



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA – ENCIMA

JOSÉ ALBERTO RODRIGUES DE SOUSA

O ENSINO DA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO UTILIZANDO A METODOLOGIA
SEQUÊNCIA FEDATHI NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS CAMPOS
CONCEITUAIS

FORTALEZA

2021

JOSÉ ALBERTO RODRIGUES DE SOUSA

O ENSINO DA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO UTILIZANDO A METODOLOGIA
SEQUÊNCIA FEDATHI NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS CAMPOS
CONCEITUAIS

Dissertação apresentada ao Mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática (ENCIMA) da Universidade Federal do Ceará como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: ensino de Matemática

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Maria José Costa dos Santos

FORTALEZA

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S697e Sousa, José Alberto Rodrigues de.
O ensino da adição e subtração utilizando a metodologia sequência Fedathi na perspectiva da teoria dos campos conceituais / José Alberto Rodrigues de Sousa. – 2021.
51 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Fortaleza, 2021.
Orientação: Profa. Dra. Maria José Costa dos Santos.

1. Sequencia Fedathi. 2. Estruturas Aditivas. 3. Aprendizagem. 4. Quadro Valor Lugar. I. Título.
CDD 372

JOSÉ ALBERTO RODRIGUES DE SOUSA

O ENSINO DA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO UTILIZANDO A METODOLOGIA
SEQUÊNCIA FEDATHI NA PERSPECTIVA DA TEORIA DOS CAMPOS
CONCEITUAIS

Dissertação apresentada ao Mestrado profissional Ensino de Ciências e Matemática – Encima, do Centro de Ciências da Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação da Universidade Federal Do Ceará – UFC, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre. Área de concentração: ensino de Matemática

Aprovada em: 27/08/2021.

COMISSÃO EXAMINADORA

Profa. Dra. Maria José Costa dos Santos (Orientadora)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. José Rogério Santana
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Jorge Carvalho Brandão
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dedico este trabalho a Deus,
a minha eterna e saudosa mãe,
a meu pai e a minha irmã Aninha,
por darem sentido a minha existência.
À Gerard Vergnaud
(08/02/1933-06/06/2021), *in memoriam*.

AGRADECIMENTOS

A Deus, em primeiríssimo lugar, por ter me concedido forças quando já não existiam mais e por sempre renovar-me a esperança, a sede de conhecimento, em especial aqueles que favorecem o engrandecimento da minha profissão.

A professora Mazzé Santos, que, com muita atenção e dedicação, orientou-me incansavelmente.

“ Não é em alguns dias ou em algumas semanas que uma criança adquire uma competência nova ou compreende um conceito novo, mas, sim, ao longo de vários anos de escola e de experiência.”
(VERGNAUD, 2011, p. 16)

RESUMO

Discute-se a importância da aprendizagem dos conteúdos de matemática desenvolvidos com estudantes de uma turma de 4º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental, especificamente a subtração e a adição no Quadro Valor de Lugar (QVL), com o propósito de promoção da qualidade nos processos de ensino e de aprendizagem matemática. Objetiva-se de modo geral, apresentar as análises de uma vivência pedagógica, a partir dos pressupostos metodológicos da Sequência Fedathi, à luz da Teoria dos Campos Conceituais (TCC), em especial o Campo Conceitual Aditivo de Vergnaud, na perspectiva do Letramento Matemático. Para tanto, utiliza-se uma lista de situações-problema, criados para o desenvolvimento das habilidades em situações de adição e subtração dos estudantes sujeitos deste estudo. A pesquisa é de natureza qualitativa, do tipo participativo. Busca-se o envolvimento dos sujeitos na pesquisa, a fim de que eles entendam sua própria realidade, despertando-os para seus interesses, a partir da resolução de problemas contextuais debatidos e estudados em sala de aula, durante o ensino remoto. As etapas da pesquisa compreenderam o estudo bibliográfico, a elaboração e vivência de uma Sessão Didática para o ensino de adição e subtração utilizando a Sequência Fedathi (SF) na perspectiva do Letramento Matemático. Foram realizadas as análises das respostas da lista de exercícios dos 32 estudantes, sujeitos desta pesquisa. Para a análise dos resultados foram utilizadas as categorias e subcategorias das estruturas aditivas de Vergnaud, a transformação e comparação. Aponta-se como resultados que atividades que valorizam o contexto e o Campo Conceitual Aditivo, facilitam a aquisição da aprendizagem das estruturas aditivas. Também se verifica que existe uma falta de cultura digital, o que, conseqüentemente, dificulta que o ensino remoto atinja suas metas mais satisfatoriamente. Contudo, foi importante o uso de aplicativo de mensagem instantânea, das plataformas de *webconferência* e do formulário eletrônico para o acesso ao estudo dos conceitos matemáticos. Considera-se assim, que é possível o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa quando se insere no contexto das aulas, uma matemática do dia a dia, uma matemática humanística, sobre a qual os estudantes, utilizando um suporte pedagógico, como o QVL, possam ser capazes de solucionar os problemas, refletindo e agindo sobre as situações, no mundo real.

Palavras-chave: sequência Fedathi; quadro valor de lugar; campo aditivo; letramento matemático.

ABSTRACT

This work deals with the contents of mathematics worked with students from elementary school, specifically subtraction and addition in the Place Value Frame (PVF), with the purpose of promoting quality in the processes of teaching and learning mathematics. The objective was to develop and present the analysis of a pedagogical experience, based on the methodological assumptions of the Fedathi Sequence, under the assumptions of the Conceptual Fields theory, in particular the Additive Conceptual Field of Vergnaud in the perspective of Mathematical Literacy. For that, we used a list of exercises created for the development of skills in situations of addition and subtraction of students subject to this research. The research is qualitative in nature, of the participant type, as it sought the involvement of the research subjects, in order to understand their own reality, their interests and the resolution of contextual problems to be debated and studied. The research steps included the bibliographical study, the elaboration and application of a Didactic Session for teaching addition and subtraction using Fedathi Sequence – FS from the perspective of Mathematical Literacy, and the analysis of the 32 students' answers to the list of exercises. For the analysis of the exercises, the categories and subcategories of the additive structures of Vergnaud, the transformation and comparison were used. It is pointed out as results that activities that value the context and the Additive Conceptual Field, facilitate the acquisition of learning of additive structures. It is also verified that there is a lack of digital culture, which, consequently, makes it difficult for remote learning to achieve its goals more satisfactorily. However, it was important to use an instant messaging application, web conferencing platforms and an electronic form to access the study of mathematical concepts. Thus, it is considered that it is possible to develop meaningful learning when it is inserted in the context of classes, a mathematics of everyday life, a humanistic mathematics, on which students, using a pedagogical support, such as the QVL, can be able to solve problems, reflecting and acting on situations in the real world.

Keywords: Fedathi sequence; place value frame; additive field; mathematical literacy.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Etapas e elementos da SF	19
FIGURA 2 - Quadro Valor de Lugar	21
FIGURA 3 - Kit de material escolar	30
FIGURA 4 - Produção do QVL do estudante J	30
FIGURA 5 - Interação via grupo de mensagens instantâneas (WhatsApp)	31
FIGURA 6 - Momento do encontro virtual no aplicativo de <i>Webconferência Google Meet</i>	32
FIGURA 7 - Questionário do formulário eletrônico	34
FIGURA 8 - Questões do aluno B	35
FIGURA 9 - Canal no YouTube para o ensino de Matemática	36
FIGURA 10 - Teoremas em ação da estudante A	37
FIGURA 11 - Resolução com QVL da estudante A	37
FIGURA 12 - Situações-problema do estudante K	38
FIGURA 13 - Situação-problema da estudante V	38

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – Sequência Fedathi e organização docente	19
QUADRO 2 – Categorias semânticas de problemas aditivos(1)	25
QUADRO 3 – Categorias semânticas de problemas aditivos (2).....	26
QUADRO 4 – Questões utilizadas no formulário <i>Google Forms</i>	29

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	A motivação para a pesquisa	13
1.2	O produto educacional – conceito e proposta	14
2	A METODOLOGIA SEQUÊNCIA FEDATHI: CONHECENDO A TEMÁTICA DA PESQUISA	17
2.1	A metodologia sequência Fedathi: pressupostos da Sessão Didática	17
2.2	O QVL como instrumento didático-pedagógico	20
2.3	Teoria dos Campos Conceituais: especificidades do campo aditivo	22
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	28
3.1	O aplicativo de mensagens instantâneas	28
3.2	Plataforma de webconferência, redes sociais e ferramenta de gamificação	28
3.3	Metodologia da pesquisa: etapas da pesquisa	29
3.4	Tipo de estudo	32
3.5	Local da pesquisa	32
3.6	Instrumentos de recolha de dados	33
4	OS RESULTADOS E A APLICAÇÃO DA AÇÃO DIDÁTICA	34
4.1	Análise do plateau	34
4.2	Análise do desafio das situações-problema utilizando a lista do kit escolar	35
4.3	Análise das participações no canal do YouTube	36
4.4	Análise da vivência da SD.	36
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	39
	REFERÊNCIAS	41
	APÊNDICE A- SEQUÊNCIA DIDÁTICA.	44
	APÊNDICE B – AVALIAÇÃO DAS ESTRUTURAS ADITIVAS.	50

1 INTRODUÇÃO

Ensinar as crianças a somar e a subtrair parece ser uma tarefa fácil, mas não é o que as pesquisas constata. Imagine-se o cenário entre 2020-2021, em que o mundo inteiro passou por uma pandemia do vírus da Covid-19 (Sars-coV-2), período em que os processos de ensinagem de Matemática enfrentaram o desafio de garantir, em formato remoto, um padrão mínimo de qualidade da educação.

A brusca alteração do modelo de ensino presencial para o de ensino *on-line* gerou, na comunidade escolar, inúmeras inquietações e dúvidas, e não demorou para que os pesquisadores em educação passassem a se debruçar sobre o assunto (PAIXÃO, 2020; RODRIGUES, 2020; RUSHEL, TREVISAN, PEREIRA, 2020; GODOY, KAWASHIMA, 2020; GOMES, CANEVA, 2020). Com isso, viu-se a necessidade de fomentar o ensino de adição e subtração de forma mais significativa para os estudantes de uma turma do 4º ano do ensino fundamental, anos iniciais, de uma escola pública municipal, em Caucaia – Ceará.

A educação significativa no contexto da escola ainda enfrenta barreiras quando o assunto é propor metodologias que vão ao encontro da realidade educacional em um determinado contexto, ao qual devem ser atribuídos contextos em que as crianças se deparam com situações-problemas que envolvem cálculos simples com essas duas operações matemáticas (LIMA, 2007; MAGINA *et al.*, 2008; NUNES; CAMPOS; MAGINA; BRYANT 2009; SANTOS, 2017).

