

OTIMIZAÇÃO PARAMÉTRICA DE SISTEMAS DE ISOLAÇÃO ACÚSTICA

Francisco Ilson da Silva Junior, ilson@ufc.br¹
Renato Pavanello, pava@fem.unicamp.br²

¹Departamento de Engenharia Mecânica e Produção, Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Campus do Pici - Bloco 714 - CEP 60455-760, Fortaleza, Ce, Brasil

²Departamento de Mecânica Computacional, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Rua Mendeleiev, s/n - Cidade Universitária "Zeferino Vaz" Barão Geraldo - CEP: 13083-970, Campinas, SP, Brasil

Resumo. *Sistemas de isolamento acústica podem ser concebidos através da montagem de diversos componentes estruturais e amortecedores. O principal objetivo destes sistemas, dependendo da aplicação, é minimizar ou maximizar o nível de transmissão acústica de um meio para o outro. Neste contexto, os métodos de otimização podem auxiliar no projeto de tais sistemas, onde dimensões e valores de propriedades físicas dos materiais são os parâmetros de projeto. No presente trabalho, um sistema contendo uma placa elástica fina revestida por materiais absorvedores é posto entre dois meios acústicos semi-infinitos com ondas planas em propagação. O objetivo do trabalho é determinar quais são os valores dos parâmetros de projeto, como as características de amortecimento viscoso e térmico dos materiais porosos absorvedores presentes, a fim de se obter um sistema ótimo segundo algum critério de projeto, como por exemplo: a minimização da função transmissibilidade acústica em uma determinada faixa de frequência. Técnicas numéricas de elementos finitos são utilizadas para a modelagem do sistema global acoplado e obtenção da função de resposta em frequência da transmissibilidade de um meio ao outro. Através de técnicas de otimização, baseadas no gradiente da função objetivo, foram obtidas algumas combinações ótimas dos parâmetros de projeto para o sistema. Pretende-se com os resultados obtidos, criar uma metodologia de controle das propriedades dos materiais absorvedores ainda em sua fase de fabricação. A metodologia é aplicada em diversos exemplos numéricos com dimensões reais que possibilitem a verificação da aplicação da técnica em projetos de sistemas de isolamento acústica.*

Palavras-chave: *otimização paramétrica, isolamento acústica, elementos finitos*

1. INTRODUÇÃO

O projeto de sistemas de isolamento acústica é um tema de pesquisa de bastante interesse na Engenharia. Diversas aplicações industriais vêm sendo desenvolvidas ao longo dos últimos anos, tais como: controle de ruídos em automóveis e aeronaves, o controle da qualidade do som em ambientes domésticos e industriais e do uso inteligente de materiais na concepção de sistemas de isolamento acústica, etc. No caso da indústria aeronáutica, problemas de radiação sonora para o interior de aeronaves é uma linha de pesquisa de grande interesse pela comunidade científica, (Herdic *et al.*, 2005). Sistemas compostos por painéis retangulares flexíveis acoplados a materiais absorvedores são amplamente empregados para a redução de nível de intensidade sonora. Estes materiais são responsáveis pelo controle passivo de ruído, principalmente no domínio das altas frequências. Em geral, estes sistemas de isolamento são compostos por estruturas contendo materiais poroelásticos os quais são usados devido às suas propriedades de absorção acústica, isolamento do som e características de amortecimento.

Estudos extensivos vêm sendo conduzidos para o desenvolvimento de modelos analíticos que reflitam o comportamento de materiais poroelásticos usados em acústica. Técnicas de impedância foram usadas para se modelar dissipações de energia de ondas com incidência normal e difusa em cavidades acústicas, (Beranek and Ver, 1992; Bliss, 1981). Esses modelos são usados para predizerem a propagação de ondas acústicas e elásticas em sistemas de isolamento acústica. Aliado a estes modelos, várias formulações de elementos finitos para os materiais absorvedores foram desenvolvidos para se compreender os fenômenos ligados à absorção e transmissibilidade acústica. Atualmente, estes métodos possuem grande aplicação na comunidade acadêmica e industrial. Devido à necessidade de um projeto eficiente e de baixo custo, metodologias de otimização vêm ganhando ênfase na indústria mecânica, com o intuito de se produzir cada vez melhor com cada vez menos recursos, os projetos devem ser concebidos para o uso inteligente dos materiais, aproveitando-se ao máximo de sua capacidade para uma aplicação específica. Segundo a teoria de propagação em meios heterogêneos, descrita por Biot

(1956, 1962), os materiais absorvedores são considerados como um meio composto por duas fases acopladas: uma fase sólida e outra fluida. A fim de caracterizar os materiais absorvedores, diversas relações para as propriedades poroelásticas são obtidas a partir de processos de homogeneização.

Painéis absorvedores ou barreiras acústicas podem ser formados por diversas camadas de materiais. Em geral, tais sistemas são placas tipo sanduíche. As condições de montagem e fixação, as geometrias e dimensões dos materiais empregados são fatores que influenciam a resposta dinâmica do sistema. Para se executar tal projeto, faz-se necessário do conhecimento dos mecanismos governantes de perda de transmissão TL (Transmission Loss) caracterizados pelas propriedades físicas e acústicas dos materiais empregados.

No presente trabalho, o comportamento dinâmico e vibroacústico de um painel flexível para isolamento acústico é determinado a partir de modelos de propagação de ondas em transmissão e reflexão. A partir de uma abordagem analítica, determina-se o valor da impedância superficial do material absorvedor, para em seguida acoplar a um modelo de elementos finitos de placa elástica fina de Kirchhoff. Um método de otimização matemática baseada no valor do gradiente das variáveis de projeto é aplicado ao modelo de forma a apontar para valores de propriedades poroelásticas ótimas a fim de se obter o menor nível de transmissão possível em uma determinada faixa de frequência. Nos ítem de resultados, apresentam-se algumas simulações numéricas de painéis acústicos com propriedades ótimas obtidas a partir da aplicação da técnica de otimização em discussão.

2. TEORIA

2.1 Descrição do Problema

Nesta seção, apresenta-se a descrição física do problema em análise. Uma estrutura tipo placa fina coberta por material absorvedor poroelástico, tem seu comportamento vibroacústico avaliado a partir de seu espectro de perda de transmissão. Na figura (1) é apresentada uma descrição física do problema em análise neste trabalho.

