



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**  
**DOUTORADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**REJANE CAVALCANTE SÁ RODRIGUES**

**REGRAS DE SINTONIA PARA COMPENSADORES DE TEMPO MORTO**

**FORTALEZA**

**2021**

**REJANE CAVALCANTE SÁ RODRIGUES**

**REGRAS DE SINTONIA PARA COMPENSADORES DE TEMPO MORTO**

Tese apresentada ao curso de doutorado em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Bismark Claire Torrico

Coorientador: Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira

FORTALEZA

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

S115r Sá Rodrigues, Rejane Cavalcante.  
REGRAS DE SINTONIA PARA COMPENSADORES DE TEMPO MORTO / Rejane Cavalcante Sá Rodrigues. – 2021.  
108 f. : il. color.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, , Fortaleza, 2021.

Orientação: Prof. Dr. Bismark Claure Torrico.

Coorientação: Prof. Dr. Fabrício GonzalezNogueira.

1. Sistemas com atraso de tempo. 2. Compensador de tempo morto. 3. Tempo de amostragem. 4. Robustez. 5. Processo instável. I. Título.

CDD

---

**REJANE CAVALCANTE SÁ RODRIGUES**

**REGRAS DE SINTONIA PARA COMPENSADORES DE TEMPO MORTO**

Tese apresentada ao curso de doutorado em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Aprovado em: 03 de setembro de 2021.

---

Prof. Dr. Bismark Claire Torrico (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Fabrício Gonzalez  
Nogueira(Coorientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Profa. Dra. Rejane de Barros Araujo  
Instituto Federal do Pará (IFPA)

---

Prof. Dr. Antônio Barbosa de Souza Júnior  
Instituto Federal do Ceará (IFCE)

---

Profa. Dra. Michela Mulas  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

*Para Amélie, Isabelle e Wendell.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, que de forma singular me conduziu até aqui.

Ao meu marido Wendell e às minhas filhas Isabelle e Amélie. Pelo amor incondicional, por toda a compreensão, paciência e encorajamento dando forças para continuar a perseguir os meus objetivos.

Agradeço aos meus pais, irmãos, cunhadas, sobrinhos, enfim, a minha família que caminhou junto comigo até aqui. Em especial ao meu irmão Edilson Junior por sempre me incentivar e apoiar.

Ao professor Bismark Claire Torrico pela orientação, amizade, paciência e conhecimento compartilhados durante todo o período de estudo e pesquisa.

Ao professor Fabrício Nogueira e todos os outros professores do departamento pelo apoio acadêmico constante ao longo de todo o período em que este trabalho foi desenvolvido.

Aos colegas Magno Prudêncio, Andreza Sombra, Renê Olímpio, Thiago Alves e Marcus Davi pelo companheirismo e conhecimento compartilhados durante toda a pesquisa.

Aos amigos do GPAR, pela convivência durante todo esse tempo e pelo ótimo ambiente de trabalho.

Aos amigos que mesmo durante a pandemia trouxeram luz. Em especial ao Pedro Henrique que acompanhou e avançou comigo durante todo o período de estudo.

Ao Instituto Federal do Ceará pelo suporte institucional e aos professores e bolsistas do LIT pelo apoio.

Os meus agradecimentos se estendem, também, a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram com a realização desta tese de doutorado.



# RESUMO

Este trabalho propõe uma regra de ajuste robusto de um controlador baseado no preditor de Smith para processos instáveis com atraso em malha aberta. O atraso de transporte é amplamente encontrado nos processos industriais relacionados ao movimento de materiais ou energia. Entretanto, se o controlador não for projetado levando em consideração o atraso, pode causar comportamento indesejável ou não ser robusto. Uma solução para melhorar o problema consiste em usar compensadores de tempo-morto, mas apesar de muitos avanços no campo dos compensadores para processos instáveis com tempo morto, o ajuste, em geral, é realizado somente para casos particulares.

A estratégia proposta realiza o cálculo de um compensador de tempo morto robusto a partir das especificações do tempo morto, máxima incerteza do atraso e constante de tempo de malha fechada desejada. Para definir e validar a regra foram realizadas diversas simulações dentro de uma região desejada. Além disso, como a implementação prática é geralmente realizada no domínio do tempo discreto, é proposto um método para escolher o tempo de amostragem para processos instáveis de primeira ordem com tempo morto. Este método permite a obtenção do máximo tempo de amostragem sem alterar significativamente a robustez e o desempenho do sistema.

Quatro exemplos da literatura são usados nas simulações para mostrar as vantagens do método proposto. Através da estratégia proposta foi possível encontrar resultados melhores ou equivalentes comparados a trabalhos correlacionados. Ainda, foi possível usar tempos de amostragem até dez vezes maiores sem comprometer o desempenho. Ao final, é apresentado um experimento prático onde o objetivo é o controle da posição de um pêndulo impulsionado por uma hélice motorizada. A retroalimentação do processo é garantida através do processamento de imagens de uma câmera, por meio de um microprocessador, que por sua vez se comunica por uma rede *Wi-Fi*. Os atrasos inerentes da comunicação e processamento justificam a inserção do controlador proposto aqui. Como resultado, o algoritmo de controle manteve o desempenho robusto esperado, contornando as incertezas devido à aproximação do modelo.

**Palavras-chave:** Sistemas com atraso de tempo, compensador de tempo morto, tempo de amostragem, robustez, processo instável.

# ABSTRACT

This work proposes a robust tuning rule of a controller based on Smith predictor for unstable delayed open-loop processes. Transport delay is widely found in industrial processes relied on the movement of materials or energy. However, if the controller is not designed correctly, it may cause undesirable behavior or may not be robust. As a solution to improve the problem is to use dead-time compensators. Nevertheless, despite many advances in the field of compensators for unstable processes with dead time, the adjustment, in general, is performed only for particular cases.

The proposed strategy computes a robust dead-time compensator from specifications of dead time, maximum delay uncertainty and aimed closed-loop time constant. In order to define and validate the rule, several simulations were carried out within a desired region. In addition, since practical implementation is always in the discrete time domain, a method is presented for choosing the sampling time of unstable first-order processes with dead time. This method allows obtaining the maximum sampling time without significantly changing the robustness and performance of the system.

Four examples from the literature are used in simulations to show the advantages of the proposed method. Through the proposed strategy, it was possible to find better or equivalent results compared to correlated works. Furthermore, it was possible to use sampling times up to ten times longer without compromising performance. At the end, a practical experiment is presented where the objective is to control the position of a pendulum driven by a motorized propeller. Process feedback is ensured through the image processing from a camera, through a microprocessor which communicates over a Wi-Fi network. The inherent delays in communication and computing time justify the insertion of the controller proposed here. As a result, the control algorithm maintained the expected robust performance, bypassing the uncertainties due to the model's approximation.

**Key-words:** Dead-time compensator, Sampling Time, Robustness, Time-delaySystems, Unstable Process.

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Estrutura de um sistema com controle. . . . .	28
Figura 2 – Estrutura do SP. . . . .	30
Figura 3 – Estrutura do GP. . . . .	32
Figura 4 – Estrutura conceitual do FSP. . . . .	33
Figura 5 – Estrutura do controlador 2DOF. . . . .	34
Figura 6 – Estrutura conceitual do SDTC. . . . .	36
Figura 7 – Estrutura de implementação do SDTC. . . . .	39
Figura 8 – Sistema em malha fechada. . . . .	46
Figura 9 – Comparação entre os dados com resultados estáveis, em azul, e instáveis, em vermelho, de $\hat{\alpha}_c$ . . . . .	52
Figura 10 – Passos para uso da regra. . . . .	53
Figura 11 – Comparação entre os dados e a regra ( $\lambda = 0,08$ ). . . . .	54
Figura 12 – Comparação entre os dados e a regra ( $\lambda = 0,1$ ). . . . .	54
Figura 13 – Comparação entre os dados e a regra ( $\lambda = 0,15$ ). . . . .	55
Figura 14 – Comparação entre os dados e a regra ( $\lambda = 0,2$ ). . . . .	55
Figura 15 – Comparação entre os dados e a regra ( $\lambda = 0,25$ ). . . . .	56
Figura 16 – Comparação entre os dados e a regra ( $\lambda = 0,3$ ). . . . .	56
Figura 17 – Comparação entre os polinômios para escolha da regra. . . . .	60
Figura 18 – Sinal de saída e de controle utilizando o SDTC para comparar o modelo da planta e seu modelo reduzido. . . . .	63
Figura 19 – Índices de robustez para o sistema (5.1) com $L = 1,5$ . . . . .	66
Figura 20 – Índices de robustez para o sistema (5.1) com $L = 0.2$ . . . . .	68
Figura 21 – Passos para uso da regra com o exemplo 1. . . . .	72
Figura 22 – Exemplo 1: resposta nominal em malha fechada. . . . .	74
Figura 23 – Exemplo 1: resposta com perturbação em malha fechada. . . . .	74
Figura 24 – Exemplo 1: resposta nominal em malha fechada com ruído. . . . .	75
Figura 25 – Exemplo 1: resposta com perturbação em malha fechada com ruído. . . . .	76
Figura 26 – Exemplo 2: resposta nominal em malha fechada. . . . .	77
Figura 27 – Exemplo 2: resposta com perturbação em malha fechada. . . . .	78

Figura 28 – Exemplo 2: resposta nominal em malha fechada com ruído. . . . .	79
Figura 29 – Exemplo 2: resposta com perturbação em malha fechada com ruído. . . . .	79
Figura 30 – Exemplo 3: resposta nominal em malha fechada. . . . .	81
Figura 31 – Exemplo 3: resposta com perturbação em malha fechada. . . . .	81
Figura 32 – Exemplo 3: resposta nominal em malha fechada com ruído. . . . .	82
Figura 33 – Exemplo 3: resposta com perturbação em malha fechada com ruído. . . . .	83
Figura 34 – Exemplo 4: resposta nominal em malha fechada . . . . .	85
Figura 35 – Exemplo 4: resposta com perturbação em malha fechada . . . . .	85
Figura 36 – Exemplo 4: resposta nominal em malha fechada com ruído. . . . .	86
Figura 37 – Exemplo 4: resposta com perturbação em malha fechada com ruído . . . . .	87
Figura 38 – Sistema UFOPDT . . . . .	90
Figura 39 – Esquema da estrutura proposta para validação da regra. . . . .	91
Figura 40 – Exemplo de imagem capturada pelo sistema embarcado para verificação da posição da haste. . . . .	92
Figura 41 – Foto de três imagens utilizando os filtros durante o processamento para in- dicar o ângulo da haste. . . . .	92
Figura 42 – Diagrama com os passos para identificação do modelo. . . . .	93
Figura 43 – Resultado da regra proposta na plataforma de teste. . . . .	95
Figura 44 – Esquema do SDTC para processos de segunda ordem. . . . .	103
Figura 45 – Esquema com componentes da implementação do SDTC. . . . .	108

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparação entre os compensadores. . . . .	41
Tabela 2 – Coeficientes da função polinomial estimada (4.2). . . . .	51
Tabela 3 – Coeficientes da função polinomial estimada (4.6). . . . .	58
Tabela 4 – Coeficientes da função polinomial estimada (4.7). . . . .	59
Tabela 5 – Comparação dos exemplos simulados . . . . .	70
Tabela 6 – Parâmetros do controlador para o exemplo 1. . . . .	73
Tabela 7 – Parâmetros do controlador para o exemplo 2. . . . .	77
Tabela 8 – Parâmetros do controlador para o exemplo 3. . . . .	80
Tabela 9 – Parâmetros do controlador para o exemplo 4. . . . .	84
Tabela 10 – Índices de desempenho para exemplos de simulação sem ruído. Os dois melhores casos são destacados em negrito. . . . .	88
Tabela 11 – Índices de desempenho para exemplos de simulação com ruído. Os dois melhores casos são destacados em negrito. . . . .	88

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DTC	<i>Dead-time Compensator</i>
FIR	<i>finite impulse response</i>
FOPDT	<i>First-order-plus-dead-time</i>
FSP	<i>Filtered Smith Predictor</i>
IAE	<i>Integrated Absolute Error</i>
ISE	<i>Integral Square Error</i>
GP	<i>Generalized Predictor</i>
SFSP	<i>Simplified Filtered Smith Predictor</i>
SDTC	<i>Simplified DTC</i>
SISO	<i>Single Input Single Output</i>
SP	<i>Smith Predictor</i>
PI	Proporcional Integrativo
PID	Proporcional Integrativo Derivativo
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
LPV	<i>Plinear parameter-varying</i>
LTI	<i>Linear Time Invariant</i>
SOPDT	<i>Second-order-plus-dead-time</i>
TV	<i>Total Variation</i>

UFOPDT     *Unstable first-order-plus-dead-time*

ZOH         *Zero-order Hold*

2DOF       *Two-degree-of-freedom*

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	Matriz de estados
$a$	Polo do modelo
$a_c$	Polo da função de transferência de malha fechada desejada
$b$	Ganho de k
$B$	Matriz de entrada
$B$	variável para auxiliar em S
$b_1$	coeficientes do filtro V
$b_2$	coeficientes do filtro V
$C$	Matriz de saída
$C$	Controlador principal
$d_n$	Tempo morto nominal
$D_p$	Denominador de $G_p$
$E_p$	Erro de modelagem
$e(t)$	Erro entre a saída do processo e a referência
$\hat{e}(t)$	Estimativa do erro
$F_k$	Filtro preditivo do erro do GP
$F$	Filtro de referencia
$F_r$	Filtro preditivo FSP

$F_1$	Filtro do GP
$F'_1$	Filtro FIR do SDTC de 2ª ordem
$F_2$	Filtro do GP
$F'_2$	Filtro FIR do SDTC de 2ª ordem
$G_n$	Processo sem o atraso no tempo
$h$	Atraso no tempo constante
$H_{yr}$	Relação entre saída e referência
$H_{yq}$	Relação entre saída e perturbação
$H_{un}$	Relação entre sinal de controle e ruído
$H_1$	Comparação entre $F_1$ do GP
$H_2$	Comparação entre $F_2$ do GP
$\mathbf{I}$	Matriz identidade de dimensão apropriada
$I_r(w)$	Índice de robustez
$i_r(w)$	Índice de robustez para incertezas não estruturadas
$J$	Função custo
$k$	Ganho do filtro do SDTC
$K$	Ganho do controlador
$K_f$	Filtro do segmento de referência do GP
$K_c$	Ganho do controlador
$k_r$	Filtro do segmento de referência SDTC
$L$	Atraso real do processo
$L_m$	Limite superior máximo da estimativa de erro de tempo morto
$L_n$	Atraso no tempo nominal

$N$	Ruído
$N_p$	Numerador do $G_p$
$m(s)$	Constante de tempo desprezada do processo de ordem elevada
$m$	Número de zeros do $N_p$
$P$	Processo real
$p_{cl}$	Polo de malha fechada
$P_n$	Processo nominal
$P_r$	Processo reduzido
$p_0$	Coefficiente do polinômio de $\alpha_c$
$p_1$	Coefficiente do polinômio de $\alpha_c$
$p_2$	Coefficiente do polinômio de $\alpha_c$
$p_3$	Coefficiente do polinômio de $\alpha_c$
$Q$	Perturbação
$q$	entrada de perturbação
$q'$	denominador de $P(s)$
$R$	Sinal de referência
$S$	Função de transferência para implementação do SDTC
$s_n$	Coefficiente do polinômio característico desejado
$t$	tempo
$T_d$	Tempo derivativo
$T_i$	Tempo integral
$T_s$	Tempo de amostragem
$U$	Sinal de controle

$u(t)$	Sinal de controle
$V$	Filtro de robustez SDTC
$v_0$	Coefficiente do filtro de robustez SDTC
$v_1$	Coefficiente do filtro de robustez SDTC
$w$	Frequência
$Y$	Variável controlada
$y$	Saída do modelo do processo
$\alpha_c$	Polo do filtro V
$\hat{\alpha}_c$	Polo estimado do filtro de robustez
$\beta$	Parâmetro de ajuste do filtro V
$\delta L$	Percentual de incerteza
$\delta L_m$	Valor máximo da incerteza
$\Delta P$	Varição entre o processo real e modelo de incerteza
$\delta P_i$	Erro multiplicativo da incerteza
$\delta P(w)$	Limite do termo de incerteza multiplicativa do SDTC
$\theta$	Tempo morto do modelo
$\lambda$	Varição de $L_m$
$\lambda_{gp}$	Parâmetro de ajuste do GP
$\mu$	Ganho do processo
$\sigma$	Parâmetro livre do SDTC para 2ª ordem
$\tau_{cl}$	Constante de tempo de malha fechada
$\tau_k$	Constante de tempo do modelo
$\tau_u$	Constante de tempo instável

$\Phi$  Matriz com parâmetros do SDTC de 2ª ordem

$\Omega$  Parâmetro livre do SDTC para 2ª ordem

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO . . . . .	21
1.1	Revisão bibliográfica . . . . .	21
1.2	Motivação . . . . .	23
1.3	Objetivos . . . . .	24
1.4	Trabalhos publicados . . . . .	25
1.5	Organização do trabalho . . . . .	25
2	CONTROLE DE SISTEMAS COM ATRASO . . . . .	27
2.1	Compensador de tempo morto . . . . .	27
2.2	Controlador PID para sistemas com atraso . . . . .	28
2.3	Preditor de Smith . . . . .	29
2.4	Preditor Generalizado . . . . .	31
2.5	Preditor Smith Filtrado (FSP) . . . . .	33
2.6	Controlador de dois graus de liberdade (2DOF) . . . . .	34
2.7	DTC Simplificado (SDTC) . . . . .	35
2.7.1	Estrutura de controle para implementação . . . . .	39
2.8	Comparação entre estruturas dos controladores . . . . .	40
3	ANÁLISE DA ROBUSTEZ . . . . .	43
3.1	Robustez . . . . .	43
3.2	Incertezas de modelagem . . . . .	44
3.3	Representação das incertezas . . . . .	45
3.4	Estabilidade e robustez . . . . .	46
3.5	Robustez alcançável do SDTC . . . . .	47
4	REGRAS DE AJUSTE DO FILTRO DE ROBUSTEZ . . . . .	50
4.1	Definição das regras . . . . .	50
4.2	Validação da regra . . . . .	53
4.3	Análise para outras ordens do polinômio . . . . .	58
4.4	Redução de modelo para uso da regra . . . . .	60

4.4.1	Exemplo de redução de modelo . . . . .	62
5	<b>ANÁLISE DO TEMPO DE AMOSTRAGEM . . . . .</b>	<b>65</b>
5.1	Escolha do período de amostragem . . . . .	65
5.2	Análise para $L = 1,5$ . . . . .	66
5.3	Análise para $L = 0,2$ . . . . .	67
6	<b>RESULTADOS SIMULADOS . . . . .</b>	<b>70</b>
6.1	Exemplo 1 . . . . .	71
6.2	Exemplo 2 . . . . .	76
6.3	Exemplo 3 . . . . .	80
6.4	Exemplo 4 . . . . .	83
7	<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS . . . . .</b>	<b>89</b>
7.1	Plataforma de teste e descrições de configuração do controlador . . .	89
7.2	Identificação do sistema . . . . .	93
7.3	Implementação do SDTC . . . . .	94
8	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>96</b>
8.1	Trabalhos Futuros . . . . .	97
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>98</b>
	 <b>APÊNDICES . . . . .</b>	 <b>102</b>
	<b>APÊNDICE A – SDTC PARA SISTEMAS DE SEGUNDA ORDEM . .</b>	<b>103</b>
	<b>APÊNDICE B – DETALHES DA ESTRUTURA DE TESTE . . . . .</b>	<b>107</b>

## 1. INTRODUÇÃO

O tempo morto aparece em muitos processos e, quando significativo, é considerado uma questão bastante desafiadora na área de controle de processos. O atraso de transporte reduz a margem de fase do sistema em malha fechada, afetando assim a robustez e o desempenho no domínio de tempo (RICO; CAMACHO, 2007) e podendo levar o sistema em malha fechada a oscilações indesejáveis ou mesmo à instabilidade. Para auxiliar neste tipo de controle é utilizado o uso de compensadores que adicionam ao controle uma previsão da saída do processo.

Nesta tese é proposta uma contribuição para o ajuste dos parâmetros de um compensador de tempo morto aplicado à sistemas instáveis de primeira ordem em malha aberta. A regra de ajuste proposta utiliza as características do processo combinada com a incerteza máxima alcançável a fim de se obter uma robustez e desempenho em malha fechada desejados. Esta regra é geral para esses sistemas e abrange uma ampla faixa de atrasos. Na literatura existem poucos trabalhos que utilizam plantas instáveis e, normalmente, usam casos particulares. É proposta também uma regra analítica para escolher o período de amostragem mantendo a condição de robustez e estabilidade obtida pela regra de ajuste.

Através de simulações de quatro exemplos e um experimento prático utilizando um pêndulo com hélice, mostra-se que as abordagens propostas apresentam melhores resultados no controle de processos de tempo morto do que outros trabalhos recentes da literatura.

### 1.1 Revisão bibliográfica

Vários campos de aplicação na indústria, como química, aviação, entre outros, apresentam processos tanto com um atraso de transporte significativo como um comportamento instável em malha aberta (SREE; CHIDAMBARAM, 2003; FARKH; LAABIDI; KSOURI, 2014). Para estes tipos de sistemas, o desempenho em malha fechada pode ser melhorado significativamente

usando controladores que incorporam o modelo de processo de tempo morto em sua estrutura para prever a saída do processo. O preditor é utilizado para compensar o tempo morto evitando o aparecimento do atraso na equação característica de malha fechada, simplificando o ajuste do controlador. Esses tipos de controladores também são conhecidos como compensadores de tempo-morto (*'dead-time compensator'* DTC) (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2008a).

Um dos primeiros e mais difundidos DTCs na literatura foi o preditor de Smith (*'Smith Predictor'* SP) proposto em 1957 (SMITH, 1957) para melhorar o desempenho de controladores Proporcional Integrativo (PI) ou Proporcional Integrativo Derivativo (PID) clássicos para processos com tempo morto. No entanto, o SP apresenta algumas limitações que não permitem o seu uso para o controle de processos instáveis ou integrativos de malha aberta (MORARI; ZAFIRIOU, 1989; MICHIELS; NICULESCU, 2003). Nas últimas duas décadas, várias modificações foram propostas para superar as desvantagens de SP (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2008b). Ao longo dos anos a ideia de Smith foi evoluindo, o que tornou possível aplicar os DTCs não apenas a processos de malha aberta integrativos ou instáveis, mas estruturas preditivas também foram incorporadas em sistemas mais complexos, que consideram o controle acionado por evento (GONZÁLEZ et al., 2019; LÉCHAPPÉ et al., 2019) e abordagens de sistemas lineares com parâmetros variantes no tempo (*'linear parameter-varying'* LPV) (MORATO; NORMEY-RICO, 2019).

Em Huba, Kulha e Zakova (1995) foi proposta uma estrutura DTC para processos estáveis, instáveis e integrativos. A entrada de controle é calculada com base na perturbação estimada e a previsão de saída por meio de um controlador proporcional, evitando, portanto, efeitos de *windup*. Também é proposta uma solução particular para resposta de *dead-beat*.

Em (GARCÍA; ALBERTOS; HÄGGLUND, 2006; ALBERTOS; GARCÍA, 2009; GARCÍA; ALBERTOS, 2013; WANG et al., 2018; SANZ; GARCÍA; ALBERTOS, 2018), são propostas estruturas de DTC baseadas em uma estrutura preditora, ou seja, o preditor generalizado (*'Generalized Predictor'* GP), cuja ideia principal é estimar a saída não atrasada para projetar um controlador com foco na rejeição de perturbações. Outro DTC foi o SP filtrado (*'Filtered Smith Predictor'* FSP) (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2009; SANTOS; BOTURA; NORMEY-RICO, 2010), em que um controlador primário é ajustado para lidar com o seguimento de referência e um filtro para lidar com estabilidade, robustez e rejeição de distúrbios. Os trabalhos (TORRICO; CORREIA; NOGUEIRA, 2016; TORRICO et al., 2018; TORRICO

et al., 2019) propuseram versões simplificadas do FSP, com controladores de ordem inferior em comparação à versão tradicional e resposta equivalente ou melhor à robustez e rejeição de perturbações.

Embora muitas soluções para compensar o tempo morto tenham sido apresentadas nos últimos anos, em alguns casos, o desempenho da resposta em malha fechada apresenta resultados semelhantes ou equivalentes. Portanto, o que leva à escolha de uma estratégia de controle desejada é a simplicidade da estrutura de controle e seu ajuste. Além disso, as técnicas de regras de ajuste geralmente requerem controladores fáceis de ajustar com base em modelos simples, como processos instáveis de primeira ordem com tempo morto (*'unstable first-order-plus-dead-time'* UFOPDT). Um dos controladores da literatura que atende a esses requisitos é o DTC simplificado (SDTC), também conhecido como FSP simplificado (SFSP) (TORRICO et al., 2013). Sua adoção neste trabalho é justificada por: (i) apresentar menos parâmetros de ajuste que o FSP (TORRICO et al., 2018), (ii) pode ser diretamente estendido para modelos de espaço de estado e a implementação do preditor não precisa de um cancelamento explícito de polo zero ao lidar com processos de integração ou instáveis (TORRICO et al., 2019) e, (iii) embora processos com saturação não sejam o foco deste trabalho, apresenta bom desempenho para o caso de atuadores saturantes apenas com a adição do modelo de saturação na entrada do modelo de processo, conforme amplamente estudado em (HUBA; HALAS, 2010; HUBA; ĽAPÁK, 2011; TAPÁK; HUBA, 2012; LIMA et al., 2020). No entanto, essa característica não é válida para uma estrutura de controle simplificada em um esquema com método de controle de dois graus de liberdade (*'Two-degree-of-freedom'*, 2-DOF).

O DTC simplificado (*'Simplified DTC'*, SDTC) proposto em Torrico et al. (2018) apresentou ajustes simples, cujo objetivo era permitir que ele lidasse com processos estáveis, instáveis e integrativos, utilizando menos parâmetros de ajuste comparado ao FSP. Além disso, em comparação com trabalhos recentes na literatura, os resultados obtidos mostraram uma rejeição de perturbações, robustez em malha fechada e atenuação de ruído melhores ou equivalentes.

## 1.2 Motivação

Para os trabalhos mencionados na Seção 1.1, são necessários procedimentos de ajuste para cada sistema específico e os parâmetros adotados nestes controladores são muitas vezes

ajustados de forma empírica, sendo difícil a reprodução do controlador em outras plantas e em aplicações práticas. Por outro lado, a abordagem das regras de ajuste permite que o projetista obtenha o ajuste do controlador diretamente dos parâmetros da planta. Ao controlar processos instáveis com tempo morto, uma etapa importante com qualquer controlador é o ajuste. Um controlador bem ajustado pode obter desempenho satisfatório e robustez. Empregando uma regra de ajuste analítica, em vez de ser ajustado para um caso específico, o controlador pode ser ajustado considerando um caso geral. Portanto, propor uma regra para ajustar o controlador é valioso para simplificar o processo de sintonia e facilitar o uso na indústria.

Existem na literatura apenas alguns trabalhos que propuseram regras de ajuste para controladores que lidam com UFOPDT. A maioria delas foi proposta para controladores PI e PID (MANUM, 2006; MATAUŠEK; ŠEKARA, 2011; VERMA; PADHY, 2019; PADULA; VISIOLI, 2012). É incomum encontrar regras de ajuste para DTCs. Um procedimento de ajuste automático, usando regras de ajuste baseadas em resultados de otimização, para um esquema de DTC foi apresentado em (NORMEY-RICO et al., 2014). Embora a implementação prática de DTCs esteja no domínio do tempo discreto, os trabalhos acima mencionados não estudam o efeito de super ou subamostragem. O período ideal de amostragem para estruturas de DTC seria o maior possível de forma que não afete significativamente o desempenho e a robustez do sistema de controle (TORRICO; NORMEY-RICO, 2005). Além disso, para simplificar o projeto, regras analíticas devem estar disponíveis para ajustar o controlador de acordo com o nível de robustez desejado, mas também com o tempo de amostragem do processo.

### 1.3 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo geral apresentar uma proposta de regra de ajuste do SDTC para processos instáveis de primeira ordem. A regra é baseada no tempo morto relativo, na constante de tempo de malha fechada desejada e na robustez alcançável. Além disso, como a implementação prática é sempre no domínio do tempo discreto, é apresentado um método para escolher o tempo de amostragem dos processos UFOPDT.

Os objetivos específicos desta tese podem ser enumerados conforme apresentados a seguir:

- Analisar a máxima robustez alcançável produzida pelo controlador SDTC.
- Propor uma regra de ajuste para o filtro de robustez do SDTC aplicado a processos UFOPDT com base na máxima incerteza alcançável no tempo morto, a fim de obter a robustez desejada;
- Propor um método analítico para a escolha do período de amostragem que mantém a condição de estabilidade robusta obtida pela regra de ajuste;
- Validar a regra proposta comparando com outros trabalhos;
- Aplicar a regra proposta em uma planta montada como um pêndulo. Este utiliza hastes como um braço que se move de acordo com a velocidade de rotação de uma hélice fixada na extremidade.

## 1.4 Trabalhos publicados

Abaixo os dois artigos desenvolvidos e publicados durante o programa de doutorado são indiretamente e diretamente, respectivamente, relacionado às estratégias desenvolvidas nesta tese.