Quando o assunto é ensino e aprendizagem do conhecimento aritmético de adição e subtração, faz-se necessário desenvolver estudos e reflexões acerca de metodologias diferenciadas de ensino que utilizem ferramentas didático-pedagógicas que colaborem na significação e na contextualização dos conceitos matemáticos envolvidos em situações diversas rotineiras (NUNES, BRYANT, 1997; NUNES; CAMPOS; MAGINA; BRYANT; 2009; SANTOS, 2020).

Diante dessa problemática, objetiva-se de modo geral, apresentar as contribuições de uma Sessão Didática, vivenciada a partir dos pressupostos da metodologia de ensino Sequência Fedathi (SF), numa abordagem embasada na Teoria dos Campos Conceituais, em especial, o Campo Conceitual Aditivo de Vergnaud, a fim de desenvolvê-la como produto educacional importante para o trabalho significativo desses conteúdos matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental, conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017).

Especificamente, esta pesquisa visou a vivenciar a SF como metodologia de ensino, em especial uma Sessão Didática a partir da lista de exercícios de autocriação fundamentada no Campo Aditivo; realizar situações-problema de adição e subtração na perspectiva das categorias e subcategorias do Campo Aditivo de Vergnaud, observando os invariantes operatórios (conceitos em ação e teoremas em ação); e, por fim, elaborar o produto educacional sobre os estudos dos conhecimentos trabalhados com estudantes da turma de 4º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental, na perspectiva do letramento matemático.

Essa pesquisa está dividida da seguinte forma: Capítulo 1, que consta da introdução, motivação para a pesquisa, justificativa e metodologia, seguida da descrição do produto educacional; capítulo 2, considerações sobre o Letramento Matemático e a Sequência Fedathi como metodologia de ensino, e o quadro valor de lugar – QVL como ferramenta pedagógica para o ensino da adição e subtração e apresenta ainda tessituras acerca do Campo Conceitual Aditivo e do ensino da adição e subtração; capítulo 3 nossos procedimentos metodológicos, seguido do capítulo 4 com os resultados da aplicação da ação didática e as considerações finais.

Para justificar a pesquisa, apresenta-se a seguir a motivação para a temática.

1.1 A motivação para a pesquisa

A escolha dessa temática justifica-se em algumas pesquisas por refletirem o fato de os estudantes apresentarem dificuldades em solucionar problemas envolvendo adição e subtração, seja por falhas na resolução do algoritmo, seja pela não compreensão semântica das situações-problema e o que necessitam para a resolução, seja por questões epistemológicas e didáticas do próprio ensino (NUNES, BRYANT, 1997; VERGNAUD, 1998, 2001; LIMA 2007; MAGINA *et al.*, 2008; ORRANTIA, 2006; QUEIROZ; LINS, 2011; LIMA; SANTOS; VASCONCELOS, 2018).

Com o passar dos anos e com as experiências vivenciadas, tanto nos anos iniciais como nos anos finais da Educação Básica, verificou-se que a mesma dificuldade se estendia a quase todos os anos escolares em que se exige esse domínio conceitual das operações, a saber: a subtração e a adição (NUNES, BRYANT, 1997).

Diante dessa problemática, surgiram os questionamentos: o que ocorre no ensino das operações de adição e subtração que a aprendizagem não é consolidada? Que metodologia propor para que esse quadro se modifique qualitativamente?

A fim de modificar esse cenário, utilizou-se o QVL (quadro valor de lugar) como suporte didático-pedagógico para o ensino concreto da adição e subtração, sob os pressupostos da Sequência Fedathi como metodologia de ensino (BORGES NETO; SANTOS, 2017), norteadas pela Teoria do campo conceitual aditivo de Gerard Vergnaud (VERGNAUD, 1998; 2001), bem como pesquisas experienciais utilizando a mesma centralidade nos estudos sobre as estruturas aditivas (ORRANTIA, 2006; MAGINA *et al.*, 2008; QUEIROZ; LINS, 2011; JUSTO, 2012; BERTINI; PASSO, 2017).

O QVL pode ser considerado como um instrumento de ensino e aprendizagem em matemática que subsidia o melhor entendimento das operações. Geralmente, é usado em turmas de anos iniciais do Ensino Fundamental. Ele auxilia no processo de contagem, na introdução dos conceitos que envolvem o sistema de numeração decimal (SND), mais comumente os conceitos de unidade, dezena e centena, bem como a composição dos números e as operações matemáticas (ROSA NETO, 2016).

A pesquisa foi desenvolvida com 32 estudantes, regularmente matriculados numa turma de 4^o ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental, sob a égide de pesquisa participante, que, segundo Brandão (1998, p. 43), é uma metodologia que procura incentivar o desenvolvimento autônomo (autoconfiante) a partir das bases e de uma relativa independência do exterior.

Este estudo também foi motivado pela necessidade de desenvolvimento das habilidades necessárias para desenvolver as competências exigidas dos estudantes, no referente eixo em que se encontram com relação à resolução de situações-problema que envolvam adição e subtração. Quando isso não ocorre, ficam impossibilitados de avançar nos assuntos subsequentes. Para que se dê esse avanço, faz-se necessário que os assuntos anteriores sejam adaptados à cognição, ou seja, que a esquematização numérica tenha sido outrora assimilada em situações matemáticas diversas (LIMA, 2007; SANTOS, 2007; BRYAN *et al.*, 2009).

A seguir, apresenta-se o produto educacional proposto, a saber, a Sessão Didática (SD), que posterior será apresentada em formato de infográfico (Anexo A).

1.2 Produto educacional: conceito e proposta

Os cursos de mestrados profissional em ensino têm, necessariamente, como objetivo a criação, elaboração, e/ou desenvolvimento de produtos de natureza educacional. Esse produto pode ter vários formatos e vários objetivos, sendo que a exigência única é que se trate de alguma ferramenta que venha a ajudar o professor em sua prática profissional, sendo, portanto, um produto educacional (ZAIDAN; REIS; KAWASAKI, 2020).

Como exemplo, podem-se citar as Sessões Didáticas, em formato de *e-book*, para o ensino de Matemática, organizadas por Norma Sueli Oliveira Vieira e colaboradores, sob a orientação da professora doutora Maria José Costa dos Santos, como Produto Educacional final do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal do Ceará. Esse trabalho está disponível para consulta em: http://www.ppgencima.ufc.br/public_html/images/documentos/E-BOOK_pdf_1.pdf.

Conforme cita Gomes (2013), esse produto não deve visar somente à melhoria do ensino de determinados conteúdos, mas também propor reflexões sobre problemas educacionais enfrentados pelo professor. Diante disso, o Produto Educacional (PE) (por exemplo, pequeno livro, manual de atividades, sequência didática, *software*, jogo educativo etc.) é um objeto de aprendizagem.

Propõe-se uma Sessão Didática (SD) como recurso didático-pedagógico a ser utilizado pelos professores dos anos iniciais do ensino fundamental para o ensino da adição e subtração, visando a mediar as dificuldades dos estudantes com a formalização e desenvolvimento do cálculo e dos fundamentos do Sistema de Numeração Decimal (SND), utilizando situações-problema que visem ao Letramento Matemático, trabalhando as categorias da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, especificamente o Campo Aditivo.

Nessa SD, abordaram-se situações já trabalhadas anteriormente por Lima (2007), com alunos de uma turma de Pedagogia para vivência da SF. Diante disso, descreveu-se, sistematizou-se e organizou-se a SD em um infográfico que, segundo Pablos (1999), é a apresentação impressa de um binômio imagem + texto (bI + T), qualquer que seja o suporte em que se apresente essa união informativa: tela, papel, plástico, barro, pergaminho, papiro, pedra (PABLOS, 1999).

Nesse sentido, apresenta-se a metodologia SF por meio de um esquema visual que proporciona uma leitura linear, facilitada pela disposição que imagens e situações-problema que vão ao encontro de nossa proposta: desenvolver uma SD como o ensino de adição e subtração.

Acerca disso, Módolo (2008, p. 5) advertiu que “... os infográficos, que visam a informar aliando texto e imagem, destacam-se por atingirem um maior número de leitores e apresentam-se como um dos principais recursos da comunicação na mídia impressa”.

Assim, pretende-se com esse PE que o maior número possível de professores dos anos iniciais do ensino fundamental que ensinam Matemática sejam alcançados visando a se apropriarem de uma maneira mais atrativa e sistemática da metodologia SF sugerida e, assim, contribuïrem para o ensino e aprendizagem da adição e subtração, levando em conta situações-problema.

Nesse sentido, propôs-se contribuir com a aprendizagem dos alunos com dificuldades de realizarem atividades matemáticas pertinentes ao seu cotidiano e contexto, tomando como ponto de investigação e intervenção os resultados qualitativos averiguados mediante a aplicação das tarefas manuseadas com o QVL.

A aplicação da Sessão Didática (SD) se dará por meio da utilização do recurso didático proposto, a saber, o QVL, e seguindo os princípios da Sequência Fedathi para a aplicação, o acompanhamento, a mediação e a avaliação, para que, assim, se possa ajudar a produzir transformações que sejam interessantes na compreensão do sistema de numeração decimal e de suas ordens, o que, *a posteriori*, facilitará na resolução dos algoritmos das situações matemáticas que envolvem o campo aditivo, considerando aspectos contextuais que vislumbram um letramento matemático.

No próximo capítulo, apresenta-se a proposta metodológica de ensino e a teoria estudada para dar fundamentação a esta pesquisa.

2 A METODOLOGIA SEQUÊNCIA FEDATHI: CONHECENDO A TEMÁTICA DA PESQUISA

A Sequência Fedathi (SF) é uma metodologia direcionada para a melhoria da prática pedagógica, visando à postura adequada do professor em sala de aula, e tem como essência contribuir para que o aluno supere os obstáculos epistemológicos e didáticos que ocorrem na abordagem dos conceitos matemáticos em sala de aula.

Essa Teoria parte da premissa de que uma construção deve ser executada, integrando o projeto teórico e prático em ações didáticas concretas, sendo útil para planejar, (re)construir, investigar e buscar na análise dos dados extraídos da realidade a validação ou refutação das hipóteses levantadas durante o desenvolvimento das sequências didáticas.

Apoiam a discussão sobre a SF os teóricos Borges Neto (2019), Santos (2017; 2018), Sousa (2013), dentre outros professores, pesquisadores e estudantes do programa de pós-graduação em Educação da Universidade Federal do Ceará, teóricos e colaboradores dessa metodologia.

A seguir, apresentam-se reflexões e contribuições sobre a SF, a partir dos pressupostos da SD, como estratégia metodológica para a constituição de uma aprendizagem significativa.

2.1 A Metodologia Sequência Fedathi: pressupostos da Sessão Didática

Segundo Borges Neto (2016), a sequência Fedathi propõe que, ao se deparar um problema novo, o aluno deve reproduzir os passos que um matemático realiza quando se debruça sobre seus ensaios: aborda os dados da questão, experimenta vários caminhos que possam levar à solução, analisa possíveis erros, busca conhecimentos para constituir a resolução, testa os resultados para saber se errou e onde errou, corrige-se e monta um modelo.

