



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CAMPUS RUSSAS**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO ENGENHARIA CIVIL**

**LEONARDO SOARES DO NASCIMENTO**

**ANALISE COMPARATIVA DA ALTURA, VOLUME, CONSUMO DE AÇO E  
CUSTO DAS VIGAS DE ARMADURA SIMPLES, DUPLA E DE SEÇÃO T**

**RUSSAS**

**2021**

LEONARDO SOARES DO NASCIMENTO

ANALISE COMPARATIVA DA ALTURA, VOLUME, CONSUMO DE AÇO E CUSTO  
DAS VIGAS DE ARMADURA SIMPLES, DUPLA E DE SEÇÃO T

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Curso de graduação em Engenharia Civil do  
Campus de Russas da Universidade Federal do  
Ceará, como requisito parcial à obtenção do tí-  
tulo de bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Otávio Rangel de Oliveira  
e Cavalcante

RUSSAS

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

- N196a Nascimento, Leonardo Soares do.  
Análise comparativa da altura, volume, consumo de aço e custo das vigas de armadura simples, dupla e de seção T / Leonardo Soares do Nascimento. – 2021.  
117 f.
- Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Russas, Curso de Engenharia Civil, Russas, 2021.  
Orientação: Prof. Dr. Otávio Rangel de Oliveira e Cavalcante.
1. Viga de armadura simples. 2. Viga de armadura dupla. 3. Viga de seção T. 4. Flecha. I. Título.  
CDD 620
-

LEONARDO SOARES DO NASCIMENTO

ANALISE COMPARATIVA DA ALTURA, VOLUME, CONSUMO DE AÇO E CUSTO  
DAS VIGAS DE ARMADURA SIMPLES, DUPLA E DE SEÇÃO T

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Curso de graduação em Engenharia Civil do  
Campus de Russas da Universidade Federal do  
Ceará, como requisito parcial à obtenção do tí-  
tulo de bacharel em Engenharia Civil.

Aprovada em: 02 / 09 / 2021 .

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Otávio Rangel de Oliveira e Cavalcante (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof<sup>ª</sup>. Ms. Camila Lima Maia  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof<sup>ª</sup>. Ms. Andriele Nascimento de Souza  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

## AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, ao Deus de Abraão, Isaac e Jacó, e seu filho Jesus Cristo, pela graça que me foi concedida de poder realizar este curso e por ter me guiado, mostrando a solução dos meus problemas, e me amparado nas dificuldades.

À minha família, aos meus pais, Edmar Rodrigues Soares e Luiza de Marilac do Nascimento, e aos meus irmãos, Ronaldo Soares do Nascimento e Romário Soares do Nascimento, por terem me dado o suporte necessário durante todo o período do curso.

Ao professor Otávio Rangel de Oliveira e Cavalcante por ter aceitado ser meu orientador e pela ajuda, paciência e suporte necessários para a finalização deste trabalho.

Aos meus amigos próximos Lucas Freitas, Yvis Jefferson, Daniele Fernandes, Matheus Martins, Matheus Viana, Emanuel Silva e Talisson Cavalcante, pela ajuda, amizade e pelos momentos de interação.

Às professoras Andriele Nascimento e Camila Lima, por terem aceitado participar da banca examinadora e pelos comentários e sugestões ao trabalho.

A todos os meus colegas de curso que me acompanharam nesta jornada e que promoveram um ambiente de compartilhamento de aprendizados.

Aos professores e professoras do meu curso pelos conhecimentos e experiências de vida passados, e pelo esforço e dedicação no ensino dos alunos, sempre disponíveis para ajudar os alunos.

## RESUMO

Na construção de um edifício qualquer, residencial ou comercial, um ponto importante é o aumento da eficiência econômica. Em vista disso, o engenheiro procura formas de otimizar a edificação, como no dimensionamento das peças de concreto armado. No desafio cotidiano do engenheiro um dos elementos estruturais que mais possui formas de ser trabalhado é a viga. Ela pode ter variações tanto na sua geometria quanto no material que a constitui, de modo que possa existir inúmeras possibilidades de vigas para serem escolhidas de acordo com a necessidade do engenheiro. Neste trabalho foram considerados os três tipos de vigas mais usuais em estruturas de concreto armado, as vigas com armadura simples, vigas com armadura dupla e vigas com seção T. Foi realizado o dimensionamento de cada um destes tipos de vigas dentro de uma situação específica de controle em que o comprimento do vão teórico das vigas sofreu variação, de metro em metro, de 2 a 10 metros de comprimento, para uma mesma condição de carregamento. Além disso, para fins de análise, também foram variados o  $f_{ck}$  e as condições de dimensionamento. Estas são referentes ao estado limite último (ELU) e estado limite de serviço por deformações excessivas (ELS), com e sem o uso de contra flecha. Todas as vigas foram dimensionadas com o objetivo de alcançar a menor altura possível, e os resultados utilizados na análise consistem na altura, no volume de concreto, no peso do aço e no custo das vigas. Concluiu-se que a contra flecha promove um grande aumento no desempenho da altura das vigas podendo diminuir cerca de 22% da altura da viga de armadura simples, 16% da viga de seção em T ou 10% da viga de armadura dupla. Também com relação à altura foi verificado que a viga de seção T possui a menor altura por vão sendo cerca de 20% menor que a viga de armadura simples ou 10% menor que a viga de armadura dupla. A viga com maior custo total foi a viga de armadura dupla, seguida pela viga de seção em T e pela viga de armadura simples.

**Palavras chave:** viga de armadura simples; viga de armadura dupla; viga com seção T; flecha.

## ABSTRACT

In the construction of any building, residential or commercial, an important point is to increase economic efficiency. In view of this, the engineer looks for ways to optimize the building, as in the dimensioning of reinforced concrete parts. In the engineer's daily challenge, one of the structural elements that has the most ways to be worked is the beam. It can have variations both in its geometry and in the material that constitutes it, so that there are countless possibilities of beams to be chosen according to the engineer's needs. In this work, the three most common types of beams in reinforced concrete structures were considered, beams with simple reinforcement, beams with double reinforcement and beams with T section. control in which the theoretical span of the beams was varied, from meter to meter, from 2 to 10 meters in length, for the same loading condition. Furthermore, for analysis purposes, the fck and the design conditions were also varied. These refer to the ultimate limit state (ELU) and service limit state due to excessive deformations (ELS), with and without the use of back deflection. All beams were designed with the aim of achieving the lowest possible height, and the results used in the analysis consist of height, concrete volume, steel weight and beam cost. It was concluded that the back deflection promotes a great increase in the height yield of the beams, being able to decrease about 22% of the height of the single reinforcement beam, 16% of the T-section beam or 10% of the double reinforcement beam. Also, with regard to height, it was verified that the beam of T section has the smallest height per span, being about 20% smaller than the beam with single reinforcement or 10% smaller than the beam with double reinforcement. The beam with the highest total cost was the double reinforcement beam, followed by the single reinforcement beam and the T-section beam.

**Keywords:** single-reinforced beam; double-reinforced beam; t-section beam; arrow.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1-Viga simplesmente apoiada - Carregamento e diagramas .....	21
Figura 2- Deformações, tensões e resultantes das tensões na seção transversal. ....	25
Figura 3- Deformações e resultantes das tensões na seção .....	29
Figura 4- Mesa comprimida com tensão $\sigma_{cd}$ .....	34
Figura 5- Parte da seção comprimida com o bloco retangular. ....	34
Figura 6 - Rede de combinações dos critérios utilizados para realizar várias possibilidades de dimensionamentos. ....	57
Figura 7 - Fluxograma do roteiro de dimensionamento da viga de armadura simples. ....	61
Figura 8 - Fluxograma do roteiro de dimensionamento da viga de armadura duplas. ....	62
Figura 9- Fluxograma do roteiro de dimensionamento da viga de seção em T.....	63
Figura 10 - Geometria dos ganchos de barras tracionadas, em Ângulo reto, 45° interno e semicircular. ....	67
Figura 11 - Representação da armadura de tração com a ancoragem. ....	67
Figura 12 - Armadura negativa nos apoios de extremidade - alternativa de projeto.....	68
Figura 13 - Representação 3D do modelo estrutural para análise do carregamento sobre a viga modelo. ....	71
Figura 14 - Representação da laje do modelo estrutural. ....	72
Figura 15 - Representação da laje do modelo estrutural com divisão das áreas de influência. ....	74
Figura 16 - Gráfico Vão x Altura ( $f_{ck} = 25$ MPa).....	79
Figura 17 - Gráfico Vão x Altura x Flecha ( $f_{ck} = 25$ MPa).....	82
Figura 18 - Gráfico Vão x Altura x Flecha x Contra flecha ( $f_{ck} = 25$ MPa).....	84
Figura 19 - Gráfico da variação da altura entre o $f_{ck}$ de 20 MPa e de 35 MPa. ....	86
Figura 20 - Gráfico Vão x Volume ( $f_{ck} = 25$ MPa).....	88
Figura 21 - Gráfico Vão x Volume x Flecha ( $f_{ck} = 25$ MPa).....	90
Figura 22 - Gráfico Vão x Volume x Flecha x Contra flecha ( $f_{ck} = 25$ MPa) .....	93

Figura 23 – Gráfico da variação do volume entre o $fck$ de 20 MPa e de 35 MPa .....	95
Figura 24 – Gráfico Vão x Peso do aço ( $fck = 25$ MPa). .....	97
Figura 25 – Gráfico Vão x Peso do aço x Flecha ( $fck = 25$ MPa). .....	99
Figura 26 - Gráfico Vão x Peso do aço x Flecha x Contra flecha ( $fck = 25$ MPa). .....	101
Figura 27 - Gráfico da variação do peso do aço entre o $fck$ de 20 MPa e 35 MPa.....	103
Figura 28 - Gráfico Vão x Custo dos insumos do concreto ( $fck = 25$ MPa).....	105
Figura 29 - Gráfico linha de tendência Vão x volume de concreto (Viga de armadura simples) ( $fck = 25$ MPa).....	106
Figura 30 - Gráfico linha de tendência Vão x Volume de concreto (Viga de armadura duplas) ( $fck = 25$ MPa).....	108
Figura 31 - Gráfico linha de tendência Vão x Volume de concreto (Viga de seção T) ( $fck = 25$ MPa) .....	108
Figura 32 - Gráfico Vão x Preço do aço ( $fck = 25$ MPa) .....	109
Figura 33 - Gráfico linha de tendência Vão x Peso do aço (Viga de armadura simples) ( $fck = 25$ MPa) .....	111
Figura 34 - Gráfico linha de tendência Vão x Peso do aço (Viga de armadura dupla) ( $fck = 25$ MPa) .....	112
Figura 35 - Gráfico linha de tendência Vão x Peso do aço (Viga de seção T) ( $fck = 25$ MPa) .....	112
Figura 36 - Gráfico Vão x Custo dos Materiais (aço + concreto) das vigas ( $fck = 25$ MPa). .....	113

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Composição analítica para concreto fck 25 MPa .....	48
Tabela 2 - Composição analítica para armação 6,3 mm.....	49
Tabela 3 - Composição analítica para armação 8,0 mm.....	50
Tabela 4- Composição analítica para armação 10,0 mm.....	51
Tabela 5 - Composição analítica para armação 12,5 mm.....	52
Tabela 6 - Composição analítica para armação 16,0 mm.....	53
Tabela 7 - Composição analítica para armação 20,0 mm.....	54
Tabela 8 - Composição analítica para armação 25,0 mm.....	55
Tabela 9- Exemplo de composição analítica. ....	65
Tabela 10 - Exemplo do algoritmo de escolha automática da bitola do aço. ....	69
Tabela 11 - Composição das cargas da laje.....	75

## LISTA DE SÍMBOLOS

$f_{cd}$  = tensão do concreto utilizada no cálculo

$\lambda$  = fator de retangularização da zona comprimida do concreto

$R_{cc}$  = Força resultante proporcionada pelo concreto comprimido

$R_{st}$  = força resultante proporcionada pela armadura tracionada

$A'_c$  = área de concreto comprimida

$x$  = posição da linha neutra medida a partir da fibra mais comprimida.

$b_w$  = largura da alma de uma viga

$c$  = cobrimento da armadura em relação à face do elemento

$z$  = braço de alavanca

$\sigma_{cd}$  = tensão de compressão no concreto

$\sigma_{sd}$  = tensão da armadura tracionada

$A_s$  = área de aço da armadura tracionada

$M_{solicitante}$  = Momento fletor solicitante de cálculo

$M_{resistido}$  = Momento fletor resistente de cálculo

$M_d$  = momento fletor de cálculo

$d$  = altura útil da viga

$h$  = altura total da viga

$R_{sc}$  = Força resultante proporcionada pela armadura comprimida

$A'_s$  = área de aço da armadura comprimida

$\sigma'_{sd}$  = tensão de cálculo da armadura comprimida

$z_{cc}$  = braço de alavanca relacionado ao concreto comprimido

$z_{sc}$  = braço de alavanca relacionado à armadura comprimida

$d'$  = distância do centro de gravidade da armadura comprimida até a borda comprimida de concreto

$M_{1d}$  = Momento da seção transversal resistido pelo concreto comprimido

$M_{2d}$  = Momento da seção transversal resistido pela armadura comprimida

$A_{s1}$  = área de aço da armadura tracionada relacionada ao concreto comprimido

$A_{s2}$  = área de aço da armadura tracionada relacionada ao concreto comprimido

$b_f$  = largura da mesa colaborante

$h_f$  = altura da mesa colaborante

$f_{yd}$  = resistência do aço utilizada no cálculo

$M_{d,min}$  = momento de cálculo mínimo

$W_0$  = módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto relativa à fibra mais tracionada

$f_{ctk,sup}$  = resistência característica superior do concreto à tração

$p_{sw}$  = taxa de armadura transversal mínima

$A_{sw}$  = área da armadura transversal

$s$  = espaçamento entre as barras da armadura

$f_{ywk}$  = resistência característica do escoamento do aço na armadura transversal

$f_{ct,m}$  = resistência média à tração do concreto, conforme o item 8.2.5 da Norma.

$V_{Sd}$  = força cortante solicitante de cálculo

$V_{Rd2}$  = força cortante resistente de cálculo, relativo à ruína das diagonais comprimidas de concreto, de acordo com os modelos de cálculo I ou II.

$V_{Rd3}$  = força cortante resistente de cálculo, relativo à ruína por tração diagonal;

$V_C$  = parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça;

$V_{SW}$  = parcela da força cortante resistida pela armadura transversal, de acordo com os modelos I ou II.

$f_{ck}$  = resistência característica do concreto à compressão

$V_{Rd3}$  = esforço cortante resistente de cálculo, relativo à ruína por tração diagonal

$f_{ywd}$  = tensão na armadura transversal

$f_{ctd}$  = resistência de cálculo do concreto ao cisalhamento

$f_{ctk,inf}$  = resistência característica inferior do concreto à tração

$V_d$  = força cortante resistente pelo efeito de pino

$S_{máx}$  = espaçamento máximo

$S_{t,máx}$  = espaçamento transversal máximo

$A_g$  = área da seção geométrica

$y_{cg}$  = centro de gravidade

$I_g$  = momento de inércia à flexão

$\alpha_e$  = relação entre os módulos de deformação longitudinal do aço e do concreto

$E_s$  = módulo de deformação longitudinal do aço

$E_{CS}$  = módulo de elasticidade secante do concreto

$x_{II}$  = posição da linha neutra para o estágio II puro

$I_{x,II_0}$  = momento de inércia da seção no estágio II puro

$I_m$  = momento de inércia efetivo para uma seção ou para toda a peça, no caso de vigas simplesmente apoiadas; momento de inércia médio entre as seções do apoio e a seção do meio do vão para o caso de vigas contínuas

$M_r$  = momento de fissuração do concreto

$M_{at}$  = Momento atuante de serviço na seção mais solicitada

$I_I$  = Momento de inércia da peça no estágio I

$I_{II}$  = Momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II

$E$  = módulo de elasticidade

$I$  = Momento de inércia

$I_C$  = momento de inércia da seção bruta de concreto

$y_t$  = distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada

$\alpha$  = ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, podendo tomar  $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ .

$p$  = carga definida por certa combinação

$l$  = vão da viga

$a$  = flecha imediata ou instantânea sem considerar a fluência

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	17
1.1	Objetivos.....	18
1.1.1	Objetivo Geral .....	18
1.1.2	Objetivos específicos .....	18
1.2	Justificativas .....	18
1.3	Organização do trabalho .....	19
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	20
2.1	Definição de Viga .....	20
2.2	Estádios.....	21
2.3	Estados Limites.....	22
2.3.1	Estado limite Ultimo.....	22
2.3.2	Estado limite de Serviço .....	23
2.4	Viga de Armadura Simples.....	24
2.4.1	Armadura longitudinal.....	24
2.5	Viga Armadura Dupla.....	28
2.5.1	Armadura longitudinal.....	29
2.6	Viga Seção T.....	33
2.6.1	Armadura longitudinal.....	33
2.7	Taxa de armadura longitudinal mínima .....	37
2.8	Armadura de pele.....	37
2.9	Armadura transversal.....	38
2.9.1	Dimensionamento de armadura transversal (cisalhamento do concreto) .....	39
2.9.2	Espaçamento da armadura transversal.....	42
2.10	Verificação do estado de deformação limite.....	42

2.10.1	Fluência do concreto.....	45
2.10.2	Deslocamentos limites.....	46
2.10.3	Preço dos materiais.....	46
2.10.4	Custos de composições analíticas.....	47
3	METODOLOGIA.....	56
3.1	Pesquisa Bibliográfica.....	58
3.2	Dimensionamento das vigas.....	59
3.2.1	Roteiro de Dimensionamento da viga de armadura simples.....	60
3.2.2	Roteiro de Dimensionamento de viga de armadura dupla.....	62
3.2.3	Roteiro de Dimensionamento da viga de seção em T.....	63
3.3	Custos das vigas.....	64
3.4	Comprimento das armaduras.....	66
3.4.1	Cálculo automático de bitola.....	69
4	ESTUDO DE CASO.....	70
4.1	Modelo estrutural.....	70
4.2	Determinação do carregamento.....	73
4.3	Considerações de projeto.....	75
5	RESULTADOS.....	78
5.1	Análise da altura das vigas.....	78
5.1.1	Análise comparativa entre os modelos de vigas para fck de 25 MPa.....	79
5.1.2	Efeito das restrições ao dimensionamento na análise do fck 25 MPa.....	80
5.1.3	Análise da variação do fck nas alturas das vigas.....	85
5.2	Análise do concreto das vigas.....	87
5.2.1	Análise comparativa entre os modelos de vigas para o fck de 25 MPa.....	87
5.2.2	Efeito das restrições ao dimensionamento na análise de fck 25 MPa.....	89
5.2.3	Análise da variação do fck no volume das vigas.....	94

5.3	Análise do peso do aço das vigas .....	96
5.3.1	Análise comparativa entre os modelos de vigas para o fck de 25 MPa.....	96
5.3.2	Efeito das restrições ao dimensionamento na análise de fck 25 MPa .....	98
5.3.3	Análise da variação do fck nas peso de aço das vigas .....	102
5.4	Análise dos custos das vigas.....	104
5.4.1	Análise do custo de concreto das vigas .....	104
5.4.2	Análise do custo de aço das vigas.....	109
5.4.3	Análise do custo total das vigas.....	113
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	116
	REFERÊNCIAS .....	119

## 1 INTRODUÇÃO

Os engenheiros civis sempre procuraram formas de aumentar a eficiência das estruturas de concreto seja com relação à sua geometria, consumo de materiais ou custo de execução. Este empenho, aliado com os avanços tecnológicos dos últimos anos, permitiu que fossem executadas análises cada vez mais rápidas e precisas dos elementos estruturais. Assim, em face dos problemas que o engenheiro pode enfrentar durante a elaboração do projeto, é necessário estar atento às possibilidades de escolha das estruturas mais adequadas dentro das situações específicas de projeto.

Atualmente, é notável que o concreto é o material construtivo mais consumido no mundo, sendo consumido cerca de 11 bilhões de toneladas no mundo anualmente (IBRACON, N° 53, 2009), isso implica que a maioria dos elementos estruturais construídos são de concreto. Entre as vigas de concreto armado as mais usuais nas construções são as vigas de armadura simples, armadura dupla e vigas com seção T.

As vigas de concreto armado são um dos elementos estruturais que mais possuem flexibilidade de mudança das suas características. Elas permitem que o engenheiro escolha desde o material da sua constituição, aço ou concreto, até a sua forma, seção T ou retangular. Esta vasta gama de possibilidades permite a escolha de vigas com os melhores parâmetros para uma determinada situação de carregamento e vão. Esta busca pela maior eficiência torna a comparação entre as vigas inevitável e compelem os engenheiros a necessidade de escolha.

Neste trabalho foram analisadas as vigas de armadura simples, vigas de armadura dupla e vigas de seção em T com relação à influência dos seguintes parâmetros: comprimento do vão, resistência característica do concreto à compressão ( $f_{ck}$ ), dimensionamento no ELU e no ELS, e utilização de contra flecha. Tais características são objetos de análise comuns aos engenheiros pois, a partir deles, é possível reduzir o custo total, o consumo de aço ou a altura das vigas.

Assim, neste trabalho foram feitas análises comparativas das vigas para: a altura, o volume de concreto e o peso do aço para um  $f_{ck}$  de 25 MPa; os efeitos da variação do  $f_{ck}$  de 20 MPa para 35 MPa; os efeitos da adoção de contra flecha no dimensionamento pelo estado limite de serviço; o custo dos materiais das vigas. Deste modo, foi possível verificar quais vigas possuem os melhores desempenhos dessas características.

## 1.1 Objetivos

### 1.1.1 *Objetivo Geral*

Este trabalho tem como objetivo realizar uma análise comparativa de quatro aspectos das vigas de armadura simples, armadura dupla e de seção em T, são eles: a altura, o consumo de concreto, o peso do aço e os custos da matéria prima das vigas (aço e concreto).

### 1.1.2 *Objetivos específicos*

- Comparar a altura, o volume de concreto e o peso do aço das vigas de armadura simples, armadura dupla e de seção T;
- Analisar o impacto da contra flecha no dimensionamento das vigas de armadura simples, dupla e de seção em T pelo estado limite de serviço;
- Apresentar o método de dimensionamento das vigas de armadura simples, vigas de seção dupla e vigas de seção T;
- Verificar quais vigas são mais eficientes em relação aos aspectos analisados;
- Comparar o custo do concreto e do aço entre as vigas de armadura simples, dupla e de seção em T;
- Elaborar equações para o custo da viga em função do vão e dos preços.

## 1.2 Justificativas

Um dos desafios diários dos engenheiros projetistas de estruturas de concreto armado é dimensionar elementos estruturais eficientes de acordo com as condições solicitadas pela situação de projeto. Para resolver este problema, no caso específico das vigas de concreto armado, é oportuno fazer uma comparação entre os modelos mais utilizados que são as vigas de armadura simples, vigas de armadura dupla e vigas de seção T.

No dimensionamento de cada tipo de viga, seja pelo estado limite último ou pelo estado limite de serviço, é possível alterar parâmetros como o vão, o  $f_{ck}$  e o uso, ou não, de contra flecha, de modo que seja ampliado a quantidade de possibilidades de análises. Dentre os dados

obtidos, a altura, o volume de concreto, o consumo de aço e os custos na construção de uma viga podem ser utilizados em uma análise comparativa, organizada em função do tipo de viga e do vão correspondente. Assim, através dessa análise é possível conhecer quais as vigas possuem maior eficiência em relação a um determinado parâmetro de uma situação de projeto.

### 1.3 Organização do trabalho

A estrutura deste trabalho é dividida em 6 capítulos principais: Introdução, Revisão Bibliográfica, Metodologia, Estudo de Caso, Resultados e Conclusão.

O capítulo 1 refere-se à introdução do trabalho onde é apresentado o contexto no qual se insere este estudo, e determina os objetivos gerais, específicos e a justificativa que o fundamentam.

O capítulo 2 é constituído pela fundamentação teórica utilizada para a execução deste trabalho. Ela divide-se em tópicos de acordo com o tema abordado, são eles: Estados limites últimos, Estado limites de serviço, Vigas de armadura simples, Vigas de armadura dupla, vigas de seção T, Armadura transversal, Verificação do estado de deformação limite e Preço dos materiais.

O capítulo 3, metodologia, define os princípios norteadores deste trabalho bem como as considerações adotadas e o modo de execução dos procedimentos utilizados. Este capítulo está dividido em 4 tópicos gerais: Pesquisa bibliográfica, Dimensionamento das vigas, Custos das vigas e Comprimento das armaduras.

No capítulo 4, estudo de caso, é especificado a condição em que as vigas utilizadas neste trabalho estão submetidas, os tópicos são: Modelo estrutural, Determinação do carregamento e Considerações de projeto.

No capítulo 5, resultados, é feita a análise comparativa das vigas, conforme especificado na metodologia e no estudo de caso. Os tópicos que dividem este capítulo são referentes à análise da altura, concreto, aço e custos das vigas. Os três primeiros analisam as diferenças para um  $f_{ck}$  de 25 MPa, os efeitos da restrição no dimensionamento e da variação do  $f_{ck}$ , e o último detalha a análise do custo do concreto e do aço envolvidos na construção.

No capítulo 6 apresenta a conclusão do trabalho, e também as propostas para os trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão bibliográfica deste trabalho reúne as informações coletadas sobre as teorias e as referências normativas necessárias para o cálculo das vigas de concreto armado. Em vista disso, está demonstrado neste capítulo toda a base utilizada no desenvolvimento dos cálculos dos dimensionamentos.

Em um primeiro momento foi feita a explicação teórica sobre o funcionamento das vigas. Os princípios descritos são aplicados a todas as vigas de concreto armado com armadura passiva. Assim, após uma explanação sobre a viga, foi realizado o detalhamento sobre cada tipo de viga utilizado neste trabalho: vigas de armadura simples, vigas de armadura dupla e vigas de seção T.

Foi explicado o cálculo do dimensionamento da armadura longitudinal para os três tipos de vigas em questão, com a devida referência dos autores e das normas utilizadas. Após esta explicação pontual para cada tipo de viga, também foi detalhado, de modo geral, o cálculo da armadura transversal, da deformação e da armadura de pele. Por fim, foi demonstrado os valores obtidos dos serviços e materiais necessários para a formação dos gráficos dos custos das vigas.

### 2.1 Definição de Viga

A estrutura de uma edificação pode ser entendida, de acordo com Rebello (2000), como um conjunto de elementos, lajes, vigas e pilares, que se relacionam entre si a fim de exercer a função de criar um espaço para as pessoas exercerem uma atividade.

Deste modo, dentre os elementos que compõem a estrutura de uma edificação, é observado que as vigas possuem papel fundamental na criação de espaços pois permitem que seja possível criar coberturas e pavimentos. Elas funcionam transferindo as cargas da laje para os pilares e, por este motivo, merecem atenção especial tanto no dimensionamento quanto na execução.

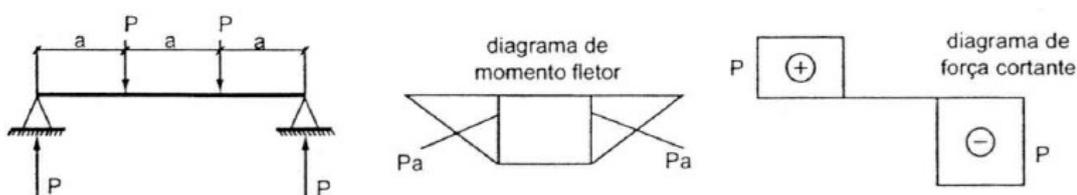
Além desta explicação sobre vigas, existem inúmeras definições de vigas quanto às suas características geométricas ou a sua função. Entre os significados sobre a viga também há uma definição proposta pela norma de concreto armado. A NBR 6118/2014 item 14.4.1.1 determina que vigas são elementos lineares em que a flexão é preponderante.

## 2.2 Estádios

As vigas são estruturas que funcionam principalmente na flexão simples e, devido a este fato, é possível observar em experimentos de laboratórios a formação de padrões de fissuras ao longo da face lateral, ao considerar um aumento constante do carregamento. Estes padrões recebem o nome de estádios e são utilizados como base para o cálculo tanto do estado de limite ultimo quanto para o estado de limite de serviço.

Ao ser criado uma situação em que a parte central da viga esteja submetida apenas à flexão simples e que o momento aumente constantemente, como representado na figura 1, é possível observar a deformação da viga ao longo da sua seção, com a formação de fissuras. Esta deformação passa por três níveis chamadas de estádios. (CARVALHO; FIGUEIREDO, 2014).

Figura 1-Viga simplesmente apoiada - Carregamento e diagramas



Fonte: Carvalho e Figueiredo (2014)

As vigas, elementos que estão submetidos principalmente à flexão, possuem três estádios de deformação. Estes estádios são descritos abaixo de acordo com Carvalho e Figueiredo (2014).

No estágio I (Estado elástico) há a ação de um momento fletor de pequena intensidade e, por este motivo, a tensão de tração no concreto não ultrapassa sua resistência característica à tração ( $f_{yk}$ ). Pode ser percebido neste estágio que: O diagrama de tensão normal ao longo da seção é linear; as tensões nas fibras mais comprimidas são proporcionais à deformação, ao trecho linear do diagrama tensão-deformação do concreto; não há fissuras visíveis.

No estágio II (Estado de fissuração) é considerado que houve um aumento do valor do momento em comparação ao estágio I. As tensões de tração na maioria dos pontos abaixo da linha neutra LN terão valores superiores ao da resistência característica do concreto à tração ( $f_{yk}$ ). Como características temos que: é considerado que o aço passa a resistir aos esforços de

tração; admite-se que a tensão de compressão no concreto continua linear; e as fissuras de tração no concreto na flexão são visíveis.

No estágio III o momento fletor é aumentado até próximo à ruína. Nesta condição pode ser verificado que: A fibra mais comprimida do concreto começa a escoar a partir da deformação específica de 0,2%, chegando a atingir, sem aumento da tensão, a deformação de 0,35%; o digrama de tensões tende a ficar vertical (uniforme), com quase todas as fibras trabalhando com sua tensão máxima; a peça está bastante fissurada com as fissuras se aproximando da linha neutra; e supõe-se que a distribuição de tensões no concreto ocorra segundo um diagrama parábola retângulo.

## **2.3 Estados Limites**

As vigas de concreto armado devem atender à determinadas condições para que elas desempenhem as suas funções de acordo com a pretendida em projeto. A capacidade máxima de resistência da viga, o nível de abertura de fissuras e o comprimento da flecha são exemplos de critérios importantes para serem verificados no elemento estrutural. Para isto, são utilizados o estado limite último e o estado limite de serviço conforme estabelecido pela NBR 6118/2014.

Há dois estados limites principais que são utilizados para dimensionar os elementos estruturais, são eles o estado limite último e o estado limite de serviço. O primeiro está relacionado à ruína do elemento, o segundo refere-se ao atendimento de critérios relacionados à utilização adequada.

### **2.3.1 Estado limite Ultimo**

Ao ser realizado o dimensionamento de uma viga de concreto armado, admite-se que ela possua uma capacidade de resistência máxima. Esta capacidade depende de várias características próprias da viga como a propriedade dos materiais, a área da seção transversal e a taxa de aço. Quando o carregamento se aproxima ou ultrapassa a capacidade máxima de suporte da viga é possível observar a formação de patologias, tais como fissuras e deformações excessivas. Além disso há um aumento no risco de ruptura do elemento.

A NBR 6118/2014 no seu item 10.3 preconiza que o estado limite último deve ser verificado de acordo com vários estados que resultem contra a segurança da estrutura. Estes estados são:

- estado-limite último da perda do equilíbrio da estrutura, admitida como corpo rígido;
- estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando efeitos de fogo e sísmicos;
- estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da armadura, no seu todo ou em parte;
- estado limite último provocado por solicitações dinâmicas;
- estado-limite último de colapso progressivo;

### 2.3.2 Estado limite de Serviço

Antes que o elemento estrutural chegue ao estado limite último, em que há risco de segurança, a peça pode apresentar determinadas condições que prejudiquem algumas das suas características como o aspecto visual ou a eficiência ergonômica. Assim, o elemento ainda possui capacidade de resistir às cargas, mas atingiu o limite que deveria ter para outras condições.

O estado limite de serviço é definido pelo item 10.4 da NBR 6118/2014 como aquele relacionado ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização da estrutura em relação às máquinas ou aos equipamentos suportados pela estrutura.