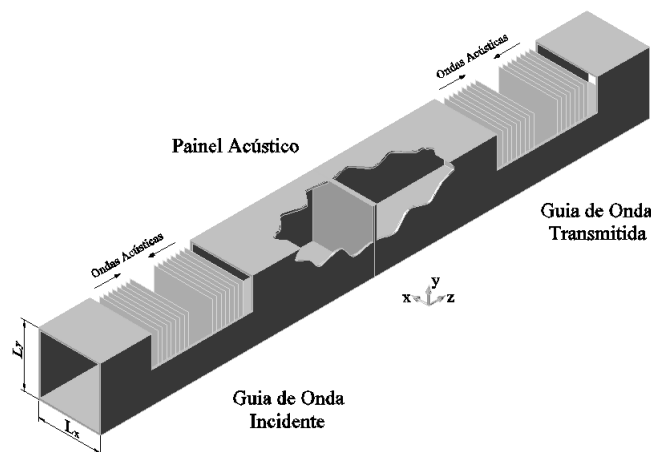


Figura 1. Descrição Física do Problema de Transmissibilidade.

Considera-se o projeto de uma estrutura elástica através de sua vibração, a qual promove a radiação do fluxo de energia de um meio acústico para o outro. O processo de otimização visa minimizar a potência sonora radiada pela superfície da placa em uma determinada frequência. Assume-se um problema estrutural harmônico acoplado a um modelo de impedância proveniente do material absorvedor poroelástico. Dessa forma o potencial de radiação sonora transmitido ou intensidade acústica é dada por:

$$\Pi_{trans} = \frac{1}{2} \int_S p_0 v_n^* dS \quad (1)$$

onde p_0 é a pressão do fluido sobre a placa e v_n^* é a conjugado da velocidade normal da placa à superfície S .

Nos ítems seguintes alguns aspectos ligados aos modelos matemáticos empregados neste trabalho serão descritos.

2.2 Ondas de compressão e cisalhamento no domínio poroelástico

Quando ondas acústicas incidem sobre barreiras compostas por materiais absorvedores, parte de sua energia é refletida, absorvida ou transmitida. Uma forma de compor este balanço de energia é através das equações dinâmicas do

sistema absorvedor poroelástico. Para se construir tais relações para o meio poroelástico, os potenciais de energia cinética e dissipativa devem ser considerados. O modelo mais utilizado para essa descrição é obtido a partir das equações descritas na formulação clássica de Biot (1956), as quais são utilizadas em várias análises analíticas encontradas na literatura em diversos campos de aplicação. As equações de equilíbrio dinâmico acopladas para cada uma das fases, são descritas a seguir:

$$\sigma_{ij,j}^s = \rho_{11}\ddot{u}_i + \rho_{12}\ddot{U}_i + b(\dot{u}_i - \dot{U}_i) \quad (2)$$

$$\sigma_{ij,j}^f = \rho_{12}\ddot{u}_i + \rho_{22}\ddot{U}_i - b(\dot{u}_i - \dot{U}_i) \quad (3)$$

onde σ_{ij}^s e σ_{ij}^f são os tensores de tensões das fases sólida e fluida, respectivamente. Os deslocamentos u_i e U_i representam as grandezas vetorial de deslocamento sólido e fluido, respectivamente e b é o termo associado à dissipação viscosa. As massas específicas ρ_{11} , ρ_{22} e ρ_{12} representam as densidades modificadas de ambas fases e funções dos valores das propriedades poroelásticas. As relações das massas específicas das fases sólida e fluida modificadas são descritas a seguir:

$$\rho_{11} = (1 - h)\rho_s + h\rho_f(\alpha_\infty - 1) \quad (4)$$

$$\rho_{22} = \alpha_\infty h\rho_0 \quad (5)$$

$$\rho_{12} = h\rho_f(1 - \alpha_\infty) \quad (6)$$

onde h representa a porosidade do meio poroso, α_∞ é a constante denominada de tortuosidade, ρ_s e ρ_0 são as densidades dos materiais constituintes das fases sólida e fluida.

As relações constitutivas das tensões parciais das fases sólida e fluida do meio poroso são apresentadas a seguir:

$$\sigma_{ij}^s(u_i, U_i) = A\varepsilon_{kk}^s\delta_{ij} + 2N\varepsilon_{ij}^s + Q\varepsilon_{ij}^f \quad (7)$$

$$\sigma_{ij}^f(u_i, U_i) = Q\varepsilon_{ij}^s + R\varepsilon_{ij}^f \quad (8)$$

onde ε_{ij}^s e ε_{ij}^f representam os tensores de deformações infinitesimais das fases sólida e fluida, respectivamente. O termo A é a primeira constante de Lamé do esqueleto sólido, medida em condições não-drenadas (Bourbié *et al.*, 1987), N é a segunda constante de Lamé e representa o módulo de cisalhamento do esqueleto, Q é o termo de acoplamento entre as duas fases e R representa o módulo de Permeabilidade Volumétrica da fase fluida modificado.

A fim de simplificar as equações, utilizam-se potenciais escalares para descrever as dilatações sólida e fluida, definidos a seguir:

$$u_i = \psi_{,i}^s \quad (9)$$

$$U_i = \psi_{,i}^f \quad (10)$$

A partir das equações da onda, Eq. (2) e (3), escritas em sua forma dinâmica harmônica, $e^{i\omega t}$, combinadas com as relações das tensões, Eq. (7) e (8), chega-se ao seguinte sistema de equações acopladas:

$$P\psi_{,ii}^s + Q\psi_{,ii}^f = -\omega^2(\tilde{\rho}_{11}\psi^s + \tilde{\rho}_{12}\psi^f) \quad (11)$$

$$Q\psi_{,ii}^s + R\psi_{,ii}^f = -\omega^2(\tilde{\rho}_{22}\psi^f + \tilde{\rho}_{12}\psi^s) \quad (12)$$

onde P representa uma combinação entre as constantes de Lamé, $P = A + 2N$. As densidades $\tilde{\rho}_{11}$, $\tilde{\rho}_{12}$ e $\tilde{\rho}_{22}$ são as mesmas densidades definidas anteriormente, porém somadas ao termo de dissipação viscosa $b/i\omega$.

O sistema de equações descrito em (11) e (12) pode ser interpretado como um problema de valor próprio, onde autovalores e autovetores associados devem ser determinados. Definindo-se k_{sw}^2 e k_{fw}^2 como os autovalores do problema, os quais são complexos quadrados e representam os números das ondas compressivas que se propagam no material poroelástico em ambas as fases. Os termos $[\psi_{sw}]$ e $[\psi_{fw}]$, são os respectivos autovetores relacionados a cada tipo de onda. As ondas são identificadas pelos subscritos “sw” e “fw”, sólido-estrutura e fluido-estrutura, respectivamente.