A metodologia aplicada, a saber, a SF constitui uma proposta metodológica desenvolvida por professores, pesquisadores e alunos de pós-graduação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará. Essas pessoas constituem o Grupo Fedathi, formado no início dos anos 1990, para tratar de questões relativas à didática da matemática (BORGES NETO, 2016).

Segundo Santos (2017, p. 84),

Nas aulas de matemática, a SF enuncia, na ação docente, que uma situação-problema deve conduzir o estudante a passar pelas etapas do trabalho de um matemático. Assim, ele deve: a) interpretar os dados da situação que lhe foi apresentada; b) desenhar e desenvolver as variáveis que se apresentam na solução; e, c) testar e validar as soluções conjuntamente com o professor – a prova, e isso ocorre frente a um processo investigativo que ouse uma formação nessa direção.

Nesse sentido, a autora afirma a importância da SF para a transformação das aulas de Matemática, superando a valorização da ação docente pautada na exposição e resolução de exercício, propondo uma nova metodologia que se divide em fases, as quais são: a tomada de posição, maturação, solução e prova. A tomada de posição corresponde à apresentação de um problema para um aluno ou um grupo de alunos, de modo que seja possível relacionar a situação proposta com o saber que deve ser trabalhado, seja com uma situação-problema, um jogo ou um desafio.

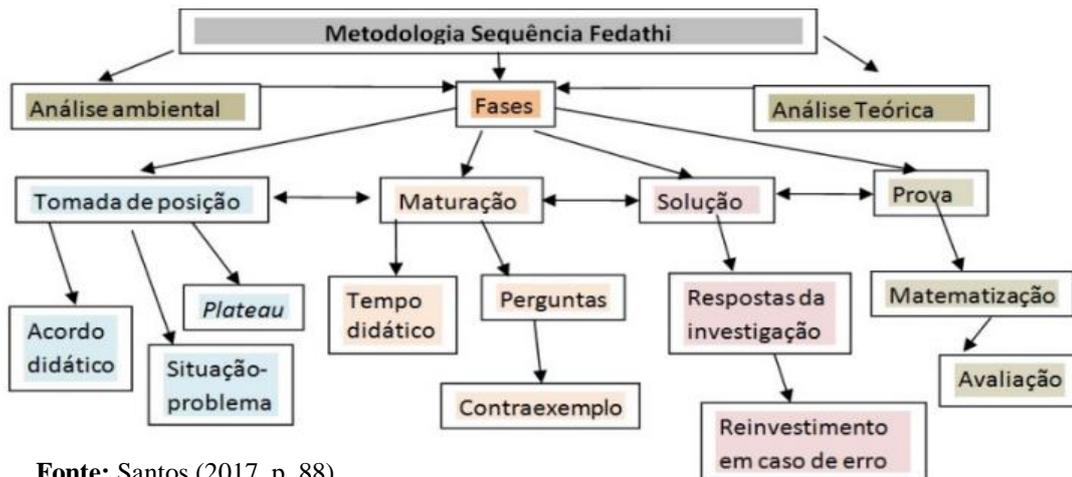
Nesse momento, ocorre a transposição didática de uma situação mais generalizável para uma mais contextual, da vivência dos alunos, na qual eles sejam capazes de assimilar a dada situação. Acontece a análise do *plateau* – e, num segundo momento, a realização da investigação junto aos alunos a fim de averiguar se os estudantes são detentores desses conceitos. Assim, fica estabelecido o acordo didático. A maturação é a etapa em que ocorre a discussão iniciada pelo professor, que mantém sua postura de mediador, investigador, averiguador. Nesse instante, surgem, também, os questionamentos por parte dos alunos, sendo este o momento fundamental para a elaboração de raciocínios e argumentos.

A solução é o momento da ação em que ocorre o debruçamento sobre as estratégias e tentativas de resoluções dos alunos. Nesse momento, o professor precisará estar atento a como os alunos elaboram suas propostas e métodos, valorizando todas as soluções debatidas independentemente de estarem ou não corretas, propondo contraexemplos, instigando-os por meio de perguntas desafiadoras, esclarecedoras e norteadoras.

Entretanto, o aluno deve ter consciência da possibilidade de cometer erros e deve estar preparado para os novos desafios que a resolução de problemas impõe. Por fim, a prova, que é o momento da validação do conhecimento matemático pelo professor, confrontando o saber científico com o saber escolar em construção.

Veja-se a seguir, na Figura 1, a síntese das etapas e elementos da SF.

Figura 1 - Etapas e elementos da SF



Fonte: Santos (2017, p. 88)

Ao considerar que o professor constrói um determinado conhecimento mediado pela SF e que a aprendizagem é consolidada cooperativamente, que o ensino está pautado pela descoberta e coparticipação, e que as posturas discente e docente constituem-se recíprocas e numa relação dialógica é que apresentamos as quatro fases da ação docente, relacionando-as com as etapas da SF do quadro abaixo:

Quadro 1 - Sequência Fedathi e organização docente

Vivência metodológica a partir dos pressupostos da Sequência Fedathi	
Nível 0: Preparação – Organização didática do professor, com análise ambiental, análise teórica (<i>Plateau</i>) e elaboração da Sessão Didática.	
Nível 1: Vivência – Desenvolvimento e execução da sessão didática na sala de aula.	1ª etapa: Tomada de Posição – Definição do Acordo Didático e apresentação de uma situação desafiadora.
Nível 2: Labor – Desenvolvimento e execução da sessão didática na sala de aula. (fazer junto)	2ª etapa: Maturação – resolução do problema pelos alunos, com a mediação do professor por meio de perguntas do tipo esclarecedor, desafiador, estimulador.
Nível 3: Produção – Exposição do conhecimento construído que deve ser suficientemente complexo para favorecer a discussão entre aluno-aluno, alunos-grupos, alunos-professor.	3ª etapa: Solução – socialização e confronto dos resultados encontrados pelos alunos. Uso de contraexemplos e contra perguntas para subsidiar acertos e possíveis erros.
Nível 4: Análise – Postura docente e postura discente diante da culminância dos processos de ensino e de aprendizagem.	4ª etapa: Prova – o professor faz a formalização e/ou generalização do modelo matemático construído pelo aluno.
Nível 0.0: Avaliação – Deve ser vista pelo professor como um ato inclusivo e acolhedor. Deve ser pensando suas formas, processos, ferramentas, estratégias que atendam a demanda do público.	

Fonte: Santos (2020, apud Sousa, 2015).

A vivência, o labor, a produção e a análise, partes da organização didática correspondem às quatro etapas da SF. Iniciando-se no nível zero com a preparação e organização da Sessão Didática, ao finalizar o professor terá garantida uma avaliação inclusiva e acolhedora. No nível 1, ocorre a vivência da ação didática, momento o qual se configura para a SF uma tomada de posição.

Aqui, ocorre uma situação desafiadora e um acordo didático para que o desenvolvimento e execução da vivência metodológica aconteça. O labor diz respeito à segunda etapa da SF, que é a maturação. Nessa etapa, ocorre o fazer junto, em que o professor orienta os estudantes com perguntas esclarecedoras, estimuladoras e desafiadoras.

A produção é a parte em que ocorrem as soluções dos estudantes e a exposição do conhecimento a ser construído, momento em que o professor propõe contraexemplos e contraperguntas para verificar erros e conduzir o desenvolvimento da dinâmica da SD. A análise corresponde à etapa da prova: este é o momento da formalização e culminância dos processos de ensino e aprendizagem, ou seja, apresenta a generalização do conhecimento em processo de construção.

2.2 O QVL como instrumento didático-pedagógico

A ‘Sessão Didática (SD)’ – termo utilizado na metodologia SF para definir mais amplamente o conceito convencional de aula (SANTOS, 2017) –, foi desenvolvida com a utilização do QVL. Nela, as etapas serão vivenciadas, e serão feitas considerações acerca da abordagem do Letramento Matemático, considerando as situações nas quais se resolvem situações-problema com mais facilidade utilizando os conceitos da Teoria do Campo Aditivo.

Acerca disso, Sousa *et al.* (2013) trabalha Sessões Didáticas que direcionam o aluno/estudante a agir como protagonista, isto é, o aluno deve ser atuante e participante direto de seu aprendizado e o professor irá mediar essas seções para que o aluno não se sinta isolado desse processo.

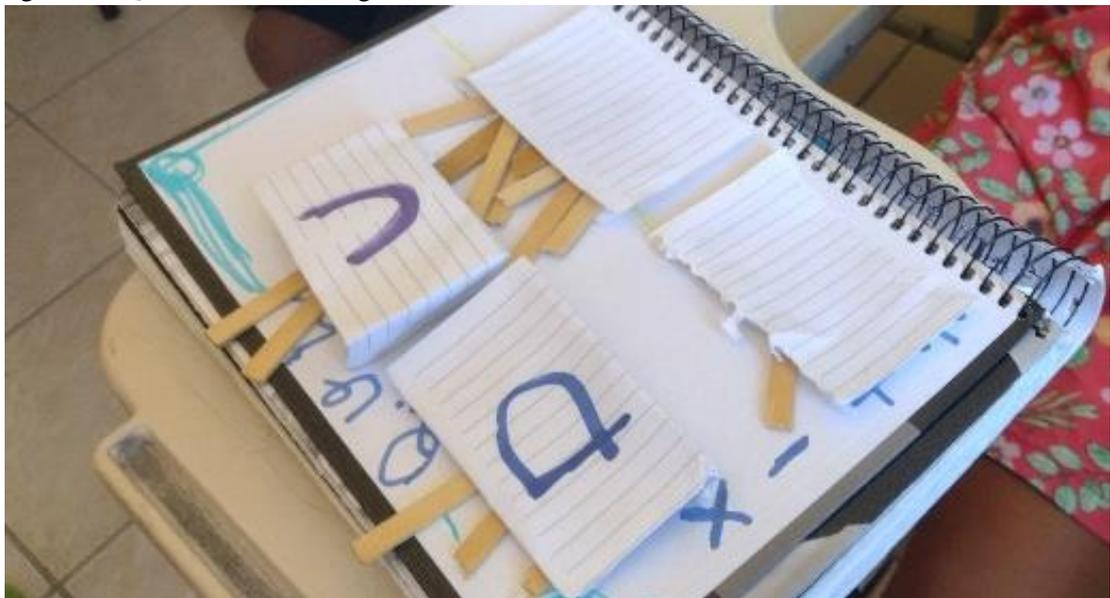
O QVL é utilizado em turmas de anos iniciais do Ensino Fundamental, quando mais, estende-se ao 6º ano dos anos finais. Consiste num instrumento de ensino e de aprendizagem de matemática e, quando bem utilizado pelos professores, auxilia na introdução dos conceitos de unidades, dezenas e centenas, facilitando a compreensão dos processos de contagem, formação dos números e operações matemáticas. Sua utilização nas aulas de

matemática se deve a alguns fatores, dentre eles o baixo custo; facilidade em sua criação e montagem; fácil utilização e manuseio e contribuição para um bom desenvolvimento das operações aritméticas. Ele ajuda no processo de contagem, na introdução dos conceitos iniciais de numeração, tais como: o valor que o número representa a partir de sua posição.

