



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CAMPUS RUSSAS**  
**CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**RENAN NOGUEIRA PAULO**

**MODELAGEM NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE ESTRUTURA**  
**INDUSTRIAL DE CONCRETO ARMADO PRÉ-MOLDADA**

**RUSSAS**

**2021**

RENAN NOGUEIRA PAULO

MODELAGEM NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE ESTRUTURA INDUSTRIAL  
DE CONCRETO ARMADO PRÉ-MOLDADA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à banca examinadora da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Graduado em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Esequiel Fernandes Teixeira Mesquita.

RUSSAS

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

- P356m Paulo, Renan Nogueira.  
Modelagem numérica do comportamento de estrutura industrial de concreto armado pré-moldado /  
Renan Nogueira Paulo. – 2021.  
51 f. : il. color.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Russas,  
Curso de Curso de Engenharia Civil, Russas, 2021.  
Orientação: Prof. Dr. Esequiel Fernandes Teixeira Mesquita.
1. Análise dinâmica. 2. Método dos Elementos Finitos . 3. Análise modal. 4. Torres de resfriamento.  
I. Título.

CDD 620

---

RENAN NOGUEIRA PAULO

MODELAGEM NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE ESTRUTURA INDUSTRIAL  
DE CONCRETO ARMADO PRÉ-MOLDADA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à banca examinadora da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Graduado em Engenharia Civil.

Aprovada em: 24/01/2022

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Esequiel Fernandes Teixeira Mesquita (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Jerfson Moura Lima  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Eng. Me. Francisco da Silva Brandão  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Dedico esse trabalho a Deus, aos meus pais e  
ao meu irmão.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, pois, sempre esteve comigo me dando força, sabedoria e saúde para seguir em frente.

A minha mãe, Lindete, por sempre estar comigo, me ajudando e apoiando.

Ao meu pai, Alberto, por todo o esforço que fez para que eu pudesse ter educação.

Ao meu irmão, Lucas, por ser meu exemplo.

Aos meus avós, que sempre me apoiaram em meu sonho.

Ao Prof. Dr. Lindberg Gonçalves, que com bravura trouxe um campus da UFC para Russas, o que me ajudou a realizar o meu sonho de ser um engenheiro civil.

Ao Prof. Dr. Esequiel Fernandes Teixeira Mesquita, pela excelente orientação e pelas oportunidades únicas de crescimento que me foram dadas.

Aos professores participantes da banca examinadora, Prof. Dr. Jerfson Moura Lima e Eng. Me. Francisco da Silva Brandão pelo tempo e pelas valiosas colaborações e sugestões.

Aos professores entrevistados, pelo tempo concedido nas entrevistas.

Aos colegas da turma pelos momentos felizes que passamos.

“A persistência é o menor caminho do êxito”.  
(Charles Chaplin)

## RESUMO

Torres de resfriamento são de grande importância para indústrias de geração de energia e sua durabilidade está diretamente ligada ao sucesso deste processo. Por se tratar de uma estrutura que suporta cargas dinâmicas e utilizar água salgada para o processo, danos podem ocorrer ao longo do tempo. Por isso, vistorias frequentes devem acontecer para detectar os danos presentes na estrutura, bem como suas causas. O presente trabalho tem como objetivo a análise estática, modal e harmônica utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) por meio do Software Ansys® 19.2 de uma torre de resfriamento pré-moldada de modo a identificar a causa de fissuras ocorridas radialmente na laje das turbinas. Com estas análises, foi possível a obtenção das tensões e deformações correspondentes e observar as frequências naturais do elemento analisado. Foi observado que as frequências naturais obtidas não são próximas da frequência de oscilação fornecidas pelas turbinas, bem como suas tensões e deformações se encontraram abaixo do valor estipulado como resistência para o modelo indicando que o fenômeno de ressonância não é o causador dos danos à estrutura e sim, possivelmente fenômenos referentes à fluência do concreto.

**Palavras-chave:** Análise dinâmica; Método dos Elementos Finitos; Análise modal; Torres de resfriamento.

## **ABSTRACT**

Cooling towers are of great importance for power generation industries and their durability is directly linked to the success of this process. Because it is a structure that supports dynamic loads and uses salt water for the process, damage can occur over time. Therefore frequent surveys should take place to detect the damage present in the structure, as well as its causes. The present work aims at static, modal and harmonic analysis using the Finite Element Method (FEM) through the Ansys Software® 19.2 of a precast cooling tower to try to identify the cause of cracks that occurred radially in the turbines slabs. With these analyses, it was possible to obtain the corresponding stresses and deformations and observe the natural frequencies of the analyzed element. It was observed that the natural frequencies obtained are not close to the oscillation frequency provided by the turbines, as well as its stresses and deformations were below the value stipulated as resistance to the model indicating that the resonance phenomenon is not the cause of the damage to the structure, but possibly phenomena related to the fluency of concrete.

**Keywords:** Dynamic analysis; Finite Element Method; Modal analysis; Cooling towers.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- a) Esquematização funcionamento torre de resfriamento por contra corrente; b) Corte esquemático de uma torre de resfriamento por contra corrente.....	16
Figura 2 - Representação de um sistema oscilatório com um grau de liberdade.....	18
Figura 3 - Exemplo de vibração livre não amortecida.....	19
Figura 4 - Representação gráfica dos tipos de amortecimento.....	21
Figura 5 - Amplitude de vibração de um sistema amortecido próximo à frequência natural. .	22
Figura 6 - Colapso Tacoma Brigde.....	23
Figura 7 - Análise teórica dos modos de um sistema. ....	23
Figura 8 - Análise teórica dos modos de um sistema. ....	24
Figura 9 - Análise experimental dos modos de um sistema. ....	25
Figura 10 - Elipse envoltória de ruptura de Von Mises.....	27
Figura 11 - a) Processo de discretização de um sistema contínuo em subdomínios tetraédricos. b) Elementos utilizados para discretização do meio contínuo.....	28
Figura 12 - método geral para análise de sistemas discretos. ....	29
Figura 13 - Vista isométrica da torre de resfriamento .....	30
Figura 14 - Fissuras encontradas no topo da laje próximas as turbinas. ....	31
Figura 15 - Fissuras encontradas no topo da laje próximas as turbinas. ....	31
Figura 16 - Fissuras encontradas no topo da laje próximas as turbinas. ....	32
Figura 17 - Fissuras encontradas no topo da laje próximas as turbinas em 2021. ....	32
Figura 18 - Fissuras encontradas no topo da laje próximas as turbinas em 2021. ....	33
Figura 19 - Fissuras encontradas no topo da laje próximas as turbinas em 2021. ....	33
Figura 20 - Geometria da célula representativa utilizada para modelagem. ....	35
Figura 21 – Geometria completa da estrutura. ....	35
Figura 22 – SOLID92 .....	36
Figura 23 – Discretização da malha. ....	36
Figura 24 - Condições de contorno utilizadas para análise estática e modal. ....	38
Figura 25 - Tensões totais de von Mises, visualização em toda a estrutura. ....	39
Figura 26 - a) Tensões totais na face superior da laje; b) Tensões totais na face inferior da laje. ....	39
Figura 27 - Tensões de von Mises específicas para nos pilares. ....	40
Figura 28 - Deformações totais por cargas estáticas. ....	41
Figura 29 - Deslocamentos equivalentes gerados pelo primeiro modo de vibração. ....	43
Figura 30 - Deslocamentos equivalentes gerados pelo segundo modo de vibração.....	43
Figura 31 - Deslocamentos equivalentes gerados pelo terceiro modo de vibração.....	44
Figura 32 - Tensões principais para análise harmônica.....	45
Figura 33 - Deformações principais para análise harmônica. ....	45
Figura 34 - Tensões principais ocasionadas nos pilares. ....	46

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 - Propriedades dos elementos de concreto armado da simulação.....	37
Tabela 2 - Modo de vibração para as respectivas frequências naturais.....	41

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
MEF	Método dos Elementos Finitos
NBR	Norma Brasileira Regulamentar
Rpm	Rotações por minuto
Hz	Hertz
Fck	Resistência característica do concreto à compressão

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>13</b>
<b>1.1</b>	<b>Justificativa.....</b>	<b>14</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos.....</b>	<b>14</b>
<b>1.2.1</b>	<b><i>Objetivos gerais</i>.....</b>	<b>14</b>
<b>1.2.2</b>	<b><i>Objetivos específicos</i>.....</b>	<b>14</b>
<b>1.3</b>	<b>Organização do trabalho.....</b>	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>	<b>16</b>
<b>2.1</b>	<b>Torre de resfriamento.....</b>	<b>16</b>
<b>2.2</b>	<b>Sistema de um grau de liberdade.....</b>	<b>17</b>
<b>2.2.1</b>	<b><i>Vibração Livre Não Amortecida</i>.....</b>	<b>18</b>
<b>2.2.2</b>	<b><i>Vibração Livre Amortecida</i>.....</b>	<b>19</b>
<b>2.2.3</b>	<b><i>Vibração Forçada Amortecida</i>.....</b>	<b>21</b>
<b>2.3</b>	<b>Ressonância.....</b>	<b>22</b>
<b>2.4</b>	<b>Análise Modal.....</b>	<b>23</b>
<b>2.5</b>	<b>Análise estática pelo Método de Von Mises.....</b>	<b>26</b>
<b>2.6</b>	<b>Modelagem numérica utilizando Método dos elementos finitos (MEF).....</b>	<b>27</b>
<b>3</b>	<b>ESTUDO DE CASO.....</b>	<b>30</b>
<b>3.1</b>	<b>Modelagem numérica.....</b>	<b>34</b>
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS.....</b>	<b>38</b>
<b>4.1</b>	<b>Análise estática.....</b>	<b>38</b>
<b>4.2</b>	<b>Análise modal.....</b>	<b>41</b>
<b>4.3</b>	<b>Análise Harmônica.....</b>	<b>44</b>
<b>5</b>	<b>CONSLUSÕES.....</b>	<b>47</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>49</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O conhecimento sobre o comportamento estático e dinâmica das estruturas de engenharia é cada vez mais relevante. Segundo Rosero (2018), edificações de concreto armado ao longo de sua vida útil são submetidas a carregamentos provenientes do peso próprio e de sua ocupação, além destas cargas, atuam também cargas dinâmicas devido ao uso ou à fenômenos naturais. Por isso, cada vez mais se faz importante o estudo das estruturas sobre influência de cargas dinâmicas.

Com o avanço das tecnologias construtivas e a adição de critérios normativos de projeto como conforto humano e durabilidade, não somente tem-se a necessidade de se entender como a estrutura suporta cargas estáticas, como também de se entender o comportamento estrutural mediante carregamentos dinâmicos. Segundo Almeida (2005) esta análise tem grande importância para a verificação da integridade e da segurança da estrutura, sendo, portanto, uma maneira de identificar e localizar danos, além de detectar mudanças na sua deformabilidade.

Ainda de acordo com Rosero (2018) os métodos computacionais são utilizados em muitas pesquisas pelos grandes benefícios que oferecem na solução dos problemas e equações difíceis de se resolver manualmente que estão relacionadas ao comportamento mecânico do concreto armado. Destes métodos, pode-se destacar o Método dos Elementos Finitos (MEF), utilizado em larga escala devido a sua versatilidade e praticidade para trabalhar e descrever geometrias complexas.

Tendo em vista isso, o presente trabalho apresenta um estudo de caso utilizando ferramentas numéricas por meio do MEF desenvolvido em uma torre de resfriamento industrial compostas por estruturas pré-moldadas em concreto armado cujos danos ocorridos na laje que sustenta as turbinas tem como suspeita os esforços dinâmicos ocasionados por estas.

Em função disso, foi desenvolvido um modelo numérico no software Ansys® 19.2 para a obtenção de tensões e deformações elásticas devido às cargas estáticas atuantes na torre. De modo análogo, foi realizada uma análise modal para a obtenção das frequências naturais intrínsecas à construção, caracterizando então as zonas de maior acúmulo de tensões em seus primeiro 3 modos. Após realizada a análise modal, prosseguiu-se com uma análise harmônica em que foi considerado uma frequência externa de valor igual à frequência de rotação das turbinas para a obtenção da resposta dinâmica da torre a esta carga, de modo a obter como resposta se o fenômeno de ressonância seria o causador dos danos presentes na estrutura.

