UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
INSTITUTO DE CULTURA E ARTE
DEPARTAMENTO DE FILOSOFIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA

ÍCARO COELHO MARTINS

CONSEQUÊNCIA LÓGICA E MODELOS: UMA INVESTIGAÇÃO LÓGICO-FILOSÓFICA

FORTALEZA
2021

ÍCARO COELHO MARTINS

CONSEQUÊNCIA LÓGICA E MODELOS: UMA INVESTIGAÇÃO LÓGICO-FILOSÓFICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Filosofia. Área de concentração: Lógica.

Orientador: Prof. Dr. Cícero Antônio Cavalcante Barroso

FORTALEZA

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará

Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M347c Martins, Ícaro Coelho.

Consequência Lógica e Modelos: Uma investigação lógico-filosófica / Ícaro Coelho Martins. – 2021.

154 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Instituto de cultura e Arte, Programa de Pós-Graduação em Filosofia, Fortaleza, 2021.

Orientação: Prof. Dr. Cícero Antônio Cavalcante Barroso.

1. Filosofia da Lógica. 2. Consequência Lógica. 3. Teoria dos Modelos. 4. Formas lógicas. I. Título.

CDD 100

ÍCARO COELHO MARTINS

CONSEQUÊNCIA LÓGICA E MODELOS: UMA INVESTIGAÇÃO LÓGICO-FILOSÓFICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Filosofia. Área de concentração: Lógica.

Aprovada em: ___/___/______.

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Cícero Antônio Cavalcante Barroso (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

____

Prof. Dr. Carlos Eduardo Fisch de Brito
Universidade Federal do Ceará (UFC)

____

Prof. Dr. Francicleber Martins Ferreira
Universidade Federal do Ceará (UFC)

A Deus, que, na pessoa de nosso Senhor Jesus Cristo, o Logos Divino, buscamos enquanto amantes da Verdade.

Aos meus pais, Antônio Edvar Peres Martins e Joana Darc Lopes Coelho Martins, aos meus avós, Maria Ailsa Coelho e Gervásio Lopes Coelho, ao meu irmão, Bruno Coelho Martins, e a toda minha família.

AGRADECIMENTOS

À FUNCAP, pelo apoio financeiro com a manutenção da bolsa de auxílio.

Ao Prof. Dr. Cícero Antônio Cavalcante Barroso, pela orientação e pelo exemplo de verdadeira vida filosófica.

Aos Professores e colegas de Departamento de Filosofia da UFC, que me forneceram momentos de diálogo filosófico genuíno.

Aos professores participantes da banca examinadora Prof. Dr. Carlos Eduardo Fisch de Brito e Prof. Dr. Francicleber Martins Ferreira pelo tempo, pelas valiosas colaborações e sugestões.

“Logic *is* a science, and the parts of it that overlap metaphysics are science too. Since when was science uncontentious.” (WILLIAMSON, 2014, p. 230).

RESUMO

O objetivo deste trabalho é realizar uma investigação lógico-filosófica acerca da consequência lógica. Mais especificamente, analisaremos a consequência lógica a partir do recorte da Teoria de Modelos, i.e., a consequência lógica modelo-teorética. Em vista deste recorte metodológico, nossa investigação iniciará pelo *locus* fundamental da consequência lógica modelo-teorética, a saber: os trabalhos de Metamatemática do lógico e matemático polonês Alfred Tarski. A proposta modelo-teorética de Tarski, por sua vez, dada sua grande influência, acabou por eclipsar a consequência lógica *tout court*. A consequência lógica acabou por se tornar nada mais nada menos do que a consequência modelo-teorética. É nesse contexto que surge o *sed contra* à proposta modelo-teorética, condensada nas críticas de John Etchemendy. Contudo, tais críticas produziram repostas conservadoras e revisionistas no que concerne à proposta modelo-teorética. Este trabalho, portanto, valendo-se desse contexto dialético, procura empreender uma investigação lógico-filosófica que permita articular preliminarmente uma teoria da consequência\verdade lógica. Sendo este o caso, em primeiro lugar, apresentamos o tratamento da consequência lógica por parte de Tarski, articulado em três níveis: consequência lógica como operador, como noção prova-teorética e como noção modelo-teorética. Por conseguinte, apresentamos e avaliamos as críticas de John Etchemendy, juntamente com as respostas às suas críticas. No capítulo seguinte, apresentamos três propostas revisionistas teoricamente substantivas. No último capítulo, procuramos articular uma síntese desse contexto dialético que permita esboçar uma teoria incoativa da consequência lógica.

Palavras-chave: filosofia da lógica; consequência lógica; teoria de modelos.

ABSTRACT

The goal of this work is to accomplish a logical-philosophical investigation on the logical consequence. More specifically, we are going to analyze the logical consequence from the view of Model Theory, i.e., we are going to analyze logical consequence from the model-theoretic perspective. Because of this methodological approach, our investigation will begin with the fundamental *locus* of model-theoretic logical consequence, which is the Metamathematical work of the polish mathematician and logician Alfred Tarski. Tarski's model-theoretical proposal, in turn, given its great influence, ended up eclipsing the logical consequence *tout court*. The logical consequence turned out to be nothing less than the model-theoretical consequence. It is in this context that the *sed contra* the model-theoretic proposal emerges, condensed in John Etchemendy's criticisms. However, such criticisms produced conservative and revisionist responses regarding the model-theoretical proposal. Therefore, this work, taking advantage of this dialectical context, seeks to undertake a logical-philosophical investigation that allows the preliminary articulation of a theory of logical consequence\truth. This being the case, first, we present Tarski's treatment of logical consequence, articulated in three levels: logical consequence as an operator, as a proof-theoretical notion, and as a model-theoretic notion. Accordingly, we present and evaluate John Etchemendy's criticisms, along with the responses to his criticisms. In the next chapter, we present three theoretically substantive revisionist proposals. In the last chapter, we tried to articulate a synthesis of this dialectical context that allows us to outline an inchoative theory of logical consequence.

Keywords: philosophy of logic; logical consequence; model theory.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Sto. Tomás de Aquino, ao tratar do conhecimento angélico, no seu *De Veritate* (DV, q. 8, art. 15), aponta para algo profundamente reflexivo sobre a natureza da cognição angélica – o que nos permite, por contraste, entender a nossa própria cognição. O Aquinate questiona se os anjos *conhecem as coisas discursivamente* (*cognoscant res discorrendo*) de uma coisa à outra. Após apresentar 7 argumentos a favor e 5 contrários, ele responde, através de uma distinção entre cognição em algo e cognição a partir de algo[1], que o conhecimento angélico não é racional, mas intelectual, i.e., o anjo conhece por uma apreensão intelectiva e não por um raciocínio; portanto, não-discursivo ou não-inferencial.

Por contraste com a nossa constituição cognitiva, essas considerações estão radicadas numa compreensão do papel fundamental que a relação de consequência em geral – ou seja, de algo simplesmente se seguir de algo – possui na racionalidade humana. Como mostram Restall e Asmus (2012), a relação de consequência possui uma longa história e nessa história seu desenvolvimento nos permite confirmar a importância dessa relação em múltiplas áreas do conhecimento, desde o senso comum até áreas filosóficas ou científicas[2].

Contudo, este trabalho não busca investigar a relação de consequência em geral. Tal empreendimento seria um trabalho hercúleo e, dada sua grande complexidade, inviável para este trabalho. A relação de consequência aqui estudada, pois, é uma relação de consequência específica, mas também central para conhecimento humano: a consequência lógica. Disso se segue, por sua vez, a necessidade de explicar, grosso modo, em que consiste esta consequência lógica – ou pelo menos como foi geralmente compreendida. Voltemo-nos primeiro, todavia, para alguns esclarecimentos históricos que nos auxiliarão na identificação de notas fundamentais da consequência lógica.

Sem dúvida, o primeiro a articular teoricamente uma caracterização da consequência lógica foi Aristóteles[3]. Não obstante, é possível confundir a caracterização da consequência lógica de Aristóteles com o silogismo, até porque Aristóteles utiliza o mesmo termo 'συλλογισμός' tanto para consequência lógica quanto para o silogismo como modos. Mas não são a mesma coisa. A consequência lógica para Aristóteles é já uma caracterização do que

[1] "Differt autem cognoscere aliquid in aliquo, et aliquid ex aliquo". (DV, q. 8, art. 15)
[2] Essa forma expressiva não implica que a Filosofia e a Ciência são totalmente distintas, permitindo a conclusão de que a Filosofia não é científica. Trata-se apenas de uma forma expressiva que salienta contraste, não diferença total.
[3] Cf. Aristóteles (*Primeiros Analíticos.*, I).

chamaríamos *validade*. Nesse sentido, o estagirita apresenta a seguinte caracterização da consequência lógica em termos de validade:

> *Dedução* (συλλογισμός) é o *discurso* (λόγος) em que *de certas coisas sendo assumidas* (τεθέντων τινῶν) algo distinto do que foi assumido se segue *por necessidade* (ἐξ ἀνάγκης) *por ser tal* [o que é] (τῷ ταῦτα εἶναι).[4]

Portanto, já em Aristóteles encontramos uma nota amplamente mencionada ao se caracterizar a consequência lógica: o caráter modal da consequência lógica. Mais: não é de modo algum evidente que os modos do silogismo capturem todos os raciocínios válidos – na verdade, não só não é evidente como é falso, como mostra o desenvolvimento histórico da Lógica. Logo, faz-se necessário distinguir entre a caracterização de Aristóteles acima, que diz respeito à validade, e sua teoria do silogismo.

Contudo, a nota da modalidade não é suficiente para definir a consequência lógica. Vejamos: dado que um determinado particular é agua se segue por necessidade que esse particular é H_2O. Nesse caso, a conclusão se segue por necessidade da premissa, i.e., é impossível que a premissa seja verdadeira e a conclusão falsa. Contudo, isso não se dá por uma razão propriamente lógica. Isto se dá, na verdade, pela própria constituição intrínseca da natureza ou essência da água. Utilizando uma terminologia escolástica[5], a conclusão se segue *materialmente* (*materialiter*) da premissa, ou seja, trata-se de um raciocínio concernente à Lógica material (*Logica Materialis*). Como aponta Beall, Restall e Sagi (2019), uma proposta disseminada e relevante para lidar com esse problema é a caracterização da formalidade como componente especificador da consequência lógica.

Contudo, a noção de formalidade pode ser compreendida de diversos modos[6]. Um sentido particularmente disseminado – embora problemático – é o formal como esquema. A ênfase excessiva em aspectos formais em sentido esquemático tende a caracterizar a consequência lógica somente por meio da noção de forma lógica, i.e., somente a noção de forma lógica considerada esquematicamente seria suficiente para caracterizar a consequência lógica. Outro modo de caracterização da consequência lógica é vincular a consequência lógica às inferências[7].

---

[4] Cf. Aristóteles (*Pri. Anal.*, I, 24b, trad. nossa).

[5] Cf. Gredt (1960, p. 13-14). Contudo, a explicação da distinção por Gredt não é boa. Ele distingue o raciocínio formal do material em razão de que este é *verdadeiro* (*verum*) e aquele é *correto* (*rectum*). Contudo, não me parece adequado dizer que um raciocínio válido não é verdadeiro, mas somente correto. Do fato de que um argumento formalmente válido não é concretamente verdadeiro não se segue que ele não seja verdadeiro *simpliciter*. Tal caracterização parece pressupor uma visão anti-realista da Lógica ou simplesmente prática. Como veremos, poderíamos dizer que um raciocínio válido é *formalmente* verdadeiro.

[6] Sobre múltiplos sentidos de 'formal' veja as considerações de Catarina Novaes (2011).

[7] Sobre esses diferentes sentidos de consequência veja Sundholm (2006). Ver também Shapiro (2005).

Essa caracterização dá maior ênfase a aspectos epistêmicos, pois nessa caracterização se observa como as premissas *garantem* a conclusão ou como o conjunto de premissas fornece justificação para a conclusão. Essas diferentes caracterizações, por sua vez, tomam formas historicamente determinadas e, em geral, foram tratadas de modo relativamente informal.

Historicamente, o que se deu foram aprofundamentos das considerações de Aristóteles ou certos projetos paralelos, como a lógica estóica[8]. Aqui ainda tínhamos uma orientação intuitiva no tratamento da consequência lógica. É no sec. XIX que temos uma revolução nas ciências formais com o desenvolvimento de linguagens formais e a interação interdisciplinar profunda entre Lógica e Matemática[9]. Aqui cabe mencionar principalmente os trabalhos seminais de Gottlob Frege, nomeadamente seu *Begriffsschrift* (Conceitografia), e posteriormente o *Principia Mathematica* de Whitehead e Russell.

Dentro deste quadro de desenvolvimento científico, a figura fundamental no tratamento específico e rigoroso da consequência lógica e sua devida vinculação com os desenvolvimentos formais foi o matemático e lógico polonês Alfred Tarski. Como veremos, Tarski estava profundamente interessado na elucidação teórica do âmbito das Ciências e metodológicas formais – aquilo que se chamava Metamatemática. Esta área lidava com um ferramental poderoso que ganhava espaço principalmente na área de Fundamentos da Matemática: o uso de linguagens formais na constituição de sistemas formais ou teorias dedutivas (formais), i.e., o uso de sistemas axiomáticos e recursivamente definidos, constituídos por regras de formação e regras de derivação\transformação[10].

Em Tarski, vemos diferentes tratamentos da consequência lógica teoricamente articulados. Três tratamentos, como apresentarei, estão vinculados à análise da consequência lógica e têm grande importância na obra do lógico e matemático polonês: a consequência lógica como operador, como derivabilidade e em termos modelo-teoréticos. Contudo, foi esta última que ganhou grande notoriedade, tornando-se padrão nos livros de lógica[11] como *a* consequência lógica.

---

[8] Uma série de desenvolvimentos foram realizados no período medieval, como é sabido. Sobre isso veja as considerações de. Bos e Sundholm (2006) e de William Kneale e Martha Kneale (1985, Cap. IV).

[9] Para uma análise dos antecedentes históricas do uso de notações e métodos formais na Lógica veja Novaes (2011, cap. 3).

[10] Essa distinção entre a constituição sintática da linguagem, baseada em um conjunto de símbolos e regras de formação, e um procedimento de cálculo inferencial, baseado em regras de derivação\transformação de um cálculo, evoca justamente a distinção leibniziana entre *characteristica universalis* e *calculus ratiocinatur*. Estes juntos formariam a *Lingua rationalis*.

[11] Como veremos, há discussões sobre a relação entre a proposta de Tarski e o tratamento modelo-teorético atual, nomeadamente quanto ao domínio constante ou ao domínio variável.

Mesmo diante da forte consolidação do tratamento modelo-teorético da consequência lógica, ao ponto deste ser confundido com a própria consequência lógica enquanto tal, no final do século passado esta abordagem sofreu duras críticas. A mais relevante, sem dúvida, foi a levada a cabo por John Etchemendy (1999). Com Etchemendy, as bases teóricas profundas da análise tarskiana da consequência lógica foram submetidas a um escrutínio rigoroso e radical. Essa crítica, todavia, não foi ouvida sem respostas. Muitas respostas às objeções de Etchemendy, como veremos detalhadamente, foram realizadas. Muitas dessas respostas, diga-se, não são meras réplicas conservadores, tentando sustentar meramente a manutenção do tratamento modelo-teorético. Disso temos que as respostas às objeções de Etchemendy podem ser consideradas como conservadoras ou revisionistas na medida em que tentam meramente conservar a proposta modelo-teorética ou submetê-la uma revisão com fins de aprofundamento teórico acerca da própria natureza da consequência lógica, bem como sua relação com o aparato formal modelo-teorético.

Em meios às propostas mais conservacionistas, podemos encontrar teóricos como Greg Ray (1996), Gómez-Torrente (1996, 1998a, 1998b, 2000, 2009) e Scott Soames (1999, p. 117-147). Em termos gerais, essas propostas visam simplesmente apontar que as objeções de Etchemendy não atingem seu objetivo de minar radicalmente a abordagem modelo-teorética da consequência lógica, tanto de um ponto de vista histórico quanto lógico-filosófico.

Quanto às propostas revisionistas, podemos as encontrar em teóricos como Vann McGee (1992a, 1992b), Hanson (1997), Shapiro (1998; 2005; 2006) e Gila Sher (1991, 1996, 2001). Aqui, ao contrário das propostas conservadoras, encontramos uma tentativa de manter os ganhos teóricos da abordagem modelo-teorética, embora já submetendo as bases da proposta modelo-teorética à revisão, dando ênfase às bases Lógicas, Matemáticas e filosóficas da consequência lógica, bem como a relação destes com o aparato formal, principalmente no que diz respeito ao componente formal da consequência lógica, a base matemática envolvida no tratamento formal da consequência lógica, considerações pré-formais, etc[12]. Contudo, deve-se observar o seguinte: mesmo que a abordagem modelo-teorética seja submetida a revisão nestas propostas revisionistas, em todas há uma tentativa de manter e prosseguir junto com o espirito modelo-teorético da proposta iniciada por Tarski.

É dentro deste quadro histórico que este trabalho se propõe a analisar o *status quaestionis* do problema da consequência lógica e, tomando este como ponto de partida, tentar formar uma síntese teórica do tópico em questão e traçar pontos para um esclarecimento da consequência

---

[12] Greg Ray (1992b), contudo, é mais cético quanto ao tratamento modelo-teorético como análise redutiva da consequência lógica.

lógica dentro da abordagem modelo-teorético, o que nos permitirá apreender incoativamente o que seja a consequência lógica *per se*. Sendo este o caso, voltemo-nos para o itinerário de pesquisa deste trabalho.

No capítulo 2, tomamos Tarski como ponto de partida da investigação, dada sua importância na caracterização da consequência lógica e a centralidade da proposta modelo-teorética da consequência lógica. Nisso, fazemos um recorte metodológico, deixando de lado propostas que tomam noções prova-teoréticas como centrais[13]. Dado esse recorte, apresentaremos as três caracterizações da consequência lógica relevantes nas obras de Tarski, a saber: (a) a consequência lógica como operador, (b) como derivabilidade, vinculada ao conceito de prova-sintática e (c) como noção modelo-teorética. Aqui estabeleceremos o ponto de partida para a discussão da consequência lógica e sua caracterização modelo-teorética.

Neste caso, em termos metodológicos, adotaremos uma metodologia historicamente orientada, dada o objeto de estudo – a compreensão de Tarski acerca da consequência lógica e suas caracterizações formais. Todavia, dada a orientação lógico-matemática das obras de Tarski, também envolverá métodos lógico-matemático como ferramentas auxiliares e subordinadas ao fim de explicação histórica.

Apresentando o ponto de partida do trabalho – a saber: a consequência lógica em Tarski –, voltamo-nos para a objeção mais relevante apresentada à proposta modelo-teorética tarskiana: as objeções de John Etchemendy. Aqui temos o objeto primário do cap. 3. Apresentaremos da forma mais fidedigna possível os diversos níveis da crítica de Etchemendy. Metodologicamente, dividiremos a crítica nos seguintes níveis: (i) considerações preliminares às objeções de Etchemendy; (ii) uma apresentação de forma apropriada das objeções de Etchemendy e (iii) respostas diretas às objeções de Etchemendy, estas podendo ser historicamente orientadas ou lógico-filosoficamente orientadas.

O capítulo 4, por sua vez, será reservado às propostas revisionistas. Aqui apresentaremos três propostas revisionistas apropriadamente articuladas. Essas são as já mencionadas propostas de Hanson (1997), Shapiro (1998; 2005; 2006) e Gila Sher (1991, 1996, 2001). Aqui apresentaremos separadamente cada uma das propostas dividindo estas por âmbitos explicativos e efetividade assertiva em responder as objeções Etchemendy, permitindo uma melhor articulação sintética posterior.

No capítulo 5 tentaremos articular as discussões e resultados anteriores em uma síntese teórica da consequência lógica, permitindo responder as objeções de Etchemendy e articular

[13] Para um resumo dessa questão veja Caret e Hjortland (2015, p. 8-10).

uma teorização preliminar da consequência lógica. Aqui tentaremos fornecer um esboço para uma resposta positiva para o problema da natureza da consequência lógica, estando tal resposta orientada por principalmente por três pilares: o pilar metodológico, o pilar quiditativo, este envolvido com o problema ontológico da Lógica, e o pilar adequacional, onde tratamos do problema da adequação entre o aparato modelo-teorético e a consequência lógica enquanto tal.

2 OPERADOR, REGRAS E MODELOS: A TRIPLA ABORDAGEM EM TARSKI EM RELAÇÃO À CONSEQUÊNCIA LÓGICA

Devido à influência da abordagem modelo-teorética que tem raiz no trabalho mais tardio de Tarski (1956a), acabou-se por se perder em grande medida as diferentes abordagens da noção de consequência lógica que se encontram nos trabalhos iniciais do matemático e lógico polonês – tanto seus aspectos positivos como seus desenvolvimentos na área de uma teoria geral da lógica enquanto ciência das estruturas matemático-formais gerais, i.e., uma *Logica Universalis*[14]. Estas diferentes abordagens se encontram nos trabalhos concernentes à área da Metamatemática – ou simplesmente ciências dedutivas ou formais. As pesquisas nesse domínio enfatizavam o tratamento rigoroso dos conceitos centrais – ex: consistência, completude, etc. – usadas no âmbito da Lógica como sistema formal dedutivo, o que se relaciona, sob certo aspecto, com uma visão de Tarski chamada de formalismo intuicionista – um modo de lidar com certos conceitos metamatemáticos no interior das ciências dedutivas.[15]

Unindo estes primeiros trabalhos e o trabalho seminal em que se usa um tratamento modelo-teorético básico, podemos verificar a presença de três grandes tratamentos que perfazem a tematização do conceito de consequência lógica (CnL) e que serão tratados no decorrer deste capítulo: (1) CnL como operador; (2) CnL como um conceito relativo à prova (*proof-theoretic concept*); (3) CnL como um conceito tratado em termos de modelos (*model-theoretic concept*), i.e., estruturas conjuntistas (*set-theoretic structures*).

Tendo em vista que este capítulo tem como objetivo apresentar a concepção tarskiana de consequência lógica (CnL), devo dispor o capítulo de acordo com essas três abordagens ou tratamentos do conceito em questão. Portanto, apresentarei as duas primeiras abordagens para depois apresentar separadamente a abordagem modelo-teorética, respeitando a própria ordem de desenvolvimento do pensamento de Tarski.

A abordagem metodológica neste capítulo toma as seguintes diretrizes:

---

[14] Sobre esse tópico específico da *Logica Universalis* e o papel do trabalho de Tarski nele ver Beziau (2007).

[15] "Tarski developed semantics not as a contribution to the basic theory of meaning, but as a bit of detail work in his project of giving Intuitionistic Formalist treatments of important metamathematical concepts. In this respect, the early development of semantics is simply a bit of work that extends his work on the consequence construed derivationally around 1930." (PATERSON, 2012, p. 85).
Sobre o intuicionismo formalista e sua relação com o empreendimento teórico de Tarski veja as considerações gerais de Patterson (2012, cap. 1 e 2). Contudo, é possível dizer, brevemente, que o intuicionismo formalista pode ser expresso, em suas linhas gerais, na exigência metodológica de tratar conceitos semânticos – ou de forma mais geral: conceitos metamatemáticos –, considerados intuitivamente, através de uma metodologia formal das chamadas ciências dedutivas. Sobre a relação dessa visão do formalismo intuicionista com esses trabalhos iniciais veja Patterson (2012, cap. 2).

(MI) A metodologia aplicada neste capítulo será em grande medida histórica, pois se visa apresentar, da forma mais fidedigna possível, a proposta Tarskiana. Tendo isso em vista, a distinção e diferente relevância entre textos-fontes primários e textos-fontes suplementares devem ser levados em conta.

(MII) Embora seja historicamente orientado, o tema tratado está diretamente ligado com a metodologia das ciências formais. Logo, a exposição e avaliação é norteada por balizas como adequação formal e material, precisão conceitual, análise lógica, uso de abordagens lógico-matemáticas – teoria dos conjuntos, teoria dos modelos, métodos de demonstração matemática *et cetera*.

2.1 Consequência Lógica como operador em Tarski

2.1.1 Consequência lógica como operador e suas propriedades fundamentais

Nos trabalhos voltados para a Metamatemática (Cf. TARSKI, 1956, cap. III, IV, V), Tarski tem como objetivo explícito definir o sentido e estabelecer as propriedades elementares de alguns conceitos fundamentais pertencentes ao domínio da metodologia das ciências dedutivas[16]. Estes trabalhos possuem grande importância para os estudos das ciências formais, pois são considerados os primeiros trabalhos de Lógica Abstrata.[17]

Este campo de investigação se mostra fundamental à pesquisa acerca das propriedades estruturais das ciências dedutivas formalizadas. O componente fundamental desse empreendimento teórico está localizado numa divisão elementar entre teoria-objeto, i.e., o âmbito teórico que constitui o objeto da investigação e a metateoria, que é o âmbito ou *locus* teórico no qual se empreende a investigação. É a partir desse quadro da metodologia das ciências formais que se deve levar em conta a exposição apresentada adiante, em que se tenta

---

[16] "Strictly speaking metamathematics is not to be regarded as a single theory. For the purpose of investigating each deductive discipline a special metadiscipline should be constructed. The present studies, however, are of a more general character: their aim is *to make precise the meaning of a series of important metamathematical concepts* which are common to the special metadisciplines, *and to establish the fundamental properties of these concepts*. One result of this approach is that some concepts which can be defined on the basis of special metadisciplines will here be regarded as primitive concepts and characterized by a series of axioms" (TARSKI, 1958d, p. 60, ênfase nossa). Cf. também Tarski (1956b, p. 30).

[17] "In [30c] Tarski axiomatizes for what I believe to be the first time in the literature the metamathematical notion of consequence. [...] this early article is notable for putting on a clear axiomatic basis general concepts of metamathematics, concepts that have been widely used in philosophical discussions of logic and the foundations of various axiomatic systems." (SUPPES, 1988, p. 81). Para considerações gerais sobre o trabalho de Tarski ver Suppes (1988).

estabelecer resultados metamatemáticos fundamentais a partir das noções básicas de consequência lógica e de sentença bem formada, permitindo estabelecer a própria noção geral de sistema dedutivo.

O ponto básico aqui[18] é a noção de sistema lógico ou estrutura de Tarski: $\mathcal{L} = (\boldsymbol{S}, Cn_{\mathcal{L}})$. $\mathcal{S}$ é um conjunto de sentenças (*meaningful sentences*), seguindo Lesniewski, não-vazio e enumerável, e Cn um operador de consequência lógica. Mais: estes conceitos são tomados como primitivos e são caracterizados – principalmente o operador Cn – por meio de uma série de axiomas[19]. Assim, temos o operador de consequência $Cn_{\mathcal{L}}$, que é definido como o conjunto dos subconjuntos de $\boldsymbol{S}$ tal que $Cn_{\mathcal{L}}: \wp\ (\boldsymbol{S}) \longmapsto \wp\ (\boldsymbol{S})$. Assim, temos os seguintes axiomas que caracterizam esses conceitos primitivos – dado um conjunto de sentenças qualquer B:

$[TAR]\ \boldsymbol{Axioma\ 1.}\ B \subseteq Cn_{\mathcal{L}}(B).\ (Autodedutibilidade);$

$[TAR]\ \boldsymbol{Axioma\ 2.}\ Cn_{\mathcal{L}}(Cn_{\mathcal{L}}(B)) = Cn_{\mathcal{L}}(B).\ (Idempot\hat{e}ncia);$

$[TAR]\boldsymbol{Axioma\ 3.}$

$$Cn_{\mathcal{L}}(B) = \bigcup_{\substack{B' \subseteq B \\ B'\,\acute{e}\, finito}} Cn_{\mathcal{L}}(B')\ \ (compacidade\ dedutiva)$$

$[TAR]\ \boldsymbol{Axioma\ 4.} Para\ alguma\ senten\c{c}a\ x \in \boldsymbol{S},\ Cn_{\mathcal{L}}(\{x\}) = \boldsymbol{S}.\ (Trivializa\c{c}\tilde{a}o).$[20]

Consideração acerca de [TAR] **Ax. 1**. A *autodedutibilidade* expressa a seguinte condição dedutiva minimal: para uma sentença s qualquer, se $s \in B$, então $s \in Cn_{\mathcal{L}}(B)$ – $(\forall s)[(s \in \boldsymbol{S} \wedge s \in B) \Longrightarrow s \in Cn_{\mathcal{L}}(B)]$. Nos termos de Arpaia (2006, p. 12), temos uma conservação de inputs.

Consideração acerca de [TAR] **Ax. 2.** A *idempotência* expressa a condição dedutiva minimal de que as consequências das consequências de um conjunto qualquer são iguais às próprias consequências desse conjunto e, portanto, aplicar o operador de consequência lógica duas vezes não produz nada mais do que o aplicar apenas uma vez.

Consideração acerca de [TAR] **Ax. 3.** A *compacidade dedutiva* expressa a condição dedutiva minimal de que a consequência de um certo conjunto é igual à união das consequências

---

[18] Tomo como base da exposição uma série de trabalhos relevantes, tais como: Edélcio de Souza (2001), Edélcio de Souza e Patrícia Velasco (2002), Patrícia Velasco (2004), Beziau (2007) e Arpaia (2006).

[19] Aqui novamente está presente a compreensão do intuicionismo formalista, pois certas noções, intuitivamente compreendidas, são rigorosamente caracterizadas por meio de um sistema lógico-dedutivo. A seguinte passagem de Patterson é precisa acerca disso: "the basic intuitionisitic formalist structure is in place in these articles: we express a concept within a deductive theory by laying down axioms that are sufficient to capture its associated conception, in this case directly by implying a statement of it." (PATTERSON, 2012, p. 55)

[20] Cf. também Tarski (1956c, p. 31). Tarski nessa passagem faz uso do seguinte axioma como o primeiro: $\overline{\overline{\boldsymbol{S}}} \leq \aleph_0$. Todavia, como já mencionamos inicialmente a exigência de enumerabilidade, acabei por não apresentar tal exigência nos axiomas, dando ênfase nos axiomas para operador de CnL.

de todos os seus subconjuntos finitos, isto é, “[...] se uma sentença é conseqüência de um conjunto de sentenças então ela é consequência de uma parte finita do mesmo e vice-versa” (VELASCO, 2004, p. 352).

Consideração acerca de [TAR] **Ax. 4.** A *trivialização* expressa a condição dedutiva minimal de que há uma sentença tal que do conjunto constituído somente por ela se deduz todas as consequências do sistema, ou seja, o sistema lógico se torna trivial, pois tudo nesse sistema lógico se segue desse conjunto onde tal sentença é o único elemento. Nos termos de Velasco (2004, p. 352): “[...] existe uma sentença tal que as conseqüências do conjunto constituído por ela correspondem ao conjunto de todas as sentenças de L [do sistema lógico L]”.

Estes axiomas têm a pretensão de abarcar de modo compreensivo todas as disciplinas dedutivas[21]. Deles, por outro lado, é possível derivar uma série de propriedades sob as quais a operação de consequência lógica está determinada. Nesse sentido, apresentarei uma série de resultados derivados dos axiomas estabelecidos[22].

Notação: conj. de elementos $= \{a, b, c, \dots, x, y, z, \dots\}$; Subconjuntos de $\boldsymbol{S} = \{A, B, C, \dots, X, Y, Z, \dots\}$ para o sistema lógico $\mathcal{L} = (\boldsymbol{S}, Cn)$ – omitirei a subscrição do operador de consequência lógica por comodidade notacional.

$[TAR]$ $\boldsymbol{Propos..1.}$ Se $B \subseteq C$, então $Cn(B) \subseteq Cn(C)$. $(Monotonicidade)$

Consideração sobre $\boldsymbol{Propos.1.}$ Como aponta Edélcio de Souza e Patrícia Velasco (2002, p. 116), em certos estudos de Lógica Abstrata a monotonicidade é postulada, ao invés da compacidade, tornando o sistema lógico mais fraco, pois a compacidade não é derivável da monotonicidade juntamente com os outros axiomas apresentados acima – embora o inverso seja.

$\boldsymbol{Demonstra}$***ção.*** Admitindo que $B \subseteq C$ e que $a \in Cn(B)$, temos: pelo Axioma 3, $a \in \cup\, Cn(B')$, tal que $B' \subseteq B$ e B' é finito. Segue-se que há $B' \subseteq B$ finito tal que $a \in B'$. Por conseguinte, pela transitividade, há $B' \subseteq C$ finito tal que $a \in Cn(C)$. Logo, pelo axioma 3, obtemos $Cn(C)$. QED

$[TAR]$ $\boldsymbol{Corol}$***ário.*** (I) Se $B \subseteq Cn(C)$, então $Cn(B) \subseteq Cn(C)$.

---

[21] Nesse vetor, como chama atenção Tarski (1956b, p. 31), é possível suprir esse conjunto de axiomas básicos com um segundo grupo de axiomas, sendo estes axiomas especiais – ou específicos – adicionados aos primeiros, com a finalidade de determinar o sistema dedutivo específico – no caso particular de Tarski o segundo grupo de axiomas determinam o cálculo sentencial (Cf. TARSKI, 1956c).

[22] As demonstrações completas serão omitidas – *in contrarium*: quando for informativo para os fins do trabalho –, pois os objetivos deste trabalho são simplesmente expositivos. As demonstrações podem ser encontradas nos trabalhos de Edélcio de Souza (2001), Edélcio de Souza e Patrícia Velasco (2002), Velasco (2004).

(II) $Cn(B) \subseteq Cn(A \cup B)$

$[TAR]$ $\boldsymbol{Propos. 2}$. $Cn(B \cup C) = Cn(B \cup Cn(C)) = Cn(Cn(B) \cup Cn(C))$

$[TAR]$ $\boldsymbol{Propos. 3}$. *Se* B é finito e $B \subseteq Cn(C)$, então há um conjunto A finito tal que $A \subseteq C$ e $B \subseteq Cn(A)$.

$[TAR]$ $\boldsymbol{Propos. 4}$. Seja $R \subseteq \wp\ (\boldsymbol{S})$ uma classe que satisfaz a seguinte condição: (α) para toda subclasse finita L de R existe um conjunto $Y \in R$ tal que $\bigcup_{X \in L} X \subseteq Y$. Então, temos que $Cn(\bigcup_{X \in R} X) = \bigcup_{X \in R} Cn(X)$.

$[TAR]$ $\boldsymbol{Corolário}$. Seja $R \subseteq \wp\ (\boldsymbol{S})$ uma classe que satisfaz a seguinte condição: (β) $R \neq \emptyset$ e para quaisquer dois conjuntos V e Z tal que $V, Z \in R$, ou $V \subseteq Z$ ou $Z \subseteq V$. Então, $Cn(\bigcup_{X \in R} X) = \bigcup_{X \in R} Cn(X)$.

A partir do sistema apresentado, que toma os conceitos de sentença e CnL como primitivos, podemos definir quase todos os conceitos da Metamatemática, como é o caso do conceito de sistema dedutivo fechado – também chamado sistema fechado à dedução. Agora podemos determinar rigorosamente, seguindo Tarski (1958d, p. 69-70), o conceito de sistema dedutivo fechado, isto é, um conjunto que inclui todas as suas consequências lógicas. Chamemos, então, um sistema dedutivo fechado de *teoria*. Assim, tomando um conjunto X tal que $X \subseteq \boldsymbol{S}$, temos que X é uma teoria *sse* $Cn(X) \subseteq X$. Disso se segue pela autodedutibilidade do Axioma 1 a seguinte definição de *teoria*:

$[TAR]\boldsymbol{Def. 1}$. X é uma *teoria sse* $X = Cn(X)$.

Segue-se facilmente de $\boldsymbol{Def. 1}$ o seguinte resultado:

$[TAR]\boldsymbol{Propos. 5}$. $Cn(X)$ é uma teoria e é a menor teoria que inclui X [Def. 1, Ax. 2].

De $\boldsymbol{Propos. 5}$., uma vez que $Cn(X)$ é o menor sistema fechado de X e $Cn(\emptyset)$ é o menor sistema em geral, temos que $Cn(\boldsymbol{S})$ é o maior de todos os sistemas.

$[TAR]\boldsymbol{Propos. 6}$. Se R é uma família de teorias e $R \neq \emptyset$, então $\bigcap R$ é uma teoria.

Pela $\boldsymbol{Propos. 6}$, vemos que a intersecção de teoria é uma teoria. Logo, a intersecção corresponde a um sistema dedutivamente fechado. Todavia, o mesmo não se dá com a união, pois nem sempre a união de teorias resulta em uma teoria. Tendo isso em vista, a seguinte proposição determina uma condição suficiente para que a união de teorias seja também um sistema dedutivamente fechado, i.e., uma teoria:

$[TAR]$ $\boldsymbol{Propos. 7}$. Se R é uma família de teorias e satisfaz a condição (α) da $\boldsymbol{Propos.}\ 4$, então $\bigcup_{X \in R} X$ é uma teoria. [23]

Outro conceito que podemos definir aqui é o conceito de equivalência lógica entre conjuntos de sentenças. Em termos informais, podemos dizer que os conjuntos X e Y são logicamente equivalentes *sse* as consequências destes conjuntos coincidem[24]. Neste sentido, temos a seguinte definição de equivalência:

$[TAR]$ $\boldsymbol{Def.2.}$ X é equivalente a Y *sse* $Cn(X) = Cn(Y)$.

Outro resultado central no domínio da Metamatemática obtido a partir do sistema aqui exposto é a definição de consistência ou simplesmente de conjuntos consistentes[25]. Este conceito é simplesmente fundamental para as disciplinas que se relacionam com sistemas dedutivos. Aqui pode-se dizer, em termos informais, que um conjunto X é *consistente* na medida em que não corresponde – ou não equivale – ao conjunto de todas as sentenças, a saber: ao conjunto $\boldsymbol{S}$. Portanto, levando em conta o axioma 1, temos também que o mesmo vale para o conjunto das consequências do conjunto, $Cn(X)$. *In contrarium*, temos o caso de inconsistência, ou seja, caso X contenha todas as sentenças. Assim, temos a seguinte definição:

$[TAR]$ $\boldsymbol{Def.3.}$ X é consistente *sse* $Cn(X) \neq \boldsymbol{S}$.

O estudante de lógica contemporâneo, habituado a *textbooks* atuais, pode acabar por estranhar tal definição. Nesses contextos, é comum definir consistência do seguinte modo: um sistema ou teoria T, em que a linguagem inclui o símbolo de negação $\neg$, é consistente *sse*, para uma fórmula qualquer $\alpha \in T$, não é o caso que $\vdash_T \alpha$ e $\vdash_T \neg\alpha$. Aqui se observa que, a partir de $\boldsymbol{Def.3}$, inconsistência e trivialidade[26] são implicitamente fundidas – ou ao menos indiscerníveis segunda a definição. Tendo isso em mente, o seguinte comentário é esclarecedor:

> Deve-se notar que a definição de Tarski para conjuntos consistentes difere da usual, segundo a qual um conjunto de sentenças é dito consistente se e somente se para toda sentença é impossível que esta e a sua negação pertençam às conseqüências do mesmo. Portanto, a definição tarskiana possui caráter mais geral, dado que o conceito de negação não é pressuposto – podendo (como agora) ser aplicada às disciplinas dedutivas que prescindem do conceito de

[23] Sobre $\boldsymbol{Propos.7:}$ "A condição acima enunciada para a união de teorias é suficiente, mas não necessária. No entanto, se restringirmos o sistema lógico para aqueles que pressupõem o cálculo proposicional clássico e assumirmos que a classe R é finita, então obtemos o seguinte resultado atribuído a Lindenbaum: se $\bigcup_{X \in R} X$ é teoria então a classe R satisfaz a condição (α) da proposição 4 e R é uma família de teorias." (VELASCO, 2004, p. 354).

[24] "A importância do conceito de equivalência reside no fato de que quase toda propriedade a ser considerada aqui se aplica a todos os conjuntos equivalentes a um dado conjunto A sempre que esta mesma propriedade se aplica a A." (VELASCO, 2004, p. 354).

[25] Sobre a importância deste conceito de equivalência bem como do conceito de completude a seguinte passage é clara: "The concepts of consistency and completeness, with which we are concerned in this and the next sections, are among the most important concepts of Metamathematics; around these concepts is centred the research which is carried on today within special metadisciplines." (TARSKI, 1956d, p. 90).

[26] Faço uso aqui da noção comum de trivialidade: dada uma linguagem L e uma teoria T, T é trivial se, e somente se, para qualquer $\alpha \in L(T)$, $\vdash_T \alpha$. Mais sobre isso veja as considerações de Carnielli e Marcos (2001).

> negação ou que a negação não se comporta classicamente como no caso das lógicas paraconsistentes. É interessante dizer, contudo, que as definições mencionadas são equivalentes para as disciplinas baseadas no sistema ordinário do cálculo sentencial clássico. (VELASCO, 2004, p. 355)

Disso temos o seguinte resultado para os conjuntos consistentes:

[TAR] $\boldsymbol{Propos.8.}$ O conjunto A é consistente *sse* todo subconjunto finito de A é consistente.

Dado a $\boldsymbol{Propos.7,}$ podemos obter um outro resultado relacionada a consistência, a saber: a condição suficiente para que a união de conjuntos consistentes seja igualmente consistente, uma vez que se leva em conta que a mera união de conjuntos consistentes não garante a consistência do outro conjunto formado. Assim, temos:

$[TAR]$ $\boldsymbol{Propos.9.}$ Se R é uma família de conjuntos consistentes e satisfaz a condição (α) de $\boldsymbol{Propos.4,}$ então $\bigcup_{X \in R} X$ é consistente.

A próxima definição a ser estabelecida, já mencionada, também possui um papel fundamental na Metamatemática, sendo esta a definição do conceito de conjunto completo. Em termos informais, um conjunto X é completo *sse* ocorre que "para todo conjunto consistente do qual este primeiro é subconjunto, tem-se que tais conjuntos são equivalentes" (VELASCO, 2004, p. 355).

$[TAR]$ $\boldsymbol{Def.4.}$[27] X é completo *sse*, para todo Y consistente que inclui X, $Cn(X) = Cn(Y)$.[28]

Por conseguinte, chegamos a outro resultado que se relaciona com os conjuntos dedutivamente fechados – ou teorias – completos e consistentes:

$[TAR]$ $\boldsymbol{Propos.11}$. X é uma teoria consistente e completa *sse* X é consistente e, para todo $x \in \boldsymbol{S}$, ou $x \in X$ ou $Cn(X \cup \{x\}) = \boldsymbol{S}.$

A partir das definições apresentadas podemos estabelecer um resultado Metamatemático de grande importância, a saber: o *teorema de Lindenbaum*. Tal teorema é expresso do seguinte modo:

$[TAR]$ $\boldsymbol{Teorema\ de\ Lindenbaum.}$ Se X é consistente, então existe um conjunto Y que

---

[27] "Assim como mencionado em relação à definição de consistência, a definição tarskiana de conjunto completo difere da usual, segundo a qual um conjunto é completo se e somente se para toda sentença, ou a própria sentença ou a negação desta pertencem às consequências do conjunto referido. Novamente, a definição de Tarski prescinde do conceito de negação, sendo mais geral e, contudo, equivalente à definição usual para todas as disciplinas embasadas no cálculo sentencial clássico." (VELASCO, 2004, p. 356)

[28] Contudo, como aponta os trabalhos de Velasco (2004, p. 356) bem como Edélcio e Velasco (2002, p. 118-119), dado a não operacionalidade ou funcionalidade da definição de conjunto completo, é possível oferecer uma proposição como alternativa que seja mais operacional e intuitiva, que é a seguinte:
$[TAR]\boldsymbol{Propos.10.}$ X é completo *sse*, para todo $x \notin Cn(X)$, $Cn(X \cup \{x\}) = \boldsymbol{S}$.

contém X tal que X é uma teoria consistente e completa.

Com base nessa Lógica abstrata para as ciências dedutivas (ou formais) Tarski fornece uma caracterização matematicamente rigorosa para a noção de consequência lógica dentro de um sistema dedutivo, e consiste nisso a caracterização tarskiana da consequência lógica como operador.

2.1.2 O papel da consequência lógica como operador no empreendimento teórico de Tarski

Como aponta o comentário de Tarski (Cf. nota 15), a inquirição empreendida permite tornar precisos os conceitos fundamentais da área da Metamatemática e das disciplinas dedutivas em geral. Entre estes, certamente, está a noção geral de *dedução*. Como aponta Beziau (2007, p. 4), a noção padronizada de dedução que se tinha era o que se denomina sistemas de prova no estilo de Hilbert (*Hilbert-Style proof systems*), ou simplesmente sistema de prova axiomático. Nesse vetor, percebe-se claramente que processos ou procedimentos dedutivos que ocorrem nesse tipo de sistema de prova estão claramente regidos pelos axiomas metamatemáticos apresentados anteriormente. Como diz Beziau (2007, p. 4, trad. nossa), "poder-se-ia dizer que Tarski estava neste sentido axiomatizando sistemas de prova axiomáticos".[29]

Além disso, há outra questão que se relaciona com o conceito de consequência lógica que tratarei no próximo subcapítulo: se essa noção geral de dedução ou consequência lógica apresentada é, de algum modo, independente de "regras de prova e de algum modo não-epistêmica" (PATTERSON, 2012, p. 55)[30] ou se o que temos aqui é, na verdade, uma noção geral de dedução/consequência lógica e essa noção é dependente de regras, mas que essas regras são tomadas como não-especificadas.

2.2 Consequência Lógica como noção sintática prova-teorética

No artigo "Sobre o conceito de consequência lógica" (Cf. 1956a), de 1936, Tarski apresenta inicialmente uma noção de consequência lógica mencionando certos progressos na

---

[29] Contudo, deve-se levar em contar uma ambiguidade nas duas ocorrências de 'axioma' no trecho citado: "Tarski's axioms are not axioms of a proof system, although they can be considered as such, at a more complex level. One should rather consider these axioms model-theoretically, as defining a certain class of structures" (BEZIAU, 2007, p. 4).

[30] Continua: "he [Tarski] has, it might appear, a conception of one thing following from others that isn't tied to particular "transformation rules"." (PATTERSON, 2012, p. 55).

área da lógica matemática de seu tempo. Nesse contexto, é comentado brevemente que essa noção está vinculada à prática de apresentar disciplinas matemáticas – como a Aritmética, por exemplo – na forma de teorias dedutivas formalizadas. Essa noção de consequência lógica estaria ela mesma vinculada ao que Tarski (1994) chamou de teorias dedutivas. Aqui se apresenta uma noção derivacional de consequência lógica, marcada pela centralidade da noção de *regras de inferência* ou *regras de transformação*. Essa concepção derivacional é marcada pela crença em que "estas poucas regras de inferência esgotavam o conteúdo do conceito de consequência lógica" (TARSKI, 1956a, p. 410).[31] Essa compreensão, portanto, torna-se plenamente inteligível somente no interior de um sistema dedutivo.

Uma descrição completa dessa noção de consequência lógica como parte de um sistema dedutivo é apresentado por Tarski (1994, p. 110-111) no seu livro *Introduction to Logic and to the methodology of deductive sciences*. Os componentes fundamentais de um sistema dedutivo nestes termos são os seguintes:

(a) Termos primitivos ou termos indefinidos: um pequeno grupo de expressões do sistema que se mostram imediatamente claros e que são passíveis de serem empregados sem a necessidade de explicar seus significados.
(b) Termos definidos: são expressões do sistema que têm seus significados determinados por definições, onde tal determinação é estabelecida com ajuda dos termos primitivos e outras expressões do sistema que tenham tido seus significados explicados previamente.
(c) Axiomas ou enunciados primitivos: são enunciados cujo status lógico é tomado como verdadeiro e evidente. Num sentido contrário, outros enunciados ou sentenças são aceitos como verdadeiros apenas se estabelecemos sua validade usando somente os axiomas, as definições e outras sentenças previamente estabelecidas. Sentenças com esse status lógico são chamados de teoremas, sentenças provados no sistema.