Rosa Neto (2006, p. 58-65), pesquisador da Didática da Matemática propõe o uso desse recurso, denominando-o de cartaz valor do lugar ou cartaz de pregas e afirma que ele é decisivo no trabalho com números e operações, assim como outros materiais como tampinhas, palitos e pedras. Contudo, independentemente da denominação, as propostas de utilização desse instrumento em Matemática caminham para o mesmo objetivo, que é o ensino dinâmico da Matemática.

O QVL foi produzido na própria capa do caderno, com materiais simples, tais como, papel madeira, cotonetes, cola e canetinhas, para ser de fabricação acessível a todos, como mostra a figura a seguir. Por ser no caderno, facilita o transporte e manuseio por parte dos alunos no momento que forem se debruçar na resolução de suas tarefas.

Figura 2 - Quadro Valor de Lugar



Fonte: Produzida pelo autor.

A pesquisa circundará sobre as seguintes questões: Como realizar a decomposição numérica, reconhecendo suas ordens utilizando o QVL? Quais estratégias pautadas no letramento matemático podem colaborar para compreensão dos algoritmos da adição e subtração, a partir da manipulação do QVL? Como o QVL contribui para os alunos em atividades que eles têm dificuldade para solucionar, em situações-problema do cotidiano, tal

como receber um troco errado e identificar o erro? Tais questões, fomentam as reflexões sobre uma matemática crítica, humanística e para a cidadania.

A partir das dificuldades verificadas junto aos alunos do 4^o ano – turma, na qual o pesquisador é também professor – e baseando-se em atividades diagnósticas, tipo questionário eletrônico (Anexo II), bem como uma tabela de preços com os materiais do *kit* escolar, para que se elabore uma Sessão Didática norteada pela Sequência Fedathi (BORGES NETO; SOUSA, 2017), e a partir da vivência dessa SF, trabalham-se situações-problema que envolvam as estruturas pertinentes ao Campo Aditivo de Vergnaud desses alunos.

2.3 Teoria dos Campos Conceituais: especificidades do campo aditivo

Gerard Vergnaud, discípulo de Piaget, interessou-se pelas questões relacionadas ao sujeito que adquire conhecimento em situações de ensino, complementando para fins didáticos a Teoria Piagetiana, a que procurou dar uma nova direção, saindo do sujeito epistêmico e indo ao sujeito em situação.

A partir da análise das situações, proposta por Vergnaud, sobre as quais o sujeito age, tem-se como pesquisar e ter um melhor conhecimento de como esses sujeitos evoluem temporalmente à medida que aprendem, e ter subsídios para possibilitar planejamentos de intervenções didáticas direcionadas para as especificidades dos conteúdos que serão estudados.

Vergnaud firma que o processo de conceitualização do real, atividade interna à psiqué do sujeito, é o ponto fundamental da cognição. Nesse sentido, assevera o pesquisador que o desenvolvimento cognitivo não pode ser explicado por modelos simplistas, seja recorrendo a ideias de reprodução social, seja pela emergência de estruturas inatas do sujeito, ou ainda por meio da metáfora da mente como processamento de informação (VERGNAUD, 1998). J

Foi com base na Teoria de Piaget que Vergnaud obteve subsídios fundamentais para analisar os mecanismos gerais para o desenvolvimento cognitivo do sujeito, no qual conduz a aprendizagem. Neste sentido, a TE fornece a partir de seus componentes básicos, a saber: assimilação, acomodação, adaptação, perturbação, compensação e equilíbrio majorante – dispositivos para explicar as ações e operações dos sujeitos ao se apropriar de um determinado objeto de conhecimento.

No entanto, a Teoria dos Campos Conceituais – TCC se refere a uma perspectiva de desenvolvimento ao enfatizar que “não é em alguns dias ou em algumas semanas que uma criança adquire uma competência nova ou compreende um conceito novo, mas, sim, ao longo de vários anos de escola e de experiência” (VERGNAUD, 2011, p. 16).

Destacou, portanto, essa dimensão funcional da teoria de Piaget, que se encontra preservada na Teoria de Campos Conceituais de Vergnaud, em que o autor mergulha sua atenção, a saber: o conceito piagetiano de esquema.

Acerca dos esquemas, Vergnaud (1998) identificou quatro ingredientes que são: (1) Metas (objetivos) e antecipações, pois um esquema está orientado sempre para a resolução de uma determinada classe de situações; (2) Regras de ação, busca por informações e controle, que são os elementos que dirigem a sequência de ações do sujeito; (3) Invariantes operatórios (teoremas em ação e conceitos em ação), que dirigem o reconhecimento, por parte do indivíduo, dos elementos pertinentes à situação e, portanto, guiam a construção dos modelos mentais; (4) Possibilidades de inferência (ou raciocínios) que permitem determinar as regras e antecipações a partir das informações e dos invariantes operatórios dos quais dispõe o sujeito.

Desses ingredientes, os invariantes operatórios, cujas categorias principais são teoremas em ação e conceitos em ação, constituem a base conceitual implícita que permite obter a informação pertinente e, a partir dela e dos objetivos a alcançar, inferir as regras de ação mais pertinentes (VERGNAUD, 1996, p. 201).

Nesse contexto, encontram-se, nos esquemas, os subsídios para pesquisar os conhecimentos em ação do sujeito (os conceitos em ação e os teoremas em ação), uma vez que neles se podem encontrar os elementos que fazem com que a sua ação seja operatória, tornando-os, portanto, fonte potencial para a análise da aprendizagem dos alunos.

Vergnaud (2009; 2011) admite que, um campo conceitual se define pelo conjunto de situações cuja compreensão necessita do domínio de vários conceitos de naturezas diferentes, construídos ao longo dos anos escolares. Ou seja, a adição e subtração nessa perspectiva são conceitos que se adquirem por meio dos estudos de inúmeras situações ao longo da vida, não só escolar, mas também da vida cotidiana, as quais se constroem na resolução das situações-problema em que se complementam.

Diante disso, Vergnaud (1990; 2009) define o campo conceitual das estruturas aditivas como o conjunto de situações que pedem uma adição, ou uma subtração, ou a

combinação de ambas para serem resolvidas e, ao mesmo tempo, por meio dos teoremas e conceitos pertencentes a um mesmo domínio, os quais permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas.

Ele classificou as situações-problema das estruturas aditivas pelas relações aditivas de base verificadas nas operações de pensamento e observações do cálculo relacional utilizados para resoluções. Para melhor análise das situações e sistematização de suas pesquisas com foco na aprendizagem dessas estruturas, identificou seis classes de situações de problemas aditivos. São elas: composição de duas medidas; transformação de uma medida inicial numa final; comparação entre duas medidas; composição de duas transformações; composição de duas relações; e, transformação de uma relação.

Assim como Vergnaud, outros pesquisadores se interessaram pelo estudo da aprendizagem sobre as estruturas aditivas (ORRANTIA, 2006; MAGINA *et al.*, 2008; JUSTO 2012) e buscaram identificar as classificações não só pelas operações matemáticas, mas passando a considerar também as estruturas semânticas das situações-problemas. Nesse sentido, a compreensão leitora das situações se torna fundamental para o entendimento e posterior debruçamento sobre as possíveis soluções.

Nesse contexto, Magina *et al.* (2008) classificam os problemas aditivos, conforme suas características, como problemas de composição, de transformação e de comparação. Na classe de composição, estudam-se as relações do todo com suas partes; nos problemas de transformação, relacionam o estado inicial com um estado final, utilizando uma transformação; e na classe de comparação, os problemas apresentam situações em que há um referente, um referido e uma relação que direcionam a situação proposta pelo problema.

Justo (2012) com base em pesquisas de autores que estudam as estruturas aditivas, sugeriu problemas aditivos em quatro categorias semânticas: transformação, combinação, comparação e igualação. No entanto, assevera que tais categorias são pouco conhecidas pelos professores que lecionam matemática nos anos iniciais, principalmente no que concerne ao envolvimento de situações-problemas como atividades escolares.

Magina *et al.* (2008), assim como Vergnaud (2011), identificam dois tipos de situações-problema propostos, chamados de protótipos, a saber: reunião de duas partes em um todo e transformação de uma unidade inicial. Isso pode garantir ao professor um ponto de partida, para o planejamento da sua aula, na sua tomada de posição.

Assim, para que fossem discriminadas as situações-problema de acordo com sua categoria de situações que representam, autores como Orrantia (2006) e Justo (2012) discriminaram vinte situações-problema, e quatro categorias de situações foram elencadas, como mostra o quadro a seguir.

Quadro 2.A - Categorias semânticas de problemas aditivos

<p>COMBINAÇÃO (CB) - Implicam situações estáticas entre uma quantidade e suas partes.</p>	<p>Todo desconhecido. Alexandre tem 4 canetas e João tem 3. Quantas canetas eles têm juntos?</p>	<p>Parte desconhecida. Ana e João têm juntos 20 borrachas. Ana tem 12 borrachas. Quantas borrachas João tem?</p>				
<p>TRANSFORMAÇÃO (T) - Expressam uma ação direta sobre uma quantidade que causa um aumento ou um decréscimo, quer dizer, uma situação inicial sofre uma mudança e transforma-se em uma situação final.</p>	<p>1. Acrescentar. Resultado desconhecido. Jéssica tinha 12 figurinhas. Ganhou de sua irmã mais 9 figurinhas. Quantas figurinhas Jéssica tem agora?</p>	<p>2. Diminuir. Resultado desconhecido. Renan tinha 12 bolinhas. Ele deu 3 bolinhas. Com quantas bolinhas Renan ficou?</p>	<p>3. Acrescentar. Mudança desconhecida. Sara tinha 5 chaveiros. Então ganhou de Cristina mais alguns chaveiros. Agora Sara tem 12 chaveiros. Quantos chaveiros Sara ganhou de Cristina?</p>	<p>4. Diminuir. Mudança desconhecida. Janaína tinha 22 lápis de cores. Na escola, ela deu alguns para suas amigas. Janaína agora tem 8 lápis. Quantos lápis ela deu?</p>	<p>5. Acrescentar. Início desconhecido. No meu estojo, havia alguns lápis. Então eu coloquei mais 4 lápis. Agora eu tenho 12 lápis. Quantos lápis eu tinha?</p>	<p>6. Diminuir. Início desconhecido. Em uma partida, perdi 12 bolas de gude, ficando com 21. Quantas bolas de gude eu tinha no início do jogo?</p>

Fonte: (Adaptado de JUSTO, 2012)