- RODRIGUES, R. C. S.; SOMBRA, A. K. R.; TORRICO, B.C.; PEREIRA, R. D. O.; FORTE M. D. do N.; ALMEIDA FILHO M. P.; NOGUEIRA, F. G. Tuning Rules for Unstable Dead-Time Processes. *European Journal of Control*, 2020.
- TORRICO, B. C.; ALMEIDA FILHO, M. P.; LIMA, T. A.; FORTE, M. D. do N.; SÁ, R. C.; NOGUEIRA, F. G. Tuning of a dead-time compensator focusing on industrial processes. *ISA Transactions*, v. 83, p. 189 – 198, 2018. \* Contribuição com o projeto e o ajuste do controlador para o modelo instável e pesquisa sobre controladores utilizando a mesma planta.

## 1.5 Organização do trabalho

Esta tese está dividida em 8 capítulos que descrevem a regra de ajuste do SDTC para UFOPDT. No Capítulo 2 são descritos alguns compensadores de tempo morto. Apresentando

as diferentes soluções destes controladores encontrados na literatura e suas características. O SDTC é visto de modo geral, sendo explicado o ajuste de seguimento de referência e o filtro de robustez.

No Capítulo 3 é estudada a robustez máxima alcançável do SDTC. Sendo analisada a incerteza do atraso e o limite máximo da estimativa de erro do tempo morto. Esta análise é utilizada como parâmetro na regra proposta.

A regra de ajuste do SDTC é proposta no Capítulo 4. Os detalhes de como a regra foi ajustada são especificados em forma de um passo a passo. Delimitando todas as condições e propondo a função estimada para encontrar o polo do filtro de robustez.

No Capítulo 5 é proposto um método para escolha do tempo de amostragem. Sendo feita uma análise gráfica do índice de robustez e da influência dele nos sistemas.

Os resultados das simulações são apresentados e comparados no Capítulo 6. Para verificar a eficiência das regras são utilizados quatro exemplos da literatura. São analisados o sinal de controle e o sinal de saída de cada exemplo por gráfico e utilizando índices de desempenho.

Expõem-se no Capítulo 7 a validação em uma planta real utilizando a regra proposta e o método de escolha do tempo de amostragem. A planta utilizada é um modelo de pêndulo onde é verificado a estabilidade em um ponto de operação instável. O atraso do modelo é dado pela comunicação entre a placa de acionamento e a leitura do ângulo por imagem.

Por fim, no Capítulo 8 são apresentadas as conclusões conjecturando acerca dos resultados, as contribuições do trabalho e trabalhos futuros.

## 2. CONTROLE DE SISTEMAS COM ATRASO

Neste Capítulo são apresentados alguns dos compensadores de tempo morto. Primeiro é visto a definição do compensador de tempo morto e a estrutura de controladores PID para sistemas com atraso, em seguida o funcionamento do preditor de Smith, a generalização do SP, o preditor de Smith filtrado, o controlador de dois graus de liberdade (2DOF) e o SDTC voltado para sistemas instáveis de primeira ordem com atraso.

### 2.1 Compensador de tempo morto

Sistemas com atraso de transporte podem ser vistos em várias aplicações. O tempo morto é causado principalmente por atraso em informações, energia ou fenômenos de transporte em massa, mas também podem ser causados pelo tempo de processamento ou pelo acúmulo de defasagens de tempo de dinâmicas simples de sistemas conectados em série, por exemplo. (RICO; CAMACHO, 2007).

Processos com tempo morto significativo são difíceis de controlar utilizando controladores padrões de malha fechada principalmente devido ao atraso ser representado por uma função irracional, assim infinitos polos devem ser alocados. Em termos práticos, o DTC transforma o problema de alocação de infinitos polos em um problema mais simples em que apenas os polos da planta sem atraso devem ser alocados. O efeito da ação de controle leva o tempo do atraso para ser sentido na variável controlada e a ação de controle aplicada com base no erro da variável controlada tenta corrigir uma situação que se originou algum tempo antes (ASTRÖM; HÄGGLUND, 1995). Essas dificuldades também podem ser explicadas no domínio da frequência: (RICO; CAMACHO, 2007) o tempo morto introduz uma diminuição extra na margem de fase e atraso de sistemas, o que também pode causar oscilações ou instabilidade.

Compensação em tempo morto, o DTC, é uma das propostas de controle usada para

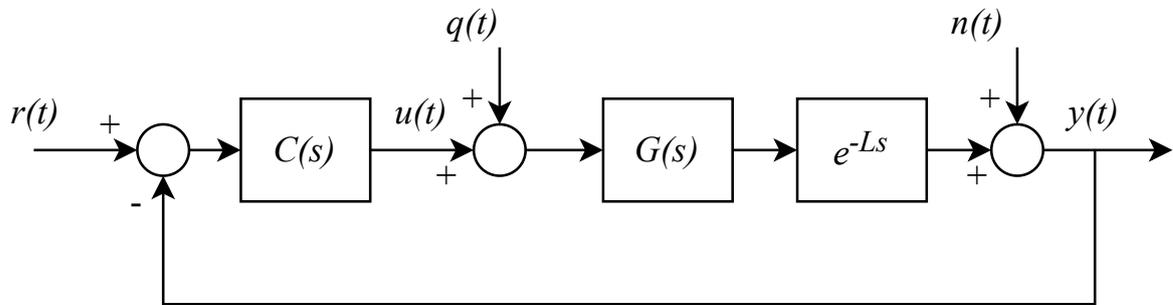
melhorar o desempenho de malha fechada com tempo morto (RICO; CAMACHO, 2007). Revisões de alguns dos métodos de extensões e melhorias do primeiro DTC podem ser vistos em (PALMOR, 1996) e (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2008b).

## 2.2 Controlador PID para sistemas com atraso

O uso do controlador Proporcional Integrativo Derivativo (PID), de um ponto de vista preditivo, mostra que este controlador pode ser considerado como uma aproximação linear de segunda ordem de um compensador de tempo morto ideal. Por meio de uma aproximação do termo de atraso é possível obter a estrutura final de controle do PID (TAN; MARQUEZ; CHEN, 2003).

A Figura 1 apresenta o diagrama de blocos de uma estrutura de controle em um sistema com tempo morto. Sendo  $r(t)$  o sinal de referência,  $u(t)$  o sinal de controle,  $q(t)$  a perturbação,  $y(t)$  a variável controlada,  $n(t)$  representa o ruído de medição,  $C(s)$  o controlador,  $G(s)e^{-Ls}$  a saída do modelo do processo com atraso e  $L$  o atraso do processo.

Figura 1 – Estrutura de um sistema com controle.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Utilizando um controlador PID ideal, a ação deste é dado por:

$$u(t) = K_c \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right], \quad (2.1)$$

onde  $K_c$  é o ganho do controlador,  $T_i$  o tempo integral,  $T_d$  o tempo derivativo,  $u(t)$  o sinal de controle e  $e(t)$  o erro entre a saída do processo e a referência.

Com a ação derivativa como uma predição do erro (RICO; CAMACHO, 2007), a soma das ações proporcional e derivativa pode ser interpretada como uma ação de controle proporci-

onal baseada na predição do erro  $T_d$  unidades à frente de  $t$  :

$$u_{PD} = K_c \left[ e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] = K_c \hat{e}(t + T_d | t), \quad (2.2)$$

onde  $\hat{e}(t + T_d | t)$  é a estimativa do erro do processo  $e(t)$  no tempo  $t + T_d$  a partir do instante  $t$ .

Uma desvantagem comum na proposta desse tipo de abordagem é que os controladores PID são geralmente propostos de forma ideal, mas o ajuste do filtro derivativo PID não é um problema simples. O controlador clássico pode ser usado para um sistema de atraso de tempo somente quando o atraso é pequeno, mas pode resultar em desempenho de controle ruim quando a razão do atraso de tempo sobre a constante de tempo dominante do processo é maior que um (ASTRÖM; HÄGGLUND, 2006). Valores pequenos da constante de tempo causam uma forte variação da ação de controle e baixa atenuação de ruído, e grandes valores desta constante de tempo podem levar o sistema à instabilidade (ASTRÖM; HÄGGLUND, 2006; GARCÍA et al., 2010).

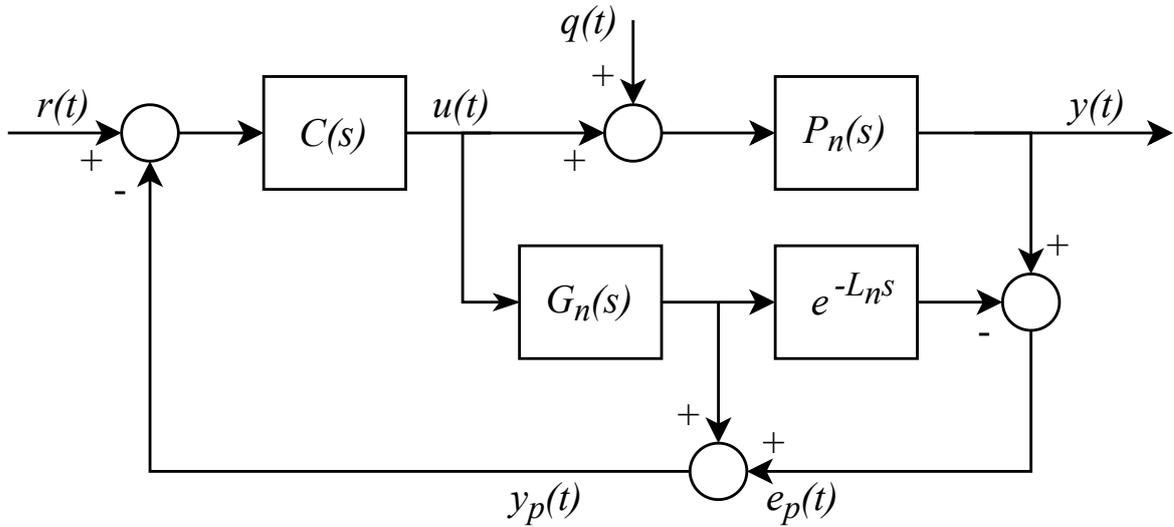
Então, quando o atraso for grande comparado à constante de tempo dominante e deseje-se acelerar a resposta em malha fechada, o ajuste de  $T_d$  não fornecerá uma boa predição e será necessário utilizar outro tipo de controlador. (TORRICO, 2007)

## 2.3 Preditor de Smith

O preditor de Smith (SP) (SMITH, 1957) é um tipo de controlador preditivo projetado para controlar sistemas com um atraso significativo no tempo, tentando minimizar as limitações causadas por tempo morto em um processo.

A estrutura do SP pode ser vista no diagrama de blocos apresentado na Figura 2, onde  $u(t)$  é o sinal de controle,  $y(t)$  a variável controlada,  $q(t)$  a perturbação,  $r(t)$  o sinal de referência,  $e_p(t)$  a diferença entre a saída do processo e a saída do modelo com atraso e  $y_p(t)$  a predição de saída do modelo para  $L_n$  unidades de tempo somada à parcela que considera o erro de modelagem  $e_p(t)$ .

Figura 2 – Estrutura do SP.



Fonte:(SMITH, 1957) adaptado.

O SP usa um modelo da planta sem tempo morto  $G_n(s)$ , onde  $P_n = G_n(s)e^{L_n s}$ , para compensar o atraso. A diferença entre a saída do processo e o modelo realimentado, como pode ser visto na Figura 2. Com essa estrutura, não tendo erros de modelagem ou distúrbios, o erro entre a saída atual do processo e o modelo, a saída  $e_p(t)$  será nula e o controlador poderá ser ajustado a partir do modelo da planta sem o tempo morto. Assim, no caso nominal, essa estrutura oferece o mesmo desempenho como a solução ideal na qual se tem acesso à saída sem atraso (RICO; CAMACHO, 2007).

As relações entrada-saída do SP são dadas por:

$$H_{yr}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)}, \quad (2.3)$$

$$H_{yq}(s) = \frac{Y(s)}{Q(s)} = P_n(s) \left[ 1 - \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)} \right], \quad (2.4)$$

No entanto, o SP apresenta vários problemas na presença de processos integradores ou instáveis (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2008b), sendo também sensível à incerteza do atraso (MICHIELS; NICULESCU, 2003). Analisando as equações 2.3 e 2.4 são vistos estes problemas. Ajustando  $C(s)$  pode resultar em erros de modelagem por  $P(s) - P_n(s)$ , os polos de  $P_n(s)$  também são polos de  $H_{yq}(s)$  que variam de acordo com o tipo de planta, tornando inviável a utilização do controlador para processos instáveis e integrativos.

Desde o trabalho de Smith muitas extensões do SP foram desenvolvidas para amenizar os problemas da estrutura. Algumas destas extensões são aplicáveis a plantas estáveis, e outras a plantas integradoras ou instáveis em malha aberta.

## 2.4 Preditor Generalizado

O Preditor Generalizado (GP), apresentado inicialmente em (ALBERTOS; GARCÍA, 2009), é baseado no uso de filtros estáveis para o cálculo das previsões do processo.

Para o entendimento da estrutura do modelo de um processo de uma entrada e uma saída (*'Single Input Single Output'*, SISO) e linear e invariante no tempo (*'linear time-invariant'*, LTI) com atraso de tempo sujeito a distúrbios de entrada é descrito por:

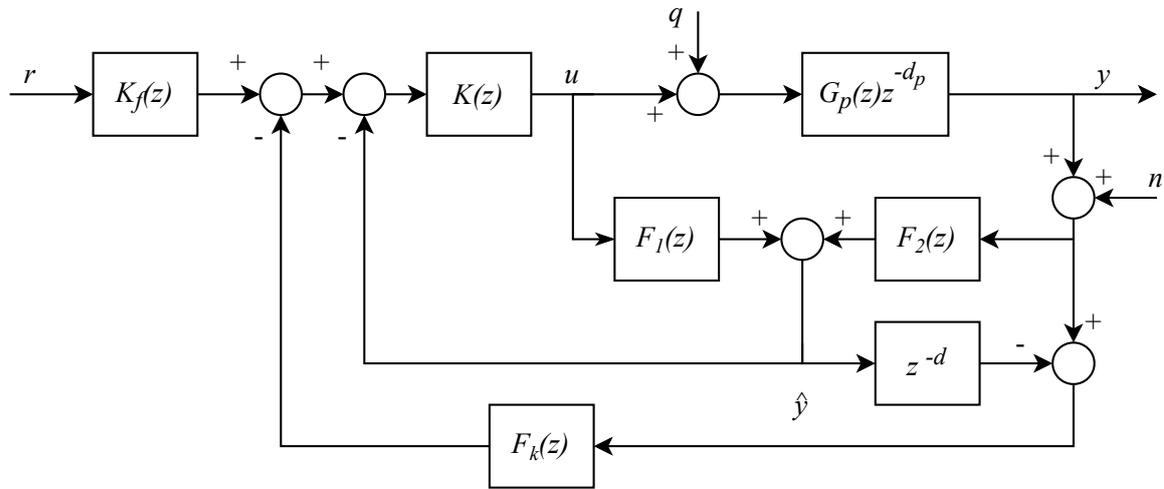
$$y(s) = G(s)e^{-hs}[u(s) + q(s)] \triangleq \hat{y}(s)e^{-hs} \quad (2.5)$$

onde  $y(s)$  é a saída mensurável,  $\hat{y}(s)$  é a saída sem atraso,  $u(s)$  é a saída de controle,  $q(s)$  é uma entrada de perturbação,  $h \geq 0$  é um atraso de tempo constante e  $G(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}$  é referido como o sistema sem atraso.

Para projetar um controle sem atraso, uma saída não retardada  $y(s)$  deve ser previsto com base nas informações disponíveis atualmente em  $u(s)$ ,  $y(s)$  e o modelo da planta como apresentado na Figura 3.

A estratégia de controle baseada em preditores utiliza um controlador principal  $K(z)$  e o filtro de seguimento de referência opcional  $K_f(z)$  (GARCÍA; ALBERTOS, 2013; ALBERTOS; GARCÍA, 2009). Para melhorar a robustez, um filtro preditivo de erro  $F_k(z)$  pode ser adicionado, sendo ajustado para obter um compromisso entre desempenho e estabilidade robusta.

Figura 3 – Estrutura do GP.



Fonte:(ALBERTOS; GARCÍA, 2009) adaptado.

Sendo:

$$G_p(z)z^{-d} = \frac{N_p(z)}{D_p(z)}z^{-d} \quad (2.6)$$

onde  $N_p(z)$  e  $D_p(z)$  são os polinômios de  $G_p(z)$ .

A saída pode ser representado por

$$y = K_f \frac{KGz^{-d}}{1+KG} r + \frac{Gz^{-d}}{1+KG} q + \frac{KGz^{-d}}{1+KG} H_1 q - \frac{KGz^{-d}}{1+KG} H_2 n, \quad (2.7)$$

onde  $H_1 = (F_1 - F_k F_1 z^{-d})$ ,  $H_2 = (F_2 + F_k - F_k F_2 z^{-d})$  e  $G(z) = G_p(z)$ .

Os filtros são determinados em (SANZ; GARCÍA; ALBERTOS, 2018) pelas seguintes expressões :

$$F_k(z) = \frac{(1 - \lambda_{gp})^m}{(z - m)^m}, F_1 = G(z) - G^*(z)z^{-d}, F_2 = \frac{G^*(z)}{G(z)} \quad (2.8)$$

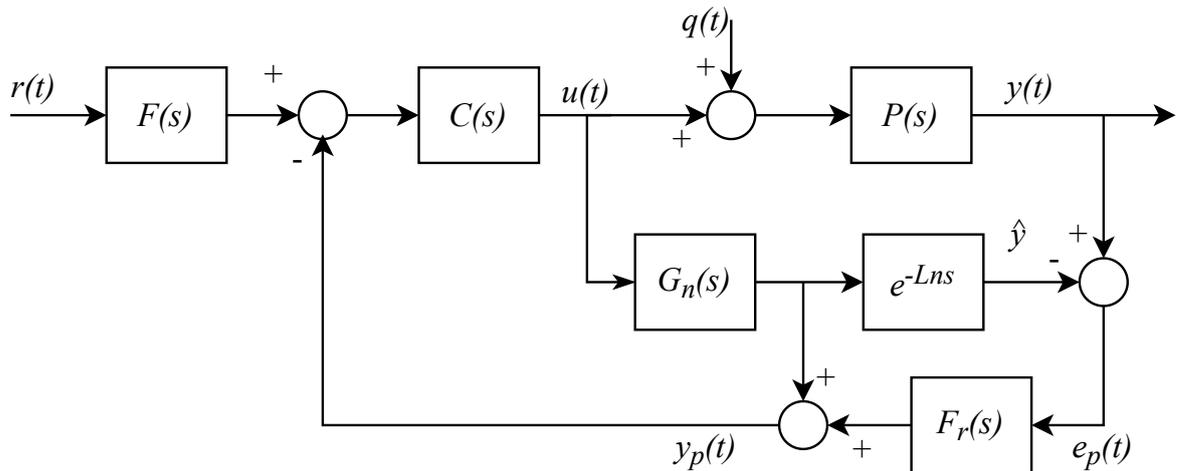
onde  $\lambda_{gp}$  é um parâmetro de ajuste,  $m$  o numero de zeros do polinômio  $N_p(z)$  e  $G^* = \mathbf{CA}^{-d}(\mathbf{zI} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}$ .  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  é um modelo de espaço de estado para simplificar os cálculos (ALBERTOS; GARCÍA, 2009)

Trabalhos utilizando a proposta do GP podem ser vistos em (GARCÍA; ALBERTOS, 2013; SANZ; GARCÍA; ALBERTOS, 2018). Sendo apresentados variações de ajuste dos filtros e métodos de implementação.

## 2.5 Preditor Smith Filtrado (FSP)

O preditor Smith filtrado (FSP) pode ser aplicado a plantas estáveis, instáveis e integradoras, melhora as propriedades de rejeição e o compromisso entre desempenho e robustez (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2009). A estrutura do FSP é vista na Figura 4.

Figura 4 – Estrutura conceitual do FSP.



Fonte: (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2009) adaptado.

Onde  $F(s)$  é um filtro de referência utilizado para melhorar a resposta ao seguimento de referência e  $F_r(s)$  é um filtro de robustez, atuando na robustez e rejeição de perturbações. O  $P_n(s) = G_n(s)e^{Lns}$  é um modelo do processo,  $G_n(s)$  é o modelo sem tempo morto e  $C(s)$  é o controlador primário.

As relações entrada-saída e o índice de robustez são dados por

$$H_{yr}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{F(s)C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)}, \quad (2.9)$$

$$H_{yq}(s) = \frac{Y(s)}{Q(s)} = P_n(s) \left[ 1 - \frac{C(s)P_n(s)F_r(s)}{1 + C(s)G_n(s)} \right], \quad (2.10)$$

$$I_r(\omega) = \left| \frac{1 + C(z)G_n(z)}{C(z)P_n(z)F_r(z)} \right|_{z=e^{j\omega T_s}} > \delta P(\omega). \quad (2.11)$$

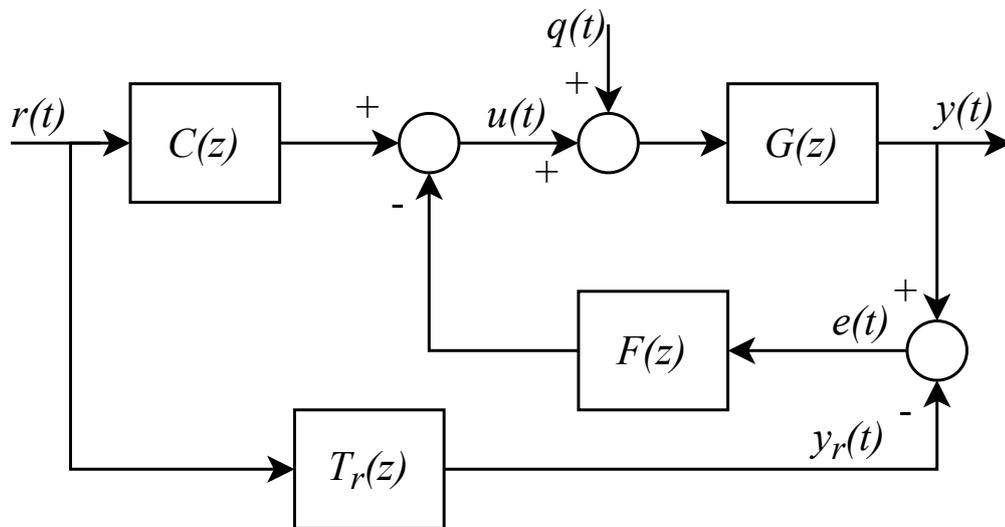
Sendo  $I_r$  o índice de robustez e  $\delta P(\omega)$  o termo limite da incerteza multiplicativa.

A partir das equações 2.10 e 2.11 é observado que o filtro  $F_r$  pode ser usado para melhorar a robustez ou a capacidade de rejeição de perturbações do sistema sem afetar  $H_{yr}(s)$ . Além disso, pode ser sintonizado para obter um sistema internamente estável para controlar plantas instáveis de malha aberta. O FSP simplificado pode ser visto em exemplos com plantas estáveis, integradoras e instáveis em (TORRICO et al., 2013; PEREIRA et al., 2016).

## 2.6 Controlador de dois graus de liberdade (2DOF)

Métodos de controle de dois graus de liberdade (2DOF) foram relatados na literatura para ajustar o seguimento de referências e rejeição de perturbações usando a estrutura de controle realimentada para processos instáveis (LIU; ZHANG; GU, 2005; LIU; GAO, 2011; WANG et al., 2016).

Figura 5 – Estrutura do controlador 2DOF.



Fonte:(WANG et al., 2016) adaptado.

Onde  $G(z)$  é o processo e o controlador  $C(z)$  é responsável pelo seguimento de referência, enquanto o controlador  $F(z)$  está definido para rejeição de perturbações. A função de transferência desejada da resposta do seguimento de referencia é indicada por  $T_r(z)$ . No caso nominal,  $G = G_n(z)$  e  $T_r(z) = C(z)G(z)$ .

$$Y(z) = G(z)C(z)R(z), \quad (2.12)$$

$$Y(z) = \frac{G(z)}{1 + G(z)F(z)}Q(z), \quad (2.13)$$

onde  $Q(z)$  é a transformada  $z$  de  $q(t)$ .

A principal vantagem do controlador 2DOF é que a resposta do seguimento de referência e a resposta da rejeição ao distúrbio podem ser ajustadas separadamente.

Sendo definidas funções de transferência distintas para plantas integradoras, estáveis e instáveis. O ajuste dos controladores depende do ajuste de alguns parâmetros para encontrar uma boa compensação entre o desempenho no seguimento de referência e no esforço de controle. Para plantas instáveis  $G(z)$  é dado por:

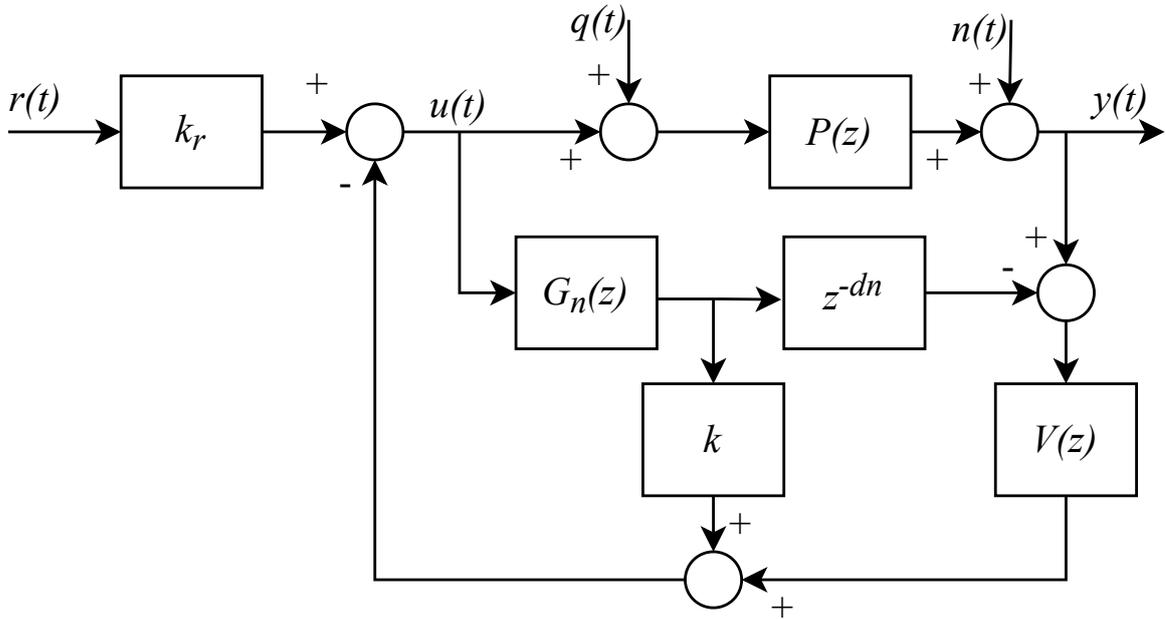
$$G(z) = \frac{k_p(z - z_0)}{(z - \tau_u)(z - \tau_p)}z^{-d}. \quad (2.14)$$

em que  $|\tau_p| < 1$ ,  $|z_0| < 1$  e  $\tau_u > 1$ .  $|z_0| < 1$  indica a característica da fase mínima utilizada pelo controlador e 2.14 representa processos instáveis com um polo fora do círculo unitário no plano  $z$  (WANG et al., 2016).

## 2.7 DTC Simplificado (SDTC)

A estrutura do SDTC para modelos de primeira ordem é apresentada na Figura 6, onde  $G_n(z)$  é o modelo de processo nominal sem atraso,  $P(z)$  representa o processo real,  $d_n$  é o tempo morto nominal,  $k_r$  e  $k$  são ganhos e  $V(z)$  é o filtro de robustez.

Figura 6 – Estrutura conceitual do SDTC.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

O modelo nominal do processo  $P_n(z) = G_n(z)z^{-d_n}$  pode ser representado por

$$P_n(z) = \frac{b_0 z^{-1}}{1 - a_1 z^{-1}} z^{-d_n}, \quad (2.15)$$

onde  $0 < a_1 < 1$  para processo estável e  $a_1 > 1$  para processo instável.

No caso nominal, considera-se que o modelo do processo representa com fidelidade o processo ( $P(z) = P_n(z)$ ). Com o objetivo de analisar as propriedades do controlador, são obtidas as funções de transferência em malha fechada e a condição de estabilidade robusta para o caso nominal.

$$H_{yr}(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{k_r P_n(z)}{1 + k G_n(z)}, \quad (2.16)$$

$$H_{yq}(z) = \frac{Y(z)}{Q(z)} = P_n(z) \left[ 1 - \frac{P_n(z) V(z)}{1 + k G_n(z)} \right], \quad (2.17)$$

$$H_{un}(z) = \frac{U(z)}{N(z)} = \frac{-V(z)}{1 + k G_n(z)}, \quad (2.18)$$

$$I_r(\omega) = \left| \frac{1 + kG_n(z)}{V(z)P_n(z)} \right|_{z=e^{j\omega T_s}} > \delta P(\omega). \quad (2.19)$$

Nas expressões acima,  $R(z)$ ,  $U(z)$ ,  $N(z)$ ,  $Y(z)$  e  $Q(z)$  são as transformadas  $z$  dos seguintes sinais, respectivamente: referência, ação de controle, ruído, saída do processo e perturbação na entrada do processo;  $H_{yr}(z)$ ,  $H_{yq}(z)$  e  $H_{un}(z)$  são funções de transferência de malha fechada.  $I_r(\omega)$  é definido como índice de robustez, o limite do termo de incerteza multiplicativa é  $\delta P(\omega)$  e  $T_s$  é o tempo de amostragem com frequência de  $0 < \omega < \pi/T_s$ .

O ajuste do SDTC é realizado em duas etapas: o ajuste para seguimento de referência e o ajuste para rejeição de distúrbios.