É precisamente nesse último processo descrito acima que temos a noção de *prova*, *derivação* ou *dedução* no sentido derivacional mencionado – e nisso consiste a noção

[31] Cabe mencionar aqui que essa compreensão sintática de consequência lógica já estava sob suspeita teórica aos olhos do lógico polonês. Isso pode ser depreendido da seguinte passagem: "The reduction of the concept of consequence to concepts belonging to the morphology of language *is* a result of the deductive method in its latest stages of development. When, in everyday life, we say that a sentence follows from other sentences we no doubt mean something quite different from the existence of certain structural relations between these sentences. In the light of the latest results of Gödel it seems doubtful whether this reduction has been effected without remainder." (TARSKI, 1956b, p. 252). Mais: no artigo "*Some observations on the concepto ω-Consistency and ω-Completeness*", em virtude de teorias ω-incompletas, Tarski poderá concluir a não-coextensionalidade entre a noção derivacional de consequência lógica e a correspondente noção intuitiva – na terminologia de Tarski.

derivacional de consequência lógica. Assim, nessa compreensão derivacional há consequência lógica $\Delta \vdash \varphi$ na medida em que φ decorre de Δ por meio de uma regra de inferência R pela qual tal fórmula se segue logicamente. Cabe mencionar novamente o quão tal compreensão de consequência lógica – como o que se chamaria *prova* hoje – é devedora do sistema de prova axiomático ao modo de Hilbert. Neste âmbito, a noção de consequência lógica como prova – e reduzida a regras inferenciais – é compreendida da seguinte maneira: A é uma consequência lógica de um sistema T se, e só se, há uma sequência $A_1, \ldots, A_n = A$, onde A_i é um axioma ou é derivada a partir de fórmulas bem formadas (fbfs) – digamos A_j e A_k tal que $j, k < i$ – anteriores na sequência por meio de uma regra de inferência – ex: *modus ponens* [32]. Tomando algumas considerações de Corcoran (1973, p. 61), denominemos '$\Longrightarrow^2$' para implicação lógica como validade e '$\Longrightarrow^3$' como implicação derivacional – uma noção prova-teorética. Deste modo, é possível dizer que se $(A \Longrightarrow^2 B)$, então é teoricamente possível que $(A \Longrightarrow^3 B)$[33]. Este seria o caso para lógicas de primeira-ordem[34].

Nisso, portanto, consistiria a compreensão da consequência lógica como conceito considerado em termos puramente derivacionais, i.e., a consequência lógica como conceito puramente prova-teorético.

2.3 Consequência Lógica como noção semântica modelo-teorética

Dada a abrangência e relevância do tópico presente para este trabalho, dividirei a abordagem do subcapítulo 2.3 de acordo com uma divisão implícita na própria estrutura do artigo de 1936 aqui analisado, a saber: (I) questões preliminares concernentes à avaliação modelo-teorética, apresentando questões metodológicas básicas e a insuficiência de outras noções consideradas – nomeadamente a noção derivacional de consequência lógica; (II) por conseguinte, apresentarei a proposta de analisar a consequência lógica em termos de satisfação e modelos, retomando também a relação desta com a noção intuitiva ou comum de consequência lógica.

2.3.1 Considerações preliminares para a noção modelo-teorética de CnL

[32] Cf. Carnielli e Epstein (2009, p. 218).
[33] 'teoricamente possível' aqui tem o sentido de possibilidade de levar a cabo uma prova, mesmo que num tempo computacional ineficiente.
[34] O caso extremo de ruptura entre $\Longrightarrow^2$ e $\Longrightarrow^3$ seria justamente os resultados dos teoremas de Gödel, pois teríamos casos onde $A \Longrightarrow^2 B$ mas $\neg(A \Longrightarrow^3 B)$.

Darei uma maior atenção e espaço à proposta de Tarski (1956a) acerca da consequência lógica apresentada no artigo anteriormente mencionado de 1936. Isso é devido a sua grande relevância na literatura sobre o assunto – bem como sua grande influência. Tendo isso em mente, pretendo discutir de forma mais detida e detalhada os passos da proposta do lógico polonês nesse artigo de 1936.

A primeira coisa a se notar na abordagem empreendida por Tarski no artigo em questão é que tal empreendimento se dá através de um duplo aspecto. Chamemos isso de abordagem duo-aspectual tarskiana. Essa abordagem consiste em tematizar o conceito de consequência lógica por meio de um duplo vetor: (a) o *conceito comum de consequência lógica*, relacionado com um conteúdo intuitivo comum ao uso do conceito – a noção intuitiva de "X se segue logicamente de Y"; (b) o conceito de consequência lógica tratado rigorosamente, com uso de métodos formais, e introduzido assim no domínio estrito das investigações formais (TARSKI, 1956a, p. 409)**.**

É possível ver nesse entrelaçamento entre análise conceitual e métodos formais indícios da abordagem filosófica de Tarski, o formalismo intuicionista. Acerca disso a seguinte passagem é esclarecedora:

> Here the aim seems to be in accord with Intuitionistic Formalism, in that the aim is to capture the content of an ordinary concept—but that we are now at some remove from Intuitionistic Formalism is indicated among other things by the fact that Tarski makes no heavy weather over explicitly characterizing the object language and the metalanguage. In part this is due to the generality inherent in the case: Tarski will show, given a definition of satisfaction, how to define a model, and in terms of that, consequence. But it is also due to the fact that assignments of semantic value will be made to do the work previously done by transformation rules. (PATTERSON, 2012, p. 182)

Levando em conta as considerações anteriores, podemos compreender que essa abordagem duo-aspectual com relação ao conceito de consequência lógica está em plena concordância com o intuicionismo formalista de Tarski.

É por meio desse duplo aspecto da consequência lógica que Tarski incialmente avalia a limitação teórica da proposta derivacional, i.e., uma proposta que tenta caracterizar a consequência lógica no âmbito da simples *derivabilidade*, pois, mesmo a nível intuitivo, fica claro que a noção derivacional claramente não parece capturar a noção intuitiva de consequência lógica – afinal, a derivabilidade está restrita a sistemas formais dedutivos.

Outro ponto teoricamente falho diz respeito aos métodos finitários no âmbito da Metamatemática e sua relação com a compreensão da consequência lógica fundada na mera derivabilidade: esta noção derivacional ou sintática no âmbito da teoria da prova já havia se mostrado insuficiente em razão das pesquisas de Tarski sobre a verdade, bem como do surgimento de teorias ω-incompletas[35]. Tarski, por sua vez, apresenta um caso particular de regra de inferência que, intuitivamente, parece válida, mas rompe essa exigência finitária – uma totalidade infinita atual[36]. Dada uma teoria mencionada por Tarski, temos que – 'P' simboliza uma propriedade qualquer –:

$A_0. 0\ possui\ a\ dada\ propriedade\ P$

A_1. 1 possui a dada propriedade P

Em geral, para toda sentença da seguinte forma:

$A_n. n\ possui\ a\ dada\ propriedade\ P$[37]

Então, teríamos a seguinte sentença universal:

$A.\ Todo\ número\ natural\ possui\ a\ dada\ propriedade\ P.$

(A), por sua vez, não pode ser provada com base na teoria apresentada por Tarski (1956a) através das regras normais de inferência da teoria. Para Tarski, isso mostraria que, nessa teoria, há lacuna teórica entre o conceito intuitivo de consequência lógica – que nos indica que (A) se segue *logicamente* de $A_0, A_1, \dots, A_n, \dots$.– e o conceito de consequência lógica que constitui a teoria formal, que radica na compreensão fundada apenas na derivabilidade. Uma tentativa de circundar tal problema seria, como aponta Tarski (1956a, p. 411), apelar para a regra de indução infinita, também conhecida como ω-*rule*. Esta regra de inferência permitiria provar (A) uma vez que se tenha demonstrado todas as sentenças $A_0, A_1, \dots, A_n, \dots$.. Contudo, esta regra é essencialmente diferente das outras regras em razão de sua natureza infinitária (Cf. TARSKI, 1956a, p 411). Tarski (1956a, p. 411-412) aponta que pode se tentar circundar casuisticamente tal problema, mas, de um modo ou de outro, seja qual for o meio de suplementação das antigas regras, o problema não é superado, tendo em vista os resultados de Gödel.

Contudo, há um problema radical concernente à compreensão intuitiva da consequência lógica e sua relação com a derivabilidade pura e simples. O seguinte comentário de Etchemendy é claro quanto a isso:

---

[35] O seguinte comentário é esclarecedor sobre sua posição acerca da insuficiência do conceito meramente derivacional ou sintático de consequência lógica: "In order to defend this view against sceptics who doubted whether the concept of consequence when formalized in this way really coincided in extent with the common one, the logicians were able to bring forward a weighty argument: the fact that they had actually succeeded in reproducing in the shape of formalized proofs all the exact reasonings which had ever been carried out in mathematics. Nevertheless we know today that the scepticism was quite justified and that the view sketched above cannot be maintained." (TARSKI, 1956a, p. 410).

[36] Um texto clássico sobre isso é o trabalho de Hilbert sobre o infinito. Para esse trabalho veja Carnielli e Epstein (2009, p. 75-91).

[37] Aqui 'n' representa qualquer símbolo que denote um número natural em um dado Sistema de números.

> It is obvious, for starters, that the intuitive notion of consequence cannot be captured by any *single* deductive system. For one thing, such a system will be tied to a specific set of rules and a specific language, while the ordinary notion is not so restricted. Thus, by "consequence" we clearly do not mean derivability in this or that deductive scheme. But neither do we mean derivability in some deductive system or other, for any sentence is derivable from any other in *some* such system.[38]

Aqui temos um problema básico, que pode ser claramente expresso através de uma paráfrase do que Hartry Field (2009) afirma a respeito da própria proposta modelo-teorética[39]: alguém não precisa aceitar um sistema de derivabilidade específico para aceitar a noção de validade, ou seja, esta é mais básica que aquela. Além disso, devemos reconhecer que, como chama atenção Etchemendy (1999, p. 3), apelar para derivabilidade em algum sistema consistente ou completo nos faria recuar novamente para a noção intuitiva de consequência lógica, visto que consistência e completude nos remete novamente para avaliação da questão de que podemos provar todos e somente argumentos *de facto* válidos – ou genuinamente válidos. Por conseguinte, temos que sistemas de dedução exigem provas externas de sua adequação ou inadequação extensional.

2.3.2 A proposta modelo-teorética de Tarski

Após tratar dessas questões, Tarski (1956a, p. 413) aponta para a necessidade de abordar a consequência lógica através de uma diferente metodologia e da aplicação de um aparato conceptual distinto do anterior. Essa mudança, todavia, não é encarada de um modo exclusivo; não se trata de eliminar a abordagem derivacional, pois esta possui sua significância na construção de teorias dedutivas – como instrumento de prova das sentenças de um sistema dedutivo. Mais: o conceito apropriado de consequência lógica (*the proper concept of consequence*), no que concerne às "considerações gerais de natureza teórica" (TARSKI, 1956a, p. 413, tradução nossa), deve ser colocado numa posição central.

Outra proposta que encontramos no trabalho de Tarski, embora normalmente seja desconsiderado, é a proposta de Carnap. Carnap teria sido o primeiro a tentar formular uma definição precisa do conceito apropriado de consequência lógica[40]. A proposta de Carnap é

---

[38] Etchemendy (1999, p. 2).

[39] "[…] by varying the definition of 'model', this approach defines a large family of notions, 'classically valid', 'intuitionistically valid', and so on***; one needn't accept the logic to accept the notion of validity***." (FIELD, 2009, p. 348, grifo nosso).

[40] Cf. TARSKI, 1956a, p. 413, notas 2 e 3. Uma exposição informativa sobre a proposta de Carnap pode ser encontrada em Patterson (2012, p. 187-193).

apresentada por Tarski (1956a, p. 413, notas 2 e 3) da seguinte maneira:

$(Def.CNP)$ A sentença X se segue *logicamente* das sentenças do conjunto K *se, e somente se*, K e $\neg X$ é *contraditório*.

O componente central da definição de Carnap é, obviamente, o conceito de contraditório. À primeira vista, diríamos que de fato este é o caso. Mas, olhando com maior cautela, chega-se à conclusão que o conceito de negação é mais fundamental nessa definição, pois o conceito de contraditório depende radicalmente do conceito de negação.

Após essas considerações, podemos adentrar propriamente na proposta modelo-teorética de Tarski. Aqui é novamente enfatizado o aspecto dual da abordagem de Tarski: um conceito intuitivo de consequência lógica e um conceito teoricamente apropriado de consequência lógica. A primeira indica uma compreensão intuitiva, enquanto que a segunda indica um tratamento teórico da primeira a fim de lhe dar uma forma rigorosa e exata em acordo com as metodologias formais (Cf. TARSKI, 1956a, p.414). O método geral empregado visa "nos permitir construir uma definição adequada do conceito de consequência para uma classe compreensiva de linguagens formalizadas"[41] (TARSKI, 1956a, p. 414, tradução nossa). Deste modo, não se trata de apresentar uma inovação, mas tornar uma noção intuitiva precisa e matematicamente tratável por meio dos recursos desenvolvidos por ele, nomeadamente o conceito de verdade – o que ele vai mencionar como sendo o método da "semântica científica" (Cf. TARSKI, 1956a, p. 414).

Deste modo, Tarski inicia sua proposta teórica realizando justamente uma delimitação dos componentes fundamentais do conceito intuitivo de consequência lógica, uma vez que "Certas considerações de natureza intuitiva formarão nosso ponto de partida"[42] (TARSKI, 1956a, p. 414). Assim, a seguinte descrição das propriedades fundamentais do conceito intuitivo de consequência lógica nos é apresentada:

> Consider any class *K* of sentences and a sentence *X* which follows from the sentences of this class. From an intuitive standpoint it ***can never happen*** that both the class *K* consists only of true sentences and the sentence *X* is false. Moreover, since we are concerned here with the concept of logical, i.e. *formal,* consequence, and thus with a relation which is to be uniquely determined by the form of the sentences between which it holds, this relation ***cannot be influenced in any way by empirical knowledge***, and in particular by knowledge of the objects to which the sentence *X* or the sentences of the class *K* refer. The consequence relation ***cannot be affected by replacing the designations of the objects referred to in these sentences by the designations of any other objects***. (TARSKI, 1956a, p. 414-415, os grifos são nossos)

[41] "[…] enable us to construct an adequate definition of the concept of consequence for a comprehensive class of formalized languages." (TARSKI, 1954a, p. 414).
[42] "Certain considerations of an intuitive nature will form our starting-point." (TARSKI, 1956a, p.414).

Por conseguinte, Tarski (1956a) nos oferece três componentes irrenunciáveis – e, portanto, necessários – que constituem o conceito intuitivo de consequência lógica, que são as seguintes notas:

(A1) Modalidade – é impossível que as premissas sejam verdadeiras e a conclusão falsa, ou: se as premissas são verdadeiras, então a conclusão deve se seguir necessariamente[43]. Em suma: há uma relação de *necessitação* entre premissas e conclusão.

(A2) Aprioricidade – a relação de consequência lógica pode ser conhecida sem auxílio de conhecimento empírico, isto é, dada a verdade das premissas é possível saber a verdade da conclusão sem apelar ao conhecimento específico dos objetos que as sentenças referem.

(A3) Formalidade – a relação de consequência lógica é determinada unicamente pela forma das sentenças que a compõem.

Todavia, cabe mencionar o seguinte: não é explicitamente apontado que tipo de análise se trata aqui. Não é de se admirar, pois há uma variedade de modos ao lidar com a metodologia de análise. Deste modo, tomemos os três modos de análise identificados por Bealey (2007, p. 197-200), a saber: a análise *regressiva*, *resolutiva- decomposicional* e a *interpretativa-transformativa*. A primeira, a análise regressiva, possui como componente essencial e diretivo a noção de basicalidade ou fundamentalidade: numa análise regressiva de X, temos a explicação

---

[43] Comumente se diz que a conclusão *dever ser* verdadeira. Isso pode gerar confusão devido à ambiguidade do escopo da necessidade, podendo ocasionar uma falácia de equívoco devido a um erro no escopo do operador. Podemos tornar isso claro com ajuda da notação da Lógica Modal:

(1) $A \supset \Box B$

(2) $\Box (A \supset B)$

Em resumo, temos o seguinte: (1) afirma a necessidade do consequente, enquanto que (2) afirma a necessidade da consequência. No caso do caráter ou força modal da consequência lógica, não se pretende afirmar (1), mas (2), portanto. Levando em conta a conversão modal entre operadores modais aléticos bem como as relações entre negação, conjunção e disjunção, pode-se ter também a formulação impossibilista – nessa mesma ordem pode se estender este procedimento para operadores modais de contingência e não-contingência:

(3) $\neg\Diamond(A \wedge \neg B)$

Nesse sentido, temos a seguinte linha de derivabilidade da caracterização do aspecto modal (SUNDHOLM, 2006, p. 251):

"*A* é verdadeiro. Logo: *B* é verdadeiro" é válido *sse*

(1) "*A* é verdadeiro **e** *B* é falso" são *incompatíveis sse*

(2) ¬◊ "*A* é verdadeiro **e** *B* é falso" *sse*

(3) □¬ "*A* é verdadeiro **e** *B* é falso" (regra de conversão de negação modal, 2) *sse*

(4) □ "**Se** *A* é verdadeiro, **então não**-(B é falso)" (equiv., 3) *sse*

(5) □ "**Se** *A* é verdadeiro, **então** B é verdadeiro" (equiv., 4).

Para uma discussão geral sobre os significados da implicação veja as considerações de Corcoran (1973).

ou explicitação de X por meio de componentes de maior inteligibilidade ou fundamentação – axiomas, princípios, leis, causas *et ita porro* – que analisam X. Na análise *resolutiva* ou *decomposicional*, por sua vez, temos como aspecto essencial – como o próprio nome aponta – a decomposição, onde uma noção ou conceito é decomposto em componentes mais simples ou primitivos. Por último, mas não menos importante, temos a análise *interpretativa* ou *transformativa*, onde um componente X – uma noção, um conceito, *et cetera* – é transposto, transformado ou traduzido para o interior de um quadra teórico (*framework*) particular. Por exemplo: a transposição ou tradução de enunciados existenciais negativos, como 'unicórnios não existem', em uma predicação de segunda-ordem, sendo compreendido que o conceito 'ser unicórnio' não tem instâncias – sendo "refrasiado" no quadro da lógica quantificacional como $\neg(\exists x)F(x)$. Qual dessas análises se aplica no caso de Tarski? Creio que estas distinções, levando em conta a influência do intuicionismo formalista, possa clarificar e tornar algumas hipóteses interpretativas mais prováveis que outras[44].

Nesse vetor, Tarski (1956a, p. 415) fornece a seguinte condição, chamada por ele de *condição* (F), como algo que condensa de forma conjuntiva os componentes essenciais mencionados anteriormente, estes sendo considerados como componentes essenciais no que diz respeito ao conceito apropriado de consequência lógica:

> (F) If, in the sentences of the class K and in the sentence X, the constants—***apart from purely logical constants***—are ***replaced*** by any other constants (like signs being everywhere replaced by like signs), and if we ***denote*** the class of sentences thus obtained from K by 'K'', and the sentence obtained from X by 'X'' then the sentence X' must be true provided only that all sentences of the class K' are true. *(TARSKI, 1956a, p. 415, grifos nossos).*

Aqui se tem como ponto basilar a operação de substituição, o que é compreendido como uma substituição permissível. Ora, caso tomemos a relação de consequência lógica como um par $\langle K, X\rangle$, então, para que se determine com precisão a permissibilidade das substituições, o que é evocado com a menção às constantes puramente lógicas, temos que determinar um conjunto de expressões variáveis e de expressões constantes ou fixas que operam sobre $\langle K, X\rangle$ na medida em que se obtém $\langle K', X'\rangle$, que é o resultado da operação de substituição apontada[45]. Como aponta Gómez-Torrente (2019), a ideia de Tarski é que um argumento logicamente correto não pode ser reinterpretado de tal modo que seja possível que as premissas sejam

[44] Patterson (2012, p. 183), por sua vez, levando em conta a crença no formalismo intuicionista, diz que o que é aqui apresentado é um critério de adequação intuitiva.

[45] Algumas considerações nessa linha são apresentadas por Etchemendy (Cf. 1999, cap. 3). Nesse tópico, é fundamental considerar o papel teórico que a satisfação desempenha na solução de alguns problemas que a proposta substitucionalista levanta.

verdadeiras e a conclusão falsa, i.e., X é uma consequência lógica do conjunto K se todas as *interpretações* em que as sentenças de K são verdadeiras também são interpretações em que X é verdadeiro[46].

Tarski (1956a, 415), por conseguinte, afirma que em (F) obtemos uma condição necessária. O que resta *sub judice* é se tal condição também é suficiente. Todavia, essa condição para Tarski é insuficiente, por duas razões: (1) a ocorrência do termo 'verdadeiro' em (F); (2) a dependência de condições extra-lógicas – nomeadamente, a questão da riqueza da linguagem investigada[47].

Inicialmente, a primeira dificuldade é circundada pelo próprio trabalho de Tarski ao definir verdade para linguagens formalizadas; já a segunda acaba por tornar a condição (F) materialmente inadequada[48] (Cf. TARSKI, 1956a, p. 415-416). Nesse sentido é apontado a solução da semântica científica:

> We must therefore look for some means of expressing the intentions of the condition *(F)* which will be completely independent of that fictitious assumption.
> Such a means is provided by semantics. (TARSKI, 1956a, p. 416)

Isso nos remete para o próprio comentário do lógico-matemático polonês de que sua proposta não era uma grande novidade, mas, na verdade, um tratamento rigoroso de um conceito intuitivamente compreendido por meio de instrumentos formais[49]. Ora, como apontado anteriormente na primeira dificuldade da condição (F), relacionada à definição do predicado 'verdadeiro' em linguagens formais, Tarski já havia mencionado certos resultados obtidos por ele no seu trabalho de 1932. É lá que encontramos tratado rigorosamente outro

---

[46] Para uma caracterização mais rigorosa da substituição na proposta de Tarski confira Ray (1999, 630-631).

[47] O seguinte comentário é esclarecedor: "Tarski notes that in order for an argument to be an instance of logical consequence it need not be sufficient that all arguments of the same form be arguments where it is not the case that the premises are true and the conclusion false. It is conceivable that one may interpret the non-logical constants of the argument by means of certain objects (individuals, sets, etc.) in such a way that the premises thus reinterpreted become true and the conclusion becomes false, and that nevertheless (some of) those objects not be denoted by non-logical constants of the language that is being considered; in such a case we would not say that the argument is an instance of logical consequence, in spite of the fact that it would satisfy condition (F)" (GÓMEZ-TORRENTE, 2019, sec. 3). Tal ponto será mais discutido no próximo capítulo, ao tratarmos de Etchemendy.

[48] "This, too, looks to be part of Intuitionistic Formalism: we have a consequence that is supposed to follow from a definition, by which the definition is to be judged. But condition (F) plays a different role from the T-sentences. The latter are such that implication of them by a deductive theory is sufficient for intuitive adequacy, while condition (F) is explicitly marked as necessary but insufficient. This is part of a shift of emphasis in the article: the definition of consequence, unlike definitions in earlier papers, appears to carry the weight of conceptual analysis itself. It isn't that adding the definition brings intuitive consequences; rather, intuitive consequences are evidence that a definition that is itself intended to be analytic of the ordinary concept is in fact such." (PATTERSON, 2012, p. 184).

[49] "What is new to Tarski's proposal is that he makes precise the idea using the apparatus he had developed for the mathematical characterization of satisfaction and truth." (GÓMEZ-TORRENTE, 2019)

conceito semântico indicado implicitamente na passagem acima, a saber: a noção de $satisfação$. Mais expressamente, Tarski (1956a, p. 416) qualifica de $uma\ satisfação\ de\ uma\ função\ sentencial$. Assim, tomando o caso mais simples, temos: uma constante individual a satisfaz a função sentencial 'x é $um\ homem$' se, e só se, a é um homem[50]. Por conseguinte, é possível dizer, em termos gerais, que uma interpretação satisfaz uma função sentencial X *se, e só se,* tal interpretação satisfaz uma formula funcional X concernente a toda sequência[51]. É a partir do conceito de satisfação que se pode dar um tratamento adequado e rigoroso à noção que se tornará fundamental para sua proposta, que é a noção de $modelo$. Isso se dá porque o conceito de modelo pode ser definido em termos de satisfação (Cf. TARSKI, 1956a, 416). De igual modo, e aplicando as considerações anteriores, Tarski (1956a, p. 416-417) oferece uma definição de modelo de um conjunto de sentenças como uma sequência arbitrária de objetos que satisfaça todas estas sentenças – ou, como na terminologia de Tarski, todas as funções sentenciais. Por conseguinte, o lógico polonês apresenta sua definição modelo-teorética de consequência lógica[52]:

$(Def.ConT)$ A sentença X se segue logicamente das sentenças do conjunto K se, e somente se, todo modelo do conjunto K é também modelo da sentença X.[53]

Apresentada sua proposta, Tarski (1956a, p. 417-418) apresenta certas consequências consideradas como resultados virtuosos da proposta fornecida: (I) pode ser provado, com base na definição fornecida, que toda consequência lógica de sentenças verdadeiras deve ser verdadeira; (II) a relação de consequência lógica que vale entre determinadas sentenças é *completamente independente* do sentido – ou valor semântico – das constantes extra-lógicas que ocorrem nessas sentenças. Acerca disso, Tarski (1956a, p. 417) comenta – e esta é uma passagem muito discutida na literatura – que a condição (F) é necessária se a sentença X se segue das sentenças do conjunto K. Todavia, a condição não é suficiente – o conceito de consequência aqui definido é independente da riqueza expressiva da linguagem objeto.

Outro ponto mencionado por Tarski (1956a, p. 417-428), talvez como evidência do poder

---

[50] "Tarski introduces the notion of a *sentential function*. A sentential function *S′* of a sentence *S* is the result of uniformly replacing the non-logical constants appearing in *S* with corresponding variables of suitable types (and different from the variables already existing in the language)." (GOMÉZ-TORRENTE, 2019).
[51] Apresentar o conceito de satisfação em sua plena generalidade iria nos tomar um espaço indevido. Em virtude disso, remeto diretamente para as considerações de Tarski (1956b). Uma apresentação e discussão geral sobre a noção de satisfação em Tarski pode ser encontrada em Kirkham (2001, p. 150-158), Haack (2002, p. 149-156), Soames (1999, p. 71-82); Meurer (2013, 188-198) e Gómez-Torrente (2019).
[52] Se essa proposta modelo-teorética está em igualdade com as propostas modelo-teoréticas contemporâneas é um outro tópico. Etchemendy (1988a), por exemplo, apresenta objeções à essa tese que iguala as propostas modelo-teoréticas atuais e a de Tarski.
[53] Cf. TARSKI, 1956a, p. 417.

explicativo da sua proposta, é que a abordagem modelo-teorética apresentada é capaz de englobar a proposta de Carnap. Isto pode ser feito do seguinte modo: um conjunto de sentenças Γ é contraditório se não possui modelos – diríamos hoje que Γ é *insatisfatível*. Contudo, seguindo a proposta do círculo de Viena, nomeadamente Carnap e Wittgenstein (1961), no *Tractatus*, onde se compreende as sentenças da lógica como triviais, Tarski (1956a, p. 418-419) apresenta também sua formulação de analítico, a saber: um conjunto de sentenças Γ é analítico se todas as sequências de objetos são modelos de Γ.[54]

Como pontos finais, Tarski (1956a, p. 419-420) observa certos problemas em aberto, i.e., questões teoricamente não resolvidas no interior do tópico tratado. Um tópico fundamental mencionado pelo lógico polonês é a questão da compreensão, na sua terminologia, entre os termos lógicos e extra-lógicos – este tópico aliás é retomado nas tentativas de responder as objeções à proposta de Tarski, como teremos oportunidade de examinar. O problema aqui é que, para Tarski (1956a), no contexto do artigo de 1936, não há um fundamento objetivo que permita estabelecer uma distinção clara entre os dois grupos mencionados (Cf. TARSKI, 1956, p. 418-419). Isso torna obscuro o que pode se considerar como *consequência formal* e *consequência material*[55]. Tarski termina seu artigo apontando a relação desses últimos tópicos, nomeadamente o conceito de analítico e o conceito de *tautologia*, ou seja, a compreensão em torno de Wittgeinstein (Cf. TLP, 6.11)[56] e do círculo de Viena que afirmam que certos enunciados não dizem nada sobre a realidade – e são essas as *tautologias*. Esse tópico nos remete para a questão das constantes lógicas, seu estatuto ontológico e, em última instância, para a própria natureza da lógica.

Por fim, é possível se perguntar sobre os antecedentes e influenciadores da proposta

---

[54] Para alguns comentários marginais sobre isso veja as considerações de Tarski (1956a, p. 418).

[55] Sobre esse tópico, Tarski (1956a, p. 419) faz um comentário marginal justapondo as condições de equivalência para a consequência derivacional ou sintática, a consequência formal e a consequência material, que é a seguinte: tomemos uma conjunto de sentenças K e uma sentença X, que se segue de K. Assumamos que K consista de um número finito de sentenças, $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ e denotemos por Z o condicional tal que $Z = (Y_1 \wedge Y_2 \wedge \ldots \wedge Y_n) \supset X$ – ou seja, Z tem como antecedente as conjunções das sentenças $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ e consequente X. Com base nisso, Tarski (1956, p. 419, n. 1) aponta que se pode estabelecer as seguinte equivalências – tomo o símbolo '$\Longleftrightarrow$' aqui como equivalência metalinguística correspondente a *sse* –:

X é logicamente derivável de $K \Longleftrightarrow Z$ é logicamente derivável (derivável a partir dos axiomas da lógica).
X se segue formalmente de $K \Longleftrightarrow Z$ é analítico – ou seja, satisfeito em todos os modelos.
X se segue materialmente de $K \Longleftrightarrow Z$ é verdadeiro.

Também é discutida uma proposta de equivalência relativizada a classes determinadas pelas quais se pode definir de forma coincidente com as equivalências apresentadas acima.

[56] É preciso se levar em conta que a compreensão de "mundo", ou "realidade", no *Tractatus*, é influenciada fortemente pela tradição empirista, nomeadamente humeana. Por isso, enunciados sobre o mundo são restritos aos tipos de sentenças contingentes – contingente no sentido semântico do *Tractatus*. Cf TLF, 2.21, 4.06. Ver também as considerações de Barroso (2014).

fornecida por Tarski. Autores, como Patterson (2012), tentam retraçar aspectos da proposta de Tarski ainda na escola de Lvov-Warshaw, tanto no que concerne à escola polonesa quanto à proposta de Carnap sobre a consequência na sintaxe lógica[57]. Esse tópico nos levaria para além da minha possiblidade e para fora dos propósitos do trabalho.

No capítulo seguinte veremos a contraparte crítica em relação à proposta tarskiana. Tentarei esboçar e analisar uma das críticas mais agudas à proposta de Tarski na literatura recente: a análise crítica geral de John Etchemendy (1999).

2.4 Síntese do capítulo

Foi apresentado três tratamentos teóricos da consequência lógica pelo lógico-matemático polonês Alfred Tarski. Neste capítulo, vimos que, para Tarski, é possível tratar a relação de consequência lógica como um operador lógico primitivo axiomaticamente explicitado, como regras estruturais de inferências dentro de um sistema dedutivo específico ou, finalmente, por meio da abordagem modelo-teorética, que apresenta um tratamento geral da consequência lógica a partir da semântica científica – o que viria a constituir a teoria dos modelos – fazendo uso da noção de satisfação. Esta última, sem dúvida, com suas devidas modificações, se constituiu como um tratamento amplamente aplicado na literatura de lógica matemática.

Contudo, deve se ter em mente que Tarski estava ciente da limitação da proposta modelo-teorética da consequência lógica, mesmo que esta fosse capaz de dar uma resposta satisfatória para a solução do problema de "uma definição materialmente adequada do conceito de consequência" (TARSKI, 1956a, p. 418, tradução nossa). Para Tarski, como mencionado, um problema fundamental relacionado com este último era, justamente, o problema da divisão entre os termos lógicos e extra-lógicos – ou o problema das constantes lógicas. Disso se seguia o problema sobre o status teórico das constantes lógicas: teriam estas um caráter variável ou fixo? Portanto, podemos perceber que Tarski estava ciente de certos déficits explicativos de sua proposta. Todavia, esta situação, para Tarski, era minimamente tolerável, embora soubesse da carência explicativa da abordagem modelo-teorética apresentada, como aponta o seguinte comentário:

> This situation is tolerable because, as Tarski says in a letter of 1944, "it is clear that for all languages which are familiar to us such definitions [of 'logical term' and 'logical truth'] can be given (or rather: have been given); moreover, they prove fruitful, and this is really the most

[57] Sobre isso veja as considerações de Patterson (2012, p.184-185, p. 187-193).

> important. We can define 'logical terms', e.g., by enumeration" (Tarski 1987, p. 29). But since the division is not based on a previous characterization of logical terms generally applicable to arbitrary languages, to that extent the definition of logical consequence is not fully general, and hence unsatisfactory. In the final paragraph of the consequence paper Tarski says that a positive solution to the problem would "enable us to justify the traditional boundary between logical and extra-logical expressions" (Tarski 1983c, p. 420). In fact, this is the boundary which for Tarski is "underlying our whole discussion". (GÓMEZ-TORRENTE, 2019, sec. 4).

Não obstante sua grande aceitação e extensa aplicabilidade, as aberturas e carências teóricas da proposta modelo-teorética, inclusive sobre pontos mencionados pelo próprio Tarski, como o problema dos termos lógicos, permitirão o surgimento de críticas à analise modelo-teorética da consequência lógica. Como veremos no capítulo seguinte, uma proposta de crítica ao tratamento modelo-teorética que tomou grande repercussão na literatura recente, nomeadamente na década de 1990, foi justamente o trabalho do já mencionado John Etchemendy (1999). Sendo este o caso, tentarei apresentar rigorosamente as objeções de Etchemendy no próximo capítulo para que possamos avaliar criticamente a proposta de Tarski, e também, por meio disso, estabelecer o *status quaestionis* no que diz respeito à consequência lógica a partir das discussões acerca da proposta modelo-teorética. A partir das deficiências apontadas por Etchemendy – algumas já antevistas nos trabalhos de Tarski[58] – poderemos estabelecer um terreno de base para avançarmos na compreensão e teorização subjacente ao que constitui a consequência lógica.

[58] O trabalho basilar de Tarski (1980) sobre as noções lógicas será de grande importância para as discussões posteriores.

3 *SED CONTRA* À CONSEQUÊNCIA LÓGICA MODELO-TEORÉTICA: AS OBJEÇÕES DE ETCHEMENDY

A análise empreendida por Tarski, fixada na abordagem modelo-teorética da consequência lógica – bem como da verdade lógica –, tomou um lugar canônico na literatura especializada[59]. Esse lugar canônico, por sua vez, sofreu objeções fortes por John Etchemendy (1999) – ou pelo menos certa compreensão redutiva da análise que é imputada a Tarski.

O ponto inicial e mais geral aqui é o seguinte: Ethemendy (1999, p.1) afirma acerca da análise de Tarski que esta tomou o lugar do analisado, i.e., a análise eclipsou o seu próprio *analisandum* no decorrer da sua influência no âmbito da pesquisa em lógica matemática. Isso se deu na medida em que se perdeu a noção intuitiva de consequência lógica (CLI), bem como a relação desta com a consequência lógica modelo-teorética (CLMT). Deste modo, segundo Ethemendy (2008, p. 264), o erro da análise de Tarski reside, num primeiro momento, numa confusão conceptual. Tal confusão conceptual é expressada por meio de uma analogia médica: trata-se de uma confusão dos sintomas da consequência lógica com suas causas. Reconhecendo este erro conceptual, chega-se, segundo Etchemendy, a compreender claramente o erro da adequação extensional[60]. O seguinte trecho é sintomático da posição geral de Etchemendy acerca disso:

> The common mythology is that the Tarskian definition is important because we have an independent, conceptual assurance of its extensional adequacy, and this allows us, among other things, to prove the extensional adequacy of other characterizations of consequence, such as our system of deduction. (ETCHEMENDY, 2008, p. 275)

Nestes termos, é sustentado por Etchemendy (1999, 2008) (1) que a análise de Tarski é conceptualmente inadequada, uma vez que esta análise não é adequada no que diz respeito às propriedades lógicas intuitivas – veremos mais à frente no que elas consistem –; (2) a análise de Tarski é também extensionalmente inadequada, pois, dado que se trata de uma análise redutiva, ela acaba por gerar problemas de *overgeneration* – há a possibilidade de argumentos

---

59 “The highest compliment that can be paid the author of a piece of conceptual analysis comes not when his suggested definition survives whatever criticism may be leveled against it, or when the analysis is acclaimed unassailable. The highest compliment comes when the suggested definition is no longer seen as the result of conceptual analysis—when the need for analysis is forgotten, and the definition is treated as common knowledge. Tarski’s account of the concepts of logical truth and logical consequence has earned him this compliment.” (ETCHEMENDY, 1999, p. 1)

60 Once we see this conceptual mistake, the extensional adequacy of the account is not only brought into question—itself a serious problem given the role the semantic definition of consequence is meant to play— but turns out on examination to be at least as problematic as the conceptual adequacy of the analysis. To put it bluntly, the account fails both conceptually and, in most applications—in fact in virtually all applications—extensionally as well. (ETCHEMENDY, 2008, p. 264)

declarados como logicamente válidos na linguagem formal sejam, na verdade, logicamente inválidos, dada a seleção específica das constantes lógicas – ou *undergeneration* – há a possibilidade de argumentos declarados como logicamente inválidos na linguagem formal serem, na verdade, logicamente válidos, dada a seleção específica das constantes lógicas.

Contudo, antes de entrarmos na avaliação crítica propriamente dita de Etchemendy, é preciso que analisemos, primeiramente, para que certas distinções estejam claras, os seguintes tópicos: (a) em que consiste as semânticas representacional (SR) e interpretacional (SI), bem como sua relação com a proposta de Tarski; (b) os problemas dos quantificadores como *cross-terms restrictions*. Tendo explicado os problemas em torno de (a) e (b), podemos passar para os argumentos diretos de Ethemendy contra a análise tarskiana da consequência lógica em termos modelo-teoréticos.

3.1 Preliminares: Semântica Representacional (SR) e Semântica Interpretacional (SI)

3.1.1 Semântica Representacional (SR)[61]

Etchemendy (1999) considera que, para se chegar a compreender fundamentalmente a sua via argumentativa, é preciso examinar certas questões preliminares, as quais, em alguma medida, obnubilam a real compreensão da proposta de Tarski e também a sua crítica. Seguindo este ponto, e para se compreender a explicação tarskiana das propriedades lógicas, é preciso distinguir primeiramente entre a explicação tarskiana, que reside numa semântica interpretacional (SI), e uma semântica representacional (SR)[62]. Comecemos por esta última.

Para explicar tal distinção Etchemendy (1999, p. 12) faz uso de um enigma apresentado por Davidson (2001, p. 65-75) acerca da propriedade alética ‘verdadeiro’ – ou ‘ser verdadeiro’ – como propriedade de sentenças. Assim, temos $V(p)$ para ‘a sentença p é verdadeira’ – e nessa medida ‘verdadeiro’ expressa uma propriedade monádica. Por conseguinte, a propriedade alética ‘verdadeiro’ simplesmente se aplica ou não se aplica *absolutamente*[63]. Esta compreensão da propriedade alética se contrapõe em certa medida com a noção de *verdadeiro em um modelo*,

[61] A terminologia de “representacional’’ é confusa, pois, como nota Sher (1996, p. 658), o que é relevante nela é *o que* os modelos representam, e não propriamente a representação. Nessa medida, Sher adota a terminologia de “concepção metafísica” da semântica. Contudo, manterei tal terminologia aqui, por fidelidade histórica à apresentação de Etchemendy com esse devido comentário.

[62] Daqui em diante tomarei prioritariamente as abreviações SR e SI paras as respectivas abordagens semânticas do aparato formal modelo-teorético.

[63] “Absolutamente” aqui se contrapõe a “relativamente” no seguinte sentindo: dada a propriedade de ser verdade $V(\_)$, temos que a propriedade de ser verdade se aplica *absolutamente* (*simpliciter*) a uma sentença – $V(p)$ – ou relativamente – ex: segundo um modelo $\mathfrak{M} \vDash p$, onde p é verdadeiro *no modelo* $\mathfrak{M}$.

pois esta é uma noção relacional enquanto aquela é absoluta. Assim, temos a seguinte diferenciação que Etchemendy (1999, p. 13) tira de Davidson: *verdade* é, acima de tudo, uma propriedade – $V(p)$ –; verdade *em um modelo* é, acima de tudo, uma relação – $V(p, \mathfrak{M})$. Disso se segue imediatamente a seguinte questão: como a noção relacional está correlacionada com a noção monádica? Deste modo, temos as seguintes alternativas:

(i) Adquirimos acesso ao conceito monádico através de uma generalização universal do conceito relacional.

(ii) Adquirimos acesso ao conceito monádico através de uma especificação do conceito relacional, i.e., o conceito monádico é considerado com parâmetro específico fixado – o conceito monádico é o modelo "correto".

(iii) Adquirimos acesso ao conceito monádico através de uma exatidão da especificação do conceito relacional, i. e., o conceito monádico é considerado uma especificação de um modelo preciso, o modelo que representa o mundo como ele realmente é.

(iii) Explica justamente o caso de SR. O exemplo clássico disso é a semântica de *verdade em uma linha*, a semântica das tabelas de verdade. Nesta semântica temos o seguinte: dado uma sentença 'p' como 'a neve é branca', temos uma distribuição combinatória das atribuições de seus possíveis valores de verdade $\{0,1\}$, e isso nos fornece as linhas em que nossa sentença deve receber 1 ou 0, onde 1 e 0 representam verdadeiro e falso, respectivamente – para o caso de sentenças complexas se faz uso da aplicação de tabelas recursivas[64]. Mas o ponto fundamental é o seguinte: a verdade relacional ("relativa") e a verdade monádica ("absoluta") estão unidas justamente na linha do modelo que representa *acuradamente* o mundo: nesse caso, a linha do modelo em que $V(p) = 1$, i.e., quando a neve é *realmente* branca[65]. A seguinte apreciação de Etchemendy é informativa acerca desse caráter de acurácia entre modelo e mundo:

> If *truth* is to be *truth in* some specific row, then clearly the first row of our sample table must be the "right" one. But it is equally clear that this observation does not provide any account of the link between our theory of relative truth and the ordinary, monadic concept from which we pirate the name. To provide such an account we must explain how the first row, so to speak, *comes to be* the right row. (ETCHEMENDY, 1999, p. 17)

---

[64] Para o caso da negação temos o seguinte: Se $V(p) = 1$, então temos que $V(\neg p) = 0$. Se $V(p) = 0$, então temos que $V(\neg p) = 1 -$ Isso assumindo a compreensão clássica da negação.

[65] Para ver uma análise de uma tabela de verdade segundo as considerações de SR veja as considerações de Etchemendy (1999, p. 15-17).

Disso se segue que a verdade da sentença depende basicamente de dois parâmetros: a linguagem e o mundo[66]. É devido à linguagem que uma sentença ‘p’ significa o que significa, ao passo que é devido à realidade que a neve é branca – logo, poderíamos ter que: (i) se ‘p’ tivesse outro significado, então poderíamos ter que $v(p) = 0$ [67]; (ii) se a realidade fosse tal que ocorresse de a neve não ser branca, então teríamos que $v(p) = 0$[68]. Assim, o modelo de tabelas expressa justamente a alternativa (ii) onde a linguagem é mantida fixa e se tem enunciados modalmente orientados acerca dos valores de verdade das sentenças visadas – e absolutos, pois expressam possíveis parâmetros acurados do mundo. Nestes termos, temos a seguinte avaliação da abordagem de SR e como se dá a relação entre os parâmetros linguísticos e ontológicos na abordagem SR:

> When we view a particular theory of relative truth as explicating “x is true in *W”,* we see it as providing an account of how the *world* wields its influence on the truth values of sentences within a *fixed* language. If characterizing this influence is the aim of our relativized theory of truth, then I will say we are engaged in *representational semantics.* (ETCHEMENDY, 1999, p. 20)

Deste modo, tomando o caso do modelo de tabelas de verdade, temos uma estrutura que explicita como a verdade pode ser afetada por mudanças no mundo/realidade por meio da representação dessas mudanças nas linhas da tabela. Portanto, em uma abordagem de SR temos o traço distintivo de que modelos representam possíveis configurações de como o mundo pode estruturalmente ser[69] e como estas configurações são relevantes para os valores de verdades das sentenças da linguagem, onde esta é mantida fixa – isto é, o significado dos componentes da linguagem expressa o que atualmente os componentes significam e estes não estão sujeitos a variação através das possíveis configurações possíveis[70]. Similarmente, temos a orientação teórica de SR pelo seguinte critério:

---

[66] Nesse sentido Etchemendy (1999, p. 18).

[67] Sobre (i): “In the first place, we can view our theory of truth in a row as explicating the relation “x is true in L” for a limited, though nontrivial range of languages *L.* From this perspective, we would assume that any extralinguistic fact that might influence the truth value of sentences—say, the color of snow or roses—is held fixed; our concern is not with changes in the world.” (ETCHEMENDY, 1999, p. 18)

[68] Sobre (ii): “Here we view our theory as, throughout, a theory of truth for *English,* or for some fragment thereof. Our aim is to explicate the relation *“x* is true in *W,”* where “*W*” ranges over various intuitively possible configurations of the world, the world our language describes. Thus, the first row of our table is “right” just because snow really *is* white and roses are indeed red. From this perspective, the move to the third row involves no change in meaning; that row would have been “right” simply had snow not been the color it is.” (ETCHEMENDY, 1999, p. 19).

[69] “In a representational semantics the class of models should contain representatives of *all* and *only* intuitively possible configurations of the world.” (ETCHEMENDY, 1999, p. 23)

[70] “The idea *of metaphysical* or *representational* semantics is that of a dual system whose constituents are (i) a fully interpreted language and (ii) an apparatus of models representing possible worlds, i.e., possible variations

> "[…] our definition of truth in a model is guided by straightforward semantic intuitions, intuitions about the influence of the world on the truth values of sentences in our language. Our criterion here is simple: a sentence is to be *true in* a model if and only if it *would have been true* had the model been accurate—that is, had the world actually been as depicted by that model." (ETCHEMENDY, 1999, p. 24)

Contudo, o ponto fundamental para Etchemendy (1999, cap. 1) é chamar atenção para o fato de que a análise de Tarski da consequência lógica e de suas propriedades não envolve uma caracterização relacional de "x é verdadeiro em W", sendo W um parâmetro extralinguístico, i.e., uma possível configuração do mundo, mas uma caracterização do tipo "x é verdadeiro em L", onde L é uma classe de linguagens – ou seja, trata-se de uma SI. Cabe-nos agora analisar precisamente em que consiste uma SI e como ela é adequada, segundo Etchemendy, para a análise tarskiana da consequência lógica.

3.1.2 Semântica Interpretacional (SI) e a análise tarskiana da consequência lógica

Podemos apresentar SI inicialmente pela própria análise de Tarski. Tomemos a estrutura da consequência lógica como o par anteriormente mencionado $\langle K, S\rangle$ – ou a verdade lógica como simplesmente S – e o conjunto $\mathfrak{F}$ de termos fixos, isto é, termos invariáveis em relação à mudança interpretacional. Por conseguinte, sendo $\langle K', S'\rangle$ uma relação de consequência lógica resultante da substituição de todos os termos variáveis, temos que $\langle K, S\rangle$ é logicamente válida segundo $\mathfrak{F}$ se, e somente se, $\langle K', S'\rangle$ é satisfeito por todas as sequências[71]. Um ponto fundamental acerca disso na linha argumentativa de Etchemendy (1999, p. 31-32) é que tal explicação da consequência lógica está de acordo com a seguinte exigência, chamada de exigência de persistência:

(EPE) A propriedade de ser *logicamente verdadeiro* de acordo com um dado conjunto $\mathfrak{F}$ de termos fixos deveria persistir através de simples expansões da linguagem.

Uma possível reformulação seria a seguinte:

---

in the actual world that would affect the truth value of sentences of the language. The two are connected by (iii) a definition of truth (satisfaction) in a model." (SHER, 1996, p. 659)

[71] "Sequências" são aquilo que satisfazem funções sentenciais, sendo qualquer função que atribua um objeto para cada uma das variáveis introduzidas. Grosso modo, podemos considerá-las como um procedimento que simultaneamente opera com uma coleção de "possíveis expressões" para substituição em uma função sentencial. Para mais sobre isso vejas as considerações de Etchemendy (1999, p. 35-36).