Quadro 2.B: Categorias semânticas de problemas aditivos

<p>COMPARAÇÃO Compara quantidades. A relação entre os números do problema é estática, não sofre mudança</p>	<p>1. Mais que. Diferença desconhecida. Ana tem 2 lápis. Maria tem 4 lápis. Quantos lápis Maria tem a mais que Ana?</p>	<p>2. Menos que. Diferença desconhecida. Paulo tem 40 figurinhas, e seu irmão tem 19. Quantas figurinhas o irmão de Paulo tem a menos?</p>	<p>3. Mais que. Quantidade e menor desconhecida. Marcia tinha 23 canetinhas, 16 a mais que Mariana. Quantas canetinhas tinha Mariana?</p>	<p>4. Menos que. Quantidade maior desconhecida. Marta tem 40 figurinhas e Ana tem 16 a menos que Marta. Quantas figurinhas tem Ana?</p>	<p>5. Mais que. Quantidade maior desconhecida. Ana comprou um caderno por 20 reais e uma mochila que custou 32 reais a mais. Quanto custou a mochila de Ana?</p>	<p>6. Menos que. Quantidade maior desconhecida. Pedro ganhou 28 figurinhas, 12 a menos que Lucas. Quantas figurinhas ganhou Lucas?</p>
<p>IGUALAÇÃO Acarretam a comparação de duas quantidades e uma mudança de uma dessas quantidades para que uma igualdade seja estabelecida. Essa categoria de situações pode ser considerada como uma mescla das duas categorias anteriores, comparação e transformação.</p>	<p>1. Acréscimo. Valor de igualação desconhecido. Pedro tem 22 canetinhas e Mario tem 14. Quantas canetinhas Mário precisa comprar para ficar com a mesma quantidade de Pedro?</p>	<p>2. Decréscimo. Valor de igualação desconhecido. No 4 ano existem 36 cadeiras e 25 crianças. Quantas cadeiras preciso retirar para que fique a mesma quantidade das crianças?</p>	<p>3. Acréscimo. Fazer o valor conhecido igualar. Marcos tem 15 lápis. Se sua mãe lhe der 8 lápis ele ficará com a mesma quantidade de Roberto. Quantos lápis tem Roberto?</p>	<p>4. Decréscimo. Fazer o valor desconhecido igualar. No ônibus que vai pra escola Noelia há 36 alunos. Se 7 alunos descerem do ônibus que vai ora Escola Camilo, haverá o mesmo número de alunos. Quantos alunos há no ônibus que vai pra escola Camilo?</p>	<p>5. Acréscimo. Fazer o valor desconhecido igualar. Meu caderno tem 20 matérias. Se o caderno da minha prima tivesse 8 matérias a mais, o caderno dela teria a mesma quantidade que o meu. Quantas matérias tem o caderno da minha prima.</p>	<p>6. Decréscimo. Fazer o valor conhecido igualar. Leo tem 12 lápis. Se ele der 5 lápis, ficará com a mesma quantidade que Antônio. Quantos lápis tem Antônio?</p>

Fonte: (Adaptado de JUSTO, 2012)

Conhecer essas categorias e como elas se organizam em subcategorias a partir de sua estruturação semântica é fundamental para os processos de ensino e de aprendizagem em adição e subtração, principalmente quando pretendemos trabalhar o letramento matemático, haja vista ele requerer dos alunos a capacidade interpretativa e de compreensão leitora. A partir dessas subcategorias é que serão elaboradas as situações-problema que serão propostas aos alunos e analisadas nesta pesquisa.

Para a resolução de problemas aditivos é necessário considerar o grau de dificuldade em cada categoria na qual se encontram as situações classificadas, de acordo com alguns autores, em canônicas e não canônicas (GARCÍA; JIMÉNEZ; HESS, 2006) ou consistentes e inconsistentes (ORRANTIA, 2006).

Nos problemas aditivos, quando o resultado da operação é a quantidade desconhecida, chamam-se canônicos ou consistentes. Ou seja, conhecem-se as duas parcelas e o que se procura determinar é a soma. Podem ser resolvidos a partir de uma modelagem direta em que o modelo da situação é construído sequencialmente, do modo que se compreende no texto do problema. O modelo de transladar o que se compreendeu com a leitura pode ser funcional para resolver esse tipo de problema (ORRANTIA, 2006).

Já os não canônicos ou inconsistentes, apresentam uma situação aditiva que requer uma subtração ou, ainda, uma situação subtrativa que requer uma adição para encontrar a resposta, sendo, portanto, mais difíceis de resolver, já que necessitam um conhecimento conceitual mais avançado que os consistentes ou canônicos (GARCÍA; JIMÉNEZ; HESS, 2006).

A seguir, apresentam-se os procedimentos metodológicos da pesquisa e a Sessão Didática.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O aplicativo de mensagens instantâneas, as plataformas digitais, redes sociais e formulários eletrônicos, aula teórica via *Google Meet* e vídeos curtos via *WhatsApp*, contribuíram para o desenvolvimento das atividades didáticas e para a aprendizagem dos estudantes.

Fundamenta-se metodologicamente a pesquisa a partir de Zanella (2013) e Minayo (1996), e destaca-se que existem inúmeras definições de Métodos de pesquisa e linhas de pensamentos, como salienta Minayo (1996), que reforça as peculiaridades na forma teórica de concepção e análise da realidade.

3.1 O aplicativo de mensagens instantâneas

Para dar aplicabilidade à SD de maneira remota, a utilização de um grupo criado no *WhatsApp* como ferramenta de comunicação foi a maneira mais viável encontrada para não haver a evasão total da turma. O horário ficou acertado, conforme acordo didático, para as quintas-feiras, das 16 horas até as 17 horas, pelo período em que a referida SD se desenvolveria, a saber, o mês de dezembro.

3.2 Plataformas, redes sociais e formulários eletrônicos

O *YouTube* é um canal de vídeos utilizados para exposição dos conceitos. Para a análise do *plateau*, utilizou-se o *Google forms*, da *Google*. Esse formulário nos deu oportunidade de trabalhar com questionários gamificados, o que culminou no maior interesse dos alunos por trazer uma dinâmica de questões propostas a partir de suas criações durante o desenvolvimento da SD.

Quadro 3. Questões utilizadas no formulário *Google forms*

Item	Respostas	Gabarito	Resultados
A soma dos pontinhos de uma peça de dominó é resolvida por uma	() combinação () transformação () comparação	Combinação. Pela própria leitura o aluno é capaz de combinar as bolinhas num conjunto único.	100%.
Juliano tem 6 maçãs e Mariana tem 9 maçãs. Quantas maçãs Juliano tem a menos que Mariana? Essa é uma operação de?	a. () adição b. () subtração c. () tanto faz, pois adição e subtração fazem parte do mesmo campo conceitual. d. () nenhuma das opções	Os itens a, b e c estão corretos. Essa questão visa a verificar se o aluno compreende o sentido de reversibilidade das operações de adição e subtração.	83,3% marcaram item b e 16,7% marcaram item a.
A questão 3 é para estabelecer uma relação entre duas sentenças e dizer se é de adição ou de subtração.			

Fonte: Produzido pelo autor

A questão 1 verifica se os estudantes compreendem que a combinação e a junção dos pontinhos, o que se comprova pelas respostas corretas. A questão 2 trata da categoria comparação e verifica se os estudantes compreendem a reversibilidade e que as operações de adição e subtração pertencem ao mesmo campo conceitual. A questão 3 é de livre criação para analisar a capacidade criativa dos estudantes.

3.3 Metodologia da pesquisa: etapas da pesquisa

A metodologia utilizada seguiu os pressupostos da Sequência Fedathi, distribuídos em quatro horas/aula remotas.

Etapa 1: tomada de posição. Situação desafiadora. Vídeo no grupo de Aplicativo de mensagem instantâneo (*WhatsApp*), solicitando a tarefa de elaboração da tabela do *kit* escolar bem como de seis situações-problema (três aditivas e três subtrativas) a partir dos preços.

Figura 3. Kit de material escolar

MATERIAL	PREÇO
2 LAPIS	2 REAIS
2 BORRACA	1 REAL
1 APONTADO	1 REAL
2 CADERNO	24 REAIS
2 MOGILA	50 REAIS
2 CANETA	2 REAIS
1 CADERNO LAPIS	11 REAIS

50
- 24

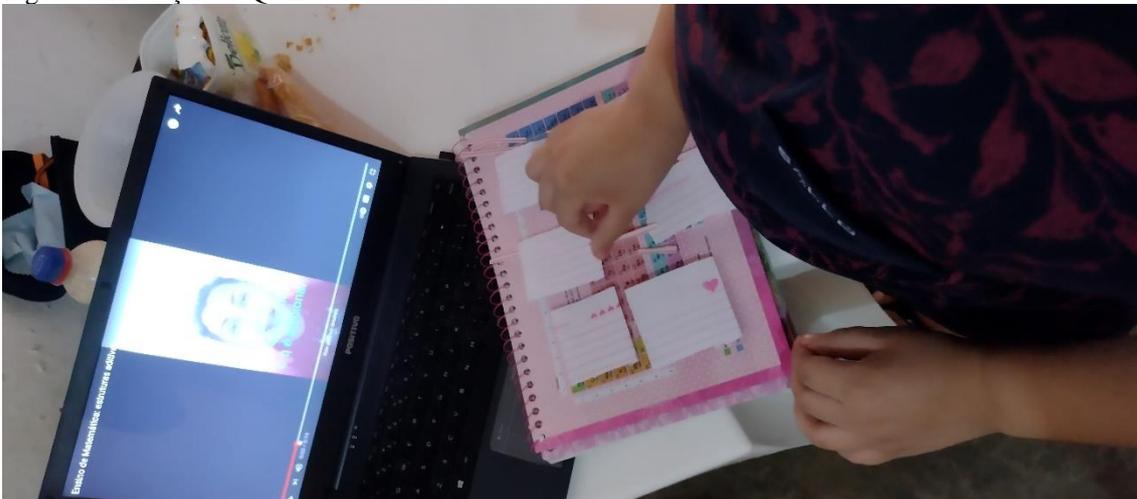
26

Fonte: Produzido pelo autor

A figura representa uma produção escrita do aluno J, que representa a tabela de preços de seu material escolar, necessário para a criação de suas situações aditivas e subtrativas.

Etapa 2: maturação. Vídeo produzido pelos alunos enquanto construía a tabela e o QVL, orientados via vídeo do *YouTube*, gravado pelo professor pesquisador.

