

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ CENTRO DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

GABRIEL FREITAS MACHADO

CONTRIBUIÇÕES NO ESTUDO COMPARATIVO ENTRE COMPENSADORES DE ATRASO DE TRANSPORTE E CONTROLADORES PID

FORTALEZA

GABRIEL FREITAS MACHADO

CONTRIBUIÇÕES NO ESTUDO COMPARATIVO ENTRE COMPENSADORES DE ATRASO DE TRANSPORTE E CONTROLADORES PID

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Bismark Claure Torrico

Coorientador: MSc. René Descartes Olímpio Pereira

FORTALEZA

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação Universidade Federal do Ceará Biblioteca Universitária Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M131c Machado, Gabriel Freitas.

Contribuições no estudo comparativo entre compensadores de atraso de transporte e controladores PID / Gabriel Freitas Machado. – 2021. 47 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Curso de Engenharia Elétrica, Fortaleza, 2021. Orientação: Prof. Dr. Bismark Claure Torrico. Coorientação: Prof. Me. René Descartes Olímpio Pereira.

1. Atraso de transporte. 2. Compensador de atraso de transporte. 3. Controlador PID. 4. Compromisso desempenho-robustez. 5. Regra de sintonia. I. Título.

CDD 621.3

GABRIEL FREITAS MACHADO

CONTRIBUIÇÕES NO ESTUDO COMPARATIVO ENTRE COMPENSADORES DE ATRASO DE TRANSPORTE E CONTROLADORES PID

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Engenharia Elétrica.

Aprovada em: 8 de Abril de 2021

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Bismark Claure Torrico (Orientador) Universidade Federal do Ceará (UFC)

> MSc. René Descartes Olímpio Pereira (Coorientador) Universidade Federal do Ceará (UFC)

> Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof^a. MSc. Rejane Cavalcante Sá Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Dedico este trabalho a todos que me apoiaram ao longo de minha formação, em especial aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Bismark Claure Torrico por me orientar em meu trabalho de conclusão de curso e em minha pesquisa.

Ao Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira, coordenador do Grupo de Pesquisa em Controle, Automação e Robótica (GPAR) onde minha pesquisa foi desenvolvida.

Ao Doutorando em Engenharia Elétrica, René Descartes Olímpio Pereira, pela parceria nos diversos trabalhos de pesquisa e pela grande amizade.

Aos meus amigos de graduação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte e da Universidade Federal do Ceará, pelo companheirismo ao longo dos anos formação.

Aos amigos de laboratório, pelas trocas de conhecimento e pelas grandes amizades construídas.

Aos meus pais e irmãs, pelo apoio ao longo de toda minha formação.

"Uma criança não tem dificuldade em acreditar no inacreditável, nem o gênio ou o louco. Somos apenas você e eu, com nossos grandes cérebros e nossos pequenos corações, que duvidamos, pensamos demais e hesitamos."

(Steven Pressfield)

RESUMO

Recentemente, o uso do Preditor de Smith foi questionado devido a problemas relacionadas à sua robustez à incertezas no atraso de transporte do processo. Assim, este trabalho apresenta uma comparação entre uma estrutura derivada do Preditor de Smith, denominada compensador de atraso de transporte simplificado, do inglês *Simplified Dead-Time Compensator* (SDTC), e controladores proporcional-integral (PI) e proporcional-integral-derivativo (PID) em termos de desempenho e robustez. Os principais resultados desta comparação mostram que o SDTC é melhor ou similar aos controladores PI/PID em desempenho e que a robustez quanto à incerteza no atraso de transporte pode ser melhor quantificada em termos de curvas de incerteza multiplicativa e de índice de robustez. Este trabalho também propõe uma regra de sintonia de controlador PI para processos instáveis com atraso de transporte, a partir da formulação do preditor de Smith filtrado simplificado, do inglês *Simplified Filtered Smith Predictor* (SFSP). A escolha da constante de tempo de malha fechada, o único parâmetro de sintonia, é realizada por meio de uma expressão matemática, obtida por otimização. Os resultados de simulação mostram a robustez e o melhor desempenho da regra de sintonia proposta frente a outras regras existentes na literatura.

Palavras-chave: Atraso de transporte. Compensador de atraso de transporte. Controlador PI. Controlador PID. Compromisso desempenho-robustez. Margem de atraso. Regra de sintonia.

ABSTRACT

Recently, the use of the Smith Predictor was questioned due to issues related to its robustness to process dead-time uncertainties. Thus, this work presents a comparison between a structure derived from Smith Predictor, called Simplified Dead-Time Compensator (SDTC), and proportional-integral (PI) and proportional-integral-derivative (PID) controllers in terms of performance and robustness. The main results of this comparison show that the SDTC is better or similar than PI/PID controllers in terms of performance and that robustness to dead-time uncertainties can be better quantified in terms of multiplicative uncertainties and robustness index curves. This work also proposes a proportional-integral controller (PI) tuning rule for unstable processes with dead-time, based on the simplified filtered Smith predictor (SFSP) formulation. The choice of the closed loop time constant, the only tuning parameter, is carried out by means of a mathematical expression, obtained by optimization. The simulation results show the robustness and the best performance of the proposed tuning rule compared to other rules in the literature.

Keywords: Dead-time. Dead-time compensator. PI controller. PID controller. Performance-robustness trade-off. Delay margin. Tuning rule.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Esquema de controle do SDTC no domínio do tempo contínuo para modelos	
	de primeira ordem.	21
Figura 2 –	Índice de desempenho J em função do índice de robustez M_{ST} para quatro	
	tipos de modelo FOPDT	28
Figura 3 –	Margem de atraso DM em função do índice de robustez M_{ST} para quatro	
	tipos de modelo FOPDT	28
Figura 4 –	Máxima incerteza robusta no atraso de transporte ΔL_{max} em função do índice	
	de robustez M_{ST} do SDTC para o modelo de dinâmica equilibrada	29
Figura 5 –	Variável de processo $y(t)$ para um processo com dinâmica equilibrada $G(s) =$	
	$e^{-s}/(s+1)$, sem incerteza no atraso de transporte, fixado $M_{ST} = 2, 0$	30
Figura 6 –	Variável de processo $y(t)$ para um processo com dinâmica equilibrada $G(s) =$	
	$e^{-s}/(s+1)$, com incerteza $\Delta L = +0,452$ no atraso de transporte, fixado	
	$M_{ST} = 2, 0$	30
Figura 7 –	Estrutura de controle conceitual do SFSP para modelos de primeira ordem	32
Figura 8 –	Estrutura de controle 2DOF	33
Figura 9 –	Dados de T_c/T_m obtidos por otimização e curva de ajuste para a regra de	
	sintonia de T_c .	36
Figura 10 –	Índice de robustez M_{ST} versus atraso normalizado L_m/T_m com o uso da regra	
	de sintonia de T_c	37
Figura 11 –	Respostas de rejeição de perturbação para as regras de sintonia, considerando	
	o caso nominal.	40
Figura 12 –	Respostas de rejeição de perturbação para cada regra de sintonia, conside-	
	rando incerteza de $+25\%$ no atraso de transporte do modelo	41
Figura 13 –	Índice de desempenho IAE <i>versus</i> atraso normalizado L_m/T_m	42
Figura 14 –	Índice de desempenho TV <i>versus</i> atraso normalizado L_m/T_m	42
Figura 15 –	Índice de desempenho IAE×TV <i>versus</i> atraso normalizado L_m/T_m	43
Figura 16 –	Índice de desempenho CV <i>versus</i> atraso normalizado L_m/T_m	43
Figura 17 –	Índice de robustez DM <i>versus</i> atraso normalizado L_m/T_m	44
Figura 18 –	Índice de robustez M_{ST} versus atraso normalizado L_m/T_m	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Regras de sintonia para os controladores PI/PID. Regras de sintonia para os controladores PI/PID.	25
Tabela 2 – Coeficientes da regra de cálculo de T_c	37
Tabela 3 – Parâmetros do controlador PI e índices M_{ST} e DM	39
Tabela 4 – Índices de desempenho para o caso nominal. .	39
Tabela 5 – Índices de desempenho para o caso com incerteza. .<	40

