

# Análise de *Outage* em Sistemas OFDM Cooperativos DF com Amplificadores de Potência Não Lineares

Diego A. Sousa\*, C. Alexandre R. Fernandes<sup>◇</sup> e Carlos Estêvão R. Fernandes<sup>†</sup>

**Resumo**—Neste artigo, propõe-se uma formulação analítica para a probabilidade de *outage* de um sistema de comunicação cooperativo OFDM com um *relay* utilizando o protocolo de retransmissão decodifica-e-encaminha (DF, *decode-and-forward*) fixo, considerando os efeitos das não linearidades inseridas por amplificadores de potência (PA, *power amplifier*) não lineares na fonte e no *relay*. No modelo proposto, o receptor considerado explora tanto o sinal recebido diretamente da fonte como aquele proveniente do *relay*. Apresenta-se um estudo dos efeitos das não linearidades no sistema, o qual é válido para qualquer tipo de amplificador não linear sem memória. Simulações numéricas computacionais comprovam a validade do modelo de probabilidade de *outage* proposto em diversos cenários.

**Palavras-Chave**—OFDM, comunicação cooperativa, amplificador de potência não linear, probabilidade de *outage*.

**Abstract**—This paper introduces an analytical formulation for the outage probability of a cooperative communication system using OFDM with a fixed decode-and-forward (DF) relay, assuming that both source and relay make use of nonlinear power amplifiers (PA). We consider a receiver that exploits the signal received directly from the source as well as the signal transmitted through the relay. The presented analysis of the nonlinear effects due to the power amplifiers applies to any kind of memoryless amplifier. The proposed outage probability model is validated by means of computer simulations in different scenarios.

**Keywords**—OFDM, cooperative communication, nonlinear power amplifier, outage probability.

## I. INTRODUÇÃO

No início da última década, a diversidade por cooperação foi proposta como um conceito promissor permitindo que se explore a diversidade espacial através de uma transmissão e processamento distribuídos, sem a necessidade de múltiplas antenas no transmissor e/ou no receptor, além de estender a cobertura e aumentar a capacidade espectral da rede [1]. Muitos protocolos de transmissão foram propostos na literatura, tais como o amplifica-e-encaminha (AF, *Amplify-and-Forward*) e o decodifica-e-encaminha (DF, *Decode-and-Forward*) [2].

Neste trabalho, será considerado o protocolo DF, uma vez que o protocolo AF amplifica e retransmite o ruído na recebido no *relay*, contrariamente ao que ocorre com o protocolo DF. Além disso, o protocolo AF requer que o nó destino tenha conhecimento do canal de todos os enlaces, enquanto que no protocolo DF o destino precisa conhecer apenas os enlaces que chegam a ele.

Por outro lado, a multiplexação por divisão de frequências ortogonais (OFDM, *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) é atualmente a tecnologia de comunicação adotada em diversos padrões de telecomunicações, tais como IEEE 802.11a, IEEE 802.16 (WiMAX), 3GPP Long Term Evolution (LTE), Digital Video Broadcasting - Television (DVB-T) e Digital Audio Broadcasting - Television (DAB-T). A ampla adoção do OFDM se deve à sua alta eficiência espectral, baixa complexidade de implementação e robustez a interferência intersimbólica (ISI) e a interferência entre portadoras [3].

No entanto, uma das principais desvantagens do OFDM, bem como de qualquer modulação multiportadora, é o fato de os sinais possuírem uma alta razão entre a potência de pico e a potência média (PAPR, *Peak-to-Average Power Ratio*) [3], [4]. Por conta da presença de dispositivos não lineares nos transmissores, tais como os amplificadores de potência (PA, *power amplifier*), os altos valores de PAPR introduzem distorções não lineares no sinal transmitido, podendo comprometer significativamente a detecção da informação no receptor.