Figura 4. Produção do QVL do estudante J

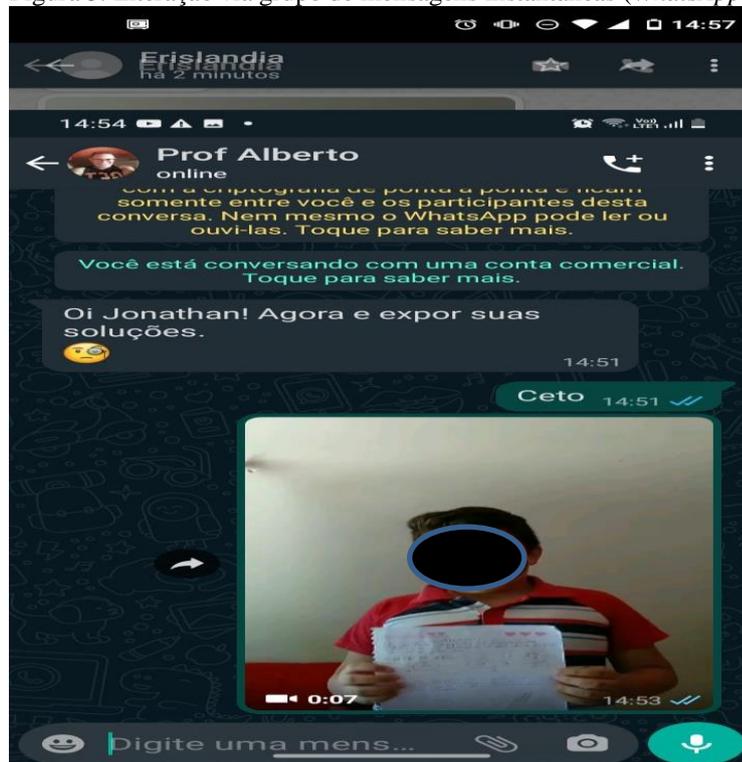


Fonte: Produzido pelo autor

Nesta figura, tem-se o estudante J na construção do seu QVL, utilizando o material necessário, orientado via vídeo do *YouTube* do canal do professor pesquisador.

Etapa 3: Solução. Apresentação das soluções via WhatsApp

Figura 5. Interação via grupo de mensagens instantâneas (*WhatsApp*)



Fonte: produzido pelo autor

A figura mostra um trecho de uma interação do professor pesquisador com o estudante, no momento em que o aluno expõe a solução de suas situações-problema, criadas a partir de sua lista do *kit* do material escolar.

Etapa 4: prova. Exposição conceitual via *Google Meet* e vídeos curtos pelo *WhatsApp*.

Figura 6. Momento do encontro virtual no aplicativo de *Webconferência – Google Meet*.



Fonte: Produzido pelo autor

A figura mostra o momento que ocorre a interação com os estudantes, momento no qual o professor pesquisador faz a generalização e confronta as soluções, analisando os possíveis erros, propondo contraexemplos e levando os estudantes a reformularem suas soluções.

3.4. Tipo de estudo

Para o desenvolvimento desta investigação foi realizado um estudo participante de forma remota, devido à pandemia ocasionada pela Covid-19, de abordagem qualitativa, com aportes teórico-metodológicos na Teoria do Campo Aditivo de Vergnaud e na metodologia de ensino Sequência Fedathi para o planejamento didático, acompanhamento e avaliação sobre as estruturas aditivas.

3.5 Local da pesquisa

Turma do 4º ano do ensino fundamental da rede pública municipal de Caucaia – Ceará. Por causa do isolamento e da pandemia, foi criado um grupo no *WhatsApp* para a realização das atividades e da comunicação.

3.6 Instrumentos de recolha de dados

Formulário eletrônico *Googles Forms*, grupo de mensagem instantânea *WhatsApp* e canal de transmissão de vídeos no *YouTube*.

4 OS RESULTADOS E APLICAÇÃO DA SD

Apresentam-se, nos subitens a seguir, os resultados da SD aplicada remotamente, utilizando grupo de mensagens instantâneas (*WhatsApp*), aplicativo para *Webconferência Google Meet*, formulário eletrônico *Google Forms* e canal de transmissão de vídeo no *YouTube*, criado para interação nas etapas da SF como mídias digitais na educação.

Fundamentam-se as análises da aplicação da SD a partir das reflexões dos teóricos da SF (SANTOS, 2017) e da TCC (MAGINA *et al*, 2008; JUSTO, 2012) que nos proporcionam o aporte didático e de categorização das situações produzidas pelos estudantes.

4.1 Análise do *plateau*

Para a realização da análise dos conhecimentos prévios, optou-se por utilizar um questionário com três questões que abordam as estruturas aditivas no *Google Forms*, no qual se observou a capacidade de reversibilidade e de reconhecimento da operação matemática envolvida nas questões, bem como a compreensão das situações-problema, verificando a categoria exigida na questão. Os resultados revelaram que, dos seis sujeitos participantes, apenas um não compreendia bem o significado da reversibilidade das operações de adição e subtração.

Figura 7. Questionário do formulário eletrônico

Fonte: produzido pelo autor

Por outro lado, todos os sujeitos reconheceram e responderam corretamente às perguntas que abordam o reconhecimento e resolução de situações-protótipas, aquelas que, facilmente, pela coordenação das ações de juntar ou retirar, se encontram explícitas no

enunciado (VERGNAUD, 2001; MAGINA, 2008). Todavia, nas duas questões da categoria transformação não houve cem por cento de acerto.

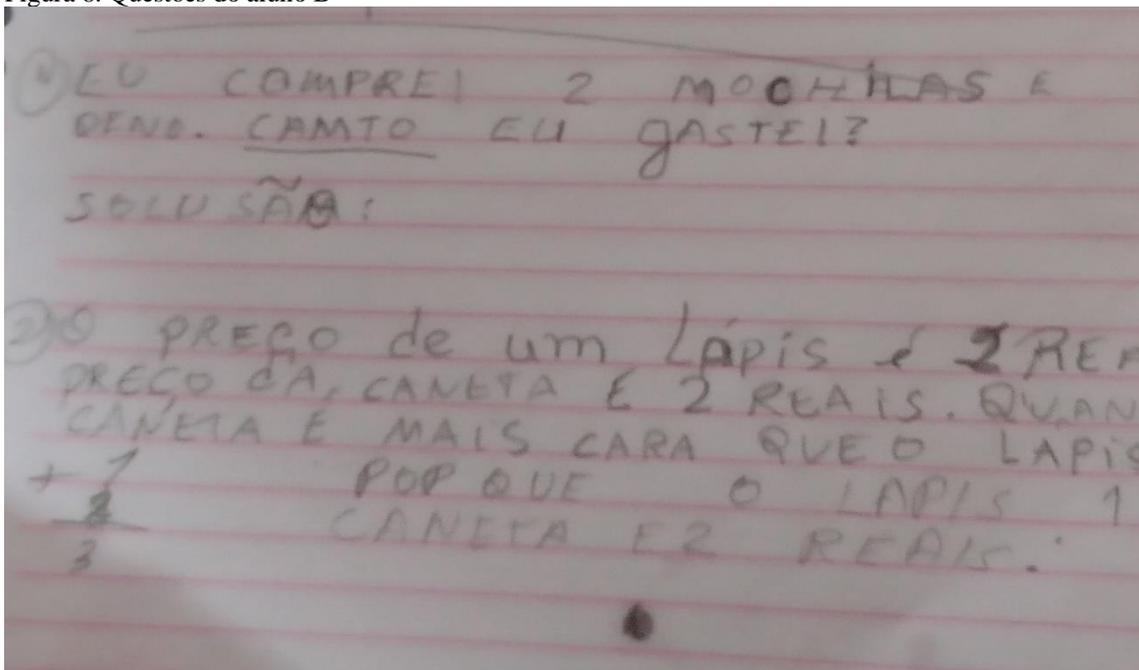
Essa tarefa foi de extrema relevância, uma vez que nos garantiu um ponto de partida para o planejamento das ações e criação das situações-problema que abordassem as categorias de Vergnaud, para análise dos invariantes operatórios.

4.2 Análise do desafio de criar as situações-problema utilizando a lista do *kit* escolar

Após a análise do *plateau*, lançou-se o desafio de serem elaboradas seis situações-problema (três aditivas e três subtrativas) a partir da tabela dos preços dos materiais escolares pertencentes ao *kit* escolar, criado por cada um.

Analisando as situações-problema criadas pelos estudantes do 4º ano dos anos iniciais do ensino fundamental – pesquisados – constatamos que eles não avançaram com relação à aquisição da aprendizagem sobre as classificações das estruturas aditivas e demais classificações e extensões das estruturas aditivas, segundo Vergnaud (2009), que admite ser fundamental para a criança, em tempo hábil para a aprendizagem sobre essas estruturas, superar essa fase de situações-problema protótipos e ser capaz de elaborar situações mais avançadas que envolvem transformação e comparação.

Figura 8. Questões do aluno B

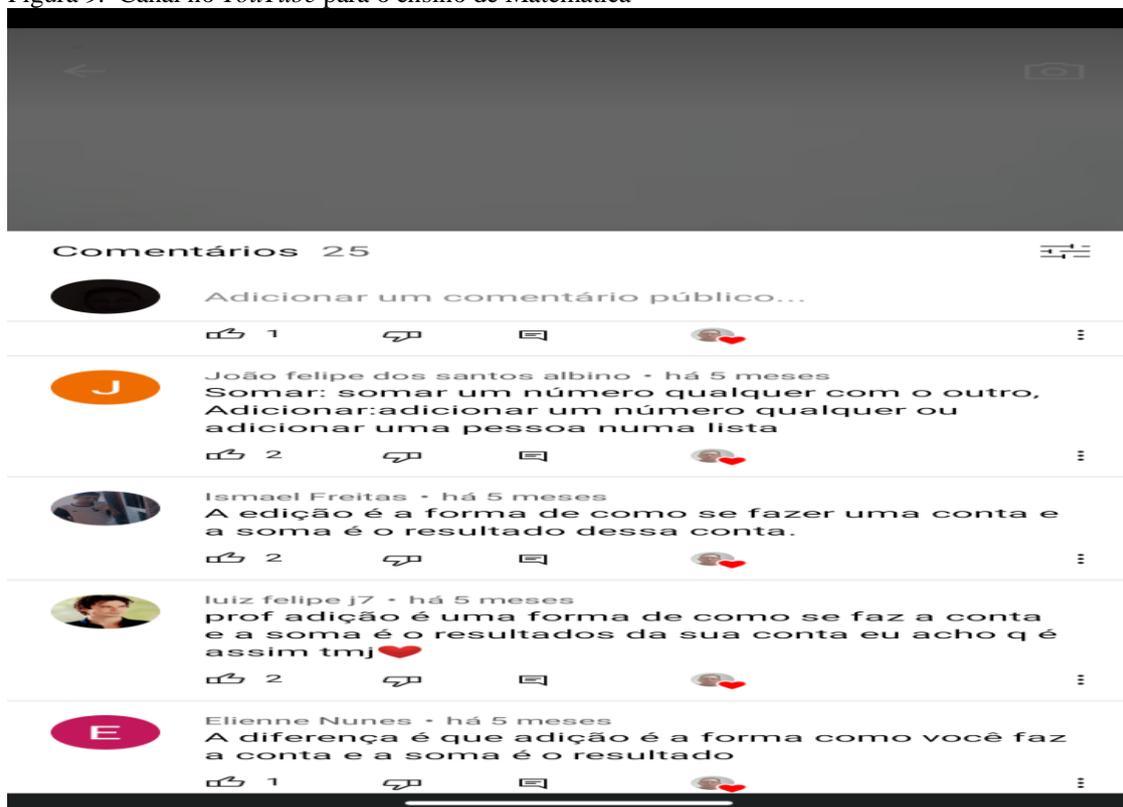


Fonte: Produzida pelo autor

4.3 Análise das participações no canal do *YouTube*

As participações no canal do *YouTube* ocorreram nas etapas de tomada de posição, maturação e solução. Na primeira (tomada de posição), utilizou-se um vídeo com uma pergunta desafiadora para a verificação do *plateau* e dar início às discussões e reflexões sobre as estruturas aditivas. Na segunda (maturação), um vídeo tipo modo de fazer, mostrando os passos para construção de um QVL na capa do caderno. Na terceira (solução), as produções dos alunos, ao colocarem a mão na massa, bem como na troca de experiências.