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

2DOF	dois graus de liberdade, do inglês two-degree-of-freedom
CV	variância do sinal de controle, do inglês control variance
DTCs	compensadores de atraso de transporte, do inglês Dead-Time Compensators
FOPDT	primeira ordem com atraso de transporte, do inglês first-order plus dead-time
FSP	preditor de Smith filtrado, do inglês Filtered Smith Predictor
IAE	integral do erro absoluto, do inglês integral absolute error
PI	proporcional-integral
PID	proporcional-integral-derivativo
SDTC	compensador de atraso de transporte simplificado, do inglês Simplified Dead-Time
	Compensator
SFSP	preditor de Smith filtrado simplificado, do inglês Simplified Filtered Smith Pre-
	dictor
SIMC	controle de modelo interno simples, do inglês simple internal model control
SP	preditor de Smith, do inglês Smith predictor
TV	variação total do sinal de controle, do inglês total variation
UFOPDT	instável de primeira ordem com atraso de transporte, do inglês unstable first-order
	plus dead-time

LISTA DE SÍMBOLOS

t	Tempo
r(t)	Sinal de referência
e(t)	Sinal de erro
y(t)	Variável de processo
u(t)	Sinal de controle
q(t)	Sinal de perturbação na entrada do processo
n(t)	Sinal de perturbação na saída do processo (ruído de medição)
S	Frequência complexa
P(s)	Transformada de Laplace do processo
$\delta P(s)$	Incerteza multiplicativa do processo
$P_n'(s)$	Transformada de Laplace do modelo de processo
$P_n(s)$	Transformada de Laplace do modelo de processo normalizado
$G_n(s)$	Transformada de Laplace do modelo de processo livre de atraso
K_m	Ganho do modelo de processo
T_m	Constante de tempo do modelo de processo
L	Atraso de transporte do processo
L_m	Atraso de transporte do modelo de processo
ΔL	Incerteza no atraso de transporte
ΔL_{max}	Máxima incerteza no atraso de transporte
k _r	Ganho de referência do SDTC
k	Controlador primário do SDTC
<i>K</i> _r	Ganho de referência do SFSP
Κ	Controlador primário do SFSP
V(s)	Transformada de Laplace do filtro de robustez
b_1	Coeficiente do numerador do filtro de robustez
b_2	Coeficiente do numerador do filtro de robustez

α	Constante de tempo do filtro de robustez
$H_{yr}(s)$	Função de transferência entre a variável de processo e o sinal de referência
$H_{yq}(s)$	Função de transferência entre a variável de processo e o sinal de perturbação
	na entrada do processo
T_c	Constante de tempo de malha fechada
S(s)	Função sensibilidade
T(s)	Função sensibilidade complementar
M_S	Máximo da função sensibilidade
M_T	Máximo da função sensibilidade complementar
M _{ST}	Valor máximo entre M_S e M_T
C(s)	Transformada de Laplace do controlador
F(s)	Transformada de Laplace do filtro de referência
$C_{PI}(s)$	Transformada de Laplace do controlador PI
$C_{PID}(s)$	Transformada de Laplace do controlador PID
K_{c}	Ganho proporcional
K _c K _i	Ganho proporcional Ganho integral
K_c K_i T_i	Ganho proporcional Ganho integral Tempo integral
K_c K_i T_i T_d	Ganho proporcionalGanho integralTempo integralTempo derivativo
$egin{array}{c} K_c & & \ K_i & & \ T_i & & \ T_d & & \ T_f & & \ \end{array}$	Ganho proporcionalGanho integralTempo integralTempo derivativoConstante de tempo do filtro derivativo
$egin{array}{c} K_c \ K_i \ T_i \ T_d \ T_f \ J(p) \end{array}$	Ganho proporcionalGanho integralTempo integralTempo derivativoConstante de tempo do filtro derivativoCusto ponderado
$egin{array}{c} K_c \ K_i \ T_i \ T_d \ T_f \ J(p) \ p \end{array}$	Ganho proporcionalGanho integralTempo integralTempo derivativoConstante de tempo do filtro derivativoCusto ponderadoParâmetros dos controladores
$egin{array}{c} K_c \ K_i \ T_i \ T_d \ T_f \ J(p) \ p \ \omega \end{array}$	Ganho proporcionalGanho integralTempo integralTempo derivativoConstante de tempo do filtro derivativoCusto ponderadoParâmetros dos controladoresFrequência
$egin{array}{ccc} K_c & & & \ K_i & & \ T_i & & \ T_d & & \ T_f & & \ J(p) & & \ arphi & \ arphi & \ arphi & & \ arp & \ arphi & \ arp & \ arphi & \ ar$	Ganho proporcionalGanho integralTempo integralTempo derivativoConstante de tempo do filtro derivativoCusto ponderadoParâmetros dos controladoresFrequênciaFrequência de cruzamento
$egin{array}{ccc} K_c & & & \ K_i & & \ T_i & & \ T_d & & \ T_f & & \ J(p) & & \ arphi & & \ arphi_c & & \ $	Ganho proporcionalGanho integralTempo integralTempo derivativoConstante de tempo do filtro derivativoCusto ponderadoParâmetros dos controladoresFrequênciaFrequência de cruzamentoMargem de atraso
K_c K_i T_i T_d T_f J(p) p ω ω_c DM PM	Ganho proporcionalGanho integralTempo integralTempo derivativoConstante de tempo do filtro derivativoCusto ponderadoParâmetros dos controladoresFrequênciaFrequência de cruzamentoMargem de atrasoMargem de fase
K_c K_i T_i T_d T_f J(p) p ω ω_c DM PM I_r	Ganho proporcionalGanho integralTempo integralTempo derivativoConstante de tempo do filtro derivativoCusto ponderadoParâmetros dos controladoresFrequênciaFrequência de cruzamentoMargem de atrasoÍndice de robustez
K_c K_i T_i T_d T_f J(p) p ω ω_c DM PM I_r L(s)	Ganho proporcionalGanho integralTempo integralTempo derivativoConstante de tempo do filtro derivativoCusto ponderadoParâmetros dos controladoresFrequênciaFrequência de cruzamentoMargem de atrasoÍndice de robustezGanho de malha

b	Coeficiente da regra de cálculo de T_c
С	Coeficiente da regra de cálculo de T_c
d	Coeficiente da regra de cálculo de T_c
μ	Média do número de amostras
Ν	Número de amostras
IAE_{dq}	Integral do erro absoluto para uma perturbação na entrada do processo
IAE _{dn}	Integral do erro absoluto para uma perturbação na saída do processo
IAE_q^o	Valor ótimo da integral do erro absoluto para uma perturbação na entrada do
	processo
ΙΛΕΟ	Valor átimo de integral do arro absoluto para uma parturbação na saída do