Trabalhos de cunho semelhantes foram desenvolvidos por Brandão (2018) e Pinto (2019) em que ferramentas computacionais foram utilizadas para obtenção de esforços e

caracterização dinâmica de construções de modo a auxiliar na tomada de decisão, bem como a obtenção dos pontos de vulnerabilidade estrutural existente. Trabalhos como o realizado por Diógenes (2010) demonstram a aplicação do MEF em estruturas pré-moldadas submetidas à carregamentos dinâmicos, indicando um grande avanço e uma percepção da importância do estudo deste tema.

## **1.1 Justificativa**

As estruturas industriais de concreto armado, em especial as torres de resfriamento, tem grande importância para o funcionamento das indústrias. Elas são responsáveis pela reutilização da água residual dos processos de geração de energia. Portanto, é de suma importância que estas estruturas sejam duráveis.

Apesar dessas estruturas serem comumente projetadas sendo consideradas construções estáticas, as construções têm natureza dinâmica, sofrendo ações variáveis de diversas fontes principalmente estruturas em que há a ação de mecanismos vibratórios como motores ou turbinas. Nesse sentido, analisar as zonas de fragilidade da estrutura às ações dinâmicas bem como a influência que as vibrações ocasionadas pelas turbinas tem sobre o concreto é de grande importância, além de fomentar mais trabalhos nesta área que tende a crescer cada vez mais no Brasil principalmente com a evolução tecnológica, com ferramentas computacionais de análise cada vez mais refinadas.

## **1.2 Objetivos**

### ***1.2.1 Objetivos gerais***

Analisar o comportamento estático e dinâmico de um modelo de torre de resfriamento, de modo a identificar se a vibração ocasionada pela turbina pode gerar danos nas lajes.

### ***1.2.2 Objetivos específicos***

- Desenvolver um modelo numérico tridimensional da torre de resfriamento;
- Caracterizar os modos de vibração da torre;
- Verificar tensões e deformações ocasionadas pelas cargas estáticas e dinâmicas;

## **1.3 Organização do trabalho**

O presente trabalho se organiza em 5 capítulos.

O primeiro capítulo trata-se de uma introdução ao tema, comenta sobre a necessidade de trabalhos sobre o tema, além de apresentar os objetivos e a organização do trabalho.

O segundo capítulo trata de uma breve revisão bibliográfica sobre os temas pertinentes ao estudo. Neste capítulo são abordados os sistemas em vibração livre, vibração amortecida e vibração forçada, falando também sobre análises estáticas, modais, torres de resfriamento e sobre o MEF utilizado para o estudo em questão.

O terceiro capítulo trata sobre os dados obtidos sobre o objeto de análise, bem como sua problemática real. Neste capítulo também é abordado a metodologia de análise e os modelos numéricos utilizados para se chegar aos resultados.

No quarto capítulo são apresentados os resultados obtidos pelas análises realizadas nos elementos, em especial a análise estática e a análise harmônica. As análises realizadas ajudaram a compreender o comportamento da estrutura às cargas que está submetida.

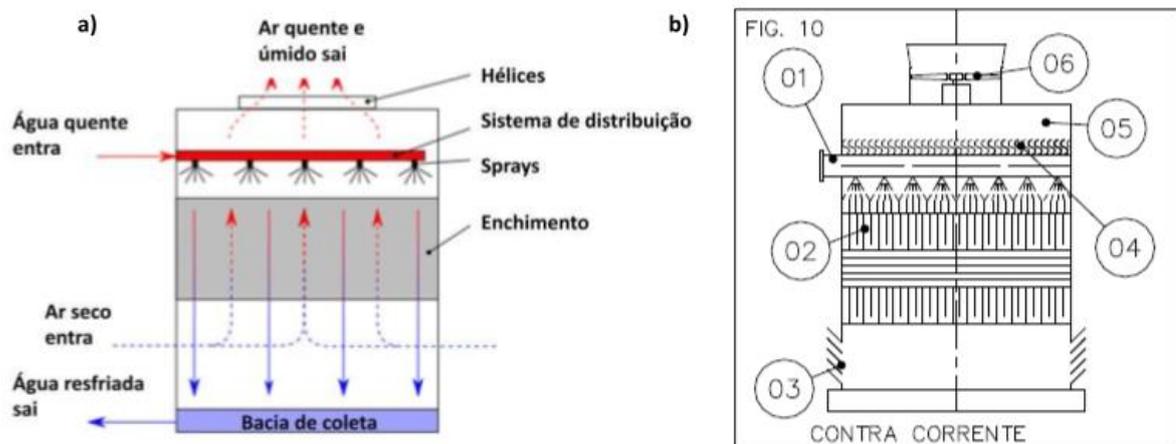
No quinto capítulo são descritas as conclusões que foram obtidas pelas análises. Também é abordado sobre a importância de estudos desse gênero em estruturas de concreto armado.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Torre de resfriamento

Torres de resfriamento são estruturas feitas em concreto armado ou estruturas metálicas que realizam de forma econômica a rejeição de águas de condensadores em processos industriais. Esse processo é muito importante para as indústrias de energia, pois de acordo com Cortinovis e Song (2006), por ser uma matéria prima escassa e pela preocupação ambiental, além de motivos econômicos, a água que sai dos resfriadores precisa ser reaproveitada. Ainda de acordo com Cortinovis e Song (2006), a água é distribuída para o topo da torre, que é constituída de um enchimento interno que melhora a distribuição da água. O Ar ambiente é insuflado através do enchimento, em contracorrente ou corrente cruzada com a água que desce. Por meio desse contato líquido-gás, parte da água evapora e ocorre o seu resfriamento. O processo mais usual em indústrias é a “contra corrente” em que a água cai verticalmente e o fluxo de ar sobe no sentido oposto, como mostra a Figura 1 abaixo.

Figura 1- a) Esquemática funcionamento torre de resfriamento por contra corrente; b) Corte esquemático de uma torre de resfriamento por contra corrente



Fonte: Elaborada pelo autor

Durante o processo de resfriamento da água, o fluxo de ar ascendente é mantido por hélices rotatórias que movimentam grandes volumes de ar. Segundo TERMOPARTS (2021) existem dois tipos de ventiladores usados para este fim, axiais e centrífugos, sendo o axial o mais utilizado. Os ventiladores axiais têm a capacidade de movimentar grandes volumes de ar

com baixas pressões estáticas (20mmCA), além de terem menor curso e serem usados em torres de qualquer tamanho.

Ainda segundo TERMOPARTS (2021), o número de pás varia de acordo com o tamanho da hélice, sendo 6 pás o mínimo necessário para ventiladores de tamanho médio, oito pás o mínimo para os de grande diâmetro e Doze pás praticamente o máximo. A velocidade do ar passando pelo ventilador varia entre 7 e 15 m/s, no entanto em indústrias, onde normalmente o ruído não é fator tão importante, as velocidades periféricas podem ir até 75 m/s.

## 2.2 Análise dinâmica

Segundo Diógenes (2010) A análise dinâmica das estruturas tem por objetivo a determinação de deslocamentos, velocidades e acelerações de todos os elementos constituintes de uma estrutura submetida a ações dinâmicas. Para Mo (1994), ações dinâmicas são denominadas assim por conta da sua variação no tempo bem como suas respostas estruturais como tensões internas, deslocamentos e deformações. Estas ações provocam na estrutura acelerações e deslocamentos, gerando como consequências forças de inércia e de amortecimento.

De acordo com Clough e Pazien (2013) as forças dinâmicas podem ser, de forma geral, expressadas pela Segunda Lei de Newton, como visto equação abaixo:

$$f(t) - m\ddot{x}(t) = 0 \quad (2.1)$$

Onde:

$m\ddot{x}(t)$  é a força de inércia correspondente à aceleração  $\ddot{x}(t)$  sobre uma massa  $m$ ; e  $f(t)$  as forças externas atuantes sobre a massa  $m$ .

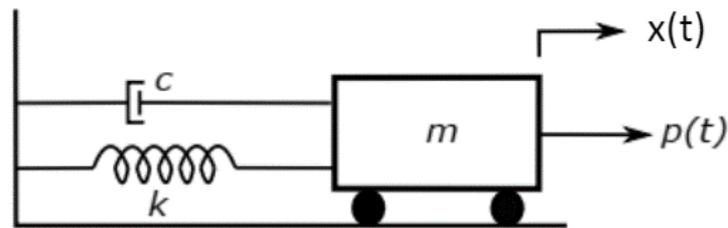
Essas forças externas podem ser categorizadas como forças harmônicas, quando podem ser descritas por combinações algébricas de funções seno e cosseno; forças periódicas, são forças que apresentam repetições em intervalos regulares de tempo e forças transientes que apresenta variações arbitrárias no tempo, sem a necessidade de periodicidade.

### 2.2.1 Sistema de um grau de liberdade

Para o entendimento da dinâmica das estruturas, é necessário primeiramente o entendimento de um sistema com apenas um grau de liberdade. Seguindo o princípio de

d'Alambert, no qual estabelece que o equilíbrio de um sistema dinâmico pode ser obtido através da adição de uma força fictícia, chamada força inercial, de sentido contrário ao movimento e de valor  $m\ddot{x}(t)$ , pode-se chegar na solução para o sistema de uma grau de liberdade no qual há atuando forças externas  $p(t)$ ; a força inercial  $m\ddot{x}(t)$ ; forças elásticas  $kx(t)$  e forças de amortecimento  $c\dot{x}(t)$  como mostra a Figura 2 abaixo:

Figura 2 - Representação de um sistema oscilatório com um grau de liberdade



Fonte: adaptado Pantoja Rosero (2018)

Para estas condições a equação de equilíbrio pode ser escrita como:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) + c\dot{x}(t) = p(t) \quad (2.2)$$

Sendo:

k a rigidez do corpo obtida pela lei de hooke;

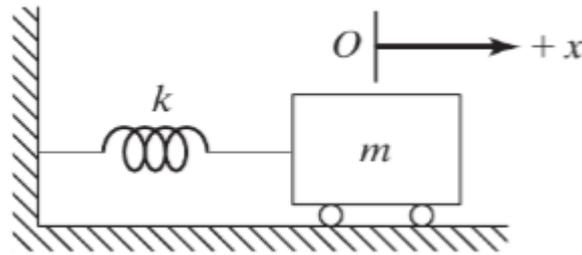
m a massa do corpo

C coeficiente de amortecimento

### 2.2.2 *Vibração Livre Não Amortecida*

Para um sistema de vibração livre e não forçado, a força externa  $p(t)$  não é aplicada, portanto seu valor é zero. Pelo fato de também não ser amortecida, a parcela de amortecimento da equação  $c\dot{x}(t)$  também será nula. A Figura 3 abaixo mostra uma esquematização do problema.

Figura 3 - Exemplo de vibração livre não amortecida



Fonte: Willmersdorf (2015)

Baseando-se nesses preceitos a equação 2 pode ser reescrita como:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2.3)$$

Por meio de cálculo diferencial, a resolução deste problema será do tipo  $x(t) = e^{\lambda t}$ , encontramos os valores de  $\lambda = \pm i\omega_n$ . Sendo:

$x(0)$  e  $\dot{x}(0)$  as condições iniciais da nossa equação diferencial, respectivamente, deslocamento e velocidade;  $\omega_n$  é chamada de frequência natural não amortecida e tem valor de  $\sqrt{k/m}$ , esta pode ainda ser escrita como:

$$f = \frac{1}{2\pi} \omega_n \quad (2.4)$$

Com  $f$  sendo a frequência em Hz

### 2.2.3 Vibração Livre Amortecida

Em estruturas reais, todos os materiais oferecem uma dissipação da energia, por uma característica intrínseca dos materiais chamada de amortecimento. Na vibração livre amortecida, ocorre o acréscimo da parcela referente ao amortecimento na equação, no entanto a força externa  $p(t)$  continua sendo nula para estas simplificações. A equação 2.2 então será escrita da seguinte forma:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) + c\dot{x}(t) = 0 \quad (2.5)$$

Prosseguindo com o mesmo processo de resolução de equações diferenciais usado para o caso da vibração livre não amortecida, adotamos  $x(t) = e^{\lambda t}$  como solução da nossa equação, obtendo a seguinte equação:

$$\lambda^2 + \frac{c}{m}\lambda + \frac{k}{m} = 0 \quad (2.6)$$

Desta equação pode-se extrair as seguintes raízes:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \omega_n \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - 1} \quad (2.7)$$

Ao fazermos o termo  $\frac{c}{2m} = \xi$ , onde  $\xi$  é chamado de fator de amortecimento, temos os autovalores rearranjados na equação a seguir:

$$\lambda_{1,2} = -\xi \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (2.8)$$

Chamando  $\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} = \omega_d$ , temos um novo parâmetro chamado frequência natural amortecida. O tipo de amortecimento então pode ser dividido entre 3 tipos:

- Amortecimento subcrítico: em que  $0 \leq \xi < 1$ , indicando haver raízes complexas, a solução para esse tipo de amortecimento se dá pela seguinte equação:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A \sin(\omega_d t) + B \cos(\omega_d t)) \quad (2.9)$$

- Amortecimento crítico: em que  $\xi = 1$ , a solução para esse tipo de amortecimento se dá pela seguinte equação:

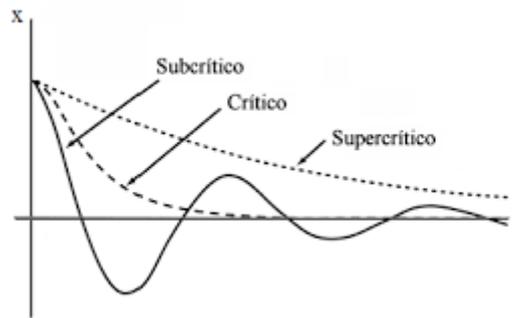
$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A + Bt) \quad (2.10)$$

- Amortecimento supercrítico: em que  $\xi > 1$ , a solução para esse tipo de amortecimento se dá pela seguinte equação:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (Ae^{-\omega_d t} + Be^{\omega_d t}) \quad (2.11)$$

A Figura 4 abaixo mostra a representação gráfica dos 3 tipos de amortecimento:

Figura 4 - Representação gráfica dos tipos de amortecimento.