Os estados limites de serviço são descritos no item 3.2 da NBR 6118/2014, são eles:

- Estado limite de formação de fissuras;
- Estado limite de abertura de fissuras;
- Estado limite de deformações excessivas;
- Estado limite de descompressão;
- Estado limite de descompressão parcial;
- Estado limite de compressão excessiva;
- Estado limite de vibrações excessivas.

## 2.4 Viga de Armadura Simples

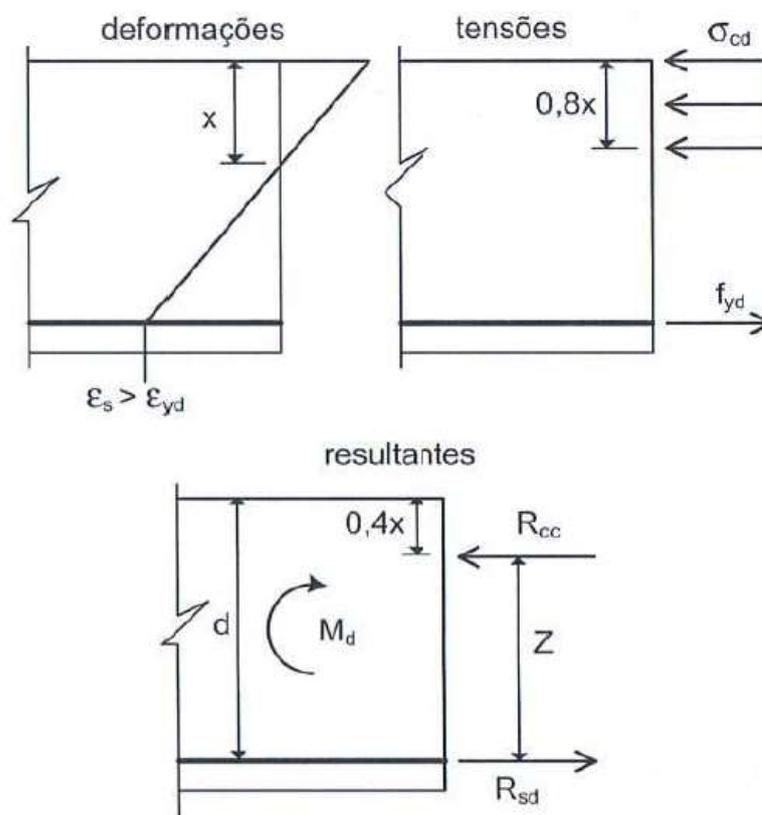
Nas construções de edificações simples, obras de pequeno e médio porte, em que são utilizados elementos estruturais de concreto armado, as vigas mais utilizadas são as de armadura simples. Isto ocorre devido a sua maior simplicidade de construção em relação às outras vigas e da menor necessidade mão de obra especializada.

A viga de armadura simples é caracterizada por possuir uma seção com armadura longitudinal tracionada e uma armadura porta estribo. Esta é utilizada sem finalidade estrutural, apenas para auxiliar na montagem da armadura. A resistência das tensões de compressão é feita apenas pelo concreto, diferente da viga de armadura dupla que de uma armadura de compressão na região comprimida.

### 2.4.1 Armadura longitudinal

Para o dimensionamento da armadura longitudinal é necessário que sejam feitas considerações tanto das características geométricas da seção da viga (posicionamento da armadura, altura útil, posição da linha neutra e largura da seção), quanto das características dos materiais (tensão de compressão e módulo de elasticidade do concreto, tensão de tração e módulo de elasticidade do aço). Com estas informações é possível encontrar as relações matemáticas para o dimensionamento, através da análise da seção da viga, como pode ser visto na figura 2.

Figura 2- Deformações, tensões e resultantes das tensões na seção transversal.



Fonte: Araújo (2003)

A seção transversal retangular de uma viga na flexão simples, como observado na figura 2, sofre determinadas deformações e está submetida às tensões de compressão e tração. A partir da análise da seção retira-se dados como a posição da linha neutra e o braço de alavanca representado pela letra  $Z$ . Deste modo, com as informações coletadas pode-se verificar o domínio em que a viga trabalha, além de realizar os cálculos para o dimensionamento da armadura longitudinal da viga.

Na figura 2 é possível observar o diagrama de deformação da seção, das tensões que atuam na seção e das resultantes destas seções. No primeiro diagrama observa-se a linha neutra demarcada pela distância  $x$ , e a deformação do aço. No segundo é verificado a tensão de compressão do concreto  $\sigma_{sd}$  e a tensão de tração do aço  $f_{yd}$ . Por fim, no diagrama das forças resultantes é possível ver o binário formado pelas forças de compressão e tração ( $R_{cc}$  e  $R_{sd}$ ). Além disso, a compressão do concreto obedece ao diagrama retangular que possui altura  $y = 0,8x$  e está de acordo com os valores para o Grupo I de resistência do concreto

Com o conhecimento destas informações é possível realizar o dimensionamento da armadura tracionada, e descobrir a área necessária para que a viga suporte a carga a que está

submetida. A base para o cálculo são as equações de equilíbrio dos esforços normais e dos momentos fletores na seção da viga, expressos nas seguintes equações 1 e 2:

Equações de equilíbrio:

$$\sum M = 0 \quad \text{Eq. 1}$$

$$\sum N = 0 \quad \text{Eq. 2}$$

Para as vigas submetidas à flexão simples, ou seja, sem solicitação de forças normais, a força resultante da compressão do concreto e a força resultante da armadura tracionada devem estar em equilíbrio (equação 3):

$$R_{cc} = R_{sd} \quad \text{Eq. 3}$$

Pela resistência dos materiais é conhecido que  $\sigma = \frac{R}{A}$ , logo, pode-se escrever a força de resistência do concreto comprimido conforme a equação 4:

$$R_{cc} = \sigma_{cd} A'_c \quad \text{Eq. 4}$$

A tensão de compressão de cálculo do concreto pode ser escrita em função da resistência de cálculo do concreto (equação 5):

$$\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd} \quad \text{Eq. 5}$$

A área de compressão do concreto comprimido pode ser escrita em função da linha neutra, fator de correção da zona comprimida do concreto e da largura da seção, conforme a equação 6:

$$A'_c = \lambda x b_w \quad \text{Eq. 6}$$

Considera-se que:

$f_{cd}$  = tensão do concreto utilizada no cálculo

$\lambda$  = fator de retangularização da zona comprimida do concreto

$R_{cc}$  = Resistência de compressão do concreto

$R_{sd}$  ou  $R_{st}$  = Resistência a tração do aço

Ao unir a equação da tensão de cálculo do concreto (Eq. 5) e a área comprimida do concreto na viga (Eq. 6), temos que a resultante de cálculo do concreto comprimido pode ser expressa pela equação 7:

$$R_{cc} = 0,85f_{cd} \lambda x b_w \quad \text{Eq. 7}$$

A força resultante da armadura tracionada é demonstrada pela equação 8:

$$R_{st} = \sigma_{sd} A_s \quad \text{Eq. 8}$$

O momento fletor solicitado na seção é equilibrado pelo momento resistido pela área comprimida do concreto e pela armadura tracionada. Estes momentos são considerados como o momento de cálculo  $M_d$ , que pode ser expresso pela equação 9.

$$M_{solicitante} = M_{resistido} = M_d \quad \text{Eq. 9}$$

As forças resultantes do concreto comprimido e do aço tracionado na seção formam um binário com distância  $Z_{cc}$ . Desse modo, as fórmulas do momento fletor resistido pelo concreto e pela armadura tracionada podem ser representadas pelas equações 10 e 11, respectivamente:

$$M_d = R_{cc} \cdot Z_{cc} \quad \text{Eq. 10}$$

$$M_d = R_{st} \cdot Z_{cc} \quad \text{Eq. 11}$$

O braço de alavanca utilizado para o momento fletor resistido pela seção, equações 10 e 11, pode ser expresso em termos da altura útil e da linha neutra, conforme a equação 12:

$$Z_{cc} = d - \frac{\lambda \cdot x}{2} \quad \text{Eq. 12}$$

Fazendo as substituições das incógnitas da equação 10 pelas equações 7 e 12, temos que a fórmula do momento fletor de cálculo, resistido pelo concreto, é expressa pela equação 13:

$$M_d = 0,85f_{cd}\lambda \cdot x \cdot b_w(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}) \quad \text{Eq. 13}$$

Já para o momento fletor resistido pela armadura tracionada, são feitas substituições na equação 11 pelas equações 8 e 12, resultando na equação 14:

$$M_d = \sigma_{sd} \cdot A_s(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}) \quad \text{Eq. 14}$$

Modificando a expressão acima, equação 14, para deixa-la em função da armadura tracionada, temos como resultado a equação 15:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd}(d - \frac{\lambda \cdot x}{2})} \quad \text{Eq. 15}$$

## 2.5 Viga Armadura Dupla

As vigas de concreto armado submetidas à flexão simples e momento positivo possuem, além da armadura longitudinal tracionada, uma armadura porta estribo. Ela não possui função estrutural nas vigas de armadura simples pois sua única funcionalidade é servir de apoio aos estribos. No entanto, em vigas de armadura dupla esta armadura pode ter função estrutural, sendo utilizada para resistir a uma parcela da compressão em conjunto com o concreto comprimido.

Pode acontecer situações em que, por imposições de projeto, seja necessário utilizar para a viga uma altura menor que a mínima exigida pelo momento fletor atuante de cálculo ( $M_d$ ). Como consequência, a seção com altura menor que a mínima só conseguirá resistir (trabalhando no domínio 3 ou no limite entre os domínios 3 e 4) a uma parcela do momento. Desse modo, uma solução para que seja evitado de ser utilizado o domínio 4 pode ser complementar a peça com uma armadura de compressão. Assim, determina-se o momento que a seção consegue resistir com a sua altura real e armadura apenas tracionada, trabalhando no limite entre os domínios 3 e 4 ( $M_{3-4}$ ), a diferença entre o momento atuante  $M_d$  e o momento limite ( $M_{3-4}$ ) é o momento  $M_2$ , resistido pela armadura de compressão (CARVALHO; FIGUEREIDO, 2014).

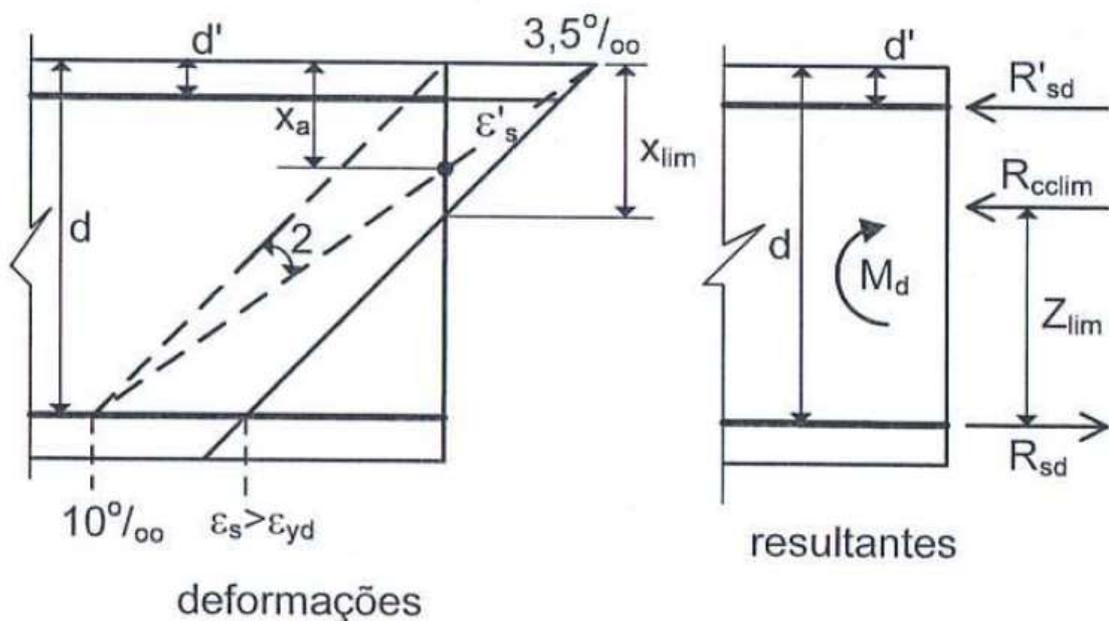
Em muitos casos, é possível que uma mesma viga possa ter armadura simples e dupla em diferentes trechos. Isto ocorre quando uma viga contínua possui momentos negativos e positivos muito diferentes ao longo do seu comprimento e, para diminuir a altura da viga que é solicitada pelo momento máximo da viga, adiciona-se uma armadura dupla para diminuir a altura total da viga.

### 2.5.1 Armadura longitudinal

No dimensionamento da armadura longitudinal da viga de armadura dupla são calculadas as armaduras tracionada e comprimida. Para isso, do mesmo modo como ocorre na viga de armadura simples, é necessário conhecer as características geométricas da seção (posição das armaduras, altura útil, posição da linha neutra e largura da seção), e também as características dos materiais, que estão relacionadas ao concreto e aço utilizado.

Para determinar os cálculos necessários para o dimensionamento da armadura longitudinal da viga utiliza-se, como auxílio, o uso de diagramas para representar o comportamento da seção da viga. Na figura 3 está demonstrado os diagramas das deformações, das tensões e das forças resultantes, semelhante ao utilizado na viga de armadura simples.

Figura 3- Deformações e resultantes das tensões na seção



Pode-se observar na figura 3 que no diagrama das deformações está representada as situações dos domínios 2 e 3. Dentre as informações obtidas deste diagrama o  $X_{lim}$  demonstra a máxima distância da linha neutra que pode ser obtida no limite do domínio 3 e 4. Nesta situação o concreto se encontra na compressão limite com deformação de 3,5% e o aço ainda pode ser deformado até o seu limite de 10%. Este dado é importante para determinar a máxima capacidade de resistência que a viga suporta sem considerar a presença de armadura de compressão.

A principal característica observável que difere a armadura dupla da armadura simples é a consideração de uma armadura de compressão ( $A'_s$ ), que resiste uma parcela  $R'_{sd}$ . Já o concreto trabalha no limite da sua capacidade de resistência como está representado no diagrama das resultantes por  $R_{cclim}$ . Assim, por meio do equilíbrio das forças e dos momentos é calculado o aço longitudinal necessário para a viga.

Com estas considerações pode-se organizar os dados necessários para o dimensionamento da armadura tracionada. Do mesmo modo como foi feito para a viga de armadura simples, o cálculo utiliza como base as equações de equilíbrio dos esforços normais e dos momentos fletores na seção da viga.

Haja visto que as incógnitas representadas no gráfico podem ser substituídas por outras, como demonstrado nas equações 16 e 17:

$$R_{st} = R_{sd} \quad \text{Eq. 16}$$

$$R_{sc} = R'_{sd} \quad \text{Eq. 17}$$

De acordo com o diagrama dos esforços internos da seção da viga de armadura dupla, e as considerações nas equações 16 e 17, o equilíbrio das forças resultantes pode ser expresso pela equação 18:

$$R_{cc} + R_{sc} = R_{st} \quad \text{Eq. 18}$$

A força resultante do concreto comprimido segue o mesmo princípio da viga de armadura simples, expressa pela equação 7. Ela é escrita em função da tensão de compressão do concreto adotada no cálculo e da área de concreto comprimida, determinada pela largura, posição da linha neutra e fator de retangularização.

$$R_{cc} = 0,85 \cdot f_{cd} \lambda x b_w \quad \text{Eq. 7}$$

Além do concreto, na viga de armadura dupla, como visto na figura 3, também possui uma armadura comprimida. Ela pode ser expressa em razão da sua área e tensão de compressão do aço, conforme a equação 19:

$$R_{sc} = A'_s \sigma'_{sd} \quad \text{Eq. 19}$$

O aço tracionado segue a mesma formulação da viga de armadura simples, expressa pela equação 8, sendo escrito em função da área de aço e tensão do aço tracionado.

$$R_{st} = A_s \sigma_{sd} \quad \text{Eq. 8}$$

No equilíbrio dos momentos fletores da seção é visto que o momento fletor solicitante deve ser igual ao momento fletor resistente. Na viga de armadura dupla o momento resistente é expresso pela soma do produto da resultante do concreto ( $R_{cc}$ ) pelo seu braço de alavanca ( $z_{cc}$ ) com o produto da resultante do aço comprimido ( $R_{sc}$ ) pelo seu respectivo braço de alavanca ( $z_{sc}$ ). Isto é demonstrado na equação 20:

$$M_d = R_{cc} \cdot z_{cc} + R_{sc} \cdot z_{sc} \quad \text{Eq. 20}$$

Desenvolvendo a equação 20, do momento fletor de cálculo ( $M_d$ ), com as respectivas forças resultantes (eq. 7 e 19) e braços de alavanca (eq. 12, e segundo a figura 3), é obtido a equação 21.

$$M_d = 0,85 \cdot f_{cd} \lambda x b_w \left( d - \frac{\lambda x}{2} \right) + A'_s \sigma'_{sd} (d - d') \quad \text{Eq. 21}$$

Pode-se observar nas equações 20 e 21 que o momento fletor é dividido em duas parcelas, uma proveniente do concreto comprimido ( $M_{1d}$ ) e outra do aço comprimido ( $M_{2d}$ ), equação 22.

$$M_d = M_{1d} + M_{2d} \quad \text{Eq. 22}$$

A parcela do momento fletor de cálculo referente ao concreto comprimido é semelhante ao efetuado no dimensionamento da viga de armadura simples, equação 13, e pode ser retratada conforme a equação 23:

$$M_{1d} = 0,85 \cdot f_{cd} \lambda x b_w \left(d - \frac{\lambda x}{2}\right) \quad \text{Eq. 23}$$

Já a parcela do momento referente ao aço comprimido ( $M_{2d}$ ), como demonstrado na equação 24, é obtido por meio da subtração do momento fletor de cálculo ( $M_d$ ) pelo momento fletor do concreto ( $M_{1d}$ ).

$$M_{2d} = M_d - M_{1d} \quad \text{Eq. 24}$$

O momento fletor do aço comprimido, equação 25, pode ser escrito, do mesmo modo que o aço tracionado, em função da força resultante (eq. 19) e do braço de alavanca, retirado da figura 3. Isto pode ser demonstrado pela equação 26.

$$M_{2d} = R_{sc} \cdot z_{sc} \quad \text{Eq. 25}$$

$$M_{2d} = A'_s \sigma'_{sd} (d - d') \quad \text{Eq. 26}$$

Por meio da relação entre a força resultante e o braço de alavanca (eq.26), pode-se formular uma equação (eq. 27) para a área da armadura comprimida ( $A'_s$ ).

$$A'_s = \frac{M_{2d}}{\sigma'_{sd} (d - d')} \quad \text{Eq. 27}$$

Como há duas parcelas de momento, uma correspondente ao concreto e outra ao aço comprimido (eq. 24), é possível encontrar duas áreas de aço, como pode ser observado nas equações 28 e 29.

$$A_{s1} = \frac{M_{1d}}{\sigma_{sd} \left(d - \frac{\lambda x}{2}\right)} \quad \text{Eq. 28}$$

$$A_{s2} = \frac{M_{2d}}{\sigma_{sd} (d - d')} \quad \text{Eq. 29}$$

Cada uma dessas área (eq. 28 e eq. 29) é uma parcela da área total da armadura tracionada ( $A_s$ ), e se referem à área de aço correspondente ao concreto comprimido ( $A_{s1}$ ) e a área de aço correspondente ao aço comprimido ( $A_{s2}$ ). Elas se relacionam conforme exposto na equação 30.

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \quad \text{Eq. 30}$$

## 2.6 Viga Seção T

Apesar do formato retangular ser o mais utilizado nas vigas de concreto armado dado a sua simplicidade de execução, as vigas também podem ter outros tipos de seções, sendo a mais comum a seção T.

Quando a viga sofre uma deformação, parte da laje adjacente a ela (em um ou em dois lados) também se deforma, comportando-se como se fosse parte da viga, colaborando em sua resistência. Dessa forma, a viga incorpora parte da laje e sua seção deixa de ser retangular, passando a ter forma de um “T”. (CARVALHO; FIGUEREDO, 2014).

As vigas de seção T são mais facilmente observadas em lajes, vigotas pré-moldadas ou moldadas in loco, e em pontes, as longarinas destes elementos. Elas também podem ser encontradas em alguns edifícios residências pois permitem vencer vãos grandes sem que haja um aumento considerável na altura da viga.

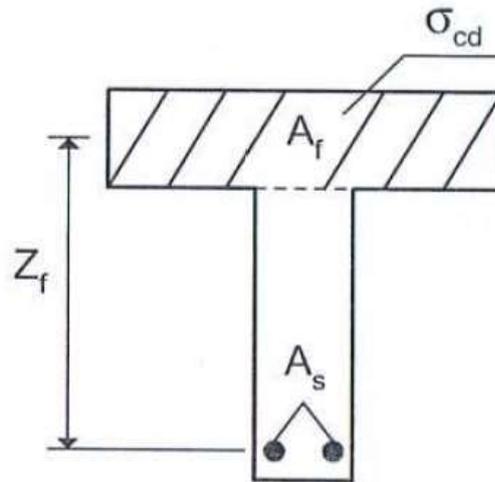
### 2.6.1 Armadura longitudinal

A principal diferença desta viga para os outros tipos vistos é a presença de abas ao lado da alma da viga que garantem uma maior região de compressão para o concreto. A presença destas abas nas vigas de seção T causa mudanças na forma de dimensionamento em relação às vigas de armadura simples e dupla. A linha neutra da seção pode estar dentro da mesa ou pode estar fora, isto cria, como consequência, duas formas de cálculo para se determinar a armadura longitudinal tracionada da viga.

Segundo Carvalho e Figueiredo (2014) uma viga de concreto armado, composta por uma nervura e duas abas, só será considerada de seção “T” quando a mesa e a parte da alma

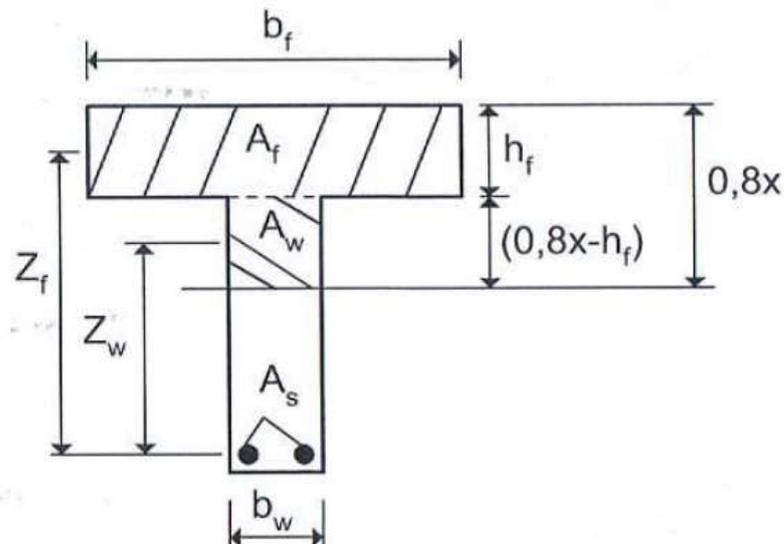
estiverem comprimidas caso contrario, dependendo do sentido de atuação do momento fletor, apenas a parte superior da mesa ou inferior da alma estarão comprimidas (essas partes tem a forma retangular). Nas figuras 4 e 5 está representada a viga de seção “T” nas duas situações possíveis.

Figura 4- Mesa comprimida com tensão  $\sigma_{cd}$



Fonte: Araújo (2003)

Figura 5- Parte da seção comprimida com o bloco retangular.



Fonte: Araújo (2003)

Nas figuras 4 e 5 estão representadas as duas situações de cálculo que podem acontecer para a viga com seção “T”. A posição da linha neutra é responsável por definir como a viga irá trabalhar e, conseqüentemente, qual será o método de cálculo utilizado. Das seções também é

possível verificar seus aspectos geométricos: a altura da mesa ( $h_f$ ), a altura útil ( $d$ ), a largura da alma da viga ( $b_w$ ) e a largura da mesa ( $b_f$ ). Estes dados podem ser utilizados como parâmetros fixos no dimensionamento da armadura longitudinal tracionada.

O equilíbrio das forças normais resultantes na seção da viga de seção T ocorre de forma similar à viga de armadura simples, conforme a equação 3. A força resultante de compressão do concreto ( $R_{cc}$ ) é equilibrada com a força resultante de tração do aço ( $R_{st}$  ou  $R_{sd}$ ).

$$R_{cc} = R_{st} \quad \text{Eq. 3}$$

Como visto nas imagens acima, a linha neutra pode estar dentro da mesa ou, em outra situação, fora da mesa. Para esta última situação a área do concreto submetida à compressão pode ser dividida para facilitar os cálculos. Esta simplificação do cálculo do momento na viga de seção T é visto na equação 31, onde  $M_{1d}$  refere-se ao momento fletor resistido pelas abas da viga e  $M_{2d}$  o momento fletor resistido pela alma da viga.

$$M_d = M_{1d} + M_{2d} \quad \text{Eq. 31}$$

Um meio de determinar qual o método de cálculo que será utilizado para dimensionar a viga de seção T é realizando o procedimento de cálculo para um método e verificar se ele atende aos requisitos. Ou seja, faz-se o cálculo para o caso de apenas a mesa resistir à compressão, sem participação da alma, se houver erro neste procedimento é feito outro cálculo, considerando a resistência da mesa e de parte da alma.

Seguindo o procedimento adotado, é feito o cálculo do adimensional KMD para o caso de apenas a mesa resistir à compressão na viga, conforme a equação 32.

$$KMD = \frac{M_d}{b * d^2 * f_{cd}} \quad \text{Eq. 32}$$

A partir do valor obtido pelo adimensional KMD é calculado o  $KX$ , por meio da equação 33:

$$Kx = \frac{1 - (1 - 2 * KMD)^{\frac{1}{2}}}{l} \quad \text{Eq. 33}$$

Desse modo, é utilizado o  $K_x$ , como demonstrado na equação 34, para descobrir o valor da linha neutra:

$$x = K_x * d \quad \text{Eq. 34}$$

Se a posição da linha neutra  $x$  estiver dentro dos limites da mesa então o dimensionamento está correto e pode prosseguir para o cálculo da área da armadura necessária. Por outro lado, se a posição da linha neutra for maior que a mesa disponível na viga então é preciso realizar o outro método de dimensionamento.

O momento fletor resistido pela aba, equação 35, pode ser expresso pela multiplicação da sua área pela tensão de cálculo do concreto na compressão e pelo braço de alavanca.

$$M_{1d} = (b_f - b_w)h_f 0,85f_{cd}(d - 0,5h_f) \quad \text{Eq. 35}$$

Subtraindo o momento resistido pelas abas do momento total solicitado na seção da viga pode-se obter o momento fletor resistido pela alma da viga, como observado na equação 36.

$$M_{2d} = M_d - M_{1d} \quad \text{Eq. 36}$$

Do mesmo modo que feito na viga de armadura simples, equação 13, o momento resistido pela alma da viga é representado pela equação 37:

$$M_{2d} = 0,85\lambda b_w x f_{cd} \left( d - \frac{\lambda x}{2} \right) \quad \text{Eq. 37}$$

Com o momento resistido pela seção da viga dividido entre uma parcela das abas e outra da alma pode-se calcular a área de aço correspondente à cada um destes momentos.

A área de aço da armadura tracionada referente ao momento fletor resistido pelas abas da viga, equação 38, pode ser descrito conforme a equação 39.

$$M_{1d} = \sigma_{cd} A_{s1} (d - 0,5h_f) \quad \text{Eq. 38}$$

$$A_{s1} = \frac{M_{1d}}{f_{yd} (d - 0,5h_f)} \quad \text{Eq. 39}$$

Já a área de aço da armadura tracionada, referente ao momento fletor resistido pela alma da viga, equação 40, pode ser expresso conforme a equação 41.

$$M_{2d} = \sigma_{cd} A_{s2} (d - 0,4x) \quad \text{Eq. 40}$$

$$A_{s2} = \frac{M_{2d}}{f_{yd} (d - 0,4x)} \quad \text{Eq. 41}$$

## 2.7 Taxa de armadura longitudinal mínima

As vigas de concreto armado devem obedecer a uma taxa mínima de armadura que é determinada pela norma correspondente. A adoção de uma armadura mínima quando necessária garante que a estrutura fique dentro dos limites estabelecidos pelos ensaios realizados e, consequentemente, dentro da margem de segurança.

Segundo o item 17.3.5.2.1 da NBR 6118/2014, a armadura mínima de tração em elementos estruturais armados ou protendidos deve ser determinada pelo dimensionamento da seção a um momento fletor mínimo dado pela equação 42. Além disso, deve ser sempre respeitada a taxa mínima absoluta de 0,15%.

$$M_{d,min} = 0,8 \cdot W_0 f_{ctk,sup} \quad \text{Eq. 42}$$

Onde,

$W_0$  é o modulo da resistência da seção transversal bruta do concreto, relativo à fibra mais tracionada;

$f_{ctk,sup}$  é a resistência característica superior do concreto à tração.

## 2.8 Armadura de pele

Vigas de concreto armado que possuem altura considerável apresentam maior possibilidade de fissuração em suas faces laterais. Isto ocorre devido à baixa resistência do concreto à tração e por causa de vigas com seções altas possuírem maior área submetida à tração. Em

decorrência disto, a norma brasileira NBR 6118/2014 determina condições que devem ser seguidas pelas vigas de concreto armado.

Segundo o item 17.3.5.2.3 da NBR 6118/2014, a mínima armadura lateral de uma viga de concreto armado deve ser 0,10% da área da alma da viga, para cada face da viga, e deve ser composta por barras de aço CA-50 ou CA-60, com o espaçamento menor ou igual a 20 cm e devidamente ancorada nos apoios. Também deve ser respeitado as condições dispostas no item 17.3.3.2 da norma que fala sobre o controle da fissuração através da limitação da abertura estimada de fissuras, neste item está definido o limite do espaçamento em função do diâmetro adotado para a armadura de pele. O limite máximo estabelece que não é necessária uma armadura superior a 5 cm<sup>2</sup>/m por face.

A norma NBR 6118/2014 também estabelece que para vigas de concreto armado com altura igual ou inferior a 60 centímetros a utilização de armadura de pele pode ser dispensada. Além disso, as armaduras principais longitudinais de tração e compressão não podem ser computadas no cálculo da armadura de pele.

## 2.9 Armadura transversal

Além dos esforços de momento fletor a que as vigas de concreto armado estão submetidas elas também, como qualquer outro elemento estrutural, estão sujeitas a esforços cortantes e, conseqüentemente, necessitam de uma armadura transversal para resistir a estes efeitos. A norma brasileira NBR 6118/2014 disponibiliza métodos de cálculo, que se aplicam a elementos lineares armados ou protendidos, por meio deles é possível realizar o dimensionamento da armadura transversal da viga e verificar se está dentro do estado limite último para esforços cortantes.

Para elementos considerados lineares, como as vigas estudadas neste trabalho, as condições de cálculo admitem dois modelos. Eles são fundamentados na analogia com o modelo em treliça, de banzos paralelos, em conjunto com mecanismos resistentes complementares que se desenvolvem dentro do elemento estrutural e que absorvem uma parcela  $V_C$  da força cortante. Esses mecanismos correspondem a uma ligação que ocorre entre as partes de concreto divididas pelas fissuras inclinadas e a resistência da armadura longitudinal que apoia as bielas de concreto. (CARVALHO; FIGUEREIDO, 2014).

A disposição da armadura transversal também deve estar de acordo com o preconizado na NBR 6118/2014. Segundo o item 17.4.1.1.5 o ângulo de inclinação  $\alpha$  das armaduras transversais em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural deve estar situado no intervalo  $45^\circ \leq 90^\circ$ . Nas vigas adotadas neste trabalho foi suposto que os estribos possuíam inclinação  $90^\circ$ .