Os autovalores k_{sw}^2 e k_{fw}^2 são expressos pelas seguintes relações:

$$k_{sw}^2 = \frac{\omega^2}{2(PR - Q^2)} \left[P\tilde{\rho}_{22} + R\tilde{\rho}_{11} - 2Q\tilde{\rho}_{12} - \sqrt{\Delta} \right] \quad (13)$$

$$k_{fw}^2 = \frac{\omega^2}{2(PR - Q^2)} \left[P\tilde{\rho}_{22} + R\tilde{\rho}_{11} - 2Q\tilde{\rho}_{12} + \sqrt{\Delta} \right] \quad (14)$$

onde Δ é dado como sendo:

$$\Delta = (P\tilde{\rho}_{22} + R\tilde{\rho}_{11} - 2Q\tilde{\rho}_{12})^2 - 4(PR - Q^2)(\tilde{\rho}_{11}\tilde{\rho}_{22} - \tilde{\rho}_{12}^2) \quad (15)$$

A determinação dos autovetores $[\psi_i]$ é feita através da substituição dos resultados dos autovalores, Eq. (13) e (14) no problema inicial. A partir da normalização dos autovetores, a Eq. (16) representa a razão entre os potenciais de velocidade da fase fluida e sólida, conforme relação descrita a seguir:

$$\frac{\psi_i^f}{\psi_i^s} = \mu_i = \frac{Pk_i^2 - \omega^2\tilde{\rho}_{11}}{\omega^2\tilde{\rho}_{22} - Qk_i^2} \quad i = sw, fw \quad (16)$$

Ambas as ondas se propagam simultaneamente nas fases fluida e sólida do material poroelástico. Dessa forma quatro relações de impedâncias características podem ser definidas. A definição geral de impedância em um fluido é a razão entre as amplitudes de pressão e velocidade da onda fluida em uma direção específica. Para um sólido a impedância mecânica é razão entre a tensão normal e a velocidade da onda elástica em uma mesma direção específica.

Aplicando-se as definições, as seguintes expressões de impedância para o sólido são obtidas:

$$Z_{sw}^s = (P + Q\mu_{sw})\frac{k_{sw}}{\omega} \quad Z_{fw}^s = (P + Q\mu_{fw})\frac{k_{fw}}{\omega} \quad (17)$$

e para o fluido:

$$Z_{sw}^f = (R + Q/\mu_{sw})\frac{k_{sw}}{h\omega} \quad Z_{fw}^f = (R + Q/\mu_{fw})\frac{k_{fw}}{h\omega} \quad (18)$$

O comprimento de onda é um importante parâmetro nas análises de elementos finitos, pois constitui um fator direto na discretização e convergência do problema. Por se utilizar uma abordagem analítica para o problema de propagação no meio poroso, não há o problema com a convergência da discretização da malha a ser utilizada neste meio. Os comprimentos das ondas compressivas podem ser determinando a partir da seguinte relação:

$$\lambda_i = \Re\left(\frac{2\pi}{k_i}\right), i = sw, fw \quad (19)$$

Uma abordagem analítica será utilizada para solução da equação da onda no meio poroelástico e numérica (FEM) para domínio elástico. Supondo uma propagação unidimensional, a equação da onda será resolvida no próximo item, determinando-se as tensões em ambas as fases e os componentes de força aplicados sobre a estrutura elástica, através do cálculo da impedância superficial.

2.3 Solução da Equação da Onda 1D em domínios poroelásticos

O problema físico foi concebido como uma estrutura tipo multi-camadas. O domínio poroelástico possui uma de suas extremidades acoplada ao meio acústico e a outra extremidade é posicionada próximo ao meio elástico. Tal extremidade não é colada sobre a placa, ou seja, considera-se uma pequena camada de ar entre os domínios. Admite-se que o domínio elástico é livre de infiltração. Tal descrição física é um modelo próximo da realidade, onde estruturas tipo sanduíches são montadas dessa forma. A descrição do problema físico é apresentada na fig. (2).

Para um modelo de propagação unidimensional, o deslocamento de uma partícula sólida ou fluida pode ser modelado como a combinação linear de quatro ondas compressivas, duas com índices sw e fw , que se propagam na direção positiva do eixo z e outras duas com o mesmo número de onda, porém com propagação no eixo negativo de z .

$$u(z) = u_+^{sw} e^{-jk_{sw}z} + u_-^{sw} e^{+jk_{sw}z} + u_+^{fw} e^{-jk_{fw}z} + u_-^{fw} e^{+jk_{fw}z} \quad (20)$$

$$U(z) = \mu_{fw} \left(u_+^{fw} e^{-jk_{fw}z} + u_-^{fw} e^{+jk_{fw}z} \right) + \mu_{sw} \left(u_+^{sw} e^{-jk_{sw}z} + u_-^{sw} e^{+jk_{sw}z} \right) \quad (21)$$

Considera-se a condição de contorno de restrição ao movimento da camada absorvedora poroelástica em $z = 0$. Devido a presença da fina camada de ar, não existe acoplamento entre as os deslocamentos dos meios poroelástico e elástico. O comportamento vibroacústico da placa é então influenciado pela simples transmissão da onda acústica, do meio poroso para o sólido. A condição de interface entre as camadas dos materiais poroso e elástico pode ser expressa como uma relação não homogênea tipo Dirichlet-Neumann da seguinte forma:

$$\int_S \sigma_{zz}^e dS = \int_S Z_p \dot{W} dS + \int_S dF \quad (22)$$

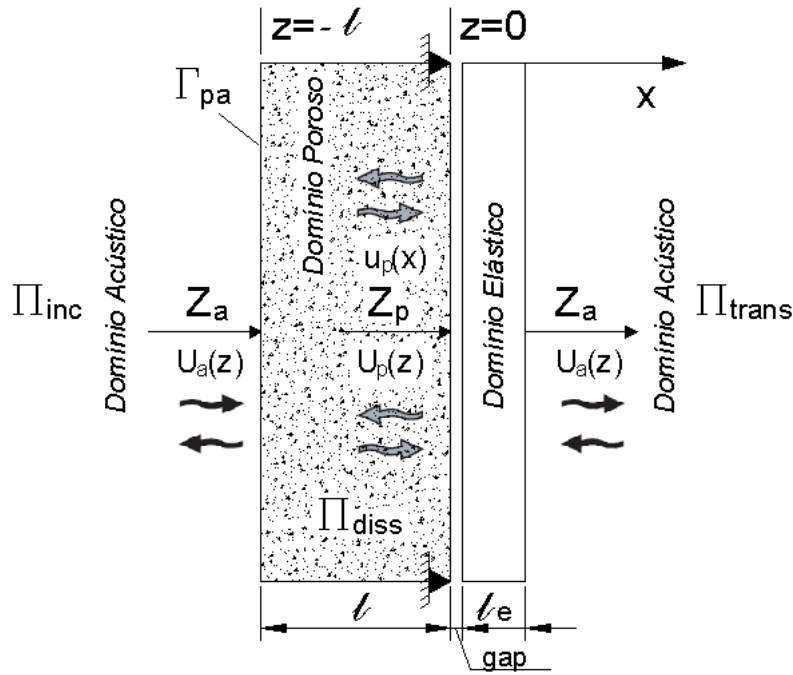


Figura 2. Sistema multi-camadas para um painel absorvedor.

