



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA**

**EMANOEL SOUSA DA SILVA**

**FORMULAÇÃO ADAPTATIVA COMPOSICIONAL DE RESERVATÓRIOS DE  
PETRÓLEO UTILIZANDO MALHAS NÃO-ESTRUTURADAS BASEADA EM  
ELEMENTOS**

**FORTALEZA**

**2019**

**EMANOEL SOUSA DA SILVA**

**FORMULAÇÃO ADAPTATIVA COMPOSICIONAL DE RESERVATÓRIOS DE  
PETRÓLEO UTILIZANDO MALHAS NÃO-ESTRUTURADAS BASEADA EM  
ELEMENTOS**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Química da Universidade Federal do Ceará, como parte dos pré-requisitos à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Química.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Marcondes.

**FORTALEZA**

**2019**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

S579f Silva, Emanuel Sousa da.

Formulação adaptativa composicional de reservatórios de petróleo utilizando malhas não-estruturadas baseada em elementos / Emanuel Sousa da Silva. – 2019.  
50 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Curso de Engenharia Química, Fortaleza, 2019.  
Orientação: Prof. Dr. Francisco Marcondes.

1. Simulação composicional. 2. Reservatórios de petróleo. 3. EbFVM. 4. Formulação adaptativa. 5. Volumes finitos. I. Título.

CDD 660

---

**EMANOEL SOUSA DA SILVA**

**FORMULAÇÃO ADAPTATIVA COMPOSICIONAL DE RESERVATÓRIOS DE  
PETRÓLEO UTILIZANDO MALHAS NÃO-ESTRUTURADAS BASEADA EM  
ELEMENTOS**

Monografia submetida ao Departamento de Engenharia Química da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Química.

Aprovada em: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_\_.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Francisco Marcondes (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Rílvia Saraiva de Santiago Aguiar  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Luis Glauber Rodrigues  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Me. Ivens da Costa Menezes Lima  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Aos meus pais, Lúcia de Fátima e Manoel Tadeu, por nunca me cobrar nada e sempre me permitir escolher meus caminhos.

## **AGRADECIMENTO**

Agradeço primeiramente a minha mãe, Lúcia de Fátima, pela incansável disposição a me ajudar, a me aceitar, a nunca me cobrar nada e a sempre me tratar com toda a sua típica paciência, embora nem sempre fosse fácil.

Ao meu pai, Manoel Tadeu, que com seu jeito particular criou em mim uma vontade de sempre fazer mais do que o que pareça ser possível.

A minha tia Thesca, por quem possuo um carinho especial e uma admiração enorme. Obrigado por todo o seu amor a mim destinado, sempre me tratando como um filho.

Ao amor de minha vida, Sandro, que mesmo em tão pouco tempo gerou em mim uma mudança que, eu tenho certeza, irá perdurar pelo resto dos meus dias. Obrigado pela paciência e por todo o companheirismo e apoio a mim fornecidos.

A todos os meus amigos de faculdade, que não listo aqui porque são muitos, mas garanto: tenho os melhores. Passamos por muitas, superamos todas. Sempre apoiados uns nos outros. Assim conseguimos encontrar nossas forças.

“A vida é uma peça de teatro que não permite ensaios, por isso cante, dance, chore, sorria e viva intensamente, antes que as cortinas se fechem e a peça termine sem aplausos.”

(Charlie Chaplin)

## RESUMO

Um reservatório de petróleo e gás natural é um sistema complexo devido a suas dimensões, estrutura interna e os fluidos que por ele escoam. Modelar tal sistema não é uma tarefa fácil e o simulador pode se tornar dispendioso a nível de gasto computacional. Com o intuito de reduzir esse gasto, formulações adaptativas podem ser implementadas. Essas formulações permitem a redução do nível de implicitude da malha ao mesmo tempo em que garante a estabilidade numérica necessária. O trabalho abordado descreve a implementação de uma formulação adaptativa em um simulador, do tipo composicional, de reservatório de petróleo. A pesquisa é aplicada a malhas não estruturadas 2D utilizando a metodologia EbFVM (*Element-based Finite Volume Method*). A fim de validar as novidades implementadas, três casos são testados, e os resultados obtidos foram comparados com resultados provenientes de outras formulações já em uso no simulador. As taxas de recuperação de óleo e gás servem para atestar a acurácia e a precisão da metodologia implementada e os dados de tempo de simulação são usados para comprovar a vantagem do novo método. Com o método adaptativo, o esforço computacional exigido é menor, contudo, ainda mantém-se a confiabilidade dos resultados de simulação.

**Palavras-chave:** Simulação composicional, Reservatórios de petróleo, EbFVM, Formulação Adaptativa, Volumes Finitos.



## ABSTRACT

An oil and gas reservoir is a complex system due to its dimensions, internal structure and the fluids that flow through it. Modeling such structure is not an easy task and it can become costly in terms of computational effort. In order to reduce this expenditure, adaptative formulations can be implemented. These formulations provide the reduction in the implicitness level of mesh while ensuring the numerical stability required. The present work describes the implementation of an adaptative formulation in a simulator, from compositional type, of oil reservoir. The research is applied to 2D unstructured grids using Element-based Finite Volume Method (EbFVM). For the purpose of validate the new implementations, three case studies are tested and the acquired results are compared with the results from other formulations already in use in the simulator. The oil and gas production curves serve to attest the accuracy and precision of the implemented methodology and the simulation time data are used to prove the advantage of the new method. In adaptative method, the computational effort required is lower, however, the reliable simulation results are still maintained.

**Keywords:** Compositional simulation, Oil reservoir, EbFVM, Adaptative Method, Finite Volumes.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplos de malha a) Cartesiana e b) EbFVM.....	18
Figura 2 - Malha cartesiana de 4 volumes e suas formulações. ....	25
Figura 3 – Matriz jacobiana inicial.....	26
Figura 4 – Matriz jacobiana após eliminação parcial.....	27
Figura 5 – Matriz jacobiana reduzida.....	28
Figura 6 – Elemento de malha vs. volume de controle em uma malha EbFVM 2D.....	30
Figura 7 – Transformação de plano de um elemento triangular.....	31
Figura 8 – Transformação de plano de um elemento quadrangular.....	31
Figura 9 – Layout de poços tipo <i>five-spot</i> (em azul, $\frac{1}{4}$ de <i>five-spot</i> ).....	35
Figura 10 – Malha e configuração dos poços do Caso 1.....	35
Figura 11 – Taxas de produção para o Caso 1: a) Óleo b) Gás.....	37
Figura 12 – Campo de saturação e distribuição da formulação para o Caso 1.....	39
Figura 13 – Malha e configuração dos poços do Caso 2.....	40
Figura 14 – Taxas de produção para o Caso 2: a) Óleo e b) Gás.....	41
Figura 15 – Campo de saturação e distribuição da formulação para o Caso 2.....	43
Figura 16 – Malha e configuração dos poços do Caso 3.....	44
Figura 17 – Campo de permeabilidade do reservatório do Caso 3.....	44
Figura 18 – Taxas de produção para o Caso 3: a) Óleo. b) Gás.....	46
Figura 19 – Campo de saturação e distribuição da formulação para o Caso 3.....	47

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados do reservatório para o Caso 1 .....	36
Tabela 2 – Composições dos fluidos do Caso 1 .....	36
Tabela 3 – Dados da Simulação para o Caso 1.....	38
Tabela 4 – Composições dos fluidos do Caso 2 .....	40
Tabela 5 – Frações molares para Caso 2 .....	41
Tabela 6 – Dados da Simulação para o Caso 2.....	42
Tabela 7 – Dados do reservatório para o Caso 3 .....	45
Tabela 8 – Composições dos fluidos do Caso 3 .....	45
Tabela 9 – Dados da Simulação para o Caso 3.....	47

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
<b>2. REVISÃO DE LITERATURA.....</b>	<b>15</b>
2.1 Simuladores de Reservatório de Petróleo.....	15
2.2 Formulações Numéricas .....	15
<b>2.2.1 O Método Implícito Adaptativo (AIM).....</b>	<b>16</b>
2.3 Método dos Volumes Finitos Baseado em Elementos (EbFVM).....	17
<b>3 MODELO.....</b>	<b>19</b>
3.1 Balanço Molar .....	19
3.2 Equação da Pressão .....	21
3.3 Equações Residuais .....	22
3.4 Formulações IMPEC e FI.....	22
3.5 Método Implícito Adaptativo .....	23
<i>3.5.1 Sistema Linear .....</i>	<i>24</i>
<i>3.5.2 Matriz Jacobiana.....</i>	<i>25</i>
3.6 Critério de Seleção da Formulação de um Bloco .....	28
<i>3.6.1 Critério Threshold.....</i>	<i>28</i>
<i>3.6.2 Critério CFL.....</i>	<i>29</i>
3.7 Método EbFVM.....	30
<b>4 MATERIAIS E MÉTODOS.....</b>	<b>33</b>
<b>5 RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>34</b>
5.1 Caso 1 – Malha de Quadriláteros e 3 Componentes.....	35
5.2 Caso 2 – Malha de Triângulos e 6 Componentes .....	39
5.3 Caso 3 – Malha de Quadriláteros, 3 Componentes e Campo Heterogêneo.....	43
<b>6 CONCLUSÕES.....</b>	<b>49</b>
6.1 Sugestão para Trabalhos Futuros.....	49
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>50</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Um reservatório de petróleo e gás natural é uma entidade complexa devido as suas dimensões, estrutura interna, características físicas e comportamentos dos fluídos que por ele escoam. A exploração de um reservatório é uma etapa dispendiosa no processo de recuperação do petróleo, tendo a necessidade de que esta seja bem planejada e implementada. Para isso, é de extrema importância ter modelos confiáveis, acurados e precisos no momento da simulação e previsão dos comportamentos e resultados obtidos a partir de um determinado reservatório.

Um simulador consiste num módulo matemático capaz de resolver um conjunto de equações previamente propostas. Na simulação de reservatório, tais equações costumam ser de balanço de massa e de balanço de energia, se necessário. Além disso, modelos de equações de estado, equilíbrio de fases e de estimativas de propriedades dos fluidos envolvidos são também implementadas com o intuito de completar o modelo matemático. Os modelos visam encontrar os valores de uma gama de variáveis ao longo da simulação, como pressão, viscosidade, densidade, velocidade, dentre outros, a fim de estimar a produção de petróleo do reservatório ao longo do tempo.

Modelar uma estrutura complexa como um reservatório, bem como sua conexão com os poços não é uma tarefa fácil e pode exigir um alto nível de esforço computacional, a depender das características do domínio, do método de resolução utilizado e outros fatores. Assim, entra-se em discussão a metodologia Adaptativa, que busca unir o melhor das formulações IMPEC (*Implicit Pressure/Explicit Composition*) e Totalmente Implícita (ou FI do termo em inglês *Fully Implicit*). A formulação IMPEC consiste em resolver somente a pressão avaliada no instante de tempo atual e todas as demais variáveis do modelo são calculadas a no instante de tempo anterior. Essa metodologia exige um baixo esforço computacional em contraponto de que exige menores passos de tempo ao longo da simulação, impedindo que a simulação alcance o seu resultado final em tempos menores. Já a formulação FI resolve no instante de tempo atual não somente a variável pressão como também a variável composição, agregando mais complexidade à solução do modelo que passa a demandar maior esforço de cálculo e memória do computador. Entretanto, esta permite que o passo de tempo seja maior possibilitando que a simulação alcance o seu resultado em um tempo menor ao comparado com a formulação IMPEC. Assim, a formulação Adaptativa visa possibilitar menor esforço computacional atrelado a maiores passos de tempo, com isso permitindo que o computador utilize menor processamento de cálculo e memória ao passo que atinge o final da simulação em

tempos mais curtos que as formulações IMPEC e FI. O resultado disso pode ser evidenciado em menores tempos de testes nas etapas de tomadas de decisão da indústria de exploração de petróleo.

Outro ponto que influencia na simulação é o método de discretização do domínio de cálculo. No caso, o domínio de cálculo trata-se do reservatório e dos poços de petróleo. O domínio pode ser discretizado, de forma geral, em malhas estruturadas e não estruturadas. O presente trabalho cuida da implementação de uma formulação Adaptativa em malhas não estruturadas bidimensionais com abordagem na metodologia EbFVM (*Element-based Finite Volume Method*).<sup>1,2,3</sup>

O presente trabalho trata da implementação do modelo Adaptativo proposto por Collins *et al.*<sup>4</sup> no simulador composicional UTCOMP<sup>5</sup>. O simulador utiliza equações de estado e de equilíbrio de fases para prever o escoamento multifásico de diferentes fluidos no interior do reservatório e dos poços. O simulador possui capacidade de modelagem para o equilíbrio de até quatro fases: uma fase aquosa, duas fases de hidrocarboneto líquido e uma fase de hidrocarboneto gasoso.<sup>6</sup>

Este trabalho descreve a implantação da formulação Adaptativa, bem como os modelos matemáticos utilizados. O trabalho abrange apenas malhas 2D. Aqui também é feita a validação e a comparação dos resultados obtidos com formulações previamente implementadas no simulador. O trabalho objetiva mostrar que essa formulação é eficiente para prever a produção de petróleo de um reservatório, fornecendo valores confiáveis em um menor tempo de simulação, impactando diretamente e positivamente na etapa de planejamento ou outras etapas de tomadas de decisão da indústria de exploração de petróleo.