### 2.9.1 Dimensionamento de armadura transversal (cisalhamento do concreto)

Do mesmo modo que a armadura longitudinal, a armadura transversal também deve obedecer a limites que são determinados pela norma. O item 17.4.1.1.1 da NBR 6118/2014 preconiza que, para todos os elementos lineares submetidos à força cortante, com exceção dos indicados no item 17.4.1.1.2, deve-se conter armadura transversal mínima constituída por estribos, com uma taxa geométrica segundo a equação 43:

$$p_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w s \operatorname{sen} \alpha} \geq 0,2 \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} \quad \text{Eq. 43}$$

A verificação do estado limite da peça é feita de acordo com o item 17.4.2.1. Segundo a norma, a resistência do elemento estrutural, para uma determinada seção transversal, deve ser considerada satisfatória quando verificadas simultaneamente as seguintes condições, expressas pelas equações 44 e 45:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad \text{Eq. 44}$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_C + V_{SW} \quad \text{Eq. 45}$$

Em que:

$V_{Sd}$  = força cortante solicitante de cálculo;

$V_{Rd2}$  = força cortante resistente de cálculo, relativo à ruína das diagonais comprimidas de concreto, de acordo com os modelos de cálculo I ou II;

$V_{Rd3}$  = força cortante resistente de cálculo, relativo à ruína por tração diagonal;

$V_C$  = parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça;

$V_{SW}$  = parcela da força cortante resistida pela armadura transversal, de acordo com os modelos I ou II.

A NBR 6118/2014 disponibiliza dois modelos de cálculo que variam de acordo com o ângulo da diagonal de compressão adotada. Tais diagonais podem ter ângulos de 45° entre 30° e 45°, esta diferença tem impacto sobre os valores das cargas considerados para o dimensionamento da armadura transversal.

### 2.9.1.1 Modelo de cálculo I

Segundo o item 17.4.2.2 da NBR 6118/2014, o modelo I admite diagonais de compressão inclinadas de  $\theta = 45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e admite ainda que a parcela complementar  $V_C$  tenha valor constante, independentemente de  $V_{Sd}$ .

O dimensionamento da armadura transversal é feito em duas etapas, verificação das condições e do estado limite último, equações 46 e 47, e cálculo da seção do estribo, equações 48 e 49.

a) Verificação da compressão diagonal do concreto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{V2} f_{cd} b_w d \quad \text{Eq. 46}$$

$$\alpha_{V2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \text{Eq. 47}$$

b) Cálculo da armadura transversal:

$$V_{Rd3} = V_C + V_{SW} \quad \text{Eq. 48}$$

$$V_{SW} = \left( \frac{A_{SW}}{s} \right) 0,9 d f_{ywd} (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha) \quad \text{Eq. 49}$$

Onde:

$V_C = 0$  nos elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_C = V_{C0}$  na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$$V_C = V_{C0} \left( 1 + \frac{M_0}{M_{Sd,máx}} \right) \leq 2 V_{C0} \text{ na flexo-compressão}$$

$$V_{C0} = 0,6 f_{ctd} b_w d$$

$$f_{cta} = \frac{f_{ctk,inf}}{y_c}$$

### 2.9.1.2 Modelo de cálculo II

O item 17.4.2.3 da NBR 6118/2014 estabelece que o modelo II admite diagonais de compressão de  $\theta$  em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, com  $\theta$  variável livremente entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$ . Admite que a parcela complementar  $V_C$  sofra redução com o aumento de  $V_{Sd}$ .

- a) Verificação da compressão diagonal do concreto (eq. 50):

$$V_{Rd2} = 0,54 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d \text{sen}^2 \theta (\cot \alpha + \cot \theta) \quad \text{Eq. 50}$$

- b) Cálculo da armadura transversal (eq.51):

$$V_{Rd3} = V_C + V_{SW} \quad \text{Eq. 51}$$

Onde:

$$V_{SW} = \left( \frac{A_{SW}}{s} \right) 0,9 d f_{ywd} (\cot \alpha + \cot \theta) \text{sen} \alpha \quad \text{Eq. 52}$$

$V_C = 0$  nos elementos estruturais tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_C = V_{C1}$ , na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$V_C = V_{C1} \left( 1 + \frac{M_0}{M_{sd,máx}} \right) < 2 V_{C1}$  na flexo compressão, com:

$V_{C1} = V_{C0}$  quando  $V_{Sd} \leq V_{C0}$

$V_{C1} = 0$  quando  $V_{Sd} = V_{Rd}$ , interpolando-se linearmente para valores intermediários.

### 2.9.2 Espaçamento da armadura transversal

A armadura transversal utilizada para resistir aos esforços cortantes pode ser constituída de estribos e deve satisfazer os critérios relacionados à sua disposição no elemento estrutural. É observado no item 1.3.3.2 da NBR 6118/2014 que há limites para o diâmetro adotado para o estribo, sendo no mínimo 5 milímetros e no máximo 1/10 da largura da alma da viga.

A norma também preconiza sobre o espaçamento mínimo e máximo que os estribos devem ter entre eles para que não seja ultrapassado o limite de segurança determinado pelos ensaios laboratoriais. O espaçamento mínimo entre os estribos de uma viga de concreto armado deve ser apenas o suficiente para permitir a passagem do vibrador, e está vinculado ao bom adensamento do concreto no elemento. Para que o espaçamento máximo fique de acordo com o estabelecido pela norma ele deve obedecer às seguintes condições:

- Se  $V_d \leq 0,67 \cdot V_{Rd2}$ , então  $S_{m\acute{a}x} = 0,6 d \leq 300 \text{ mm}$ ;

- Se  $V_d > 0,67 \cdot V_{Rd2}$ , então  $S_{m\acute{a}x} = 0,3 d \leq 200 \text{ mm}$ .

Com relação ao espaçamento transversal entre ramos sucessivos da armadura constituída por estribos a Norma determina que os valores não podem exceder as seguintes relações:

- Se  $V_d \leq 0,20 \cdot V_{Rd}$ , então  $S_{t,m\acute{a}x} = d \leq 800 \text{ mm}$ ;

- Se  $V_d > 0,20 \cdot V_{Rd2}$ , então  $S_{t,m\acute{a}x} = 0,6 d \leq 350 \text{ mm}$ .

### 2.10 Verificação do estado de deformação limite

Quando submetidas a carregamentos consideráveis em relação ao que foram dimensionadas, as vigas apresentam deformações nas suas estruturas. Estas mudanças são percebidas nas flechas, região com maior deformação da viga, que ocorrem no centro do vão em modelos bi apoiados. A formação de grandes flechas pode trazer prejuízos à funcionalidade da viga, desde a falta de conforto visual estético até problemas na conformação dos elementos apoiadas sobre ela.

A verificação da deformação de vigas é feita com base em duas situações. O estágio I no qual não há formação de fissuras na viga e o concreto consegue resistir à tração, e o estágio II em que há formação de fissuras na viga e o concreto é considerado apenas na região comprimida da viga. Estas considerações influenciam no momento de inércia que será utilizado no cálculo da viga.

Para simplificar esta situação e tornar possível o cálculo da deformação de um elemento que funciona no estágio I e II é utilizado o método de Branson (1968) que determina uma inércia média para os estádios considerados. Ele é um método baseado no modelo semiprobabilístico que busca simplificar a variação da tensão ao longo da seção. Ele estipula aproximadamente a fissuração para uma peça submetida à flexão (CARVALHO; FIGUEREIDO, 2014).

Para ser calculada a inércia média equivalente, equação 64, que será utilizada para descobrir a flecha da seção (eq.67) é preciso utilizar vários parâmetros que dependem tanto da geometria da seção (eq. 53, 54, 55, 57, 58, 62 e 63) quanto das características dos materiais utilizados (eq. 56, 65 e 66). A sequência de cálculos necessários esta apresentada abaixo.

Obs.: As fórmulas consideradas para o estágio I e II (equações 53, 54, 55, 62 e 63) servem tanto para seções em T quanto para seções retangulares. Para isto são feitas considerações em que  $b_f = b_w$  e  $h_f = 0$ .

a) Características geométricas para a seção no estágio I:

- Área (seção geométrica):

$$A_g = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h \quad \text{Eq. 53}$$

- Centro de gravidade da seção:

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_g} \quad \text{Eq. 54}$$

- Momento de inercia à flexão sem considerar a presença de armadura longitudinal:

$$I_g = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2 \quad \text{Eq. 55}$$

b) Características geométricas para a seção no estágio II:

- Valor do módulo de deformação longitudinal do concreto (relacionando os módulos de deformação do concreto e aço):

$$a_e = \frac{E_S}{E_{CS}} \quad \text{Eq. 56}$$

- Posição da linha neutra para uma seção que se encontra no estádio II:

$$a_1 \cdot x_{II}^2 + a_2 \cdot x_{II} + a_3 = 0 \quad \text{Eq. 57}$$

$$x_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1} \quad \text{Eq. 58}$$

As constantes verificadas nas equações 57 e 58 podem ser obtidas por meio das equações 59, 60 e 61:

$$a_1 = \frac{b_w}{2} \quad \text{Eq. 59}$$

$$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A'_S + \alpha_e \cdot A_S \quad \text{Eq. 60}$$

$$a_3 = -d' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A'_S - d \cdot \alpha_e \cdot A_S - \frac{h_f^2}{2} \cdot (b_f - b_w) \quad \text{Eq. 61}$$

- Momento de inércia de uma seção no estádio II:

- Para  $x < h_f$ :

$$I_{X,II_0} = \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} - \alpha_e \cdot A_S \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_S \cdot (x_{II} - d')^2 \quad \text{Eq. 62}$$

- Para  $x > h_f$ :

$$I_{X,II_0} = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + (b_f - b_w) \cdot (x_{II} - \frac{h_f}{2})^2 + \alpha_e \cdot A_S \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_S \cdot (x_{II} - d')^2 \quad \text{Eq. 63}$$

c) Cálculo da inércia média de Branson:

$$I_m = \left( \frac{M_r}{M_{at}} \right)^n \cdot I_I + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_{at}} \right)^n \right] \cdot I_{II} \quad \text{Eq. 64}$$

Onde,

$n$  – índice de valor igual a 4, para situações em que a análise é feita em apenas uma seção da peça, ou igual a 3, quando se faz a análise da peça ao longo de todo seu comprimento, que é a situação em questão.

$$(E.I)_{eq} = E_{CS} \cdot \left\{ \left( \frac{M_r}{M_{at}} \right)^3 \cdot I_C + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_{at}} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{CS} \cdot I_C \quad \text{Eq. 65}$$

- Momento de fissuração:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_C}{y_t} \quad \text{Eq. 66}$$

#### d) Cálculo da flecha

Com o método de Branson é possível descobrir o momento de inércia médio e, consequentemente, obter a rigidez equivalente para se obter a flecha da viga.

$$a = \frac{\alpha_c \cdot p \cdot l^4}{(E.I)_{eq}} \quad \text{Eq. 67}$$

Em que:

$\alpha_c$  = parâmetro de redução da resistência do concreto na compressão

$p$  = coeficiente que depende da condição estática do sistema considerado

$(E.I)_{eq}$  = rigidez equivalente

#### 2.10.1 Fluência do concreto

Neste trabalho também foi considerado o efeito da fluência do concreto na flecha diferida. Esta condição deve-se às deformações sofridas pelo concreto ao longo do tempo e que resultam em um aumento da deformação da viga. A NBR 6118/2014 em seu item 17.3.2.1.2 (Cálculo da flecha diferida no tempo para vigas de concreto armado) demonstra o procedimento necessário para calcular a flecha adicional diferida, expresso pela equação 68, 69 e 70:

$$\alpha_f = \frac{\Delta \varepsilon}{1 + 50p'} \quad \text{Eq. 68}$$

$$p' = \frac{A'_S}{bd} \quad \text{Eq. 69}$$

$\varepsilon$  = coeficiente em função do tempo

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon(t) - \varepsilon(t_0) \quad \text{Eq. 70}$$

$\varepsilon(t) = 0,68(0,996^t)t^{0,32}$  para  $t \leq 70$  meses

$$\varepsilon(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses}$$

Sendo:

$t$  o tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

$t_0$  a idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração. No caso de parcelas da carga de longa duração serem aplicadas em idades diferentes.

### 2.10.2 Deslocamentos limites

Conforme definido pela NBR 6118/2014, no item 13.3 (Deslocamentos limites), deslocamentos limites são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado limite de deformação excessiva da estrutura. Assim, Ele foi adotado como critério a ser seguido no dimensionamento pelo estado limite de serviço. Na tabela 13.3 da norma é encontrado valores limites de deslocamentos. Para este trabalho foi utilizado o valor do deslocamento limite de  $\frac{l}{250}$ .

Este valor é utilizado para efeitos de aceitabilidade sensorial visual, e são comparados ao deslocamento total que, no caso das vigas, equivale à flecha.

Neste trabalho também foi considerado o efeito da contra flecha em alguns dimensionamentos de modo a analisar a sua influência. Assim, como descrito pela NBR 6118/2014 na tabela 13.3, os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contra flecha. Entretanto, a atuação isolada da contra flecha não pode ocasionar um desvio no plano maior que  $\frac{l}{350}$ .

### 2.10.3 Preço dos materiais

Para ser realizada uma análise dos custos de uma estrutura de concreto armado é importante avaliar os preços que serão utilizados como base. O mercado de materiais de construção civil possui uma grande volatilidade que depende, dentre outros fatores, da região, da disponibilidade de material e das condições econômicas do local. Em razão disso é preciso determinar

as condições em que o preço está sendo analisado de modo que, futuramente, sejam evitados erros na verificação dos custos em decorrência de mudanças no valor dos materiais ou da mão de obra, além do possível surgimento de tecnologias mais econômicas.

O sistema nacional de pesquisa de custos e índices da construção civil (SINAPI), disponibilizado pela caixa econômica federal, fornece uma tabela de composição dos insumos. Os dados obtidos por meio desta tabela são coletados por meio de equipes técnicas especializadas e, em razão disso, são consolidados e possuem utilidade para inúmeras empresas que precisam de uma referência para compor seus custos.

A tabela de composição dos insumos fornece o preço de cada procedimento realizado em uma obra, além dos custos dos materiais utilizados. Para a construção de vigas de concreto armado foram utilizadas as composições analíticas de produção de concreto com fck de 25 MPa e armação de aço de 6,3 mm até 25 mm para vigas.

#### *2.10.4 Custos de composições analíticas*

A composição analítica dos insumos disponibilizados pela SINAPI informa o preço e o consumo dos materiais das tarefas que podem ser executados na construção civil tais como a concretagem de pilares ou a escavação de blocos de fundação. Além disso, a composição analítica disponibiliza o preço e o consumo das parcelas que compõem a tarefa. Deste modo, é possível conhecer a quantidade e o custo de cada material utilizado, e também o tempo de serviço utilizado pelos funcionários para a finalização do serviço.

Para este trabalho foi utilizado a tabela da SINAPI de composição analítica dos insumos não desonerados para o estado do Ceará emitido em 18 de fevereiro de 2021. A data dos preços utilizados é de 01 de dezembro de 2020.

- Composição para concreto de 25 MPa:

Entre as opções que a tabela SINAPI disponibiliza para a composição analítica dos insumos para a produção de concreto com 25 MPa está o código 94971, conforme visto na tabela 1. Este identificador refere-se à criação de concreto com 25 MPa com traço 1:2,3:2,7 (cimento/ areia média/ brita 1) por meio de preparo mecânico com betoneira de 600 litros.

Tabela 1 - Composição analítica para concreto fck 25 MPa

Vinculo	Código	Descrição	Unidade	Orig. preço	Coefic.	Preço unitário	Preço total
	94971	CONCRETO FCK = 25MPa, TRAÇO 1:2,3:2,7 (CIMENTO/ AREIA MÉDIA/ BRITA 1) PREPARO MECÂNICO COM BETONEIRA 600 L. AF_07/2016	M3				
I	370	AREIA MEDIA - POSTO JAZIDA/FORNECEDOR (RETIRADO NA JAZIDA, SEM TRANSPORTE)	M3	C	0,727	85	61,79
I	1379	CIMENTO PORTLAND COMPOSTO CP II-32	KG	CR	364,94	0,56	204,36
I	4721	PEDRA BRITADA N. 1 (9,5 a 19 MM) POSTO PEDREIRA/FORNECEDOR, SEM FRETE	M3	CR	0,597	56,9	33,96
C	88316	SERVENTE COM ENCARGOS COMPLEMENTARES	H	C	1,98	15,71	31,1
C	88377	OPERADOR DE BETONEIRA ESTACIONÁRIA/MISTURADOR COM ENCARGOS COMPLEMENTARES	H	CR	1,25	17,6	22
C	89225	BETONEIRA CAPACIDADE NOMINAL DE 600 L, CAPACIDADE DE MISTURA 360 L, MOTOR ELÉTRICO TRIFÁSICO POTÊNCIA DE 4 CV, SEM CARREGADOR - CHP DIURNO. AF 11/2014	CHP	CR	0,64	4,07	2,6
C	89226	BETONEIRA CAPACIDADE NOMINAL DE 600 L, CAPACIDADE DE MISTURA 360 L, MOTOR ELÉTRICO TRIFÁSICO POTÊNCIA DE 4 CV, SEM CARREGADOR - CHI DIURNO. AF 11/2014	CHI	CR	0,61	1,26	0,76

	Preço	Porcent.
EQUIPAMENTO :	2,22	0,62%
MATERIAL :	316,8	88,85%
MAO DE OBRA :	36,43	10,22%
OUTROS :	1,12	0,31%
TOTAL COMPOSIÇÃO :	356,57	100,00%
- ORIGEM DE PREÇO: CR		

Fonte: SINAPI (2020)

- Composição analítica para armação de concreto armado 6,3 mm

Para o procedimento de armação dos estribos das vigas de concreto armado, foi considerado o código 92760 da tabela SINAPI (tab.2). Esta identificação se refere à armação de pilar ou viga de estrutura convencional de concreto armado em um edifício de múltiplos pavimentos utilizando aço CA-50 de 6,3 mm com montagem inclusa.

Tabela 2 - Composição analítica para armação 6,3 mm

Vínculo	Código	Descrição	Unidade	Orig. do preço	Coefic.	Preço unitário	Preço total
	92760	ARMAÇÃO DE PILAR OU VIGA DE UMA ESTRUTURA CONVENCIONAL DE CONCRETO ARMADO EM UM EDIFÍCIO DE MÚLTIPLOS PAVIMENTOS UTILIZANDO AÇO CA-50 DE 6,3 MM - MONTAGEM. AF 12/2015	KG				
I	39017	ESPACADOR / DISTANCIADOR CIRCULAR COM ENTRADA LATERAL, EM PLÁSTICO, PARA VERGALHAO *4,2 A 12,5* MM, COBRIMENTO 20 MM	UM	AS	0,97	0,15	0,14
I	43132	ARAME RECOZIDO 16 BWG, D = 1,65 MM (0,016 KG/M) OU 18 BWG, D = 1,25 MM (0,01 KG/M)	KG	CR	0,025	14,7	0,36
C	88238	AJUDANTE DE ARMADOR COM ENCARGOS COMPLEMENTARES	H	CR	0,0155	16,01	0,24
C	88245	ARMADOR COM ENCARGOS COMPLEMENTARES	H	CR	0,0947	20,56	1,94
C	92792	CORTE E DOBRA DE AÇO CA-50, DIÂMETRO DE 6,3 MM, UTILIZADO EM ESTRUTURAS DIVERSAS, EXCETO LAJES. AF 12/2015	KG	CR	1	10,56	10,56
			<b>Preço</b>	<b>Porcent.</b>			
MATERIAL :			10,97	82,85%			
MAO DE OBRA :			2,27	17,15%			
TOTAL COMPOSIÇÃO :			13,24	100,00%			
- ORIGEM DE PREÇO: CR							

Fonte: SINAPI (2020)

- Composição analítica para armação de concreto armado 8,0 mm

Para o procedimento de armação dos estribos das vigas de concreto armado, foi considerado o código 92761 da tabela SINAPI (tab.3). Esta identificação se refere à armação de pilar ou viga de estrutura convencional de concreto armado em um edifício de múltiplos pavimentos utilizando aço CA-50 de 8,0 mm com montagem inclusa.

Tabela 3 - Composição analítica para armação 8,0 mm

Vinculo	Código	Descrição	Unidade	Orig. do preço	Coefic.	Preço unitário	Preço total
	92761	ARMAÇÃO DE PILAR OU VIGA DE UMA ESTRUTURA CONVENCIONAL DE CONCRETO ARMADO EM UM EDIFÍCIO DE MÚLTIPLOS PAVIMENTOS UTILIZANDO AÇO CA-50 DE 8,0 MM - MONTAGEM. AF 12/2015	KG				
I	39017	ESPAÇADOR / DISTANCIADOR CIRCULAR COM ENTADA LATERAL, EM PLÁSTICO, PARA VERGALHAO *4,2 A 12,5* MM, COBRIMENTO 20 MM	UN	AS	0,743	0,15	0,11
I	43132	ARAME RECOZIDO 16 BWG, D = 1,65 MM (0,016 KG/M) OU 18 BWG, D = 1,25 MM (0,01 KG/M)	KG	CR	0,025	14,7	0,36
C	88238	AJUDANTE DE ARMADOR COM ENCARGOS COMPLEMENTARES	H	CR	0,0115	16,01	0,18
C	88245	ARMADOR COM ENCARGOS COMPLEMENTARES	H	CR	0,0707	20,56	1,45
C	92793	CORTE E DOBRA DE AÇO CA-50, DIÂMETRO DE 8,0 MM, UTILIZADO EM ESTRUTURAS DIVERSAS, EXCETO LAJES. AF 12/2015	KG	CR	1	10,54	10,54
		<b>Preço</b>	<b>Porcent.</b>				
MATERIAL :		11,11	87,87%				
MAO DE OBRA :		1,53	12,13%				
TOTAL COMPOSIÇÃO :		12,64	100,00%				
- ORIGEM DE PREÇO: CR							

- Composição analítica para armação de concreto armado 10,0 mm

Para o procedimento de armação dos estribos das vigas de concreto armado, foi considerado o código 92762 da tabela SINAPI (tab.4). Esta identificação se refere à armação de pilar ou viga de estrutura convencional de concreto armado em um edifício de múltiplos pavimentos utilizando aço CA-50 de 10,0 mm com montagem inclusa.

Tabela 4- Composição analítica para armação 10,0 mm

Vinculo	Código	Descrição	Unidade	Orig. do preço	Coefic.	Preço unitário	Preço total
	92762	ARMAÇÃO DE PILAR OU VIGA DE UMA ESTRUTURA CONVENCIONAL DE CONCRETO ARMADO EM UM EDIFÍCIO DE MÚLTIPLOS PAVIMENTOS UTILIZANDO AÇO CA-50 DE 10,0 MM - MONTAGEM. AF 12/2015	KG				
I	39017	ESPACADOR / DISTANCIADOR CIRCULAR COM ENTADA LATERAL, EM PLÁSTICO, PARA VERGALHAO *4,2 A 12,5* MM, COBRIMENTO 20 MM	UN	AS	0,543	0,15	0,08
I	43132	ARAME RECOZIDO 16 BWG, D = 1,65 MM (0,016 KG/M) OU 18 BWG, D = 1,25 MM (0,01 KG/M)	KG	CR	0,025	14,7	0,36
C	88238	AJUDANTE DE ARMADOR COM ENCARGOS COMPLEMENTARES	H	CR	0,0086	16,01	0,13
C	88245	ARMADOR COM ENCARGOS COMPLEMENTARES	H	CR	0,0529	20,56	1,08
C	92794	CORTE E DOBRA DE AÇO CA-50, DIÂMETRO DE 10,0 MM, UTILIZADO EM ESTRUTURAS IVERSAS, EXCETO LAJES. AF 12/2015	KG	CR	1	9,72	9,72
		<b>Preço</b>	<b>Porcent.</b>				
MATERIAL :		10,32	90,69%				
MAO DE OBRA :		1,05	9,31%				
TOTAL COMPOSIÇÃO :		11,37	100,00%				
- ORIGEM DE PREÇO: CR							

Fonte: SINAPI (2020)

- Composição analítica para armação de concreto armado 12,5 mm

Para o procedimento de armação dos estribos das vigas de concreto armado, foi considerado o código 92763 da tabela SINAPI (tab.5). Esta identificação se refere à armação de pilar ou viga de estrutura convencional de concreto armado em um edifício de múltiplos pavimentos utilizando aço CA-50 de 12,5 mm com montagem inclusa.

Tabela 5 - Composição analítica para armação 12,5 mm

Vinculo	Código	Descrição	Unidade	Orig. do preço	Coefic.	Preço unitário	Preço total
	92763	ARMAÇÃO DE PILAR OU VIGA DE UMA ESTRUTURA CONVENCIONAL DE CONCRETO ARMADO EM UM EDIFÍCIO DE MÚLTIPLOS PAVIMENTOS UTILIZANDO AÇO CA-50 DE 12,5 MM - MONTAGEM. AF_12/2015	KG				
I	39017	ESPACADOR / DISTANCIADOR CIRCULAR COM ENTRADA LATERAL, EM PLASTICO, PARA VERGALHAO *4,2 A 12,5* MM, COBRIMENTO 20 MM	UM	AS	0,367	0,15	0,05
I	43132	ARAME RECOZIDO 16 BWG, D = 1,65 MM (0,016 KG/M) OU 18 BWG, D = 1,25 MM (0,01 KG/M)	KG	CR	0,025	14,7	0,36
C	88238	AJUDANTE DE ARMADOR COM ENCARGOS COMPLEMENTARES	H	CR	0,0063	16,01	0,1
C	88245	ARMADOR COM ENCARGOS COMPLEMENTARES	H	CR	0,0386	20,56	0,79
C	92795	CORTE E DOBRA DE AÇO CA-50, DIÂMETRO DE 10,0 MM, UTILIZADO EM ESTRUTURAS DIVERSAS, EXCETO LAJES. AF_12/2015	KG	CR	1	8,34	8,34
		<b>Preço</b>	<b>Porcent.</b>				
MATERIAL :		8,9	92,25%				
MAO DE OBRA :		0,74	7,75%				
TOTAL COMPOSIÇÃO :		9,64	100,00%				
- ORIGEM DE PREÇO: CR							

Fonte: SINAPI (2020)

- Composição analítica para armação de concreto armado 16,0 mm

Para o procedimento de armação dos estribos das vigas de concreto armado, foi considerado o código 92764 da tabela SINAPI (tab.6). Esta identificação se refere à armação de pilar ou viga de estrutura convencional de concreto armado em um edifício de múltiplos pavimentos utilizando aço CA-50 de 16,0 mm com montagem inclusa.

Tabela 6 - Composição analítica para armação 16,0 mm

Vinculo	Código	Descrição	Unidade	Orig. do preço	Coefic.	Preço unitário	Preço total
	92764	ARMAÇÃO DE PILAR OU VIGA DE UMA ESTRUTURA CONVENCIONAL DE CONCRETO ARMADO EM UM EDIFÍCIO DE MÚLTIPLOS PAVIMENTOS UTILIZANDO AÇO CA-50 DE 16,0 MM - MONTAGEM. AF 12/2015	KG				
I	39017	ESPACADOR / DISTANCIADOR CIRCULAR COM ENTRADA LATERAL, EM PLÁSTICO, PARA VERGALHAO *4,2 A 12,5* MM, COBRIMENTO 20 MM	UN	AS	0,212	0,15	0,03
I	43132	ARAME RECOZIDO 16 BWG, D = 1,65 MM (0,016 KG/M) OU 18 BWG, D = 1,25 MM (0,01 KG/M)	KG	CR	0,025	14,7	0,36
C	88238	AJUDANTE DE ARMADOR COM ENCARGOS COMPLEMENTARES	H	CR	0,0043	16,01	0,06
C	88245	ARMADOR COM ENCARGOS COMPLEMENTARES	H	CR	0,0261	20,56	0,53
C	92796	CORTE E DOBRA DE AÇO CA-50, DIÂMETRO DE 10,0 MM, UTILIZADO EM ESTRUTURAS IVERSAS, EXCETO LAJES. AF 12/2015	KG	CR	1	8,26	8,26
		<b>Preço</b>			<b>Porcent.</b>		
MATERIAL :		8,77			94,88%		
MAO DE OBRA :		0,47			5,12%		
TOTAL COMPOSIÇÃO :		9,24			100,00%		
- ORIGEM DE PREÇO: CR							

Fonte: SINAPI (2020)

- Composição analítica para armação de concreto armado 20,0 mm

Para o procedimento de armação dos estribos das vigas de concreto armado foi considerado o código 92765 da tabela SINAPI (tab.7). Esta identificação se refere à armação de pilar ou viga de estrutura convencional de concreto armado em um edifício de múltiplos pavimentos utilizando aço CA-50 de 20,0 mm com montagem inclusa.

Tabela 7 - Composição analítica para armação 20,0 mm

Vinculo	Código	Descrição	Unidade	Orig. do preço	Coefic.	Preço unitário	Preço total
	92765	ARMAÇÃO DE PILAR OU VIGA DE UMA ESTRUTURA CONVENCIONAL DE CONCRETO ARMADO EM UM EDIFÍCIO DE MÚLTIPLOS PAVIMENTOS UTILIZANDO AÇO CA-50 DE 20,0 MM - MONTAGEM. AF 12/2015	KG				
I	39017	ESPACADOR / DISTANCIADOR CIRCULAR COM ENTRADA LATERAL, EM PLASTICO, PARA VERGALHAO *4,2 A 12,5* MM, COBRIMENTO 20 MM	UN	AS	0,113	0,15	0,01
I	43132	ARAME RECOZIDO 16 BWG, D = 1,65 MM (0,016 KG/M) OU 18 BWG, D = 1,25 MM (0,01 KG/M)	KG	CR	0,025	14,7	0,36
C	88238	AJUDANTE DE ARMADOR COM ENCARGOS COMPLEMENTARES	H	CR	0,0028	16,01	0,04
C	88245	ARMADOR COM ENCARGOS COMPLEMENTARES	H	CR	0,0172	20,56	0,35
C	92797	CORTE E DOBRA DE AÇO CA-50, DIÂMETRO DE 20,0 MM, UTILIZADO EM ESTRUTURAS DIVERSAS, EXCETO LAJES. AF 12/2015	KG	CR	1	9,74	9,74
		<b>Preço</b>	<b>Porcent.</b>				
MATERIAL :		10,21	97,22%				
MAO DE OBRA :		0,29	2,78%				
TOTAL COMPOSIÇÃO :		10,5	100,00%				
- ORIGEM DE PREÇO: CR							

Fonte: SINAPI (2020)

- Composição analítica para armação de concreto armado 25,0 mm

Para o procedimento de armação dos estribos das vigas de concreto armado foi considerado o código 92766 da tabela SINAPI (tab.8). Esta identificação se refere à armação de pilar ou viga de estrutura convencional de concreto armado em um edifício de múltiplos pavimentos utilizando aço CA-50 de 25,0 mm com montagem inclusa.

Tabela 8 - Composição analítica para armação 25,0 mm

Vinculo	Código	Descrição	Unidade	Orig. do preço	Coefic.	Preço unitário	Preço total
	92766	ARMAÇÃO DE PILAR OU VIGA DE UMA ESTRUTURA CONVENCIONAL DE CONCRETO ARMADO EM UM EDIFÍCIO DE MÚLTIPLOS PAVIMENTOS UTILIZANDO AÇO CA-50 DE 25,0 MM - MONTAGEM. AF 12/2015	KG				
I	43132	ARAME RECOZIDO 16 BWG, D = 1,65 MM (0,016 KG/M) OU 18 BWG, D = 1,25 MM (0,01 KG/M)	KG	CR	0,025	14,7	0,36
C	88238	AJUDANTE DE ARMADOR COM ENCARGOS COMPLEMENTARES	H	CR	0,0016	16,01	0,02
C	88245	ARMADOR COM ENCARGOS COMPLEMENTARES	H	CR	0,0101	20,56	0,2
C	92798	CORTE E DOBRA DE AÇO CA-50, DIÂMETRO DE 25,0 MM, UTILIZADO EM ESTRUTURAS DIVERSAS, EXCETO LAJES. AF 12/2015	KG	CR	1	9,72	9,72

	Preço	Porcent.
MATERIAL :	10,13	98,34%
MAO DE OBRA :	0,17	1,65%
TOTAL COMPOSIÇÃO :	10,3	100,00%
- ORIGEM DE PREÇO: CR		

Fonte: SINAPI (2020)

### 3 METODOLOGIA

Neste trabalho, todos os dados foram adquiridos por meio de pesquisas bibliográficas e por cálculos feitos em planilhas automatizadas, no *Software Excel*®. Por meio deste procedimento foi dimensionado e analisado três modelos de vigas, viga de armadura simples, viga de armadura dupla e viga com seção em T, para diversas situações de acordo com os autores e normas pesquisados.

Todos os dimensionamentos realizados tiveram como premissa a obtenção da menor altura possível para a viga em questão. Deste modo, sempre foi alcançado um limite de altura de acordo com a restrição que foram impostas às vigas.