onde \dot{W} é a velocidade da placa sobre a superfície S da placa, dF é infinitésimo da força de excitação atuando sobre a placa e Z_p é a impedância superficial do meio poroso, a qual para o caso de propagação unidimensional, é dada como sendo:

$$Z_p = \frac{-i \left(Z_{sw}^s Z_{fw}^f \mu_{fw} - Z_{fw}^s Z_{sw}^f \mu_{sw} \right)}{(1-h + h\mu_{fw}) \left(Z_{sw}^s - (1-h) Z_{sw}^f \mu_{sw} \right) \tan(k_{fw}l) + (1-h + h\mu_{sw}) \left((1-h) Z_{fw}^f \mu_{fw} - Z_{fw}^s \right) \tan(k_{sw}l)} \quad (23)$$

Com a imposição das condições de contorno em $z = 0$, a seguinte relação entre as amplitudes dos deslocamentos das ondas compressivas podem ser escritas:

$$u_+^{sw} = -u_-^{sw} = u^{sw} \quad (24)$$

$$u_+^{fw} = -u_-^{fw} = u^{fw} \quad (25)$$

As Eq. (7) e (8) podem ser reescritas agora em uma formulação de deslocamentos. Através do equilíbrio de tensões na superfície $z = -l$ e supondo o material poroso sob excitação acústica com uma onda de amplitude de pressão p_0 , pode-se escrever as seguintes relações:

$$-(1-h)p_0 = P \frac{\partial u(-l)}{\partial x} + Q \frac{\partial U(-l)}{\partial x} \quad (26)$$

$$-hp_0 = Q \frac{\partial u(-l)}{\partial x} + R \frac{\partial U(-l)}{\partial x} \quad (27)$$

onde h representa a porosidade do material poroelástico.

Ao se substituir as expressões para as derivadas dos deslocamentos, Eq. (20) e (21), nas relações de equilíbrio de tensões apresentadas anteriormente, Eq. (26) e (27), obtém-se as seguintes expressões para as amplitudes sólida e fluida, respectivamente, descritas nas Eq. (28) e (29).

$$u^{sw} = -\frac{1}{2} i \frac{h(P + Q\mu_{fw}) - (1-h)(Q + R\mu_{fw})}{(\mu_{sw} - \mu_{fw})(PR - Q^2)} \frac{p_0}{k_{sw} \cos(k_{sw}l_p)} \quad (28)$$

$$u^{fw} = \frac{1}{2} i \frac{h(P + Q\mu_{sw}) - (1-h)(Q + R\mu_{sw})}{(\mu_{sw} - \mu_{fw})(PR - Q^2)} \frac{p_0}{k_{fw} \cos(k_{fw}l_p)} \quad (29)$$

Com base nestes resultados, pode-se expressar os valores das tensões parciais em $z = 0$ em ambas as fases. Tais resultados são importantes para a análise de elementos finitos a ser descrita a seguir. As expressões para as tensões, sólida e fluida, respectivamente, são descritas nas Eq. (30) e (31).

$$\sigma_{zz}^s(0) = -2i \left[u^{sw} k_{sw} (P + \mu_{sw} Q) + u^{fw} k_{fw} (P + \mu_{fw} Q) \right] \quad (30)$$

$$\sigma_{zz}^f(0) = -2i \left[u^{sw} k_{sw} (Q + \mu_{sw} R) + u^{fw} k_{fw} (Q + \mu_{fw} R) \right] \quad (31)$$

A soma destas tensões parciais deve ser aplicada sobre a placa. Tal carga de superfície exerce uma força de excitação ao sistema. Em outras palavras, uma força é adicionada à equação de elementos finitos da placa como termo fonte.

O valor da impedância superficial, Eq. (23), definida neste modelo leva em consideração somente a propagação unidimensional sobre as fases do meio poroso (ondas compressivas). Desta forma, por não se considerar as variações transversais de pressão e velocidade normal na superfície de contato com a placa, a camada porosa não pode ser considerada como um absorvedor reativo localizado.

No ítem seguinte, será apresentado o acoplamento entre os modelos analítico do meio poroelástico e numérico da placa de Kirchhoff.

2.4 Medidas de Vibro-Acústica e Potencial de Energia de Radiação

O modelo matemático que foi utilizado para avaliação do espectro de perda de transmissão de um painel acústico consistiu em uma placa elástica fina acoplada a um modelo de impedância acústica descrito na seção anterior. Nesta seção, o modelo discreto de elementos finitos a ser resolvida para uma determinada faixa de frequência é apresentado.

O presente modelo não leva em consideração os modos degenerados da placa para a decomposição modal, visto que estes não são acoplados ao modelo analítico desenvolvido. Para faixas de frequência, onde os modos não degenerados da placa sejam predominantes, o modelo concebido pode ser aplicado, caracterizando uma propagação unidimensional. Na figura (3), são apresentados os três primeiros modos não degenerados de uma placa quadrada.

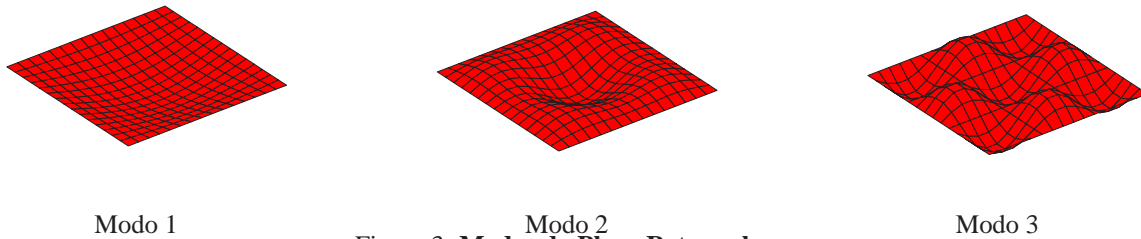


Figura 3. Modos da Placa Retangular.

