



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
DOUTORADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

CLAUSON SALES DO NASCIMENTO RIOS

CONTROLE ROBUSTO APLICADO À CONVERSORES DC-DC MULTIPORTAS
ISOLADOS PARA SISTEMAS DE SUPRIMENTO DE ENERGIA

FORTALEZA

2021

CLAUSON SALES DO NASCIMENTO RIOS

CONTROLE ROBUSTO APLICADO À CONVERSORES DC-DC MULTIPORTAS
ISOLADOS PARA SISTEMAS DE SUPRIMENTO DE ENERGIA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Sistemas de Controle e Automação.

Orientador: Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira

Coorientador: Prof. Dr. Bismark Claude Torrico

FORTALEZA

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

R453c Rios, Clauson.
Controle Robusto Aplicado à Conversores DC-DC Multiportas Isolados para Sistemas de Suprimento de Energia / Clauson Rios. – 2021.
227 f. : il. color.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Fortaleza, 2021.

Orientação: Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira.
Coorientação: Prof. Dr. Bismark Claude Torrico.

1. Controle Robusto. 2. Inequações Matriciais Lineares. 3. Conversores DC-DC Multiportas. 4. Incertezas Paramétricas. 5. D-Estabilidade. I. Título.

CDD 621.3

CLAUSON SALES DO NASCIMENTO RIOS

CONTROLE ROBUSTO APLICADO À CONVERSORES DC-DC MULTIPORTAS
ISOLADOS PARA SISTEMAS DE SUPRIMENTO DE ENERGIA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de doutor em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Sistemas de Controle e Automação.

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Fabrício Gonzalez
Nogueira (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Bismark Claure
Torrico (Coorientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Antônio Barbosa de Souza Júnior
Instituto Federal de Educação, Ciências e
Tecnologia do Ceará (IFCE)

Prof. Dr. Antônio Macílio Pereira de Lucena
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
(INPE)

Prof. Dr. Marcus Vinícius Silvério Costa
Universidade Federal Rural do Semi-Árido
(UFERSA)

Prof. Dr. Walter Barra Júnior
Universidade Federal do Pará (IFPA)

Dedico este Trabalho de Doutorado ao amor de minha vida, minha amada esposa: Magna Gomes de Souza. Aos meus amados filhos: Carlos Eduardo e Júlia. Aos meus heróis (pais): Edson Rios e Cláudia Rios.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus e a Nossa Senhora das Graças, por tudo que sou, me permitindo viver uma vida repleta de alegrias, me fazendo viver diariamente a sua misericórdia e amor.

Ao professor Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira pela orientação, amizade, paciência e conhecimento compartilhados comigo durante todo o tempo que estive nesta caminhada.

Aos professores Dr. Bismarck Torrico, Dr. Wilkley Correia e Dra. Laurinda Lúcia e Dr. Luiz Henrique, por todo conhecimento transmitido.

Agradeço também aos professores Dr. Antônio Barbosa de Souza Júnior, Dr. Antônio Macílio Pereira de Lucena, Dr. Marcus Vinícius Silvério Costa e Dr. Walter Barra Júnior, pelo tempo dedicado à leitura deste trabalho, colaborações e sugestões.

Agradeço aos meus irmãos, tias, tios, primos, sobrinhos, cunhados, enfim, a minha grande família que caminhou junto comigo até aqui.

Agradeço a minha amada avó Aldenora (in memoriam), meu avô Francisco Rodrigues (Pistim) (in memoriam) e ao meu amado tio Deco (in memoriam), pelo amor dado a mim durante o tempo que estiveram neste planeta. Tenho muitas saudades de todos.

Aos meus amigos Antonio Barbosa, Josias Guimarães, Darielson Araújo, Felipe José, José Nogueira Jr., Gabriel Freitas, Marcus Davi, Thiago Alves, Dayse Benevides, Rejane Cavalcante e Kaio Martins, pelo companheirismo e conhecimento compartilhados durante toda a minha pesquisa. A companhia de vocês tornou tudo mais alegre e divertido e com certeza me fazia querer continuar.

Em especial, aos amigos Magno Prudêncio, René Descartes, Débora Damasceno e Eduardo Mapurunga, que acreditaram e que trouxeram luz nos momentos em que me achei no escuro.

Finalmente, gostaria de expressar meu amor eterno e gratidão à minha mãe, Cláudia Rios, meu pai, Edson Rios, aos meus filhos Carlos Eduardo e Júlia Rios e a minha adorável esposa, Magna Gomes, cujo amor, encorajamento e apoio me deram forças para continuar a perseguir os meus objetivos e ela, Magna, tem sido o pilar do meu sucesso. Ela é a primeira imagem que vejo quando abro meus olhos ao acordar e a última imagem que contemplo ao deitar à noite.

“Para o triunfo do mal, basta que os bons nada façam.”

(Edmund Burk)

RESUMO

O aumento da penetração das energias fotovoltaica e eólica em sistemas com diferentes aplicações e com cargas críticas, como em aplicações médicas, sistemas de controle industrial e telecomunicações têm demandado continuidade e confiabilidade de serviço. Recentemente, arquiteturas de sistemas baseados em conversores DC-DC, especificamente os conversores multiportas, estão sendo amplamente usadas em sistemas fotovoltaicos, eólicos, híbridos, satélites e em robótica. As estratégias de controle e gerenciamento de potência para estes conversores geralmente operam de forma multi-modo com múltiplos laços devido aos diferentes modos de operação, tornando o projeto de controladores uma tarefa bastante desafiadora do ponto de vista de controle, pois apresentam relação dinâmica não-linear e um acoplamento significativo entre múltiplas entradas e a saída. Além disso, o sistema está sujeito a variações de condição operacional das fontes de energia que podem possuir intermitência em seu fornecimento. Este trabalho propõe, então, o estudo e a implementação de estratégias de controle robusto por realimentação de estados, via Inequações Matriciais Lineares (LMIs), para aplicação em um conversor DC-DC de três-portas isolado utilizado em sistemas híbridos de energia. Inicialmente o conversor é representado por meio de um modelo de espaço de estados que considera distúrbios nas portas de entrada fotovoltaica e bidirecional (bateria). O sistema é então linearizado em torno de um ponto operacional médio, de forma que técnicas de controle robustas possam ser aplicadas, permitindo ainda que as características naturais dos sistemas de eletrônica de potência possam ser tratadas de forma explícita no modelo da planta, considerando-as como incertezas estruturadas nos parâmetros do modelo. Para garantir robustez, estabilização e rastreamento de tensão, uma abordagem H_∞ com restrições de alocação de polos e com base em LMIs é formulada e resolvida. Finalmente, o desempenho do controlador proposto é verificado por meio de experimentos de *Hardware-in-the-loop* (HIL) e comparado com uma estratégia de controle descentralizado qual irão confirmar o desempenho da abordagem proposta.

Palavras-chave: Controle Robusto. Inequações Matriciais Lineares. Conversores DC-DC Multiportas. Norma H_∞ . D-Estabilidade. Incertezas Paramétricas. *Hardware in Loop*.

ABSTRACT

The increasing demand for photovoltaic and wind energy in systems with different applications and with critical loads, as in medical applications, industrial control systems and telecommunications have demanded continuity and reliability of service. Recently, system architectures based on DC-DC converters, specifically multi-port converter, are being widely used in photovoltaic, wind, hybrid, satellite and robotic systems. The control and power management strategies for these converters generally operate in a multi-mode with multiple loops due to the different modes of operation, making controller design a very challenging task from a control point of view, since they have a non-linear dynamic relationship and a significant coupling between multiple inputs and output. Besides that, the system is subject to variations in the operational condition of the power sources that may have intermittent supply. This work proposes, then, the study and the implementation of strategies of robust control, via Linear Matrix Inequalities (LMIs), for application in a DC-DC three-port isolated converter used in hybrid energy systems. First, the converter is represented by a state space model that considers disturbances in the photovoltaic and bidirectional (battery) input ports. The system is linearized around an average operational point, so that robust control techniques can be applied, allowing the natural characteristics of power electronics systems to be treated explicitly in the plant model, considering them as structured uncertainties in the model parameters. To ensure robustness, stabilization and voltage tracking, a H_∞ approach with pole allocation restrictions and based on LMIs constraints is formulated and resolved. Finally, the performance of the proposed controller is verified using HIL experiments and compared with a decentralized control strategy, which will confirm the performance of the proposed approach.

Keywords: Robust Control. Linear Matrix Inequalities. Multi-Port DC-DC Converters. H_∞ Norm. D-Stability. Parametric Uncertainties. Hardware in Loop.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistema Elétrico Híbrido (Sistema Elétrico Híbrido (SEH)) padrão.	24
Figura 2 – Representação de um Conversor DC-DC.	33
Figura 3 – Configuração geral de um sistema híbrido DC-DC: a) Com vários conversores DC/DC de entrada única; b) Com conversor de múltiplas portas.	35
Figura 4 – Topologia geral proposta com combinação de <i>link</i> DC e acoplamento magnético para conversores DC-DC bidirecionais multiportas.	37
Figura 5 – Células básicas usadas para construir conversores multiportas bidirecionais	38
Figura 6 – Conversor de Três-Portas com link DC - topologia 1.	38
Figura 7 – Conversor de Três-Portas magneticamente acoplado - topologia 2.	39
Figura 8 – Conversor de três portas que combina <i>link</i> DC e acoplamento magnético - topologia 3.	39
Figura 9 – Conversor de três portas com armazenamento acoplado diretamente a Barramento DC - topologia 4.	40
Figura 10 – Conversor multiportas Proposto por Chou.	40
Figura 11 – Conversor de meia ponte de três portas Proposto por Wu.	41
Figura 12 – Conversor <i>Buck/Boost/Buck-Boost</i>	42
Figura 13 – Diagrama do circuito do conversor multi-porta isolado.	43
Figura 14 – Topologia de conversor multi-porta proposta por Devi e Balaganesan (2015).	44
Figura 15 – Topologia para o conversor de três portas DC-DC.	45
Figura 16 – Topologia de conversor <i>Boost</i> DC-DC proposta.	45
Figura 17 – Conversor DC-DC multiportas com cinco portas proposto para o armazenamento de energia de células de combustível.	46
Figura 18 – Robô móvel Nanook ^(TM)	47
Figura 19 – Conexão das baterias do sistema de alimentação.	48
Figura 20 – Diagrama completo do robô Nanook.	49
Figura 21 – Conversores DC-DC Mean Well.	50
Figura 22 – Integração Conversor Três-Portas ao sistema do Nanook.	50
Figura 23 – SEH proposta para um satélite LEO.	52
Figura 24 – SEH padrão para para um satélite.	52
Figura 25 – SEH proposta para um Nanosatélite.	53
Figura 26 – Ilustração de um Nanosatélite.	54
Figura 27 – Integração Conversor Três-Portas ao sistema de um satélite.	54

Figura 28 – Conversor Três-Portas meia-ponte isolado.	55
Figura 29 – Conversor Três-Portas ponte-completa isolado.	56
Figura 30 – Topologia do conversor Três-Portas meia-ponte.	57
Figura 31 – Estágio <i>I</i> de operação do conversor Três-Portas.	58
Figura 32 – Estágio <i>II</i> de operação do conversor Três-Portas.	59
Figura 33 – Estágio <i>III</i> de operação do conversor Três-Portas.	59
Figura 34 – Formas de onda de operação das chaves do conversor.	60
Figura 35 – Modo <i>I</i> de operação do conversor Três-Portas: Ausência de luz solar.	60
Figura 36 – Modo <i>I</i> de operação do conversor Três-Portas: Sombreamento mínimo e insolação inicial.	61
Figura 37 – Modo <i>II</i> de operação do conversor Três-Portas: Insolação máxima.	62
Figura 38 – Topologia do conversor DC-DC de meia ponte modificada.	63
Figura 39 – Formas de onda básicas de operação da topologia meia ponte proposta.	64
Figura 40 – Operação do circuito no estágio <i>I</i>	72
Figura 41 – Operação do circuito no estágio <i>II</i>	74
Figura 42 – Operação do circuito no estágio <i>III</i>	75
Figura 43 – Arquitetura de controle do conversor Três-Portas.	92
Figura 44 – Algoritmo de transição dos modos de operação do controlador.	93
Figura 45 – Função de competição mínima proposta para permitir a transição suaves dos modos.	94
Figura 46 – Modulador PWM.	95
Figura 47 – Controlador generalizado.	97
Figura 48 – Diagrama de blocos do controlador de um conversor.	98
Figura 49 – Diagramas de Bode para o critério de estabilidade de Nyquist.	99
Figura 50 – Diagrama de blocos caracterizando o acoplamento das entradas $\hat{d}_1(s)$ e $\hat{d}_2(s)$ para o Modo de Operação <i>I</i>	103
Figura 51 – Diagrama de blocos da rede de desacoplamento.	106
Figura 52 – Modelo de pequeno sinal para o Modo de Operação <i>II</i>	107
Figura 53 – Curvas de amplitude e fase para a equação (3.100).	109
Figura 54 – Avanço de fase para diferentes compensadores.	110
Figura 55 – Curvas de Bode para o sistema compensado para V_0/d_1	111
Figura 56 – Curvas de amplitude e fase para a equação (3.105).	112
Figura 57 – Curvas de Bode para o sistema compensado para V_b/d_2	113

Figura 58 – Modelo de pequeno sinal para o Modo de Operação <i>I</i>	115
Figura 59 – Resposta ao degrau para o sistema compensado com largura de banda de 500Hz e margem de fase de 61°	115
Figura 60 – Resposta ao degrau para o sistema compensado com largura de banda de 500Hz e margem de fase de 88°	116
Figura 61 – Curvas de Bode para o sistema compensado para V_{in}/d_2	116
Figura 62 – Modelo computacional do conversor Três-portas para simulação.	117
Figura 63 – Modelo computacional do controlador com rede de desacoplamento para simulação.	118
Figura 64 – Simulação do ciclo de operação do satélite.	119
Figura 65 – Regulação da tensão de saída do conversor durante o ciclo de operação do satélite.	120
Figura 66 – Erro de estado estacionário controlador OVR durante o ciclo de operação do satélite.	121
Figura 67 – Corrente no primário do transformador do conversor durante o ciclo de operação do satélite.	122
Figura 68 – Corrente na carga do conversor durante o ciclo de operação do satélite.	122
Figura 69 – Ensaio da queda de 7V na tensão da bateria.	123
Figura 70 – Ensaio da queda de 8V na tensão da bateria.	124
Figura 71 – Definição geométrica de convexidade.	133
Figura 72 – Diagrama de Bode da tensão de saída perturbada pelas razões cíclicas d_1 e d_2 para o Modo de Operação <i>I</i>	136
Figura 73 – Diagrama de Bode da tensão de saída perturbada pelas razões cíclicas d_1 e d_2 para o Modo de Operação <i>II</i>	136
Figura 74 – Diagrama de Blocos que representa o cenário de amplificação de distúrbios nas razões cíclicas em malha aberta	137
Figura 75 – Saída mostrando a amplificação de distúrbio nas variáveis de estado do conversor para o Modo <i>II</i>	138
Figura 76 – Saída mostrando a amplificação de distúrbio nas variáveis de estado do conversor para o Modo <i>I</i>	138
Figura 77 – Diagrama de Bode da tensão de saída perturbada pelas tensões na bateria e painel, V_b e V_{in} , para o Modo de Operação <i>I</i>	140
Figura 78 – Diagrama de Bode da tensão de saída perturbada pelas tensões na bateria e painel, V_b e V_{in} , para o Modo de Operação <i>II</i>	140
Figura 79 – Sistema MIMO como um conjunto de subsistemas acoplados.	141

Figura 80 – Controle <i>Multi-loop</i> de um sistema MIMO com m-1 controladores ótimos operacionais.	143
Figura 81 – Modulador PWM com a razão cíclica d_2 desligada.	149
Figura 82 – Regulação da tensão de saída do conversor com a razão cíclica d_2 desligada.	149
Figura 83 – Sistema regulador por realimentação de estados.	151
Figura 84 – Região de D-estabilidade via LMI.	155
Figura 85 – Região de D-estabilidade para reta -h1.	156
Figura 86 – Região de D-estabilidade para reta -h1.	156
Figura 87 – Região de D-estabilidade para o círculo de raio r	157
Figura 88 – Região cônica de ângulo 2θ	158
Figura 89 – Resposta em frequência de um sistema SISO.	160
Figura 90 – Configuração geral do controle.	162
Figura 91 – Diagrama de blocos do sistema de realimentação de estados.	162
Figura 92 – Realimentação em espaço de estados	163
Figura 93 – Diagrama de blocos do conversor evidenciando a realimentação dos estados.	164
Figura 94 – Estrutura de realimentação de estados com ação integral.	167
Figura 95 – Região de D-estabilidade escolhida para projeto do Controlador.	172
Figura 96 – Implementação do diagrama de blocos do conversor com o controlador proposto.	174
Figura 97 – Implementação do sistema <i>Hardware in Loop</i> do conversor com o controlador proposto.	175
Figura 98 – Regiões de localização dos polos: a) Controlador K_1 ; b) Controlador K_2	177
Figura 99 – Estrutura do controlador por desacoplamento.	179
Figura 100 – Resultados da Simulação HIL 1: (a) Curvas de Tensão de Saída V_0 ; (b) Curvas de Corrente na carga e no lado primário do transformador.	181
Figura 101 – Sinais de controle $d_1(t)$ e $d_2(t)$ para a Simulação 1.	182
Figura 102 – Resultados da Simulação HIL 2: (a) Curvas de Tensão de Saída V_0 ; (b) Curvas de Corrente na carga e sinais de controle $d_1(t)$ e $d_2(t)$	183
Figura 103 – Síntese de Robustez: (a) Estrutura de realimentação de estados com incertezas aditivas; (b) Estrutura Δ -M.	185
Figura 104 – Robustez dos Controladores: (a) Análise de Robustez para o controlador K_1 . (b) Análise de Robustez para o controlador K_2	187
Figura 105 – Diagramas de Bode (Magnitude) de V_b para V_0 em malha aberta e em malha fechada para os controladores K_1 e K_2	188

Figura 106–Diagrama do conversor com o controlador proposto em <i>Field Programmable Gate Array</i> (FPGA).	199
Figura 107–Diagrama do controlador unificado proposto em FPGA.	200
Figura 108–Regiões de localização dos polos malha fechada para controlador unificado.	201
Figura 109–Resultados da Simulação HIL para controlador unificado.	202
Figura 110–Corrente na carga e no primário do transformador.	203
Figura 111–Sinais de controle $d_1(t)$ e $d_2(t)$ do controlador unificado.	203
Figura 112–Robustez do controlador unificado.	204
Figura 113–Diagrama de magnitude de V_b para V_0 , em malha aberta e malha fechada, para o controlador unificado.	205
Figura 114–Região composta por 3 LMI's e sua interseção convexa.	221
Figura 115–Definição física do que vem a ser estabilidade de sistemas.	226

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros do Conversor modificado para o robô Nanook.	67
Tabela 2 – Comparação entre a estrutura multiporta convencional e a integrada.	68
Tabela 3 – Parâmetros do Conversor Trimodal para o satélite.	118
Tabela 4 – Parâmetros para o cálculo dos controladores K_1 e K_2	176
Tabela 5 – Valores de índices de desempenho.	183
Tabela 6 – Parâmetros de desempenho para cálculo do controlador unificado.	201

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AEB	Agência Espacial Brasileira
BCR	<i>Battery Current Regulator</i>
BVR	<i>Battery Voltage Regulator</i>
CONASAT	Constelação de Nanosatélites Ambientais
DC	<i>Direct Current</i>
DSP	<i>Digital Signal Processing</i>
EEM	Espaço de Estado Médio
FC	<i>Fuel Cell</i>
FPGA	<i>Field Programmable Gate Array</i>
HIL	<i>Hardware-in-the-loop</i>
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
ISE	<i>Integral Squared Error</i>
IVR	<i>Input Voltage Regulator</i>
IVSB	<i>Inductor Volt-Second Balance</i>
LEO	<i>Low Earth Orbit</i>
LKC	Lei de Kirchhoff das Correntes
LKT	Lei de Kirchhoff das Tensões
LMI	<i>Linear Matrix Inequality</i>
LPV	<i>Linear Parameter Varying</i>
MIMO	<i>Multi-Input, Multi-Output</i>
MPPT	<i>Maximum Power Point Tracker</i>
NI	<i>Niederlinski Index</i>
OVR	<i>Output Voltage Regulator</i>
PCU	Unidade de Controle de Energia
PI	Proporcional-Integrador
PID	Proporcional-Integrador-Derivativo
PV	<i>Photo Voltaic</i>
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
RGA	<i>Relative Gain Array</i>
SAR	Regulador de Arranjo Solar

SBCD	Sistema Brasileiro de Coleta de Dados Ambientais
SEH	Sistema Elétrico Híbrido
SISO	<i>Single-Input, Single-Output</i>
SVD	<i>Singular Value Decomposition</i>
TAB	<i>Triple Active Bridge</i>
TISO	<i>Two-Input, Single-Output</i>
TV	<i>Total Variation</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

$A(t)$	Matriz de estados.
$B(t)$	Matriz de entrada.
$C(t)$	Matriz de saída.
$D(t)$	Matriz de transmissão direta.
x	Vetor de estados.
\dot{x}	Derivada no tempo do vetor x .
H_2	Norma 2: $\ H\ _2 = \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) ^2 d\omega \right\}^{1/2} < \infty$.
H_∞	Norma de Robustez: $\ H\ _\infty = \sup_{\omega \in \Re} H(j\omega) < \infty$.
A^T	Transposta da matriz A.
A^{-1}	Inversa da matriz A.
$\lambda(A)$	Autovalores da matriz A.
I	Matriz identidade de dimensão apropriada.
0	Matriz identidade de dimensão apropriada.
$P \succ 0$	Matriz P é positivo definida.
$P \prec 0$	Matriz P é negativo definida.
$P \succeq 0$	Matriz P é semi-positivo definida.
$P \preceq 0$	Matriz P é semi-negativo definida.
$P := 0$	A matriz P é definida (ou imposta) como igual a matriz nula.
$\Re\{s\}$	Parte real da variável s.
\Re^m	Espaço vetorial real de dimensão m.
$\Re^{m \times n}$	Espaço das matrizes de dimensão m x n contendo elementos reais.
$\mathbb{C}^{m \times n}$	Espaço das matrizes de dimensão m x n contendo elementos complexos.
S^m	Espaço das matrizes simétricas de dimensão m x m.
\mathcal{L}^{-1}	Transformada Inversa de Laplace.
H(s)	Função de Transferência no domínio de Laplace e na forma matricial.
$H^*(s)$	Função de Transferência transposta conjugada de H(s) .

$\ \mathbf{H}(s)\ _2$	Norma H_2 da Função de Transferência $\mathbf{H}(s)$.
$\ \mathbf{H}(s)\ _\infty$	Norma H_∞ da Função de Transferência $\mathbf{H}(s)$.
$\text{tr}(\mathbf{A})$	Traço da matriz \mathbf{A} .
$\bar{\sigma}[\mathbf{H}(s)]$	Máximo Valor Singular da Função de Transferência $\mathbf{H}(s)$.
$\underline{\sigma}[\mathbf{H}(s)]$	Mínimo Singular da Função de Transferência $\mathbf{H}(s)$.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	22
2	SISTEMA DE SUPRIMENTO DE ENERGIA: CONVERSOR DC-DC TRÊS-PORTAS	33
2.1	Introdução	33
2.2	Conversores DC-DC Multiportas	33
2.3	Requisitos Energéticos Necessários para Robôs Exploradores e Satélites	46
2.3.1	<i>Sistema de Alimentação do Robô Móvel Nanook</i>	47
2.3.2	<i>Sistema de Alimentação Genérico de um Satélite</i>	50
2.4	Conversor DC-DC Três-Portas	55
3	MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO CONVERSOR DC-DC DE TRÊS PORTAS	63
3.1	Introdução	63
3.2	Análise DC dos Estágios de Operação do Conversor de Três-Portas	63
3.3	Modelagem em Espaço de Estado Médio do Conversor DC-DC de Três-Portas	67
3.3.1	<i>Matrizes de estados, entradas e saídas para o método EEM</i>	76
3.3.2	<i>Modelagem do Conversor de Três-Portas baseada em manipulações das equações de pequenos sinais</i>	82
3.3.3	<i>Modelagem do Conversor de Três-Portas baseada em EEM para a tensão de entrada V_{C2}</i>	86
3.4	Controladores SISO do Conversor DC-DC de Três-Portas	90
3.4.1	<i>Controladores, redes de desacoplamento e simulação</i>	96
3.4.1.1	<i>Simulação de operação do conversor</i>	117
4	CONTROLE ROBUSTO APLICADO AO CONVERSOR DC-DC DE TRÊS-PORTAS	125
4.1	Introdução	125
4.2	Bilinearidades na Modelagem do Conversor de Três-Portas	127
4.3	Audiossusceptibilidade e decomposição SVD do conversor de Três-Portas	134
4.3.1	<i>Audiossusceptibilidade</i>	134

4.3.2	<i>Análise da Direcionalidade do Controle em Sistemas MIMO via Singular Value Decomposition (SVD)</i>	141
4.3.3	<i>Síntese de Controladores Robustos por Estabilização Quadrática</i>	150
4.3.4	<i>Região de D-estabilidade</i>	154
4.3.5	<i>Norma H_∞ de Sistemas</i>	158
4.4	Controlador Robusto Centralizado à Ganhos Fixos para o Conversor de Três-Portas via LMIs: Modos de Operação I e II	161
4.4.1	<i>Controlador Robusto à ganhos fixos para um ponto de operação: Norma H_∞ e D-Estabilidade</i>	166
4.4.2	<i>Resultados de simulação para Controlador Robusto projetado para um ponto de operação</i>	173
4.4.3	<i>Análise da Robustez do Controlador</i>	184
4.5	Controlador Robusto Centralizado à Ganhos Fixos para o Conversor de Três-Portas via LMIs: Modo de Operação Unificado	188
4.5.1	<i>Modelo de operação unificado do conversor de Três-Portas</i>	189
4.5.2	<i>Resultados de simulação para o Controlador Robusto unificado para um ponto de operação</i>	197
4.5.3	<i>Análise da Robustez do Controlador</i>	203
5	CONCLUSÕES E CONTINUIDADE DA PESQUISA	206
	REFERÊNCIAS	210
	APÊNDICES	219
	APÊNDICE A – PRELIMINARES TEÓRICOS EM LMIS	219
A.0.1	<i>Desigualdades Matriciais Lineares - LMI</i>	219
A.0.2	<i>Complemento de Schur</i>	222
A.0.3	<i>Transformação de Congruência e Mudanças de Variável</i>	223
A.0.4	<i>S-Procedure</i>	225
A.0.5	<i>Teorema de Lyapunov</i>	226

1 INTRODUÇÃO

Atualmente percebe-se um crescente aumento no interesse, por parte da comunidade científica e da sociedade como um todo, em sistemas autônomos capazes de integrar e controlar duas ou mais fontes de energia elétrica, que são extremamente necessárias em sistemas de monitoramento remoto, estações de comunicações repetidoras, robôs autônomos de exploração, satélites, veículos elétricos híbridos, equipamentos eletrônicos portáteis, sistemas de alimentação residenciais e sistemas de dessalinização instalados em comunidades isoladas. Baterias, células fotovoltaicas, células de combustíveis e sistemas eólicos são exemplos de fontes comumente utilizadas nos sistemas supracitados. Os geradores eólicos e os painéis fotovoltaicos são duas das fontes renováveis mais importantes e, devido ao seu caráter intermitente, sua combinação com outras fontes de energia é necessária para aumentar a confiabilidade do fornecimento contínuo de energia (NOGHREIAN; KOOFIGAR, 2020; SPIER *et al.*, 2019; KARAKAN *et al.*, 2019).

Para que haja a integração das diversas fontes de energia elétrica, de forma a atender as demandas solicitadas pelas aplicações acima mencionadas, é necessária a utilização de conversores de potência com múltiplas portas de entrada e saída, de forma a garantir o correto balanceamento de energia elétrica entre as fontes e as cargas.

Referindo-se especificamente a sistemas que fazem uso de fontes de energia elétrica e cargas de corrente contínua, faz-se necessário a aplicação de conversores DC-DC (do inglês *Direct Current*) para efetuar a regulação de tensão e/ou corrente nas portas de saída que alimentam as cargas. Quando tais conversores fazem uso de fontes intermitentes de energia, os mesmos são submetidos a operarem em largas faixas de condições de operação com possíveis variações abruptas ou lentas da energia suprida pelas fontes. Somado ao fato do acoplamento natural entre as múltiplas entradas e saídas, incertezas paramétricas estruturadas e não estruturadas, as características dinâmicas entre entradas e saídas podem ser afetadas de forma significativa, prejudicando a operação do sistema em malha fechada. Diferentes abordagens de sistemas de controle multivariável vêm sendo utilizados para contornar tais dificuldades, objetivando-se desempenho satisfatório tanto em período transitório quanto em regime permanente.