Para a realização da análise comparativa das vigas foram feitas algumas considerações relacionadas às etapas em que foram executadas. A metodologia pode ser dividida em três partes: pesquisa bibliográfica a fim de estabelecer um embasamento teórico para os cálculos e dados utilizados; implementação do modelo de dimensionamento em planilhas para dimensionar as vigas estudadas; e organização dos dados e elaboração dos gráficos como ferramentas de auxílio da análise das vigas.

A pesquisa bibliográfica permitiu a coleta de dois tipos de informações: o dimensionamento e as verificações necessárias para a realização dos cálculos; e a coleta de dados sobre o custo das vigas. Este tipo de pesquisa foi caracterizado pela coleta dos preços dos materiais utilizados para realizar a comparação dos valores das vigas. Para isso, foram utilizadas tabelas do Sistema nacional de pesquisas de custos e índices da construção civil (SINAPI, 2020) que possuem uma base de dados dos custos das obras de construção civil.

Os dimensionamentos foram realizados para diversas situações de cálculo que foram efetuadas pela variação de três parâmetros das vigas. Um deles refere-se ao comprimento dos vãos estudados, foi feito o dimensionamento para nove tamanhos de vãos diferentes. O menor comprimento de vão analisado possui dois metros e recebe incrementos de um metro até atingir o maior valor, dez metros.

Outro parâmetro que sofreu variação foi a resistência característica do concreto à compressão ( $f_{ck}$ ) das vigas. Foram utilizados os valores de  $f_{ck}$  de 20 MPa, 25 MPa, 30 MPa e 35 MPa para todas as vigas dimensionadas.

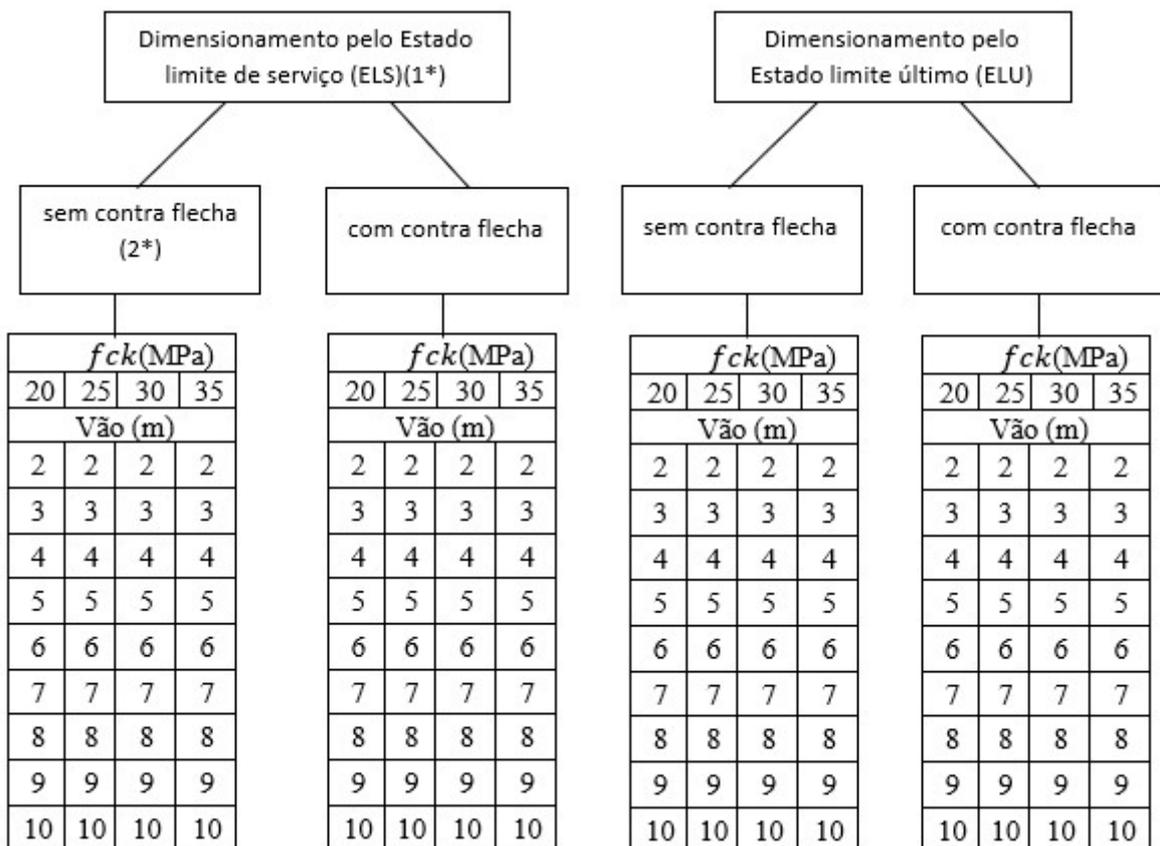
Por último, foi analisado o próprio critério de cálculo das vigas. Foram consideradas quatro situações de cálculo que as vigas deveriam ser dimensionadas, elas são:

- Dimensionamento pelo ELS sem contra flecha

- Dimensionamento pelo ELS com contra flecha
- Dimensionamento pelo ELU sem contra flecha
- Dimensionamento pelo ELU com contra flecha

A variação destes três parâmetros foi organizada de modo a abranger um total de 144 possibilidades de dimensionamento das vigas estudadas neste trabalho. Para demonstrar o modo como os cálculos e, conseqüentemente, a obtenção de dados foi realizada, está ilustrado na figura 6 toda a rede de combinações realizadas entre os parâmetros adotados.

Figura 6 - Rede de combinações dos critérios utilizados para realizar várias possibilidades de dimensionamentos.



Fonte: Autor (2021)

\*(1) Dimensionamento obedecendo, ou não, à flecha máxima que a viga pode obter de acordo com os limites determinados pela NBR 6118/2014, isto é, ELU ou ELS. A altura mínima que a viga pode obter é então limitada, ou não, dependendo da consideração adotada.

\*(2) Deformação sem, ou com, contra flecha influencia diretamente na flecha máxima que a viga consegue atingir e, conseqüentemente, na altura mínima que a viga consegue atingir.

Como pode ser visto na figura 6, para cada método de dimensionamento relacionado à deformação da flecha, foram calculadas trinta e seis vigas, ou seja, nove vigas com comprimentos de vãos diferentes para quatro valores de  $f_{ck}$ . Desse modo, foram calculadas 144 vigas no total, para cada modelo de viga, para compor o banco de dados utilizado para fazer as análises das vigas.

Finalmente, com a obtenção dos dados do dimensionamento, foi realizada a organização das informações de modo que possibilitou a construção de diversos gráficos, apresentados nos resultados, para a análise comparativa entre os tipos de vigas. Os dados foram divididos de acordo com as situações a que as vigas estavam submetidas e de acordo com os gráficos que foram previstos.

Os dados coletados estão relacionados às características físicas, aos esforços na viga e ao custo monetário. Eles são: altura, volume da viga, peso do aço, flecha da viga, flecha limite do estado de serviço, dimensão das seções das vigas, esforços do momento na seção, esforços cortantes, peso próprio.

### **3.1 Pesquisa Bibliográfica**

Para a realização deste trabalho, a pesquisa bibliográfica consistiu em estabelecer um dimensionamento para as vigas, e reunir composições de custos analíticas. Tudo isso serviu como fundamento para a análise comparativa das condições encontradas nas vigas que foram analisadas. Estas condições são a altura, o volume de concreto, o peso do aço e os custos dos itens envolvidos na construção da viga.

Dentre as referências utilizadas neste trabalho a principal foi a NBR 6118/2014 que fala sobre projeto de estruturas de concreto. Ela é necessária devido à sua importância normativa no Brasil, serve como base para toda obra nacional, e serve, conseqüentemente, para estipular as diretrizes do bom funcionamento de qualquer construção de concreto armado.

Além das pesquisas relacionadas ao dimensionamento e à verificação das vigas, também foram utilizados os preços necessários para a quantificação dos materiais das vigas. Para isso, foi usada uma tabela não desonerada do sistema nacional de preços (SINAPI, 2020). Ela é utilizada na determinação dos valores dos serviços de engenharia e permite que sejam analisados todos os serviços e materiais que formam a composição analítica dos preços relacionados à execução das vigas.

### 3.2 Dimensionamento das vigas

Para realizar o dimensionamento e a verificação das vigas de armadura simples, armadura dupla e de seção T os cálculos foram organizados em uma sequência de etapas de modo que ficou facilitada a implementação no *Software Excel*®. Cada um dos tipos de vigas analisadas segue um mesmo princípio de cálculo, contudo, devido à existência de algumas diferenças no dimensionamento, foram adotados roteiros de cálculos distintos para cada modelo de viga.

Em primeiro lugar, antes de ser realizado o dimensionamento das vigas propriamente dito, foi determinada a carga das lajes que repousam sobre a viga em estudo. Desse modo, ficou definida a carga permanente, que é o peso próprio da laje e dos revestimentos, e as cargas variáveis, que estão em função das condições de utilização do edifício.

A área de influência da laje, utilizada para calcular a parcela de carregamento que a viga suportará, foi calculada segundo a teoria das linhas de ruptura. Este modelo, como descrito no item 17.7.6.1 da NBR 6118/2014, pode ser aplicado para lajes maciças retangulares e que estão apoiadas em quatro vigas e sob as mesmas condições de apoio.

Determinado a carga da laje que influencia a viga, foi definido o carregamento linearmente distribuído sobre a viga em estudo por meio de uma combinação de cargas detalhada na equação 71. Na parcela da carga permanente ( $g$ ) da combinação também é considerado o peso próprio da viga, este varia para cada área da seção adotada no dimensionamento.

$$Q = 1,4g + 1,5q \quad \text{Eq. 71}$$

Onde:

$g$  – Carregamento permanente;

$q$  – Carregamento variável.

Para a realização do dimensionamento das vigas, o primeiro passo foi a determinação da situação a qual a viga seria dimensionada. Esta pode ser de acordo com as quatro situações descritas abaixo, e vistas anteriormente:

I – Dimensionamento obedecendo à deformação (ELS), sem considerar a contra flecha

II – Dimensionamento obedecendo à deformação (ELS), considerando a contra flecha

III – Dimensionamento sem obedecer à deformação (ELU), sem considerar a contra flecha

IV – Dimensionamento sem obedecer à deformação (ELU), considerando a contra flecha

Após a determinação das condições em que o dimensionamento será efetuado são adicionados os dados de entrada no algoritmo, eles são: a resistência característica do concreto à compressão, o tipo de aço com suas características de resistência à tração, o cobrimento da armadura e os aspectos geométricos necessários com exceção da altura.

A altura útil "d" da viga a ser dimensionada tem seu valor variado com o objetivo de que encontrar a menor altura possível para a viga em estudo. Além disso, também é necessário que os critérios sejam atendidos para o tipo de viga em análise. Estes critérios podem ser o domínio a que a viga está submetida ou a flecha máxima que a viga deve obedecer.

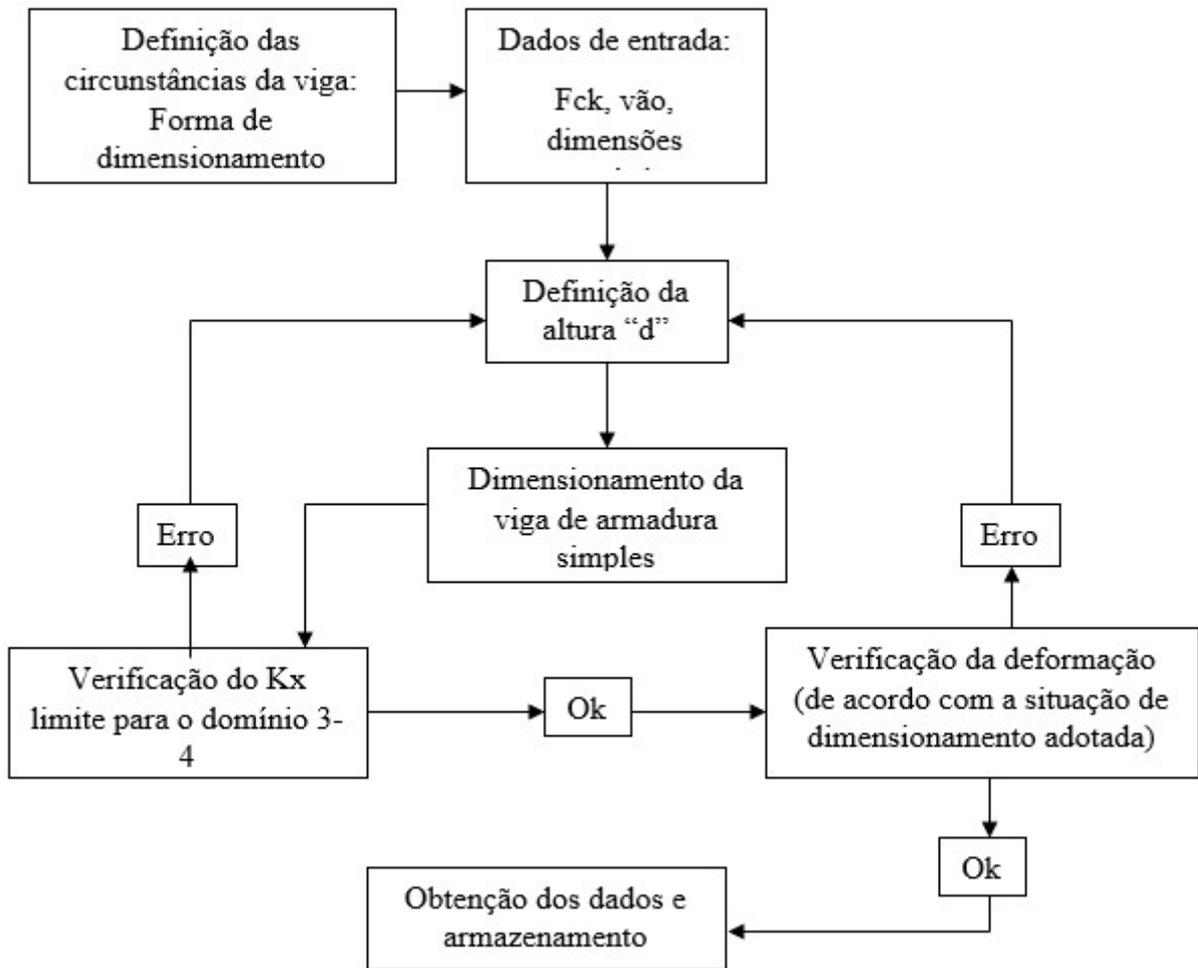
Foram utilizados como base para a aferição e criação das planilhas exemplos relacionados ao: cálculo da armadura de flexão, com o uso de fórmulas adimensionais para o dimensionamento de seções retangulares; cálculo de seções com armadura dupla; e cálculo de armadura em vigas de seção transversal em forma de T. (CARVALHO; FIGUEIREDO, 2014, p:128 - 142).

Para o cálculo da armadura transversal, foram utilizadas as fórmulas disponibilizadas pela norma de concreto armado (NBR 6118/2014) no seu item 17.4.2. Neste tópico é feita a verificação do estado limite último para os efeitos cortantes e há a demonstração de dois modelos de cálculo que podem ser utilizados. Além disso, foram adotadas fórmulas para o cálculo da armadura de pele, baseadas no item 17.3.5.2.3 da NBR 6118/2014, e também para a flecha das vigas, por meio dos cálculos dos deslocamentos em vigas que utilizam o método simplificado de Branson para flecha imediata (CARVALHO; FIGUEIREDO, 2014, p:168 - 201).

### *3.2.1 Roteiro de Dimensionamento da viga de armadura simples*

Demonstração do procedimento adotado para a realização do dimensionamento da viga de armadura simples neste trabalho, representado pela figura 7.

Figura 7 - Fluxograma do roteiro de dimensionamento da viga de armadura simples.



Fonte: Autor (2021)

No dimensionamento da viga de armadura simples, os dados de entrada relacionados à dimensão geométrica são apenas a largura da seção e o cobrimento. A altura da viga, como visto anteriormente, passará por variações a fim de ser encontrado o menor valor possível.

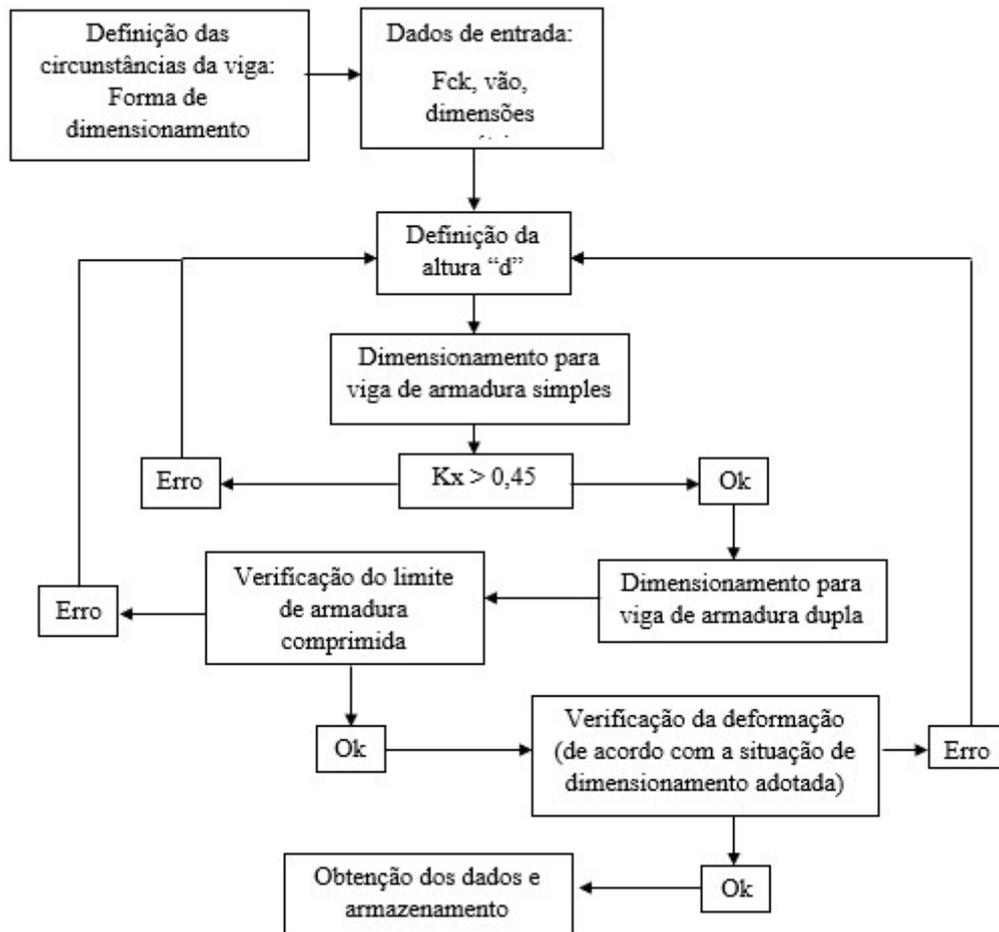
Com relação às restrições para a viga de armadura simples foi adotado o  $K_x$  limite de 0,45, de acordo com a NBR 6118/2014, que estipula uma porcentagem limite para compressão na área da seção da viga. Deste modo a viga deve estar no domínio 3.

Como pode ser observado no roteiro do dimensionamento, demonstrado na figura 7, a altura da viga pode então ser restringida de duas maneiras, pelo domínio (ELU) e pela flecha (ELS). O estado limite de serviço, no entanto, foi considerado apenas quando a situação de dimensionamento adotada foi para o ELS.

### 3.2.2 Roteiro de Dimensionamento de viga de armadura dupla

Demonstração do procedimento adotado para a realização do dimensionamento da viga de armadura dupla neste trabalho, representado pela figura 8.

Figura 8 - Fluxograma do roteiro de dimensionamento da viga de armadura duplas.



Fonte: Autor (2021)

No dimensionamento da viga de armadura dupla, com o roteiro descrito na figura 8, os dados de entrada relacionados à dimensão geométrica são, do mesmo modo que na viga de armadura simples, apenas a largura da seção e o cobrimento. A altura da viga, como visto anteriormente, passará por variações a fim de ser encontrado o menor valor possível.

Após a definição da altura da viga é feita uma simulação de dimensionamento para uma viga simples. Com isso, é possível verificar o domínio que a viga estaria para uma viga de armadura simples. Se a viga estiver no domínio 4 ela pode ser dimensionada tanto para viga de armadura dupla quanto de seção em T. Além da necessidade de estar dentro do domínio a viga

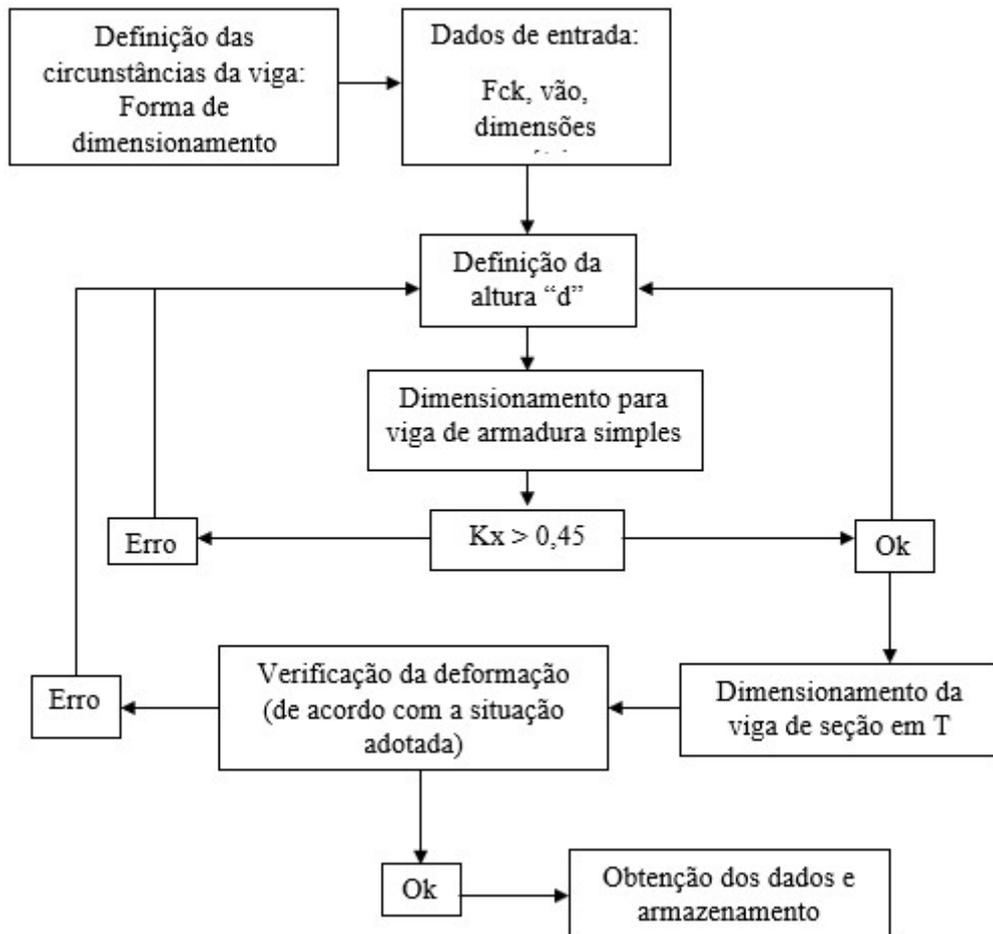
de armadura dupla também deve ter sua armadura de compressão limitada de acordo com o máximo de momento fletor da seção que ela pode absorver. Segundo prescrições de alguns autores a parcela do momento resistido pela armadura de compressão deve ser um terço menor que o momento resistido pela seção total.

A flecha da viga também serviu como restrição para o seu dimensionamento, como observado também no roteiro de dimensionamento da viga de armadura simples, mas apenas quando a situação à qual a viga foi dimensionada estabeleceu uma restrição pela flecha máxima, com ou sem contra flecha.

### 3.2.3 Roteiro de Dimensionamento da viga de seção em T

Demonstração do procedimento adotado para a realização do dimensionamento da viga de seção em T neste trabalho, representado pela figura 9.

Figura 9- Fluxograma do roteiro de dimensionamento da viga de seção em T.



No dimensionamento da viga de seção em T, os dados de entrada relacionados à dimensão geométrica são, diferente dos utilizados nas vigas de armadura simples e dupla, a largura da alma, a largura da mesa colaborante, a altura da mesa colaborante e o cobrimento da armadura. A altura da viga, como visto anteriormente, passará por variações a fim de ser encontrado o menor valor possível.

Semelhante ao que ao procedimento feito na viga de armadura dupla, e devido à natureza destas vigas resistirem à maiores esforços, foi realizado uma simulação de dimensionamento para uma viga simples. Assim, é possível verificar o domínio em que a viga estaria considerando uma viga de armadura simples. Se a viga estiver no domínio 4 ela pode ser dimensionada tanto para viga de armadura dupla quanto de seção em T.

A flecha da viga também serviu como restrição para o seu dimensionamento, como observado no roteiro de dimensionamento da viga de armadura simples e dupla, mas apenas quando a situação à qual a viga foi dimensionada estabeleceu uma restrição pela flecha máxima, com ou sem contra flecha.

### **3.3 Custos das vigas**

Uma etapa importante e essencial para a comparação da eficiência econômica entre as vigas analisadas é a determinação dos custos dos materiais e da mão de obra. Para a obtenção destes dados foi utilizado o sistema nacional de pesquisa de custos e índices da construção civil (SINAPI, 2020) uma ferramenta utilizada pela administração pública federal e por muitas empresas privadas para a determinação dos serviços e materiais de uma obra. Este sistema oferece duas opções de valores para seus dados: uma é pela forma desonerada, ou seja, não é considerado os encargos trabalhistas nos custos da mão de obra; a outra é a não desonerada em que está presente os valores devido aos encargos. Esta opção foi a utilizada neste trabalho para fazer as análises das vigas.

Os dados disponibilizados pela SINAPI podem ser encontrados em três formas: Insumos, composição sintética e composição analítica. A primeira descreve todos os materiais e mãos de obra que em conjunto criam um serviço de engenharia. A segunda refere-se a todos os serviços que podem ser executados com as suas descrições e os respectivos custos. E a última traz não apenas os serviços, mas detalha a sua composição, ou seja, os insumos necessários para a execução.

Para a realização deste trabalho foi utilizada a tabela da composição analítica pois ela disponibiliza além dos serviços as porcentagens de materiais e mãos de obra utilizados. Com estas informações é possível conhecer não apenas o custo do serviço, mas também o custo dos materiais utilizados.

Tabela exemplo do uso das composições para o cálculo dos custos das vigas.

Tabela 9- Exemplo de composição analítica.

Vínculo	Código	Descrição	Unidade	Orig. preço	Coefic.	Preço unitário	Preço total
	94971	CONCRETO FCK = 25MPA, TRAÇO 1:2,3:2,7 (CIMENTO/ AREIA MÉDIA/ BRITA 1) PREPARO MECÂNICO COM BETONEIRA 600 L. AF_07/2016	M3				
I (1)	370	AREIA MEDIA - POSTO JAZIDA/FORNECEDOR (RETIRADO NA JAZIDA, SEM TRANSPORTE)	M3	C (2)	0,727 (3)	85 (4)	61,79
I	1379	CIMENTO PORTLAND COMPOSTO CP II-32	KG	CR	364,94	0,56	204,36
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

	Preço	Porcent.
EQUIPAMENTO :		
MATERIAL :		
MAO DE OBRA :		
TOTAL COMPOSIÇÃO :		
- ORIGEM DE PREÇO: CR		

Fonte: SINAPI (2020)

- (1) – O vínculo pode ser de dois tipos: Insumo, referente ao material utilizado, representado pela letra I; e Consumo, relacionado à utilização de mão de obra ou equipamento,
- (2) – A origem do preço refere-se à forma de coleta do preço que podem ser de três maneiras: Coletado pelo IBGE, representado pela letra C; Preço obtido por meio de coeficiente de representatividade do insumo (sigla CR); e preço atribuído com base no preço do insumo para a localidade São Paulo/SP (sigla AS).

- (3) – O coeficiente é um valor que relaciona a parcela do valor unitário total que será utilizada neste serviço.
- (4) – Preço do elemento para uma unidade completa.

Na descrição analítica de um serviço, como observado na tabela 9, é possível obter várias informações a respeito de cada material ou serviço utilizado para compor o serviço geral. Também é possível visualizar que há duas tabelas, a primeira descreve detalhadamente cada componente do serviço geral, a segunda resume a parcela dos valores para cada elemento classificatório (equipamento, material, mão de obra, etc.)

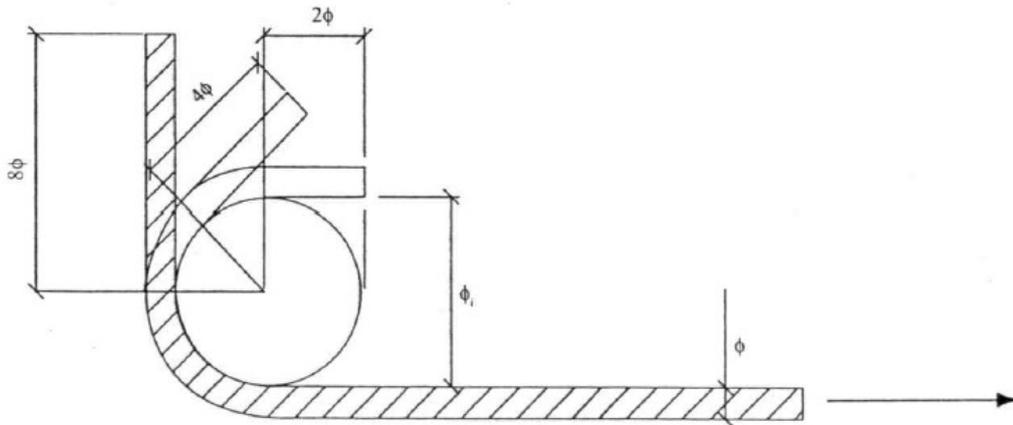
Assim, com as informações obtidas da composição analítica é possível obter dados necessários para fazer a comparação dos custos entre as vigas. A partir do custo de ferragens de um determinado diâmetro, custo de construção de formas para as vigas ou custo para lançamento de concreto na viga, por exemplo, é feito uma tabela relacionada aos tipos de vigas e assim plotado um gráfico que permita uma análise do desempenho das vigas para vários parâmetros. Estes podem ser comprimento, altura, ou peso próprio.

### **3.4 Comprimento das armaduras**

Feito o dimensionamento das vigas de armadura simples, dupla e de seção em T, é necessário determinar o comprimento que as barras irão possuir para que estejam devidamente ancoradas na viga. Com isto, será possível calcular o peso total do aço das vigas, pela multiplicação do comprimento pela densidade linear, e o custo do aço das mesmas.

Para o aço longitudinal tracionado, além da parcela calculada no dimensionamento, foi adicionado um comprimento nas suas extremidades referentes à ancoragem necessária na viga. Ela é feita dobrando-se a extremidade da barra em um ângulo de  $90^\circ$  e, para isto, necessita de uma sobra na sua extensão. O item 9.4.2.3 (Ganchos das armaduras de tração) da NBR 6118/2014 determina qual o tipo de gancho que pode ser utilizado e as condições para o seu uso. Eles podem resumidos pela figura 10:

Figura 10 - Geometria dos ganchos de barras tracionadas, em Ângulo reto, 45° interno e semicircular.



Fonte: Carvalho e Figueiredo (2014)

Figura 11 - Representação da armadura de tração com a ancoragem.



Fonte: Autor (2021)

A figura 11 demonstra como a armadura longitudinal tracionada que fica em qualquer viga ao considerar um comprimento de ancoragem, representado pela letra “a”. Este comprimento tem importância no comprimento total da armadura utilizada e permite uma melhor aproximação da quantidade de armadura usada.