Primeiramente, os ganhos  $k$  e  $k_r$  são ajustados usando (2.16) para alocar um polo desejado para o desempenho do seguimento de referência. Isto é realizado fazendo

$$H_{yr}(z) = \frac{(1 - a_c)z^{-1}}{1 - a_c z^{-1}} z^{-d_n}, \quad (2.20)$$

onde (2.20) é a função de transferência de malha fechada desejada. Como resultado dessa igualdade, é obtido

$$k = \frac{a_1 - a_c}{b_0}, \quad (2.21)$$

$$k_r = \frac{1 - a_c}{b_0}. \quad (2.22)$$

Finalmente, uma vez que  $k_r$  e  $k$  são conhecidos, o filtro de robustez  $V(z)$  é projetado para satisfazer duas condições:

- i Rejeitar distúrbios;
- ii Cancelar os polos do processo que aparecem em  $H_{yq}(z)$ .

Para modelos FOPDT, da condição (ii), apenas um polo é cancelado. Para poder satisfazer ambas as condições,  $V(z)$  requer pelo menos dois coeficientes em seu numerador. Portanto, é descrito como

$$V(z) = \frac{v_0 + v_1 z^{-1}}{(1 - \beta z^{-1})^2}, \quad (2.23)$$

onde  $\beta$  é um parâmetro de ajuste.

Além disso, para atender às condições (i) e (ii), é necessário, respectivamente, que

$$\begin{aligned} H_{yq}(z)|_{z=1} &= 0, \\ H_{yq}(z)|_{z=a_1} &= 0. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Isso é, respectivamente, equivalente a

$$\begin{aligned} V(1) &= k_r, \\ k - V(a_1)a_1^{-dn} &= 0. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Essas expressões resultam no seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} v_0 + v_1 &= k_r(1 - \beta)^2; \\ v_0 + \frac{v_1}{a_1} &= k \left(1 - \frac{\beta}{a_1}\right)^2 a_1^{dn}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

de onde se pode obter os valores de  $v_0$  e  $v_1$  como

$$v_0 = \frac{1}{1 - a_1} [k_r(1 - \beta)^2 - k(a_1 - \beta)^2 a_1^{dn-1}], \quad (2.27)$$

$$v_1 = \frac{1}{1 - a_1} [-a_1 k_r(1 - \beta)^2 + k(a_1 - \beta)^2 a_1^{dn-1}]. \quad (2.28)$$

O procedimento de ajuste do controlador para outros modelos, casos estáveis e integrativos, podem ser vistos em [Torrice et al. \(2018\)](#), [Torrice et al. \(2019\)](#). As formulações acima permitem uma análise do problema de controle para os modelos UFOPDT ([RODRIGUES et al., 2021](#)).

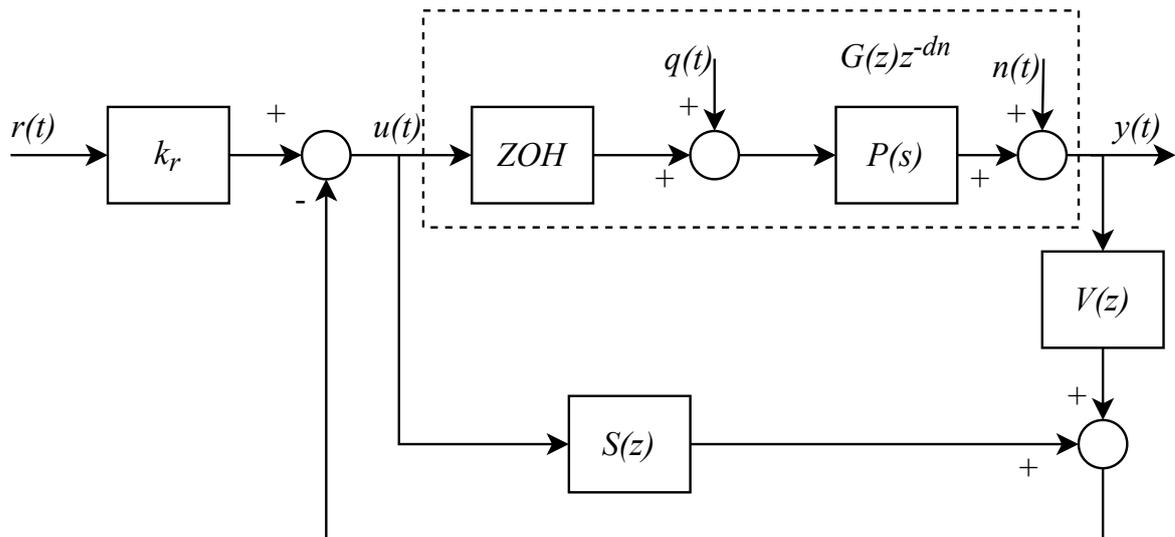
### 2.7.1 Estrutura de controle para implementação

É importante mencionar que a estrutura conceitual do SDTC, apresentada na Figura 6, não pode ser usada na prática porque apresenta alguns modos não observáveis. No entanto, esta estrutura é útil para o projeto de controle, permitindo encontrar facilmente as condições para lidar com processos de tempo morto estáveis, integrativos e instáveis. A implementação da estrutura mostrada na Figura 7 não apresenta modos observáveis e possibilita a utilização na prática. A função de transferência  $S(z)$  é dada por

$$S(z) = \frac{b_0 z^{-1}}{1 - a_1 z^{-1}} \left( k - \frac{v_0 + v_1 z^{-1}}{1 - \beta z^{-1}} z^{-d} \right). \quad (2.29)$$

Observe que o polo indesejado do processo  $z = a_1$  aparece na expressão acima, tornando o resultado do sistema em malha fechada internamente instável.

Figura 7 – Estrutura de implementação do SDTC.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Em [Normey-Rico e Camacho \(2009\)](#), um método de cancelamento de polo foi usado para evitar este problema. Em um trabalho posterior ([TORRICO et al., 2019](#)), outra solução foi proposta para processos instáveis no domínio do tempo contínuo que também pode ser aplicada ao domínio do tempo discreto.

Usando a decomposição de frações parciais para  $\beta \neq a_1$  e as condições (2.25),  $S(z)$  pode

ser reescrita

$$S(z) = \frac{b_0 k z^{-1}}{1 - a_1 z^{-1}} - \frac{b_0 k a_1^d z^{-d-1}}{1 - a_1 z^{-1}} + \frac{B z^{-d}}{1 - \beta z^{-1}}, \quad (2.30)$$

onde  $B = b_0(\beta v_0 + v_1)/(\beta - a_1)$ .

Ao aplicar a divisão no primeiro termo de (2.30),  $S(z)$  resulta

$$S(z) = \sum_{i=1}^d k a_1^{i-1} b_0 z^{-i} + \frac{B}{1 - \beta z^{-1}} z^{-d}. \quad (2.31)$$

Portanto, o polo do processo  $z = a_1$  não aparece mais na expressão de  $S(z)$ , que garante estabilidade interna. Usando essa expressão, o controlador também pode ser implementado em uma estrutura de controle de dois graus de liberdade (2DOF).

## 2.8 Comparação entre estruturas dos controladores

Uma comparação entre os filtros utilizados e características de atenuação a ruído e facilidade em ajuste de parâmetro é vista na Tabela 1.

A marcação com 'x' nas colunas indicam se no trabalho referenciado tem alguma regra de sintonia dos parâmetros utilizados, se faz alguma análise do tempo de amostragem ( $T_s$ ) e se os resultados dos trabalhos apresentam respostas com ruído.  $F_1$  e  $F_2$  são os filtros utilizados de acordo com cada estratégia do controlador comparado ao GP em uma tabela anterior proposta por (SANZ; GARCÍA; ALBERTOS, 2018) e modificada comparado às propostas vistas neste capítulo.

Tabela 1 – Comparação entre os compensadores.

	Referência	$F_1$	$F_2$	Regras	$T_s$	Ruído
PID	(SINGH; KUMAR, 2015; SÁNCHEZ et al., 2017)	-	-	x	-	-
SP	(SMITH, 1957)	$G(s) - G(s)e^{-Lns}$	1	-	-	-
GP	(SANZ; GARCÍA; ALBERTOS, 2018)	$G(s)(1 - F_2(s)e^{-Lns})$	$G^*(s)/G(s)$	-	x	x
FSP	(TORRICO et al., 2013)	$G(s) - G(s)F_r(s)e^{-Lns}$	$F_r(s)$	-	-	x
2DOF	(WANG et al., 2016)	$T_r = C(s)G(s)$	$F$	-	-	-
SDTC	(TORRICO et al., 2018)	1	$k$	x	x	x

Fonte: (SANZ; GARCÍA; ALBERTOS, 2018) modificado.

Em comparação com os controladores apresentados, o SDTC proposto apresenta uma regra simples para ajustes dos parâmetros e um método para escolha do tempo de amostragem. Outro ponto importante é a análise do ruído para verificar uma possível implementação em uma planta real.

A seguir é feita uma análise de robustez para descrever a máxima robustez alcançável para o SDTC.

### 3. ANÁLISE DA ROBUSTEZ

Em plantas instáveis de malha aberta a robustez é limitada a uma faixa de incertezas. O máximo valor de incertezas para o qual o sistema pode ser estabilizado é denominado de máxima robustez alcançável (RICO; CAMACHO, 2007). Assim, neste capítulo é realizado o estudo da máxima robustez alcançável do SDTC para UFOPDT. Este estudo é realizado no domínio da frequência por meio da análise de uma condição de estabilidade robusta estabelecida para sistemas lineares. O conhecimento da máxima robustez alcançável é bastante útil para gerar regras de sintonia, uma vez que permite realizar especificações de controle factíveis da robustez desejada.

A robustez máxima alcançável produzida pelos modelos SDTC para UFOPDT é analisada sem perda de generalidade e sua análise é realizada no domínio da frequência. O compensador é descrito no domínio  $z$  pensando na implementação e a análise de robustez em Laplace para que possa ser utilizado qualquer valor de tempo de amostragem proposto.

#### 3.1 Robustez

Um controlador é dito robusto quando é capaz de controlar um processo mesmo que o modelo usado para o projeto não seja perfeito. Estas imperfeições ocorrem devido às limitações do conhecimento do processo, ou quando os modelos utilizados não representam fielmente a dinâmica real. Então, o grau de robustez do sistema pode ser medido de várias formas, mas deverá ser maior quanto maiores forem as incertezas ou erros de modelagem do processo, isto para garantir um bom desempenho do sistema (TORRICO, 2007). Assim, a análise de robustez proposta considera a máxima incerteza possível utilizada em uma planta.

Um dos principais objetivos da análise de robustez é permitir a reprodução dos resultados comprovados computacionalmente com incertezas em sistemas físicos. Com a possibilidade

de identificar o máximo de incerteza possível utilizado nas simulações é possível o ajuste adequado dos parâmetros dos filtros.

## 3.2 Incertezas de modelagem

Na prática, o erro na aproximação do tempo morto não é a única diferença entre o seu modelo e a planta real (RICO; CAMACHO, 2007). O modelo do processo é normalmente obtido por algum método de identificação ou por levantamento das leis físicas do comportamento do sistema. Assim, os modelos dos processos não representam fielmente a sua dinâmica real, pois existem limitações sobre o conhecimentos dos processos em geral (TORRICO, 2007).

Morari e Zafriou (1989) consideraram as seguintes etapas para indicar a robustez de um sistema:

1. Estudar as incertezas de modelagem;
2. Representar adequadamente as incertezas;
3. Projetar os controladores considerando os erros de modelagem para se obter um comportamento robusto do controlador.

Estas incertezas podem ter várias origens e são relacionadas às variáveis e parâmetros das equações do processo. Torrico (2007) enumerou algumas delas:

1. Parâmetros são sempre aproximações dos valores reais;
2. Os parâmetros do modelo variam devido às não linearidades ou a mudanças no ponto de operação;
3. Os erros de medição de variáveis;
4. O desconhecimento da estrutura do processo em alta frequência;
5. Para simplificar o processo, usam-se modelos de baixa ordem.

### 3.3 Representação das incertezas

As incertezas podem ser representadas como paramétricas ou estruturadas e não estruturadas. A incerteza paramétrica ou estruturada ocorre quando a estrutura do modelo utilizada para representar seus parâmetros são sujeitos a variações. A incerteza não estruturada ocorre quando a estrutura, a ordem e outras características do modelo utilizado para representar o processo podem variar, de forma tal que não é possível representá-lo por um único modelo com parâmetros variáveis.

O chamado modelo nominal é normalmente usado para representar o comportamento padrão dos sistemas. Este modelo normalmente é usado na teoria de controle para o projeto por técnicas clássicas, como por exemplo, o método do Lugar Geométrico das Raízes (TORRICO, 2007).

O modelo de processo nominal pode ser descrito como

$$P_n(s) = G_n(s)e^{-Lns}, \quad (3.1)$$

e por outro lado o processo real pode ser representado por um modelo de incertezas não estruturadas aditivas ou multiplicativas:

$$P_i(s) = P_n(s) + \Delta P_i(s) \quad (3.2)$$

ou

$$P_i(s) = P_n(s)(1 + \delta P_i(s)). \quad (3.3)$$

Sendo  $\Delta P_i(s)$  o erro aditivo e  $\delta P_i(s)$  o erro multiplicativo. O máximo erro de modelagem do sistema é dado por  $\Delta P(s)$  e  $\delta P(s)$ :

$$|\Delta P(s)| \geq |\Delta P_i(s)|, s = j\omega, \omega > 0 \quad (3.4)$$

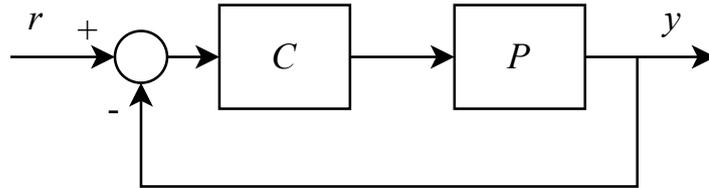
ou

$$|\delta P(s)| \geq |\delta P_i(s)|, s = j\omega, \omega > 0. \quad (3.5)$$

### 3.4 Estabilidade e robustez

Para verificar a estabilidade e a robustez, um sistema em malha fechada foi definido, o qual é mostrado na Figura 8.

Figura 8 – Sistema em malha fechada.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Onde  $P(s)$  é a planta e  $C(s)$  o controlador. Em uma condição suficiente de estabilidade robusta dada por (MORARI; ZAFIRIOU, 1989) considerando o critério de Nyquist e incertezas do tipo não estruturadas aditivas:

$$|\Delta P(j\omega)| < \frac{|1 + C(j\omega)P_n(j\omega)|}{|C(j\omega)|}, \omega > 0. \quad (3.6)$$

O índice de robustez  $I_r$  é definido como o segundo termo de 3.6:

$$|\Delta P(j\omega)| < I_r(\omega) = \frac{|1 + C(j\omega)P_n(j\omega)|}{|C(j\omega)|}, \omega > 0. \quad (3.7)$$

Para incertezas não estruturadas, o índice de robustez  $i_r$  é dado por:

$$i_r(\omega) = \frac{|1 + C(j\omega)P_n(j\omega)|}{|C(j\omega)|}, \omega > 0, \quad (3.8)$$

e as condições suficientes de estabilidade robusta é dada por:

$$i_r(\omega) > |\delta P(j\omega)| = \frac{\Delta P(j\omega)}{P_n(j\omega)}, \omega > 0 \quad (3.9)$$

em que

$$i_r(\omega) = \frac{I_R(\omega)}{|P_n(\omega)|}. \quad (3.10)$$

A robustez  $i_r$  (ou  $I_R$ ) do sistema em malha fechada como apresentado depende do modelo e do controlador primário  $C$ . Se o controlador primário for projetado para obter respostas muito rápidas em malha fechada, o sistema terá um índice de robustez muito pequeno em altas frequências, onde existe mais incertezas de modelagem (TORRICO, 2007). Assim, o sistema pode se tornar instável com pequenos erros de modelagem.

### 3.5 Robustez alcançável do SDTC

Para este estudo, o seguinte modelo de processo nominal é considerado

$$P_n(s) = G_n(s)e^{-L_n s} = \frac{b}{s-a}e^{-L_n s}, \quad (3.11)$$

onde  $G_n(s)$  é o modelo sem atraso,  $b$  é um ganho,  $a$  é o polo do modelo e  $L_n$  é o tempo morto. O ganho de retroação é ajustado para obter o polo  $p_c$  de malha fechada desejado para

$$k = (a - p_c)/b. \quad (3.12)$$

Nesta análise, um filtro de primeira ordem

$$V(s) = \frac{b_1 s + b_2}{s - \alpha_c}, \quad (3.13)$$

é usado, onde  $b_1$  e  $b_2$  são os coeficientes do filtro e  $\alpha_c$  é um parâmetro de ajuste livre. Portanto, o filtro  $V(s)$  pode ser derivado das duas condições a seguir, conforme abordado em (TORRICO et al., 2018)

$$V(0) = k_r = k - a/b, \quad (3.14)$$

$$V(a) = ke^{L_n a}. \quad (3.15)$$

Depois de obter (3.13), (3.14) e (3.15),  $b_1$  e  $b_2$  são obtidos

$$b_2 = \left(\frac{a}{b} - k\right) \alpha_c, \quad (3.16)$$

$$b_1 = \frac{k(a - \alpha_c)e^{Lna} - b_2}{a}. \quad (3.17)$$

Como afirmado em [Torrice et al. \(2018\)](#), existe um compromisso entre desempenho e robustez. Portanto, para atingir a maior robustez possível, o limite dos parâmetros  $\alpha_c$  e  $p_c$  deve tender a zero, portanto, as seguintes equações são derivadas

$$\lim_{p_c, \alpha_c \rightarrow 0} V(s) = \frac{a}{b} e^{Lna}, \quad k = \frac{a}{b}. \quad (3.18)$$

Usando (2.19) e (3.18) a robustez alcançável para o SDTC é obtida

$$I_r(\omega) = \frac{w}{ae^{Lna}}, \quad \omega > 0. \quad (3.19)$$

Nos processos com tempo morto, a fonte mais crítica de incerteza é a relacionada ao atraso de tempo ([RICO; CAMACHO, 2007](#)). Assim, por simplicidade, a incerteza multiplicativa é dada por

$$\delta P(\omega) = \frac{|P(j\omega) - P_n(j\omega)|}{|P_n(j\omega)|} = \left| e^{-\delta L j\omega} - 1 \right|, \quad \omega > 0 \quad (3.20)$$

onde  $\delta L = L - L_n$  e  $L$  representa o atraso real do processo. Um limite superior de  $\delta P(\omega)$  pode ser definido como

$$\overline{\delta P}(\omega) = |\delta L| \omega \geq \delta P(\omega), \quad \omega > 0. \quad (3.21)$$

De acordo com (2.19), (3.19), e (3.21), pode ser obtida a seguinte condição de estabilidade de robustez

$$|\delta L| < \frac{1}{ae^{L_n a}} = \delta L_m, \quad (3.22)$$

onde  $\delta L_m$  representa o limite superior máximo da estimativa de erro de tempo morto que uma estrutura SDTC pode estabilizar.

A incerteza de atraso de tempo será agora definida como uma fração do limite máximo da estimativa de erro de tempo morto, de modo que

$$L = L_n + \lambda \cdot \delta L_m, \quad (3.23)$$

sendo  $0 \leq \lambda < 1$ .

Na literatura (SANZ; GARCÍA; ALBERTOS, 2018; WANG et al., 2016; KUMAR; NARAYANA, 2018), valores típicos para  $L$  estão entre 10% e 50%. Visando valores típicos de 30% ou mais, o  $\lambda$  proposto deve variar de 0,07 a 0,3. Esta variação permite tanto utilizar o maior percentual como reduzir e comparar com os utilizados nos outros trabalhos.

Neste SDTC toda a análise do sistema para o filtro de robustez é feita do domínio da frequência e somente depois transformada no domínio do tempo discreto para que a escolha do polo do filtro fique independente do tempo de amostragem. Então, para o filtro de robustez em sistemas de primeira ordem

$$V(z) = \frac{v_0 + v_1 z^{-1}}{1 - \alpha z^{-1}}, \quad (3.24)$$

$\alpha$  é definido como o polo em  $z$  e  $\alpha_c$  em  $s$ . O próximo capítulo apresenta a regra para propor o parâmetro de ajuste deste filtro de robustez.

## 4. REGRAS DE AJUSTE DO FILTRO DE ROBUSTEZ

Neste capítulo são apresentadas as estratégias para coleta de dados de simulação do controlador e posteriormente definida a regra de ajuste. Sendo o objetivo das simulações o ajuste do filtro de robustez. Primeiro são definidos os parâmetros de simulação para coleta de dados, em seguida são feitos diversos testes para escolha de um polinômio que satisfaça as condições de escolha do polo do filtro  $V(z)$ . Ao final é apresentado um modelo de redução para plantas de segunda ordem para que possa ser utilizada a regra proposta no modelo reduzido.

### 4.1 Definição das regras

As regras de ajuste propostas são obtidas através de várias simulações considerando o modelo de primeira ordem normalizado

$$P_n(s) = \frac{1}{s-1} e^{-L_n s}. \quad (4.1)$$

O principal objetivo das simulações é ajustar o filtro de robustez para vários cenários, ou seja, considerando diferentes tempos mortos nominais  $L_n$ , constantes de tempo de malha fechada desejada  $\tau_{cl} = 1/p_{cl}$  e limites superiores máximos  $\lambda$  com um valor desejado. Com base nos dados obtidos, é proposta uma nova abordagem para o ajuste do filtro de robustez, conforme detalhado nas etapas a seguir:

1. Defina os parâmetros  $L_n$ ,  $\tau_{cl}$  e  $\lambda$  no intervalo [0,2 a 1,5], [1,3 a 2] e [0,05 a 0,3], respectivamente. Estas faixas foram escolhidas para incluir os valores utilizados nos exemplos de plantas UFOPDT da literatura, incluindo valores de pequenos e longos atrasos, valores máximos de constante de tempo de malha fechada e de percentual de incerteza;

2. Escolha um ponto de dados  $(L_n, \tau_{cl}, \lambda)$  da etapa 1;
3. Determine o ganho de realimentação  $k = (1 - 1/\tau_{cl})$  para o rastreamento de referência desejado;
4. Variar gradualmente  $\alpha_c$  até que a distância mínima entre  $I_r(\omega)$  e  $\delta P(\omega)$  seja igual a  $2dB$  para obter uma margem de estabilidade robusta. Os parâmetros de filtro do numerador  $b_2$  e  $b_1$  são calculados através de (3.16) e (3.17), respectivamente;
5. Repita as etapas 2 a 4 até que o  $\alpha_c$  para todos os pontos de dados seja computado;

---

**Algoritmo 1:** Para montar o conjunto de dados

---

```

for (  $L_n = 0.2; L_n \leq 1.5; L_n = L_n + 0.1$  ) {
  for (  $\tau_{cl} = 0.2; \tau_{cl} \leq 2; L_n = L_n + 0.2$  ) {
    for (  $\lambda$  in [0.05, 0.08, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3] ) {
      determina  $k$  e  $k_r$ ;
      varia gradualmente  $\alpha_c$  até que  $I_r(\omega)$  e  $\delta P(\omega)$  seja de  $2dB$ ;
      armazena  $\alpha_c$ ;
    }
  }
}

```

---

6. Estimar uma função, usando regressão linear polinomial no conjunto de dados, com base no polinômio

$$\hat{\alpha}_c = p_0 \cdot L_n + p_1 \cdot \tau_{cl} + p_2 \cdot \lambda + p_3, \quad (4.2)$$

Os coeficientes do polinômio estimado da função são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Coeficientes da função polinomial estimada (4.2).

Coeficiente	Valor
$p_0$	1,2517
$p_1$	-1,2199
$p_2$	12,4692
$p_3$	-3,5003

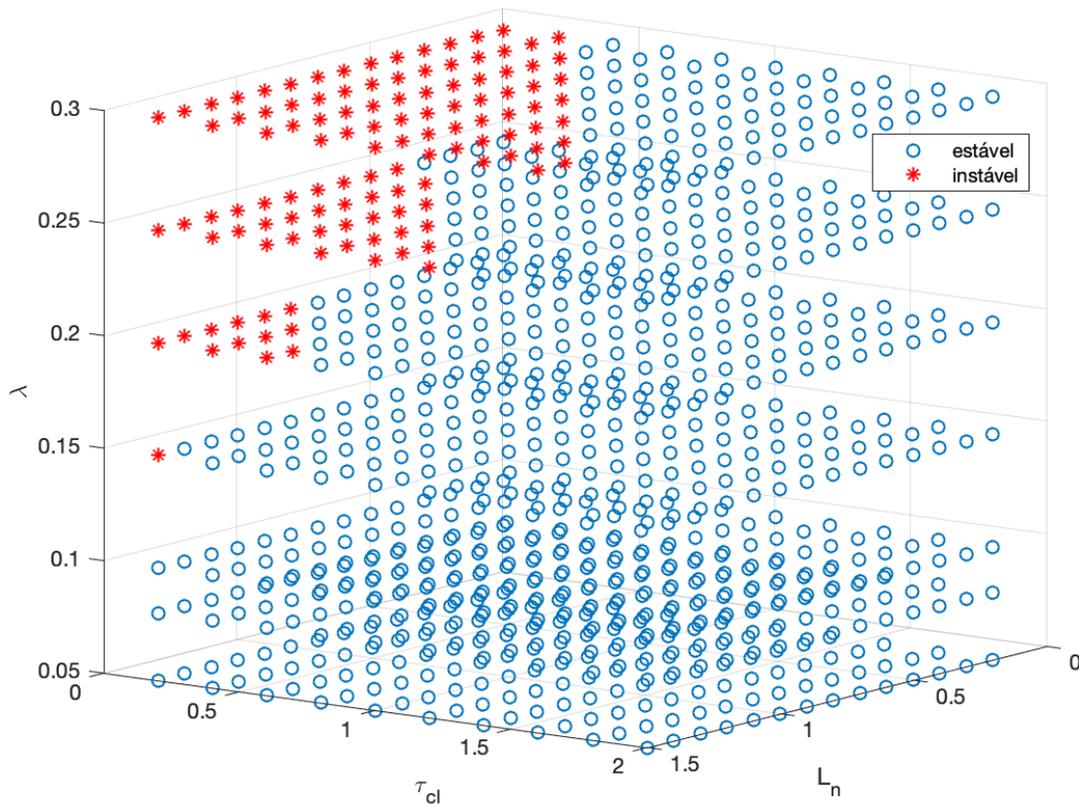
Fonte: Elaborada pela autora (2021).

7. Verifique a estabilidade de todas as soluções, testando  $\hat{\alpha}_c$  em simulações para a faixa completa de parâmetros. Os resultados estão detalhados na Figura 9, em que vermelho

e azul representam os casos instáveis e estáveis, respectivamente. A restrição instável é dada por

$$\lambda < 0,1 \cdot \tau_{cl} - 0,1 \cdot L_n + 0,3. \quad (4.3)$$

Figura 9 – Comparação entre os dados com resultados estáveis, em azul, e instáveis, em vermelho, de  $\hat{\alpha}_c$ .

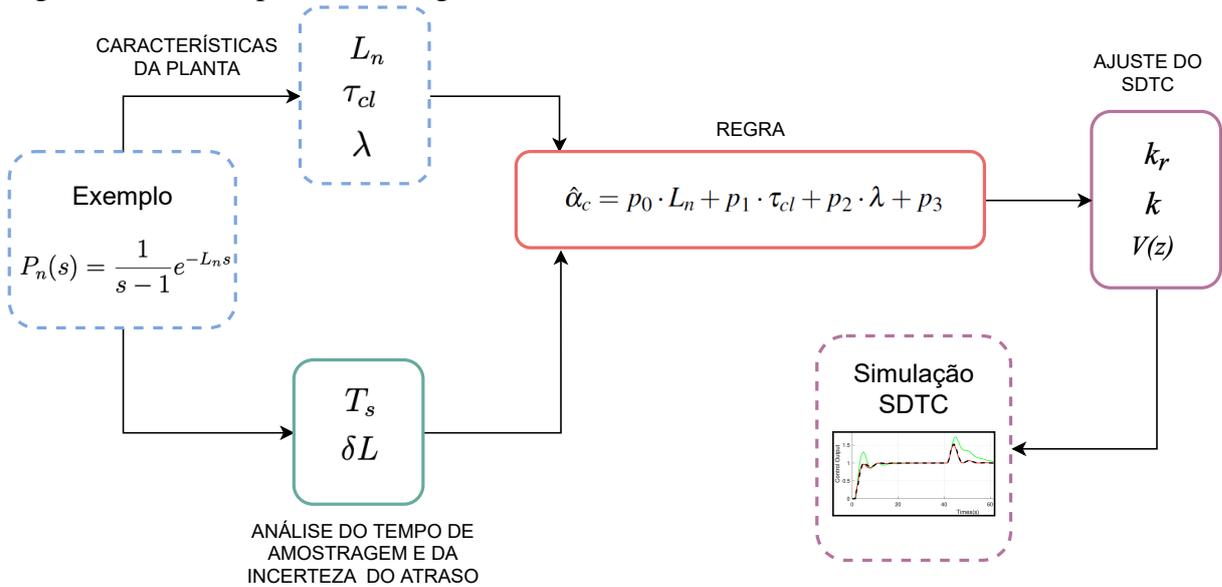


Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Os resultados de  $\hat{\alpha}_c$  simulados são vistos de forma distinta obedecendo a Equação 4.3. Analisando a Figura 9 pode ser aproximada uma reta que separa a parte instável da parte estável. Com esta separação foi possível definir a escolha do polinômio que define  $\hat{\alpha}_c$  na regra proposta.