A abordagem de modelagem e controle baseada em sistemas lineares com parâmetros variantes no tempo (*Linear Parameter Varying* (LPV)) ganhou destaque na última década pela capacidade de síntese de controladores para plantas não lineares sujeitas a variações paramétricas (OLALLA *et al.*, 2011b) e (OLALLA *et al.*, 2012). Trabalhos já publicados apontam excelente desempenho da abordagem LPV para conversores DC-DC com uma entrada e uma saída, contudo

há ainda desafios a serem transpostos na extensão da técnica para conversores DC-DC multiportas submetidos a intermitência nas fontes de energia (KHAYAT *et al.*, 2017).

Desta forma, esta tese visa apresentar contribuições em controle de conversores DC-DC multiportas utilizando uma abordagem via *Linear Matrix Inequality* (LMI) para o projeto de um controlador robusto a ser utilizado em sistemas de fornecimento de energia com aplicações em robótica, dessalinizadores remotos, satélites, dentre outros. Especificamente será estudado um conversor DC-DC de três portas que faz o interfaceamento de duas fontes de energia, sendo elas uma bateria e um painel fotovoltaico, e uma saída para a carga. A avaliação experimental do controlador será realizada por meio de testes HIL (*Hardware-in-the-loop*) e de um protótipo de bancada, com a emulação de um ciclo convencional de trabalho de um sistema de suprimento de energia que tem o sol como uma das fontes primárias e que pode lidar com sombreamentos e ausência de luz solar.

Contextualização

Nas últimas décadas assistiu-se a um crescente interesse pelos sistemas energéticos renováveis, criando a necessidade da utilização de conversores integrados capazes de interagir e controlar simultaneamente várias fontes de energia.

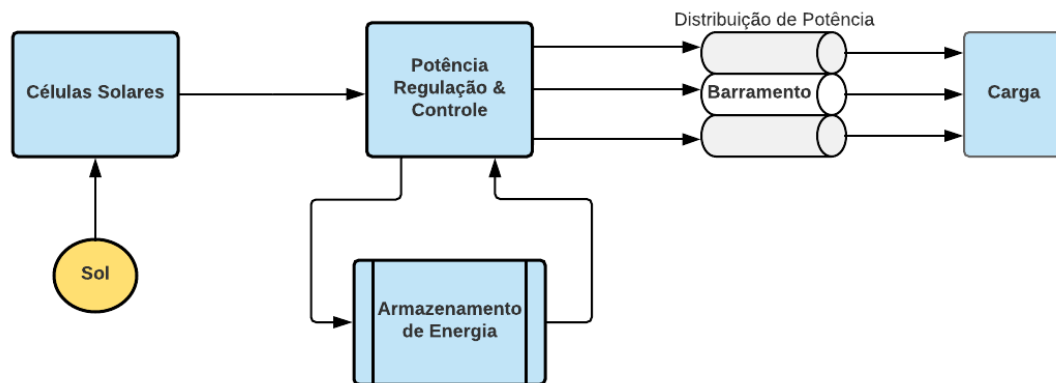
A maneira mais tradicional de integrar várias fontes de energia e unidades de armazenamento é através de um barramento DC compartilhado. No entanto, existem duas formas de integração. Em Sureshkumar e Ponnusamy (2020), Bizon *et al.* (2015) e Nehrir *et al.* (2011), cada fonte de alimentação é controlada por um conversor DC-DC independente. Mas, neste caso, existem algumas desvantagens associadas, como o uso de mais componentes eletrônicos e redes de desacoplamento mais complexas para isolar os controladores de cada conversor. Na segunda forma de integração, apresentada em Fares *et al.* (2019), Alzgoool *et al.* (2016), Tao *et al.* (2008a), a interconexão é feita empregando um conversor DC-DC multiportas, que pode ser implementado por meio de um transformador de múltiplos enrolamentos, mostrando-se como uma alternativa mais adequada para aplicação em sistemas híbridos de energia (PHAM; WADA, 2020).

Além disso, vários autores exploraram várias topologias para aplicações multiportas. Mukherjee *et al.* (2019), Biswas *et al.* (2017), Jibhkate *et al.* (2016), Kolli *et al.* (2015) e Tironi *et al.* (2015) discutem a aplicação de conversores DC-DC comutados em sistemas híbridos de energia, explorando topologias *buck/boost/buck-boost* para integrar as diferentes fontes de

energia.

O layout generalizado de um sistema de fornecimento de energia híbrido (solar-bateria) está representado na Figura 1, e indica os blocos funcionais onde elementos e equipamentos do sistema de energia estão evidenciados.

Figura 1 – Sistema Elétrico Híbrido (SEH) padrão.



Fonte: Adaptado de Burt (2011).

As células solares, doravante chamadas de painéis solares, geram energia elétrica durante os períodos de insolação operacional, fornecendo energia suficiente para o barramento suprir a carga demandada pelo mesmo. Geralmente, os painéis solares são extremamente pesados e caros, portanto, uma demanda importante é converter eficientemente esta energia solar em energia elétrica, para que possa ser usada por todos os subsistemas que compõe a carga em questão.

Normalmente há dois passos na conversão de energia solar. O primeiro passo é converter a energia solar em uma potência elétrica não controlada. Sua eficiência e massa são fortemente dependentes dos materiais que constituem a matriz solar e a melhoria da eficiência está no desenvolvimento da engenharia de materiais, ficando, portanto, fora do alcance do poder da Eletrônica de Potência.

O segundo passo é usar um circuito ou interface de eletrônica de potência para converter a energia elétrica não controlada em energia controlada e utilizável, podendo então alimentar um barramento de distribuição. Esta segunda etapa de conversão depende da engenharia de eletrônica de potência para encontrar as soluções inteligentes de forma a alcançar o controle de gerenciamento de energia, com alta eficiência e com a menor massa possível para os painéis solares.

Como lembra Capel (1998), dependendo do arranjo destas partes constituintes,

diferentes topologias podem ser conceituadas, diferindo basicamente por suas características e desempenho elétrico e mecânico. Quatro topologias são as mais utilizadas e descrevem como a carga útil do dispositivo é alimentada pelos conversores. São elas:

- Barramento de tensão não regulado;
- Barramento regulado de tensão;
- Barramento híbrido de regulação de tensão;
- Barramento de tensão com regulação *Maximum Power Point Tracker* (MPPT).

Embora Capel (1998) não mencione a aplicação específica destas topologias, é importante ressaltar que uma comparação entre elas está fora do escopo deste trabalho.

Desta forma, torna-se cada vez mais necessária a criação, implementação e aperfeiçoamento de novas técnicas que respondam às exigências atribuídas por tais equipamentos, visto que tais sistemas requerem elementos que armazenem energia para compensar um eventual *déficit* energético que podem ocorrer entre os padrões de abastecimento e carga operacional regular. Como o SEH é o sistema responsável pela aquisição da energia fornecida pelos painéis solares durante o período de iluminação e pela função de efetuar o correto carregamento da bateria e gestão da carga disponível durante os períodos de ausência de luz solar, o principal desafio no projeto do SEH é que este deve garantir sempre o fornecimento de saídas reguladas para todos os subsistemas que compõe a carga, tornando uma parte fundamental no seu correto funcionamento.

Neste íterim, este trabalho busca contribuir na concepção de um sistema de controle robusto a ser aplicado em um dispositivo eletrônico de conversão de energia DC-DC para suprir a demanda energética dos diversos circuitos e sistemas que compõem uma eventual carga (dessalinizador, satélite e até um robô autônomo).

Discussão do estado da arte

Até o momento percorreu-se um pouco acerca de um possível sistema de suprimento de energia, que é o objeto *sine qua non* deste trabalho acadêmico. Mas outras questões, não menos importantes, precisam ser abordadas para que se possa compreender os objetivos e contribuições que este trabalho ousa expor. Assim surgem alguns questionamentos, dentre muitos outros, que podem ser elencados, como: Que variações, em seu fornecimento, estão sujeitas as fontes primárias de energia que alimentam o SEH? Que técnicas de controle podem ser adotadas para mitigar o efeitos destas variações? Qual dispositivo de conversão DC-DC (topologia do

conversor) será utilizado no subsistema de suprimento de energia? Qual o comportamento deste conversor durante o regime de trabalho (insolação máxima, sombreamento e ausência de luz solar) que a carga estará sujeita e quais os seus efeitos na saída do subsistema de energia? Como projetar controladores que possam tratar as incertezas relacionadas às eventuais variações na carga alimentadas por conversores do tipo multiportas ou mesmo variações nos diversos componentes elétrico-eletrônicos que compõe o conversor? Quais falhas/faltas o subsistema de suprimento de energia está sujeito? Os controladores projetados podem tratar essas falhas/faltas?

Poder-se-iam escrever várias laudas citando eventuais questionamentos acerca do funcionamento e da topologia de um dispositivo de provimento de energia DC-DC, mas nossos esforços serão concentrados em, pelo menos, responder aos questionamentos supracitados, que se constituem desafios que deverão ser transpostos no desenvolvimento deste trabalho acadêmico.

Amparado no que foi mencionado anteriormente, nomeia-se, na função dispositivo de suprimento de energia, com potencial aplicação em sistemas híbridos, os conversores DC-DC multiportas integrados. Estes, em vez de vários conversores independentes, têm vantagens como menor número de componentes e estágios de conversão, pois os recursos como dispositivos de comutação e elementos de armazenamento são compartilhados em cada um período de comutação. Como resultado, o sistema integrado terá uma massa geral menor e mais compacto. Além disso, algumas outras vantagens dos conversores de energia integrados são o menor custo, maior confiabilidade e desempenho dinâmico devido à integração do estágio de potência ao de controle (QIAN *et al.*, 2010a).

Como recomenda Qian *et al.* (2010a), as estratégias de controle e gerenciamento de potência para esta modalidade de conversores, especificamente o conversor DC-DC chaveado de Três-portas, devem operar de forma multi-modo com múltiplos laços. Contudo, projetos de controle para conversores multiportas com o objetivo de alcançar gerenciamento multifuncional são complicados devido aos vários laços de controle com acoplamento cruzado. Como há diferentes modos de operação, o desafio é garantir uma transição autônoma entre esses diferentes modos de funcionamento baseado no estado de energia das três portas.

Estes conversores DC-DC chaveados são dispositivos eficientes de potência usados para combinar o nível de tensão de uma fonte de energia com as especificações da carga. A dinâmica de tal conversor de potência é descrita por modelos não-lineares. Apesar das não-linearidades, os conversores DC-DC são geralmente governados por meios de controladores de realimentação lineares (estado ou saída). Tais controladores lineares geralmente são projetados

considerando uma linearização do modelo em um determinado ponto de operação. Neste caso, os sinais transientes de amplitudes relativamente altas podem deteriorar o sinal de saída ou mesmo fazer o sistema divergir do ponto de operação desejado. Para contornar os problemas de controle destes dispositivos, vários autores propuseram controladores não-lineares para manter a estabilidade sobre um certo intervalo de condições operacionais. Alguns dos primeiros trabalhos de controle não-linear para conversores de energia podem ser encontrados em Sanders e Verghese (1992) e Kawasaki *et al.* (1995), onde os autores propõem estratégias não-lineares baseadas em funções quadráticas de Lyapunov. Mais recentemente, Cortes *et al.* (2004), He e Luo (2006) e Leyva *et al.* (2006), derivaram controladores não-lineares robustos para conversores de energia. No entanto, a complexidade de implementação e as dificuldades em garantir o desempenho transiente são as principais desvantagens desses controladores não-lineares. Além disso, os conversores DC-DC apresentam problemas relacionados a distúrbios externos e flutuações da tensão de entrada (BENZAOUIA *et al.*, 2016). Para lidar com estas dificuldades, controladores não-lineares foram projetados em Gehan *et al.* (2017) para conversores DC-DC comutados.

A natureza não linear destes conversores DC-DC tem motivado muitos pesquisadores a propor diferentes técnicas de controle para lidar com o problema de controle da tensão de saída. Em Alomari e Smadi (2019), Mamede *et al.* (2015), Li *et al.* (2012), Wu *et al.* (2011) e Qian *et al.* (2010d), estratégias de abordagem descentralizada com redes de desacoplamento são usadas para lidar com esse problema de controle. Essas redes de desacoplamento são baseadas em um conjunto de modelos de canal de entrada única e saída única (*Single-Input, Single-Output* (SISO)). Esta abordagem é muito dependente da consistência do modelo, onde incertezas e variações paramétricas podem levar a uma grave degradação da rede de desacoplamento, afetando a estabilidade e desempenho do sistema de malha fechada.

Ao contrário das abordagens de controle descentralizado e não-linear, outros autores adaptaram técnicas de controle linear e robusto para conversores de energia com objetivo de assegurar estabilidade em diferentes condições operacionais. As leis de controle linear são, a priori, facilmente implementáveis como, por exemplo, controladores Proporcional-Integrador-Derivativo (PID) (GARCERA *et al.*, 2004; SUNTIO *et al.*, 2006; MORALES-SALDANA *et al.*, 2007). Ao mesmo tempo, técnicas de controle linear robusto, ao contrário do controle convencional e não-linear, permitem levar em consideração parâmetros incertos. Essencialmente, os conversores DC-DC apresentam vários desafios em relação ao seu controle robusto. Primeiro, o conversor deve manter uma regulação estreita no rastreamento da saída. Ademais, o projeto

do controlador é focado em maximizar a largura de banda da resposta em malha fechada para aumentar a velocidade de resposta do sistema controlado. Além disso, a resposta do conversor deve satisfazer características transitórias desejáveis, como por exemplo, o menor tempo de estabilização da saída ou o sobressinal mínimo. Excetuando estes requisitos comuns, o conversor pode ainda ser afetado pelas incertezas em seus componentes ou por perturbações de entrada ou saída que podem aparecer. Geralmente, a maioria das abordagens de modelagem de conversores encontradas na literatura desconsidera essas incertezas e outras não linearidades, tais como saturações e termos bilineares. E devido à natureza de comutação do sistema, os modelos que são geralmente empregados desconsideraram essa parte da dinâmica.

Para lidar com esses desafios, os conceitos de síntese de controladores por LMI foram considerados por Boyd *et al.* (1994) e Ben-Tal *et al.* (2009), tornando as LMIs um importante tópico no campo do controle automático. A relevância da aplicação das LMIs na área de controle se deve, principalmente, por dois fatores: i) as LMIs podem ser resolvidas numericamente por algoritmos computacionais (GAHINET *et al.*, 1994; LOFBERG, 2004); ii) estratégias vem sendo continuamente desenvolvidas para descrever problemas de controle em termos de restrições LMI, sendo também capazes de incluir as descrições de incertezas.

Um tratamento correto das incertezas é de grande importância nos conversores de energia, já que alguns dos parâmetros do conversor como os elementos de armazenamento ou a carga são geralmente dependentes do tempo ou parcialmente desconhecidos. Alguns dos métodos robustos adaptados com sucesso à eletrônica de potência são H_∞ (NAIM *et al.*, 1997; LEE *et al.*, 2001; VIDAL-IDIARTE *et al.*, 2006), síntese- μ (WALLIS; TYMERSKI, 2000), teoria de realimentação quantitativa (OLALLA; LEYVA, 2006; OLALLA *et al.*, 2006), além de técnicas conjuntas (H_2/H_∞) (KHAYAT *et al.*, 2017).

Alguns dos trabalhos a respeito do controle LMI aplicado à conversores DC-DC foram publicados por Montagner e Peres (2003), Olalla *et al.* (2009) e Olalla *et al.* (2010). Nestes, as incertezas no conversor são consideradas na síntese do controlador, que lida com diferentes pontos de operação. A ideia de um controlador adaptativo que muda com o ponto de operação foi investigada por Hiti e Boroyevich (1994), onde os coeficientes do regulador Proporcional-Integrador (PI) de um conversor *boost* dependiam da tensão de saída e da corrente de saída. Tal técnica também pode ser encontrada nos trabalhos de Ebrahimzadeh e Rahmati (2010) e Su *et al.* (2010), onde os ganhos de controle dependiam da potência de saída do conversor. Entretanto, estas abordagens não consideram a estabilidade das trajetórias do sistema quando este muda

de um ponto de operação para outro, nem incluem outras não-linearidades, como saturações. Todavia, a flexibilidade do controle LMI permite lidar com algumas dessas não-linearidades (OLALLA *et al.*, 2011).

Outros estudos sobre a síntese baseada em LMI de controladores robustos aplicados a conversores DC-DC SISO também foram publicados por Costa *et al.* (2017) e Montagner *et al.* (2011), onde as incertezas do modelo do conversor foram levadas em consideração no projeto. Em Mahmoudi e Safari (2019), é proposto um controlador H_∞ robusto para um conversor DC-DC de múltiplas entradas e saídas simples. Porém, a carga não é isolada e as incertezas nas fontes de entrada não foram consideradas. Mais recentemente, Mummadi e Bhimavarapu (2020) introduziu um controlador de modelagem de *loop* H_∞ para um conversor DC-DC de duas entradas e duas saídas capaz de regular a tensão do barramento DC e a fonte de baixa corrente com apenas duas chaves e quatro elementos de armazenamento de energia. No entanto, a abordagem usa uma rede de desacoplamento no procedimento de projeto do controlador.

Uma outra abordagem baseia-se em uma representação na forma de sistemas lineares com parâmetros variantes LPV que deriva condições de síntese direta de um controlador com dependência paramétrica (ALI *et al.*, 2011; BAMIEH; GIARRE, 2002; BIANCHI *et al.*, 2005; OLALLA *et al.*, 2011a). Os sistemas LPV possuem uma relação dinâmica linear entre os sinais de entrada e saída que é influenciada por variáveis externas, normalmente denominadas na literatura técnica de *scheduling parameters* (NOGUEIRA *et al.*, 2012). Estas variáveis externas podem ser medidas ou estimadas em tempo real e estão associadas à condição operacional do sistema. Geralmente o projeto envolve a solução de um problema de otimização formulado na forma de LMI (GILBERT *et al.*, 2010). As técnicas de controle LPV combinam o mecanismo de adaptação de controladores a ganhos programados clássicos com restrições de controle robusto, ou seja, um controlador robusto que a partir de informação adicional sobre o processo alcança melhor desempenho, de modo que o sistema controlado global satisfaça certas especificações desejadas quanto à estabilidade e desempenho em todo o conjunto de trajetórias permitidas de parâmetros.

Assim, a implementação de controladores LPV leva em conta as medições *on-line* dos parâmetros variáveis no tempo, a fim de melhorar o desempenho em relação aos controladores robustos, que são compensadores sem qualquer capacidade de adaptação. Como os parâmetros que variam com o tempo geralmente admitem a interpretação de descrever a localização do ponto de operação do sistema, os métodos de controle de LPV são vistos como uma alternativa

viável aos projetos clássicos de programação de ganho para controlar sistemas não-lineares. Em particular, a teoria de controle de LPV oferece vantagens sobre o controle clássico de ganho programado em que os controladores de LPV resultantes são automaticamente programados para ganho, não sendo necessários métodos de interpolação. Além disso, garante propriedades de estabilidade, desempenho e robustez, que geralmente são difíceis de alcançar com metodologias tradicionais de projeto. Por último, mas não menos importante, a síntese de LPV explora o poder das ferramentas computacionais disponíveis da otimização convexa.

Desta maneira, este trabalho considera a concepção e análise do sistema de controle robusto para aplicação em um subsistema de suprimento de energia híbrido de três portas. O objetivo então é estudar técnicas de Controle Robusto capazes de lidar com os eventos anormais de operação, evitando que falhas nos processos de conversão de energia comprometam sua operabilidade e afetem a demanda solicitada pela carga conectada a unidade de suprimento de energia. Do que foi divulgado anteriormente, esta é a realidade de qualquer dispositivo de fornecimento de energia destinado à aplicações remotas, como por exemplo, missões espaciais ou de exploração (robôs autônomos), dessalinizadores, sistemas de carregamento de veículos elétricos, e representam uma constante preocupação para engenheiros e pesquisadores que se debruçam sobre os problemas mencionados, fomentando o desenvolvimento de projetos e novas pesquisas, por parte da comunidade científica, que visam entender melhor o complexo aspecto de sistemas de alimentação híbridos remotos.

Neste sentido, podemos localizar este trabalho como sendo um degrau a mais ao longo desta caminhada que deve ser percorrida *pari passu*, onde tentaremos expor os aspectos mais relevantes no que tange a temática “CONTROLE ROBUSTO APLICADO À CONVERSORES DC-DC MULTIPORTAS ISOLADOS PARA SISTEMAS DE SUPRIMENTO DE ENERGIA”, buscando apresentar as melhores formas de se estruturar uma arquitetura de controle que se adéque de modo mais certo aos problemas que o dispositivo de suprimento de energia, aplicado aos regimes de trabalho intermitentes, é submetido e, principalmente, às demandas emergentes no contexto atual de nossa tecnologia.

Objetivos

Este trabalho se propõe a apresentar contribuições para a implementação de controladores robustos que possam garantir estabilidade e desempenho à conversores estáticos de potência multiportas sujeitos a incertezas paramétricas do tipo politópicas baseados em modelos

em espaço de estados generalizado, que dispense a necessidade do reprojeto em tempo real do controlador, para aplicação em sistemas híbridos de suprimento de energia.

As contribuições deste trabalho, no âmbito do Controle Robusto via LMIs para aplicação em Conversores DC-DC Multiportas, são:

- Estudo aprofundado, tanto teórico quanto experimental, da dinâmica do conversor DC-DC de Três-Portas para fins de proposição de um modelo em espaço de estados do conversor sugerido por Qian *et al.* (2010a);
- Desenvolvimento de Modelo Computacional representativo do subsistema de suprimento de energia, baseado no conversor de três portas em estudo, para validação teórica;
- Descrever em termos de LMIs a estabilidade do conversor (no sentido de Lyapunov), um nível mínimo de rejeição de perturbação e restrições de alocação de polos relacionadas com o desempenho desejado;
- Identificação das eventuais variações paramétricas politópicas e incertezas em parâmetros que está sujeito o subsistema de suprimento de energia em estudo;
- Implementação de controladores à ganho Fixo, via LMIs, utilizando a norma H_∞ e D-Estabilidade, por realimentação de estados, baseado no modelo proposto, para os diferentes modos de operação do sistema híbrido de energia;
- Validar os controladores, à ganho Fixo, desenvolvidos através de testes que avaliam o comportamento do conversor, controladores e demais dispositivos diretamente do ambiente de simulação (*Hardware in Loop*);
- Desenvolver a solução de controle totalmente digital em uma plataforma baseada em processamento digital de sinais, inteiramente flexível em termos de frequência de chaveamento, implementada em FPGA (*Field Programmable Gate Array*) em ambiente gráfico *System Generator* da Xilinx, o qual permite a geração de firmware diretamente do ambiente de simulação, sem a necessidade de programação em HDL (*Hardware Description Language*).

Organização do trabalho

Simulações em ambiente HIL irão verificar o controlador e as técnicas de controle desenvolvidas, além do gerenciamento de energia durante os diferentes modos de operação que será submetido o protótipo. Estes modos de operação configuram as situações de máxima insolação, mínima insolação e ausência de luz solar.

Para tanto, iremos iniciar nosso percurso por meio de uma conceituação sobre os conversores DC-DC multiportas e o seu uso, especificamente, como plataforma de suprimento de energia, onde destacamos no Capítulo 2 as partes constituintes e os requisitos necessários para tais sistemas. Ainda neste capítulo será dada atenção ao conversor DC-DC de três portas, esclarecendo o seu funcionamento e condições de operação em regime de trabalho intermitente.

No Capítulo 3, já familiarizados com a nomenclatura e, principalmente, com a lógica de funcionamento do sistema de suprimento de energia a ser utilizado, nos preocupamos em elaborar, detalhadamente, a modelagem do conversor DC-DC de três portas e a determinação do modelo computacional do conversor, destacando aspectos relacionados ao controle descentralizado com aplicação de matrizes de desacoplamento a fim de projetar controladores SISO para a regulação da tensão de saída do conversor de Três-Portas.

No Capítulo 4 passamos a desenvolver, detalhadamente, um estudo sobre a teoria do Controle Robusto aplicada aos conversores DC-DC no tocante a identificação das variações paramétricas politópicas e incertezas, dando ênfase aos projeto de controladores à ganho Fixo, via LMIs, por realimentação de estados, aplicados à planta que é representada pelo conversor DC-DC de Três-Portas em estudo. Em seguida, empreenderemos uma análise detalhada dos resultados das simulações, realizadas em ambiente gráfico, implementadas em FPGA, buscando validar as estratégias propostas e também ponderar acerca do desempenho do controlador e demais dispositivos durante testes que simulam o regime de trabalho do subsistema de energia adotado.

Por fim, no Capítulo 5, expõem-se as conclusões e a continuidade da pesquisa, conjecturando acerca dos resultados e corolários obtidos com o estudo até o presente momento.

2 SISTEMA DE SUPRIMENTO DE ENERGIA: CONVERSOR DC-DC TRÊS-PORTAS

2.1 Introdução

Este capítulo tem como foco nortear os caminhos que devem ser percorridos para o completo entendimento do conversor DC-DC de Três-Portas. Desta forma, vamos iniciar nosso estudo com uma abordagem basilar sobre as os conversores DC-DC multiportas, salientando o porquê de seu uso, as principais topologias, suas características básicas e vantagens. Ainda neste capítulo, serão exibidos detalhes referentes aos requisitos que os subsistemas de suprimento de energia devem satisfazer de forma a atender as demandas exigidas pela eletrônica de um satélite ou robô de exploração, como exemplos de aplicação direta do conversor. Por fim, abordar-se-á o conversor DC-DC de Três-Portas, com destaque para a operação do circuito, componentes e características operacionais. Este arcabouço de informações será utilizado como alicerce no empenho de modelar e sintetizar o protótipo computacional do conversor.

2.2 Conversores DC-DC Multiportas

Basicamente podemos definir os conversores DC-DC como circuitos eletrônicos que convertem uma tensão contínua para diferentes níveis de tensão contínua e fornecem sempre uma saída regulada, como mostra a Figura 2. A fonte E1 fornece energia DC ao conversor, enquanto que este fornece energia DC à carga E2. Em essência, o conversor DC-DC é formado por semicondutores de potência operando como interruptores, que controlam o fluxo de energia da Fonte E1 para a carga E2, e por elementos passivos (capacitores e indutores) usados para fins de filtragem e armazenamento temporário de energia. O papel do conversor é manter constante o valor médio da tensão de saída que alimenta a carga E2.

Figura 2 – Representação de um Conversor DC-DC.



Fonte: Adaptado de Martins e Barbi (2006).

Segundo Jibhkate *et al.* (2016), os conversores eletrônicos convencionais de energia,

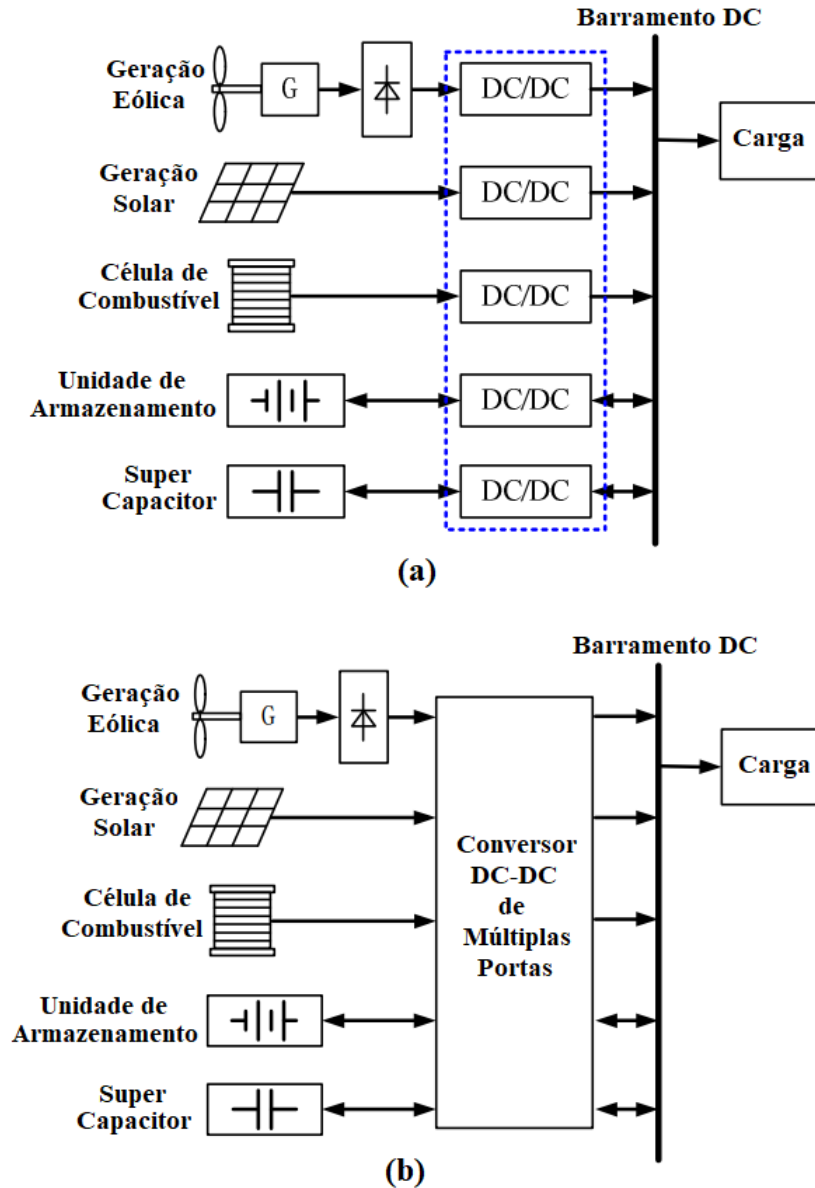
representados pela Figura 2, usualmente consistem de uma fonte de energia, uma carga e um correspondente mecanismo de controle que regula o processamento de energia elétrica entre fonte e carga. Estes tipos de conversores são também conhecidos como conversores DC-DC de duas portas devido ao fato de terem uma entrada e uma porta de saída. No entanto, em algumas aplicações como de geração distribuída, veículos elétricos, robôs de exploração e satélites, pode haver a necessidade de múltiplas fontes de energia, além de um sistema de armazenamento, que absorva à energia produzida pelas diversas fontes distintas. Ademais, muitas dessas fontes são mutuamente complementares no sentido de que podem ser utilizadas simultaneamente para manter a entrega contínua de energia à carga. Desta forma, faz-se necessário efetuar a integração de múltiplas fontes de energia distintas, renováveis ou não, com as unidades de armazenamento de energia.