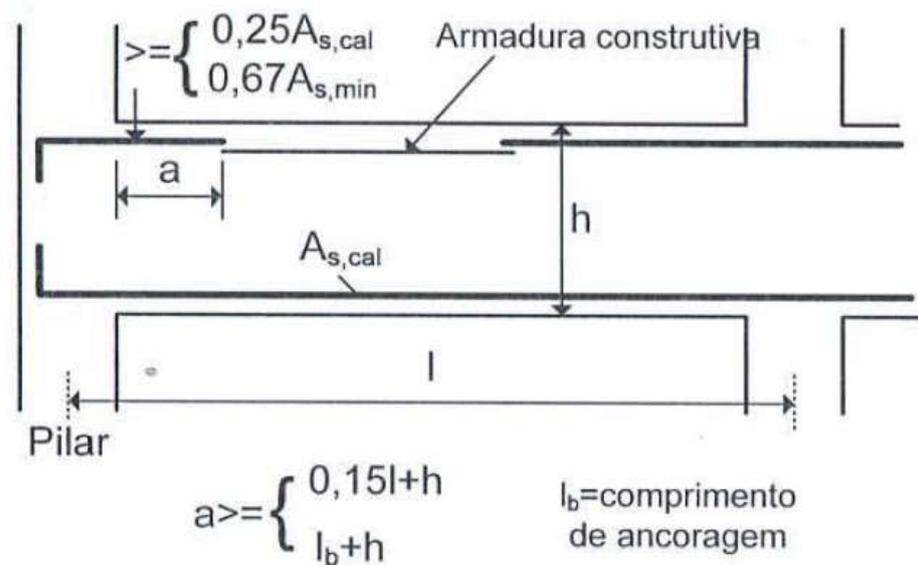
Toda a armadura transversal foi utilizada para o modelo de cálculo da biela de 45°. Além disso, todo aço desta armadura, e também da armadura de pele, teve um diâmetro adotado de 6,3 mm.

Os estribos também possuem um comprimento de ancoragem, do mesmo modo que a armadura de tração. Esta consideração foi baseada pelo item 9.4.6.1, da NBR 6118/2014, que trata dos ganchos do estribo. Estes variam de acordo com a forma do gancho, o aço utilizado e a bitola da barra. Como foi adotado um gancho de 90°, o aço CA-50 e a bitola da barra de 6,3 mm para todas as barras, foi definido um comprimento de ancoragem de 7 cm de comprimento, conforme estabelecido pela norma

Também foi considerado uma armadura porta estribo nas vigas que não utilizam armadura dupla, ou seja, viga de armadura simples e viga de seção em T. Isto foi considerado pois, por questões construtivas, as vigas necessitam de uma armadura superior, mesmo que não seja

solicitada, para dar sustentação aos estribos. Além disso, foram adotadas também armaduras sobre apoio, dimensionadas em função da área de aço da armadura longitudinal tracionada, conforme demonstrado na figura 12.

Figura 12 - Armadura negativa nos apoios de extremidade - alternativa de projeto.



Fonte: Araújo (2003)

Na figura 12 é possível determinar o comprimento do transpasse da armadura sobre apoio, que tem relação com a altura da viga, o comprimento do vão, e o comprimento de ancoragem. Este é calculado seguindo o mesmo procedimento utilizado para a armadura de tração.

Nas vigas de armadura duplas, diferente do exposto na figura 12, não há armadura porta estribo, ou construtiva, logo ocorre uma extensão da armadura de compressão ou, dependendo dos valores encontrados no dimensionamento, uma adição de uma armadura para complementar a necessidade de aço.

Além das armaduras já mencionadas, para vigas que possuíam altura maior que sessenta centímetros foram acrescentados de uma armadura de pele conforme determinado pelo item 17.3.5.2.3 da norma NBR 6118/2014. Esta armadura foi considerada como aço CA-50 e bitola de 6,3 milímetros para todas as vigas que a utilizaram.

Com estas considerações acerca do comprimento total das barras, é possível obter o peso total de cada barra pelo diâmetro correspondente. A coleta destes dados permite que seja

calculado o custo do aço total de uma determinada viga e, conseqüentemente, efetuar comparações e análises com outras vigas.

### 3.4.1 Cálculo automático de bitola

Para aumentar a rapidez do cálculo do total de armadura das vigas, e evitar que a escolha da bitola do aço fosse feita de modo manual, escolhendo-se os diâmetros para cada armadura longitudinal, foi utilizado um sistema de escolha automático de bitola, desenvolvido pelo autor.

Este algoritmo foi utilizado para calcular o diâmetro mínimo necessário para a armadura longitudinal tracionada, armadura de compressão e armadura sobre apoio. Ele funciona por meio de um banco de dados que armazena várias combinações de até duas armaduras diferentes com a respectiva área de aço que elas conseguem suprir. Assim, para uma determinada área de aço calculada, um mecanismo de busca é realizado para encontrara a combinação de bitolas que oferecem a maior eficiência possível.

Um trecho deste algoritmo está representado na tabela 11, é possível visualizar a soma que duas bitolas, em quantidades diferentes, conseguem obter para área de aço. Esta é então utilizada para comparação e escolha com a área de aço necessária da viga.

Tabela 10 - Exemplo do algoritmo de escolha automática da bitola do aço.

Áreas de aço (cm <sup>2</sup> )	Bitola	n°	Bitola	n°
1,570796327	10	2	0	0
1,628758711	8	2	6,3	2
1,882520858	10	2	6,3	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Fonte: Autor (2021)

## 4 ESTUDO DE CASO

Como a finalidade deste trabalho é realizar uma análise comparativa da altura, do volume de concreto, do peso do aço e do custo dos materiais consumidos, foi determinada uma série de condições para delimitar os limites das análises do objeto de estudo. Estas condições vão desde o arranjo estrutural em que a viga analisada está inserida até às características dos materiais que compõem a viga.

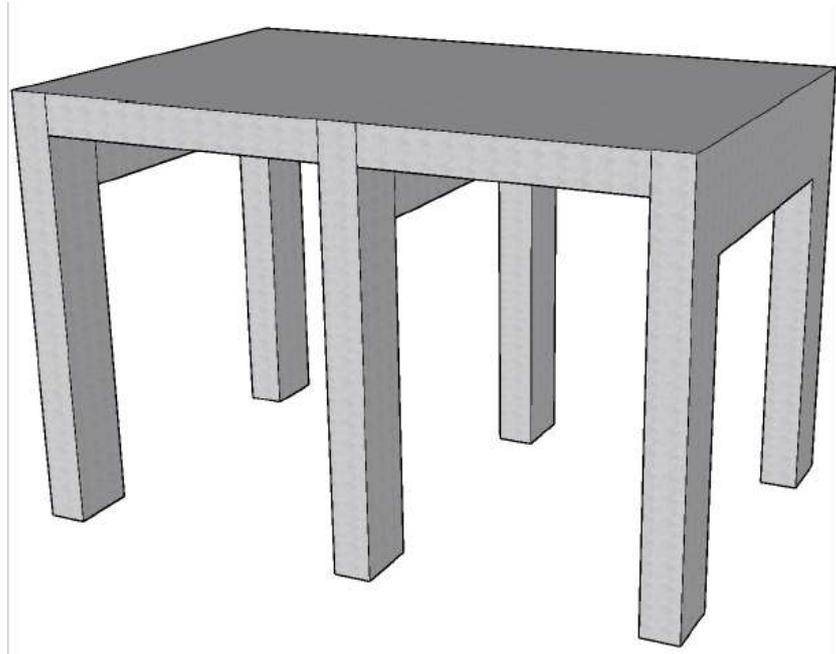
Foi criada uma estrutura simples composta por pilares, vigas e lajes para representar o esquema de cargas a qual as vigas analisadas estariam submetidas. Deste modo, foi possível estimar como a viga se comportaria em uma situação real em que fosse observado à mesma condição que a encontrada na estrutura desenhada.

A viga objeto de estudo do modelo estrutural criado para a análise dos carregamentos foi definida como viga modelo. Ela é assim chamada pois se comporta como uma viga genérica e tem como finalidade servir como objeto de análise do carregamento da situação a qual está inserida, de modo que uma determinada viga que esteja sob as mesmas condições utilize dos mesmos resultados.

### 4.1 Modelo estrutural

Para representar o modelo estrutural utilizado na análise do carregamento a qual a viga modelo está submetida, foi usado o *Software* de modelagem 3D Sketchup® para desenhar a estrutura de concreto armado. Ela ilustra a disposição geométrica da viga modelo em uma situação usual de construção de pavimentos, e permite ver a disposição dos elementos estruturais e como as cargas estão distribuídas da laje para as vigas. O arranjo geométrico do modelo estrutural pode ser visualizado na figura 13.

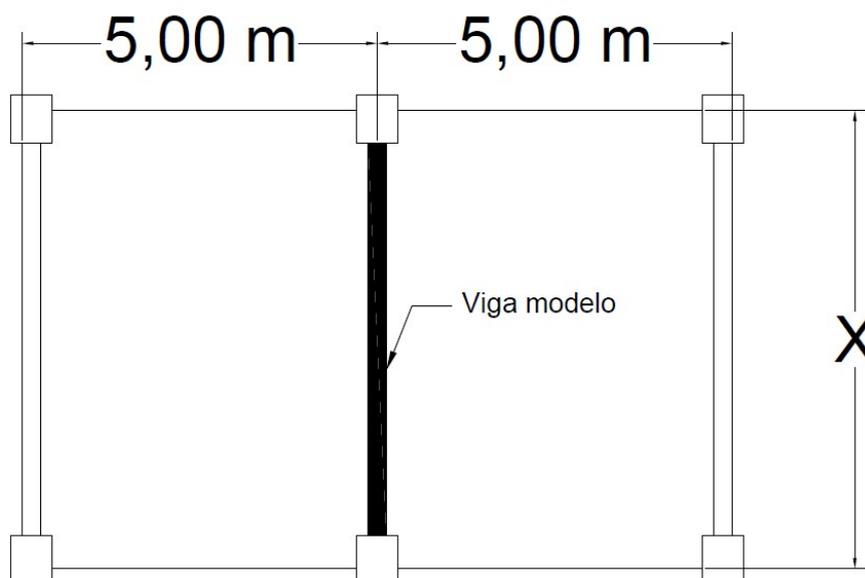
Figura 13 - Representação 3D do modelo estrutural para análise do carregamento sobre a viga modelo.



Fonte: Autor (2021)

Esta representação geométrica 3d do modelo estrutural (figura 13) demonstra como seria a situação real a qual a viga modelo estaria submetida. Observa-se que a laje é do tipo maciça e há 3 vigas, duas nas extremidades e uma no centro, suspensas por 6 pilares. As dimensões desta estrutura podem ser observadas numa representação gráfica plana como pode ser visualizada na figura 14.

Figura 14 - Representação da laje do modelo estrutural.



Fonte: Autor (2021)

Na representação gráfica da estrutura criada, pode-se observar, como indicado na figura 14, que a viga modelo é a viga que está na parte central da estrutura. Ela recebe carga de duas lajes idênticas, com as mesmas dimensões, e que estão apoiadas, também, por vigas nas extremidades. Este arranjo simplifica o cálculo da área de influência da laje sobre as vigas pois, devido a simetria da viga, os cálculos podem ser feitos apenas para uma laje e depois duplicados.

As medidas dos elementos estruturais foram definidas apenas para os elementos que tem relevância na análise da viga modelo. Assim, os elementos cujas dimensões possuem importância para os fins deste trabalho são as lajes e as vigas. As lajes são consideradas maciças e possuem uma altura de 10 centímetros, elas também possuem uma largura de 5 metros, como observado na imagem, e um comprimento variável "X". Esta incógnita varia de acordo com o comprimento do vão e tem influência direta no cálculo do carregamento. Além disso, as vigas possuem largura de 20 centímetros e altura variável, de acordo com os resultados do dimensionamento.

As dimensões dos pilares não foram necessárias para a análise das vigas pois elas foram consideradas apenas apoiadas sobre eles, isto é, uma viga sem engastamento. Com relação à altura do pilar, foi considerado apenas que o pé direito da estrutura é simples, conforme o modelo mais recorrente encontrado nas obras. Além disso, não foram utilizadas cargas de vento

no modelo estrutural, haja visto que a finalidade do estudo é somente verificar o efeito do carregamento nos vários tipos de vigas e para vários comprimentos.

## 4.2 Determinação do carregamento

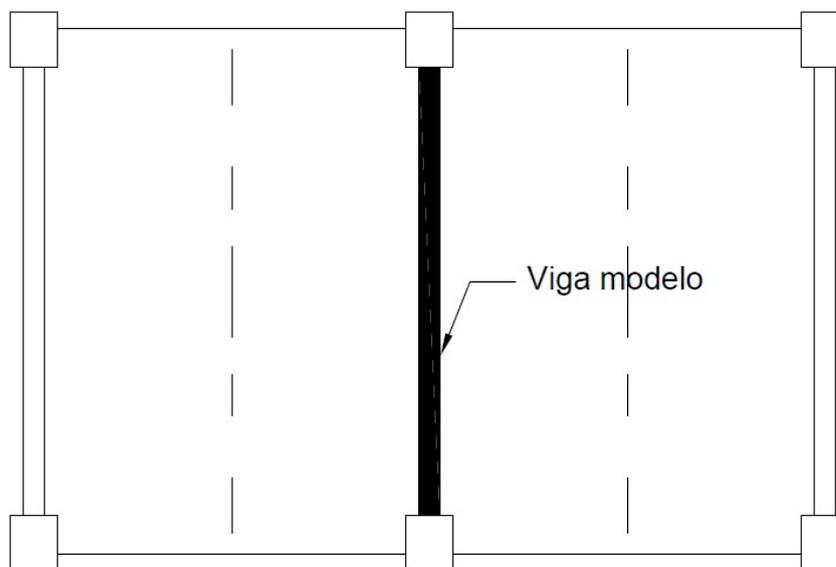
Para realizar a análise das vigas, foi necessário definir, além do arranjo estrutural a qual a viga modelo está submetida, as condições de carregamento da viga. Para definir a carga atuante sobre a viga, que será utilizada no seu dimensionamento, é necessário diferenciar a origem dos carregamentos que atuam sobre ela.

As cargas que atuam sobre a viga modelo e influenciam no dimensionamento são de três tipos:

- Carga permanente da viga, relacionada ao peso próprio e está em função do volume da viga e do peso específico do concreto;
- carga permanente da laje, oriunda do peso próprio da laje e de todos os elementos fixos sobre ela;
- carga variável da laje, relacionada às condições de serviços adotadas para a laje.

Com relação aos carregamentos provenientes da laje, eles estão vinculados à área de influência da laje, ou seja, a região que influenciará na carga recebida pela viga modelo. Assim, visto que a laje é do tipo maciça e está apoiada na viga central e em duas vigas de extremidade, foi considerado que a área de influência é composta pela metade da área de uma laje, como pode ser observado na figura 15.

Figura 15 - Representação da laje do modelo estrutural com divisão das áreas de influência.



Fonte: Autor (2021)

Pela figura 15, a viga modelo, que corresponde à viga central da estrutura, tem uma área de influência proveniente de duas lajes simétricas e do tipo retangular. Isto é demonstrado pela área, definida pela linha pontilhada, nas proximidades da viga modelo. Assim, conhecido que a largura de cada laje e o comprimento do vão da viga, é possível determinar a área e, por conseguinte, o carregamento sobre a viga.

Definida a área de influência da laje para a viga modelo, é possível calcular a carga total da parcela da laje sobre a viga e, conseqüentemente, a carga linear distribuída (KN/m) sobre a viga modelo, que será utilizada no dimensionamento das vigas de armadura simples, dupla e de seção em T, que são objetos de estudo deste trabalho.

O carregamento da laje é constituído por uma composição de cargas permanentes e variáveis. Estas, são as cargas de utilização pois estão de acordo com o carregamento previsto para os fluxos de pessoas ou peso dos móveis. Aquelas, referem-se à todas as cargas que não variam, são elas: peso próprio, peso do revestimento e peso do pavimento.

Para a determinação das cargas da laje, foi utilizada a NBR 6120/2019 (ações para cálculo de estruturas de edificações) que disponibiliza tabelas com valores de cargas para cada material considerado e para cada situação de serviço que a estrutura poderá ser submetida. A composição das cargas da laje pode ser observada na tabela 11.

Tabela 11 - Composição das cargas da laje.

Composição das Cargas na Laje		
Peso próprio	2,5	KN/m <sup>2</sup>
Acabamento	1	KN/m <sup>2</sup>
Revestimento	1	KN/m <sup>2</sup>
Sobre Carga	2,5	KN/m <sup>2</sup>
Total	7	KN/m <sup>2</sup>

Fonte: Autor (2021)

Como a laje escolhida para o modelo estrutural é do tipo maciço com altura de 10 centímetros, ao ser adotado um peso específico aparente para o concreto armado de 25 KN/m<sup>3</sup> o carregamento proveniente do peso próprio da laje resulta em 2,5 KN/m<sup>2</sup>.

Também foi considerado que sobre a laje há uma camada de acabamento, para regularizar e elevar o nível do piso, e uma camada de revestimento de piso cerâmico. Ambas camadas foram consideradas com um carregamento de 1 KN/m<sup>2</sup> sobre a laje.

Na escolha da condição de serviço a qual a laje estará submetida, foi adotada a sobrecarga proveniente de balcões, sacadas, terraços ou varandas de edifícios residenciais. Este tipo de sobrecarga possui um carregamento sobre a laje de 2,5 KN/m<sup>2</sup>, conforme descrito na NBR 6120/2019, no seu item 6.2 cargas variáveis

### 4.3 Considerações de projeto

Para definir os limites de aplicabilidade dos resultados alcançados foram determinadas condições para as vigas. As considerações abrangem desde as características dos materiais que compõem as vigas de concreto armado até as condições de apoio. Segue abaixo tópicos com todas as condições utilizadas nas vigas estudadas.

- A resistência característica do concreto à compressão ( $f_{ck}$ ) utilizada nos concretos que compõem as vigas analisadas foi de 25 MPa, sendo variado apenas nas análises sobre o efeito da variação do  $f_{ck}$ . Este tipo de concreto é muito utilizado em obras residenciais e é usado com finalidades estruturais em vigas, pilares, fundações e lajes. Concretos com menor resistência não são indicados para estruturas, já concretos com maior resistência precisam de maior controle, encontrado apenas em obras grandes.

- Foi adotado para todas as vigas uma largura da alma ( $b_w$ ) igual a 20 centímetros.
- Para a laje foi adotada uma espessura de 10 centímetros e acima dela também foi considerado duas camadas de materiais: o pavimento para regularizar e nivelar o piso; e uma camada de revestimento cerâmico.
- No dimensionamento das vigas foi utilizado um cálculo iterativo para descobrir a menor altura possível para uma determinada situação de carga e comprimento do vão. Todos os resultados obtidos foram para vigas com alturas otimizadas.
- O momento fletor solicitado foi majorado por 1,4 para ser utilizado como momento fletor de cálculo em todas as vigas.
- O carregamento sobre a viga foi considerado distribuído de modo linear e uniforme, e não possui cargas pontuais sobre ela. Também não foi considerado cargas provenientes de paredes.
- Nas condições de apoio todas as vigas foram consideradas bi apoiadas. Assim, todo o momento fletor da viga é resistido pela própria viga, não há transferência de momento para o pilar.
- Para todos os aços utilizados nas armaduras foi adotado a classe CA – 50 que possui módulo de elasticidade de 200 GPa. Este tipo é mais facilmente encontrado no mercado e já é amplamente utilizado nas obras de construção civil de concreto armado no Brasil.
- As barras de aço utilizadas para as armaduras, estribos e vergalhões, são todas nervuradas e estão em conformidade com o item 4.2.1 da NBR 7480 (configurações geométricas de barras nervuradas – Categoria CA – 50).
- Para todos os estribos, armaduras de ligação mesa alma, armaduras de pele e armaduras porta estribo foi utilizado aço com diâmetro de 6,3 mm. Este aço é comumente utilizado como armadura transversal e possui fácil disponibilidade no mercado e larga utilização na construção civil.
- Para o dimensionamento das vigas não foi considerado efeitos laterais como a ação do vento nas estruturas. Os cálculos foram feitos apenas para o caso da flexão simples das vigas.
- No dimensionamento das vigas não foi considerado situações de incêndio ou alterações térmicas relevantes que impliquem na dilatação da estrutura e, conseqüentemente, alterações nos parâmetros de cálculo.

- Foram consideradas dobras nas pontas das barras de aço para aumentar a fixação no concreto e aproximar os resultados de uma situação real. O comprimento adicionais para as dobras foram calculadas de acordo com a NBR 6118/2014.
- Foram utilizadas armaduras de pele nas vigas em que, segundo a NBR 6118/2014, apresentam altura maior que 60 centímetros.
- Foi adotado um limite de deformação de  $L/250$ , conforme a NBR 6118/2014, para todas as vigas dimensionadas.
- Nas abas das vigas de seção em T foi utilizado o maior comprimento possível, que depende apenas do comprimento da viga pois a laje considerada permite o uso da maior mesa possível para uma viga de 10 metros.
- O  $K_x$ , obtido por meio do pré-dimensionamento de uma viga de armadura simples, utilizado para verificação do dimensionamento das vigas de seção em T e vigas de armadura dupla, não possui valor maior que 1,0.

## 5 RESULTADOS

Os resultados foram organizados de modo a possibilitar uma visão geral e analítica do conjunto de dados coletados. Para isso, foram analisadas quatro características das vigas que são a altura, o volume de concreto, o peso em quilos de aço e o custo. Além disso, no final foram verificadas correlações para o custo das vigas.

Na análise da altura, volume de concreto e peso do aço das vigas foram realizados três tipos de análises: Comparação entre os tipos de vigas para um  $f_{ck}$  de 25 MPa; verificação dos efeitos que os tipos de restrições causam nas vigas; e análise da variação do  $f_{ck}$  no comportamento da característica observada.

É importante ressaltar que no caso das vigas de seção em T, as abas da viga tiveram o maior valor possível para o vão correspondente. O comprimento da laje, neste caso, não interferiu no comprimento da aba pois a laje possui largura suficiente para a aba máxima de uma viga de seção em T com 10 metros de comprimento.

### 5.1 Análise da altura das vigas

Cada um dos modelos de vigas estudados neste trabalho, viga de armadura simples, viga de armadura dupla e viga de seção em T, apresentam valores de altura próprios para as mesmas situações de carregamento. Assim, é possível fazer comparações com relação ao  $f_{ck}$  ou com relação à determinação de uma restrição ao dimensionamento. Além disso, pode-se também descobrir para qual situação cada tipo de viga é mais adequada.

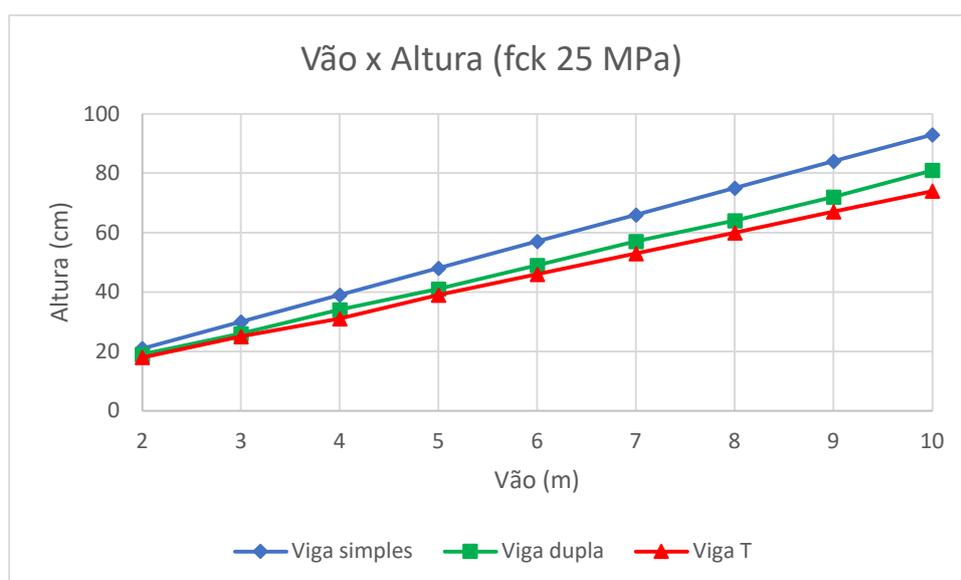
A análise da altura das vigas foi realizada para três situações distintas, divididas em três tópicos. Uma análise para verificar o comportamento entre os tipos de vigas para um  $f_{ck}$  fixo de 25 MPa. Outra é responsável por verificações dos efeitos que as restrições ao dimensionamento pela flecha máxima implicam na altura da viga, para um  $f_{ck}$  de 25 MPa. Por último foi analisado o efeito que a variação do  $f_{ck}$  promove na altura das vigas estudadas.

### 5.1.1 Análise comparativa entre os modelos de vigas para $f_{ck}$ de 25 MPa

Para comparar as alturas obtidas entre os três modelos de vigas, considerando um  $f_{ck}$  de 25 MPa, foi realizado o dimensionamento de cada tipo de viga para nove vãos diferentes. Os resultados foram organizados para traçar um gráfico do vão pela altura como pode ser visto no gráfico abaixo.

No gráfico representado na figura 16, o dimensionamento das vigas foi realizado sem considerar uma restrição para a flecha máxima (ELU), ou seja, é permitido que as flechas das vigas sejam maiores que o limite imposto pela condição de serviço. Desse modo, pode-se dizer que as vigas estão dimensionadas apenas para o estado limite último e alcançam a maior eficiência possível, o que corresponde à menor altura que elas podem alcançar.

Figura 16 - Gráfico Vão x Altura ( $f_{ck} = 25$  MPa)



Fonte: Autor (2021)

Como pode ser visto na figura 16 acima, há a formação de uma reta que ocorre devido a proporcionalidade entre o aumento do vão e o aumento da altura da viga. Esta relação ocorre em todas as vigas e pode ser verificada analisando-se os valores das alturas pelos vãos. Na viga de armadura simples, por exemplo, para uma viga de 3 metros é utilizada uma altura de 30 centímetros, para uma viga de 4 metros a altura correspondente é de 39 centímetros, já para uma viga de 5 metros a altura equivale a 48 centímetros. Assim, haja visto que esta proporção ocorre para todos os vãos, conclui-se que há um aumento de 9 centímetros para cada metro de

vão aumentado da viga de armadura simples. Esta relação também se aplica à viga de armadura dupla, com um aumento de 8 centímetros para cada metro de comprimento de viga aumentado, e na viga de seção em T, com um aumento de 7 centímetros na altura da viga.

É percebido pelo gráfico que a viga de seção em T é a que apresenta o melhor rendimento de altura por vão, pois ela consegue obter menores valores de altura para um mesmo vão em relação às outras vigas. Por outro lado, a viga de armadura simples é a que possui pior rendimento de altura por vão, ou seja, com a maior altura para um mesmo vão em comparação à outras vigas.

Nota-se também que à medida que o vão aumenta, cresce a diferença de altura entre as vigas. Isto é justificado pela razão de aumento da altura de cada viga pois, como já foi verificado, vigas de armadura simples aumentam 9 centímetros de altura para cada incremento de 1 metro no vão, vigas de armadura dupla e vigas de seção em T crescem cerca de 8 e 7 centímetros, respectivamente. Assim, é visto, por exemplo, que a diferença entre a altura de uma viga de armadura simples e a altura de uma viga de seção em T para um vão de 3 metros é de 5 centímetros, e para um vão de 10 metros é 19 centímetros.

Pode-se inferir, portanto, que para vãos pequenos, 2 ou 3 metros de comprimento não há grandes diferenças de altura entre os três tipos de vigas, haja visto que a maior diferença seja de 5 centímetros entre a viga de armadura simples e a viga de seção em T, para o vão de 3 metros. Já para vigas de 4 a 7 metros de comprimento a viga de armadura simples pode se tornar inadequada para determinadas situações pois a sua altura pode diferir de até 11 centímetros para uma viga de seção em T, e de 8 centímetros para uma viga de armadura dupla, considerando um vão de 6 metros. Por fim, para vigas de 8 a 10 metros de vão, a viga de armadura dupla ainda não se torna tão inviável quanto a viga de armadura simples, que chega a 17 centímetros de diferença em relação à altura da viga de seção em T com 9 metros de vão, ela chega à apenas 5 centímetros de diferença para as mesmas condições.

### ***5.1.2 Efeito das restrições ao dimensionamento na análise do $f_{ck}$ 25 MPa***

As restrições para as quais as vigas serão submetidas no dimensionamento para a análise dos resultados são, como expostas na metodologia, relativas à flecha que a viga deve obedecer, ou seja, ao estado limite de serviço. Há duas combinações de restrições que foram consideradas,

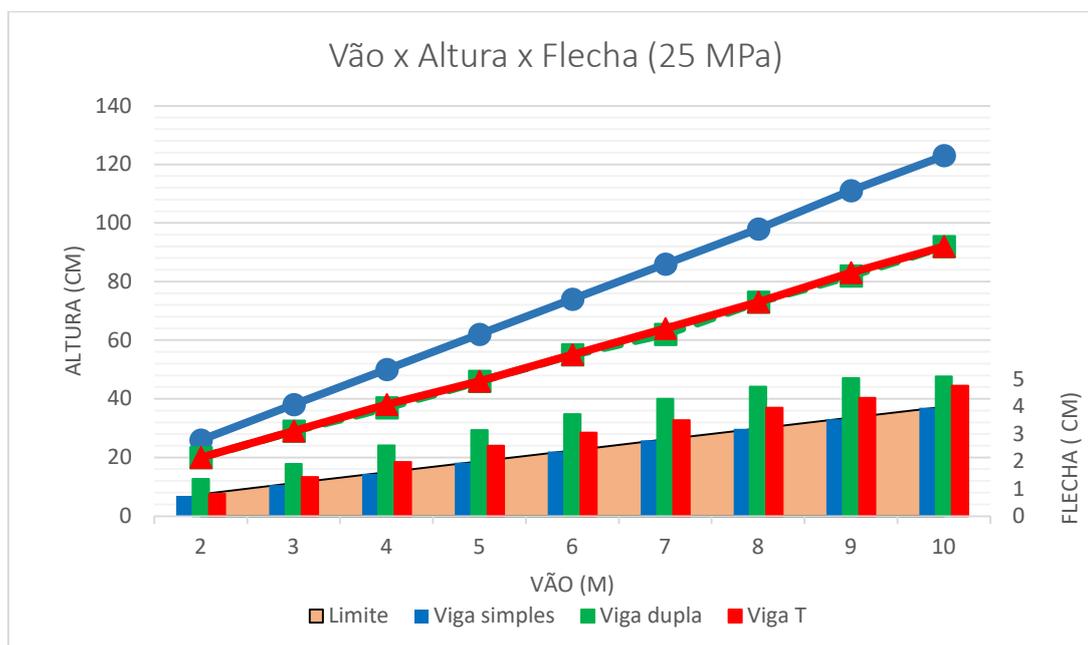
são elas: Dimensionamento com restrição na flecha máxima (ELS) sem considerar contra flecha; Dimensionamento com restrição na flecha máxima (ELS) considerando a contra flecha

Para ser analisado como as vigas se comportam em relação às restrições no seu dimensionamento, foram traçados gráficos com três eixos com informações sobre a altura, o vão e a flecha obtida pela deformação da viga. Este gráfico permite analisar como a flecha da viga está se comportando em relação à determinada altura.

#### 5.1.2.1 Dimensionamento com restrição pela flecha (ELS) sem contra flecha

Neste tópico foi considerado o dimensionamento com restrição pela flecha, sem que fosse utilizado o recurso da contra flecha. A não utilização desta possibilidade faz com que a viga alcance maiores valores de flecha e, conseqüentemente, tenha que ser adotado maiores alturas para que a viga fique dentro do limite de deformação. Este limite, conforme exigido pela situação de restrição pela flecha, deve ser obedecido.

Foi realizado o dimensionamento para os três modelos de vigas para nove vãos em ordem crescente indo de 2 a 10 metros, com incrementos de 1 metro. Além dos dados sobre a altura das vigas também foram utilizados dados sobre as flechas obtidas pelas vigas e o limite determinado pela condição de serviço. Desse modo, o gráfico (figura 17) possui três eixos que correspondem ao vão, a altura e à flecha da viga. As linhas representam a altura que cada modelo de viga obteve para cada vão correspondente, ou seja, para um determinado vão as vigas possuem diferentes alturas. Na parte inferior está um pequeno gráfico que mostra a deformação correspondente para cada viga em cada vão representadas por colunas.

Figura 17 - Gráfico Vão x Altura x Flecha ( $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ )

Fonte: Autor (2021)

Pode-se inferir do gráfico (figura 17) que não é possível dimensionar a viga com seção em T e a viga de armadura dupla para esta situação de restrição pela flecha sem o uso de uma contra flecha. Isto ocorre porque a maior altura que pode ser obtida por estas vigas, sem que ela se torne desnecessária e possa ser substituída por uma viga de armadura simples, não é suficiente para diminuir a flecha para dentro dos limites estabelecidos pela condição de serviço.

A solução para esta particularidade da viga com seção em T e de armadura dupla, que ocorre nas condições de dimensionamento que foram impostas, pode ser a adoção de uma contra flecha, a fim de diminuir a flecha total da viga, ou a alteração no  $f_{ck}$  da viga, de modo que seja alterado a capacidade de resistência das vigas.