 IAE_n^o Valor ótimo da integral do erro absoluto para uma perturbação na saída do processo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Avaliação de desempenho e robustez de compensadores de atraso de	
	transporte e controladores PID	17
1.2	Regras de sintonia de controladores PID para processos com atraso de	
	transporte	18
1.3	Motivação	19
1.4	Objetivos	20
1.5	Organização do texto	20
2	PORQUE NÃO DEVERÍAMOS ESQUECER O PREDITOR DE SMITH	21
2.1	Compensador de atraso de transporte simplificado (SDTC)	21
2.1.1	Sintonia de k _r e k	22
2.1.2	Sintonia do filtro de robustez $V(s)$	22
2.1.3	Regras de sintonia do SDTC	23
2.2	Controladores PI e PID	24
2.2.1	Regras de sintonia dos controladores PI e PID	24
2.3	Índices de desempenho e robustez	24
2.4	Resultados comparativos	27
2.4.1	Desempenho e robustez à incertezas no atraso de transporte	27
2.4.2	Análise no domínio do tempo	29
2.5	Comentários	30
3	REGRA DE SINTONIA DE CONTROLADOR PI PARA PROCESSOS	
	INSTÁVEIS COM ATRASO DE TRANSPORTE	32
3.1	SFSP para modelos UFOPDT	32
3.1.1	Sintonia de K e K _r	33
3.1.2	Sintonia de V(s)	33
3.2	Regra de sintonia de controlador PI para modelos UFOPDT	34
3.3	Escolha de T_c	35
3.4	Resultados de simulação	38
3.4.1	Índices de desempenho e robustez	38
3.4.2	Comparação com robustez similar	39

3.4.3	Comparação com diferentes métodos de escolha de T_c	40
3.5	Comentários	43
4	CONCLUSÕES	46
	REFERÊNCIAS	47

1 INTRODUÇÃO

Processos industriais comumente apresentam atraso de transporte associado ao tempo de processamento de informações, a um conjunto de sistemas dinâmicos simples interconectados, entre outros. Essa característica do processo faz surgir certa dificuldade em termos de engenharia de controle (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007). Sabendo disso, este trabalho apresenta algumas estratégias de controle para lidar com estes tipos de processo e diferentes maneiras de avaliar a robustez e o desempenho delas.

Observa-se de maneira geral que o controlador PID, quando bem sintonizado, tem desempenho satisfatório. Dessa forma, com base no amplo uso desses controladores na industria, este trabalho também propõe uma regra de sintonia de controlador PI para processos instáveis com atraso de transporte.

1.1 Avaliação de desempenho e robustez de compensadores de atraso de transporte e controladores PID

O preditor de Smith, do inglês *Smith predictor* (SP) foi o primeiro método de compensação de sistemas com atraso que obteve desempenho considerável frente aos controladores PI e PID convencionais para processos com longos atrasos (SMITH, 1957). No entanto, sua aplicação se limita a processos estáveis em malha aberta. No caso de processos integradores, o SP não é capaz de rejeitar perturbações e no caso de processos instáveis em malha aberta, o sistema em malha fechada é instável para incertezas e perturbações infinitesimais. Como solução, ao longo dos anos foram propostas várias estruturas derivadas do SP que lidavam com estes tipos de processos, além de melhorar seu desempenho e robustez. Estes controladores são chamados de compensadores de atraso de transporte, do inglês *Dead-Time Compensators* (DTCs). Uma ampla revisão de DTCs pode ser encontrada em Normey-Rico e Camacho (2007) e Visioli e Zhong (2011).

Uma das mais relevantes estruturas derivadas do SP, o preditor de Smith filtrado, do inglês *Filtered Smith Predictor* (FSP) foi proposto por Normey-Rico e Camacho (2009). Ele é uma estrutura de dois graus de liberdade, com desacoplamento entre a resposta de seguimento de referência e a resposta de rejeição de perturbação. Além disso, o FSP é capaz de lidar com processos estáveis, integradores e instáveis de qualquer ordem. Com base na estrutura do FSP, Torrico *et al.* (2013) propôs o SFSP, onde o controlador primário e o filtro de referência são

reduzidos a simples ganhos. No entanto, este DTC pode ser utilizado apenas para modelos de primeira ordem com atraso. Para resolver esta limitação, foi proposto o SDTC (TORRICO *et al.*, 2016), possuindo uma estrutura equivalente ao SFSP para modelos de primeira ordem, no entanto, podendo ser utilizado para modelos de ordem superior.

Apesar das vantagens do uso do SP em sistemas com atraso, problemas quanto à sua robustez foram observados em um trabalho recente de Grimholt e Skogestad (2018). Os autores observaram, nos casos estudados, uma diminuição abrupta da margem de atraso do SP, significando menor robustez à incertezas no atraso de transporte do processo para determinados níveis de robustez.

Desse modo, o objetivo deste trabalho é mostrar a importância de estruturas derivadas do SP, avaliando a robustez à incertezas no atraso de transporte por meio de curvas de incerteza multiplicativa e de índice de robustez, um método mais conservador com relação à margem de atraso. Utilizando apenas regras de sintonia, o SDTC será comparado aos controladores PI/PID, evidenciando vantagens e desvantagens quanto ao uso desses controladores.

1.2 Regras de sintonia de controladores PID para processos com atraso de transporte

Controladores proporcional-integral-derivativo (PID) são utilizados na industria de processos há várias décadas. O primeiro trabalho a descrever formalmente o controlador PID e suas propriedades foi o trabalho de Minorsky (1922), há quase cem anos.

Mesmo com grandes avanços na teoria de controle, eles continuam a ser o tipo de controlador mais aplicado na industria. Isso se deve a sua simplicidade e robustez a incertezas de modelagem. Por isso, dependendo da consistência do modelo que se tem posse, devemos escolher entre uma técnica de controle avançada ou um controlador PID (MACHADO *et al.*, 2019; SILVA *et al.*, 2020).

Uma vez que os controladores PID são amplamente utilizados em aplicações industriais, não é surpreendente existir uma extensa quantidade de trabalhos com métodos de sintonia para seus parâmetros.

O alcance de um certo nível de desempenho e de robustez são os principais critérios para a boa sintonia de controladores PID. A simplicidade em cumprir esses objetivos é o que geralmente torna atrativo o uso de regras de sintonia em grande parte dos processos industriais.

Vários processos industriais podem ser aproximados por modelos de primeira ordem e essa aproximação permite o desenvolvimento de diferentes métodos para a sintonia de controladores PID.

Entretanto, processos que são modelados por dinâmicas instáveis representam um desafio para o controle PID. Esse desafio é ainda maior quando a dinâmica de atraso de transporte é considerada.

Em particular, alguns DTCs, estratégias de controle baseadas no SP, podem lidar com processos instáveis com atraso de transporte, apresentado bom desempenho e boa robustez. Na industria, estes controladores são uma alternativa a controladores PID quando se possui um modelo consistente.

Um dos mais relevantes DTCs, o FSP foi proposto em Normey-Rico e Camacho (2009). Com um desacoplamento entre a resposta de seguimento de referência e a resposta de rejeição de perturbações, o FSP é capaz de lidar com processos estáveis, integradores e instáveis de qualquer ordem.

Com base no FSP, foi proposto em Torrico *et al.* (2013) o SFSP, onde o controlador primário e o filtro de referência são reduzidos a simples ganhos, mas somente para processos de primeira ordem. Em Torrico *et al.* (2021) a formulação do SFSP foi estendida para modelos de qualquer ordem por meio da representação do preditor em espaço de estados.

Em Normey-Rico e Guzmán (2013), usando uma equivalência com a formulação do FSP, foram apresentadas regras de sintonia de controladores PID para processos estáveis, instáveis e integradores. Desse modo, é possível aliar a formulação de controladores avançados com a simplicidade de controladores PID.

1.3 Motivação

Processos que possuem a dinâmica do atraso de transporte são considerados desafiadores para a engenharia de controle na industria (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007). Desse modo, o uso de DTCs para estes processos tem sido investigado em diversos trabalhos nas últimas décadas e tem se mostrado um tema relevante no campo da teoria de controle de sistemas com atraso de transporte.

Os controladores PID estão presentes na maioria das aplicações industriais, sendo então importante avaliar, ao buscar soluções para o controle de processos com atraso de transporte, as vantagens e desvantagens de utilizá-los em vez de controladores avançados. Além disso, propor metodologias de sintonia dos seus parâmetros baseada na formulação de DTCs é um atrativo e consiste em uma solução prática para a industria.