Assim, em resumo, os passos para aplicação da regra é indicado na Figura 10.

Figura 10 – Passos para uso da regra.

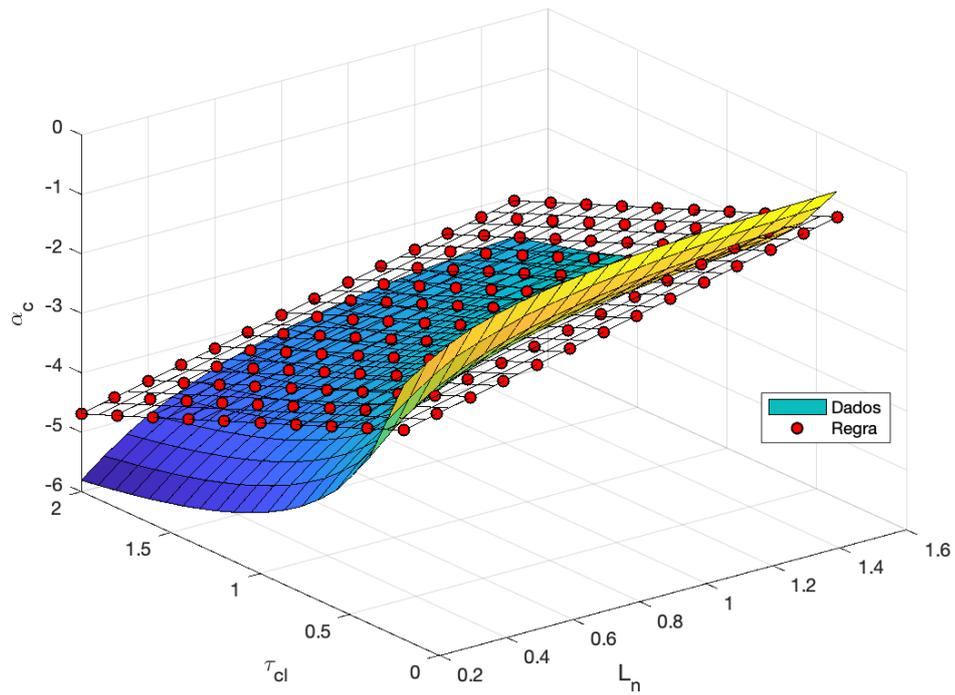


Fonte: Elaborado pela autora (2021).

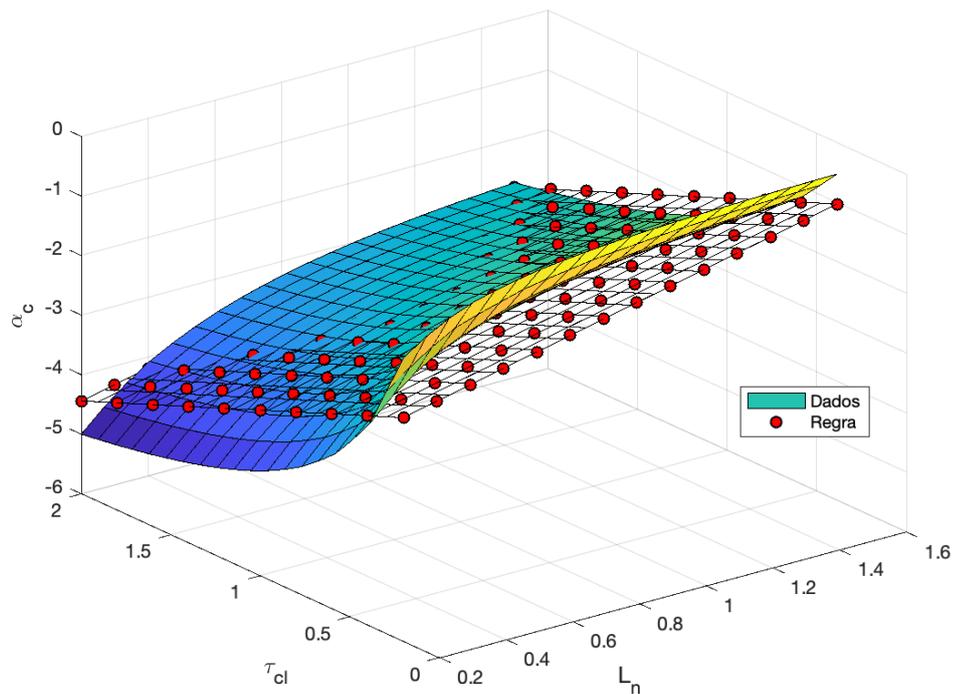
## 4.2 Validação da regra

De forma a validar a regra proposta, ela é comparada graficamente com o conjunto de dados. Como a regra é obtida de um conjunto de dados 4-D, portanto, para possibilitar a visualização em um gráfico 3-D, o parâmetro  $\lambda$  é fixado. A Figura 11 representa a comparação do ajuste do filtro com o método das etapas 2 a 5 e com a regra de ajuste, quando  $\lambda = 0,08$ . Os pontos vermelhos indicam os valores de  $\hat{\alpha}_c$  calculados de acordo com (4.2).

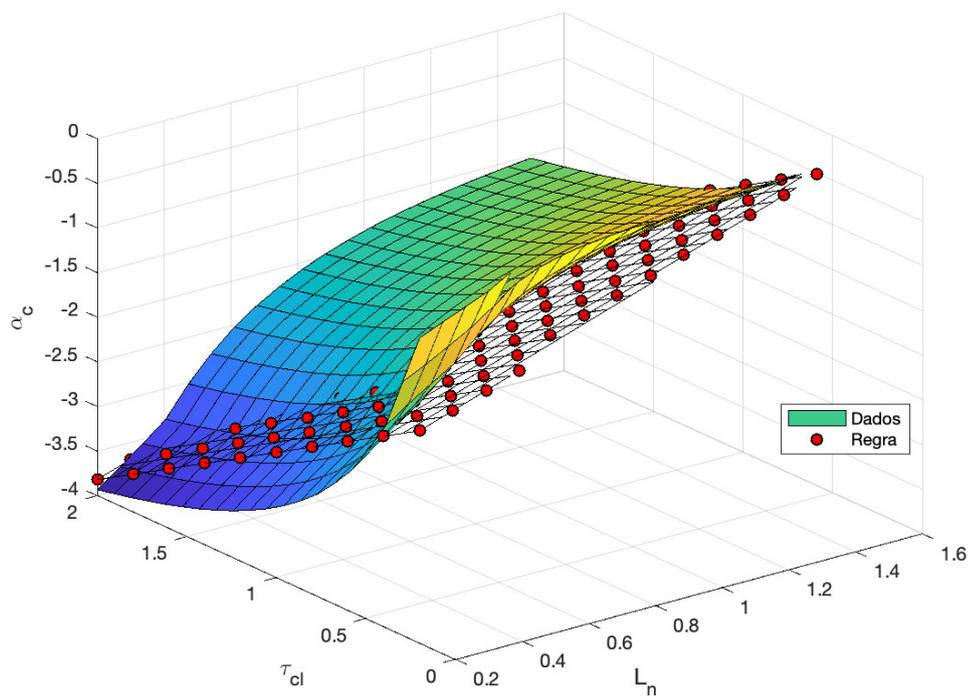
A Figura 12 apresenta a comparação gráfica entre os dados e a regra com  $\lambda = 0,1$ , na Figura 13  $\lambda = 0,15$ , na Figura 14  $\lambda = 0,2$ , na Figura 15  $\lambda = 0,25$  e na Figura 16  $\lambda = 0,3$ . Nota-se uma inclinação entre a superfície dos dados e o plano da regra de acordo com a variação de  $\lambda$ , mas ainda apresenta resultados próximos.

Figura 11 – Comparação entre os dados e a regra ( $\lambda = 0,08$ ).

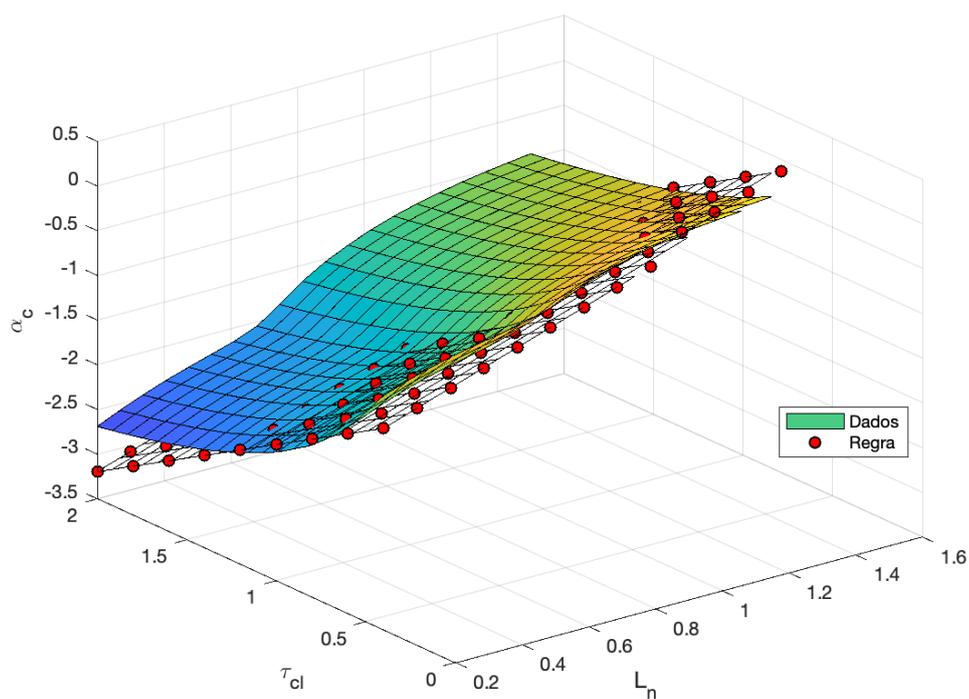
Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Figura 12 – Comparação entre os dados e a regra ( $\lambda = 0,1$ ).

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

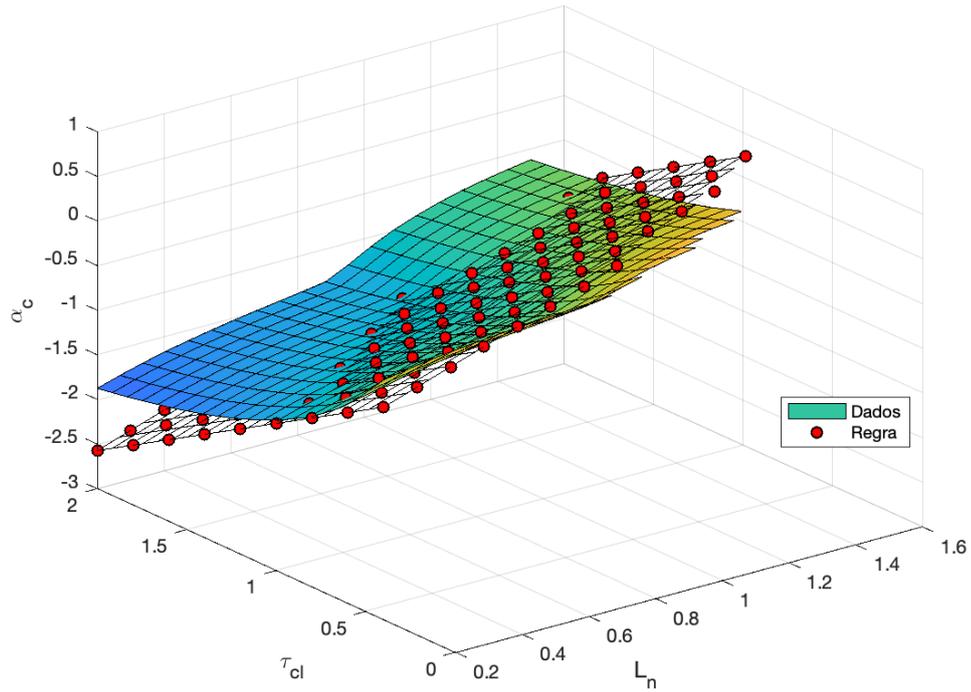
Figura 13 – Comparação entre os dados e a regra ( $\lambda = 0,15$ ).

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Figura 14 – Comparação entre os dados e a regra ( $\lambda = 0,2$ ).

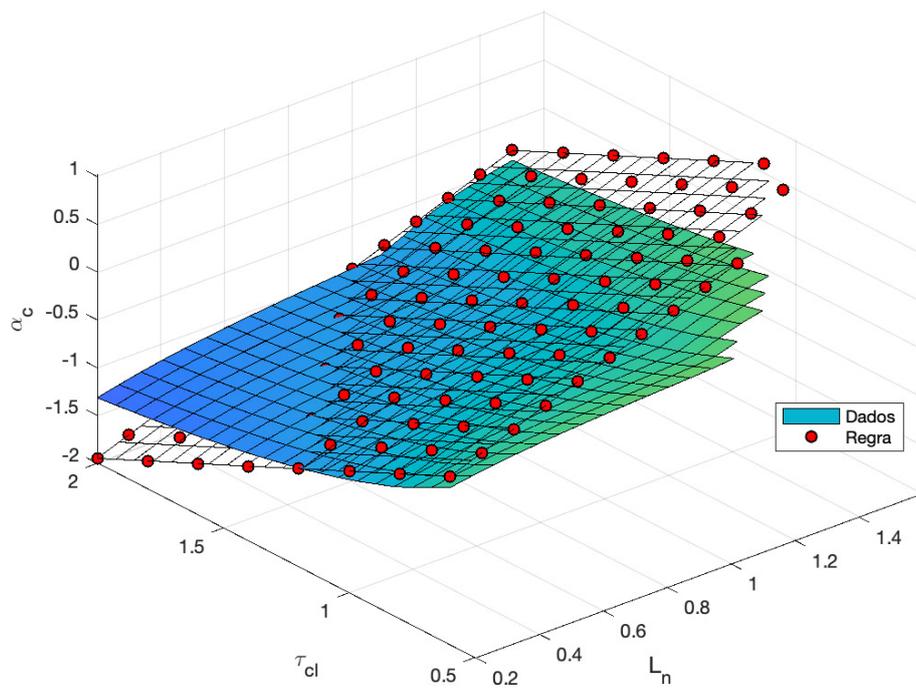
Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Figura 15 – Comparação entre os dados e a regra ( $\lambda = 0,25$ ).



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Figura 16 – Comparação entre os dados e a regra ( $\lambda = 0,3$ ).



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

As Figuras 11 a 16 ilustram uma comparação entre seis valores de  $\lambda$ . Vários testes foram realizados para validar esta regra e com os valores estabelecidos na Tabela 2, observa-se que as simulações apresentam resultados satisfatórios para a variação de atraso utilizada.

Como pode ser visto em (4.2), os dados são aproximados por uma função polinomial de primeira ordem. Uma aproximação de ordem mais alta poderia obter uma precisão melhor, mas com uma melhoria de desempenho muito pequena para justificar um polinômio bastante complexo.

Portanto, neste trabalho, o parâmetro de robustez estimado é dado por

$$\hat{\alpha}_c = p_0 \cdot L_n + p_1 \cdot \tau_{cl} + p_2 \cdot \lambda + p_3, \quad (4.4)$$

sendo  $\lambda < 0,1 \cdot \tau_{cl} - 0,1 \cdot L_n + 0,3$ , onde:

$$\begin{cases} 0,07 < \lambda < 0,3; \\ 1,3 < \tau_{cl} < 2; \\ 0,2 < L_n < 1,5. \end{cases} \quad (4.5)$$

A equação 4.5 apresenta a variação dos parâmetros utilizados na equação 4.4. Assim, é proposto o  $\hat{\alpha}_c$  do filtro de robustez para UFOPDT.

Para aplicar a regressão linear ao problema, foi utilizada a biblioteca python `scikit-learn`<sup>1</sup>. Inicialmente, foi gerada uma nova matriz de recursos que consiste em todas as combinações polinomiais dos recursos com menor grau ou igual ao especificado. Nos testes, foram definidos os graus 1, 2 e 3, mesmo se o grau 1 obtiver melhor resultado. Em seguida, o modelo de regressão linear foi treinado usando o conjunto de dados anteriormente. Como resultado, depois que o modelo foi treinado, obtém-se os coeficientes do modelo usando `regressionmodel.coef`, que é uma matriz de tuplas. Finalmente, `regressionmodel.intercept` contém um vetor com os rótulos (valores  $B_0$ , constante do componente da regressão linear) e é obtido do modelo linear.

<sup>1</sup> <https://scikit-learn.org/>

### 4.3 Análise para outras ordens do polinômio

Foram testados polinômios de grau um, dois e três durante a escolha da regra proposta. Após a regressão linear o polinômio de grau dois que atende aos dados é dado por:

$$\hat{\alpha}_c = p_0 \cdot L_n + p_1 \cdot \tau_{cl} + p_2 \cdot \lambda + p_3 \cdot L_n^2 + p_4 \cdot L_n \cdot Tc + p_5 \cdot L_n \cdot \lambda + p_6 \cdot \tau_{cl}^2 + p_7 \cdot \tau_{cl} \cdot \lambda + p_8 \cdot \lambda^2 + p_9. \quad (4.6)$$

Os coeficientes do polinômio estimado da função são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Coeficientes da função polinomial estimada (4.6).

Coeficiente	Valor
$p_0$	3,0804
$p_1$	-4,0714
$p_2$	32,3492
$p_3$	-0,8401
$p_4$	0,2997
$p_5$	4,4598
$p_6$	0,8255
$p_7$	4,3080
$p_8$	-57,0114
$p_9$	-4,2816

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Para o polinômio de grau três foi verificado o seguinte  $\alpha_c$

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_c = & p_0 \cdot L_n + p_1 \cdot Tc + p_2 \cdot dL + p_3 \cdot L_n^2 + p_4 \cdot L_n \cdot Tc l + p_5 \cdot L_n \cdot dL + p_6 \cdot Tc l^2 + \\ & + p_7 \cdot Tc l \cdot dL + p_8 \cdot \lambda^2 + p_9 \cdot L_n^3 + p_{10} \cdot L_n^2 \cdot Tc + p_{11} \cdot L_n^2 \cdot \lambda + p_{12} \cdot L_n \cdot Tc^2 \\ & + p_{13} \cdot L_n \cdot Tc l \cdot \lambda + p_{14} \cdot L_n \cdot \lambda^2 + p_{15} \cdot Tc l^3 + p_{16} \cdot Tc l^2 \cdot \lambda + p_{17} \cdot Tc l \cdot \lambda^2 + \\ & + p_{18} \cdot \lambda^3 + p_{19}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

e os coeficientes do polinômio estimado da função são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Coeficientes da função polinomial estimada (4.7).

<b>Coeficiente</b>	<b>Valor</b>
$p_0$	5,4370
$p_1$	-8,3372
$p_2$	54,2296
$p_3$	-3,6501
$p_4$	1,3563
$p_5$	-9,6168
$p_6$	3,6388
$p_7$	16,9034
$p_8$	-218,9136
$p_9$	0,4733
$p_{10}$	-0,0803
$p_{11}$	9,7750
$p_{12}$	-0,4365
$p_{13}$	0,6008
$p_{14}$	-33,4779
$p_{15}$	-0,5858
$p_{16}$	-2,7702
$p_{17}$	-18,9769
$p_{18}$	372,2607
$p_{19}$	-4,6749

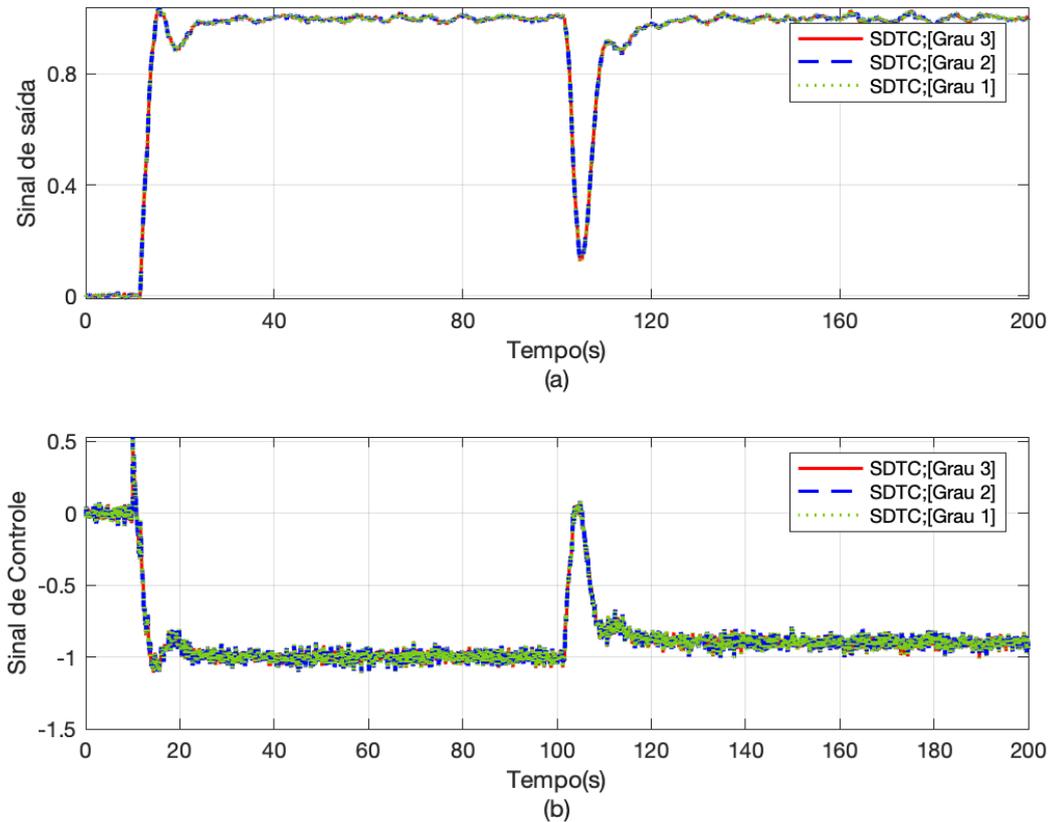
Fonte: Elaborado pela autora (2021).

O polinômio de segunda ordem tem 10 coeficientes e o de terceira ordem tem 20. A comparação entre esses polinômios e o polinômio escolhido para a regra é vista na Figura 17. Em vermelho contínuo, a resposta do SDTC utilizando o polinômio de grau 3 da equação 4.7, em azul tracejado, o polinômio de grau 2 da equação 4.6 e, em verde pontilhado, a regra proposta com grau 1 da equação 4.2.

Para comparação dos polinômios foi utilizada uma das plantas dos exemplos do Capítulo 6 com atraso de 1,5s

$$P_n(s) = \frac{1}{s-1} e^{-1,5s}. \quad (4.8)$$

Figura 17 – Comparação entre os polinômios para escolha da regra.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

O resultado com os três polinômios foram próximos sendo escolhido o polinômio de grau 1 com o menor número de coeficientes, fazendo assim a regra ficar mais simples no momento da implementação pela quantidade de termos utilizados.

#### 4.4 Redução de modelo para uso da regra

Um modelo de redução para plantas de segunda ordem é descrito para utilização da regra proposta. A seguir é apresentada a descrição de redução para plantas de segunda ordem com um polo instável e validado em um exemplo da literatura.

Um processo instável pode ser representado como

$$P(s) = \frac{\mu}{q(s)} e^{-\theta_0 s}. \quad (4.9)$$

onde,

$$q(s) = (\tau_\mu s - 1) \prod_{k=1}^n (\tau_k s + 1). \quad (4.10)$$

Sendo  $\tau_k (k = 1, 2, \dots, n)$  constantes de tempo do modelo,  $\mu$  o ganho do processo e  $\theta_0$  o tempo morto do modelo. O denominador do polinômio  $q(s)$ , dependendo do tipo de processo, pode ser uma combinação de polinômios estáveis, instáveis e integradores. Para o processo  $P(s)$  instável, presume-se que um modelo UFOPDT pode adequadamente aproximá-lo por

$$P(s) = \frac{\mu}{\tau s - 1} e^{-\theta s}. \quad (4.11)$$

Para os processos instáveis sendo considerados apenas um polo instável, a constante de tempo instável tem a maior influência na dinâmica do processo, enquanto as constantes de tempo estáveis têm pouca influência sobre ele. Consequentemente, as constantes de tempo estáveis podem ser desprezadas.

Usando a aproximação de Taylor a transformada de Laplace de primeira ordem com tempo morto L (SKOGESTAD, 2003):

$$e^{-Ls} = \frac{1}{e^{Ls}} \approx \frac{1}{Ls + 1}, \quad (4.12)$$

Pode-se observar que uma pequena constante de tempo pode ser aproximada como um tempo morto. Em um procedimento de redução de modelo, o ganho do processo  $\mu$  não muda, apenas os valores do tempo morto e as constantes de tempo mudam (ASTRÖM; HÄGGLUND, 2006).

Agora considerando apenas as constantes de tempo desprezada do processo de ordem elevada como

$$m(s) = \prod_{k=1}^n (\tau_k s + 1), \quad (4.13)$$

a expressão pode ser derivada como:

$$\frac{e^{-\theta_0 s}}{m(s)} \approx e^{-(\theta_0 + \tau_1 + \dots + \tau_n)s}. \quad (4.14)$$

Assim, a constante de tempo resultante e o tempo morto do modelo UFOPDT são

$$\tau = \tau_u \quad (4.15)$$

$$\theta = \theta_0 + \sum_{k=1}^n \tau_k. \quad (4.16)$$

Um processo real instável presente na literatura com a maior relação entre tempo morto e constante de tempo é apresentado em (GARCÍA; ALBERTOS, 2008), onde o tempo morto é 1,5 vezes maior que a constante de tempo. Portanto, para processos que respeitam esta relação, o método de redução do modelo apresentado acima tem se mostrado eficaz e validado em simulações.

#### 4.4.1 Exemplo de redução de modelo

Considere o processo SOPDT instável estudado em (LIU; ZHANG; GU, 2005; SHAM-SUZZOHA; LEE, 2009; FU; TAN, 2017)

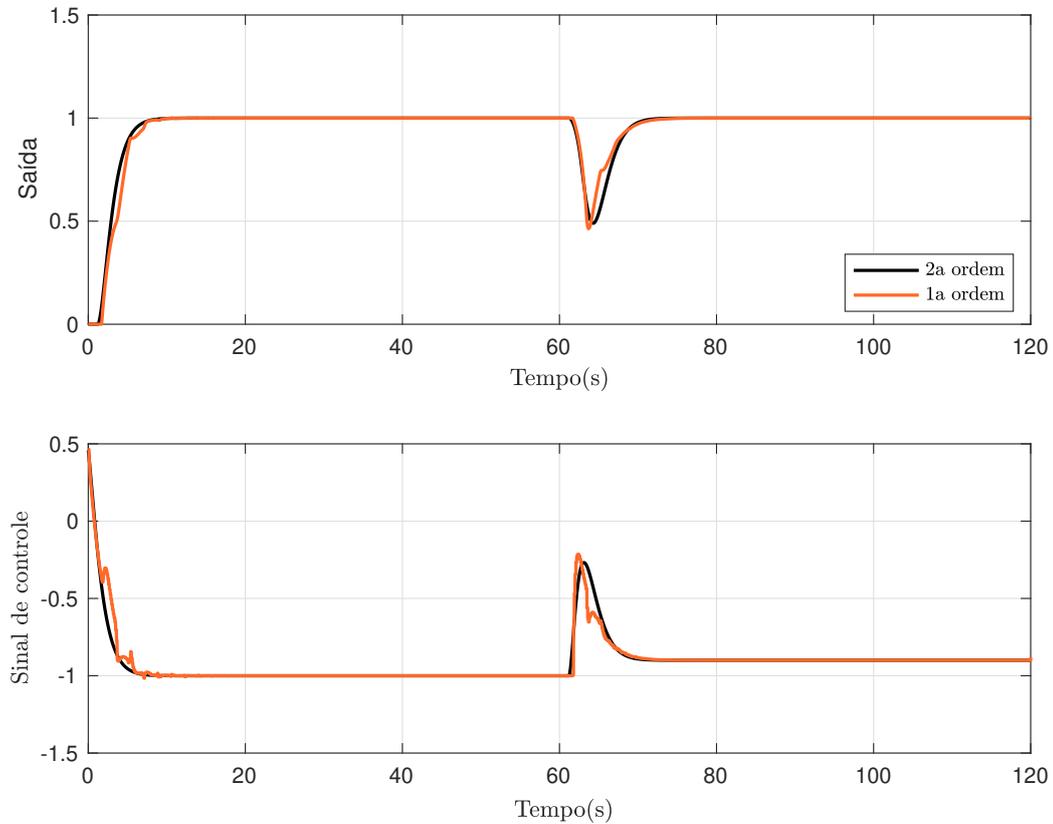
$$P(s) = \frac{1}{(s-1)(0,5s+1)} e^{-1,2s}. \quad (4.17)$$

Para a utilização da regra proposta é feita a redução do modelo da equação 4.11 conforme equação 4.15 e 4.16

$$P_r(s) = \frac{1}{(s-1)} e^{-1,7s}. \quad (4.18)$$

A Figura 18 apresenta o sinal de saída e o sinal de controle para o modelo da equação 4.17 e seu modelo reduzido  $P_r$  na equação 4.18 utilizando o SDTC. Para o modelo de segunda ordem foi utilizado o SDTC para plantas desta ordem proposto em (TORRICO et al., 2018), a estrutura do SDTC para plantas de segunda ordem é descrita no Apêndice A. Para o modelo reduzido foi utilizada a regra proposta neste trabalho para encontrar o polo do filtro de robustez. Uma mudança de passo unitário no seguimento de referência começa em  $t = 0$  s e um distúrbio de magnitude  $-0,1$  foi introduzido em  $t = 60$  s.