Até o momento, poucos trabalhos investigaram os impactos das distorções não lineares em sistemas cooperativos. Em [5], um esquema de transmissão e recepção é proposto para um sistema cooperativo DF OFDM com múltiplos *relays* considerando os efeitos de um amplificador de potência do tipo *clipping*. Em [6], foram propostas técnicas para o cancelamento de distorções não lineares em sistemas cooperativos AF OFDM, considerando apenas um *relay*. Em [7], foi apresentada uma expressão que modela a probabilidade de erro de bit para um sistema cooperativo AF, assumindo que ambos fonte e *relay* possuem PA não lineares e que o canal entre a fonte e o *relay* é invariante no tempo. Em [8], foi proposto um sistema de alocação de potência ótimo em uma rede de *relays* com PA não lineares. Em [7], [8] não foi considerado o caminho direto entre a fonte e o destino. Em [9], o autor analisou um sistema cooperativo AF OFDM considerando um PA não linear apenas no *relay*, apresentando uma formulação analítica para a probabilidade de *outage*. Em [10], os autores expandiram a análise realizada em [9] adicionando um esquema de seleção de *relay*. Já em [11], propõe-se um receptor ótimo para um sistema cooperativo AF OFDM considerando os efeitos de PA não lineares na fonte e no *relay*. Por fim, em [12] foi apresentado um estudo de probabilidade de erro de bit para o *uplink* em um cenário cooperativo AF considerando distorções não lineares em desvios Doppler no enlace fonte-*relay*, considerando o mesmo invariante no tempo. No entanto, em [12], não foi considerado o enlace direto entre fonte e

\*Dpto. Eng. Teleinformática. <sup>◇</sup>Eng. da Computação, Campus Sobral. <sup>†</sup>Centro de Tecnologia. Univ. Federal do Ceará, Fortaleza, Brasil. E-mails: diego@gtel.ufc.br, alexandrefernandes@ufc.br, estevao@ufc.br.

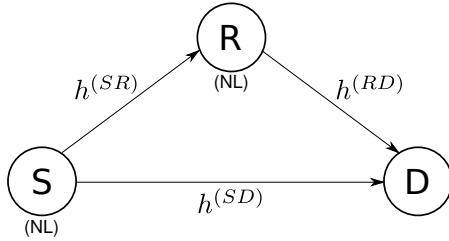


Fig. 1. Modelo do Sistema Cooperativo

destino e nenhuma análise de *outage* foi realizada.

O objetivo do presente trabalho é apresentar uma formulação analítica para a probabilidade de *outage* de um sistema cooperativo OFDM com um *relay* utilizando o protocolo de retransmissão DF fixo considerando os efeitos das não linearidades inseridas por amplificadores de potência não lineares na fonte e no *relay*. É assumido que o receptor explora tanto o sinal recebido diretamente da fonte como aquele proveniente do *relay*, usando o método de combinação de máxima razão (MRC, *maximum ratio combining*). O estudo apresentado é válido para qualquer tipo de amplificador não linear sem memória e para canais com desvanecimento Rayleigh. A análise proposta investigará como as distorções não lineares afetam o sistema para diferentes níveis de razão sinal ruído (SNR, *signal to noise ratio*) e diferentes níveis de modulações.

O restante deste artigo está dividido da seguinte maneira. Na Seção II é feita a apresentação do cenário cooperativo considerado no decorrer do trabalho. Na Seção III é desenvolvida a formulação analítica da probabilidade de *outage* do sistema descrito. Na Seção IV são apresentados resultados de simulação computacional, e por fim, na Seção V são apresentadas as conclusões deste trabalho e as perspectivas de trabalhos futuros.

## II. MODELAGEM DO SISTEMA

O modelo a ser considerado neste trabalho é composto por uma fonte (S), um *relay* (R) utilizando o protocolo DF fixo e um destino (D), em que todos os nós da rede possuem uma única antena operando em modo *half-duplex*, como mostrado na Fig. 1. Considera-se que em ambos, fonte e *relay*, o sinal OFDM com  $N$  subportadoras é amplificado por um PA não linear antes da transmissão pelo canal. No destino, um receptor MRC combina os sinais provenientes da fonte (enlace SD) e do *relay* (enlace RD). Assume-se que os canais em ambos os enlaces são independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.), com desvanecimento Rayleigh e que os sinais detectados nos receptores tanto do destino quanto do *relay* são contaminados por ruído aditivo Gaussiano branco (AWGN, *Additive Gaussian White Noise*) de média nula.