1.4 Objetivos

Este trabalho tem como objetivos:

- Fazer uma comparação em termos de desempenho e robustez entre o SDTC e controladores PI e PID;
- Propor uma regra de sintonia de controlador PI para processos instáveis com atraso de transporte a partir da formulação do SFSP e uma expressão matemática para a escolha da constante de tempo de malha fechada, o único parâmetro de sintonia.

1.5 Organização do texto

O texto está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2 são apresentadas as comparações entre o SDTC e os controladores PI e PID, no Capítulo 3 uma regra de sintonia de controladores PI para processos instáveis com atraso de transporte é apresentada e proposta uma expressão matemática para a escolha da constante de tempo de malha fechada. Finalmente, no Capítulo 4 são apresentadas as conclusões.

2 PORQUE NÃO DEVERÍAMOS ESQUECER O PREDITOR DE SMITH

2.1 Compensador de atraso de transporte simplificado (SDTC)

Serão considerados neste trabalho somente modelos de processos estáveis de primeira ordem com atraso de transporte, do inglês *first-order plus dead-time* (FOPDT), da forma:

$$P_n(s) = G_n(s)e^{-L_m s} = \frac{K_m e^{-L_m s}}{T_m s + 1},$$
(2.1)

onde K_m é o ganho estático, T_m é a constante de tempo, L_m é o atraso de transporte e $G_n(s)$ é o modelo do processo livre de atraso. Para comparação entre os controladores quatro tipos de modelos serão considerados:

Atraso de transporte puro:	$T_m=0;$
Dinâmica equilibrada:	$T_m = L_m;$
Dinâmica lenta:	$T_m \geq 8L_m;$
Próximo de integrador:	$T_m \geq 20L_m$

O esquema de controle do SDTC para modelos de primeira ordem e no domínio do tempo contínuo pode ser visto na Figura 1, onde k_r é o filtro de referência, k é o controlador primário e V(s) é o filtro de robustez.

Considerando a inexistência de incertezas, quando o modelo $P_n(s)$ representa fielmente o processo P(s), as funções de transferência para as respostas de seguimento de referência e de rejeição de perturbação são dadas, respectivamente, por:

$$H_{yr}(s) = \frac{k_r P_n(s)}{k G_n(s) + 1},$$
(2.2)



Figura 1 – Esquema de controle do SDTC no domínio do tempo contínuo para modelos de primeira ordem.

$$H_{yq}(s) = P_n(s) \left[1 - \frac{P_n(s)V(s)}{kG_n(s) + 1} \right].$$
(2.3)

O seguimento de referência é definido pelos ganhos k_r e k, enquanto a rejeição de perturbações é definida pelo filtro V(s). A seguir, os procedimentos de sintonia destes elementos para modelos FOPDT serão detalhados considerando apenas dois parâmetros livres de sintonia, constituindo os dois graus de liberdade do SDTC.

2.1.1 Sintonia de $k_r e k$

Considerando que a resposta de malha fechada desejada para seguimento de referência deva ser a mais rápida possível e não deve apresentar sobressinal, a função de transferência de malha fechada desejada deve ser da forma

$$H_{yr}(s) = \frac{e^{-L_m s}}{T_c s + 1},$$
(2.4)

onde T_c é a constante de tempo de malha fechada, um dos dois parâmetros livres de sintonia do SDTC.

O filtro de referência k_r e o controlador primário k são simples ganhos, obtidos igualando as expressões (2.2) e (2.4). As expressões resultantes dependem apenas de T_c , K_m e T_m :

$$k_r = \frac{T_m}{K_m T_c},\tag{2.5}$$

$$k = \frac{1}{K_m} \left(\frac{T_m}{T_c} - 1 \right),\tag{2.6}$$

onde $T_c \neq T_m$.

2.1.2 Sintonia do filtro de robustez V(s)

O filtro V(s) para modelos de primeira ordem é dado por

$$V(s) = \frac{b_1 s + b_2}{(\alpha s + 1)^2}.$$
(2.7)

Os coeficientes b_1 e b_2 são calculados para cancelar os polos indesejados da planta na resposta de rejeição de perturbação, enquanto a constante de tempo α é o segundo parâmetro Os coeficientes b_1 e b_2 são obtidos, respectivamente, fazendo

$$H_{yq}(s)\Big|_{s=-1/T_m} = 0,$$
 (2.8)

$$H_{yq}(s)\Big|_{s=0} = 0,$$
 (2.9)

resultando nas expressões:

1

. 1

$$b_1 = b_2 T_m - \frac{k(T_m - \alpha)^2}{T_m e^{\frac{L_m}{T_m}}}$$
(2.10)

$$b_2 = k_r \tag{2.11}$$

Com o objetivo de alcançar maior desempenho na rejeição de perturbação, uma versão alternativa do filtro de robustez é utilizada neste trabalho. Sua expressão é dada por

$$V(s) = \frac{b_1 s + b_2}{\alpha s + 1}.$$
(2.12)

Os coeficientes b_1 e b_2 para esta versão do filtro de robustez são obtidos a partir de (2.8) e (2.9) como

$$b_1 = b_2 T_m + \frac{k(\alpha - T_m)}{e^{\frac{L_m}{T_m}}},$$
(2.13)

$$b_2 = k_r. ag{2.14}$$

Considerando que a versão alternativa do filtro V(s) é de primeira ordem, essa versão do SDTC será chamada de SDTC-FO (do inglês, *first-order*).

2.1.3 Regras de sintonia do SDTC

O valor de $T_c = 0,5T_m$ foi definido com o objetivo de se obter um bom compromisso entre velocidade de resposta e robustez. A regra $\alpha = 0,539L_m$ foi obtida por meio da aproximação linear de resultados de sintonia por otimização quando define-se a sensibilidade de pico do sistema em malha fechada igual a 1,59.

2.2 Controladores PI e PID

O controlador PI utilizado está na forma ideal,

$$C_{PI}(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right),\tag{2.15}$$

enquanto que o controlador PID está na estrutura em cascata,

$$C_{PID}(s) = K_c \left(\frac{T_i s + 1}{T_i s}\right) \left(\frac{T_d s + 1}{T_f s + 1}\right).$$
(2.16)

Usualmente, a constante de tempo T_f do filtro derivativo é um valor muito pequeno, como $T_f = T_d/10$.

2.2.1 Regras de sintonia dos controladores PI e PID

A sintonia do controlador PI utiliza as regras de controle de modelo interno simples, do inglês *simple internal model control* (SIMC), propostas em Skogestad (2003), com um grau de liberdade, definido pela constante de tempo de malha fechada T_c da resposta de seguimento de referência, descrita como em (2.4). Estas regras de sintonia para modelos FOPDT são mostradas na Tabela 1. Para os controladores PID, as regras SIMC foram melhoradas em Grimholt e Skogestad (2013), onde o termo derivativo $T_d = L_m/3$ é definindo para esses tipos de modelo. Além disso, em modelos com atraso de transporte puro o controlador PI é somente um integrador, na forma

$$C_{PI}(s) = K_i/s, \tag{2.17}$$

onde K_i é sintonizado como

$$K_{i} = \frac{1}{K_{m}} \frac{T_{m}}{(T_{c} + L_{m})}.$$
(2.18)

2.3 Índices de desempenho e robustez

Para a análise de desempenho, é utilizado o custo ponderado J(p), definido em Grimholt e Skogestad (2012). Este índice é uma função dos parâmetros p dos controladores e dos índices integral do erro absoluto, do inglês *integral absolute error* (IAE) para perturbações do tipo degrau na entrada (IAE_{dq}) e na saída (IAE_{dn}) do processo P(s). Sua expressão é dada por

$$J(p) = \frac{1}{2} \left(\frac{IAE_{dq}(p)}{IAE_q^o} + \frac{IAE_{dn}(p)}{IAE_n^o} \right).$$
(2.19)

Os índices de desempenho IAE_q^o e IAE_n^o são os mesmos utilizados em Grimholt e Skogestad (2018). Visando uma comparação consistente, esses fatores de ponderação são utilizados no cálculo da função custo tanto para o SDTC quanto para os controladores PI e PID. Nota-se que um maior desempenho é quantificado pelo menor valor de *J*, ao passo que uma menor capacidade de rejeição de perturbações está associada a um maior valor de *J*.

