

UM ESTUDO DO DESEMPENHO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE POR GRUPOS NA PRESENÇA DE AUTOCORRELAÇÃO NO PROCESSO

VERIANA GOMES DE SOUSA - veryanna@gmail.com
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC

JOÃO WELLIANDRE CARNEIRO ALEXANDRE - jwca@ufc.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC

SILVIA MARIA DE FREITAS - silvia@dema.ufc.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC

MAXWEEL VERAS RODRIGUES - maxweelveras@gmail.com
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC

Resumo: OS GRÁFICOS DE CONTROLE ESTATÍSTICO DO PROCESSO TÊM, DENTRE OUTRAS, A FINALIDADE DE MONITORAR A VARIABILIDADE EXISTENTE NOS PROCESSOS, CUJOS PRODUTOS DECORREM DE APENAS UM FLUXO DE PRODUÇÃO. PORÉM, HÁ PROCESSOS QUE SE CARACTERIZAM POR CONTEEREM MÚLTIPLOS FLUXOS, OS DENOMINADOS PROCESSOS PARALELOS. OS GRÁFICOS DE CONTROLE POR GRUPOS (GG) PERMITEM O CONTROLE DE VÁRIOS FLUXOS DE PRODUÇÃO ATRAVÉS DE UM ÚNICO PAR DE GRÁFICOS. OUTRA CARACTERÍSTICA FUNDAMENTAL PARA A CONSTRUÇÃO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE É A SUPOSIÇÃO DE NÃO AUTOCORRELAÇÃO NA CARACTERÍSTICA MONITORADA. O OBJETIVO PRINCIPAL, PORTANTO, DESTE ARTIGO, É ANALISAR O DESEMPENHO DO GG QUANDO SE CONSIDERA OU NÃO A PRESENÇA DE AUTOCORRELAÇÃO NAS OBSERVAÇÕES, QUANTO À DETECÇÃO DE PERTURBAÇÕES NO PROCESSO E COMPARÁ-LOS QUANTO AO DESEMPENHO. UTILIZOU-SE, COMO METODOLOGIA DE PESQUISA, A TÉCNICA DE SIMULAÇÃO PARA A OBTENÇÃO DOS RESULTADOS, SIMULANDO-SE DIVERSOS CENÁRIOS DE PRODUÇÃO. ESTE TRABALHO MOSTROU QUE O USO DOS GG SEM CONSIDERAR A AUTOCORRELAÇÃO, QUANDO NA REALIDADE ELA ESTÁ PRESENTE NO PROCESSO, AFETA DIRETAMENTE O DESEMPENHO DOS GG, UMA VEZ QUE OS LIMITES DE CONTROLE FICAM MAIS ESTREITOS E, ASSIM, HÁ UMA MAIOR INCIDÊNCIA DE PONTOS FORA DOS LIMITES DE CONTROLE.

Palavras-chaves: GRÁFICOS POR GRUPOS; AUTOCORRELAÇÃO; ALARMES FALSOS; DESEMPENHO.

Área: 2 - GESTÃO DA QUALIDADE

Sub-Área: 2.1 - CONTROLE ESTATÍSTICO DA QUALIDADE

A STUDY OF THE PERFORMANCE OF CONTROL CHARTS FOR GROUPS IN THE PRESENCE OF AUTOCORRELATION IN THE PROCESS

Abstract: *GRAPHS OF STATISTICAL PROCESS CONTROL HAS, AMONG OTHERS, IN ORDER TO MONITOR THE VARIABILITY IN PROCESSES WHOSE PRODUCTS DERIVE FROM ONLY ONE PRODUCTION FLOW. HOWEVER, THERE ARE PROCESSES CHARACTERIZED TO CONTAIN MULTIPLE STREAMS, SO-CALLEDD PARALLEL PROCESSES. THE CONTROL CHARTS FOR GROUPS (GG) ALLOW CONTROL OF VARIOUS PRODUCTION FLOWS THROUGH A SINGLE PAIR OF GRAPHS. ANOTHER KEY FEATURE FOR THE CONSTRUCTION OF CONTROL CHARTS IS THE ASSUMPTION OF NO AUTOCORRELATION IN THE MONITORED CHARACTERISTIC. THEREFORE, THE MAIN OBJECTIVE OF THIS ARTICLE IS TO ANALYZE THE PERFORMANCE OF GG OR NOT WHEN YOU CONSIDER THE PRESENCE OF AUTOCORRELATION IN THE OBSERVATIONS, AS THE DETECTION OF PROCESS DISTURBANCES AND COMPARE THEM FOR PERFORMANCE. WAS USED AS THE RESEARCH METHODOLOGY, THE SIMULATION TECHNIQUE TO OBTAIN THE RESULTS, SIMULATING DIFFERENT SCENARIOS OF PRODUCTION. THIS WORK SHOWED THAT THE USE OF GG WITHOUT CONSIDERING THE AUTOCORRELATION, WHEN IN REALITY IT IS PRESENT IN THE PROCESS DIRECTLY AFFECTS THE PERFORMANCE OF GG, SINCE THE CONTROL LIMITS ARE NARROWER AND THUS THERE IS A HIGHER INCIDENCE OF POINTS OUTSIDE THE CONTROL LIMITS.*