O sinal OFDM transmitido inclui um prefixo cíclico de comprimento  $L$  igual ou superior à memória do canal, a fim de mitigar a interferência intersimbólica e a interferência interportadora. Ressalte-se que, em uma transmissão OFDM, os símbolos de informação são gerados no domínio da frequência, no entanto eles são amplificados e transmitidos no domínio do tempo. Assume-se ainda que os símbolos de

informação  $\mathbf{s} = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$  no domínio da frequência são independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.), com distribuição uniforme e modulação PSK (*Phase Shift Keying*) ou QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*) de variância unitária. Já os símbolos transmitidos no domínio do tempo são representados por  $\mathbf{s}' = \{s'_1, s'_2, \dots, s'_N\}$ .

Assim, o sinal recebido na  $n$ -ésima subportadora através do enlace SD é dado por:

$$x_n^{(SD)} = h_n^{(SD)} \mathcal{F}_n \left( \mathbf{f}_s^{(NL)} \left( \sqrt{P_s} \mathbf{s}' \right) \right) + \eta_n^{(SD)}, \quad (1)$$

em que  $h_n^{(SD)}$  e  $\eta_n^{(SD)}$  são respectivamente a resposta em frequência do canal e o ruído no domínio da frequência, na  $n$ -ésima subportadora, para  $1 \leq n \leq N$ , e  $P_s$  é a potência de entrada do sinal no amplificador da fonte. A função  $\mathbf{f}_s^{(NL)}(\cdot) : \mathbb{C}^N \rightarrow \mathbb{C}^N$  modela o PA não linear e  $\mathcal{F}_n(\cdot)$  é uma função que retorna a  $n$ -ésima subportadora da transformada discreta de Fourier de seu argumento.

Para um alto número de subportadoras  $N$ , o sinal  $\mathbf{s}'$  pode ser visto como um vetor de variáveis aleatórias Gaussianas complexas estacionárias [13], [9]. Logo, a partir da extensão do teorema de Bussgang [14], o vetor de saída do PA no domínio do tempo pode ser expresso como:

$$\mathbf{f}_s^{(NL)}(\mathbf{s}') = \alpha_s \sqrt{P_s} \mathbf{s}' + \mathbf{d}'_s, \quad (2)$$

onde  $\alpha_s$  é uma constante complexa que representa o ganho (ou atenuação) e a rotação impostos aos símbolos pelo amplificador, e  $\mathbf{d}'_s$  é um vetor aleatório que representa a distorção aplicada ao sinal, descorrelacionado com  $\mathbf{s}'$  e de variância  $\sigma_{d'_s}^2$ . Assim, substituindo a transformada discreta de Fourier de (2) em (1), obtém-se

$$x_n^{(SD)} = h_n^{(SD)} \alpha_s \sqrt{P_s} s_n + h_n^{(SD)} d_n^{(S)} + \eta_n^{(SD)}. \quad (3)$$

onde  $d_n^{(S)}$  representa a  $n$ -ésima subportadora da transformada discreta de Fourier do vetor  $\mathbf{d}'_s$ .

De modo análogo, o sinal recebido no *relay* através do enlace SR é dado por

$$x_n^{(SR)} = h_n^{(SR)} \alpha_s \sqrt{P_s} s_n + h_n^{(SR)} d_n^{(S)} + \eta_n^{(SR)}, \quad (4)$$

em que  $h_n^{(SR)}$  denota a resposta em frequência do canal e  $\eta_n^{(SR)}$  corresponde ao ruído no domínio da frequência.

A implementação do protocolo DF no *relay* pode ser brevemente resumida como segue: remove-se o ganho  $h_n^{(SR)} \alpha_s \sqrt{P_s}$  do sinal  $x_n^{(SR)}$  e, em seguida, o sinal é submetido a um dispositivo de decisão que projeta as amostras recebidas no alfabeto utilizado na fonte (PSK ou QAM).

Assim, denotando por  $\hat{s}_n$  o símbolo estimado no *relay* na  $n$ -ésima subportadora, e  $\hat{\mathbf{s}}' = \{\hat{s}'_1, \hat{s}'_2, \dots, \hat{s}'_N\}$  um vetor de comprimento  $N$  no domínio do tempo que contém os símbolos decididos pelo *relay*, o sinal recebido no destino através do enlace RD é dado por:

$$x_n^{(RD)} = h_n^{(RD)} \mathcal{F}_n \left( \mathbf{f}_r^{(NL)} \left( \sqrt{P_r} \hat{\mathbf{s}}' \right) \right) + \eta_n^{(RD)}, \quad (5)$$

onde  $h_n^{(RD)}$  e  $\eta_n^{(RD)}$  são respectivamente o canal e o ruído na  $n$ -ésima subportadora, no domínio da frequência,  $P_r$  é a potência de entrada no amplificador do *relay* e a função  $\mathbf{f}_r^{(NL)}(\cdot) : \mathbb{C}^N \rightarrow \mathbb{C}^N$  modela o PA no *relay*, com parâmetro