Para o cálculo do potencial de energia radiada por uma superfície vibrante, deve-se levar em consideração o acoplamento estrutural-acústico existente. Para efeitos de simplificação, considera-se o caso especial em que a frequência de vibração da placa é suficientemente alta. Para este caso, a impedância de radiação acústica na interface acústica-estrutural é aproximadamente a mesma da impedância característica do meio acústico (Lax and Feshbach, 1947; Herrin *et al.*, 2003). Desta forma, a pressão acústica na interface da placa é dada pela seguinte relação:

$$p_0 = \rho_0 c_0 v_n \quad (32)$$

onde ρ_0 é a massa específica do meio acústico, c_0 é a velocidade de propagação da onda acústica no ar e v_n é a velocidade normal da placa.

Substituindo a Eq. (32) na Eq. (1) e admitindo-se oscilações harmônicas, a seguinte relação para a transmitibilidade transmitida é obtida:

$$\Pi_{trans} = \frac{1}{2} \rho_0 c_0 \omega^2 \int_S W(x, y) W^*(x, y) dS \quad (33)$$

A precisão desta aproximação aumenta para altos valores de frequência, porém decai em faixas próximas às ressonâncias da placa. Testes experimentais mostram que mesmo em baixas frequências, a aproximação da Eq. (32) proporciona uma boa distribuição de pressão sonora sobre a placa (Du and Olhoff, 2007).

Em uma formulação discreta de elementos finitos, a Eq. (33) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Pi_{trans} = \frac{1}{2} \rho_0 c_0 \omega^2 \Re \left(\{W\}^t [S] \{W\} \right) \quad (34)$$

onde $[S]$ é a matriz de distribuição na superfície S .

Em geral, como o nível de energia envolvida em fenômenos acústicos é muito baixo, pode-se utilizar uma escala relativa e logarítmica, cuja unidade é o decibéis (DB). Definindo-se portanto TL (perda de transmissão) como a razão entre a energia transmitida e a energia incidente no sistema placa-absorvedor:

$$TL = -10 \log \left(\frac{\Pi_{trans}}{\Pi_{inc}} \right) \quad (35)$$

onde o potencial de energia Π_{inc} é dado como sendo:

$$\Pi_{inc} = \frac{|p_0|^2 S}{2 \rho_0 c_0} \quad (36)$$

O deslocamento da placa $W(x, y)$ é então determinado pela solução da equação dinâmica da placa, acoplado ao sistema poroelástico absorvedor. Para tanto, escreve-se a equação de equilíbrio de Kirchhoff na forma discretizada em elementos finitos com o termo fonte proveniente do modelo analítico de propagação no meio poroelástico, obtendo-se a relação descrita na Eq. (37).

$$[[K] - \omega^2 [M] + i\omega ([C] + (Z_a + Z_p) [S])] \{W\} = \sigma_{zz}^t(0) \{f\} \quad (37)$$

onde $\sigma_{zz}^t(0)$ é a tensão total na interface $z = 0$ e dado pela soma das tensões parciais sólida e fluida, descritas nas Eq. (30) e (31). As matrizes $[K]$ e $[M]$ são as matrizes de rigidez e massa, respectivamente, provenientes da formulação clássica de elementos finitos para a placa fina de Kirchhoff. A matriz $[C]$ é a matriz de amortecimento histerético estrutural da placa. O vetor $\{f\}$ é o vetor de carga equivalente nodal sobre a placa.

A seguir, uma placa fina quadrada de 0,5x0,5m com espessura de 1cm, em condições de deslocamento restrito em suas bordas, é analisada através de seu espectro de perda de transmissão. Utilizando-se uma espuma acústica absorvedora em diversos valores de espessura, o nível de atenuação sonora introduzido pela material absorvedor pode ser verificado. Nota-se que nas frequências de ressonância da placa, são verificadas as menores perdas de transmissão do sistema e para as outras faixas de frequência, existe a variação nos valores da transmissibilidade acústica com o aumento da espessura do material poroso absorvedor.

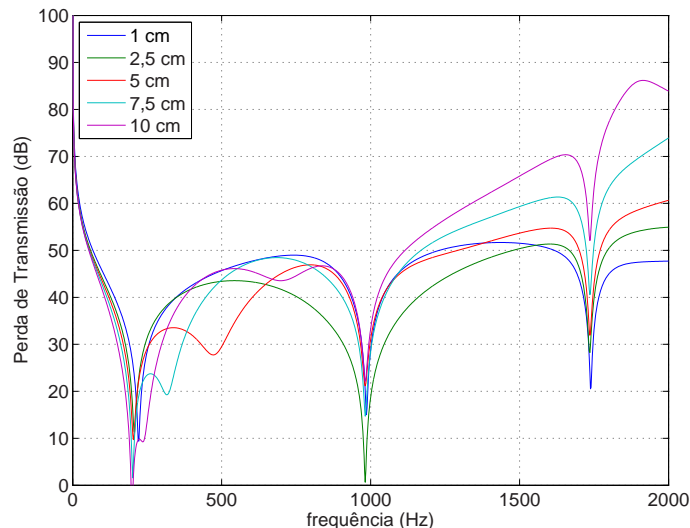


Figura 4. Curvas típicas de perda por transmissão de uma placa com absorvedor.

Neste trabalho, um método de otimização multi-variável combinado com um modelo analítico-numérico é proposto para a síntese de projetos de painéis absorvedores acústicos, composto por dois meios: elástico e poroso absorvedor. Pretende-se definir os valores das propriedades do material absorvedor a fim de minimizar a função de transmissibilidade acústica, em outras palavras, busca-se um sistema que ofereça as maiores perdas por transmissão possíveis.

No ítem seguinte, o processo de otimização será abordado e algumas considerações sobre as variáveis de projeto são apresentadas.

3. METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO NUMÉRICA

Neste ítem, algumas considerações sobre a metodologia de otimização a ser empregado no projeto de painéis absorvedores acústicos são apresentadas. O problema é definido como a minimização da intensidade ou transmissibilidade acústica e reescrito segundo a Equação (38), a seguir:

$$\begin{aligned} \min_{\mu_k} \quad & \Pi_{trans}(\mu_k) \\ \text{sa :} \quad & \\ & \mu_{min} \leq \mu_k \leq \mu_{max} \end{aligned} \quad (38)$$

onde Π_{trans} é a função objetivo, μ_k é o k-ésimo termo do vetor das variáveis de projeto. Cada variável de projeto possui restrições laterais, com valores máximos e mínimos que foram estabelecidos em função do tipo e de seu valor nominal.