(EPE^{*}) $\boldsymbol{O}$ [(S^{L} é logicamente verdadeira) $\Longrightarrow$ ($S^{L^{+}}$ é logicamente verdadeira)][72]

Onde '$\boldsymbol{O}$' expressa uma necessidade ou obrigatoriedade metodológica – uma exigência, portanto, algo que não se pode transgredir –, 'L^{+}' expressa o resultado da expansão da linguagem L e 'S' é uma sentença qualquer. Mais: temos também o caso da contração, ou seja, assim como 'L^{+}' expressa o resultado da expansão de L, L^{-} expressará o resultado da contração de L:

(EPC^{*}) $\boldsymbol{O}$ [(S^{L} não é logicamente verdadeira) $\Longrightarrow$ ($S^{L^{-}}$ não é logicamente verdadeiro)]

Assim, temos que se (EPC) vale – i.e., deveria ser persistente –, então (EPE^{*}) também vale – também deveria ser persistente. Em resumo: assim como a propriedade de *não ser logicamente verdadeiro* deve persistir após contrações da linguagem L, do mesmo modo a propriedade de *ser logicamente verdadeiro* deve persistir após expansões da linguagem L (Cf. ETCHEMENDY, 1999, p. 31).

Deste modo, na medida em que a proposta de Tarski é adequada a (EPE^{*}), temos que, para uma sentença qualquer S, se S é logicamente verdadeira, então permanecerá sendo logicamente verdadeira mesmo se a linguagem for expandida – ex.: ao incluir nomes ou constantes individuais (Cf. ETCHEMENDY, 1999, p. 36-37). Todavia, como vimos no capítulo anterior, Tarski (1956a), para caracterizar precisamente a relação de consequência lógica, faz uso da satisfação como fator determinante em $\langle K, S\rangle$ para um dado conjunto $\mathfrak{F}$[73]. O seguinte trecho mostra claramente a visão de Etchemendy sobre a proposta do lógico-matemático polonês:

> Then we will say that $\langle \mathrm{K}, \mathrm{S}\rangle$ is *logically valid with respect to* $\mathfrak{F}$ just in case $\langle \mathrm{K}', S'\rangle$ is satisfaction preserving on all sequences. Finally, sentence S is a *logical consequence*, *with respect to* $\mathfrak{F}$, of set K if the corresponding argument $\langle \mathrm{K}, \mathrm{S}\rangle$ is logically valid with respect to $\mathfrak{F}$. This is Tarski's definition of logical consequence. (ETCHEMENDY, 1999, p. 49).

Mais adiante ele sumariza do seguinte modo:

> The idea behind Tarski's solution is simple. If a given sentential function is satisfied by all sequences, then naturally all its permissible substitution instances will be true. (ETCHEMENDY, 1999, p. 49).

[72] Tomo o símbolo '$\Longrightarrow$' para expressar um condicional "se...então" informalmente.
[73] "Tarski's definition employs satisfaction, thereby ensuring that the consequence relation will persist through semantically well-behaved expansions of the language." (ETCHEMENDY, 1999, p. 49)

A partir desses esclarecimentos já temos o ponto de partida para a caracterização de SI e sua contraposição com SR – embora possa ocorrer eventualmente uma intersecção entre elas, ou seja, uma abordagem modelo-teorética pode ser vista de um ângulo interpretacional ou de um ângulo representacional.

O primeiro ponto que devemos notar é que SI tem uma característica primária importante: a classe de modelos nesses casos é determinada pelos domínios de satisfação escolhidos (Cf. ETCHEMENDY, 1999, p. 51). Segundo ponto: vimos que a análise tarskiana estabelece como condição para uma sentença S ser logicamente verdadeira a exigência que S' seja logicamente verdadeira também, na medida em que S' é o resultado da substituição uniforme dos componentes variáveis de S. Disso se segue que chegamos à análise lógica por um processo de conversão de S para S' através de uma substituição uniforme de cada termo variável – levando em conta o conjunto $\mathfrak{F}$ de termos fixos (ex.: $\mathfrak{F}$ com apenas negação e disjunção) – por seu valor atribuído. Feito isso, examinamos se S' satisfaz todas as sequências – se satisfaz, é logicamente verdadeira; se não, não é logicamente verdadeira. No primeiro caso, S' é preservadora de satisfação, enquanto que no segundo caso não é preservadora de satisfação. Terceiro ponto: a semântica modelo-teorética orientada de modo interpretacional toma os modelos como variando sobre todas as interpretações semanticamente bem-comportadas de algum subconjunto de expressões na linguagem (Cf. ETCHEMENDY, 1999, p. 56). Este último ponto é fundamental, e para o entendermos claramente precisamos explicar a relação entre *d-sequências* e *d-satisfações*.

D-sequências são sequências cujo domínio consistem de termos variáveis da linguagem ao invés de variáveis escolhidas, i.e., *d-sequência* é qualquer função que atribua para cada termo variável um objeto a partir da satisfação apropriada do domínio – Ex.: uma *d-seqência* atribuirá diretamente Virgílio Távora à expressão 'Gov. Távora', ao passo que uma sequência limitada atribuirá Virgílio Távora à variável escolhida 'x_1' que corresponde à expressão 'Gov. Távora'[74]. Assim, dado um conjunto de termos variáveis $\mathfrak{V} = \{a_1, \ldots, a_n\}$, uma função d e um domínio/universo do discurso $\mathcal{D} = \{d_1, \ldots, d_n\}$, temos que uma *d-sequência* representa a seguinte função: $d\colon \mathfrak{V} \longrightarrow \mathcal{D}$. Deste modo, podemos denotar o mapeamento de termo variável a para um correspondente objeto d como $d[a \longmapsto d]$.

Decorrente deste caso, podemos introduzir uma relação em paralelo com a satisfação, a saber: *d-satisfação*. Esta relação de *d-satisfação* vale entre *d-sequências* e sentenças, e diz que uma *d-sequência* f *d-satisfaz* uma sentença S se, e somente se, a sequência limitada

[74] Para uma explicação mais detida veja Etchemendy (1999, p. 53).

correspondente f^* satisfaz a função sentencial S^*. Sumarizando, podemos dizer que a *d-satisfação* expressa a condição contrafactual em que uma sentença s seria verdadeira em acordo com a interpretação fornecida pelas atribuições da *d-sequência*[75].

Portanto, a relação semântica aqui está diretamente envolvida com o valor semântico dos termos variáveis e com a interpretação atribuída aos elementos do conjunto $\mathfrak{V}$ – ao contrário de SR, onde os termos variáveis se mantém sob interpretações fixas. O seguinte comentário é tremendamente esclarecedor acerca do papel semântico-interpretacional das *d-sequências*:

> we can think of a d-sequence as providing a possible *reinterpretation* of the variable terms in our language, of the atomic expressions not currently being held fixed. From this perspective, our model theory provides a characterization of "x is true in L" for a limited range of languages L. Thus, the class of d-sequences, or models, does not encompass all *conceivable* reinterpretations of the variable terms, but instead encompasses all *semantically well-behaved* reinterpretations. (ETCHEMENDY, 1999, p. 56)

A partir dessa caracterização de uma semântica modelo-teorética interpretacional podemos compreender como uma abordagem interpretacional se diferencia de uma abordagem representacional. Esta fornece uma explicação relacional do tipo 'x é verdadeiro em W', para um mundo possível W, ao passo que aquela fornece uma do tipo 'x é verdadeiro em L', para uma linguagem L. A abordagem representacional é constituída por uma parâmetro W extralinguístico a partir da abordagem modelo-teorética, isto é, $\mathfrak{M} \Vdash p$, para um modelo qualquer $\mathfrak{M}$ e uma sentença p *sse* p teria sido verdadeiro caso a realidade tive sido atualmente tal como é configurado por $\mathfrak{M}$ (Cf. ETCHEMENDY, 1999, p. 78). A abordagem interpretacional, por outro lado, volta-se para um parâmetro de interpretação – e reinterpretação[76] – de um parte da linguagem L – os termos variáveis de L[77] –, i.e., $\mathfrak{M} \Vdash p$, para um modelo qualquer $\mathfrak{M}$ e uma sentença p, *sse* p tivesse sido verdadeiro em acordo com determinada interpretação das expressões variáveis (ETCHEMENDY, p. 78). O seguinte trecho é relevante para a questão da relação entre as duas abordagens:

> According to both views, our model theory supports certain counterfactual claims about the truth values of sentences in the language. But the counterfactual claims that emerge are strikingly different. Thus, from the

[75] "[…] d-satisfaction tells us whether a sentence *would have* been true *had* its variable terms been interpreted in accord with the assignments of the d-sequence." (ETCHEMENDY, 1999, p. 54)

[76] "[…] according to the Tarskian view these models are not meant to represent possible configurations of the world, as the representational view would have it; rather, they are meant to canvass semantically well-behaved reinterpretations of the atomic sentences of the language." (ETCHEMENDY, 1999, p. 58-59)

[77] Para uma análise contrastante e mais aprofundada entre abordagem representacional e interpretacional veja as considerações do próprio Etchemendy (1999, p. 57-64).

> *representational* perspective our semantic theory supports the claim that the sentence 'Snow is white or snow is not white' would have been true even if snow had not been white; that contingency is, after all, depicted by various of our models. However, from the *interpretational* perspective no claim is made about what would have happened to the truth value of our sentence had snow not been white. Rather, our theory supports the quite different claim that this sentence would still be true even if the component expression 'Snow is white' were somehow reinterpreted, perhaps given the interpretation presently enjoyed by the English sentence 'George Washington had a beard. (ETCHEMENDY, 1999, p. 59)[78]

Um último ponto deve ser mencionado: vimos certas notas distintivas entre a abordagem representacional e interpretacional, bem como ambas podem apresentar um certo modo de compreender o aparato formal modelo-teorético. Contudo, não se deve concluir disso que as abordagens são equivalentes, que são dois modos ou perspectivas igualmente válidas para compreender modelos. Para Etchemendy (1999, p. 63), SR e SI são empreendimentos completamente distintos, governados por padrões inteiramente distintos – o primeiro por padrões de configurações contrafactuais objetivas, não-linguísticas ou extra-linguísticas, enquanto que o segundo por padrões de possibilidades de interpretação e reinterpretação do termos variáveis de uma linguagem *L*. Mais: a intersecção entre as duas abordagens não é trivial, pois nem sempre ocorre. Este caso de intersecção entre as abordagens nem sempre se dá, i.e., nem sempre uma mesma teoria dos modelos satisfaz os objetivos de ambas as abordagens – a representacional e a interpretacional[79].

Através dessa análise das duas distintas abordagens e de como a abordagem interpretacional é adequadamente vinculada à análise de Tarski podemos dirimir, para Etchemendy[80], possíveis compreensões errôneas tanto da proposta e dos objetivos da análise de Tarski quanto das objeções apresentadas por Etchemendy. Sendo este o caso, podemos passar adiante para o busílis desse capítulo: afinal, quais os problemas centrais na proposta modelo-teorética de Tarski para Etchemendy? Quais são as razões que sustentam sua objeção contra a análise empreendida da consequência lógica? Esse será o nosso objeto de análise seguinte.

3.2 Sed contra à consequência lógica modelo-teorética

[78] Acerca da diferença das duas abordagens sobre o aparato modelo-teorético veja as considerações de Etchemendy (1999, p. 59-61, 63-64).
[79] Uma análise mais detalhada desse afastamento das duas abordagens no que se refere ao ferramental modelo-teorético está diretamente envolvido com o que Etchemendy (1999, 65-79) chama de "*cross-term restrictions*", i.e., o uso de quantificadores e seu papel modelo-teorético.
[80] "To understand Tarski's account of the logical properties, we need to distinguish clearly between it and *representational semantics."* (ETCHEMENDY, 1999, p. 12)

3.2.1 Um problema modal na explicação modelo-teorética de Tarski, ou: a falácia de Tarski

Levando em conta a análise modelo-teorética da consequência lógica de Tarski, é possível estabelecer que, considerando a distinção entre SR e SI, a análise de Tarski fornece uma explicação modelo-teorética que toma a invariância ou preservação da satisfação, dado uma escolha do conjunto $\mathfrak{F}$ dos termos fixos da linguagem como ponto fundamental. Contudo, não podemos deixar de lembrar que tal explicação tem um *analisandum*, que é o conceito intuitivo ou pré-teórico de consequência lógica, e um *analisans*, que deve capturar apropriadamente, por sua vez, os aspectos essenciais desse *analisandum*. Ora, entre estes aspectos essenciais está o caráter modal da verdade lógica – ou consequência lógica –, i.e., uma verdade lógica é necessária ou não pode ser falsa – no caso da consequência lógica, φ é uma consequência lógica do conjunto Γ na medida em que φ se segue de Γ por necessidade ou se é impossível que todas as sentenças de Γ sejam verdadeira e φ falsa[81]. Logo, temos que a exigência modal é uma condição necessária da consequência lógica, e, portanto, temos que

$$\Diamond\{(\forall k)[(k \in K) \longrightarrow (V(k) \wedge \neg S)] \longrightarrow [\neg Cn(S, K)]\}$$

i.e., se é possível que os membros de K sejam verdadeiros enquanto que S seja falso, então S não é uma consequência lógica de K. Deste modo, Etchemendy estabelece o seguinte ponto:

> [...] an account of consequence will indeed capture an essential feature of our pretheoretic notion if it offers some guarantee that arguments declared valid display the distinctively modal feature invariably attributed to such arguments. We need not be too concerned about the exact nature of this modality; (ETCHEMENDY, 1999, p. 82)

[81] Se poderia discutir aqui sobre os diversos tipos de necessidade, mas isso seria contraproducente e fora de propósito para os fins do capítulo. Todavia, cabe ressaltar o seguinte: qualquer que seja a discussão da origem dessa necessidade, seja linguístico-semântica, metafísica ou algo primitivo, penso que pode se estabelecer como condição mínima que a necessidade lógica é algum tipo de necessidade objetiva (Cf. WILLIAMSON, 2016), e não epistêmico-subjetiva, ou seja, uma determinada sentença modal de natureza lógica $\Box\varphi$ é objetiva na medida em que tal fórmula não é dependente de qualquer atitude epistêmica, doxástica ou uma outra atitude psicológica qualquer. Assim, o que um agente atual ou hipotético A atualmente saiba acerca de tal proposição não importa para o estatuto alético da própria proposição modal, i.e., se o princípio da não-contradição é logicamente verdadeiro – e, portanto, necessariamente verdadeiro –, então o é assim independente de que um agente saiba disso. Em sentido análogo, embora seja metafisicamente necessário que Hésperos é Fósforos, não é epistemicamente necessário que Hésperos é Fósforos. Enquanto que a primeira não é sensitiva a possíveis deficiências de natureza epistêmico-doxástica, a segunda é – basta que um agente não saiba que Hésperos, a estrela vespertina, e Fósforos, a estrela da manhã, são, *de facto*, o mesmo planeta, a saber: Vênus.

Outro ponto, de natureza mais epistêmica, é que a verdade das premissas *garante*, de algum modo, a verdade da conclusão. Disso se segue a segunda exigência de Etchemendy (1999, p. 83): esse aspecto epistêmico da garantia é um componente central do conceito intuitivo ou pré-teórico da consequência lógica.[82]

Assim, surge o problema da interação apropriada entre consequência lógica tarskiana – notação: Cn^{Tk} – e consequência lógica intuitiva ou pré-teórica – notação: Cn^{It} (Cf. secção 2.3) – dada uma determinada escolha do conjuntos $\mathfrak{F}$ dos termos fixos. É aqui que entra a objeção de Etchemendy (1999, p. 85-94), chamada de *falácia de Tarski*. A objeção estabelece as seguintes cláusulas de interação entre Cn^{Tr} e Cn^{It} do seguinte modo:

$(It\text{-}Tr)$ $\quad Cn^{It}(S,K) \longrightarrow Cn^{Tr}_{\mathfrak{F}}(S,K)$

$(Tr\text{-}It)$ $\quad Cn^{Tr}_{\mathfrak{F}}(S,K) \longrightarrow Cn^{It}(S,K)$

Se mostramos que $(It\text{-}Tr)$ e $(Tr\text{-}It)$ são o caso, então temos um resultado ainda mais forte:

(L) $\quad Cn^{It}(S,K) \leftrightarrow Cn^{Tr}_{\mathfrak{F}}(S,K)$

Ora, quando usamos a proposta tarskiana avaliamos por absurdo uma consequência lógica do seguinte modo: supomos que $\neg Cn^{Tr}_{\mathfrak{F}}(S,K)$. Logo, para algum $k \in K$, $v(k) = 1$ e $v(S) = 0$. Todavia, se $Cn^{Tr}_{\mathfrak{F}}(S,K)$ for, de fato, uma consequência lógica, teríamos uma contradição, pois é impossível que os membros de K sejam verdadeiros e S seja falso. Logo, teríamos uma análise que nos forneceria um instrumento de avaliação adequado em relação à cláusula $(Tr\text{-}It)$. Similarmente, por meio desse procedimento de avaliação, temos que se $Cn^{Tr}_{\mathfrak{F}}(S,K)$ e todos os membros de K forem verdadeiros, então por necessidade S será verdadeiro.

Todavia, Etchemendy (1999, p. 86-87) considera que (L) é obviamente falsa e que, portanto, há algo errado nessa explicação da interação entre a consequência lógica tarskiana e a consequência lógica intuitiva. Em torno disso está justamente a questão das escolhas dos membros do conjunto $\mathfrak{F}$, pois dependendo da escolha dos termos fixos pode haver verdades

[82] Parece-me que essa compreensão epistêmica da consequência lógica ou da verdade lógica está diretamente ligada com uma visão linguística fundada na conexão entre analiticidade– verdade em virtude somente dos termos lógicos, nesse caso – por parte de Etchemendy (1999, p. 102-103), bem como uma compreensão do conhecimento *a priori*. Retomarei depois a relação entre epistemologia da consequência lógica, analiticidade e conhecimento *a priori*.

lógicas tarskianas – ou consequências lógicas tarskianas – que não são verdades lógicas genuínas, tendo como consequência que (L) é falso. Assim, segundo Etchemendy (1999, p. 87), o problema está em pensar que de $(Tr\text{-}It)$, bem como sua universalização (todo consequência lógica tarskiana é uma consequência lógica genuína), demonstra que qualquer relação modal é válida entre as premissas e a conclusão de um argumento $\langle K, S\rangle$. Por conseguinte, para quaisquer K e S, e alguma escolha dos termos fixos do conjunto $\mathfrak{F}$, temos o seguinte:

$$(1^{c_2}) \qquad Cn_{\mathfrak{F}}^{Tr}(S,K) \longrightarrow \neg\Diamond\big[(\forall p)\big(p \in K \longrightarrow V(p) \wedge \neg V(s)\big)\big]$$

I.e., se S é uma consequência lógica tarskiana de K, então é impossível que, para todo $p \in K, p$ seja verdadeiro e S é falso. Todavia, Etchemendy (1999, p. 87) afirma que tudo o que se pode mostrar é o seguinte:

$$(2^{c_2}) \qquad \neg\Diamond\big\{Cn_{\mathfrak{F}}^{Tr}(S,K) \wedge (\forall p)\big(p \in K \longrightarrow V(p)\big) \wedge \neg V(S)\big\}$$

Disso teríamos uma falácia modal, pois da incompatibilidade conjunta em (2^{c_2}) mais a verdade de que $Cn_{\mathfrak{F}}^{Tr}(S,K)$ não se seguiria a impossibilidade em (1^{c_2}). Para tornar mais claro, coloquemos primeiramente (2^{c_2}) em termos condicionais:

$$\begin{array}{ll}
\neg\Diamond\big\{Cn_{\mathfrak{F}}^{Tr}(S,K) \wedge (\forall p)\big(p \in K \longrightarrow V(p)\big) \wedge \neg V(S)\big\} & \text{Por negação modal} \\
\hline
\Box\neg\big\{Cn_{\mathfrak{F}}^{Tr}(S,K) \wedge (\forall p)\big(p \in K \longrightarrow V(p)\big) \wedge \neg V(S)\big\} & \text{Por equivalência} \\
\hline
\Box\ \big\{\big[Cn_{\mathfrak{F}}^{Tr}(S,K) \wedge (\forall p)\big(p \in K \longrightarrow V(p)\big)\big] \longrightarrow V(S)\big\} &
\end{array}$$

Para (1^{c_2}), temos:

$$\begin{array}{ll}
Cn_{\mathfrak{F}}^{Tr}(S,K) \longrightarrow \neg\Diamond\big(\big[(\forall p)(p \in K \longrightarrow V(p)\big] \wedge \neg V(S)\big) & \text{Por negação modal} \\
\hline
Cn_{\mathfrak{F}}^{Tr}(S,K) \longrightarrow \Box\neg\big\{\big[(\forall p)\big(p \in K \longrightarrow V(p)\big)\big] \wedge \neg V(S)\big\} & \text{Por equivalência} \\
\hline
Cn_{\mathfrak{F}}^{Tr}(S,K) \longrightarrow \Box\big\{\big[(\forall p)\big(p \in K \longrightarrow V(p)\big)\big] \longrightarrow V(s)\big\} &
\end{array}$$

Assim, teríamos uma falácia modal devido a uma confusão de escopo do operador modal. Retomando (1^{c_2}) e (2^{c_2}) com as modificações acima, temos o seguinte:

$$(1'^{c_2}) \qquad Cn_{\mathfrak{F}}^{Tr}(S,K) \longrightarrow \Box\{[(\forall p)(p \in K \longrightarrow V(p))] \longrightarrow V(s)\}$$

$$(2'^{c_2}) \qquad \Box\,\{[Cn_{\mathfrak{F}}^{Tr}(S,K) \wedge (\forall p)(p \in K \longrightarrow V(p))] \longrightarrow V(S)\}$$

Observe que teríamos um caso de falácia modal clássico, que se caracteriza pela confusão entre a necessidade da consequência e a necessidade do consequente[83]. Portanto, a falácia de Tarski seria passar de $(2'^{c_2})$ para $(1'^{c_2})$. Logo, o erro de Tarski teria sido considerar que sua definição é capaz de estabelecer $(1'^{c_2})$, quando na verdade só é capaz de estabelecer $(2'^{c_2})$.

Contudo, deve se notar que os casos extremos concernentes às escolhas dos termos fixos de $\mathfrak{F}$ não podem ser considerados válidos independente da escolha de $\mathfrak{F}$. Basicamente, temos que o conjunto $\mathfrak{F}$ se mostra decisivo para a validade formal do argumento. Portanto, pode-se considerar que há certa relação entre $\mathfrak{F}$ e a propriedade fundamental de preservação de verdade por necessidade, pois podemos ter, dado determinada escolha extrema e contra intuitiva dos elementos de $\mathfrak{F}$, um argumento que é considerado logicamente verdadeiro por padrões modelo-teoréticos, mas não será genuinamente uma consequência lógica – não preserva verdade por necessidade. Similarmente para a verdade lógica: uma verdade lógica é necessariamente verdadeira. Assim, temos – $V^L(\varphi)$ como 'φ é logicamente verdadeiro – : $V^L(\varphi) \longrightarrow \Box\varphi$.

Portanto, para Etchemendy (Cf. 1999, p. 88), temos uma exigência básica, dada as propriedades essenciais do conceito intuitivo de consequência lógica – no caso aqui o caráter modal –: uma definição de verdade lógica ou consequência lógica deve, por um certo tipo de obrigação metodológica, satisfazer as propriedades essenciais do conceito intuitivo de consequência lógica – no caso aqui o caráter modal. Deste modo, teríamos para o caso tarskiano o seguinte:$V^L(\varphi) \longrightarrow \Box\varphi$.

Contudo, por definição, mesmo que o fato de uma sentença que satisfizesse a definição tarskiana de verdade lógica implicasse que essa sentença fosse necessariamente verdadeira isso não garantiria o caráter modal da verdade lógica tarskiana para Etchemendy (1999, p. 88). Logo, dada essa linha argumentativa, a proposta tarskiana seria metodologicamente falha, pois não seria capaz de dar conta das propriedades essenciais do conceito intuitivo de consequência lógica – além da questão da falácia modal. O seguinte comentário aponta justamente para esse ponto da argumentação:

> […] the proof in question does not show that every Tarskian consequence is a consequence "in the ordinary sense." It is only through an illicit shift in the

[83] Falácia já observada na lógica medieval acerca do tópico sobre o livre arbítrio e presciência de Deus, nesse caso tendo como confusão as sentenças $\Box(K_D p \longrightarrow p)$ e $(K_D p \longrightarrow \Box p)$.

> position of the modality that we can imagine ourselves demonstrating *of* any Tarskian consequence *that* it is entailed by the corresponding set of sentences. This fallacy becomes quite apparent when we consider the arguments that come out valid when we include *all* expressions in $\mathfrak{F}$. [...] the inference is no less fallacious when we only hold fixed (say) the truth functional connective. The argument does not depend on $\mathfrak{F}$ [...] (ETCHEMENDY, 1999, p. 88)

Por meio dessa crítica Etchemendy também chama atenção para a leitura epistêmica da consequência lógica, pois ele tende a assumir, de modo pré-teórico, que aquilo que constitui radicalmente a consequência lógica é que "A partir do nosso conhecimento das premissas podemos estabelecer, sem adicional investigação, que a conclusão é também verdadeira" (ETCHEMENDY, 1999, p. 89; 2008, p. 265, trad. nossa)[84]. A partir disso, Etchemendy conclui que a análise tarskiana é inadequada por ser incapaz de explicar os aspectos essenciais do conceito intuitivo da consequência lógica, tomando o aspecto modal como caso particular de objeção e o caso epistêmico como uma objeção adicional[85], i.e., nenhuma modalidade substancial se segue da definição tarskiana[86].

Contudo, deve-se ter em mente que seria uma confusão fundir a análise modelo-teorética de Tarski acerca da consequência lógica com SR, para Etchemendy (1999, p. 1995), sob pena de perda da compreensão do problema. Ora, como os modelos numa SR são possíveis configurações da estrutura do mundo ou da realidade, então é evidente a razão pela qual uma semântica desse tipo pode explicar verdades necessárias – ou mesmo, com um *upgrade* semântico e epistêmico, noções de *aprioricidade* (domínio epistêmico) e analiticidade (domínio semântico) envolvidas. Contudo, SI não tem os fins e, por conseguinte, os resultados de SR. Logo, essa confusão entre SR e SI seria uma má razão para aceitar a análise modelo-teorética de Tarski (Cf. ETCHEMENDY, 1999, p. 95). Obviamente, isso é o caso somente se se estabelece que é impossível uma análise da consequência lógica modelo-teorética que articule

---

[84] Essa caracterização de Etchemendy é perfeitamente coerente com a importância que ele dá ao papel da analiticidade na Lógica (Cf. ETCHEMENDY, 1999, p. 102-103). Essa visão parece se ter uma posição confusa entre uma concepção metafísica e uma concepção epistemológica da analiticidade para explicar a natureza da consequência lógica. Retomarei esse tópico da analiticidade e sua relação com a Lógica depois, como mencionado. Para maior esclarecimento sobre a concepção epistemológica da analiticidade veja Boghossian (2017). Para uma visão geral sobre estado da questão acerca da analiticidade veja Célia Teixeira (2015).

[85] "Etchemendy is also right that Tarski's view supports nothing of the sort. As he puts it at [Etchemendy, 2008, 267], if the validity of an argument comes down to nothing more than the material validity of its variants under uniform substitution of non-logical vocabulary (or, more generally, Tarski's treatment of this in terms of assignments to substituted variables), then we have no alethic modality, since it may simply be accidentally true that there are no such variants with true premises and a false conclusion, and we have no epistemic modality either, since when presented with an argument whose premises are known to be true, all that one could conclude is that either its conclusion is true or the argument is, by Tarski's definition, invalid [Etchemendy, 2008, 267]." (PATTERSON, 2012, p. 204)

[86] "What is important for our purposes is that *we* recognize that no real modality, obscure or otherwise, follows from Tarski's definition" (ETCHEMENDY, 1999, p. 92)

em alguma medida tanto SR como SI – o que não é demonstrado ou justificado em nenhum momento por Etchemendy.

Portanto, na medida em que se assume a abordagem interpretacional pura, a proposta modelo-teorética parece se encontrar numa aporia pelos seus próprios meios. Contudo, isso não é a falha mais grave e patente; é aqui onde entra o problema mais grave para Etchemendy: o problema de *overgeneration* e *undergeneration* na análise de Tarski.

3.2.2 O princípio da redução, ou: o problema de overgeneration e undergeneration na análise de Tarski

Até o momento foram apresentadas apenas objeções de caráter negativo para se rejeitar a análise modelo-teorética de Tarski. Mas, como veremos, Etchemendy também apresenta razões positivas para se rejeitar a definição tarskiana de consequência lógica. Isso está diretamente ligado com o problema que analisaremos, a saber: o problema de *overgeneration e undergeneration* da análise modelo-teorética de Tarski. *Overgeneration* seria o problema de se gerar argumentos declarados como logicamente válidos, em uma linguagem L, e que, dado um conjunto $\mathfrak{F}$, sejam *na verdade* logicamente inválidos. Já *undergeneration* seria o problema de gerar argumentos declarados como logicamente inválidos, mas que, sob as mesmas condições anteriores, *na verdade* são logicamente válidos.

Antes de entrarmos nos casos de *overgeneration* e *undergeneration*, precisamos analisar o problema da quantificação, pois este é central para a compreensão do problema, uma vez que, para Etchemendy, como veremos, a proposta tarskiana trata a verdade lógica através de uma análise quantificacional. Assim, pela proposta de Tarski uma sentença logicamente verdadeira seria considerada como equivalente a uma sentença universalmente quantificada dado os termos variáveis da linguagem, e sendo essa quantificação objetual (Cf. ETCHEMENDY, 1999, p. 96). Por conseguinte, tomando a função sentencial S' como o produto da substituição uniforme dos termos variáveis – não contidos em $\mathfrak{F}$ – da sentença S, com variáveis de um tipo apropriado, temos que S será logicamente verdadeira se todos os parâmetros de instâncias permissíveis de S' forem satisfeitos, i.e., se o fechamento universal objetual de S' for satisfeito – em outros termos: se S' é satisfeito em todas as sequências. Mais precisamente, teríamos o seguinte:

$$(\forall v_1) \dots (\forall v_n)[S']$$ [87]

[87] Para um maior esclarecimento sobre a questão da generalizaão universal veja Etchemendy (1999, nota 3, cap. 7, p. 168). Sendo assim, indica-se o fechamento universal da sentença ao pô-la entre colchetes.

Onde $(\forall v_1) \ldots (\forall v_n)$ é o fecho correspondente a cada termo variável em S', estando os quantificadores operando de modo objetual e variando sobre objetos dentro do domínio de satisfação apropriado (Cf. ETCHEMENDY, 1999, p. 96). Tomemos o seguinte caso como exemplo: todas as categorias da nossa linguagem $\mathbb{L}$ exceto os nomes estão contidos em $\mathfrak{F}$; portanto, nomes são os únicos termos variáveis. Sendo este o caso, teremos que a sentença 'Campos Sales foi presidente' é logicamente verdadeira, dado o conjunto $\mathfrak{F}$, se, e somente se, a sentença 'x foi presidente' é satisfeita por todas as sequências – nesse caso específico, se a sentença é satisfeita por todos os indivíduos no domínio de nomes da relação de satisfação, onde os termos variáveis são apenas nomes. Mais precisamente, levando em conta uma quantificação objetual, temos a seguinte cláusula:

$$[\text{Campos Sales foi presidente}] \leftrightarrow (\forall x)[x \text{ foi presidente}]$$

Caso retiremos a classe dos predicados dos termos fixos, teríamos a seguinte cláusula:

$$[\text{Campos Sales foi presidente}] \leftrightarrow (\forall x)(\forall \boldsymbol{P})\ [\boldsymbol{P}(x)]$$

Neste caso, o fecho da sentença não é verdadeiro e, por conseguinte, a análise tarskiana declara que a sentença 'Campos Sales foi presidente' não é logicamente verdadeira.

Levando em conta esse caráter quantificacional da definição modelo-teorética tarskiana da consequência lógica, Etchemendy (Cf. 1999, p. 98) propõe examinar certos princípios que possam governar a relação entre sentenças quantificadas universalmente, suas instâncias e como a relação entre estas se articula com propriedades logicamente relevantes para a caracterização da consequência lógica modelo-teorética. O primeiro princípio sugerido é a instanciação universal, enunciado nos seguintes termos:

(UIP) Se uma sentença universalmente quantificada é verdadeira, então todas as suas instâncias são também verdadeiras.

O segundo princípio é a instância universal logicamente fundamentada, formulado nos seguintes termos:

(UCP) Se uma sentença universalmente quantificada é *logicamente* verdadeira, então todas as suas instâncias também são *logicamente* verdadeiras.

Este segundo é chamado de princípio do fechamento (*closure principle*), uma vez que o conjunto das verdades lógicas é ele mesmo fechado sob consequência lógica, ao passo que o primeiro princípio, por respeitar as regras básicas de eliminação do quantificador universal, é chamado de princípio da instanciação (*instantiation principle*). Para Etchemendy (1999, p. 98), ambos são aceitos e incontroversos. Entretanto, há um terceiro princípio, menos evidente e menos trivial, que é o chamado *princípio da redução*. Tal princípio é formulado da seguinte forma:

(URP) Se uma sentença universalmente quantificada é verdadeira, então todas as suas instâncias são *logicamente* verdadeiras.

Para Etchemendy (Cf. 1999, p. 99), tanto Tarski como Bolzano estariam comprometidos com (URP), embora eles se distingam quanto à abordagem quantificacional – este último seria substitucionalista e aquele objetualista. Mais: o ponto principal é que a análise quantificacional, devido às propriedades necessárias vinculadas à noção intuitiva de consequência lógica (necessidade, aprioricidade, analiticidade, formalidade, etc.), e dada sua natureza problemática e não-neutra, mostrar-se-ia uma abordagem considerável e promissora, pois, se adequada, fornecer-nos-ia uma *redução* de noções problemáticas a noções matematicamente precisas. O seguinte comentário resume bem esse caráter redutivo aplicado à noção de verdade lógica:

> Tarski's account equates the logical truth of a sentence with the ordinary truth of another sentence, one that makes a nonmodal, nonepistemic, nonsemantic claim about the world, *about the world as it actually happens to be.* The source of this advantage is, of course, the reduction principle *(iii) [URP] (ETCHEMENDY, 1999, p. 99)*

Aqui, portanto, teríamos o reconhecimento que o princípio (URP) seria uma espécie de ponto arquimédico pelo qual o eixo da análise redutiva seria levado a cabo. Todavia, aponta Etchemendy (1999, p. 99), generalizações universais não possuem um caráter lógico *per se*; uma generalização universal tem um caráter substancialmente lógico *per accidens*. Logo, conclui-se que não há garantia de que a partir de uma generalização universal se seguirá que suas instâncias são logicamente verdadeiras.

Deste modo, teríamos uma dilema: os princípios (UIP) e (UCP) são verdadeiros, mas triviais; já o princípio (URP) não é trivial, mas, contudo, não parece ser verdadeiro – a partir de uma mera generalização universal não se segue que suas instâncias são logicamente verdadeiras. Sendo este o caso, faz-se necessário modificar (URP).

Nesta modificação, $\mathfrak{F}$ deveria desempenhar um papel fundamental, pois a seleção dos termos fixos poderia desempenhar uma função fulcral na modificação de (URP). Neste sentido, Etchemendy (1999, p. 100) propõe dois caminhos para uma modificação do princípio da redução: (i) a análise de Tarski seria uma análise completa de uma noção *fundamentalmente* relacional, em que a variação interpretacional está fundada numa escolha arbitrária dos termos fixos de $\mathfrak{F}$; (ii) a análise de Tarski seria uma análise incompleta com uma noção mais ou menos fixa de verdade lógica – neste caso, necessitando de um suplementação e sendo esta uma explicação apropriada da seleção dos termos fixos.

No primeiro caso, temos uma análise de uma noção irredutivelmente relacional com uma noção de verdade lógica relativa a uma seleção arbitrária do conjunto $\mathfrak{F}$ de termos fixos. Esta compreensão da análise nos leva à seguinte modificação de (URP)[88]:

(URP^*) Se uma sentença universalmente quantificada é verdadeira, então todas as suas instâncias são *logicamente verdadeiras concernentes àquelas expressões não ligadas pelos quantificadores universais iniciais*.

Ora, a seleção dos termos fixos de $\mathfrak{F}$ determina quais expressões são passíveis de reinterpretação\substituição pelas variáveis e, nessa medida, que expressões não estão ligadas aos quantificadores universais iniciais no fecho universal. Em resumo, temos a seguinte cláusula de condição por equivalência:

$$[S] \Leftrightarrow_{\mathfrak{F}} (\forall v_1) \dots (\forall v_n)[S']$$

Assim, se o fecho é verdadeiro, então resulta da análise de Tarski que S é logicamente verdadeira relativamente à seleção dos termos fixos de $\mathfrak{F}$ – em sentido contrário: se o fecho não é verdadeiro, então S não é logicamente verdadeira relativo à seleção dos termos fixos de $\mathfrak{F}$. Ora, se reconhecemos que uma análise da verdade lógica que permite uma determinada sentença seja uma verdade lógica dada uma determinada seleção de $\mathfrak{F}$, bem como uma falsidade lógica dada uma outra seleção de $\mathfrak{F}$ é inadequada, então a primeira análise não é sequer uma

[88] Cf. Etchemendy (1999, p. 101).

análise satisfatória. Contudo – e essa razão é decisiva para a rejeição de Etchemendy –, a verdade da sentença quantificada universalmente não garante a verdade lógica das instâncias dada uma seleção de termos fixos de $\mathfrak{F}$, pois o fecho $(\forall v_1) \ldots (\forall v_n)[S']$ pode ser verdadeiro por razões não-lógicas. Portanto, o busílis da questão está aqui: o que caracteriza essas razões lógicas?

Tomemos inicialmente o exemplo análogo de Etchemendy (1999, p. 104): a sentença 'se x foi presidente, então x era um homem' pode ser satisfeita por um fato acidental e não-lógico de que todos os membros do domínio de satisfação tornam tal sentença verdadeira. Nesse sentido, não se pode dizer que a sentença é verdadeira somente em virtude dos termos fixos, mas por aspectos extra-lógicos – em virtude de alguns objetos do domínio serem homens, ou porque nunca foram presidentes, ou ambos. Logo, tal sentença não seria verdadeira em virtude de possíveis termos fixos – como 'se...então', 'x foi presidente' ou 'x era um homem' –, mas em virtude dos objetos que pertencem ao domínio de satisfação. Este comentário é esclarecedor a respeito da insuficiência da análise de Tarski no que diz respeito à cláusula de condição acima:

> For this closure could well be true for all manner of reasons, reasons quite apart from the purely semantic characteristics of its parts. It might be a mere historical truth, an obscure arithmetical or set-theoretic truth, even a purely coincidental truth. In none of these cases will its instances be logically or analytically true. (ETCHEMENDY, 1999, p. 104)

Aqui novamente Etchemendy parece pressupor a sua visão linguística da lógica na sua avaliação, pois ele considera como fatores *propriamente* lógicos aqueles que são *puramente semânticos* – o que nos remete para a questão da analiticidade já mencionada.

Consideremos o seguinte exemplo: [Sócrates foi um filósofo ou não foi um filósofo]. Ora, se tal sentença é logicamente verdadeira, então o seguinte fecho universal deve ser verdadeiro:

$$(\forall x)(\forall \boldsymbol{P})[\boldsymbol{P}(x)\ ou\ não\ \boldsymbol{P}(x)]$$

Como somente os termos fixos 'ou' e 'não' garantem que o fecho universal é verdadeiro, segue-se que não há contraexemplos para a generalização, pois contraexemplos teriam que mostrar um dos seguintes casos: (i) ou há algum parâmetro substitucional\interpretacional em que o fecho não é verdadeiro ou (ii) a verdade lógica depende de algum dos termos variáveis. Contudo, "a mera verdade do fecho não nos assegura que suas instâncias são verdadeiras apenas pelo significado" (ETCHEMENDY, 1999, p. 105, tradução nossa), pois, em casos extremos, o que de fato satisfaz o fecho é um fato extra-lógico – uma verdade em teoria dos conjuntos, por exemplo. Isto está ligado, por sua vez, com o diagnóstico de Etchemendy no que concerne ao princípio da redução (URP), condensado no seguinte comentário:

> The key problem is this. When we equate the *logical* truth of a sentence with the *ordinary* truth of a universal generalization of which it is an instance, we risk an account whose output is influenced by facts of an entirely "extralogical" sort. (ETCHEMENDY, 1999, p. 107)

Tomemos um caso que aponta justamente para o exemplo simples onde a sentença passa pela exigência do fecho universal, mas não é genuinamente uma verdade lógica, uma vez que o fecho universal é satisfeito em razão de um fato extra-lógico – aqui, portanto, teríamos um caso de *overgeneration*. Analisemos a seguinte sentença:

[Se Leslie era presidente americano, então Leslie era homem]

Analogamente, mantendo o condicional 'se... então' e os predicados 'era presidente' e 'era homem' como fixos, temos o seguinte fecho universal:

$(\forall x)$[Se x era presidente americano, então x era homem]

Ora, na medida em que a análise identifica a verdade lógica com o correspondente fecho universal, dado o conjunto $\mathfrak{F}$, o fecho universal acima seria declarado uma verdade lógica, mas isso se daria em virtude de um fato extra-lógico contingente, a saber: que todos os presidentes americanos foram homens.

Parece-me que resulta daí um dilema das considerações anteriores: ou o fecho universal é verdadeiro em virtude apenas do significado ou é verdadeiro em virtude da estrutura ontológica factual e extra lógica que o torna verdadeiro. Ora, se temos o primeiro caso, então a análise de Tarski é insatisfatória – não temos a garantia de que do fecho universal se segue a verdade lógica –; se temos o segundo caso, temos algo inaceitável, pois a lógica não deve depender de *qualquer* aspecto da realidade. Aqui, novamente, parece-me haver uma pressuposição não-explicitada.

Aqui, ao tocar nesse dilema, principalmente na acusação de dependência de fatores extra-lógicos, penetramos justamente no núcleo da objeção à análise modelo-teorética de Tarski por parte de Etchemendy: o problema de *overgeneration* e *undergeneration*. Mais: a raiz do problema de *overgeneration* e *undergeneration* é fundamentalmente o princípio da redução

(URP). Deste modo, a questão que se levanta é se há uma versão modificada de (URP) tal que não seja passível de gerar casos de *overgeneration* e *undergeneration*, não permitindo casos cuja verdade está fundada em fatos extra-lógicos.

Nesse sentido, pode-se pensar que ao excluir expressões como nomes, predicados, relações, etc., ou seja, termos normalmente considerados como não-lógicos, e restringir a inclusão dos termos de $\mathfrak{F}$ somente para aquelas expressões tradicionalmente consideradas de tipo lógico – conjunção, negação, quantificadores entre outros – o princípio de redução (URP) poderia ser satisfatório. O próprio Etchemendy caracteriza essa proposta de modificação de (URP) do seguinte modo:

> The idea is that we should not equate the logical truth of a sentence with the truth of just *any* generalization of which it is an instance. Rather, the logical status of a sentence should be tied only to generalizations of a very special sort: those that contain in their matrix nothing but variables bound to the initial universal quantifiers and constant expressions of a distinctively logical sort. (ETCHEMDY, 1999, p. 109)

Esta compreensão nos leva, por sua vez, à seguinte modificação do princípio de redução (URP) (CF. ETCHEMDY, 1999, p. 109):

(URP^{**}) Se uma sentença universalmente quantificada é verdadeira e se as expressões constantes que aparecem em sua matriz[89] são de um caráter distintamente lógico, então todas as suas instâncias são *logicamente verdadeiras*.

Mesmo reconhecendo o caráter vago das "expressões distintamente lógicas", o grande problema para Etchemendy (1999, p. 110) com relação a (URP^{**}) ainda continua no caráter quantificacional da análise, que é o fator que, segundo seu diagnóstico, gera o problema de *overgeneration* por não estar imune às influências extra-lógicas. Disso, percebe-se que Etchemendy julga que a própria análise quantificacional possui uma falha radical, o que permite construir contraexemplos por influências extra-lógicas para qualquer modificação de (URP). Assim, mesmo que mantivéssemos fixos somente expressões em geral reconhecidas como lógicas, a análise quantificacional e modelo-teorética de Tarski ainda geraria casos dependentes de aspectos extra-lógicos – portanto, sujeito a problemas de *overgeneration* ou *undergeneration.*

[89] A matriz de um fecho $(\forall v_1)$ ... $(\forall v_n)[S']$ é a própria função sentencial S'.

Ora, enunciados sobre a extensão ou tamanho do universo satisfazem as seguintes condições: (i) são enunciados com apenas expressões usualmente consideradas de tipo lógico – identidade e quantificadores –; (ii) não são considerados geralmente como sentenças de caráter especificamente lógico, isto é, enunciados acerca da extensão ou do tamanho do universo envolveriam aspectos claramente extra-lógicos. É com base nisso que Etchemendy apresenta argumentos contra (URP^{**}) (Cf. ETCHEMENDY, 1999, p. 111-122). Inicialmente, consideremos o seguinte:

$$\sigma_2: (\exists x)(\exists y)(x \neq y)$$
$$\sigma_3: (\exists x)(\exists y)(\exists z)(x \neq y \land y \neq z \land x \neq z)$$
$$\vdots$$

Seguindo a sequência teríamos que σ_n enuncia que há pelo menos n objetos. Como mencionado anteriormente, este tipo de sentença faz uso apenas de expressões geralmente aceitas como lógicas e tem um conteúdo influenciado por aspectos não-lógicos – a extensão ou tamanho do que há. Nessa medida, o fecho universal das sentenças acima é trivial[90]. Por meio disso Etchemendy pode fazer valer sua estratégia argumentativa, pois tais tipos de sentença satisfazem (URP^{**}) – são constituídas somente de expressões claramente consideradas lógicas (conjunção, negação, identidade e quantificadores) e seu fecho universal é adequado –, mas, ainda assim, são influenciados por aspectos extra-lógicos – a extensão ou tamanho do que há.

Contudo, deve-se levar em conta o seguinte: o princípio de redução (URP^{**}) deveria estabelecer que determinada sentença é *logicamente verdadeira*. Por conseguinte, σ_n pode ter seu status alético de verdadeiro a depender do tamanho do universo, quer seja finito ou infinito; mas – e esse é o ponto de Etchemendy – isso não quer dizer que o fecho $[\sigma_n]$ é logicamente verdadeiro e nem suas instâncias.

Não obstante a pertinácia de tal objeção, ainda haveria respostas para ela, permitindo relativização de domínio[91]. Há duas opções viáveis a partir daqui: a primeira diz respeito à variação do domínio de quantificação, enquanto que a segunda concerne ao caráter lógico do predicado de identidade. Quanto ao primeiro, Etchemendy (1999, p. 113-114) responde retomando o caso das sentenças existenciais anteriores. Consideremos o seguinte[92]:

---

[90] É trivial pois nesse caso teríamos o seguinte fecho universal:

$$[\sigma_2]: [(\exists x)(\exists y)(x \neq y)]$$
$$[\sigma_3]: [(\exists x)(\exists y)(\exists z)(x \neq y \land y \neq z \land x \neq z)]$$
$$\vdots$$

[91] Para análise dessas respostas Etchemendy (1999, p. 112-114); também veja Ray (1996, p. 638-639).

[92] Aqui 'E' representa um quantificador existencial variável, e '$(\exists/E)$' designa a operação de substituição entre as instâncias de quantificadores existenciais na matriz.