Figura 9. Canal no *YouTube* para o ensino de Matemática



Fonte: Produzido pelos autores

4.4 Análise da vivência da SD

Analisando as produções escritas, juntamente com os questionários produzidos via *Google Forms*, verificamos que, quando se trata da aprendizagem das estruturas aditivas:

- Os sujeitos pesquisados evoluíram na compreensão de situações-problema aditivas e subtrativas de classificação das categorias de transformação e comparação, respondendo corretamente à avaliação final.

Verificamos isso ao comparar resultados, como na figura abaixo:

Figura 10. Teoremas-em-ação da estudante A



Fonte: Produzida pelo autor

A utilização do QVL auxiliou o estudante a evoluir na categoria comparação, respondendo corretamente à atividade que corresponde ao “quem tem mais”.

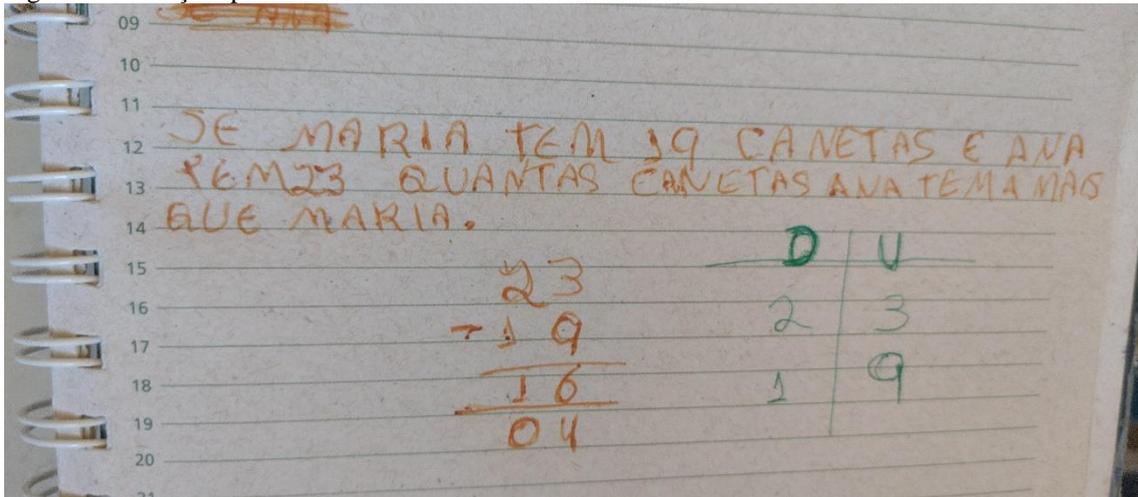
Figura 11. Resolução com QVL da estudante A



Fonte: Produzida pelo autor

- b) O avanço na aprendizagem das estruturas aditivas implica que os sujeitos pesquisados precisaram compreender que era necessário avançar na capacidade de produzir situações-problema que superassem a elaboração dos problemas tipo protótipo, chegando a elaborarem questões de transformação e comparação.

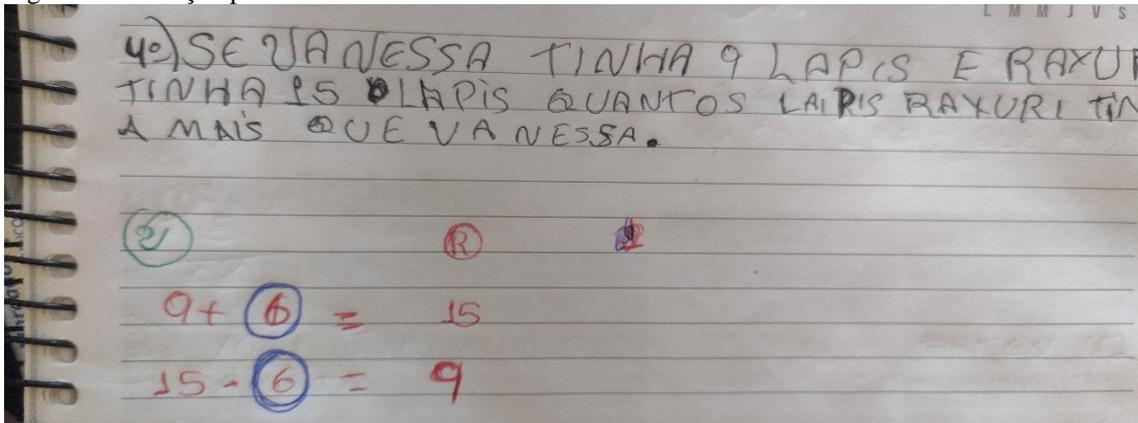
Figura 12. Situações problema do estudante K



Fonte: Produzido pelo autor

- c) Os pressupostos do Letramento Matemático deram a possibilidade aos sujeitos pesquisados de se relacionarem com suas particularidades, valorizando a sua capacidade criativa, crítica, reflexiva e atitudinal.

Figura 13. Situação-problema da estudante V



Fonte: Produzida pelo autor

- d) A metodologia SF, garante um excelente desenvolvimento de uma ação pedagógica e didática no ensino remoto, garantindo o planejamento, a aplicação e a avaliação.

Analisando as resoluções, verificamos o avanço na compreensão das estruturas aditivas, a partir do momento que, no ato de criar suas situações-problema, os estudantes foram capazes de superar as situações tipo prototípicas, criando situações de transformação e comparação e, por conseguinte, evoluindo em seus teoremas em ação.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, teve-se como proposta apresentar os resultados da aplicação de uma SD remota, utilizando mídias digitais (formulário eletrônico, grupo de mensagem instantânea, canal de transmissão de vídeo) destinadas aos estudantes do 4º ano, em que os(as) professores(as) encontrassem uma proposta para o ensino de adição e subtração inovadora e diferenciada, que explora o ensino das estruturas aditivas na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais, utilizando a Sequência Fedathi.

Nesse sentido, buscou-se trabalhar, de maneira remota, uma atividade diferenciada, criativa, inovadora e dinâmica, que envolvesse o contexto específico de uma determinada prática cultural e social, sem dificuldades para que ocorresse; e que levasse os estudantes a agirem e a refletirem sobre suas ações, ao desenvolverem uma tarefa matemática.

O estudo foi estruturado em cinco capítulos, que apresentavam discussões, reflexões e as análises dos resultados sobre a aprendizagem das estruturas aditivas, resultantes da aplicação de uma SD remota, a qual apresentou progressos significativos na aprendizagem. Ressalte-se a relevante contribuição da metodologia SF para o ensino dessas estruturas.

Sobre a aprendizagem da decomposição numérica para a realização do agrupamento e reagrupamento das dezenas, o QVL criado pelos estudantes se mostrou eficaz e melhorou seu desempenho.

Tratou-se da importância que tem a compreensão da Teoria dos Campos Conceituais, em especial o estudo das estruturas aditivas, para a superação de um ensino falho e mecânico de adição e subtração, centralizado no livro didático. Nesse momento, verificou-se a necessidade de trabalhar e colocar como atividade matemática uma prática social, a saber, a compra do material escolar, para, assim, dar sentido – para a criança/estudante – à ideia de operação matemática com a qual ela/ele se deparará, naquela situação desafiadora.

Apresentou-se, no atual cenário, em que se encontra a educação brasileira, em um contexto pandêmico nunca vivido por nós brasileiros, uma metodologia que valoriza o aprendizado em suas etapas, desde a concepção teórica até a atividade prática, evidenciando ser possível sua utilização no ensino remoto.

Partiu-se dos pressupostos da SF para a elaboração, execução e avaliação da aprendizagem sobre as estruturas aditivas, pautadas numa perspectiva do Letramento Matemático. Assim, apresentou-se como atividade uma prática social possível e de

significado prático e contextual para os estudantes que necessitam desse aprendizado para desenvolverem suas habilidades. Por fim, trouxeram-se algumas reflexões e considerações interessantes, de extrema importância para o ensino das estruturas aditivas.

Concluiu-se que a utilização da SF no ensino remoto deve-se multiplicar e que essa metodologia deve-se englobar ao Letramento Matemático, para, assim, proporcionar um ensino de Matemática mais atrativo de modo a tornar os estudantes coparticipantes na construção dos conceitos matemáticos.

REFERÊNCIAS

- BERTINI, L. F; PASSOS, C. L. B. Dificuldades de aprendizagem em aritmética nas séries iniciais. In: CONGRESSO DE LEITURA DO BRASIL 16, 2007. Campinas. **Anais [...]** Campinas: Associação de Leitura do Brasil, 2007. p. 1 –10.
- BORGES NETO, H. **Uma proposta lógico-dedutivo-constructiva para o ensino de matemática**. Tese (apresentada para o cargo de professor titular). Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.
- BORGES NETO, H. (org.) **Sequência Fedathi no ensino de matemática**. Curitiba: CRV, 2017a.
- BORGES NETO, H. **Sequência Fedathi além das ciências duras**. Curitiba: CRV, 2017b.
- BORGES NETO, H. **Sequência Fedathi: fundamentos**. Curitiba: CRV, 2018.
- BRANDÃO, C. R. **Repensando a pesquisa participante**. São Paulo: Brasiliense, 1999.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular. 3ª versão**. Brasília: Ministério da Educação. 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf. Acesso em: 17 de março de 2020.
- BRYAN, P. *et al.* **Educação Matemática: Números e operações numéricas**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2009.
- GARCÍA, A. I.; JIMÉNEZ, J. E.; HESS, S. Solving Arithmetic Word Problems: An analysis of classification as a function of difficulty in children with and without arithmetic LD. **Journal of Learning Disabilities**, v. 39, n. 3, p. 270-281, maio-jun. 2006.
- JUSTO, J. C. R. Resolução de problemas matemáticos aditivos: um ensaio teórico. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**. v. 3, n. 2, 2012.
- LIMA, I. P. **A Matemática na formação do pedagogo: oficinas pedagógicas e a plataforma Teleduc na elaboração de conceitos**. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual do Ceará (Uece), Fortaleza, 2007.
- LIMA, I. P.; SANTOS, M. J. C.; VASCONCELOS, F. H. L. O ensino de adição e subtração na formação inicial do pedagogo. In: SANTOS, M. J. C.; VASCONCELOS, F. H. L.; LIMA, I. P. (Orgs.). **Tecendo redes de experiências cognitivas: reflexões entre a teoria e a prática**. P. 31-44. Campinas, SP: Pontes Editores, 2018.
- MAGINA, S. *et al.* **Repensando adição e subtração: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**. 3. ed. São Paulo: PROEM, 2008.
- MINAYO, M. C. S. **O Desafio do Conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde**. São Paulo/Rio de Janeiro: Hucitec/Abrasco, 1996.