$\alpha_r$  (ganho complexo). Dessa forma, aplicando a extensão do teorema de Bussgang em (5), obtém-se:

$$x_n^{(RD)} = h_n^{(RD)} \alpha_r \sqrt{P_r} \hat{s}_n + h_n^{(RD)} d_n^{(R)} + \eta_n^{(RD)}, \quad (6)$$

em que  $d_n^{(R)}$  representa a distorção não linear introduzida pelo PA do *relay* no domínio da frequência, de variância  $\sigma_{d_r}^2$ .

Neste trabalho, é considerado que o nó destino detecta o sinal recebido usando a técnica MRC assumindo conhecidos os coeficientes dos canais e dos PAs [6].

### III. ANÁLISE DE OUTAGE

Nesta seção será desenvolvida uma formulação analítica para a probabilidade de *outage* em um sistema cooperativo com o protocolo DF fixo e considerando os efeitos de amplificadores não-lineares na fonte e no *relay*, usando o modelo apresentado na seção anterior.

Em [13], é demonstrado que as distorções  $d_n^{(S)}$  e  $d_n^{(R)}$  introduzidas pelos PAs são brancas e Gaussianas. Assim, considerando  $d_n^{(S)}$  e  $d_n^{(R)}$  como AWGN, as SNRs instantâneas na saída dos enlaces SD, SR e RD podem ser expressas respectivamente como:

$$\gamma_{sd_n} = \frac{|h_n^{(SD)}|^2 |\alpha_s|^2 P_s}{|h_n^{(SD)}|^2 \sigma_{d_s}^2 + \sigma_{sd}^2}, \quad (7)$$

$$\gamma_{sr_n} = \frac{|h_n^{(SR)}|^2 |\alpha_s|^2 P_s}{|h_n^{(SR)}|^2 \sigma_{d_s}^2 + \sigma_{sr}^2}, \quad (8)$$

$$\gamma_{rd_n} = \frac{|h_n^{(RD)}|^2 |\alpha_r|^2 P_r}{|h_n^{(RD)}|^2 \sigma_{d_r}^2 + \sigma_{rd}^2}, \quad (9)$$

em que  $\sigma_{sd}^2$ ,  $\sigma_{sr}^2$  e  $\sigma_{rd}^2$  representam as variâncias dos ruídos dos canais SD, SR e RD, respectivamente.

Pode-se ainda reescrever (7) da seguinte forma:

$$\gamma_{sd_n} = \frac{\gamma_{sd_n^{(l)}} \gamma_{SPA}}{\gamma_{sd_n^{(l)}} + \gamma_{SPA}} \quad (10)$$

em que

$$\gamma_{sd_n^{(l)}} = \frac{|h_n^{(SD)}|^2 |\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{sd}^2} \quad (11)$$

representa a SNR instantânea do enlace sem fio SD desconsiderando os efeitos da distorção  $d_n^{(S)}$ , e

$$\gamma_{SPA} = \frac{|\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{d_s}^2} \quad (12)$$

representa a SNR instantânea do sinal na saída do PA da fonte.

De forma similar, definindo as SNRs instantâneas dos enlaces sem fio SR e RD desconsiderando os efeitos não lineares dos amplificadores como:

$$\gamma_{sr_n^{(l)}} = \frac{|h_n^{(SR)}|^2 |\alpha_s|^2 P_s}{\sigma_{sr}^2} \quad (13)$$

e

$$\gamma_{rd_n^{(l)}} = \frac{|h_n^{(RD)}|^2 |\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{rd}^2}, \quad (14)$$

e a SNR instantânea do sinal na saída do PA do *relay* como:

$$\gamma_{RPA} = \frac{|\alpha_r|^2 P_r}{\sigma_{d_r}^2}, \quad (15)$$

tem-se que (8) e (9) podem ser reescritas respectivamente da seguinte forma:

$$\gamma_{sr_n} = \frac{\gamma_{sr_n^{(l)}} \gamma_{SPA}}{\gamma_{sr_n^{(l)}} + \gamma_{SPA}} \quad (16)$$

e

$$\gamma_{rd_n} = \frac{\gamma_{rd_n^{(l)}} \gamma_{RPA}}{\gamma_{rd_n^{(l)}} + \gamma_{RPA}}. \quad (17)$$