## 2. REVISÃO DE LITERATURA

Ao longo dos anos, diversos tipos de simuladores de reservatório de petróleo foram estudados e desenvolvidos, como simuladores *black-oil*, composicionais, dentre outros. O simulador objeto de estudo deste trabalho é um simulador do tipo composicional. Estes simuladores se fazem necessários quando as propriedades dos fluidos do reservatório têm os seus valores alterados ao longo da simulação devido a variação de pressão e composição. A estes simuladores se aplicam o caso da recuperação avançada de óleo através da injeção de CO<sub>2</sub>, que a depender da pressão e outras propriedades pode ser miscível na fase óleo, apesar de sua baixa miscibilidade.<sup>7</sup>

### 2.1 Simuladores de Reservatório de Petróleo

Fussel e Fussel<sup>8</sup> desenvolveram um simulador utilizando uma equação de estado para descrever o equilíbrio líquido-vapor durante o escoamento de um gás miscível. Nghiem *et al.*<sup>9</sup> desenvolveram um simulador composicional utilizando a formulação IMPES (*Implicit Pressure/Explicit Saturation*) aplicadas a malhas cartesianas tridimensionais. Chien *et al.*<sup>10</sup> desenvolveram um simulador FI também tridimensional, mas que havia suporte para escoamento trifásico. Collins *et al.*<sup>4</sup> desenvolveram um simulador com formulação implícita adaptativa desprezando a transferência de massa entre as fases aquosa e hidrocarboneto. Chang<sup>5</sup> colaborou no desenvolvimento de um simulador com suporte para a transferência de massa entre as fases aquosa e de hidrocarbonetos. Este simulador foi intitulado UTCOMP e possui suporte para escoamento de até quatro fases, sendo duas de hidrocarbonetos líquidos, uma de hidrocarboneto gasoso e uma fase aquosa. Este é o simulador que, passado por alguns aprimoramentos ao longo dos anos, foi objeto de estudo deste trabalho.

### 2.2 Formulações Numéricas

Para realizar a simulação de fluidos multifásicos é necessário que existam equações que descrevam o comportamento de suas fases. Fussel and Fussel<sup>8</sup> desenvolveram um método IMPEC que utilizava a equação de estado de Redlich e Kwong (RK)<sup>11</sup> para modelar o comportamento das fases e mostraram que ela melhorava as taxas de convergência. A partir daí muitos modelos presentes na literatura obtiveram vantagens ao utilizar equações de estado.

O primeiro modelo totalmente implícito (FI) para simulação composicional foi proposto por Coats<sup>12</sup>. O modelo também utilizava a equação de estado RK para descrever o comportamento das fases e levava em conta termos de capilaridade, gravidade e forças viscosas, entretanto, negligenciava a dispersão física.

Nghiem *et al.*<sup>9</sup> desenvolveram um modelo IMPEC baseado no trabalho de Kzemi *et al.*<sup>13</sup> O novo modelo utilizava a equação de estado de Peng e Robinson (PR)<sup>14</sup> para diminuir problemas de convergência deixados pelos modelos anteriores e utilizava fatores de ponderação na obtenção da expressão da pressão a fim de garantir um sistema linear simétrico e de diagonal dominante.

Uma nova abordagem IMPEC foi apresentada por Acs *et al.*<sup>15</sup>, em que utilizava restrições do volume como base para a equação da pressão. Watts<sup>16</sup> propôs um modelo com nível de implicitude intermediário entre o IMPEC e o FI. Mais tarde, Branco e Rodrigues<sup>17</sup> apresentaram uma abordagem com um nível de implicitude intermediário entre a formulação FI e o modelo de Watts<sup>16</sup>.

Mais recentemente, Fernandes<sup>7</sup> comparou diversas técnicas aplicadas a malhas não estruturadas e três novos métodos foram apresentados. Um destes era uma versão FI de Acs *et al.*<sup>15</sup> e os demais eram variações do modelo de Watts<sup>16</sup>, tornando estes modelos mais robustos e eficientes computacionalmente.

### **2.2.1 O Método Implícito Adaptativo (AIM)**

Por muitos anos os simuladores utilizaram os modelos IMPEC ou IMPES em seus códigos. Os modelos FI eram limitados pela grande necessidade de memória e alta capacidade de processamento exigidos, enquanto o IMPEC apresentava grande restrição para simulações com largos passos de tempo, problema que era agravado nas regiões do domínio próximas aos poços.<sup>4</sup>

Thomas e Thurnal<sup>18,19</sup> foram os primeiros a desenvolverem um método implícito adaptativo (ou AIM, do termo em inglês *Adaptive Implicit Method*) para modelos *black-oil*, introduzindo a questão de que não é necessário modelar todo o domínio de maneira FI durante toda a simulação. O trabalho mostrava que apenas nas regiões do reservatório que apresentavam potenciais fontes de instabilidade para o método IMPEC é que se fazia necessário que tais blocos fossem tratados como FI. O critério de estabilidade utilizado foi baseado no trabalho de Peaceman<sup>20</sup>, tendo feito uso de algumas extrapolações.



Forsyth e Sammon<sup>21</sup> foram os primeiros a estudarem os critérios que determinam a troca de formulação de um bloco (IMPEC para FI ou vice-versa). Eles propuseram um critério alternativo regido pela abertura ou não de um ou mais poços durante a simulação. Como resultado foram observados estabilidade durante a simulação e uma otimização no tempo de CPU quando comparado ao modelo FI. Fung *et al.*<sup>22</sup> desenvolveram um método de troca de formulação que melhorou a estabilidade do método AIM. O procedimento era muito pesado para ser aplicado em toda a malha, assim, apenas os blocos que estivessem na interface das formulações IMPES/FI eram testados. Resultados similares aos dos critérios originais foram obtidos.

Russel<sup>23</sup> propôs o primeiro critério de troca de formulação baseado nas condições Courant-Friedrichs-Lewis (CFL) para simulador *black-oil*. Este novo critério reduz as dispersões numéricas em comparação com o modelo FI, produzindo soluções mais precisas. Grabenstetter *et al.*<sup>24</sup> então apresentaram um critério CFL para simuladores composicionais. Embora o teste não fosse tão rigoroso, os resultados não apresentaram instabilidades significativas.

Mais tarde, Cao e Aziz<sup>25</sup> utilizaram o teste de estabilidade desenvolvido por Coats<sup>26</sup>, também baseado em critérios CFL, para desenvolver uma nova técnica, a IMPSAT baseada em modelo implícito adaptativo (IMPSAT-AIM). O trabalho mostra que este novo método apresenta melhor desempenho que as formulações IMPEC e FI, dado o seu nível intermediário de implicitude.

Mais recentemente, Drumond Filho<sup>27</sup> implementou uma formulação AIM em um simulador composicional com malhas não estruturadas EbFVM. O modelo foi uma combinação do método IMPEC de Acs *et al.*<sup>15</sup> com o FI de Fernandes<sup>7</sup>. O modelo apresentou menor tempo de processamento em relação às formulações IMPEC e FI, mantendo a mesma precisão dos resultados, mostrando que o AIM é um método com potencial.

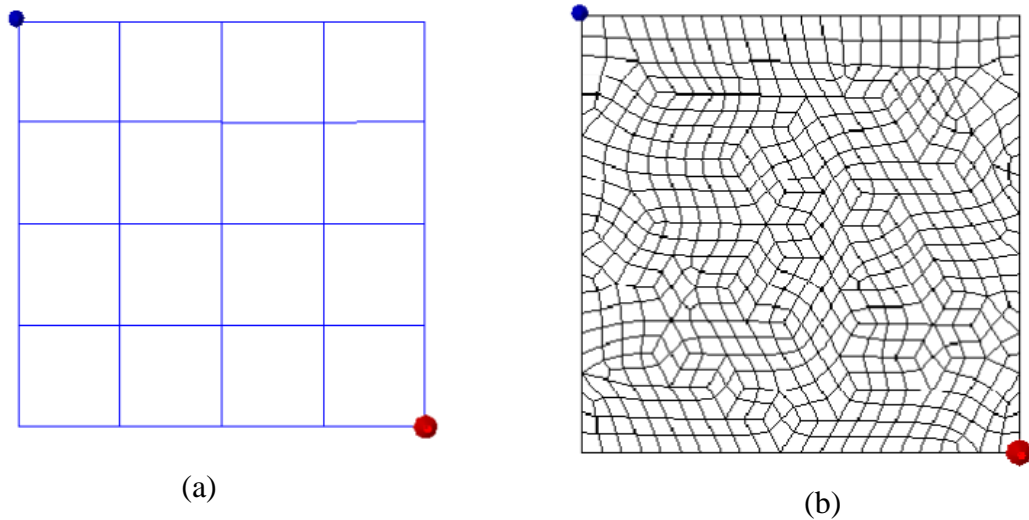
### **2.3 Método dos Volumes Finitos Baseado em Elementos (EbFVM)**

A modelagem de reservatório de petróleo encontra dificuldades na representação do seu domínio por este ser uma estrutura complexa de geometrias irregulares e diversas. A utilização de malhas cartesianas foi por muito tempo o único meio de representar esses domínios, entretanto, a sua baixa capacidade de representar a realidade do domínio limitou a precisão dos métodos. A fim de ultrapassar essa barreira foram desenvolvidos estudos e métodos aplicados à malhas não estruturadas. Os primeiros passos dessa nova representação na

engenharia de petróleo foram dados por Forsyth<sup>28</sup>, Gottardi e Dall'Olio<sup>29</sup>, e Fung *et. al.*<sup>30</sup> Estes trabalhos introduziram o Método dos Volumes de Controle em Elementos Finitos (CVFEM). O método foi desenvolvido apenas para malhas bidimensionais e abordava apenas escoamentos monofásicos.

Mais tarde, Cordazzo<sup>1</sup> e Cordazzo *et. al.*<sup>2,3</sup> desenvolveram uma nova metodologia que foi chamada de Método dos Volumes Finitos Baseado em Elementos (EbFVM). Tal nomenclatura se deu devido a técnica consistir em uma abordagem do método dos volumes finitos clássico acrescido da flexibilidade do método dos elementos finitos. A nova metodologia já foi desenvolvida levando em conta escoamento multifásico de vários componentes, sendo assim, uma representação mais realística do domínio do objeto de estudo, os reservatórios de petróleo. Com isso, aproximações mais precisas puderam ser obtidas. Paluszny *et. al.*<sup>31</sup> e Marcondes *et. al.*<sup>32</sup> aumentaram a abrangência do método ao aplicá-lo a malhas tridimensionais e em simuladores do tipo composicional. A Figura 1 apresenta exemplos de malha cartesiana e EbFVM bidimensionais.

Figura 1 – Exemplos de malha a) Cartesiana e b) EbFVM



Fonte: Fernandes<sup>6</sup>

### 3 MODELO

As equações da pressão e do balanço do número de moles são as principais equações do simulador. É a partir da obtenção destas que todas as demais variáveis são obtidas, como saturação, permeabilidade relativa, densidade molar, dentre outras. O modelo investigado neste trabalho foi proposto por Collins *et al.*<sup>4</sup>, e as equações propostas são descritas a seguir.

#### 3.1 Balanço Molar

Em simulação composicional de reservatório de petróleo muitos pseudo-componentes descrevem o fluido. Tais componentes podem estar presentes em cada fase. O balanço molar para o componente  $k$  é dado pela seguinte equação:

$$\frac{1}{V_b} \frac{\partial N_k}{\partial t} = - \sum_{j=1}^{n_p} \bar{\nabla} \cdot (x_{kj} \xi_j \bar{U}_j) - \sum_{j=1}^{n_p} \bar{\nabla} \cdot (\phi S_j j_{kj}) - \frac{\dot{q}_k}{V_b}, \quad k = 1, \dots, n_c, n_c + 1 \quad (1)$$

onde  $N_k$  é o número total de moles do componente  $k$ ,  $V_b$  é o volume do bloco,  $x_{kj}$  é a fração molar do componente  $k$  na fase  $j$ ,  $\xi_j$  é a densidade molar da fase  $j$ ,  $\bar{U}_j$  é o vetor velocidade da fase  $j$ ,  $\phi$  é a porosidade,  $S_j$  é a saturação da fase  $j$ ,  $j_{kj}$  é o fluxo molar de dispersão física do componente  $k$  na fase  $j$  e  $\dot{q}_k$  é o termo de fonte ou consumo do componente  $k$ .

Devido à complexidade de implementação, o termo de dispersão física foi desconsiderado no simulador e não será levado em conta aqui. O vetor velocidade na equação (1) é aproximado pela lei de Darcy modificada para fluxo multifásico. De acordo com Wong e Aziz<sup>33</sup>, a velocidade é então escrita assim:

$$\bar{U}_j = - \frac{1}{\mu_j} \bar{\bar{K}}_j \cdot \bar{\nabla} \Phi_j, \quad j = 1, \dots, n_p \quad (2)$$

onde  $\bar{\bar{K}}_j$  é o tensor de permeabilidade efetiva da fase  $j$ ,  $\mu_j$  é a viscosidade da fase  $j$  e  $\Phi_j$  é o potencial hidrostático da fase  $j$  que é definido por:

$$\Phi_j = P_j - \rho_j g D, \quad j = 1, \dots, n_p \quad (3)$$

onde  $P_j$  é a pressão da fase  $j$ ,  $\rho_j$  é a densidade mássica da fase  $j$ ,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $D$  é a profundidade, que é positiva no sentido para baixo.

O tensor permeabilidade efetiva presente na equação (2) é comumente escrito em termos da permeabilidade absoluta da rocha:

$$\overline{\overline{K}}_j = k_{rj} \overline{\overline{K}}, \quad j = 1, \dots, n_p \quad (4)$$

onde  $\overline{\overline{K}}$  é o tensor permeabilidade absoluta da rocha e  $k_{rj}$  é a permeabilidade relativa da fase  $j$ .

A pressão usada na equação (3) é definida como a pressão de uma fase de referência mais a pressão capilar da fase em questão em relação à fase de referência:

$$P_j = P_r + P_{crj} \quad (5)$$

em que  $P_r$  é a pressão da fase de referência e  $P_{crj}$  é a pressão capilar da fase  $j$  em relação à fase de referência. Neste trabalho, a pressão da fase óleo foi adotada como pressão de referência.

