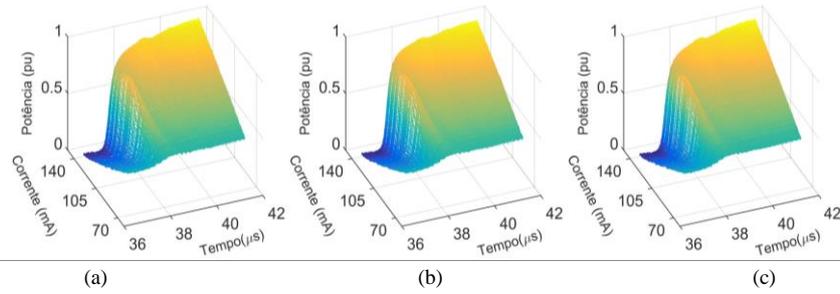


Figura 4. Saídas (a) esperada, (b) da ELM e (c) do sistema híbrido para cinco neurônios (20° e GS).

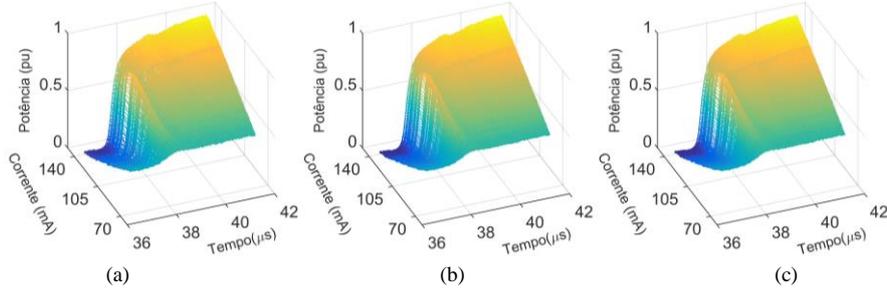


Figura 5. Saídas (a) esperada, (b) da ELM e (c) do sistema híbrido para vinte neurônios (20° e GS).

## 5. Validação dos Modelos

Na Figura 6, apresentam-se ambas as formulações em (7) e (8) para os modelos com cinco neurônios em estado excitado a 20°C. Apesar de a correlação do resíduo do modelo híbrido não estar totalmente dentro da faixa de tolerância ( $r_{\xi\xi}(\tau) \approx 0$  e  $r_{\xi^2, \xi^2}(\tau) \approx 0$ ) para  $\tau \neq 0$ , seu resultado está mais próximo do desejado que o obtido pelos resíduos da ELM. Por outro lado, com vinte neurônios (Figura 7) na camada escondida, a validação é bastante semelhante para ambos os modelos.

Para o estado fundamental, a 20°C, a comparação é ainda mais nítida: o modelo híbrido com cinco neurônios (Figura 8) está próximo de ser validado, enquanto a ELM apresenta resíduos com teor de informação ainda alto — caso em que a correlação cruzada ou a autocorrelação apresenta valores mais próximos da unidade. Em contrapartida, ambos os modelos tiveram a análise dos resíduos para  $\tau \neq 0$  dentro da faixa de tolerância para 20 neurônios (Figura 9).

Vale ressaltar que o ajuste dos parâmetros do AG interfere na validação do modelo pela análise dos resíduos. A um custo operacional maior e mais demorado, o aumento da população ou da quantidade de gerações aproximam a resposta do modelo à desejada, dentro de certo limite, a partir do qual a resposta do modelo estagna na solução ótima ou sub-ótima — ou mesmo se afasta dela.