Na presente metodologia de projeto, as variáveis de projeto escolhidas são as espessuras da placa e do material poroso e as constantes poroelásticas do material absorvedor: porosidade, tortuosidade, resistividade, comprimentos característicos viscoso e térmico, a rigidez e densidade do esqueleto, (Johnson *et al.*, 1987).

Os limites para as variáveis de projeto foram especificadas segundo a faixa de valores encontrados para a maioria dos materiais empregados em isolamento acústico. Na tabela (1), podem ser encontrados alguns valores de propriedades poroelásticas de materiais típicos usados para isolamento acústico.

Tabela 1. Propriedades dos materiais poroelásticos típicos empregados em isolamento acústico.

Variáveis de Projeto	Lã de Rocha	Espuma A	Espuma B
Porosidade	0,94	0,97	0,95
Tortuosidade	2,1	2,52	1,4
Densidade (kg/m^3)	2167	31	30
Modulo de Rigidez (Pa)	$2,2 \cdot 10^6$	$55 \cdot 10^3$	$21 \cdot 10^3$
Coefficiente de Poisson	0,0	0,3	0,0
Amortecimento Estrutural	0,1	0,055	0,05
Resistividade (Ns/m^4)	135000	87000	25000
Comprimento Característico Viscoso (μm)	49	37	93,2
Comprimento Característico Térmico (μm)	166	119	93,2

Os limites para restrições laterais das variáveis de projeto, foram escolhidos a partir de uma delimitação de $\pm 15\%$ sobre o maior e menor valor de cada propriedade encontrada na tabela anterior. Para um problema restrito, possuindo limites para as variáveis de projeto μ_k , a função Lagrangiana do problema de otimização restrita e dada pela Equação (39) a seguir:

$$L = \Pi_{trans} + \sum_{i=1}^N [\lambda_{-k} (\mu_{min} - \mu_k) + \lambda_{+k} (\mu_k - \mu_{max})] \quad (39)$$

onde λ_- e λ_+ são os multiplicadores de Lagrange das restrições laterais mínima e máxima, respectivamente.

O próximo passo que pode ser adotado é a transformação do problema de otimização em uma minimização irrestrita. Para solucionar o problema numérico de otimização, optou-se por utilizar o algoritmo de solução SQP (“Sequential Quadratic Programming”), Arora (2004), implementado em linguagem Matlab. Este método se baseia em uma seqüência de problemas de minimização quadráticos, o qual evolui pela busca dos pontos extremos da função objetivo, os chamados mínimos locais. O método SQP consiste em uma aproximação da função objetivo a partir da Serie de Taylor das variáveis de projeto, aproximada até a segunda ordem da derivada da função objetivo.

A sensibilidade das propriedades poroelásticas sobre a função objetivo, transmissibilidade acústica, foi aproximada numericamente e obtida via comando Matlab. Estudos preliminares da função sensibilidade podem ajudar na melhoria da metodologia de otimização de projetos de painéis para isolamento acústico. No presente trabalho, a análise da sensibilidade dessas variáveis não será discutido, porém faz-se necessária sua determinação para a aplicação deste algoritmo. O algoritmo numérico SQP é indicado em problemas onde existam um pequeno número de variáveis de projeto. A sua convergência numérica é relativamente rápida, porém há a necessidade da determinação do gradiente e da matriz hessiana da função objetivo.

No presente trabalho, utilizou-se a atualização da matriz hessiana, via método “BFGS” (Broyden-Fletcher-GoldFarb-Shanno), o qual aproxima os valores da matriz hessiana a partir dos valores do gradiente. O Subproblema QP, para uma iteração é definido através da Eq. (40).

$$\min_s [\Pi_{trans}(\mu_k^i) + s^t \nabla \Pi_{trans}(\mu_k^i) + 1/2 s^t \nabla^2 \Pi_{trans}(\mu_k^i, \lambda^t) s] \quad (40)$$

sa :

$$l_{min}^i \leq s \leq l_{max}^i$$

onde $\nabla \Pi_{trans}(\mu_k^i)$ representa a sensibilidade da função objetivo avaliada no conjunto μ_k^i , $\nabla^2 \Pi_{trans}(\mu_k^i, \lambda^t)$ é a aproximação para a matriz hessiana da função objetivo em relação às variáveis de projeto e os multiplicadores de Lagrange. Os valores l_{min} e l_{max} representam os limites móveis e s é a variável a qual o problema quadrático é resumido.

Com aplicação do algoritmo numérico de otimização, determinam-se os valores das propriedades ótimas que ofereçam ao sistema o mínimo valor para função de transmissibilidade acústica. Este material “fictício” deve ser fabricado e processos de controle da microestrutura do poroso devem ser desenvolvidos, porém tal estudo não é o foco do presente trabalho. Na próxima seção, os resultados de uma análise numérica para medir o desempenho da implementação computacional desenvolvida é apresentada.

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Uma metodologia para avaliação da implementação computacional é apresentada a seguir. Três testes distintos foram feitos. O primeiro consistia na busca de valores para as variáveis de projeto como propriedades e espessuras das camadas do painel que proporcionem um sistema com a mínima transmissibilidade possível para uma específica frequência. Nesta análise, os três materiais absorvedores com propriedades listadas em tab. (1) foram testados separadamente. A placa elástica possuía deslocamento nulo na direção z em todo o seu contorno.

Segundo análise das curvas de perda de transmissão descritas na fig. 4, os pontos os quais se têm os menores valores de perda de transmissão são em frequências próximas as da ressonância da placa. Para o caso de uma placa de Alumínio, com dimensões de $0,5 \times 0,5 \times 0,01m$, em condições de deslocamento restrito e rotações livres, as três primeiras ressonâncias do sistema elástico são 197, 981 e 1735 Hz. Para tanto, decidiu-se minimizar a transmissibilidade do sistema placa-absorvedor na frequência de 200 Hz, próximo ao valor da primeira ressonância.

Para esta análise, todos os resultados obtidos convergiram para uma única solução: a mudança na espessura das placas para os valores limites. No ponto inicial de análise, as duas espessuras foram consideradas iguais a 10 cm e após o processo de otimização, a espessura da placa elástica passou para 15 cm e a espessura do absorvedor para 5 cm. As outras variáveis de projeto, as propriedades do material absorvedor, apresentaram uma baixa sensibilidade a variações da função objetivo. Na figura (5) são apresentadas as curvas de perda de transmissão em baixa frequência, para o estado original e o final otimizado obtido.