Fonte: Ávila (2012)

#### 2.2.4 Vibração Forçada Amortecida

Atuando sobre uma estrutura também pode haver forças externas, como a ação do vento, vibração de turbinas e motores, veículos transitando ou até mesmo eventos excepcionais como sismos. Para o caso de forças ocasionadas por turbinas, é dado o nome de “cargas harmônicas” nas quais elas podem ser escritas como uma combinação algébrica entre funções trigonométricas do tipo

$$p(t) = p_0 \text{sen}(\bar{\omega}t) \quad (2.12)$$

Onde

$p_0$  é a amplitude da força;

$\bar{\omega}$  é a frequência de excitação.

Segundo Clough e Pazien (2013), podemos reescrever a equação 2.2 da seguinte forma:

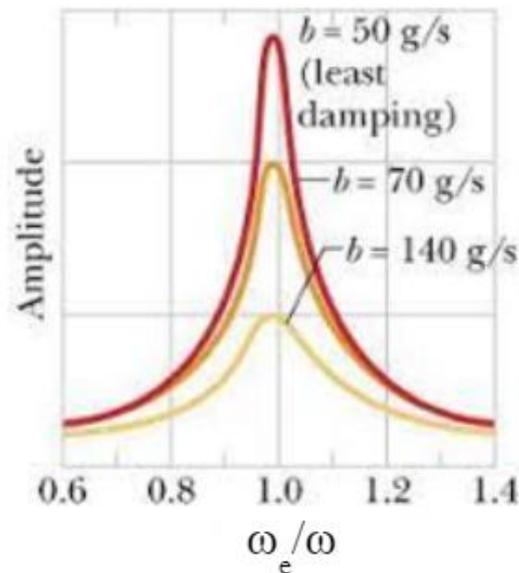
$$m\ddot{x}(t) + kx(t) + c\dot{x}(t) = p_0 \text{sen}(\bar{\omega}t) \quad (2.13)$$

Este tipo de situação é muito comum em construções civis e por isso, as características dinâmicas das construções devem ser pensadas e consideradas previamente. Segundo Diógenes (2010), as construções civis são projetadas tradicionalmente considerando que as forças atuantes são constantes no tempo. Isso conduz à uma análise “estática” do problema, no entanto estas simplificações não correspondem às respostas da estrutura submetida por carregamentos dinâmicos.

### 2.3 Ressonância

De acordo com Walker, Halliday e Resnick (2009), quando a frequência  $\bar{\omega}$  da força externa se aproxima da frequência natural não amortecida do sistema  $\omega_n$ , o corpo entra em estado chamado de ressonância, fazendo o sistema aumentar cada vez mais sua energia, por consequência, aumentando a amplitude das vibrações. “No caso de estruturas civis, quando ocorre a ressonância, pequenos esforços externos provocam deslocamentos significativos, tomando o movimento perceptível e provocando o desconforto dos usuários.” (DIÓGENES, 2010). Este efeito pode ser observado pela Figura 5 abaixo, na qual mostra a amplitude de vibração de um sistema em frequências próximas às frequências naturais e em 3 tipos de coeficientes de amortecimento diferentes.

Figura 5 - Amplitude de vibração de um sistema amortecido próximo à frequência natural.



Fonte: adaptado Walker, Halliday e Resnick (2009)

Dentro da engenharia civil, estudar ressonância das construções se faz bastante necessário para que estas não corram risco de colapso. O exemplo mais clássico de ressonância em construções, em especial em pontes, foi o caso de Tacoma Bridge, no qual segundo Fuller (1994), com ventos de baixa intensidade a ponte oscilava em grandes amplitudes, vindo ao seu colapso total em um dia que as rajadas de vento foram atípicas. A Figura 6 abaixo mostra o colapso da ponte, mostrando a falha ocasionada pela ressonância em estruturas rígidas.

Figura 6 - Colapso Tacoma Brigde.



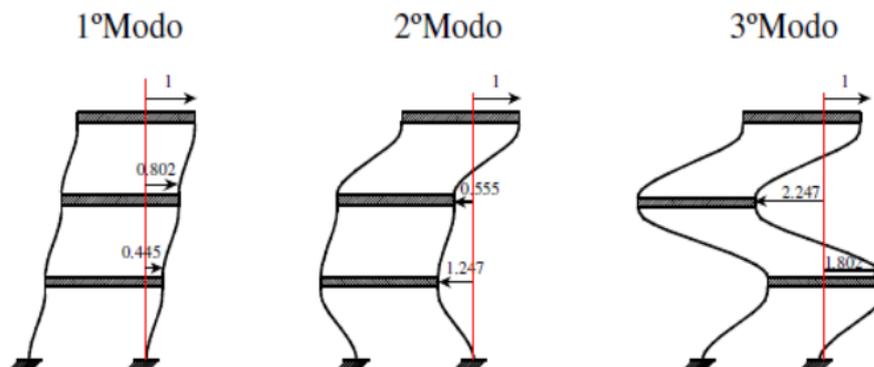
Fonte: wikipédia (2021)

## 2.4 Análise Modal

“A análise modal é o processo de determinação de características dinâmicas inerentes de um sistema na forma de frequências naturais, fatores de amortecimento e formas modais e usá-los para formular um modelo matemático para seu comportamento dinâmico.” (FU,2001).

Segundo Schwartz e Richardson (1999) os modos de vibração são propriedades inerentes de uma estrutura, determinadas pelas propriedades dos materiais, como: massa, espessura e propriedades de amortecimento, além das condições de contorno em que esta estrutura está submetida. Cada modo é definido por uma frequência natural (frequência não amortecida), amortecimento e formas modais. A Figura 7 abaixo mostra um exemplo de um pórtico de 3 andares em suas frequências fundamentais:

Figura 7 - Análise teórica dos modos de um sistema.



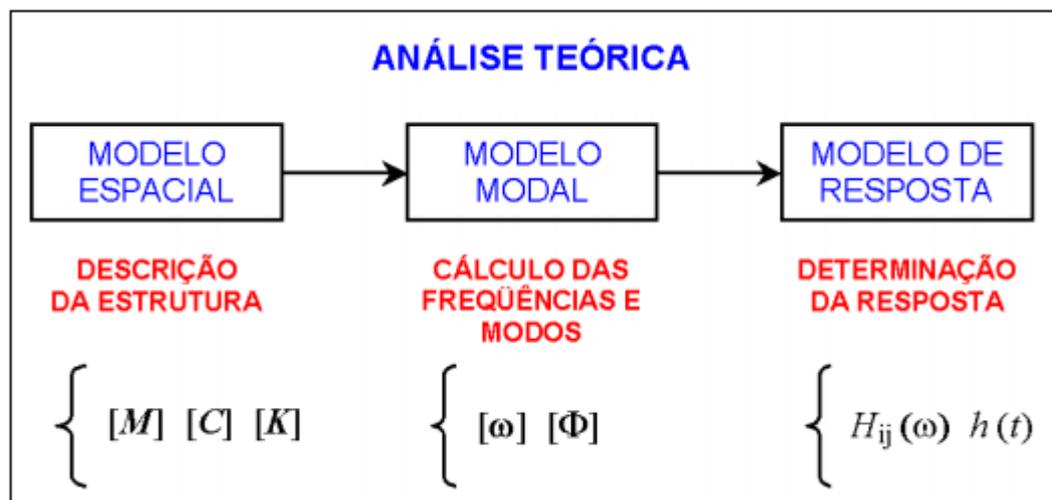
Fonte: Espada (2010)

Estas características são usualmente determinadas utilizando-se de métodos analíticos, métodos numéricos, como o método dos elementos finitos (MEF) ou experimentalmente. Segundo Erwins (2000) pode se analisar como um sistema vibra de duas formas:

- 1) De forma teórica, utilizando propriedades físicas das estruturas;
- 2) De forma experimental na qual serão medidas as respostas da estrutura a esforços externos.

Sendo ambas as formas divididas em 3 formas como esquematizado pela Figura 8 e Figura 9 abaixo:

Figura 8 - Análise teórica dos modos de um sistema.



Fonte: Nóbrega (2004) apud Erwins (2000)

Onde:

$[M]$ : Matriz de massa;

$[C]$ : Matriz de amortecimento;

$[K]$ : Matriz de rigidez;

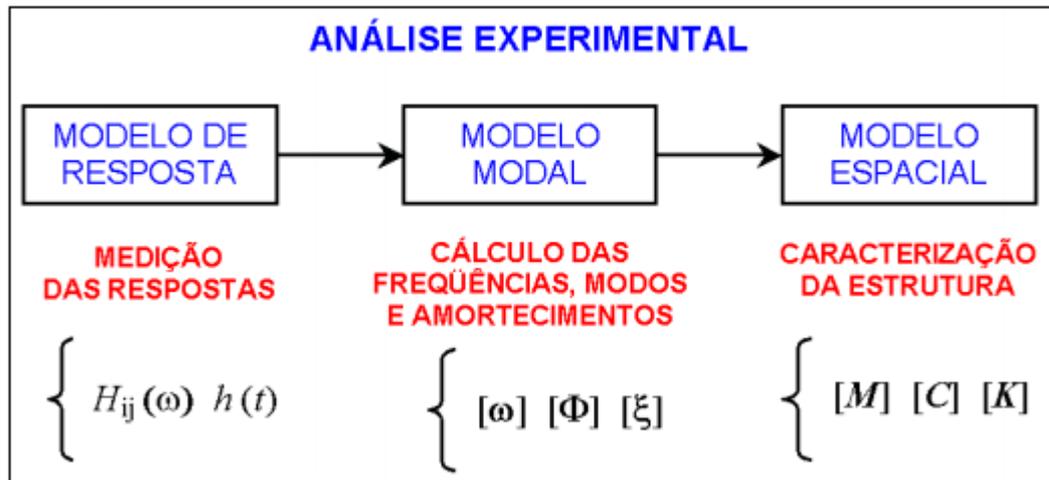
$[\omega]$ : Matriz das frequências naturais;

$[\Phi]$ : Matriz dos modos de vibração;

$H_{ij}(\omega)$ : Função de resposta em frequência;

$h(t)$ : Resposta da estrutura ao longo do tempo.

Figura 9 - Análise experimental dos modos de um sistema.



Fonte: Nóbrega (2004) apud Erwins (2000)

Para a análise teórica de um sistema real, considerado linear, discretizado em N graus de liberdade, o sistema é descrito por uma matriz de equações diferenciais de segunda ordem do tipo:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} = [p(t)] \quad (2.14)$$

Sendo desta vez:

M: A matriz de massa, de ordem NxN;

C: Matriz de amortecimento, de ordem NxN;

K: Matriz de rigidez, de ordem NxN;

$\ddot{x}(t)$ : Vetor de aceleração das coordenadas generalizadas, de ordem Nx1;

$\dot{x}(t)$ : Vetor de velocidades das coordenadas generalizadas, de ordem Nx1;

$x(t)$ : Vetor de deslocamento das coordenadas generalizadas, de ordem Nx1;

P(t): Forças externas, de ordem Nx1.