As funções sensibilidade S(s) e sensibilidade complementar T(s) são utilizadas para avaliar a robustez dos controladores, sendo definidas como

$$S(s) = \frac{1}{C(s)G(s) + 1},$$
(2.20)

$$T(s) = \frac{C(s)G(s)}{C(s)G(s) + 1} = 1 - S(s).$$
(2.21)

Os valores máximos destas funções são obtidos por análise no domínio da frequência, onde

$$M_S = \max_{\omega} \left| \frac{1}{C(j\omega)G(j\omega) + 1} \right|, \tag{2.22}$$

$$M_T = \max_{\omega} \left| \frac{C(j\omega)G(j\omega)}{C(j\omega)G(j\omega) + 1} \right|.$$
(2.23)

Tabela 1 – Regras de sintonia para os controladores PI/PID.

	PI	PID
K _c	$rac{1}{K_m}rac{T_m}{(T_c+L_m)}$	$rac{1}{K_m}rac{T_m}{(T_c+L_m)}$
T_i	$\min\{T_m, 4(T_c+L_m)\}$	$\min\{T_m, 4(T_c+L_m)\}$
T_d	_	$L_m/3$

Como em Grimholt e Skogestad (2018), para análise de robustez, escolhe-se o maior valor entre M_S e M_T (GARPINGER; HäGGLUND, 2008), sendo definido o índice M_{ST} :

$$M_{ST} = \max\left\{M_S, M_T\right\}.$$
(2.24)

A análise de robustez considera também a estabilidade do sistema devido a incertezas no atraso de transporte. O valor da margem de atraso (DM) (dada em segundos) define a máxima incerteza no atraso *L* do processo antes do sistema de malha fechada se tornar instável (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006). Seu valor é calculado por

$$\mathrm{DM} = \frac{\pi}{180^o} \frac{\mathrm{PM}}{\omega_c},\tag{2.25}$$

onde ω_c é a frequência de cruzamento (em rad/s) e PM é a margem de fase do sistema (em graus).

Para um sistema contendo múltiplas frequências de cruzamento ω_{c_i} , a margem de atraso é calculada por

$$DM = \frac{\pi}{180^{o}} \min\left(\frac{PM_{i}}{\omega_{c_{i}}}\right).$$
(2.26)

Outra forma de quantificar a robustez à incertezas no atraso de trasporte é a partir das curvas de incerteza multiplicativa $\delta P(s)$ e de índice de robustez I_r . A mínima distância entre estas curvas pode avaliar, de forma mais conservadora que a margem de atraso, a robustez do sistema em malha fechada. Seja o processo P(s) escrito na forma:

$$P(s) = P_n(s)[1 + \delta P(s)],$$
(2.27)

a incerteza multiplicativa $\delta P(s)$ é calculada como:

$$\delta P(s) = \frac{P(s)}{P_n(s)} - 1.$$
 (2.28)

Ao considerar incertezas somente no atraso de transporte, tem-se que:

$$\delta P(s) = e^{-\Delta L s} - 1, \tag{2.29}$$

onde $\Delta L = L - L_m$ representa a incerteza no atraso de transporte.

No diagrama de Nyquist, a distancia entre o ganho de malha do sistema e o ponto crítico s = -1 + j0 deve ser superior às incertezas no processo. O controlador C(s) afeta a parcela de P(s) definida como $P_n(s)\delta P(s)$, referente às incertezas multiplicativas. Assim, para que a condição de estabilidade seja satisfeita, tem-se que:

$$|1 + C(s)P_n(s)| > |C(s)P_n(s)\delta P(s)|,$$
(2.30)

ou seja, a máxima incerteza multiplicativa deve satisfazer

$$|\delta P(s)| < \frac{|1 + C(s)P_n(s)|}{|C(s)P_n(s)|},\tag{2.31}$$

onde o lado direito da equação (2.31) é definido como o índice de robustez I_r . Portanto, para que um sistema em malha fechada atenda às condições de estabilidade é necessário que

$$I_r > |\delta P(s)| \tag{2.32}$$

para valores de $s = j\omega$, onde $0 \le \omega < \infty$.

Portanto, respeitando-se a condição (2.32), tem-se garantia de estabilidade em malha fechada. No entanto, caso a condição seja violada, o que ocorre quando as duas curvas de robustez se tocam, o sistema em malha fechada ainda pode ser estável. Daí a característica conservadora do índice I_r para avaliar robustez à incertezas no atraso de transporte.

Quando em uma dada frequência ω o índice de robustez é igual à incerteza multiplicativa, o valor da incerteza é definido como máxima incerteza robusta no atraso de transporte ΔL_{max} , o qual limita a condição de estabilidade. De modo geral $\Delta L_{max} < DM$, sendo, desse modo, uma medida mais conservadora do que a margem de atraso. Portanto, ao garantir a condição descrita em (2.32) o sistema em malha fechada é estável e a robustez em termos da margem de atraso é também satisfeita.

2.4 Resultados comparativos

2.4.1 Desempenho e robustez à incertezas no atraso de transporte

O desempenho dos controladores quantificado pelo valor de *J* é mostrado na Figura 2 para o valores de robustez $1 \le M_{ST} \le 2$. De modo geral, para os diferentes tipos de modelo FOPDT, o desempenho do SDTC é melhor para sintonias mais agressivas, onde no caso de atraso puro, por exemplo, observa-se uma diferença significativa entre o seu desempenho e o



Figura 2 – Índice de desempenho J em função do índice de robustez M_{ST} para quatro tipos de modelo FOPDT.



Figura 3 – Margem de atraso DM em função do índice de robustez M_{ST} para quatro tipos de modelo FOPDT.

do controlador PI. Para cada tipo de modelo, pode-se comparar o SDTC ao controlador PI e o SDTC-FO ao controlador PID, visto que o desempenho destes é similar de maneira geral.

Na Figura 3, tem-se os valores de margem de atraso para o mesmo intervalo de M_{ST} .



Figura 4 – Máxima incerteza robusta no atraso de transporte ΔL_{max} em função do índice de robustez M_{ST} do SDTC para o modelo de dinâmica equilibrada.

Para os quatro tipos de modelo, o SDTC e o SDTC-FO apresentam uma diminuição significativa na margem de atraso para valores de $M_{ST} \ge 1, 8$. Essa característica de grande variação na margem de atraso foi também notada para o preditor de Smith em Grimholt e Skogestad (2018).

Pode-se observar que o uso do SDTC para valores de M_{ST} acima de 1,8 apresenta menor robustez à incertezas no atraso quando quantificada pela margem de atraso. Entretanto, como mostra a Figura 4, ao ser analisada a máxima incerteza robusta no atraso de transporte ΔL_{max} para o SDTC, não há variação brusca desta medida de robustez para diferentes valores de M_{ST} . Portanto, fica clara a influência de sua característica conservadora na avaliação da robustez quanto à incertezas no atraso de transporte.

2.4.2 Análise no domínio do tempo

Nesta seção o desempenho e a robustez dos controladores PI e SDTC são avaliadas por meio de resposta de seguimento de referência e de rejeição de perturbação utilizando o processo com dinâmica equilibrada e a sintonia para $M_{ST} = 2,0$.