A forma mais convencional de integração de diversas fontes é a adoção de um barramento DC comum, que interligue as fontes (portas) de geração à unidade de armazenamento. Neste caso, cada porta é controlada independentemente, por meio de vários conversores independentes de entrada única. Tais configurações foram propostas para sistemas híbridos de energia por Iannone *et al.* (2005) e Jiang (2006), como mostrado na Figura 3(a). Todavia, existem desvantagens associadas com o uso dessa estrutura. Primeiro, para cada fonte de energia faz-se necessário um conversor DC-DC, que conecta cada fonte ao barramento DC, resultando em maior custo. Além disso, existem mais etapas de conversão, reduzindo a eficiência geral do sistema como um todo. Outro problema está relacionado aos níveis de tensão das diversas fontes de energia. Se os níveis de tensão das diferentes fontes de energia renováveis forem bastante discrepantes, e a tensão do barramento DC for muito maior do que a das fontes de energia, os conversores DC-DC irão operar em caso extremo, onde a razão cíclica de serviço irá se aproximar de 100%. Neste ponto de operação, a eficiência do conversor DC-DC torna-se muito menor.

A última questão é relacionada ao controle. Em uma estrutura convencional, semelhante a da Figura 3(a), o controle é dissociado. O controlador governa somente o seu conversor DC-DC sem considerar o desempenho geral do sistema. Embora isso possa tornar o controle mais factível, deve haver um controlador central de tal forma que o gerenciamento de energia possa ser alcançado e a integração entre as diversas fontes de energia, o armazenamento e a carga, possa ser obtida.

A outra maneira de integração das diversas fontes de energia é através de conversores

Figura 3 – Configuração geral de um sistema híbrido DC-DC: a) Com vários conversores DC/DC de entrada única; b) Com conversor de múltiplas portas.



Fonte: Adaptado de Li *et al.* (2012).

com múltiplas portas. O conversor de energia multiportas conectará todas as fontes de energia à unidade de armazenamento. Algumas portas são bidirecionais se estiverem conectadas com elementos de armazenamento de energia, enquanto outras são unidirecionais se estiverem conectados à fontes de energia ou à carga. A Figura 3(b) mostra a aplicação do conversor de energia DC-DC multiporta. Este conversor integra a célula de combustível, células fotovoltaicas, um gerador eólico e um super capacitor à porta de armazenamento de energia e a carga. Nesta aplicação, haverá menos dispositivos de conversão de energia, o que significa que o custo do conversor será menor do que o convencional. Além disso, as etapas de conversão são

minimizadas, resultando em maior eficiência. Em relação ao controle, figura a existência de um controlador central. O controlador não só controla os chaveamentos individuais, mas também gerencia todo o sistema.

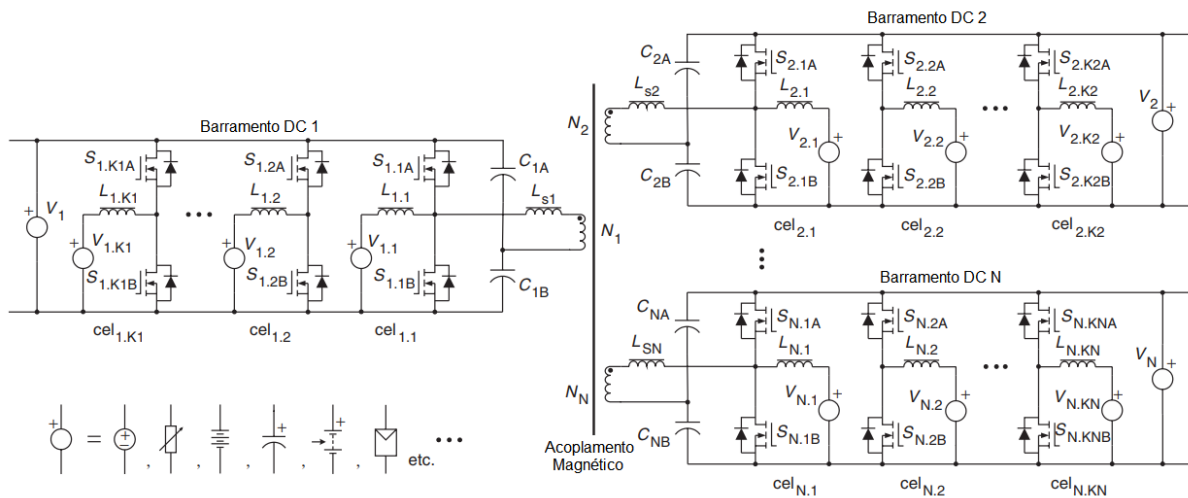
Uma maneira convencional de implementar um conversor multiportas é através de um transformador com múltiplos enrolamentos, onde várias portas são usadas para integrar várias fontes. Geralmente o conversor é baseado em topologias tipo *flyback* ou acoplamento magnético (TAO *et al.*, 2005; TAO *et al.*, 2006). Já os métodos para combinar as diversas fontes incluem colocar fontes em série (DOBBS; CHAPMAN, 2003), paralelizando fontes através de um barramento DC (NAPOLI *et al.*, 2002), ou usando aditividade de fluxo por meio de transformadores de múltiplos enrolamentos (CHEN *et al.*, 2002). Entretanto, esses conversores de múltiplas entradas existentes são unidirecionais ou apenas para aplicações de baixa potência. Levando em consideração aplicações que necessitam de bidirecionalidade, a estrutura multiporta pode se baseada em um circuito que está se tornando uma solução viável devido à sua capacidade bidirecional e estrutura modular, como a ponte ativa tripla (*Triple Active Bridge (TAB)*).

Diversos conversores DC-DC multiportas foram propostos ao longo dos anos como possíveis soluções aos desafios impostos por aplicações das mais diversas que tratavam de geração distribuída. Os conversores multiportas têm menos componentes e menos estágios de conversão do que a solução tradicional de processamento de energia que adota vários conversores independentes de duas portas. Além disso, através do método de acoplamento magnético, várias fontes com níveis de tensões bastante diferentes podem ser interconectadas, sem mencionar que as fontes são galvanicamente isoladas, o que poderia ser um requisito obrigatório por razões de segurança em algumas aplicações. Devido às suas vantagens, os conversores multiportas recentemente atraíram muita atenção da comunidade acadêmica, resultando em muitas topologias para várias aplicações.

Considerando os méritos e deméritos destas duas abordagens, Tao *et al.* (2006) apresenta um conversor bidirecional DC-DC multiportas generalizado que combina um *link* DC com o acoplamento magnético. Conceitualmente, um *link Direct Current (DC)* é um método em que várias fontes diferentes estão ligadas entre si através da comutação de células para um barramento DC, onde a energia é retida por meio de capacitores. A Figura 4 mostra a topologia geral proposta por Tao *et al.* (2006) com N diferentes barramentos DC (Barramento DC-1, barramento DC-2,..., barramento DC-N). Nesta proposta, um transformador de múltiplos enrolamentos acopla N barramentos DC com enrolamentos individuais (N1, N2,..., Nn). Cada

barramento DC pode ser visto como um subsistema composto por diversas células de comutação diretamente conectadas, ou seja, célula 1.1, célula 1.2,..., célula 1.K1, para o barramento DC-1, DC-2, ..., DC-N. Cada célula de comutação é composta por dois interruptores ativos, como por exemplo a célula 1.1, que é composta pelas chaves S1.1A e S1.1B e um indutor L1.1. A célula de comutação é geralmente referida como uma célula *buck/boost*.

Figura 4 – Topologia geral proposta com combinação de *link* DC e acoplamento magnético para conversores DC-DC bidirecionais multiportas.



Fonte: (TAO *et al.*, 2006).

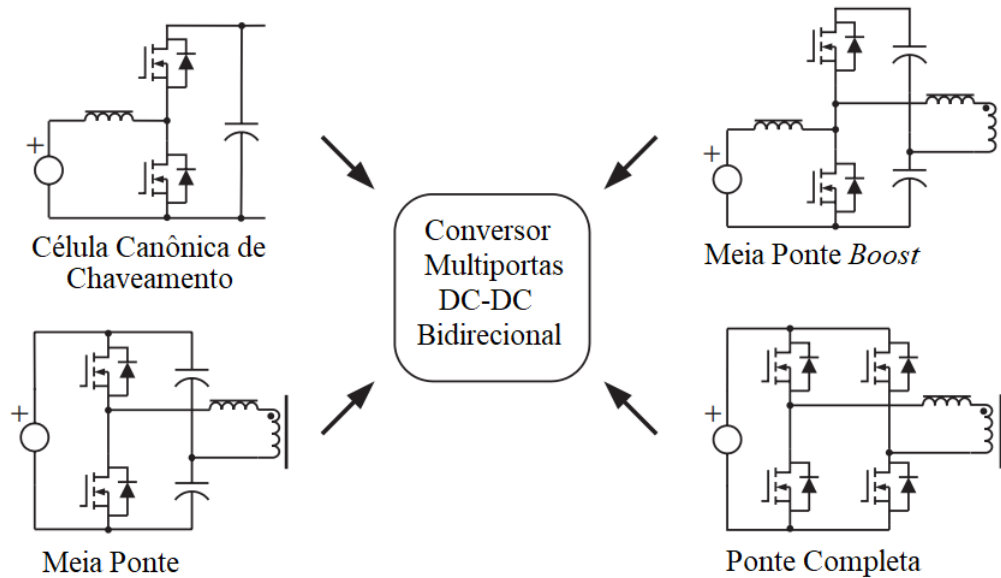
Para satisfazer as aplicações onde um elemento de armazenamento de energia é indispensável, Tao *et al.* (2006) elencou estruturas básicas (células) que podem ser usadas para conceber estruturas multiportas DC-DC. As células usadas na topologia geral compreendem a célula de comutação canônica, célula de meia ponte *boost*, célula de meia ponte e ponte completa, representadas na Figura 5.

Como exemplos, Tao *et al.* (2006) listou aplicações de conversores três-portas derivados da topologia geral apresentada na Figura 4. A Figura 6 mostra um conversor com célula de combustível, armazenamento e carga ligados por um barramento DC. Esta estrutura é mais simples, uma vez que todas as células de comutação são diretamente conectadas em paralelo, representando uma aplicação típica que pode ser encontrada em veículos híbridos movidos a célula de combustível.

Já na Figura 7 tem-se um conversor com as três portas magneticamente acopladas (conversor de ponte tripla-ativa), que além do isolamento galvânico possui a vantagem de combinar níveis de voltagem diferentes nas portas.

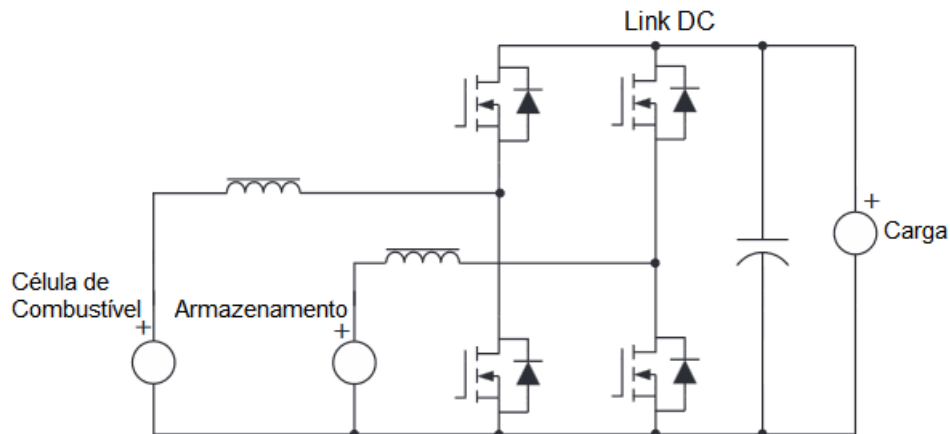
Um conversor que combina um *link* DC e um acoplamento magnético está ilustrado

Figura 5 – Células básicas usadas para construir conversores multiportas bidirecionais .



Fonte: Adaptado de Tao *et al.* (2006).

Figura 6 – Conversor de Três-Portas com link DC - topologia 1.



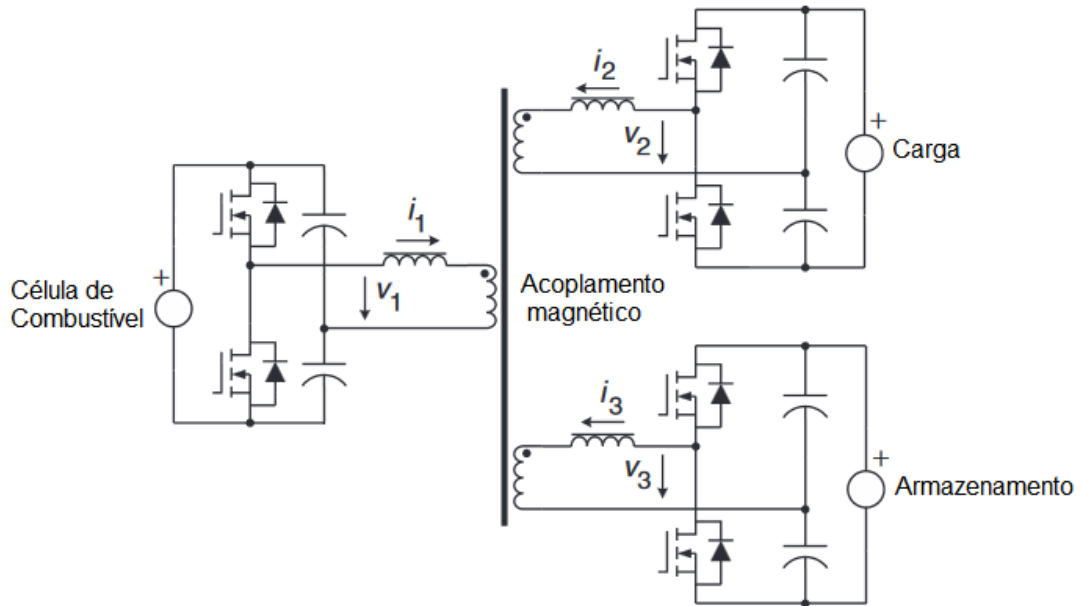
Fonte: (TAO *et al.*, 2006).

na Figura 8. Neste conversor, a célula de combustível e o armazenamento são interligados através de um barramento DC, e a carga é acoplada através de um enrolamento do transformador.

Uma outra possibilidade de acoplar o armazenamento diretamente ao barramento DC é mostrado na Figura 9 através uma topologia mais simples. Neste caso, apenas quatro chaves são necessárias. Contudo, o desempenho deste conversor pode não ser tão bom quanto o conversor da Figura 8, uma vez que a tensão do barramento DC (tensão terminal do armazenamento) não deve variar em um intervalo amplo.

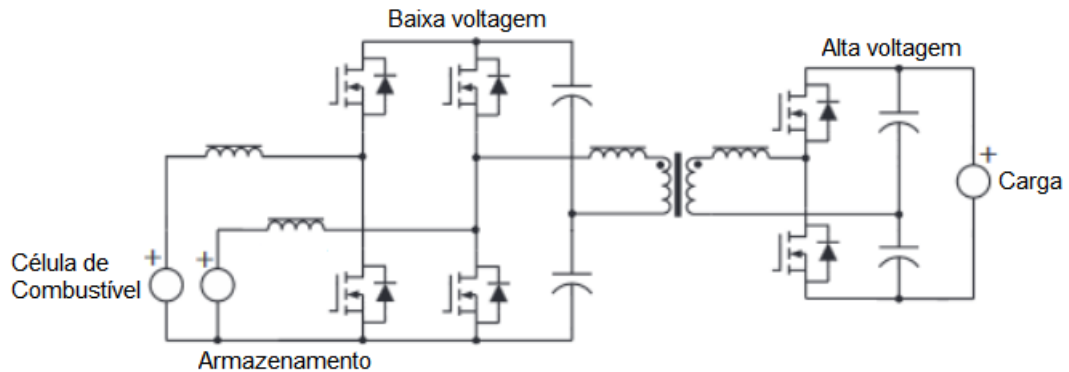
Em resumo, Tao *et al.* (2006) aborda a topologia geral e as células básicas que permitem maior flexibilidade e a possibilidade de construir conversores multiportas para aplica-

Figura 7 – Conversor de Três-Portas magneticamente acoplado - topologia 2.



Fonte: (TAO *et al.*, 2006).

Figura 8 – Conversor de três portas que combina *link* DC e acoplamento magnético - topologia 3.



Fonte: (TAO *et al.*, 2006).

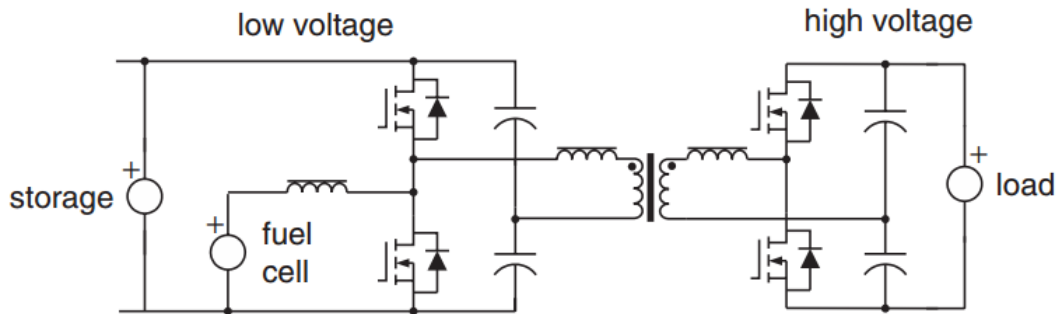
ções particulares onde as fontes de tensão, requisitos de isolamento, especificações de *ripple* e rendimento de energia são considerados.

Trabalhos posteriores fazem uso das ideias e topologias propostas por Tao *et al.* (2006), eventualmente com mudanças que variam de acordo com a aplicação, como nos trabalhos de Liu (2006), Tao *et al.* (2008b) e Krishnaswami (2009).

Em Chou (2010), é sugerido um conversor DC-DC multiportas que é mostrado na Figura 10.

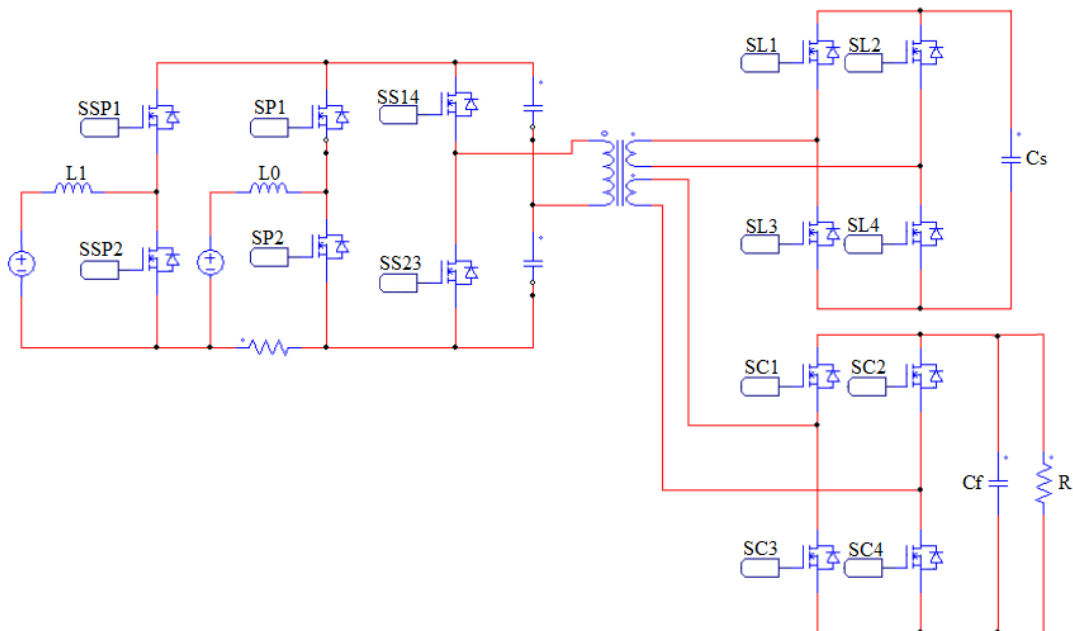
Existem três partes neste circuito, a saber. Estas se conectam à fonte, à carga e à porta de armazenamento de energia. O lado da fonte consiste em dois capacitores e duas chaves, SS14 e SS23. O lado da carga consiste do resistor R, o capacitor de filtro Cf e quatro chaves,

Figura 9 – Conversor de três portas com armazenamento acoplado diretamente a Barramento DC - topologia 4.



Fonte: (TAO *et al.*, 2006).

Figura 10 – Conversor multiportas Proposto por Chou.



Fonte: Adaptado de Chou (2010).

SC1, SC2, SC3 e SC4. O lado do armazenamento de energia consiste em um super capacitor C_s e quatro interruptores, SL1, SL2, SL3 e SL4. Esta parte do circuito é de vital importância. É a única parte do circuito que pode transferir energia de uma porta para as outras. Ele também tem algumas características únicas em relação a outros circuitos semelhantes, que segundo o autor, resumem-se em:

- Integração da unidade de armazenamento à múltiplas fontes, sejam elas de tensão ou corrente;
- O gerenciamento de energia é realizado e o estado de carga do dispositivo de armazenamento é monitorado;
- Dependendo de carga, o controlador central irá se adaptar para obter um melhor desempe-

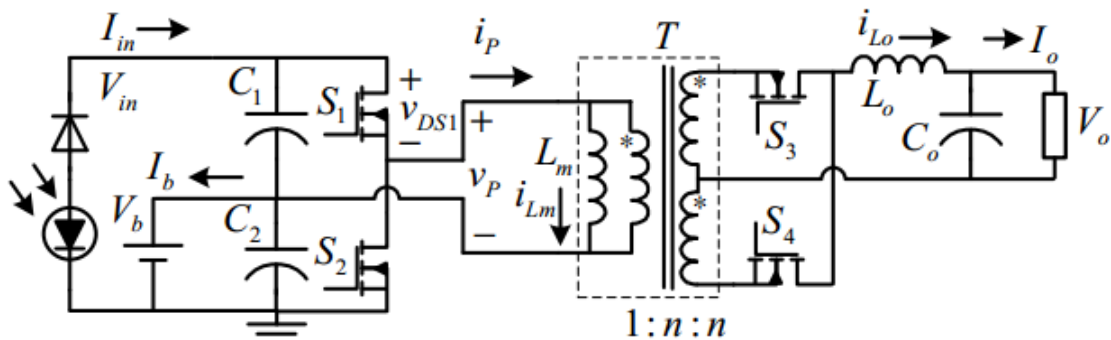
nho;

- A estabilidade é assegurada sob diferentes pontos de operação.

O conversor exibido por Chou (2010) é uma versão melhorada do *triple active bridge* e utiliza o mesmo princípio de funcionamento para transferir energia para a unidade de armazenamento.

No trabalho de Wu *et al.* (2011), foi proposto um novo conversor de meia ponte de três portas com controle e modulação inovadores, que pode ser vislumbrado na Figura 11. O conversor é derivado da integração de conversores *half-bridge* e *forward-flyback* e funciona como conversor *Buck* para fazer a interface entre a fonte renovável e a bateria. Comparado com o conversor de meia ponte convencional, tem vantagens como número reduzido de dispositivos, estrutura simples, alta integração, baixo custo, tamanho e peso pequenos.

Figura 11 – Conversor de meia ponte de três portas Proposto por Wu.

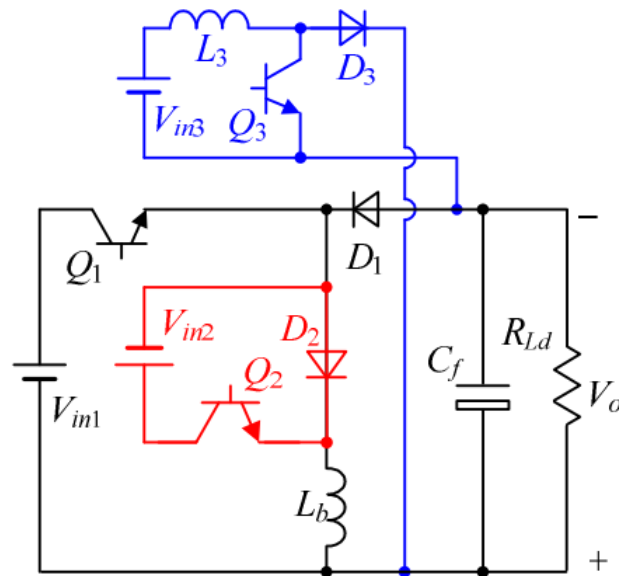


Fonte: Adaptado de Wu *et al.* (2011).

Continuando a explorar as soluções propostas para os conversores multiportas, uma abordagem interessante foi proposta por Li *et al.* (2012), que discute a aplicação de um novo conversor *buck/boost/buck-boost* de três entradas, que pode ser usado em muitos sistemas híbridos de energia, renováveis ou não. A Figura 12 mostra a topologia proposta pelo autor.

As três fontes de entrada deste conversor, V_{in1} , V_{in2} e V_{in3} , podem fornecer energia para a carga de forma independente ou simultaneamente em um período de comutação. Este conversor de três entradas é composto por duas conexões paralelas, que são uma célula *boost* e uma célula híbrida. A célula híbrida é composta de célula *buck-boost* com uma célula *buck* embutida. Este circuito possui quatro diferentes estágios de operação de acordo com os estados dos três interruptores em um período de comutação. Conforme afirma o autor e corroborado por resultados experimentais expostos em seu trabalho, o sistema proposto pode operar estavelmente

Figura 12 – Conversor *Buck/Boost/Buck-Boost*.



Fonte: (LI *et al.*, 2012).

em cada modo de operação e pode alternar suavemente entre os quatro modos, com uma eficiência de no máximo 94,7%.

No artigo proposto por Ramu (2014), é apresentado um conversor multiportas com três circuitos *full-bridges* ativos, dois circuitos *tank* série ressonantes e um transformador de três enrolamentos para isolamento, como mostrado na Figura 13.

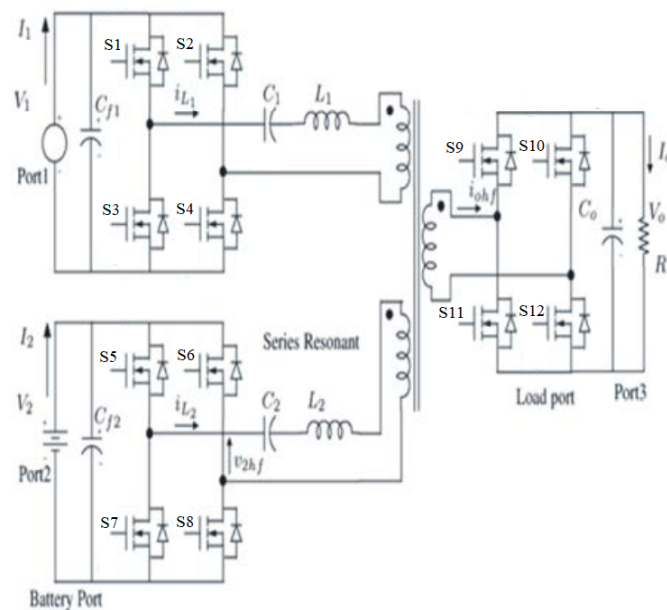
Este circuito utiliza um único estágio de conversão de alta frequência, que é auxiliado pelos circuitos de ressonância LC (Indutor-Capacitor), de forma a controlar o fluxo de energia bidirecional entre a bateria, a carga e uma fonte. O conversor tem alta eficiência devido a operação de comutação suave em todas as pontes, que operam no modo de inversão e retificação. O circuito retratado na Figura 13 opera em quatro modos, que são sucintamente descritos a seguir:

- Modo 1: Porta 1 fornecendo energia para a carga. Os interruptores S1 e S4 irão conduzir. A corrente de magnetização está fluindo através dos três enrolamentos e os interruptores S9 e S12 conduzem. Neste modo a porta 2 está carregando;
- Modo 2: Porta 1 fornecendo energia para a carga, embora a corrente irá fluir na direção contrária, devido as chaves S2 e S3 entrarem em condução. A corrente de magnetização está fluindo através o transformador e os interruptores S10 e S11 estão conduzindo. Neste modo a porta 2 está carregando;
- Modo 3: A porta 2 está fornecendo energia para a carga. A corrente flui na direção positiva.