Keyword: *GRAPHICS FOR GROUPS; AUTOCORRELATION; FALSE ALARMS; PERFORMANCE.*

1. Introdução

Para se adaptar as constantes mudanças do mundo globalizado as empresas têm buscado aumentar a qualidade dos produtos e em contra partida diminuir o custo operacional. Diante deste cenário o Controle Estatístico do Processo (CEP) mostra-se um grande aliado para se alcançar tais objetivos, visto que suas ferramentas possibilitam o acompanhamento dos processos produtivos. Dentre tais ferramentas têm-se os Gráficos de Controle desenvolvidos inicialmente por Shewhart (1931), que têm como finalidade monitorar a variabilidade existente nos processos.

Contudo o modelo de Shewhart tem como função principal monitorar um processo de fabricação em série, cujos produtos decorrem de apenas um fluxo de produção. Porém, há processos que se caracterizam por conterem múltiplos fluxos de produção, os denominados processos paralelos. Neste caso para a aplicação dos gráficos tradicionais de Shewhart é necessário elaborar um par de gráficos para cada fluxo de produção: um gráfico para monitorar o nível da qualidade e outro a variabilidade da característica observada. Contudo, com produtos decorrentes de um processo com vários fluxos de produção isso seria burocrático e dispendioso. Considerando essa dificuldade na utilização dos gráficos tradicionais, Boyd (1950) propõe uma alternativa para contorná-la: a construção de Gráficos de Controle por Grupos (GG). Os GG permitem o controle de vários fluxos de produção através de um único par de gráficos: um para o nível da qualidade e outro para a variabilidade do processo, reunindo em cada gráfico as informações dos diversos fluxos de produção.

Alexandre *et al.* (2006) apresentam uma aplicação dos GG em uma indústria manufatureira do Estado do Ceará. Vasconcelos (2009), em sua dissertação de mestrado, contribui nessa linha de pesquisa ao estudar o desempenho dos GG e compará-lo com o modelo de Shewhart. Uma característica em comum nos estudos citados é a suposição de independência na característica monitorada e, sob a distribuição normal, significa também assumir que não há autocorrelação e essa é uma forte suposição na construção dos gráficos tradicionais de Shewhart. Porém, existem processos que podem apresentar certo nível de autocorrelação dentro dos fluxos de produção. Montgomery (2009) afirma que a omissão da estrutura de autocorrelação pode gerar resultados enganosos, como por exemplo, sucessivos alarmes falsos.

Dentro dessa linha, o objetivo principal deste artigo é analisar o desempenho do GG quando se considera ou não a presença de autocorrelação nas observações, quanto à detecção de perturbações no processo. Nesse sentido, será feita uma comparação no desempenho entre

essas duas situações, para mostrar o efeito que causa o uso não adequado do GG, na suposição de não autocorrelação, quando na realidade ela está presente no processo. Os resultados serão obtidos por meio de simulações de cenários produtivos capazes de representar a realidade.

Para o desenvolvimento deste artigo serão apresentados nas próximas sessões o referencial teórico, a metodologia utilizada e a análise de resultados.

2. Gráficos de Controle Estatístico do Processo

As ferramentas do Controle Estatístico do Processo (CEP) são utilizadas nas diversas áreas do conhecimento, com ênfase no acompanhamento da qualidade dos processos. Segundo Exler, Lima e Nunes (2013) as contribuições da Estatística permite a descrição detalhada do comportamento dos processos, a identificação de sua variabilidade e seu controle ao longo do tempo.

Dentre as ferramentas que compõem o CEP têm-se os Gráficos de Controle Estatístico do Processo (GCEP), desenvolvidos inicialmente por Shewhart (1931), para monitorar a variabilidade existente nos processos, a partir do entendimento de que por mais bem planejado que seja um processo de produção, este não produz peças idênticas, sempre. Logo, entende-se que um processo opera obedecendo as especificações com a presença de uma variabilidade tolerável, ou seja, com a presença de causas aleatórias que não desvirtua o processo produtivo. Contudo, Shewhart destaca as causas intoleráveis, ou seja, aquelas que afetam diretamente a produção e que não podem ser ignoradas. Por este motivo ele criou os GCEP que permitem monitorar os processos e direcionar os esforços para corrigir causas assinaláveis, que afetam a qualidade dos produtos.

Nesse processo de monitoramento através dos GCEP, a característica que se deseja investigar é chamada de “característica da qualidade”. Shewhart elaborou um gráfico para monitorar o nível de qualidade e outro a variabilidade desta característica, que geralmente é entendida como uma variável que se supõe ser normalmente distribuída com média μ e desvio-padrão σ . Contudo, segundo Montgomery (2009), geralmente não se conhece μ e σ , portanto, eles devem ser estimados a partir de amostras ou subgrupos preliminares retirados quando supostamente o processo está sob controle.