Figura 18 – Sinal de saída e de controle utilizando o SDTC para comparar o modelo da planta e seu modelo reduzido.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

O modelo de 2ª ordem no tempo discreto  $P_n(z)$  é obtido usando um tempo de amostragem de  $T_s = 0,1s$  dado por

$$P_n(z) = \frac{0,0097(z + 0,9672)}{(z - 1,105)(z - 0,8187)} e^{-12s}. \quad (4.19)$$

A fim de obter o rápido ajuste do segmento de referência, o controlador primário foi sintonizado com  $F_1(z) = 0,04861z^{-1}$ ,  $F_2(z) = 6,304 - 4,798z^{-1}$ , e  $K_r = 0,4579$ . Rejeição de perturbação rápida é dado por

$$V(z) = \frac{13,55 - 24,582z^{-1} + 11,05z^{-2}}{1 - 1,7z^{-1} + 0,7225z^{-2}}. \quad (4.20)$$

Para o modelo reduzido,  $P_n(z)$  é obtido utilizando o mesmo tempo de amostragem de  $T_s = 0,1s$

$$P_n(z) = \frac{0,1052}{(z - 1,105)} e^{-17s}. \quad (4.21)$$

O controlador primário é ajustado para o UFOPDT com  $k = 1,463$  e  $k_r = 0,4637$  e o para o filtro de robustez utilizando a regra 4.2,  $\hat{\alpha}_c = -3,8123$ ,  $\alpha = 0,6830$  e

$$V(z) = \frac{30,762 - 30,62z^{-1}}{1 - 0,683z^{-1}}. \quad (4.22)$$

Fazendo a comparação entre as saídas da Figura 18 e analisando tanto o segmento de referência como a rejeição a perturbação é possível verificar a eficiência do método de redução utilizado. Assim, a regra proposta para ajuste de parâmetro do filtro de robustez do SDTC para UFOPDT pode ser utilizada em plantas de segunda ordem com um polo instável fazendo a redução do modelo.

## 5. ANÁLISE DO TEMPO DE AMOSTRAGEM

Neste Capítulo é apresentada uma análise gráfica de escolha do tempo de amostragem. São apresentados dois exemplos com tempo morto e tempo de amostragem distintos para comparação e validação. Os exemplos foram escolhidos de forma a atender os limites de atrasos, sendo um considerado grande de 1,5 s e outro considerado pequeno de 0,2 s. Esta análise auxilia na implementação prática do controlador sem afetar significativamente o desempenho e a robustez do sistema de controle.

### 5.1 Escolha do período de amostragem

Sabe-se que a escolha do período de amostragem  $T_s$  tem um efeito significativo no desempenho e na robustez de um sistema de controle (TORRICO; NORMEY-RICO, 2005). Da perspectiva da implementação, é interessante escolher o maior tempo de amostragem possível sem comprometer a robustez e o desempenho. Como a implementação dos DTC está no domínio do tempo discreto, tempos de amostragem mais altos implicam algoritmos de controle mais simples. Por exemplo, ter um sistema DTC de malha fechada com um atraso de  $L_n = 1,0$  s e um tempo de amostragem de  $T_s = 0.01$  s significaria que pelo menos 100 amostras teriam que ser armazenadas para calcular o sinal de controle em cada tempo de amostragem.

Portanto, a escolha do tempo de amostragem é realizada pela análise gráfica como feito em (TORRICO, 2003). Neste trabalho a análise é realizada para modelos de UFOPDT, que considera o seguinte modelo normalizado

$$P(s) = \frac{1}{s-1} e^{-Ls}. \quad (5.1)$$

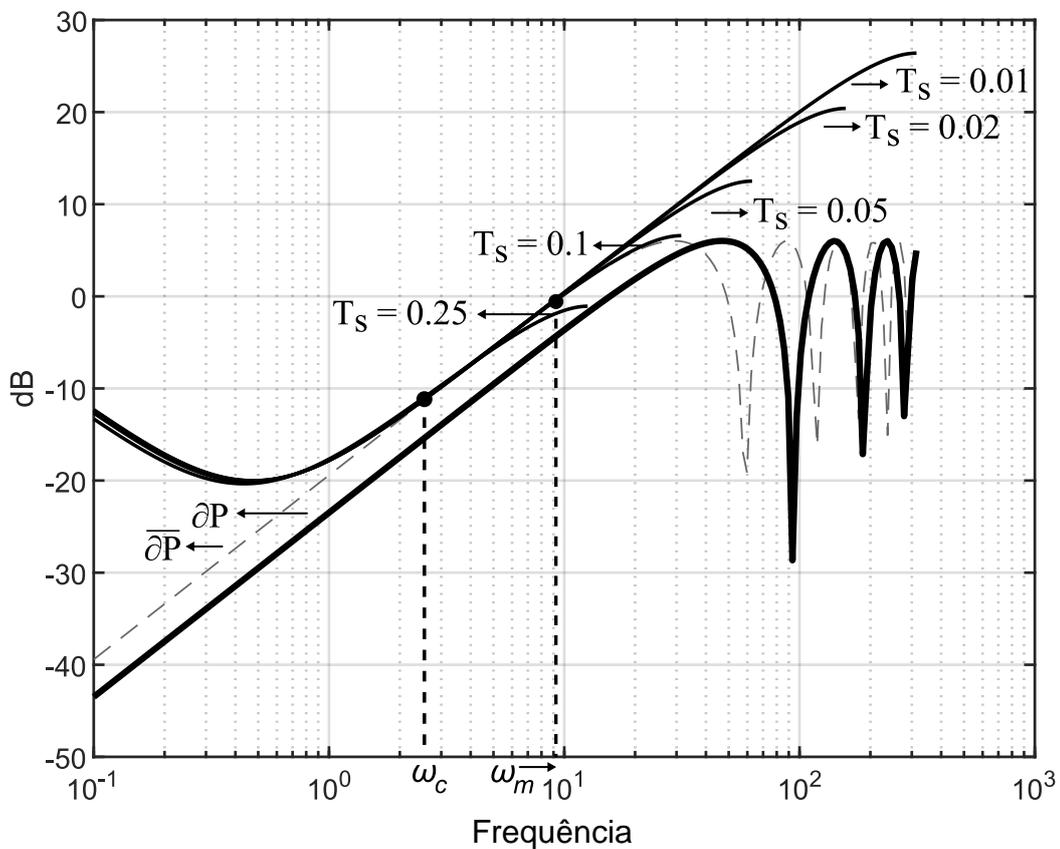
A análise gráfica do tempo de amostragem é realizada nos limites do intervalo de tempo

morto definido no Capítulo 4, que são  $L = 1,5$  e  $L = 0,2$ , respectivamente.

## 5.2 Análise para $L = 1,5$

Inicialmente, o controlador SDTC é projetado usando a regra de ajuste de (4.2) no Capítulo 4. Assim, a constante de tempo em malha fechada é escolhida:  $\tau_{cl} = 2$ , resultando  $\hat{\alpha}_c = -0,3219$ . Esta proposta considera uma incerteza de atraso de 30% em comparação com a robustez máxima alcançável (ver (3.22)), o que significa  $\lambda = 0,3$ . Em segundo lugar, um controlador de tempo discreto equivalente é projetado para o conjunto de tempos de amostragem  $T_s = 0,01, 0,02, 0,03, 0,05, 0,1, 0,25$  que são submúltiplos de  $L$ . Finalmente, na Figura 19 são plotadas a incerteza multiplicativa, o índice de robustez considerando diferentes tempos de amostragem e a menor incerteza multiplicativa em tempo morto  $\overline{\delta P}$  que viola a condição de estabilidade da robustez (3.21) para o conjunto de tempos de amostragem.

Figura 19 – Índices de robustez para o sistema (5.1) com  $L = 1,5$ .



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

A frequência crítica,  $\omega_c$ , é definida pelo ponto em que  $\overline{\delta P}$  viola a condição de estabilidade da robustez. Como pode ser visto,  $\overline{\delta P}$  viola a condição de estabilidade da robustez na frequência  $\omega_c$ , exceto  $T_s = 0,25$ , cuja robustez foi violada com menor incerteza que  $\overline{\delta P}$ .

Como esperado, as curvas do índice de robustez apresentam o mesmo ganho em médias e baixas frequências. No entanto, há uma redução de ganho próxima à frequência  $\pi/T_s$ . Esse comportamento, na prática, não compromete a robustez alcançável para o conjunto de controladores e tempos de amostragem, apenas o controlador com  $T_s = 0,25$  apresentou uma redução de robustez alcançável.

Além disso, é importante destacar que a menor frequência em que  $\overline{\delta P}$  atinge o ganho máximo é  $\omega_m = \pi/\delta L_m$ , assim, através de uma análise gráfica da Figura 19, pode-se observar que o tempo de amostragem deve obedecer à seguinte condição

$$\frac{\pi}{T_s} > \frac{\pi}{\delta L_m}, \quad (5.2)$$

que é equivalente a

$$T_s < \delta L_m = 0,1069. \quad (5.3)$$

Portanto, a escolha final do tempo de amostragem deve satisfazer (5.3) e  $T_s$  deve ser um submúltiplo de  $L$ . A partir dessa análise, a melhor opção é  $T_s = 0,1$ , de acordo com a análise gráfica. Posteriormente, uma análise semelhante é realizada para  $L = 0,2$ .

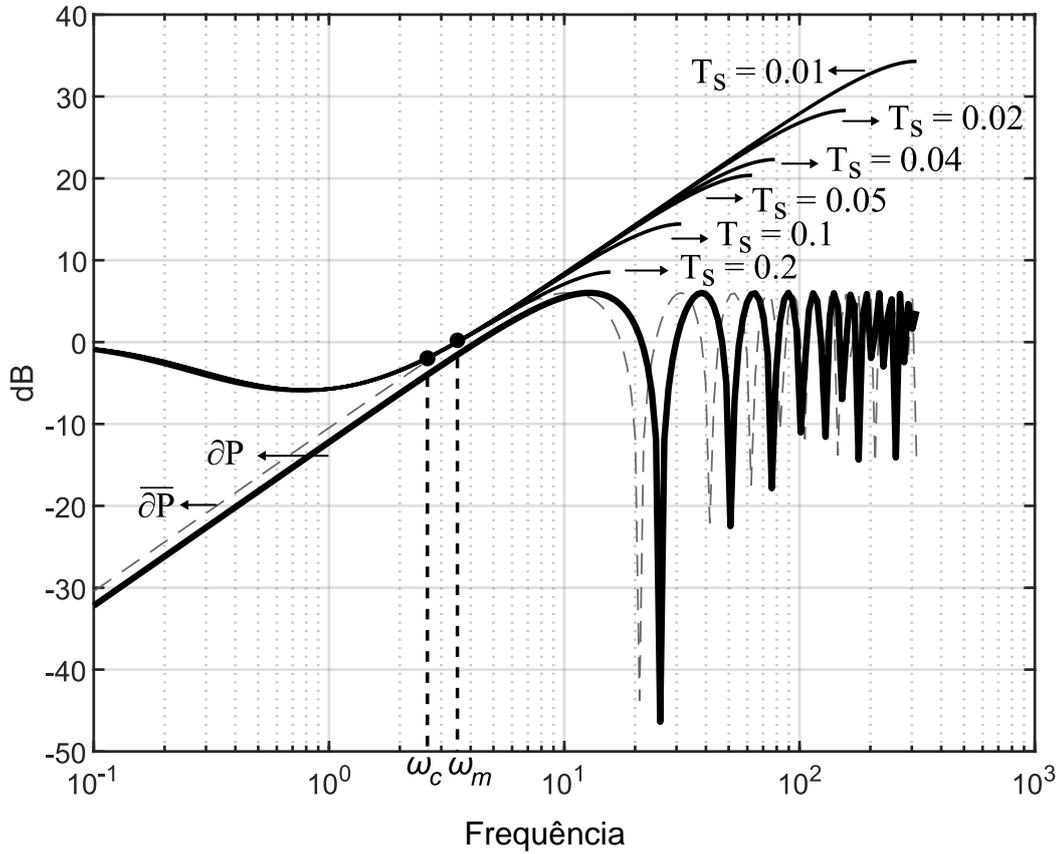
### 5.3 Análise para $L = 0,2$

Nesse caso, o polo de malha fechada do SDTC é o mesmo que no exemplo anterior ( $\tau_{cl} = 2$ ); em seguida, usando a equação (4.2), o polo de filtro é calculado como  $\hat{\alpha}_c = -1,0952$ .

Para realizar a análise, são escolhidos controladores de tempo discreto equivalentes, considerando os  $T_s = 0,01, 0,02, 0,04, 0,05, 0,1, 0,2$ . Na Figura 20 são plotados  $\delta P$  considerando 30% de incerteza ( $\lambda = 0,3$ ), a robustez máxima alcançável,  $\overline{\delta P}$  e o índice de robustez

para o conjunto de tempos de amostragem. Conforme evidenciado na Figura 20, o controlador proposto possui a mesma robustez possível para todos os tempos de amostragem.

Figura 20 – Índices de robustez para o sistema (5.1) com  $L = 0.2$ .



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Seguindo a condição estabelecida por (5.3), nesse caso, a condição seria

$$T_s < \delta L_m = 0.3006. \quad (5.4)$$

Usando essa condição, pode-se pensar em adotar um  $T_s$  maior que o tempo morto nominal de 0,2. No entanto, não é razoável inserir mais incertezas no processo devido ao tempo de amostragem escolhido. Por esse motivo, uma regra geral é definida a seguir

$$T_s < \min(\delta L_m, L). \quad (5.5)$$

Assim, a escolha do tempo de amostragem proposto é baseada na Equação (5.5) e na análise gráfica robusta dos dois casos. Esta escolha permite uma forma simples e que exige menos custo computacional na implementação e garante a estabilidade robusta do sistema.

## 6. RESULTADOS SIMULADOS

Neste Capítulo, para validar as regras de ajuste, exemplos comparativos comumente usados na literatura considerando os processos da UFOPDT são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Comparação dos exemplos simulados

Exemplo	$P_n(s)$	$P'_n(s)$ normalizado	$\tau_{CL}$ [s]	L	$\delta L$ (%)	$\delta L_{max}$
1	$\frac{1}{s-1}e^{-1,5s}$	–	2,01	1,5	5	0,2231
2	$\frac{1}{s-1}e^{-1,2s}$	–	1,303	1,2	10	0,3012
3	$\frac{1}{s-1}e^{-0,5s}$	–	1,303	0,5	20 e 50	0,6065
4	$\frac{3,433}{103,1s-1}e^{-20s}$	$\frac{3,433}{s-1}e^{-0,194s}$	0,2008	0,2	30	0,8237

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Para obter uma resposta de rejeição de perturbação mais rápida que a dinâmica de malha aberta, o filtro de robustez foi ajustado de acordo com a regra presente em (4.2) e o tempo de amostragem foi escolhido conforme apresentado no Capítulo 5.

Para todos os exemplos, foram calculados índices de desempenho usualmente utilizados em processos de controle. Os índices de desempenho Erro Integral Absoluto (IAE), Variação Total (TV) (SKOGESTAD, 2003) e a função de custo J (HUBA, 2013) para todos os exemplos são calculados apenas para a resposta de rejeição de perturbação de entrada e apresentados nas Tabelas 10 e 11. Esses índices são definidos como segue:

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt, \quad (6.1)$$

onde  $e$  é o erro em relação a saída e a referência.

$$\text{TV} = \sum_{i=1}^{\infty} |u_{i+1} - u_i|, \quad (6.2)$$

$$J = J_1 + J_2, \quad (6.3)$$

onde

$$J_1 = \text{IAE} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} |y_{i+1} - y_i|, \quad (6.4)$$

$$J_2 = \text{IAE} \cdot \left( \sum_{i=1}^{\infty} |u_{i+1} - u_i| - |2u_m - u_{\infty} - u_0| \right), \quad (6.5)$$

sendo  $y_{i+1}$  e  $y_i$  saídas do processo em  $i - 1$  e  $i$  instantes anterior e atual respectivamente. O  $u_0$  é o valor inicial,  $u_{\infty}$  é o valor final e  $u_m$  é o valor mais extremo do sinal de controle.

## 6.1 Exemplo 1

O controlador proposto é comparado com um estudado recentemente em [Sanz, García e Albertos \(2018\)](#), que consiste em uma generalização de SP. O modelo usado para simulações é o primeiro apresentado na Tabela 5, como

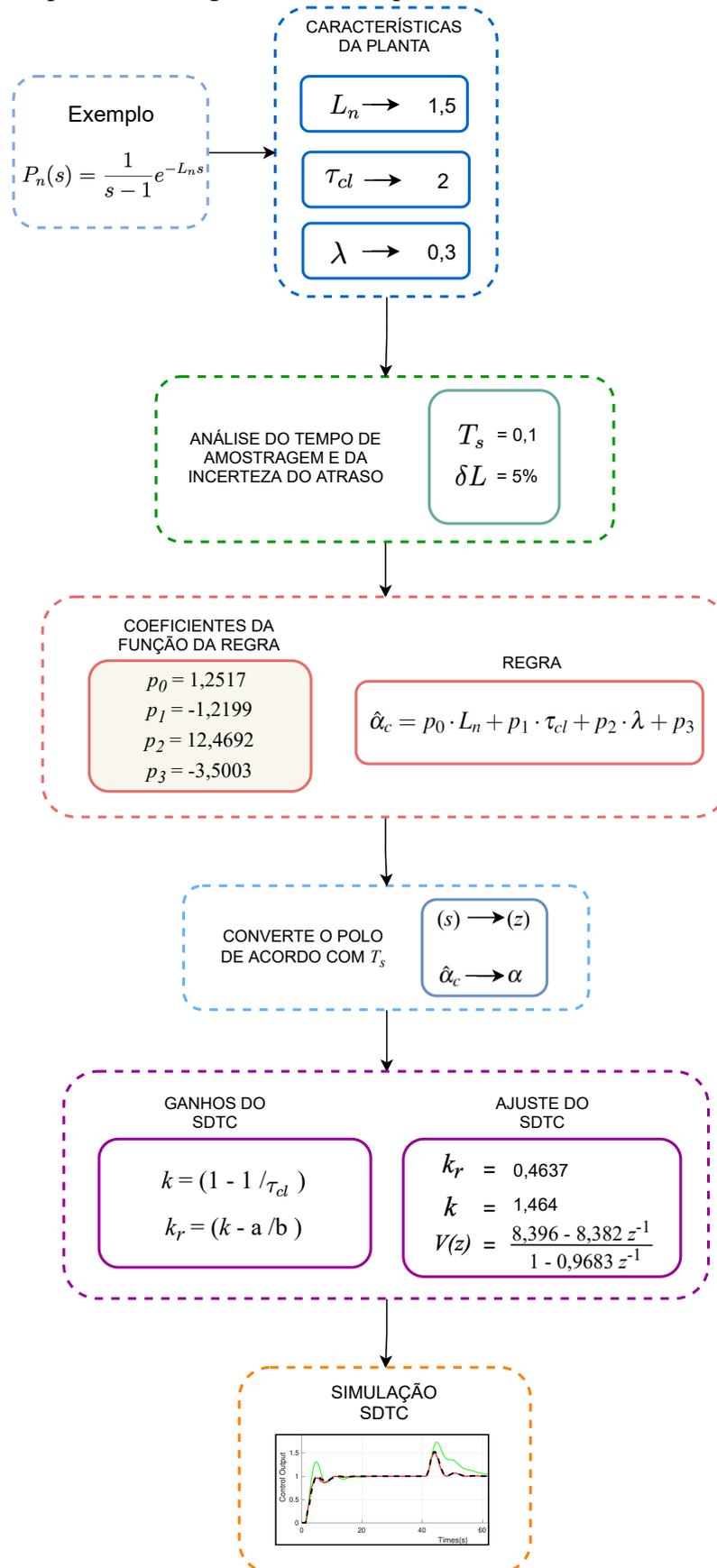
$$P_n(s) = \frac{1}{s-1} e^{-1,5s}. \quad (6.6)$$

Este sistema é considerado um desafio devido ao seu longo atraso ([SANZ; GARCÍA; ALBERTOS, 2018](#); [WANG HAN-QIN ZHOU; ZHANG, 2004](#)).

O SDTC é ajustado de acordo com as regras propostas para  $\lambda = 0,3$ . Para comparar a análise do tempo de amostragem descrita no Capítulo 5, será utilizado o tempo de amostragem fornecido por [Sanz, García e Albertos \(2018\)](#),  $T_s = 0,01$  s, e o alcançado pela estratégia proposta,  $T_s = 0,1$  s.

Os passos com análise de  $T_s$ , uso da regra para achar o polo de  $V(s)$ , conversão para  $V(z)$  e justes do SDTC para simulação deste exemplo são vistos na Figura 21.

Figura 21 – Passos para uso da regra com o exemplo 1.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

O modelo discreto obtido e os parâmetros do controlador para cada tempo de amostragem estão listados na Tabela 6. Para todos os exemplos, os ganhos  $k$  e  $k_r$  foram calculados de acordo com (2.21) e (2.22), respectivamente. O parâmetro do filtro de robustez  $\hat{\alpha}_c$  foi obtido usando (4.2).

Tabela 6 – Parâmetros do controlador para o exemplo 1.

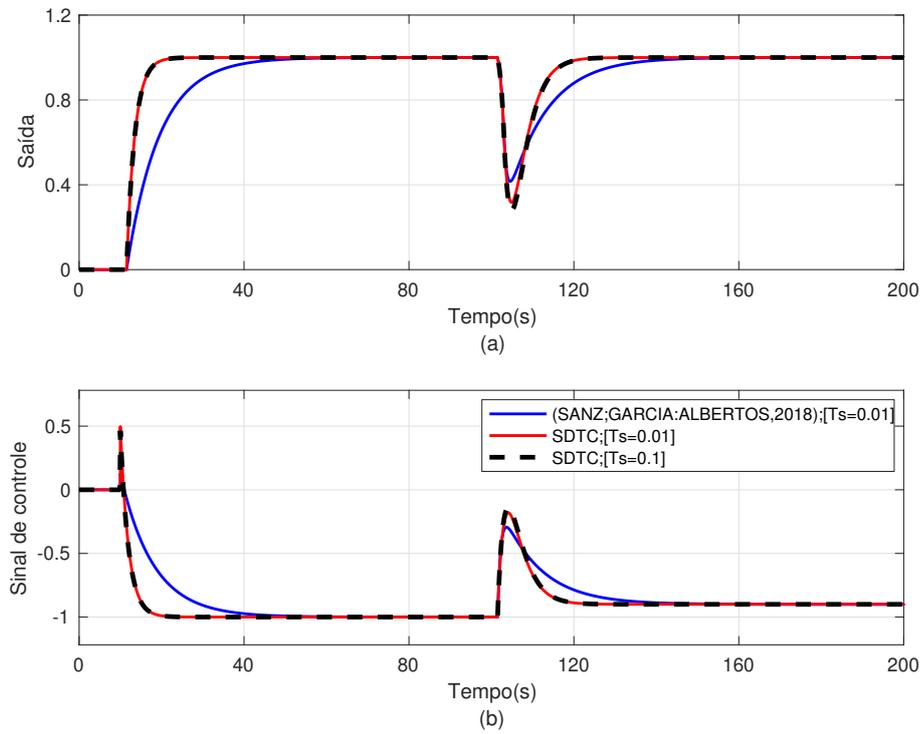
	$T_s = 0,01$	$T_s = 0,1$
$P_n(z)$	$\frac{0,01005}{z-1,01}z^{-150}$	$\frac{0,1052}{z-1,105}z^{-15}$
$k$	1,496	1,464
$k_r$	0,4963	0,4637
$V(z)$	$\frac{8,692-8,69z^{-1}}{1-0,9968z^{-1}}$	$\frac{8,396-8,382z^{-1}}{1-0,9683z^{-1}}$

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

A Figura 22 apresenta os resultados para o caso nominal e a Figura 23 para o caso com incerteza. As simulações mostram a resposta do controlador proposto usando os dois tempos de amostragem,  $T_s = 0,01$  s e  $T_s = 0,1$  s, em comparação com a resposta do controlador da referência (SANZ; GARCÍA; ALBERTOS, 2018).

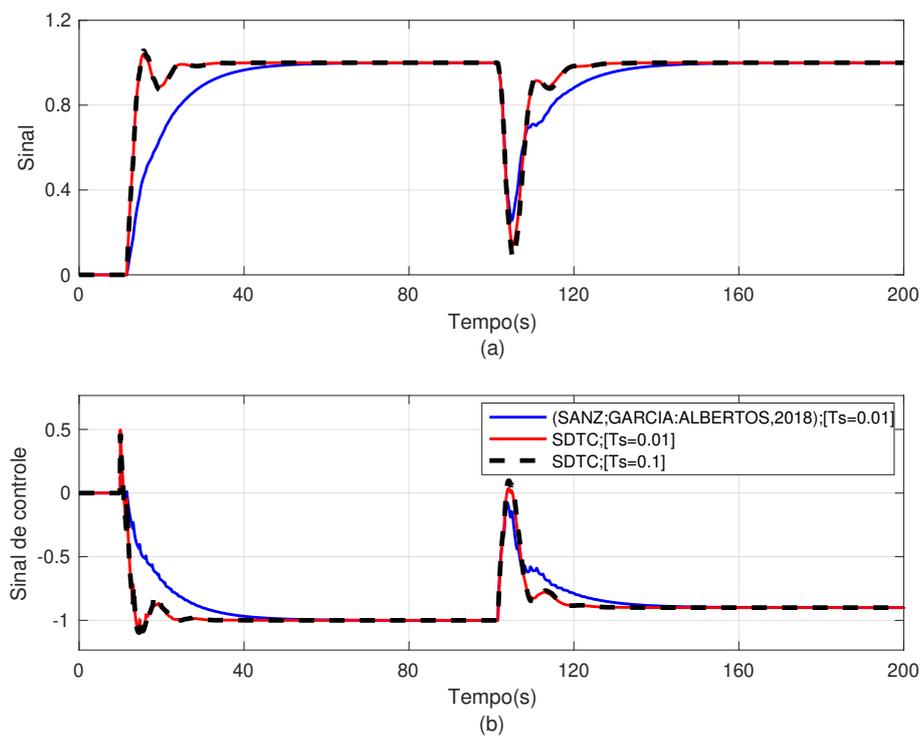
Uma mudança de passo da unidade é aplicada no tempo  $t = 10$  s e uma perturbação negativa de carga constante de magnitude 0,1 foi adicionada ao sinal de controle no momento  $t = 100$  s.

Figura 22 – Exemplo 1: resposta nominal em malha fechada.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

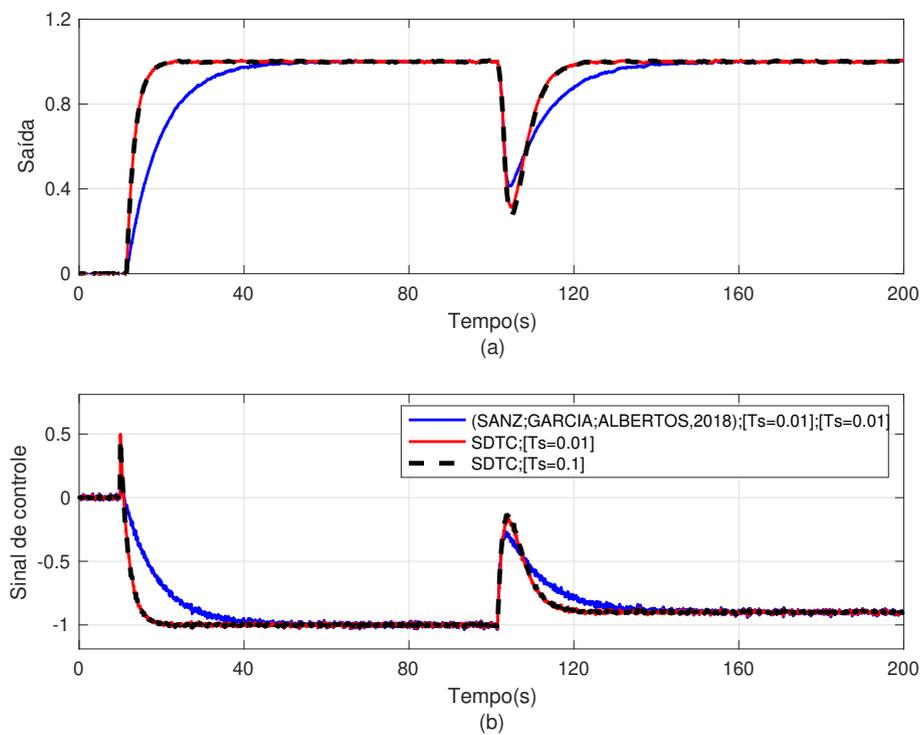
Figura 23 – Exemplo 1: resposta com perturbação em malha fechada.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

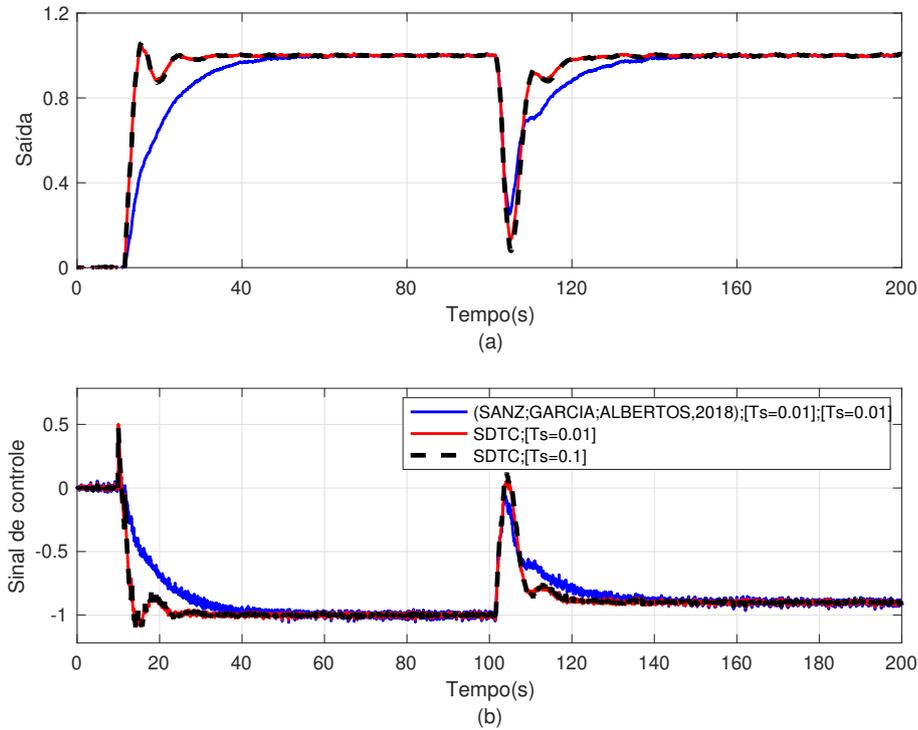
As Figuras 24 e 25 apresentam a saída e o sinal de controle para o caso nominal e perturbado, respectivamente, com adição de ruído de medição.