Na Figura 5 são apresentadas as respostas dos dois controladores para o caso nominal. Tanto na rejeição de perturbação quanto no seguimento de referência, o SDTC possui uma resposta mais rápida, confirmando o que também pode ser observado na Figura 2.

A Figura 6 apresenta as respostas dos dois controladores para uma máxima incerteza robusta no atraso $\Delta L_{max} = +0,452$. Observa-se que as respostas de ambos controladores são



Figura 5 – Variável de processo y(t) para um processo com dinâmica equilibrada $G(s) = e^{-s}/(s+1)$, sem incerteza no atraso de transporte, fixado $M_{ST} = 2, 0$.

estáveis e que o SDTC ainda é aquele com resposta mais rápida e que menos é influenciado pela incerteza.



Figura 6 – Variável de processo y(t) para um processo com dinâmica equilibrada $G(s) = e^{-s}/(s+1)$, com incerteza $\Delta L = +0,452$ no atraso de transporte, fixado $M_{ST} = 2,0$.

2.5 Comentários

Na industria, o uso de curvas de incerteza multiplicativa e de índice de robustez no projeto de DTCs é uma prática já consolidada. Além disso, por causa de sua característica conservadora, utilizando o conceito de máxima incerteza robusta no atraso baseado em curvas de robustez, garante-se também a robustez do sistema em termos de margem de atraso. Mesmo que o sistema resulte estável com a máxima incerteza robusta no atraso, é provável que, na prática, as oscilações devido à incerteza já comprometam a operação do sistema de controle.

Por apresentar melhor desempenho, para sintonias muito agressivas o uso do SDTC e do SDTC-FO é mais vantajoso em relação aos controladores PI e PID em situações em que se tem um bom modelo. Já quando existem incertezas elevadas na modelagem do processo, controladores PI e PID bem sintonizados propiciam melhor desempenho.

Os resultados mostrados neste trabalho evidenciam que a utilização de estruturas derivadas do Preditor de Smith ainda é bastante vantajosa, visto que, a robustez à incertezas no atraso de transporte pode ser quantificada também por curvas de robustez, um método mais conservador, já bastante difundido na industria e que garante também a robustez quanto à margem de atraso.

Dado o bom desempenho do SDTC em relação a controladores PI e PID, sua utilização em aplicações que necessitam de sintonias muito agressivas continua a ser recomendada quando se possui um modelo consistente. Atualmente, ferramentas avançadas de identificação são muito acessíveis e na maioria dos casos bons modelos podem ser obtidos. Caso isto não seja possível, para este caso particular de aplicações, controladores PI e PID passam a ser a melhor opção.

3 REGRA DE SINTONIA DE CONTROLADOR PI PARA PROCESSOS INSTÁVEIS COM ATRASO DE TRANSPORTE

3.1 SFSP para modelos UFOPDT

Um processo instável $P_n(s) = G_n(s)e^{-L_m s}$ pode ser representado por um modelo instável de primeira ordem com atraso de transporte, do inglês *unstable first-order plus dead-time* (UFOPDT):

$$P_n(s) = \frac{K_m}{T_m s - 1} e^{-L_m s},$$
(3.1)

onde K_m é o ganho estático, T_m é a constante de tempo e L_m é o atraso de transporte.

A estrutura de controle conceitual do SFSP para modelos de primeira ordem é mostrada na Fig. 7. Os ganhos K e K_r são projetados para seguimento de referência e V(s) é projetado para rejeição de perturbações.



Figura 7 – Estrutura de controle conceitual do SFSP para modelos de primeira ordem.

As funções de transferência de malha fechada do SFSP para seguimento de referência e para rejeição de perturbações são descritas, respectivamente, por:

$$H_{yr}(s) = \frac{K_r P_n(s)}{1 + K G_n(s)},$$
(3.2)

$$H_{yq}(s) = P_n(s) \left[1 - \frac{P_n(s)V(s)}{KG_n(s) + 1} \right].$$
(3.3)

3.1.1 Sintonia de K e K_r

Para que se tenha uma resposta em malha fechada de seguimento de referência sem sobressinal, a função de transferência de malha fechada desejada é definida na forma:

$$H_{yr}(s) = \frac{1}{T_c s + 1} e^{-L_m s},$$
(3.4)

onde T_c é a constante de tempo de malha fechada desejada e é um dos graus de liberdade para sintonia.

Assim, igualando as equações (3.4) e (3.2) é possível calcular os ganhos K e K_r por

$$K = \frac{T_c + T_m}{K_m T_c},\tag{3.5}$$

$$K_r = \frac{T_m}{K_m T_c}.$$
(3.6)

3.1.2 Sintonia de V(s)

A estrutura de controle do SFSP pode ser representada de forma equivalente em uma estrutura de controle de dois graus de liberdade, do inglês *two-degree-of-freedom* (2DOF). Esta estrutura é mostrada na Fig. 8.



Figura 8 – Estrutura de controle 2DOF.

O controlador equivalente C(s) e o filtro de referência equivalente F(s) do SFSP são dados por

$$C(s) = \frac{V(s)}{\operatorname{den}\{C(s)\}},\tag{3.7}$$

onde

$$den\{C(s)\} = 1 + G_n(K - V(s)e^{-L_m s}),$$
(3.8)

onde o operador den $\{\cdot\}$ é o denominador da função de transferência e

$$F(s) = \frac{K_r}{V(s)}.$$
(3.9)

O filtro de robustez V(s) é definido por

$$V(s) = \frac{b_1 s + b_2}{\alpha s + 1},$$
(3.10)

onde b_1 e b_2 são os coeficientes do filtro e α é um dos graus de liberdade para o sintonia do SFSP.

Os coeficientes b_1 e b_2 são projetados para: (i) garantir rejeição de perturbações e (ii) eliminar dinâmicas lentas ou indesejadas do processo. Eles são calculados resolvendo o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \operatorname{num}\{\operatorname{den}\{C(s)\}\}_{s=0} = \operatorname{num}\{1 + G_n[K - V(s)e^{-L_m s}]\}_{s=0} = 0\\ \operatorname{num}\{\operatorname{den}\{C(s)\}\}_{s=0} = \operatorname{num}\{1 + G_n[K - V(s)e^{-L_m s}]\}_{s=1/T_m} = 0, \end{cases}$$
(3.11)

onde o operador num $\{\cdot\}$ é o numerador da função de transferência.

A solução do sistema (3.11) resulta em:

$$b_1 = \frac{(T_c + T_m)^2 e^{\frac{L_m}{T_m}} - T_m^2}{K_m T_c},$$
(3.12)

$$b_2 = K_r. aga{3.13}$$

3.2 Regra de sintonia de controlador PI para modelos UFOPDT

É possível aproximar o atraso de transporte por uma expansão em série de Taylor de primeira ordem, ou seja, $e^{-L_m s} \approx 1 - L_m s$. Usando esta aproximação e fazendo $\alpha = T_c$, a expressão do controlador equivalente do SFSP resulta

$$C(s) = \frac{(b_1 s + b_2)(T_m s - 1)}{\operatorname{den}\{C(s)\}},$$
(3.14)

$$den\{C(s)\} = (T_m s - 1)(T_c s + 1) + K_m[K(T_c s + 1) - (1 - L_m s)(b_1 s + b_2)].$$
(3.15)

Então b_1 é recalculado como

$$b_1 = \frac{1}{K_m T_c} \left[\frac{T_m (T_c + T_m)^2}{(T_m - L_m)} - T_m^2 \right].$$
(3.16)

A expressão (3.14) é equivalente a um controlador PI da forma

$$C(s) = K_c \frac{(T_i s + 1)}{T_i s},$$
(3.17)

onde

$$K_{c} = \frac{1}{K_{m}} \left[\frac{(T_{c} + T_{m})^{2} - T_{m}(T_{m} - L_{m})}{(T_{c} + L_{m})^{2}} \right],$$
(3.18)

$$T_i = \frac{(T_c + T_m)^2}{(T_m - L_m)} - T_m,$$
(3.19)

É importante notar que a regra de sintonia proposta só é válida quando $L_m < T_m$.