Os GCEP são compostos por três linhas horizontais: a linha central (LC), a linha inferior e a superior que são chamadas, respectivamente, limite inferior de controle (LIC) e limite superior de controle (LSC). O monitoramento de uma determinada característica da

qualidade, pode ser realizado por meio da média (\bar{X}) e da amplitude (R), os gráficos mais tradicionais.

De acordo com Costa *et al.* (2010) os limites de controle para o gráfico da média (\bar{X}) são obtidos através das seguintes expressões:

$$LSC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} + L\sigma_{\bar{X}} \quad (1)$$

$$LC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} \quad (2)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \mu_{\bar{X}} - L\sigma_{\bar{X}} \quad (3)$$

onde, $\mu_{\bar{X}}$ e $\sigma_{\bar{X}}$ são, respectivamente, a média e o desvio padrão da distribuição de \bar{X} e o L é o fator de alargamento dos limites de controle.

Já os limites de controle para o gráfico da amplitude (R) são obtidos com base nas expressões a seguir:

$$LSC_R = \mu_R + L\sigma_R \quad (4)$$

$$LC_R = \mu_R \quad (5)$$

$$LIC_R = \mu_R - L\sigma_R \quad (6)$$

onde, μ_R e σ_R são, respectivamente, a média e o desvio padrão da distribuição de R. Na obtenção dos limites de controle os seguintes estimadores são utilizados:

$$\hat{\mu}_{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^k \bar{X}_i}{k} \quad \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^k R_i}{k}$$

Os GCEP desenvolvidos por Shewhart aplicam-se a processos com um único fluxo de produção, contudo, o surgimento de máquinas que operam com diversos fluxos produtivos ao mesmo tempo, tornou burocrático e dispendioso a utilização do GCEP no monitoramento dos processos.

Segundo Ramos (2004), um dos princípios básicos para a construção dos gráficos de controle é a formação dos subgrupos. O autor ressalta que não se deve misturar produtos provenientes de diferentes ou fluxos (fontes), pois isto provoca a não homogeneidade na seleção das amostras. Assim, em processo que operam com máquinas com múltiplas posições seria necessário um gráfico para monitorar o nível de qualidade e outro para a variabilidade, para cada fluxo de produção. A não distinção dos fluxos pode ocasionar em uma sinalização errônea sobre o processo.

2.1. Gráficos de controle por grupos (GG)

Os Gráficos de Controle por Grupos (GG) foram propostos por Boyd (1950) como uma forma de contornar a dificuldade encontrada ao se monitorar um processo com múltiplos

fluxos. Os gráficos propostos permitem reunir em um único par de gráficos as informações de todos os fluxos.

A elaboração do GG é bastante simples e tem como princípio base a formação adequada dos subgrupos (RAMOS, 2004). Os limites de controle por sua vez são obtidos de forma similar aos tradicionais de Shewhart. A Tabela 1 permite o entendimento da estrutura de dados para a construção do GG, para a média e amplitude, os mais comuns.

TABELA 1: Modelo geral de planilha de dados para a construção dos GG

Grupo	Fluxos (Amostra)	Produto 1	...	Produto n	Média	Amplitude
1	1	X_{111}	...	X_{11n}	\bar{X}_{11}	R_{11}
	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮
	k	X_{1k1}	...	X_{1kn}	\bar{X}_{1k}	R_{1k}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
m	1	X_{m11}	...	X_{m1n}	\bar{X}_{m1}	R_{m1}
	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮
	k	X_{mk1}	...	X_{mkn}	\bar{X}_{mk}	R_{mk}

O procedimento para a formação dos grupos consiste em:

- Para cada k fluxo de produção seleciona-se n produtos de forma consecutiva (amostra), a cada intervalo h de unidade de tempo, e para cada produto mede-se a característica da qualidade sob monitoramento, formando-se m grupos;
- Em seguida, obtêm-se as médias e amplitudes de cada amostra, que corresponde a um fluxo, e determina-se os limites de controle;
- Plota-se a maior e a menor média de cada grupo, no gráfico para a média, e a maior amplitude, no gráfico para a amplitude.

Considerando a estrutura proposta na Tabela 1 tem-se que o número total de amostras é igual a $m \cdot k$, onde k é o número de amostras em cada grupo e m o número de grupos.

Se ambos os gráficos apresentarem um comportamento aleatório com todos os pontos dentro dos limites de controle, tem-se uma indicação de que o processo está sob controle estatístico. Caso contrário, recomenda-se investigar e corrigir as causas que levaram a esse estado de instabilidade no processo (RAMOS, 2000, ALEXANDRE *et al.* 2006). Exemplos de aplicação dos GG podem ser vistos em Ramos (2004) e Vasconcelos (2009).