$(\forall E)[\neg\sigma_2(\exists/E)]$: $(\forall E)[\neg ExEy(x \neq y)]$

$(\forall E)[\neg\sigma_3(\exists/E)]$: $(\forall E)[\neg ExEyEz(x \neq y \wedge y \neq z \wedge x \neq z)]$

$\vdots$

Onde $(\forall E)[\neg\sigma_n(\exists/E)]$ afirma que toda subcoleção do universo contém um número menor de objetos que n .Ora, como $(\forall E)[\neg\sigma_n(\exists/E)]$ afirma que toda subcoleção do universo contém um número menor de objetos que n, então tal sentença será verdadeira se, e somente se, a mais extensa subcoleção do universo – o próprio universo, portanto – conter menos que n objetos[93]. Seguindo essa linha argumentativa, podemos reconstruir tal argumento com uma estrutura de um dilema lógico:

(DE) O universo é finito ou infinito.

(P2) Se é finito, então a análise modificada enunciará que as sentenças $\sigma_2, \sigma_3, \ldots$ são logicamente verdadeiras.

(P3) Se a análise afirma que as sentenças $\sigma_2, \sigma_3, \ldots$ são logicamente verdadeiras, então a análise é extensionalmente incorreta.

Assumindo, por hipótese, que o universo é finito, temos:

(C1) A análise é extensionalmente incorreta.

Em sentido contrário:

(P2*) Se o universo é infinito, então as sentenças $\sigma_2, \sigma_3, \ldots$ não são declaradas como logicamente verdadeiras.

(P3*) As sentenças $\sigma_2, \sigma_3, \ldots$ não são declaradas como logicamente verdadeiras em virtude de uma influência extra-lógica, a saber: $(\forall E)[\neg\sigma_n(\exists/E)]$ é falso.

Aqui há um princípio acerca da natureza da Lógica:

(AL) Necessariamente (p é logicamente verdadeira sse p não tem influência extra lógica)[94]

[93] Sobre certas escolhas quanto à compreensão quantificacional nesse caso, confira Etchemendy (1999, p. 168, cap. 9, n. 5).

[94] Aqui caberia uma definição, explicação ou esclarecimento sobre em que consiste esse caráter extra-lógico, sob pena de cair em premissa oculta implausível ou *petitio principii*.

Assumindo, por hipótese, que o universo é infinito, temos:

(C2) A análise é extensionalmente incorreta

Retornamos, portanto, ao mesmo problema de (URP) – a saber: *overgeneration* ou *undergeneration* –, pois ainda temos que a falsidade ou verdade das sentenças acima são declaradas em virtude de aspectos extra-lógicos, de natureza matemática – o que acarreta, em última instância, para Etchmendy, que a análise tarskiana é falha. A única coisa que garante que nenhuma das sentenças anteriores venha a ser declarada logicamente verdadeira é o axioma do infinito, ou seja, uma tese conjunto-teorética que garante que há um conjunto infinito – garantindo também que há tantos elementos quanto números naturais –, a saber: [95]

$$(\exists x)(\exists y)\Big((y \in x) \wedge \big((\forall z)\neg(z \in y)\big) \wedge (\forall y)\big(y \in x \longrightarrow (\exists z)(y \in z \wedge z \in x)\big)\Big)$$

Nesses termos o fator bloqueador da análise acerca de $\neg\sigma_n$ seria a teoria de conjuntos subjacente – para Etchemendy, uma influência extra-lógica absolutamente inaceitável –, relacionado diretamente com o axioma do infinito, pois "é este axioma que implica, para qualquer n, a falsidade de (5) e nos garante que a explicação não declare erroneamente $\neg\sigma_n$ como uma verdade lógica" (ETCHEMENDY, 1999, p. 115), onde '(5)' aqui se refere à sentença $(\forall E)[\neg\sigma_n(\exists/E)]$. Por conseguinte, e assumindo que a análise seja verdadeira, teríamos que a posição finitista seria inconsistente – e, portanto, excluída *in limine* –, uma vez que esta afirma que nenhuma das sentenças $\neg\sigma_2, \neg\sigma_3, \ldots$, é logicamente verdadeira. Mas o ponto central para Etchemendy, todavia, não é o estatuto modal da sentença – i.e., se é necessariamente/contingentemente verdadeiro/falso[96] –, mas sua condição pressuposicional – a dependência de um fundamento matemático conjunto-teorético – e em virtude desse aspecto pressuposicional não deveria ser considerado como uma verdade lógica. Assim, para ele, chegaríamos novamente no problema de *overgeneration*.

---

[95] Numa formulação mais compacta temos o seguinte:

$$(\exists a)(\emptyset \in a \wedge (\forall x)(x \in a \longrightarrow \{x\} \in a)$$

Nessa formulação se faz uso de quantificação sortida sobre conjuntos. Acerca dessa notação e a correspondente formulação confira as considerações de Barker, Plummer e Etchemendy (2011, p.413-451).

[96] Esse aspecto modal é levantado por Vann McGee (1992, 1992b).

No que concerne à segunda via para lidar com σ_n – a saber: o predicado de identidade como uma expressão não-lógica – Etchemendy (1999, p. 117-120) apresenta as seguintes sentenças:

α: $(\forall x)(\forall y)(\forall z)((x$ é maior que $y \wedge y$ é maior que $z) \longrightarrow x$ é maior que $z)$
β: $(\forall x)\neg(x$ é maior que $x)$
γ: $(\forall y)(\exists x)(x$ é maior que $y)$

Por conseguinte, ele conjuga as sentenças, assume que γ é falso e nega essa operação de conjunção das sentenças, resultando no seguinte:

(T) $\neg(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma)$

Logo, a sentença é verdadeira, pois, uma vez que $v(\gamma) = falso$, temos que $v(\wedge) = falso$ também. Pela operação de negação, temos que $v\big(\neg(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma)\big) = verdadeiro$. Ora, mesmo que o valor da sentença acima seja verdadeiro, não se segue que seja *logicamente verdadeiro.* Nesse caso, o ponto de Etchemendy é que tal sentença não possui nenhuma das notas essenciais da consequência lógica intuitiva, a saber: ela não é necessária – é possível que tudo fosse menor do que algo –, nem *a priori* e nem analítica. No entanto, como esse caso não afeta diretamente (URP^{**}), é preciso revertê-la adequadamente para a análise de Tarski. Como a primeira e segunda sentenças afirmam, respectivamente, a transitividade e irreflexividade do predicado 'é maior que', e a terceira afirma que não há algo maior que tudo – supondo sua falsidade –, então temos o seguinte:

$$(T)(\forall \boldsymbol{R})\neg\Big((\forall x)(\forall y)(\forall z)\Big(\big(R(x,y) \wedge R(y,z)\big) \longrightarrow R(x,z)\Big) \wedge (\forall x)\neg R(x,x) \wedge (\forall y)(\exists x)R(x,y)\Big)$$

A fórmula afirma, portanto, que se a relação R é transitiva e irreflexa, então R tem um elemento minimal – no caso aqui há pelo menos um elemento que é pelo menos tão maior quanto todos os outros elementos; nessa medida, dizemos que tal elemento é minimal em relação ao predicado 'ser maior que'.

Consequentemente, chegamos de novo a uma estrutura de dilema lógico: ou tomamos o domínio de satisfação da relação R extensionalmente, atribuindo-lhe conjuntos arbitrários de n-uplas, ou tomamos o domínio de satisfação de R como relações genuínas. Para Etchemendy (1999, p. 118-120), se tomamos o primeiro disjunto, então o fecho será verdadeiro somente se o universo como um todo é finito; se tomamos o segundo disjunto, então o fecho acima será verdadeiro se o universo é finito – e poderia ser verdadeiro também caso o universo seja infinito e homogêneo. Logo, em qualquer das circunstâncias acima, acaba-se tendo influência de aspectos extra-lógicos acerca da extensão do que há.

Recorrendo à formulação de MacFarlane (2000), podemos apresentar a objeção finitista de Etchemendy do seguinte modo:

(A_1) Há apenas um número finito de objetos.
(A_2) (T) não é logicamente verdadeiro.
(A_3) (T) não é verdadeiro em todos os modelos.[97]

Ora, se (A_1) é verdadeiro, então não há infinitos conjuntos de objetos; mas, se não há infinitos conjuntos de objetos, então não há infinitos modelos[98]. Logo, assumindo o finitismo, se (T) é verdadeiro em todos os modelos finitos, então (T) é verdadeiro em todos os modelos. Por conseguinte, (A_1) implica $\neg(A_3)$. Portanto, segue-se o seguinte:

(C1) $\Diamond(A_1 \wedge A_2)$[99]
(C2) $\neg\Diamond(A_1 \wedge A_3)$

Logo, pelos resultados de (C1) e (C2), temos que A_2 e A_3 não podem ser conceptualmente equivalentes, pois A_1 é modalmente compatível com A_2 mas não é modalmente compatível com A_3. Mais: na medida em que A_1 é o fator determinante, temos que a análise modelo-teorética acaba por ter influência de fatores extra-lógicos – a extensão do que há é finita[100]. A raiz disso, para Etchemendy, está expresso já na raiz dos problemas de (URP), e é resumido por ele mesmo (1999, p. 120) como a tentativa de equacionar a verdade lógica de uma sentença com a verdade ordinária do seu fecho correspondente.

---

[97] Na verdade, há ambiguidade quanto ao alvo adequado da crítica à abordagem modelo-teorética. Retornarei a essa questão posteriormente.
[98] Cf. Etchemendy (1999, p. 119).
[99] A_1 e A_2 são consistentes – logo, a possibilidade envolvida é a possibilidade lógica.
[100] Para considerações sobre outras influências extra-lógicas na análise modelo-teorética veja Etchemendy (1999, p. 122-124). Para uma consideração geral e revisão da avaliação da abordagem modelo-teorética veja Etchemendy (2008).

Analogamente, Etchemendy (1999, p. 122-124) apresenta uma objeção à definição modelo-teorética em relação à lógica de segunda-ordem. Resumidamente, o busílis é que há certas sentenças que resultam logicamente verdadeiras se, e só se, assumimos a hipótese do *continuum* (HC)[101] – logo, tal sentença resultaria falsa se HC fosse falso ($\neg HC$). Etchemendy nos fornece o seguinte fecho como exemplo (Cf. 1999, p. 169, n. 11):

(C) $(\forall X)(\forall Y)(\forall Z)\big[\big(N(X) \wedge R(Y) \wedge Card(X) < Card(Z)\big) \longrightarrow Card(Y) \leq Card(Z)\big]$[102]

De modo similar à linha argumentativa concernente à lógica de primeira-ordem, Etchemendy tem como objetivo mostrar o seguinte: o fecho universal da sentença será satisfeito se, e somente se, HC é verdadeiro. Nessa medida, dado que HC nem $\neg HC$ é uma verdade lógica, (C) será declarada logicamente verdadeira a depender de HC. Novamente, teríamos a dependência de fatores extra-lógicos, com o agravante desse caso de declarar generalizações substantivas equivalentes a HC como verdades lógicas – bem como sentenças equivalentes a ¬HC (Cf. ETCHEMENDY, 1999, p. 132). Novamente, chegaríamos a um caso de *overgeneration*, resultando na falha da análise tarskiana da consequência lógica.

Contudo, surge a seguinte questão pertinente: como uma análise com uma falha tão grave poderia ser teoricamente tão bem sucedida? Para Etchemendy (1999, p. 125-127), o que gera a impressão de que a análise tarskiana é adequada é uma confusão entre a análise, que é falha, e uma compensação extra-lógica[103], no limite radicada na Teoria dos conjuntos.

Concluindo, Etchemendy sustenta que (URP^{**}) é afetado pelos mesmos defeitos que (URP), e isso permite que ele afirme que uma suposta escolha adequada e genuinamente lógica do conjunto dos termos fixos $\mathfrak{F}$, que excluiria a influência de fatores extra-lógicos, não será bem sucedida, pois o que garantiria a correção da análise seria pressupostos da Teoria dos conjuntos, i.e., uma influência extra-lógica[104]. Acreditar que uma escolha adequada dos termos fixos remediará os problemas do princípio da redução é chamado de o mito das constantes

---

101 HC é uma proposta teórica no campo da teoria dos conjuntos, originalmente apresentada por Cantor, que afirma que não há conjunto infinito com um número cardinal entre o conjunto infinito de inteiros ($\aleph_0$) e o conjunto infinito números reais – i.e., o *continuum* – ($2^{\aleph_0}$). Outros modos de expressar CH: seriam $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ ou $(\forall\alpha)(2^{\aleph_\alpha} = \aleph_{\alpha+1})$. Mais sobre isso veja Szudzik; Weisstein (2018)

102 'N(X)' e 'R(X) são fórmulas de segunda-ordem satisfeitas por um conjunto se, e só se, esse conjunto é isomórfico com os números naturais ou com os reais, respectivamente.

103 Para ele, se o que torna a sentença verdadeira é algo que vai além do mero significado dos termos lógicos, então tal sentença não pode ser logicamente verdadeira. Tal tese parece pressupor uma identificação entre verdade lógica e analiticidade, uma compreensão de conhecimento *a priori* deflacionado ou não-substantivo, bem como uma visão linguística da Lógica em que esta é metafísica e epistemicamente neutra.

104 "Our success is due to principle *(ii)* and simple good fortune." (ETCHEMENDY, 1999, p. 130), onde (ii) aí se refere a (UCP).

lógicas (Cf. ETCHEMENDY, 1999, p. 125-135), mito fundado radicalmente na análise equivocada de equiparar a verdade lógica de uma sentença com seu fecho universal correspondente[105].

Quanto ao problema de *undergeneration*, para Etchemendy (1999, p. 132-133), a análise tarskiana pode eventualmente declarar sentenças como não sendo logicamente verdadeiras, quando na verdade são logicamente verdadeiras; mas isso ocorre, por sua vez, somente quando a verdade lógica depende essencialmente do significado de uma ou mais expressões não incluídas em $\mathfrak{F}$. Ex: se $\vee \notin \mathfrak{F}$, então uma instância do terceiro-excluso $-[P(a) \vee \neg P(a)]$ $-$poderia ser declarada falsa. Tal problema seria superado incluindo termos fixos relevantes em $\mathfrak{F}$, embora, para Etchemendy (1999, p. 132), essa correção não escape dos problemas de *overgeneration*, como vimos.

Em qualquer dos casos, a análise tarskiana seria falha por (i) inadequação conceitual, pois a análise não seria capaz de capturar aspectos essenciais da consequência lógica intuitiva; (ii) cometeria uma falácia modal; (iii) cairia em problemas de *overgeneration* e *undergeneration*; por conseguinte, (iv) estaria sujeito a aspectos extra-lógicos, dada a específica compreensão de lógica de Etchemendy, resultando, segundo essa concepção linguística da Lógica, em uma falha filosófica.

3.3 Respostas às objeções de Etchemendy concernentes à proposta modelo-teorética

As respostas às objeções de Etchemendy podem ser analisadas sob múltiplos aspectos, uma vez que as próprias objeções possuem múltiplas linhas de tratamento da questão da consequência lógica modelo-teorética, passando por aspectos históricos, formais e indo até àqueles propriamente lógico-filosóficos – sobre a própria natureza da consequência lógica. Sendo este o caso, apresentarei aqui, incialmente, algumas respostas a Etchemendy de um ponto de vista histórico. Após isso, passaremos para algumas respostas mais propriamente lógico-filosóficos.

3.3.1 Respostas à Etchemendy historicamente orientadas

Concernente às respostas historicamente orientadas, um nome relevante é Gómez-Torrente. Pode-se dizer, inicialmente, que ambos concordam que a abordagem de Tarski é uma

---

105 Acerca da proposta positiva de Etchemendy no campo meta-lógico Etchemendy (1999, p. 136-143, 144-155).

abordagem interpretacional, ou seja, a análise do lógico-matemático polonês considera "todas as possíveis reinterpretações das constantes extra-lógicas" (GÓMEZ-TORRENTE, 1996, p. 129), onde "constantes extra-lógicas" expressam o mesmo que "termos variáveis", na terminologia de Etchemendy. Mais: como já mencionado (Cf. Cap. 2.3), Tarski estava ciente da limitação da sua proposta, pois sua análise fornecia uma condição necessária, mas não suficiente da relação de consequência lógica – o mesmo podendo ser dito em relação à verdade lógica. Todavia, Gómez-Torrente (1996; 2009) contesta vários pontos da avaliação de Etchemendy. Em sentido contrário ao que Etchemendy (1988) considera – a saber: que, dado o exemplo das regra$-\omega$, a proposta de Tarski era orientada para linguagens de primeira-ordem –, a definição de consequência lógica oferecida por Tarski se orientava para uma variedade de linguagens formais em acordo com a prática dos lógicos e matemáticos – primeira-ordem, segunda-ordem, teoria simples e ramificada de tipos, teoria geral de classes, etc. – e que se adequasse o máximo possível com o "uso ordinário" entre as noções de consequência lógica (Cf. GÓMEZ-TORRENTE, 1996, p. 130-147; 2009, p. 251-277). Nessa medida, teorias matemáticas e lógicas não eram vistas como absolutamente separadas, e isso está vinculado ao que Gómez-Torrente (2009, p. 250-251) chama de "pluralismo de Tarski". Adicionalmente, uma má-compreensão de Etchemendy estaria radicada na interpretação da consequência lógica como "implicação em virtude do significado (conteúdo semântico)" das constantes lógicas ou termos fixos da linguagem; Gómez-Torrente (1996, p. 146) vincula o tipo de consequência lógica do caso da regra-ω com sentido estrito de consequência lógica, historicamente vinculado com a noção encontrada no *Principia Mathematica*, apresentando evidência textual de que Tarski, junto com Quine, teria uma visão negativa acerca da noção de implicação analítica, contra Carnap. Assim como no caso anterior, o problema acerca da atribuição de domínio fixo não só seria uma má-compreensão como inclusive poderia ser considerada inconsistente com o conjunto das obras de Tarski (Cf. Gómez-Torrente, 1996, p. 137-145; 2009, p. 251-268)[106]. Mais: considerando a defesa tarskiana de Greg Ray (1996, p. 625-638; apêndix A, p. 664-665), a alegação de impossibilidade de revisão da proposta tarskiana não estaria correta. Deste modo, teríamos que, no que diz respeito ao aspecto histórica, as objeções de Etchemendy careceriam de base sólida, pois estariam fundadas em uma má-compreensão da visão de Tarski e em alegações derrogadas por respostas apropriadas baseadas inclusive em evidência textual direta.

[106] Uma outra proposta historicamente orientada mais recente, tentando analisar a definição de Tarski e sua vinculação com tópicos relacionados por Carnap, é a análise de Patterson (2012, p. 181-226). Confira sobre esses tópicos mais históricos também as considerações de Greg Ray (1996, p. 619-638).

Há, por sua vez, certos tópicos que vão além da análise histórica – embora, de fato, estes temas históricos estejam articulados com aspectos lógico-filosóficos também. Entre estes tópicos está certamente a atribuição de uma falácia modal a Tarski. Tendo em vista essa questão, analisaremos as respostas à atribuição de que Tarski, ao propor sua análise modelo-teorética da consequência lógica, teria cometido uma falácia modal por parte de Etchemendy.

3.3.2 Respostas à Etchemendy orientadas de modo lógico-filosófico I: o problema da falácia modal segundo Gómez-Torrente e Greg Ray

Gómez-Torrente (1998, 2009) também argumenta contra a suposta falácia modal cometida por Tarski e atribuída a ele por Etchemendy. Como vimos anteriormente, para Etchemendy a definição tarskiana de consequência lógica deveria possuir certas propriedades intuitivas e pré-teóricas, o que acarretaria, de algum modo, em uma falácia modal. Retomando a discussão sobre $(1'^{c_2})$ e $(2'^{c_2})$ e o comentário polêmico de Tarski (Cf. 1956a, p. 417), o que Gómez-Torrente contesta é haver "uma prova envolvendo qualquer conceito modal filosoficamente carregado" (GÓMEZ-TORRENTE, 1998, p. 230). Portanto, mesmo nesse caso de ordem supostamente mais lógica ou filosófica, a resposta de Gómez-Torrente possui uma orientação histórica, pois não haveria evidência textual para sustentar que a prova modalmente carregada esteja no escopo da proposta modelo-teorética de Tarski e certos usos de termos modais como "não pode ser" ou "deve" indicam apenas generalidade, e não um uso modal filosoficamente carregado[107]. O seguinte comentário resume a visão de Gómez-Torrente sobre a questão:

> So Tarski is not announcing a proof about a modal property. The proof Tarski has in mind (slightly less trivial than the one Etchemendy mentions) would go as follows: suppose that X follows logically from K according to the definition; then there is no model of K which is not a model of X; so there is no substitution instance (K', *X ')* of (K, X) such that K' is true and *X'* is false; for if there was one such, it would readily provide a model of K that would not be a model of X. (GÓMEZ-TORRENTE, 1998, p. 232)

Greg Ray (1996), assim como Gómez-Torrente, considera que o principal causador da objeção de Etchemendy é, na verdade, a má-compreensão dos objetivos da proposta de Tarski e uma caracterização equivocada da abordagem do lógico polonês. Assim, se deveria considerar que a atribuição de falácia modal não procede simplesmente porque não há um peso modal na

[107] Para os casos de análise e evidência textual dessas teses veja as considerações de Gómez-Torrente (1998, p. 229-233; 2009, p. 277-284).

verdade lógica modelo-teorética[108]. Haveria simplesmente preservação de verdade, e isso seria indicado pela evidência textual de que Tarski considerava a relação entre verdade lógica e verdade factual como simplesmente de grau (Cf. RAY, 1996, p. 673, n. 50), sendo provavelmente grau de generalidade. Deste modo, a proposta modelo-teorética só precisaria estabelecer $(2'^{c_2})$. Logo, não haveria falácia modal pelo simples fato de noções modais não estarem envolvidas no consequente.[109]

Outros autores – Gila Sher (1996), por exemplo – aceitam o diagnóstico de Etchemendy, isto é, que a definição modelo-teorética garante um resultado modalmente considerado, mas recusam que seu argumento tenha sido bem-sucedido em dirimir o estatuto teórico da análise modelo-teorética, sendo preciso apenas uma revisão teórica de certos pontos[110]. Uma resposta orientada nesse sentido acaba por transpor o campo de uma defesa *stricto sensu* da proposta modelo-teorética em geral e tarskiana, pois ao invés de simplesmente defendê-la, tal como está, acaba por realizar algum tipo de modificação ao menos parcial da proposta.

3.3.3 Respostas à Etchemendy orientadas de modo lógico-filosófico II: a resposta de Greg Ray ao problema da adequação extensional

Ray (1996), em sua defesa da proposta de Tarski, trata detidamente dos contraexemplos apontados como falhas de adequação extensional concernentes à abordagem modelo-teorética da consequência lógica. Ray (1996, p. 638) nota, inicialmente, uma vinculação historicamente relevante das objeções de Etchemendy: a influência da restrição do "tamanho do universo" – i.e., da extensão do que há – e da variedade das coisas sob as sequências e a relação de satisfação já haviam sido apontadas por John Corcoran (1972, p. 43; 1973, p. 70). No que concerne aos contraexemplos, Ray (1996, p. 638-639, p. 625-638) oferece inicialmente as seguintes respostas: quanto ao primeiro caso, teria como pressuposto que a proposta tarskiana careceria de uma relativização de domínio – o que não seria o caso, obviamente, na abordagem modelo-teorética *standard* atual –, o que Ray aponta que é falso. Quanto ao segundo contraexemplo, bem como suas reformulações, Ray (1996, p. 639-640) observa simplesmente que, uma vez que

---

[108] "My answer to this challenge may already be clear from the interpretation I have offered of Tarski's claims. I think that in every case the modal terms in question can be understood merely as a familiar colloquial use of modal locutions, or as indicating nothing stronger than deductive consequence." (RAY, 1996, p. 654)

[109] Para um contraponto moderado em relação as posições de Gómez-torrente e Ray, ver Bays (2001), com ênfase na discussão sobre os domínios fixos e variados na proposta de Tarski (1956a). Para uma resposta às considerações de Bays, veja Gómez-torrente (2009).

[110] Não me deterei de forma mais extensa em análises revisionistas aqui, como de Gila Sher, pois tratarei dessas abordagens de forma mais extensa posteriormente.

se faz uso da teoria dos conjuntos *standard* para tratar a consequência lógica e esta teoria está comprometida com o axioma do infinito, ter-se-ia uma incoerência pragmática, e, portanto, dever-se-ia simplesmente abandonar a tese finitista. Contudo, essa resposta não lidaria diretamente com a acusação de influência extra-lógica por meio de fatos substantivos acerca do mundo. Aqui seria necessário discutir certa compreensão linguística que Etchemendy assume acriticamente.

Concernente ao argumento finitista, Ray (1996, p. 640-641) observa que temos aqui algo mais complexo e, por conseguinte, faz-se necessário examinar certos pressupostos: (a) no que diz respeito à colocação de Etchemendy que verdades lógicas seriam verdadeiras em virtude do significado dos termos lógicos teríamos uma confusão, pois não se estaria distinguindo entre o que *torna uma sentença verdadeira* – ou adequada com a condição de Tarski – e o que *mostra que uma sentença é verdadeira* – ou adequada com a condição de Tarski. Deste modo, o ponto fundamental e a força da objeção de Etchemendy estaria na seguinte tese:

(ET) A explicação de Tarski nos compromete com a afirmação de que se o universo tivesse sido finito, certas sentenças seriam declaradas adequadas segundo as condições tarskianas, e, portanto, seriam declaradas verdades lógicas.[111]

Por conseguinte, (ET) teria uma forma entimemática, isto é, um pressuposto subjacente, que seria o seguinte:

(CF) Para qualquer sentença S, se S estivesse em acordo com as condições tarskianas de verdade lógica, então S seria uma verdade lógica.

Segundo Ray (1996, p. 643), (CF) só seria subscrita por Tarski se a análise tarskiana tivesse a pretensão de conter um componente modal, o que, para ele, não é o caso, pois haveria boas razões para supor que o objetivo de Tarski seria fornecer uma caracterização *materialmente adequada* da consequência lógica. Nisso a proposta Tarskiana acerca da consequência lógica estaria em acordo com o tratamento da verdade em linguagem formais[112]. A raiz desse erro, portanto, estaria na atribuição indevida de que o objetivo de Tarski seria uma análise conceptual. Sendo este o caso, teríamos que se o objetivo de Tarski não é uma análise

[111] Ter-se-ia um enunciado análogo (ET^{*}) sob a condição contrafactual do universo ter sido homogêneo. Ver as considerações de Ray (1996, p. 642).
[112] Cf. Tarski (1956b, 1944).

conceptual, mas apenas uma caracterização materialmente adequada e formalmente correta da consequência lógica, então ele não está comprometido com (CF), pois sua caracterização apenas exigiria *preservação de verdade*, não estando necessariamente comprometida com algum aspecto modal forte.

3.3.4 Respostas à Etchemendy orientadas de modo lógico-filosófico III: A resposta de Gómez-Torrente ao problema do princípio da redução e da adequação extensional

Gómez-Torrente (1998b, p. 377-378) sintetiza o problema da adequação envolvido no princípio da redução através de dois princípios, chamados por ele princípio da completude (CP_p) e princípio da correção (SP_p):

(CP_p) Para toda linguagem $\mathcal{L}$ e toda sentença S de $\mathcal{L}$, $Log_T(S)$ se $P(S)$.

(SP_p) Para toda linguagem $\mathcal{L}$ e toda sentença S de $\mathcal{L}$, $Log_T(S)$ somente se $P(S)$.

'$Log_t(S)$' significa que a sentença S é logicamente verdadeira no sentido tarskiano modelo-teorético e '$P(x)$' aqui indica as propriedades necessárias intuitivas do que é logicamente verdadeiro. Assim, o princípio da completude para P nos diz que se uma sentença S tem a propriedade P, então S é verdadeira em todas as interpretações conjuntistas de sua linguagem. O princípio da correção, por sua vez, afirma que se S é verdadeira em todas as interpretações conjuntistas de sua linguagem, então S tem a propriedade P.

No caso das objeções de Etchemendy, assume-se acriticamente uma versão linguística da propriedade P, em que se assume que a verdade lógica está ligada fundamentalmente com a noção de verdade analítica. Em vista disso, chega-se a compreensão de que a propriedade $P(S)$ é ser verdadeira em virtude do significado dos termos lógicos. Essa versão é denominada abreviadamente de TVMC[113]. A partir disso, Gómez-torrente apresenta a seguinte formulação (SP_p):

(SP_{TVMC}) Para toda linguagem $\mathcal{L}$ e toda sentença S de $\mathcal{L}$, $Log_T(S)$ somente se $TVMC(S)$.

[113] Cf. Gómez-torrente (1998, p. 378-381).

Gómez-Torrente compreende a objeção de Etchemendy como apresentando algumas sentenças de uma linguagem considerada onde tais sentenças são logicamente verdadeiras no sentido tarskiano, mas não são $TVMC$.

O primeiro ponto da análise de Gómez-Torrente (1998b, p. 384-385) consiste em identificar uma confusão nas objeções de Etchemendy. A confusão consiste em confundir os seguintes níveis de objeção: (i) afirmar que (SP_{TVMC}) não é *analiticamente verdadeira* ou *conceptualmente verdadeiro*; (ii) afirmar que (SP_{TVMC}) é implausível; (iii) afirmar que (SP_{TVMC}) é falso. Em resumo, deve-se distinguir entre a tese que não há *prima facie* garantia que ser Log_t implica materialmente em ser $TVMC$, a tese que é implausível que ser Log_t implica materialmente em ser $TVMC$, e a tese de (SP_{TVMC}) é simplesmente falso.

Após breves comentários mais simples de refutar, Gómez-Torrente se volta para os casos das objeções à adequação para os casos de segunda-ordem. Tomando duas sentenças A e B como representantes dos casos de *overgeneration* para segunda-ordem, formula-se a cláusula do seguinte modo – CH é uma formulação da hipótese do *continuum* na linguagem de primeira-ordem da teoria dos conjuntos –:

(GT5a) $Log_T(A) \Leftrightarrow CH;$

(GT5b) $Log_T(B) \Leftrightarrow \neg CH;$

Em primeiro lugar, Gómez-Torrente (1998b, p. 387) aponta para uma outra pressuposição confusa de Etchemendy. Este assume que as sentenças $Log_T(A)$ e $Log_T(B)$ tem a forma de generalizações como $\forall v_1 \ldots \forall v_n[A']$ e $\forall v_1 \ldots \forall v_n[B']$ respectivamente. Contudo, esta não é a forma padrão. A forma padrão seria $\forall x(x$ é uma interpretação conjuntista de $\mathcal{L} \longrightarrow S$ é verdadeiro em $x)$, onde $S = A, B$. Por conseguinte, como A e B podem não ter constantes não-lógicas, teríamos que, pela caracterização de Etchemendy, $\forall v_1 \ldots \forall v_n[A'] = A$ e $\forall v_1 \ldots \forall v_n[B'] = B$. Consequentemente, se a exigência de adequação é que $\forall v_1 \ldots \forall v_n[A']$ seja materialmente equivalente a $Log_T(A)$, por exemplo, então A deve ser materialmente equivalente a $Log_T(A)$ e também, portanto, a hipótese do *continuum* – analogamente para B. Contudo, é falso que em geral qualquer sentença S de segunda-ordem sem constantes lógicas, quando interpretada por meio de interpretação de classe da teoria dos conjuntos, é materialmente equivalente a $Log_T(S)$[114]. Mais: não é nada evidente que, para toda sentença S, $Log_T(S)$ implica materialmente S.

[114] *Exempli gratia*: a sentença de primeira e segunda ordem $(\exists x)(\exists y)(x \neq y)$ é verdadeira na interpretação padrão

Retomando a objeção de Etchemendy, a premissa seguinte a (GT5a) e (GT5b) é que nem CH nem $\neg CH$ são verdades lógicas. Dada a sua compreensão linguística da verdade lógica, teríamos que (a) CH e $\neg CH$ não são verdades somente em virtude do significado ou (b) não são verdade somente em virtude das constantes lógicas. Devido a essa compreensão, Gómez-Torrente (1998b, p. 388) fornece a seguinte caracterização para tal premissa:

(GT6a) CH não é analiticamente verdadeira;
(GT6b) $\neg CH$ não é analiticamente verdadeira.

A partir de (GT5a)-(GT5b) e (GT6a)- (GT6b) Etchemendy concluiria o seguinte:

(GT7a) Não é analiticamente verdadeiro que $Log_T(A)$;
(GT7b) Não é analiticamente verdadeiro que $Log_T(B)$;

A premissa seguinte de Etchemendy diz respeito à alegação das afirmações substantivas[115]. Essa premissa é caracterizada por Gómez-Torrente (1998b, p. 388) como

(GT8) Para toda linguagem $\mathcal{L}$ e toda sentença S de $\mathcal{L}$, se não é analiticamente verdadeiro que $Log_T(S)$, então S não é TVMC.

Disso temos as seguintes conclusões:

(GTC1) $Log_T(A)$ ou $Log_T(B)$ $-$ terceiro excluso e (GT5a)-(GT5b).

Assumindo que (SP_{TVMC}) fosse verdadeiro, teríamos:

(GTC2) A é TVMC ou B é TVMC.

Por (GT8) e terceiro excluso, temos:

(GTC3) É analiticamente verdadeiro que $Log_T(A)$ ou é analiticamente verdadeiro que $Log_T(B)$.

---

da Teoria dos Conjuntos, mas não é o caso que $Log_T[(\exists x)(\exists y)(x \neq y)]$.

[115] "if the generalization is not logically true, if it makes, say, a substantive historical or physical or set theoretic claim, then neither will its instances be logical truths" (ETCHEMENDY, 1998, p. 124,).

Se é analiticamente verdadeiro que $Log_T(A)$, então temos uma contradição por (GT7a); se é analiticamente verdadeiro que $Log_T(B)$, então temos uma contradição por (GT7b). Por conseguinte, teríamos a conclusão da tese de Etchemendy: (SP_{TVMC}) é falso, sendo A ou B um contraexemplo para (SP_{TVMC}).

Em sentido contrário, Gómez-Torrente (1998, p. 388-395) identifica dois problemas no raciocínio de Etchemendy. O primeiro problema diz respeito às premissas (GT7a) e (GT7b). Uma vez que (GT5a)-(GT7b) sustenta apenas a equivalência material de $Log_T(A)$-$Log_T(B)$ com CH ou $\neg CH$, respectivamente, teríamos que concluir que ⟨não é analiticamente verdadeiro que $Log_T(A)$⟩ de ⟨CH não é analiticamente verdadeiro⟩ seria uma inferência inválida de deslize das modalidades − analogamente para B. Tal conclusão só seria possível se se demonstrasse não apenas a equivalência material de $Log_T(A)$-$Log_T(B)$ com CH ou $\neg CH$, mas uma equivalência analítica – se é que há uma explicação satisfatória pela noção de analiticidade[116]. O segundo problema, por sua vez, volta-se para a premissa (GT8). Aqui, para Gómez-Torrente, encontra-se o problema mais sério na justificação de Etchemendy.

A primeira falha do segundo problema concerne à irresponsabilidade epistêmica por parte de Etchemendy, pois este assume (GT8) acriticamente e sem nenhuma justificação apropriada, e na medida em que (GT8) desempenha um passo inferencial importante na justificação da tese de Etchemendy teríamos uma irresponsabilidade epistêmica séria.

A segunda falha se volta para a questão se (GT8) é verdadeiro. Em primeiro lugar, Gómez-Torrente nota que (GT8) é equivalente à seguinte cláusula:

(ASG) Para toda linguagem $\mathcal{L}$ e toda sentença S de $\mathcal{L}$, se S é TVMC, então é analiticamente verdadeiro que $Log_T(S)$.

De modo complementar, observa-se ainda que se identificamos 'TVMC' com 'analiticamente verdadeiro', uma vez que a diferença é desprezível em casos de sentenças sem constantes extra-lógicas, podemos ter a seguinte formulação fazendo uso de operador $\Box^A$ para 'analiticamente verdadeiro':

[116] Cf. Gómez-Torrente (1998, p. 389). Para uma análise mais detida desse primeiro problema ver Soames (1999, cap. 4) e a secção 3.3.7.

(GT9) Para toda linguagem $\mathcal{L}$ e toda sentença S de $\mathcal{L}$ sem constantes extra-lógicas, o resultado de substituir S por 'S' no seguinte esquema é verdadeiro: $\square^A S \Rightarrow \square^A Log_T('S')$.

Ainda é assumido o seguinte:

(GT10) Para toda linguagem $\mathcal{L}$ e toda sentença S de $\mathcal{L}$ sem constantes extra-lógicas, o resultado de substituir S por 'S' no seguinte esquema é verdadeiro: $\square^A(\square^A S \Rightarrow Log_T('S'))$.

Assumindo o princípio-K modal de distribuição do box sobre o condicional, temos:

(GT11) Para toda linguagem $\mathcal{L}$ e toda sentença S de $\mathcal{L}$ sem constantes extra-lógicas, o resultado de substituir S por 'S' no seguinte esquema é verdadeiro: $\square^A\square^A S \Rightarrow \square^A\ Log_T('S')$.

Assumindo o princípio-S4 modal para 'analiticamente verdadeiro', teríamos:

(SS) Para toda linguagem $\mathcal{L}$ e toda sentença S de $\mathcal{L}$ sem constantes extra-lógicas, o resultado de substituir S por 'S' no seguinte esquema é verdadeiro: $\square^A S \Rightarrow \square^A\square^A S$.

Por isso, teríamos o seguinte raciocínio: supondo $\square^A S$; então, por (SS), $\square^A\square^A S$. Mas por (GT11), temos: $\square^A\ Log_T('S')$. Em vista disso, tal raciocínio estaria fundado em (GT10), a distributividade do operador analítico e (SS). Contudo, Gómez-Torrente (1998, p. 391), mesmo não questionando (GT10) e a distributividade do operador analítico, julga implausível (SS). O problema está na própria noção de analiticidade. Neste sentido, observa-se que a noção metafísica ou meramente semântica de analiticidade não parece sustentar (SS), enquanto que uma noção epistêmica, em que 'analítico' é tomado como equivalente semântico de 'potencialmente óbvio', parece tornar (SS) plausível. Contudo, essa compreensão epistêmica minaria a plausibilidade ou mesmo a veracidade de (GT10).

Além dessa via de objeção, Gómez Torrente (1998, p. 391-393) apresenta também casos que colocam em cheque a verdade de (ASG). São apresentados casos que, de acordo com uma noção intuitiva de consequência lógica em linguagens formais de segunda-ordem, (ASG) é simplesmente falsa. Ex.: é possível se provar – em ZFC, p.ex. – que uma sentença S na linguagem da aritmética é uma verdade aritmética *sse* S é verdadeira em todas as interpretações que tornam verdadeiro todos os axiomas da aritmética de Peano de segunda-ordem (APSO). Isso pode ser formulado assim:

(GT12) Para toda sentença S de Linguagem de segunda-ordem da aritmética, $ZF \vdash V(PA^2 \longrightarrow S) \leftrightarrow STAr(S)$.[117]

Ora, uma vez que ZF é uma teoria em que a Aritmética pode ser desenvolvida e em que o teorema da incompletude se aplica, então há uma sentença $STAr(G)$ da linguagem da teoria dos conjuntos acerca da estrutura dos números naturais de ZF tal que é verdadeira mas não é provável em ZF. Mais: pelo teorema da completude para LPO, $STAr(G)$ é falsa em algumas interpretações em que ZF é verdadeiro. Por isso, teríamos que G deve ser uma consequência lógica da Aritmética de Peano de segunda-ordem, o que equivale a $Log_T(PA^2 \longrightarrow S)$, o que é o mesmo que $V(PA^2 \longrightarrow S)$. Ora, se TVMC é uma condição necessária para a verdade lógica intuitiva, então $PA^2 \longrightarrow S$ é TVMC. Contudo, como aponta Gómez-Torrente (1998, p. 392), $V(PA^2 \longrightarrow S)$ não é analiticamente verdadeiro – não é nem mesmo uma teorema de ZF. Logo, (ASG) é falso.

Os outros casos de Gómez-Torrente (1998, 392-395) tratam diretamente de casos envolvendo sentenças equivalentes à hipótese do *continuum* e sua negação. O primeiro ponto diz respeito à cláusula, análoga a (GT12) e passível de prova em ZF de segunda ordem:

(GT13) Para toda sentença S de LPO da teoria dos conjuntos cujo valor de verdade em V_{k_0} é o mesmo em V_k para toda cardinal inacessível k maior que k_0,

$ZF \vdash (V(ZF^2 \longrightarrow S) \leftrightarrow S)$.[118]

A partir disso, temos que CH é uma sentença cujo valor de verdade é estabelecido em V_{k_0} . Assim, teríamos que $Log_T(ZF^2 \longrightarrow CH)$ ou $Log_T(ZF^2 \longrightarrow \neg CH)$. Ora, se TVMC é uma propriedade necessária para verdades lógicas, então $(ZF^2 \longrightarrow CH)$ é TVMC ou $(ZF^2 \longrightarrow \neg CH)$ é TVMC. Mais: por (GT13), temos os seguintes casos:

117 'V(R)' seria uma notação útil, devida a Kreisel, para '$Log_T(R)$'; '$ZF \vdash R$' significa que R é um teorema da teoria de conjuntos de primeira-ordem ZF; '$STAr(S)$' é uma formula em LPO da teoria dos conjuntos que é verdadeira na estrutura que se identifica como a estrutura dos números naturais na interpretação intencionada de ZF se, e só se, a fórmula na linguagem da aritmética, da qual esta é uma tradução, é verdadeira na estrutura dos números naturais; em resumo: é a tradução conjuntista da fórmula aritmética S.

118 Onde V_α é a estrutura dos conjuntos de *rank* menor do que o cardinal α; k_0 é o menor cardinal inacessível; ZF^2 é a conjunção de uma tradução de segunda-ordem dos axiomas de ZF.

(GT14a) $ZF \vdash (V(ZF^2 \longrightarrow CH) \leftrightarrow CH)$

(GT14b) $ZF \vdash (V(ZF^2 \longrightarrow \neg CH) \leftrightarrow \neg CH)$

Uma vez que há modelos de ZF em que CH não é verdadeiro e modelos em que $\neg CH$ não é verdadeiro, então nem $V(ZF^2 \longrightarrow CH)$ nem $V(ZF^2 \longrightarrow \neg CH)$ são teoremas; portanto, não são analiticamente verdadeiros também. Logo, novamente, (ASG) é falso.

Dada esta crítica de Gómez-Torrente, essa análise mostraria que as objeções de Etchemendy não teriam apenas imprecisões sérias, mas problemas fundamentais tanto nos seus pressupostos como nos seus passos inferenciais.

3.3.5 Respostas à Etchemendy orientadas de modo lógico-filosófico IV: a resposta de Graham Priest

Priest (1995) oferece uma análise mais geral da avaliação crítica de Etchemendy acerca da abordagem modelo-teorética da consequência lógica[119]. O primeiro passo de Priest (1995, p. 284-285) é uma caracterização informal de validade: uma inferência é válida se, e só se, é *impossível* a conclusão ser falsa dado que as premissas são verdadeiras. O segundo passo, por conseguinte, é oferecer uma teorização rigorosa da validade. Para Priest, nesse primeiro passo teórico – o segundo no geral –, o problema está relacionado com o modo como se pode fornecer uma caracterização rigorosa e materialmente adequada da expressão “dado que”. Nesse sentido, teríamos que observar que tipo de condicionalidade estaria envolvida em “dado que” e, por conseguinte, uma explicação modal sobre a necessidade fixada sobre a condicionalidade. É nesse ponto que se identifica a proposta modelo-teorética tarskiana[120]: necessidade é convertida em termos modelo-teoréticos “como quantificação sobre todas as coisas de certo tipo” (PRIEST, 1995, p. 284), tendo como base uma divisão sintática entre constantes lógicas – termos fixos, na terminologia de Etchemendy – e não-lógicas – termos variáveis sujeitos a parâmetros de substituição. O fecho explicativo está na noção de verdade e satisfação, pela qual se caracteriza os modelos.

A partir dessa caracterização geral, Priest (1995, p. 285-286) identifica primeiramente uma pressuposição padrão da proposta – algo inclusive não questionado por Etchemendy –, a saber: a escolha do condicional material como base da condicionalidade de “dado que”.

[119] Uma proposta mais positiva e mais precisa pode ser encontrada em Priest (1999; 2006, cap. 11). Aqui apresentarei simplesmente sua resposta ao desafio crítico das objeções de Etchemendy.

[120] Priest (1995, p. 284) chama a proposta modelo-teorética em geral de ortodoxia tarskiana.

Esclarecida essa pressuposição não examinada e tendo passado pelo problema dos *cross-term restrictions*[121], Priest (1995, p. 287-288) chama atenção para um problema fundamental, que, diga-se, talvez seja o ponto intuitivo de rejeição de Etchemendy em relação ao tratamento modelo-teorético da consequência lógica[122]: a proposta quantificacional torna o acesso epistêmico à validade de uma inferência dependente de uma generalização universal, i.e., é epistemicamente impossível saber que uma inferência é válida sem saber que a generalização universal correspondente é verdadeira. Como o acesso epistêmico à generalização universal é dependente do acesso epistêmico às instâncias, então teríamos que conhecer a verdade de cada instância para saber a verdade da generalização universal. Ora, se esse é o caso, então teríamos perdido o apelo básico da consequência lógica: não precisamos saber quais os valores das instâncias para saber que tal argumento é válido. Contudo, Priest (1995, p. 288) aponta que há nessa objeção uma confusão entre as ordens epistêmica e definicional, pois a ordem epistêmica não precisa coincidir com a ordem definicional, i.e., do fato de a definição estabelecer uma determinada ordem explicativa não se segue que tal ordem definicional deve espelhar a ordem epistêmica. Por exemplo: explicamos de forma decomposicional e genérica o ato perceptivo em determinados sentidos atuando separadamente, mesmo que, *realiter*, tal evento não se dê de forma separada e genérica, mas de forma contínua e dinâmica. Outro exemplo, este dado por Priest (1995, p. 288): o caso da definição de efetividade computacional por meio de máquinas de Turing fornecido por Church e Turing. Podemos ter certeza que determinado procedimento é algorítmico antes mesmo de checar se uma máquina de Turing é capaz de o realizar. Aqui, como no caso da validade, temos que a ordem definicional não espelha a ordem epistêmica, mas nem por isso se segue o problema apontado por Etchemendy.

No que concerne aos problemas de *undergeneration* e *overgeneration*, Priest (1995, p. 288-290) considera uma resposta *enthimemática* ao primeiro destes problemas. Tomemos o seguinte caso de *undergeneration* (Cf. PRIEST, 1995, p. 288): tomando predicados e nomes como constantes – i.e., termos variáveis (constantes não-lógicas) –, a inferência <Leslie é um irmão; logo Leslie é homem> é inválida; mas, tomando nomes e predicados como termos invariáveis a fim de circundar o problema cairíamos em *overgeneration*, pois a inferência <Leslie foi presidente dos EUA; logo, Leslie era homem> se tornaria válida. A resposta *enthimemática* consistiria, portanto, em sustentar que a sentença causadora de *undergeneration*

[121] Cf. Etchemendy (1999, cap. 5) e Priest (1995, p. 286-287).
[122] Algo inclusive mantido e frisado por Etchemendy (2008) tardiamente.

é genuinamente inválida, embora possa ser considerada válida caso se admita uma premissa oculta: todos os irmãos são homens.

No que concerne especificamente ao problema de *overgeneration*, por outro lado, temos um problema mais difícil de lidar e que revela uma resposta mais robusta. Assim, tomando o caso apresentando por Etchemendy da hipótese do *continuum* (HC)[123], Priest (1995, p. 289-290) argumenta que tal problema poderia ser superado se mantivéssemos os quantificadores – tanto de primeira-ordem quanto de segunda-ordem – ligados a parâmetros de domínio, tomando a sentença que expressa (HC) e ligando todos os quantificadores, de primeira e segunda-ordem, a seus respectivos parâmetros de domínio. Teríamos, por conseguinte, uma sentença resultante não-categórica, tornando a alegação de Etchemendy falha. Contudo, a resposta mais substantiva enquanto proposta de revisão da definição modelo-teorética da consequência lógica se dá no que concerne ao argumento finitista e à alegação da cardinalidade do que há como fator extra-lógico. Priest (1995, p. 290-291) responde a isso considerando uma quantificação possibilista sobre tudo o que há, revisando, portanto, a proposta interpretacional que fixa a variação sobre o que é atual e permite somente uma variação sobre possíveis reinterpretações dos termos variáveis da linguagem[124].