Ao integrar a equação do balanço molar dada em (1) e substituir os termos dados pelas equações (2) à (5), temos a taxa molar para os componentes hidrocarbonetos e para a água dada por, respectivamente:

$$\begin{aligned} \int_{V,t} \frac{1}{V_b} \frac{\partial N_k}{\partial t} dV dt &= N_k^m - N_k^n \\ &= \Delta t \sum_{j=1}^{n_p} \int_{V,t} \vec{\nabla} \cdot \left[ x_{kj}^m \xi_j^m \frac{k_{rj}^m}{\mu_j^m} \overline{\overline{K}} \cdot \vec{\nabla} (P^{n+1} + P_{cjr}^m - \rho_j^m gD) \right] \cdot d\vec{A} - \Delta t \dot{q}_k^m, \\ &k = 1, \dots, n_c \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \int_{V,t} \frac{1}{V_b} \frac{\partial N_w}{\partial t} dV dt &= N_w^m - N_w^n \\ &= \Delta t \int_{V,t} \vec{\nabla} \cdot \left[ \xi_w^m \frac{k_{rw}^m}{\mu_w^m} \overline{\overline{K}} \cdot \vec{\nabla} (P^{n+1} + P_{cwr}^m - \rho_w^m gD) \right] \cdot d\vec{A} - \Delta t \dot{q}_w^m, \\ &k = 1, \dots, n_c \end{aligned} \quad (7)$$

O superescrito  $m$  pode assumir os valores de  $n + 1$ , quando a variável for avaliada no passo de tempo atual; ou de  $n$ , quando a mesma for avaliada no passo de tempo anterior.

Essa tomada de decisão dependerá se o bloco em questão estará sendo avaliado de maneira FI ou IMPEC, respectivamente.

### 3.2 Equação da Pressão

A equação da pressão deriva de uma restrição de volume em meios porosos que afirma que uma dada quantidade de fluido ( $V_T$ ) deve ocupar o volume poroso ( $V_p$ ) da rocha. Tal restrição pode ser expressa por:

$$dV_p = dV_T \quad (8)$$

O simulador UTCOMP, que é usado neste trabalho, utiliza a hipótese de um reservatório composicional isotérmico. Em sistemas isotérmicos o volume total do fluido é uma função apenas da pressão e do número total de moles. Assim, a derivada do volume total pode ser dada por:

$$dV_T = \left( \frac{\partial V_T}{\partial P} \right)_N dP + \sum_{k=1}^{n_c+1} \left( \frac{\partial V_T}{\partial N_k} \right)_{P,N} \quad (9)$$

Por outro lado, o volume poroso, a fim de simplificação do modelo, é considerado uma função apenas da pressão, e pode ser escrito por:

$$dV_p = \frac{\partial V_p}{\partial P} dP \quad (10)$$

onde o volume do poro é definido por:

$$V_p = \emptyset V_b \quad (11)$$

em que  $V_b$  é o volume do bloco e  $\emptyset$  é a porosidade, que por sua vez é calculada por:

$$\emptyset = \emptyset^0 [1 + C_f (P - P_f)] \quad (12)$$

onde  $\emptyset^0$  é a porosidade da rocha avaliada na pressão de referência  $P_f$ , e  $C_f$  é a compressibilidade da rocha. Substituindo as equações (11) e (12) em (10) e derivando a equação (12) em relação a pressão, a derivada do volume poroso é obtida por:

$$dV_p = V_b \emptyset^0 C_f dP \quad (13)$$

Collins *et al.*<sup>4</sup> não mostram como as derivadas parciais da equação (9) são tratadas. A descrição de tais termos é que distingue o modelo de Collins *et al.*<sup>4</sup> de outros modelos já desenvolvidos. A peculiaridade deste modelo é que a equação da pressão para um dado bloco é dependente apenas de propriedades deste mesmo bloco, não possuindo dependência com blocos vizinhos. Vale ressaltar que essa é uma simplificação do modelo, mas que ainda fornece valores confiáveis para os devidos fins.

### 3.3 Equações Residuais

No modelo implementado, as equações da pressão e de balanço molar são tratadas na forma residual para evitar as não linearidades das equações<sup>7</sup>. Abaixo são apresentadas as equações para a pressão e para o número de moles dos componentes hidrocarbonetos e a água<sup>7</sup>, respectivamente:

$$R_p = V_p^{n+1} - \sum_{j=1}^{n_p} \frac{n_j^{n+1}}{\xi_j^{n+1}} \quad (14)$$

$$\frac{R_{N_k}}{V_b} = \frac{N_k^m - N_k^n}{V_b} - \Delta t \left\{ \sum_{j=2}^{n_p} \vec{\nabla} \cdot \left[ x_{kj}^m \xi_j^m \frac{k_{rj}^m}{\mu_j^m} \bar{K} \cdot \vec{\nabla} (P^m + P_{cjr}^m - \rho_j^m gD) \right] - \frac{q_k^m}{V_b} \right\}, k = 1, \dots, n_c \quad (15)$$

$$\frac{R_{N_w}}{V_b} = \frac{N_w^m - N_w^n}{V_b} - \Delta t \left\{ \vec{\nabla} \cdot \left[ \xi_w^m \frac{k_{rw}^m}{\mu_w^m} \bar{K} \cdot \vec{\nabla} (P^m + P_{cwr}^m - \rho_w^m gD) \right] - \frac{q_w^m}{V_b} \right\} \quad (16)$$

Como as equações (14), (15) e (16) são tratadas na forma residual, é necessário que estas obtenham o valor zero quando a solução do modelo for obtida. Elas são resolvidas no mesmo sistema linear utilizando o método iterativo de Newton-Raphson.

### 3.4 Formulações IMPEC e FI

O conceito de variáveis primárias e secundárias pode ser útil para a compreensão das formulações. Variáveis primárias são aquelas que são calculadas primeiramente e todas as demais variáveis são calculadas a partir delas. A essas demais variáveis dá-se a denominação de variáveis secundárias. Variáveis primárias típicas de muitos modelos são a pressão e o número de moles, ou a pressão e a saturação.

O simulador UTCOMP, no qual o trabalho foi desenvolvido, já possui implementadas formulações IMPEC e FI. O método IMPEC consiste em tratar apenas uma

variável primária, a pressão, implicitamente, implicando no menor sistema linear possível para a simulação de reservatório, possibilitando assim um baixo esforço computacional por passo de tempo. Entretanto, esse modelo apresenta relativa instabilidade numérica, o que faz com que menores passos de tempo sejam permitidos a fim de evitar tal problema, fazendo com que o tempo final da simulação demore mais a ser atingido. Collins *et al.*<sup>4</sup> e Quandalle e Savary<sup>34</sup> notaram que a limitação no passo de tempo faz com que o método IMPEC seja frequentemente inadequado para aplicações em campos reais.

A metodologia FI, por outro lado, demonstra ser uma formulação mais estável. Essa abordagem consiste em resolver todas as variáveis primárias implicitamente, o que elimina a instabilidade numérica relacionada ao passo de tempo presente na formulação IMPEC.<sup>27</sup> Devido a eliminação dessa instabilidade, maiores passos de tempo são permitidos pelo modelo FI, possibilitando que o final da simulação seja mais rapidamente alcançado. Todavia, o aumento no número de variáveis tratadas implicitamente acarreta um aumento no tamanho do sistema linear, exigindo maior esforço computacional para o método.

### 3.5 Método Implícito Adaptativo

O Método Implícito Adaptativo (AIM) deriva da observação de que apenas uma pequena fração da malha de volumes necessita ser tratada implicitamente em um dado nível de tempo.<sup>22</sup> Geralmente apenas as vizinhanças dos poços e a frente de deslocamento de fluido, onde ocorrem as maiores velocidades de fases, são as fontes de instabilidades no modelo IMPEC.<sup>27</sup> Assim, apenas os volumes pertencentes a essas regiões devem ser tratados implicitamente, enquanto que todo o resto da malha pode continuar sendo calculado explicitamente sem perda de estabilidade. Assim, o sistema linear assume um tamanho intermediário entre as formulações IMPEC e FI, não sendo tão grande quanto nesta última, demandando então um menor esforço computacional quando comparado ao método FI. Ao mesmo tempo, com a eliminação das fontes de instabilidade presente no método IMPEC, passos de tempo tão altos quanto os da metodologia FI podem ser alcançados. Pode então ser observado que o AIM une as vantagens de cada método, ao passo que elimina ou minimiza os problemas de cada um.

Embora o método adaptativo alie as vantagens dos métodos implícito e explícito, ele ainda apresenta duas problemáticas. Primeiramente, devido à frente de avanço do fluido ser móvel, a região de blocos que devem ser tratados de maneira implícita varia ao longo da simulação. A questão é: como identificar que blocos são esses em um dado passo de tempo?

Outro ponto é que devido a região de blocos implícitos ser dinâmica o sistema linear também será dinâmico, tendo o seu tamanho modificado a cada momento em que a região de blocos implícitos for alterada. A solução para o último problema pode ser obtida através de um algoritmo bem construído, enquanto o primeiro problema necessita de critérios para a verificação da estabilidade em cada ponto da malha. Esse assunto é discutido mais adiante no trabalho.

### 3.5.1 Sistema Linear

As equações (14), (15) e (16) compõem o sistema linear do modelo. O sistema linear pode ser genericamente representado por  $Ax = b$ . Nele, a matriz dos coeficientes  $A$  é formada pelo Jacobiano de cada volume de controle da malha. O vetor  $x$  é o vetor das incógnitas formado pelas derivadas de pressão e número moles de cada componente em cada bloco da malha. O vetor  $b$  é composto pelos termos residuais de pressão e de número de moles de cada componente. Sua solução é obtida utilizando o método iterativo de Newton-Raphson.

$$Ax = b \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{J}_{11} & \cdots & \bar{J}_{1n_b} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{J}_{n_b 1} & \cdots & \bar{J}_{n_b n_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \vdots \\ \bar{X}_{n_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \vdots \\ \bar{B}_{n_b} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Na equação (18),  $n_b$  é o número total de blocos da malha, e cada termo dentro das matrizes representa uma sub-matriz:

$$\bar{J}_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial RP_i}{\partial P_j} & \frac{\partial RP_i}{\partial N_{1j}} & \cdots & \frac{\partial RP_i}{\partial N_{n_c j}} & \frac{\partial RP_i}{\partial N_{w j}} \\ \frac{\partial RN_{1i}}{\partial P_j} & \frac{\partial RN_{1i}}{\partial N_{1j}} & \cdots & \frac{\partial RN_{1i}}{\partial N_{n_c j}} & \frac{\partial RN_{1i}}{\partial N_{w j}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial RN_{n_c i}}{\partial P_j} & \frac{\partial RN_{n_c i}}{\partial N_{1j}} & \cdots & \frac{\partial RN_{n_c i}}{\partial N_{n_c j}} & \frac{\partial RN_{n_c i}}{\partial N_{w j}} \\ \frac{\partial RN_{w i}}{\partial P_j} & \frac{\partial RN_{w i}}{\partial N_{1j}} & \cdots & \frac{\partial RN_{w i}}{\partial N_{n_c j}} & \frac{\partial RN_{w i}}{\partial N_{w j}} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\bar{X}_i = \begin{bmatrix} \delta P_i \\ \delta N_{1i} \\ \vdots \\ \delta N_{n_c i} \\ \delta N_{w i} \end{bmatrix} \quad (20)$$



$$\bar{B}_i = \begin{bmatrix} -RP_i \\ -RN_{1i} \\ \vdots \\ -RN_{n_c i} \\ -RN_{wi} \end{bmatrix} \quad (21)$$

### 3.5.2 Matriz Jacobiana

O objetivo agora é mostrar como se dá a formação da matriz jacobiana final, após serem considerados os blocos com suas devidas formulações, FI ou IMPEC. Para exemplificar, imaginemos uma malha cartesiana simples de apenas quatro volumes de controle, 1D, dispostos um ao lado do outro, como mostrado na Figura 2 abaixo. A pesquisa foi desenvolvida com malhas bidimensionais, mas a fim de melhor explicar a obtenção da matriz do sistema linear, um exemplo unidimensional já é suficiente.

Figura 2 – Malha cartesiana de 4 volumes e suas formulações

bloco 1	bloco 2	bloco 3	bloco 4
IMPEC	IMPEC	FI	FI

Fonte: elaborada pelo autor

A fim de explanação, imaginemos também que os blocos 1 e 2 sejam tratados com a formulação IMPEC, e os blocos 3 e 4 com a formulação FI. Se o reservatório possuir 3 pseudo-componentes hidrocarbonetos, sendo  $n_c = 3$ , a matriz jacobiana resultante da equação 7 será constituída, inicialmente, da seguinte maneira (Figura 3):

Figura 3 – Matriz jacobiana inicial

X	X	X	X	X				
X	X				X			
X		X			X			
X			X		X			
X				X	X			
					X	X	X	X
X					X	X		
X					X		X	
X					X			X
X					X			X
						X	X	X
					X		X	X
					X		X	X
					X		X	X
							X	X
							X	X
							X	X
							X	X

Fonte: elaborada pelo autor

Nas linhas destacadas em cinza aparecem equações de pressão, enquanto nas demais linhas aparecem equações de número de moles. O primeiro quadrado fornece os coeficientes das equações para o bloco 1 em relação às variações das propriedades no mesmo bloco 1. O segundo quadrado fornece os coeficientes das equações para o bloco 1 em relação às variações das propriedades no mesmo bloco 2, e assim sucessivamente. Analogamente, os quadrados que possuem das linhas 6 a 10 da matriz expressam as equações das propriedades do bloco 2, e assim por diante. Note nas equações da pressão que, a pressão de um bloco possui dependência com apenas propriedades do seu próprio bloco. Nesta expressão da pressão, o primeiro termo não nulo fornece a derivada do resíduo da pressão do bloco com a derivada da pressão do próprio bloco, os demais quatro termos não nulos seguintes fornecem a derivada desse resíduo para com as derivadas das composições molares de cada um dos três componentes e a água.

Em um modelo adaptativo, como já explicado, os blocos a serem tratados de modo IMPEC devem possuir apenas a variável pressão obtida pelo sistema linear. Entretanto, pela Figura 3 percebemos que as expressões para a pressão dos blocos 1 e 2, que estão sendo tratados como IMPEC, possuem dependências não só com a pressão do bloco, mas também com a composição do mesmo, e essas dependências precisam ser eliminadas, pois o objetivo do método é que os balanços molares dos blocos IMPEC sejam executados explicitamente, e para

isso, nenhuma variável no sistema linear deve possuir dependência com variáveis de composição destes blocos.