2.1.1. Análise de desempenho do GCEP para a média do processo

A utilização dos gráficos de controle está cada vez mais difundida, pois estes auxiliam no monitoramento dos processos produtivos. Contudo Costa *et al.* (2010) destacam a

necessidade de se estudar a capacidade de detecção de perturbações no processo, ou seja, seu desempenho. Uma das formas de se medir o desempenho dos GCEP é através da obtenção do Número Médio de Amostras até a ocorrência de uma sinalização (NMA) e, entende-se por sinalização, um ponto cair além dos limites de controle.

Costa *et al.* (2010) comparam a utilização dos GCEP com um procedimento de julgamento de um réu em tribunal, onde a cada amostra retirada julga-se a estabilidade do processo. Esta situação pode ser considerada como um teste de hipóteses, considerando as hipóteses a seguir:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \rightarrow \text{Processo está sob controle}$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0 \rightarrow \text{Processo está fora de controle}$$

onde, μ_0 é a média inicial do processo. De forma geral sabe-se que a hipótese H_0 será verdade todas as vezes que um ponto cair entre os limites de controle, já a hipótese H_1 é verdade todas as vezes que um ponto cair além dos limites de controle. No conceito de CEP os erros relacionados os testes de hipóteses podem ser descritos da seguinte forma:

- Erro do Tipo I (ETI) ocorre sempre que o processo for considerado fora controle, erroneamente.
- Erro do Tipo II (ETII) ocorre quando se afirmar que o processo está sob controle, erroneamente.

De acordo Oliveira (2013) os dois tipos de erros podem ser utilizados como referência para o cálculo do desempenho dos GCEP, tendo como base as seguintes probabilidades:

$$P(ETI) = P(\bar{X} \notin [LIC, LSC] | \mu = \mu_0) \quad (7)$$

$$P(ETII) = P(\bar{X} \in [LIC, LSC] | \mu = \mu^*) \forall \mu^* \neq \mu_0 \quad (8)$$

$$P(ETII) = P(\bar{X} \in [LIC, LSC] | \sigma^2 = \sigma^{2*}) \forall \sigma^2 \neq \sigma^{2*} \quad (9)$$

$$P(ETII) = P(\bar{X} \in [LIC, LSC] | \mu^*, \sigma^{2*}) \forall \mu^* \neq \mu_0, \sigma^2 \neq \sigma^{2*} \quad (10)$$

onde, $\mu \rightarrow \mu^* = \mu + \delta * \sigma$ e $\sigma^2 \rightarrow \sigma^{2*} = \lambda^2 * \sigma^2$ são as alterações sofridas no processo, sendo $\delta \neq 0, \lambda > 1$ e σ é o desvio padrão do processo.

Para obtenção do desempenho do GCEP considere a Distribuição Geométrica, que segundo Larson e Farber (2010) possui um único parâmetro p que representa a probabilidade de sucesso do evento, sendo apresentada da seguinte forma: $Y \sim G(p)$, onde Y é o número de ensaios até a ocorrência de um sucesso. No contexto de CEP, Y é o número de amostras necessárias até a ocorrência de uma sinalização, onde $E(Y)$ é o NMA, sendo sua probabilidade dada por p ,

$$E(Y) = \frac{1}{p} = NMA$$

A probabilidade p neste estudo representa duas situações: $p=P(ETI)$, que representa a probabilidade do primeiro alarme falso e $p=1-P(ETH)$, a probabilidade de detecção de uma causa especial no processo. Para tanto faz-se necessário as seguintes definições:

NMA_1 : Número médio de amostras até a ocorrência do primeiro alarme falso.

NMA_2 : Número médio de amostras entre a ocorrência e a detecção de alteração na média do processo.

NMA_{21} : Número médio de amostras entre a ocorrência e a detecção de alteração na variância do processo.

NMA_{22} : Número médio de amostras entre a ocorrência e a detecção de alteração na média e na variância do processo simultaneamente.

Assim, considerando as expressões (7), (8), (9) e (10) pode se obter o desempenho dos gráficos de controle.

2.2. Processos autocorrelacionados

De acordo com Montgomery (2009), a suposição mais importante relativo à construção dos GCEP é a independência das observações. O autor afirma que o desempenho do GCEP se altera quando à característica da qualidade apresenta níveis diferentes de autocorrelação ao longo do tempo. Neste sentido, Guimarães e Epprecht (2000) ressalta que a correlação entre as observações dentro de cada amostra, a autocorrelação, provoca alarmes falsos por tornar a variabilidade dentro de cada amostra menor que a variabilidade do processo, ou seja, estreita os limites de controle, fornecendo resultados errôneos sobre a estabilidade do processo de produção.