Utilizando dos métodos de solução destas equações diferenciais citados nos tópicos anteriores, é possível obter como respostas para estas equações uma matriz composta pelos autovetores modais, chamada de matriz modal  $\Phi$ , na qual cada coluna representa um modo de vibração do tipo:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & \dots & \phi_{NN} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

E suas frequências naturais expressas por meio de uma matriz diagonal  $\Omega$

$$\Omega = \begin{pmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_N^2 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

Quando se trata de estruturas de concreto, obter seu fator de amortecimento é de grande dificuldade. O Boletim 209 do CEB (1991) apud Almeida (2005) especifica que o amortecimento de elementos de concreto armado está compreendido numa faixa quase elástica e depende bastante do estado de tensão ao qual está submetido o elemento. A baixos níveis de tensão, que corresponde ao estado não fissurado, o fator de amortecimento é menos de 1%.

## 2.5 Análise estática pelo Método de Von Mises

A análise estática tem como principal resposta, tensões, deslocamentos e deformações ocasionadas no sistema estrutural devido a ações externas, sendo este material considerado ainda no estado elástico-linear ou para análises não-lineares considerando a plasticidade dos materiais. Nesta análise as cargas externas são invariáveis no tempo, devido a este fator, as parcelas  $\ddot{x}(t)$  e  $\dot{x}(t)$  da equação 2.2 serão nulas. Para a presente análise, a estrutura encontra-se em seu estado elástico, portanto seguindo a lei de Hooke. Assim, o cálculo das tensões, pode ser determinado então através de uma relação linear entre tensores de tensão e deformação de um corpo para uma determinada condição de contorno. Conforme o elemento finito de malha utilizado, de modo geral, o cálculo do campo de tensão por elementos é dado por:

$$\sigma = D * \varepsilon \quad (2.17)$$

Onde  $\sigma$  é o vetor das componentes cartesianas das tensões e  $\varepsilon$  o vetor das deformações para cada elemento da malha que são relacionados através do tensor de elasticidade K. Distribuindo as componentes em seus respectivos vetores a equação 2.17 corresponde a equação 2.18.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{zz} \end{bmatrix} = D * \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

A simulação numérica consiste na resolução dessa equação, e acrescidas dos fatores geométricos, propriedades físicas dos materiais e condições de contorno, pode-se calcular através do software de modelagem numérica esses cálculos generalizados para todos os elementos da malha encontrando tensões, deslocamentos, reações e demais respostas requeridas.

A teoria da energia de distorção máxima, também conhecida como Critério de Von Mises é uma das teorias de falha dos materiais. Ela se baseia no ensaio de tração simples e utiliza-se do preceito de que um material possui uma energia máxima de distorção necessária para que mude de forma. Segundo Hibeller (2010), todo material ao sofrer deformações ocasionados por forças externas  $\sigma$ , tende a armazenar energia internamente em seu volume. Esta energia é chamada de densidade de energia de deformação  $e$ , para um corpo submetido à 3 tensões principais  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ , pode ser descrita pela seguinte equação:

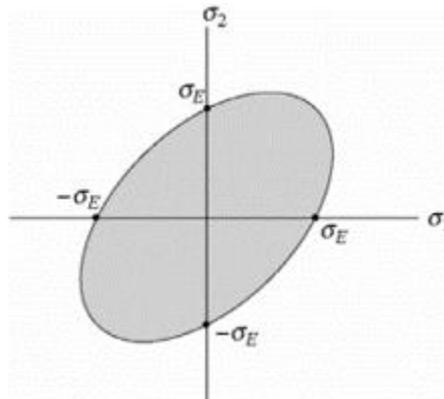
$$\sigma_\epsilon = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{2}} \quad (2.19)$$

Para o caso de tensões planas ou biaxiais, esta equação se resume à:

$$\sigma_\epsilon = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3^2} \quad (2.20)$$

A Figura 10 abaixo mostra a envoltória de ruptura para um plano de tensões.

Figura 10 - Elipse envoltória de ruptura de Von Mises.



Fonte: Hibeller (2015)

## 2.6 Modelagem numérica utilizando Método dos elementos finitos (MEF)

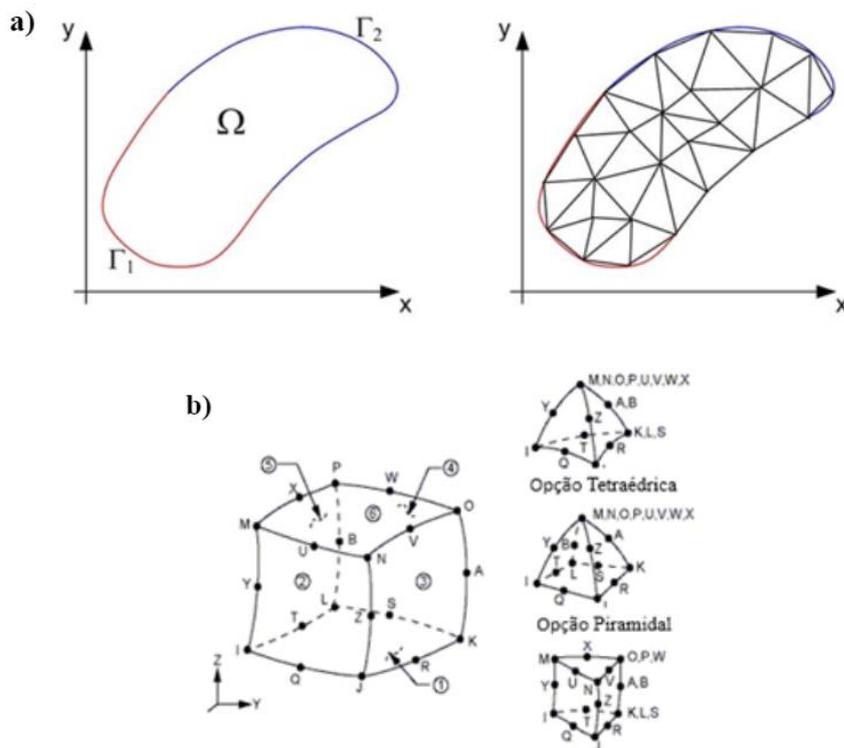
De acordo com Mendes (2012), o método dos elementos finitos surge no final da década de 40 com o intuito de desenvolver métodos matriciais para realizar análises estruturais para a indústria aeroespacial americana. No entanto, apenas na década de 60, com o desenvolvimento de computadores mais potentes, seu uso foi amplamente difundido.

De acordo com Soriano (2009) este método é indicado quando o corpo estudado apresenta características que impossibilitem ou dificultem a utilização de métodos analíticos. Para este fim, discretiza-se um domínio contínuo em elementos finitos que representam subdomínios. De acordo com Zienkiewicz e Taylor (1967) este método pode ser descrito pelo seguinte passo a passo:

- Discretização do domínio: O domínio é dividido em pequenos elementos finitos imaginários. É assumido que estes elementos estão interligados em suas fronteiras por pontos nodais (nós). Para cada nó do elemento serão resolvidas as equações matemáticas que descrevem o problema. Um exemplo de discretização bem como exemplos de elementos utilizados no método podem ser vistos na

- Figura 11 abaixo:

Figura 11 - a) Processo de discretização de um sistema contínuo em subdomínios tetraédricos. b) Elementos utilizados para discretização do meio contínuo.

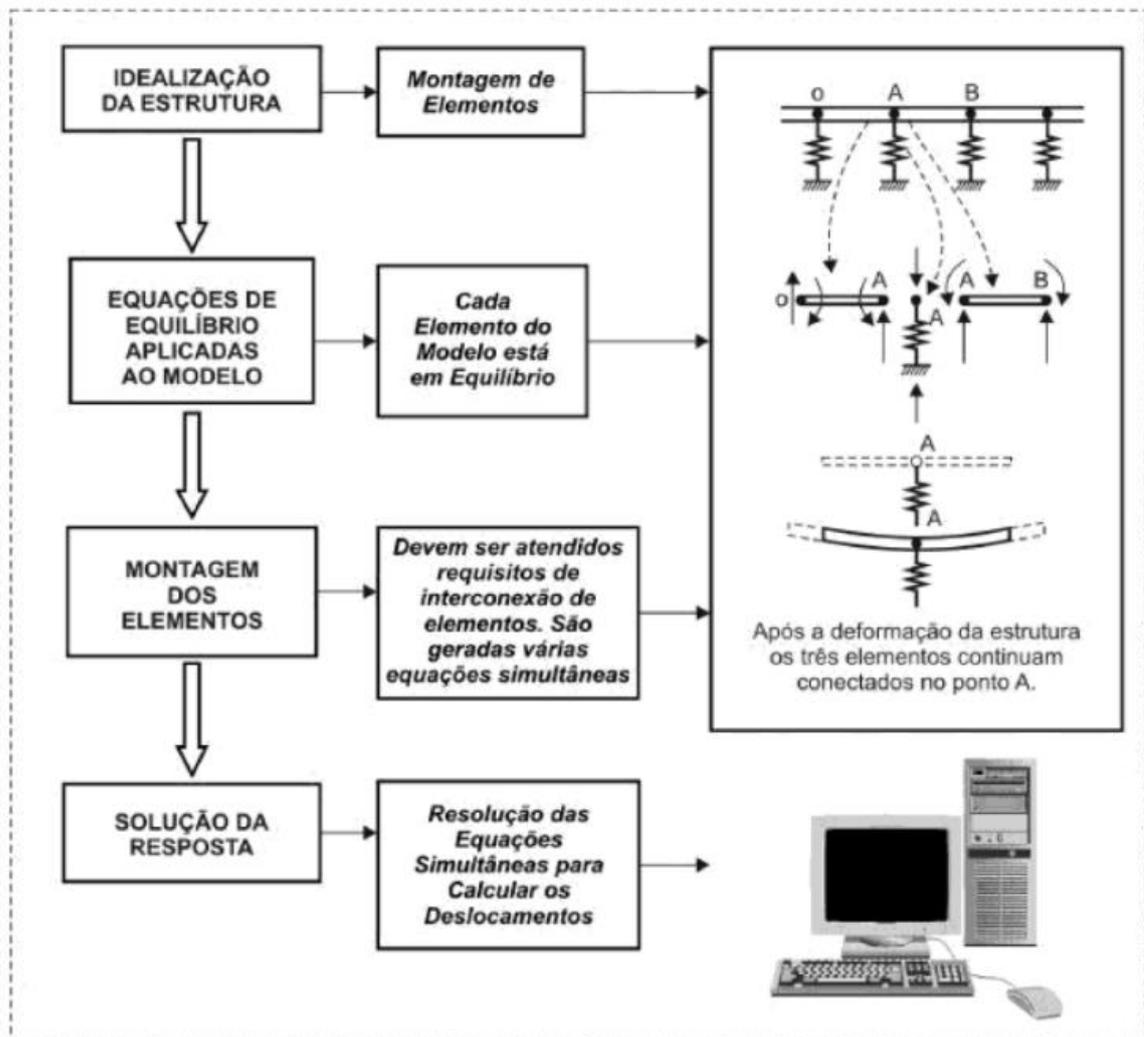


Fonte: a) Carrazedo (2009) b) Biblioteca Ansys®, 19.2

- É escolhido um conjunto de funções de forma que interpolam os elementos e que definem de forma aproximada o deslocamento de cada elemento em relação aos seus nós;
- É montada as matrizes necessárias para a resolução do problema em cada nó;
- Saída das soluções.

A Figura 12 a seguir resume o processo utilizados no modelo dos elementos finitos:

Figura 12 - método geral para análise de sistemas discretos.



Fonte : Alves filho (2016)

### 3 ESTUDO DE CASO

O objeto de estudo deste trabalho trata-se de uma torre de resfriamento utilizada em uma indústria. Sua estrutura é composta por peças de concreto armado pré-moldadas de fck 50 MPa compondo 16 células separadas com juntas de dilatação a cada 4. Suas dimensões são de 113,8m de comprimento, 28m de largura e 15m de altura descontando as turbinas. A Figura 13 abaixo mostra um panorama geral da estrutura.

Figura 13 - Vista isométrica da torre de resfriamento



Fonte: Elaborado pelo Autor

De acordo com memoriais descritivos das turbinas, o ventilador de cada célula possui 6 pás funcionando em uma velocidade de rotação de 777 rpm, resultando em uma frequência de passagem de hélices de 12,95 Hz. Esta frequência foi tomada como referência para a excitação externa da estrutura.

Em inspeção realizada em agosto de 2020, a torre de resfriamento possuía fissuras radiais no entorno de suas turbinas de profundidade média de 10cm indicando zonas de tensões de tração como visto pelas figuras 14, 15 e 16. Estas fissuras foram monitoradas e uma nova inspeção ocorreu em 2021 constatando o aumento destas como visto nas figuras 17 a 19.