Os comutadores S5 e S8 irão conduzir. A corrente de magnetização está fluindo através dos três enrolamentos;

- Modo 4: A porta 2 está fornecendo energia para a carga, embora o caminho percorrido pela corrente seja o inverso, devido a condução das chaves S6 e S7. As chaves S10 e S11 também estão conduzindo.

Figura 13 – Diagrama do circuito do conversor multi-porta isolado.

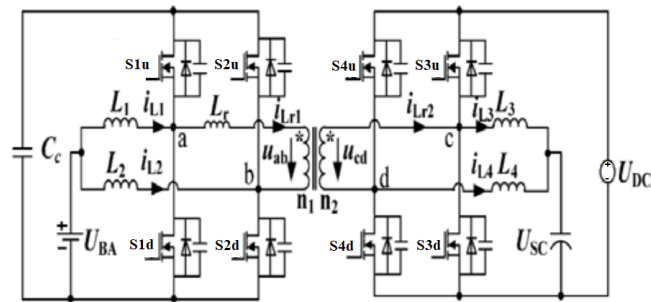


Fonte: (RAMU, 2014).

Em resumo, este conversor pode inverter a direção do fluxo de corrente mantendo a polaridade da tensão na carga inalterada, além de conseguir fluxo bidirecional de energia.

Em estudos realizados por Devi e Balaganesan (2015), foi sugerido um conversor bidirecional de quatro portas, uma porta de alta tensão conectada ao barramento DC, duas portas de baixa tensão para bateria e supercapacitor, respectivamente, e uma quarta porta de acesso para controle de tensão, conforme mostra a Figura 14. As unidades conversoras são distribuídas simetricamente em ambos os lados do transformador. O lado esquerdo (lado primário) é definido como o lado da bateria. Deste lado, os indutores L_1 , L_2 e comutadores S1u, S2u, S1d, S2d (incluindo diodos e capacitores parasitas) compõem uma construção *Buck/Boost*, na qual a porta de baixa tensão é conectada à bateria. O elemento U_{BA} é definido como a tensão da bateria. O lado direito (lado secundário) é definido como o lado do barramento DC. Neste lado, os indutores L_3 , L_4 e os interruptores S3u, S4u, S3d, S4d compõem um entrelaçamento de dois canais *Buck/Boost*, em que a porta de alta tensão é conectada ao barramento DC e a porta de

Figura 14 – Topologia de conversor multi-porta proposta por Devi e Balaganesan (2015).



Fonte: (DEVI; BALAGANESAN, 2015).

baixa tensão é conectada ao supercapacitor. U_{DC} é a tensão do barramento DC e U_{SC} é a tensão do supercapacitor. O conversor também tem uma porta de alta tensão interna no lado da bateria, que está ligada a um capacitor de filtro C_c , com a finalidade de melhorar o desempenho do conversor pelo controle da voltagem desta porta.

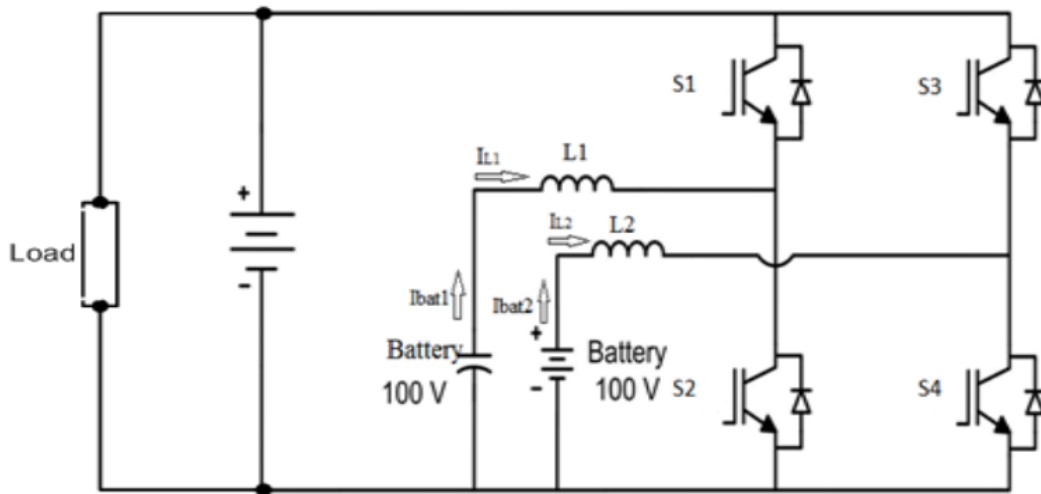
Numa outra abordagem, sugerida por Jibhkate *et al.* (2016), foi proposto um conversor de três portas DC-DC onde dois bancos de baterias estão ligados às duas portas de entrada para haver integração com uma micro-rede. Esta topologia de três portas é feita por células de comutação *buck/boost* como mostrado na Figura 15, onde cada célula é composta por duas chaves.

Dentre estas três portas, duas portas de entrada estão conectadas às duas unidades de comutação *buck/boost* de armazenamento. A terceira porta é usada para ligar a carga através de um barramento DC. A principal característica desta topologia é sua estrutura modular. Potência e tensão nominais para cada porta podem ser diferentes para diferentes fontes de energia.

Já no trabalho referido por Indragandhi e Benitto (2016), é evidenciado um conversor *boost* DC-DC que integra geração eólica, *Photo Voltaic* (PV), *Fuel Cell* (FC) e uma bateria (VB), como fontes de entrada para o sistema de geração de energia híbrida. O conversor proposto consiste em três portas de entrada unidirecionais que atuam como fontes de energia de entrada, uma porta de entrada bidirecional para armazenamento e uma porta de saída, como mostrado na Figura 16.

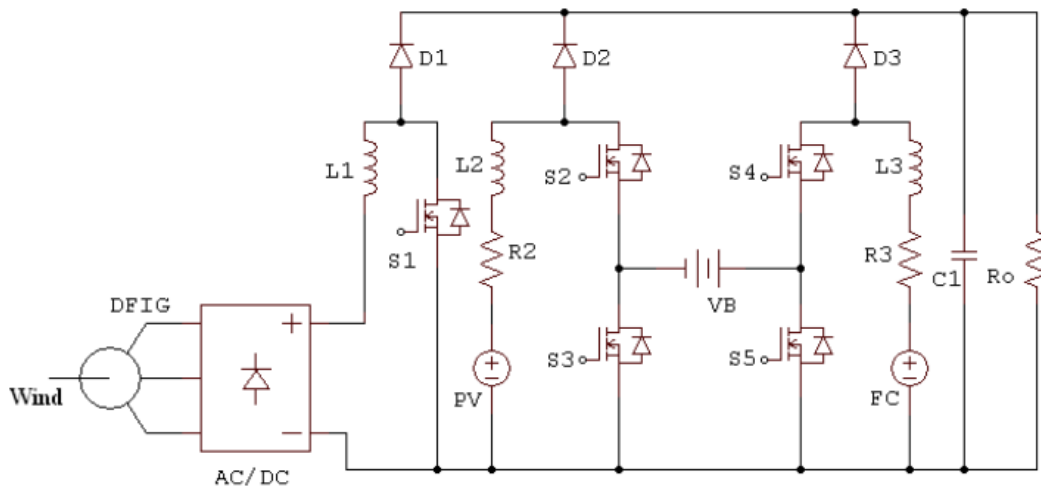
Este arranjo, segundo Indragandhi e Benitto (2016), utiliza apenas cinco interruptores, com cada interruptor usando razões cíclicas diferentes, sendo controlados individualmente. Os ciclos de trabalho *Pulse Width Modulation* (PWM) também controlam o fluxo de energia entre as fontes de entrada. O excesso de energia gerado através dos painéis e das células é direcionado para armazenamento. O circuito proposto usa menos indutores e chaves, baterias de baixa

Figura 15 – Topologia para o conversor de três portas DC-DC.



Fonte: (JIBHKATE *et al.*, 2016).

Figura 16 – Topologia de conversor *Boost* DC-DC proposta.



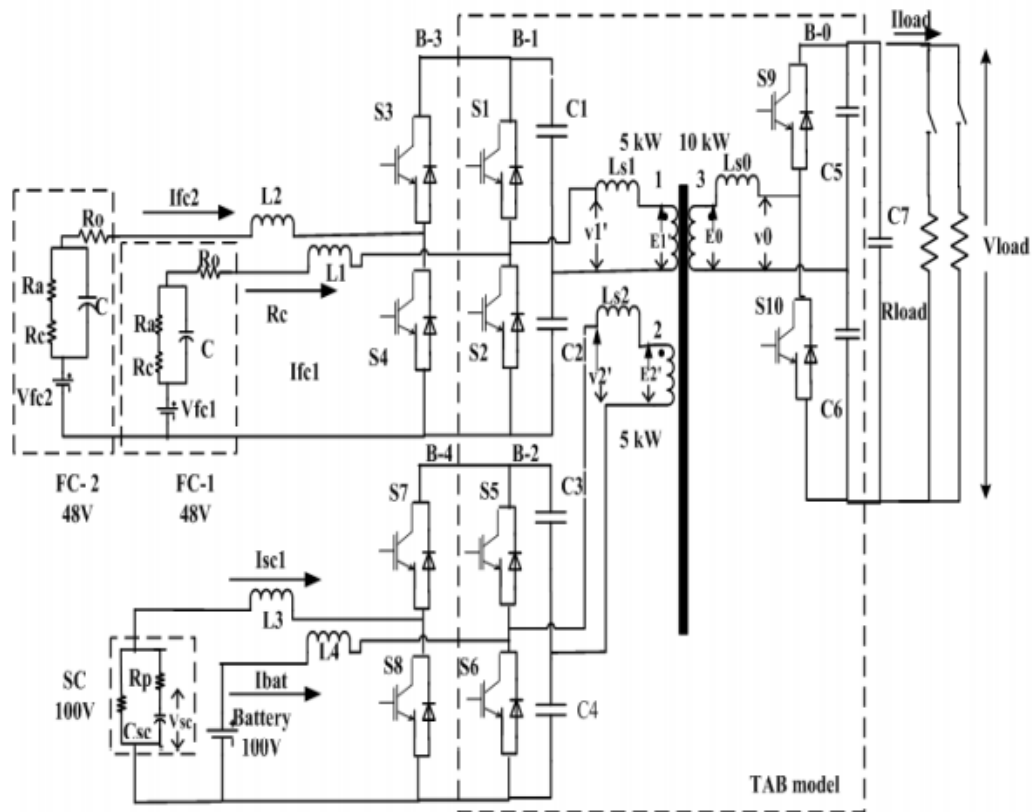
Fonte: (INDRAGANDHI; BENITTO, 2016).

voltagem, produz alta voltagem DC e funciona em condições de operação altamente estáveis. Além disso, a energia gerada pelas fontes de entrada é distribuída tanto para a carga como para a bateria, individualmente ou simultaneamente.

Em Biswas *et al.* (2017), foi apresentado um conversor multiportas que utilizava uma ponte ativa tripla como estrutura básica, em associação com células de comutação bidirecionais para aumentar o número de portas. Neste trabalho, o conversor é desenvolvido para aplicação em uma micro-rede DC, tendo células de combustível (FC) como fontes de energia no primário e uma bateria e um super capacitor (SC) usados para armazenamento, conforme Figura 17.

Todas as topologias propostas derivam, geralmente, das células básicas sugeridas

Figura 17 – Conversor DC-DC multiportas com cinco portas proposto para o armazenamento de energia de células de combustível.



Fonte: (BISWAS *et al.*, 2017).

por Tao *et al.* (2006) e têm, ou não, pelo menos, uma das seguintes peculiaridades: 1) porta bidirecional; 2) isolamento adequado; 3) muitos componentes ativos e passivos; 4) *soft-switching*. Além disso, a maioria dos trabalhos existentes se concentra na investigação de topologia, mas não estudo sobre os aspectos de controle do conversor multiportas, que são realmente muito desafiadores, pois um sistema de controle multi-entrada multi-saída deve possuir muitos *loops* de controle com acoplamento cruzado.

A seguir apresentar-se-ão os requerimentos energéticos necessários para o atendimento as demandas solicitadas por robôs autônomos de exploração e/ou satélites básicos de órbita baixa, que configuram exemplos típicos da aplicação direta do conversor de três-portas.

2.3 Requisitos Energéticos Necessários para Robôs Exploradores e Satélites

O sistema de fornecimento de energia, objeto de estudo deste trabalho acadêmico, é uma parte essencial das estruturas representadas por robôs de exploração e satélites, haja visto

que essas aplicações necessitam ter independência energética para realizar as operações para o qual foram projetados. Neste tópico serão abordados os aspectos relevantes referentes aos requisitos energéticos dos sistemas de alimentação de um robô móvel e de um satélite de pequeno porte.

2.3.1 Sistema de Alimentação do Robô Móvel Nanook

O sistema de alimentação explicitado aqui é aplicado ao robô móvel de exploração chamado Nanook, que foi construído em 2007 no NASA *Goddard Space Flight Center*, Estados Unidos, como parte de um projeto de interconexão de robôs móveis autônomos, integrado por ele e outros dois robôs auxiliares, com o objetivo de obter mapas tridimensionais, imagens de alta resolução e amostras de territórios inexplorados e que pudessem oferecer perigo ou dificuldade de acesso à humanos.

Segundo Rocha (2017), Nanook é o robô mestre, capaz de determinar a posição e orientação de cada robô auxiliar, assim como designar que assumam novas posições, enquanto monitora o progresso da tarefa sendo executada. A Figura 18 mostra o robô Nanook em uma missão de exploração na Antártica.

Figura 18 – Robô móvel Nanook^(TM).



Fonte: (ROCHA, 2017).

O robô também foi utilizado em pesquisas de desenvolvimento de novos protocolos de comunicação de longa distância, em que se observa atraso, que pudessem ser posteriormente

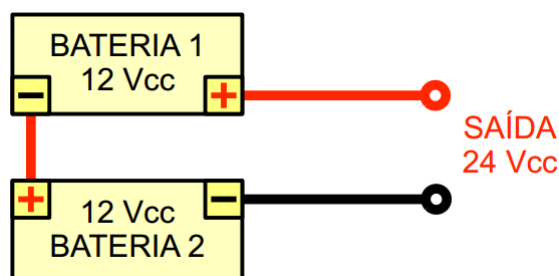
aplicados em missões de exploração planetária, onde o atraso de transmissão pode variar de alguns minutos até horas, dependendo do planeta a ser explorado.

Em 2015, o robô Nanook foi doado ao DEE-UFC, como resultado de uma parceria entre o ex-engenheiro da NASA Michael Comberiate, responsável pelo robô na época, e o Grupo de Pesquisa em Automação, Controle e Robótica (GPAR). Na ocasião da doação, Michael propôs que melhorias de *hardware* e *software* fossem realizadas no robô, para que o mesmo pudesse ser utilizado como uma plataforma para desenvolvimento de novas pesquisas. Essas melhorias não contemplavam autonomia do sistema de fornecimento de energia elétrica, de forma que a oportunidade de utilizar a estrutura representada pelo Nanook, para a aplicação do conversor de três-portas, de modo a transformá-lo em um robô de exploração dotado de autossuficiência energética, se mostrou bastante promissora.

O Nanook é um robô móvel com esteiras e é classificado como não holonômico, pois não é capaz de se mover instantaneamente na direção transversal. Suas dimensões físicas são aproximadamente 51 cm de largura, 70 cm de comprimento e 45 cm de altura. Cada esteira é movimentada por três rodas, sendo duas delas atuadas por motores, e a terceira, central, apenas para dar melhor suporte. Seu *hardware*, basicamente, compreende cinco subsistemas: alimentação, condicionamento, locomoção, LIDAR e lógico (ROCHA, 2017).

O sistema de alimentação deste robô contém duas baterias PowerSonic PSH-12180NB-FR (12V) conectadas em série, de forma a fornecer 24 volts de saída do arranjo, conforme mostra a Figura 19.

Figura 19 – Conexão das baterias do sistema de alimentação.

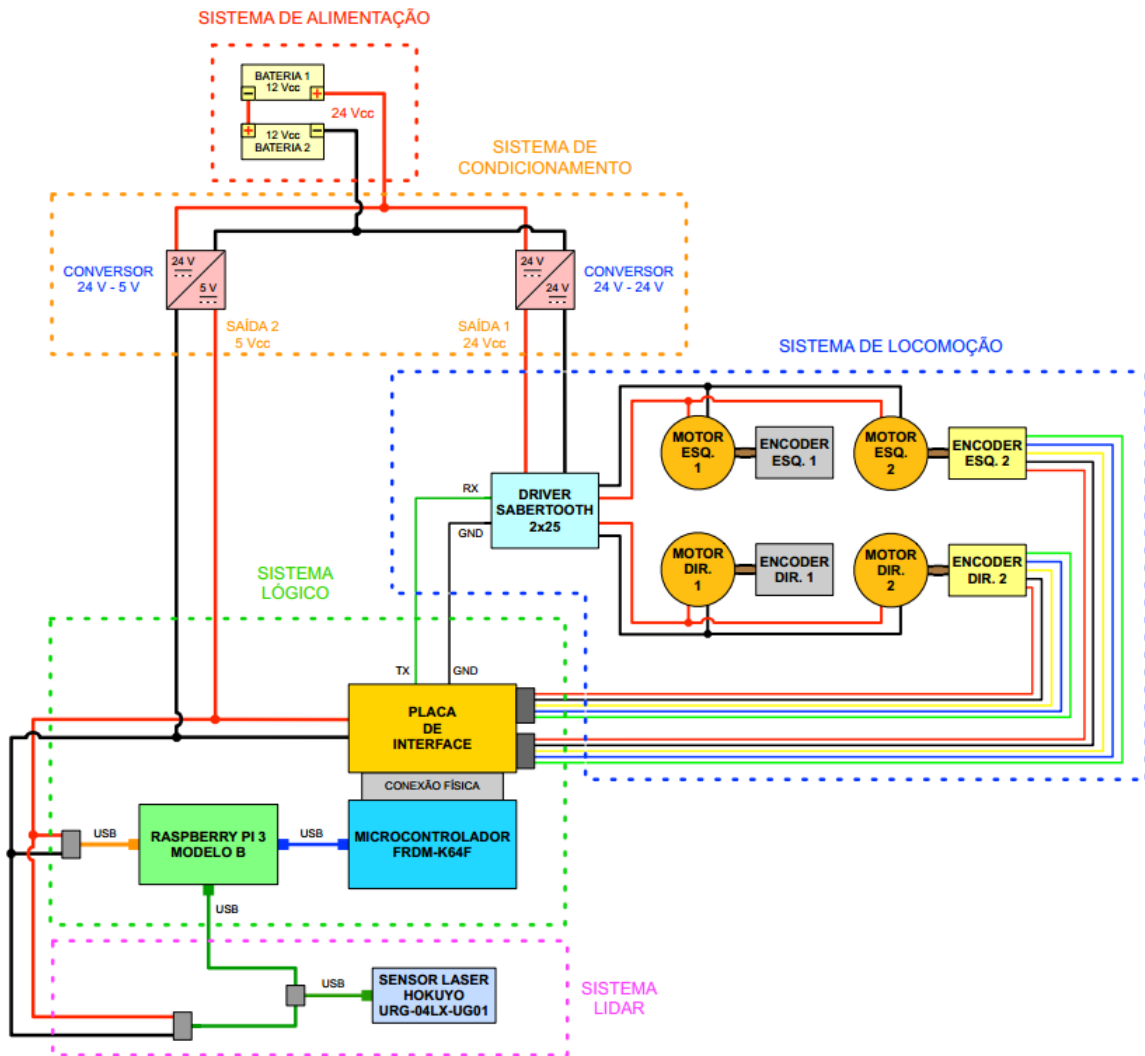


Fonte: (ROCHA, 2017).

Este arranjo fornece energia para todo o sistema que constitui o robô e que pode ser examinado na Figura 20.

Se observamos a Figura 20 com mais atenção, pode-se perceber que o sistema de alimentação, composto pelas baterias, está conectado diretamente à dois conversores DC-DC

Figura 20 – Diagrama completo do robô Nanook.



Fonte: (ROCHA, 2017).

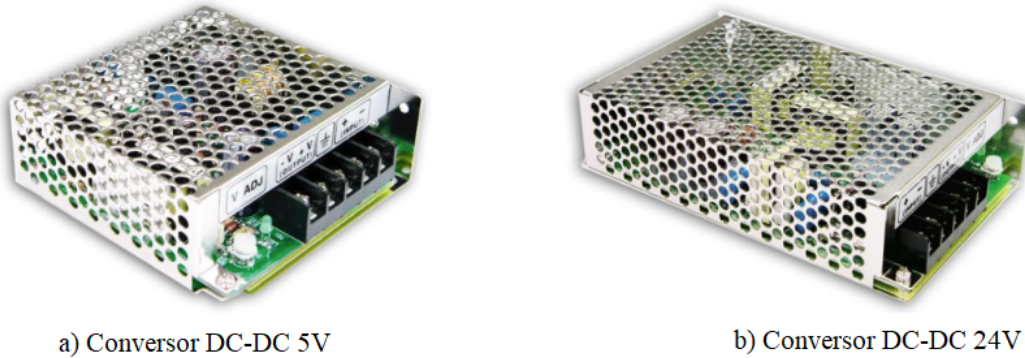
24V-5V e 24V-24V, que são nomeados Saída 2 e Saída 1, respectivamente.

Estes conversores fornecem energia elétrica para todos os outros sistemas e que se constituem os blocos funcionais do Nanook, vide Figura 20, e são ambos fabricados pela Mean Well, modelos SD-25B-5 de 25W e SD-50B-24 de 50,4W, representados na Figura 21. Estes conversores proporcionam proteção contra curto circuito, sobrecorrente e sobretensão (ROCHA, 2017), dispensando o uso dos fusíveis.

Do que foi exposto, cabe aqui esclarecer como o conversor de três-portas será integrado ao robô Nanook através de sua conexão 24V DC, conforme ressalta a Figura 22.

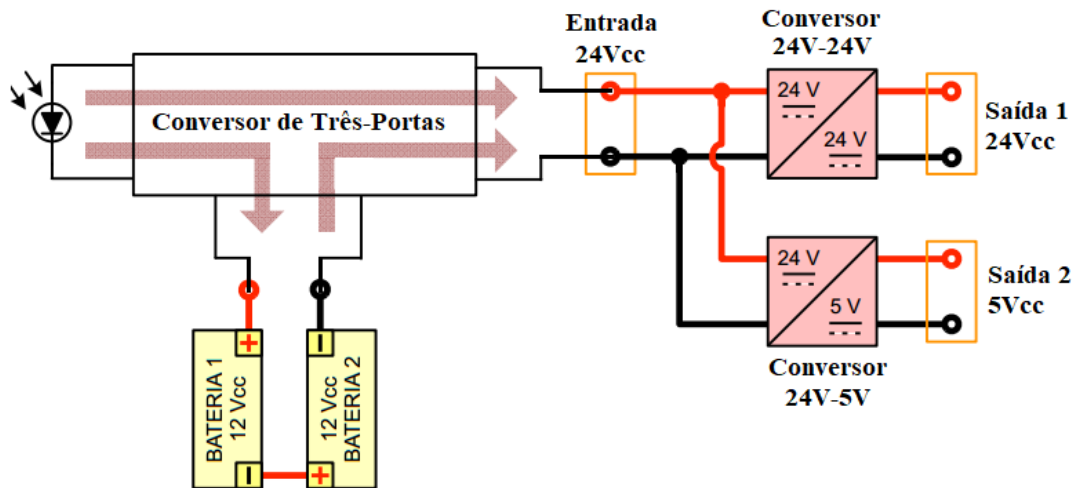
Percebe-se na Figura 22 que a configuração sugerida pode fornecer autonomia energética ao robô Nanook, pois o conjunto de baterias pode ser carregado pelo conjunto de células fotovoltaicas do sistema. Caso haja necessidade de ampliar sua autonomia, é possível

Figura 21 – Conversores DC-DC Mean Well.



Fonte: (ROCHA, 2017).

Figura 22 – Integração Conversor Três-Portas ao sistema do Nanook.



Fonte: Acervo do autor.

acoplar mais baterias de forma que a capacidade Ampère-hora do conjunto possa ser estendida.

2.3.2 Sistema de Alimentação Genérico de um Satélite

Já faz algum tempo que a tecnologia espacial é aplicada nos mais diversos segmentos em nossa sociedade moderna, tornando-se parte essencial de uma gama de sistemas que dependem dos satélites em órbita de nosso planeta. Segundo Capel (1998), o segmento espacial é, hoje em dia, integrado naturalmente na organização de grandes sistemas ou serviços como telefonia móvel, televisão, localização, mensagens e multimídia. A observação da Terra também é outra aplicação que demanda de sistemas que integram satélites devido a sua capacidade de monitorar poluição, clima, evolução de eventos naturais ou controle de tráfego.

O elemento em comum de todas essas aplicações é o uso de satélites em órbita terrestre baixa, com potências médias que demandavam 1kW na década de 80, e os futuros

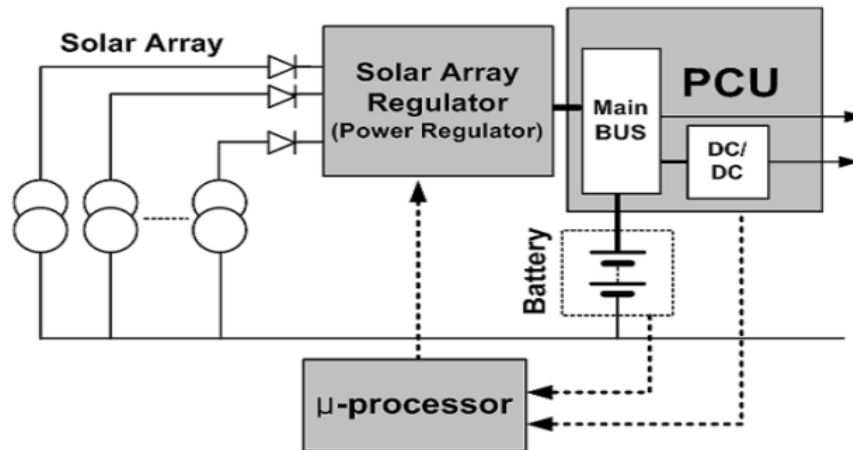
sistemas de comunicação com necessidades de carga útil de algumas dezenas de quilowatts. O sistema de energia deste aparato espacial constitui um elemento-chave, pois o bom funcionamento de todos os elementos que constituem a carga útil do satélite (*payload*) dependerá do seu dimensionamento adequado e do correto suprimento de energia durante o tempo de vida do satélite em órbita. Além disso, surgem dificuldades que estão relacionadas aos parâmetros orbitais, altitude e inclinação, que envolvem tempos de iluminação variáveis e fluxos solares fortemente afetados pelas estações, posição e forma do satélite. Capel (1998) (p. 1913) ainda afirma que o sistema de energia que compõem o segmento espacial inclui os dois elementos pesados e volumosos: a matriz solar e a bateria. É aceito que a massa do sistema de potência da plataforma espacial é da ordem de 25% da sua massa total e atinge um valor de 35% quando o sistema de energia da carga útil está incluído. Desta forma, é imprescindível a otimização do sistema de energia em termos de massa, volume e dissipação de energia e evidentemente, esta otimização dependerá de parâmetros que são fortemente influenciados pela sua topologia.

Conforme nos enfatiza Ippolito (2008), a energia elétrica para operar o equipamento em um satélite é obtida principalmente de células solares que convertem a luz solar incidente, cuja radiação tem uma intensidade média de cerca de $1,4 \text{ kW/m}^2$, em energia elétrica. Geralmente, as células solares operam com uma eficiência de 20-25% no início da vida e podem se degradar a 5-10% no final da vida útil. Devido a isso, para compensar a degradação das células solares no fim de sua vida (*end-of-life*), o painel solar será projetado com margem suficientemente grande de forma a suportar a demanda dos sistemas eletrônicos dos satélites.

Com o propósito de apresentar os resultados do estudo sobre o dimensionamento do SEH, em pequenos satélites em órbita terrestre baixa, Jang e Choi (2008) descrevem os métodos de análise de potência e dados de entrada utilizados no fim de vida do SEH, o pior cenário, e análises de balanço de energia para operações de carga útil da missão de satélites *Low Earth Orbit* (LEO). Para tal, Jang e Choi (2008) sugerem um diagrama funcional do SEH, mostrado na Figura 23.

A matriz solar gera a energia elétrica durante os períodos de iluminação solar durante toda a vida operacional da nave espacial, fornece a energia suficiente para atender às demandas de energia e atinge o equilíbrio de energia em cada ciclo orbital. A bateria fornecerá energia elétrica ao satélite durante as operações de pré-lançamento, a fase de lançamento, períodos de eclipse, e durante os períodos de pico de demanda de energia que excede a capacidade de saída do painel solar. O Regulador de Arranjo Solar (SAR), que é representado por um conversor

Figura 23 – SEH proposta para um satélite LEO.