A fim de implementar um método adaptativo para seu modelo, Collins *et al.*<sup>4</sup> propuseram a realização de eliminação parcial nas linhas do sistema linear referentes a equação da pressão para um bloco IMPEC, para isso basta utilizar as equações dos números de moles dos componentes do mesmo bloco. Com isso, as dependências da pressão de um bloco IMPEC para com os números de moles daquele mesmo bloco são eliminadas, bem como também a pressão desse bloco passa a ter influência dos termos do bloco vizinho, influência esta que não existia antes da eliminação parcial. O resultado dessas eliminações parciais na matriz está mostrado na Figura 4 a seguir. Note que para as equações de pressão dos blocos IMPEC alguns termos foram zerados – os termos cujas dependências foram eliminados – e outros foram modificados – influências geradas ou apenas modificação no valor do termo, resultante da eliminação parcial.

Figura 4 – Matriz jacobiana após eliminação parcial

*	*		
X X	X		
X X	X		
X X	X		
X X	X		
*	*	* * * * *	
X	X X	X X X X X	
X	X X	X X X X X	
X	X X	X X X X X	
X	X X	X X X X X	
		X X X X X	
	X	X X X X X	X X X X X
	X	X X X X X	X X X X X
	X	X X X X X	X X X X X
	X	X X X X X	X X X X X
			X X X X X
		X X X X X	X X X X X
		X X X X X	X X X X X
		X X X X X	X X X X X
		X X X X X	X X X X X

Fonte: elaborada pelo autor

Por fim, após eliminar as devidas influências e gerar outras novas nas equações da pressão referentes aos blocos IMPEC, resta então remover do sistema linear as linhas referentes as equações para os números de moles dos blocos IMPEC, pois estas variáveis não possuem mais relação com as variáveis que se objetiva obter na resolução do sistema linear do método AIM – pressão para os blocos IMPEC e pressão e número de moles para os blocos FI. A

remoção dessas equações do sistema linear gera uma matriz menor. Vale ressaltar que toda operação realizada em uma linha da matriz dos coeficientes deve ser executada também com as linhas correspondentes do vetor  $b$  do sistema linear. A matriz reduzida é apresentada na Figura 5 abaixo.

Figura 5 – Matriz jacobiana reduzida

*	*								
*	*	*	*	*	*	*			
		X	X	X	X	X			
	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	X	X	X	X	X	X	X	X	X
							X	X	X
		X	X	X	X	X	X	X	X
		X	X	X	X	X	X	X	X
		X	X	X	X	X	X	X	X
		X	X	X	X	X	X	X	X

Fonte: elaborada pelo autor

### 3.6 Critério de Seleção da Formulação de um Bloco

O método adaptativo só é possível mediante a realização de uma seleção da formulação a ser adotada por cada volume de controle em um dado passo de tempo. Ao longo da simulação os volumes podem ter sua formulação alterada de IMPEC para FI ou vice-versa. Neste tópico pretende-se discorrer brevemente sobre o critério de seleção adotado nos casos estudados neste trabalho, o CFL, bem como também mencionar rapidamente o critério mais simples que por um tempo foi utilizado nas simulações adaptativas.

#### 3.6.1 Critério Threshold

O critério *Threshold* é bem simples. Ele consiste na adoção de um valor limite para a variação da saturação de qualquer fase em um bloco. Se ao calcular a variação da saturação das fases de um bloco e o valor obtido para qualquer uma delas for maior do que um valor limite previamente estipulado, o bloco em questão será então tratado implicitamente. Os blocos que apresentam poço são sempre tratados com a formulação implícita.

Este método é bem simples, exige praticamente nenhum esforço computacional, entretanto, por não possuir bases físicas para determinar o valor *threshold*, o método se torna obsoleto devido a necessidade de determinar por testes de tentativa e erro um valor ótimo para cada estudo de caso.

### 3.6.2 Critério CFL

O critério CFL (ou baseado no CLF) implementado no UTCOMP segue o que foi desenvolvido por Coats.<sup>26</sup> Os blocos selecionados são submetidos a um teste de estabilidade mostrado pela inequação a seguir:

$$\frac{F_i \Delta t}{V_{p,i}} < 1, \quad i = 1, \dots, n_b \quad (22)$$

O parâmetro  $F_i$  é uma função do reservatório, das propriedades de fluido e das taxas de fluxo. Se a inequação for verdadeira, o bloco será tratado de maneira IMPEC, ao passo que se for falso ele possuirá formulação FI. Para mais detalhes do termo  $F_i$ , bem como suas funções, pode-se consultar o trabalho de Drumond Filho.<sup>27</sup>

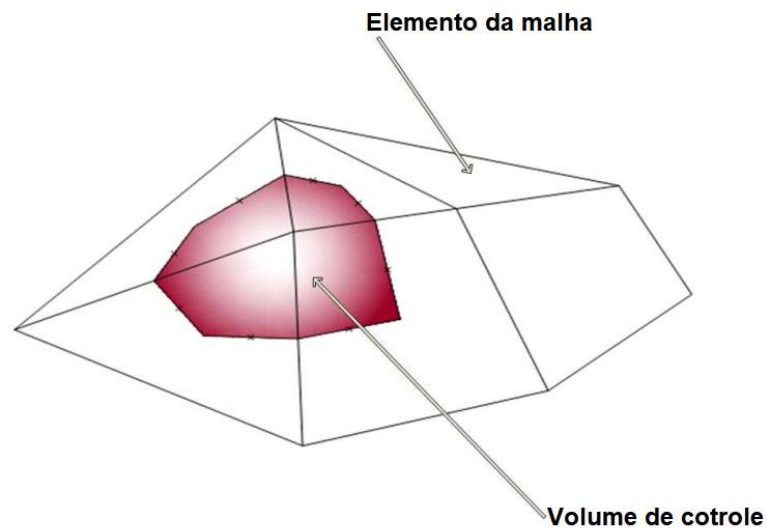
O próximo passo para a adoção eficiente do método AIM é decidir quais blocos devem ser testados e em que momentos. Inicialmente todos os blocos podem ser verificados no momento do teste, entretanto, o critério baseado no CFL é muito pesado e esta abordagem acarretaria maiores esforços computacionais desnecessários. Collins *et al.*<sup>4</sup> então propuseram que fossem testados apenas os blocos implícitos, seus vizinhos explícitos e os blocos onde uma fase móvel aparecesse pela primeira vez. Esta abordagem é eficiente, pois a partir de um dado nível de tempo a maioria dos volumes não possuem sua formulação alterada.<sup>27</sup>

Quanto ao momento em que os testes de estabilidade devem ser realizados, Grabenstetter *et al.*<sup>24</sup> perceberam que, quando aplicado o procedimento iterativo de Newton-Raphson em cada passo de tempo, se o teste de estabilidade for realizado em cada iteração, há um aumento desnecessário no esforço computacional requerido e no número de iterações requeridas para convergência. Assim, foi decidido realizar o teste de estabilidade nos blocos selecionados apenas no início de cada passo de tempo, ou saltar alguns passos de tempo para a realização do teste quando determinado por uma variável de entrada.

### 3.7 Método EbFVM

O método EbFVM foi desenvolvido para trabalhar com malhas não estruturadas. Estas possuem elementos não regulares. Entretanto, os volumes de controle são montados ao redor dos vértices de cada elemento. Para isso, cada elemento é dividido em fragmentos chamados de sub-volumes de controle. E então os sub-volumes ao redor de um mesmo nó, juntos é que formam um volume de controle da malha, sendo então todos os balanços realizados para este volume. A Figura 6 abaixo ilustra o que foi explicado:

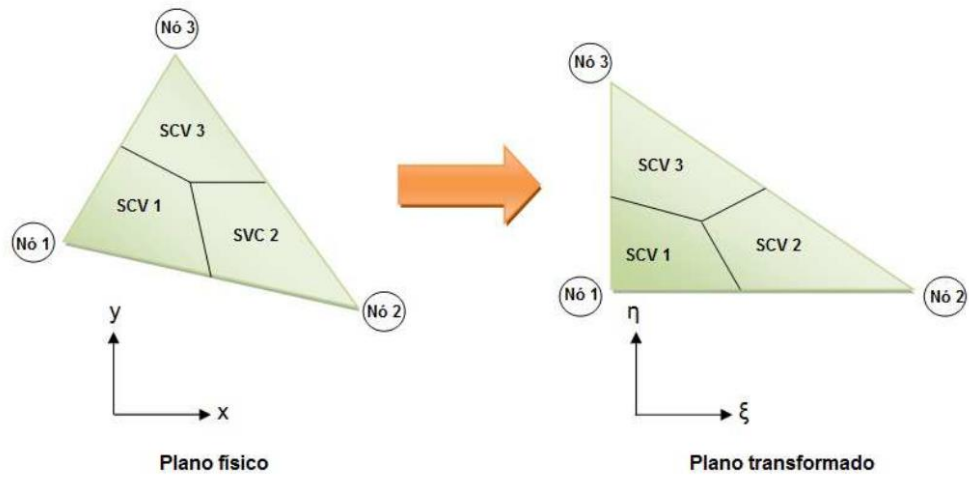
Figura 6 – Elemento de malha vs. volume de controle em uma malha EbFVM 2D



Fonte: Otoni<sup>35</sup>

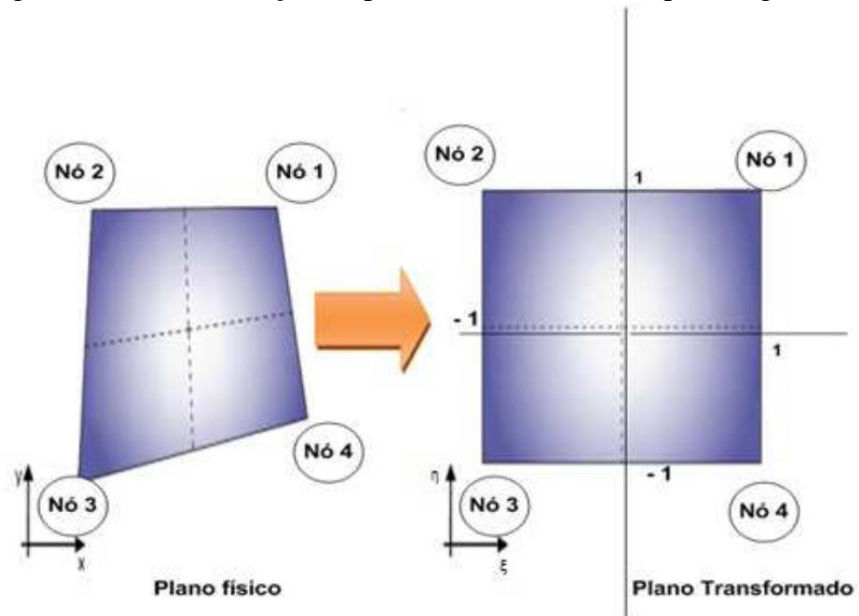
Devido à natureza altamente irregular dos elementos da malha, trabalhá-los matematicamente no plano real não é uma tarefa fácil. Sendo assim, é necessário realizar uma transformação de espaço vetorial a fim de facilitar o equacionamento dos volumes de controle. Uma representação simbólica desta transformação está mostrada nas Figuras 7 e 8 a seguir:

Figura 7 – Transformação de plano de um elemento triangular



Fonte: Otoni<sup>35</sup>

Figura 8 – Transformação de plano de um elemento quadrangular



Fonte: Otoni<sup>35</sup>

As Figuras 7 e 8 mostram geometricamente como se dão as transformações que ocorrem nos elementos. A transformação de plano só é possível graças a funções de forma, que atuam como autofunções de transformação.<sup>6</sup> Essas funções de forma são dadas por:

- Para o triângulo:

$$N_1(\xi, \eta) = 1 - \xi - \eta \quad (23)$$

$$N_2(\xi, \eta) = \xi \quad (24)$$

$$N_3(\xi, \eta) = \eta \quad (25)$$

- Para o quadrilátero:

$$N_1(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \quad (26)$$

$$N_2(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \quad (27)$$

$$N_3(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \quad (28)$$

$$N_4(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \quad (29)$$

Este trabalho não se propõe a discorrer sobre essas funções dado que o objetivo maior desse trabalho não provém de um estudo do tipo de malha empregada, mas sim da formulação utilizada. Mais informações sobre essas funções e a obtenção das derivadas de qualquer propriedade para uma malha do tipo EbFVM podem ser encontradas em Codazzo<sup>36</sup> e Maliska.<sup>37</sup>



## 4 MATERIAIS E MÉTODOS

Para o desenvolvimento deste trabalho foram necessárias basicamente três ferramentas: um pré-processador, um processador e um pós-processador.

O pré-processador, no presente trabalho, é uma ferramenta necessária para a construção da malha que representará o domínio a ser estudado. Para esta tarefa foi utilizado o *software* GID. Após ter a malha construída, esta ferramenta fornece o número de elementos, vértices, coordenadas de cada vértice e as conectividades de cada elemento, ou seja, os vértices que compõem o elemento.<sup>6</sup> Com as conectividades dos elementos é que se define os vértices vizinhos de cada nó, bem como ele mesmo; e tal informação é importante para a elaboração das equações de balanço e a montagem do sistema linear.

O processador se refere a ferramenta que será alimentada com dados de entrada, manipulará essas informações e então retornará dados de saída, ou resultados. Neste trabalho o processador nada mais é do que o software já mencionado UTCOMP. Ele é um simulador composicional que foi desenvolvido na linguagem de programação Fortran e teve em seu código fonte o incremento de algumas novas implementações para então ter suporte à formulação adaptativa discutida neste trabalho e proposto por Collins *et al.*<sup>4</sup> É o UTCOMP que realiza cálculos de propriedades e resolve as equações de balanço por meio da montagem e solução de sistemas lineares e cálculos iterativos.