Figura 14 - Fissuras encontradas no topo da laje próximas as turbinas.



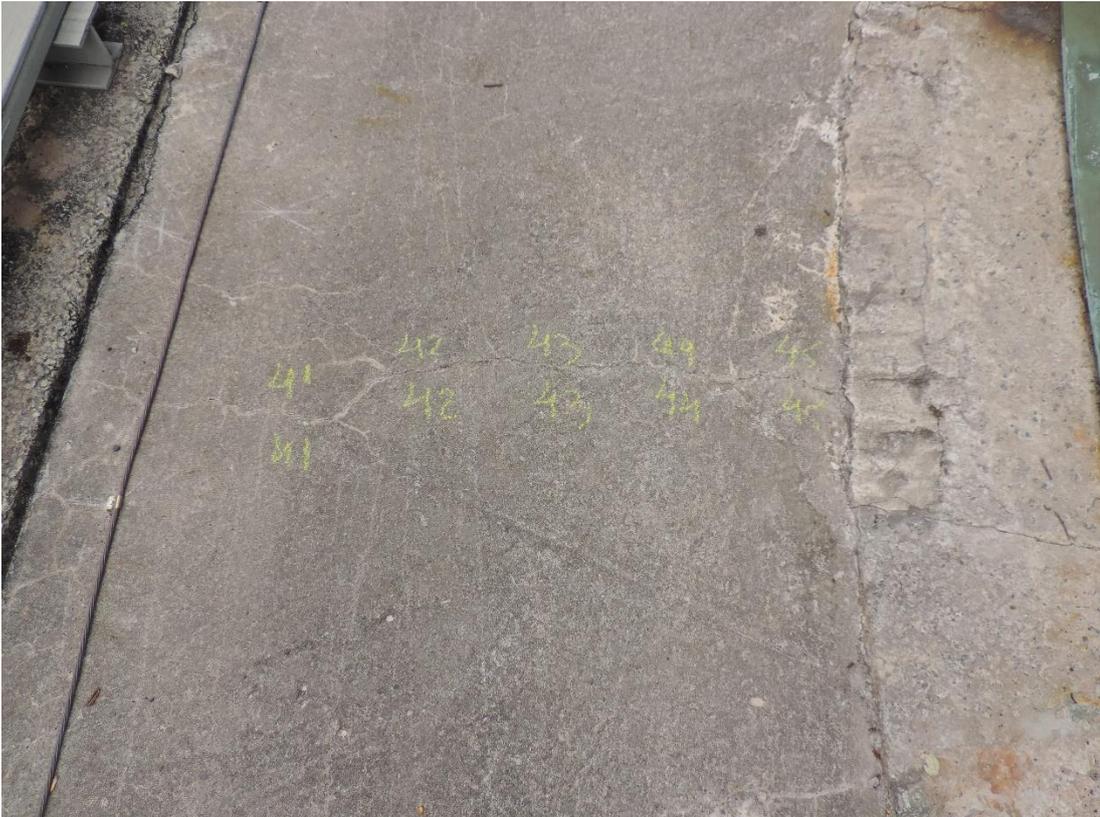
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 15 - Fissuras encontradas no topo da laje próximas as turbinas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 16 - Fissuras encontradas no topo da laje próximas as turbinas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 17 - Fissuras encontradas no topo da laje próximas as turbinas em 2021.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 18 - Fissuras encontradas no topo da laje próximas as turbinas em 2021.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 19 - Fissuras encontradas no topo da laje próximas as turbinas em 2021.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Mediante estas características, uma modelagem numérica estática e dinâmica da estrutura foi necessária para avaliar os potenciais causas desta fissuração na laje de concreto.

### **3.1 Modelagem numérica**

Para a análise do comportamento estrutural da edificação foi empregado o Método dos Elementos Finitos (MEF). Este método é indicado quando o corpo estudado apresenta características que impossibilitem ou dificultem a utilização de métodos analíticos. Assim, dada uma concepção estrutural inabitual composta de elementos estruturais pré-fabricados, irregulares e descontínuos, a simulação numérica da Torre de Resfriamento é um método que permite a análise do comportamento global com a obtenção de resultados de acordo com as condições de contorno analisadas na inspeção.

Devido o processo de reabilitação do edifício foram desenvolvidas 3 simulações:

Análise 01: Análise estática objetivando respostas, como tensões e deformações por ocorrência de cargas permanentes e acidentais;

Análise 02: Análise modal, analisando as frequências naturais e modos de vibração da estrutura, devido a presença de dispositivos que transmitem vibrações, objetivando respostas quanto ao fenômeno de ressonância;

Análise 3: Análise harmônica, obtendo tensões e deformações totais por ocorrência de cargas cíclicas, como a vibração das hélices da turbina.

A modelação por Elementos Finitos consiste em três etapas, sendo estas, pré-processamento, processamento e pós-processamento. No Pré-processamento foi realizada a seleção de geometria com suas respectivas características físicas, definição do tipo de malha que representa a geometria, definição de carregamentos e condições de contorno. O processamento foi feito com a utilização da plataforma de simulação numérica ANSYS Workbench®, sendo nesse software também realizada a análise de tensões e deformação determinando a etapa de pós-processamento.

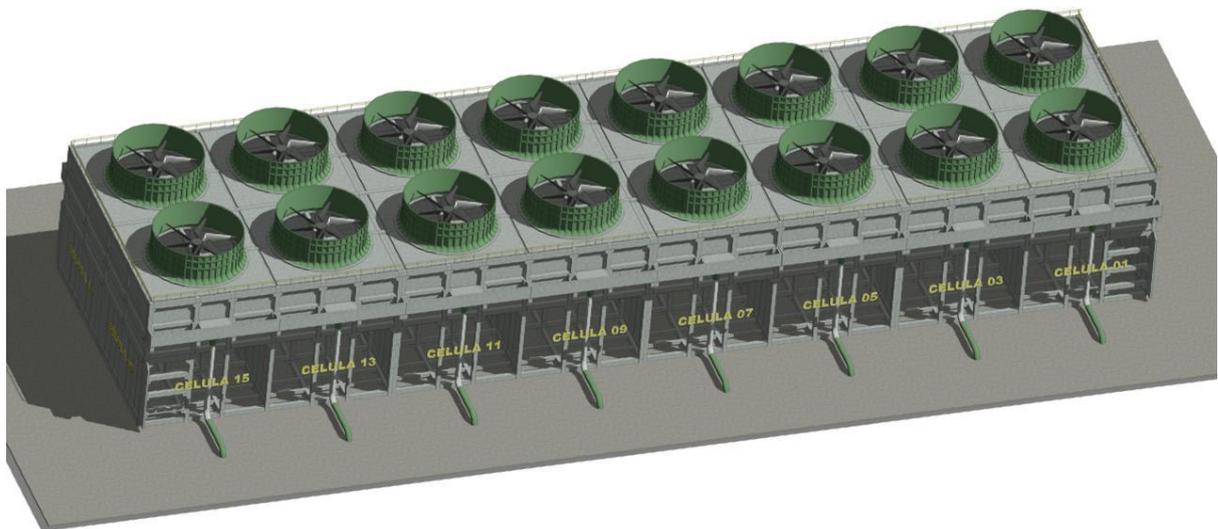
A geometria foi definida a partir do projeto estrutural que foi disponibilizado e consiste em uma célula de resfriamento representativa dentre as 16, composta por 12 pilares e 4 níveis de vigamento. Essa geometria 3D foi, primeiramente, elaborada em REVIT com base nas informações retiradas da vistoria feita e para simplificação do modelo, os detalhes construtivos foram ocultados, como peças de metal. Os elementos ocultos na modelagem foram representados com a aplicação de cargas ou distribuição de massa sobre a estrutura. Após isso, seguiu para a adaptação ao software em elementos finitos utilizando o software Ansys® versão 19.2.

Figura 20 - Geometria da célula representativa utilizada para modelagem.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 21 – Geometria completa da estrutura.



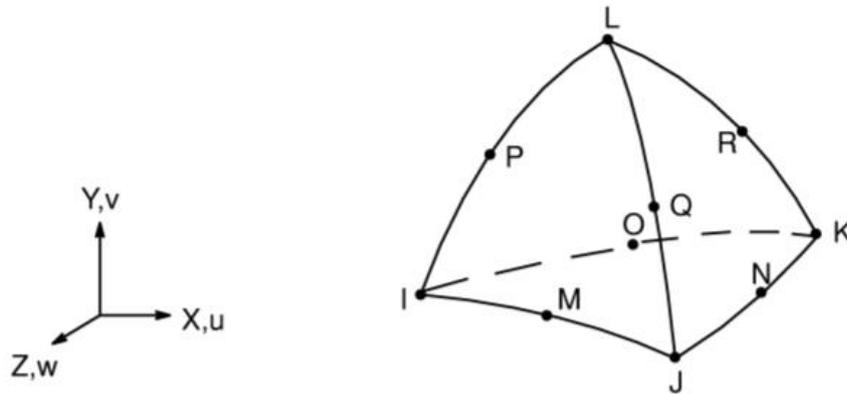
Fonte: Elaborada pelo autor.

Nesta análise foi empregada a técnica da macro modelagem para a estrutura, utilizando um conjunto de material representando o concreto armado tendo este material todas as características do conjunto.

Para a discretização da malha buscou-se um elemento tetraédrico SOLID92, um elemento com 10 nós e 3 graus de liberdade, como visto na Figura 22, com comprimento na maior dimensão de 500 mm. A escolha desse elemento foi realizada por motivos de uma adaptação à geometria eficiente e a ainda proporcionar certa facilidade de cálculo (Figura 23).

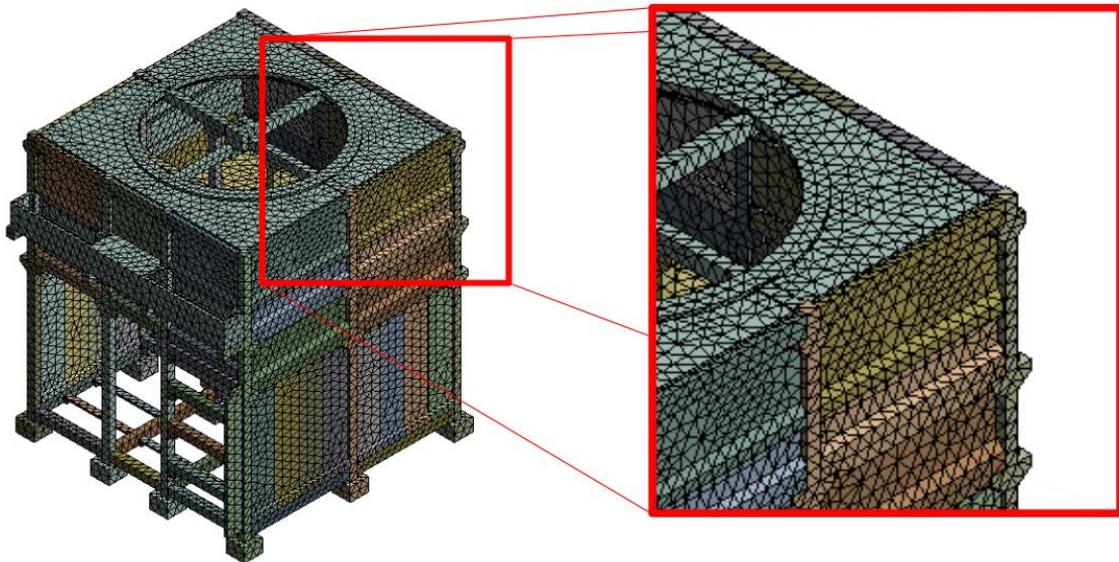
A estrutura total corresponde a 133.926 nós quadráticos distribuídos em 62.884 elementos. As ligações dos elementos de concreto pré-moldado foram consideradas semirrígidas.

Figura 22 – SOLID92



Fonte: Biblioteca Ansys®, 19.2

Figura 23 – Discretização da malha.



Fonte: Elaborada pelo Autor

De acordo com os valores de resistência à compressão obtidos em ensaios previamente feitos na estrutura, foram encontrados valores de  $F_{ck}$  de 50 MPa para pilares e vigas, e 30 MPa para a laje. Com esse valor de resistência foi utilizado a fórmula retirada da NBR 6118:2014 para cálculo do módulo de elasticidade:

$$E_{ci} = \alpha e * 5600 * \sqrt{f_{ck}} \quad (3.1)$$

Na qual foi adotado o valor de  $\alpha e = 1$ , já que o agregado graúdo utilizado foi granito.