Costa *et al.* (2010) afirmam que a violação da hipótese de independência das observações reduz a aplicabilidade dos GCEP, ou seja, a qualidade do monitoramento fica comprometida. Assim, se faz necessário o conhecimento do nível de correlação entre as observações para que se possa realizar o monitoramento através dos GCEP.

As expressões de desempenho encontradas na seção anterior são para dados independentes, e considerando que a distribuição da característica monitorada é normal, significa dizer que são não autocorrelacionados. Dessa forma as expressões não têm fórmulas fechadas na presença de autocorrelação, objeto de estudo deste artigo, dificultando assim o cálculo das probabilidades.

3. Metodologia

Tomando como base o procedimento técnico utilizado nesta pesquisa, de acordo com Gil (2002), esta pode ser classificada como uma pesquisa experimental, que consiste em determinar o objeto em estudo, selecionar as variáveis capazes de influenciar e definir formas de controle e observação dos efeitos que a variável produz no objeto.

A violação da hipótese de independência das observações, necessária para a construção dos gráficos de controle tradicionais, acarreta em uma dificuldade de obtenção do NMA da forma probabilística, uma vez que não existe uma fórmula fechada para a distribuição de probabilidade. Assim, a obtenção dos resultados será por meio de simulação, pois a mesma permite a manipulação dos fatores e a observação dos efeitos causados.

3.1. Simulação

Segundo Ribeiro e Greca (2003) em uma simulação o comportamento deve representar o funcionamento do sistema real, segundo as teorias ou modelos que o descrevem. Assim, diante das dificuldades encontradas para a determinação do Número Médio de Amostra (NMA), o indicador utilizado para determinar o desempenho do GG, a simulação mostra-se uma eficiente técnica para o estudo do problema proposto, que por sua vez pode ser estudado com base na criação de um cenário virtual de produção industrial operando com produtos que possuam certo nível de autocorrelação entre si, para então se observar como essa característica influencia na construção dos GG.

O método utilizado foi o de Monte Carlo que consiste em estimar determinadas quantidades, observando-se o comportamento de um número grande de eventos individuais. Yoriyaz (2009) explica que este método consiste em realizar uma simulação matemática (ou experimento matemático) do fenômeno de interesse ao invés de solucionar a equação ou conjunto de equações que o regem. Diante disto, elaborou-se um algoritmo no *software* de domínio público *R* (versão 2.13.1), capaz de reproduzir um cenário de produção onde pode-se manipular os parâmetros envolvidos.

4. Análise de resultados

No sentido de atingir os objetivos traçados neste trabalho, simulou-se dois cenários de produção: primeiro, utilizando o fator de largura L , considerando o processo não autocorrelacionado, quando na realidade há a presença de autocorrelação; segundo, construir os limites de controle corretamente, a partir de um o processo autocorrelacionado.

4.1. Eficiência Relativa (ER) e dos valores de L para efeito de comparação

Para melhor entendimento faz-se necessário a seguinte consideração:

GG_{IND} : Gráfico por Grupos para processo autocorrelacionado sem considerar a autocorrelação na obtenção dos limites de controle.

GG_{AUTO} : Gráfico por Grupos para processo autocorrelacionado considerando a autocorrelação na obtenção dos limites de controle.

Assim, a eficiência relativa (ER) entre o GG_{IND} e o GG_{AUTO} , para cada situação, que é dada pela expressão abaixo:

$$ER = \frac{NMA_{GG_{IND}}}{NMA_{GG_{AUTO}}} \quad (11)$$

De acordo com a equação (11), para $ER < 1$ o GG_{IND} tem melhor desempenho que o GG_{AUTO} na detecção de alterações no processo; para $ER > 1$ o GG_{AUTO} é melhor; e para $ER = 1$ os modelos são equivalentes em termos de desempenho. Assim, os resultados que se seguem são referentes à eficiência relativa considerando a alteração na média e na variância, separadamente e conjuntamente.

A manutenção de iguais taxas de alarmes falsos nas duas situações é necessária para que se possa compará-los em termos de desempenho após a ocorrência das falhas no processo. A Tabela 2 apresenta os valores de L , sem considerar a autocorrelação nas observações dentro de cada fluxo. Por outro lado na Tabela 3 têm-se os valores de L quando se considera a autocorrelação.

TABELA 2: Alguns valores de L associados a k para processos independentes

Nº de Fluxos (k)	Fator de Largura (L)
3	3,32
5	3,46
10	3,64

Fonte: Grinshaw e Bryce (1999)

TABELA 3: Alguns valores de L associados a k para processos autocorrelacionados

Nº de fluxos (k)	Níveis de autocorrelação		
	$\rho = 0,1$	$\rho = 0,5$	$\rho = 0,9$
3	3,47	4,07	4,55
5	3,62	4,24	4,77
10	3,83	4,42	5,02

Fonte: Sousa *et al* (2013)

Considerando os valores do fator de alargamento dos limites de controle, utilizou-se o algoritmo para determinar o NMA_2 , $NMA_{2,1}$ e $NMA_{2,2}$ do GG.