O pós-processador é uma ferramenta em que nele podemos inserir os dados de saída do processador, tratá-los e então deste extrair informações relevantes para o trabalho desenvolvido, como verificação dos resultados, validação do método e previsões para o caso estudado. Aqui foram utilizados dois *softwares*, o Microsoft Office Excel e o ESSS Kraken. No Excel foram inseridas informações para plotar gráficos de vazão e recuperação de óleo e gás a fim de validar a nova formulação implementada. Ele também foi utilizado na confecção de algumas tabelas para a comparação da nova formulação com outras já implementadas no UTCOMP. No programa Kraken foram confeccionados os diagramas colorimétricos utilizados para visualizar os campos de saturação de gás dentro do reservatório e a distribuição de blocos implícitos e explícitos ao longo da simulação.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

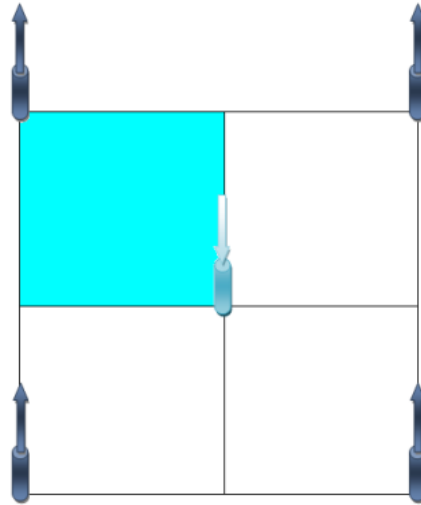
A validação das implementações realizadas se deu por meio de estudos de casos onde foram comparados os resultados obtidos pela nova formulação com resultados de outras formulações já implementadas no UTCOMP. Três informações foram analisadas:

1. Curvas de produção de óleo e gás – a fim de validar o que foi implementado;
2. Comparação dos tempos de simulação – a fim de verificar se o objetivo do método foi alcançado: solução gerada em menor tempo;
3. Campos de saturação e de formulação – acompanhar a distribuição do gás injetado no reservatório e a distribuição de blocos explícitos e implícitos durante a simulação.

As curvas de produção de óleo e gás foram plotadas utilizando o *software* Excel. Os diagramas do campo de saturação de gás e da distribuição das formulações na malha são informações adicionais que podem ser analisadas a fim de obter mais confiança no método implementado. Quando comparados os dois diagramas, é esperado que em regiões de maior velocidade, como em regiões de mobilidade do gás, ou na frente de avanço do mesmo, que são regiões de maior instabilidade, os blocos assumam a formulação implícita, enquanto nas demais regiões os blocos se mantenham explícitos. Devido a maiores velocidades de fluxo nas regiões próximas aos poços, espera-se que os blocos onde eles estejam presentes também assumam a formulação implícita. Vale ressaltar que a simulação trabalha com um modelo hipotético que assume que a água presente no reservatório não é uma fase móvel. Assim, a fase água permanece no reservatório e o componente água entra nos cálculos de balanço molar apenas devido a possível transferência de massa para as demais fases.

Foram rodados três casos em malha EbFVM 2D com reservatórios hipotéticos. Nas simulações AIM, o critério adotado para a seleção da formulação dos blocos foi o CFL. Nas configurações dos poços foram utilizados layouts do tipo *five-spot* e  $\frac{1}{4}$  de *five-spot*. A configuração *five-spot* desenha um reservatório que apresenta 4 poços produtores e 1 poço injetor. Já configuração  $\frac{1}{4}$  de *five-spot* representa um reservatório em que há apenas 1 poço injetor e 1 poço produtor no vértice oposto do reservatório. Essas configurações de poços estão mostradas na Figura 9 a seguir, onde a imagem completa exemplifica o tipo *five-spot* e a região destacada em azul representa o  $\frac{1}{4}$  de *five-spot*.

Figura 9 – Layout de poços tipo *five-spot* (em azul,  $\frac{1}{4}$  de *five-spot*)

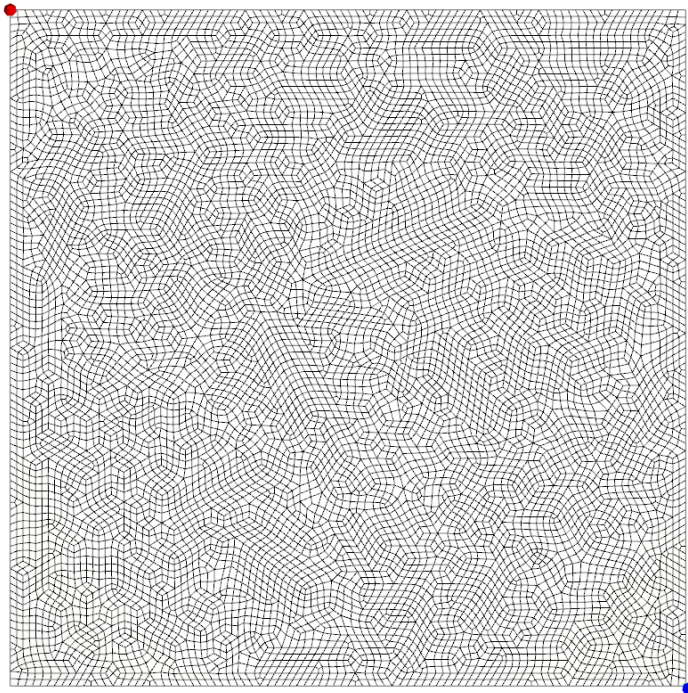


Fonte: Fernandes.<sup>6</sup>

### 5.1 Caso 1 – Malha de Quadriláteros e 3 Componentes

O primeiro caso é de uma malha formada por quadriláteros contendo 10.033 vértices. Esta malha está mostrada na figura 5.1.1 logo abaixo. Os poços estão dispostos na configuração  $\frac{1}{4}$  de *five-spot*. O poço em azul representa o poço injetor, enquanto o vermelho é o produtor.

Figura 10 – Malha e configuração dos poços do Caso 1



Fonte: dados da pesquisa

Os dados do reservatório e de operação dos poços estão apresentados na Tabela 1 logo a seguir.

Tabela 1 – Dados do reservatório do Caso 1

<b>Propriedade</b>	<b>Valor</b>
Espessura do Reservatório	400 ft
Porosidade	0,30
Saturação Inicial de Água	0,25
Pressão Inicial no Reservatório	3000 psia
Permeabilidade nas Direções X e Y	100 mD
Permeabilidade na Direção Z	10 mD
Temperatura	60,0 °F
Vazão de Injeção Constante	50,0x10 <sup>6</sup> ft <sup>3</sup> /d
Pressão de Fundo do Poço Produtor	3000 psia

Fonte: dados da pesquisa

Neste primeiro caso analisado, o óleo no reservatório é composto por três componentes e a sua produção ocorre por injeção de gás. As composições globais molares do óleo no reservatório e do fluido de injeção são apresentadas na Tabela 2.

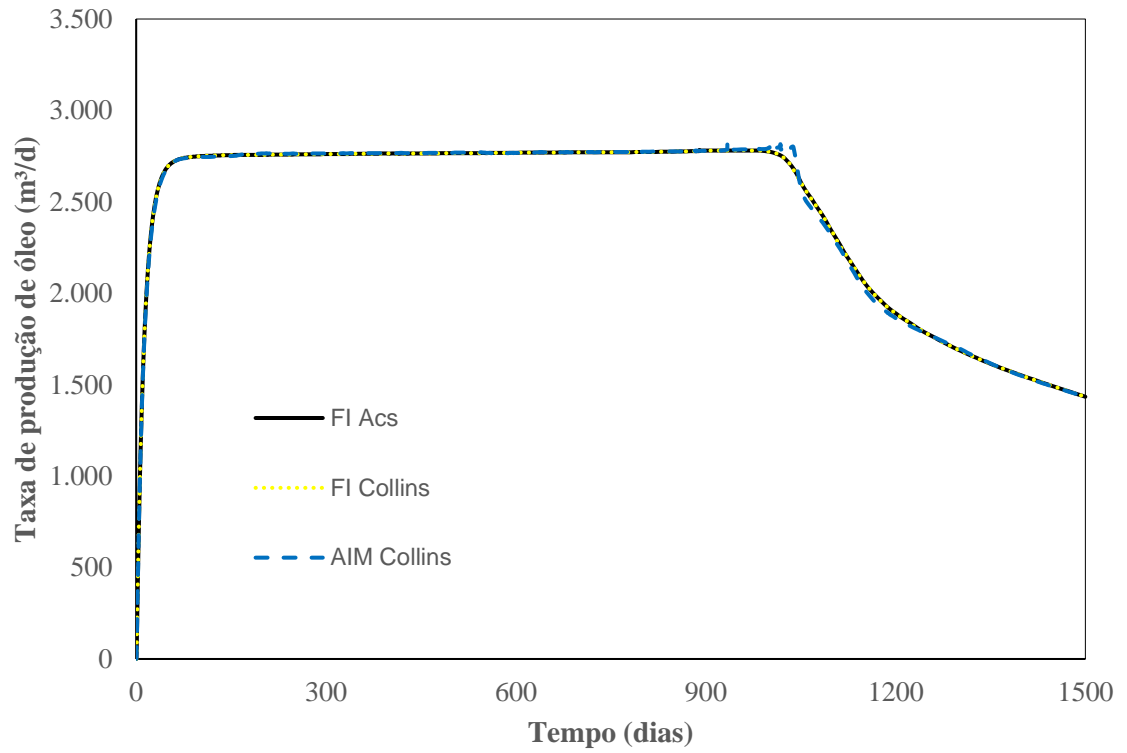
Tabela 2 – Composições dos fluidos do Caso 1

<b>Componente</b>	<b>Composição no Reservatório</b>	<b>Composição no Gás de Injeção</b>
CO <sub>2</sub>	0,01	0,95
C1	0,19	0,05
NC16	0,80	-

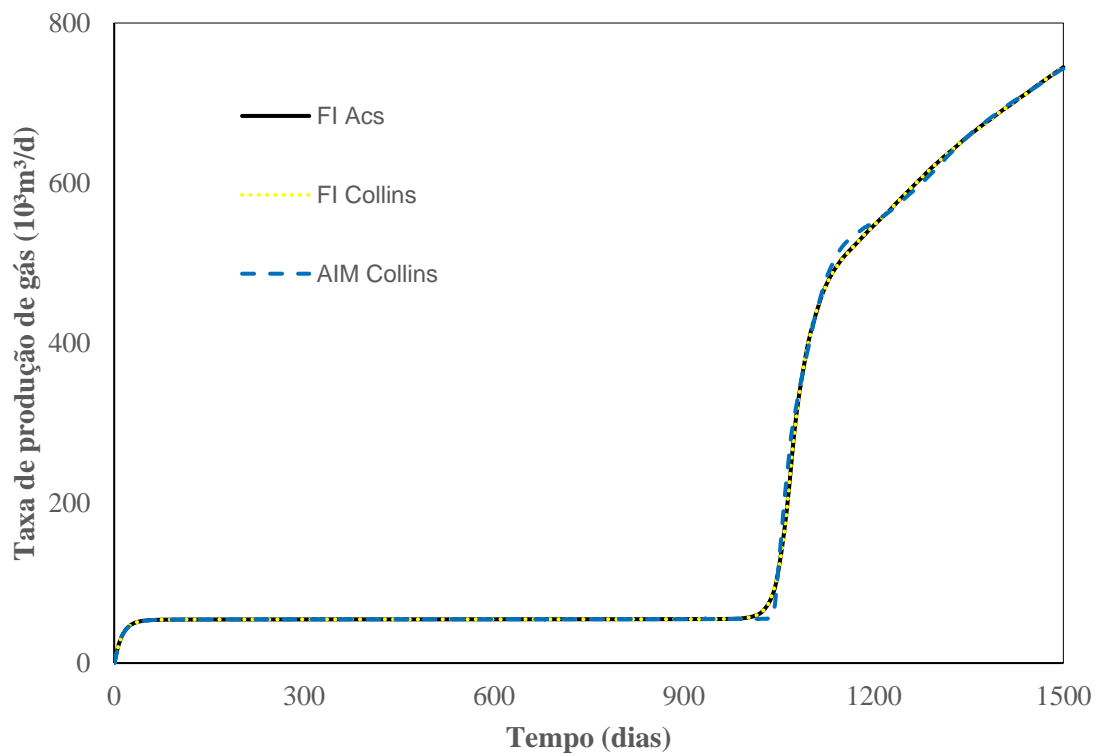
Fonte: dados da pesquisa

Para a validação da formulação implementada, o caso foi rodado com a nova formulação AIM do Collins, uma formulação FI proposta por Fernandes<sup>7</sup> baseada na formulação IMPEC de Acs *et al.*<sup>15</sup> e a formulação FI de Collins *et al.*<sup>4</sup> As duas últimas já estavam previamente implementadas no UTCOMP. Não foi realizada nenhuma comparação com formulação IMPEC, mas esta é desnecessária uma vez que Fernandes<sup>7</sup> e Drumond-Filho<sup>27</sup> já provaram que as formulações FI são mais eficientes que as IMPEC. As curvas de produção de óleo e de gás foram plotadas e comparadas entre si. Elas estão na Figura 11 mostrada a seguir.

Figura 11 – Taxas de produção para o Caso 1: a) Óleo b) Gás



(a)



(b)

Fonte: dados da pesquisa

Da Figura 11 percebemos que as curvas de produção de óleo e gás em cada formulação são praticamente idênticas, mostrando que o modelo implementado é capaz de reproduzir os resultados esperados, validando-o.

Ao rodar as simulações, os mesmos critérios para cálculo do passo de tempo foram utilizados em cada formulação. Os passos de tempo mínimo e máximo de cada teste foram estabelecidos pelo usuário a fim de evitar oscilações numéricas que comprometessem os resultados. Essa observação se aplica tanto a este caso quanto aos demais casos examinados neste trabalho. Foi feita então uma análise dos tempos decorridos em cada simulação. Essa e outras informações estão apresentadas na Tabela 3 logo abaixo.