Por outro lado, a NBR 6118:2014 define para o concreto uma resistência à tração ( $f_{ct}$ ) no valor de:

$$f_{ct} = 0,3 * Fck^{\frac{2}{3}} \quad (3.2)$$

do valor do  $Fck$  definido em projeto sendo, portanto, aproximadamente 2,9 MPa para lajes e 4,07 MPa para os demais elementos. Já os valores do coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) foram retirados da NBR 6118:2014 com valor de 0,2. Com isso obtemos os valores representados na Tabela 1 a seguir:

Tabela 1 - Propriedades dos elementos de concreto armado da simulação.

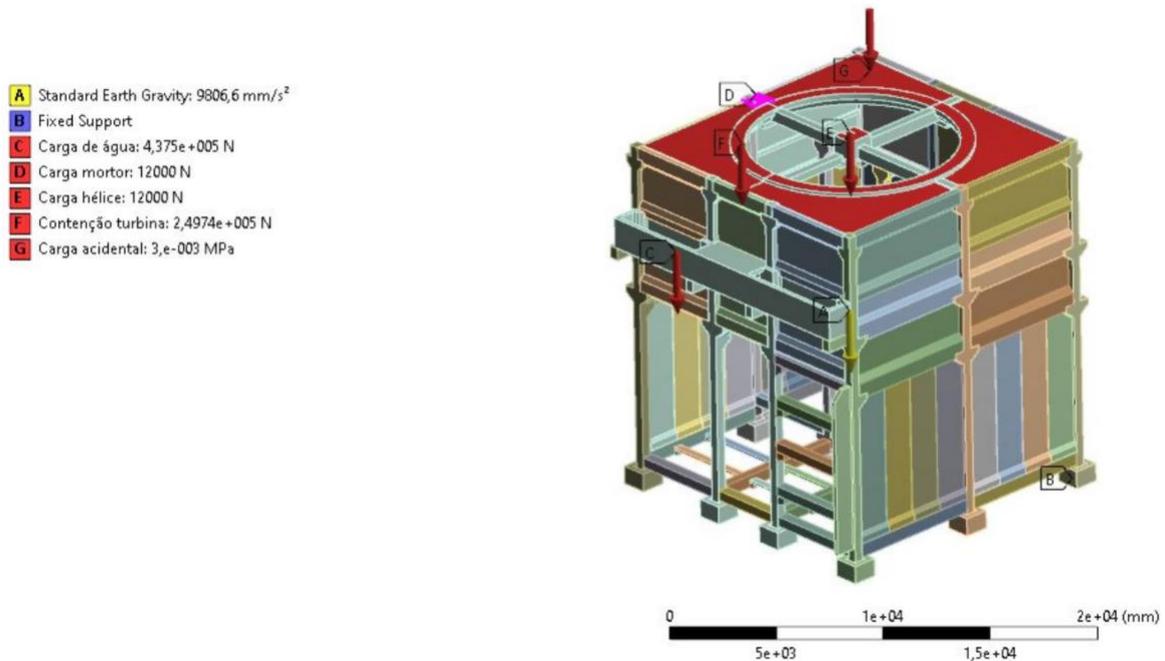
ELEMENTOS	Fck (MPa)	E (GPa)	$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	Fct (MPa)	$\nu$
VIGAS E PILARES	50	39,598	2600	4,07	0,2
LAJES	30	30,672	2600	2,9	0,2

Fonte: Elaborado pelo autor.

Seguindo com as condições de contorno utilizadas, para a adoção das cargas permanentes e acidentais utilizadas no modelo, foi feito o levantamento das cargas atuantes devido aos equipamentos suportados pela laje. Para as cargas acidentais, foi consultado a NBR 6120:2019 na qual foi considerada a carga de 1kN/m<sup>2</sup> devido à carga acidental de cobertura e mais 2kN/m<sup>2</sup> de cargas acidentais para representar a incerteza das cargas de maquinário que esta laje suporta. Sendo assim, como exemplificado na Figura 24 as cargas utilizadas no modelo foram:

- Peso próprio
- Carga acidental de 3 kN/m<sup>2</sup> para as faces superiores, correspondente a carga G observada na Figura 24
- Carga correspondente peso do motor distribuído em sua área de influência de aproximados 1 m<sup>2</sup> com magnitude de 11000 N, correspondente a força D na Figura 24;
- Carga referente à hélice posicionado no centro da do elemento circular com magnitude de 12000 N correspondente a força E na Figura 24.
- No contorno circular, representou-se o peso da grade de metal com 249,74 kN distribuídos circularmente correspondente a carga F.
- Por fim, empregou-se à análise a representação da massa da água que se faz presente nas canaletas laterais recebendo uma massa de 4,4x10<sup>4</sup> N, correspondente a carga C.

Figura 24 - Condições de contorno utilizadas para análise estática e modal.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Ainda no que se refere ao estado do material do modelo, admitiu-se que para a análise estática o modelo encontra-se ainda em seu estado elástico linear. De acordo com Raveendra et al. (2005), apesar do concreto ser um material com comportamento não linear e inelástico, para pequenas deformações o modelo elástico linear fornece aproximações aceitáveis. Por isso, para esta análise tensões e deformações são proporcionais.

No que segue quanto às condições de contorno, definiu-se aos apoios da base estrutural, composta de bloco de concreto, um apoio de 3º gênero, representando um engastamento no solo. Ademais, vale ressaltar que as três análises compartilham da mesma configuração de geometria, materiais e definição da malha de elementos finitos.

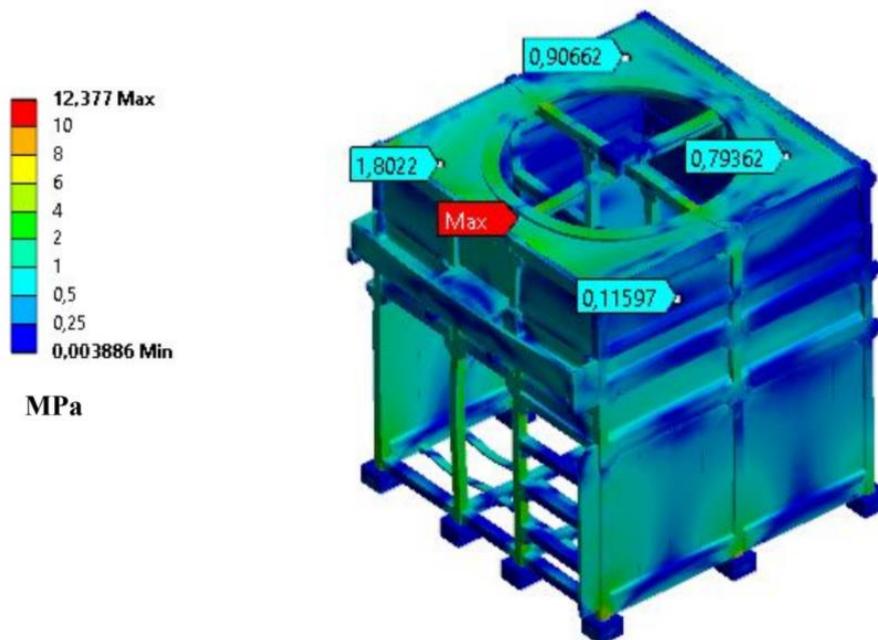
## 4 RESULTADOS

### 4.1 Análise estática

Inicialmente, a análise estática possibilitou a verificação do comportamento global da estrutura. Foram analisadas tensões e deformações equivalentes de *von Mises* nos principais elementos estruturais (Figura 25). Os resultados apontam uma tensão máxima equivalente de aproximadamente 12,4 MPa em pontos estruturais próximos ao ponto no qual foi localizado o motor.

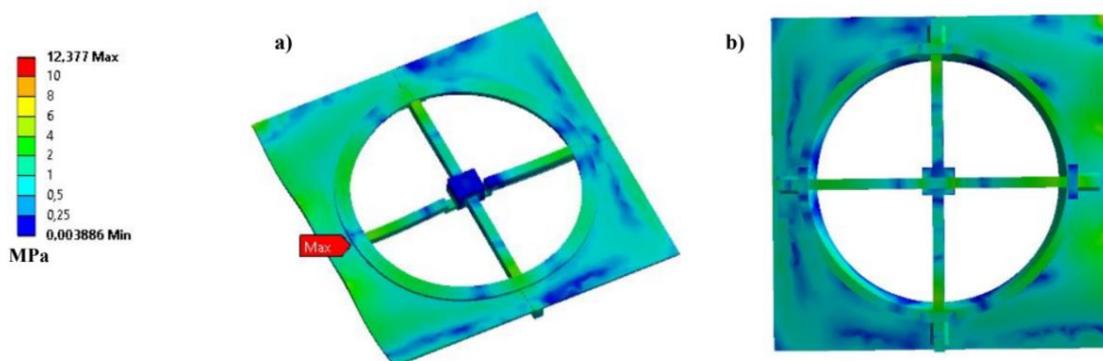
A Figura 26 apresenta as tensões de von Mises dispostas especificamente na laje presente na parte superior da estrutura. Dessa forma, pode-se notar a distribuição de tensões nas vigas e ao redor do círculo central com magnitudes distantes da máxima variando entre 3 e 4 MPa, entretanto, próximo ao limite de tração. À direita ainda na Figura 26 encontra-se a parte inferior da laje na qual está presente a máxima tensão em torno de 12 MPa no contato do círculo central com as vigas de suporte da hélice, no entanto esta tensão encontrada comporta-se de forma pontual, não influenciando o comportamento das demais peças.

Figura 25 - Tensões totais de von Mises, visualização em toda a estrutura.



Fonte: Elaborada pelo autor.

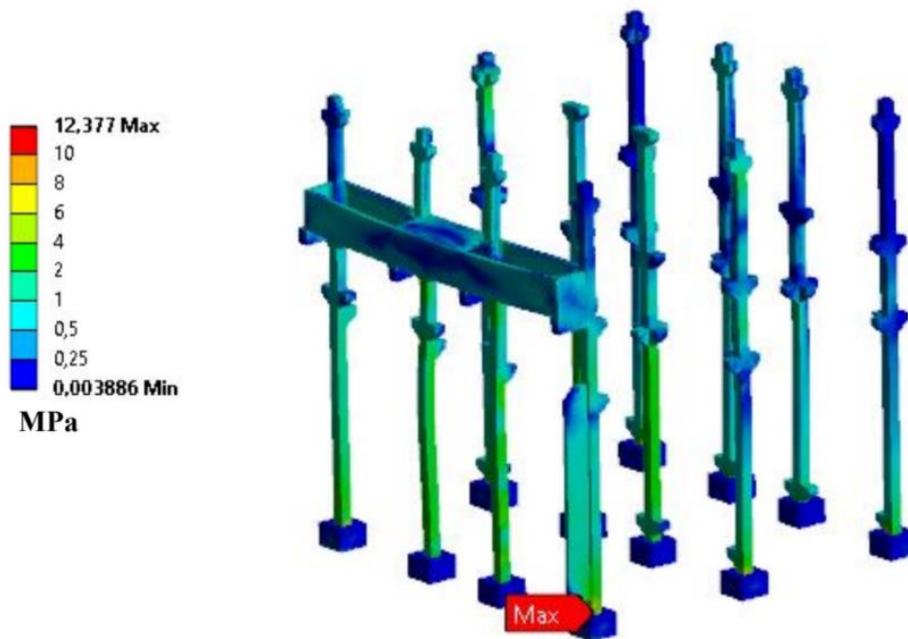
Figura 26 - a) Tensões totais na face superior da laje; b) Tensões totais na face inferior da laje.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 27 abaixo traz a distribuição de tensões nos pilares. Nesses, foram observadas tensões máximas nos contatos de pilares e bloco de fundação. Semelhante à laje, percebe-se na faixa de 0,5 a 6 Mpa ao longo do comprimento destes elementos. Os elementos de vigas responsáveis pela ligação dos pilares, quando flexionados, possuem tensões abaixo dos limites estipulados, sendo as tensões em média de 1,5 MPa.