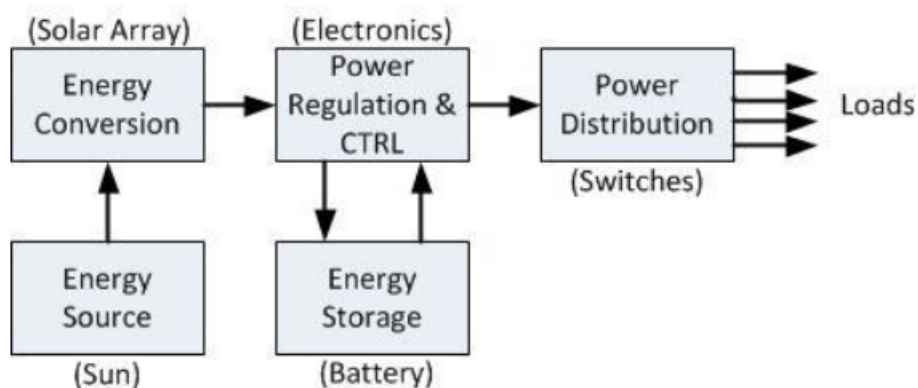


Fonte: (JANG; CHOI, 2008).

DC-DC, converte a energia do arranjo solar da espaçonave para o barramento DC primário. A Unidade de Controle de Energia (PCU) recebe energia primária do SAR durante a parte de luz solar da órbita ou da bateria durante o eclipse. A energia principal do barramento é usada para carregar a bateria e fornecer energia às cargas da nave espacial.

Em trabalhos posteriores, como em Thirion (2009), pesquisas acerca da projeto de SEH projetados para artefatos da classe de *Cubsats* e *Nanosats* sugerem uma estrutura distribuída de tensão de barramento único como arquitetura principal para pequenas espaçonaves. Mesmo grandes satélites seguem essa arquitetura. Em Burt (2011), os componentes básicos de um SEH generalizado são apresentados. O SEH é composto pela fonte de energia, unidade de conversão de energia, a regulação e controle de energia, armazenamento de energia e distribuição. A Figura 24 mostra um diagrama de blocos simples desses componentes.

Figura 24 – SEH padrão para para um satélite.

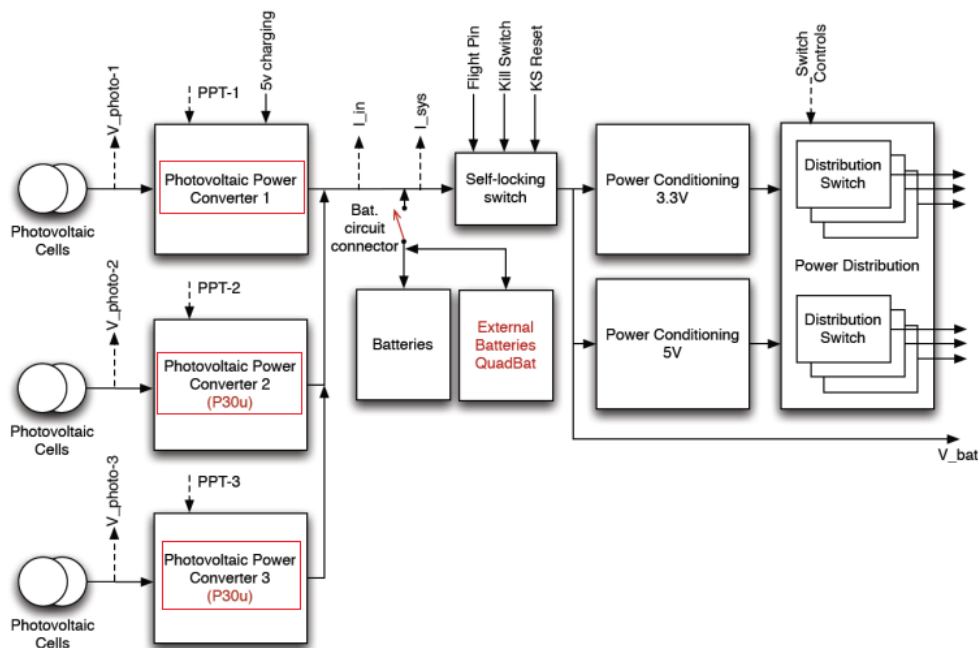


Fonte: (BURT, 2011).

No Brasil, órgãos como a Agência Espacial Brasileira (AEB) e Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), elaboraram em conjunto um documento de requisitos preliminares para nortear o projeto Constelação de Nanosatélites Ambientais (CONASAT), para suprir o Sistema Brasileiro de Coleta de Dados Ambientais (SBCD), concebido para prover o país de um sistema de coleta de dados por satélites para várias aplicações, como o monitoramento de bacias hidrológicas, previsão meteorológica e climática, estudo de correntes oceânicas e da química da atmosfera, controle da poluição, previsão para combate a catástrofes, avaliação do potencial de energias renováveis, como a eólica, a solar, além de fornecer dados ambientais para pesquisas científicas.

Em Lima *et al.* (2012), o autor faz referência a um subsistema de fornecimento de energia para um Nanosatélite, representado na Figura 25, que diferente da arquitetura proposta por Jang e Choi (2008) e especifica que haja descentralização das unidades de conversão de energia DC-DC, ou seja, um conversor para cada célula fotovoltaica.

Figura 25 – SEH proposta para um Nanosatélite.

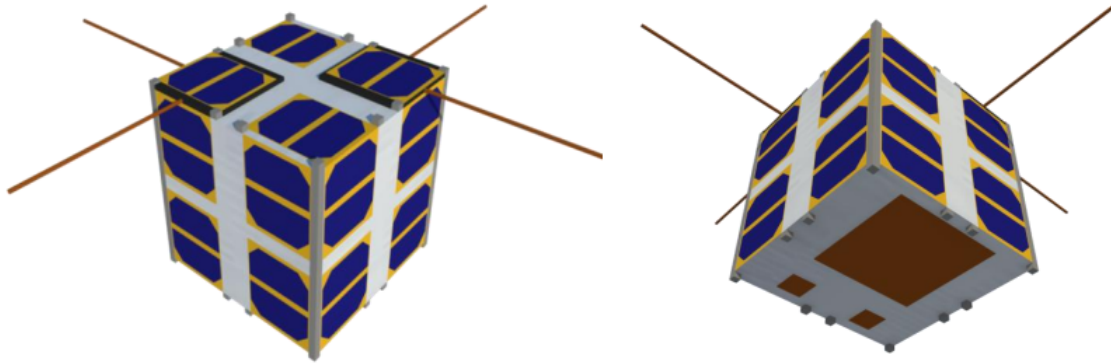


Fonte: Adaptado de Lima *et al.* (2012).

A Figura 25 apresenta o diagrama em blocos do Sistema *NanoPower*. Este possui três canais de entradas fotovoltaicas, sendo cada um destinado a operar com os conjuntos de painéis solares de cada um dos pares de faces opostas do Nanosatélite. Enquanto uma face está recebendo incidência direta de raios solares, a sua face oposta não recebe iluminação direta. Desta forma se faz uma distribuição de energia para cada um dos conversores fotovoltaicos que

fornecem carga para as baterias. O Nanosatélite em questão é representado ilustrativamente na Figura 26, para esclarecer o que foi dito sobre a disposição dos seus painéis solares.

Figura 26 – Ilustração de um Nanosatélite.

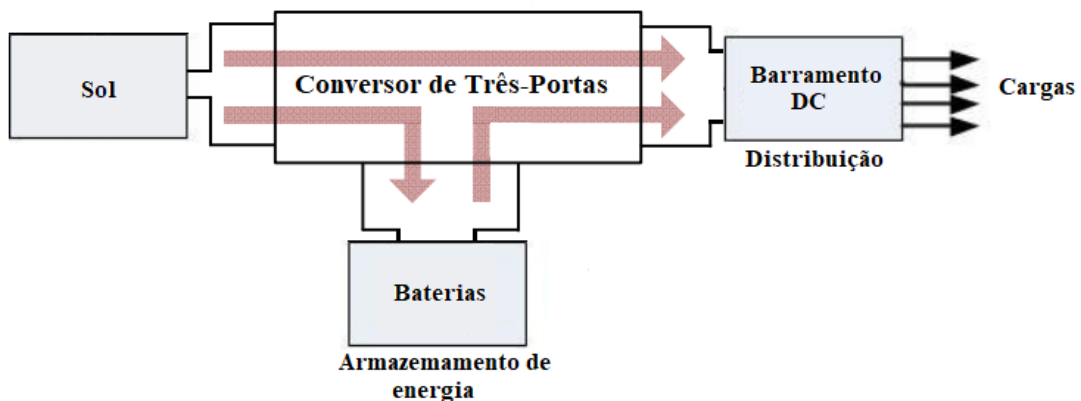


Fonte: (LIMA *et al.*, 2012).

É importante salientar que o *design* do SEH ideal é aquele que atende aos requisitos de energia de uma missão específica e pode ser usado várias vezes em diferentes cenários de missão, sem precisar ser reprojetoado para cada missão.

Dito isso e apoiado no que foi mencionado acerca do SEP, percebe-se que, de uma forma geral, a disposição do elemento de conversão de energia se mostra entre a fonte geradora de energia, a unidade de armazenamento e a carga, que pode representada por um barramento DC. Dessa forma, ousa-se aqui, novamente, mostrar como o conversor de três-portas será integrado à estrutura de um Nanosatélite através de sua conexão 24V DC. A Figura 27 mostra a disposição do conversor de três-portas na estrutura do sistema de energia de um satélite.

Figura 27 – Integração Conversor Três-Portas ao sistema de um satélite.



Fonte: Acervo do autor

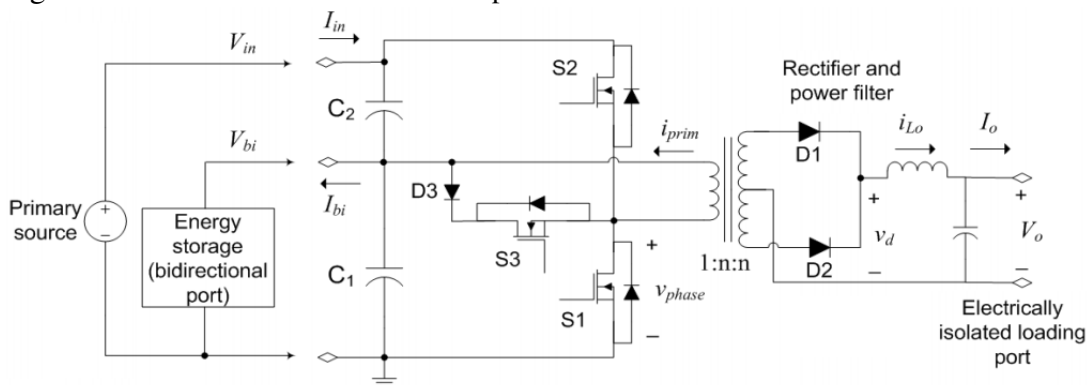
Tendo esclarecido aspectos relacionados aos conversores multiportas e sua aplicações,

abordando de forma sucinta as topologias, funcionamento e características gerais, no intuito de familiarizar-se com as diversas aplicabilidades dos conversores multiportas em conversão de energia DC e tendo-se discorrido sobre o processo de conversão de energia através do conversor de três-portas, evidenciando eletricamente o seu uso no robô e no satélite, pode-se dar um passo a mais, trazendo à tona a operação do circuito do conversor, componentes e características operacionais.

2.4 Conversor DC-DC Três-Portas

Esta seção discute o funcionamento do circuito de um conversor de três-portas integrado para aplicações que demandam uma operação com fontes de energia intermitentes. As vantagens deste conversor em relação aos conversores independentes incluem menos componentes, recursos de comutação e elementos de armazenamento compartilhados em cada período de comutação. Como resultado, o sistema integrado será mais compacto com uma massa geral menor. Além disso, tem menor custo, maior confiabilidade e desempenho dinâmico otimizado devido à não requerer recursos de comunicação que seriam necessários para vários conversores independentes. A Figura 28 mostra o conversor DC-DC de três-portas, que compreende o painel fotovoltaico, a bateria, os elementos de comutação, o transformador e a carga.

Figura 28 – Conversor Três-Portas meia-ponte isolado.



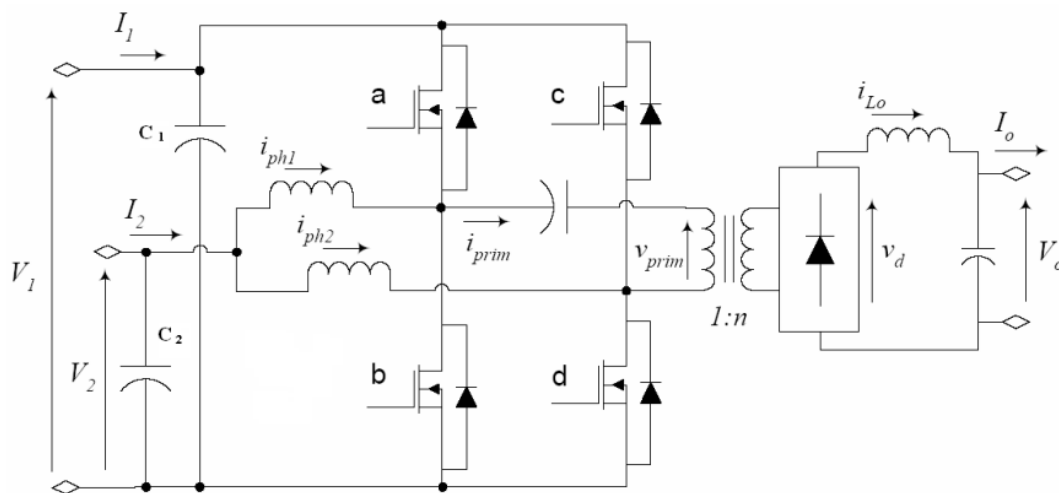
Fonte: (REESE, 2007).

Este conversor de três-portas foi estudado por vários pesquisadores e portanto bastante explorado na integração da energia fotovoltaica com elementos de armazenamento através de uma porta bi-direcional, enquanto conecta a fonte e a unidade de armazenamento à carga de forma eletricamente isolada. Do ponto de vista da topologia, é adicionado um diodo e uma chave comutadora no lado primário do transformador, que fornece mais uma liberdade de controle e

garante um caminho para a desmagnetização do transformador.

Em Reese (2007), duas topologias diferentes de três portas foram desenvolvidas com base nas topologias de meia-ponte com ciclo de trabalho deslocado e ponte-completa com mudança de fase. Ambas as topologias foram modificadas para permitir a adição de uma terceira porta onde o dispositivo de armazenamento seria conectado, conforme mostram a Figura 28, que representa o conversor de meia-ponte, e a Figura 29, que representa o conversor de ponte-completa.

Figura 29 – Conversor Três-Portas ponte-completa isolado.



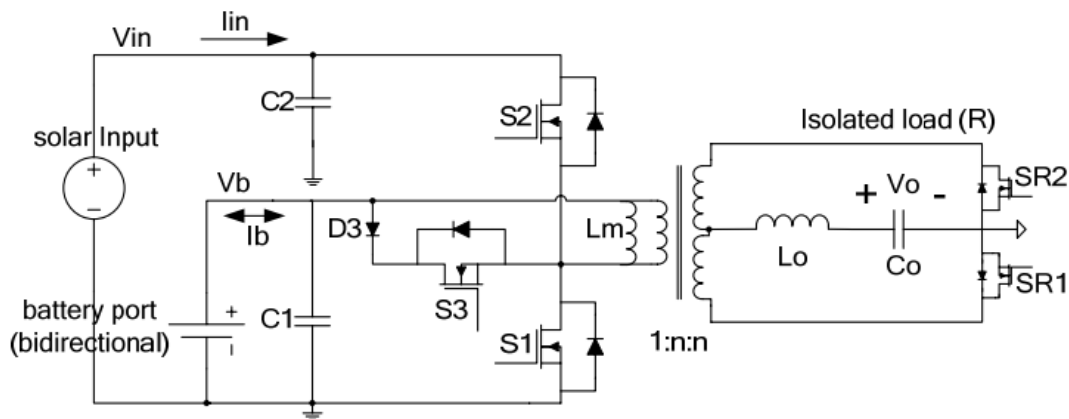
Fonte: (REESE, 2007).

Segundo o autor, ambas as topologias são capazes da operação de três portas e controle simultâneo de duas das três portas. No caso do conversor meia-ponte, uma vez que menos chaves de comutação são usadas, seu uso é adequado apenas para níveis de potência mais baixos. À medida que os níveis de potência aumentam, o benefício adicional de dobrar o ganho de tensão na topologia de ponte-completa, acarretando menos perdas, serve para mitigar os custos relacionados à comutação adicional.

Baseado nas pesquisas acerca da topologia de conversores de meia ponte, publicadas por Al-Atrash *et al.* (2007), para a interface de três-portas, que expôs a topologia, o processo de conversão de energia e a operação em malha aberta, Qian *et al.* (2009) focou seu trabalho na estrutura e dinâmica de controle e no gerenciamento de energia das três portas. Qian *et al.* (2009) propôs um modelo dinâmico do conversor multiportas como um sistema de múltiplas-entradas e múltiplas-saídas (*Multi-Input, Multi-Output (MIMO)*). Este conversor MIMO continha múltiplas variáveis de controle que possuíam acoplamento, o que complicava o projeto da malha

de controle. As interações entre *loops* de controle são comuns em conversores multiportas e como a maioria das pesquisas se concentra na operação em laço aberto, faltava investigação sobre o desempenho dinâmico sob condições variadas de carga. A Figura 30 mostra o circuito utilizado por Qian *et al.* (2009), que difere do conversor de Reese (2007) somente no pelo uso de dispositivos de chaveamento controlado no lado do secundário do transformador (vide Figuras 28 e 30).

Figura 30 – Topologia do conversor Três-Portas meia-ponte.



Fonte: (QIAN *et al.*, 2009).

Outros trabalhos do autor, como Qian *et al.* (2010a), Qian (2010), Qian *et al.* (2010c), Qian *et al.* (2010d)) utilizaram a mesma estrutura do conversor DC-DC de três-portas e da técnica de controle adotada em Qian *et al.* (2009) para aplicações como carregadores de bateria, reguladores de barramentos DC, sistemas fotovoltaicos independentes, satélites e operações paralelas de múltiplos conversores.

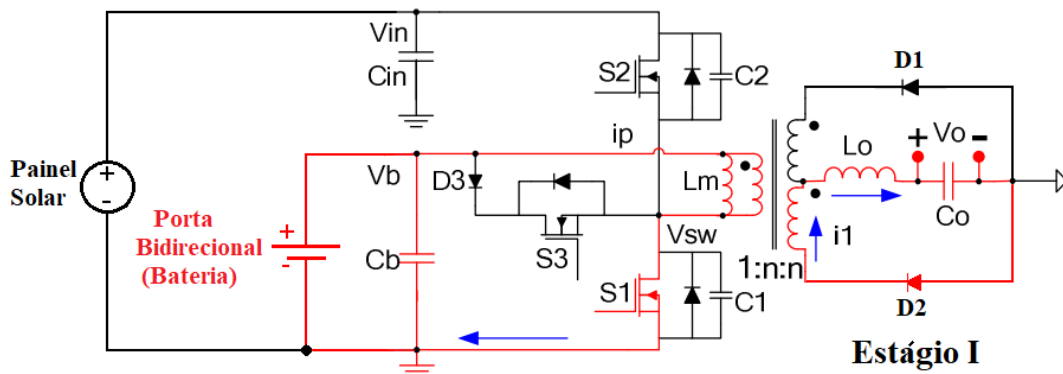
O cabedal de informações discutidos nos tópicos anteriores e o que foi esclarecido até aqui, neste subitem, permitiu uma certa familiaridade, por assim dizer, com a estrutura do conversor DC-DC de três portas e, devido ao fato do controle desse conversor (Figura 28) ser o tema deste trabalho acadêmico, uma explicação acerca do operação do circuito do conversor de três-portas será agora evidenciada.

Tomando como circuito base o conversor mostrado na Figura 28, se removermos o ramo que contém o diodo **D3** e a chave **S3**, o circuito que fica representa um conversor de duas portas meia-ponte tradicional. Se considerarmos efetuar o controle convencional simétrico ou assimétrico para este conversor de meia-ponte, há apenas um grau de liberdade de controle, ou seja, apenas uma porta pode ser regulada. Se a porta de saída for escolhida para ser regulada, a taxa de carga/descarga da bateria é deixada descontrolada, o que impede o uso da bateria. Ao

adicionarmos o ramo com **S3** e **D3**, tem-se uma versão modificada do conversor de meia-ponte com três estágios básicos de operação do circuito, dentro de um ciclo de frequência constante de comutação, que permitirá duas variáveis de controle independentes, ou seja, os ciclos de trabalho d_1 e d_2 que controlam **S1** e **S2**, respectivamente. A chave **S3** é controlada pelo chaveamento complementar de d_1 e d_2 . Desta forma, o conversor de três-portas modificado possui dois graus de liberdade de controle. As discussões sobre os estágios de operação do circuito serão abordadas a seguir, com pequenas modificações referentes ao circuito da Figura 30, que basicamente se referem a permuta das chaves controladas no lado secundário por diodos.

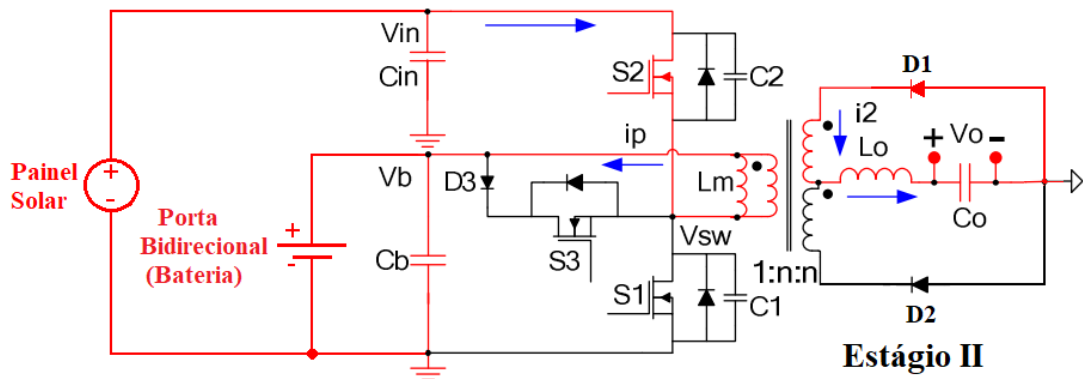
Existem três estágios básicos do circuito, a saber. No estágio *I* a chave **S1** é fechada, aplicando a tensão da bateria (V_b) ao lado primário do transformador. Nesta etapa, a corrente fornecida pela bateria percorre o caminho destacado no circuito da Figura 31, e a bateria fornece energia para o circuito. No Estágio *II*, Figura 32, a chave **S2** é ligada e, concomitantemente, a chave **S1** é aberta. A chave **S3** também encontra-se em estado desligado. Neste estágio, uma voltagem negativa é aplicada ao lado primário do transformador, que é a diferença entre a tensão no painel solar e tensão da bateria ($V_{in} - V_b$). A corrente fornecida pelo painel solar percorre o primário do transformador pelo lado oposto ao polo, como mostra a Figura 32, de forma que permite que a bateria seja carregada. Já no Estágio *III*, a chave **S3** é ligada e uma tensão nula é aplicada ao lado primário do transformador, enquanto que **S1** e **S2** encontram-se desligadas. O fechamento da chave **S3** permite que ocorra a desmagnetização do transformador através de um circuito roda livre. A Figura 33 mostra o estágio *III*. Na Figura 34 tem-se as formas de onda de operação da topologia proposta.

Figura 31 – Estágio *I* de operação do conversor Três-Portas.



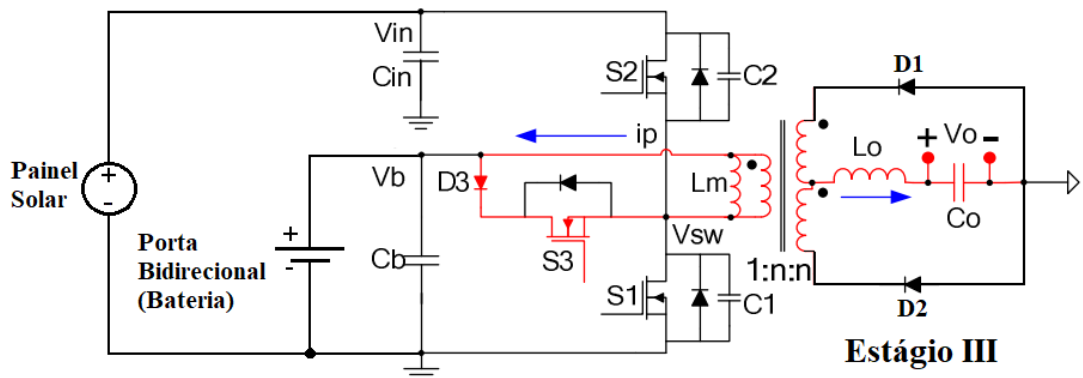
Fonte: Adaptado de Qian *et al.* (2010c).

Figura 32 – Estágio II de operação do conversor Três-Portas.



Fonte: Adaptado de Qian *et al.* (2010c).

Figura 33 – Estágio III de operação do conversor Três-Portas.

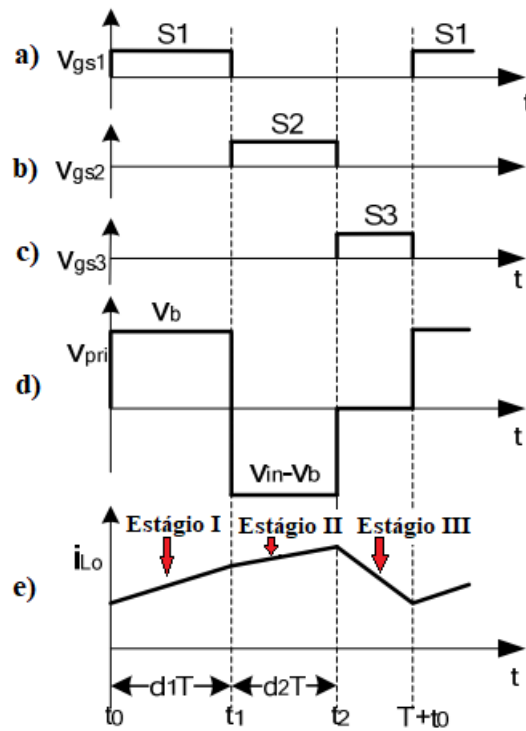


Fonte: Adaptado de Qian *et al.* (2010c).

Percebe-se, como retrata a Figura 34 (a,b e c) que o chaveamento dos três interruptores é realizado de forma complementar, ou seja, o tempo de fechamento da chave S3 é $(1-d_1-d_2)$, onde d_1 e d_2 são os ciclos de trabalho dos comutadores S1 e S2. A Figura 34 (d) mostra a tensão sobre o primário do trafo do conversor, e pode-se perceber que ao fechar a chave S3, a tensão sobre o primário é nula, como mencionado anteriormente. A Figura 34 (e) mostra a corrente sobre o indutor de saída L_o no lado secundário. Como no estágio III a tensão sobre o primário é nula, o indutor L_o transfere energia para a carga através de C_o .

Nas Figuras 31, 32 e 33, foram mostrados os diferentes estágios operacionais que o conversor três-portas está sujeito, embora essa ilustração se deu no âmbito de uma breve análise do funcionamento do seu circuito elétrico. Fisicamente, a plataforma de energia do satélite ou do robô de exploração, experimentam períodos de insolação e eclipse, ou ainda sombreamento dos painéis, durante cada ciclo de trabalho, com o período de insolação sendo mais longo. Desta maneira, diferentes modos operacionais podem ser então apresentados. A Figura 35 mostra o Modo I de operação do conversor, onde a bateria age como a fonte exclusiva de energia durante

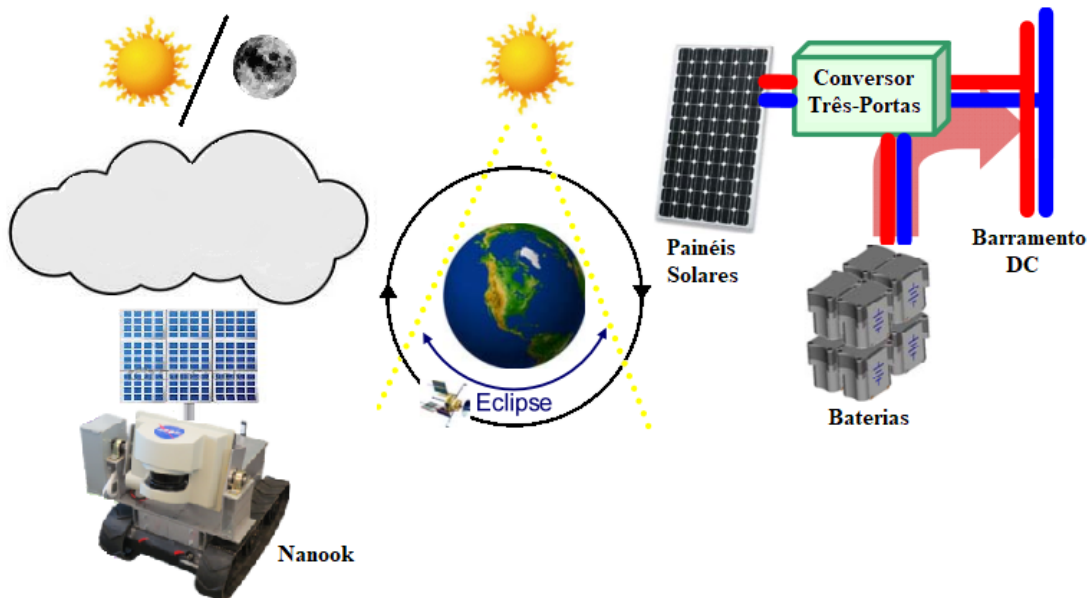
Figura 34 – Formas de onda de operação das chaves do conversor.