3.3.6 Respostas à Etchemendy orientadas de modo lógico-filosófico V: a resposta de Van McGee

McGee (1992b) retoma o ponto central da tese de Etchemendy do seguinte modo: na medida em que a verdade lógica é definida em termos de verdade em todos os modelos, e como o aparato modelo-teorético não depende apenas de aspectos lógicos – Ex.: o argumento finitista e o argumento da hipótese do *continuum*, que dependem de aspectos matemáticos, apontam para isso –, então, como expõe Caret-Hjortland (2015, p. 5), a suposta tese de Tarski – de que uma sentença é logicamente válida apenas se é verdadeira em todos os modelos – é ela mesma contingente. Segue-se disso que uma verdade lógica seria contingente, o que é um absurdo dada as propriedades intuitivas da noção apropriada e comum de consequência lógica, nomeadamente a necessidade. Isso é o que McGee (1992b, p. 272) chama de "problema da contingência". Esse erro, por sua vez, pode ser superado, segundo McGee, na medida em que refletimos sobre a própria natureza matemática sobre a qual os modelos estão fundados.

[123] Cf. Etchemendy (1999, p. 123-124).
[124] Algo dessa resposta está presente em propostas revisionistas tratadas no próximo capítulo.

McGee (1992a, 1992b), concordando com Etchemendy acerca da tese de que os modelos acabam por depender de fatores extra-lógicos, sustenta que modelos possuem o fundamento de sua existência sobre estruturas necessárias de natureza metafísico-matemática, seguindo-se disso a negação da alegação de que a tese de Tarski acabaria por resultar na dependência de fatores extra-lógicos contingentes. Mimetizando a estrutura do argumento ontológico modal, é apresentada a seguinte formalização em lógica modal quantificada $S5$ para o argumento contra o problema da contingência[125]:

(P1) $\Box(\forall x)\big[M(x) \longrightarrow (\exists y)\big(P(y) \wedge I(x,y)\big)\big]$

(P2) $\Box\ (\forall x)(\forall y)\big[\big(M(x) \wedge I(x,y)\big) \longrightarrow M(y)\big]$

(P3) $\Box\ (\forall x)[P(x) \longrightarrow\ \Box(\exists y)(y = x)]$

(P4) $\Box(\forall x)\big[\big(P(x) \wedge M(x)\big) \longrightarrow\ \Box M(x)\big]$

$\therefore \Diamond(\exists x)M(x) \longrightarrow\ (\exists y)M(y)$

Assim, para McGee, bloquear-se-ia, pelo menos, o problema da contingência, apelando-se para o estatuto modal da necessidade metafísica das estruturas matemáticas que fornecem o fundamento do aparato modelo-teorético, o que seria deixar de lado os problemas mais graves da objeção de Etchemendy – a saber: o problema de *overgeneration* e *undergeneration*, inadequação extensional e a acusação de fatores extra-lógicos –, pois não é fornecido razões contra a acusação de fatores extra-lógicas como uma falha de caracterização da CL, uma vez que reside nessa acusação o busílis da objeção de Etchemendy.

Todavia, na medida em que nos voltamos para o universo matemático como fonte de justificação para lidar com o problema da contingência acabamos por entrar no chamado problema da confiabilidade modelo-teorética: não é de modo algum evidente que o fato de uma sentença S ser verdadeira em todos os modelos fornece qualquer garantia de que S é logicamente verdadeira *simpliciter* (Cf. MCGEE, 1992b, p. 273). Resumidamente, podemos dizer que o problema da confiabilidade questiona a capacidade do universo matemático – mais

[125] 'M' tem como interpretação intendida 'x é um modelo em que ϕ é falso', 'P' como 'x é um conjunto puro', 'I' como 'x é isomórfico em relação a y'. Veja também a orientação básica em McGee (1992b, p. 274-276).

especificamente, da Teoria de conjuntos, entendido em sentido geral[126] – em fornecer base teórica para a Lógica[127].

Contudo, aqui penetramos numa questão que vai para além das objeções de Etchemendy, pois não se questiona aqui simplesmente a proposta modelo-teorética, mas também a própria base matemática da Teoria de modelos – a Teoria de Conjuntos. Como tal problema da confiabilidade é central nas discussões das propostas revisionistas o retomarei posteriormente.

3.3.7 Respostas à Etchemendy orientadas de modo lógico-filosófico VI: a resposta de Scott Soames

A crítica de Soames (1999, p. 117-147) foca no aspecto lógico-filosófico das objeções de Etchemendy, pois considera que os aspectos históricos teriam sido respondidos satisfatoriamente, principalmente por Gómez-Torrente. Sendo este o caso, Soames (1999, p. 119), em primeiro lugar, critica Etchemendy por pressupor acriticamente certa compreensão da noção de verdade lógica prévia à análise modelo-teorética. Assim, o aparato modelo-teorético apenas tornaria preciso e matematicamente tratável essa noção prévia por uma suposta análise conceptual. Essa noção prévia possuiria as seguintes restrições:

$(R1)$ Se S é logicamente verdadeira, então S é necessariamente verdadeira.
$(R2)$ Se S é logicamente verdadeira, então S é conhecível a priori.
$(R3)$ Se S é logicamente verdadeira, então S é analítica.

Estabelecido isso, Soames se volta para o argumento finitista de Etchemendy. Soames (1999, p. 122-123) compreende a objeção de Etchemendy como indicador de uma falha na análise conceptual, no seguinte sentido: se um mundo fosse finito, então a sentença finitista (T) seria considerada logicamente verdadeira. Contudo, há uma falha em pensar que análise de Tarski é uma análise *intensional*, ou seja, uma análise que pretende “produzir um exato sinônimo da noção informal, pré-teorética sob análise. ” (SOAMES, 1999, p. 124, tradução nossa). A visão de Soames sobre a análise empreendida por Tarski é a seguinte:

[126] Como menciona Corcoran (TARSKI, 1986, p. 151, nota 9), ao explicar algumas considerações de Tarski, podemos compreender de dois modos a expressão ‘Teoria de conjuntos’: (a) Teoria de conjuntos pode ser compreendida especificamente, referindo-se a teorias específicas distintas;(b) Teoria de conjuntos, por sua vez, pode ser também compreendida em sentido geral, englobando várias teorias de conjuntos específicas;
[127] “The reliability problem […] is again a question which turns upon the richness of the mathematical universe, this time the question whether the universe of set theory is robust enough so that we can find within it a model of each aspect of the actual world” (MCGEE, 1992b, p. 278).

> Rather, his definitions should be viewed as explications of the concepts under investigation. In general, an explication of some pretheoretically understood concept C consists in the definition of a related concept C' that (i) applies to those things that are clear and central instances of the concept C; (ii) is precise and well defined; (iii) is free of difficulties and obscurities present in the original concept C; and (iv) may play the role of C in all theoretical contexts in which that notion is legitimately required. The claim that the model-theoretic definition of logical truth provides an analysis of that notion should be understood as the claim that it satisfies these criteria. If this claim is correct, then we can take the notion of logical truth employed in any theoretical context to be identical with the model-theoretic notion. (SOAMES, 1999, 124)

Através dessa consideração sobre qual tipo de análise está envolvida na definição modelo-teorética de Tarski, Soames (1999, p. 126) se volta para uma exigência de analiticidade que é metodologicamente requerida nessa análise, pois ele tenta reconstruir o raciocínio que leva à seguinte tese: a explicação modelo-teorética pode fornecer uma análise correta da verdade lógica somente se a alegação de que há conjuntos infinitos é logicamente verdadeira. Para este fim, ele formula uma noção de analiticidade virtual: S é virtualmente analítica se alguém que entende S e todas as expressões citadas, ou de outro modo nomeadas em S, possuem informação que, em princípio (com reflexão e raciocínio suficiente), torne possível *reconhecer* que S é verdadeira. Por conseguinte, Soames (1999, p. 126) propõe a seguinte reconstrução dos passos inferenciais:

(S1) Se a definição modelo-teorética tarskiana de verdade logica é uma análise correta dessa noção, então, para qualquer sentença S, o enunciado de que S é uma verdade lógica é analiticamente equivalente ao enunciado que S é verdadeira em todos os modelos, e o enunciado que S não é uma verdade lógica é analiticamente equivalente ao enunciado de que há um modelo em que S é falso.

(S2) É virtualmente analítico que (T) é falsa somente em modelos em que algum subconjunto do domínio tem infinitamente muitos membros.

(S3) Assim, se a definição modelo-teorética tarskiana é uma análise correta, então é virtualmente analítico que se (T) não é uma verdade lógica, então há conjuntos com infinitamente muitos membros (conjuntos infinitos).

(S4) Sabemos que (T) não é uma verdade lógica.

Como saber\conhecimento é factivo, temos que (T) não é uma verdade lógica. Assim, o ponto todo dessa reconstrução estabelece que se alguém aceita que a definição modelo-teorética tarskiana é uma análise correta da verdade lógica, então estaria comprometido com a tese que é *virtualmente analítico que há conjuntos infinitos*, gerando um absurdo dado o enunciado (S4). Isso seria possível se pudéssemos concluir validamente

(A) É virtualmente analítico que Q.

De P acrescido: (B) É virtualmente analítico que [se P, então Q].

Todavia, para concluir validamente (A) de (B) seria preciso estabelecer o seguinte: (C) É virtualmente analítico que P. Por conseguinte, aponta Soames (1999, p. 126), não é estabelecido simplesmente que (T) não é uma verdade lógica, mas sim o seguinte:

(7) É virtualmente analítico que (T) não é uma verdade lógica.

Uma vez que Etchemendy não oferece nenhum argumento que sustente algo semelhante a (7), Soames (1999, p. 127) tenta ampliar a reconstrução com os seguintes princípios de inter-relação entre analiticidade virtual e verdade lógica:

(S5a)$(\forall S)$([S é uma verdade lógica] $\Longrightarrow$ [é virtualmente analítico que S é uma verdade lógica])

(S5b) $(\forall S)$([S não é uma verdade lógica] $\Longrightarrow$ [é virtualmente analítico que S não é uma verdade lógica])

Ora, por meio do teorema da completude para lógica de primeira-ordem (LPO) podemos estabelecer (S5a)[128]. O problema jaz, portanto, em (S5b), que precisaria estabelecer o seguinte:

(S6) Se a definição modelo-teorética tarskiana de verdade logica é uma análise correta dessa noção, então o enunciado que há conjuntos com uma infinidade de membros é analítico.

Contudo, para se oferecer uma justificativa de (S5b) e poder chegar a conclusão absurda, seria preciso sustentar que "há um sentido de analiticidade que tanto valide o argumento (S1)-(S6) como torne o enunciado que é analítico que há conjuntos com infinitamente muitos membros absurdo." (SOAMES, 1999, p. 128, tradução nossa). Para Soames (1999, 129-130),

[128] Cf. Soames (1999, p. 127)

isso seria implausível, pois seria necessário sustentar, em última instância, a razoabilidade das seguintes teses[129]:

I. O enunciado <é virtualmente analítico que (T) não é uma verdade> é verdadeiro, ao passo que o enunciado que é analítico que há conjuntos com infinitamente muitos membros é falso.

II. Nada pode contar como uma análise adequada da verdade lógica a não ser que preserve I (dado o mesmo sentido de analiticidade).

Como, para Soames (1999, p. 130), não há nenhuma razão apresentada que satisfaça (I) e (II) conjuntamente e a noção de analiticidade entre (I) e (II) é inadequada no sentido requerido, segue-se que a objeção de Etchemendy não é bem-sucedida em dirimir o estatuto teórico da abordagem modelo-teorética no que diz respeito à objeção para lógica de primeira-ordem (LPO), como o caso finitista, pois do fato de que a definição modelo-teorética é capaz de evitar classificar sentenças relevantes como verdades lógicas não se conclui por classificar pressuposições substantivas sobre a extensão ou tamanho do que há como *logicamente verdadeiras* nem mesmo *analíticas* em qualquer sentido.

Voltemo-nos agora para o caso da hipótese do *continuum* (HC) e a objeção para lógica de segunda-ordem (LSO). Soames (1999, p. 131) propõe a seguinte reconstrução canônica da objeção de Etchemendy no caso de HC:

S1. A é verdadeira em todos os modelos sse HC é verdadeira.

S2. B é verdadeira em todos os modelos sse ¬HC é verdadeira.

S3. HC nem ¬HC são verdades lógicas.

S4. Assim, nem o enunciado que A é verdadeira em todos os modelos nem o enunciado que B é verdadeira em todos os modelos são verdades lógicas.

S5. Para toda sentença S, se S é uma verdade lógica, então o enunciado que S é verdadeira em todos os modelos é uma verdade lógica.

S6. Deste modo, nem A nem B são verdades lógicas.

S7. HC é verdadeira ou ¬HC é verdadeira.

S8. Mas isso significa que A é verdadeira em todos os modelos ou B é verdadeiro em todos os modelos.

[129] A rota inferencial de Soames é tremendamente prolixa, envolvendo decidibilidade da lógica de primeira-ordem, análise e analiticidade virtual, etc. Não me deterei extensamente nisso; apenas resumirei. Para isso Cf. Soames (1999, p. 128-130).

S9. Assim, se a definição modelo-teorética de verdade lógica é extensionalmente correta, então A é uma verdade lógica ou B é uma verdade lógica.

S10. Uma vez que o consequente de (S9) contradiz (S6) a definição modelo-teorética da verdade lógica não é extensionalmente correta.

O primeiro problema para Soames nessa reconstrução é de ordem lógica, pois (S4) não se segue de (S1)–(S3), embora (S4) possa se seguir de (S3) se os enunciados de (S2) e (S1) forem verdades lógicas. O ponto é que estas não são consideradas verdades lógicas. Tendo esse problema a ser enfrentado, Soames (1999, p. 132-133) apresenta duas reformulações. Em ambas, o núcleo problemático jaz nas reformulações de (S5) – que também se relaciona com a reformulação (S5a) acerca da objeção para lógica de primeira-ordem[130]. Todavia, no caso da LSO há um agravante: ao contrário da lógica de primeira-ordem, LSO é incompleta. Portanto, uma reformulação de S5, análoga a (S5a), não seria bem-sucedida uma vez que LSO é incompleta. Mais: não há um sentido de analiticidade que forneça suporte para a linha argumentativa reconstruída de Etchemendy, nomeadamente a reformulação de (S5).

Por conseguinte, conclui-se que as duas linhas de objeção mais fortes de Etchemendy – a saber: os casos a respeito da LPO e LSO – seriam neutralizados, permitindo que o aparato formal modelo-teorética da definição de Tarski seja considerado bem-sucedido – embora, no caso de Soames, seja necessário a adição de certa suplementação de uma teoria semântica para que a análise resulte adequadamente (Cf. SOAMES, 1999, p. 134-136).

3.4 Síntese conclusiva

Realizando uma síntese dialética do que foi apresentado, podemos ter o seguinte esquema:

- *Objeção* I: falácia modal.
- *Resposta:* (a): Recusa do comprometimento modal. A consequência lógica não envolve força modal.
- Falha da *resposta*: sujeito a contra-exemplos absurdos. Em primeiro lugar, seguir-se-ia que a validade é *simpliciter* preservação de verdade. Logo, a mera satisfação de um condicional $p \rightarrow q$ o tornaria uma consequência lógica. Ora, mas isso não é o caso, pois, por absurdo, exemplos banais claramente inválidos seriam declarados válidos. Por exemplo:

[130] Outro ponto problemático sagazmente apontado por Soames é a forma canônica de representar enunciados da forma "S é verdadeiro em todos os modelos" como certa generalização de ordem superior. Sobre isso ver Soames (1999, nota 63, p. 145-147) e a crítica anteriormente apresentada de Gómez-Torrente.

A grama é verde.

Logo, Fortaleza é a capital do Ceará.

Logo, tal proposta é insatisfatória. Uma possiblidade seria usar a noção de forma lógica, mas uma proposta meramente formal acrescida da concepção linguística cairia nos mesmos problemas vinculados ao princípio da redução já discutidos[131]. Apelar para algo como "grau de generalidade" seria teoricamente insatisfatório também, pois se trata de algo não-esclarecido e tal proposta provavelmente teria que se vincular a uma proposta meramente formal, caindo no problema antes mencionado. Mais: pressuporia uma redução das propriedades intuitivas, principalmente a modalidade, à generalidade, o que não é em nenhum momento demonstrado.

• *Resposta* (b): admitindo o tratamento modelo teorético, pode-se tentar resolver o problema da falácia modal explicando melhor o problema da modalidade por meio de uma abordagem revisionista. Propostas nesse sentido serão analisadas mais detidamente no capítulo seguinte – e nos parece que tais propostas são realmente mais satisfatórias.

• *Objeção* II: os casos de *overgeneration* e *undergeneration*, i.e., as objeções a (URP) e suas respectivas modificações.

Tese subjacente à objeção II (a) (TSOIIa): é metodologicamente insatisfatório ou impossível, e, portanto, metodologicamente inaceitável, qualquer tipo de dependência entre Lógica e outro domínio teórico, como a Matemática.

Tese subjacente à objeção II (b) (TSOIIb): é impossível uma concepção que articule (SR) e (SI). (SR) e (SI) são, portanto, incompatíveis no que concerne a uma concepção relevante da consequência lógica.

Tese subjacente à objeção II (TSOIIc): verdades lógicas são verdades analíticas. Mais especificamente, analiticidade aplicada à verdade lógica como TVMC.

• *Em sentido contrário à* (TSOIIa): Van McGee, como vimos, fornece um a argumento ontológico contra Objeção II, atacando especificamente (TSOIIa), i.e., simplesmente aceita a tese contra-intuitva e aceita o princípio da redução, mas o fundamenta com base em uma espécie de necessitarismo matemático. Contudo, Vann McGee não explica claramente a articulação entre as disciplinas; nesta medida é uma proposta teórica deficiente. Em segundo lugar, o necessitarismo matemático acaba por fundir em alguma medida a consequência lógica com

[131] Além desses, haveria também outros, mais radicais, vinculados à concepção linguística pressuposta na análise de Etchemendy.

verdade necessária, o que também é teoricamente insatisfatório. Mais: não se explica especificamente o domínio lógico, em contraste com o domínio matemático.[132]

- *Em sentido contrário à* (TSOIIa) *Gómez-Torrente:* Gómez-Torrente apresenta uma análise crítica às objeções de Etchemendy, mostrando imprecisões, falhas argumentativas e pressupostos implausíveis e até falsos (Cf. secção 3.3. 2 e 3.3.4).
- *Em sentido contrário* (TSOIIb): Priest, por sua vez, recusa (TSOIIb). A proposta de quantificação possibilista aponta especificamente para uma articulação teórica para além de (SR) e (SI). Caberia, contudo, uma melhor explicação desses aspectos e um tratamento da modalidade, bem como do problema da logicalidade. Mais: quanto ao problema do princípio da redução, Priest chama atenção para um *non sequitur* por parte da objeção de Etchemendy, na medida em que se faça uma distinção entre ordem epistêmica e ordem definicional.
- *Em sentido contrário à* (TSOIIb): Soames, por sua vez, contra-argumenta as objeções de Etchemendy reconstruindo as objeções deste. O busílis aqui está em que medida tal reconstrução é fidedigna com a linha argumentativa de Etchemendy. Mais: é preciso avaliar em que medida uma concepção baseada na analiticidade seria capaz de responder a críticas à própria noção de analiticidade[133].

Para Etchemendy, as objeções apontam para a falha de se considerar a abordagem modelo-teorética como uma análise adequada da consequência lógica. Não só uma simples análise, mas uma análise redutiva. Mais: o centro das objeções de Etchemendy está relacionado com três problemas fundamentais: (i) a questão da quantificação na abordagem formal – se se quantifica sobre o que é atual, como sugere Etchemendy, ou sobre o que é possível, como sugere Priest, p. ex. –; (ii) a disjunção exclusiva entre SR e SI, i.e., (TSOIIb), que está relacionada com (i); por último, (iii) o problema das formas lógicas e sua relação com os termos fixos – ou constantes lógicas. O diagnóstico de Etchemendy pressupõe, inicialmente, uma posição sobre os dois primeiros problemas, a saber: que a disjunção entre SR e SI é exaustiva, exclusiva e suficiente, e a ausência de tratamento crítico sobre o problema da quantificação envolvida nos modelos, assumindo, ingenuamente, que só podem quantificar sobre o que é atual – por razão da visão exaustiva e suficiente ente SR e SI –, pois só há variação interpretacional sobre a fixação do que é atual, segundo SI. Todavia, se questionamos os pressupostos encontrados nesse diagnóstico, então as objeções de Etchemendy podem ser vistas não como ataque a uma abordagem modelo-teorética *per se* ou da própria "concepção da semântica lógica", mas contra

[132] Nesse aspecto, algumas propostas revisionistas analisadas no próximo capítulo são teoricamente mais satisfatórias, como veremos.
[133] Para uma análise crítica da analiticidade veja Williamson (2007, cap. 3 e 4).

uma concepção linguística, interpretacional simples da consequência lógica – para Etchemendy, uma concepção metafísica da lógica está fora de questão –, embora a própria concepção de Etchemendy seja linguística na medida em que assume acriticamente a subsunção das verdades lógicas ao conjuntos da verdades analíticas, i.e., sentenças verdadeiras apenas pelo significado dos termos lógicos[134].

Contudo, mesmo diante de graves problemas, o trabalho de Etchemendy pode ser louvado por ter novamente lançado luz sobre a consequência lógica enquanto tal, mostrando que a proposta modelo teorética não é capaz de uma análise conceptual redutiva. Disso não se segue que o aparato modelo-teorético é fundamentalmente falho. Como aponta Vann McGee (1992, p. 292), o método de exame e investigação de sistemas formais por meio de modelos se mostrou enormemente bem-sucedido. O problema é confundir esse método de investigação com uma análise redutiva.

Por conseguinte, o problema que se coloca, na medida em que se questiona os pressupostos do diagnóstico pró-Etchemendy, é como articular essa revisão parcial da abordagem modelo-teorética e, em que medida, tal revisão consegue responder ao desafio das objeções de Etchemendy conservando os ganhos formais da abordagem modelo-teorética para consequência lógica. Resolver esse problema é o que propõem as abordagens modelo-teoréticas revisionistas que veremos a seguir.

[134] Diagnósticos semelhantes podem ser encontrados em Sher (1996) e Hanson (1997).

4 PROPOSTAS MODELO-TEORÉTICAS REVISIONISTAS

As objeções de Etchemendy podem ser compreendidas como desafios teóricos concernentes a uma concepção limitada da semântica lógica[135] que explica o aparato lógico-matemático formal da teoria dos modelos, possuindo, por sua vez, uma fundamentação filosófica subjacente. Neste sentido, considero que as objeções de Etchemendy se aplicam à tese da análise redutiva anteriormente mencionada e determinada concepção linguística da semântica lógica, que enquadra a abordagem modelo-teorética da consequência lógica numa visão interpretacional pura e simples – e, portanto, linguística.

Identificado o problema, defrontamo-nos com múltiplas possíveis articulações teóricas. Uma saída ao extremo para essa visão linguística seria a adoção de uma visão metafísica-inflacionária, radicada numa semântica representacional (SR) e simplesmente modal da consequência lógica. Essa visão poderia ser rejeitada – e, portanto, ser considerada insatisfatória – por duas razões: (i) ela reduz a verdade lógica à verdade necessária *simpliciter* e a consequência lógica a uma implicação estrita *simpliciter*, gerando uma confusão entre noções modais – verdade necessária ou consequência necessária – e verdade\consequência lógica; (ii) torna a abordagem modelo-teorética dependente de restrições metafísicas não muito bem articuladas, fornecendo uma explicação pouco elucidativa da consequência lógica[136]. Outra via extrema, por outro lado, seria tentar manter uma base interpretacional pura e simples para a proposta modelo-teorética da consequência lógica sustentando uma tese fraca de simples preservação de verdade, rejeitando, portanto, o caráter modal da consequência\verdade lógica, i.e., consequência\verdade lógica sem força modal[137]. Nesse caso, temos os seguintes problemas: (i) mera preservação de verdade é uma condição muito fraca para a consequência lógica[138] e, em última instância, seguir-se-ia que uma verdade lógica seria nada mais que uma espécie de regularidade humeana, o que é absurdo; (ii) defensores de tal proposta não fornecem uma explicação que permita reduzir o componente modal a uma mera generalidade; (iii) problemas com a identificação entre consequência lógica e consequência material – isto é, consequência como preservação de verdade *de facto* –, pois a abordagem interpretacional pressupõe uma variação interpretacional mantendo o mundo atual como fixo[139], i.e., supõe-se

135 Sobre essa noção de "concepção de semântica lógica" ver Sher (1996, p. 657).
136 Uma proposta nesse sentido parece ser a de Tahko (2014).
137 Essa proposta parece ser sustentada por Greg Ray (1996) e Soames (1999).
138 Cf. Hanson (1999).
139 Sobre isso veja Sher (1996, p. 661-667). Nesse sentido, teríamos, por exemplo, o seguinte: $p \vDash q$ dada a mera condição de que não seja o caso que atualmente $v(p) = 1$ e $v(q) = 0$, dada uma valoração v.

uma variação interpretacional atualista; (iii) problemas com contraexemplos, gerando casos de *overgeneration*.[140]

Tendo isso em vista, apresentarei aqui propostas revisionistas da abordagem modelo-teorética que (i) tentam superar a dicotomia entre a concepção linguística – tanto interpretacional como substitucional – e a concepção metafísica-inflacionária; (ii) tentam fornecer uma base mais sólida para concepção modelo-teorética da lógica e, assim, superar as falhas que recaem sobre a concepção linguística da abordagem modelo-teorética da lógica sem serem afetadas pelas objeções de Etchemendy; por último, (iii) tais concepções resultantes estão em acordo com a aparato modelo-teorético e, por sua vez, fornecem uma fundamentação para esse aparato modelo-teorético em alguma medida.

4.1 A proposta modal-formal de William Hanson

Hanson (1997) aborda a questão acerca da consequência lógica em três níveis: (i) o nível descritivo, onde se apresenta concepções gerais acerca da consequência lógica; (ii) o nível normativo, onde se prescreve o que *deve ser* uma teorização adequada da consequência lógica; (iii) o nível adequacional, onde se avalia se a concepção apresentada é formal e materialmente adequada com o aparato modelo-teorético da consequência lógica.

Concernente à (i), Hanson (1997) apresenta três concepções da consequência lógica: (I) a explicação *puramente modal* da consequência lógica, pois faz uso de simples noções modais para caracterizar a consequência lógica:

(MA) φ é uma consequência lógica de Γ se é *impossível*, para todo $\gamma \in \Gamma$, γ ser verdadeiro e φ falso.[141]

Esta proposta seria, na verdade, uma concepção metafísica-inflacionária e, por sua vez, cairia nos problemas anteriormente apresentados.

Uma segunda opção concernente à consequência lógica é a explicação formal (II):

(FA) φ é uma consequência lógica de Γ se, para todo $\gamma \in \Gamma$, nenhum argumento com a mesma forma lógica torna γ verdadeiro e φ falso.[142]

[140] Ver as considerações na síntese conclusiva em cap. 3.4.
[141] Cf. Hanson (1997, p. 366).
[142] Cf. Hanson (1997, p. 366-367).

Contudo, para o caso da concepção formal há duas versões fundamentais (Cf. HANSON, 1997, p. 367): a versão substitucional sustenta que a relação de consequência é válida sempre que nenhuma *substituição* entre termos não-lógicos (categorias gramaticais sendo respeitadas) torna γ verdadeiro – para todo $\gamma \in \Gamma$ – e φ falso; há também, por sua vez, a versão interpretacional, um melhoramento da versão substitucional, sustentando que a relação de consequência lógica é válida sempre que nenhuma *interpretação* dos termos não-lógicos torna γ verdadeiro – para todo $\gamma \in \Gamma$ – e φ falso. Por último, mas não menos importante, temos a concepção que Hanson está mais vinculado: (III) uma explicação formal-modal da consequência lógica. Neste caso, temos a seguinte caracterização:

(MFA) φ é uma consequência lógica de Γ se é *impossível*, para todo $\gamma \in \Gamma$, γ ser verdadeiro e φ falso, ou para todo Γ' e φ' tal que estes tenham a mesma *forma lógica* de Γ e φ.[143]

Ambos os fatores modal e formal são considerados necessários, mas não suficientes. Hanson (1997, p. 368) utiliza os seguintes casos como medidas de avaliação e diferenciação das propostas apresentadas:

(H1) $$\frac{(\exists x)\ Vermelho(x)}{\therefore (\exists x)\ Colorido(x)}$$ (H2) $$\frac{(\exists x)\ H_2O(x)}{\therefore (\exists x)\ \acute{A}gua(x)}$$

(H3) $$\frac{\begin{array}{l}(\forall x)(\forall y)(\forall z)[(Maior(x,y) \land Maior(y,z)) \longrightarrow Maior(x,z)] \\ (\forall x)(\exists y)\ Maior(x,y)\end{array}}{\therefore (\exists x)\ Maior(x,x)}$$

(H4) $$\frac{(\exists x)(\exists y)(x \neq y)}{\therefore (\exists x)(\exists y)(\exists z)(x \neq y \land y \neq z \land x \neq z)}$$

Tais casos são medidas no seguinte sentido: (MA) valida (H1) e (H2), ao passo que (FA) e (MFA) não validam nem (H1) nem (H2)[144] – nesse caso, estes estando em acordo com os resultados da lógica de primeira-ordem. Todavia, os casos realmente problemáticos seriam (H3) e (H4) – e estes, por sua vez, retomam as objeções de Etchemendy. A novidade no caso é (MFA).

[143] Cf. Hanson (1997, p. 367-368).
[144] No caso de (H2), além da objeção formal, seja substitucional quanto interpretacional, ainda se teria a alegação epistêmica de que o argumento é conhecido *a posteriori*.

Enquanto (FA) só consegue bloquear (H3) – por exemplo, se há *de fato* infinitamente muitas coisas –, (MFA) consegue bloquear (H3) *in limine* uma vez que o fato de haver finitamente muitas coisas pode ser ou não o caso[145], embora a lógica de primeira-ordem padrão seja capaz de bloquear (H3) em virtude de sua teoria de conjuntos subjacente: ZFC, nomeadamente por meio do axioma do infinito. No caso de (H4), por sua vez, temos que MFA e MA conseguem bloquear, mas não FA[146]. Isso se daria pela vinculação de FA a uma concepção que não permite variação representacional, i.e., FA, nos termos de Sher (1996, p. 661-667), identificaria a verdade lógica com a verdade material.

Por conseguinte, tendo encontrado casos de inadequação para MA e FA, Hanson (1997, p. 372-398) procura realizar um trabalho de lapidação de MFA, o que nos leva ao nível normativo (ii). Em um nível pré-teórico, considera-se que há três aspectos fundamentais na consequência lógica: necessidade, generalidade e aprioricidade. Entre estes, temos que a necessidade e a generalidade constituem condições necessárias da relação de consequência lógica. Consequentemente, Hanson considera que, em termos pré-teóricos, a consequência lógica é constituída por uma necessária preservação de verdade entre Γ e φ formalmente determinada, sendo esta razão que faz com que seja conhecida *a priori*. Essa visão se condensa na seguinte condição informal:

(CAMF) φ é uma consequência lógica de Γ se é *impossível*, para todo $\gamma \in \Gamma$, γ ser verdadeiro e φ falso sob *qualquer interpretação* dos termos – ou constantes – não-lógicos que aparecem no argumento.[147]

Contudo, faz-se necessário ainda explicitar em que consiste o componente modal e o formal. Hanson realiza tal objetivo através da caracterização de uma modalidade forte, o que ele chama de "noção apropriada" (Cf. HANSON, 1997, p. 378) da modalidade para a lógica, e uma explicação semântica vaga da formalidade por um critério de *ubiquidade* pragmática para

---

145 Nos termos das variações de SR e SI, (MFA) permite tanto variação representacional (metafísica) quanto interpretacional/substitucional (linguística).

146 Cf. Hanson (1997, p. 370).

147 "So the claim is that this version of the formal/modal account is at least approximately correct when its modal element specifies an appropriate notion of necessity and its semantic element selects logical constants in a way that satisfies the generality and apriority requirement" (HANSON, 1997, p. 379). No caso da verdade lógica, teríamos a seguinte reformulação:
φ é *logicamente verdadeiro* se φ é necessariamente verdadeiro sob qualquer interpretação dos termos – ou constantes – não-lógicos que aparecem em φ.

os termos da linguagem que devem ser considerados constantes lógicas. Vejamos mais detidamente em que consiste esses dois pontos da articulação de Hanson.

Acerca da modalidade, o ponto central de Hanson é uma dupla visão: se é preciso determinar um tipo de modalidade específica ao domínio da Lógica ou a modalidade da consequência lógica pode ser adequadamente caracterizada sem isso, i.e., sem um componente não-especificador? Hanson (1997, p. 380-390), em diálogo com Plantinga (1974), compromete-se com a segunda via. Para entendê-la vejamos as distintas caracterizações modais a seguir:

(H5) $V(\Box\varphi, v, w) \Leftrightarrow (\forall w')\, V(\varphi, v, w')$

(H6) $V(\Box\varphi, v, w) \Leftrightarrow (\forall w')(\forall v')\, V(\varphi, v', w')$

(H5) é uma caracterização da modalidade em termos de modelos de Kripke em que se mantém constante uma interpretação ou valor semântico v – uma valoração – e se varia os mundos possíveis. Portanto, (H5) é simplesmente uma caracterização de verdade em todos os mundos possíveis, que caracteriza apenas a verdade necessária em um sentido absoluto. (H6), por outro lado, exige variação tanto interpretacional quanto dos mundos possíveis – verdadeiro em todos os mundos possíveis e sob todas as interpretações dos termos não lógicos de φ.

Acrescido da cláusula (H6), Hanson adiciona na sua caracterização apropriada da modalidade lógica a sua visão pragmática das constantes lógicas, gerando uma concepção de modalidade primitiva, a modalidade lógica em sentido amplo (*broadly logical necessity*), diferenciada por distintas escolhas pragmáticas das constantes lógicas[148]. Por meio dessa noção apropriada de necessidade, Hanson julga superar as dificuldades de (H3) e (H4)[149].

No que diz respeito à formalidade, Hanson (Cf. 1997, p. 390-398) sustenta que não há uma distinção clara entre constantes/termos lógicos e não-lógicos. Contudo, pode haver um critério pragmático sobre o qual a propriedade fundamental da generalidade – e com ela a aprioricidade – está fundada: a *ubiquidade*. Embora, para Hanson, não tenhamos um critério preciso e rigoroso, podemos ter uma orientação pragmática, pois, dada a propriedade da generalidade, podemos estabelecer que termos lógicos precisam ser generalíssimos de modo a desempenhar um papel geral no conhecimento[150]. Termos lógicos devem ser *ubíquos*, i.e.,

---

[148] Para uma discussão mais aprofundada sobre a posição pluralista em modalidade examinada, veja Hanson (1997, p. 383-386).

[149] Para certos detalhes acerca disso veja as considerações Hanson (1997, 386-390).

[150] Não me deterei aqui nos argumentos de Hanson contra uma caracterização rigorosa dos termos lógicos na linha de Tarski (1986), Sher (1991, 1996, 2001), Shapiro (1998) ou mesmo Feferman (2010).

devem possuir aspectos comuns (supostamente de natureza lógica) presentes em geral nos argumentos e, em virtude disso, "aparecem no discurso em virtualmente todo tópico" (HANSON, 1997, p. 375), dado o grau de generalidade da Lógica e o papel basilar desta na estrutura geral do conhecimento humano.

Voltemo-nos agora para questão sobre o nível formal ou adequacional (iii), onde se avalia se a proposta modal-formal apresentada é *extensionalmente equivalente* à definição modelo-teorética. Hanson (1997, p. 400) coloca a questão (iii) em termos dos seguintes condicionais[151]:

(H8) Se um argumento A é uma CLPT, então A exibe CLMT.

e

(H9) Se um argumento A exibe CLMT, então A é CLPT.

A justificação de (H8) em vista da concepção modal-formal pode ser dada nos seguintes termos: por CLPT, temos que é impossível que haja uma coleção (atual ou possível) de indivíduos A e nenhuma interpretação das constantes não-lógicas tal que, relativo a tais indivíduos e de acordo com a interpretação, as premissas de A são verdadeiras e a conclusão falsa[152]. Suponhamos que A não esteja adequado à CLMT. Por conseguinte, há um modelo em que as premissas de A são verdadeiras e a conclusão é falsa – sendo o domínio de tal modelo algum conjunto não-vazio (finito ou enumerável) de objetos atuais. Logo, haverá uma interpretação pré-teórica das constantes não-lógicas baseada nessa mesma coleção de objetos atuais tal que torna as premissas de A verdadeiras e a conclusão falsa. Logo, A também falha com relação a CLPT – o que contradiz o antecedente admitido. Por redução ao absurdo, temos que A exibe CLMT.

Contudo, demonstração de (H9) é bem mais complicada. O ponto de partida de Hanson para (H9) são os argumentos de Kreisel (1967) para linguagens de primeira-ordem (LPO) [153].

[151] CLPT significa 'consequência lógica pré-teórica' e CLMT significa ' consequência lógica modelo-teorética'.

[152] Essa formulação é baseada em Hanson (1997, p. 400-401). Contudo, cabe notar que essa remissão a "indivíduos" me parece estranha à constituição do aspecto lógico, justamente porque Hanson, com sua compreensão primitivista da modalidade, não se preocupa em explicar esse domínio lógico. Para uma concepção sobre a constitucionalidade do domínio lógico entre verdade lógica e estados de coisas lógicos veja Chateaubriand (2008, p. 71).

[153] Tomando '$Val(\alpha)$' aqui para 'α é intuitivamente válida' (verdadeira em todas as estruturas), '$V_T(\alpha)$' como 'α é verdadeiro em todos os modelos' (para Kreisel, modelo são estruturas conjuntistas) e '$D(\alpha)$' como 'α é formalmente derivável por meios de um conjunto de regras aceitas'. Outro ponto: o domínio de quantificação é um conjunto na hierarquia comulativa. Mais sobre isso veja as considerações de Shapiro (1991, p. 141-143), Etchemendy (1999, p. 145-155) e Cohnitz e Estrada-González (2019, p. 85-87).

Em linhas gerais, Hanson usa os resultados de correção intuitiva e completude para garantir a adequação entre CLPT e CLMT. Examinemos, pois.

Primeiro, no que diz respeito a (H9), como aponta Hanson (Cf. 1997, p. 401), há uma discrepância entre "a coleção de objetos" nos quais os CLPT-contraexemplos se funda e o conjunto dos modelos conjunto-teoricamente determinados – o conjunto das estruturas em que CLPT se funda pode ser muito "grande" para ser um conjunto, pois modelos são entidades conjunto-teoréticas. Deste modo, o ponto central aqui é a suposição de que um CLPT-contraexemplo de uma consequência lógica pode ser representado por um modelo. Hanson basicamente retoma o problema da confiabilidade modelo-teorética, já mencionado ao apresentarmos as considerações de Vann Mcgee (1992b).

O que Hanson toma como base de Kreisel, fundamentalmente, é a distinção entre a preservação de verdade em todas as estruturas na hierarquia cumulativa (CLMT) e a preservação de verdade em todas as estruturas *simpliciter* (CLPT ou consequência lógica intuitiva [CLIT]). Por conseguinte, temos que, seguindo a demonstração de Kreisel, sempre que um argumento está adequado a CLMT e temos a completude, então temos a garantia que a conclusão é derivável das premissas de acordo com um conjunto de regras corretas. Em resumo, temos: a correção nos garante que a derivabilidade é correta com relação à CLPT – $Der(\alpha) \Rightarrow Val(\alpha) \Rightarrow V_T(\alpha) -$ [154], enquanto que a completude nos garante que a adequação de CLMT em relação à derivabilidade $- V_T(\alpha) \Rightarrow Der(\alpha)$. Isto, por sua vez, nos permitiria concluir a equivalência das noções em questão $- Val(\alpha) \Leftrightarrow V_T(\alpha) \Leftrightarrow Der(\alpha)$. Portanto, se temos essa interconexão entre CLMT e demonstrabilidade em conjunto com a completude e a consistência, temos a garantia de validade intuitiva – logo, a discrepância entre CLMT e CLPT é superada. Deste modo, Hanson estabelece, usando uma estratégia análoga a de Kreisel, o seguinte[155]:

(H9a) CLMT implica derivabilidade (garantido por completude).

(H9b) Derivabilidade implica CLPT.

No caso de (H9b), é preciso perguntar, em cada caso, se o princípio correspondente vale quando CLMT é substituído por CLPT. Caso a resposta seja sempre verdadeira, então temos a

---

[154] Não confundamos a "correção intuitiva" de Kreisel (1967) com o teorema da correção. Este expressa $Der(\alpha) \Rightarrow V_T(\alpha)$, enquanto que aquele $Der(\alpha) \Rightarrow Val(\alpha)$. Assim, Kreisel se refere aqui à intuitiva correção do cálculo de Primeira ordem.

[155] Cf. Hanson (1997, p. 405-407).

aceitabilidade de (H9b). Nessa medida, a proposta de Hanson apresenta uma resposta positiva para o problema da adequação no que concerne ao aparato modelo-teorético, tendo que a definição modelo-teorética consegue capturar o conteúdo da definição modal-formal da consequência lógica.

Contudo, temos um ponto negativo também. Basicamente, para chegar a esse resultado é preciso demonstrar (H9), e para esse fim precisamos da completude e da correção. Ora, se para o resultado positivo da adequação precisamos necessariamente da completude, então temos um resultado positivo limitado às lógicas que garantem os resultados metalógicos mencionados. Consequentemente, o domínio da consequência lógica é restringido drasticamente, o que seria um resultado teoricamente problemático, uma vez que Lógicas de segunda-ordem, p. ex., desempenham um papel fundamental nas ciências formais em geral[156] e podem estar submetidas a críticas pela via metalógica.

4.2 Modelos e Modalidade: a proposta de Stewart Shapiro

A proposta de Shapiro (1998; 2005; 2006) tem como objetivo explicar a relação entre a noção modelo-teorética de consequência lógica e uma concepção pré-teorética da consequência lógica tal que esta possa servir de base para aquela e aquela explique esta. Por conseguinte, a primeira questão que Shapiro tenta responder é o que a teoria dos modelos captura ou explica da consequência lógica, i.e., o que é modelado na teoria de modelos no que concerne à consequência lógica.

Num primeiro nível, toma-se o raciocínio como termo a partir do qual (*terminus a quo*) a teoria se orienta, ou seja, o marco que é o ponto de partida explicativo da teoria. Ora, como esse raciocínio é uma operação que tem um *medium* – a linguagem –, então temos que há uma relação entre itens linguísticos da linguagem natural e itens formais de uma linguagem formal. Nesse caso, uma teoria dos modelos – ou mesmo uma teoria da prova – se relaciona com o raciocínio vinculado à linguagem natural na medida em que o explica, seja na forma de um esclarecimento para fins teórico-científicos ou de uma análise da linguagem natural numa semântica formal (Cf. SHAPIRO, 1998, p. 135-137). Consequentemente, pode-se pensar, para Shapiro, nas linguagens formais como *addendum* à linguagem natural[157].

---

[156] Sobre estas questões veja Shapiro (1985).

[157] Essa visão será relacionada com a proposta de Catarina Novaes (2012), onde as linguagens formais são ferramentas de aperfeiçoamento cognitivo. Retomarei este ponto posteriormente.

Ainda nesse âmbito pré-teórico – ou pré-formal –, Shapiro (2005, p. 654-661) costuma fornecer uma caracterização da consequência lógica intuitivamente em vários níveis. Ele toma os seguintes aspectos como largamente disseminados na caracterização da consequência lógica: (i) o componente modal, (ii) semântico, (iii) formal e (iv) epistêmico. Esses quatro componentes são expressos por meio das seguintes cláusulas[158]:

(M) $CnL(\varphi, \Gamma)$ se não é possível que os membros de Γ sejam verdadeiros e φ falso.

(PW) $CnL(\varphi, \Gamma)$ se φ é verdadeiro em todos os mundos possíveis em que todos os membros de Γ são verdadeiros.

(S) $CnL(\varphi, \Gamma)$ se a verdade dos membros de Γ garante a verdade de φ em virtude dos significados dos termos nessas sentenças.

(FS) $CnL(\varphi, \Gamma)$ se a verdade dos membros de Γ garatem a verdade de φ em virtude dos significados dos termos lógicos.

(R) $CnL(\varphi, \Gamma)$ se é irracional sustentar que todos os membros de Γ são verdadeiros e φ é falso (as premissas de Γ sozinhas justificam a conclusão φ).

(Ded) $CnL(\varphi, \Gamma)$ se há uma dedução de φ a partir de Γ por meio de uma cadeia de regras de inferência legítimas, livres de lacunas de prova e autoevidentes.

Além disso, são apresentadas duas vias metodológicas ao tratar a consequência lógica e sua relação com ferramentas formais: a consequência lógica tratada por um aparato formal – teoria dos modelos ou teoria da prova – tem (i) um conteúdo descritivo, pois o aparato formal explica o que é a consequência lógica – seja o que for –; ou (ii) tem um conteúdo prescritivo, pois o aparato formal explica o que a consequência lógica deve ser[159]. Shapiro, por sua vez, mescla essas duas abordagens na medida em que sustenta uma forma intermédia, pois, para ele, o aparato formal de uma teoria dos modelos – ou uma teoria da prova – funciona como uma idealização matemática para fins de explicação científica – no caso, tendo o raciocínio como *terminus a quo*. Uma linguagem formal é considerada aqui como um modelo matemático[160], e,

[158] Cf. Shapiro (2005, p. 660-661).
[159] "On all the views so far, it would seem that in studying the model-theoretic or proof-theoretic consequence relation on a formal (or regimented) language we are studying what the author claims is either the real logical consequence relation of natural language (whatever that is) or what ought to be the consequence relation." (SHAPIRO, 1998, p. 137).
[160] "A formal language is a *mathematical model* of a natural language (of mathematics), in roughly the same sense as, say, a Turing machine is a model of calculation, a collection of point masses is a model of a system of physical objects, and the Bohr construction is a model of an atom. In other words, a formal language displays certain features of natural languages, or idealizations thereof, while ignoring or simplifying other features." (SHAPIRO, 1998, p. 137)

por conseguinte, temos uma estrutura matemática (linguagens formais) e o que ela representa (o raciocínio vinculado nas linguagens naturais)[161]. Logo, como o que se quer explicar é um raciocínio logicamente válido, e uma abordagem de modelos tem uma orientação pragmática, pois o que idealizar e o que ignorar depende do propósito do empreendimento, temos que o objetivo é iluminar – ou mesmo melhorar – aspectos relevantes do raciocínio logicamente válido e selecionar aqueles aspectos da linguagem natural que estejam relacionados com o raciocínio logicamente válido.

Um modelo matemático é composto de dois aspectos relevantes na teorização acerca da modelagem formal de Shapiro (1998, p. 139-140): (i) *artefatos*, componentes funcionalmente relevantes no modelo matemático, mas não-representativos; (ii) *representadores*, componentes que desempenham um papel referencial ou representativo. Entre os múltiplos artefatos – como os parênteses –, Shapiro defende (Cf. 1998, p. 142) que a relação de satisfação é um *representador* e, portanto, as estruturas modelo-teoréticas representam algo. Esse algo, para Shapiro, em acordo com a análise de Etchemendy, pode ser respondido em conformidade com duas abordagens anteriormente tratadas: (a) possíveis estados de coisa ou mundos possíveis – Semântica Representacional (SR) –, ou seja, o universo dos modelos representa todas as possibilidades; (b) possíveis interpretações da linguagem, ou seja, um modelo é uma interpretação da linguagem, fornecendo significados, denotações, ou extensões para os termos/constantes não-lógicas da linguagem – Semântica Interpretacional (SI).

Contudo, Etchemendy assume acriticamente que SR e SI são disjuntivamente excludentes. Se tomarmos o símbolo ⊕ para simbolizar a disjunção exclusiva – A ou não A, e não ambos –, podemos formular a tese acriticamente admitida de Etchemendy em termos modais do seguinte modo:

(DjEx) $$(\forall m)\ Modelo(m){:}\ \Box\left(SR(m) \oplus SI(m)\right)$$

Contudo, (DjEx) equivale à seguinte tese de incompatibilidade ou não compossibilidade:

(DjEx*) $$(\forall m)\ Modelo(m){:}\ \Box\neg\left(SR(m) \wedge SI(m)\right)$$

[161] Como aponta Shapiro (1998, p. 138), deve-se atentar para um duplo sentido de “modelo”: (a) modelo como estrutura matemática representativa de algo; (b) modelo como consequência lógica modelo-teorética, que se refere à vários componentes constituintes da teoria dos modelos.