4.1.1. ER com alteração na média do processo

A análise de eficiência quanto à ocorrência de alterações na média do processo se dará através da determinação do NMA_2 . Assim, simulou-se um processo onde a característica da qualidade $X \sim N(100,100)$, variando o número de fluxos em $k = 3, 5$ e 10 , os níveis de correlação entre as observações em $\rho = 0,1; 0,5$ e $0,9$ e a alteração na média do processo $\delta = 0,1; 0,3; 0,5; 1, 2, 3$. Os resultados obtidos podem ser vistos na Tabela 4 e na Figura 1.

TABELA 4: Eficiência Relativa variando k, ρ e δ

ρ	0,1			0,5			0,9			
	δ/k	3	5	10	3	5	10	3	5	10
0,1		0,63	0,59	0,55	0,14	0,11	0,11	0,06	0,04	0,03
0,3		0,63	0,62	0,52	0,15	0,13	0,15	0,07	0,06	0,04
0,5		0,67	0,64	0,55	0,18	0,16	0,16	0,09	0,07	0,05
1		0,68	0,73	0,65	0,24	0,24	0,23	0,14	0,12	0,09
2		0,87	0,90	0,90	0,58	0,56	0,66	0,39	0,40	0,45
3		1,00	1,00	1,00	0,94	0,97	1,00	0,82	0,88	0,96

Fixando k e δ observou-se que à medida que ρ cresce o GG_{AUTO} tem menor desempenho. De forma geral, à medida que cresce a autocorrelação o gráfico GG_{AUTO} fica mais lento na detecção de, em especial, pequenas alterações na média do processo. Porém, para valores de δ superior a 2 o desempenho do GG_{AUTO} tende a ser equivalente ao GG_{IND} . Esse comportamento pode ser observado na Figura 1.

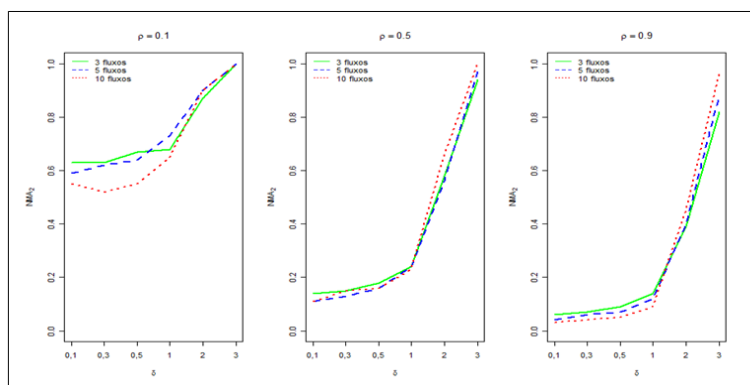


FIGURA 1: Gráfico da Eficiência Relativa variando k, ρ e δ

4.1.2. Eficiência relativa com alteração na variância

A análise de eficiência quanto à ocorrência de alterações na variância do processo se dará através da determinação do NMA_{21} . Simulou-se um processo onde a característica da qualidade $X \sim N(100,100)$, variando o número de fluxos em $k = 3, 5$ e 10 , os níveis de

correlação entre as observações em $\rho = 0,1; 0,5$ e $0,9$ e a alteração na variância do processo $\lambda = 1,5; 2; 3$ e 5 . Os resultados obtidos podem ser vistos na Tabela 5 e na Figura 2.

TABELA 5: Eficiência Relativa variando k, ρ e λ

ρ	0,1			0,5			0,9			
	λ/k	3	5	10	3	5	10	3	5	10
1,5		0,75	0,77	0,68	0,29	0,31	0,31	0,18	0,16	0,13
2		0,82	0,94	0,87	0,44	0,52	0,50	0,31	0,32	0,36
3		0,96	0,92	0,95	0,79	0,77	0,87	0,57	0,61	0,75
5		1,01	0,98	1,00	0,96	0,97	0,99	0,87	0,88	0,98

Observou-se que fixando k e ρ à medida que λ cresce o desempenho do GG_{AUTO} tende a ser equivalente ao GG_{IND} . Vale ressaltar ainda que o comportamento do GG_{AUTO} com alterações na variância é parecido com o observado no caso de alterações na média do processo.