O filtro de referência equivalente F(s) do SFSP é utilizado no esquema de controle 2DOF do controlador PI e resulta como:

$$F(s) = \frac{T_c s + 1}{T_i s + 1},$$
(3.20)

O único parâmetro de sintonia do controlador PI é a constante de tempo de malha fechada desejada T_c . Ela pode ser escolhida livremente, de acordo com o compromisso entre agressividade e robustez desejado. A seguir, será apresentada uma regra de cálculo de T_c para um certo compromisso entre agressividade e robustez.

3.3 Escolha de T_c

Para se obter um expressão matemática para o cálculo de T_c foi utilizado o índice de robustez M_{ST} , proposto em Garpinger e Hägglund (2008)

Assim, quanto menor o valor de M_{ST} maior é a robustez do sistema em malha fechada.

Uma expressão para obter o parâmetro T_c para a regra de sintonia proposta foi obtida por meio do seguinte procedimento:

• utilizou-se um modelo UFOPDT normalizado definido por

$$P'_{n}(s) = \frac{1}{s-1}e^{-(L_{m}/T_{m})s};$$
(3.21)

- definiu-se o atraso normalizado L_m/T_m no intervalo de 0,1 a 0,9;
- calcula-se T_c/T_m por otimização para o menor valor alcançável do índice de robustez M_{ST} . A Fig. 9 apresenta a relação entre o valor de T_c/T_m obtido e o atraso normalizado

A Fig. 9 apresenta a relação entre o valor de T_c/T_m obtido e o atraso normanzado L_m/T_m .



Figura 9 – Dados de T_c/T_m obtidos por otimização e curva de ajuste para a regra de sintonia de T_c .

A expressão para T_c pode ser obtida aproximando a curva de pontos da Fig. 9 usando

uma expressão definida pela soma de duas exponenciais, resultando em

$$T_c = T_m \left(ae^{b\frac{L_m}{T_m}} + ce^{d\frac{L_m}{T_m}}\right),\tag{3.22}$$

onde os coeficientes *a*, *b*, *c* e *d* são dados na Tabela 2.

Tabela 2 – Coeficientes da regra de cálculo de T_c .	regra de cálculo de T_c .	da	Coeficientes	Tabela 2 –
--	-----------------------------	----	--------------	------------

	e
a	1,8116
b	0,5660
С	$7,8552 \times 10^{-7}$
d	17,7010

Ao utilizar a regra de sintonia é possível avaliar a robustez aproximada do sistema em malha fechada a partir da Fig. 10.



Figura 10 – Índice de robustez M_{ST} versus atraso normalizado L_m/T_m com o uso da regra de sintonia de T_c .

3.4 Resultados de simulação

A fim de avaliar o desempenho e a robustez da regra de sintonia proposta quanto a rejeição de perturbações, foram realizadas simulações no domínio do tempo em dois cenários: (i) com robustez similar entre os controladores e (ii) com a escolha de T_c por meio da regras de cálculo.

As simulações comparam a regra de sintonia proposta com outras regras da literatura em termos de desempenho e robustez. Dessa forma, são apresentados a seguir os índices de desempenho e robustez utilizados nas comparações entre os controladores.

3.4.1 Índices de desempenho e robustez

O desempenho das regras de sintonia foi avaliado em vários aspectos por meio de quatro índices. Quanto menor o valor destes índices, melhor o desempenho. Eles são apresentados a seguir.

Quanto ao tempo de resposta, utilizou-se o IAE. O cálculo do IAE é feito dessa vez considerando os limites de integração a partir do tempo $t = 2L_m$, como em Silva *et al.* (2020):

IAE =
$$\int_{2L_m}^{\infty} |r(t) - y(t)| dt.$$
 (3.23)

Quanto ao esforço de controle, utilizou-se a variação total do sinal de controle, do inglês *total variation* (TV), calculada como:

$$TV = \sum_{i=1}^{\infty} |u_{i+1} - u_i|, \qquad (3.24)$$

Um terceiro índice avalia a relação entre velocidade de resposta e esforço de controle e é definido como (HUBA; VRANČIČ, 2020):

$$J = IAE \times TV. \tag{3.25}$$

Quanto à atenuação de ruído, utilizou-se a variância do sinal de controle, do inglês *control variance* (CV), definida por

$$CV = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} |u_i - \mu|^2, \qquad (3.26)$$

onde μ é a média e N o número de amostras do sinal de controle, respectivamente.

Para se avaliar a robustez dos controladores, utilizou-se dois índices. O primeiro deles é o M_{ST} definido em (2.24) e o segundo é a margem de atraso DM definida em (2.25).

3.4.2 Comparação com robustez similar

Nesta simulação utilizou-se para comparação sintonias da literatura que resultam em robustez similares do índice M_{ST} .

O modelo utilizado é representado por

$$P(s) = \frac{1}{s-1}e^{-0.5s}.$$
(3.27)

Usando a regra de sintonia proposta, foi escolhido $T_c = 1, 1$. O desempenho do controlador PI é comparado aos dos trabalhos de Sree *et al.* (2004) e Jung *et al.* (1999). Na Tabela 3 os parâmetros do controlador PI utilizando cada regra de sintonia e os índices M_{ST} e DM são apresentados.

		51		
Regra de Sintonia	K_c	T_i	M_{ST}	DM
Sree et al. (2004)	1,7131	8,8542	6,25	0,12
Jung et al. (1999)	1,5353	7,5753	6,08	0,14
Proposta	1,5273	7,8200	5,97	0,15

As comparações foram feitas para o caso nominal e para o caso com incerteza de +25% no atraso do modelo.

A Fig. 11 mostra as respostas no tempo para o caso nominal. Uma perturbação de 0,1 é aplicada em t = 0 s e ruído branco é adicionado à saída em t = 20 s.

A Fig. 12 mostra as respostas no tempo para o caso com incerteza no atraso de transporte, onde o ruído branco é adicionado em t = 110 s.

As Tabelas 4 e 5 mostram o desempenho das regras de sintonia para o caso nominal e para o caso com incerteza, respectivamente. No caso nominal, é possível observar que a regra proposta tem desempenho semelhante à apresentada em Jung *et al.* (1999) quanto aos índices IAE, TV e J, mas tem o menor CV. No caso com incerteza, a regra de Sree *et al.* (2004) levou o sistema à instabilidade, enquanto que a regra proposta foi melhor considerando todos os índices.

Regra de Sintonia	IAE	TV	J	$CV (\times 10^{-4})$
Sree et al. (2004)	0,50	0,75	0,37	4,73
Jung et al. (1999)	0,54	0,75	0,40	3,81
Proposta	0,54	0,74	0,40	3,74

Tabela 4 – Índices de desempenho para o caso nominal.



Figura 11 – Respostas de rejeição de perturbação para as regras de sintonia, considerando o caso nominal.

Tabela 5 – Índices de desempenho para o caso com incerteza.

Regra de Sintonia	IAE	TV	J	CV (×10 ⁻⁴)
Sree et al. (2004)	—	_	—	_
Jung et al. (1999)	3,71	6,60	24,46	8,95
Proposta	3,07	5,36	16,46	7,43

3.4.3 Comparação com diferentes métodos de escolha de T_c

Para avaliar a nova regra de sintonia com o cálculo de T_c proposto, utiliza-se os mesmos índices de desempenho e robustez definidos na Seção 3.4.1 para diferentes valores da relação L_m/T_m . A comparação foi realizada com a regras de sintonia e de cálculo de T_c propostas em Manum (2005). Elas são válidas somente para $L_m/T_m < 0.5$, no entanto, aqui só serão mostrados seus resultados até $L_m/T_m = 0.4$. Além desse valor as repostas desta regra foram muito oscilatórias.