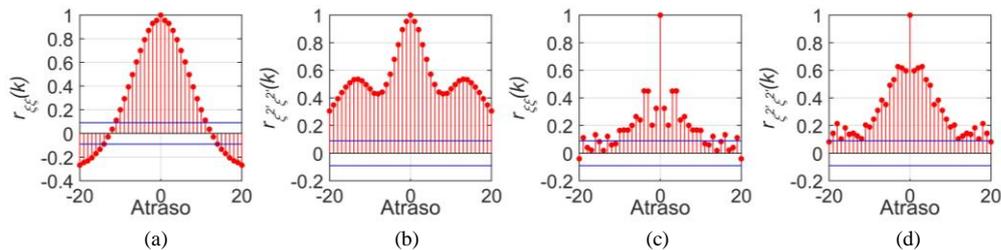


Figura 6. Validação para cinco neurônios: (a)  $r_{\xi\xi}$  e (b)  $r_{\xi^2, \xi^2}$ , da ELM; (c)  $r_{\xi\xi}$  e (d)  $r_{\xi^2, \xi^2}$ , do AG-ELM (20° e ES).

## 6. Conclusões

Ambos os modelos propostos conseguem, a determinada configuração, apresentar resultados satisfatórios dentro da expectativa proposta — e validados pela análise de resíduos. A ELM necessita de mais neurônios na camada escondida, enquanto o sistema híbrido neuro-evolutivo consegue resultados semelhantes com uma maior eficiência de neurônios, o que reduz o custo operacional na aplicação do modelo a novas amostras.

Por outro lado, o tempo e o processamento necessários para a aprendizagem do modelo é bastante superior para a ELM com camada oculta otimizada: quatro ordens de grandeza maior para 100 gerações e população com 105 indivíduos e com tendência a aumentar com a elevação desses parâmetros. Sem o AG acoplado, a ELM é modelável em tempo próximo ao de aplicação da rede a novas amostras.

Possivelmente, ainda existem modelos híbridos com melhor validação do que as apresentadas, uma vez que não há garantias que os conjuntos de pesos ocultos encontrados sejam os ótimos, mas apenas próximos a estes. Variações dos parâmetros ajustáveis do AG, como o aumento da quantidade de gerações ou da população, podem gerar diferentes modelos; o custo operacional dessas ações já foi discutido. Enquanto isso, a simplicidade da ELM não permite essa melhora se não pelo aumento de neurônios.

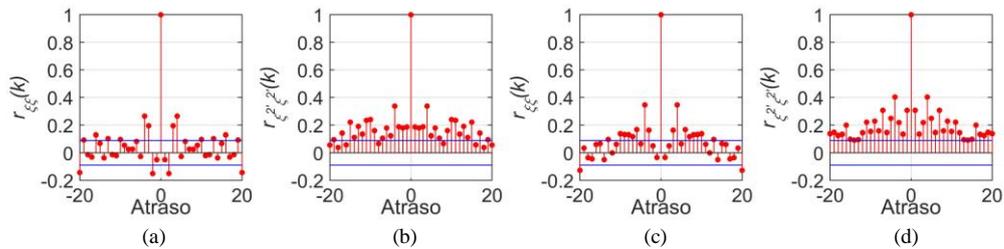


Figura 7. Validação para vinte neurônios: (a)  $r_{\xi\xi}(0)$  e (b)  $r_{\xi^2\xi^2}(0)$  da ELM; (c)  $r_{\xi\xi}(0)$  e (d)  $r_{\xi^2\xi^2}(0)$  do AG-ELM (20° e ES).

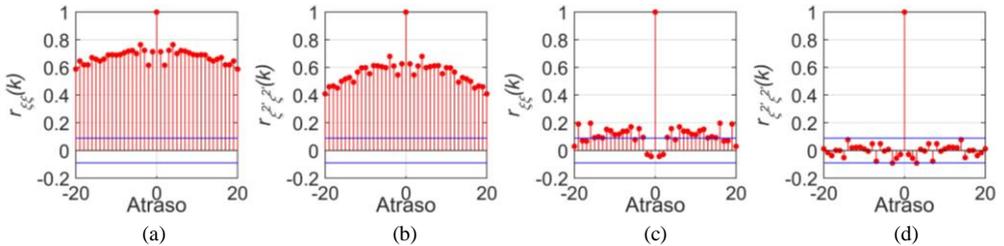


Figura 8. Validação para cinco neurônios: (a)  $r_{\xi\xi}(0)$  e (b)  $r_{\xi^2\xi^2}(0)$  da ELM; (c)  $r_{\xi\xi}(0)$  e (d)  $r_{\xi^2\xi^2}(0)$  do AG-ELM (20° e GS).