Figura 24 – Exemplo 1: resposta nominal em malha fechada com ruído.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Figura 25 – Exemplo 1: resposta com perturbação em malha fechada com ruído.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

É importante mencionar que a resposta do SDTC para o caso com incerteza mostrada na Figura 23 é obtida fazendo  $\lambda = 0,3$ . Observe que essa incerteza é maior que a mostrada em (SANZ; GARCÍA; ALBERTOS, 2018). Mesmo assim, o SDTC para ambos os casos alcança melhores índices de desempenho, como pode ser visto nas Tabelas 10 e 11. Além disso, usando  $T_s = 0,01$  s ou  $T_s = 0,1$  s, o SDTC obtém respostas semelhantes. Isso permite usar um tempo de amostragem maior sem comprometer o desempenho.

## 6.2 Exemplo 2

Considerando o seguinte exemplo (KUMAR; NARAYANA, 2018)

$$P_n(s) = \frac{1}{s-1} e^{-1,2s}. \quad (6.7)$$

O modelo discreto do processo e os parâmetros do controlador com tempo de amostragem  $T_s = 0,1$  s e  $T_s = 0,01$  s usando  $\lambda = 0,3$  são dados na Tabela 7.

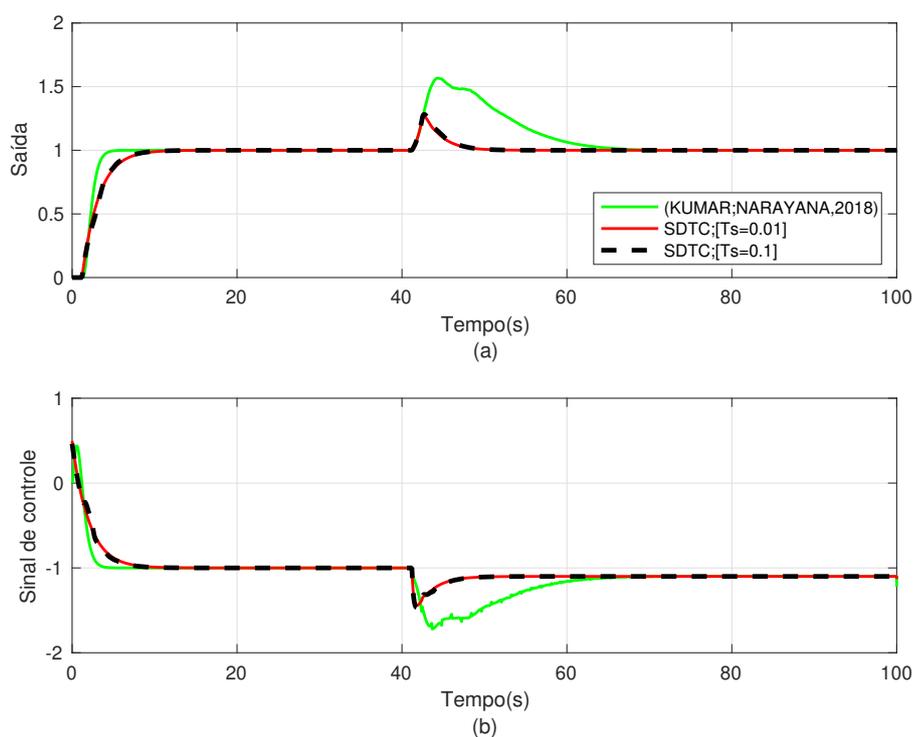
Tabela 7 – Parâmetros do controlador para o exemplo 2.

	$T_s = 0,01$	$T_s = 0,1$
$P_n(z)$	$\frac{0,01005}{z-1,01}z^{-120}$	$\frac{0,1052}{z-1,105}z^{-12}$
$k$	1,496	1,464
$k_r$	0,4963	0,4637
$V(z)$	$\frac{24,28-24,26z^{-1}}{1-0,9566z^{-1}}$	$\frac{19,84-19,67z^{-1}}{1-0,6416z^{-1}}$

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

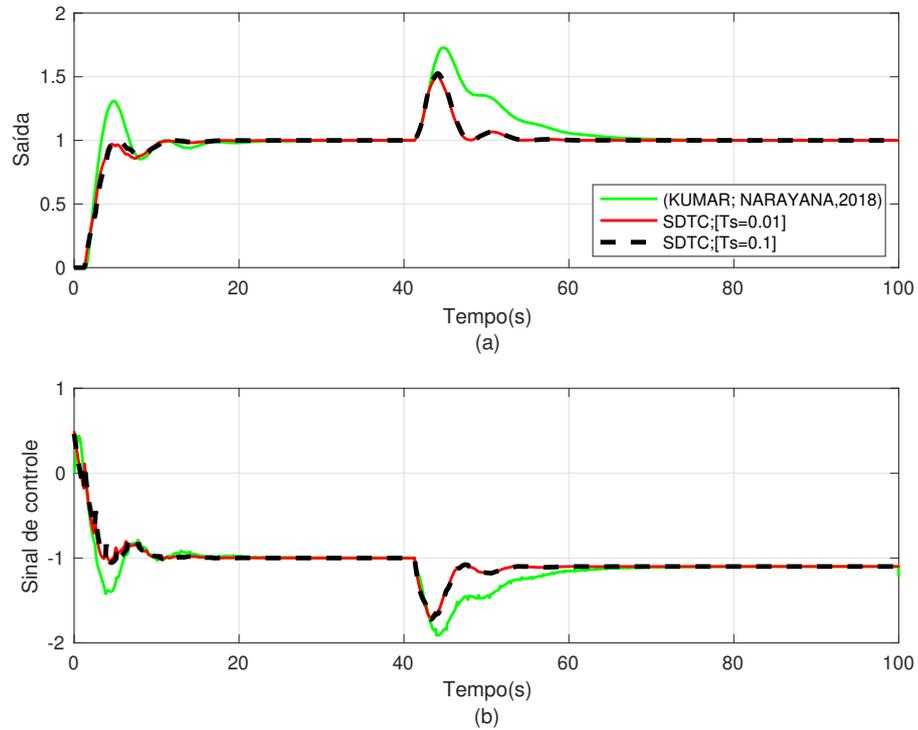
Para fins comparativos, foi utilizado um controlador recente estudado em (KUMAR; NARAYANA, 2018). A Figura 26 ilustra os resultados para o caso nominal e a Figura 27 para o caso com perturbação. Uma mudança de passo unitário no seguimento de referência começa em  $t = 0$  s e um distúrbio de magnitude 0,1 foi introduzido em  $t = 40$  s.

Figura 26 – Exemplo 2: resposta nominal em malha fechada.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

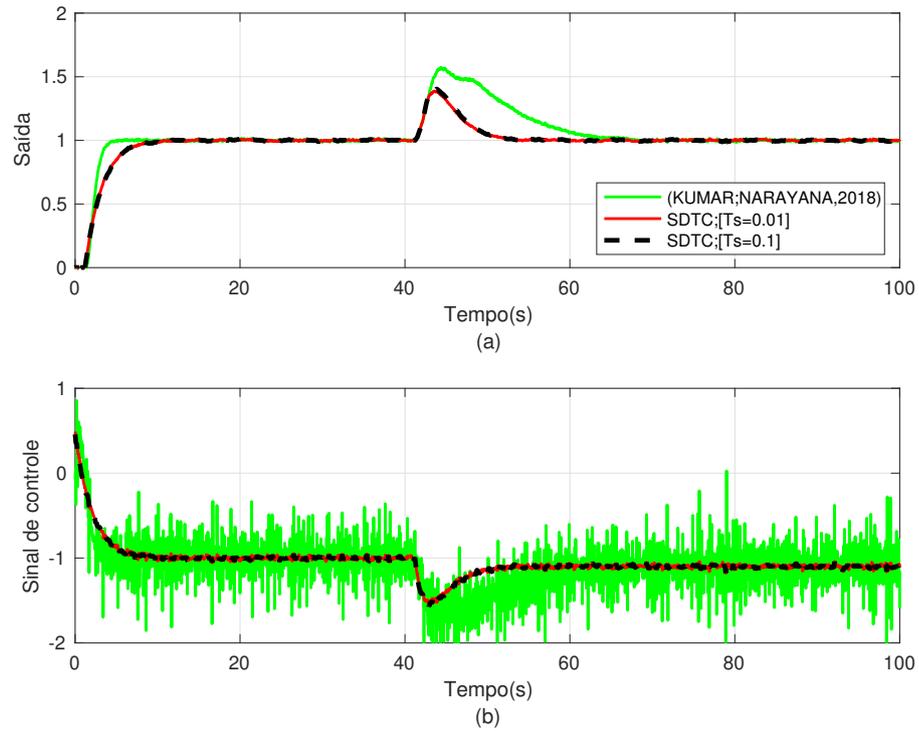
Figura 27 – Exemplo 2: resposta com perturbação em malha fechada.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

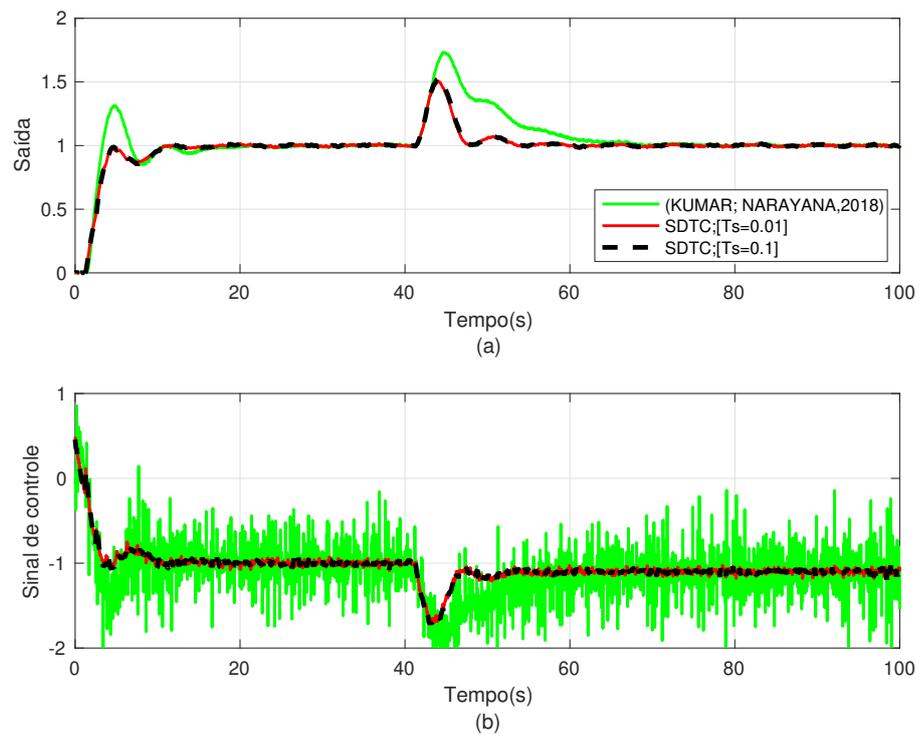
O ruído de medição foi adicionado ao sistema. A Figura 28 mostra a resposta nominal em malha fechada com ruído e a Figura 29 a com perturbação e ruído.

Figura 28 – Exemplo 2: resposta nominal em malha fechada com ruído.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Figura 29 – Exemplo 2: resposta com perturbação em malha fechada com ruído.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Pode ser visto nas Figuras 26 e 27 que os SDTCs apresentaram respostas mais rápidas para segmento de referência e também para rejeição de distúrbios. Melhores resultados para atenuação de ruído também são visíveis comparado aos outros controladores.

### 6.3 Exemplo 3

Considerando outro processo estudado em (KUMAR; NARAYANA, 2018)

$$P_n(s) = \frac{1}{s-1} e^{-0,5s}. \quad (6.8)$$

Os modelos discretos do processo com tempo de amostragem  $T_s = 0,01$  s e  $T_s = 0,1$  s usando  $\lambda = 0,2$  são dados por

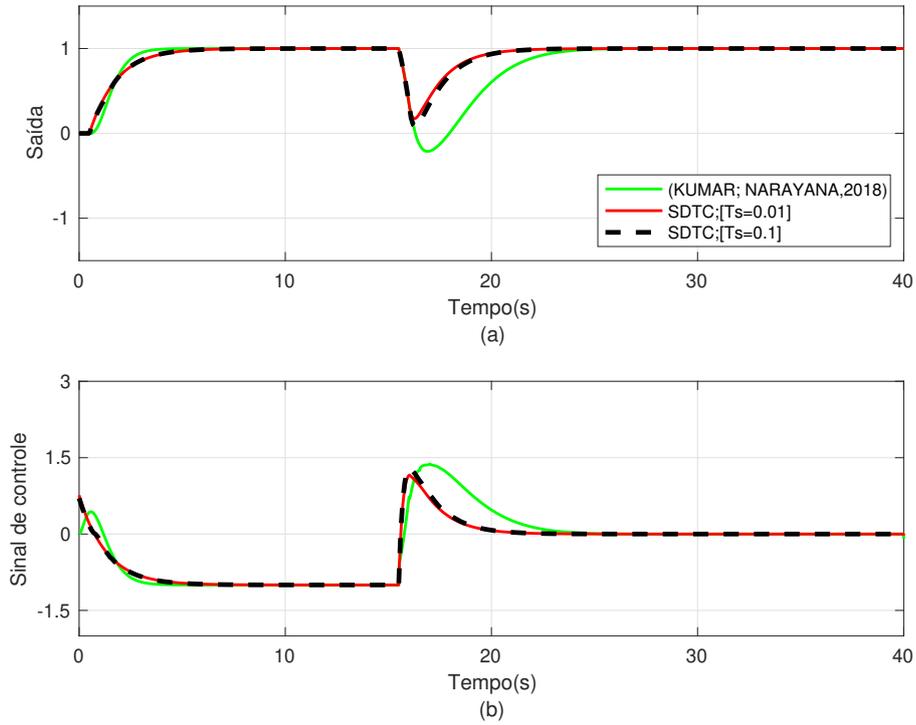
Tabela 8 – Parâmetros do controlador para o exemplo 3.

	$T_s = 0,01$	$T_s = 0,1$
$P_n(z)$	$\frac{0,01005}{z-1,01} z^{-50}$	$\frac{0,1052}{z-1,105} z^{-5}$
$k$	1,762	1,704
$k_r$	0,7625	0,7040
$V(z)$	$\frac{7,059-7,044z^{-1}}{1-0,9805z^{-1}}$	$\frac{6,383-6,258z^{-1}}{1-0,8215z^{-1}}$

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

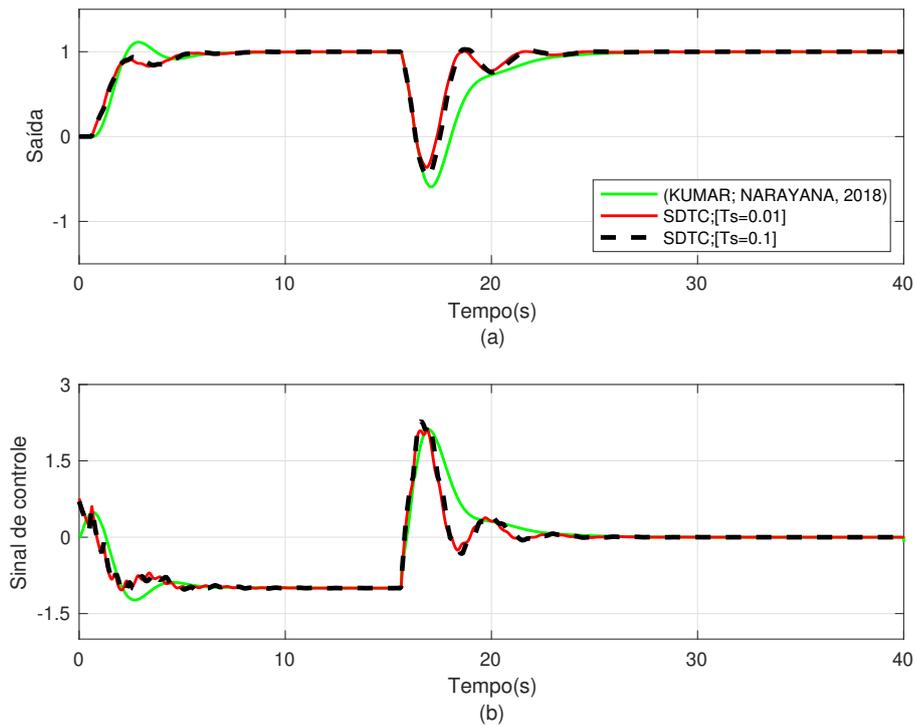
Os resultados da simulação para casos nominais e com incerteza são mostrados nas Figuras 30 e 31, respectivamente. Para esta simulação, uma mudança de passo unitário é adicionada na referência em  $t = 0$  s e uma perturbação de carga negativa e passo unitário é aplicada à entrada do processo em  $t = 15$  s.

Figura 30 – Exemplo 3: resposta nominal em malha fechada.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

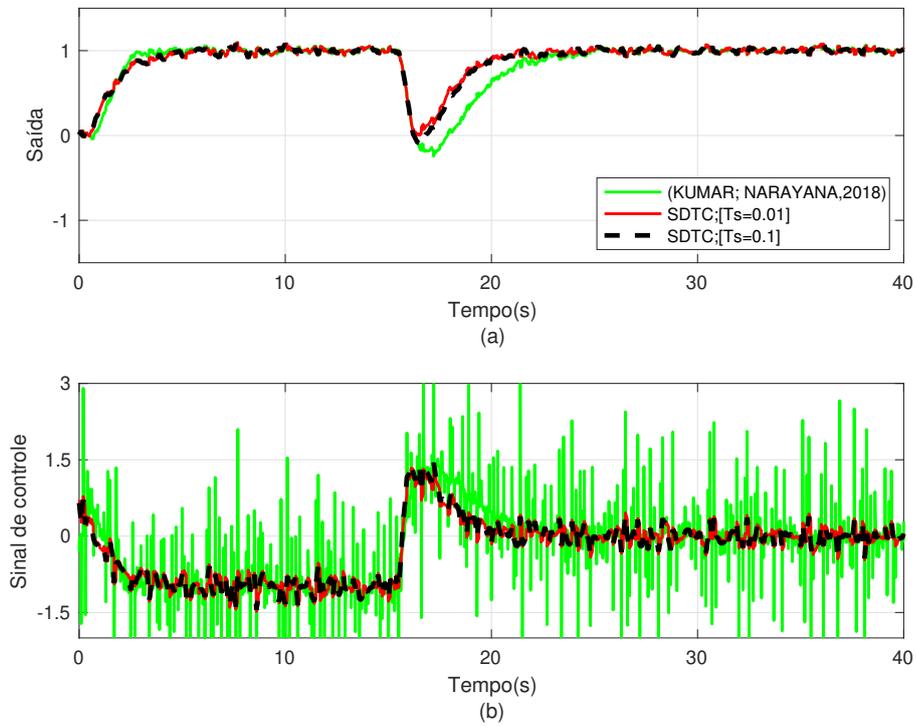
Figura 31 – Exemplo 3: resposta com perturbação em malha fechada.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

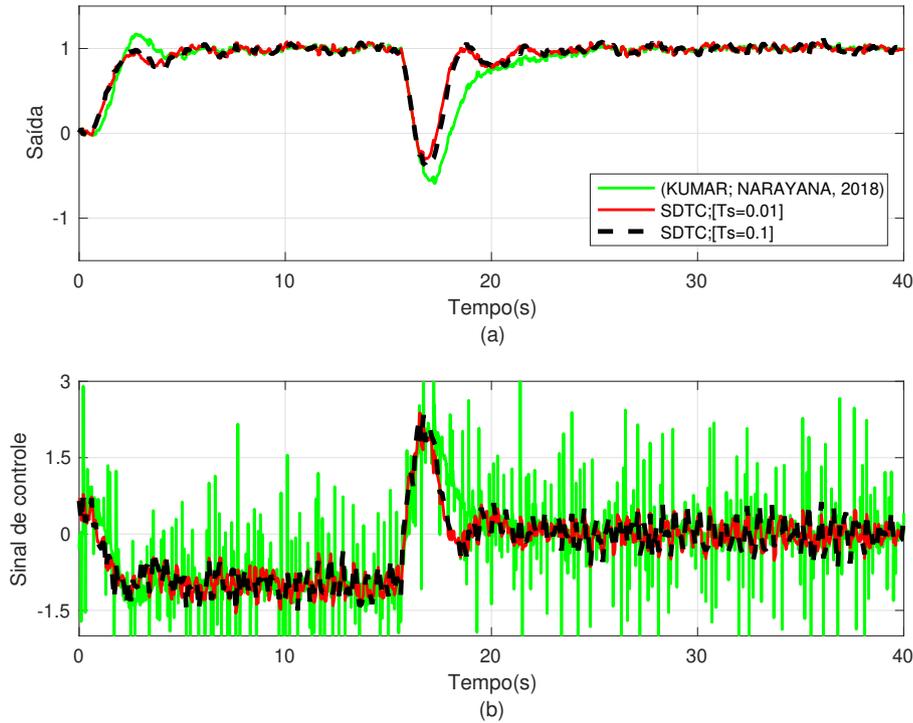
A saída em malha fechada e o sinal de controle com a adição do ruído são vistos nas Figura 32 para o caso nominal e na Figura 33 para o caso com incerteza no atraso.

Figura 32 – Exemplo 3: resposta nominal em malha fechada com ruído.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Figura 33 – Exemplo 3: resposta com perturbação em malha fechada com ruído.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Como no caso nominal, o caso perturbado mostrou que o SDTC apresentou rejeição mais rápida do que o controlador utilizado na referência [Kumar e Narayana \(2018\)](#). Como no exemplo anterior, o SDTC também apresenta melhores resultados para rejeição de distúrbios, como pode ser visto nos índices das Tabelas 10 e 11. A atenuação de ruído para SDTC é claramente melhor, o que demonstra o ganho com a proposta.

## 6.4 Exemplo 4

O problema de controle do reator químico também foi estudado em muitos trabalhos, como, por exemplo, ([TORRICO et al., 2013](#); [WANG et al., 2016](#); [KUMAR; NARAYANA, 2018](#)), e será analisado neste estudo de caso. O modelo é dado por

$$P_n(s) = \frac{3,433}{101,1s - 1} e^{-20s}, \quad (6.9)$$

e o modelo normalizado da Tabela 5

$$P'_n(s) = \frac{3,433}{s-1} e^{-0,194s}. \quad (6.10)$$

O modelo discreto do processo com tempo de amostragem  $T_s = 0,5$  s e  $T_s = 5$  s usando  $\lambda = 0,08$  é dado por

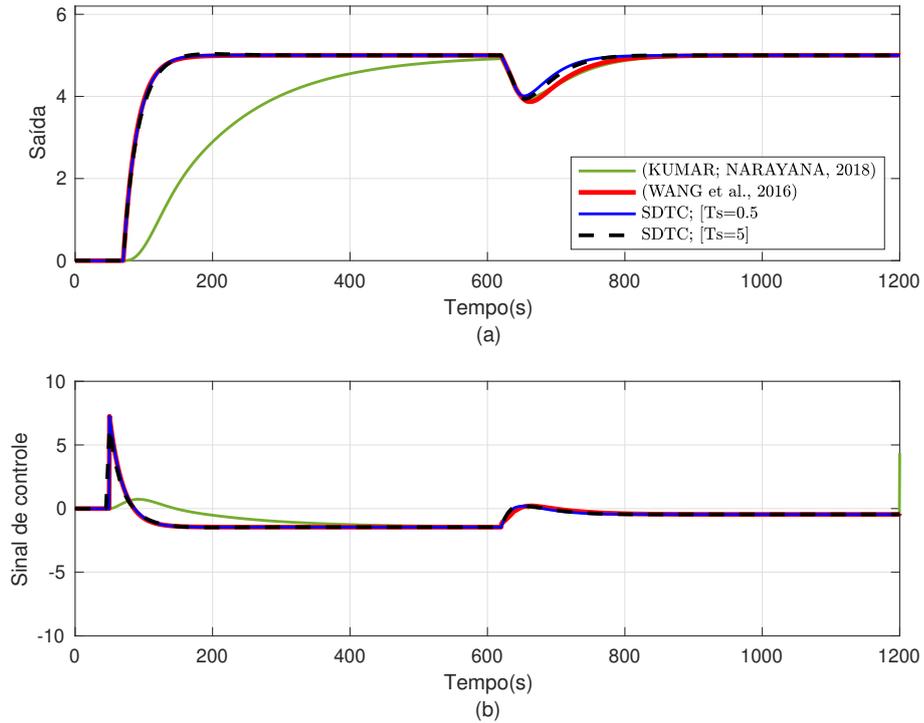
Tabela 9 – Parâmetros do controlador para o exemplo 4.

	$T_s = 0,5$	$T_s = 5$
$P_n(z)$	$\frac{0,01702}{z-1,005} z^{-40}$	$\frac{0,01741}{z-1,051} z^{-4}$
$k$	1,742	1,562
$k_r$	1,4506	1,2709
$V(z)$	$\frac{4,446-4,421z^{-1}}{1-0,9829z^{-1}}$	$\frac{3,885-3,684z^{-1}}{1-0,8413z^{-1}}$

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

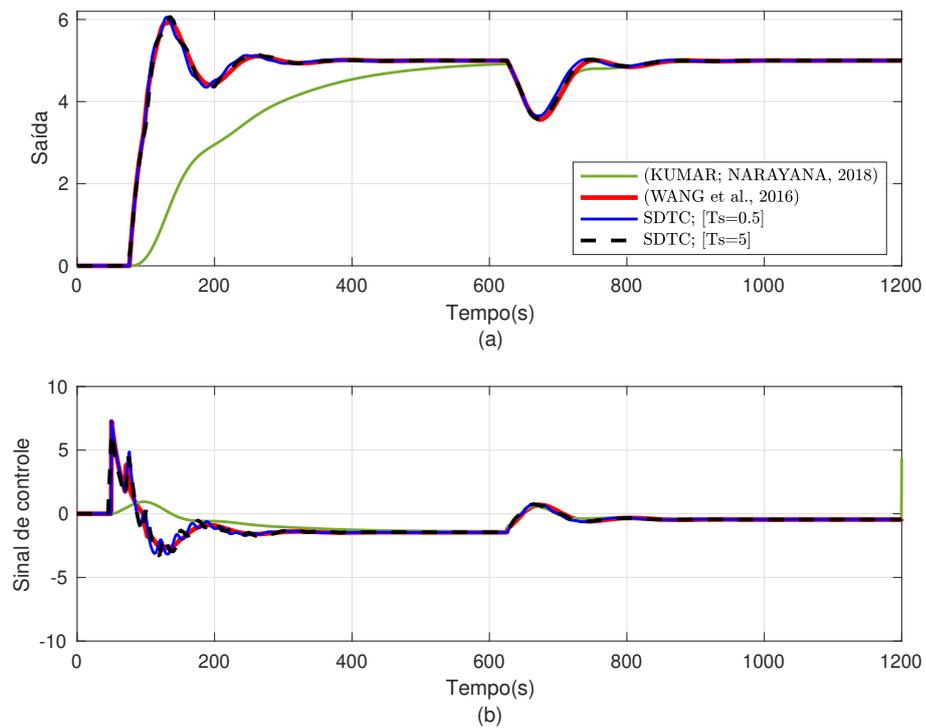
Os SDTCs foram comparados com as duas referências (WANG et al., 2016; KUMAR; NARAYANA, 2018). Os resultados são mostrados nas Figuras 34 e 35 para casos nominais e com incerteza, respectivamente. Para comparação, uma mudança de passo com magnitude 5 é adicionada a referência em  $t = 50$  s, uma mudança de passo de unidade negativa é aplicada ao processo em  $t = 600$  s e o ruído de medição foi adicionado em  $t = 85$  s na simulação.