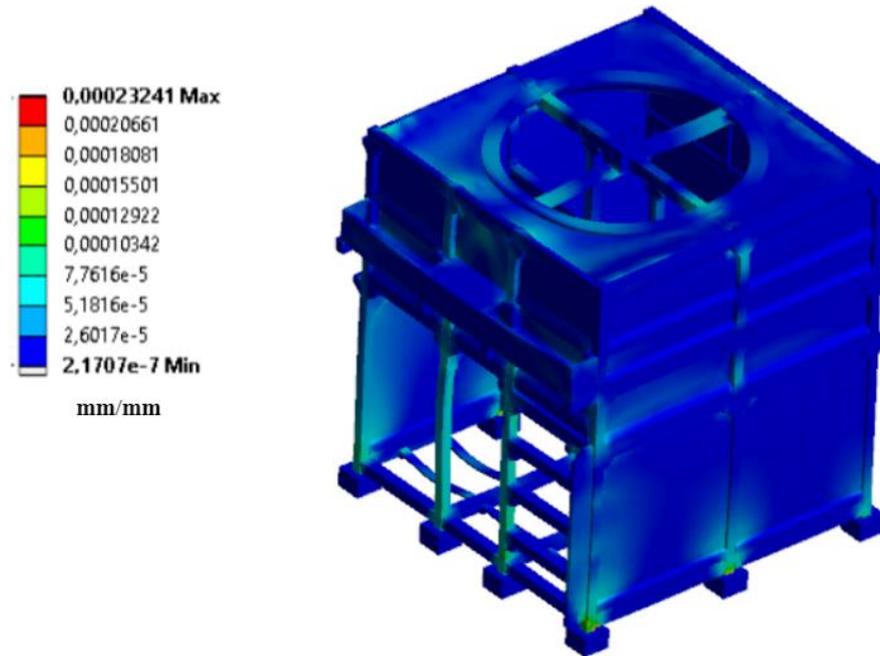
Figura 27 - Tensões de von Mises específicas para nos pilares.



Fonte: Elaborado pelo autor.

De modo a melhor observar o comportamento estrutural, também foi analisado as deformações da estrutura. Indicando as zonas de maiores deformações devido as cargas estáticas atuantes. Nesta análise foram encontradas deformações totais em quase toda a estrutura com valores entre  $2,17 \cdot 10^{-7}$  mm/mm e  $2,6 \cdot 10^{-5}$  mm/mm aproximadamente. Nos pontos próximos à vinculação da estrutura foram encontradas as maiores zonas de deformação encontrando valores médios de 0,0001 mm/mm chegando até o valor de 0,0002 mm/mm como mostra a Figura 28 abaixo:

Figura 28 - Deformações totais por cargas estáticas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 4.2 Análise modal

Com o objetivo de analisar o comportamento devido ao carregamento dinâmico realizado através da hélice acima da estrutura juntamente com o motor, foram encontradas as 20 primeiras frequências naturais da estrutura com seus respectivos modos de vibração. (Tabela 2).

Tabela 2 - Modo de vibração para as respectivas frequências naturais

Modo	Frequência (Hz)	Período (s)
1	5,37	0,186
2	9,07	0,110
3	13,33	0,075
4	14,90	0,067
5	16,42	0,061
6	16,57	0,060
7	17,36	0,058
8	18,13	0,055
9	18,25	0,055
10	19,35	0,052
11	19,47	0,051
12	19,73	0,051
13	19,98	0,050
14	21,01	0,048
15	21,34	0,047

16	21,82	0,046
17	22,41	0,045
18	23,13	0,043
19	23,29	0,043
20	23,47	0,043

Fonte: Elaborada pelo autor.

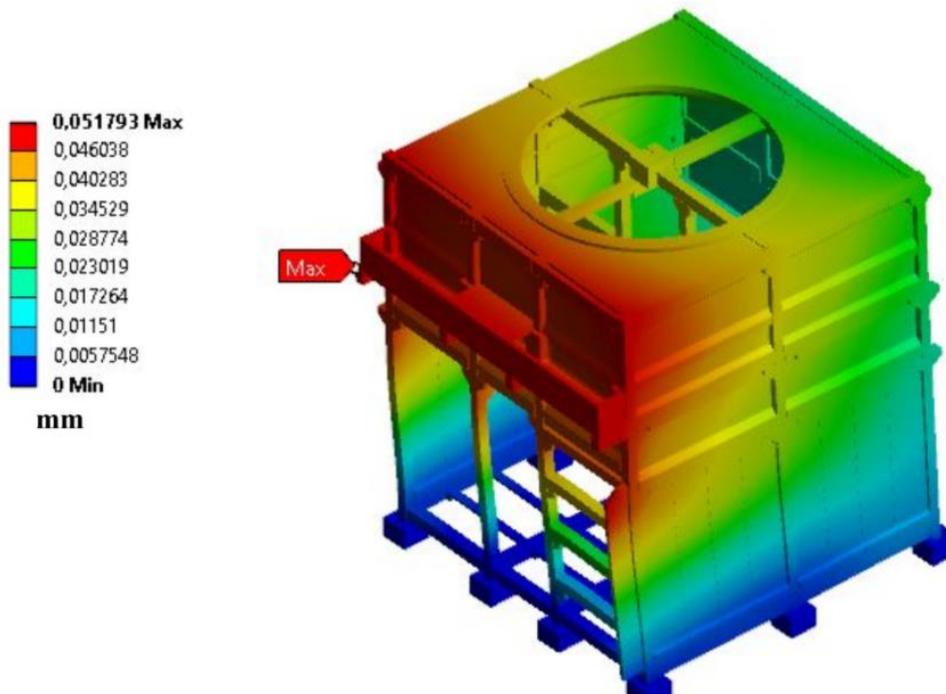
Nota-se que a vibração ocasionada pelas turbinas, gerando oscilações de frequência 12,95 Hz compreende-se entre os modos 2 e 3 da torre de resfriamento, indicando que esta carga dinâmica não excitaria o modo fundamental, mas poderia excitar entre o 2° e o 3° modo.

Para esta simulação, a estrutura apresentou uma rigidez necessária para que não houvesse maiores deslocamentos em todos os modos de vibração. O primeiro modo de vibração, no qual está expresso a frequência natural fundamental, representando um modo de flexão apresentou deslocamentos resultantes máximos variando entre 0,03 e 0,05 mm concentrados principalmente na zona próxima à canaleta. Para as demais zonas as deformações chegam no máximo à 0,025mm. Estas informações podem ser observadas na Figura 29.

A segunda frequência modal observada, de 9,07 Hz, também representando um modo de flexão, no entanto mais localizada, apresentou também valores de deslocamentos totais maiores na área da canaleta, no entanto, de uma forma mais concentrada na zona frontal da célula. Seu valor máximo encontrado foi de 0,055mm para a parte frontal e até 0,044mm nas demais áreas como pode ser observado pela Figura 30.

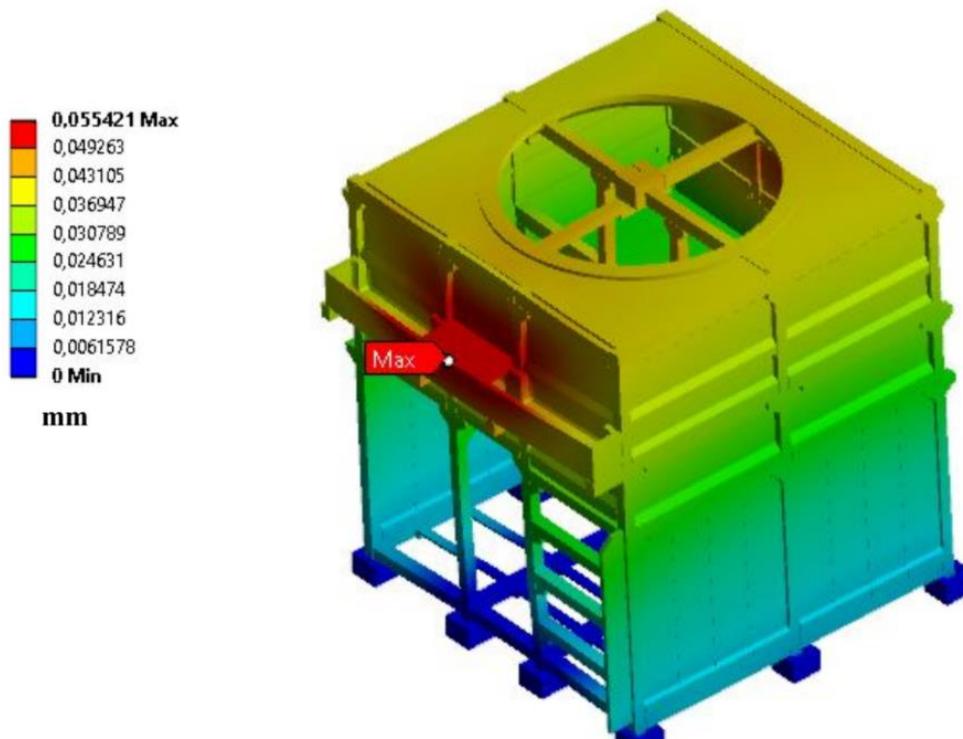
Para o terceiro modo de vibração, com frequência de 13,33 Hz, as zonas de maiores deslocamentos são encontradas nas laterais e na parte de trás da célula. Deformações máximas de 0,06mm foram encontradas nessas zonas e para as demais áreas as deformações atingiram no máximo 0,04mm como visto na Figura 31. Este modo, no entanto, apresenta deslocamentos mais localizados sendo de menor importância que os outros dois anteriores.

Figura 29 - Deslocamentos equivalentes gerados pelo primeiro modo de vibração.



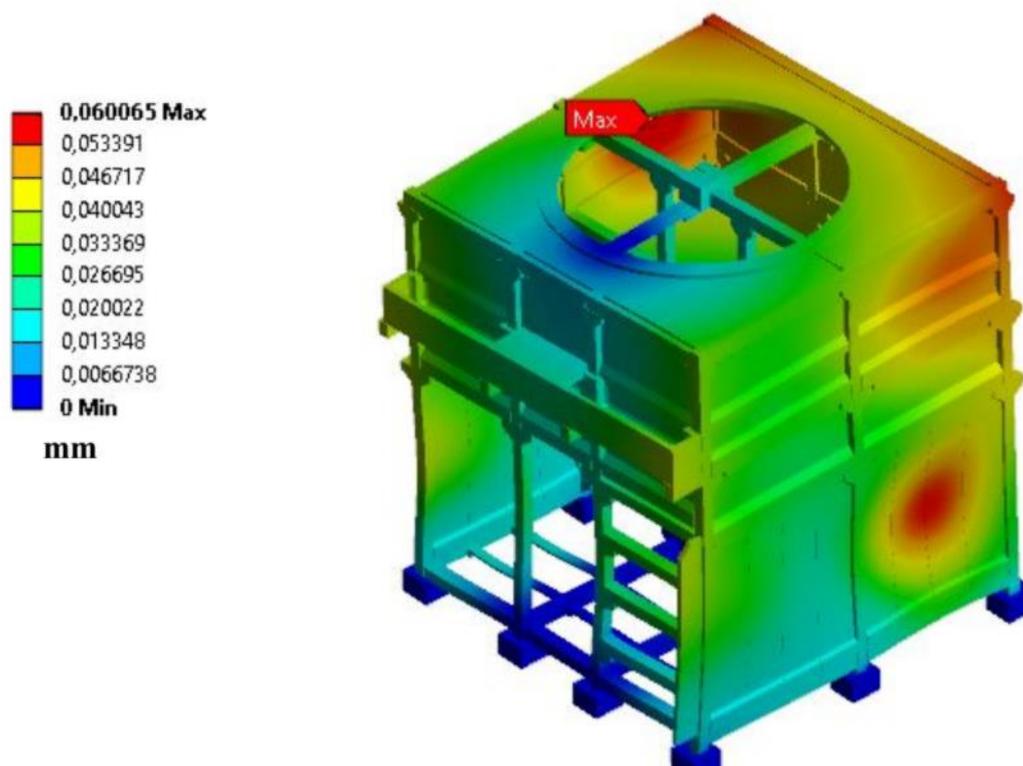
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 30 - Deslocamentos equivalentes gerados pelo segundo modo de vibração.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 31 - Deslocamentos equivalentes gerados pelo terceiro modo de vibração.