Shapiro rejeita essa incompatibilidade (Cf. 1998, p. 147-150) com a seguinte cláusula para a consequência lógica, permitindo um modelo possível que combina SR e SI:

(CLPSh) φ é uma consequência lógica de Γ se φ é satisfeito em todas as possiblidades sob todas as interpretações dos termos não-lógicos nos quais γ é satisfeito – para todo $\gamma \in \Gamma$.

Basicamente, Shapiro, com (CLPSh), apresenta uma proposta semelhante à proposta de Hanson tratada em (CAMF) e (H6), articulando variação modal e interpretacional.

Todavia, é preciso examinar em que medida a consequência lógica modelo-teorético, i.e., o tratamento formal da consequência lógica via Teoria dos Modelos, é um bom modelo matemático de (CLPSh). Aqui retomamos o problema da adequação da teoria modelo-teorética da consequência lógica com a consequência lógica *simpliciter*.

Para realizar esta adequação Shapiro (1998, p. 148) indica dois parâmetros de ajuste: (i) a distinção entre o vocabulário lógico e não-lógico; (ii) a força da meta-teoria matemática da teoria dos conjuntos – pressuposições sobre o tamanho e extensão do universo dos modelos. Assim, no que diz respeito a este problema, Shapiro considera que "A idéia subjacente é que a natureza modal da consequência lógica é representada no universo dos modelos" (SHAPIRO, 1998, p. 150, trad. nossa)[162]. Poderia se entender, a partir deste trecho, que Shapiro está a propor um reducionismo da modalidade à generalidade conjuntista, o que seria uma tese muito problemática para ser simplesmente assumida sem boas razões suficientes. Numa leitura mais caridosa, poderíamos dizer que Shapiro aqui não está defendendo ou sugerindo uma redução da modalidade lógica às estruturas modelo-teoréticas[163], mas que estas são capazes de modelar a modalidade lógica por meio de estruturas modelo-teoréticas, i.e., tais estruturas são capazes de modelar adequadamente a relação de consequência lógica com seu aspecto modal e fornecer um tratamento matematicamente confiável para o aspecto modal da consequência lógica. Contudo, as únicas restrições meta-teóricas necessárias dizem respeito à cardinalidade do modelo – tanto para LPO como para linguagens de ordem-superior (LOS).

A questão meta-teórica é suplementada pela indicação de um critério para a formalidade (Cf. SHAPIRO, 1998, p. 151-152), a saber: a propriedade de invariância sobre isomorfismo. Em resumo, temos o seguinte: se dois modelos $\mathcal{M}$ e $\mathcal{M}'$ são isomórficos em bijeção aos itens

[162] "*The underlying idea is that the modal nature of logical consequence is represented in the universe of models*" (SHAPIRO, 1998, p. 150).
[163] Não seria algo similar a proposta de Sher (1996, p. 682).

não-lógicos em uma fórmula φ, então $\mathcal{M}$satisfaz φ sse $\mathcal{M}'$ satisfaz φ[164]. Mais precisamente, temos:

(IsoForm) Diz-se que uma linguagem $\mathbb{L}$ tem a propriedade de isomorfismo se, e só se, para todo φ e modelos $\mathfrak{M}$ e $\mathfrak{M}$' para $\mathbb{L}$ com correspondentes atribuições s e s' tal que $\langle \mathfrak{M}, s \rangle$ e $\langle \mathfrak{M}', s' \rangle$ são isomórficos em relação aos termos não-lógicos em φ, $\langle \mathfrak{M}, s \rangle \vDash \varphi \Leftrightarrow \langle \mathfrak{M}', s' \rangle \vDash \varphi$.[165]

Tal critério está adequado com a exigência da neutralidade tópica (*topic neutrality*), estando de acordo com a compreensão que a Lógica trata dos aspectos formais-abstratos e não materiais.

No que concerne ao componente epistêmico, Shapiro estabelece o seguinte: (CLPSh) constitui um padrão pelo qual "cadeias reais de inferência devem se adequar" (SHAPIRO, 1998, p. 153, trad. nossa), embora não haja uma exigência necessária de completude, pois não se teria razão em exigir que para toda consequência lógica haja uma prova. Aqui temos um componente epistemicamente prescritivo. Mais: contra a alegação epistêmica de Etchemendy, observa-se que há contato entre a abordagem modelo-teorética e um componente epistêmico por meio da ligação entre o sistema dedutivo – prova considerada como uma noção epistêmica – e a exigência de correção para um bom sistema dedutivo[166].

Por fim, teríamos que a objeção de Etchemendy da generalização substantiva estaria bloqueada, primeiramente em razão de (CLPSh), devido à permissão de variação tanto representacional quanto interpretacional, e secundariamente em razão do critério de invariância isomórfica para a formalidade e pela força suficiente da meta-teoria matemática subjacente. Assim, teríamos, pelo menos para LPO e LOS, que há uma adequação entre (CLPSh) e a consequência modelo-teorética, e nessa medida há adequação suficiente para gerar um bom modelo. Todavia, Shapiro não esclarece detidamente o problema da confiabilidade modelo-teorética e assume acriticamente a interação entre Lógica e Matemática. Estes seriam o busílis para a proposta de Shapiro, principalmente no que concerne a essa inter-relação teórica entre Lógica e Matemática.

[164] Tarski (1986) parece formular um tratamento de invariância similar a este. Sher (1991; 2001, 2008) apresenta uma formulação mais rigorosa influenciada por Tarski, no mesmo sentido que Shapiro.
[165] Cf. Shapiro (1998, p. 151). Essa formulação é devida a Gil Sagi (2014, p. 17). Preferimos esta formulação pois nos parece ser mais precisa do que a apresentada pelo próprio Shapiro, que opta por uma caracterização mais informal e direta – por simplicidade, Shapiro acaba por omitir as atribuições.
[166] Cf. Shapiro (1998, p. 154-155).

4.3 Consequência lógica e Formalidade: a proposta formal-estrutural de Gila Sher

Outra proposta importante nesse debate é a apresentada por Gila Sher (1991, 1996, 2001)[167]. Sher (1996, p. 657) apresenta sua proposta com o fim de fundamentar uma concepção modelo-teorética (semântica) da consequência lógica, e isto se dá por meio de uma articulação em três níveis:

(i) O aparato matemático-formal da semântica lógica.
(ii) A noção intuitiva (filosófica) da consequência lógica.
(iii) A relação entre (i) e (ii) – incluindo a sustentação filosófica de (i).

Em torno da articulação desses três níveis está radicalmente situado o que constituem os modelos em (i) e, por conseguinte, sua relação com (ii). Assim, em discussão com as objeções de Etchemendy, Sher (1996, p. 658-667) apresenta duas concepções que tentam articular esses três níveis: (a) a abordagem metafísica, relacionada com a semântica representacional (SR); (b) a abordagem linguística, em sua forma substitucional ou interpretacional – esta última relacionada mais diretamente com a semântica interpretacional (SI).

Na abordagem metafísica, modelos representam estados de coisas possíveis ou mundos possíveis *simpliciter*, e, nessa medida, pressupõem uma linguagem plenamente interpretada – mantida fixa –, uma definição de verdade em modelo e modelos representando mundos possíveis, permitindo apenas variação metafísica (representacional) de possíveis estados de coisas. Em sentindo contrário, a abordagem linguística tem uma atitude de definir a consequência lógica em termos de variação na linguagem, tomando essa variação como um processo substitucional ou interpretacional. Nesse caso, temos uma variação da linguagem e uma fixação do polo metafísico na medida em que se fixa o mundo atual permitindo variação na linguagem. Mas observe: embora a proposta linguística tenha a pretensão de eliminar o componente modal, isto não é realizado com sucesso, pois se assume, acriticamente, um atualismo e um não-cognitivismo modal. De qualquer modo, ambas as abordagens são insatisfatórias[168]. Consequentemente, a proposta de Sher é, inicialmente, uma superação dessas

[167] Sher (2013, 2016) tem desenvolvido uma fundamentação sistemática para a Lógica dentro da estrutura do conhecimento humano em geral, mas tal proposta teórica, dada sua abrangência e complexidade, não será amplamente tratada aqui, apenas mencionada como contexto geral onde a proposta formal-estrutural está inserida.
[168] Já anteriormente foram mencionados vários argumentos contra essas abordagens. Para mais ver Etchemendy (1988a, 1988b, 1999), Sher (1996), Hanson (1997), Sagi (2014).

duas concepções no que concerne aos modelos, bem como o esclarecimento do papel teórico destes na explicação da consequência lógica.

Como ponto inicial, Sher (1996, p. 668) compreende como propriedades nucleares da consequência lógica a necessidade e a formalidade, ou seja, a consequência lógica é uma consequência necessária e formal, tendo a formalidade um papel determinante e permitindo distinguir entre consequências necessárias gerais – ontológica, nômica, biológica, etc. – e a consequência necessária lógica, que é formalmente necessária. A natureza formal da consequência lógica reside nos termos lógicos e nos modelos, e aqueles "denotam propriedades e relações que são, grosso modo, intuitivamente estruturais e matemáticas" (SHER, 1996, p. 668, trad. Nossa), e essa característica estrutural-formal está diretamente ligada ao fato que tais propriedades e relações estruturais não distinguem argumentos isomórficos e, em razão disso, são invariantes sob estruturas isomórficas. Assim, no processo de exame de uma consequência lógica somente os termos lógicos precisam ser completamente interpretados. Aqui, na relação entre linguagens $\mathbb{L}$ e $\mathbb{L}'$, onde $\mathbb{L}'$ é uma linguagem semi-esquemática relacionada com $\mathbb{L}$, modelos para $\mathbb{L}$' representam estruturas formalmente possíveis de objetos *vis-a-vis* com $\mathbb{L}$. Por conseguinte, a necessidade formal é o que é verdadeiro em todas as estruturas formalmente possíveis, e nessa medida consequências que satisfazem essa condição valem em todas as estruturas formalmente possíveis e, portanto, são formalmente necessárias. A necessidade formal é explicável em termos da necessidade estrutural e da formalidade.[169]

Outro ponto importante é a constituição semântica da consequência lógica: tomando a terminologia anterior de Shapiro, referência e satisfação são representadores e, na medida em que consequência lógica é definível por meio destes, podemos dizer que a consequência lógica é semântica – ao menos indiretamente – ou que a consequência lógica tem como base ou *fundamento* (*grounding*) a semântica. Devido a isso, na compreensão de Sher, verdade e consequência articulam, por meio de entidades linguísticas, (i) certas relações em que certas expressões envolvidas simbolizam certos objetos e (ii) fatos acerca desses objetos – verdade e consequência lógica valem devido a (i) e (ii). Nessa medida, a visão de Sher compreende que o aparato modelo-teorético articula certas propriedades de expressões linguísticas (semânticas) tendo como base ou fundamento (*grounding*) propriedades não-linguísticas (propriedades estruturais)[170]. Neste sentido, por exemplo, $\Gamma \vDash \varphi$ tem como fundamento certa relação não-linguística $\mathcal{R}$ que articula a configuração estrutural dos objetos descritos em Γ e φ. Para Sher

[169] Cf. Sher (1996, p. 668).

[170] "The formal-structural view says that logical consequences take into account formal properties of objects" (SHER, 2001, p. 244).

(1996, p. 670), todavia, tal processo é redutivo. Nesta medida, podemos dizer que a proposta de Sher tem um componente essencialmente redutivista.

Esse aspecto objetual sobre o qual a consequência lógica está fundada são *as propriedades formais de objetos*[171]. Vejamos os seguintes casos:

(SH1) <João se desenvolveu de um zigoto com um cromossomo X> é uma consequência biológica de <João é um humano do sexo masculino>;
(SH2) <Algum tigre é feroz> é uma consequência lógica (formalmente necessária) de <Algum tigre é feroz e imponente>.

Enquanto que (SH1) é uma consequência fundada em propriedades biológicas, (SH2) está fundado em lei ou princípio formal-estrutural, a saber: se uma intersecção de três conjuntos (propriedades) de objetos não é vazia, então a intersecção de qualquer dos dois não é vazia – $(\forall A)(\forall B)(\forall C)(\exists x)[(x \in \bigcap ABC) \longrightarrow (x \bigcap AB)]$.

Em resumo: “Diferentes tipos de consequência estão fundados em diferentes relações entre objetos” (SHER, 1996, p. 670, trad. nossa). Deste modo, em analogia com o caso biológico, a consequência lógica, necessária e formal, está fundada sobre propriedades formais-estruturais[172] e é preservadora de verdade em todas as estruturas formalmente possíveis. Sher compreende essa relação de fundamentação em termos redutivos: a definição de Tarski reduz “$\Gamma \vDash \sigma$” a “$f(\Gamma)\mathcal{R}f(\sigma)$”, onde f é uma função baseada nos termos lógicos que captura o conteúdo formal ou a estrutura formal do que Γ e σ dizem acerca dos objetos, e $\mathcal{R}$ estabelecendo uma relação de generalidade formal abarcando todas as estruturas formalmente possíveis dos objetos (Cf. SHER, 1996, p. 675).

Todavia, esse fator formal distintivo só é esclarecido ao se explicar em que consiste especificamente a *formalidade da lógica*, e isso é fornecido pelo critério de formalidade. Este critério tem duas orientações básicas: (a) termos lógicos são estruturais; (b) termos lógicos são matemáticos (Cf. SHER, 1996, p. 676). Novamente, revela-se o componente redutivo na proposta de Sher: não é dito que termos lógicos são matematicamente tratáveis, ou que termos

[171] “Properties (functions) such as intersection, inclusion, non-emptiness, universality (in a given domain), and so forth I call *formal properties*, and the operators representing them *formal operators* (see definition below). The formal-structural view says *that logical consequence is grounded in laws governing formal operator*s. I call these formal laws.” (SHER, 2001, p. 245). ‘Propriedades’ aqui são tomadas num sentido genérico, como predicados, relações ou funções.
[172] Sher não comenta detidamente qualquer distinção entre propriedades e estados de coisas lógicos, tornando sua ontologia subjacente confusa entre uma ontologia de conjuntos e uma ontologia de propriedades. Para uma distinção nesse sentido ver Chateaubriand (2008, p. 71).

lógicos são matematicamente modeláveis. É dito que termos lógicos são *simpliciter* matemáticos.

A partir disso, Sher apresenta os seguintes critérios de formalidade[173]:

(T-SC) Um termo t é *formal sse* t é invariante sob estruturas isomórficas.

Contudo, um termo formal possui dois níveis: um linguístico e um não-linguístico. O linguístico representa o termo tomado como *constante lógica*, enquanto que o não-linguístico – propriamente formal-estrutural – representa o termo tomado como *operador lógico*. Assim, temos o seguinte duplo desdobramento de (T-SC):

(COL) Um operador O é *formal sse* O é indiferente para toda substituição 1-1 de indivíduos, tanto em como através de universos, i.e., O é invariante sob isomorfismos de estruturas-argumentos.[174]

(CCL) Uma constante C é *formal sse* C *rigidamente* refere um operador formal.

Por conseguinte, chegamos ao seguinte resultado:

(Def. LT) C é termo lógico (em Lógica Universal de primeira-ordem) sse C é um conectivo vero-funcional ou C é um predicado ou functor de nível 1 ou 2 que satisfaça (T-SC).[175]

Deste modo, articulando o componente objetual (operadores) com o componente linguístico (constante), temos a seguinte condição de logicalidade:

---

[173] Cf. Sher (1991, cap. 3; 1996, p. 677-678; 2001, p. 246-249). Para uma explicação mais informal e geral acerca do aspecto da formalidade, veja as considerações de Sher (1991, p. 46-52;1996, p. 672-675). Mais: a proposta de Sher está ligada com a proposta de invariância sob permutação de Tarski (1986). Sobre isso veja os comentários historicamente orientados de Sher (1991, p. 61-66).

[174] Dado um operador O, (i) O atribui para cada universo A uma função unária f_A^O. Se O é um operador n-unário, então os argumentos de O_A são n-uplas – $O_A(b, \dots, b_n)$. Há duas possibilidades para O: O é relacional ou funcional (Cf. SHER, 1991, p. 54-55). Se O é relacional e β é um argumento de O, então $O_A(\beta) \in A$ ou $O_A(\beta) \in \mathcal{P}(A^m)$, para algum $m > 0 -$ no primeiro caso temos um operador de primeiro nível, enquanto que no segundo temos um de segundo nível.
(ii) $\mathcal{I}$ é um isomorfismo de estruturas $\langle A, \beta \rangle$ e $\langle A', \beta' \rangle -$ em notação: $\langle A, \beta \rangle \cong \langle A', \beta' \rangle - sse$ $\mathcal{I}$ é uma bijeção $b: A \longmapsto A'$ tal que β' é imagem de β sob $\mathcal{I}$.
(iii) O é invariante sob estruturas isomórficas sse, para quaisquer argumentos $\langle A, \beta \rangle$ e $\langle A', \beta' \rangle$ de O, se O é um operador relacional, então $\langle A, \beta \rangle \cong \langle A', \beta' \rangle$: $O_A(\beta) = O_{A'}(\beta')$; se O é um operador funcional, então $\langle A, O_A(\beta) \rangle \cong \langle A', O_{A'}(\beta') \rangle$.
Mais sobre isso Cf. Sher (2001, 247-248; 1991, p. 53-55).

[175] Cf. Sher (1991, p. 56).

(Log-Con) Uma constante C é lógica *sse* (i) C denota rigidamente um operador formal e (ii) C satisfaz condições adicionais que garantem sua função apropriada em um dado sistema lógico: C é um designador rígido, seu significado é semanticamente fixado (sua denotação é determinada desde fora do modelo, e não interior ao modelo) e é definido *sobre* todos os modelos, em acordo com (CCL) e (COL).[176]

Uma das características dessa compreensão de Sher é que termos não-lógicos – ou extra-lógicos – são definidos *no interior dos modelos* (*within models*), enquanto que termos lógicos são definidos *sobre os modelos* (*over models*). Mais: o critério consegue apreender a idéia intuitiva de que "termos formais distinguem somente aspectos formais de seus argumentos" (SHER, 1997, p. 677), i.e. termos formais, enquanto expressam *operadores formais*, não distinguem entre indivíduos, quer no interior de um modelo quanto entre modelos (Cf. SHER, 2001, p. 247).

Assim, por exemplo, os quantificadores de primeira-ordem e a identidade são definidos como funções totais do seguinte modo – dado um modelo $\mathfrak{A}$ com o universo A:

$$f_{=}(\mathfrak{A}) = \{\langle a, b\rangle \mid a, b \in A \wedge a = b\}$$
$$f_{\forall}(\mathfrak{A}) = \{B \mid B = A\}$$
$$f_{\exists}(\mathfrak{A}) = \{B \mid B \subseteq A \wedge B \neq \emptyset\}$$ [177]

Pode se ver, portanto, que a Lógica Universal de Sher, enquanto *Logica ens*[178] ou Lógica Pura, é uma teoria ou ciência das estruturas formais enquanto tais (Cf. SHER, 1996, p. 676), sendo a Lógica assim compreendida como uma família de sistemas formais que identificam consequência e aspectos formais-necessários[179]. Essa teoria ou ciência, por sua vez, tem Zermelo-Frankel com axioma da escolha (ZFC) como sua teoria matemática de fundo, estando ambas intrinsecamente articuladas. Todavia, deve-se esclarecer que não se trata de uma escolha

[176] Cf. Sher (2013, p. 176).
[177] Sobre quais expressões lógicas satisfazem o critério de formalidade e outras considerações gerais veja Sher (1991, p. 57-65).
[178] Sobre a distinção entre *Logica ens, Logica utens* e *Logica docens* veja as considerações de Cohnitz e Estrada-González (2019, p. 148).
[179] "The various systems differ in their logical constants, but all share the property of being formal in the sense that (i) their logical predicates satisfy (F), (ii) their logical connectives are truth-functional, and (iii) their apparatus of models represents all formally possible structures of objects relative to the logical (formal) vocabulary. We may think of this family of logical systems as *universal logic.32* Universal logic represents a certain totality of logical systems based on the "formal" or "Tarskian" conception of logic" (SHER, 1996, p. 679)

teórica forçosa para a concepção de Lógica de Sher, i.e., a escolha de ZFC é uma opção teórica que se adequa e serve bem ao propósito da concepção formal-estrutural. Temos, portanto, uma motivação abdutiva aqui, pois ZFC é escolhido por ser a melhor teoria matemática para estruturas formais. Por conseguinte, enquanto *Logica utens*, a Lógica é uma teoria do raciocínio formal.

Voltemo-nos agora para o nível (iii) da articulação teórica de Sher. No que diz respeito à adequação entre a concepção formal-estrutural da consequência lógica e o tratamento modelo-teorética dessa, Sher (1991, p. 41-42) oferece a seguinte prova para articulação da necessidade formal da consequência lógica com a definição modelo-teorética, i.e., a abordagem modelo-teorética e semântica:

Prova. Dada uma consequência lógica $\langle X, K \rangle$, assumamos que X é consequência modelo-teorética de K, ou seja, X é verdadeiro em todos modelos nos quais k é verdadeiro, para qualquer $k \in K$. Por absurdo, suponhamos que X não é uma consequência formal necessária de K. Por conseguinte, temos que é possível que todos os membros de K sejam verdadeiros e X falso. Ora, se isso for o caso, então há um modelo no qual todos os membros de K são satisfeitos e X não. Todavia, isso contradiz nossa premissa de que X é uma consequência modelo-teorética de K. Logo, por absurdo, temos que X é uma consequência formal necessária de K. ■

Todavia, tal demonstração só é possível devido à seguinte hipótese:

(SMT) Se K é um conjunto de sentenças e X é uma sentença (de uma linguagem formal $\mathbb{L}$ de $\mathcal{L}$) tal que é intuitivamente possível que todos os membros de K sejam verdadeiros e X falso, então há um modelo (para $\mathcal{L}$) em que todos os membros de K são satisfeitos e X não é.[180]

Deste modo, exige-se por (SMT) que, dada uma lógica $\mathcal{L}$ com uma linguagem formal $\mathbb{L}$, todo possível estado de coisa – ou, nos termos mais apropriadas de Sher, formalmente possível – relativo a $\mathcal{L}$ seja representado por algum modelo para $\mathcal{L}$.[181]

Relativo aos casos de influência extra-lógica, a proposta de Sher simplesmente dissolve tal objeção por meio de uma teoria matemática subjacente e uma metodologia *holista fundacional* – mas não fundacionalista[182] – do conhecimento, onde a Matemática e a Lógica

[180] Cf. Sher (1991, p. 42).
[181] Cf. Sher (1991, p. 42).
[182] "This project starts with certain intuitive characteristics of logical consequence, and turns them into substantive (informative, non-trivial) conditions on an adequate definition of this logical concept. Foundationalism does not permit us to approach the definition of logical concepts in this way. On the foundationalist approach logic provides

estão intrinsecamente articuladas no sistema total do conhecimento. Em termos mais explicativos: a exigência de que a Lógica não deve ter qualquer influência de uma teoria não lógica – mais especificamente da Matemática – surge de um comprometimento específico com o fundacionalismo como estrutura básica de justificação do conhecimento humano, onde a Lógica desempenharia um papel basilar e, consequentemente, não deveria ter nada que a fundamentaria teoricamente. Aqui a orientação não é simplesmente fundacionalista, mas fundacionalista empirista, onde a distinção entre relações de idéias e questões de fato é radical, e na ordem de justificação concernente às relações de idéias a Lógica é fundamental. Afinal, numa estrutura fundacionalista, se uma teoria X fornecesse fundamentação a Y, então teríamos que X é mais básico que Y.

Contudo, numa estrutura holista fundacional Matemática e Lógica são consideradas como disciplinas inter-relacionadas em um equilíbrio teórico de fundamentação. No caso de Sher, ZFC seria a teoria matemática subjacente à Lógica e serviria como base teórica para as estruturas formais e a Lógica como um aparato formal rigoroso para a Teoria dos Conjuntos. Assim, o fator bloqueador dos casos de Etchemendy, por exemplo, são a própria teoria matemática subjacente (ZFC) e, numa estrutura holista fundacional, não há problema em haver influência não-lógica – no caso, mais especificamente matemática –, pois não há, em primeiro lugar, boas razões para se pensar que tal inter-relação é essencialmente viciosa; em segundo lugar, não há comprometimento com uma estrutura fundacionalista do conhecimento em que a Lógica deve ser basilar[183] no sentido fundacionalista.

Em resumo, portanto, Sher apresenta uma proposta formal estrutural no seguinte sentindo: consequência lógica é a consequência formalmente necessária. Nesse vetor, modelos são representadores na medida em que representam estados de coisas *formalmente possíveis*, pois modelos são configurados pelos termos/operadores formais. Mais: termos formais não são definidos no interior dos modelos, mas sobre eles. Assim, o componente formal aqui desempenha um papel estruturante e especificador sobre a necessidade, articulando as possibilidades formais com estruturas matemáticas invariantes sob estruturas isomórficas. Assim, a proposta de Sher é uma concepção da Lógica – e por conseguinte da consequência\verdade lógica – como teoria das estruturas formais necessárias e abstratas.[184]

a foundation for other disciplines, but nothing (other than logic itself) provides a foundation for logic." (SHER, 1996, p. 680). Para uma discussão mais geral veja também Sher (2013, 149-157).

[183] Para uma discussão mais completa sobre a relação entre Matemática e Lógica e como essa relação se dá na estrutura geral do conhecimento veja Sher (2013, p. 183-196; 2016).

[184] Para alguns esclarecimentos mais particulares veja as respostas a questões específicas por Sher (1996, p. 680-684). Para uma articulação teórica mais abrangente veja Sher (2016).

4.4 Síntese das propostas revisionistas

Em um nível pré-teórico, ambas as propostas revisionistas apresentadas parecem concordar, na medida em que todas reconhecem que a formalidade, a modalidade a generalidade – ou universalidade – são componentes necessários da consequência lógica. Contudo, no âmbito explicativo ou propriamente teórico dessas noções e no âmbito metodológico elas se distinguem. Essa diferença nos âmbitos teórico e metodológico se manifestam nos seguintes tópicos – estando eles inter-relacionados e não realmente isolados –: (i) a forma lógica; (ii) a modalidade envolvida na lógica; (iii) a abordagem metodológica; por fim, (iv) o que é a Lógica e sobre o que ela trata. Tendo estes pontos em mente, analisarei sinteticamente as propostas apresentadas:

- Proposta formal-modal de Hanson.

(1) Formalidade: fornece uma explicação vaga para a condição de formalidade. A formalidade é uma determinação arbitrária e pragmática, orientada por um princípio vago e indeterminado de ubiquidade. Nessa medida, a distinção entre *Logica utens* e *Logica ens* parece se dissolver, pois, dada a orientação arbitrária e pragmática da formalidade, a escolha das constantes lógicas passa a ser voltada mais para o âmbito prático ou aplicado da Lógica do que para o âmbito propriamente teórico da Lógica pura. Por conseguinte, a nota própria da logicalidade se torna confusa. Mais: tal compreensão de formalidade pode acabar por envolver certa circularidade viciosa. Vejamos: se perguntamos o porquê da generalidade da lógica, então a resposta da proposta modal-formal é o princípio de ubiquidade. Contudo, se perguntamos a razão das constantes lógicas serem ubíquas, a resposta é porque a Lógica mesma tem esse caráter generalíssimo. Aqui se vê a importância da explicação da formalidade para a explicação da logicalidade; na medida em que a formalidade não é explicada se acaba por pressupor acriticamente certa compreensão da logicalidade.

(2) Modalidade: a proposta modal-formal faz usos de uma teoria primitivista da modalidade. A modalidade nessa proposta é compreendida de forma primitiva e não explicada, e acaba por se combinar o componente modal com a variação interpretacional. Nessa medida, a relação entre modalidade e lógica fica pouca esclarecida. Deste modo, acaba-se também não fornecendo uma explicação satisfatória sobre o caráter específico da modalidade lógica – o que talvez seja uma decorrência da sua compreensão vaga da formalidade.

(3) Metodologia: Devido ao déficit explicativo da formalidade e da modalidade, a proposta modal-formal acaba por ser metodologicamente deficiente. Mais: a aplicação dos resultados de Kreisel, do modo como é feito, faz com que a proposta modal-formal fique restrita, à primeira vista, aos sistemas formais de primeira-ordem, reduzindo o escopo da adequação da Lógica a sistemas formais de primeira-ordem, deixando de lado um grande número de sistemas formais relevantes na Lógica Formal e na Matemática[185].

- A proposta em termos de modelagem de Shapiro:

(1) Metodologia: começo pelo aspecto metodológico, pois Shapiro é talvez o mais metodologicamente cuidadoso. Em primeiro lugar, Shapiro esclarece o ponto de partida explicativo da lógica, que é o raciocínio, i.e., o raciocínio como *terminus a quo* da teorização. Em razão disso, tem-se a relação entre linguagens naturais e formais. Em segundo lugar, pode-se ter uma abordagem descritiva ou prescritiva, i.e., o aparato formal fornece um tratamento descritivo ou prescritivo para aquilo que é modelado – a consequência lógica. Esses dois aspectos são mesclados na medida em que se opta por uma metodologia de modelagem, pois o aparato formal aqui é compreendido como um modelo matemático ideal para fins de explicação teórica. Esse modelo matemático possui componentes funcionalmente úteis (*artefatos*) e componentes referencialmente orientados (representadores). A relação de satisfação é um representador, vinculando um caráter objetivo para as estruturas modelo-teoréticas. Desenvolvendo esse componente representativo, o modelo de Shapiro, combinando SR e SI, permite variação tanto representacional quanto interpretacional. Tudo isso é sintetizado na condição (CLPSh). Já o problema da adequação seria justificado por meio da distinção entre o vocabulário lógico e não-lógico e o auxílio meta-teórico de uma Teoria matemática subjacente. Contudo, há problemas quanto à adoção da linguagem natural como o alvo da modelagem lógica.

(2) Formalidade: Shapiro oferece uma caracterização matematicamente rigorosa da formalidade em termos de invariância por isomorfismo, estabelecida em (IsoForm). Tal caracterização capta justamente a compreensão intuitiva de que a Lógica (formal) não lida com aspectos materiais. Mais: tal caracterização permite

[185] Para uma defesa de lógicas de segunda-ordem veja Shapiro (1987, 1991) e Boolos (1975).

uma delimitação precisa da logicalidade por meio de aspectos estruturais e formais.

(3) Modalidade: assim como Hanson, Shapiro oferece uma proposta modal da consequência lógica. Contudo, devido a sua metodologia de modelagem matemática da consequência lógica, tal aspecto modal em termos de estruturas modelo-teoréticas é representado pelo universo dos modelos. Aqui temos um problema, pois é pressuposta uma ontologia de conjuntos como primitiva, o que parece ser inconsistente ou incoerente com a metodologia de modelagem apresentada.

- A proposta formal-estrutural de Gila Sher:

(1) Modalidade: a consequência lógica para Sher é fundamentalmente modal, mas essa modalidade é especificada no domínio lógico pela formalidade. A Consequência lógica é uma consequência necessária e formal, onde a relação de "segue-se" se dá por necessidade em virtude de aspectos estruturais-formais. Novamente, aqui acaba por se pressupor uma ontologia conjuntista como primitiva e básica, o que opera como base do redutivismo de Sher.

(2) Formalidade: Sher também apresenta um critério de formalidade, permitindo uma caracterização estrutural da logicalidade. A formalidade aqui consiste em invariância sob estruturas isomórficas. Com essa caracterização, Sher tenta explicar que termos lógicos são estruturais e matemáticos – e aqui se aponta para os aspectos metodológicos.

(3) Metodologia: Sher não esclarece muito bem os aspectos metodológicos de sua teorização. Mas, como vimos, a marca distintiva assumida é de uma metodológica redutivista, embora não se esclareça precisamente como se dá nem como se justifica tal redução.

Retomemos o tópico da modalidade: o ponto de maior discordância talvez seja entre a proposta formal-modal de Hanson e a estrutural de Sher.

Para Hanson, a modalidade deve ser tomada como primitiva e, portanto, não-explicada, tendo o componente formal e pragmático como desempenhando um papel determinante da modalidade, i.e., teríamos a modalidade primitiva determinada pela escolha pragmática das constantes lógicas; a escolha pragmática das constantes delimitaria a modalidade primitiva sobre determinados parâmetros. Todavia, se, nesse modelo, a modalidade é não-explicada e a forma lógica também não – simplesmente se escolhe tendo em vista a diretriz pragmática da ubiquidade –, então não temos uma explicação satisfatória e informativa do que é fundamentalmente a consequência lógica.

Em segundo lugar, penso que a diretriz pragmática é insuficiente para distinguir entre componentes propriamente formais e materiais. Por exemplo: lógicas modais como a alética ou a epistêmica, que levam em conta aspectos materiais envolvidos com as noções modais e epistêmicas, podem satisfazer condições de ubiquidade, embora sejam materialmente constituídas. Mais: Hanson toma parcialmente a concepção linguística da forma lógica, o que acaba por, em união com sua concepção primitivista da modalidade, dissolver qualquer explicação substantiva sobre o termo explicativo da lógica – o *quid* da Lógica[186].

A proposta de Sher, por outro lado, é bem mais positiva no que concerne a uma explicação substantiva da consequência lógica: consequência lógica é uma consequência formalmente necessária e tem como termo a ser explicado – o seu *quid* – as estruturas formais e estruturais, i.e., verdades lógicas são fatos ou estados de coisas lógicos caracterizados por serem abstratos, formais e estruturais. Assim como verdades biológicas tratam de aspectos biológicos, a Lógica trata de aspectos formais e estruturais. Similarmente, devido à mesma orientação no critério de formalidade, Shapiro fornece uma concepção estrutural. Contudo, não apresenta um tratamento reducionista da consequência lógica, principalmente devido a sua abordagem mais informativa no que concerne ao aspecto metodológico. A análise modelo-teorética da consequência lógica é um modelo matemático desta última. Mais: embora a proposta de Sher aparentemente faça uso de uma ontologia de propriedades e estados de coisas, tal proposta, na medida em que assume uma tese redutivista, acaba por colapsar o componente modal na mera generalidade das estruturas conjuntistas – e não é oferecida qualquer justificação para uma ontologia redutivista de conjuntos.

As propostas de Sher e Shapiro têm vantagens teóricas sobre a de Hanson quanto ao tratamento da formalidade: (i) enquanto que a proposta de Hanson é pouco explicativa e arbitrária, as propostas de Sher e Shapiro, por meio de seu critério de formalidade e logicalidade, nos fornece uma explicação substantiva e não arbitrária sobre o *quid* da consequência lógica e da verdade lógica – as estruturas formais, abstratas e gerais que são indiferentes sobre os indivíduos (números, animais, humanos, etc.), embora tais estruturas, propriedades ou estados de coisas lógico são enquadrados em uma ontologia de conjuntos.

Essas diferenças, por sua vez, têm consequências diretas sobre os tópicos (iii) e (iv) anteriormente mencionados: para Hanson, a lógica trata de aspectos generalíssimos, mas como

[186] Para um esclarecimento dessa terminologia escolástica veja os comentários de Calderón (2011, p. 56-57).

a sua concepção é pouco explicativa não se tem claramente qual o termo explicativo da Lógica e em que consiste esses aspectos generalíssimos, podendo cair inclusive em uma circularidade viciosa quanto à explicação da formalidade-logicalidade, como vimos anteriormente. É possível dizer também que, devido a sua aceitação parcial da concepção linguística da forma lógica, a proposta modal-formal acaba por ter uma compreensão linguística da lógica, isto é, a Lógica supostamente explicaria aspectos idealizados das linguagens naturais[187]. Isso poderia inclusive confundir a Lógica pura com um de seus âmbitos de aplicação, a saber: a semântica formal. Isso nos indica justamente o seguinte: há uma impotência explicativa da proposta modal-formal em distinguir entre Lógica pura e Lógica aplicada. Por outro lado, tal distinção é clara nas propostas de Sher e Shapiro, devido ao caráter estrutural bem como ao critério de formalidade-logicalidade[188].

Não obstante o êxito comparativo das propostas de Sher e Shapiro em relação à proposta de Hanson, no tópico metodológico acerca da compreensão do aparato modelo-teorético e sua relação com a consequência lógica penso que a proposta de Shapiro seja mais apropriada. Isso se dá pela seguinte razão: Sher sustenta uma modelo redutivista da consequência lógica (1996, p. 682), e tal abordagem metodológica nos parece inadequada. Em primeiro lugar, essa compreensão redutivista de Sher é incoerente com a sua própria abordagem holista (2013; 2016, parte IV), uma vez que abordagens redutivistas assumem justamente que o componente redutor é mais básico que o reduzido, o que implica uma estrutura de justificação fundacionalista em acordo com uma ontologia redutivista, algo explicitamente rejeitado por Sher e incompatível com a abordagem holista-fundacional. Mais: Sher simplesmente não apresenta razões para essa tese redutivista. Tendo isso em vista, a proposta de Shapiro considera que o aparato lógico-matemático modelo-teorético opera como modelos matemáticos da consequência lógica. Nessa medida, reconhecendo que os modelos desempenham uma função de representadores pela satisfação e pelo critério de formalidade-logicalidade por invariância, temos uma compatibilidade entre ambas as propostas em seus pontos nucleares. Nessa medida, temos uma vantagem teórica na proposta de Shapiro. Contudo, ambas as propostas são marcadas por uma ausência quase que completa da ontológica subjacente ao quadro teórico estruturalista apresentado.

[187] Para uma discussão ampla de uma proposta linguística da Lógica veja as considerações de Chateaubriand (2005, cap. 15, 16, 17, 18).
[188] Sobre a questão da distinção entre verdades lógicas puras e aplicadas – por conseguinte, a própria Lógica pura bem como a Lógica aplicada – veja Chateaubriand (2005, p. 253-275). Retomaremos mais detidamente essas distinções no próximo capítulo.

Levando em conta estes diversos aspectos, portanto, é preciso articular uma síntese do que foi estabelecido, principalmente no que concerne à explicação de como a abordagem modelo-teorética fornece um modelo adequado da consequência lógica, em que sentido de modelo tal abordagem modela a consequência lógica. Outro ponto seria o problema ontológico da Lógica, subjacente à discussão e acriticamente tratado. Será o objetivo do próximo capítulo tentar desenvolver tal síntese, bem como apontar em que quadro-teórico mais amplo – propriamente filosófico – podemos situar a Lógica na ordem do conhecimento humano.

5 VERDADE LÓGICA FORMAL E MODELOS

Neste capítulo, realizaremos uma síntese teórica das propostas discutidas anteriormente e, por meio disso, uma articulação teórica preliminar acerca do problema da consequência\verdade lógica.

Essa síntese será orientada por tópicos teóricos centrais e que, em alguma medida, foram tratados pelas propostas anteriores. Assim, podemos determinar esses tópicos em torno de três problemas fundamentais que permitirão estabelecer uma articulação teórica preliminar em torno do problema da consequência\verdade lógica: (I) o problema metodológico; (II) o problema quiditativo e (III) o problema adequacional.

Quanto ao problema metodológico (I): Aqui voltar-nos-emos para o tópico fundamental anteriormente tratado à luz da proposta revisionista de Shapiro. Como vimos anteriormente, Shapiro propõe tomar as linguagens formais e seus correspondentes sistemas formais como *modelos matemáticos*. Isso, por sua vez, lança-nos no problema da metodologia da *construção de modelos* (*model-building*) – e esse será o ponto central da secção 5.1

Quanto ao problema quiditativo (II): tomando a consequência\verdade lógica formal como caso central da Lógica enquanto ciência[189], trataremos aqui do problema ontológico da Lógica. Daí a caracterização de problema quiditativo: quididade (*quidditas*) é a caracterização essencial que responde à pergunta "o que é" (*quid sit*). Assim, na secção 5.2 tentaremos articular uma compreensão preliminar que tente responder adequadamente ao problema quiditativo da Lógica tomando a consequência\verdade lógica como caso central da Lógica.

Quanto ao problema adequacional (III): aqui trataremos do problema presente ao longo das propostas, que é a questão em torno da adequação material da proposta modelo-teorética da consequência\verdade lógica. Analisaremos o problema adequacional à luz da via de demonstração empreendida por Kreisel (1964) e, por meio deste, tentaremos demonstrar casos relevantes de adequação material da consequência\verdade lógica modelo-teorética em acordo com as considerações desenvolvidos em torno do problema quiditativo – embora, como veremos, essa via de Kreisel seja insuficiente.

[189] Sobre o conceito metodológico de caso central veja Finnis (2011, p. 9-11).

5.1 Verdade lógica e a metodologia de construção de modelos

Entre os teóricos revisionistas, Shapiro é o que procura desenvolver melhor o componente metodológico da sua teorização, i.e., aquele que tenta esclarecer melhor a relação entre o aparato formal – no que diz respeito tanto à Teoria de Modelos quanto à Teoria da prova – e a explicação da consequência lógica. Isto pode ser visto por sua articulação teórica em torno da noção de modelos e o que é capturado pelo modelo matemático.

Como vimos anteriormente, Shapiro considera que a linguagem formal como modelo matemático acerca da consequência lógica tem como *terminus ad quem* a linguagem natural[190] – usando uma terminologia mais atual, a linguagem natural é o fenômeno alvo (*target phenomena*) ou sistema alvo (*target system*) do modelo[191]. Grosso modo, Shapiro pensa que se partimos da compreensão clássica de que a lógica é o estudo do *raciocínio* correto (ou válido), então inevitavelmente temos que tomar a linguagem natural como objeto das linguagens formais, ou seja, linguagens formais são modelos matemáticos da linguagem natural.

Contudo, isto se dá devido a uma má compreensão da história e do propósito teórico das linguagens formais. Como mostra Catarina Novaes (2012, p. 98), as linguagens formais se desenvolveram dentro da tradição matemática de notação algébrica, e não numa tradição de arregimentação linguística. Mais: considerar as linguagens formais como modelos matemáticos que cumprem o propósito meramente expressivo desconsidera o papel operativo, cognitivo e representativo das linguagens formais.[192]

De forma complementar, vale dizer que considerar linguagens formais como apenas instrumentos expressivos de arregimentação da linguagem natural não está livre de problemas *per se*. Entre esses problemas está a questão em explicar e determinar quais fragmentos da linguagem natural se está modelando, bem como o problema das várias discrepâncias entre linguagens formais e a linguagem natural\ordinária[193]. Em certa medida, parece que a proposta

---

[190] Shapiro (1998, p. 137).

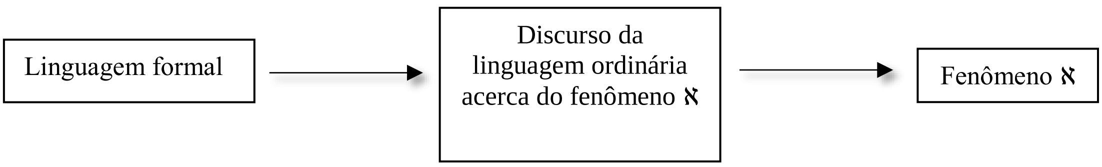
[191] Sobre essa questão do uso de modelos veja Novaes (2012, p. 97-98). Ver também Frigg e Hatmann (2020).

[192] Inclusive, pensamos que assumir uma compreensão expressivista da lógica em geral e das linguagens formais em específico seria duplamente incoerente com a orientação teórica tomada por Shapiro: (i) a partir de (R) e (Ded), seria incoerente adotar uma visão expressivista, pois (R) e (Ded) apontam para uma orientação epistêmica da lógica e da dedução, retomando uma orientação presente já em Frege (2018) – onde esta é retomada por Chateaubriand (2005); (ii) a partir de (CLPSh) e (IsoForm), temos uma articulação teórica modalizada e estrutural que é incoerente com uma abordagem linguística da Lógica, pois assumir que linguagens formais modelam a linguagem ordinária ou natural vincularia a noção de forma lógica a sentenças e outros itens linguísticos, e não a propriedades e estruturas abstratas (orientação objetual), como parece apontar (CLPSh) e (IsoForm).

[193] Alguns casos: a conjunção é ordinariamente considerada como não-comutativa (Cf. NOVAES, 2012, p. 98); a disjunção é ordinariamente exclusiva (Chevalier, et all, 2008); a implicação não admite exceções, embora seja ordinariamente compreendida de forma exceptiva (STENNING e VAN LAMBALGEN, 2008).

de Shapiro acaba por sofrer de uma influência de uma visão linguística da lógica no final das contas.

Aqui, portanto, cabe analisar a proposta de Catarina Novaes (2012, p. 99-100). Esta propõe um modelo mais adequado, superando essa proposta de orientação expressivista e de arregimentação linguística. Tal proposta sugere que tomemos as constantes lógicas como *operações*, articulando uma orientação do formalismo que combina aspectos epistêmicos – lógica como *calculi* – e expressivos. Dito isso, ela apresenta um modelo provisório que pode ser considerado como um modelo direto, enquanto que um modelo que considera uma mediação linguística pode ser caracterizado como indireto[194]. Assim, temos o seguinte fluxograma para o modelo indireto:

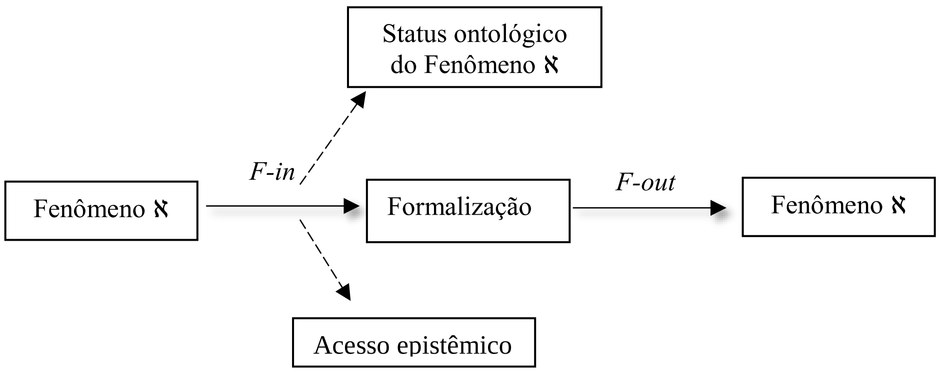


Quanto ao modelo direto, temos o seguinte fluxograma:

Contudo, este modelo direto, tal como está, também seria inadequado. Essa inadequação é devida ao fato que a formalização não se dá de modo direto *stricto sensu*, mas se dá a partir de uma articulação teórica pré-formal. Como aponta a própria Catarina Novaes (2012, p. 224-226), na maioria dos casos o fenômeno alvo (*target phenomenon)* é previamente articulado conceptualmente; nessa medida, considera-se que em muitos casos o fenômeno alvo possa ser uma entidade conceptual ou intencional – teorias, conceitos, etc. Por exemplo: o fenômeno alvo da Aritmética de Peano não é a série existente dos números naturais pura e simples, mas a *teoria acerca dessas entidades*. Não se deve concluir disso que se trata de uma nova proposta indireta, pois o fenômeno alvo não é acerca da teoria\conceito enquanto tal, mas acerca daquilo que é intencionado ou referenciado na teoria\conceito – tomando o caso da teoria de Maxwell como exemplo (Cf. NOVAES, 2012, p. 225-226): embora o modelo formal intencione a explicação da realidade física do eletromagnetismo, a formalização toma como base a articulação de Faraday de linhas de força.

[194] Para essas caracterizações e os esquemas seguintes veja Novaes (2012, p. 99).

Em vista das considerações anteriores, Novaes (2012, p. 226) nos fornece o seguinte fluxograma para relação entre formalização e fenômeno alvo:



Nesse fluxograma, o estágio *F-in* corresponde ao processo de determinação dos aspectos relevantes do fenômeno alvo, realizando um recorte apropriado no que concerne ao âmbito do aparato formal (em geral, um formalismo lógico ou matemático) e permitindo certa adequação entre o fenômeno alvo e a formalização. Uma vez que o formalismo se desenvolve, gerando um grau suficiente de confiabilidade epistêmica e resultados preliminares, voltamo-nos para o estágio *F-out*: aqui transferimos resultados obtidos "dentro" do modelo formal para o fenômeno, permitindo determinar a adequação material em relação aos aspectos relevantes do fenômeno alvo.