Tabela 3 – Dados da Simulação para o Caso 1

<b>Formulação</b>	<b>DT méd. (d)</b>	<b>DT máx. (d)</b>	<b>Nº de it.</b>	<b>FI%</b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>Tempo norm.</b>
FI Acs	2,90	8,45	1516	100,00	1351,85	1,50
FI Collins	2,85	8,37	1518	100,00	2381,27	2,64
AIM Collins	1,62	10,00	2328	6,80	900,51	1,00

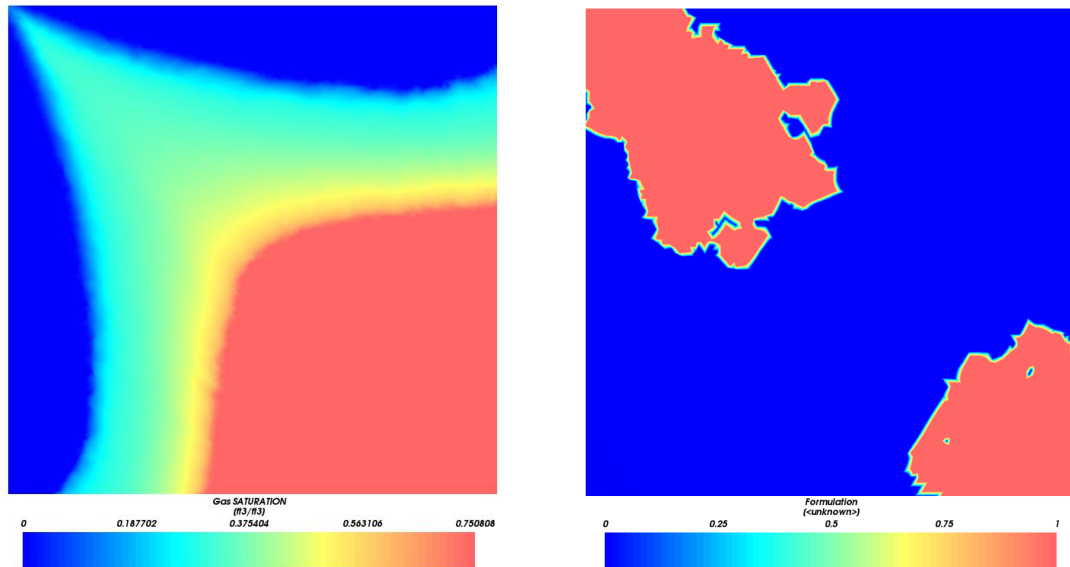
Fonte: dados da pesquisa

Ao analisar os tempos na Tabela 3 percebe-se que a formulação AIM Collins obteve o menor tempo de simulação, como esperado. Nela também foi observado o maior valor para DT máximo, outro fator que pode ser positivo. Entretanto, o modelo AIM Collins possuiu o menor DT médio, mas este comportamento já era previsto, pois a ideia do método adaptativo infere que os passos de tempo, em sua constância, não sejam tão pequenos quanto uma formulação explícita, mas que possam se aproximar dos valores obtidos em uma formulação totalmente implícita. Outra informação a ser observada é a porcentagem de blocos implícitos (FI%), pois quanto maior for o seu valor, maior será o sistema linear, e maior será o esforço computacional para resolver a simulação. Podemos observar que o AIM Collins possuiu, em média, apenas 6,80% dos seus volumes com o método FI, um valor bem abaixo do apresentado nas outras duas formulações onde toda a malha era FI. Ainda assim, os mesmos resultados para produção de óleo e gás foram obtidos. A redução no esforço computacional gerado pela baixa porcentagem de blocos FI explica porque a formulação AIM Collins seja a mais rápida dentre as analisadas mesmo precisando de bem mais iterações que as demais. Isso demonstra o poder dessa formulação.

Também foram gerados os diagramas de campo de saturação do gás e de distribuição da formulação (ou de nível de implicitude) da malha para o caso rodado com o

modelo AIM Collins. Tais diagramas estão apresentados na Figura 12 logo abaixo e as imagens foram retiradas do tempo de 1500 dias.

Figura 12 – Campo de saturação e distribuição da formulação para o Caso 1



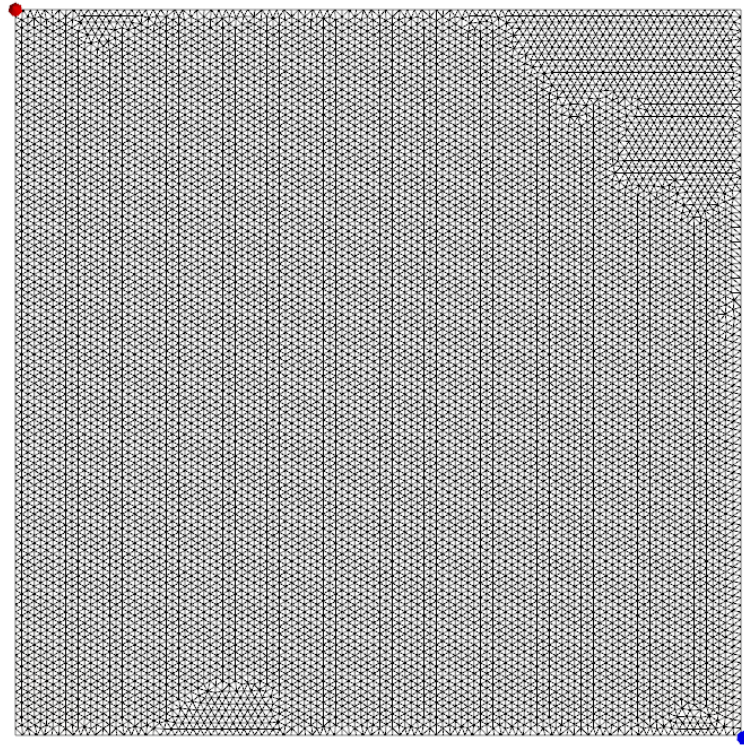
Fonte: dados da pesquisa

Pode ser observado na Figura 12(b) que os volumes que assumem a formulação totalmente implícita encontram-se nas regiões de maior saturação apresentadas na figura 12(a) ou em regiões próximas aos poços. Esta coincidência é positiva, pois tal comportamento já era esperado.

## 5.2 Caso 2 – Malha de Triângulos e 6 Componentes

O segundo caso é de uma malha formada por triângulos contendo 11.622 vértices. Os poços aqui também estão dispostos na configuração  $\frac{1}{4}$  de *five-spot*. O poço azul é injetor e o vermelho produtor. A malha deste Caso 2 está mostrada na Figura 13 a seguir.

Figura 13 – Malha e configuração dos poços do Caso 2



Fonte: dados da pesquisa

Os dados do reservatório e de operação dos poços estão apresentados na Tabela 4 logo abaixo:

Tabela 4 – Dados de reservatório do Caso 2

<b>Propriedade</b>	<b>Valor</b>
Espessura do Reservatório	200 ft
Porosidade	0,30
Saturação Inicial de Água	0,17
Pressão Inicial no Reservatório	1500 psia
Permeabilidade nas Direções X e Y	200 mD
Permeabilidade na Direção Z	20 mD
Temperatura	160,0 °F
Vazão de Injeção Constante	80,0x10 <sup>6</sup> ft <sup>3</sup> /d
Pressão de Fundo do Poço Produtor	1300 psia

Fonte: dados da pesquisa

Neste Caso 2, o óleo no reservatório é composto por seis componentes e a sua produção também ocorre por injeção de gás. As composições globais molares do óleo no reservatório e do fluido de injeção para este caso estão apresentadas na Tabela 5 a seguir.



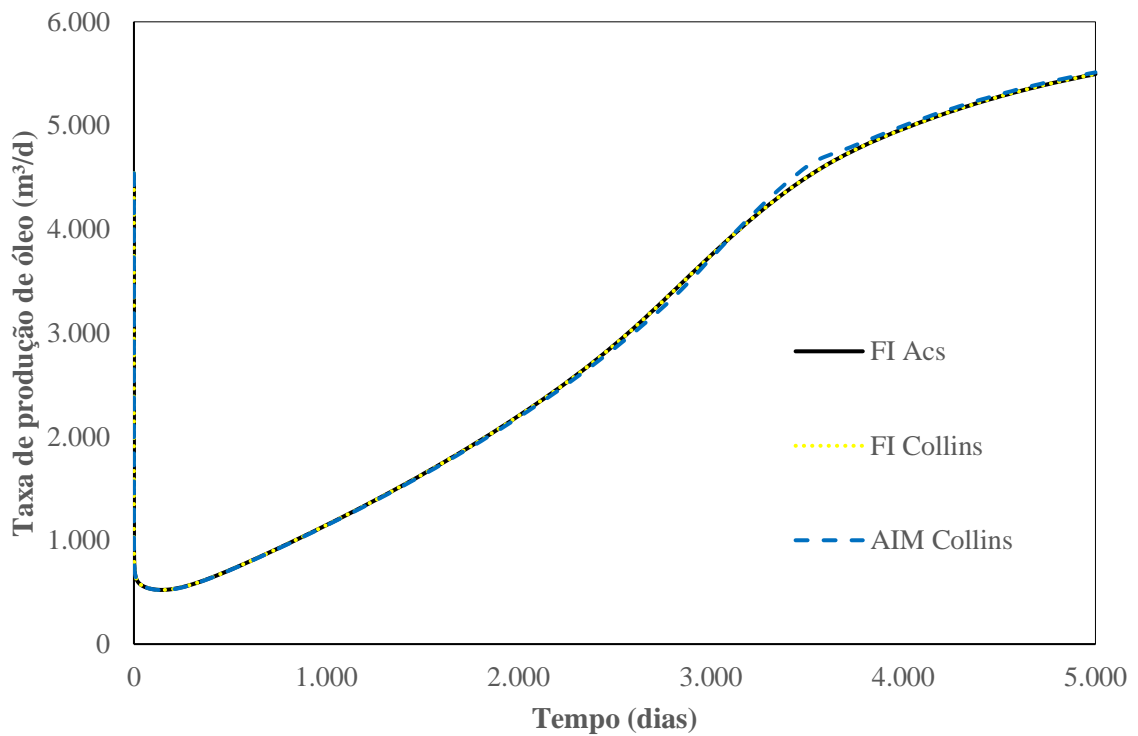
Tabela 5 – Composições dos fluidos do Caso 2

Componente	Composição no Reservatório	Composição no Gás de Injeção
C1	0,50	0,770
C3	0,03	0,200
C6	0,07	0,010
C10	0,20	0,010
C15	0,15	0,005
C20	0,05	0,005

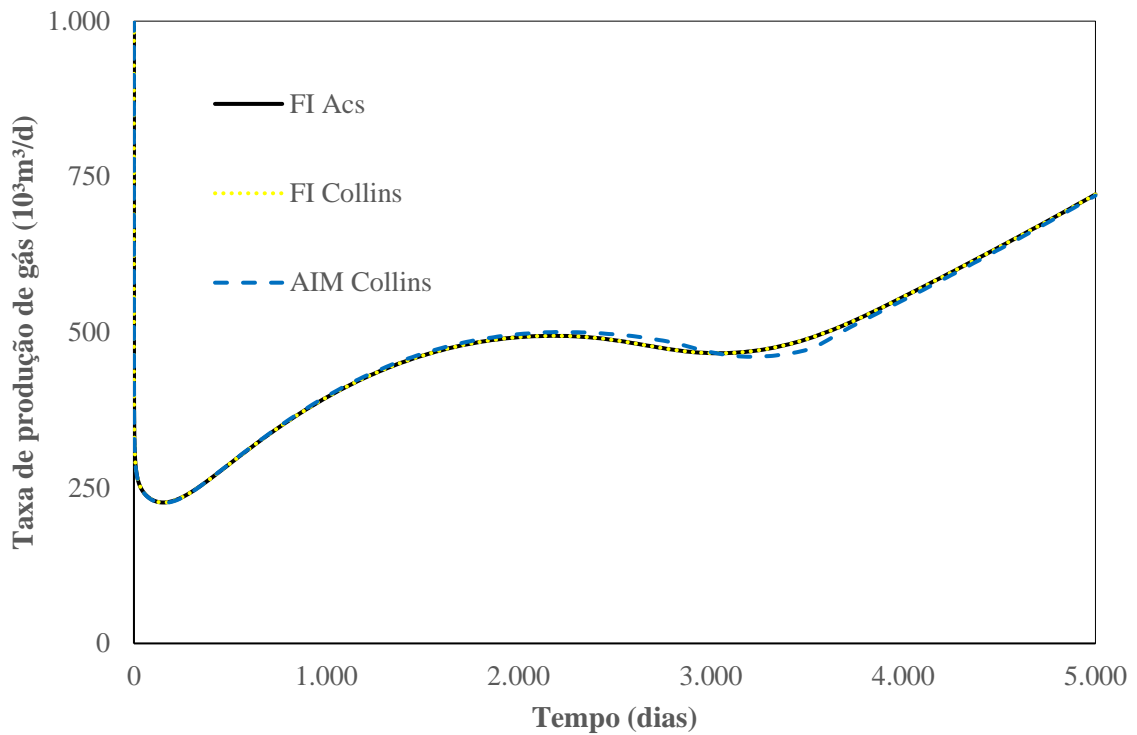
Fonte: dados da pesquisa

O caso também foi rodado para as formulações FI Acs, FI Collins e AIM Collins. As curvas de produção de óleo e de gás plotadas estão na Figura 14 logo a seguir.

Figura 14 – Taxas de produção para o Caso 2: a) Óleo e b) Gás



(a)



(b)

Fonte: dados da pesquisa

Da Figura 14, percebemos que as curvas de produção de óleo e gás para cada formulação praticamente coincidem, novamente mostrando que o modelo implementado reproduz os resultados esperados.

Os tempos decorridos em cada simulação e as outras demais informações estão apresentadas na Tabela 6 logo abaixo.