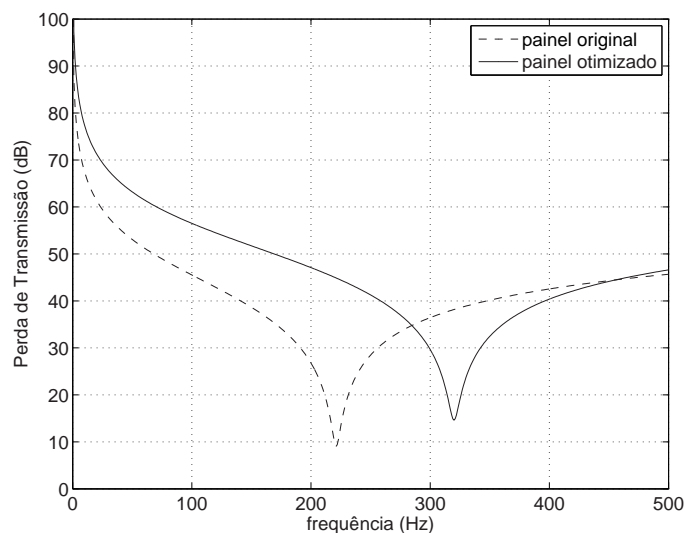


Figura 5. Curvas de Transmissibilidade do sistema de isolamento acústica.

Notou-se que para este valor de frequência, a espessura da placa foi predominante na mudança de comportamento vibro-acústico do sistema, tal fato pode ser respondido devido ao baixo poder de absorção e amortecimento proporcionado pelos materiais poroelásticos absorvedores empregados nas análises no domínio das baixas frequências. Em todos os

casos, a função objetivo perda de transmissão passou de 27 dB no estado original, para 47 dB no painel otimizado, valores estes obtidos em 200 Hz.

O segundo teste implementado consistiu na análise da placa em condições de engaste, ou seja, deslocamento e rotações restritas. Para este novo teste, duas frequências de ressonância da placa foram avaliadas e a influência do processo de otimização sobre os dois pontos será apresentado. Para este novo caso, as duas primeiras frequências naturais da placa elástica são 358 e 1312 Hz. Ao se processar o algoritmo de otimização, mais uma vez, as propriedades do absorvedor apresentaram baixos valores de sensibilidade, sendo a variação da dimensão da placa, a principal responsável pela mudança na dinâmica do sistema. Na figura (6) são apresentadas as curvas de perda de transmissão em um espectro maior em comparação ao teste anterior, 0-2000 Hz, para o estado original e o final otimizado obtido.

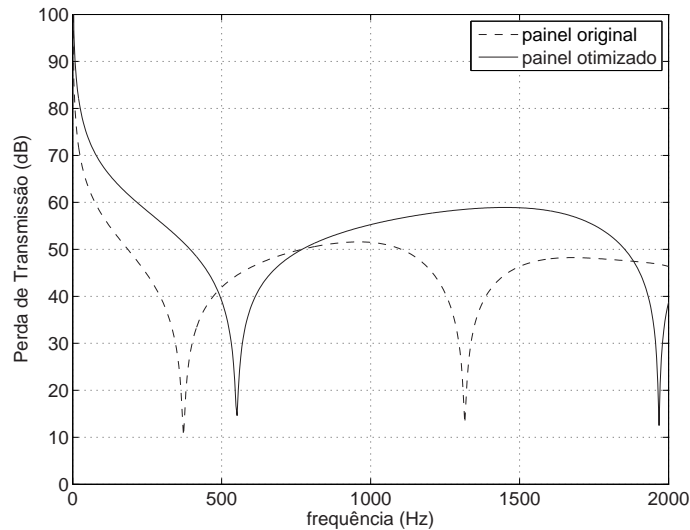


Figura 6. Curvas de Transmissibilidade do sistema de isolamento acústica.

Mais uma vez, os pontos de maior transmissibilidade estão perto das ressonâncias da placa, onde os menores valores de perdas são encontrados. Como somente a dimensão da placa foi alterada nesse caso, assumindo um valor de 15 cm, as frequências naturais do sistema foram aumentadas. O poder de absorção do material poroso absorvedor empregado não foi suficiente para modificar consideravelmente as propriedades de amortecimento sobre a placa. A função objetivo passou de 24 para 52 dB, quando avaliada a primeira frequência natural e de 18 para 59 dB quando avaliada a perda de transmissão na segunda frequência natural da placa.

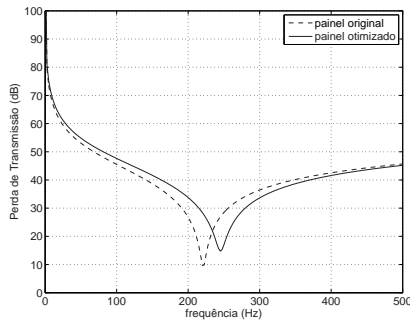
Para o terceiro teste, optou-se pela retirada da espessura da placa como variável de projeto, permanecendo um valor constante durante o processo de otimização. Para tanto busca-se, compreender como as propriedades poroelásticas influenciam no comportamento vibroacústico do sistema. Mais uma vez, pretende-se a minimização da função transmissibilidade em torno de um ponto específico de frequência, utilizando-se para isto o material Espuma 2, cujas propriedades estão descritas em tab. (1). A placa retangular possuía condições de deslocamento nulo e rotações livres.

Ao se otimizar o sistema em três frequências distintas, próximas das ressonâncias da placa, o poder da variação das propriedades do material poroso pode ser constatado. Desta vez os ganhos com as variações das variáveis de projeto não foram muito significativos. Na figura (7), são apresentadas as curvas originais e as dos sistema otimizado.

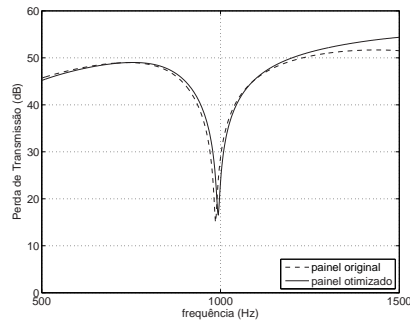
A primeira frequência apresentou um ganho de 27 para 34 dB, já para a segunda frequência analisada, a função objetivo variou de 21 a 28 dB finalmente, na terceira frequência, a perda de transmissibilidade passou de 26 a 37 dB. Todos os resultados das propriedades poroelásticas obtidas para os diferentes sistemas analisados são apresentados em tab. (2).

Esta última análise proporcionou ganhos pequenos na função objetivo, porém se pôde avaliar a sensibilidade das propriedades poroelásticas. As variações do coeficiente de amortecimento estrutural provocaram uma maior atenuação ao sistema, verificado principalmente nos resultados da otimização 1, a qual a maior variação na ressonância foi obtida. A segunda otimização não alterou muito o sistema, porém na terceira otimização verificou-se um salto do mínimo de perda de transmissão, bem como a curva entre 1500 e 2000 Hz.