Mais: a determinação do fenômeno alvo pressupõe uma dupla orientação teórica (Cf. NOVAES, 2012, p. 223). Em primeiro lugar, a determinação do fenômeno alvo pressupõe uma certa compreensão do status ontológico desse mesmo fenômeno alvo, essa compreensão estando pressuposta acriticamente ou explicitada – Ex.: é possível tomar o fenômeno alvo da Aritmética de Peano tanto como a mera *série* dos números naturais quanto a *estrutura* dessa série dos números naturais em conjunção com as operações de sucessor, adição e multiplicação. Em segundo lugar, o esclarecimento epistêmico desse fenômeno alvo em função de seu status ontológico, i.e., como adquirimos justificação ou conhecimento desse fenômeno alvo e de seu status ontológico.

Disso se segue que a metodologia de construção de modelos formais nos lança, em primeiro lugar, para o o que é (*quid est)* a consequência\verdade lógica, i.e., o que é isto que está sendo modelado pelo aparado modelo matemático e, portanto, qual seu status ontológico. Logo, a questão ontológica da Lógica possui uma posição prioritária na teorização – embora certamente é possível dizer que, nesse movimento em direção ao problema ontológico, o aspecto epistêmico acaba por vir a reboque. Esclarecer este ponto é o objetivo do seguinte subcapítulo.

5.2 Consequência lógica: em busca da resposta à pergunta *Quid sit*

Em um primeiro momento, a Lógica se apresenta como um método ou um sistema rigoroso no tratamento de inferências ou consequências. Mas não se trata de qualquer tipo de consequência. A consequência em questão permeia todos os âmbitos do conhecimento humano. Não só isso: como aponta Newton da Costa (1997, cap. II), a Lógica faz parte das ciências formais. Mas como podemos explicar essa ciência formal, fundamental para o conhecimento humano, que lida com esse tipo peculiar de consequência? Um ponto de partida inicial para essa questão é justamente esclarecer de forma geral a noção de consequência e, por conseguinte, tentar fornecer uma caracterização da relação de consequência lógica.[195]

Relações de consequência normalmente são constituídas por uma relação binária entre sentenças ou entre um conjunto de sentenças e uma sentença. Como aponta Gila Sher (2013, p. 162), relações de consequência – pelo menos aquelas relações relevantes para o conhecimento humano – são caracterizadas pela transmissão ou preservação de verdade. Assim, temos a seguinte caracterização geral para relações de consequências aqui visadas:

(CG) Uma sentença σ é uma consequência de um conjunto de sentenças Σ sse a verdade das sentenças de Σ (assumindo que são todas verdadeiras) é transmitida – ou preservada –, de algum modo, para σ.[196]

Tendo em vista (CG), podemos apresentar, seguindo Sher (2013, p. 162-168), três casos relevantes de consequência: consequência material, consequência nômica e consequência lógica. No que diz respeito à consequência material, temos:

(CM) Uma sentença σ é uma consequência material de um conjunto de sentenças Σ sse a verdade das sentenças de Σ (assumindo que são todas verdadeiras) é materialmente transmitida – ou preservada – para σ.[197]

---

[195] Tomarei as reflexões de Sher (2013) como ponto de partida dessa busca de uma caracterização preliminar da consequência lógica.
[196] Cf. Sher (2013, p. 162).
[197] A questão sobre qual é o portador de verdade primário é deixada de lado.

Ex. para (CM): Boris Johnson é o primeiro ministro do Reino Unido. Logo, A terra tem somente uma lua.

Formulação alternativa em termos explicitamente modais:

(CM*) Uma sentença σ é uma consequência material de um conjunto de sentenças Σ sse não é o caso que atualmente as sentenças de Σ são verdadeiras e σ falsa.

No que diz respeito à consequência nômica, temos:

(CN) Uma sentença σ é uma consequência nômica de um conjunto de sentenças Σ sse a verdade das sentenças de Σ (assumindo que são todas verdadeiras) é nomicamente transmitida – ou preservada – para σ (i.e., a transmissão tem uma força modal de uma necessidade nômica ou natural[198]).

Formulação alternativa em termos explicitamente modais:

(CN*) Uma sentença σ é uma consequência nômica de um conjunto de sentenças Σ sse é nomicamente impossível que as sentenças de Σ sejam verdadeiras e σ falso.

Ex: casos de necessitação nômica. Ex.: Necessariamente, todos os objetos físicos não viajam mais depressa que do que a luz.

No que concerne à consequência lógica, contudo, Sher se mostra vaga e pouco informativa. A consequência lógica para Sher é simplesmente caracterizada como uma consequência mais forte que a consequência nômica. Assim, temos em termos vagos o seguinte:

(CL) Uma sentença σ é uma consequência lógica de um conjunto de sentenças Σ sse a verdade das sentenças de Σ (assumindo que são todas verdadeiras) é transmitida – ou preservada – para σ com uma força modal especialmente forte (uma força modal mais forte do que de uma lei da natureza).

Em termos modais não-específicos, temos o seguinte – usando '!' para essa não-especificação modal –:

[198] Sobre esse tipo e outros tipos de modalidade veja Kment (2012) e Motloch (2016).

(CL*) Uma sentença σ é uma consequência lógica de um conjunto de sentenças Σ sse é !-impossível que as sentenças de Σ sejam verdadeiras e σ falso.

Deste modo, temos que as relações de consequência relevantes para o contexto presente são aquelas consequências que são constituídas por sentenças fundadas na verdade, i.e., relações de consequência são relações de transmissão ou preservação de verdade, e nessa medida desempenham um papel central na nossa estrutura noética – bem como na constituição do conhecimento humano como um todo. Mais: essas relações de consequência possuem níveis, sendo estes determinados pela verdade com certo nível de força modal – no caso, a consequência material seria uma espécie de grau-0.[199]

Essas considerações vão no mesmo sentido dos seguintes exemplos mencionados anteriormente:

(SH1) <João se desenvolveu de um zigoto com um cromossomo X> é uma consequência biológica de <João é um humano do sexo masculino>;

(SH2) <Algum tigre é feroz> é uma consequência lógica (formalmente necessária) de <Algum tigre é feroz e imponente>.

Como dissemos, (SH1) é uma consequência fundada em propriedades biológicas, enquanto que (SH2) está fundada em uma lei ou princípio formal-estrutural, a saber: se uma intersecção de três conjuntos (ou extensão das propriedades) de objetos não é vazia, então a intersecção de qualquer dos dois não é vazia[200]. Entretanto, esse é um exemplo mais orientado para Lógica aplicada. O seguinte exemplo é mais orientado para os aspectos formais puros[201]:

Não-vazio $A \cup (B \cap C) \Vdash_L$ Não-vazio $A \cup B$

Ou

$(\exists x)\big(Ax \vee (Bx \wedge Cx)\big) \Vdash_L (\exists x)(Ax \vee Bx)$

Sher tenta fornecer uma explicação desse caráter não-especificado da consequência lógica por meio do esclarecimento do fundamento dessas estruturas formais, i.e., dessas leis ou verdades estruturais fundamentais. Assim, Sher (2013, p. 169) diz que a consequência lógica é fundada em leis ou verdades formais que governam a realidade. Esse caráter formal ou estrutural, como vimos (Cf. seção 4.3), é dado pela caracterização de formalidade e

[199] Veja as considerações e explorações dessas noções em Sher (2013, p. 164-166).

[200] Esse caso de Sher acaba por confundir o âmbito da Lógica pura e da Lógica aplicada. Examinaremos esses âmbitos mais adiante.

[201] Uso aqui '$\Vdash_L$' para indicar essa relação de consequência lógica com força modal não-especificada.

logicalidade. Resumindo o que foi discutido em 4.3, um operador ou termo é formal sse é invariante sob todos isomorfismos de estruturas-argumentos; a logicalidade é dada pelas condições apresentadas em (Log-Con):

(Log-Con) Uma constante C é lógica *sse* (i) C denota rigidamente um operador formal e (ii) C satisfaz condições adicionais que garantem sua função apropriada em um dado sistema lógico: C é um designador rígido, seu significado é semanticamente fixado (sua denotação é determinada desde fora do modelo, e não interior ao modelo) e é definido *sobre* todos os modelos, em acordo com (CCL) e (COL).

Contudo, Sher não percebe que isso não especifica nem explica claramente a natureza da modalidade envolvida, pois, embora se saiba o fundamento da verdade\consequência lógica em sua proposta – formalidade e logicalidade –, ainda ficamos sem resposta sobre o estatuto e a natureza dessa força modal pressuposta. Temos, portanto, uma explicação meramente parcial. Deste modo, nossa proposta agora é justamente fornecer essa explicação faltante.

Tomando as considerações de Kit Fine[202], podemos fornecer uma explicação mais robusta da consequência lógica como consequência necessária formal fundada em leis estruturais. Kit Fine na sua defesa do pluralismo modal nos apresenta duas estratégias para explicar necessidades a partir de outras necessidades. A primeira estratégia é chamada de relativização: podemos admitir uma necessidade fundamental mais restrita – a opção usual nesse caso é a noção de necessidade lógica restrita (Ex. dado: necessariamente qualquer coisa que é vermelha é vermelha[203]) – e explicar outras necessidades por relativização. A relativização opera por meio da necessitação da necessidade estrita de um condicional com o antecedente formado pela conjunção de verdades básicas do âmbito explicado e o consequente formado pela proposição em questão. Assim, de forma mais geral, dado a necessidade lógica restrita ($\Box_{\mathrm{l}}$) e uma necessidade lógica que se quer explicar ($\Box_{\mathrm{k}}$) – ex.: a necessidade conceptual –, temos:

(RELAT) $$\Box_{\mathrm{k}}(A) \Leftrightarrow \Box_{\mathrm{l}}(C \longrightarrow A)$$

onde C é o conjunto de verdades básicas do âmbito explicado (no ex. aqui: verdades conceptuais básicas).[204]

---

[202] Cf. Fine (1994, p. 9-10; 2005, cap. 7).
[203] De forma mais geral: $\Box\ (\forall x)\big(F(x) \longrightarrow F(x)\big)$.
[204] Uma versão mais fraca seria: $\Box_{\mathrm{L}}(C \longrightarrow A) \Rightarrow \Box_{\mathrm{C}}(A)$.

Em resumo, verdades K-necessárias são verdades logicamente necessárias relativas ou condicionadas pelas verdades K-básicas.

Por outro lado, temos uma segunda estratégia: restrição. Nesse caso, tomamos uma necessidade fundamental geral – a melhor opção nesse caso sendo a necessidade metafísica[205] – e restringimos esta por meio de um caráter especificador da necessidade que se deseja explicar. Tomemos o caso da matemática: uma proposição é matematicamente necessária na medida em que é metafisicamente necessária e também é uma verdade matemática – onde o componente desta última condição pode ser definido em termos não-modais ou pelo menos sem apelo a noções modais. Assim, dado a necessidade metafísica geral ($\Box_{\mathrm{m}}$) e uma necessidade lógica que se quer explicar ($\Box_{\mathrm{k}}$) – ex.: a necessidade matemática –, temos:

(RTC) $\Box_{\mathrm{k}} A \Leftrightarrow \Box_{\mathrm{m}} A \wedge T_k(A)$

onde '$T_k(x)$' é uma predicado alético com uma subscrição que indica a fonte da verdade – no caso da matemática, a fonte é o âmbito dos objetos ou estruturas matemáticas.[206]

Adotando a estratégia da restrição[207], temos que essa força modal especial envolvida na consequência lógica, mais forte que a necessidade nômica ou natural, é justamente a necessidade metafísica, mas aqui restringida, especificada e fundada nessas verdades ou leis formais-estruturais. Contudo, as verdades lógicas fundamentais ou leis formais que fundam e especificam a lógica são determinadas por essas propriedades formais (relações, funções), governadas pela formalidade, logicalidade e universalidade. Aqui entramos justamente no problema da caracterização do estatuto ontológico dessas propriedades formais – aquilo que, considerando Cohnitz e Estrada-González (2019, cap. 5), podemos denominar como o problema ontológico da Lógica.[208]

Defrontamo-nos aqui com duas propostas fundamentais acerca do estatuto ontológico dessas propriedades lógicas formais: uma ontologia de conjuntos ou uma ontologia de

---

[205] "Indeed, it seems to me that far from viewing essence as a special case of metaphysical necessity, we should view metaphysical necessity as a special case of essence. […] The metaphysically necessary truths can then be identified with the propositions which are true in virtue of the nature of all objects whatever." (FINE, 1994, p. 9)
[206] Uma versão mais fraca seria: $\Box_{\mathrm{m}} A \wedge T_k(A) \Rightarrow \Box_{\mathrm{k}} A$.
[207] Para uma explicação do porquê a estratégia da relativização é teoricamente insatisfatória veja Fine (2005, p. 237).
[208] Cohnitz e Estrada-González usam a expressão 'problema metafísico da lógica', mas tal caracterização nos parece equivocada se consideramos o seguinte: tomando as considerações histórico-conceptuais de Lorenz Puntel (2011), Metafísica seria, *stricto sensu*, uma teoria fundamental do *Ser* (*Metaphysica Primordialis*) enquanto que a Ontologia seria uma teoria geral dos entes e da estrutura do real. Esclarecido isso, a expressão 'problema metafísico da lógica' se torna conceptualmente equivocada. Logo, seria conceptualmente mais preciso falar em problema ontológico da Lógica.

propriedades. Deste modo, tentaremos esboçar uma discussão preliminar sobre essa questão fundamental, mas não tendo a pretensão de tomar uma posição definitiva e completamente articulada nesse trabalho.

Neste sentido, Chateaubriand (2005, p. 250-257) nos fornece uma discussão relevante acerca da distinção entre verdade lógica, propriedades lógicas, estados de coisas lógicos, verdade lógica aplicada e tópicos afins, articulando uma teorização robusta e permitindo um ponto de partida pertinente para o problema ontológico da Lógica – Corcoran (2008, p. 226) chega a considerar o trabalho de Chateaubriand como o mais completo acerca da questão sobre *o que sejam formas lógicas,* i.e., o problema ontológico da Lógica.[209]

Chateaubriand (2005, p. 251), partindo de uma orientação aristotélica, chama atenção para a combinação entre propriedades e objetos com certo componente modal articulado, i.e., estados de coisas podem ser constituídos por certa combinação de propriedades e objetos, tendo um componente modal – a combinação pode ser necessária, impossível, contingente, etc. Tal articulação se mostra também no âmbito lógico: podemos considerar estados de coisas lógicos, onde estes são combinações de propriedades lógicas. Isso, por conseguinte, acaba por nos levar a uma hierarquia.

Esta hierarquia inicia no nível 0, que é um nível constituído por objetos, os quais não são nem propriedades nem estados de coisas. A ordem hierárquica restante se dá pelo modo de composição das propriedades e estados de coisas: o nível de uma propriedade é um ordinal maior que o nível de seus argumentos; o nível de um estado de coisas, que é o resultado da combinação entre uma propriedade e um argumento apropriado que instancia tal propriedade, é o mesmo que da propriedade vinculada na combinação[210].

Assim, Chateaubriand (2008, p. 71) compreende que estados de coisas são combinações de propriedades de um certo tipo com entidades de um tipo apropriado, retomando uma estrutura predicativa sujeito-predicado. Ex.: o estado de coisas <Sócrates é professor de Platão> pode ser considerado como uma combinação da propriedade de nível 1 *é-professor-de* com os particulares Sócrates e Platão, nesta ordem.

[209] Uma outra linha de considerações ontológicas da Lógica – embora mais tímida e menos desenvolvida do ponto de vista teórico – é articulado no desenvolvimento das estruturas formais no sistema de filosofia teórico-estrutural de Puntel (2008, cap. 3.2.1). Uma explicação geral da proposta estrutural de Puntel pode ser encontrada em Manfredo Oliveira (2014, cap. 5).

[210] Mais sobre isso veja Chateaubriand (2001, cap. 1, cap. 9 e cap. 10). Ver também as considerações de Sautter (2004) e a réplica de Chateaubriand (2004).

Retomando o caso das propriedades lógicas e estados de coisas lógicos, consideremos o seguinte exemplo: a reflexividade de nível 2 para relações binárias de nível 1 e a identidade de nível 1se combinam formando um estado de coisas lógico. Temos, portanto, o seguinte estado de coisas lógico:

(9’) $< Reflexividade, identidade >$

Tal estado de coisas lógico pode ser expressado na notação de Chateaubriand pela seguinte fórmula:

(9) $\big[[(\forall x)Z(x,x)](Z)\big]\,\big([x=y](x,y)\big)$ [211]

Tal fórmula pode ser tomada como determinando (descrevendo ou denotando) o estado de coisas lógico (9’).[212]

(9), nesse sentido, é uma verdade lógica que denota um estado de coisas lógico – ou a fórmula em (9) é uma verdade lógica na medida em que expressa uma proposição que denota um estado de coisas lógico. Assim, verdades lógicas são proposições lógicas – proposições que consistem exclusivamente de propriedades lógicas – que denotam estado de coisas lógicos[213]. De modo mais geral, Chateaubriand nos aponta que proposições lógicas constituídas exclusivamente de propriedades lógicas que necessariamente se combinam são logicamente verdadeiras; proposições lógicas constituídas exclusivamente de propriedades lógicas que necessariamente não se combinam são logicamente falsas[214].

Contudo, é tremendamente esclarecedor distinguir o âmbito da Lógica pura, que lida estritamente com verdades lógicas, do âmbito da Lógica aplicada, que lida de um modo lato com a verdade lógica – e Chateaubriand nos fornece uma das melhores considerações acerca dessa distinção. Tomemos inicialmente as seguintes considerações de Chateaubriand (Cf., 2005, p. 252-258): vamos nos valer da linguagem de LPO envolvendo somente as constantes lógicas usuais e variáveis, sem qualquer constantes não-lógicas. Deste modo, temos os seguintes casos:

---

211 Acerca dessa notação veja Chateaubriand (2001, p. 61-63). Tal combinação na notação usual é simplesmente $(\forall x)(x = x)$.

212 Chateaubriand usa esses colchetes de canto maiores para estados de coisas interpretados intensionalmente, não sendo assim considerados como sequências ordenadas em um sentido meramente conjuntista.

213 Cf. Chateaubriand (2005, p. 252).

214 Devemos levar em conta aqui o que foi discutido anteriormente: a modalidade especial envolvida na lógica é a modalidade metafísica.

(10) $(\forall x)\big(Z(x) \longrightarrow Z(x)\big)$
(11) $(\exists x)\big(Z(x) \land \neg Z(x)\big)$
(12) $(\forall x)\big(Z(x) \longrightarrow W(x)\big)$

Estas fórmulas não expressam proposições lógicas. Trata-se de predicados que denotam propriedades lógicas[215]. Tais fórmulas (10)-(12), pela quantificação de 'Z' e 'W', são tornadas proposições. Mais: com o uso da notação predicativa, podemos aplicar esses predicados lógicos a outros predicados para obter proposições[216]:

(13) $\big[(\forall x)\big(Z(x) \longrightarrow Z(x)\big)\big](Z)$
(14) $\big[(\exists x)\big(Z(x) \land \neg Z(x)\big)\big](Z)$
(15) $\big[(\forall x)\big(Z(x) \longrightarrow W(x)\big)\big](Z, W)$

Tomando constantes não-lógicas, podemos formar proposições e verificar que (13), p.ex., aplicado a predicados não-lógicos é sempre verdadeiro. Como exemplo, tomemos o predicado 'x é ser humano' ou 'x é racional'. Assim, temos: $\big[(\forall x)\big(Z(x) \longrightarrow Z(x)\big)\big]\big([homem(x)](x)\big)$ ou $\big[(\forall x)\big(Z(x) \longrightarrow Z(x)\big)\big]\big([racional(x)](x)\big)$.

Assim, notamos que (13) aplicado a qualquer predicado é necessariamente verdadeiro, (14) aplicado a qualquer predicado é necessariamente falso e (15) aplicado a um par de predicados pode ser verdadeiro ou falso – ou seja, é contingentemente verdadeiro[217]. Chateaubriand (2005, p. 253) afirma, então, que isto se dá como uma contraparte do seguinte:

(16) $(\forall Z)(\forall x)\big(Z(x) \longrightarrow Z(x)\big)$
(17) $(\exists Z)(\exists W)(\forall x)\big(Z(x) \longrightarrow W(x)\big)$

e

(18) $(\exists Z)(\exists x)\big(Z(x) \land \neg Z(x)\big)$

[215] Cabe mencionar aqui que Chateaubriand utiliza o termo 'propriedade' em sentido lato, compreendendo tanto propriedades unárias como relações n-árias.
[216] Acerca da notação predicativa ver Chateaubriand (2001, p. 63).
[217] Aqui Chateaubriand (2005, p. 253) faz uso de operadores temporais ambíguos – '*always*', '*sometimes'* –, quando nos parece que ele quer expressar força modal. Por isso tomamos a liberdade de usar termos modais para apresentar as considerações de Chateaubriand.

(19) $(\forall Z)(\forall W)(\forall x)\big(Z(x) \longrightarrow W(x)\big)$

(16) e (17) são logicamente verdadeiros, enquanto que (18) e (19) são logicamente falsos. Neste sentido, Chateaubriand apresenta a seguinte caracterização de verdade lógica em termos de propriedades lógicas e estados de coisas lógicos:

> Given that logical properties either combine necessarily or necessarily do not combine, it seems reasonable to say that logical propositions whose parts denote logical properties that combine necessarily into a logical state of affairs, are logically true, and to say that logical propositions whose parts denote logical properties that necessarily do not combine, are logically false.[218]

Aqui temos que uma verdade lógica se articula em uma proposição lógica que se combina com força modal em um estado de coisas lógico – analogamente para falsidade lógica. Uma proposição lógica é uma proposição que consiste exclusivamente de propriedades lógicas (Cf. CHATEAUBRIAND, 2005, p. 252); um estado de coisas lógico é uma combinação exclusiva de propriedades lógicas, as quais se combinam ou não se combinam por necessidade (Cf. CHATEAUBRIAND, 2005, p. 251). Os predicados lógicos, por sua vez, são aqueles predicados que não contém constantes não-lógicas (Cf. CHATEAUBRIAND, 2001, p. 191). Tomemos, por exemplo, o seguinte caso:

$$(\forall x)\big(F(x) \longrightarrow G(x)\big)$$

Essa sentença teria sua forma predicativa em termos de predicados puramente lógicos da seguinte maneira:

$$\Big[\big[(\forall x)\big(V(x) \longrightarrow W(x)\big)\big]\,(V,W)\Big]\big([F(x)](x),[G(x)](x)\big)$$ [219]

Assim, pode se dizer que “verdades lógicas são proposições que denotam estados de coisas lógicos” (CHATEAUBRIAND, 2005, p. 251). Depreende-se dessas considerações que a noção de propriedade lógica possui uma posição central na teorização de Chateaubriand, constituindo assim uma articulação tríplice: objetos, propriedades e estados de coisas.

Dito isso, voltemo-nos agora para a questão da verdade lógica aplicada, que nos permite, por contraste, aprofundar a compreensão da verdade lógica mesma. Chateaubriand (2005, p. 254) apresenta os seguintes casos como ponto de partida:

---

[218] Cf. Chateaubriand (2005, p. 251).
[219] Para uma consideração mais completa sobre isso veja Chateaubriand (2001, cap. 6).

(20) $Frege = Frege$

(21) $(\forall x)\big(Humano(x) \longrightarrow Humano(x)\big)$

(22) $Humano(Russell) \vee \neg Humano(Russell)$

(20)-(22) expressam estados de coisas, embora tais estados de coisas não sejam estritamente estados de coisas lógicos. Dada as considerações anteriores, (20)-(22) não expressam ou denotam casos de estados de coisas lógicos porque as proposições expressadas em (20)–(22) não são constituídas *exclusivamente* de propriedades lógicas, uma vez que contém entidades não-lógicas como Frege, Russell e a propriedade *de ser humano*. Chateaubriand (2005, p. 254) nos diz que tais casos são instâncias de verdades lógicas no seguinte sentido: tais casos são atribuições de propriedades lógicas a certas entidades não-lógicas, sendo as propriedades lógicas aplicáveis universalmente a quaisquer entidades de tipo apropriado. Neste vetor, (20)-(22) são interpretadas respectivamente na notação predicativa de Chateaubriand como

(23) $\big[[x = x](x)\big](Frege)$

(24) $\Big[\big[(\forall x)\big(Z(x) \longrightarrow Z(x)\big)\big](Z)\Big]\ \big([Humano(x)](x)\big)$

(25) $\big[[Z(x) \vee \neg Z(x)](Z, x)\big]\ ([Humano(x)](x), Russell)$.

Aqui temos que (23)-(25) expressam a aplicação de uma propriedade lógica a entes particulares e à propriedade *ser humano*. Mais: embora as propriedades lógicas à esquerda se apliquem universal e necessariamente, a verdade das proposições (23)-(25) consideradas materialmente (*materialiter*) estão sujeitas a contingências. Tomemos o caso de (23): evidentemente, Frege ser idêntico consigo próprio é necessariamente o caso; mas a existência deste estado de coisas específico é contingente – afinal, Frege é um ente contingente.

Contudo, façamos um parêntese aqui: dizer que estejam sujeitas a contingências pode causar alguma confusão modal. Parece-nos melhor a distinção de Mário Ferreira dos Santos (1961, p. 61-62) entre necessidade *simpliciter* e necessidade hipotética. No caso anterior de (24), teríamos:

$$\mathcal{E}(Frege) \longrightarrow \Box\ \big[[x = x](x)\big](Frege)$$ [220]

[220] Sobre o uso do predicado de existência a partir de um quadro teórico modal quantificado veja Fitting e Mendelsohn (1998, cap. 4).

Portanto, não se trata de uma contingência *simpliciter*, mas de uma necessidade condicionalizada – na terminologia de Mário Ferreira dos Santos, uma necessidade hipotética.

Retomando o tópico da verdade lógica aplicada: na medida em que não é objeto da lógica falar das condições de existência de particulares, como Frege, temos que tal tópico deve ser tratado como uma matéria lógica por aplicação. Daí a caracterização de verdade lógica aplicada. Mais: como mostra a forma predicativa em (23)-(25), as propriedades lógicas são *acerca* de algo – Ex.: em (23), a propriedade lógica da auto-identidade é *acerca* de Frege. Portanto, como chama atenção Chateaubriand (2005, p. 255), (23) implica a existência de Frege uma vez que caso este não existisse não se daria o correspondente estado de coisas. Assim, a fórmula

$$[[(\forall x)Z(x,x)](Z)]\big([x=y](x,y)\big)$$

expressa a verdade lógica da reflexividade da relação de identidade, i.e., expressa uma proposição que denota um estado de coisas lógico – a saber: (9') –, enquanto que (23) é acerca de Frege, e, nessa medida, é um estado de coisas formado por uma propriedade lógica aplicada a Frege.

Assim, Chateaubriand (2005, p. 256) oferece a partir da notação predicativa a seguinte formulação pura das contrapartes em segunda-ordem de (13)-(15), fazendo uso de variáveis '$\boldsymbol{\mathcal{X}}$' e '$\boldsymbol{\mathcal{Y}}$' sobre propriedades de level 2:

(27) $[[(\forall Z)\boldsymbol{\mathcal{X}}(Z)](\boldsymbol{\mathcal{X}})]\Big([(\forall x)\big(Z(x) \rightarrow Z(x)\big)](Z)\Big)$

(28) $[[(\exists Z)(\exists W)\boldsymbol{\mathcal{Y}}(Z,W)](\boldsymbol{\mathcal{Y}})]\ \Big([(\forall x)\big(Z(x) \rightarrow W(x)\big)](Z,W)\Big)$

(29) $[[(\exists Z)\boldsymbol{\mathcal{X}}(Z)](\boldsymbol{\mathcal{X}})]\ \Big([(\exists x)\big(Z(x) \wedge \neg Z(x)\big)](Z)\Big)$

(30) $[[(\forall Z)(\forall W)\boldsymbol{\mathcal{Y}}(Z,W)](\mathcal{Y})]\ \Big([(\forall x)\big(Z(x) \rightarrow W(x)\big)](Z,W)\Big)$

Tomemos o caso de (27) como exemplificação: (27) expressa justamente que a verdade lógica de (13) se aplica universalmente. Uma síntese da compreensão geral de Chateaubriand está contida nas seguintes considerações sobre a verdade lógica e noções correlatas:

> Since we do not want to restrict ourselves to one specific application, but want to consider all possible applications of this kind, it is natural to consider the idea that the logical truths are those logical properties that apply no matter what the choice of domain, and no matter what names and predicates we have.[221]

[221] Chateaubriand (2005, p. 257).

Não é difícil perceber que a articulação teórica desenvolvida por Chateaubriand se aproxima de forma relevante da proposta de Sher[222] – afinal, ambas as propostas têm uma orientação objetual e não-linguística. Contudo, Chateaubriand desenvolve uma teorização muita mais sofisticada da ontologia dessas estruturas formais da lógica. Por outro lado, a orientação redutivista de Sher parece estar radicada justamente nesta ausência de um esclarecimento teórico robusto acerca da ontologia da Lógica, i.e., o problema ontológico da Lógica por Sher é tratado ingenuamente na medida em que se assume acriticamente uma ontologia de conjuntos. Tal tratamento acrítico gera problemas: na medida em que não se esclarece a base ontológica, acaba-se por colapsar ou confundir no âmbito teórico a dimensão ontológica (verdade lógica enquanto tal) com sua contraparte no modelo matemático – no caso de Sher, com a própria caracterização modelo-teorética. Adicionalmente, essa confusão parece pressupor que a noção de conjunto é ontologicamente primitiva, o que de modo algum é evidente ou não disputado.[223]

Esse último ponto nos lança novamente para a caracterização da formalidade e a diferença entre as propostas de Chateaubriand e a proposta de Sher[224]: dada a diferença antes mencionada entre uma ontologia da Lógica fundada em propriedades (Chateaubriand) e uma ontologia da Lógica fundada em conjuntos (Tarski, Sher), Chateaubriand (2004, p. 107), em diálogo com a proposta de Tarski (1986), considera que (i) se obteria, dada sua ontologia de propriedades e estados de coisas, a mesma classificação de propriedades lógicas e não-lógicas com o adicional de não cair no problema da dependência do Universo de indivíduos, que não parece ser matéria da Lógica; (ii) uma formulação preliminar semelhante à proposta por Shapiro (1998), permitindo um caracterização possibilista do universo, articulada nos seguintes termos:

[222] Chateaubriand (2004, 106-109; 2008, p. 270) reconhece a semelhança com a proposta originária que norteia a teorização de Sher: a caracterização das *noções lógicas* como invariância sob permutações do conjunto potência do Universo do discurso, fornecida por Alfred Tarski (1986). Logo, não é de se admirar que essas propostas possuam pontos de contato relevantes – até porque tais propostas têm uma orientação objetual para coisas, e não para termos, fazendo uso aqui da distinção de Novaes (2011, p. 306).

[223] Para uma análise crítica desse tópico veja Chateaubriand (2001, cap. 10) e Bealer (1982, cap. 5). Aliás, Kurt Gödel (Cf. WANG, 1996, p. 274) tem uma visão próxima da apresentada por Chateaubriand, sendo inclusive uma influência para o quadro teórico desenvolvido por Chateaubriand (Cf. CHATEAUBRIAND, 2004, p. 111). Esse tópico é fundamental para um desenvolvimento teórico que esclareça profundamente o problema ontológico da Lógica e, nessa medida, não pode ser tomado como um pressuposto ingenuamente aceito e não-explicitado.

[224] Focamos especificamente na de Sher pois, dada as propostas revisionistas que consideramos mais articuladas – a de Sher e a de Shapiro –, a dela é a que admite explicitamente, embora acriticamente, uma redução ontológica conjuntista.

(Chat-Form) Uma propriedade P (de um certo tipo λ) é uma propriedade lógica *sse*, para qualquer universo possível de indivíduos, P é invariante com respeito a toda transformação 1-1 do universo sobre ele mesmo.

Retomando a questão do esquema metodológico da construção de modelos apresentado anteriormente e tendo em vista o que foi discutido, cabe aqui a seguinte consideração, já apontada anteriormente: um modelo matemático, como o fornecido pela abordagem modelo-teorética, pressupõe essa determinação ontológica do que se está modelando. Mais: o estágio *F-in*, onde se determina os aspectos relevantes do fenômeno alvo, realizando um recorte apropriado desse mesmo fenômeno, implica que o modelo dificilmente fornece uma análise redutiva do fenômeno alvo. Por conseguinte, pode se dizer que a metodologia de construção de modelos parece ser incompatível com a proposta de Sher, e isso se dá, como apontado anteriormente, devido à carência no esclarecimento do problema ontológico da Lógica, o que acaba por confundir a contraparte do modelo matemático com o fenômeno alvo – no caso, a caracterização modelo-teorética da verdade lógica (modelo matemático) e a verdade lógica *simpliciter* (fenômeno alvo). Isso torna uma ontologia de propriedades mais apropriada para o tratamento da verdade lógica.

Assim, podemos tomar preliminarmente a caracterização da verdade lógica a partir das propriedades lógicas de Chateaubriand e considerar estas como fenômeno alvo do modelo matemático, no caso sendo a teoria de modelos um tratamento portador de virtudes teóricas – simplicidade, utilidade, poder explicativo, aplicabilidade, etc[225]. Nessa medida, verdades lógicas são essas propriedades lógicas estruturais, universais, invariantes sobre transformações do domínio combinadas em estados de coisas lógicos[226] e que, por meio de uma metodologia de construção de modelos, podem ser em certa medida adequadamente modeladas com o auxílio de modelos matemáticos, como linguagens ou sistemas formais.

Contudo, deve-se levar em consideração o seguinte quando se trata da relação entre verdades lógicas (ou propriedade lógicas) e linguagens formais: formas lógicas, que se articulam em estados de coisas lógicos formados por combinações de propriedades lógicas, são independentes da formação notacional das linguagens formais, embora possamos usar vários sistemas notacionais de distintas linguagens formais para modelar essas propriedades lógicas.

[225] Veremos algo dessas virtudes teóricas do tratamento modelo-teorético quando tratarmos do problema da adequação, no subcapítulo seguinte.
[226] “Logic is largely a theory of these abstract properties. We can see this in Aristotle, we can see it in Frege, and we can see it in contemporary logic.” (CHATEAUBRIAND, 2005, p. 133)

Porém, do fato de que linguagens formais podem ser usadas para expressar e operar com essas propriedades lógicas não se segue que todas as formas lógicas, fundadas em propriedades lógicas, podem ser completamente expressas em sistemas notacionais de qualquer linguagem formal, nem que para dado sistema formal há sempre uma forma lógica correspondente.[227]

Deste modo, temos a seguinte articulação teórica: linguagens formais são modelos matemáticos que permitem modelar de certo modo verdades lógicas, sendo estas constituídas de propriedades lógicas.

Retomando a articulação geral apresentada, vimos que um ponto de partida mais intuitivo para Lógica é a questão central das relações de consequência. Entre as relações de consequência, chegamos ao tratamento da consequência lógica, sendo esta uma consequência com uma força modal especial fundada em leis ou verdades formais, estruturais e universais – as formas lógicas. Contudo, faltava-nos esclarecer duas coisas: qual a natureza dessa modalidade especial e qual o estatuto ontológico dessas propriedades formais que fundam a consequência\verdade lógica. No primeiro caso, chegamos ao resultado que a modalidade fundamental em questão, mais forte que a modalidade nômina ou natural, é a modalidade metafísica, e que podemos explicar a modalidade lógica com uma restrição da modalidade metafísica através da verdade lógica. Tal resultado nos lança diretamente para o segundo caso: a questão do estatuto ontológico das propriedades e verdades lógicas. No que concerne a esse segundo caso, tomamos o tratamento de Chateaubriand da ontologia da Lógica, articulando-o com a proposta metodológica anteriormente apresentada.

Assim, temos que a Lógica, no seu âmbito fundamental, trata dessas propriedades lógicas formais e universais, que se estruturam como verdade lógica ou como consequência lógica – neste último caso, mais diretamente ligada com a noção de dedução lógica[228] –, sendo articuladas com força modal metafísica restrita pela natureza das propriedades lógicas, que se combinam formando um estado de coisas lógico. É isso que é o fenômeno alvo da nossa modelagem em sistemas formais.

Voltamo-nos agora para o problema da adequação, i.e., em que medida linguagens formais ou sistemas formais podem tratar adequadamente da consequência\verdade lógica, como os polos modelo-modelado podem ser adequadamente articulados – em termos diretos: em que medida e segundo que condições o modelo “captura” ou caracteriza adequadamente o modelado. É nessa ordem que adentramos o problema adequacional, e nos parece fundamental para tal questão discutirmos algumas considerações gerais – mencionadas anteriormente,

---

[227] Cf. Chateaubriand (2005, p. 131-132).
[228] Sobre isto veja Chateaubriand (2005, p. 258; 2005, cap. 19, 20, 21).

inclusive – oferecidas por Kreisel (1967) e discutidas por Peter Smith (2011) e Catarina Novaes (2012, p. 233-235).

5.3 Verdade Lógica e Modelos: o problema adequacional

Para tratar do problema adequacional nos parece peculiarmente interessante as considerações de Peter Smith (2011) acerca de provas – ou argumentações – denominadas argumentos por espremeção (*squeezing arguments*). Apresentarei o esquema geral e depois nos voltaremos diretamente para Kreisel – à luz dessas considerações tentaremos dar uma resposta ao problema adequacional.

Considerando o esquema de Smith (2011, p. 23-24), tomemos um conceito informalmente analisado I e suponhamos que temos um conceito S precisamente definido tal que a seguinte condição deve ser satisfeita: estar caracterizado por S é claramente uma *condição suficiente* para estar caracterizado por I. Assim, tomando um determinado e de tipo apropriado, temos:

(K1) Se e é S, então e é I.

Em segundo lugar, suponhamos que tenhamos outro conceito N precisamente definido tal que a seguinte condição deve ser satisfeita: estar caracterizado por N é claramente uma *condição necessária* estar caracterizado por I. Assim, temos:

(K2) Se e é I, então e é N.

Smith (2011, p. 23) transpõe (K1)-(K2) em termos extensionais, o que resulta no seguinte – tomando $|X|$ como a extensão de X –:

(Ki) $|S| \subseteq |I| \subseteq |N|$

Deste modo, em (Ki) a extensão de I é espremida entre as extensões determinadas de S e N. Daí a terminologia jocosa de argumentos por espremeção ou argumentos sanduíche. Mas continuemos o ponto anterior. Agora suponhamos que o seguinte resultado também é obtido:

(K3) Se e é N, então e é S (ou: $|N| \subseteq |S|$)

Com o resultado (K3) estabelecido, e unido aos resultados anteriormente considerados, teríamos o seguinte:

(Kii) $|N| \subseteq |I| \subseteq |S|$

Assim, teríamos que (K3) espremeria as extensões $|S|$ e $|N|$ as quais estão espremendo a extensão $|I|$, permitindo o seguinte resultado:

(Kiii) $|S| = |I| = |N|$

Deste modo, em um contexto onde I é um conceito informal lógico-matemático, sendo S e N conceitos definidos rigorosamente em uma teoria precisa e (K3) um teorema da teoria formal relevante, teríamos um procedimento para demonstrar a adequação de S e N em relação a I. É justamente neste contexto que encontramos o argumento de Kreisel.

Em vista disso, voltemo-nos agora para o problema da adequação material entre a caracterização modelo-teorética e a verdade lógica. Comecemos com a adequação para LPO. Assim, teríamos o seguinte – tomando VLS como 'verdade lógica *simpliciter*' e VLMT como 'verdade lógica modelo-teorética'[229]:

(ADQ-LPO) Para qualquer linguagem de primeira-ordem $\mathcal{L}$ e qualquer sentença S de $\mathcal{L}$, se S é VLS, então S é VLMT.

(ADQ-LPO) é quase que evidente. *Prova*. Suponhamos que uma sentença S seja VLS. Como S é VLS, então S é um estado de coisas lógico necessário, o que implica que é impossível que haja uma combinação de propriedades e objetos não lógicos que, sendo aplicações de S, torne S falso. Ora, por *reductio*, assumamos que S não é VLMT. Assim, se S não é VLMT, então teríamos algum modelo em que S falso. Contudo, se tivéssemos algum modelo em que S é falso, então teríamos alguma combinação de propriedades e objetos não lógicos que, sendo aplicações de S, tornaria S falso. Mas isso é impossível, dado que S é VLS. Portanto, S é VLMT. Logo, se S é VLS, então S é VLMT ■

[229] Essa formulação toma como base as considerações de Gómez-Torrente (1998).

Contudo, como já apontara Hanson (1997, p. 399-400), é necessário mais para demonstrar a adequação material. Mais especificamente, faz-se necessário também o seguinte:

(ADQ-LPO*) Para qualquer linguagem de primeira-ordem $\mathcal{L}$ e qualquer sentença S de $\mathcal{L}$, se S é VLMT, então S é VLS.

No caso de (ADQ-LPO*), temos algo muito mais difícil de estabelecer e, incialmente, não parece tão intuitivo à primeira vista. Afinal, como S, sendo VLMT, é caracterizada em termos modelo-teoréticos, e modelos são estruturas conjuntistas tendo conjuntos como seus domínios, pode se pensar que VLS seja "grande" demais para ser um conjunto. A intuição que norteia esse questionamento é a mesma que radica o problema da confiabilidade em McGee (1992b, p. 273): não é de modo algum evidente que o fato de uma sentença S ser verdadeira em todos os modelos fornece qualquer garantia de que S é logicamente verdadeira.

Podemos usar o esquema anterior orientado por Kreisel (1967) para mostrar (ADQ-LPO*), pois, como aponta corretamente Etchemendy (1999, p. 145), um dos pontos fundamentais do artigo de Kreisel é que podemos provar resultados rigorosos acerca de noções informais. Retomemos, pois, o argumento de Kreisel (1967, p. 152-157).

Tomemos uma fórmula α de ordem finita (α^i denotando que a fórmula é de ordem i), o predicado $Val(\alpha)$ significando 'α é intuitivamente válida', $V(\alpha)$ como 'α é válida em todas as estruturas conjuntistas' e $D(\alpha)$ como 'α é formalmente derivável por meio de algum conjunto fixo de regras formais'[230]. Assim, temos:

(Kr1) $(\forall\alpha)\big(D(\alpha) \Rightarrow Val(\alpha)\big)$ – Pela correção intuitiva da derivabilidade

(Kr2) $(\forall\alpha)\big(Val(\alpha) \Rightarrow V(\alpha)\big)$ – verdade em todas as estruturas implica a verdade nas estruturas modelo-teoréticas.

(Kr3) $(\forall\alpha)\big(V(\alpha) \Rightarrow D(\alpha)\big)$ – Pelo teorema da completude

Tomando (Kr1), (Kr2) e (Kr3) temos que, para LPO, as noções envolvidas são *extensionalmente equivalentes:*

($C^{Kr}1$) $(\forall\alpha)\big(Val(\alpha) \Leftrightarrow V(\alpha) \Leftrightarrow D(\alpha)\big)$

230 Mais explicações inicias sobre isso são apresentadas na secção 4.1, quando foi discutido a proposta modal-formal de Hanson.

Aqui temos a mesmíssima estrutura tratada por Peter Smith: dada uma noção informal, que no caso aqui é VLS, podemos mostrar que os conceitos precisamente definidos dessa noção são extensionalmente adequados por meio do teorema da completude e a correção intuitiva. Analogamente ao caso de Hanson, temos que, fazendo uso da estratégia de Kreisel, (ADQ-LPO*) é desmembrado em – onde 'VLD' expressa a condição de derivabilidade:

(ADQ-LPO*a) Para qualquer linguagem de primeira-ordem $\mathcal{L}$ e qualquer sentença S de $\mathcal{L}$, Se S é VLMT, então S é VLD.

(ADQ-LPO*b) Para qualquer linguagem de primeira-ordem $\mathcal{L}$ e qualquer sentença S de $\mathcal{L}$, Se S é VLD, então S é VLS.

Assim, dado os resultados da correção intuitiva da derivabilidade e do teorema metalógico da completude, podemos estabelecer (ADQ-LPO*).[231]

Aqui poderia se pensar como Hanson: dada a dependência do resultado metalógico da completude, o resultado de adequação só se daria com relação a LPO. Neste caso, teríamos uma limitação drástica do resultado obtido, pois não se aplicaria a linguagens\lógicas de ordem-superior (LOS) uma vez que não teríamos, em certa medida, sistemas formais completos nestes casos. Mais: como vimos anteriormente, lógicas de segunda-ordem (LSO), p. ex., desempenham um papel fundamental nas ciências formais em geral e sua capacidade expressiva permite aplicações mais amplas[232]. Nesta medida, a desconsideração destes sistemas formais acarretaria numa perda significativa para o conhecimento humano como um todo.

Incialmente, é preciso salientar que há duas possíveis abordagens no que concerne à LSO: modelos absolutos, também chamados de modelos padrão (*standard*), e modelos gerais, também chamados de modelos de Henkin[233]. No que diz respeito a este, temos o resultado da completude:

---

[231] Cabe mencionar aqui o seguinte: não se segue desse tipo de resultado de adequação que o componente modal foi reduzido à mera generalidade ou que o componente ontológico foi reduzido aos conjuntos, como parece sugerir alguns (Cf. GÓMEZ-TORRENTE, 1998, p. 398-404; 2000, p. 63-64). Novamente, isso se funda em uma pressuposição ontológica ingenuamente aceita, a saber: de que uma ontologia de conjuntos é mais fundamental que uma ontologia de propriedades. Sobre isso veja as considerações da nota 224. Além disso, parece estar fundada em um não esclarecimento da metodologia de construção de modelos. Esta ausência de esclarecimento teórico acaba por confundir adequação com redução ontológica. Esta confusão, por sua vez, gera o seguinte *non sequitur*: há um resultado de adequação para S; logo, há uma redução ontológica de S.

[232] Sobre a relação de LSO e a prática matemática veja Shapiro (1985); sobre algumas aplicações da LOS em áreas como a formalização da linguagem natural, Fundamentos da Matemática e outros veja Linnebo (2011, p. 113-117).

[233] Uma apresentação geral dessas lógicas foge ao escopo deste trabalho. Tal apresentação geral pode ser

Teorema de LSO. A Lógica de segunda-ordem com a semântica de Henkin é completa, compacta e tem a propriedade de Löwenheim-Skolem.[234]

Contudo, LSO com modelos absolutos ou semântica padrão não é nem compacto nem completo. Assim, teríamos duas orientações: modelos absolutos sem resultados metalógicos significativos ou modelos de Henkin com resultados metalógicos significativos.

Tomando a orientação com modelos de Henkin: na medida em que temos um resultado de completude poderíamos estabelecer o resultado de adequação de modo análogo ao desenvolvido para LPO. Assim, temos:

(ADQ-LSO) Para qualquer linguagem de segunda-ordem $\mathcal{L}^2$ e qualquer sentença S de $\mathcal{L}^2$, se S é VLS, então S é VLMT.

Quanto à orientação com modelos absolutos: não temos como estabelecer o resultado de adequação de modo análogo ao desenvolvido para LPO. Seria possível fornecer razões para (ADQ-LSO) sem recorrer aos modelos de Henkin? Vejamos.

Gómez-Torrente chama (ADQ-LSO) de tese de Kreisel[235]. Uma plausível razão pode ser dada à luz das considerações de Gómez-Torrente (1998, p. 399-404; 2000, cap. VIII), Shapiro (1987, 1991) e outros. A estratégia argumentativa é mostrar que, dado o desenvolvimento da Teoria dos Conjuntos, é improvável que a tese de Kreisel seja falsa.

Gómez-Torrente propõe que tomemos a linguagem de segunda-ordem da Teoria dos conjuntos com uma única constante não-lógica, o predicado diádico '$\in$'. Disso, temos:

(Spl) Para toda sentença S, se S é VLMT da linguagem-$\in$, então S é verdadeira na classe de todos os conjuntos puros.