Tabela 6 – Dados da simulação para o Caso 2

Formulação	DT méd. (d)	DT máx. (d)	Nº de it.	FI%	Tempo (s)	Tempo norm.
FI Acs	17,42	20,00	654	100,00	1400,96	3,07
FI Collins	17,42	20,00	603	100,00	1043,21	2,28
AIM Collins	16,18	20,00	634	5,29	456,79	1,00

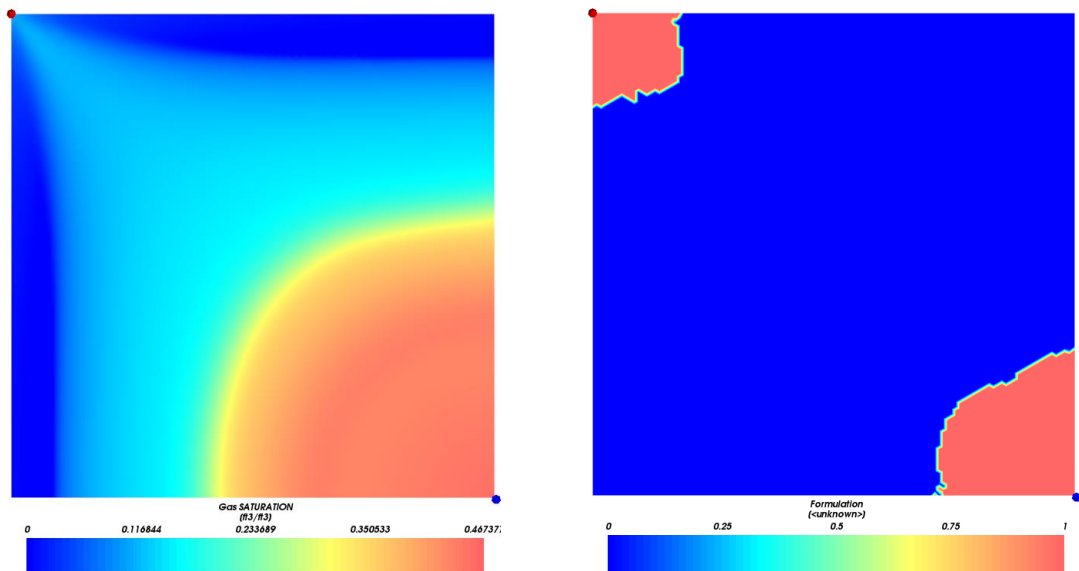
Fonte: dados da pesquisa

Analisando os tempos na Tabela 6 percebe-se que a formulação AIM Collins obteve novamente o menor tempo de simulação, sendo este inclusive menos da metade do tempo decorrido para as demais formulações. Este resultado também já era esperado. Observa-se também para a formulação AIM Collins que esta foi capaz de atingir o mesmo passo de tempo máximo que para as outras formulações, mesmo as demais formulações apresentando uma malha implícita por completo. Além do passo de tempo máximo, o passo de tempo médio e

número de iterações foram praticamente iguais para as três formulações, entretanto a simulação com o método AIM Collins durou bem menos tempo que as demais. Isso se deve devido a redução no esforço computacional para resolver o sistema linear, o que impacta diretamente no tempo gasto pelo processador para resolver o modelo. Novamente se observa uma baixa porcentagem na média de blocos FI na formulação AIM Collins, 5,29% apenas, e ainda assim o método apresenta praticamente o mesmo resultado que os demais.

Os diagramas de campo de saturação do gás e de distribuição da formulação para este caso rodado com a formulação AIM Collins estão apresentados na Figura 15 logo a seguir. As imagens foram retiradas no tempo de 5000 dias.

Figura 15 – Campo de saturação e distribuição da formulação para o Caso 2



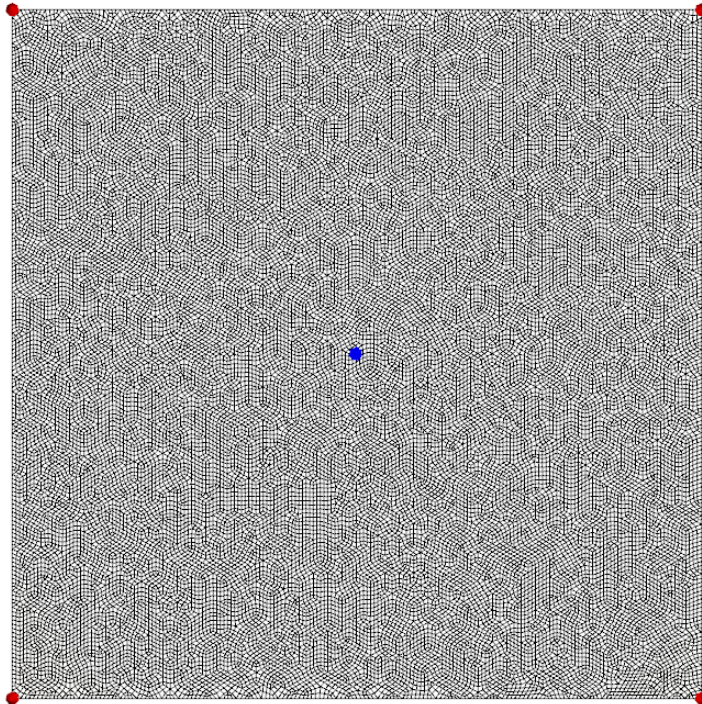
Fonte: dados da pesquisa

Pela Figura 15 verifica-se que novamente os volumes próximos aos poços ou em regiões de maior saturação tendem a ser tratados de modo FI. Este comportamento, como já mencionado, era esperado e traz mais confiança ao método implementado.

### 5.3 Caso 3 – Malha de Quadriláteros, 3 Componentes e Campo Heterogêneo

Este último caso é de uma malha composta por 32.925 vértices com elementos quadrangulares e de campo heterogêneo. Um reservatório possui campo heterogêneo quando o valor da permeabilidade varia ao longo do reservatório. Este caso possui cinco poços dispostos na configuração do tipo *five-spot*. O poço azul é injetor e os demais poços em vermelho são produtores. A Figura 16 apresenta a malha para este caso.

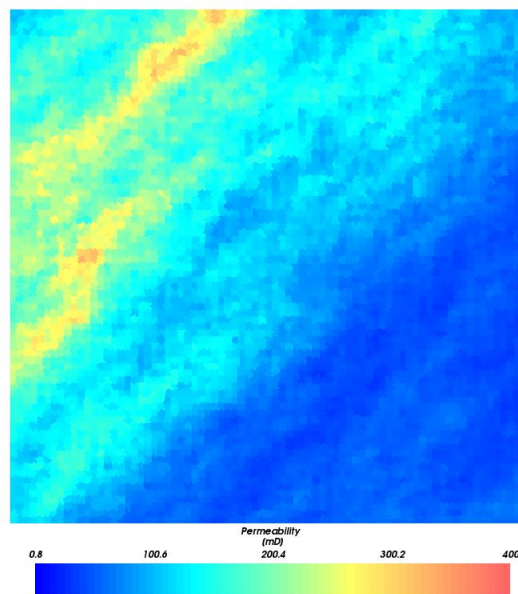
Figura 16 – Malha e configuração dos poços do Caso 3



Fonte: dados da pesquisa

Para este caso, com campo heterogêneo, a permeabilidade do reservatório varia ao longo da malha. Entretanto, em cada ponto do reservatório a permeabilidade no eixo  $x$  é igual a permeabilidade no eixo  $y$ . O campo de permeabilidade deste reservatório do Caso 3 está apresentado na Figura 17 a seguir.

Figura 17 – Campo de permeabilidade do reservatório do Caso 3



Fonte: dados da pesquisa

Uma permeabilidade variável no reservatório interfere na maneira com que o fluido escoar por ele. Em regiões de maior permeabilidade o fluido encontra menor resistência ao deslocamento, enquanto em regiões de menor permeabilidade o deslocamento é dificultado. Como o caso em questão apresenta um poço injetor no centro do reservatório, esta variação da permeabilidade interfere na distribuição do gás injetado dentro do reservatório.

Os dados do reservatório e de operação dos poços estão apresentados na Tabela 7 logo abaixo:

Tabela 7 – Dados de reservatório do Caso 3

<b>Propriedade</b>	<b>Valor</b>
Espessura do Reservatório	200 ft
Porosidade	0,30
Saturação Inicial de Água	0,25
Pressão Inicial no Reservatório	3000 psia
Permeabilidade Mínima nas Direções X e Y	400 mD
Permeabilidade Mínima nas Direções X e Y	0,8 mD
Temperatura	80,0 °F
Vazão de Injeção Constante	500x10 <sup>6</sup> ft <sup>3</sup> /d
Pressão de Fundo nos Poços Produtores	3000 psia

Fonte: dados da pesquisa

Neste Caso 3 o óleo no reservatório é composto por três componentes e a sua produção ocorre por injeção de gás. As composições globais molares do óleo no reservatório e do fluido de injeção para este caso estão apresentadas na Tabela 8.

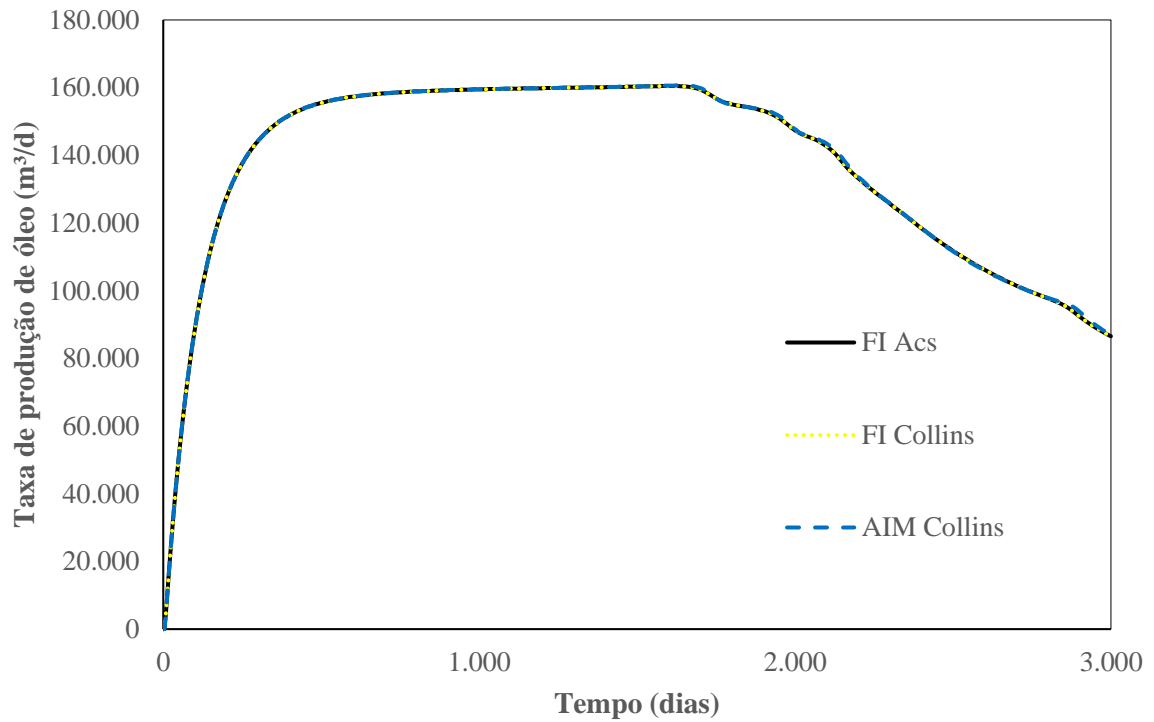
Tabela 8 – Composições dos fluidos do Caso 3

<b>Componente</b>	<b>Composição no Reservatório</b>	<b>Composição no Gás de Injeção</b>
CO <sub>2</sub>	0,01	0,95
C1	0,19	0,05
NC16	0,80	-

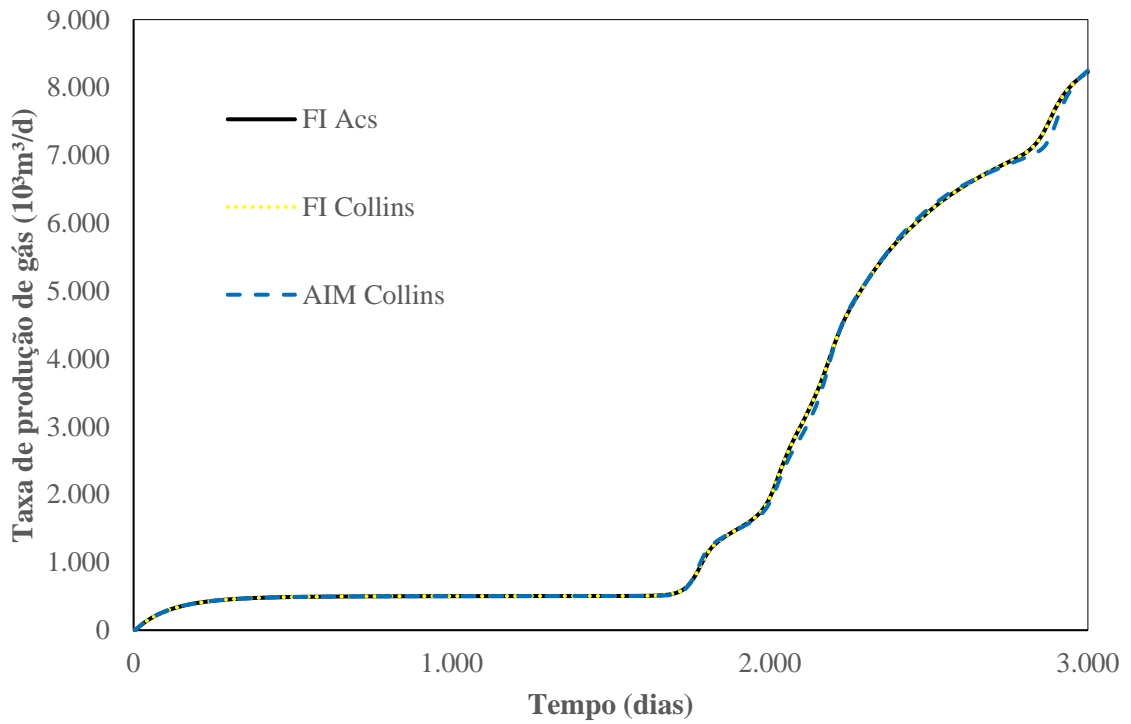
Fonte: dados da pesquisa

O caso foi rodado para as formulações FI Acs, FI Collins e AIM Collins. As curvas de produção de óleo e de gás estão plotadas e apresentadas na Figura 18 a seguir.