MÓDOLO, C. M. Infográficos: características, conceitos e princípios básicos. **In** CONGRESSO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS DA COMUNICAÇÃO DA REGIÃO SUDESTE. 22, 2008, **Anais [...]**Juiz de Fora – Sociedade Brasileira de Estudos Interdisciplinares da Comunicação, 2008.

ORRANTIA, J. Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas: una perspectiva evolutiva. **Revista de Psicopedagogía**, v. 23, n. 71, p. 158-180, 2006.

PABLOS, J. M. de. **Infoperiodismo: el periodista como creador de infografía**. Madrid: Editorial Síntesis, 1999.

QUEIROZ, S.; LINS, M. **Aprendizagem de Matemática por Alunos Adolescentes na Modalidade Educação de Jovens e Adultos: analisando as dificuldades**. Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

SANTOS, M. J. C. A formação do professor de matemática: metodologia Sequência Fedathi (SF). **Revista Lusófona de Educação**, v. 38, n.38, mar. 2017.

SANTOS, M. J. C. O Letramento matemático nos anos iniciais. **REMATEC.: Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, v. 15, Fluxo Contínuo, p. 96-116, 2020.

SANTOS, M. J. C. **Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas: desafio para a formação inicial**. [s/l.]; [s/n.], 2007.

SANTOS, M. J. C. Reflexões sobre a formação de educadores matemáticos: a metodologia de ensino Sequência Fedathi. *In*: DIAS, A. I.; MAGALHÃES, E. B.; FERREIRA, G. N. L. (Orgs.). **Aprendizagem como razão do ensino: por uma diversidade de sentidos**. Fortaleza: Impreco, 2016. p. 129-150.

SANTOS, M. J. C. A formação do Pedagogo para o ensino de Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: Reflexões dedutivas e epistemológicas. *In* CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – 14, 2015. Tuxtla Gutierrez, México. **Anais [...]** p. 3-7. Chiapas: [s.n] 2015.

SOUSA, F. E. *et al.* (Orgs.). **Sequência Fedathi: uma proposta pedagógica para o ensino de Ciências e Matemática**. Fortaleza: Edições UFC, 2013.

VERGNAUD, G. A. Comprehensive theory of representation for Mathematics Education. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 2, n. 17, p. 167-181, 1998.

VERGNAUD, G. A. A Teoria dos Campos Conceituais. *In*: Brun, J. (ed.) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 2001. p. 155-191.

ZAIDAN, S.; REIS, D. A. F.; KAWASAKI, T. F. Produto educacional: desafio do mestrado profissional em educação. **Revista Brasileira de Pós-Graduação**, v. 16, n. 35, p. 1-12, 24 jun. 2020.

ZANELLA, L. C. H. **Metodologia de pesquisa**. 2. ed. reimpr. Florianópolis: Departamento de Ciências da Administração/UFSC, 2013.

APÊNDICE A – SESSÃO DIDÁTICA

SESSÃO DIDÁTICA: ESTRUTURAS ADITIVAS

PUBLICO- ALVO: 4º ANO DO ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

DURAÇÃO: 4 HORAS REMOTAS

A Sessão Didática, adaptada de Santos (2017, p. 70), está organizada para o ensino das estruturas aditivas, utilizando a SF para sua práxis de forma remota por meio de mídias digitais de comunicação.

1 A SESSÃO DIDÁTICA – ESTRUTURAS ADITIVAS

As primeiras ações apontadas nessa SD foi a análise ambiental, que de maneira remota ocorreu com a avaliação de dois questionários eletrônicos utilizando o formulário eletrônico *Google Forms* e lançamento da situação desafiadora que foi elaborar uma tabela orçamentária com preços do material escolar e criar três situações aditivas e três subtrativas.

1.1 Preparação da sessão didática: o QVL como produto educacional

Na realização desta sessão didática tem-se como intuito apresentar aos alunos elementos que permitam a elaboração do platô e uma análise teórica sobre situações de adição e subtração. Sendo assim, será importante a exposição e reflexão sobre os conhecimentos que esses alunos têm sobre situações que envolvam a composição das estruturas aditivas, a saber: composição, transformação e comparação.

Resguardadas estas considerações, os principais pontos irão discorrer sobre a proposta de ensino de adição e subtração, utilizando as estruturas aditivas para a resolução de situações-problema que vislumbrem o letramento Matemático, utilizando o QVL como produto educacional.

Frente ao desafio de promover a autonomia investigativa do aluno, tendo por mediação a prática do professor fedathiano, a elaboração e vivência desta SD buscará requalificar o papel desse recurso como um produto que facilite a aprendizagem dos alunos, tornando-os sujeitos ativos, investigativos e autônomos (SANTOS, 2017).

1.2 Análise ambiental

1.2.1 público-alvo

32 alunos do 4º ano de uma escola Municipal de Caucaia.

1.2.2 Objetivo a ser alcançado

Resolver situações-problema utilizando os conceitos das estruturas aditivas para maturação, e o QVL como recurso prático.

1.3 materiais

Material analógico: quadro branco, pincel para quadro branco, papel ofício A4. QVL produzido.

Material digital: *notebook e smartphones.*

1.4 Duração da aula:

Quatro horas/aula, distribuídas em uma hora/aula semanal.

1.5 Variáveis locais – hipóteses levantadas

Do conteúdo:

- Diante de algumas dificuldades encontradas em situações de subtração vivenciadas pelos alunos e verificadas em inúmeras pesquisas é possível que questionamentos sejam suscitados e agregados a discussão sobre o entendimento das situações e que operação utilizar.

Dos alunos:

- Não houve aprendizagem de conceitos elementares das estruturas aditivas.

Do professor:

- Os professores detêm o conhecimento sobre práticas de ensino, fato este que favorecerá a relação/reflexão sobre a adição e subtração, bem como suas particularidades.

1.6 acordo didático

Atividade realizada em trio para debruçamento das soluções. Troca de experiências para comparação de resultados.

1.6.1 Nessa sessão didática:

Professor: Almeja que os alunos cumpram com o acordo didático e assim participem das atividades de forma ativa.

Professor-pesquisador: que os alunos assumam a postura de um Matemático frente a discussões sobre a adição e subtração, enfatizando as relações das estruturas aditivas, sem esperar que o professor direcione a atividade. De forma didática, espera-se que avancem na atividade proposta, apontando o QVL como ferramenta didática que lhes possibilite chegar à solução do problema proposto, permitindo que conceitos sejam de fato construídos.

1.7 Avaliação

A avaliação se dará pela verificação, mediante participação e resoluções dos alunos, sobre o entendimento e a relevância da TCA para solucionar situações-problema que envolvam adição e subtração em contextos que possibilitem o letramento Matemático. Diante disso, os alunos serão levados, na etapa de prova, a resolverem contas práticas relacionadas a organização, planejamento e compra do seu material escolar.

2 A sessão didática

2.1 Análise teórica

O entendimento sobre as estruturas aditivas de Vergnaud (1996; 1998; 2001), bem como: o *plateau*; o acordo didático; a pedagogia mão no bolso, mão na massa; a concepção do erro; a mediação de acordo com Borges Neto (2018); a pergunta; o contraexemplo (SOUZA, 2015). aliada a essa questão, outros espaços de reflexão sobre a SF que envolvam diferentes práticas de ensino e contextos epistemológicos diversos, como em Santos (2016; 2018), propiciarão novas abordagens e reflexões sobre a prática do professor, ao considerar o Letramento Matemático (SANTOS, 2020).

2.2 Conteúdo da Sessão Didática

Situações-problema que envolvem adição e subtração.

2.2.1 saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

Adição e subtração.

2.2.2 O plateau

Conhecimentos sobre composição numérica, contagem, composição aditiva, que envolvam situações de aprendizagem, envolvendo também as bases do pensamento aditivo.

2.2.3 A pergunta

Pergunta principal: Qual a diferença entre “adição e “soma”?

Perguntas reflexivas: Por que adicionar não significa o mesmo que somar?

Perguntas desafiadoras: que propriedades da adição e subtração estão sendo utilizadas na situação-proposta?

2.2.4 Objetivo geral:

Resolver situação-problema de adição e subtração, utilizando as categorias das estruturas aditivas.

2.2.5 Objetivos Específicos:

- Utilizar o QVL para solucionar situações-problema de adição e subtração.
- Construir espaços de reflexão, frente às diferentes vivências de ensino, tendo por referência a SF.

3 Tomada de posição

O que é somar?

O que é adicionar?

O que é subtrair?

3.1 Discussão e destaque para os elementos que compõem o acordo didático

Acordos feitos para realização da Sessão Didática.

3.2 Situação desafiadora:

Criar três situações-problema aditivas e três subtrativas, utilizando a tabela de preços do *kit* escolar criado pelos estudantes.

3.3 hipóteses:

- Os estudantes não sabem a diferença entre soma e adição.
- Os estudantes não lembram das propriedades de cada operação.
- Os estudantes não sabem elaborar situações que envolvam o domínio conceitual das estruturas aditivas.

4 TOMADA DE POSIÇÃO

De posse do conhecimento sobre as ideias de que os alunos dispõem sobre situações que envolvem as estruturas aditivas, a fase de Tomada de Posição será iniciada com a proposta da situação desafiadora seguida do questionamento: como o QVL ajudará na busca pelas soluções das situações-problema propostas por meio de uma lista de material escolar e de seus respectivos valores?

5 MATURAÇÃO

Ao se dividirem em pequenos grupos, os alunos irão refletir e discutir sobre a situação desafiadora abordada, de modo que o professor acompanhe, nos grupos, as discussões e, quando reconhecido o não entendimento ou distanciamento do objetivo da sessão didática, o professor realizará indagações, por meio de contraexemplos, a fim de que os próprios alunos reflitam e levantem novas hipóteses.

6 SOLUÇÃO

Levantadas as hipóteses sobre como um professor poderá, de forma responsável e criativa, romper com as práticas convencionais tecnicistas de ensino, o grupo irá apresentar para todos da sala como se deram as discussões e quais os resultados alcançados a partir da questão inicialmente abordada.

7 PROVA

Na expectativa de um consenso sobre os possíveis caminhos que os alunos podem seguir no propósito de construírem aprendizagens mais significativas, o professor irá realizar

uma breve retrospectiva dos passos tomados na formalização do conceito Matemático em construção.

8 CONSIDERAÇÕES

Para melhor estruturar as particularidades envolvidas na construção de um novo *plateau*, juntamente com o que de novo foi elaborado pelos alunos ao vivenciarem as fases da SF, uma sistematização desta sessão didática se fará pelo detalhamento em diário de bordo sobre o avanço significativo da aprendizagem em adição e subtração.