As SNRs instantâneas de todos os enlaces podem ser aproximadas utilizando a seguinte relação comumente utilizada na literatura [15], [16], [9]:  $xy/(x+y) \approx \min(x,y)$ . Logo, (10), (16) e (17) podem ser respectivamente aproximadas por:

$$\gamma_{sd_n} \approx \min(\gamma_{sd_n^{(l)}}, \gamma_{SPA}), \quad (18)$$

$$\gamma_{sr_n} \approx \min(\gamma_{sr_n^{(l)}}, \gamma_{SPA}) \quad (19)$$

e

$$\gamma_{rd_n} \approx \min(\gamma_{rd_n^{(l)}}, \gamma_{RPA}). \quad (20)$$

Utilizando a aproximação feita para a SNR do enlace SD, apresentada em (18), tem-se que sua distribuição cumulativa de probabilidades (CDF, *cumulative distribution function*) é dada por

$$\begin{aligned} \text{Prob}(\gamma_{sd_n} < \gamma_{th}) &= \text{Prob}(\min(\gamma_{sd_n^{(l)}}, \gamma_{SPA}) < \gamma_{th}) \\ &= 1 - \left(1 - P(\gamma_{sd_n^{(l)}} < \gamma_{th})\right) \times \\ &\quad \left(1 - P(\gamma_{SPA} < \gamma_{th})\right). \end{aligned} \quad (21)$$

Como é assumido que os canais de todos os enlaces sem fio possuem desvanecimento Rayleigh, e as SNRs dos PAs são consideradas fixas, ou seja,  $\text{Prob}(\gamma_{SPA} < \gamma_{th}) = u(\gamma_{th} - \gamma_{SPA})$  e  $\text{Prob}(\gamma_{RPA} < \gamma_{th}) = u(\gamma_{th} - \gamma_{RPA})$ , em que  $u(\cdot)$  é a função degrau unitário, (21) pode ser reescrita como:

$$\text{Prob}(\gamma_{sd_n} < \gamma_{th}) = \left(1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th})\right) \times u(\gamma_{th}), \quad (22)$$

em que  $\bar{\gamma}_{sd}$  é a SNR média do enlace sem fio SD desconsiderando os efeitos não lineares.

De modo análogo, as CDFs dos enlaces SR e RD são descritas respectivamente como

$$\text{Prob}(\gamma_{sr_n} < \gamma_{th}) = \left(1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th})\right) \times u(\gamma_{th}) \quad (23)$$

e

$$\text{Prob}(\gamma_{rd_n} < \gamma_{th}) = \left(1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) u(\gamma_{RPA} - \gamma_{th})\right) \times u(\gamma_{th}), \quad (24)$$

em que  $\bar{\gamma}_{sr}$  e  $\bar{\gamma}_{rd}$  representam as SNRs médias dos enlaces sem fio SR e RD desconsiderando os efeitos não lineares.

A probabilidade de *outage* de um sistema cooperativo com um *relay* utilizando o protocolo de retransmissão DF fixo é dado por [2]:

$$P_{out}^{(fdf)}(\gamma_{th}) = \text{Prob}(\min(\gamma_{sr_n}, \gamma_{mrc}) < \gamma_{th}) = 1 - (1 - P(\gamma_{sr_n} < \gamma_{th}))(1 - P_{mrc}), \quad (25)$$

em que  $\gamma_{mrc} = \gamma_{sd_n} + \gamma_{rd_n}$  e  $P_{mrc}$  é dado por

$$P_{mrc} = \text{Prob}(\gamma_{mrc} < \gamma_{th}) = \int_0^\infty f_{\gamma_{sd_n}}(x) \text{Prob}(\gamma_{rd_n} < \gamma_{th} - x) dx, \quad (26)$$

sendo  $f_{\gamma_{sd_n}}(x)$  a função densidade de probabilidade de  $\gamma_{sd_n}$ , dada por

$$f_{\gamma_{sd_n}}(\gamma_{th}) = \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) u(\gamma_{th}) + \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{th}) \delta(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) + \delta(\gamma_{th}) - \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) \delta(\gamma_{th}) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) \quad (27)$$