Figura 18 – Taxas de produção para o Caso 3. a) Óleo. b) Gás



(a)



(b)

Fonte: dados da pesquisa

Na Figura 18, novamente percebemos que as curvas de produção de óleo e gás em cada formulação são praticamente iguais.

Os tempos e outras demais informações obtidas pela simulação do caso nas três formulações estão apresentadas na Tabela 9.

Tabela 9 – Dados da simulação para o Caso 3

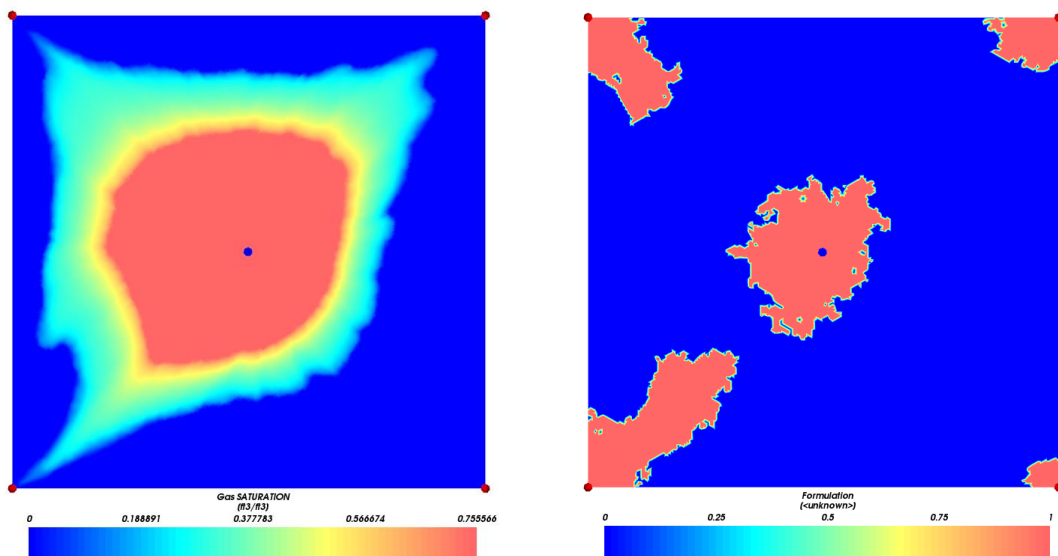
Formulação	DT médio	DT máximo	Nº de it.	FI%	Tempo CPU	Tempo norm.
FI Acs	5,04	10,00	1749	100,00	5545,64	3,39
FI Collins	4,84	10,00	1772	100,00	5527,17	3,38
AIM Collins	3,99	10,00	1854	12,80	1636,38	1,00

Fonte: dados da pesquisa

Ao observar a Tabela 9 percebe-se que, novamente, a formulação AIM Collins obteve o menor tempo de simulação mesmo possuindo uma baixa porcentagem média de blocos FI, sendo 12,80% neste caso.

A Figura 19 mostra os diagramas de campo de saturação do gás e de distribuição da formulação para este caso. As imagens foram retiradas no tempo de 2000 dias.

Figura 19 – Campo de saturação e distribuição da formulação para o Caso 3



Fonte: dados da pesquisa

Na Figura 19 novamente observa-se o esperado, os volumes próximos aos poços ou em regiões de maior saturação tendem a ser tratados implicitamente. Na Figura 19(a) percebemos que o gás tem mais facilidade de se deslocar em direção a certos poços que em

relação a outros, isso ocorre devido a diferença de permeabilidade no reservatório, apresentada na Figura 17. É notável que na região de menor permeabilidade há uma menor saturação de gás, implicando num predomínio de blocos explícitos nessa região.



## 6 CONCLUSÕES

Como mostrado neste trabalho, a formulação adaptativa proposta por Collins *et al.*<sup>4</sup> é uma poderosa ferramenta para a simulação composicional de reservatórios de petróleo. Como objetivado, a formulação adaptativa consegue obter os resultados de uma simulação em menor tempo que formulações totalmente implícitas. Estas chegam a ser duas ou três vezes mais demoradas, dependendo do caso.

Quando observadas as porcentagens de blocos que em média são tratados implicitamente durante a simulação adaptativa, nota-se que a formulação FI gera um esforço computacional desnecessário para o computador, pois os mesmos resultados são obtidos tanto para o FI quanto para o AIM, embora este último possua um valor bem menor de blocos implícitos durante sua simulação. A obtenção de um sistema linear menor no método adaptativo, que pode ser resolvido mais facilmente pelo computador, é a chave para o sucesso dessa metodologia, pois embora nas simulações AIM o passo de tempo não possa ser tão elevado quanto nas FI e o número de iterações realizadas ao longo da simulação sejam bem maiores, a redução no esforço computacional compensa todas essas perdas.

### 6.1 Sugestão para Trabalhos Futuros

O presente trabalho foi desenvolvido apenas para malhas 2D. Um maior detalhamento e veracidade do reservatório pode ser obtido ao representá-lo em malha 3D. Assim, para um trabalho futuro pode-se ampliar a formulação AIM Collins para funcionar também com malhas tridimensionais.

Como a finalidade do trabalho é que as simulações sejam rodadas cada vez mais rápidas, outra melhoria que pode ser feita futuramente é a paralelização do código. Atualmente, todo o algoritmo para toda a malha é executado apenas por um processo do computador. Com a paralelização, os volumes da malha podem ser distribuídos vários processos, sendo então que cada processo fica responsável por realizar a simulação apenas para o seu pedaço de malha, sob as devidas comunicações entre cada processo. Como cada processo simula o caso para uma malha menor que a original e todos os processos trabalham simultaneamente, o ponto final da simulação é obtido mais rapidamente.

Estudos com metodologias adaptativas e paralelização de código estão sendo cada vez mais realizados, pois estes tendem a deixar as simulações mais rápidas.

## REFERÊNCIAS

- 1 CORDAZZO, J. An Element Based Conservative Scheme using Unstructured Grids for Reservoir Simulation. *In: The SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 2004, Houston, EUA.
- 2 CORDAZZO, J. *et al.* The Negative Transmissibility Issue When Using CVFEM in Petroleum Reservoir Simulation - 1. Theory. *In: The 10th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering* – ENCIT, 2004, Braz. Soc. of Mechanical Sciences and Engineering - ABCM, Rio de Janeiro.
- 3 CORDAZZO, J. *et al.* The Negative Transmissibility Issue When Using CVFEM in Petroleum Reservoir Simulation - 2. Results. *In: The 10th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering* – ENCIT, 2004, Braz. Soc. of Mechanical Sciences and Engineering - ABCM, Rio de Janeiro.
- 4 COLLINS, D.A. *et al.* An Efficient Approach to Adaptive-Implicit Compositional Simulation with an Equation of State, **SPE Journal** v. 7, n. 2, p. 259-264, mai. 1992.
- 5 CHANG, Y.B., **Development and Application of an Equation of State Compositional Simulator**. 1990. THESIS (Ph.D in Petroleum Engineering) – Center of Petroleum and Geosystem Engineering, The University of Texas at Austin, Austin, TX, USA, 1990.
- 6 FERNANDES, B. R. B., **Simulação composicional de reservatórios de petróleo utilizando método dos volumes finitos baseado em elementos**. 2011. Monografia (Graduação em Engenharia Química) – Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.
- 7 FERNANDES, B. R. B. **Implicit And Semi-Implicit Techniques For The Compositional Petroleum Reservoir Simulation Based On Volume Balance**. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.
- 8 FUSSELL, L.T.; FUSSELL, D.D. An Iterative Technique for Compositional Reservoir Models. **SPE Journal**, v. 19, p. 211-220, 1979.
- 9 NGHIEM, L.X.; FONG, D.K. and AZIZ, K. Compositional Modelling with an Equation of State. **SPE Journal**, v. 21, p. 687-698, 1981.
- 10 CHIEN, M.C.H.; LEE, S.T.; CHEN, W.H. A New Fully Implicit Compositional Simulator. Paper SPE 13385. *In: 8th SPE Symposium on Reservoir Simulation*, 1985, Dallas, EUA.
- 11 REDLICH, O.; KWONG, J.N.S. On the Thermodynamics of Solutions. V. An Equation of State. Fugacities of Gaseous Solutions. **Chemical Reviews**, v. 44, p. 233-244, 1949.
- 12 COATS, K.H. An Equation of State Compositional Model. **SPE Journal**, v. 20, p. 363-376, 1980.

- 13 KAZEMI, H.; VESTAL, C.R.; SHANK, G.D. An Efficient Multicomponent Numerical Simulator. **SPE Journal**, v. 18, n. 5, p. 355-368, 1978.
- 14 PENG, D-Y.; ROBINSON, D.B. A New Two-Constant Equation of State. **Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals**, v. 15, n. 1, p. 59-64, 1976.
- 15 ACS, G.; DOLESCHALL, S.; FARKAS, E. General Purpose Compositional Model. **SPE Journal**, v. 25, n. 4, p. 543–553, 1985.
- 16 WATTS, J. W. A Compositional Formulation of the Pressure and Saturation Equations. **SPE Journal**, v. 1, n. 3, p. 243–252, 1986.
- 17 BRANCO, C.M.; RODRÍGUEZ, F. A Semi-Implicit Formulation for Compositional Reservoir Simulation. **SPE Advanced Technology Series**, v. 4, n. 1, p. 171-177, 1996.
- 18 THOMAS, G. W.; THURNAL, D. H. The Mathematical Basis of the Adaptive Implicit Method. *In: 6th SPE Symposium on Reservoir Simulation*, 1982, New Orleans, USA.
- 19 THOMAS, G. W.; THURNAL, D. H. Reservoir Simulation Using an Adaptive Implicit Method. **SPE Journal**, v. 23, p. 759-768, 1983.
- 20 PEACEMAN, D.W. Interpretation of Well-Block Pressures in Numerical Reservoir Simulation. Paper SPE 6893. *In: SPE-AIME: 52nd Annual Fall Technical Conference and Exhibition*, 1977, Denver, EUA.
- 21 FORSYTH, P. A.; SAMMON, P. H. Practical Considerations for Adaptive Implicit Methods in Reservoir Simulation. **Journal of Computational Physics**, Calgary, Canadá, n. 62, p. 265-281, 1986.
- 22 FUNG, L. S-K.; COLLINS, D. A.; NGHIEM, L. X. An Adaptive Implicit Switching Criterion Based on Numerical Stability Analysis. **SPE Journal**, v. 4, p. 45-51, 1989.
- 23 RUSSEL, T. F. Stability Analysis and Switching Criteria for Adaptive Implicit Methods Based on the CFL Condition. Paper SPE 18416. *In: SPE Symposium on Reservoir Simulation*, 1989, Houston, EUA.
- 24 GRABENSTETTER, J. *et al.* Stability-Based Switching Criterion for Adaptive-Implicit Compositional Reservoir Simulation. Paper SPE 21225. *In: SPE Symposium on Reservoir Simulation*, 1991, Anaheim, EUA.
- 25 CAO, H; AZIZ, K. Performance of IMPSAT and IMPSATAIM Models in Compositional Simulation. *In: SPE Annual Technical Conference*, 2002, San Antonio, EUA.
- 26 COATS, K. H. IMPES Stability: The Stable Step. Paper SPE 69225, *In: SPE Symposium on Reservoir Simulation*, 2001, Houston, EUA.
- 27 DRUMOND FILHO, E. P. **An Adaptive Implicit Compositional Reservoir Approach Using 2D/3D Unstructured Grids**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.

- 28 FORSYTH, P.A. A Control-Volume Finite Element Method for Local Mesh Refinement in Thermal Reservoir Simulation. **SPE Journal**, v. 5, p. 561-566, 1990.
- 29 GOTTARDI, G.; DALL'OLIO, D. A Control-Volume Finite-Volume Model for Simulating Oil-Water Reservoir. **Journal of Petroleum Science & Engineering**, 1992.
- 30 FUNG, L.S.; HIEBERT, A.D.; NGHIEM, L. Reservoir Simulation with a Control-Volume Finite –Element Method. **SPE Journal**, v. 7, p. 349–357, 1992.
- 31 PALUSZNY, A., MATTHÄI, HOHMEYER, M. Hybrid Finite Element-Finite Volume Discretization of Complex Geologic Structures and a New Simulation Workflow Demonstrated on Fractured Rocks. **Geofluids**, 2007.
- 32 MARCONDES, F. *et al.* A 3D Hybrid Element-based Finite-volume Method for Heterogeneous and Anisotropic Compositional Reservoir Simulation. **Journal of Petroleum Science & Engineering**, n. 108, p. 342-351, 2013.
- 33 WONG, T.W.; AZIZ, K. Considerations in the Development of Multipurpose Reservoir Simulation Models. *In: 1st and 2nd International Forum on Reservoir Simulation*, 1989.
- 34 QUANDALLE, P.; SAVARY, D. An Implicit in Pressure and Saturations Approach to Fully Compositional Simulation. *In: 10th SPE Symposium on Reservoir Simulation*, 1989, Houston, EUA.
- 35 OTONI, J. C. F., **Estudo de Funções de Interpolação em Simulação Composicional de Reservatório de Petróleo e Gás Natural utilizando Método dos Volumes Finitos Baseado em Elementos**. 2011. Monografia (Graduação em Engenharia Química) – Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.
- 36 CORDAZZO, J. **Simulação de reservatórios de petróleo utilizando o método EbfVM e multigrid algébrico**. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
- 37 MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. 2. ed. Florianópolis: LTC, 2004.