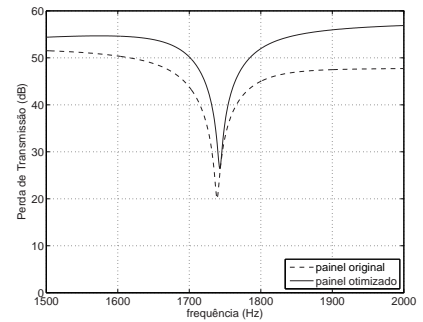
A presente implementação mostrou-se eficiente ao seu principal propósito: avaliar e determinar valores ótimos das propriedades e dimensões a fim de se minimizar a transmissibilidade acústica de painéis compostos por placa elásticas e materiais absorvedores. Ao mesmo tempo, mostrou-se como variações das propriedades poroelásticas são pouco significativas no processo de otimização e notou-se que a espessura da placa é um fator predominante para mudança do



Otimização 1



Otimização 2



Otimização 3

Figura 7. Processo de Otimização.

Tabela 2. Resultados ótimos para as propriedades poroelásticas.

Propriedades do Material	Otimização 1	Otimização 2	Otimização 3
Porosidade	0,95	0,95	0,95
Tortuosidade	2,5	1,0	1,0
Densidade (kg/m^3)	31,0	30,8	30,0
Coefficiente de Poisson	0,27	0,13	0,30
Amortecimento Estrutural	0,048	0,010	0,010
Perda de Transmissão (dB)	27 → 34	21 → 28	26 → 37

comportamento vibro-acústico do sistema. Outros testes devem ser feitos para comprovação da eficiência da metodologia implementada neste trabalho.

A metodologia empregada levou em consideração somente um único ponto de frequência devido a facilidade de implementação. Na realidade, um ruído incidente sobre a placa pode ser interpretado como uma composição de diversas frequências, sendo necessário a garantia de minimização da transmissibilidade ao longo de uma faixa de frequência, onde se encontrem os seus máximos valores de amplitude de energia.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho, uma metodologia analítico-numérica foi utilizada para medir a transmissibilidade acústica de painéis absorvedores compostos por uma placa elástica e um material poroso absorvedor. A formulação de elementos finitos implementada foi a de placa fina de Kirchhoff, acoplada aos termos provenientes da matriz de impedância dos meios acústico e poroelástico. O modelo concebido apresentou diversas simplificações a fim de minimizar a determinação da função perda de transmissão, porém tais simplificações ao modelo são consideradas próximas a da realidade de um painel absorvedor acústico. O modelo empregado, o qual o material absorvedor não é colado sobre a placa é de fácil implementação. Pretende-se em trabalhos futuros, promover o acoplamento em deslocamento entre os dois domínios, de tal forma que placa e absorvedor estejam colados, a fim de analisar as mudanças na função de transmissibilidade e no processo evolutivo de otimização. A presença de materiais absorvedores com propriedades poroelásticas definidas não proporcionaram um elevado grau de amortecimento ao sistema global. Para os casos analisados, pequenas variações nos valores das propriedades poroelásticas não proporcionaram grandes variações no comportamento vibroacústico do painel absorvedor, caracterizando assim uma baixa sensibilidade por partes destas. No domínio das baixas frequências, o material poroso exerceu um papel fraco com relação ao processo de otimização, deixando o aumento da espessura da placa como principal responsável pelas mudanças na função objetivo. Minimizar a transmissibilidade acústica em um determinada faixa de frequência é o objetivo de trabalhos futuros, onde ruídos de diferentes naturezas, como ondas difusas, possam ser aplicados sobre o painel acústico, caracterizando assim um projeto de controle vibroacústico mais robusto.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fapesp, ao CNPq e à Capes pelo suporte financeiro.

7. REFERÊNCIAS

- Arora, J., 2004. *Introduction to Optimum Design*. Elsevier Academic Press, San Diego.
 Beranek, L.L. and Ver, I.L., 1992. *Noise and Vibration Control Engineering. Principles and Application*. Wiley, New

York.

- Biot, M., 1956. "The theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid". *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 28, pp. 168–191.
- Biot, M., 1962. "Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media". *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 34, pp. 1254–1264.
- Bliss, D., 1981. *A study of bulk reacting porous absorbers and a new boundary condition for thin porous layers*. Akusmod Users Manual.
- Bourbié, T., Coussy, O. and Zinszner, B., 1987. *Acoustics of Porous Media*. Institut Français du Pétrolé Publications, Paris.
- Du, J. and Olhoff, N., 2007. "Minimization of sound radiation from vibrating bi-material structures using topology optimization". *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 33, pp. 305–321.
- Herdic, P., Houston, B., Marcus, M. and Williams, E., 2005. "The vibro-acoustic response and analysis of full-scale aircraft fuselage section for interior noise reduction". *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 117(6), pp. 3667–3678.
- Herrin, D., Martinus, F., Wu, T. and Seybert, A., 2003. "A new look at the high frequency boundary element and rayleigh integral approximations". *Society of Automotive Engineers, Inc.*
- Johnson, D., Koplik, J. and Dashen, R., 1987. "Theory of dynamics permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media". *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 176, pp. 379–402.
- Lax, M. and Feshbach, H., 1947. "On the radiation problem at high frequencies". *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 19, pp. 682–690.

8. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

ABSTRACT

Acoustic isolation systems can be designed by assembly of several structural components. The first objective of these systems is to find the optimal value for the acoustic transmission level among two different mediums. In this context, the optimization methods can be useful in the acoustic isolation system project. The dimensions and physical properties values of the absorbing materials are the design variables. In this work, systems composed by one thin elastic plate coated for absorbing material is placed into two semi-infinity acoustic medias with propagating plane waves. The main objective is to determine the optimal parameters values, like as viscous and thermal damping characteristic of the absorbing porous materials. Therefore, we can obtain optimal systems done by any criteria, for example: the minimization of acoustic transmission function in a specific frequency range. Numerical techniques of finite elements are used to model global coupled systems. In fact, the frequency response function of acoustic transmission is determined. By optimization techniques based on gradient value of the objective function, it was obtained some optimal configurations for the system design variables. By results analysis, it is possible to develop some methodologies to control the absorbing material properties in the manufacturing process. The technique is applied in several numerical examples with real dimensions. Therefore, it is verified the utility of this technique in the acoustic isolation system project.

Keywords: parametric optimization, acoustic isolation, finite elements