Substituindo (24) e (27) em (26) obtém-se

$$P_{mrc} = 1 - \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) + \left(1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{th} - \gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) u(\gamma_{RPA} - \gamma_{th} + \gamma_{SPA})\right) \times \exp\left(-\frac{\gamma_{SPA}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) u(\gamma_{th} - \gamma_{SPA}) - \Upsilon \quad (28)$$

em que

$$\Upsilon = \int_{\max(\gamma_{th} - \gamma_{RPA}, 0)}^{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})} \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{x}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th} - x}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) dx. \quad (29)$$

Em seguida, (29) será analisada para dois diferentes casos:  $\bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd}$  e  $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$ . Considerando  $\bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd}$ , (29) pode ser reexpressa da seguinte forma:

$$\Upsilon = -\frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \times \left[ \exp\left(-\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\max(\gamma_{th} - \gamma_{SPA}, 0)}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) - \exp\left(-\frac{\max(\gamma_{th} - \gamma_{RPA}, 0)}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) \right]. \quad (30)$$

Por outro lado, para  $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd}$ , (29) resulta em:

$$\Upsilon = -\frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}}\right) \times [\min(\gamma_{th}, \gamma_{SPA}) - \max(\gamma_{th} - \gamma_{RPA}, 0)]. \quad (31)$$

Substituindo (23), (28), (30) e (31) em (25) e considerando que  $\gamma_{th} > 0$ , após algumas manipulações algébricas, a probabilidade de *outage* de um sistema OFDM cooperativo utilizando o protocolo DF fixo pode ser expressa por (32), no topo da página seguinte.

Observando (32), nota-se que o a SNR instantânea do PA da fonte representa o maior gargalo ao sistema, pois se  $\gamma_{SPA} <$

$\gamma_{th}$ , um evento de *outage* sempre irá ocorrer. Este fenômeno ocorre pelo fato de que o sinal recebido no nó destino em ambos os caminhos, SD e RD, estarem corrompidos pelas distorções não lineares do PA da fonte.

Por simplicidade, considerando  $\gamma_{SPA} > \gamma_{th}$  e  $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{sr} = \bar{\gamma}_{rd} = \bar{\gamma}$ , observa-se que para um PA tal que  $\gamma_{RPA}^{(1)} > \gamma_{th}$ , (32) resume-se a:

$$P_{out}^{(fdf)}(\gamma_{th}) = 1 - \left(1 + \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}}\right) \exp\left(-\frac{2\gamma_{th}}{\bar{\gamma}}\right). \quad (33)$$

Já para um PA com  $\gamma_{RPA}^{(2)} < \gamma_{th}$ , (32) simplifica-se em:

$$P_{out}^{(fdf)}(\gamma_{th}) = 1 - \left(1 + \frac{\gamma_{RPA}^{(2)}}{\bar{\gamma}}\right) \exp\left(-\frac{2\gamma_{th}}{\bar{\gamma}}\right). \quad (34)$$

Comparando (33) e (34), observa-se que a probabilidade de *outage* em (34) é menor que em (33). Isto significa que as distorções não lineares inseridas no *relay* cujo PA possui uma SNR tal que  $\gamma_{RPA}^{(2)} < \gamma_{th}$  aumentam a probabilidade de *outage* do sistema. Já no caso do *relay* cujo PA é tal que  $\gamma_{RPA}^{(1)} > \gamma_{th}$ , as distorções não lineares não afetam a probabilidade de *outage*.

#### IV. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção serão apresentados os resultados computacionais a fim de validar os resultados teóricos obtidos na seção anterior. Em todas as simulações, os canais dos enlaces SD, SR e RD possuem desvanecimento Rayleigh seletivo em frequência com um espalhamento de atrasos de 16 *taps*, o sinal OFDM transmitido possui 256 subportadoras, um prefixo cíclico de mesmo tamanho do espalhamento de atrasos do canal e o ruído térmico inserido em todos os nós possui a mesma variância  $\sigma_\eta^2$ . Considera-se também que os sinais transmitidos na fonte e no *relay* passam por um PA do tipo *soft-clipping* [14], [9], [13] com um ponto de saturação igual a 0 dB. Além disso, considerou-se que  $P_s = P_r = 0.5$ .