Fonte: Adaptado de Qian *et al.* (2010c).

o período do eclipse do satélite, sombreamento ou operação noturna, no caso do robô.

Figura 35 – Modo I de operação do conversor Três-Portas: Ausência de luz solar.

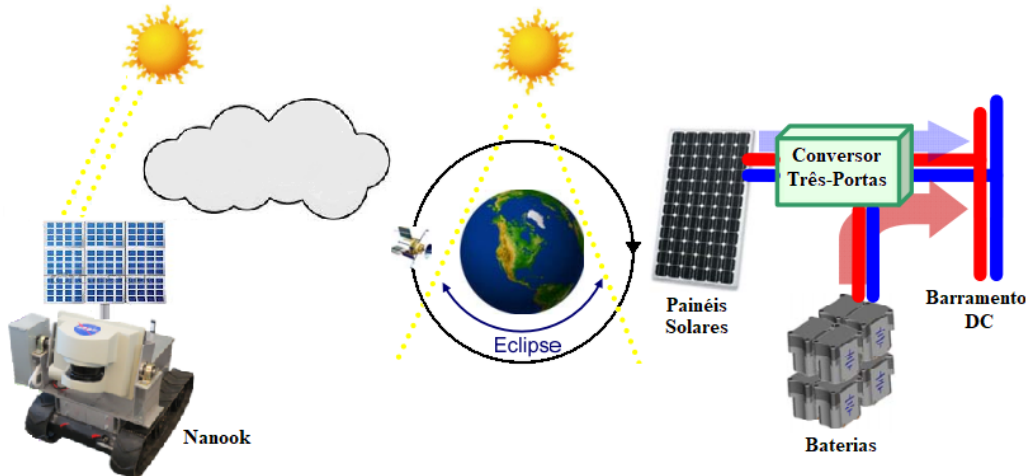


Fonte: Acervo do autor.

Nesta situação, o conversor de três-portas pode regular a tensão no barramento que alimenta a carga independente da energia solar disponível. Evidentemente por um certo período de tempo que dependerá do estado de carga da bateria.

Ainda no modo *I* a potência solar é ampliada, diminuindo o estado de descarga da bateria, Figura 36, que representa o período inicial de insolação sobre o satélite, ou início de dispersão das nuvens sobre o robô e, em seguida, aumentando o estado de carga da bateria, Figura 37, com o prolongamento do período de insolação, ou condições de céu limpo. A bateria preserva o equilíbrio do sistema, armazenando energia solar não consumida (Modo *I*), ou fornecendo o *deficit* no intervalos de diminuição da insolação ou aumento no consumo da carga. Portanto, o painel solar pode ser dimensionado para fornecer a potência média de carga enquanto a bateria fornece o *deficit* energético durante a potência de pico de carga, ou diminuição de luz solar. Devido a este fato, há a possibilidade de redução da massa total da matriz solar. O Modo *I* será o modo padrão, onde o conversor funcionará na maior parte do tempo. Quando o conversor está no Modo *I*, o controlador verifica continuamente a tensão da bateria V_{bat} e muda para o Modo *II* se a tensão da bateria atingir um limite máximo de tensão pré-definido.

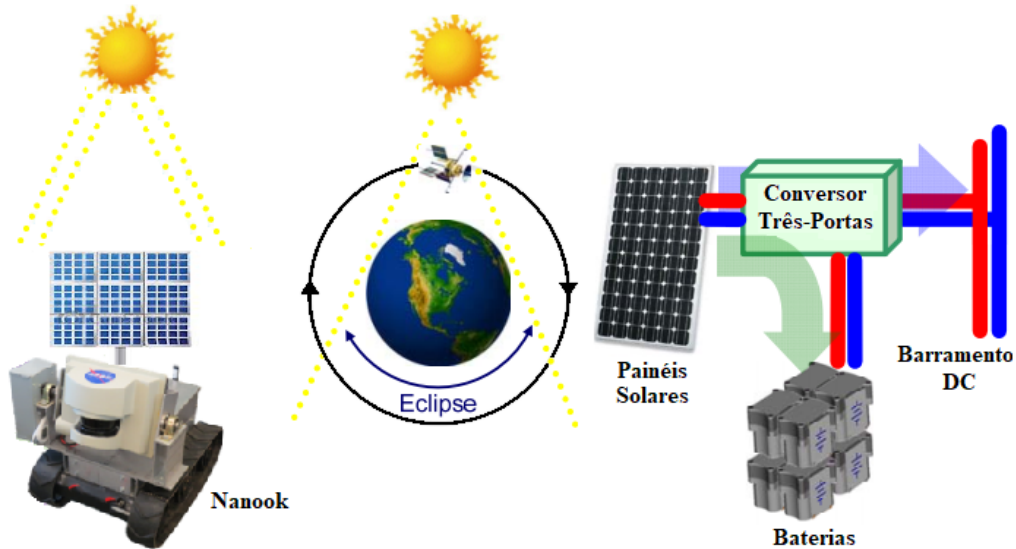
Figura 36 – Modo *I* de operação do conversor Três-Portas: Sombreamento mínimo e insolação inicial.



Fonte: Acervo do autor.

Resumindo, a interface de três portas mostrada anteriormente é obtida modificando, convenientemente, o conversor tradicional de meia ponte DC-DC. Como argumentado previamente, o conversor possui três estados de operação: (1) A potência fornecida pelos painéis (P_{in}) é maior que a potência consumida pela carga (P_o), o que significa que a bateria absorve o excedente de energia solar e tanto a carga quanto a bateria consomem energia da fonte fotovoltaica; (2) P_{in} é menor que P_o e $P_{in} > 0$, caracterizando que a bateria descarrega para alimentar

Figura 37 – Modo II de operação do conversor Três-Portas: Insolação máxima.



Fonte: Acervo do autor.

a carga junto com os painéis; e (3) $P_{in} = 0$, ou seja, a bateria fornece a energia para a carga sozinha. Entretanto, para regular a tensão na carga nestes modos de operação, o *design* da malha de controle torna-se complicado, o que envolve a caracterização do comportamento dinâmico do conversor e análise cuidadosa da estrutura de controle multi-loops.

A modelagem deste conversor de três portas e a análise em regime permanente das tensões e correntes em seus componentes e, principalmente, na carga, tornam-se essenciais para o completo entendimento de sua dinâmica e representam desafios que deverão ser transpostos no capítulo subsequente.

3 MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO CONVERSOR DC-DC DE TRÊS PORTAS

3.1 Introdução

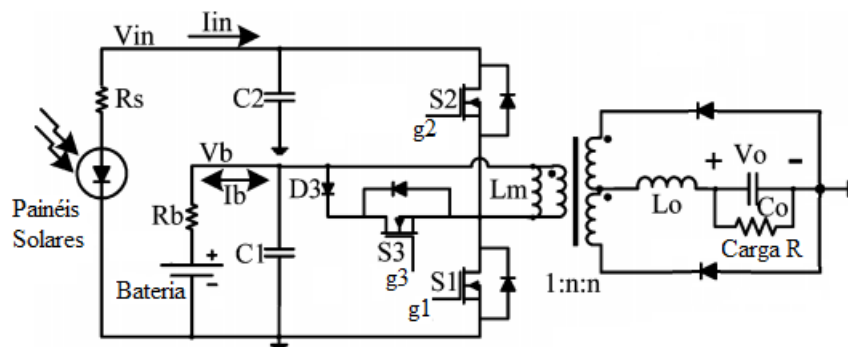
Neste capítulo é desenvolvida a modelagem do conversor DC-DC de três portas e a determinação do modelo computacional deste. Inicialmente a operação do circuito em regime permanente (análise DC) será considerada. Em seguida, são propostos procedimentos de modelagem adequados para o conversor três-portas, fundamentados completamente na técnica de espaço de estados médio e técnica baseada em manipulações das equações de pequenos sinais dos circuitos equivalentes, resultando em um único modelo de circuito linear equivalente do estágio de potência, e que são sustentados pelos trabalhos de Middlebrook e Cuk (1976) e Cuk (1977). Este capítulo também discorre sobre os aspectos relacionados ao controle descentralizado para a regulação da tensão de saída do conversor, com aplicação de matrizes de desacoplamento necessárias para o projeto de controladores SISO. Resultados de simulação de operação do conversor e das malhas de controle SISO serão também apresentados e discutidos.

A modelagem em espaços de estados é o alicerce que irá permitir se obter os controladores em malha fechada MIMO. Especialmente para esse tipo de sistema de controle MIMO, um modelo preciso é crítico para fornecer orientação através de todo o processo de projeto da malha de controle.

3.2 Análise DC dos Estágios de Operação do Conversor de Três-Portas

Para se encontrar a equação da tensão de saída (V_0) em regime permanente, deve-se fazer a análise DC sobre os modos de operação do conversor mostrado na Figura 38.

Figura 38 – Topologia do conversor DC-DC de meia ponte modificada.



Fonte: Adaptado de Qian *et al.* (2010a).

Assumindo um conversor ideal sem perdas, a tensão em regime, que governa a relação entre as tensões nas diferentes portas, pode ser determinada pela aplicação da técnica *Inductor Volt-Second Balance* (IVSB) nos dois principais indutores do conversor: a indutância de magnetização L_m e a indutância no filtro de saída do conversor L_0 . O IVSB preconiza que para a operação em regime de um indutor em um conversor DC-DC, a tensão líquida do indutor no período de chaveamento deve ser zero $\langle V_L \rangle_{T_s} = 0$. Ou seja:

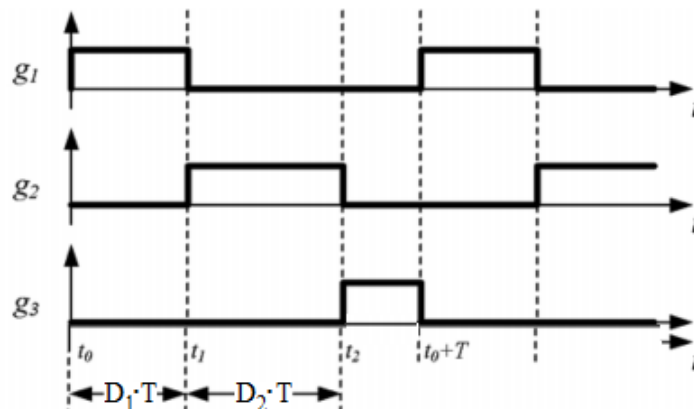
$$V_{L(DT_s)} \cdot D \cdot T_s + V_{L(D'T_s)} \cdot D' \cdot T_s = 0, \quad (3.1)$$

onde D representa o ciclo de trabalho, D' retrata o ciclo de trabalho complementar e T_s a duração do ciclo. Desta forma, $D \cdot T_s$ caracteriza a duração de tempo em que a chave (mosfet) estará fechada e $D' \cdot T_s$ o tempo em que a chave permanece aberta. Para o indutor de magnetização L_m operando em modo de condução contínua (CCM), tem-se:

$$(D_1 \cdot T) \cdot V_{C1} - (D_2 \cdot T) \cdot V_{C2} = 0, \quad (3.2)$$

onde $V_{C1} = V_b$, $V_{C2} = V_{in}$, D_1 e D_2 são as razões cíclicas de S_1 e S_2 , respectivamente, g_1 , g_2 e g_3 caracterizam os sinais de gatilhamento dos MOSFETS e T é a duração do ciclo de chaveamento, como mostra a Figura 39. A tensão V_{C1} representa a voltagem sobre o capacitor C_1 e V_{C2} é a tensão sobre o capacitor C_2 . Vale lembrar que para esta indutância, temos a aplicação do IVSB apenas para as chaves 1 e 2, já que a chave 3 põe o transformador em curto.

Figura 39 – Formas de onda básicas de operação da topologia meia ponte proposta.



Fonte: Adaptado de Qian *et al.* (2010a).

Voltando a atenção para a equação (3.2), o sinal negativo na equação é devido a polarização do enrolamento primário do transformador, que para a chave 2, encontra-se no lado

oposto da entrada da corrente fornecida pelos painéis solares. Calculando a tensão na porta bidirecional, tem-se:

$$V_{C2} = \frac{(D_1 \cdot T) \cdot V_{C1}}{D_2 \cdot T} = \frac{D_1 \cdot V_{C1}}{D_2}. \quad (3.3)$$

Como $V_{C2} = V_{in}$ e $V_b = V_{C1}$, tem-se:

$$V_{in} = \frac{D_1 \cdot V_{C1}}{D_2}, \quad (3.4)$$

$$V_b = \frac{D_2 \cdot V_{in}}{D_1}. \quad (3.5)$$

A equações (3.4) e (3.5) nos mostram como as tensões de entrada e da bateria se inter-relacionam através das razões cíclicas D_1 e D_2 do ciclo de chaveamento do conversor. Agora aplicando IVSB sobre o indutor do filtro de saída, tem-se:

$$D_1 \cdot T \cdot (n \cdot V_{C1} - V_0) + D_2 \cdot T \cdot (n \cdot V_{C2} - V_0) - (1 - (D_1 + D_2)) \cdot T \cdot V_0 = 0. \quad (3.6)$$

Cabem aqui alguns esclarecimentos a respeito da equação (3.6). Primeiramente, o IVSB é aplicado para as três chaves. O primeiro termo da equação refere-se à chave S_1 , o segundo termo a chave S_2 e o terceiro a chave S_3 . Observe ainda que as tensões V_{C1} e V_{C2} vêm multiplicadas por um termo " n ", que representa a relação de transformação $I:n:n$, vide Figura 38.

Manipulando algebricamente (3.6), chega-se a:

$$V_0 = D_1 \cdot n \cdot V_{C1} + D_2 \cdot n \cdot V_{C2}. \quad (3.7)$$

A equação (3.7) mostra como a tensão V_0 pode ser determinada através dos valores de V_{C1} , V_{C2} , da relação de transformação e dos ciclos de trabalho D_1 e D_2 .

Finalmente, substituindo (3.3) em (3.7), tem-se:

$$V_0 = 2 \cdot V_b \cdot D_1 \cdot n. \quad (3.8)$$

Este resultado mostra que a tensão de saída em regime do conversor pode ser determinada somente pela ação da chave S_1 , da tensão da bateria V_b e da relação de transformação.

Outra consideração que se faz necessário esclarecer é a presença de uma corrente DC no enrolamento primário do transformador. É importante notar que esta corrente DC não

está associada a nenhuma tensão DC. A indutância de magnetização do transformador é usada para armazenar energia de forma a interligar as portas de entrada e bidirecional. O projeto do transformador precisa permitir esse fluxo de corrente DC e se tornar semelhante a um indutor ou a um transformador do tipo *flyback*. Segundo Al-Atrash *et al.* (2007), esta corrente de magnetização média (I_M) deve satisfazer a seguinte equação:

$$I_b = D_1 \cdot (I_M - n \cdot I_0) + D_2 \cdot (I_M + n \cdot I_0). \quad (3.9)$$

Rearranjando os termos da equação (3.9), tem-se:

$$I_M = \frac{I_b + (D_1 - D_2) \cdot n \cdot I_0}{D_1 + D_2}. \quad (3.10)$$

Uma outra expressão para a corrente de magnetização em regime permanente, que também descende do trabalho de Al-Atrash *et al.* (2007), pode ser obtida pelo uso da corrente de entrada média dada por:

$$I_{in} = D_2 \cdot (I_M + n \cdot I_0). \quad (3.11)$$

Reordenando os termos de (3.11), tem-se:

$$I_M = \frac{I_{in}}{D_2} - n \cdot I_0, \quad (3.12)$$

onde I_b , I_{in} e I_0 são a corrente bidirecional, a corrente fornecida pelos painéis e a corrente na carga, respectivamente. Os valores em regime permanente para a corrente de magnetização, bem como a tensão de saída do conversor e razões cíclicas, podem ser encontrados mediante o uso das equações supracitadas (3.3 - 3.12), evidentemente, se forem conhecidos os valores nominais da tensão fornecida pelos painéis, tensão nominal da bateria, tensão nominal desejada de saída, corrente de entrada dos painéis, corrente na bateria e corrente na carga, além dos valores dos componentes. Para um conversor de 200 Watts de potência de saída, a Tabela 1 mostra as informações acerca dos valores dos componentes, bem como tensões e correntes em regime permanente.

Tendo esclarecido os aspectos mais importantes acerca da análise DC do conversor três-portas e sobre o uso, ainda que brevemente, da técnica IVSB na determinação da tensão de saída do conversor, na sequência, será apresentado a modelagem do circuito representado na Figura 38, através da técnica de modelagem por espaço de estado médio, tendo em vista a necessidade do esclarecimento sobre como funciona esta ferramenta para a determinação da função de transferência em sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas, embora nesta atual

conjuntura, o conversor três-portas se caracteriza como um sistema *Two-Input, Single-Output* (TISO), já que nosso objetivo é regular a tensão de saída do conversor.

Tabela 1 – Parâmetros do Conversor modificado para o robô Nanook.

Tensão nominal nos painéis (V_{in})	48V
Tensão nominal na bateria (V_b)	24V
Tensão de saída do conversor (V_0)	24V
Potência de saída do conversor (P_0)	200W
Corrente nominal de saída do conversor (I_0)	8,33A
Carga nominal (R_{carga})	2,88Ω
Indutor de saída (L_0)	65μH
Capacitor de filtro de saída (C_0)	680μF
Capacitor de filtro da porta da bateria (C1)	680μF
Capacitor de filtro da porta de entrada (C2)	210μF
Indutância de magnetização (L_M)	45μH
Razão cíclica D_1 em regime	0,1667
Razão cíclica D_2 em regime	0,0833
Corrente de magnetização nominal (I_{LM})	17,03A
Frequência de chaveamento (f_{CH})	100kHz
Relação de transformação	1:3:3
Resistência interna da bateria (R_b)	0,1Ω
Resistência interna da fonte (R_s)	0,1Ω

Fonte: Adaptado de Qian *et al.* (2010a).

3.3 Modelagem em Espaço de Estado Médio do Conversor DC-DC de Três-Portas

A modelagem de conversores chaveados baseados em espaço de estados permanece estritamente no domínio de manipulações de equações e, portanto, depende muito de métodos numéricos e implementações computadorizadas. Sua principal vantagem está na descrição unificada de todos os estágios de potência, independentemente do tipo de conversor (*buck*, *boost*, *buck-boost* ou qualquer outra variação) através da utilização das equações exatas do espaço de estados.

Um conversor tradicional de duas portas possui uma entrada de controle, enquanto que um conversor de N portas tem $N-1$ entradas de controle. Essa característica dificulta a modelagem do conversor de múltiplas portas. Além disso, como o conversor de múltiplas portas possui o estágio de potência integrado e, portanto, características MIMO, ele necessita de malhas de desacoplamento adequadas para o projeto dos várias laços do sistema de controle. Qian *et al.* (2010a) mostra uma comparação entre a estrutura convencional de conversores com múltiplas entradas e conversores com estrutura integrada, que é descrita na Tabela 2.

Tabela 2 – Comparação entre a estrutura multiporta convencional e a integrada.

Características	Estrutura convencional	Estrutura integrada
Estágio de conversão	Mais de uma	uma
Quantidade de componentes	alta	baixa
Massa geral	alta	baixa
Projeto de controle	simples e tradicional	Complicada e pouco reportada
Estrutura de controle	separada (requer comunicação)	Centralizado
Entrada de controle	uma	$N-1$
Malha de desacoplamento	Não necessário	necessário

* N representa o número de portas

Fonte: Adaptado de Qian *et al.* (2010a).

Essencialmente para o método Espaço de Estado Médio (EEM), diferentes modos precisam, primeiro, serem identificados no conversor de múltiplas portas, e então, as variáveis de estado correspondentes precisam ser escolhidas para revelar as características dinâmicas das portas que são de interesse. Finalmente, as equações de espaço em cada estágio principal do circuito são calculadas para derivar o modelo do conversor.

A teoria do controle moderno apoia-se na descrição de um sistema por meio de equações diferenciais de primeira ordem. Esse sistema de equações é disposto na forma matricial para facilitar a notação. A equação resultante desse procedimento damos o nome de equação de estado. As variáveis são chamadas de variáveis de estado e são formadas pelo menor número de variáveis capaz de definir completamente o estado do sistema. A equação de estado tem a forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{t}) \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{t}) \cdot \mathbf{u}, \quad (3.13)$$

onde \mathbf{x} representa o vetor de estados, $\dot{\mathbf{x}}$ a derivada do vetor \mathbf{x} , \mathbf{u} é o vetor do sinal de entrada e $\mathbf{A}(\mathbf{t})$ e $\mathbf{B}(\mathbf{t})$ as matrizes que relacionam os parâmetros do circuito com os vetores \mathbf{x} e \mathbf{u} .

A resposta do sistema pode ser encontrada da seguinte forma:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}(\mathbf{t}) \cdot \mathbf{x} + \mathbf{D}(\mathbf{t}) \cdot \mathbf{u}, \quad (3.14)$$

onde \mathbf{y} retrata o vetor de saída ou resposta desejada do sistema, $\mathbf{C}(\mathbf{t})$ e $\mathbf{D}(\mathbf{t})$ são as matrizes que relacionam a saída do sistema com os vetores \mathbf{x} e \mathbf{u} .

A solução da equação de estado fornece a resposta do circuito a um sinal de entrada somado à resposta do estado estável. Essa resposta é em função do tempo t . A equação de estado também pode ser utilizada para sistemas variantes no tempo.

Os conversores são circuitos variantes no tempo que possuem uma peculiaridade: os seus componentes que variam no tempo funcionam como uma chave, comutando de aberto

para fechado, mudando a cada período de chaveamento a sua topologia. Para representar o funcionamento do conversor, podemos escrever uma equação de estados para cada condição de operação das suas chaves.

Para o conversor de três-portas representado pela Figura 38, o seu circuito possui três estados de funcionamento, que se repetem ciclicamente a uma frequência de 100kHz, conforme as formas de onda de operação de suas chaves representadas na Figura 39.

Desta forma, como temos três estados possíveis para o conversor de três-portas em questão, tem-se:

$$\dot{x} = A_1x + B_1u \quad e \quad (3.15)$$

$$y = C_1x + D_1u \quad \text{para } t \in [t_0, t_1[, \quad S_1: ON,$$

$$\dot{x} = A_2x + B_2u \quad e \quad (3.16)$$

$$y = C_2x + D_2u \quad \text{para } t \in [t_1, t_2[, \quad S_2: ON,$$

$$\dot{x} = A_3x + B_3u \quad e \quad (3.17)$$

$$y = C_3x + D_3u \quad \text{para } t \in [t_2, t_0 + T], \quad S_3: ON.$$

As equações (3.15), (3.16) e (3.17) podem ser combinadas para obter o modelo de espaço de estado médio não linear e variante no tempo do conversor para $t \in [t_0, t_0 + T]$. Assim:

$$\dot{x} = [d_1 \cdot A_1 + d_2 \cdot A_2 + (1 - d_1 - d_2) \cdot A_3] \cdot x + [d_1 \cdot B_1 + d_2 \cdot B_2 + (1 - d_1 - d_2) \cdot B_3] \cdot u. \quad (3.18)$$

A saída fica:

$$y = [d_1 \cdot C_1 + d_2 \cdot C_2 + (1 - d_1 - d_2) \cdot C_3] \cdot x + [d_1 \cdot D_1 + d_2 \cdot D_2 + (1 - d_1 - d_2) \cdot D_3] \cdot u. \quad (3.19)$$

Reescrevendo a equação (3.18) e a equação (3.19), tem-se:

$$\begin{cases} \dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u; \\ y = \mathbf{C}x + \mathbf{D}u, \end{cases} \quad (3.20)$$

onde $\mathbf{A} = [d_1 \cdot A_1 + d_2 \cdot A_2 + (1 - d_1 - d_2) \cdot A_3]$, $\mathbf{B} = [d_1 \cdot B_1 + d_2 \cdot B_2 + (1 - d_1 - d_2) \cdot B_3]$, $\mathbf{C} = [d_1 \cdot C_1 + d_2 \cdot C_2 + (1 - d_1 - d_2) \cdot C_3]$ e $\mathbf{D} = [d_1 \cdot D_1 + d_2 \cdot D_2 + (1 - d_1 - d_2) \cdot D_3]$.

As equações (3.18) e (3.19) podem ser aplicadas em qualquer conversor em modo contínuo de corrente. Embora nesta conjuntura as razões cíclicas sejam complementares, este fato não é condição necessária e nem suficiente para que o método EEM seja adotado.