Figura 34 – Exemplo 4: resposta nominal em malha fechada



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

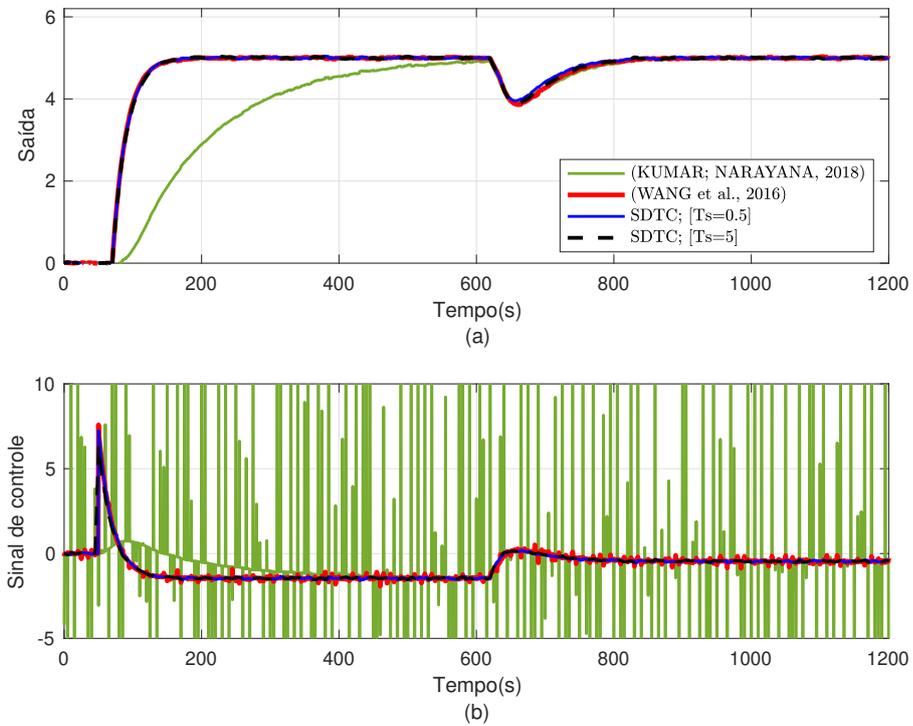
Figura 35 – Exemplo 4: resposta com perturbação em malha fechada



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

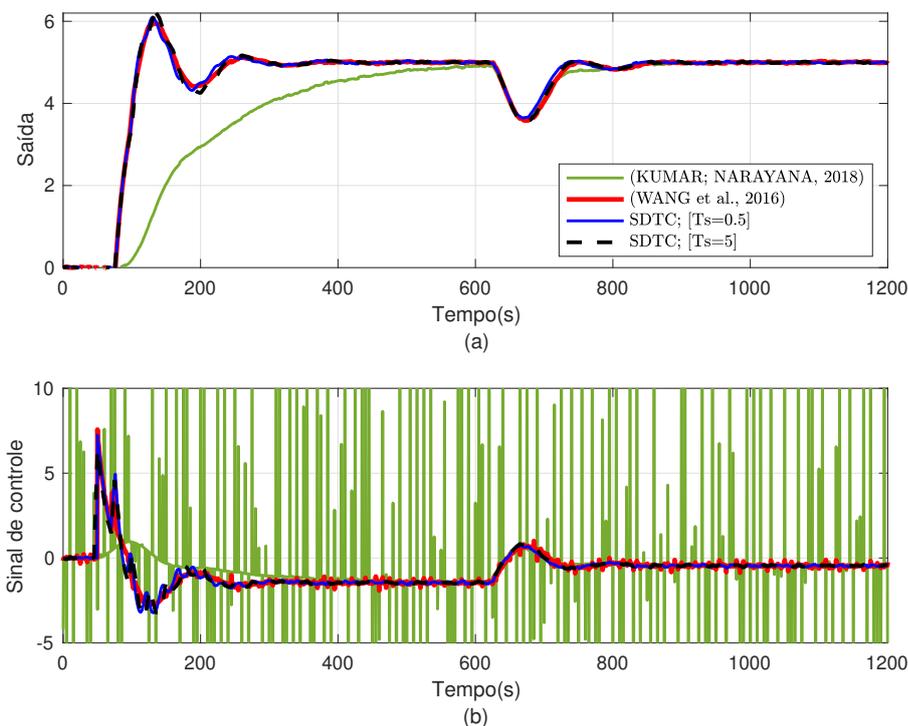
A Figura 36 mostra a saída nominal com a adição de ruído e a Figura 37 a saída com incerteza e com ruído.

Figura 36 – Exemplo 4: resposta nominal em malha fechada com ruído.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Figura 37 – Exemplo 4: resposta com perturbação em malha fechada com ruído



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Pode-se notar que a estratégia proposta possui uma melhor resposta à perturbação e também atenuação de ruído, com uma enorme diferença em relação ao controlador da referência (KUMAR; NARAYANA, 2018), que apresenta um sinal de controle variando de  $-150$  a  $150$ . Também é importante mencionar que os valores para a incerteza seguem aqueles geralmente aplicados em trabalhos relacionados.

A Tabela 10 apresenta os resultado dos índices de desempenho para o sinal sem ruído e a Tabela 11 apresenta os resultado com ruído. O IAE, TV e J são calculados considerando os dados das simulações de  $90\text{ s}$  a  $180\text{ s}$  para o exemplo 1, de  $50\text{ s}$  a  $80\text{ s}$  para o exemplo 2, de  $10\text{ s}$  a  $30\text{ s}$  para o exemplo 3 e de  $600\text{ s}$  a  $1000\text{ s}$  para o último exemplo.

O SDTC apresentou melhor IAE e J para os casos nominais e de incerteza, como pode ser visto nas Tabelas 10 e 11. No entanto, ambos os SDTCs apresentaram rejeição de perturbações mais rápida, conseqüentemente TV mais elevada, no caso sem ruído.

Tabela 10 – Índices de desempenho para exemplos de simulação sem ruído. Os dois melhores casos são destacados em negrito.

Exemplo		Nominal			Perturbado		
		IAE	TV	J	IAE	TV	J
Exemplo 1	SDTC [ $T_s = 0, 01$ ]	<b>4,79</b>	<b>1,54</b>	<b>6,6</b>	<b>4,79</b>	<b>2,09</b>	<b>9,1</b>
	SDTC [ $T_s = 0, 1$ ]	<b>5,05</b>	1,61	<b>7,3</b>	<b>5,04</b>	2,30	<b>10,9</b>
	Ref. (SANZ; GARCÍA; ALBERTOS, 2018) [ $T_s = 0, 01$ ]	6,86	<b>1,31</b>	8,1	6,85	<b>2,09</b>	12,5
Exemplo 2	SDTC [ $T_s = 0, 01$ ]	<b>1,87</b>	<b>0,94</b>	<b>0,5</b>	<b>1,87</b>	<b>1,56</b>	<b>2,7</b>
	SDTC [ $T_s = 0, 1$ ]	<b>1,98</b>	<b>0,99</b>	<b>0,5</b>	<b>2,01</b>	<b>1,77</b>	<b>2,9</b>
	Ref. (KUMAR; NARAYANA, 2018)	5,89	2,38	13,1	5,86	2,77	13,9
Exemplo 3	SDTC [ $T_s = 0, 01$ ]	<b>2,44</b>	<b>3,48</b>	<b>2,7</b>	<b>2,44</b>	<b>6,97</b>	<b>12,1</b>
	SDTC [ $T_s = 0, 1$ ]	<b>2,67</b>	<b>3,70</b>	<b>3,3</b>	<b>2,76</b>	8,28	15,6
	Ref. (KUMAR; NARAYANA, 2018)	4,27	3,81	10,4	4,26	<b>5,27</b>	<b>13,6</b>
Exemplo 4	SDTC [ $T_s = 0, 5$ ]	<b>68,72</b>	<b>2,29</b>	<b>167,5</b>	<b>88,29</b>	4,10	<b>346,4</b>
	SDTC [ $T_s = 5$ ]	<b>76,25</b>	2,42	<b>197,4</b>	<b>100,13</b>	4,43	<b>367,2</b>
	Ref. (WANG et al., 2016) [ $T_s = 0, 5$ ]	101,11	<b>2,37</b>	226,8	101,21	<b>3,92</b>	402,9
	Ref. (KUMAR; NARAYANA, 2018)	110,27	2,55	342,1	110,54	<b>3,63</b>	536,8

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Tabela 11 – Índices de desempenho para exemplos de simulação com ruído. Os dois melhores casos são destacados em negrito.

Exemplo		Nominal			Perturbado		
		IAE	TV	J	IAE	TV	J
Exemplo 1	SDTC [ $T_s = 0, 01$ ]	<b>4,89</b>	<b>10,05</b>	<b>59,8</b>	<b>4,90</b>	<b>15,23</b>	<b>70,6</b>
	SDTC [ $T_s = 0, 1$ ]	<b>5,15</b>	<b>9,17</b>	<b>61,7</b>	<b>5,16</b>	<b>12,11</b>	<b>79,8</b>
	Ref. (SANZ; GARCÍA; ALBERTOS, 2018) [ $T_s = 0, 01$ ]	6,90	12,79	107,2	6,91	23,27	142,7
Exemplo 2	SDTC [ $T_s = 0, 01$ ]	<b>0,95</b>	<b>38,04</b>	<b>53,8</b>	<b>2,01</b>	<b>17,65</b>	<b>41,5</b>
	SDTC [ $T_s = 0, 1$ ]	<b>1,04</b>	<b>29,75</b>	<b>49,4</b>	<b>2,14</b>	<b>13,08</b>	<b>45,7</b>
	Ref. (KUMAR; NARAYANA, 2018)	5,93	288,96	1579,4	5,88	266,43	1654,5
Exemplo 3	SDTC [ $T_s = 0, 01$ ]	<b>1,98</b>	<b>82,70</b>	<b>225,9</b>	<b>2,77</b>	<b>68,44</b>	<b>216,5</b>
	SDTC [ $T_s = 0, 1$ ]	<b>2,17</b>	<b>64,23</b>	<b>209,9</b>	<b>3,06</b>	<b>56,78</b>	<b>261,5</b>
	Ref. (KUMAR; NARAYANA, 2018)	4,46	382,75	1919,7	4,45	406,81	1915,7
Exemplo 4	SDTC [ $T_s = 0, 5$ ]	<b>88,20</b>	<b>5,69</b>	<b>683,5</b>	<b>89,24</b>	<b>8,44</b>	<b>882,8</b>
	SDTC [ $T_s = 5$ ]	<b>97,37</b>	<b>5,01</b>	<b>724,8</b>	<b>100,22</b>	<b>7,42</b>	<b>984,5</b>
	Ref. (WANG et al., 2016) [ $T_s = 0, 5$ ]	101,94	31,54	3591,9	102,13	35,70	3619,8
	Ref. (KUMAR; NARAYANA, 2018)	110,72	1945,2	273120,0	110,67	1948,3	27402,0

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Pode-se notar que a estratégia proposta apresenta uma melhor resposta de perturbação em termos de IAE para os casos ruidosos e não ruidosos e, no caso ruidoso, melhor atenuação do ruído em termos de TV, com uma maior diferença em relação ao controlador da referência Kumar e Narayana (2018). Além disso, para todos os casos, o SDTC apresentou função de custo menor. Considerando os doze cenários, os SDTCs tiveram melhores índices em dez deles. A exceção foi a TV nos casos sem ruídos, devido à afinação mais agressiva dos SDTCs.

## 7. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Este capítulo apresenta a plataforma de teste desenvolvida para validar a regra proposta para o filtro de robustez. A estrutura construída foi montada com um pêndulo e uma hélice para teste de controle de ângulo na parte instável de funcionamento. Depois da descrição da plataforma de teste serão apresentados os resultados práticos da regra proposta para o SDTC utilizando o experimento.

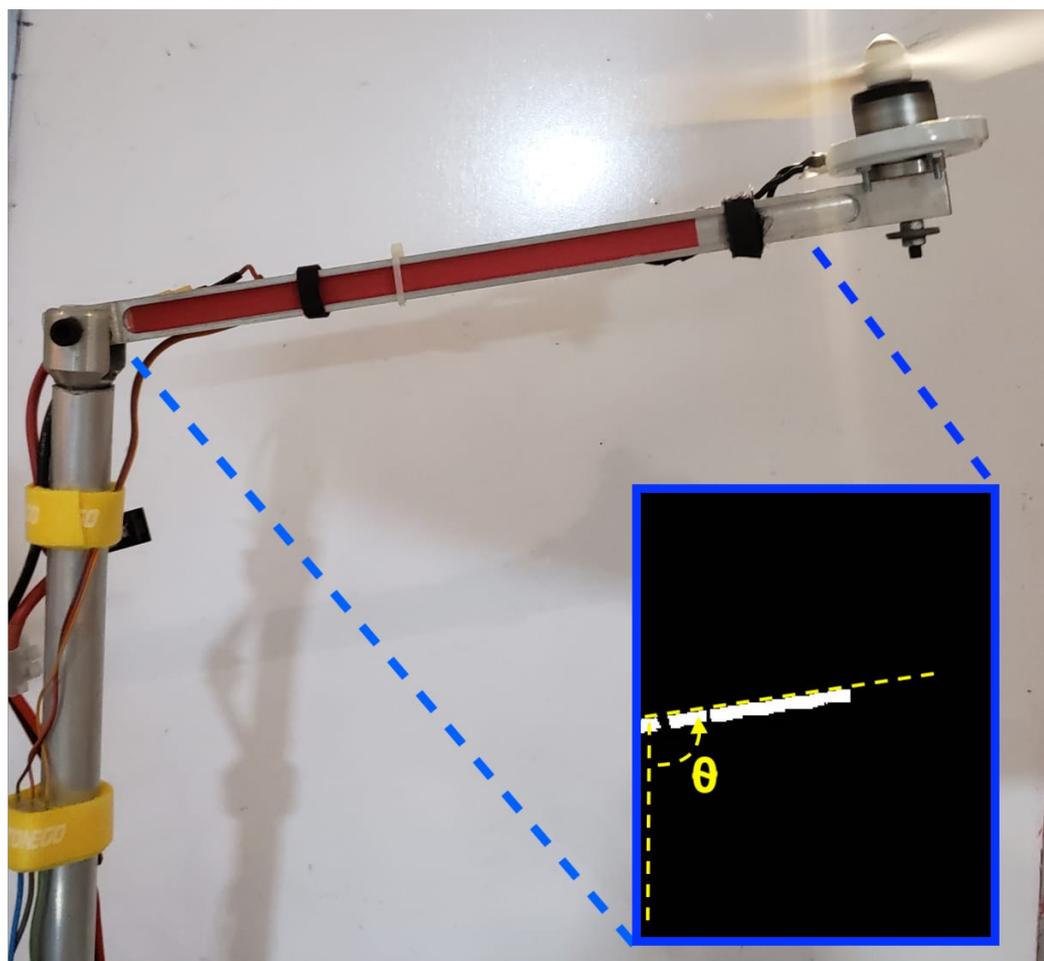
### 7.1 Plataforma de teste e descrições de configuração do controlador

Para representar um sistema UFOPDT foi desenvolvido um pêndulo com hélice apresentado na Figura 38. Este sistema foi utilizado para validar a regra de ajuste proposta e o método de escolha do período de amostragem.

O pêndulo com hélice é um sistema não linear e sua dinâmica varia de acordo com o ângulo  $\theta$ . Neste trabalho, o objetivo do controle é controlar a posição angular quando o ângulo  $\theta$  for maior que  $90^\circ$  em regime permanente, precisamente, quando a dinâmica em malha aberta for instável (HUBA; MALATINEC; HUBA, 2013).

A marcação em azul na Figura 38 mostra a imagem vista pela câmera utilizada no sistema. Esta é a referência para verificar o ângulo  $\theta$ . A faixa branca vista pela câmera representa a marcação vermelha na haste.

Figura 38 – Sistema UFOPDT



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

A Figura 39 mostra um diagrama simplificado do sistema desenvolvido. Como pode ser visto, o sistema consiste em um braço com uma hélice (atuador) para girar o ângulo do braço em relação a haste vertical. Em malha aberta, a entrada é a tensão do motor da hélice e a saída é a posição angular do braço. O esquema mostra em azul a ação no atuador que representa o conjunto sistema embarcado, motor e haste/hélice. Este sistema embarcado é responsável em receber o valor do controlador e transformar em um sinal de modulação por largura de pulso ("*Pulse Width Modulation*", PWM) enviado ao motor. Com a mudança do PWM é modificado o ângulo do conjunto haste/hélice.

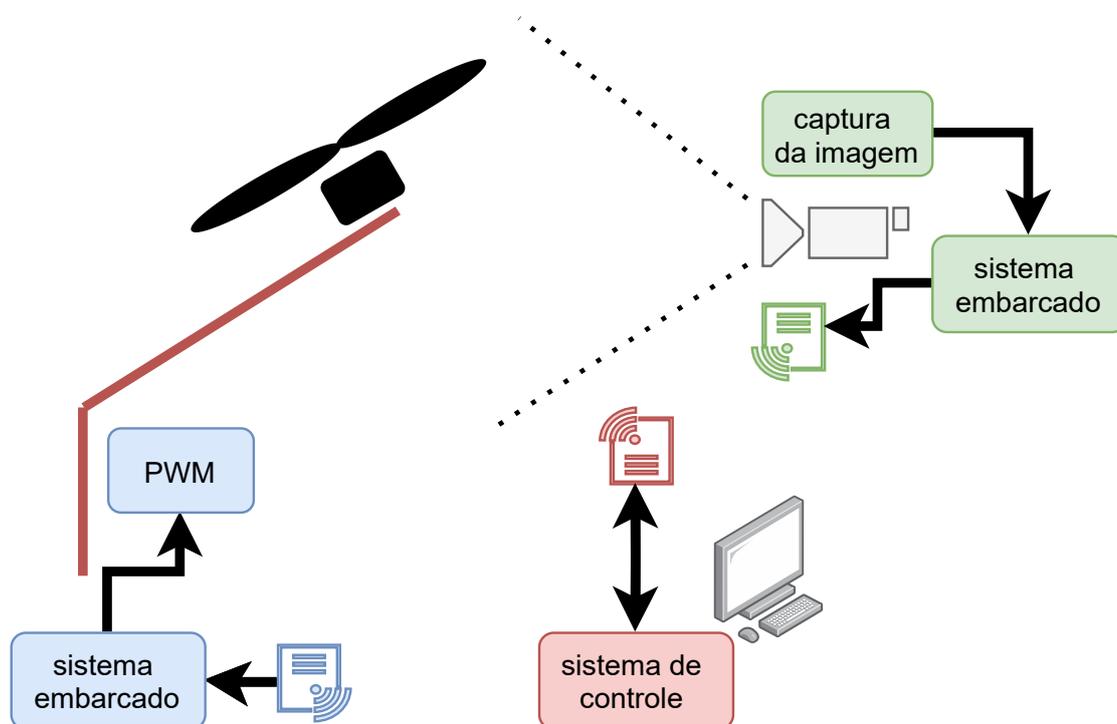
O outro sistema embarcado é responsável por receber os dados da captura de imagem, visto em verde. Este faz o processamento da imagem e envia o valor do ângulo visualizado ao

sistema de controle.

Para simplificar, a entrada é normalizada entre o intervalo  $[-1, 1]$ . A saída, ou seja, a posição angular do braço, é estimada usando a câmera de vídeo e um algoritmo de processamento de imagem. A estratégia de controle é implementada em um computador e, por meio de uma rede *Wi-Fi* dedicada, recebe e envia as medidas de saída e o sinal de controle, respectivamente.

O atraso da planta é dado pelo tempo de processamento da imagem e pela comunicação entre os sistemas embarcados e o sistema de controle.

Figura 39 – Esquema da estrutura proposta para validação da regra.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

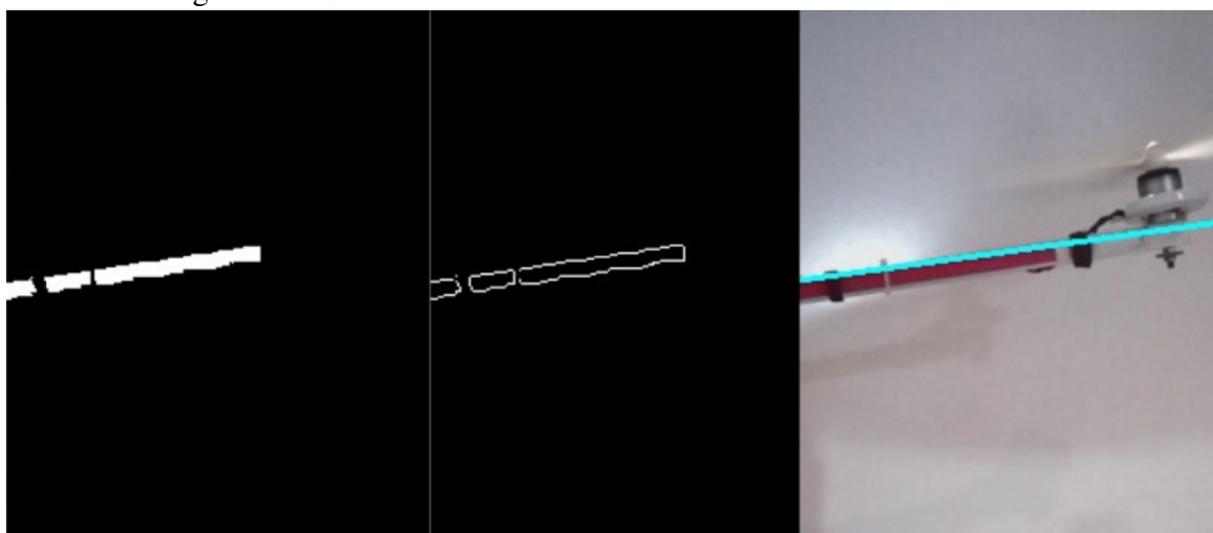
Na Figura 40 é vista a imagem capturada pela câmera. A Figura 41 apresenta os filtros aplicados na imagem para indicar o ângulo. Primeiro é aplicado um filtro vermelho para identificar a haste com cor vermelha e mudar imagem para duas cores, depois a imagem passa por um detector de borda e por último é indicado o vetor correspondente ao ângulo encontrado pela transformada de Hough.

Figura 40 – Exemplo de imagem capturada pelo sistema embarcado para verificação da posição da haste.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

Figura 41 – Foto de três imagens utilizando os filtros durante o processamento para indicar o ângulo da haste.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

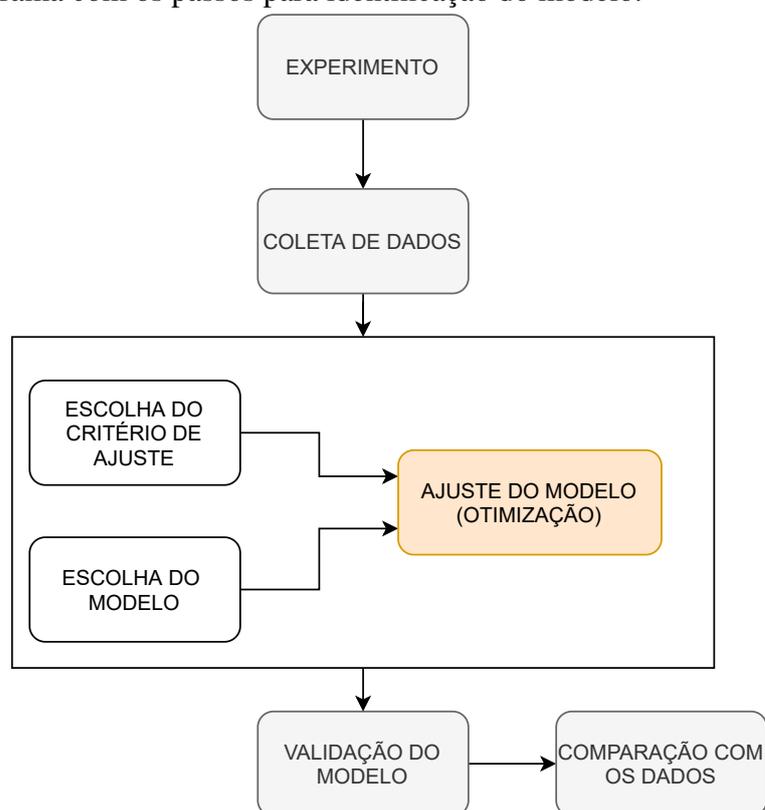
O ângulo da haste é obtido com o vetor indicado pelo processamento da imagem. Com

a estrutura do sistema desenvolvida e tendo o valor do ângulo, o acesso a mudança da potência de giro da hélice para mudança deste ângulo, ver Apêndice B, e todo o sistema se comunicando por *Wi-Fi*, foi iniciado os testes para encontrar o modelo da plataforma.

## 7.2 Identificação do sistema

Um sistema identificado com maior precisão é de fundamental importância para um melhor desempenho do controle, pois um modelo mal ajustado pode causar um grande esforço de controle e danos à planta (AGUIRRE, 2015). A Figura 42 apresenta a forma de identificação utilizada para achar o modelo do sistema.

Figura 42 – Diagrama com os passos para identificação do modelo.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

O modelo do pêndulo pode ser obtido por meio de uma análise fenomenológica ou métodos de identificação. Nesse caso, utiliza-se a segunda abordagem, de modo que, considerando o ponto de operação de  $110^\circ$  foram feitos testes iniciais para extração de dados da plataforma. A identificação feita por otimização utilizou métodos heurísticos definindo os limites de operação até diminuir o erro quadrático médio e achar o modelo de acordo com os dados. Sendo utili-

zada a função de otimização não linear *fmincon* do (MATLAB, 2019a) para esta identificação. Assim, foi obtido o seguinte modelo:

$$P_n(s) = \frac{4,066}{11,11s - 1} e^{-3s}. \quad (7.1)$$

Observe que o tempo morto é originado principalmente pelo acúmulo de defasagens de uma série de processos, como captura de vídeo, processamento de imagens, comunicação em rede e dinâmicas de alta ordem que não são modeladas.

### 7.3 Implementação do SDTC

Na implementação do SDTC aplicando a regra proposta é utilizado o modelo normalizado da Equação 7.1 dado por

$$P'_n(s)_{normalizado} = \frac{4,066}{s - 1} e^{-0,27s}. \quad (7.2)$$

Usando  $\tau_{cl} = 2$ ,  $\lambda = 0,2$ , e (4.2), resulta em  $\alpha_c = -0,5043$ .

Por meio de experimentos de identificação, a incerteza máxima do tempo morto foi estimada como  $\overline{\delta L} = 1,4$  s. Usando a condição (5.5), onde  $T_s < \min(\overline{\delta L} = 1,4, L_n = 3)$ ,  $T_s$  pode ser escolhido no conjunto  $T_s = \{0,15, 0,3, 0,6, 1\}$  s. Portanto, o período de amostragem foi escolhido como  $T_s = 1$  s e o modelo de tempo discreto dos resultados do processo como

$$P_n(z) = \frac{0,383z^{-1}}{1 - 1,094z^{-1}} z^{-3}. \quad (7.3)$$

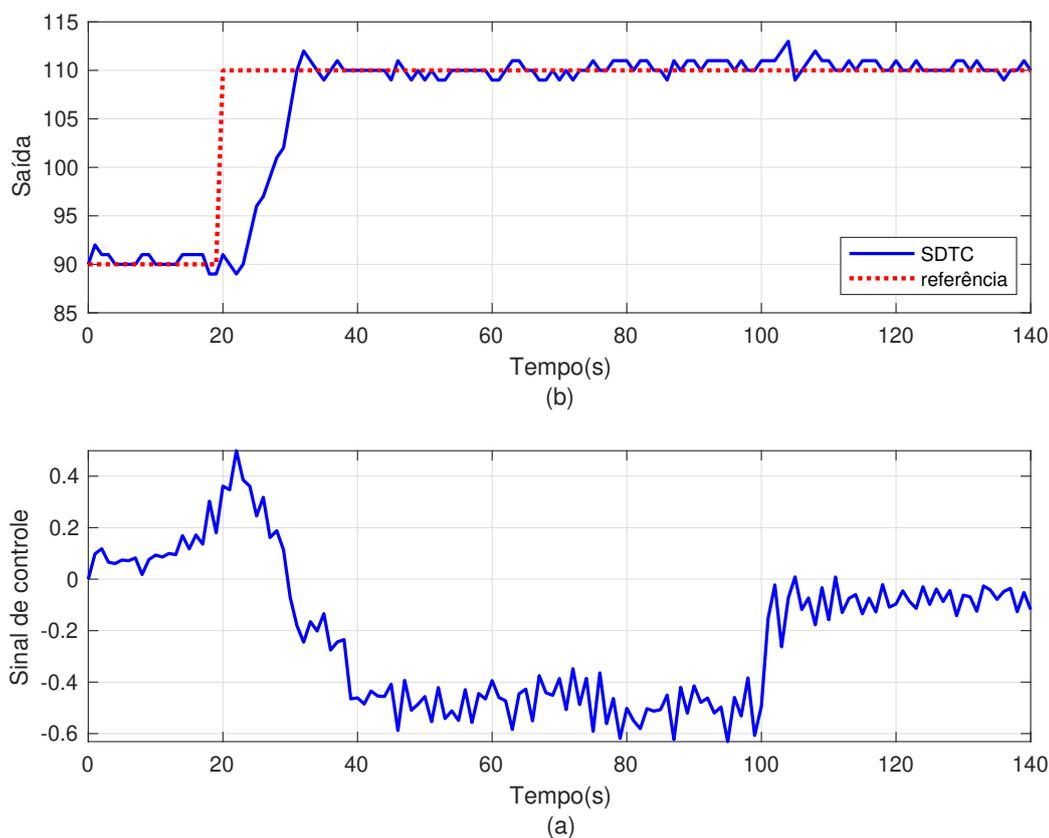
Considerando os parâmetros de ajuste e o modelo (7.3), o SDTC resulta então com  $k = 1,273$ ,  $k_r = 1,0275$  e filtro de robustez

$$V(z) = \frac{4,362 - 3,955z^{-1}}{1 - 0,604z^{-1}}. \quad (7.4)$$

O experimento foi realizado com uma mudança de etapa de referência de  $20^\circ$  em  $t = 20s$  e uma perturbação de saída de 0,5 adicionada ao sinal de controle em  $t = 100s$ .