A Fig. 2 apresentada a probabilidade de *outage* para vários valores de limiar de SNR, considerando um recuo de potência entrada (IBO, *input back-off*) de 5 dB nos PA da fonte e do *relay*, o que, para o modelo utilizado, resulta em  $\gamma_{SPA} = \gamma_{RPA} = 23.51$  dB. O IBO é definido como a razão entre a potência de saturação e a potência média na entrada do PA. Como se pode observar, as curvas teóricas e práticas são bastante próximas, havendo apenas uma pequena diferença para  $\gamma_{th} = 20$  dB. Esta pequena diferença se deve à aproximação da SNR dos enlaces SD, SR e RD realizada na Seção III, pois tal aproximação se torna mais eficiente conforme a diferença absoluta entre o limiar  $\gamma_{th}$  e a SNR instantânea dos PA aumenta. Note ainda que para  $\gamma_{th} > \gamma_{SPA}$ , um evento de *outage* sempre ocorre conforme esperado.

A fim de avaliar os efeitos das não linearidades do *relay*, na Fig. 3 são mostrados resultados da probabilidade de *outage* para um amplificador linear na fonte e um PA não linear no *relay* com IBO de 2 dB, o que resulta em  $\gamma_{RPA} = 15.28$  dB. Para comparação, também foi simulado um sistema com os dois PAs sendo lineares. Como se pode perceber, a equação teórica aproxima-se bastante dos resultados simulados em

$$P_{out}^{(fdf)}(\gamma_{th}) = \begin{cases} 1 - \left[ \frac{\bar{\gamma}_{sd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} - \frac{\bar{\gamma}_{rd}}{\bar{\gamma}_{sd} - \bar{\gamma}_{rd}} \exp\left(\frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})}{\bar{\gamma}_{rd}}\right) \right] \times \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) & \bar{\gamma}_{sd} \neq \bar{\gamma}_{rd} \\ 1 - \left(1 + \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} \min(\gamma_{th}, \gamma_{RPA})\right) \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sd}} - \frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_{sr}}\right) u(\gamma_{SPA} - \gamma_{th}) & \bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{rd} \end{cases} \quad (32)$$

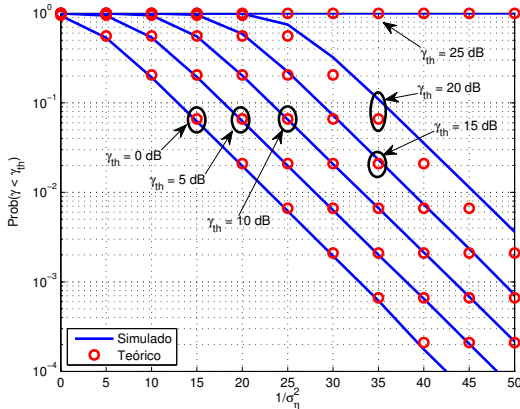


Fig. 2. Probabilidade de Outage considerando um PA com IBO = 5 dB na fonte e no relay

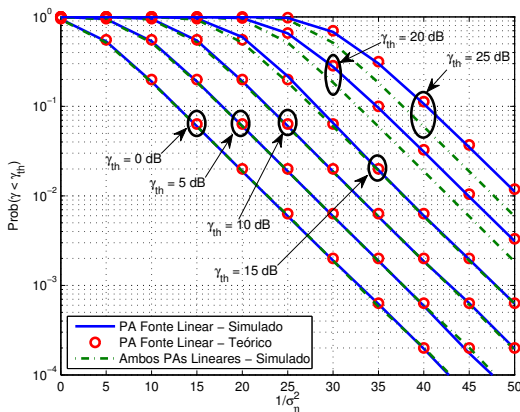


Fig. 3. Probabilidade de Outage considerando um PA linear na fonte e um PA com IBO = 2 dB no relay

todos os casos considerados. Nota-se que para  $\gamma_{th} < \gamma_{RPA}$  os resultados são similares ao caso em que um PA linear é considerado no relay, no entanto para  $\gamma_{th} > \gamma_{RPA}$ , a probabilidade de outage aumenta se comparado ao caso linear, como se pode destacar nos casos de  $\gamma_{th} = 20$  dB e  $\gamma_{th} = 25$  dB.