Como dito anteriormente, as equações de estado fornecem o funcionamento do conversor em função do tempo t . Estamos interessados em encontrar as funções de transferência

que resultam no ganho de controle. Essas funções de transferência são obtidas para pequenos sinais e para isso vamos introduzir perturbações nos sinais da seguinte forma: vamos supor que cada sinal é composto pelo valor do estado em regime permanente (estável) e por uma perturbação. A parte estável do sinal será grafado com letra maiúscula acompanhado de uma barra (por exemplo, \bar{D}) e a perturbação com letra minúscula acompanhada do sinal circunflexo (\hat{d}). Assim cada termo nas equações supracitadas ficará da seguinte forma: $x = \bar{X} + \hat{x}$,
 $y = \bar{Y} + \hat{y}$,

$$u = \bar{U} + \hat{u},$$

$$d_1 = \bar{D}_1 + \hat{d}_1,$$

$$d_2 = \bar{D}_2 + \hat{d}_2 \text{ e}$$

$$d_3 = 1 - (\bar{D}_1 + \hat{d}_1) - (\bar{D}_2 + \hat{d}_2).$$

Substituindo os termos acima na equação (3.20), tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [\bar{X} + \hat{x}] &= A \cdot (\bar{X} + \hat{x}) + B \cdot (\bar{U} + \hat{u}) \text{ e} \\ \frac{d}{dt} \hat{x} &= (A_1 \cdot d_1 + A_2 \cdot d_2 + A_3 - A_3 \cdot d_1 - A_3 \cdot d_2) \cdot \bar{X} + \\ &(A_1 \cdot d_1 + A_2 \cdot d_2 + A_3 - A_3 \cdot d_1 - A_3 \cdot d_2) \cdot \hat{x} + \\ &(B_1 \cdot d_1 + B_2 \cdot d_2 + B_3 - B_3 \cdot d_1 - B_3 \cdot d_2) \cdot \bar{U} + \\ &(B_1 \cdot d_1 + B_2 \cdot d_2 + B_3 - B_3 \cdot d_1 - B_3 \cdot d_2) \cdot \hat{u}, \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \hat{x} &= [A_1 \cdot \bar{D}_1 + A_2 \cdot \bar{D}_2 + A_3 \cdot (1 - \bar{D}_1 - \bar{D}_2)] \cdot \bar{X} + \\ &[B_1 \cdot \bar{D}_1 + B_2 \cdot \bar{D}_2 + B_3 \cdot (1 - \bar{D}_1 - \bar{D}_2)] \cdot \bar{U} + \\ &[A_1 \cdot \bar{D}_1 + A_2 \cdot \bar{D}_2 + A_3 \cdot (1 - \bar{D}_1 - \bar{D}_2)] \cdot \hat{x} + \\ &[B_1 \cdot \bar{D}_1 + B_2 \cdot \bar{D}_2 + B_3 \cdot (1 - \bar{D}_1 - \bar{D}_2)] \cdot \hat{u} + \\ &[(A_1 - A_3) \cdot \bar{X} + (B_1 - B_3) \cdot \bar{U}] \cdot \hat{d}_1 + \\ &[(A_2 - A_3) \cdot \bar{X} + (B_2 - B_3) \cdot \bar{U}] \cdot \hat{d}_2 + \\ &[(A_1 - A_3) \cdot \hat{d}_1 + (A_2 - A_3) \cdot \hat{d}_2] \cdot \hat{x} + \\ &[(B_1 - B_3) \cdot \hat{d}_1 + (B_2 - B_3) \cdot \hat{d}_2] \cdot \hat{u}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Da maneira similar a saída será (admitindo $\mathbf{D} = \mathbf{0}$):

$$\begin{aligned}
 (\bar{Y} + \hat{y}) &= (C_1 \cdot d_1 + C_2 \cdot d_2 + C_3 - C_3 \cdot d_1 - C_3 \cdot d_2) \cdot (\bar{X} + \hat{x}) \quad e \\
 (\bar{Y} + \hat{y}) &= (C_1 \cdot \bar{D}_1 + C_2 \cdot \bar{D}_2 + C_3 - C_3 \cdot \bar{D}_1 - C_3 \cdot \bar{D}_2) \cdot \bar{X} + [(C_1 - C_3) \cdot \bar{X}] \cdot \hat{d}_1 + \\
 &[(C_2 - C_3) \cdot \bar{X}] \cdot \hat{d}_2 + (C_1 \cdot \bar{D}_1 + C_2 \cdot \bar{D}_2 + C_3 - C_3 \cdot \bar{D}_1 - C_3 \cdot \bar{D}_2) \cdot \hat{x} + \\
 &[(C_1 - C_3) \cdot \hat{x}] \cdot \hat{d}_1 + [(C_2 - C_3) \cdot \hat{x}] \cdot \hat{d}_2.
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

A equação (3.22) possui quatro termos que podem ser, agora, separados. Senão vejamos:

- Resposta ao estado estável:

$$\begin{aligned}
 &[A_1 \cdot \bar{D}_1 + A_2 \cdot \bar{D}_2 + A_3 \cdot (1 - \bar{D}_1 - \bar{D}_2)] \cdot \bar{X} + \\
 &[B_1 \cdot \bar{D}_1 + B_2 \cdot \bar{D}_2 + B_3 \cdot (1 - \bar{D}_1 - \bar{D}_2)] \cdot \bar{U} = 0;
 \end{aligned}$$

- Resposta à variações na entrada:

$$\begin{aligned}
 \hat{x} &= [A_1 \cdot \bar{D}_1 + A_2 \cdot \bar{D}_2 + A_3 \cdot (1 - \bar{D}_1 - \bar{D}_2)] \cdot \hat{x} + \\
 &[B_1 \cdot \bar{D}_1 + B_2 \cdot \bar{D}_2 + B_3 \cdot (1 - \bar{D}_1 - \bar{D}_2)] \cdot \hat{u};
 \end{aligned}$$

- Resposta às variações nas razões cíclicas:

$$\hat{x} = [(A_1 - A_3) \cdot \bar{X} + (B_1 - B_3) \cdot \bar{U}] \cdot \hat{d}_1 + [(A_2 - A_3) \cdot \bar{X} + (B_2 - B_3) \cdot \bar{U}] \cdot \hat{d}_2;$$

- Termos não lineares:

$$[(A_1 - A_3) \cdot \hat{d}_1 + (A_2 - A_3) \cdot \hat{d}_2] \cdot \hat{x} + [(B_1 - B_3) \cdot \hat{d}_1 + (B_2 - B_3) \cdot \hat{d}_2] \cdot \hat{u}.$$

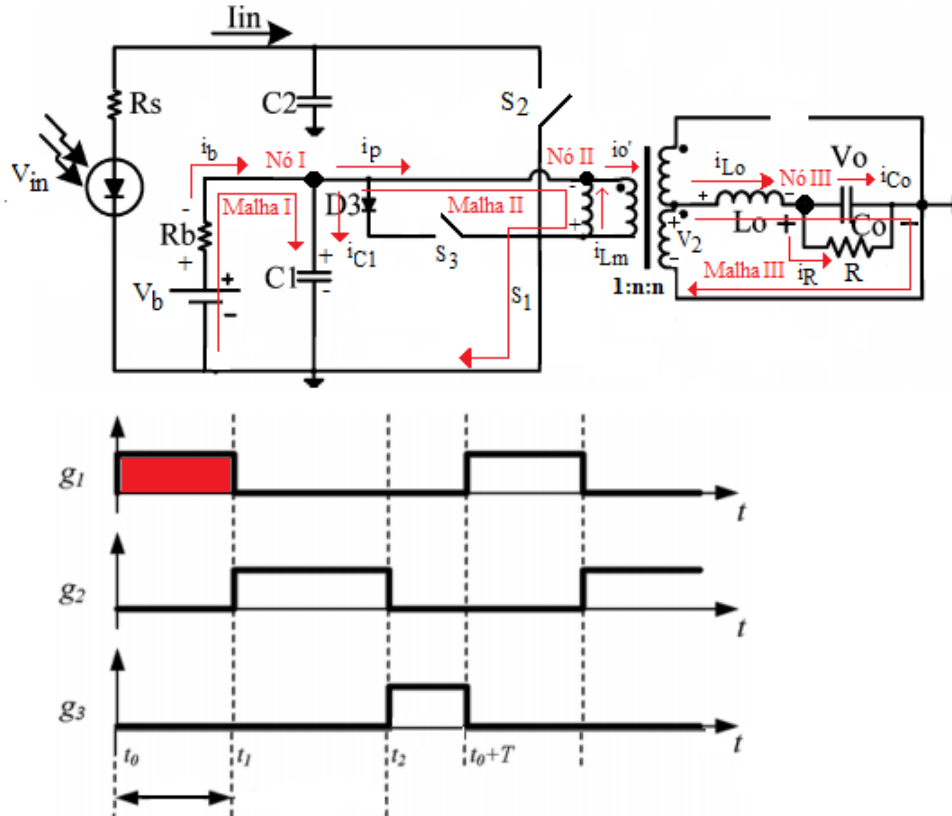
Os termos não lineares são referentes ao produto das perturbações $\hat{d} \cdot \hat{x}$ e $\hat{d} \cdot \hat{u}$. Qian *et al.* (2009), Qian *et al.* (2010a), Qian *et al.* (2010d) e Qian *et al.* (2010c) desconsideram essas bilinearidades justificando que, como o modelo é de pequenos sinais, a resposta resultante do produto das bilinearidades é muito menor que os outros fatores. Também é considerado que a parte em regime permanente não varia significativamente durante um período de comutação, o que significa que os modelos dinâmicos que serão obtidos são válidos para frequências muito menores do que a frequência de comutação. Em Kawasaki *et al.* (1995), Olalla *et al.* (2010) e Olalla *et al.* (2011b), um tratamento matemático é dispensado à estes termos bilineares.

Retomando a modelagem do conversor três-portas, resta determinar as matrizes $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, C_1, C_2$ e C_3 , que são obtidas através da análise dos modos de operação das chaves comutadoras pelo uso das leis de Kirchhoff.

Para a determinação das matrizes supracitadas, vamos encontrar as equações diferenciais de primeira ordem que regem o comportamento dinâmico do circuito do conversor para os três estágios de operação.

Inicialmente vamos verificar o funcionamento do circuito do conversor para o primeiro estágio de operação, que representa o período de tempo $[t_0 \leq t \leq t_1]$. A Figura 40 exibe o circuito do conversor para o **estágio I** de operação, retratando as tensões e correntes necessárias para determinarmos o conjunto de equações diferenciais que governam o funcionamento do circuito em questão.

Figura 40 – Operação do circuito no estágio I.



Fonte: Acervo do autor.

Aplicando Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT) na **malha I**, tem-se:

$$-V_b + R_b \cdot i_b + V_{C1} = 0. \quad (3.24)$$

Para o **nó I**, tem-se:

$$i_b = i_{C1} + i_p \quad e$$

$$i_{C1} = i_b - i_p. \quad (3.25)$$

Rearranjando em função da corrente i_{C1} :

$$C_1 \frac{d}{dt} [V_{C1}] = -\frac{V_{C1}}{R_b} - i_p + \frac{V_b}{R_b}. \quad (3.26)$$

No **nó II** e usando a corrente refletida do secundário do transformador (i'_0) no lado primário, tem-se:

$$\begin{aligned}\frac{i_p}{i_{sec}} &= \frac{n}{1} = \frac{1}{a}, \\ i'_0 &= \frac{i_{sec}}{a} = n \cdot i_{sec} = n \cdot i_{Lo}, \\ i_p + i_{Lm} &= i'_0 \quad e \\ i_p &= -i_{Lm} + i'_0 = -i_{Lm} + n \cdot i_{Lo}.\end{aligned}\tag{3.27}$$

onde n representa a quantidade de espiras e a a razão de transformação. Substituindo a corrente no primário na equação (3.26), tem-se:

$$\frac{d}{dt} [V_{C1}] = -\frac{V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{i_{Lm}}{C_1} - \frac{n \cdot i_{Lo}}{C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1}.\tag{3.28}$$

Aplicando LKT na **malha II**, tem-se:

$$\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = -\frac{1}{L_m} \cdot V_{C1}.\tag{3.29}$$

Usando o mesmo procedimento na **malha III**, tem-se:

$$\begin{aligned}-V_2 + V_{Lo} + V_0 &= 0, \\ V_2 &= n \cdot V_{C1} \quad e \\ \frac{d}{dt} [i_{Lo}] &= \frac{n}{L_0} \cdot V_{C1} - \frac{1}{L_0} \cdot V_0.\end{aligned}\tag{3.30}$$

Por fim, para concluir o modo I de operação, resta equacionar o **nó III**:

$$\begin{aligned}i_{Lo} &= i_{Co} + i_R \quad e \\ \frac{d}{dt} [V_0] &= \frac{1}{C_0} \cdot i_{Lo} - \frac{1}{R \cdot C_0} \cdot V_0.\end{aligned}\tag{3.31}$$

As equações (3.28) - (3.31) caracterizam a dinâmica do conversor para o estágio *I* de operação. Em seguida ilustraremos o estágio *II* de operação, ou seja, a chave S2 encontra-se fechada e as chaves S1 e S3 encontram-se abertas. A Figura 41 mostra esta etapa de funcionamento do conversor para o intervalo de tempo $t_1 \leq t < t_2$.

Observando o circuito da Figura 41 e empreendendo a mesma análise aplicada no estágio *I* (LKT e Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC)), vamos determinar as equações diferenciais que caracterizam o **estágio II**.

Através da **malha I**, tem-se: $-V_b - R_b \cdot i_b + V_{C1} = 0$ e

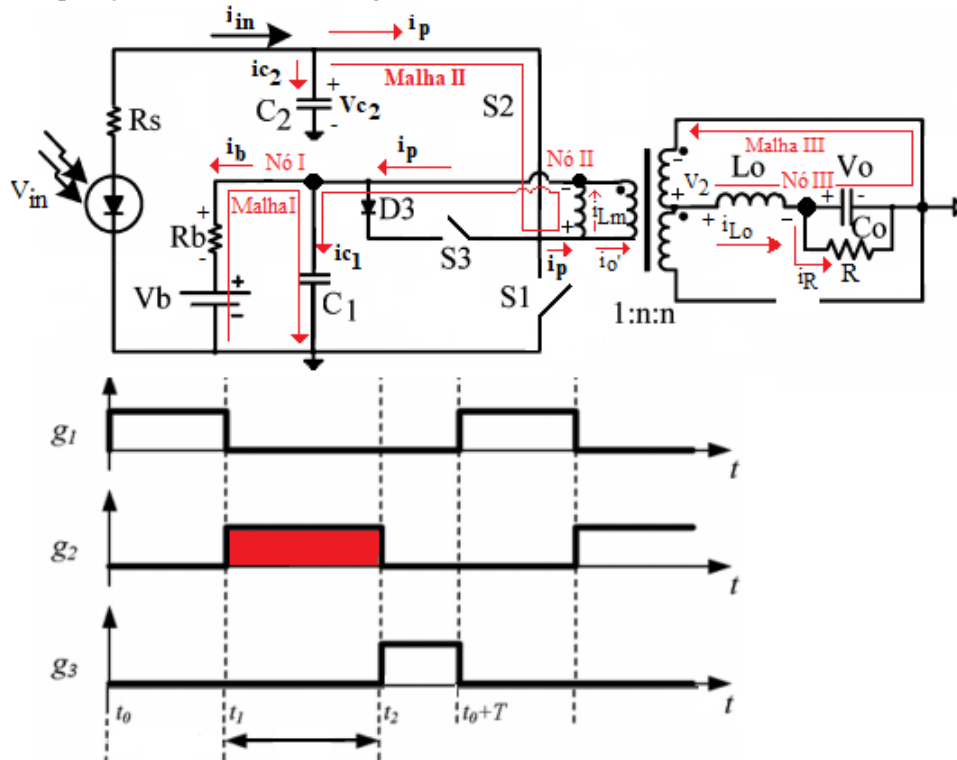
$$i_b = \frac{V_{C1}}{R_b} - \frac{V_b}{R_b}.$$

Aplicando LKC no **nó I**, tem-se: $i_p = i_{C1} + i_b$,

$$i_{C1} = i_p - \left(\frac{V_{C1}}{R_b} - \frac{V_b}{R_b} \right) \text{ e}$$

$$\frac{d}{dt} [V_{C1}] = -\frac{V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{i_{Lm}}{C_1} + \frac{n \cdot i_{Lo}}{C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1}. \quad (3.32)$$

Figura 41 – Operação do circuito no estágio II.



Fonte: Acervo do autor.

Vale informar que: $i_p = i_{Lm} + i'_o = i_{Lm} + n \cdot i_{Lo}$.

Para a **malha II**, tem-se:

$$-V_{C2} + V_{Lm} + V_{C1} = 0 \text{ e}$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = \frac{1}{L_m} \cdot (V_{C2} - V_{C1}). \quad (3.33)$$

Observando a **malha III**, tem-se:

$$-V_2 + V_{L_0} + V_0 = 0,$$

$$V_2 = n \cdot V_{pri} = n \cdot (V_{C2} - V_{C1}) \quad e$$

$$\frac{d}{dt} [i_{L_0}] = \frac{n}{L_0} \cdot (V_{C2} - V_{C1}) - \frac{1}{L_0} \cdot V_0. \quad (3.34)$$

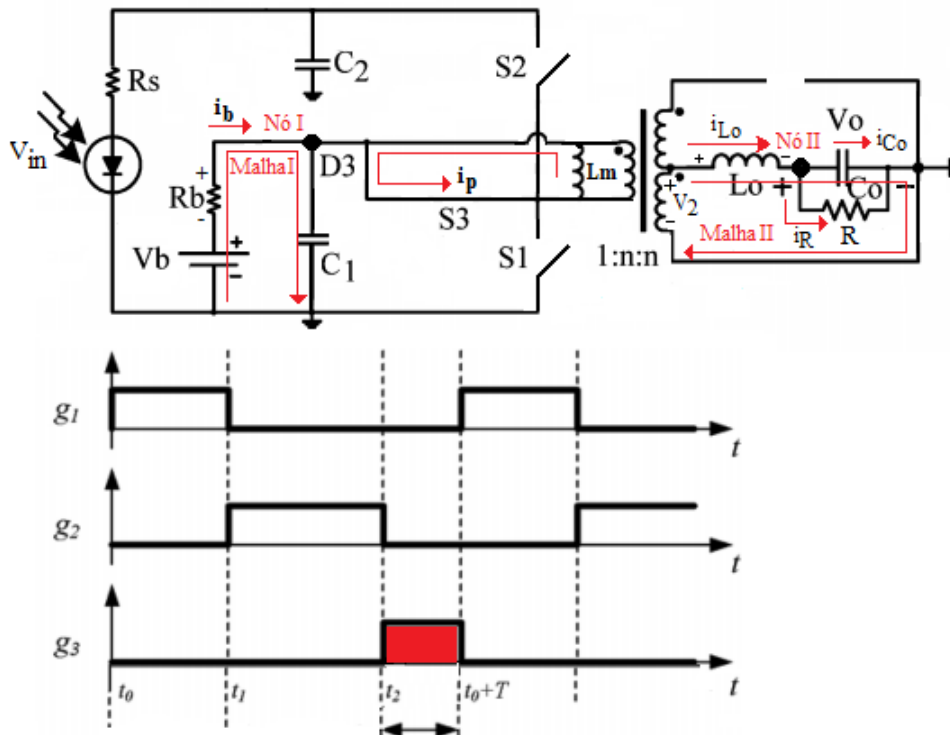
Concluindo a análise do estágio de operação *II*, para o **nó III**, tem-se:

$$i_{L_0} = i_{C_0} + i_R \quad e$$

$$\frac{d}{dt} [V_0] = \frac{1}{C_0} \cdot i_{L_0} - \frac{1}{R \cdot C_0} \cdot V_0. \quad (3.35)$$

O último estágio de operação do conversor ocorre no intervalo de tempo de $t_2 \leq t \leq t_0 + T$. Nesta etapa, as chaves S1 e S2 permanecem abertas e a chave S3 permanece fechada, permitindo a circulação da corrente de desmagnetização do transformador. A Figura 42 exibe este modo de operação.

Figura 42 – Operação do circuito no estágio *III*.



Fonte: Acervo do autor.

Para a **malha 1** do circuito da Figura 42, tem-se:

$$-V_b + R_b \cdot i_b + V_{C1} = 0 \quad e$$

$$i_b = -\frac{V_{C1}}{R_b} + \frac{V_b}{R_b}.$$

No **nó 1** do mesmo circuito, tem-se:

$$i_b = i_{C1} \text{ e}$$

$$\frac{d}{dt} [V_{C1}] = -\frac{V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1}. \quad (3.36)$$

A tensão na indutância de magnetização é nula, de tal forma que:

$$\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = 0. \quad (3.37)$$

Analisando a **malha II** pode-se encontrar a seguinte equação:

$$-V_2 + V_{L0} + V_0 = 0,$$

$$V_2 = 0 \text{ e}$$

$$\frac{d}{dt} [i_{L0}] = -\frac{1}{L_0} \cdot V_0. \quad (3.38)$$

Por fim, recorrendo a LKC para o **nó II**, tem-se:

$$i_{L0} = i_{C0} + i_R \text{ e}$$

$$\frac{d}{dt} [V_0] = \frac{1}{C_0} \cdot i_{L0} - \frac{1}{R \cdot C_0} \cdot V_0. \quad (3.39)$$

Prossegue então o capítulo com a determinação das matrizes $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, C_1, C_2$ e C_3 para o cômputo da equação do conversor de Três-Portas isolado em espaços de estados, como recomenda a teoria de controle moderno.

3.3.1 Matrizes de estados, entradas e saídas para o método EEM

Para determinar as matrizes necessárias para completar as equações de estado que modelam a dinâmica do conversor de três-portas em estudo, é imprescindível dispor das equações diferenciais do circuito do conversor para os três estágios de operação. Na seção anterior, estas equações foram encontradas e serão aqui reescritas para permitir facilidade no entendimento de como elencar as matrizes das equações (3.22) e (3.23).

Dito isto, segue então:

- Estágio I:

$$\frac{d}{dt} [V_{C1}] = -\frac{V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{i_{Lm}}{C_1} - \frac{n \cdot i_{L0}}{C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1};$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = -\frac{1}{L_m} \cdot V_{C1};$$

$$\frac{d}{dt} [i_{L0}] = \frac{n}{L_0} \cdot V_{C1} - \frac{1}{L_0} \cdot V_0;$$

$$\frac{d}{dt} [V_0] = \frac{1}{C_0} \cdot i_{L0} - \frac{1}{R \cdot C_0} \cdot V_0.$$

Equação de estado para o **Estágio I**:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{C1} \\ \dot{i}_{Lm} \\ \dot{i}_{Lo} \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & \frac{1}{C_1} & -\frac{n}{C_1} & 0 \\ -\frac{1}{L_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n}{L_0} & 0 & 0 & -\frac{1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & -\frac{1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{C1} \\ i_{Lm} \\ i_{Lo} \\ V_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_b \\ V_{in} \end{bmatrix}. \quad (3.40)$$

Matrizes A_1 e B_1 :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & \frac{1}{C_1} & -\frac{n}{C_1} & 0 \\ -\frac{1}{L_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n}{L_0} & 0 & 0 & -\frac{1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & -\frac{1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

• Estágio II:

$$\frac{d}{dt} [V_{C1}] = -\frac{V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{i_{Lm}}{C_1} + \frac{n \cdot i_{Lo}}{C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1};$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = \frac{1}{L_m} \cdot (V_{C2} - V_{C1});$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lo}] = \frac{n}{L_0} \cdot (V_{C2} - V_{C1}) - \frac{1}{L_0} \cdot V_0;$$

$$\frac{d}{dt} [V_0] = \frac{1}{C_0} \cdot i_{Lo} - \frac{1}{R \cdot C_0} \cdot V_0.$$

Equação de estado para o **Estágio II**:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{C1} \\ \dot{i}_{Lm} \\ \dot{i}_{Lo} \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & \frac{1}{C_1} & \frac{n}{C_1} & 0 \\ -\frac{1}{L_m} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{n}{L_0} & 0 & 0 & -\frac{1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & -\frac{1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{C1} \\ i_{Lm} \\ i_{Lo} \\ V_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_m} \\ 0 & \frac{n}{L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_b \\ V_{in} \end{bmatrix}. \quad (3.41)$$

Matrizes A_2 e B_2 :

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & \frac{1}{C_1} & \frac{n}{C_1} & 0 \\ -\frac{1}{L_m} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{n}{L_0} & 0 & 0 & -\frac{1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & -\frac{1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_m} \\ 0 & \frac{n}{L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Estágio III:

$$\frac{d}{dt} [V_{C1}] = -\frac{V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1};$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = 0;$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lo}] = -\frac{1}{L_0} \cdot V_0;$$

$$\frac{d}{dt} [V_0] = \frac{1}{C_0} \cdot i_{Lo} - \frac{1}{R \cdot C_0} \cdot V_0.$$

Equação de estado para o **Estágio III**:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{C1} \\ \dot{i}_{Lm} \\ \dot{i}_{Lo} \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & -\frac{1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{C1} \\ i_{Lm} \\ i_{Lo} \\ V_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_b \\ V_{in} \end{bmatrix}. \quad (3.42)$$

Matrizes A_3 e B_3 :

$$A_3 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & -\frac{1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix}, \quad B_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Para completar o sistema em espaço de estados, resta determinar as matrizes C_1, C_2 e C_3 . Se nos reportarmos aos tópicos 2.3.1 e 2.3.2, foi brevemente discutido a finalidade de aplicação do conversor três-portas, que é, tão somente, fornecer uma tensão DC de amplitude 24V para o fornecimento de energia elétrica aos sistemas que compõe o robô *Nannok* ou aos circuitos de um satélite de pequeno porte. Nas equações de estado que caracterizam os modos de operação do circuito do conversor (equações 3.40 -3.42), pode-se perceber que a tensão de saída V_0 é uma variável de estado e deve ser controlada. Assim, pode-se deduzir que:

$$y = C \cdot \begin{bmatrix} V_{C1} \\ i_{Lm} \\ i_{Lo} \\ V_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{C1} \\ i_{Lm} \\ i_{Lo} \\ V_0 \end{bmatrix}.$$

Como a tensão de saída deve ser controlada em todos os estágios de operação, as matrizes C_1, C_2 e C_3 são semelhantes. Assim: $C_1 = C_2 = C_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Finalmente, de posse de todas as matrizes de estado, entrada e saída, o próximo passo é determinar as variáveis do estado estável, a resposta DC no estado estável e a resposta a pequenos sinais através das equações (3.22) e (3.23), bem como, as funções de transferência de interesse, que neste trabalho acadêmico, referem-se a tensão de saída perturbada pelas razões cíclicas d_1 e d_2 .

As variáveis de estado no estado estável podem ser calculadas por:

$$\bar{\mathbf{X}} = -(\bar{\mathbf{A}})^{-1} \cdot \bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\mathbf{U}}. \quad (3.43)$$

onde $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{B}}$ e $\bar{\mathbf{U}}$, são as matrizes DC de estado, entrada e o termo DC dos sinais de entrada, respectivamente, que podem ser determinadas por simples inspeção da equação (3.22). Perceba que estas matrizes estão multiplicadas na equação (3.22) pelos termos DC das variáveis $\bar{\mathbf{X}}$ e $\bar{\mathbf{U}}$. Desta forma, tem-se:

$$\bar{\mathbf{A}} = [A_1 \cdot \bar{D}_1 + A_2 \cdot \bar{D}_2 + A_3 \cdot (1 - \bar{D}_1 - \bar{D}_2)],$$

$$\bar{\mathbf{B}} = [B_1 \cdot \bar{D}_1 + B_2 \cdot \bar{D}_2 + B_3 \cdot (1 - \bar{D}_1 - \bar{D}_2)] \quad e$$

$$\bar{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \bar{V}_b \\ \bar{V}_{in} \end{bmatrix}.$$

Com o auxílio das matrizes $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3$, da Tabela 1, e das equações (3.5) e (3.8), pode-se definir valor de $\bar{\mathbf{X}}$.

A relação entre a saída/entrada em regime permanente é obtida admitindo que: $\bar{Y} = \bar{C} \cdot \bar{\mathbf{X}}$. Se observarmos a equação (3.23) e separarmos os termos correspondentes, teremos:

$$\bar{Y} = (C_1 \cdot \bar{D}_1 + C_2 \cdot \bar{D}_2 + C_3 - C_3 \cdot \bar{D}_1 - C_3 \cdot \bar{D}_2) \cdot \bar{\mathbf{X}}. \quad (3.44)$$

Substituindo (3.43) em (3.44), tem-se:

$$\frac{\bar{Y}}{\bar{\mathbf{U}}} = -\bar{C} \cdot (\bar{\mathbf{A}})^{-1} \cdot \bar{\mathbf{B}}, \quad (3.45)$$

onde $\bar{C} = (C_1 \cdot \bar{D}_1 + C_2 \cdot \bar{D}_2 + C_3 - C_3 \cdot \bar{D}_1 - C_3 \cdot \bar{D}_2)$.

A resposta a pequenos sinais é alcançada resolvendo os termos semelhantes das equações (3.22) e (3.23), desprezando os termos de estado estável e manipulando algebricamente

as equações, tem-se:

$$\begin{aligned}
\hat{x} &= [A_1 \cdot \bar{D}_1 + A_2 \cdot \bar{D}_2 + A_3 \cdot (1 - \bar{D}_1 - \bar{D}_2)] \cdot \hat{x} + \\
& [B_1 \cdot \bar{D}_1 + B_2 \cdot \bar{D}_2 + B_3 \cdot (1 - \bar{D}_1 - \bar{D}_2)] \cdot \hat{u} + \\
& [(A_1 - A_3) \cdot \bar{X} + (B_1 - B_3) \cdot \bar{U}] \cdot \hat{d}_1 + \\
& [(A_2 - A_3) \cdot \bar{X} + (B_2 - B_3) \cdot \bar{U}] \cdot \hat{d}_2 + \\
& [(A_1 - A_3) \cdot \hat{d}_1 + (A_2 - A_3) \cdot \hat{d}_2] \cdot \hat{x} + \\
& [(B_1 - B_3) \cdot \hat{d}_1 + (B_2 - B_3) \cdot \hat{d}_2] \cdot \hat{u},
\end{aligned} \tag{3.46}$$

$$\begin{aligned}
\hat{x} &= \bar{\mathbf{A}} \cdot \hat{x} + \bar{\mathbf{B}} \cdot \hat{u} + \bar{\mathbf{M}} \cdot \hat{d}_1 + \bar{\mathbf{N}} \cdot \hat{d}_2 + \\
& [(A_1 - A_3) \cdot \hat{d}_1 + (A_2 - A_3) \cdot \hat{d}_2] \cdot \hat{x} + \\
& [(B_1 - B_3) \cdot \hat{d}_1 + (B_2 - B_3) \cdot \hat{d}_2] \cdot \hat{u} \quad e
\end{aligned} \tag{3.47}$$

$$\hat{y} = \bar{\mathbf{C}} \cdot \hat{x}, \tag{3.48}$$

$$\text{onde } \bar{\mathbf{M}} = [(A_1 - A_3) \cdot \bar{X} + (B_1 - B_3) \cdot \bar{U}], \bar{\mathbf{N}} = [(A_2 - A_3) \cdot \bar{X} + (B_2 - B_3) \cdot \bar{U}] \text{ e } \bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Pela transformada de Laplace em (3.47) e (3.48), obtém-se:

$$\begin{aligned}
\hat{X}(s) &= \bar{\mathbf{A}} \cdot \hat{X}(s) + \bar{\mathbf{B}} \cdot \hat{U}(s) + \bar{\mathbf{M}} \cdot \hat{d}_1(s) + \bar{\mathbf{N}} \cdot \hat{d}_2(s) + \\
& (A_1 - A_3) \cdot \int_0^\infty \hat{d}_1(t) \cdot \hat{x}(t) \cdot e^{-s \cdot t} \cdot dt + (A_2 - A_3) \cdot \int_0^\infty \hat{d}_2(t) \cdot \hat{x}(t) \cdot e^{-s \cdot t} \cdot dt + \\
& (B_1 - B_3) \cdot \int_0^\infty \hat{d}_1(t) \cdot \hat{u}(t) \cdot e^{-s \cdot t} \cdot dt + (B_2 - B_3) \cdot \int_0^\infty \hat{d}_2(t) \cdot \hat{u}(t) \cdot e^{-s \cdot t} \cdot dt \quad e
\end{aligned}$$

$$Y(s) = \bar{\mathbf{C}} \cdot \hat{X}(s). \tag{3.49}$$

Da maneira como a equação (3.3.1) está declarada, não há como isolar o termo $\hat{X}(s)$ de forma a substituí-lo na equação (3.49), por efeito da transformada de Laplace do produto dos termos $\hat{d}_1 \cdot \hat{x}$, $\hat{d}_2 \cdot \hat{x}$, $\hat{d}_1 \cdot \hat{u}$ e $\hat{d}_2 \cdot \hat{u}$.