É importante observar que, tanto a viga com seção em T, quanto a viga de armadura dupla, para ficarem dentro das restrições requeridas na situação de cálculo, foram dimensionadas com o objetivo de estarem dentro do limite da flecha imposto pela condição de serviço. Por este motivo, apesar de não conseguir atender à solicitação da restrição, as vigas tiveram seus menores valores de deformação possível e, conseqüentemente, a sua maior altura possível.

Para a viga de armadura simples, pode ser observado no gráfico que ela consegue atender às condições de deformação apesar, no entanto, de atingir altos valores de altura, necessários para a diminuição da flecha da viga. Isto pode ser percebido, por exemplo, pela altura desta

viga que alcança valores de acima de 100 centímetros para vãos maiores que 8 metros de comprimento.

Também é observado que a altura da viga de armadura simples em relação ao vão aumenta de forma linear. Para esta viga a cada 1 metro aumentado no vão a altura aumenta em 12 centímetros. Isto pode ser verificado ao ser comparado a diferença entre os vãos de 6, 7 e 8 metros, que correspondem à 74,86 e 98 centímetros, respectivamente.

Assim, para esta condição de dimensionamento, pode-se inferir que a viga de armadura dupla e a viga de seção em T não são capazes de obedecer ao estado limite de serviço para as condições estabelecidas. Somente a viga de armadura simples, que é capaz de ter uma maior altura, foi capaz de obedecer à restrição pela flecha.

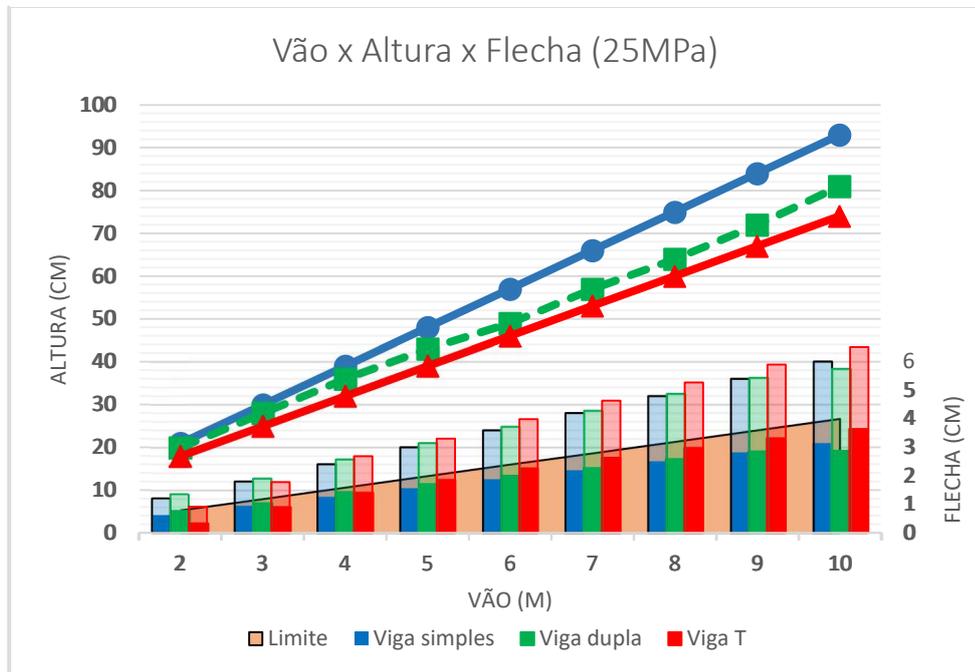
#### 5.1.2.2 Dimensionamento com restrição pela flecha (ELS) com contra flecha

Este tópico trata do dimensionamento com restrição pela flecha (ELS) considerando a contra flecha. Para esta condição de cálculo as vigas conseguem um maior rendimento, haja visto que há uma diminuição da flecha máxima.

Do mesmo modo como ocorreu no tópico anterior (5.1.2.1), foi realizado o dimensionamento para os três modelos de vigas para nove vãos em ordem crescente variando de 2 a 10 metros, com incrementos de 1 metro. Além dos dados sobre a altura das vigas também foram utilizados dados sobre as flechas obtidas pelas vigas e o limite determinado pela condição de serviço. Com relação às flechas está disponível sem e com contra flecha, representado pela cor mais escura das barras que indicam as flechas. O gráfico (figura 18) possui três eixos que correspondem ao vão, a altura e à flecha da viga.

Como pode ser observado na figura 18, as linhas representam a altura que cada modelo de viga obteve para cada vão correspondente. Na parte inferior está um pequeno gráfico que mostra a deformação correspondente para cada viga em cada vão representadas por colunas. Estas colunas empilhadas são representadas por cores solidas e mais transparentes. A cor viva, que está na parte inferior da coluna empilhada, demonstra a flecha da viga quando considerado a contra flecha. Já a parte transparente da coluna refere-se à flecha da viga sem considerar o efeito da contra flecha.

Figura 18 - Gráfico Vão x Altura x Flecha x Contra flecha ( $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ )



Fonte: Autor (2021)

Para o caso de não ser adotado a contra flecha nas vigas é possível observar que, na parte transparente das colunas empilhadas dos deslocamentos, há um aumento considerável na flecha das vigas, de modo que torna impossível para elas serem dimensionadas no ELS. É representado no gráfico que as flechas desta situação ultrapassam a área limite que corresponde à flecha máxima da condição de serviço.

As colunas transparentes, que indicam que a flecha ultrapassou o limite estabelecido pela área triangular pintada, indicam o que ocorreria se não houvesse consideração de flecha. Nota-se, portanto, que nesta situação a viga de armadura simples, armadura dupla e a viga de seção em T não conseguiriam ser dimensionadas para o ELS sem o efeito da contra flecha. Este fato demonstra o impacto que a presença de uma contra flecha acarreta no dimensionamento, permitindo a viga atingir menores valores de altura. É visto, por exemplo, que para o vão de 5 metros há uma diminuição de, aproximadamente, 1,5 centímetros na flecha de todas as vigas quando considerado o efeito causado pela contra flecha.

A contra flecha permite um grande aumento de rendimento na viga pois, devido à grande diminuição da flecha da viga, permite-se que ocorra um dimensionamento para o ELU, sem que a viga não obedeça ao ELS. Assim, nesta circunstância nota-se pelo gráfico que a viga de

armadura simples é a que possui pior rendimento de altura por vão, seguido pela viga de armadura dupla e pela viga de seção em T. Esta última possui o melhor rendimento de altura por vão.

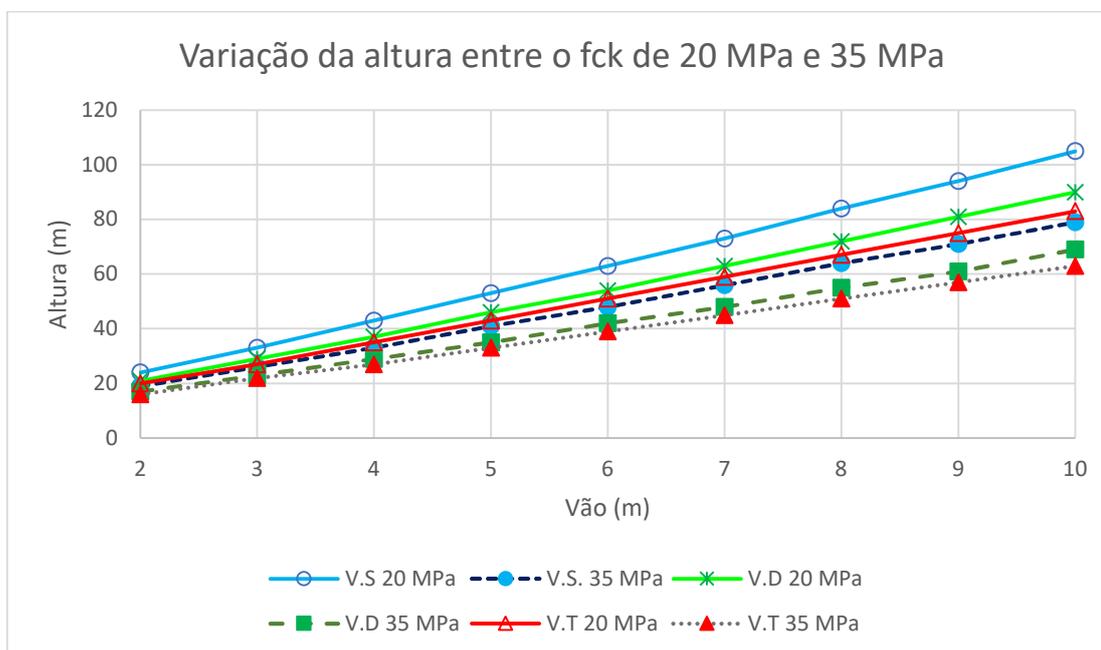
A razão de crescimento aproximado das alturas das vigas pelo vão da viga de armadura simples, viga de armadura dupla e viga de seção em T são, respectivamente, 9, 8 e 7 centímetros. Esta razão é a medida do aumento da altura da viga para cada 1 metro de vão aumentado. A partir desta constatação percebe-se que há diferenças crescente entre as alturas das vigas à medida que os vãos aumentam e isto possibilita a escolha da viga mais adequada dependendo da situação.

Vigas com até 4 metros de vão diferem entre si, dependendo do tipo da viga, de 3 a 8 centímetros, esta pequena diferença faz com que a diferença de altura não tenha muita influência na escolha do tipo de viga. No entanto, para vãos acima de 5 metros, como por exemplo um vão de 8 metros, os valores das vigas distam de 4 a 15 centímetros, o que torna ao menos a viga de armadura simples uma escolha mais inviável que as outras vigas, a depender da situação.

### **5.1.3 *Análise da variação do $f_{ck}$ nas alturas das vigas***

Uma análise da variação da resistência característica do concreto à compressão permite verificar as alturas mínimas absolutas e máximas absolutas que a viga consegue atingir dentro do espectro de variação do  $f_{ck}$ . Para isto foram utilizados os dados do resultado do dimensionamento pelo ELU, para cada tipo de viga, com cálculos para o  $f_{ck}$  de 20 MPa e para 35 MPa, como demonstrado na figura 19.

Figura 19 - Gráfico da variação da altura entre o  $f_{ck}$  de 20 MPa e de 35 MPa.



Fonte: Autor (2021)

Como pode ser observado na figura 19, cada tipo de viga possui duas linhas que representam os resultados para a altura para o  $f_{ck}$  de 20 MPa e 35 MPa. A linha mais alta, em qualquer tipo de viga, representa o  $f_{ck}$  de 20 MPa pois, devido à baixa capacidade de resistir à compressão de concreto, é necessária uma maior área de concreto comprimido e, conseqüentemente, uma maior altura. Já a linha inferior da dupla de linhas para cada tipo de viga é relativa ao  $f_{ck}$  de 35 MPa.

Por meio deste gráfico (figura 19) é possível verificar a amplitude que a mudança de  $f_{ck}$  pode causar na altura das vigas. Como exemplo, a viga com seção em T tem 39 centímetros de altura para o vão de 6 metros com o  $f_{ck}$  de 35 MPa, com o  $f_{ck}$  de 20 MPa a mesma viga obtém uma altura de 51 centímetros para o mesmo vão. Esta diferença de altura devido a mudança do  $f_{ck}$  significa que é possível atingir uma altura 24% menor com o  $f_{ck}$  de 35 MPa em relação ao  $f_{ck}$  de 20 MPa.

Também é possível perceber que a razão de aumento da altura pelo vão, ou seja, o quanto a variação da altura para um aumento de 1 metro do vão, varia tanto pelo tipo de viga e quanto pelo  $f_{ck}$  utilizado. Assim, para a viga T por exemplo, a altura para o  $f_{ck}$  de 20 MPa aumenta a uma razão de 8 centímetros enquanto para o  $f_{ck}$  de 35 MPa aumenta a uma razão de 6

centímetros. Este fato permite que afirmar que, à medida que o vão cresce, um maior  $f_{ck}$  tem maior influência sobre a altura da viga.

O efeito da variação da variação do  $f_{ck}$  pode ser visto, principalmente, ao ser comparado uma situação limite entre uma viga de armadura simples com  $f_{ck}$  de 20 MPa e uma viga de seção em T com  $f_{ck}$  de 35MPa, para um vão de 2 metros a diferença entre as alturas é de apenas 8 centímetros, já para um vão de 10 metros essa diferença é de 42 centímetros.

## 5.2 Análise do concreto das vigas

Também foi avaliado o volume de concreto que cada modelo de viga necessita para cada situação de dimensionamento determinada. Esta análise permite que seja verificado o tipo de viga que possui o menor consumo de concreto e também as situações mais adequadas para determinado tipo de viga. Além disso, através da análise do consumo de concreto é possível ter dados para estipular também o custo do concreto na construção da viga.

Com o mesmo método utilizado para analisar a altura das vigas, o volume de concreto foi verificado em três maneiras distintas. Comparação entre os tipos de vigas diferentes para um  $f_{ck}$  fixo de 25 MPa. Verificação dos efeitos que as restrições ao dimensionamento pela flecha máxima implicam no volume de concreto da viga para um  $f_{ck}$  de 25 MPa. Também foi analisado o efeito da variação do  $f_{ck}$  no volume de concreto das vigas.

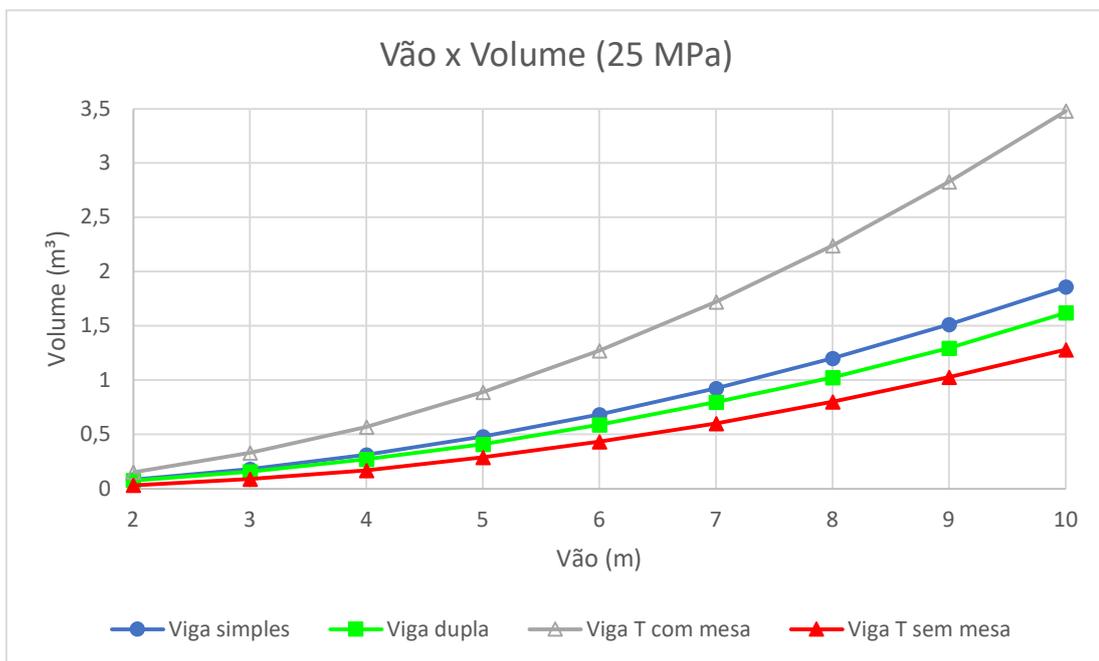
### 5.2.1 Análise comparativa entre os modelos de vigas para o $f_{ck}$ de 25 MPa

Para análise do volume de concreto obtido entre os três modelos de vigas, considerando um  $f_{ck}$  de 25 MPa, foi realizado o dimensionamento de cada tipo de viga para nove vãos diferentes variando de 2 a 10 metros, do mesmo modo como feito na análise das alturas. Para aumentar os dados de análise sobre o volume da viga com seção em T foram utilizados dados relacionados à viga com e sem a mesa colaborante. Esta consideração permite que seja compreendido o volume da viga que será utilizado também pela viga com seção em T. Os resultados

foram organizados para traçar um gráfico do vão pelo volume da viga, demonstrado na figura 20.

O dimensionamento das vigas foi realizado sem considerar uma restrição para a flecha máxima, ou seja, pelo ELU em que é possível que as flechas das vigas sejam maiores que o limite imposto pelo ELS. Desse modo, pode-se dizer que as vigas conseguem a maior eficiência possível o que corresponde à menor altura e, conseqüentemente, ao menor volume que elas podem alcançar.

Figura 20 - Gráfico Vão x Volume ( $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ )



Fonte: Autor (2021)

Analisando o gráfico (figura 20), e considerando apenas a viga de seção em T sem a mesa colaborante, pode-se inferir que a viga de armadura simples é a que possui o maior consumo de concreto por vão, seguido pela viga de armadura dupla. Pode ser visto que para uma viga de 6 metros de comprimento a viga menos econômica possui 0,684 m³ de volume enquanto a viga de armadura duplas e a viga de seção em T possuem 0,588 m³ e 0,432 m³, respectivamente. Percebe-se que há uma diferença de cerca de 0,1 m³ entre as duas vigas menos econômicas enquanto a que possui maior rendimento possui uma eficiência de 27% em relação à viga de armadura dupla e de 37% em relação à viga de armadura simples.

Nota-se no gráfico (figura 20) que o volume das vigas, diferente do que ocorre com a altura, aumenta de forma exponencial à medida que o vão aumenta. Isto pode ser conferido

através da análise dos resultados da viga de armadura simples. Para esta viga há um aumento de  $0,168 \text{ m}^3$  do volume relativo a um aumento do vão de 4 para 5 metros enquanto com um aumento do vão de 8 para 9 metros há um acréscimo no volume de  $0,312 \text{ m}^3$ .

Também é possível inferir do gráfico que, ao ser considerado a mesa no cálculo do volume da viga de seção em T, seu volume cresce consideravelmente em relação às outras vigas. No entanto, parte deste volume provém da laje da estrutura e, ao ser desconsiderada do cálculo, resulta na viga de seção em T sem a mesa. Esta é a estrutura mais econômica, em relação ao consumo de concreto, quando comparado às outras vigas. O impacto do volume da mesa pode ser exemplificado ao ser analisado que o volume da mesa colaborante é 3 vezes maior que o volume da viga de seção em T sem considerar a mesa, para um vão de 5 metros

### 5.2.2 *Efeito das restrições ao dimensionamento na análise de $f_{ck}$ 25 MPa*

As restrições utilizadas para se analisar o comportamento do volume das vigas foi o mesmo utilizado no critério de análise das alturas. Assim, as duas situações de dimensionamento que foram consideradas são: ELS sem considerar a contra flecha; e ELS considerando a contra flecha. Além disso, para todas as vigas foi utilizado um  $f_{ck}$  de 25 MPa.

Os gráficos utilizados para auxiliarem na análise dos resultados seguem o mesmo padrão de organização usado para verificar os dados da altura das vigas. Eles possuem três eixos com informações sobre a altura, vão e flecha da viga, e permite que sejam analisados todos estes dados juntos.

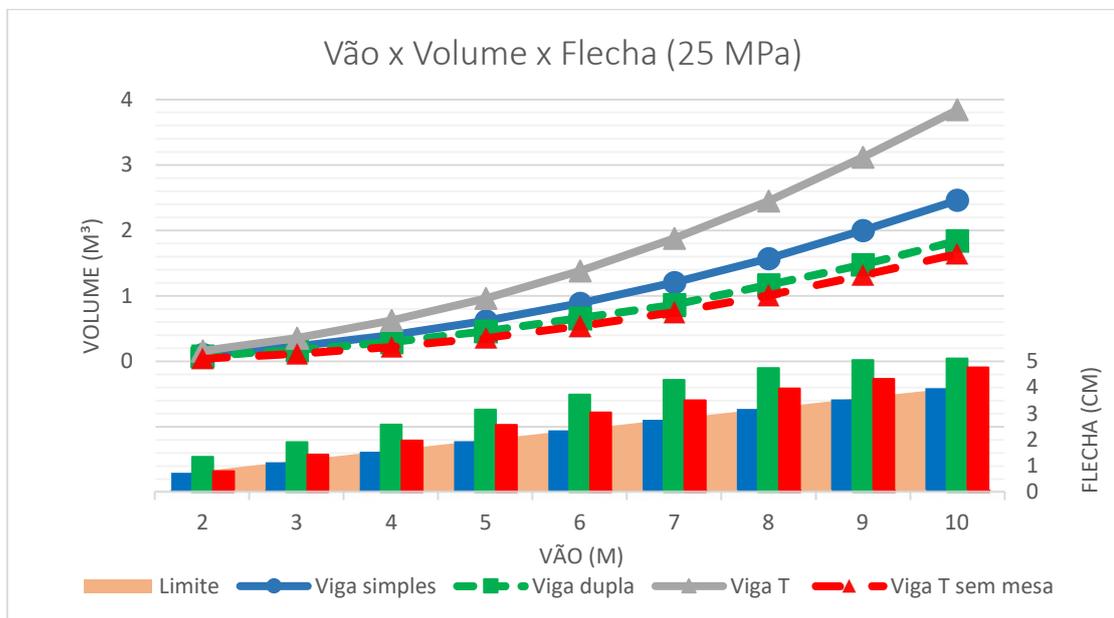
#### 5.2.2.1 Dimensionamento com restrição pela flecha (ELS) sem contra flecha

Foi realizado o dimensionamento com restrição pela flecha, estado limite de serviço, sem que fosse utilizado o recurso da contra flecha. Assim, por não ser utilizado este recurso que diminui a flecha, a viga alcança maiores valores de flecha e, conseqüentemente, precisa que seja adotado maiores alturas para que a viga fique dentro do limite de deformação, tal como

visto na análise das alturas (tópico 5.1.2.1). Desse modo, o volume da viga também é aumentado para esta situação de dimensionamento de ELS sem contra flecha.

Os dimensionamentos foram calculados para os três modelos de vigas estudados, sendo que a viga de seção em T foi dividida de acordo com a presença ou ausência da mesa colaborante. Foram analisados nove vãos que, em ordem crescente e com aumentos de 1 metro, variam de 2 a 10 metros de comprimento. Além disso, dado os três eixos de gráfico (figura 21), é possível analisar o volume das vigas e também as flechas correspondentes a cada vão para cada viga.

Figura 21 - Gráfico Vão x Volume x Flecha ( $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ )



Fonte: Autor (2021)

Como pode ser observado na figura 21, os dados estão organizados para mostrar o comportamento do volume da viga e da flecha em relação ao aumento do comprimento do vão. É importante ressaltar que o dimensionamento é feito para o ELS, logo, a situação ideal é que as flechas das vigas sejam inferiores ao limite estabelecido, demarcado pela área bege no gráfico.

É possível verificar que as vigas com seção T e a viga de armadura dupla, para qualquer vão, não conseguem obedecer à restrição com relação à flecha. Isto pode ser observado na parte inferior do gráfico que mostra a flecha obtida por cada viga, e o limite das flechas da condição de serviço, para cada vão correspondente. Pode-se tomar como exemplo deste fato a viga com seção em T com vão de 6 metros que possui uma flecha de 3 centímetros enquanto o limite é apenas cerca de 2,4 centímetros. Isto ocorre porque a maior altura que pode ser obtida por estas

vigas, sem que elas se tornem desnecessárias e possam ser substituídas por vigas de armadura simples, não é suficiente para diminuir a flecha para dentro dos limites estabelecidos pela condição de serviço.

Do mesmo modo como constatado na análise da altura das vigas (tópico 5.1.2.1), a solução para esta situação da viga com seção em T pode ser a adoção de uma contra flecha, a fim de diminuir a flecha total da viga, ou a utilização de um  $f_{ck}$  diferente, de modo que seja alterado a capacidade de compressão do concreto e, conseqüentemente, seja aumentada a altura e diminuída a deformação.

Percebe-se no gráfico que a viga com seção em T pode ter seu volume analisado de duas maneiras diferentes, com e sem a mesa colaborante. Ao ser considerado a mesa no cálculo do volume da viga, ele cresce consideravelmente em relação às outras vigas. No entanto, parte deste volume provém da laje da estrutura e ao ser desconsiderada do cálculo resulta na viga de seção em T sem a mesa. Esta é a estrutura mais econômica, em relação ao consumo de concreto, quando comparado às outras vigas, pois ela utiliza a laje para ganhar mais rendimento.

Analisando o gráfico (figura 21), e considerando apenas a viga de seção em T sem a mesa colaborante, pode-se inferir que a viga de armadura simples é a que possui o maior consumo de concreto por vão, seguido pela viga de armadura dupla. Nota-se que a viga de seção em T apesar de possuir a mesma altura que outra viga para as mesmas condições de dimensionamento, como visto na análise da altura das vigas (tópico 5.1.2.1), possui um menor volume, isto se deve à desconsideração da mesa colaborante no cálculo do volume, o que implica na diminuição da altura da alma da viga no cálculo.

A diferença entre os volumes das vigas pode ser percebida, por exemplo, na análise de uma viga de 6 metros de comprimento, a viga menos econômica possui 0,888 m<sup>3</sup> de volume enquanto a viga de armadura dupla tem 0,66 m<sup>3</sup>. Há uma diferença de cerca de 0,228 m<sup>3</sup> entre as duas vigas. Esta diferença de volume implica em que a viga de armadura dupla possui 25% menos volume que a viga de armadura simples.

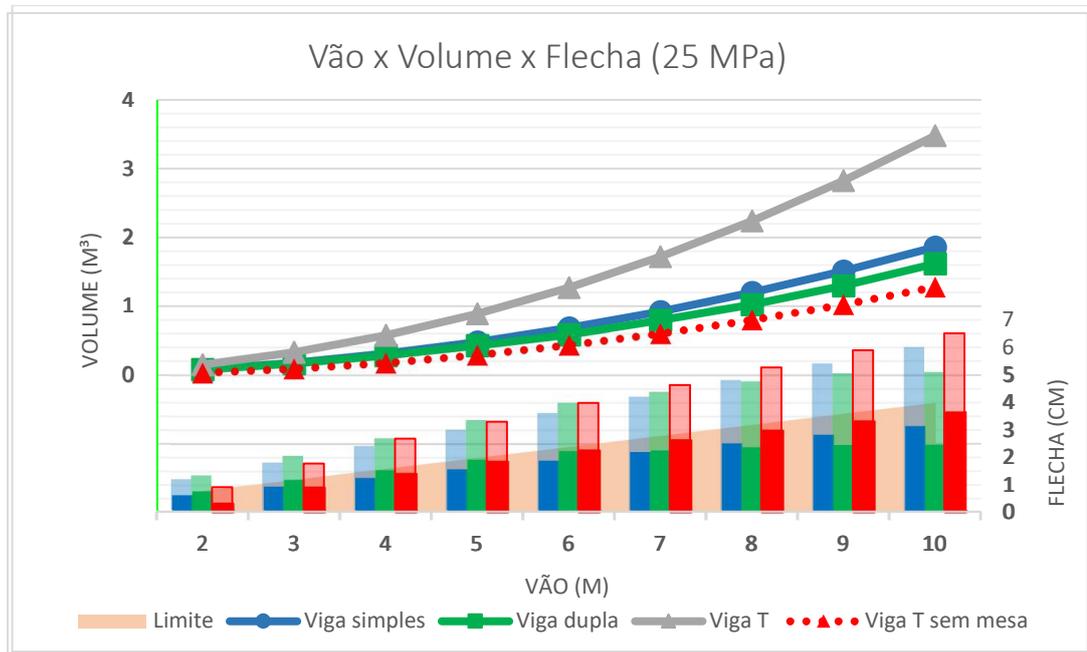
Nota-se também no gráfico que o volume das vigas, diferente do que ocorre com a altura, aumenta de forma exponencial. Isto pode ser conferido através da análise dos resultados da viga de armadura simples. Para esta viga há um aumento de 0,220 m<sup>3</sup> do volume relativo a um aumento do vão de 4 para 5 metros enquanto com um aumento do vão de 8 para 9 metros

há um acréscimo no volume de  $0,43 \text{ m}^3$ , ou seja, um aumento na razão de crescimento do volume pelo vão de 95%.

#### 5.2.2.2 Dimensionamento com restrição pela flecha (ELS) com contra flecha

Este tópico, semelhante ao item 5.1.2.2 da análise da altura das vigas, tem como situação de cálculo base o dimensionamento pelo estado limite de serviço com a consideração de uma contra flecha.

O dimensionamento segue o mesmo padrão de ser feito para os três modelos de vigas e, cada uma, para nove vãos em ordem crescente variando de 2 a 10 metros, com incrementos de 1 metro. Além dos dados sobre o volume das vigas também foram utilizados dados sobre as flechas obtidas pelas vigas e o limite determinado pela condição de serviço. Com relação às flechas está disponível sem e com contra flecha, esta é representada pela cor mais escura das barras que indicam as flechas, e aquela pela cor transparente, indicando a ausência de contra flecha. O gráfico representado na figura 22 é de três eixos, que correspondem ao vão, a altura e à flecha da viga.

Figura 22 - Gráfico Vão x Volume x Flecha x Contra flecha ( $f_{ck} = 25$  MPa)

Fonte: Autor (2021)

Percebe-se no gráfico (figura 22) que na parte inferior está uma pequena representação que mostra a deformação correspondente para cada viga em cada vão representadas por colunas. Estas colunas empilhadas são apresentadas em cores solidas e transparentes. A primeira, que possui menor altura, demonstra a flecha da viga quando considerado a contra flecha. A segunda, área transparente da coluna, refere-se à flecha da viga sem considerar o efeito da contra flecha.

É notável que ao ser adotada a contra flecha há uma diminuição considerável da flecha total da viga. Para o caso, por exemplo, da viga de seção em T sem a mesa, para um vão de 6 metros a contra flecha diminui a flecha total da viga em cerca de 2 centímetros. Esta situação permite que a viga seja dimensionada para o ELU e ELS simultaneamente.

A viga com seção em T tem seu volume analisado de duas maneiras, com e sem a mesa colaborante. Ao considerar a mesa no cálculo do volume da viga, o volume cresce consideravelmente em relação às outras vigas. No entanto, parte deste volume provém da laje da estrutura e ao ser desconsiderada do cálculo resulta na viga de seção em T sem a mesa. Esta é a estrutura mais econômica, em relação ao consumo de concreto, quando comparado às outras vigas.

Analisando o gráfico (figura 22), e considerando apenas a viga de seção em T sem a mesa colaborante, pode-se inferir que a viga de armadura simples é a que possui o maior consumo de concreto por vão, seguido pela viga de armadura dupla. A diferença entre os volumes

das vigas pode ser percebida, por exemplo, na análise de uma viga de 6 metros de comprimento, a viga de armadura simples possui 0,684 m<sup>3</sup> de volume enquanto a viga de armadura dupla e a viga de seção em T possuem, respectivamente, 0,588 m<sup>3</sup> e 0,432 m<sup>3</sup>. Assim, pode-se inferir que, com relação à viga mais econômica, a viga de seção em T possui 37% menos volume que a viga de armadura simples e 27 % menos volume que a viga de armadura dupla.

Nota-se também na figura 22 que o volume das vigas, diferente do que ocorre com a altura, aumenta de forma exponencial à medida que o vão aumenta. Isto pode ser conferido através da análise dos resultados da viga de seção em T sem mesa. Para esta viga há um aumento de 0,122 m<sup>3</sup> do volume relativo a um aumento do vão de 4 para 5 metros enquanto com um aumento do vão de 8 para 9 metros há um acréscimo no volume de 0,226 m<sup>3</sup>, ou seja, a uma diferença no ritmo de crescimento do volume das vigas.