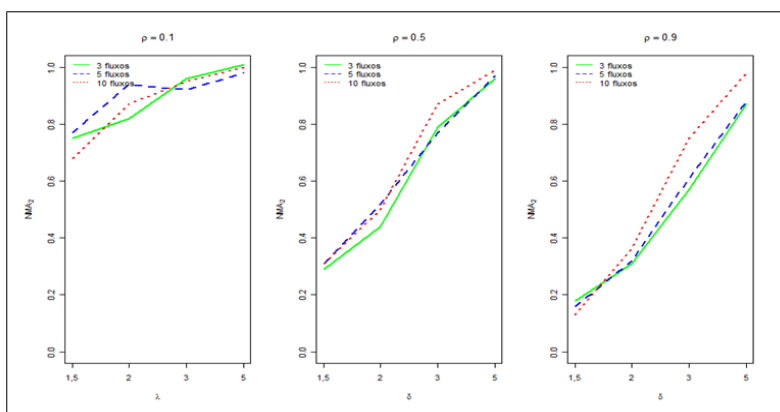


FIGURA 2: Gráfico da Eficiência Relativa variando k, ρ e λ

4.1.3. Eficiência relativa com alteração na média e na variância

A eficiência quanto à ocorrência de alterações na média e variância do processo, conjuntamente, se dará através da determinação do NMA_{22} . Simulou-se um processo onde a característica da qualidade $X \sim N(100,100)$, variando $k=3, 5$ e $10, \rho=0,1; 0,5$ e $0,9, \delta = 0,1; 0,3; 0,5; 1, 2, 3$ e $\lambda = 1,5; 2; 3$ e 5 . Os resultados obtidos podem ser vistos na Tabela 6 e na Figura 3.

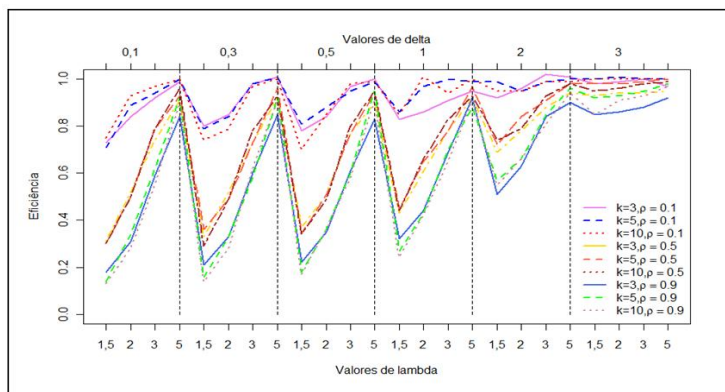


FIGURA 3: Gráfico da Eficiência Relativa variando k , ρ , δ e λ

TABELA 6: Eficiência Relativa variando k , ρ , δ e λ

δ	ρ	0,1			0,5			0,9		
		λ/k	3	5	10	3	5	10	3	5
0,1	1,5	0,73	0,71	0,75	0,31	0,30	0,30	0,18	0,14	0,13
	2	0,84	0,89	0,93	0,52	0,50	0,50	0,31	0,34	0,28
	3	0,92	0,94	0,97	0,74	0,79	0,79	0,59	0,62	0,55
	5	0,99	1,00	1,00	0,91	0,93	0,96	0,84	0,92	0,90
0,3	1,5	0,80	0,79	0,74	0,33	0,36	0,29	0,21	0,16	0,14
	2	0,85	0,84	0,79	0,52	0,49	0,49	0,33	0,33	0,28
	3	0,98	0,98	0,97	0,73	0,73	0,78	0,60	0,58	0,62
	5	1,01	1,01	1,00	0,92	0,96	0,93	0,85	0,92	0,91
0,5	1,5	0,78	0,81	0,70	0,37	0,34	0,34	0,22	0,18	0,17
	2	0,84	0,88	0,85	0,51	0,51	0,49	0,35	0,36	0,36
	3	0,97	0,95	0,98	0,77	0,77	0,80	0,61	0,60	0,58
	5	1,00	0,99	0,99	0,90	0,94	0,95	0,83	0,95	0,91
1	1,5	0,83	0,86	0,85	0,43	0,45	0,44	0,32	0,27	0,24
	2	0,86	0,97	1,01	0,61	0,65	0,66	0,44	0,43	0,42
	3	0,91	1,00	0,94	0,78	0,78	0,83	0,69	0,70	0,65
	5	0,95	0,99	1,00	0,92	0,97	0,93	0,92	0,88	0,91
2	1,5	0,92	0,99	0,95	0,69	0,72	0,74	0,51	0,57	0,55
	2	0,96	0,95	0,95	0,78	0,84	0,79	0,63	0,66	0,66
	3	1,02	0,99	0,99	0,88	0,91	0,93	0,84	0,85	0,81
	5	1,01	1,00	0,99	0,94	0,98	0,98	0,90	0,96	0,94
3	1,5	0,98	1,00	1,00	0,93	0,98	0,95	0,85	0,92	0,85
	2	0,99	1,01	1,00	0,94	0,98	0,96	0,86	0,93	0,91
	3	1,00	1,00	1,00	0,94	0,99	0,98	0,88	0,95	0,93
	5	0,97	1,00	1,00	0,95	1,00	0,99	0,92	0,98	0,97

Observa-se que para valores de δ superior a 1 e para ρ igual 0,1, considerando qualquer valor de k e λ , o desempenho do GG_{AUTO} é equivalente ao do GG_{IND} . Porém para ρ acima 0,1, para quaisquer valores de k , δ e λ , o GG_{IND} apresenta melhor desempenho.