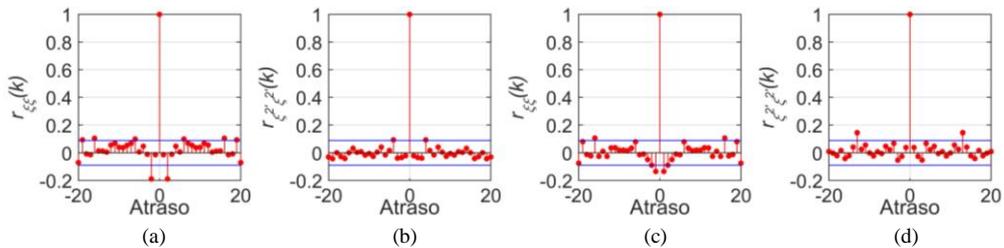


Figura 9. Validação para vinte neurônios: (a)  $r_{\xi\xi}(0)$  e (b)  $r_{\xi^2\xi^2}(0)$  da ELM; (c)  $r_{\xi\xi}(0)$  e (d)  $r_{\xi^2\xi^2}(0)$  do AG-ELM (20° e GS).

## Referências Bibliográficas

- Aguirre, L. A. (2004) Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais. Belo Horizonte: UFMG.
- Cao, J.; Lin, Z.; Huang, G. B. (2012). Self-adaptive evolutionary extreme learning machine. Neural processing letters, Springer, v. 36, n. 3, p. 285–305.
- Faist, J., Capasso, F., Sivco, D. L., Sirtori, C., Hutchinson, A. L., and Cho, A. Y. (1994). Quantum cascade laser. Science, Vol. 264, n. 5158, pp. 553-556.
- Ghimire, S.; Deo, R. C.; Downs, N. J.; Raj, N. (2018). Self-adaptive differential evolutionary extreme learning machines for long-term solar radiation prediction with remotely-sensed MODIS satellite and reanalysis atmospheric products in solar-rich cities. In: Remote Sensing of Environment, v. 212, p. 176-198.
- Haug, H. (1969). Quantum-mechanical rate equations for semiconductor lasers. Physical Review, Vol. 184, n. 2, p. 338.
- Huang, G. B., Zhou, H., Ding, X. and Zhang, R. (2012). Extreme Learning Machine for Regression and Multiclass Classification., IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B, Vol. 42, n. 2, pp. 513-529.
- Huang, G. B.; Wang, D. H.; Lan, Y. (2011). Extreme learning machines: a survey. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, Springer, v. 2, n. 2, p. 107–122.
- Huang, G. B., Zhu, Q. Y. and Siew, C.-K. (2004). Extreme learning machine: a new learning scheme of feedforward neural networks, Neural Networks, 2004. Proceedings. 2004 IEEE International Joint Conference on, Vol. 2, pp. 985-990.
- Ling, Q. H.; Song, Y. Q.; Han, F.; Zhou, C. H.; Lu, H. (2018). An Improved learning algorithm for random neural networks based on particle swarm optimization and input-to-output sensitivity. In: Cognitive Systems Research.
- Shi, Y. Boudouh, T., Grunder, O. (2017). A hybrid genetic algorithm for a home health care routing problem with time window and fuzzy demand. In: Expert Systems with Applications, v. 72, p. 160-176.
- Tang, J.; Deng, C.; Huang, G. B. (2016). Extreme learning machine for multilayer perceptron. In: IEEE transactions on neural networks and learning systems, v. 27, n. 4, p. 809-821.
- Thé, G. A. P. (2010). Improved modeling and simulation of quantum dot lasers. Tese de doutorado. Politecnico di Torino.
- Whitley, D. (1994). A genetic algorithm tutorial. Statistics and computing, v. 4, n. 2.