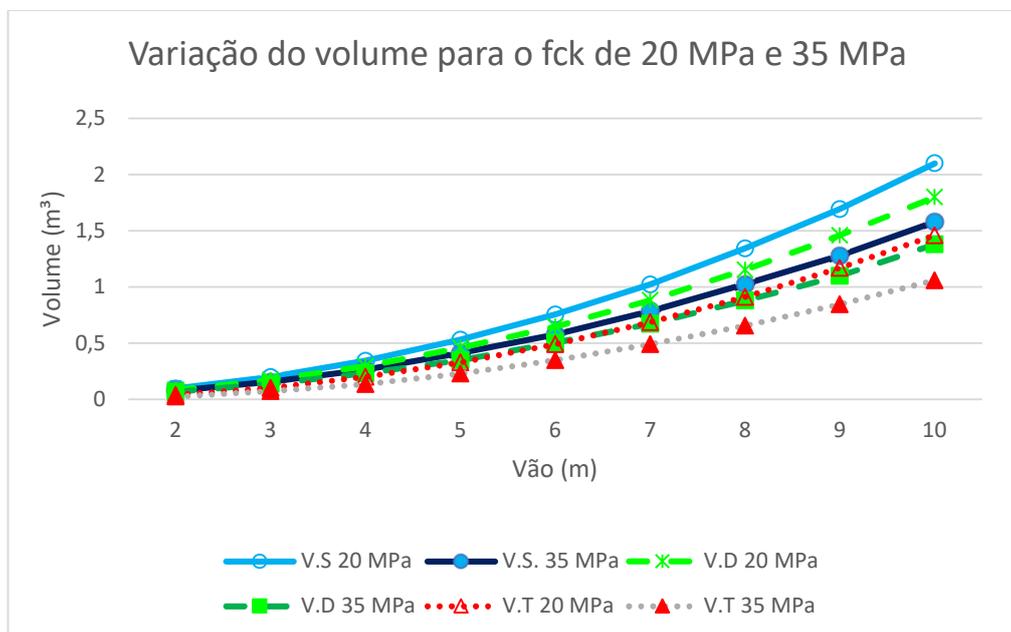
Desse modo, verifica-se que este aumento exponencial tem como consequência a constatação de que quanto maior o vão menor a eficiência econômica alcançada para se aumentar ainda mais o vão. Além disso, as vigas crescem em razões diferentes o que faz acentuar as diferenças de volumes entre os tipos de vigas à medida que o vão cresce.

### **5.2.3 *Análise da variação do $f_{ck}$ no volume das vigas***

Ao variar o  $f_{ck}$  do concreto entre 20 MPa e 35 MPa, da mesma maneira como feito para analisar a altura das vigas, pode-se verificar qual o efeito que esta mudança provoca no volume total da viga. É conhecido que ao ser alterado o  $f_{ck}$  ocorre uma alteração na altura da viga, isto implica, conseqüentemente, em também uma mudança no volume da viga.

Para a análise da variação do  $f_{ck}$ , foi utilizada uma situação de cálculo para o estado limite último. Deste modo, as vigas estão com um maior rendimento e, conseqüentemente, menor volume por vão correspondente, haja visto que não houve limitação no dimensionamento para as condições de serviço. Isto é demonstrado na figura 23.

Figura 23 – Gráfico da variação do volume entre o  $f_{ck}$  de 20 MPa e de 35 MPa



Fonte: Autor (2021)

A figura 23 mostra duas linhas para cada tipo de viga analisado, elas representam o volume da viga por vão correspondente para dois  $f_{ck}$ s diferentes. O  $f_{ck}$  de 20 MPa é referente à linha superior de cada par de linhas dos tipos de vigas no gráfico pois, devido a resistência característica do concreto à compressão ser baixa, as vigas também possuem uma maior altura que implica, conseqüentemente, em um maior volume. Por outro lado, o  $f_{ck}$  de 35 MPa está representado pela linha inferior de cada par de linhas e mostra a situação de maior rendimento de volume por vão correspondente.

Por meio deste gráfico (figura 23) é possível verificar a amplitude que a mudança de  $f_{ck}$  pode causar na altura das vigas. Como exemplo, a viga com seção em T tem 0,348 m³ de volume para o vão de 6 metros com o  $f_{ck}$  de 35 MPa, com o  $f_{ck}$  de 20 MPa a mesma viga obtém um volume de 0,492 m³ para o mesmo vão. Esta diferença de volume devido a mudança do  $f_{ck}$  demonstra que é possível atingir um volume 30% menor com o  $f_{ck}$  de 35 MPa em relação ao  $f_{ck}$  de 20 MPa. Além disso, esta diferença para uma mesma viga aumenta conforme o vão cresce de comprimento.

Desse modo, é possível deduzir que para vãos pequenos, menores que 4 metros de comprimento, não há alterações relevantes no volume da viga pela mudança do  $f_{ck}$ , todas as vigas consomem menos de 0,5 m³ de concreto. A partir de 6 metros de vão, no entanto, as mudanças

no  $f_{ck}$  podem significar grandes alterações no volume da viga pois o consumo pode variar de  $0,5 \text{ m}^3$  até o limite de  $2 \text{ m}^3$  de concreto.

### 5.3 Análise do peso do aço das vigas

Além da altura das vigas e do seu volume, o peso do aço das vigas também foi analisado pelos mesmos parâmetros que as outras características. O resultado do peso do aço foi descrito em quilogramas e considerou-se toda a armadura da viga no cálculo do total de aço, isto é, armaduras de tração, compressão, pele, sobre apoio, porta estribo, ligação mesa alma e estribos.

Uma análise do peso total de aço é oportuna para se verificar qual viga tem maior consumo do material e, principalmente, para realizar cálculos do custo do aço. A parcela do custo do aço no preço final da viga tem valor considerável e é importante que seja conhecido para o cálculo do orçamento.

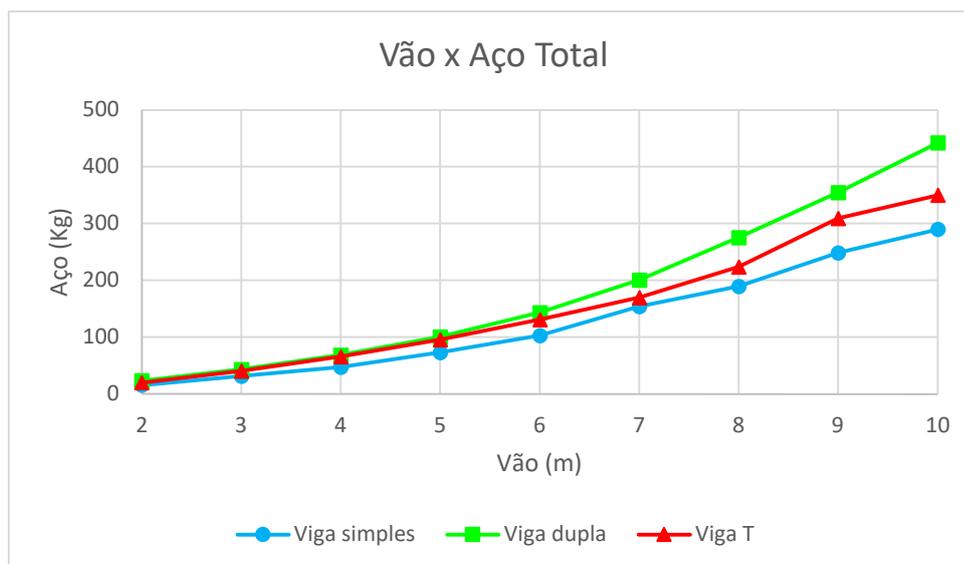
Foi seguido o mesmo procedimento padrão para a organização dos dados a serem analisados, isto é, três tópicos principais. Comparação entre os tipos de vigas diferentes para um  $f_{ck}$  fixo de 25 MPa. Verificação dos efeitos que as restrições ao dimensionamento pela flecha máxima, com e sem contra flecha, implicam no peso do aço da viga para um  $f_{ck}$  de 25 MPa. Também foi analisado o efeito da variação do  $f_{ck}$  no peso do aço das vigas.

#### 5.3.1 Análise comparativa entre os modelos de vigas para o $f_{ck}$ de 25 MPa

O dimensionamento das vigas foi realizado sem considerar uma restrição para a flecha máxima, ou seja, pelo ELU em que é possível que as flechas das vigas sejam maiores que o limite imposto pelo ELS. Desse modo, pode-se dizer que as vigas conseguem atingir a maior eficiência possível, o que corresponde, como visto nos tópicos anteriores, a uma menor altura e um menor volume que elas podem alcançar. Em relação ao aço, esta mudança não cria um padrão no comportamento do aço, sendo que o peso do aço está mais relacionado ao tipo de viga.

Para comparar o peso do aço total obtido para os três modelos de vigas, considerando um  $f_{ck}$  de 25 MPa, foi realizado o dimensionamento de cada tipo de viga para nove vãos diferentes, variando de 2 a 10 metros, com distâncias de 1 metro entre cada vão considerado. Os resultados foram organizados para traçar um gráfico (figura 24) do vão pela altura como pode ser visto no gráfico abaixo.

Figura 24 – Gráfico Vão x Peso do aço ( $f_{ck} = 25$  MPa).



Fonte: Autor (2021)

É possível observar na figura 24 que as linhas, referentes ao peso do aço pelo vão, crescem aproximadamente em uma razão exponencial. Esta relação ocorre em todas as vigas e pode ser verificada ao ser analisado a variação do peso do aço entre os vãos. Na viga de armadura simples, por exemplo, um aumento do vão de 3 para 4 metros corresponde a um aumento de 15,86 kg de aço, já para um aumento do vão de 7 para 8 metros ocorre um aumento de 35,85 Kg de aço. Este aumento da variação do peso à medida em que é aumentado o vão pode implicar na escolha de um vão mais eficiente, haja visto que incrementos de comprimento de vãos pequenos consomem menos aço que vãos grandes.

Pode-se inferir do gráfico também que a viga de armadura simples é a que possui menor peso de aço para qualquer vão quando comparada às outras vigas. A viga de seção em T está na posição intermediária com relação ao peso do aço e a viga de armadura dupla foi a que obteve maior peso de aço para um vão correspondente. Nota-se entre estas duas vigas que, apesar da viga de seção em T possuir um aumento na quantidade de armadura devido a armação

de ligação mesa alma, a viga de armadura dupla tem maior peso de aço por causa da grande quantidade, e da bitola, da armação de compressão.

A diferença do peso do aço entre os tipos de vigas pode ser analisada ao compará-las em relação a um vão qualquer. A viga de armadura simples, dupla e de seção em T possuem, respectivamente, 47,44 Kg, 65,76 Kg e 68,44 Kg para um vão de 4 metros e 153,70 Kg, 169,68 e 200,49 Kg para um vão de 7 metros. Destes dados, nota-se também que à medida que o vão aumenta, cresce a diferença de altura, entre a viga com maior e menor economia. A diferença entre a viga de armadura simples da viga de armadura dupla, é de 20 Kg para o vão de 4 metros e de 46,79 Kg para o vão de 7 metros.

É verificado também que, para vãos de 2 à 5 metros de comprimento, o peso do aço total da viga não ultrapassa 100 Kg e a diferença de peso entre os tipos de viga é menor que 30 Kg. Já para vãos acima de 6 metros de comprimento o peso do aço pode alcançar altos valores acima de 200 Kg ou 300 Kg dependendo do tipo de viga e do vão.

### *5.3.2 Efeito das restrições ao dimensionamento na análise de $f_{ck}$ 25 MPa*

As restrições utilizadas para se analisar o comportamento do peso do aço das vigas seguiu o mesmo padrão de análise feito para as alturas e volumes das vigas. Assim, as duas situações de dimensionamento que foram consideradas são: ELS sem considerar a contra flecha; e ELS considerando a contra flecha. Além disso, também foi considerado para todas as vigas um  $f_{ck}$  de 25 MPa.

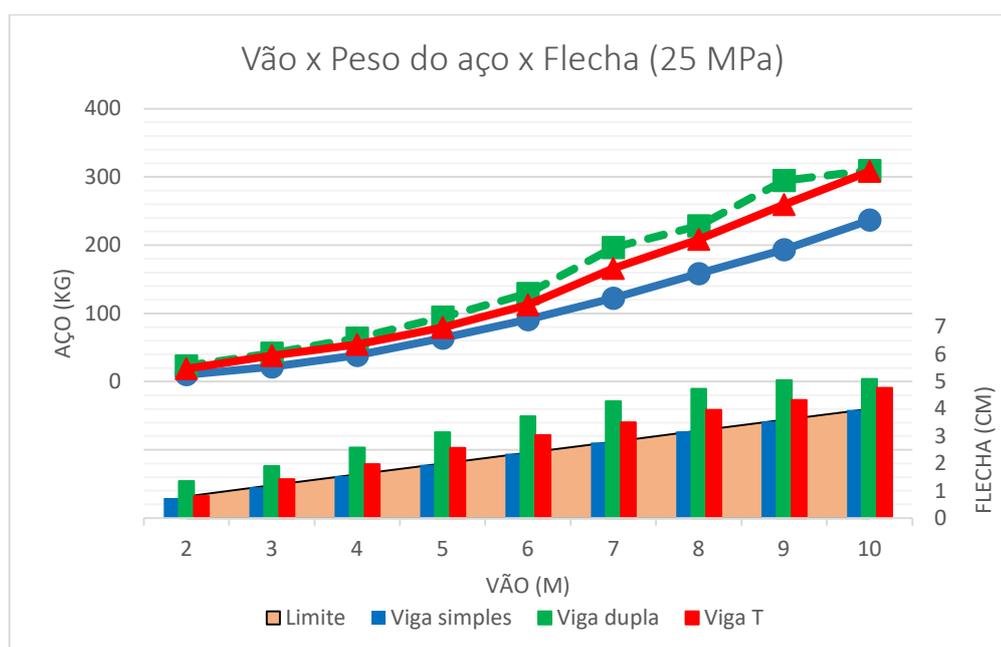
Os gráficos utilizados para auxiliarem na análise dos resultados também seguem o mesmo padrão de organização em que é disponibilizado informações para criar um gráfico de três eixos. Há dados sobre o comprimento do vão, eixo horizontal, sobre o peso do aço total da viga, eixo vertical primário, e sobre a deformação que a viga sofre, eixo vertical secundário. Assim, torna-se possível verificar o comportamento do peso do aço das vigas com relação às restrições pelo dimensionamento e os efeitos da contra flecha.

### 5.3.2.1 Dimensionamento com restrição pela flecha (ELS) sem contra flecha

Do mesmo modo como foi considerado nos tópicos anteriores para o dimensionamento no ELS com a contra flecha, foi repetido neste tópico para ser feita a mesma análise para o peso do aço das vigas.

O dimensionamento também seguiu o mesmo padrão de ser realizado para os três modelos de vigas e nove vãos diferentes em ordem crescente indo de 2 a 10 metros, com incrementos de 1 metro. Além dos dados sobre o peso do aço das vigas também foram utilizados dados sobre as flechas obtidas pelas vigas e o limite determinado pela condição de serviço. Desse modo, o gráfico com três eixos que correspondem ao vão, a altura e à flecha da viga, pode ser analisado pela figura 25.

Figura 25 – Gráfico Vão x Peso do aço x Flecha ( $f_{ck} = 25\text{MPa}$ ).



Fonte: Autor (2021)

Como já foi verificado no dimensionamento com ELS sem contra flecha nos outros tópicos, não é possível dimensionar a viga com seção em T e a viga de armadura dupla para esta situação de restrição pela flecha sem o auxílio de uma contra flecha. Isto ocorre porque a maior altura que pode ser obtida por esta viga, sem que ela se torne desnecessária e possa ser substituída por uma viga de armadura simples, não é suficiente para diminuir a flecha para dentro dos

limites estabelecidos pela condição de serviço. Assim, para solucionar este problema seria necessário utilizar uma contra flecha ou alterar o  $f_{ck}$  da viga para um menor valor.

Além da viga com seção em T, a viga com armadura dupla também não consegue atender ao critério da flecha máxima do estado limite de serviço. Desse modo, apenas a viga de armadura simples consegue obedecer ao dimensionamento no ELS.

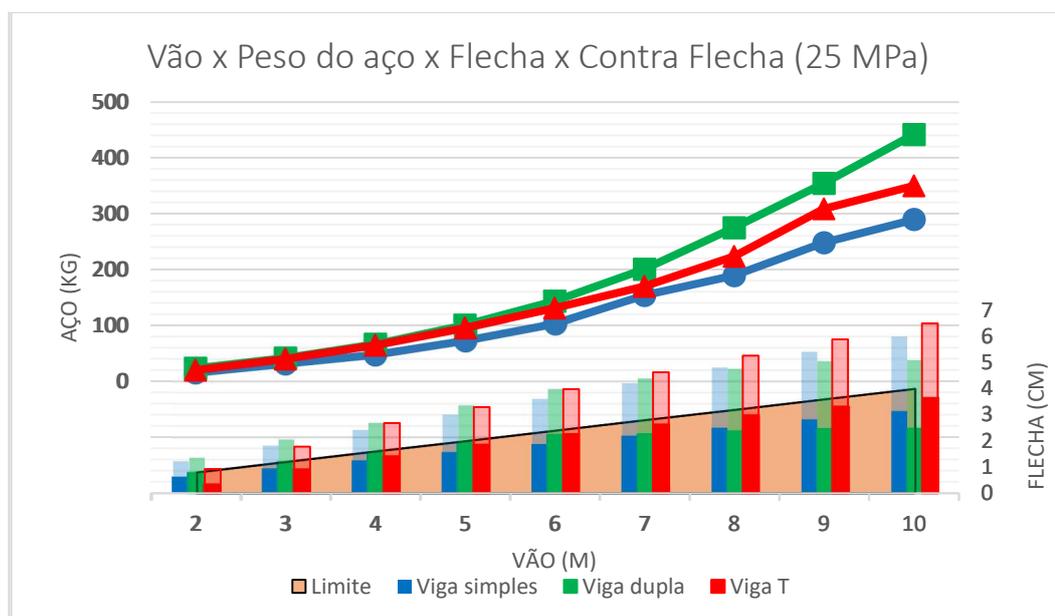
A viga de armadura simples, como pode ser observado no gráfico (figura 25), possui o menor peso de armadura se comparada às outras vigas. Seu valor máximo de peso é de 236,75 Kg para o vão de 10 metros. O seu baixo consumo de aço é explicado devido à sua maior altura e, conseqüentemente, resulta em um maior aproveitamento do concreto.

Finalmente, é possível inferir do gráfico (figura 25) que a viga de armadura simples até 6 metros de comprimento consome menos que 100 Kg de aço, e possuem uma razão de crescimento de aproximadamente 25 Kg/m. Já para vãos maiores que 5 metros o peso do aço pode dobrar, em um vão de 9 metros para a viga de armadura simples o peso do aço é de 193,63 Kg.

#### 5.3.2.2 Dimensionamento com restrição pela flecha (ELS) com contra flecha

Neste tópico é realizado o dimensionamento do estado limite de serviço (ELS) considerando a contra flecha. Desse modo, as vigas conseguem um maior rendimento dado a diminuição que elas passam a ter na flecha.

O modo como foi realizado o dimensionamento segue o mesmo padrão das outras análises, sendo feito para os três tipos de vigas estudadas e com vãos variando de 2 a 10 metros, com distância de 1 metro entre cada vão considerado. Para a elaboração da figura 26, além dos dados sobre o peso da armadura das vigas também foram utilizados dados sobre as flechas obtidas pelas vigas e do limite determinado pela condição de serviço. Entretanto, as flechas foram representadas tanto considerando a contra flecha quanto sem considerá-la.

Figura 26 - Gráfico Vão x Peso do aço x Flecha x Contra flecha ( $f_{ck} = 25$  MPa).

Fonte: Autor (2021)

Nota-se no gráfico (figura 26) que na sua parte inferior está representado, em colunas, a deformação correspondente para cada viga em cada vão. As colunas estão empilhadas e são divididas em uma cor sólida e outra transparente. Aquela, que está na parte inferior da coluna empilhada, demonstra a flecha da viga quando considerado a contra flecha. Já a parte transparente da coluna refere-se à flecha da viga sem considerar o efeito da contra flecha.

Como pode ser observado no gráfico, a contra flecha permite um grande aumento de rendimento da viga pois, devido à diminuição da flecha da viga, permite-se que ocorra um dimensionamento para o ELU, sem que a viga não desobedeça ao ELS. Assim, verifica-se, por exemplo, que as vigas caso fossem dimensionadas para o ELU sem a contra flecha, não conseguiriam respeitar a flecha limite, representada pela área demarcada pela cor bege.

Verifica-se que a viga que possui maior peso de aço em relação ao vão é a viga de armadura dupla seguida pela viga de seção em T e pela viga de armadura simples. A primeira consome 68,44 Kg e 143,38 Kg para os vãos de 4 metros e 6 metros, a segunda 65,76 Kg e 130,73 Kg para os mesmos vãos e a viga mais econômica, viga de armadura simples, possui 47,44 Kg e 102,83 Kg. Assim, dado que este padrão continua, é visto que esta hierarquia dos resultados do peso de aço é mantida para todos os outros vãos.

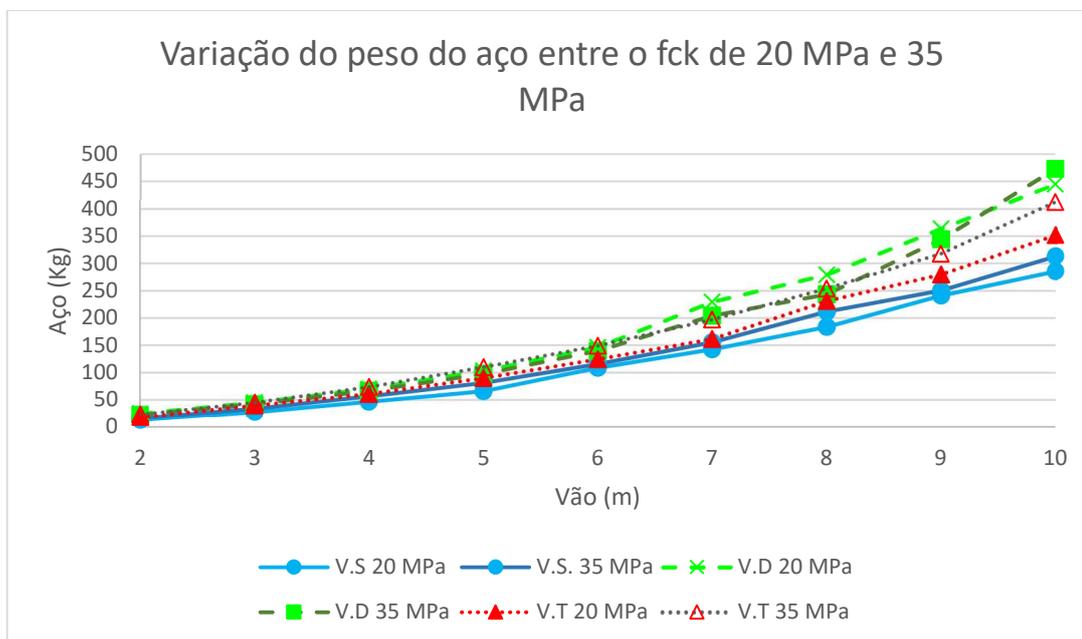
É importante observar que, apesar da viga de armadura dupla não possuir armadura transversal de ligação mesa alma, como a viga de seção em T, a armação de compressão é pesada o suficiente para torna-la a viga com maior consumo de aço em quilogramas. Isto é

explicado pela diferença da bitola entre as duas armaduras, enquanto a armação de ligação mesa alma possui diâmetros de 6,3 milímetros a armação de compressão alcança valores de até 25 milímetros. Esta diferença é notada principalmente na área de aço das barras onde aquela possui 31,15 mm<sup>2</sup> e esta 490,62 mm<sup>2</sup>.

Também é possível inferir do gráfico que, à medida que as vigas crescem, como constatado no tópico anterior (5.3.2.1), aumenta-se a diferença do peso do aço entre os tipos de vigas. Assim, pelos dados já analisados para os vãos de 4 metros e 6 metros, verifica-se que a diferença entre a viga de armadura dupla e de seção em T é de 2,68 Kg e 12,65 Kg, já em relação à viga de seção em T e a viga de armadura simples a diferença é de 18,32 Kg e 27,9 Kg. Percebe-se assim que vãos grandes, a partir de 5 metros, exigem maior análise na adoção da viga, haja visto que as opções de escolha entre os tipos de viga influenciam significativamente na quantidade de aço.

### ***5.3.3 Análise da variação do $f_{ck}$ nas peso de aço das vigas***

Além da comparação entre o peso de aço das vigas e das situações de dimensionamentos, feitos para cada um dos três modelos de vigas estudados neste trabalho, também foi realizado uma análise sobre os efeitos da mudança do  $f_{ck}$  no peso do aço das vigas, demonstrado na figura 27. Este procedimento é idêntico ao realizado anteriormente para os outros parâmetros já analisados, altura e volume das vigas, e é baseia-se na mesma variação do  $f_{ck}$  de 20 MPa até 35 MPa.

Figura 27 - Gráfico da variação do peso do aço entre o  $f_{ck}$  de 20 MPa e 35 MPa

Fonte: Autor (2021)

Como pode ser observado na figura 27, cada tipo de viga possui duas linhas que são diferenciadas apenas pela posição, superior ou inferior. A primeira refere-se a um peso maior de aço para uma viga com o mesmo vão e caracteriza-se por ter um maior  $f_{ck}$ , de 35 MPa. A última, que está relacionada a um menor peso de aço para um mesmo modelo de viga e de mesmo vão, refere-se ao  $f_{ck}$  de 20 MPa.

Assim, foi verificado que, principalmente para a viga de armadura simples e de seção T, quanto maior o  $f_{ck}$  da viga, maior a quantidade de aço necessária. Isto ocorre porque um aumento da capacidade de resistir à compressão do concreto resulta em uma menor altura e, conseqüentemente, necessita-se de maiores quantidades de aço para a armadura longitudinal de tração equilibrar o momento da seção.

Além disso, é possível inferir que a variação do peso do aço entre um  $f_{ck}$  de 20 MPa e 35 MPa é pequena em vigas com vãos inferiores a 5 metros de comprimento. A diferença entre os valores é maior à medida que a viga possui um maior vão, no entanto, até mesmo em vigas de grande vão a diferença chegou ao máximo de 60,22 Kg para a viga de seção em T em um vão de 10 metros de comprimento, que percentualmente significa uma diminuição de, aproximadamente, apenas 15% do peso de aço total da viga.

## 5.4 Análise dos custos das vigas

Um parâmetro importante para se analisar nas vigas de concreto armado é o custo necessário para a sua construção. A partir deste dado geralmente é escolhido a viga mais economicamente viável para a situação projeto pretendida. Uma viga pode possuir a menor altura para um determinado vão, mas ser inviável devido ao seu valor, ou somente não ser a mais eficiente para a situação.

Para ser realizada a análise do custo dos três modelos de vigas estudados neste trabalho foi realizado o cálculo do custo para vigas com o  $f_{ck}$  de 25 MPa e para a situação de dimensionamento no ELU. Esta consideração de cálculo permite que a viga alcance o seu máximo rendimento de altura por vão e, conseqüentemente, de volume e do custo. A escolha deste  $f_{ck}$  deve-se por ele ser o mais usualmente utilizado nas obras de construção civil de concreto armado.

### 5.4.1 Análise do custo de concreto das vigas

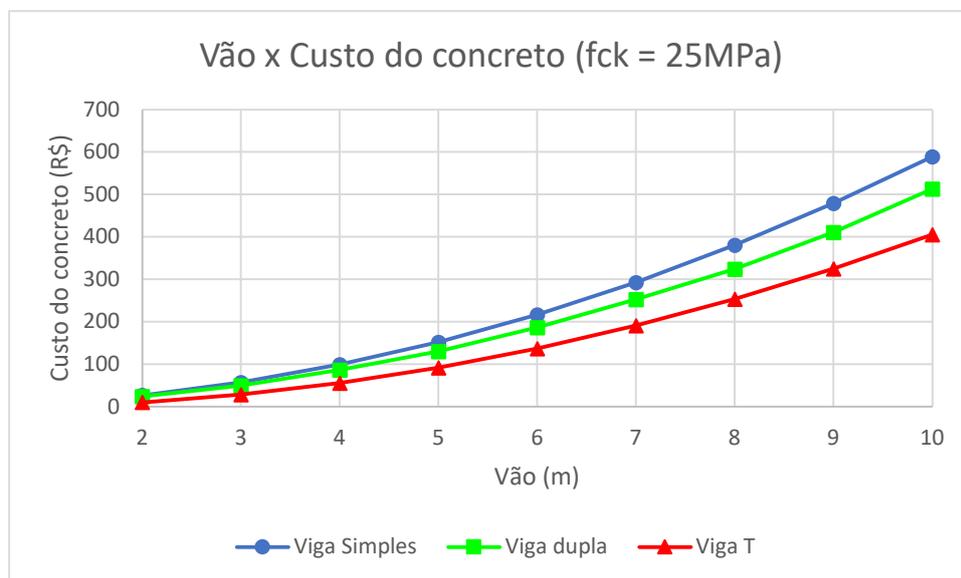
O concreto da viga foi calculado considerando apenas o volume total da viga, ou seja, não foi subtraído do volume total o volume relativo às barras de aço da armação. Este procedimento foi adotado devido ao pequeno impacto que o volume da armadura causa no volume total da viga.

Com os dados sobre o volume total das vigas e do custo do concreto, foi elaborado o gráfico do custo do concreto pelo vão, conforme pode ser observado na figura 28. Para a viga com seção em T, diferente do que foi realizado para a análise do volume, não foi considerado que a mesa na análise do gráfico, pois esta estrutura pode ser absorvida pela laje e, conseqüentemente, ter seu valor subtraído da viga.

Na figura 28, o custo do concreto foi considerado apenas o valor do material utilizado para a produção do concreto. Desse modo, não foram utilizados os custos referentes à mão de obra ou ao uso de equipamentos. De acordo com a tabela SINAPI, demonstrada no item 2.11.1 do referencial bibliográfico, para o código 94971, referente à produção de concreto de 25 MPa

e traço 1:2,3:7 (Cimento, Areia média, Brita 1), o custo do material é 316,8 R\$ para cada metro cubico de concreto.

Figura 28 - Gráfico Vão x Custo dos insumos do concreto ( $f_{ck} = 25\text{MPa}$ )



Fonte: Autor (2021)

Como pode ser observado no gráfico acima (figura 28), o custo do concreto das vigas cresce de forma exponencial, da mesma forma como o volume do concreto das vigas. Haja visto que há duas variáveis que interferem no volume e, conseqüentemente, no preço do concreto, o comprimento do vão e a altura. Isto pode ser comprovado ao ser comparado, por exemplo, a variação do custo de 4 para 5 metros e de 6 para 7 metros para uma viga de seção em T. Os valores desta variação são de 36,11 R\$ e de 53,85 R\$, respectivamente. Assim, nota-se que quanto maior o vão da viga maior será o custo para se efetuar um incremento no comprimento deste mesmo vão.

É possível inferir da figura 28 também que a viga mais econômica, em relação ao custo do concreto consumido, é a viga de seção em T, seguida pela viga de armadura dupla e, por último, a viga de armadura simples. Para esta sequência de vigas pode-se observar um custo de 136,85 R\$, 186,27 R\$ e 216,69 R\$, respectivamente, para um vão de 6 metros. Nota-se assim que a viga de seção em T, neste vão, consegue uma economia de 79,84 R\$ em relação à viga de armadura simples, e de 49,42 R\$ comparado à viga de armadura dupla.

Pode-se analisar também no gráfico (figura 28) que o custo do material de concreto para se construir uma viga de armadura simples em um vão de 5 metros é superior ao que seria utilizado na construção de uma viga de seção em T com 6 metros de comprimento. Com relação

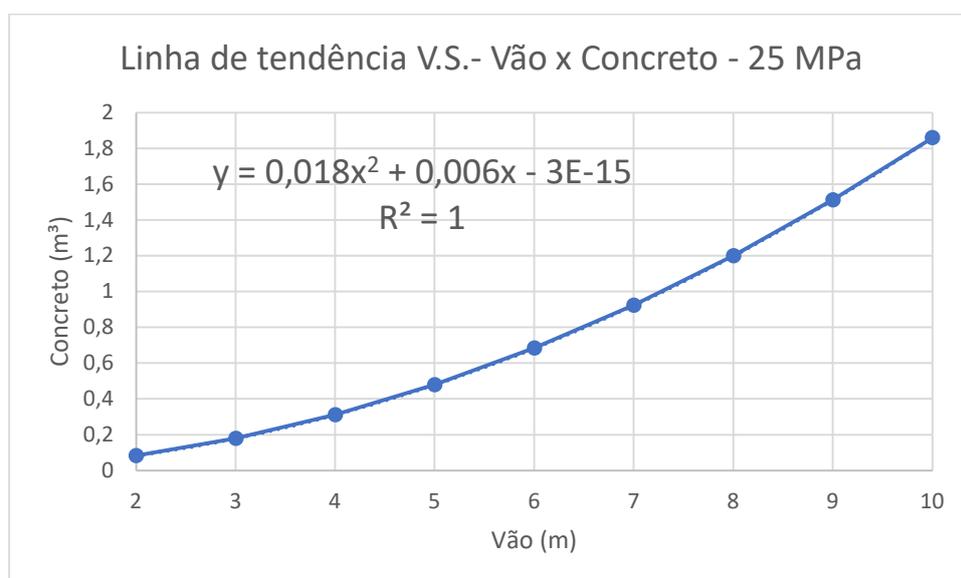
ao comprimento possível dos vãos para determinadas faixas de preço é visto que para vãos menores que 4 metros de comprimento o custo é inferior a 100,00 reais. De 4 a 6 metros o custo varia de 100,00 a 216,00 reais e acima de 7 metros os custos ultrapassam os 200,00 reais.