5. Conclusão

O presente trabalho teve como objetivo principal analisar o desempenho dos GG quando se considera ou não a presença de autocorrelação nas observações, quanto à detecção de perturbações no processo e, para tanto, foi determinada a eficiência relativa nessas duas situações.

O uso dos GG sem considerar a autocorrelação, quando na realidade ela está presente no processo, afeta diretamente o desempenho do gráfico, uma vez que os limites de controle ficam mais estreitos e, assim, há uma maior incidência de pontos fora dos limites de controle. Contudo, cabe aqui uma reflexão sobre os resultados obtidos: dependendo da magnitude da alteração no processo, um ponto fora de controle nos GG sem considerar a autocorrelação, quando na realidade ela está presente no processo, pode significar um alarme falso, visto que para esses gráficos os fatores de limites de controle do gráfico, L , são mais estreitos que os GG usados corretamente na presença de autocorrelação no processo. O alarme falso, nesse caso, ocorre quando o ponto fora de controle está na região entre os limites de controle dos GG sem considerar a autocorrelação, quando na realidade ela está presente no processo, e os limites de controle dos GG usados corretamente na presença de autocorrelação.

Logo, vale ressaltar que o conhecimento da estrutura de autocorrelação presente no processo produtivo torna-se necessário para a utilização dos GG no monitoramento de processo.

REFERÊNCIAS

- ALEXANDRE, J. W. C.; RODRIGUES, L. F. M.; RODRIGUES, F. P.; FREITAS, S. M. *Aplicação do gráfico de controle por grupos em uma indústria manufatureira do estado do Ceará*. Fortaleza: XXVI ENEGEP, 2006.
- BOYD, D. R.. *Applying the Group Chart for \bar{X} and R*. Industrial Quality Control. n.7, p. 22-25.1950.
- COSTA, A. F. B.; EPPRECHT, E. K.; CARPINETTI, L. C. R. *Controle Estatístico de Qualidade*. 2 ed. São Paulo: Editora Atlas S.A, 2010.
- EXLER, R. B.; LIMA, C. J. B.; NUNES, F. M.. *Utilização do Controle Estatístico do Processo para o Monitoramento da Qualidade do Biodiesel Produzido pela Usina Alfa*. Resvita Tecnologia e Sociedade, ed. 2, p. 97 – 117. 2003.
- GIL, A. C.. *Como Elaborar Projetos de Pesquisa*. 4. Ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- GRIMSHAW, S.D. & BRYCE, G. R. *Control Limits for Group Charts*. Quality Engineering. N. 12 (2), p. 177-184, 1999.
- GUIMARÃES, N. R.; EPPRECHT, E. K.. *Uma proposta prática para o controle estatístico de processos com correlação*. São Paulo: XX ENEGEP. 2000.
- LARSON, R. FARBER, B.. *Estatística Aplicada*. Tradução por Luciane Ferreira Pauleti Vianna. 4.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- MONTGOMERY, D. C. *Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade*. Tradução por Ana Maria Lima de Farias e Vera Regina Lima de Farias e Flores, revisão técnica por Luiz da Costa Laurencel. 4 ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2009.
- OLIVEIRA, M. B. *Eficiência entre os gráficos por grupos para \bar{X} e o tradicional de Shewhart em processos com fluxos correlacionados*. Dissertação de Mestrado. UFC, Fortaleza, 2013.
- RAMOS, A. W. *CEP para Processos Contínuos e em Bateladas*. 1 ed. São Paulo: Editora Blucher, 2000.

- RAMOS, A. W. *Gráfico de Controle para máquinas com múltiplas posições*. Falando de Qualidade, 142 ed., 64-66, 2004.
- RIBEIRO, A. A.; GRECA, I. M. *Simulações Computacionais e Ferramentas de Modelização em Educação Química: Uma Revisão de Literatura Publicada*. Quim. Nova, v. 26, n. 4, p. 542-549, 2003.
- SHEWHART, W. A. *Economic Control Quality of Manufacturing Product*. New York: Van Nostrand, 1931.
- SOUSA, V. G.; ALEXANDRE, J. W. C.; OLIVEIRA, M. B.; FREITAS, S. M.. *Uma Análise da Eficiência do Gráfico de Controle por Grupos para a Média em Relação ao Modelo de Shewhart, em Processos Paralelos e Autocorrelacionado*. Salvador: ENEGEP XXXIII, 2013.
- VASCONCELOS, A. P. *Estudo do Gráfico de Controle por Grupos como uma Alternativa ao Modelo de Shewhart em Processos Paralelos*. Dissertação de Mestrado. UFC, Fortaleza, 2009.
- YORIYAZ, H.. *Método de Monte Carlo: Princípios e Aplicações em Física Médica*. Revista Brasileira de Física Médica, v. 3, n. 1, p. 141-149, 2009.