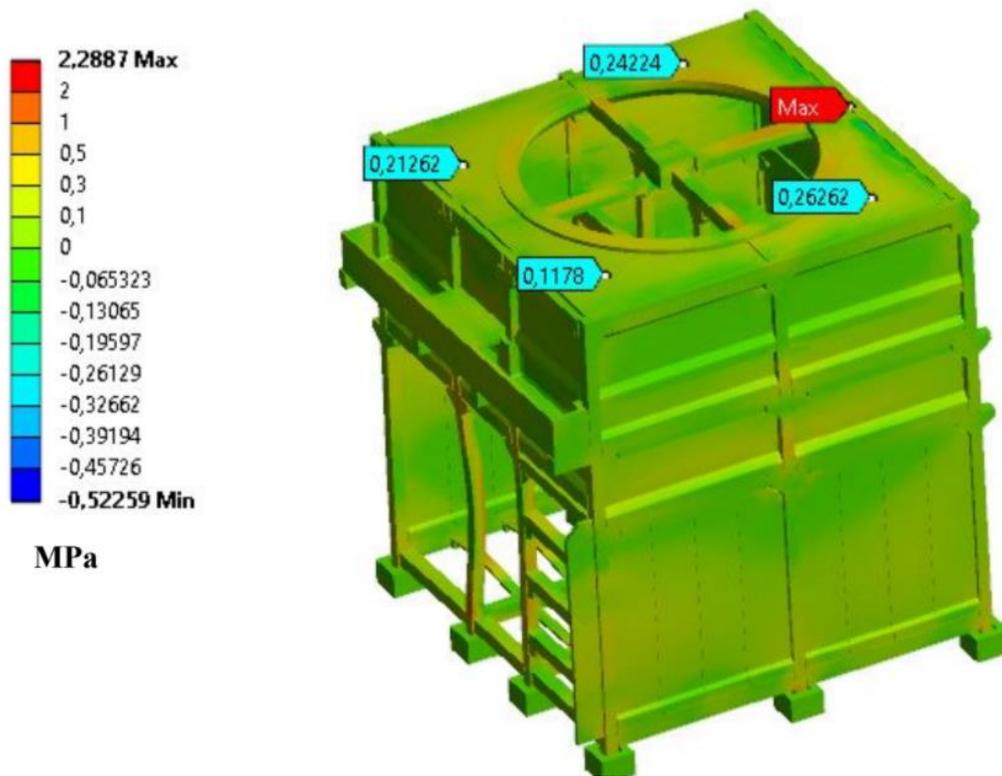


Fonte: Elaborado pelo autor.

### 4.3 Análise Harmônica

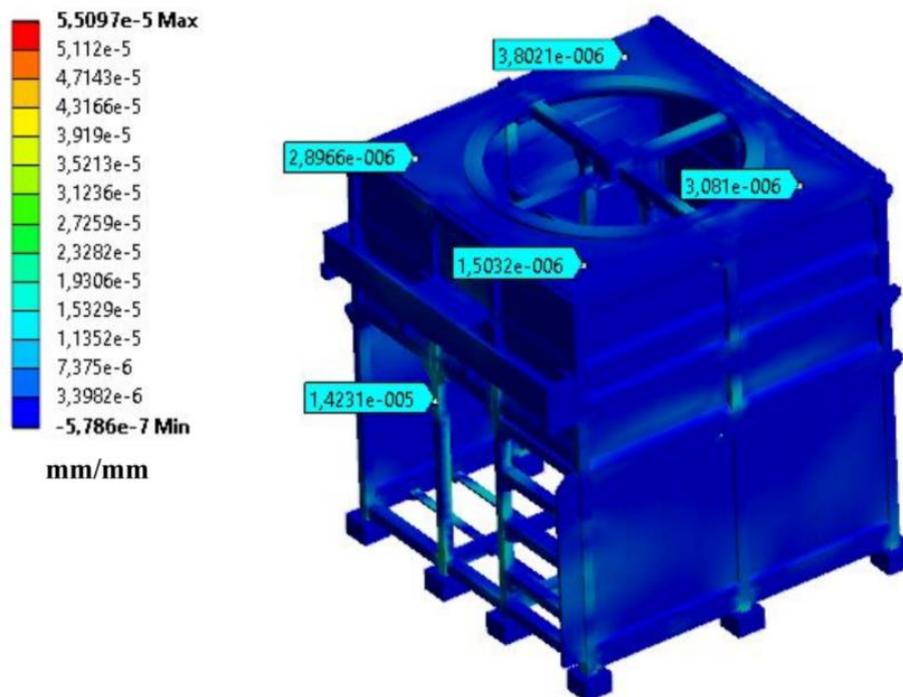
Para esta análise, foi avaliada as respostas estruturais ocorridas mediante a excitação de 12,95Hz ocasionada pela rotação das turbinas. A Figura 32, expressa as tensões principais decorrentes da excitação da estrutura com uma frequência de 12,95 Hz. Nessa configuração, o comportamento da estrutura se encontra semelhante às distribuições de tensão apresentada apenas para o carregamento estático, devido a diferenças entre as frequências externa e as modais, sua resposta na estrutura foi praticamente nula gerando tensões máximas de 2,3Mpa de tração na laje encontrada no ponto de junção entre as vigas, as demais partes encontram-se sobre cargas variando entre 0,13MPa de compressão e 0,3 Mpa de tração e deformações médias de  $5,8 \cdot 10^{-7}$  mm/mm (Figura 33).

Figura 32 - Tensões principais para análise harmônica.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 33 - Deformações principais para análise harmônica.



Fonte: Elaborada pelo autor.

De modo a melhor observar as tensões nos pilares, estes foram isolados novamente, que estaticamente apresentou tensões distribuídas longitudinalmente. E semelhante a Figura 32 o comportamento das tensões se manteve semelhante à análise estática com magnitudes e localizações análogas. Os resultados podem ser vistos na Figura 34.

Figura 34 - Tensões principais ocasionadas nos pilares.



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 5 CONCLUSÕES

Esse trabalho foi desenvolvido com objetivo de analisar, mediante a ações estáticas e dinâmicas, uma torre de resfriamento, peça chave na geração de energia dentro de uma indústria, cujo processo de fissuração é progressivo.

Recorreu-se a dados obtidos por meio de ensaios técnicos realizados previamente, memoriais descritivos das turbinas e informações retiradas de normas como a NBR 6118:2014 e a NBR 6120:2019 para a definição das características mecânicas do modelo. Esta análise foi dividida em 3 etapas, sendo esta a análise estática, cuja função foi a determinação dos pontos de maiores tensões equivalentes e maiores zonas de maiores deformações; análise modal, na qual foram obtidas os modos de vibração da torre, sabendo portanto das maiores zonas de fragilidade dinâmica da estrutura e suas respectivas frequências modais e por fim, uma análise harmônica, na qual foi analisada as tensões e deformações ocasionadas pela rotação das hélices dos ventiladores da turbina.

Foram obtidos pela análise estática, tensões equivalentes de valor máximo de 12,4 MPa encontradas na laje próxima das canaletas de concreto mostrando ser o ponto de maior vulnerabilidade em toda a estrutura, no entanto esta zona de tensão é pontual e acontece devido a um acúmulo de tensões não sendo determinante para o comportamento geral da estrutura que sofre tensões equivalentes entre 3 e 4 MPa. Para as deformações, foram encontradas deformações médias em toda a estrutura de aproximadamente  $12,17 \cdot 10^{-7}$  mm/mm e  $2,6 \cdot 10^{-5}$  mm/mm e nos pontos de vinculação das peças foram encontradas deformações de 0,0001 mm/mm chegando até o valor de 0,0002 mm/mm. Embora estas zonas de tensões e deformações sejam as maiores encontradas, os valores obtidos nos modelos estão abaixo dos valores limite de resistência do modelo, indicando que estas cargas não geram danos sobre a torre.

O trabalho apresentou, em análise modal, os vinte primeiros modos de vibração da estrutura e suas respectivas frequências e períodos. Foi observado que no primeiro e segundo modo, os deslocamentos máximos encontradas foram nas zonas próximas à canaleta com valores de 0,055 mm de deslocamento total. Já para o terceiro modo as zonas de maiores deslocamentos, foram as zonas laterais e anteriores da estrutura, com valores de 0,06 mm.

Utilizando como parâmetro a análise modal, foi realizado uma análise harmônica, em que foi utilizada como entrada a frequência de excitação dada pelas hélices dos motores, que apresenta valor de 12,95 Hz. Este valor encontra-se entre os valores do 2º e 3º modo obtidos da torre obtendo valores de tensões e deformações abaixo dos estipulados como resistência dos

elementos para o modelo, indicando não haver o fenômeno de ressonância e por consequência não ser o causador das fissuras nas lajes.

Este tipo de análise se faz muito importante, pois estruturas sujeitas a cargas dinâmicas, principalmente de turbinas ou motores podem sofrer o fenômeno de ressonância. A utilização de ferramentas computacionais e ensaios não destrutivos auxilia nessa tomada de decisão sobre como proceder para a reabilitação da estrutura. Portanto os resultados obtidos foram de grande valia e de significativo nível de satisfação. Ademais, indica-se um estudo sobre esta estrutura levando em consideração a fadiga dos materiais juntamente com o efeito térmico sobre este elemento de modo a verificar se esta seria o causador deste padrão de danos.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, S. F. **Análise dinâmica experimental da rigidez de elementos de concreto submetidos à danificação progressiva até a ruptura**. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia Civil), Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto: Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 2019.
- ÁVILA, K. M. V. **Pêndulos paramétricos: ponto de suspensão oscilante e comprimento variável**. 2012. Monografia (Graduação em Física) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2012.
- BRANDÃO, F. et al. Caracterização dinâmica de uma edificação histórica do século XIX. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 11, p. 52-75, 2018.
- CARRAZEDO, R.; CODA, H. B. Estudo e desenvolvimento de código computacional para análise de impacto entre estruturas tridimensionais levando em consideração efeitos térmicos. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, São Paulo, v. 8, p. 161-164, 2006.
- CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures**. Berkeley: Computers and Structures, 2003.
- DIOGENES, H. J. F. **Análise tipológica de elementos e sistemas construtivos pré-moldados de concreto do ponto de vista de sensibilidade a vibrações em serviço**. 2010. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.
- ESPADA, M. I. R. **Desenvolvimento de modelos para análise dinâmica de estruturas. Aplicação a barragens de betão e estruturas auxiliares**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Lisboa, 2010.
- EWINS, D, J. **Modal testing: theory, practice and application**. Nova Jersey: John Wiley & Sons, 2009.
- FILHO, A. A. **Elementos Finitos: A base da tecnologia CAE**. Saraiva Educação SA, 2018.
- FU, Z.; HE, J. **Modal analysis**. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.p 2-6.
- FULLER, R. G. et al. **Tacoma narrows bridge collapse**. Lincoln: Aptameric Association Of Physics Teachers, 1994.
- HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. 7. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda., 2015. p. 389-390.

MENDES, P. T. F. **Análise dinâmica de uma estrutura**: estudo numérico e experimental. 2012. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Área Departamental de Engenharia Civil, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Lisboa, 2012.

MO, Y. **Dynamic behavior of concrete structures**. Amsterdam: Elsevier Science, 2013.

PINTO, M. F. **Análise sísmica não linear de igreja edificada no século VXIII em alvenaria vernacular**. 2019. Monografia (Graduação em Engenharia Civil), Universidade Federal do Ceará, Russas, 2019.

RAVEENDRA, B. R.; BENIPAL, G. S.; SINGH, A. K. **Constitutive modelling of concrete: an overview**. Teerã: Building and Housing Research Center, 2005.

ROSETO, B. G. P. **Análise dinâmica de estruturas de concreto armado via elementos finitos**. 2018. Tese (Mestrado em Estruturas e Construção Civil), Universidade de Brasília, Brasília, 2018.

SCHWARZ, B. J.; RICHARDSON, M. H. **Experimental modal analysis**. Pensilvânia: CSI Reliability week, v. 35, n. 1, 1999.

SORIANO, H. L. **Elementos finitos**: formulação e aplicação na estática e dinâmica das estruturas. Rio de Janeiro: Ciência Moderna.

PONTE Tacoma Narrows desmorona. **History**, Nova Iorque, 2009. Disponível em: <https://www.history.com/this-day-in-history/tacoma-narrows-bridge-collapses>. Acesso em: 15 set. 2021.

TERMOPARTS. **Funcionamento de uma torre de resfriamento**. São Paulo, 2021, p. 12-13.

WALKER, J.; HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Fundamentos de física**: volume 2: gravitação, ondas e termodinâmica. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

WILLMERSDORF, R. B. **Vibrações Mecânicas Vibração Livre** – Sistemas com 1 GL, 2015. 87 slides. Disponível em: <https://docplayer.com.br/14354941-Vibracoes-mecanicas-vibracao-livre-sistemas-com-1-gl-ramiro-brito-willmersdorf-ramiro-willmersdorf-net.html>. Acesso em: 11 dez. 2021.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method for solid and structural mechanics**. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2005.