#### 5.4.1.1 Equações para o custo do concreto

Além destas análises que podem ser feitas com a comparação do comportamento do custo da matéria prima do concreto pelo vão, em relação aos tipos de vigas, também é possível traçar linhas de tendências com equações que informem o valor do concreto em função do comprimento do vão da viga.

As equações das linhas de tendência são aplicadas para a condição de dimensionamento pelo estado limite último, para concretos com  $f_{ck}$  de 25 MPa e para descobrir apenas o custo da matéria prima do concreto. Além disso, as condições de carregamento das vigas devem ser as mesmas. Foram traçadas linhas de tendência para a viga de armadura simples, figura 29, e para as outras vigas.

Figura 29 - Gráfico linha de tendência Vão x volume de concreto (Viga de armadura simples) ( $f_{ck} = 25$  MPa)



Fonte: Autor (2021)

Este gráfico (figura 29) do custo do concreto pelo volume de concreto é aplicado apenas para a viga de armadura simples e tem uma relação numérica que pode ser expressa pela equação 72.

$$VC = 0,018 * x^2 + 0,006 * x \quad \text{Eq. 72}$$

Onde,

VC = Volume de concreto em metros cúbicos;

X = Comprimento do vão em metros.

Seguindo o mesmo procedimento é encontrado a fórmula da tendência para o custo do concreto pelo volume para a viga de armadura dupla, pela figura 30, e viga de seção em T, pela figura 31, respectivamente:

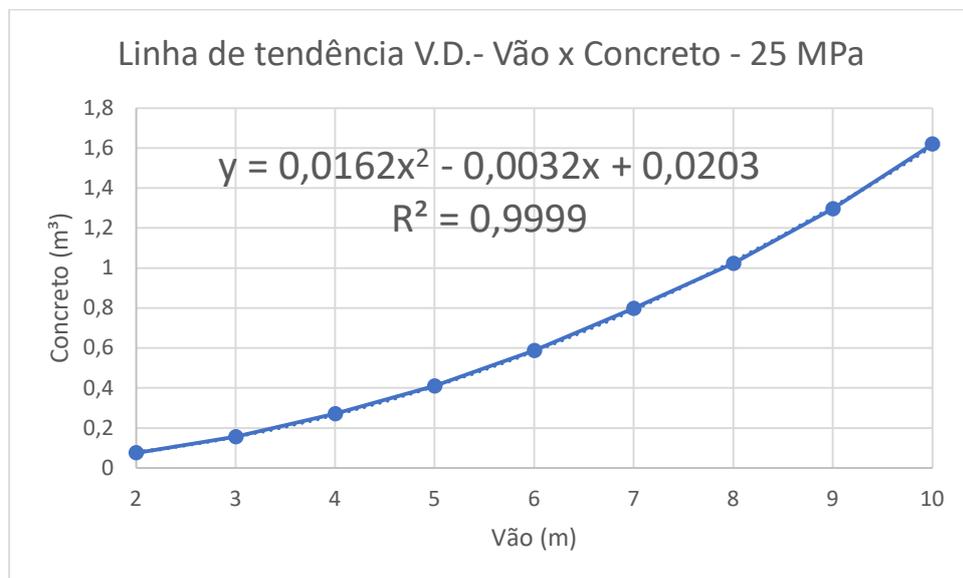
Volume do concreto em função do comprimento do vão para a viga de armadura dupla, expresso pela equação 73:

$$VC = 0,0162 * x^2 - 0,0032 * x + 0,0203 \quad \text{Eq. 73}$$

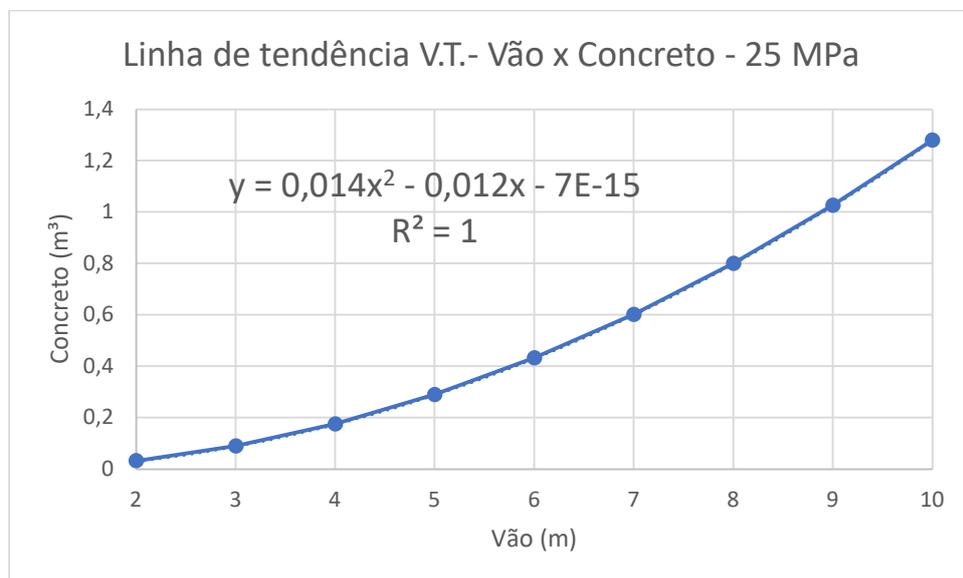
Volume do concreto em função do vão da viga para a viga de seção em T, conforme a equação 74:

$$VC = 0,014 * x^2 - 0,012x \quad \text{Eq. 74}$$

É importante ressaltar que o  $R^2$  da viga de armadura simples e viga de seção em T foi igual a 1. Desse modo, a equação coincide exatamente com os resultados, sem haver margem para erros. Já para a viga de armadura dupla o  $R^2$  foi de 0,9999 demonstrando assim que os resultados da equação são quase exatos ao do gráfico. Segue abaixo os gráficos que foram utilizados para elaborar a linha de tendência e extrair as equações:

Figura 30 - Gráfico linha de tendência Vão x Volume de concreto (Viga de armadura duplas) ( $f_{ck} = 25$  MPa)

Fonte: Autor (2021)

Figura 31 - Gráfico linha de tendência Vão x Volume de concreto (Viga de seção T) ( $f_{ck} = 25$  MPa)

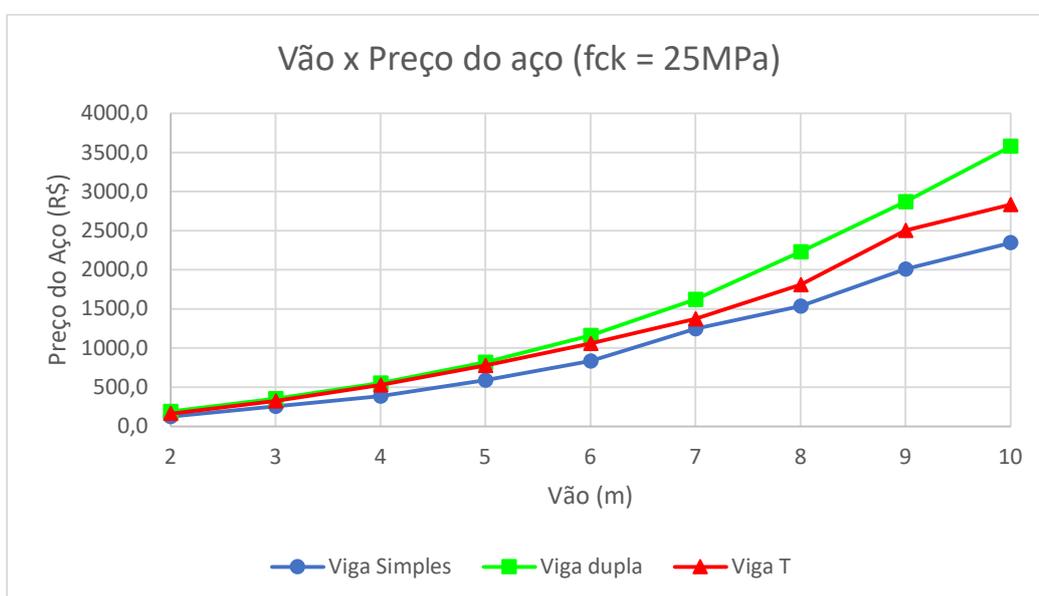
Fonte: Autor (2021)

### 5.4.2 Análise do custo de aço das vigas

Para realizar a análise do custo total do aço presente nas vigas foram utilizados os dados de todas as armaduras consideradas nas vigas: armadura longitudinal de tração; armadura longitudinal de compressão; armadura porta estribo; armadura de ligação mesa alma; armadura sobre apoio e estribos. Os resultados são aplicados para as vigas submetidas às condições de carregamento, definidas no estudo de caso, para concretos com  $f_{ck}$  de 25 MPa e para dimensionamentos pelo estado limite último.

Para a elaboração do gráfico do vão pelo custo do aço, figura 32, visto que cada diâmetro de aço possui um preço por quilo, foi utilizado um média dos preços para representar um preço do quilo do aço geral. O valor do quilo do aço adotado foi de 8,09 reais e serviu para calcular o preço aproximado do aço das vigas. Além disso, na composição dos preços não foram considerados os custos referentes ao corte e à dobra do aço.

Figura 32 - Gráfico Vão x Preço do aço ( $f_{ck} = 25\text{MPa}$ )



Fonte: Autor (2021)

Analisando o gráfico (figura 32) pode-se verificar que a linha verde, referente à viga de armadura dupla, permanece acima das outras vigas após o vão com 4 metros de comprimento, demonstrando um maior custo de aço. A diferença entre ela e a viga de armadura simples é de 378,80 R\$ para um vão de 7 metros de comprimento e de 694,0 R\$ para um vão de 8 metros. Já para a viga de seção em T esta diferença, em relação à viga com maior custo de aço, é de

249,41 R\$ e de 418,02 R\$ para os mesmos vãos, respectivamente. Desse modo, além da prevalência do custo da viga de armadura dupla para grandes vãos, nota-se também que as diferenças entre os custos das vigas aumentam conforme o comprimento do vão cresce.

Como percebido, para vãos de até 4 metros o custo entre as vigas não difere muito, mas, à medida que o vão cresce, para a viga de armadura dupla ocorre uma diferenciação muito alta, principalmente após o vão de 7 metros. Isto é explicado devido ao alto consumo de aço pela viga de armadura dupla, relacionado à sua armadura de compressão, enquanto as outras vigas não possuem este tipo de armadura, que varia conforme o aumento do momento na seção da viga. Já a viga de seção em T possui maior custo de aço em relação à viga de armadura simples devido a presença da armadura de ligação mesa alma, necessárias nesse tipo de viga.

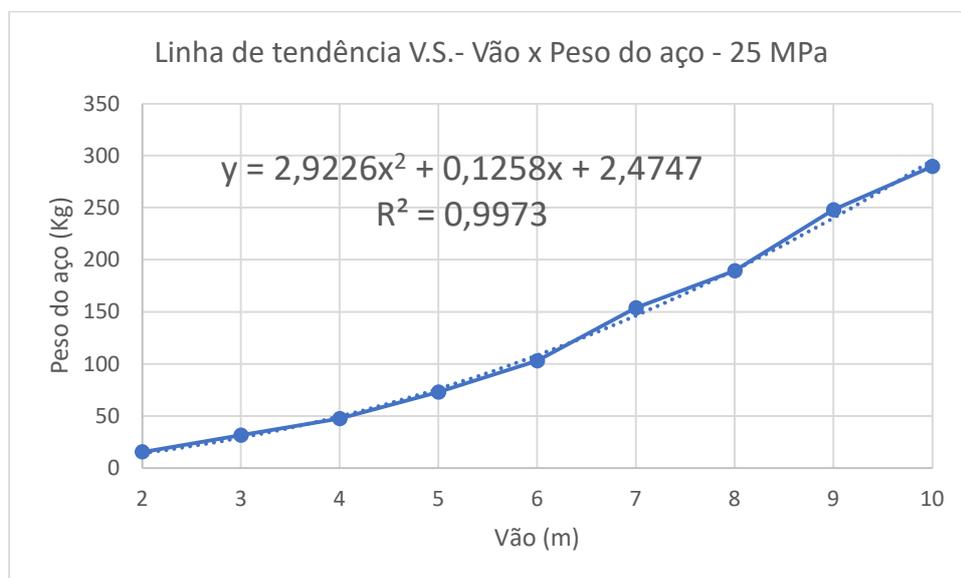
Pode-se inferir também do gráfico (figura 32) que o custo do aço aumenta, aproximadamente, de forma linear com razões de proporções diferentes em três trechos: de 2 a 4 metros, de 4 a 7 metros e de 7 a 10 metros. No primeiro intervalo o custo das vigas aumenta a uma proporção média de 164,35 R\$/m. No segundo intervalo as vigas seguem uma proporção de 308,50 R\$/m e para o terceiro trecho a proporção é de 501,81 R\$/m. Esta última razão, no entanto, apresenta um erro maior para representar as vigas haja visto a maior variação nas proporções de aumento das vigas como, por exemplo, a viga de armadura dupla com razão de 651,73 R\$/m.

#### 5.4.2.1 Equações para o custo do aço

Assim, analisado o comportamento das vigas em relação ao custo do aço pelo vão, pode-se ainda extrair equações baseadas em linhas de tendência. Estas foram relacionadas a um gráfico do comprimento do vão pelo peso do aço em quilogramas. Assim, é encontrada uma expressão para determinar o peso do aço da viga para um determinado vão. Foram traçadas linhas de tendência para a viga de armadura simples (figura 33), viga de armadura dupla (figura 34) e de seção em T (figura 35)

Estas equações se aplicam apenas em vigas sob as mesmas condições que foram consideradas neste trabalho, isto é, dimensionamento para o estado limite último, concretos com  $f_{ck}$  de 25 MPa e para as mesmas condições de carregamento determinadas no estudo de caso.

Figura 33 - Gráfico linha de tendência Vão x Peso do aço (Viga de armadura simples) ( $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ )



Fonte: Autor (2021)

Este gráfico do peso do aço pelo comprimento do vão (figura 33) é aplicado apenas para a viga de armadura simples e é expressão para o meio da equação 75:

$$PA = 2,9226 * x^2 + 0,1258 * x + 2,4747 \quad \text{Eq. 75}$$

Onde,

PA = Peso do aço em quilos;

X = Comprimento do vão em metros.

$R^2 = 0,9973$  (Quanto mais próximo a 1 menor a variação dos dados em relação à equação)

Seguindo o mesmo procedimento é encontrado a fórmula da tendência para o peso do aço pelo vão para a viga de armadura dupla (eq. 76) e viga de seção em T (eq. 77), respectivamente:

Peso do aço em função do comprimento do vão para viga de armadura dupla:

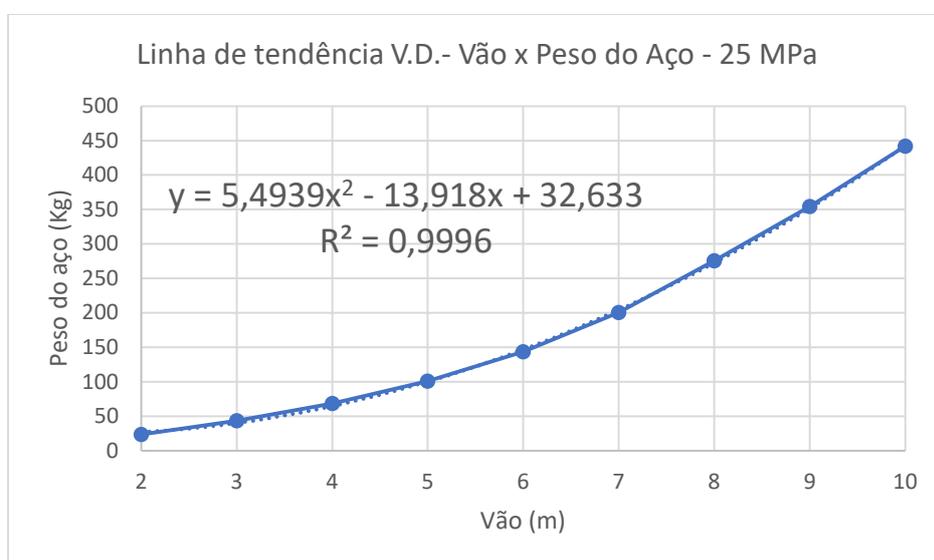
$$PA = 5,4939 * x^2 - 13,918 * x + 32,633 \quad \text{Eq. 76}$$

Peso do aço em função do comprimento do vão para viga de seção em T:

$$PA = 3,6439 * x^2 - 1,8013 * x + 11,443 \quad \text{Eq. 77}$$

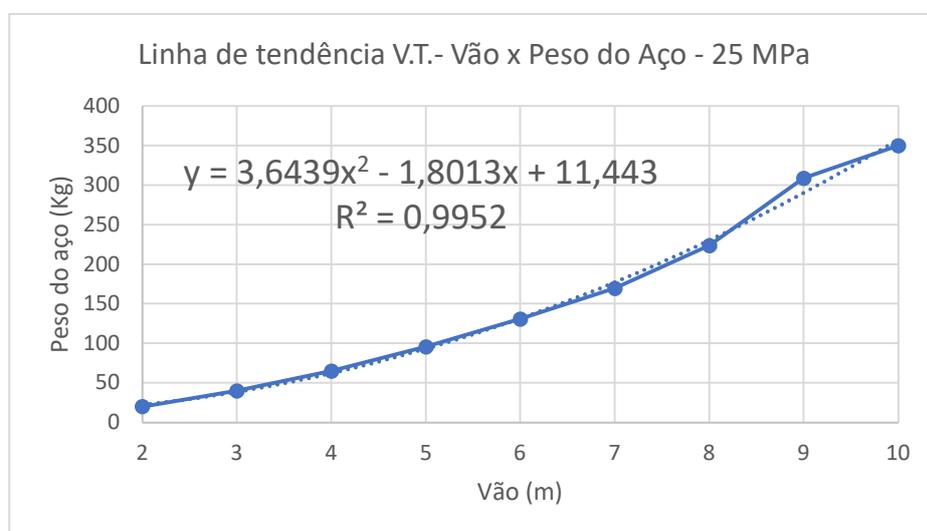
Segue os gráficos abaixo que foram utilizados para elaborar a linha de tendência e extrair as equações da viga de armadura dupla (figura 34) e viga de seção em T (figura 35):

Figura 34 - Gráfico linha de tendência Vão x Peso do aço (Viga de armadura dupla) ( $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ )



Fonte: Autor (2021)

Figura 35 - Gráfico linha de tendência Vão x Peso do aço (Viga de seção T) ( $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ )

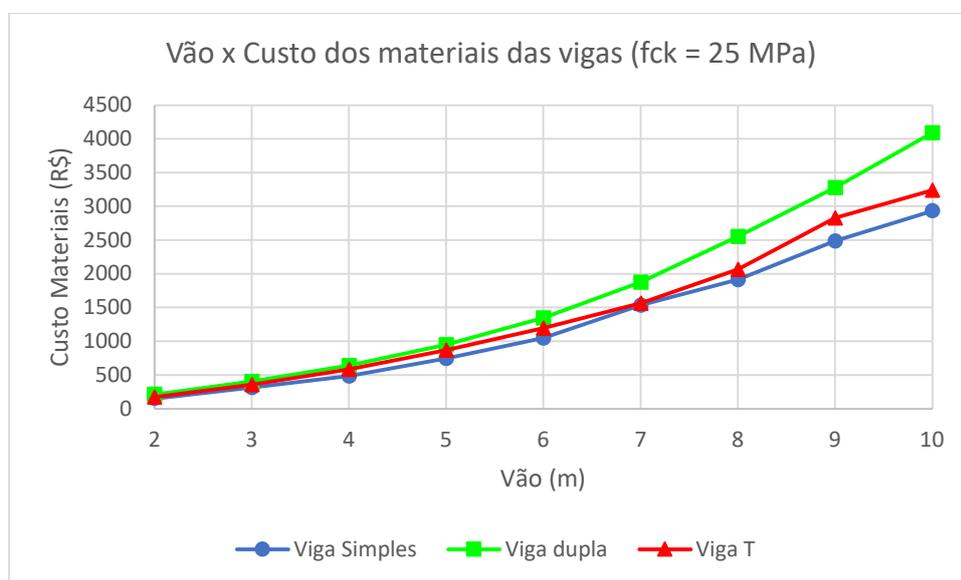


Fonte: Autor (2021)

### 5.4.3 Análise do custo total das vigas

A partir dos resultados do custo do concreto e do aço para as vigas de armadura simples, dupla e de seção em T submetidas ao dimensionamento pelo ELU, e feito para um  $f_{ck}$  de 25 MPa, foi calculado o custo da matéria prima necessária para a elaboração da viga. O gráfico do custo total da matéria prima das vigas pelo vão (figura 36) foi obtido pela soma entre dois gráficos já analisados, custo do concreto pelo vão e custo do aço pelo vão, apresentados nos tópicos 5.4.1 e 5.4.2.

Figura 36 - Gráfico Vão x Custo dos Materiais (aço + concreto) das vigas ( $f_{ck} = 25$  MPa)



Fonte: Autor (2021)

Analisando-se as linhas do gráfico (figura 36) é observado que há uma predominância da viga de armadura dupla em permanecer acima das outras vigas em relação ao eixo vertical do gráfico, principalmente após os 5 metros de comprimento do vão. Isto demonstra que esta viga é a que possui maior custo para a sua construção por vão seguida pela viga de seção em T e pela viga de armadura simples. Esta é a que possui a predominância de menor custo por vão em relação às outras. Pode-se verificar estas constatações através da análise, por exemplo, dos vãos de 6 e 8 metros em que a viga de armadura dupla custa 1346,91 R\$ e 2552,75 R\$, respectivamente, enquanto a viga de seção em T custa 1195,02 R\$ e 2063,72 R\$, e a viga de armadura simples custa 1049,05 R\$ e 1914,45 R\$.

Também é possível analisar que à medida que os vãos aumentam o incremento no custo das vigas também aumenta. Considerando um aumento do vão de 5 para 6 metros e de 6 para 7 metros pode-se perceber que há um acréscimo de 400,51 e 528,78 reais para a viga de armadura dupla, 327,99 e 369,18 para a viga de seção em T, 307,02 e 487,83 Para a viga de armadura simples. Assim, percebe-se que para todas as vigas houve um aumento na variação do custo para um incremento de 1 metro no comprimento da viga.

É possível perceber no gráfico (figura 36) mudanças na razão de aumento do custo pelo vão para a viga de armadura simples de 6 para 7 metros, e na viga de seção em T de 8 para 9 metros. Isto se deve ao incremento da armadura de pele nessas vigas, pois quando a altura supera 60 centímetros deve-se considerar esta armadura.

Pode-se inferir desse gráfico (figura 36) também que, dependendo da situação de projeto, o aumento da viga não significa maior redução no custo. Isto pode ser percebido ao verificar, por exemplo, que o custo para se construir uma viga de armadura dupla com 6 metros de vão, correspondente à 1346,91 R\$, é superior ao necessário para se construir duas vigas de 3 metros, que tem custo de 401,23 R\$. Desse modo, a construção de um pilar para dividir um vão que seria vencido por apenas uma viga pode diminuir os custos da obra, para uma situação em que é permitida pelo projeto.

#### 5.4.3.1 Equações para o custo dos materiais utilizados nas vigas

A partir das equações do volume de concreto pelo vão e do peso do aço pelo vão, encontradas por meio de linhas de tendência para polinômios de segunda ordem, é possível formular uma relação para o custo total dos materiais das vigas. Assim, com o vão pretendido a que a viga seja dimensionada e o preço do metro cúbico de concreto e do quilo do aço pode-se encontrar o custo dos materiais da viga.

A condição de aplicabilidade desta equação do custo total dos materiais é o dimensionamento pelo estado limite último, o concreto com  $f_{ck}$  de 25MPa e as condições de carregamento determinadas pelo estudo de caso. Além disso, o preço do metro cúbico do concreto é referente apenas aos insumos necessário, sem mão de obra ou equipamentos, e o preço do quilo do aço é uma média dos preços dos quilos de aços para cada bitola, de 6,3 mm até 25 mm.

Com a união das equações do Volume de concreto (eq.72, eq.73, eq.74) e Peso do aço (eq.75, eq.76, eq.77), de cada tipo correspondente de viga analisado, e a multiplicação pelo preço correspondente dos materiais temos a expressão do preço da viga em função do comprimento e do custo dos matérias:

- Equação do custo para a viga de armadura simples

*Custo da viga*

$$= x^2 * (0,018 * VC + 2,9226 * PA) + x * (0,006 * VC + 0,1258 * PA) + 2,4747 * PA \quad \text{Eq. 78}$$

Onde:

X = vão em metros;

VC = Preço do metro cubico de concreto;

PA = Preço do quilo de aço (feito com uma média dos preços correspondentes às bitolas).

- Equação do custo para a viga de armadura dupla

*Custo da viga*

$$= x^2 * (0,0162 * VC + 5,4939 * PA) + x * (-0,0032 * VC - 13,918 * PA) + 0,0203 * VC + 32,633 * PA \quad \text{Eq. 79}$$

- Equação do custo para a viga de seção em T

*Custo da viga*

$$= x^2 * (0,014 * VC + 3,6439 * PA) + x * (-0,012 * VC - 1,8013 * PA) + 11,443 * PA \quad \text{Eq. 80}$$

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pode-se concluir que este trabalho auxilia na compreensão do comportamento das vigas de armadura simples, dupla e de seção em T, apesar dos resultados serem limitados a somente uma situação de carregamento a qual a viga está submetida. A análise comparativa realizada é importante por permitir que as vigas sejam avaliadas com relação aos seus desempenhos relativos, de modo que seja possível efetuar a melhor escolha dentre as vigas para uma situação de projeto qualquer.

Como pode ser visto na estrutura dos tópicos dos resultados deste trabalho, foi priorizado estabelecer um padrão para as análises dos parâmetros das vigas de modo a permitir que fosse possível chegar às conclusões não apenas dentro de cada tópico criado, mas também entre os tópicos deste trabalho.

Foi possível verificar que a adoção de uma contra flecha melhorou consideravelmente o rendimento de todas as vigas. Uma viga de armadura simples, por exemplo, com altura de 86 centímetros para um vão de 7 metros pode ter sua altura diminuída para 66 centímetros, apenas com o auxílio da contra flecha para o dimensionamento no ELS. A contra flecha também foi importante para permitir que vigas que não podiam ser dimensionadas no ELS, a viga de armadura dupla e de seção em T, passassem a poder ser dimensionadas.

A viga que possui o maior rendimento de altura, entre todas as outras, foi a viga de seção em T. Esta consegue alcançar tanto uma menor altura quanto, conseqüentemente, um menor volume quando dimensionada pelo Estado limite último ou pelo estado limite de serviço com o auxílio de contra flecha. Somente em relação ao peso do aço que a viga de seção em T não conseguiu obter um valor menor que a viga de armadura simples, devido à presença da armadura de ligação mesa alma. A viga de armadura dupla possui o segundo melhor desempenho de altura seguido pela viga de armadura simples, mas seu peso de aço foi superior às outras vigas devido a sua armadura de compressão.

Foi verificado também que por meio da análise do custo das vigas, chegou-se às equações que permitem o cálculo do peso do aço ou do volume de concreto pelo comprimento do vão. A abrangência destas equações está relacionada às vigas que se encontram nas mesmas condições das vigas analisadas, isto é, dimensionadas pelo ELU ou ELS com contra flecha, com  $f_{ck}$  de 25 MPa e para os mesmos carregamentos a que as vigas estão submetidas. Ao juntar estas equações foi possível criar uma equação geral relacionada ao custo total dos materiais das

vigas de modo que, para ser calculada, necessita apenas do comprimento do vão e do preço dos insumos do concreto e do preço médio do quilo do aço.

Além destas verificações também foram feitas análises para o  $f_{ck}$  para demonstrar os efeitos que a sua variação causaria na altura, volume de concreto ou no aço das vigas. É interessante notar que, diferente do observado na altura e no volume da viga, o aumento do  $f_{ck}$  não causa grandes variações no aço das vigas, esta diferença só é mais destacada no caso da viga de seção em T.

Nas vigas de armadura simples e dupla há pequena mudança de valores entre o  $f_{ck}$  escolhido, ou seja, com relação ao aço não há ganhos significativos com esta variação. Pode ser visto por exemplo que, para uma viga de armadura simples de 9 metros de comprimento, a variação do  $f_{ck}$  de 20 MPa para 35 MPa dá uma diferença de apenas 29 Kg de aço, sendo está a maior diferença observada para esta situação.

Pode-se concluir, portanto, que as vigas de seção em T foram as mais vantajosas em relação ao consumo e custo dos materiais, e eficiência para se vencer grandes vãos. Elas consomem menos concreto, quando não considerado o volume da mesa, e atingem menores alturas que as demais vigas. As vigas de armadura simples foram as que apresentaram pior rendimento em relação à altura e volume do vão, mas tiveram o melhor custo em relação à outras vigas. Já a viga de armadura dupla, apesar de possuir uma altura intermediária, tem o maior custo dentre as vigas. Isto ocorre devido ao preço da armadura ser consideravelmente mais alto que o do concreto e este tipo de viga necessitar de altas taxas de armaduras.

Espera-se que as análises realizadas sirvam de auxílio para pessoas que busquem entender o comportamento das vigas de armadura simples, dupla e de seção em T sob um enfoque comparativo de alguns dos parâmetros analisados: altura, volume de concreto, peso do aço e custo dos materiais. Além disso, com as equações obtidas pode-se estimar, para outros preços de metro cubico de concreto e quilos de aço, o valor aproximado da viga estudada neste trabalho relacionado aos materiais utilizados.

Considerações para trabalhos futuros:

- Analisar a altura, o volume de concreto e o peso do aço entre as vigas para os outros valores de  $f_{ck}$ .
- Verificar experimentalmente a eficácia das equações do custo do aço e do custo do volume de concreto.

- Analisar as equações do custo para outras situações de dimensionamento das vigas de armadura simples, dupla e de seção em T.
- Aumentar a quantidade de vigas analisadas, adicionando vigas com armadura ativa e vigas de perfil metálico.
- Discutir os resultados da comparação entre as vigas em um exemplo real de construção e analisar o impacto da escolha de cada tipo de viga para cada situação apresentada dentro do projeto

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, J.M. **Curso de Concreto Armado**. Rio Grande do Sul: Dunas, v. 1. 2003.
- ARAÚJO, J.M. **Curso de Concreto Armado**. Rio Grande do Sul: Dunas, v. 2. 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6120**: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 21 p., 2019.
- BASTOS, P. S. S. **Flexão normal simples - Vigas**. Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2019.
- BASTOS, P. S. S. **Vigas de edifícios**. Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2006.
- BRANSON, D.E. **Deflections of reinforced concrete flexural members**. Journal of the American Concrete Institute, n.6331, p. 637-667, 1966
- CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**: Segundo a NBR 6118:2014. v. 1, 4. ed. São Carlos: Edufscar, 2014.
- CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**: Volume 2. São Paulo: Pini, 2009.
- FERNANDES, S. A. **Análise das deformações do concreto e do comportamento de vigas submetidas a flexão simples**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1996.
- PEDROSO, F. L. **Concreto: As origens e a evolução do material construtivo mais usado pelo homem**. Revista Concreto e construções: IBRACON. São Paulo, n°53, p 14-19, 2009.
- REBELLO, Y. C. P. **A Concepção Estrutural e a Arquitetura**. São Paulo, Zigueate Editora, 2000.
- SILVA, R. J. C. **Concreto Armado**. Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Estadual do Vale do Acaraú, Sobral, 3. ed., 2017.
- SINAPI – Índices da Construção Civil. Disponível em: [https://www.caixa.gov.br/site/paginas/downloads.aspx#categoria\\_556](https://www.caixa.gov.br/site/paginas/downloads.aspx#categoria_556). Acesso em: 23 maio 2021.