Os resultados podem ser vistos na Figura 43, sendo apresentado o sinal de controle normalizado entre  $[-1$  e  $1]$  e a saída indicando o ângulo da haste. Em vermelho pontilhado a referência e em azul contínuo o SDTC com a regra proposta. Embora o sistema seja não linear e tenha incertezas de modelagem envolvidas, o controlador estabiliza o sistema com sucesso, rastreia a referência e rejeita adequadamente a perturbação adicionada. Portanto, o experimento mostra que a regra de sintonia proposta e o método para escolha do período de amostragem podem ser usados para controlar um processo retardado real instável sujeito a ruído e incertezas.

Figura 43 – Resultado da regra proposta na plataforma de teste.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

## 8. CONCLUSÃO

Este trabalho propôs regras de ajuste para automatizar a escolha dos parâmetros do filtro de robustez aplicadas a processos UFOPDT. Os exemplos mostrados neste trabalho permitem garantir que a aplicação da regra proposta no SDTC produz resultados valiosos quando comparados a trabalhos similares nas mesmas aplicações. Os resultados também comprovaram a estabilidade do sistema de malha fechada, utilizando a regra de ajuste sugerida. A proposta garante também robustez para processos com uma ampla variação de atrasos de tempo nominais e incerteza de tempo morto.

Para plantas de segunda ordem com um polo instável foi validado a redução da ordem e comparada com a planta reduzida utilizando a regra proposta.

A implementação do SDTC é feita no domínio do tempo discreto, então também é proposta uma metodologia para uma escolha adequada do período de amostragem, que é altamente desejável ser o maior possível, mas sem afetar significativamente o desempenho e a robustez. Isso é útil em aplicações industriais para economizar recursos de rede.

A eficácia da proposta pode ser observada através das simulações e resultados experimentais. A partir das simulações, as novas regras de sintonia permitiram ao SDTC fornecer resultados melhores ou equivalentes para rejeição de perturbações quando comparados a trabalhos recentes. Além disso, foi possível utilizar períodos de amostragem dez vezes maiores que os demais controladores discretos utilizados para comparação, obtendo desempenho próximo ou melhor do que outros controladores da literatura.

O experimento mostrou que ambas as estratégias propostas apresentam bom desempenho e robustez, mesmo quando aplicadas a um sistema não linear com diversas incertezas envolvidas.

As principais contribuições desse trabalho são enumeradas na sequência:

- Uma regra de ajuste para escolha dos parâmetros do filtro de robustez do SDTC para sistemas instáveis de primeira ordem. Esta regra foi descrita passo a passo e comparada com outras possíveis regras utilizando polinômios de ordem maior. Ela não foi proposta somente para um caso particular, mas para ajustar o controlador em sistemas com uma faixa ampla de atrasos e incertezas, sendo verificada sua eficiência nos exemplos, cada um com atrasos distintos, e no experimento;
- Uma análise de um método de redução de modelo de ordem superior para uso das regras propostas em outros tipos de plantas;
- Uma análise da escolha do tempo de amostragem, o que geralmente é feito empiricamente. A partir desta análise, foi obtida uma regra analítica para essa escolha. Os resultados da simulação validaram a proposta, garantindo uma perda mínima de desempenho, utilizando tempos de amostragem até 10 vezes maiores. Esta regra auxilia a escolha do tempo de amostragem no momento de implementação do compensador em chão de fábrica, uma vez que em ambiente industrial é difícil utilizar tempos de amostragens pequenos. A taxa de amostragem impacta diretamente na redução do esforço computacional necessário à construção da solução. Esta característica viabiliza a implementação em sistemas embarcados com limitações de processamento e memória tipicamente encontradas em microcontroladores para automação de plantas industriais.

## 8.1 Trabalhos Futuros

Com base nas regras analíticas propostas, este trabalho tem grande potencial para facilitar o ajuste do UFOPDT em aplicações industriais. No entanto, a estratégia se concentra apenas em plantas de primeira ordem e de segunda ordem com um polo instável. Embora apresente bons resultados quando comparado a proposições relacionadas, carece de expansão para plantas de ordem superior e plantas com atraso variável.

## REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. *Introdução à Identificação de Sistemas*. 4th. ed. [S.l.]: Editora UFMG, 2015.
- ALBERTOS, P.; GARCÍA, P. Robust control design for long time-delay systems. *Journal of Process Control*, v. 19, n. 10, p. 1640 – 1648, 2009.
- ASTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. *PID Controllers: theory, design, and tuning*. USA: International Society for Measurement and Control, 1995.
- ASTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. Advanced pid control. *The Instrumentation, Systems, and Automation Society*, 2006.
- FARKH, R.; LAABIDI, K.; KSOURI, M. Stabilizing sets of pi/pid controllers for unstable second order delay system. *International Journal of Automation and Computing*, v. 11, n. 2, p. 210–222, Apr 2014.
- FU, C.; TAN, W. Control of unstable processes with time delays via adrc. *ISA Transactions*, v. 71, p. 530–541, 2017.
- GARCÍA, P.; ALBERTOS, P. A new dead-time compensator to control stable and integrating processes with long dead-time. *Automatica*, v. 44, n. 4, p. 1062–1071, 2008.
- GARCÍA, P.; ALBERTOS, P. Robust tuning of a generalized predictor-based controller for integrating and unstable systems with long time-delay. *Journal of Process Control*, v. 23, n. 8, p. 1205 – 1216, 2013.
- GARCÍA, P.; ALBERTOS, P.; HÄGGLUND, T. Control of unstable non-minimum-phase delayed systems. *Journal of Process Control*, v. 16, n. 10, p. 1099 – 1111, 2006.
- GARCÍA, P.; SANTOS, T.; NORMEY-RICO, J. E.; ALBERTOS, P. Smith predictor-based control schemes for dead-time unstable cascade processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v. 49, n. 22, p. 11471–11481, 2010.
- GONZÁLEZ, A.; CUENCA, A.; BALAGUER, V.; GARCÍA, P. Event-triggered predictor-based control with gain-scheduling and extended state observer for networked control systems. *Information Sciences*, v. 491, p. 90 – 108, 2019.
- HUBA, M. Performance measures, performance limits and optimal pi control for the ipdt plant. *Journal of Process Control*, v. 23, p. 500–515, 04 2013.
- HUBA, M.; HALAS, M. New filtered Smith predictors for FOPDT plants. Part I. first order disturbance filter. In: *ERK 2010 - Devetnajsta mednarodna Elektrotehniska in racunalniska konferenca*. [S.l.]: IEEE, 2010. p. 339–342.

HUBA, M.; KULHA, P.; ZAKOVA, K. Observer-based control of unstable process with dead time. In: *Preprints 10th Conference Process Control*. [S.l.: s.n.], 1995. v. 1, p. 35–38.

HUBA, M.; MALATINEC, T.; HUBA, T. Preparatory laboratory experiments for robust constrained UAVs control. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 46, n. 17, p. 262 – 267, 2013. 10th IFAC Symposium Advances in Control Education.

HUBA, M.; ŤAPÁK, P. Modified filtered Smith predictors for FOPDT plants. In: HUBA, M.; SKOGESTAD, S.; FIKAR, M.; HOVD, M.; JOHANSEN, T.; ROHÁĽ-ILKIV, B. (Ed.). *Preprints of the Workshop “Selected topics on constrained and nonlinear control”*. [S.l.]: STU Bratislava – NTNU Trondheim, 2011. p. 185–191.

KUMAR, M. P.; NARAYANA, K. V. L. Multi control scheme with modified smith predictor for unstable first order plus time delay system. *Ain Shams Engineering Journal*, v. 9, n. 4, p. 2859 – 2869, 2018.

LIMA, T. A.; FILHO, M. P. de A.; TORRICO, B. C.; NOGUEIRA, F. G.; CORREIA, W. B. A practical solution for the control of time-delayed and delay-free systems with saturating actuators. *European Journal of Control*, v. 51, p. 53 – 64, 2020.

LIU, T.; GAO, F. Enhanced imc design of load disturbance rejection for integrating and unstable processes with slow dynamics. *ISA Transactions*, v. 50, n. 2, p. 239 – 248, 2011.

LIU, T.; ZHANG, W.; GU, D. Analytical design of two-degree-of-freedom control scheme for open-loop unstable processes with time delay. *Journal of Process Control*, v. 15, n. 5, p. 559 – 572, 2005. ISSN 0959-1524.

LÉCHAPPÉ, V.; MOULAY, E.; PLESTAN, F.; HAN, Q.-L. Discrete predictor-based event-triggered control of networked control systems. *Automatica*, v. 107, p. 281 – 288, 2019.

MANUM, H. Extensions of skogestad’s simc tuning rules to oscillatory and unstable processes. 01 2006.

MATAUŠEK, M. R.; ŠEKARA, T. B. PID controller frequency-domain tuning for stable, integrating and unstable processes, including dead-time. *Journal of Process Control*, v. 21, n. 1, p. 17 – 27, 2011.

MATLAB. *MATLAB Find minimum of constrained nonlinear multivariable function*. 2019a. The MathWorks, Natick, MA, USA.

MICHIELS, W.; NICULESCU, S.-I. On the delay sensitivity of smith predictors. *International Journal of Systems Science*, Taylor & Francis, v. 34, n. 8-9, p. 543–551, 2003.

MORARI, M.; ZAFIRIOU, E. *Robust Process Control*. [S.l.]: Prentice Hall, 1989.

MORATO, M. M.; NORMEY-RICO, J. E. A linear parameter varying approach for robust dead-time compensation. *IFAC-PapersOnLine*, v. 52, n. 1, p. 880 – 885, 2019.

NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. Dead-time compensators: A survey. *Control Engineering Practice*, v. 16, n. 4, p. 407 – 428, 2008.

NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. Simple robust dead-time compensator for first-order plus dead-time unstable processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v. 47, n. 14, p. 4784–4790, 2008.

NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. Unified approach for robust dead-time compensator design. *Journal of Process Control*, v. 19, n. 1, p. 38 – 47, 2009.

NORMEY-RICO, J. E.; SARTORI, R.; VERONESI, M.; VISIOLI, A. An automatic tuning methodology for a unified dead-time compensator. *Control Engineering Practice*, v. 27, p. 11 – 22, 2014.

PADULA, F.; VISIOLI, A. Optimal tuning rules for proportional-integral-derivative and fractional-order proportional-integral-derivative controllers for integral and unstable processes. *IET Control Theory Applications*, v. 6, n. 6, p. 776–786, April 2012.

PALMOR, Z. J. Time-delay compensation – smith predictor and its modifications. *The Control Handbook*. CRC Press, p. 224 – 237, 1996.

PEREIRA, R. D. O.; ANDRADE, F. V.; TORRICO, B. C.; CORREIA, W. B. Automatic tuning of a dead-time compensator for stable, integrative and unstable processes. In: *2016 IEEE Biennial Congress of Argentina (ARGENCON)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–6.

RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. *Control of dead-time processes*. Berlin London: Springer, 2007.

RODRIGUES, R. C. S.; SOMBRA, A. K.; TORRICO, B. C.; PEREIRA, R. D.; FORTE, M. D. N.; FILHO, M. P. de A.; NOGUEIRA, F. G. Tuning rules for unstable dead-time processes. *European Journal of Control*, v. 59, p. 250–263, 2021.

SANTOS, T. L.; BOTURA, P. E.; NORMEY-RICO, J. E. Dealing with noise in unstable dead-time process control. *Journal of Process Control*, v. 20, n. 7, p. 840 – 847, 2010.

SANZ, R.; GARCÍA, P.; ALBERTOS, P. A generalized smith predictor for unstable time-delay siso systems. *ISA Trans*, v. 72, p. 197 – 204, 2018.

SHAMSUZZOHA, M.; LEE, M. Enhanced disturbance rejection for open-loop unstable process with time delay. *ISA Transactions*, v. 48, n. 2, p. 237–244, 2009.

SINGH, B.; KUMAR, V. A real time application of model reference adaptive pid controller for magnetic levitation system. In: *2015 IEEE Power, Communication and Information Technology Conference (PCITC)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 583–588.

SKOGESTAD, S. Simple analytic rules for model reduction and pid controller tuning. *Journal of Process Control*, v. 13, n. 4, p. 291 – 309, 2003.

SMITH, O. J. M. Closer control of loops with dead time. *Chem Eng Prog*, v. 53, n. 5, p. 217 – 219, 1957.

SREE, R. P.; CHIDAMBARAM, M. Control of unstable bioreactor with dominant unstable zero. *Chemical and Biochemical Engineering Quarterly*, v. 17, p. 139–145, 2003.

SÁNCHEZ, H. S.; PADULA, F.; VISIOLI, A.; VILANOVA, R. Tuning rules for robust fopid controllers based on multi-objective optimization with fopdt models. *ISA Transactions*, v. 66, p. 344 – 361, 2017.

TAN, W.; MARQUEZ, H. J.; CHEN, T. Imc design for unstable processes with time delays. *Journal of Process Control*, v. 13, n. 3, p. 203 – 213, 2003.

TAPÁK, P.; HUBA, M. Experimenting with modified Smith predictors using B&R Automation Studio Target for Simulink. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 45, n. 7, p. 366 – 371, 2012. 11th IFAC, IEEE International Conference on Programmable Devices and Embedded Systems.

TORRICO, B. C. *Controladores Discretos de Dois Graus de Liberdade para Processos com Atraso de Transporte*. 107 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2003.

TORRICO, B. C. *Contribuições ao Controle Preditivo Robusto de Sistemas com Atraso*. 165 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2007.

TORRICO, B. C.; CAVALCANTE, M. U.; BRAGA, A. P. S.; ALBUQUERQUE, A. A. M.; NORMEY-RICO, J. E. Simple tuning rules for dead-time compensation of stable, integrative, and unstable first-order dead-time processes. *Ind Eng Chem Res*, v. 52, p. 11646–11654, 2013.

TORRICO, B. C.; CORREIA, W. B.; NOGUEIRA, F. G. Simplified dead-time compensator for multiple delay siso systems. *ISA Trans.*, v. 60, p. 254–261, 2016.

TORRICO, B. C.; FILHO, M. P. de A.; LIMA, T. A.; FORTE, M. D. do N.; SÁ, R. C.; NOGUEIRA, F. G. Tuning of a dead-time compensator focusing on industrial processes. *ISA Transactions*, v. 83, p. 189 – 198, 2018.

TORRICO, B. C.; FILHO, M. P. de A.; LIMA, T. A.; SANTOS, T. L.; NOGUEIRA, F. G. New simple approach for enhanced rejection of unknown disturbances in lti systems with input delay. *ISA Transactions*, p. in press, 2019.

TORRICO, B. C.; NORMEY-RICO, J. E. 2dof discrete dead-time compensators for stable and integrative processes with dead-time. *Journal of Process Control*, v. 15, n. 3, p. 341 – 352, 2005.

VERMA, B.; PADHY, P. K. Robust fine tuning of optimal pid controller with guaranteed robustness. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, p. 1–1, 2019.

WANG, D.; LIU, T.; SUN, X.; ZHONG, C. Discrete-time domain two-degree-of-freedom control design for integrating and unstable processes with time delay. *ISA Trans.*, v. 63, p. 121 – 132, 2016.

WANG HAN-QIN ZHOU, Y. Z. Q.-G.; ZHANG, Y. A comparative study on control of unstable processes with time delay. In: *2004 5th Asian Control Conference (IEEE Cat. No.04EX904)*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 3, p. 1996–2004 Vol.3.

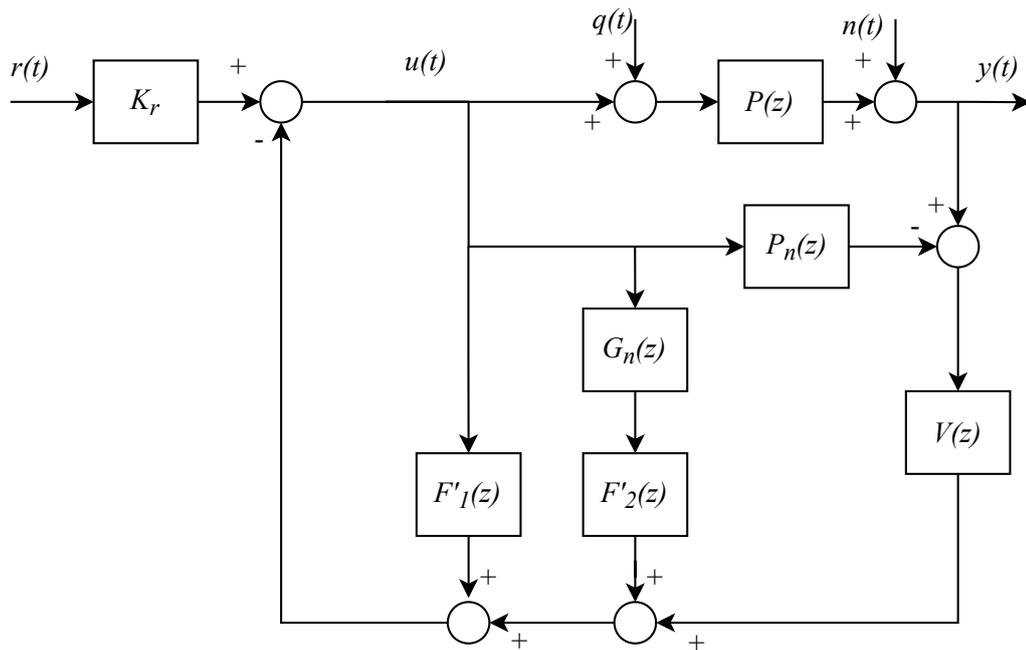
WANG, Z.; TIAN, H.; GENG, X.; CUI, J.; LIU, T. Predictor based 2dof control design for inverse response processes with time delay. In: *2018 33rd Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation (YAC)*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 65–70.

# Apêndices

## A. SDTC PARA SISTEMAS DE SEGUNDA ORDEM

A estrutura do SDTC para plantas de segunda ordem é vista na Figura 44. A estrutura apresentada em (TORRICO; CORREIA; NOGUEIRA, 2016; TORRICO et al., 2018) tem as mesmas características apresentadas no STDC para plantas de primeira ordem com modificação no filtro para atender aos requisitos da planta de segunda ordem. No SDTC para UFOPDT  $F'_1 = 0$  e  $F'_2 = k$ .

Figura 44 – Esquema do SDTC para processos de segunda ordem.



Fonte: (TORRICO et al., 2018) adaptado.

Para analisar as propriedades do controlador, as relações de entrada-saída e a condição de estabilidade robusta são calculadas para o caso nominal  $P(z) = P_n(z)$  são dadas por:

$$H_{yr}(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{K_r P_n(z)}{1 + F'_1(z) + G_n(z) F'_2(z)}, \quad (\text{A.1})$$

$$H_{yq}(z) = \frac{Y(z)}{Q(z)} = P_n(z) \left[ 1 - \frac{P_n(z)V(z)}{1 + F_1'(z) + G_n(z)F_2'(z)} \right], \quad (\text{A.2})$$

$$H_{un}(z) = \frac{U(z)}{N(z)} = \frac{-V(z)}{1 + F_1'(z) + G_n(z)F_2'(z)}, \quad (\text{A.3})$$

$$I_r(\omega) = \left| \frac{1 + F_1'(z) + G_n(z)F_2'(z)}{G_n(z)V(z)} \right|_{z=e^{j\omega T_s}} > \overline{\delta P}(e^{j\omega T_s}), \quad (\text{A.4})$$

sendo em A.1 os filtros  $F_1'(z)$  e  $F_2'(z)$  ajustados para obter o seguimento de referencia desejado. Para isso, considere  $F_1'(z)$  e  $F_2'(z)$  como filtros FIR

$$F_1'(z) = f_{1_1}z^{-1} + f_{1_2}z^{-2} + \dots + f_{1_{n-1}}z^{-n+1}, \quad (\text{A.5})$$

$$F_2'(z) = f_{2_0} + f_{2_1}z^{-1} + f_{2_2}z^{-2} + \dots + f_{2_{n-1}}z^{-n+1}, \quad (\text{A.6})$$

onde  $n$  é a ordem do modelo de processo livre de atrasos  $G_n(z)$ . Os coeficientes de  $F_1'(z)$  e  $F_2'(z)$  são calculados usando a alocação de polos comparando o denominador de A.1 a um modelo de referência de malha fechada desejada. Para encontrar os coeficientes de  $F_1'(z)$  e  $F_2'(z)$ , deve-se resolver uma equação do tipo  $\Phi x = y$ , com

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & b_1 & \dots & 0 \\ a_1 & 1 & & \vdots & b_2 & & \vdots \\ \vdots & a_1 & & 0 & \vdots & & 0 \\ a_n & \vdots & & 1 & b_n & & b_1 \\ 0 & a_n & & a_1 & 0 & & \vdots \\ 0 & 0 & & a_n & 0 & & b_n \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} f_{1_1} \\ \vdots \\ f_{1_{n-1}} \\ f_{2_0} \\ \vdots \\ f_{2_{n-1}} \end{bmatrix}, \quad \text{and } y = \begin{bmatrix} s_1 - a_1 \\ \vdots \\ s_n - a_n \\ s_{n+1} \\ \vdots \\ s_{2n-1} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.7})$$

onde  $\Phi$  é uma matriz quadrada  $2n - 1$  não singular,  $a_1 \dots a_n$  e  $b_1 \dots b_n$  são os coeficientes de

$$G_n(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} \dots b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} \dots a_n z^{-n}}, \quad (\text{A.8})$$

e  $s_1 \dots s_{2n-1}$  são os coeficientes do polinômio característico desejado

$$1 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} \dots s_{2n-1} z^{-2n+1} = (1 - r_1 z^{-1})(1 - r_2 z^{-1}) \dots (1 - r_{2n-1} z^{-1}). \quad (\text{A.9})$$

$K_r$  é um ganho calculado para produzir erro de estado igual zero, então

$$K_r = \frac{1 + F'_1(1) + G_n(1)F'_2(1)}{P_n(1)}. \quad (\text{A.10})$$

O filtro de robustez pode ser ajustado por:

$$V_1(z) = \frac{v_0 + v_1 z^{-1} + v_2 z^{-2}}{(1 - \beta_1 z^{-1})(1 - \beta_2 z^{-1})}, \quad (\text{A.11})$$

e

$$V_2(z) = \frac{v_0 + v_1 z^{-1} + v_2 z^{-2}}{(1 - \beta_1 z^{-1})(1 - e^{-\sigma + \Omega i} z^{-1})(1 - e^{-\sigma - \Omega i} z^{-1})} \quad (\text{A.12})$$

onde  $v_0 \dots v_n$  são os coeficientes de filtro calculados para atender aos requisitos de design,  $\beta$  é um parâmetro de ajuste do usuário e  $\sigma$  e  $\Omega$  são parâmetros livres.

Para o ajuste de  $V_1(z)$  inicialmente  $\beta_2$  é ajustado para obter as características de robustez desejadas, então  $\beta_1$  é definido entre  $0 \leq \beta_1 < \beta_2$ .

O filtro  $V_2(z)$  é ajustado da seguinte forma:

- definir uma proporção desejada  $D_r = \Omega/\sigma$ ,
- ajustar  $\sigma$  para atingir a robustez desejada,

- definir  $\beta_1$  entre  $0 \leq \beta_1 < 1$  perto de um para melhor atenuação de ruído.

O procedimento de ajuste do SDTC para plantas estáveis, integradoras e outras análises pode ser visto em ([TORRICO et al., 2018](#); [TORRICO et al., 2019](#)).

## B. DETALHES DA ESTRUTURA DE TESTE

A estrutura de teste desenvolvida para validação das regras é representada pela movimentação de um braço e tem duas placas com sistema embarcado distinto. Uma placa é responsável pelo PWM do motor e a outra pelo processamento da imagem.

O braço foi feito com duas hastes em alumínio e fixada em uma base de acrílico. O movimento de uma das hastes é feito por um motor com hélice acoplado em uma das suas extremidades e o ângulo formado pelo movimento desta haste em relação a outra é utilizado para a validação do controlador.

Um esquema com imagens dos componentes e o diagrama de blocos do processo é visto na Figura 45. Os blocos com os componentes fazem a relação com a estrutura do diagrama de blocos do SDTC. A saída  $y$  é posição angular do braço e este valor é verificado por imagem. Os filtros do SDTC são todos processados pelo computador que posteriormente envia o novo sinal de controle  $u$ , correspondente ao valor de PWM, à planta. Este PWM é enviado ao motor utilizando um controlador eletrônico de velocidade (*'Electronic Speed Controller'*, ESC).

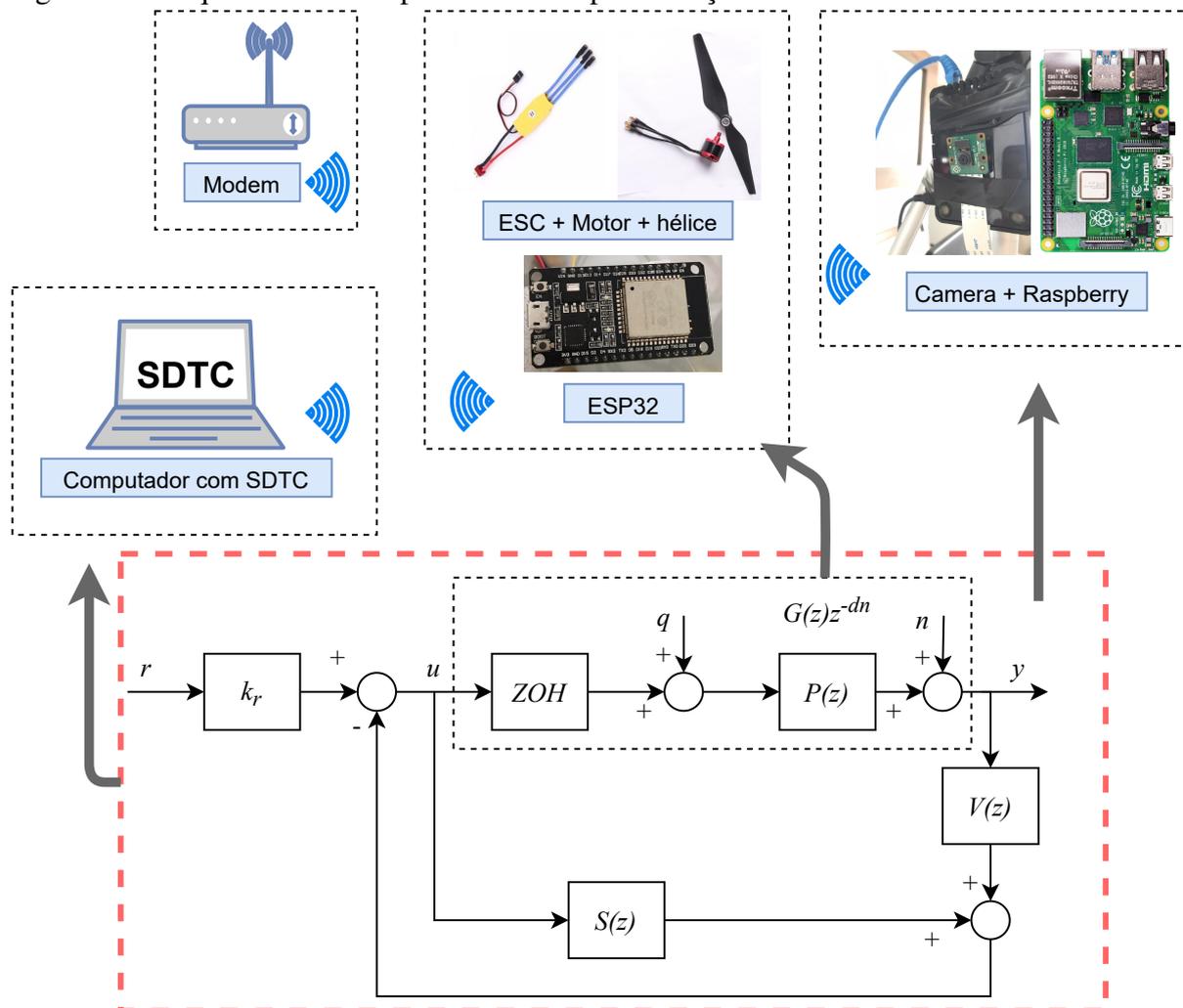
A seguir o funcionamento dos blocos com os componentes da plataforma de teste.

- Bloco computador com SDTC: O controlador fica em um computador que processa a estrutura do SDTC e envia a nova posição da haste utilizando *Wi-Fi*.
- Bloco ESP32 com ESC+motor+hélice: O sistema embarcado na estrutura do braço é uma placa ESP32. Ela é responsável em receber os novos comandos do controlador referente ao ângulo e enviar o valor correspondente ao PWM do motor.
- Bloco Câmera+Raspberry: O outros sistema embarcado utiliza a Raspberry pi que fica junto com a câmera compatível ao sistema, modelo V2.1. Ela é responsável em coletar os dados da imagem pela câmera, adicionar os filtros e indicar o valor da posição atual

do braço. Esta nova posição angular é enviada via *Wi-Fi* para o controlador, equivalente a posição visualizada e passa as informações para o controlador.

- Bloco Modem: Faz a comunicação entre o computador, a ESP32 e a Raspberry.

Figura 45 – Esquema com componentes da implementação do SDTC.



Fonte: Elaborado pela autora (2021).

O atraso é dado pelo processamento da imagem no sistema embarcado correspondente e pela comunicação entre as partes. Um modem dedicado somente a esta rede *Wi-Fi* é o responsável em passar a informação de um ponto para outro.