---

encontrada em Linnebo (2011) e Väänänen (2020).

[234] Para considerações gerais veja Linnebo (2011, p. 110-111) e Väänänen (2020). Para uma prova veja Shapiro (1991, cap. 4.3).

[235] Kreisel afirma que "Para fórmulas de ordem superior não temos uma prova convincente de, p.ex., $\forall\alpha^2\big(V(a) \leftrightarrow Val(a)\big)$, embora esperaríamos que tivesse uma." (KREISEL, 1967, p. 156-157, trad. nossa) – onde '$\forall\alpha^2$' aqui quantifica sobre todas fórmulas de segunda-ordem. A denominação é influenciada pela generalização do bicondicional:

$$(\forall\Phi)\big(Val(\phi) \leftrightarrow V(\Phi)\big)$$

Esse é chamado de princípio de Kreisel por Shapiro (1987, p. 309).

Deste modo, temos o seguinte: se (Spl) fosse falsa, então a tese de Kreisel – (ADQ-LSO) – seria também falsa; por outro lado, se (Spl) fosse verdadeira, então a tese de Kreisel seria verdadeira. Contudo, como coloca Gómez-Torrente (1998, p. 400), a Teoria de conjuntos é orientada por um princípio informal de maximização do conteúdo do universo da teoria dos conjuntos, que é o princípio da reflexão, e este é consistente com a aceitação dessas estruturas extensas como conjuntos, como apontado em (Spl).[236]

Hao Wang formula tal princípio nos seguintes termos – atribuindo tal formulação à Gödel: –:

> Reflection principle: the universe of all sets is structurally undefinable. One possibility of making this statement precise is the following: The universe of sets cannot be uniquely characterized (i.e. distinguished from all its initial segments) by any internal structural property of the €-relation in it, expressible in any logic of finite or transfinite type, including infinitary logics for any cardinal number.[237]

Fraenkel, Bar-Hilel e Levy, em seu *Foundations of Set Theory* (1973), tratam desse princípio nos seguintes termos:

> As a result of the antinomies we know that there is no set which contains all sets; a reasonable way to make this conform to a Platonistic point of view is to look at the universe of all sets not as a fixed entity but as an entity capable of "growing", i.e. we are able to "produce" bigger and bigger sets. […] When we try to reconcile the image of the ever-growing universe with our desire to talk about the truth or falsity of statements that refer to all sets we are led to assume that some "temporary" universes are as close an "approximation" to the ultimate unreached universe as we wish. In other words, there is no property expressible in the language of set theory which distinguishes the universe from some "temporary universes".[238]

Segundo Maddy (1988, p. 503), o princípio de reflexão é provavelmente a regra de ouro mais universalmente aceita na Teoria de conjuntos de ordem superior (*Higher Set Theory*).

Koellner (2009, p. 208) nos fornece uma caracterização mais precisa: dado o universo V de todos os conjuntos e os seguimentos iniciais V_α da hierarquia cumulativa de conjuntos, o princípio de reflexão articula a ideia informal que a "altura" do Universo de conjuntos é absolutamente infinito e não pode ser caracterizada desde baixo, i.e., para qualquer sentença verdadeira in V é verdadeira em algum segmento menor em V_α[239]. Assim, mais precisamente,

[236] Irei desconsiderar aqui a objeção de McGee (Cf. 1992b, p. 278-292), pois ela é respondida por Gómez-Torrente (Cf. 1998, p. 400-402).
[237] Cf. Wang (1974, p. 540).
[238] Cf. Fraenkel, Bar-Hillel, Levy (1973, p. 118).
[239] Essa caracterização é baseada numa versão mais fraca de Martin (Cf. MADDY, 1978, p. 503-504).

para todo φ é impossível definir V como a coleção que satisfaz φ uma vez que haverá um segmento inicial próprio V_α de V que satisfaz φ:[240]

(RP) $\quad V \vDash \varphi(A) \longrightarrow \exists\alpha\, V_\alpha \vDash \varphi^\alpha(A^\alpha)$

O relevante em torno do princípio de reflexão, aqui, é que ele nos indica a implausibilidade, dado o desenvolvimento da Teoria de Conjuntos, de uma resposta negativa para a questão da confiabilidade levantada por McGee. Assim, por meio do princípio de reflexão, teríamos que a afirmação da falsidade de (Spl) iria contra o princípio fundamental da Teoria de Conjuntos, o que, por sua vez, tornaria improvável a falsidade (ADQ-LSO).

De forma mais precisa, podemos temos o seguinte:

(LSO-P1) Se (SPL) é verdadeira, então a tese de Kreisel é verdadeira.
(LSO-P2) (SPL) é provavelmente verdadeira.
∴ (LSO-C) A tese de Kreisel é provavelmente verdadeira.[241]

Em uma versão mais fraca, temos:

(LSO-P1*) É provavelmente verdadeiro que (Se (SPL) é verdadeira, então a tese de Kreisel é verdadeira).
(LSO-P2*) (SPL) é provavelmente verdadeira.
∴ (LSO-C*) A tese de Kreisel é provavelmente verdadeira.[242]

Assim, podemos fornecer uma justificação indutiva – em sentido amplo – para (ADQ-LSO) ou tese de Kreisel.

---

[240] Aqui $\varphi^\alpha(\cdot)$ é o resultado de relativizar o quantificador de $\varphi(\cdot)$ para V_α e A^α é o resultado de relativizar A a V_α.
[241] Tal formulação toma como base os sistemas de Lógica indutiva de Da Costa (1997, p. 173-182). O resultado em questão é o seguinte:

$$\boldsymbol{Teorema\ 13} - (\alpha \longrightarrow \beta\ e\ Pr(\alpha) \geq a) \Rightarrow Pr(\beta) \geq a$$

Esse resultado faz uso de probabilidade métrica ou quantitativa. Cf. Da Costa (1997, p. 176-178).
[242] Seguindo a ordem da nota anterior, o resultado subjacente em questão é o seguinte:

$$\boldsymbol{Teorema\ 2}\ (2.5) - (\mathbb{P}(\alpha) = p\ e\ \mathbb{P}(\alpha \longrightarrow \beta) = p) \Rightarrow \mathbb{P}(\beta) = p$$

Onde '$\mathbb{P}$' indica o uso de probabilidade qualitativa, não-comparativa (Cf. DA COSTA, 1993, p. 67-68; 1997, p. 174-175), sendo 'Pr' indicativo da probabilidade métrica ou quantitativa (Cf. DA COSTA, 1997, p. 176-182).

Portanto, uma vez que chegamos ao resultado de adequação para LPO e outro resultado de plausibilidade para LSO, podemos concluir que temos resultados de adequação teoricamente virtuosos para o nosso tratamento teórico da consequência\verdade lógica, permitindo uma articulação tríplice: (i) a metodologia de modelos (*model-building*) aplicada ao problema da consequência\verdade lógica; (ii) o problema quiditativo ou ontológico da lógica; (iii) o problema da adequação.

5.4 Síntese: preliminares para uma teoria da verdade Lógica

Como dito anteriormente, a articulação teórica presente nesse capítulo se deu em torno de três eixos: (i) o eixo do problema metodológico, (ii) o eixo do problema quiditativo e (iii) o eixo do problema adequacional. Tentaremos agora fornecer uma síntese por meio desses três eixos que permita uma articulação teórica preliminar para a uma teoria da verdade lógica – ou mesmo da natureza da lógica – e questões circundantes.

Quanto ao primeiro eixo, voltado para relação entre o aparato formal – principalmente quanto à Teoria dos Modelos – e a verdade lógica, tratamos do problema metodológico por meio da metodologia de construção de modelos. Aqui tomamos como ponto de partida a proposta revisionista de Shapiro. Esta procura nos apresentar a linguagem formal – que se articula em um sistema formal – como modelo matemático, introduzindo a metodológica de modelagem formal e a construção de modelos como pontos fundamentais. Um sistema formal S, enquanto constructo matemático, é uma 3-upla $S = \langle \mathcal{L}, \mathcal{F}, \Vdash \rangle$, tal que[243]:

(i) $\mathcal{L}$ é um conjunto não vazio, finito ou enumerável, chamado alfabeto de S;

(ii) $\mathcal{F}$: $\mathcal{F} \subseteq E$, onde E é o conjunto das sequências finitas de membros de $\mathcal{L}$ e $\mathcal{F}$ é o conjunto das fbfs de S. Assim, a linguagem de S é o par $\mathbb{L} = \langle \mathcal{L}, \mathcal{F} \rangle$.

(iii) $\Vdash$: a relação de consequência lógica tratada em S.

Contudo, por influências de uma visão linguística da lógica, a proposta de Shapiro acabou por se mostrar insatisfatória, exigindo algum tipo de modificação. A partir disso, em diálogo com a proposta de Catarina Novaes, rearticulamos o uso da metodologia de construção de modelos para o tratamento da questão da consequência\verdade lógica.

[243] Tomo como base De Souza (Cf. DA COSTA, 1997, p. 104-105). Fiz algumas alterações, pois a caracterização de sistema formal apresentada privilegia uma abordagem sintática e axiomática da consequência lógica.

Essa abordagem metodológica, por sua vez, desdobra-se em dois momentos fundamentais: *F-in* e *F-out*. *F-in* é orientado para a determinação dos aspectos relevantes do fenômeno alvo, realizando um recorte apropriado. Como aponta Williamson (2018, p. 162), esse recorte é direcionado por uma descrição tipológica do fenômeno, marcada por dois componentes: simplificação e idealização. O modelo matemático deve simplificar a complexidade em que o fenômeno está envolvido e pode tomar aspectos idealizados do fenômeno alvo. Assim, retomando a proposta de Shapiro, o modelo não deveria ser orientado para a linguagem natural, pois a consequência\verdade lógica se manifesta na linguagem natural circundada por uma complexidade confusa. A linguagem formal, que se articula em um sistema formal, enquanto modelo matemático, visa justamente realizar uma simplificação para que os aspectos relevantes possam ser tratados de forma precisa. A idealização, por outro lado, trata justamente de equilibrar os artefatos do modelo matemático – componentes funcionalmente relevantes no modelo matemático, mas não-representativos – e os representadores. No F-out, dado o desenvolvimento do modelo matemático, gerando um grau suficiente de confiabilidade teórica e resultados preliminares, podemos transferir os resultados obtidos "dentro" do modelo formal para o fenômeno, permitindo determinar a adequação material em relação aos aspectos relevantes do fenômeno alvo.

Todavia, o eixo horizontal, que segue a ordem fenômeno-formalização-fenômeno, pressupõe um eixo vertical, dado por dois níveis teóricos fundamentais: o nível ontológico e o nível epistêmico. Assim, como vimos, a própria metodologia de construção de modelos nos leva ao problema ontológico da Lógica.

Em diálogo mais direto com as propostas de Chateaubriand e Sher, ao lidarmos com o problema quiditativo, apresentamos uma proposta preliminar em que a Lógica trata inicialmente de uma consequência específica: uma consequência metafisicamente necessária restrita e fundada em propriedades lógicas formais, estruturais e universais. A verdade lógica, especificamente, sendo uma verdade metafisicamente necessária restrita e fundada em propriedades lógicas. Tal proposta aponta para um realismo lógico.

O realismo lógico, em sentido amplo, pode ser caracterizado pelos seguintes comprometimentos[244]:

(LF) Há fatos lógicos (ou estados de coisas lógicos).

[244] Sobre isso veja LaPointe (2014, p. 189) e Tahko (2019, p. 2).

(IND) Fatos lógicos (ou estados de coisas lógicos) são independentes do nosso caráter cognitivo ou de nossas práticas linguísticas, i.e., fatos lógicos (ou estados de coisas lógicos) são independentes da mente e da linguagem.

O realismo lógico, nesses termos, pode se articular de diferentes maneiras, mas o que nos interessa é um tipo específico de realismo lógico: o realismo aqui apresentado é acerca de propriedades estruturais ou formais, e nessa medida é um realismo lógico estrutural. Esse componente estrutural pode ser articulado como propriedade (Chateaubriand), como termo – (T-SC) – ou como operador – (COL). Uma discussão mais ampla sobre os critérios de formalidade deveria tratar desses aspectos, o que necessitaria de uma discussão acerca da disputa entre ontologia de conjuntos e ontologia de propriedades.

Tal compreensão, contudo, ainda possui caráter preliminar. Essa articulação teórica preliminar, para que se realize plenamente enquanto teoria, deveria desenvolver o problema da ontologia de conjuntos versus ontologia de propriedades. Deveria também buscar desenvolver uma articulação entre a teoria de fundação (*grounding*) aplicada à lógica, bem como expandir a relação desta aplicação com o realismo lógico estrutural. Outro ponto fundamental é o desenvolvimento de um quadro teórico epistemológico em acordo com tal proposta, i.e., uma epistemologia da Lógica: o problema do conhecimento dessas estruturas lógicas; o problema epistemológico da prova, articulando um quadro teórico epistemológico mais adequado para esse problema e como ele pode ser articulado com a compreensão apresentada de consequência\verdade lógica. Outro tópico seria uma análise dialética entre as propostas realistas, linguísticas e convencionalistas – entre outros tópicos.

Por último, mas não menos importante, tratamos do problema adequacional. Aqui tratamos da estrutura dos argumentos por espremeção, com especial atenção para uma versão desses tipos argumentos em específico: o argumento de Kreisel. Em primeiro lugar, tratamos de LPO: chegamos aos resultados (ADQ-LPO) e (ADQ-LPO*). Por meio desses resultados nos foi possível estabelecer a adequação material do tratamento modelo teorético no que concerne à LPO. Em um segundo momento, tentamos fornecer uma resposta para adequação de LSO – vimos que se trata aqui de uma resposta ainda mais complicada. A questão foi abordada em duas frentes: (i) por um procedimento análogo ao anterior apresentado para LPO, fazendo uso de modelos de Henkin; (ii) modelos padrão.

Quanto à (i), vimos que temos o resultado da completude semântica, permitindo o uso da estratégia de Kreisel. Contudo, pode se argumentar que tal estratégia possui um defeito radical: como aponta Haddock (2007, p. 211), o teorema de Lindström apresenta uma objeção para (i), pois, segundo este teorema, uma extensão de primeira-ordem em que vale o teorema de Löwenheim-Skolem e o teorema da compacidade é essencialmente uma LPO. Logo, LSO com modelos de Henkin é, no fundo, uma LPO. Portanto, a abordagem (ii) se apresentaria como a mais promissora para justificar uma adequação genuína para LSO.

Assim, quanto à (ii), mostramos que é possível argumentar que é implausível negar a confiabilidade modelo-teorética no que concerne à LSO, pois esta está justificada por um princípio conjuntista fundamental: o princípio da reflexão. Deste modo, (ADQ-LSO) poderia ser justificada indutivamente.[245]

Consequentemente, dadas as considerações anteriores, podemos dizer que chegamos a resultados substantivos em relação aos três problemas apresentados: quanto ao problema metodológico, apresentamos uma proposta metodológica não-reducionista, permitindo um tratamento adequado da consequência\verdade lógica por meio da metodologia de construção de modelos; quanto ao problema quiditativo, apresentamos uma proposta robusta de realismo lógico, permitindo uma resposta substantiva e preliminar para o problema ontológico da Lógica – embora haja tópicos fundamentais para serem tratados –; quanto ao problema adequacional, mostramos que é possível dar uma justificativa dedutiva direta para (ADQ-LPO) e uma justificativa indutiva (ou pragmática) para (ADQ-LSO).

[245] Usamos o termo 'indutivo' no sentido amplo da Lógica indutiva. Tal termo abarca raciocínios não-dedutivos de vários tipos, tais como indução por simples enumeração, analogia, inferência estatística, métodos de eliminação, inferência probabilística, etc. Mais sobre isso veja Da Costa (1993, p. 23-32, p. 55-79; 1997, p. 167-173) e Ian Hacking (2001).

6 CONCLUSÃO

Nessa conclusão tentaremos desenvolver dois pontos: (i) uma síntese geral dos resultados apresentados neste trabalho e (ii) algumas direções para desenvolvimentos posteriores.

Em um primeiro ponto, de orientação mais histórica, norteado pela importância de Tarski no que concerne ao tópico da consequência lógica, investigamos a noção de consequência lógica nos trabalhos do lógico polonês. Vimos que é possível determinar pelo menos três tratamentos distintos da consequência lógica: (a) a consequência lógica como operador, onde a metodologia do intuicionismo formalista está presente; (b) a consequência lógica como noção prova-teorética, onde a metodologia axiomática de Hilbert predomina – embora, como verificamos, tal caracterização, para Tarski, é insatisfatória como tratamento teórico da consequência lógica –; por último, (c) a consequência lógica modelo-teorética, onde a chamada semântica científica desenvolvida por Tarski prevalece.

Todavia, foi o tratamento modelo-teorético da consequência lógica que se tornou um componente fundamental na Lógica matemática. Mas é aí que se inicia o ponto relevante para uma investigação lógico-filosófica: neste contexto de aceitação ampla, a consequência lógica modelo-teorética passa a eclipsar a consequência lógica *tout court*, i.e., a consequência lógica acabou por se tornar nada mais nada menos do que a consequência modelo-teorética. É nesse âmbito que surge o *sed contra* à proposta modelo-teorética, que tem como núcleo o trabalho de John Etchemendy.

No cap. 3 discutimos amplamente as objeções de Etchemendy. Apresentamos tais objeções, verificando que estas se centram, por um lado, na chamada falácia modal e, por outro, nos casos de *undergeneration* e *overgeneration*. Vimos, ao apresentar as respostas às objeções de Etchemendy, que pode se apresentar duas diretrizes para responder a essas objeções: (a) uma diretriz mais histórica e outra (b) mais lógico-filosófica. Quanto a (a), vimos que os componentes históricos envolvidos na crítica de Etchemendy não se sustentam; quanto a (b), porém, a coisa não se mostrou tão simples, pois, mesmo sendo bem-sucedidas em alguns aspectos, as respostas – nomeadamente as que chamamos de conservadoras – não se mostraram capazes de fornecer uma resposta suficientemente satisfatória para aspectos direta ou indiretamente envolvidos na objeção. De qualquer maneira, pode se dizer o seguinte: a crítica de Etchemendy se mostrou suficientemente bem-sucedida em dirimir a visão ingênua de que a proposta modelo-teorética é uma análise filosófica redutiva da consequência lógica.[246]

É justamente nesse contexto que tratamos das propostas que chamamos de revisionistas. Tais propostas buscam justamente articular os ganhos positivos do aparato modelo-teorético, mas o submetendo a uma revisão teórica. Entre as propostas revisionistas, verificamos que há quatro pontos fundamentais articulados: (i) o esclarecimento metodológico envolvido no uso de linguagens ou sistemas formais; (ii) a natureza da modalidade envolvida na lógica; (iii) a própria natureza da lógica, tratada por meio dos tópicos da formalidade e da logicalidade; (iv) o problema adequacional. Quanto a (i), vimos que a proposta de Shapiro foi, entre as propostas revisionistas, a que melhor desenvolveu um esclarecimento sobre a metodologia subjacente ao uso de linguagens ou sistemas formais. Quanto a (ii) e (iii), verificamos que a proposta de Sher forneceria uma explicação teórica robusta, inclusive em convergência com a proposta de Shapiro. Por último, mas não menos importante, atestamos que certos resultados relativos à adequação, nomeadamente aqueles envolvidos com a estratégia de Kreisel, como os de Hanson, mostravam-se insatisfatórios.

Tendo isso em vista, no último capítulo tentamos articular uma síntese tendo como fim desenvolver uma proposta preliminar acerca da problemática em torno da consequência lógica. A síntese em questão se articula em torno de três eixos: (I) o eixo metodológico, (II) eixo quiditativo e (III) eixo adequacional.

No que concerne a (I), tomando por base as considerações de Shapiro onde as linguagens\sistemas formais são considerados como modelos matemáticos, usamos a metodologia de construção de modelos (*model-building*) para fornecer uma resposta ao problema metodológico – nesse caso, realizando uma revisão de pontos falhos na proposta de Shapiro à luz das considerações de Novaes.

Quanto a (II), articulando uma síntese entre as propostas de Sher e Chateaubriand, apresentamos uma proposta preliminar no que diz respeito ao problema quiditativo por meio de dois tópicos centrais: a questão sobre a natureza do componente modal envolvido na consequência\verdade lógica e o problema ontológico da Lógica. Assim, chegamos à tese de que a modalidade lógica é uma modalidade metafísica restringida pela verdade lógica. O esclarecimento da modalidade lógica, por sua vez, dado o papel de restrição das verdades

[246] Como foi dito anteriormente, disso não se segue que o aparato modelo-teorético é fundamentalmente falho. O método modelo-teorético de exame e investigação de sistemas formais por meio de modelos se mostrou enormemente virtuoso. O problema é confundir esse método de investigação com uma análise redutiva.

lógicas na determinação da modalidade lógica, lança-nos diretamente para o problema ontológico da Lógica. Aqui adotamos preliminarmente a ontologia de propriedades de Chateaubriand, pois ela nos fornece, como vimos, um quadro teórico mais adequado para responder à questão acerca do problema ontológico e também se mostra mais coerente com a metodologia de construção de modelos apresentada.

Quanto a (III), vimos que a estratégia de Kreisel pode nos fornecer resultados de adequação onde se tem a completude – como no caso das LPO. Todavia, isso não é suficiente. Em vista disso, buscamos fornecer certo resultado de adequação para LSO. Verificamos que é possível fornecer razões indutivas para a adequação de LSO através do princípio de reflexão no âmbito da Teoria de Conjuntos.

Por fim, mesmo diante desses resultados substantivos, há claramente muitos pontos a se desenvolver posteriormente. Enumeramos alguns deles para posterior investigação:

(I) O problema da ontologia de conjuntos versus ontologia de propriedades – bem como um maior esclarecimento do quadro ontológico envolvido em ambas.

(II) Um maior esclarecimento sobre a fundação (*grounding*) das formais lógicas, valendo-se da teoria de fundação (*grounding*) aplicada à lógica.

(III) Uma possível avaliação dialética entre teorias que tratam do problema ontológico da Lógica, nomeadamente uma avaliação entre propostas realistas – com especial atenção para o realismo estrutural – e linguísticas (ou convencionalistas).

(IV) O desenvolvimento de um quadro teórico epistemológico em acordo com a ontologia desenvolvida, i.e., uma epistemologia da Lógica. Alguns tópicos possíveis: o problema do conhecimento dessas estruturas\propriedades lógicas; o problema epistêmico envolvido na noção de prova.

(V) Um tópico de grande importância hoje é a discussão entre pluralismo lógico e monismo lógico. A questão que surge naturalmente é: o realismo lógico é compatível com o pluralismo lógico ou o realismo lógico necessita o monismo lógico?

Assim, mesmo tendo desenvolvido um quadro preliminar acerca da questão da consequência\verdade lógica, muito nos espera. Trata-se, portanto, de uma situação zetética. Nesse contexto de busca por conhecimento, cabe as palavras do Altíssimo, no *Fausto* de Goethe, mimetizando o livro de Jó:

«Que o homem de bem, na aspiração que, obscura, o anima,
Da trilha certa se acha sempre a par.»[247]

[247] Cf. Goethe (2004, p. 55).

REFERÊNCIAS

ARISTOTLE. **The Categories, on Interpretation, Prior Analytics**. The Loeb Classical Library, n. *325*, Harvard University Press, 1938.

ARPAI, S. R.. On Magari's concept of General Caculus: Notes on the history of Tarski's methodology of deductive sciences. **History and Philosophy of Logic**, 27(1), pp. 9–41, 2006.

ASMUS, Conrad; RESTALL, Greg. A history of the consequence relations. In: GABBAY, Dov M.; WOODS, John Hayden (eds). **Handbook of the History of Logic. Handbook of the history of logic**. Vol. 11. North-Holland, p. 11-61, 2012.

BARKER-PLUMMER, Dave; BARWISE, Jon; ETCHMENDY, John. **Logic, Proof, and Language**. Stanford, California: CSLI Publicantions, 2011.

BARROSO, Cícero A. C. A ontologia tractatiana. **Síntese**, v. 41, n. 130, p. 217-238, 2014.

BARROSO, Cícero A. C. Necessity and Logic. In: BÉZIAU, Jean-Yves; FERREIRA, Francicleber; MARTINS, Ana Teresa; PEQUENO, Tarcísio. **Logic, Intelligence and Arifices**: Tributes to Tarcísio H. C. Pequeno. Tributes vol. 38, Individual authors and College Publications, 2018, p. 275-287.

BAYS, Timothy. On Tarski on models. **Journal of Symbolic Logic**, p. 1701-1726, 2001.

BEALL, J.C.; RESTALL, Greg; SAGI, Gil. Logical Consequence. In: ZALTA, Edward N. (ed.). ***The Stanford Encyclopedia of Philosophy***. *2019.*
Disponível em*:* https://plato.stanford.edu/archives/spr2019/entries/logical-consequence/ Acesso em: 18\05\2021.

BEANEY. Michael. Conceptions of analysis in the early analytic and phenomenological traditions. In: BEANEY, Michael (org.). **The analytic turn**: Analysis in Early Analytic Philosophy. New York: Routledge, 2007, p. 196-216.

BEALER, George. **Quality and Concept**. Oxford University Press: Oxford, 1982.
BENACERRAF, Paul; PUTNAM, Hilary (Ed.). **Philosophy of mathematics**: Selected readings. Cambridge University Press, 1984.

BEZIAU, Jean-Yves. From consequence operator to universal logic: a survey of general abstract logic. In: BEZIAU, Jean-Yves (ed.). **Logica universalis**. Birkhäuser Basel, 2007. p. 3-17.

BOGHOSSIAN, Paul A. Analyticity. In: HALE, Bob; WRIGHT, Crispin; MILLER, Alexander (Ed.). **A Companion to the Philosophy of Language**. John Wiley & Sons, p. 578-618, 2017.

BOGHOSSIAN, Paul A. Blind reasoning. In: **Aristotelian Society Supplementary Volume**. Oxford, UK and Boston, USA: Blackwell Publishing Ltd, 2003. p. 225-248.

BOOLOS, George S. On Second-order Logic. **The Journal of Philosophy**, Vol. 72, n. 16, p.

509-527, 1975.

BOOLOS, George S. **Logic, logic, and logic**. Harvard University Press, 1999.

BOOLOS, George S.; BURGESS, John P.; JEFFREY, Richard C. **Computabilidade e Lógica**. Tradução de Cezar Mortari, São Paulo: Editora Unesp, 2012.

BOS, E. P.; SUNDHOLM, B. G. History of Logic: Medieval. In: JACQUETTE, Dale (ed.). **A Companion to Philosophical Logic**. Blackwell Publishing, p. 24-34, 2006.
CALDERÓN, Padre Álvaro. **Umbrales de la Filosofia**: Cuatro introducciones tomistas. 1ºed, Moreno, 2011.

CARET, Colin R.; HJORTLAND, Ole T. Logical consequence: Its nature, structure, and application. In: CARET, Colin R.; HJORTLAND, Ole T. (Ed.). **Foundations of logical consequence**. Oxford: OUP, p. 3-29, 2015.

CARNIELLI, Walter A.; EPSTEIN, Richard L.. **Computabilidade, Funcões computaveis, lógica e os fundamentos da matemática**. São Paulo: UNESP, 2ª ed., 2009.

CARNIELLI, Walter A.; MARCOS, Joao. A taxonomy of C-systems. **Mathematics Preprint Archive**, v. 2001, n. 8, p. 31-124, 2001.

CHATEAUBRIAND, Oswaldo. **Logical forms Part I**: Truth and Description. UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemología e História da Ciência, 2001.

CHATEAUBRIAND, Oswaldo. Logic and Modality: Reply to Frank Sautter. **Manuscrito – Rev. Int. Fil.**, Campinas, v. 27, n. 1, p. 105-114, jan.-jun. 2004.

CHATEAUBRIAND, Oswaldo. **Logical Forms Part II**: Logic, Language and Knowledge. UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemología e História da Ciência, 2005.

CHATEAUBRIAND, Oswaldo.Logical Forms and Logical Form: Response to John Corcoran. **Manuscrito – Rev. Int. Fil.**, v. 31, n. 1, p. 69-78, 2008.

CHATEAUBRIAND, Oswaldo. Logical truth and logical states of affairs: response to Danielle Macbeth. **Manuscrito – Rev. Int. Fil.**, v. 31, n. 1, p. 69-78, 2008.

CHEVALLIER, Coralie; NOVECK , Ira A.; NAZIR, Tatjana; BOTT, Lewis; LANZETTI, Valentina; SPERBER, Dan. Making disjunctions exclusive. **Quarterly Journal of Experimental Psychology**, 61, no. 11 (2008): 1741-1760.

COHNITZ, Daniel; ESTRADA-GONZÁLEZ, Luis. **An Introduction to the Philosophy of Logic**. Cambridge University Press, 2019.

CORCORAN, John. Conceptual structure of classical logic. **Philosophy and Phenomenological Research**, v. 33, n. 1, p. 25-47, 1972.

CORCORAN, John. Meanings of Implication. **Diálogos: Revista de Filosofía de la Universidad de Puerto Rico**, vol. 9, nº. 24, p. 59-76, 1973.

CORCORAN, John. Meanings of Form. ***Manuscrito – Rev. Int. Fil.***, Campinas, v. 31, n. 1, p. 223-266, jan.-jun. 2008.

DA COSTA, Newton C. A. **Ensaio sobre os fundamentos da lógica**. São Paulo: HUCITEC, Ed. da Universidade de São Paulo, 1994.

DA COSTA, Newton C. A. **Conhecimento Científico**. São Paulo: Discurso Editorial, 1997.

DA COSTA, Newton C. A. **Lógica indutiva e probabilidade**. São Paulo: Editora HUCITEC, EDUSP, 1993.

DAVIDSON, Donald. **Inquiries Into Truth and Interpretation**: Philosophical Essays. Oxford University Press, 2001.

De Aquino, Tomás (autor); Papa León XIII (ed.). **Sancti Thomae de Aquino Opera omnia iussu Leonis XIII PM edita**: Quaestiones disputatae de veritate. Praefatio-QQ. 8-20. Editori di san Tommaso, 1972.

DE SOUZA, Edélcio G. Lindenbaumologia I: A Teoria Geral**. Cognitio: Revista de Filosofia**, SãoPaulo, vol. 2, p. 213-219, 2001.

DE SOUZA, Edélcio G.; VELASCO, Patrícia Del Nero. Lindenbaumologia II: Cálculos Lógicos Abstratos. **Cognitio: Revista de Filosofia**, São Paulo, nº 3, nov. 2002, p. 115-121.

ETCHEMENDY, John. Models, semantics and logical truth. **Linguistics and Philosophy**, p. 91-106, 1988a.

ETCHEMENDY, John. Tarski on Truth and Logical Consequence. **Journal of Symbolic Logic**, Vol. 53, issue 1, 1988b.

ETCHEMENDY, John. **The concept of logical consequence**. USA: CSLI Publications, 1999. Originalmente publicada Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1990.

ETCHEMENDY, John. Reflections on Consequence. In: PATERSON, Douglas (ed.). **New Essays on Tarski and Philosophy**. Oxford, New York: Oxford University Press, 2008, p. 263-299.

FITTING, Melvin; MENDELSOHN, Richard L.. **First-order modal logic**. Vol. 277. Springer Science & Business Media, 1998.

FRAENKEL, Abraham Adolf; BAR-HILLEL, Yehoshua; LEVY, Azriel. **Foundations of set theory**. Elsevier, 1973.

FEFERMAN, Solomon. Set-theoretical invariance criteria for logicality. **Notre Dame Journal of Formal Logic**, v. 51, n. 1, p. 3-20, 2010.

FIELD, Harty. Pluralism in Logic. **The review of symbolic logic**, vol. 2, n. 2, 2009, p. 342-359.

FINE, Kit. Essence and modality. The second philosophical perspectives lecture. **Philosophical perspectives**, v. 8, p. 1-16, 1994.

FINE, Kit. **Modality and tense: philosophical papers**. Oxford University Press, 2005.

FINNIS, John. **Natural law and natural rights**. Oxford University Press, 2011.

FREGE, Gottlob. **Lógica e Filosofia da Linguagem**. Trad. de Paulo Alcoforado. São Paulo, Cultrix, ed.USP, 2009.

FREGE, Gottlob. **Conceitografia**: uma linguagem formular do pensamento puro decalcada sobre a aritmética. Introdução, tradução e notas de Paulo Alcoforado, Alessandro Duarte e Guilherme Wyllie. Seropédica, RJ: PPGFIL-UFRRJ, 2018.

FRIGG, Roman; HARTMANN, Stephan. Models in Science. In: ZALTA, Edward (ed.). **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**, 2020.
Disponível em: https://plato.stanford.edu/archives/spr2020/entries/models-science/. Acesso em 18\05\2021.

GOETHE, Johann Wofgang von. **Fausto. Uma tragédia**. Primeira parte. Tradução de Jenny Klabin Segal. São Paulo, Editora 34, 2004.

GÓMEZ-TORRENTE, Mario. Tarski on logical consequence. **Notre Dame Journal of Formal Logic**, v. 37, n. 1, p. 125-151, 1996.

GÓMEZ-TORRENTE, Mario. On a fallacy attributed to Tarski. **History and Philosophy of Logic**, v. 19, n. 4, p. 227-234, 1998a.

GÓMEZ-TORRENTE, Mario. Logical truth and Tarskian logical truth. **Synthese**, v. 117, n. 3, p. 375-408, 1998b.

GÓMEZ-TORRENTE, Mario. A note on formality and logical consequence. **Journal of Philosophical Logic**, v. 29, n. 5, p. 529-539, 2000.

GÓMEZ-TORRENTE, Mario. **Forma y modalidad**. Una introducción al concepto de consecuencia lógica, EUDEBA Universidad de Buenos Aires: Buenos Aires, 2000.

GÓMEZ-TORRENTE, Mario. La noción de consequencia lógica. In: ORAYEN, Raúl; MORETTI, Alberto (Ed.). **Filosofía de la lógica**. Editorial CSIC-CSIC Press, p. 143-178, 2004.

GÓMEZ-TORRENTE, Mario. Rereading Tarski on logical consequence. **The Review of Symbolic Logic**, v. 2, n. 2, p. 249-297, 2009.

GÓMEZ-TORRENTE, Mario. Alfred Tarski. In: ZALTA, Edward N. (ed.). ***The Stanford Encyclopedia of Philosophy***, 2019. Disponível em: https://plato.stanford.edu/archives/spr2019/entries/tarski/. Acesso em 18\05\2021.

GREDT, Josephus, O.S.B. *Elementa Philosophiae Aristotelico-Thomisticae – Vol. I*. Herder, 1960

HAACK, Susan. *Filosofia das Lógicas*. Trad. Cezar A. Mortari, Luiz Henrique de Araújo Dutra. São Paulo: Editora UNESP, 2002.

HACKING, Ian; IAN, Hacking. **An introduction to probability and inductive logic**. Cambridge university press, 2001.

HADDOCK, Guillermo. Critical study of Oswaldo Chateaubriand's Logical Forms I CLE and Logical Forms II. **Manuscrito – Rev. Int. Fil.**, Campinas, v. 30, n. 1, p. 185-218, 2007.

HANSON, William H. The concept of logical consequence. **The philosophical review**, v. 106, n. 3, p. 365-409, 1997.

HANSON, William H. Ray on Tarski on logical consequence. **Journal of Philosophical Logic**, v. 28, n. 6, p. 605-616, 1999.

HODGES, Wilfrid. **A Shorter Model Theory**. Cambridge University Press, 1997.

KMENT, Boris. Varieties of modality. In: In: ZALTA, Edward N. (ed.). ***The Stanford Encyclopedia of Philosophy,*** 2012. Disponível em: https://plato.stanford.edu/archives/spr2021/entries/modality-varieties/. Acesso em 17/07/2021.

KNEALE, William; KNEALE, Martha. **The development of Logic**. Oxford: Clarendon Press, 1985.

KIRKHAM, Richard L.. **Theories of Truth**: A critical introduction**.** Massachusetts: MIT Press, 5º ed., 2001.

KREISEL, Georg. Informal rigour and completeness proofs. In: **Studies in Logic and the Foundations of Mathematics**. Elsevier, p. 138-186, 1967.

LAPOINTE, Sandra. Bolzano's Logical Realism'. In: RUSH, Penelope (Ed.). **The metaphysics of logic**. Cambridge University Press, p. 189-208, 2014.

Linnebo, Øystein. Higher-order Logic. In: HORSTEN, Leon; PETTIGREW, Richard (eds.). **The Continuum companion to philosophical logic**. Great Britain: Continuum international Publishing, p. 105-127, 2011.

MACFARLANE, John. What is modeled by truth in all models? **Manuscrito não-publicado**, 2000.

MCGEE, Vann. Review: John Etchemendy. The concept of logical consequence. Harvard University Press, Cambridge, Mass., and London, 1990. **The Journal of Symbolic Logic**, v. 57, n. 1, p. 254-255, 1992.

MCGEE, Vann. Two problems with Tarski's theory of consequence. In: **Proceedings of the Aristotelian Society**. Aristotelian Society, Wiley, 1992b, p. 273-292.

MADDY, Penelope. Believing the axioms. I. **The Journal of Symbolic Logic**, v. 53, n. 2, p. 481-511, 1988.

MEURER, Cesar Fernando. Tarski: Concepção e Definição de Verdade. **Problema – Revista Internacional de Filosofia**, vol. 4, n. 2, p. 170-207, 2013.

MOTLOCH, Martin. Necessidade. In: BRANQUINHO, João; SANTOS, Ricardo. **Compêndio em Linha de Problemas de Filosofia Analítica**. Lisboa: 2016.

NOVAES, Catarina Dutilh. **Formal languages in logic**: A philosophical and cognitive analysis. Cambridge University Press, 2012.

NOVAES, Catarina Dutilh. The different ways in which logic is (said to be) formal. **History and Philosophy of Logic**, v. 32, n. 4, p. 303-332, 2011.

OLIVEIRA, Manfredo A. de. **A Ontologia em debate no pensamento contemporâneo**. São Paulo: Paulus, 2014.

PATERSON, Douglas. **Alfred Tarski**: Philosophy of Language and Logic. UK: Palgrave Macmilian, 2012.

PLANTINGA, Alvin. **The nature of necessity**. Oxford University Press, 1974.

PRIEST, Graham. Etchemendy and logical consequence. **Canadian Journal of Philosophy**, v. 25, n. 2, p. 283-292, 1995.

PRIEST, Graham. Validity. In: VARZI, Achille C.. **The Nature of Logic***,* CSLI Publications, p. 183–206, 1999.

PRIEST, Graham. **Doubt Truth to be a Liar**. Oxford University Press, 2006.

PUNTEL, Lorenz B. Metaphysics: A Traditional Mainstay of Philosophy in Need of Radical Rethinking. **The Review of Metaphysics**, v. 65, n. 2, p. 299-319, 2011.

PUNTEL, Lorenz B. **Structure and being:** a theoretical framework for a systematic philosophy. Pennsylvania: Pennsylvania State University Press, 2010.

PUTNAM, Hilary. **Philosophy of Logic**. Routledge Revivals. Routledge, 2014.

RAY, Greg. Logical consequence: A defense of Tarski. **Journal of Philosophical Logic**, v. 25, n. 6, p. 617-677, 1996.

ROTHMALER, Philipp. **Introduction to Model Theory.** Series Algebra, Logic and Applications Volume 15. CRC Press, 2000.

RUSH, Penelope (Ed.). **The metaphysics of logic**. Cambridge University Press, 2014.

SAGI, Gil. Models and logical consequence. **Journal of Philosophical Logic**, v. 43, n. 5, p. 943-964, 2014.

SANTOS, Mário Ferreira dos. ***Filosofia Concreta Tomo 1***. Enciclopedia das ciências filosóficas e Sociais, vol. X. São Paulo: Logos, 3ª ed., 1961.

SAUTTER, Frank Thomas. Chateaubriand on the nature of logic. **Manuscrito – Rev. Int. Fil.**, v. 27, n. 1, p. 95-104, 2004.

SHAPIRO, Stewart. Second-order Languages and Mathematical Practice. **The Journal of Symbolic Logic**, v. 50, n. 3, p. 714-742, 1985.

SHAPIRO, Stewart. Principles of reflection and second-order logic. **Journal of Philosophical Logic**, v. 16, n. 3, p. 309-333, 1987.

SHAPIRO, Stewart. **Foundations without foundationalism**: A case for second-order logic. Oxford: Clarendon Press, 1991.

SHAPIRO, Stewart. Logical consequence*:* Models and modality. In: SCHIRN, Matthias (ed.). ***The philosophy of mathematics today***. Oxford: Oxford University Press*,* pp. 131–156*,* 1998.

SHAPIRO, Stewart. Logical consequence, proof theory, and model theory. In: SHAPIRO, Stewart; WAINWRIGHT, William J. (eds). **The Oxford handbook of philosophy of mathematics and logic**. Oxford University Press: USA, p. 651-670, 2005.

SHAPIRO, Stewart. Necessity, meaning, and rationality: the notion of logical consequence. In: JACQUETTE, Dale (Ed.). **A companion to philosophical logic**, p. 225-240, 2006.

SHER, Gila. **The bounds of logic**: A generalized viewpoint. Cambridge, MA: MIT Press, 1991.

SHER, Gila. Did Tarski commit "Tarski's fallacy"? **The Journal of Symbolic Logic**, v. 61, n. 2, p. 653-686, 1996.

SHER, Gila. The formal-structural view of logical consequence. **The Philosophical Review**, v. 110, n. 2, p. 241-261, 2001.

SHER, Gila. Tarski's thesis. In: PATTERSON, Douglas (Ed.). **New essays on Tarski and philosophy**. Oxford University Press, 2008, p. 300-339.

SHER, Gila. The foundational problem of logic. **Bulletin of Symbolic Logic**, v. 19, n. 2, p. 145-198, 2013.

SHER, Gila. **Epistemic friction**: An essay on knowledge, truth, and logic. Oxford University Press, 2016.

SMITH, Peter. Squeezing arguments. **Analysis**, v. 71, n. 1, p. 22-30, 2011.

SOAMES, Scott. **Understanding Truth**. New York, Oxford: Oxford University Press, 1999.

SOAMES, Scott. **The Analytic Tradition in Philosophy, Volume 2**: A New Vision. Princeton, Oxford: Princeton University Press, 2018.

STENNING, Keith; VAN LAMBALGEN, Michiel. A little logic goes a long way: basing experiment on semantic theory in the cognitive science of conditional reasoning. ***Cognitive Science***, v. 28, n. 4, p. 481-529, 2004.

SUNDHOLM, B. G. Varieties of Consequence. In: JACQUETTE, Dale. **A Companion to Philosophical Logic**. Blackwell Companions to Philosophy. Oxford, UK: Blackwell Publishing, p. 241-255, 2006.

SUPPES, Patrick. Philosophical implications of Tarski's work. **Journal of Symbolic Logic**, v. 53, n. 1, p. 80-91, 1988.

STEWART, James. **Single variable calculus**: early transcendentals. Cengage Learning, 2012.

Szudzik, Matthew; Weisstein, Eric W.. Continuum Hypothesis. In: ***MathWorld*** **– A Wolfram Web Resource**. Disponível em: https://mathworld.wolfram.com/ContinuumHypothesis.html. Acesso em 19\05\2021.

TAHKO, Tuomas E. The Metaphysical Status of Logic. In: Pelis, Michal (Ed.). **The Logica Yearbook 2007**, p. 225–235, 2008.

TAHKO, Tuomas E. The metaphysical interpretation of logical truth. In: Penelope Rush (ed.). ***The Metaphysics of Logic: Logical Realism, Logical Anti-Realism and All Things In Between.*** Cambridge University Pres, pp. 233-248, 2014.

TAHKO, Tuomas E. A survey of logical realism. **Synthese**, p. 1-16, 2019.

TARSKI, Alfred. On the Concept of Logical Consequence. In: TARSKI, Alfred. **Logic, Semantics, Metamathematics**: Papers from 1923 to 1938. Oxford: Clarendon Press, 1936, p. 409-420, 1956a.

TARSKI, Alfred. The Concept of Truth in Formalized Languages. In: TARSKI, Alfred. **Logic, Semantics, Metamathematics**: Papers from 1923 to 1938. Oxford: Clarendon Press, 1932, p.152-278, 1956b.

TARSKI, Alfred. On Some Fundamental Concepts of Metamathematics. In: TARSKI, Alfred. **Logic, Semantics, Metamathematics**: Papers from 1923 to 1938. Oxford: Clarendon Press, 1928, p. 30-37, 1956c.

TARSKI, Alfred. Fundamental Concepts of the Methodology of the Deductive Sciences. In: TARSKI, Alfred. **Logic, Semantics, Metamathematics**: Papers from 1923 to 1938. Oxford: Clarendon Press, 1930, p. 60-109, 1956d.

TARSKI, Alfred. On the Concept of Logical Consequence. In: TARSKI, Alfred. **Logic, Semantics, Metamathematics**: Papers from 1923 to 1938. Oxford: Clarendon Press, 1930, p. 60-109, 1956e.

TARSKI, Alfred. The Semantic Conception of Truth: and the Foundations of Semantics. **Philosophy and Phenomenological research**, vol. 4, issue 3, p. 341-376, 1944.

TARSKI, Alfred. Truth and Proof. **Scientific American**, vol. 220, issue 6, p. 63-70, 75-77, 1969.

TARSKI, Alfred. **Introduction to Logic and to the methodology of deductive sciences**. New York: Oxford University Press, 4º ed., 1994.

TARSKI, Alfred; CORCORAN, John. What are logical notions? **History and philosophy of logic**, v. 7, n. 2, p. 143-154, 1986.

TEIXEIRA, Célia. Analiticidade. Em: BRANQUINHO, João (edt.); SANTOS, Ricardo (edt.). **Compêndio em linha de problemas de Filosofia Analítica**. Lisboa: Centro de Filosofia da Universidade de Lisboa, 2015.

TEIXEIRA, Célia. Conhecimento a priori. Em: BRANQUINHO, João (edt.); SANTOS, Ricardo (edt.). **Compêndio em linha de problemas de Filosofia Analítica**. Lisboa: Centro de Filosofia da Universidade de Lisboa, 2014.

Väänänen, Jouko. Second-order and Higher-order Logic. In: ZALTA, Edward N. (ed.). ***The Stanford Encyclopedia of Philosophy*** *. 2020,* Disponível em*:* https://plato.stanford.edu/archives/fall2020/entries/logic-higher-order/. Acesso em 19\05\2021.

VELASCO, Patrícia Del Nero. Sobre o operador de consequência lógica. Em: MARTINS, L.A.C.P.; SILVA, C. C.; FERREIRA, J. M. H (eds.). **Filosofia e História da Ciência no Cone Sul**: 3º encontro. Campinas: AFHIC, 2004, pp. 351-358.

WANG, Hao. **A logical journey**: From Gödel to Philosophy. MIT, 1996.

WANG, Hao. The concept of Set. In: B ENACERRAF, Paul; PUTNAM, Hilary (Ed.). **Philosophy of mathematics: Selected readings**. Cambridge University Press, p. 530-570, 1984.

WILLIAMSON, Timothy. **The philosophy of philosophy**. John Wiley & Sons, 2007.

WILLIAMSON, Timothy.Understanding and Inference. In: **Aristotelian Society Supplementary Volume**. Oxford University Press, p. 249-293, 2003.

WILLIAMSON, Timothy. Logic, metalogic and neutrality. **Erkenntnis**, v. 79, n. 2, p. 211-231, 2014.

WILLIAMSON, Timothy. Modal science. **Canadian Journal of Philosophy**, v. 46, n. 4-5, p. 453-492, 2016.

WILLIAMSON, Timothy. Model-building in philosophy. In: Blackford, Russell; Damien Broderick (eds). **Philosophy's Future: The Problem of Philosophical Progress**. John Wiley & Sons, p. 159-171, 2017.

WILLIAMSON, Timothy. Model-Building as a Philosophical Method. ***Phenomenology and Mind***, 15, p.16-22, 2018.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Tractatus logico-philosophicus**. London: Routledge & Kegan Paul, 1961.

ZALTA, Edward N. Logic and Metaphysics. In: GUPTA, Amitabha; BENTHEM, Johan van. **Logic and Philosophy Today: Volume Two.** London: College Publications, p. 153-182, 2011.