## V. CONCLUSÕES

Neste artigo foi realizada uma análise da probabilidade de outage em sistemas de comunicação cooperativos OFDM DF fixo considerando os efeitos de distorções não lineares inseridas no transmissor e no relay. Os resultados de simulação apresentados validam o modelo analítico desenvolvido e mostram que o PA não linear da fonte exerce maior influência na probabilidade de outage do sistema, pois caso sua SNR instantânea encontre-se abaixo do limiar de SNR estabelecido um evento de outage sempre ocorrerá. O PA não linear do

relay também possui influência na probabilidade de outage quando sua SNR instantânea encontre-se abaixo do limiar de SNR.

Em trabalhos futuros pretende-se analisar a probabilidade de erro de símbolos do sistema considerado, bem como a análise de outage e de taxa de erro para mesmo cenário considerado utilizando o protocolo DF seletivo.

## REFERÊNCIAS

- [1] A. Sendonaris, E. Erkip, and B. Aazhang, "User cooperation diversity. Part I. System description," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 51, pp. 1927–1938, November 2003.
- [2] K. J. R. Liu, A. K. Sadek, W. Su, and A. Kwasinski, *Cooperative Communications and Networking*. Cambridge University Press, 2009.
- [3] A. Pandharipande, "Principles of OFDM," *IEEE Potentials*, vol. 21, pp. 16–19, April/May 2002.
- [4] T. Hwang, C. Yang, G. Wu, S. Li, and G. Ye Li, "OFDM and Its Wireless Applications: A Survey," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, pp. 1673–1694, May 2009.
- [5] T. Keteoglu, "Cooperation diversity for clipped OFDM with iterative reception," in *Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, pp. 1025–1029, October 2008.
- [6] V. del Razo, T. Riihonen, F. Gregorio, S. Werner, and R. Wichman, "Nonlinear Amplifier Distortion in Cooperative Amplify-and-Forward OFDM Systems," in *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, pp. 1–5, April 2009.
- [7] T. Riihonen, S. Werner, F. Gregorio, R. Wichman, and J. Hämäläinen, "BEP Analysis of OFDM Relay Links with Nonlinear Power Amplifiers," in *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, pp. 1–6, April 2010.
- [8] C. Zhang, P. Ren, J. Peng, G. Wei, Q. Du, and Y. Wang, "Optimal Relay Power Allocation for Amplify-and-Forward Relay Networks with Non-linear Power Amplifiers," *Computing Research Repository*, vol. abs/1105.0, 2011.
- [9] C. A. R. Fernandes, "Outage performance of cooperative amplify-and-forward OFDM systems with nonlinear power amplifiers," in *IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*, pp. 459–463, June 2012.
- [10] C. A. R. Fernandes, D. B. da Costa, and A. L. F. de Almeida, "Outage Analysis of Cooperative OFDM Systems with Nonlinear Amplifiers and Relay Selection," in *XXX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBRT)*, Setembro 2012.
- [11] E. J. P. Farias, D. A. Sousa, C. A. R. Fernandes, and C. E. R. Fernandes, "Receptor Ótimo para Sistemas OFDM Cooperativos com Amplificadores de Potência Não Lineares," in *XXX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBRT)*, Setembro 2012.
- [12] H. A. Ahmed, A. I. Sulyman, and H. S. Hassanein, "Bit error rate performance of orthogonal frequency-division multiplexing relaying systems with high power amplifiers and Doppler effects," *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 13, no. 8, pp. 734–744, 2013.
- [13] D. Dardari, V. Tralli, and A. Vaccari, "A theoretical characterization of nonlinear distortion effects in OFDM systems," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, pp. 1755–1764, October 2000.
- [14] H. E. Rowe, "Memoryless Nonlinearities With Gaussian Inputs: Elementary Results," *The Bell System Technical Journal*, vol. 61, pp. 1519–1525, September 1982.
- [15] T. Wang, A. Cano, G. Giannakis, and J. Laneman, "High-performance cooperative demodulation with decode-and-forward relays," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 55, no. 7, pp. 1427–1438, 2007.
- [16] S. Ikki and M. Ahmed, "Performance analysis of cooperative diversity wireless networks over nakagami-m fading channel," *IEEE Communications Letters*, vol. 11, no. 4, pp. 334–336, 2007.