As Figs. 13, 14, 15 e 16 mostram os índices de desempenho das regra de sintonia para o intervalo de atraso normalizado de 0,1 a 0,7. Nota-se que para longos atrasos, o desempenho da regra proposta é melhor para todos os índices de desempenho.



Figura 12 – Respostas de rejeição de perturbação para cada regra de sintonia, considerando incerteza de +25% no atraso de transporte do modelo.

Os índices de robustez considerados são mostrados nas Figs. 18 e 17. Nota-se que a regra de sintonia proposta possui melhor margem de atraso aproximadamente até $L_m/T_m = 0,325$. A partir desse ponto ela também passa a ter uma menor sensibilidade em termos de M_{ST} .



Figura 13 – Índice de desempenho IAE versus atraso normalizado L_m/T_m .



Figura 14 – Índice de desempenho TV versus atraso normalizado L_m/T_m .



Figura 15 – Índice de desempenho IAE×TV versus atraso normalizado L_m/T_m .



Figura 16 – Índice de desempenho CV versus atraso normalizado L_m/T_m .

3.5 Comentários

Uma das vantagens da regra de sintonia proposta é o fato de poder ser aplicada para uma gama de processos instáveis onde $L_m < T_m$, enquanto outras regras da literatura não podem ser usadas para essa faixa de valores.



Figura 17 – Índice de robustez DM versus atraso normalizado L_m/T_m .



Figura 18 – Índice de robustez M_{ST} versus atraso normalizado L_m/T_m .

No primeiro cenário de comparação por simulações (Seção 3.4.2), a regra proposta apresentou índices de desempenho similar ou melhores do que outras regras e melhores índices de robustez. No segundo cenário (Seção 3.4.3), a expressão proposta para cálculo da constante de tempo de malha fechada apresentou maior consistência quanto aos índices de desempenho e robustez até $L_m/T_m = 0.7$. Além do mais, a regra proposta apresentou melhores resultados

quando o atraso de transporte era maior.

Portanto, a regra de sintonia de controlador PI proposta mostrou ser efetiva para estabilizar sistemas instáveis e tem potencial para uso na industria de processos.

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram apresentadas contribuições no estudo comparativo entre compensadores de atraso de transporte e controladores PID utilizando diferentes índices de desempenho e robustez. Além disso, com base na equivalência entre o SFSP e o controlador PI, obteve-se uma regra de sintonia para processos instáveis com atraso de transporte.

Sendo um fator prático importante, a escolha de uma solução de controle para um processo industrial com a dinâmica de atraso de transporte foi apresentada neste trabalho comparando controladores PI e PID ao SDTC.

Mostrou-se que de posse de um modelo consistente de processo é recomendado o uso de técnicas avançadas de controle para alcançar bom desempenho. Além disso, quando se avalia a robustez de sistemas de controle em aplicações práticas, é recomendado o uso de índices mais conservadores.

Na prática, na maioria dos sistemas de controle industriais, fica clara a importância e o atrativo dos métodos de sintonia de controladores PID para processos com atraso de transporte.

Dessa forma, a metodologia apresentada neste trabalho permite os controladores PI alcançarem um desempenho robusto similar ou melhor do que outros métodos da literatura, sobretudo quando o atraso de transporte é longo.

REFERÊNCIAS

ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. **Advanced PID control**. [S.l.]: ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society Research Triangle, 2006. v. 461.

GARPINGER, O.; HäGGLUND, T. A software tool for robust pid design. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 41, n. 2, p. 6416 – 6421, 2008. ISSN 1474-6670. 17th IFAC World Congress.

GRIMHOLT, C.; SKOGESTAD, S. Optimal pi-control and verification of the sime tuning rule. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 45, n. 3, p. 11 – 22, 2012. ISSN 1474-6670. 2nd IFAC Conference on Advances in PID Control.

GRIMHOLT, C.; SKOGESTAD, S. Optimal pid-control on first order plus time delay systems & verification of the sime rules. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 46, n. 32, p. 265–270, 2013.

GRIMHOLT, C.; SKOGESTAD, S. Should we forget the smith predictor? **IFAC-PapersOnLine**, v. 51, n. 4, p. 769 – 774, 2018. ISSN 2405-8963. 3rd IFAC Conference on Advances in Proportional-Integral-Derivative Control PID 2018.

HUBA, M.; VRANČIČ, D. Improving noise attenuation in modified filtered Smith predictor. In: **2020 Cybernetics Informatics (K I)**. [S.1.: s.n.], 2020. p. 1–6.

JUNG, C. S.; SONG, H. K.; HYUN, J. C. Direct synthesis tuning method of unstable first-order-plus-time-delay processes. **Journal of Process Control**, v. 9, n. 3, p. 265–269, 1999.

MACHADO, G. F.; PEREIRA, R. D. O.; TORRICO, B. C.; NOGUEIRA, F. G. Porque Não Deveríamos Esquecer o Preditor de Smith. In: Anais do 14º Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente. [S.l.]: Galoá, 2019.

MANUM, H. Extensions of Skogestad's SIMC tuning rules to oscillatory and unstable processes. 2005. 65 p.

MINORSKY, N. Directional stability of automatically steered bodies. Journal of the American Society for Naval Engineers, v. 34, n. 2, p. 280–309, 1922.

NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. Control of Dead-Time Processes. [S.l.]: Springer, 2007. ISBN 978-1-84628-828-9.

NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. Unified approach for robust dead-time compensator design. **Journal of Process Control**, v. 19, n. 1, p. 38 – 47, 2009. ISSN 0959-1524.

NORMEY-RICO, J. E.; GUZMÁN, J. L. Unified PID tuning approach for stable, integrative, and unstable dead-time processes. **Industrial and Engineering Chemistry Research**, v. 52, n. 47, p. 16811–16819, 2013.

SILVA, L. R. da; FLESCH, R. C. C.; NORMEY-RICO, J. E. Controlling industrial dead-time systems: When to use a PID or an advanced controller. **ISA Transactions**, v. 99, p. 339–350, 2020.

SKOGESTAD, S. Simple analytic rules for model reduction and pid controller tuning. **Journal of Process Control**, v. 13, n. 4, p. 291 – 309, 2003. ISSN 0959-1524.

SMITH, O. J. Closed control of loop with dead time. **Chemical engineering progress**, v. 53, p. 217–219, 1957.

SREE, R. P.; SRINIVAS, M. N.; CHIDAMBARAM, M. A simple method of tuning PID controllers for stable and unstable FOPTD systems. **Computers and Chemical Engineering**, v. 28, n. 11, p. 2201–2218, 2004.

TORRICO, B. C.; CAVALCANTE, M. U.; BRAGA, A. P. S.; NORMEY-RICO, J.; ALBUQUERQUE, A. A. M. Simple tuning rules for dead-time compensation of stable, integrative, and unstable first-order dead-time processes. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 52, p. 11646–11654, 08 2013.

TORRICO, B. C.; CORREIA, W. B.; NOGUEIRA, F. G. Simplified dead-time compensator for multiple delay siso systems. **ISA Transactions**, v. 60, p. 254 – 261, 2016. ISSN 0019-0578.

TORRICO, B. C.; PEREIRA, R. D.; SOMBRA, A. K.; NOGUEIRA, F. G. Simplified filtered smith predictor for high-order dead-time processes. **ISA Transactions**, v. 109, p. 11–21, 2021. ISSN 0019-0578.

VISIOLI, A.; ZHONG, Q.-C. Control of Integral Processes With Dead-Time. [S.l.]: Springer, 2011.