Por conseguinte, vamos desprezar as não linearidades representadas pelos produtos supracitados, reescrever a equação (3.3.1) e, em seguida, substituir na equação (3.49). Desta maneira, tem-se:

$$Y(s) = \bar{\mathbf{C}} \cdot (s \cdot I - \bar{\mathbf{A}})^{-1} \cdot (\bar{\mathbf{M}} \cdot \hat{d}_1(s) + \bar{\mathbf{N}} \cdot \hat{d}_2(s) + \bar{\mathbf{B}} \cdot \hat{U}(s)). \tag{3.50}$$

A equação (3.50) mostra que as perturbações nas razões cíclicas das chaves S1 e S2 interferem diretamente na saída do conversor, caracterizando o acoplamento entre os seus termos.

Regressando a equação (3.47), vamos agora calcular seus termos em função dos componentes do circuito do conversor, para reescrevê-la na forma matricial. Tem-se então:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_b \cdot C_1} & \frac{\bar{D}_1 + \bar{D}_2}{C_1} & \frac{n \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1)}{C_1} & 0 \\ -\frac{L_m}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n \cdot (\bar{D}_1 - \bar{D}_2)}{L_0} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & \frac{-1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & \frac{\bar{D}_2}{L_m} \\ 0 & \frac{n \cdot \bar{D}_2}{L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$(A_1 - A_3) \cdot \bar{X} = \begin{bmatrix} \frac{\hat{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\hat{v}_0}{R}}{C_1} \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} \\ 0 \end{bmatrix}, (A_2 - A_3) \cdot \bar{X} = \begin{bmatrix} \frac{\hat{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\hat{v}_0}{R}}{C_1} \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} \\ 0 \end{bmatrix}, (B_1 - B_3) \cdot \bar{U} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$(B_2 - B_3) \cdot \bar{U} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\hat{v}_{in}}{L_m} \\ \frac{n \cdot \hat{v}_{in}}{L_0} \\ 0 \end{bmatrix}, (A_1 - A_3) \cdot \hat{x} \cdot \hat{d}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\hat{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\hat{v}_0}{R}}{C_1} \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{d}_1,$$

$$(A_2 - A_3) \cdot \hat{x} \cdot \hat{d}_2 = \begin{bmatrix} \frac{\hat{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\hat{v}_0}{R}}{C_1} \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{d}_2, (B_2 - B_3) \cdot \hat{u} \cdot \hat{d}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\hat{v}_{in}}{L_m} \\ \frac{n \cdot \hat{v}_{in}}{L_0} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{d}_2,$$

$$(B_1 - B_3) \cdot \hat{u} \cdot \hat{d}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Substituindo todos estes termos em (3.47) e rearranjando algebricamente suas sen-

tenças, chega-se a:

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_b \cdot C_1} & \frac{\bar{D}_1 + \bar{D}_2}{C_1} & \frac{n \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1)}{C_1} & 0 \\ \frac{L_m}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n \cdot (\bar{D}_1 - \bar{D}_2)}{L_0} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & \frac{-1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_{C1} \\ \hat{i}_{Lm} \\ \hat{i}_{Lo} \\ \hat{v}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\bar{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\bar{v}_0}{R}}{C_1} & \frac{\bar{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\bar{v}_0}{R}}{C_1} \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} & \frac{\bar{D}_1 \cdot \bar{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} & \frac{n \cdot \bar{D}_1 \cdot \bar{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\hat{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\hat{v}_0}{R}}{C_1} & \frac{\hat{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\hat{v}_0}{R}}{C_1} \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \hat{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} & \frac{\bar{D}_1 \cdot \hat{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \hat{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} & \frac{n \cdot \bar{D}_1 \cdot \hat{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & \frac{\bar{D}_2}{L_m} \\ 0 & \frac{n \cdot \bar{D}_2}{L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_b \\ \hat{v}_{in} \end{bmatrix}. \quad (3.51)$$

A equação (3.51) representa o comportamento dinâmico do conversor. Percebe-se por inspeção de (3.51) que estão contempladas as não linearidades e as perturbações na tensão da bateria e tensão de entrada.

Para finalizar a temática modelagem, o tópico seguinte refere-se a técnica baseada em manipulações das equações de pequenos sinais determinadas pelos três estágios de operação anteriormente discutidos.

3.3.2 Modelagem do Conversor de Três-Portas baseada em manipulações das equações de pequenos sinais

Para esta técnica faz-se necessário utilizar as equações (3.28) à (3.39), que foram determinadas através da análise dos estágios de operação do conversor. Vamos nesta seção manipular a equação de cada variável de estado isoladamente, considerando a superposição dos estágios de operação e presumir também que cada sinal é composto pelo valor do estado em regime somado a uma perturbação.

Para a tensão sobre o capacitor C_1 , tem-se:

- $\frac{d}{dt} [V_{C1}] = -\frac{V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{i_{Lm}}{C_1} - \frac{n \cdot i_{Lo}}{C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1}$;
- $\frac{d}{dt} [V_{C1}] = -\frac{V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{i_{Lm}}{C_1} + \frac{n \cdot i_{Lo}}{C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1}$;
- $\frac{d}{dt} [V_{C1}] = -\frac{V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1}$;
- $V_{C1} = \bar{V}_{C1} + \hat{v}_{C1}$; $i_{Lm} = \bar{I}_{Lm} + \hat{i}_{Lm}$; $i_{Lo} = \bar{I}_{Lo} + \hat{i}_{Lo}$; $V_b = \bar{V}_b + \hat{v}_b$; $d_1 = \bar{D}_1 + \hat{d}_1$; $d_2 = \bar{D}_2 + \hat{d}_2$.

Efetuada a superposição dos estágios de operação, tem-se:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} [V_{C1}] &= d_1 \cdot \frac{d}{dt} [V_{C1}] + d_2 \cdot \frac{d}{dt} [V_{C1}] + (1 - d_1 - d_2) \cdot \frac{d}{dt} [V_{C1}] \quad e \\
\frac{d}{dt} [\bar{V}_{C1} + \hat{v}_{C1}] &= (\bar{D}_1 + \hat{d}_1) \cdot \left[\frac{-V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{i_{Lm}}{C_1} - \frac{n \cdot i_{Lo}}{C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1} \right] + \\
(\bar{D}_2 + \hat{d}_2) \cdot \left[-\frac{V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{i_{Lm}}{C_1} + \frac{n \cdot i_{Lo}}{C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1} \right] + \\
(1 - (\bar{D}_1 + \hat{d}_1) - (\bar{D}_2 + \hat{d}_2)) \cdot \left[\frac{-V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1} \right].
\end{aligned} \tag{3.52}$$

Substituindo os termos da equação (3.52) pelos respectivos valores de estado somado a perturbação e com o auxílio de algum algebrismo, chega-se a:

$$\begin{aligned}
\hat{V}_{C1} &= \frac{-1}{R_b \cdot C_1} [\bar{V}_{C1} + \hat{v}_{C1}] + \frac{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2)}{C_1} \cdot [\bar{I}_{Lm} + \hat{i}_{Lm}] + \frac{n \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1)}{C_1} \cdot [\bar{I}_{Lo} + \hat{i}_{Lo}] + \\
\frac{\hat{d}_1}{C_1} \cdot [\bar{I}_{Lm} + \hat{i}_{Lm}] + \frac{\hat{d}_2}{C_1} \cdot [\bar{I}_{Lm} + \hat{i}_{Lm}] - \frac{n \cdot \hat{d}_1}{C_1} \cdot [\bar{I}_{Lo} + \hat{i}_{Lo}] + \\
\frac{n \cdot \hat{d}_2}{C_1} \cdot [\bar{I}_{Lo} + \hat{i}_{Lo}] + \frac{1}{R_b \cdot C_1} \cdot [\bar{V}_b + \hat{v}_b].
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Multiplicando os termos da equação (3.53), reordenando as sentenças e desagrupando os termos em regime dos termos perturbados, tem-se:

$$\begin{aligned}
\hat{V}_{C1} &= \left[\frac{-\bar{V}_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot \bar{I}_{Lm}}{C_1} + \frac{n \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1) \cdot \bar{I}_{Lo}}{C_1} + \frac{\bar{V}_b}{R_b \cdot C_1} \right] - \frac{\hat{v}_{C1}}{R_b \cdot C_1} \\
+ \frac{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot \hat{i}_{Lm}}{C_1} + \frac{n \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1) \cdot \hat{i}_{Lo}}{C_1} + \left[\frac{\bar{I}_{Lm} - \frac{n \cdot \bar{V}_0}{R}}{C_1} \right] \cdot \hat{d}_1 + \\
\left[\frac{\bar{I}_{Lm} + \frac{n \cdot \bar{V}_0}{R}}{C_1} \right] \cdot \hat{d}_2 + \left[\frac{\hat{i}_{Lm} - \frac{n \cdot \hat{v}_0}{R}}{C_1} \right] \cdot \hat{d}_1 + \left[\frac{\hat{i}_{Lm} + \frac{n \cdot \hat{v}_0}{R}}{C_1} \right] \cdot \hat{d}_2 + \frac{\hat{v}_b}{R_b \cdot C_1}.
\end{aligned} \tag{3.54}$$

Como $\frac{d}{dt} [\bar{X} + \hat{x}] = \frac{d}{dt} [\bar{X}] + \frac{d}{dt} [\hat{x}] = \hat{x}$, pode-se considerar:

$$\left[\frac{-\bar{V}_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot \bar{I}_{Lm}}{C_1} + \frac{n \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1) \cdot \bar{I}_{Lo}}{C_1} + \frac{\bar{V}_b}{R_b \cdot C_1} \right] = 0.$$

Desta forma, rearranjando os termos de (3.54), chega-se a:

$$\begin{aligned}
\hat{V}_{C1} &= -\frac{\hat{v}_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot \hat{i}_{Lm}}{C_1} + \frac{n \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1) \cdot \hat{i}_{Lo}}{C_1} + \left[\frac{\bar{I}_{Lm} - \frac{n \cdot \bar{V}_0}{R}}{C_1} \right] \cdot \hat{d}_1 + \\
\left[\frac{\bar{I}_{Lm} + \frac{n \cdot \bar{V}_0}{R}}{C_1} \right] \cdot \hat{d}_2 + \left[\frac{\hat{i}_{Lm} - \frac{n \cdot \hat{v}_0}{R}}{C_1} \right] \cdot \hat{d}_1 + \left[\frac{\hat{i}_{Lm} + \frac{n \cdot \hat{v}_0}{R}}{C_1} \right] \cdot \hat{d}_2 + \frac{\hat{v}_b}{R_b \cdot C_1}.
\end{aligned} \tag{3.55}$$

Para a corrente de magnetização i_{Lm} , tem-se:

- $\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = -\frac{1}{L_m} \cdot V_{C1}$;
- $\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = \frac{1}{L_m} \cdot (V_{C2} - V_{C1})$;
- $\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = 0$.

Usando o mesmo procedimento efetivado em V_{C1} , pode-se equacionar para i_{Lm} :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [\bar{I}_{Lm} + \hat{i}_{Lm}] &= -(\bar{D}_1 + \hat{d}_1) \cdot \frac{V_{C1}}{L_m} + (\bar{D}_2 + \hat{d}_2) \cdot \frac{(V_{C2} - V_{C1})}{L_m} + (1 - d_1 - d_2) \cdot 0, \\ \hat{i}_{Lm} &= -\frac{\bar{D}_1}{L_m} \cdot (\bar{V}_{C1} + \hat{v}_{C1}) - \frac{\hat{d}_1}{L_m} \cdot (\bar{V}_{C1} + \hat{v}_{C1}) + \frac{\bar{D}_2}{L_m} \cdot (\bar{V}_{C2} + \hat{v}_{C2}) - \frac{\bar{D}_2}{L_m} \cdot (\bar{V}_{C1} + \hat{v}_{C1}) + \\ &\frac{\hat{d}_2}{L_m} \cdot (\bar{V}_{C2} + \hat{v}_{C2}) - \frac{\hat{d}_2}{L_m} \cdot (\bar{V}_{C1} + \hat{v}_{C1}) \quad e \\ \hat{i}_{Lm} &= \left[-\frac{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot \bar{V}_{C1}}{L_m} + \frac{\bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{C2}}{L_m} \right] - \left(\frac{\bar{D}_1 + \bar{D}_2}{L_m} \right) \cdot \hat{v}_{C1} - \frac{\hat{d}_1}{L_m} \cdot \bar{V}_{C1} - \frac{\hat{d}_2}{L_m} \cdot \bar{V}_{C1} + \\ &\frac{\bar{D}_2}{L_m} \cdot \hat{v}_{C2} + \frac{\hat{d}_2}{L_m} \cdot \bar{V}_{C2} - \frac{\hat{d}_1}{L_m} \cdot \hat{v}_{C1} - \frac{\hat{d}_2}{L_m} \cdot \hat{v}_{C1} + \frac{\hat{d}_2}{L_m} \cdot \hat{v}_{C2}. \end{aligned} \quad (3.56)$$

Da mesma forma como efetuado para a variável de estado V_{C1} , pode-se fazer:

$$\left[-\frac{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot \bar{V}_{C1}}{L_m} + \frac{\bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{C2}}{L_m} \right] = 0.$$

Reescrevendo a equação (3.56), tem-se:

$$\begin{aligned} \hat{i}_{Lm} &= -\frac{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2)}{L_m} \cdot \hat{v}_{C1} - \frac{\bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{L_m \cdot (\bar{D}_1 + \bar{D}_2)} \cdot \hat{d}_1 + \frac{\bar{D}_1 \cdot \bar{V}_{in}}{L_m \cdot (\bar{D}_1 + \bar{D}_2)} \cdot \hat{d}_2 - \frac{\bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{L_m \cdot (\bar{D}_1 + \bar{D}_2)} \cdot \hat{d}_1 + \\ &\frac{\bar{D}_1 \cdot \hat{v}_{in}}{L_m \cdot (\bar{D}_1 + \bar{D}_2)} \cdot \hat{d}_2 + \frac{\bar{D}_2}{L_m} \cdot \hat{v}_{in}. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Para completar a modelagem por manipulação de equações de pequenos sinais, restam ainda as variáveis de estado i_{Lo} e V_0 .

Dito isso, para i_{Lo} , tem-se:

- $\frac{d}{dt} [i_{Lo}] = \frac{n}{L_0} \cdot V_{C1} - \frac{1}{L_0} \cdot V_0$;
- $\frac{d}{dt} [i_{Lo}] = \frac{n}{L_0} \cdot (V_{C2} - V_{C1}) - \frac{1}{L_0} \cdot V_0$;
- $\frac{d}{dt} [i_{Lo}] = -\frac{1}{L_0} \cdot V_0$.

Ao compor a superposição dos três modos de operação do conversor, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [\bar{I}_{Lo} + \hat{i}_{Lo}] &= (\bar{D}_1 + \hat{d}_1) \cdot \left[\frac{n \cdot V_{C1}}{L_0} - \frac{V_0}{L_0} \right] + (\bar{D}_2 + \hat{d}_2) \cdot \left[\frac{n}{L_0} \cdot (V_{C2} - V_{C1}) - \frac{V_0}{L_0} \right] - \\ &-\frac{V_0}{L_0} + (\bar{D}_1 + \hat{d}_1) \cdot \frac{V_0}{L_0} + (\bar{D}_2 + \hat{d}_2) \cdot \frac{V_0}{L_0} \quad e \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{i}_{L0} = & \frac{n \cdot (\bar{D}_1 - \bar{D}_2)}{L_0} \cdot \hat{V}_{C1} - \frac{\hat{V}_0}{L_0} + \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{L_0 \cdot (\bar{D}_1 + \bar{D}_2)} \cdot \hat{d}_1 + \frac{n \cdot \bar{D}_1 \cdot \bar{V}_{in}}{L_0 \cdot (\bar{D}_1 + \bar{D}_2)} \cdot \hat{d}_2 + \\ & \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{L_0 \cdot (\bar{D}_1 + \bar{D}_2)} \cdot \hat{d}_1 + \frac{n \cdot \bar{D}_1 \cdot \hat{v}_{in}}{L_0 \cdot (\bar{D}_1 + \bar{D}_2)} \cdot \hat{d}_2 + \frac{n \cdot \bar{D}_2}{L_0} \cdot \hat{v}_{in}. \end{aligned} \quad (3.58)$$

Por fim, para a variável V_0 , tem-se:

- $\frac{d}{dt} [V_0] = \frac{1}{C_0} \cdot i_{L0} - \frac{1}{R \cdot C_0} \cdot V_0$;
- $\frac{d}{dt} [V_0] = \frac{1}{C_0} \cdot i_{L0} - \frac{1}{R \cdot C_0} \cdot V_0$;
- $\frac{d}{dt} [V_0] = \frac{1}{C_0} \cdot i_{L0} - \frac{1}{R \cdot C_0} \cdot V_0$.

Aplicando a superposição dos modos de operação, tem-se:

$$\frac{d}{dt} [\bar{V}_0 + \hat{v}_0] = d_1 \cdot \left(\frac{i_{L0}}{C_0} - \frac{V_0}{R \cdot C_0} \right) + d_2 \cdot \left(\frac{i_{L0}}{C_0} - \frac{V_0}{R \cdot C_0} \right) + (1 - d_1 - d_2) \cdot \left(\frac{i_{L0}}{C_0} - \frac{V_0}{R \cdot C_0} \right) e$$

$$\hat{v}_0 = \frac{1}{C_0} \cdot \hat{i}_{L0} - \frac{1}{R \cdot C_0} \cdot \hat{v}_0. \quad (3.59)$$

Se agruparmos as quatro equações (3.55), (3.57), (3.58) e (3.59), teremos caracterizado a modelagem do conversor três-portas.

Escrevendo-as na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_{C1}(t) \\ \hat{i}_{Lm}(t) \\ \hat{i}_{L0}(t) \\ \hat{V}_0(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_b \cdot C_1} & \frac{\bar{D}_1 + \bar{D}_2}{C_1} & \frac{n \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1)}{C_1} & 0 \\ -\frac{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2)}{L_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n \cdot (\bar{D}_1 - \bar{D}_2)}{L_0} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & \frac{-1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{V}_{C1} \\ \hat{i}_{Lm} \\ \hat{i}_{L0} \\ \hat{V}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\bar{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\bar{V}_0}{R}}{C_1} & \frac{\bar{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\bar{V}_0}{R}}{C_1} \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} & \frac{\bar{D}_1 \cdot \bar{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} & \frac{n \cdot \bar{D}_1 \cdot \bar{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\hat{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\hat{V}_0}{R}}{C_1} & \frac{\hat{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\hat{V}_0}{R}}{C_1} \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} & \frac{\bar{D}_1 \cdot \hat{v}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} & \frac{n \cdot \bar{D}_1 \cdot \hat{v}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & \frac{\bar{D}_2}{L_m} \\ 0 & \frac{n \cdot \bar{D}_2}{L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_b \\ \hat{v}_{in} \end{bmatrix}. \quad (3.60)$$

Se compararmos as equações (3.51) e (3.60), verificamos que são idênticas, como já era esperado. Assim sendo, pode-se optar por um ou outro método de modelagem, ficando a escolha do que for mais acessível aplicar.

As seções 3.3.1 e 3.3.2 trataram da modelagem do conversor por EEM, conforme apresentado. Se observarmos as equações (3.51) e (3.60) com foco nas variáveis de estado, pode-se notar que a tensão na bateria, ou V_{C1} , é uma variável controlável que representa a porta

bidirecional. Mas se, por necessidade, for necessário que a tensão na porta de entrada (V_{C2}) seja externada como variável de estado, as referidas equações não satisfazem, por simples inspeção, este requisito. Desta forma, resta ainda mais esta incumbência na caracterização do modelo do conversor três-portas, e qual seja, a delimitação do modelo que contemple a tensão de entrada dos painéis como termo integrante do vetor de estados.

3.3.3 Modelagem do Conversor de Três-Portas baseada em EEM para a tensão de entrada V_{C2}

Como mostrado nas seções anteriores, pode-se optar por um ou outro método de prospecção das equações de estado do conversor. Assim, vamos encontrar a sua representação em espaço de estados, com V_{C2} como termo do vetor de estados, através da equação (3.46) e definir novamente as matrizes $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3$.

A análise do circuito do conversor não irá ser alterada pela substituição do termo V_{C1} , pelo termo V_{C2} , nas equações diferenciais que caracterizam os três estágios de operação do conversor. Para esta tarefa pujante, iremos nos apoiar em resultados já apresentados na seção 3.2, mais especificamente falando, na equação (3.4), e manipular algebricamente as equações diferenciais de primeira ordem que foram obtidas para os três estágios, realizando as devidas substituições e reescrevendo-as com a alteração proposta.

Assim, vamos então verificar o resultado dessas manipulações e seu efeito nas matrizes que caracterizam os modos de operação do circuito.

Para o **Estágio I**, temos:

$$\frac{d}{dt} [V_{C2}] = -\frac{V_{C2}}{R_b \cdot C_1} + \frac{D_1 \cdot i_{Lm}}{C_1 \cdot D_2} - \frac{n \cdot D_1 \cdot i_{Lo}}{D_2 \cdot C_1} + \frac{D_1 \cdot V_b}{D_2 \cdot R_b \cdot C_1};$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = -\frac{D_2}{D_1 \cdot L_m} \cdot V_{C2};$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lo}] = \frac{n \cdot D_2}{D_1 \cdot L_0} \cdot V_{C2} - \frac{1}{L_0} \cdot V_0;$$

$$\frac{d}{dt} [V_0] = \frac{1}{C_0} \cdot i_{Lo} - \frac{1}{R \cdot C_0} \cdot V_0.$$

A equação de estado para o **Estágio I**:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{C2} \\ \dot{i}_{Lm} \\ \dot{i}_{Lo} \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & \frac{D_1}{D_2 \cdot C_1} & -\frac{n \cdot D_1}{D_2 \cdot C_1} & 0 \\ -\frac{D_2}{D_1 \cdot L_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n \cdot D_2}{D_1 \cdot L_0} & 0 & 0 & -\frac{1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & -\frac{1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{C2} \\ i_{Lm} \\ i_{Lo} \\ V_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{D_1}{D_2 \cdot R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_b \\ V_{in} \end{bmatrix}. \quad (3.61)$$

As matrizes A_1 e B_1 são:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & \frac{D_1}{D_2 \cdot C_1} & -\frac{n \cdot D_1}{D_2 \cdot C_1} & 0 \\ -\frac{D_2}{D_1 \cdot L_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n \cdot D_2}{D_1 \cdot L_0} & 0 & 0 & -\frac{1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & -\frac{1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{D_1}{D_2 \cdot R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Efetuando o mesmo procedimento para o **Estágio II**, chega-se a:

$$\frac{d}{dt} [V_{C2}] = -\frac{V_{C2}}{R_b \cdot C_1} + \frac{D_1 \cdot i_{Lm}}{D_2 \cdot C_1} + \frac{n \cdot D_1 \cdot i_{L0}}{D_2 \cdot C_1} + \frac{D_1 \cdot V_b}{D_2 \cdot R_b \cdot C_1};$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = \frac{1}{L_m} \cdot V_{C2} - \frac{D_2}{D_1 \cdot L_m} \cdot V_{in};$$

$$\frac{d}{dt} [i_{L0}] = \frac{n}{L_0} \cdot V_{C2} - \frac{1}{L_0} \cdot V_0 - \frac{n \cdot D_2}{D_1 \cdot L_0} \cdot V_{in};$$

$$\frac{d}{dt} [V_0] = \frac{1}{C_0} \cdot i_{L0} - \frac{1}{R \cdot C_0} \cdot V_0.$$

A equação de estado para o **Estágio II**:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{C2} \\ \dot{i}_{Lm} \\ \dot{i}_{L0} \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & \frac{D_1}{D_2 \cdot C_1} & \frac{n \cdot D_1}{D_2 \cdot C_1} & 0 \\ \frac{1}{L_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n}{L_0} & 0 & 0 & -\frac{1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & -\frac{1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{C2} \\ i_{Lm} \\ i_{L0} \\ V_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{D_1}{D_2 \cdot R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & -\frac{D_2}{D_1 \cdot L_m} \\ 0 & -\frac{n \cdot D_2}{D_1 \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_b \\ V_{in} \end{bmatrix}. \quad (3.62)$$

As matrizes A_2 e B_2 ficam:

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & \frac{D_1}{D_2 \cdot C_1} & \frac{n \cdot D_1}{D_2 \cdot C_1} & 0 \\ \frac{1}{L_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n}{L_0} & 0 & 0 & -\frac{1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & -\frac{1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{D_1}{D_2 \cdot R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & -\frac{D_2}{D_1 \cdot L_m} \\ 0 & -\frac{n \cdot D_2}{D_1 \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Por fim, para o **Estágio III** tem-se:

$$\frac{d}{dt} [V_{C2}] = -\frac{V_{C2}}{R_b \cdot C_1} + \frac{D_1 \cdot V_b}{D_2 \cdot R_b \cdot C_1};$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = 0;$$

$$\frac{d}{dt} [i_{L0}] = -\frac{1}{L_0} \cdot V_0;$$

$$\frac{d}{dt} [V_0] = \frac{1}{C_0} \cdot i_{L0} - \frac{1}{R \cdot C_0} \cdot V_0.$$

A equação de estado para o **Estágio III**:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{C2} \\ \dot{i}_{Lm} \\ \dot{i}_{Lo} \\ \dot{V}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & -\frac{1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{C2} \\ i_{Lm} \\ i_{Lo} \\ V_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{D_1}{D_2 \cdot R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_b \\ V_{in} \end{bmatrix}. \quad (3.63)$$

Matrizes A_3 e B_3 :

$$A_3 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & -\frac{1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix}, \quad B_3 = \begin{bmatrix} \frac{D_1}{D_2 \cdot R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Verificando a equação (3.46), temos que calcular seus termos em função dos componentes do circuito do conversor para, então, reescrevê-la na forma matricial. Tem-se então:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & \frac{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot \bar{D}_1}{D_2 \cdot C_1} & \frac{n \cdot \bar{D}_1 \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1)}{D_2 \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2 \cdot n \cdot \bar{D}_2}{L_0} & 0 & 0 & -\frac{1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & -\frac{1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{D}_1}{D_2 \cdot R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & -\frac{\bar{D}_2^2}{D_1 \cdot L_m} \\ 0 & -\frac{n \cdot \bar{D}_2}{D_1 \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$(A_1 - A_3) \cdot \bar{X} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{D}_1}{D_2 \cdot C_1} \left(\bar{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\bar{V}_0}{R} \right) \\ -\frac{\bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{D_1 \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{D_1 \cdot L_0} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (A_2 - A_3) \cdot \bar{X} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{D}_1}{D_2 \cdot C_1} \left(\bar{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\bar{V}_0}{R} \right) \\ \frac{\bar{V}_{in}}{L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{V}_{in}}{L_0} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (B_1 - B_3) \cdot \bar{U} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (B_2 - B_3) \cdot \bar{U} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{D_1 \cdot L_m} \\ -\frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{D_1 \cdot L_0} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (A_1 - A_3) \cdot \hat{x} \cdot \hat{d}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\bar{D}_1}{D_2 \cdot C_1} \left(\hat{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\hat{V}_0}{R} \right) \\ -\frac{\bar{D}_2 \cdot \hat{V}_{in}}{D_1 \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \hat{V}_{in}}{D_1 \cdot L_0} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{d}_1,$$

$$(A_2 - A_3) \cdot \hat{x} \cdot \hat{d}_2 = \begin{bmatrix} \frac{\bar{D}_1}{D_2 \cdot C_1} \left(\hat{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\hat{V}_0}{R} \right) \\ \frac{\hat{V}_{in}}{L_m} \\ \frac{n \cdot \hat{V}_{in}}{L_0} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{d}_2, \quad (B_2 - B_3) \cdot \hat{u} \cdot \hat{d}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\bar{D}_2 \cdot \hat{V}_{in}}{D_1 \cdot L_m} \\ -\frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \hat{V}_{in}}{D_1 \cdot L_0} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{d}_2,$$

$$(B_1 - B_3) \cdot \hat{u} \cdot \hat{d}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Podemos reescrever a equação (3.46) com o intuito de facilitar o entendimento do ordenamento dos termos anteriormente calculados, para, então, chegar a equação em EEM do conversor. Tem-se:

$$\begin{aligned} \hat{x} = \bar{A} \cdot \hat{x} + \bar{B} \cdot \hat{u} + \begin{bmatrix} (A_1 - A_3) \cdot \bar{X} & (A_2 - A_3) \cdot \bar{X} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (B_1 - B_3) \cdot \bar{U} & (B_2 - B_3) \cdot \bar{U} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} (A_1 - A_3) \cdot \hat{x} & (A_2 - A_3) \cdot \hat{x} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (B_1 - B_3) \cdot \hat{u} & (B_2 - B_3) \cdot \hat{u} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.64)$$

Substituindo os termos previamente calculados na equação (3.64) e reordenando novamente a equação, chega-se a:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{v}_{C2}(t) \\ \hat{i}_{Lm}(t) \\ \hat{i}_{Lo}(t) \\ \hat{v}_0(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_b \cdot C_1} & \frac{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot \bar{D}_1}{D_2 \cdot C_1} & \frac{n \cdot \bar{D}_1 \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1)}{D_2 \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2 \cdot n \cdot \bar{D}_2}{L_0} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & \frac{-1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_{C2} \\ \hat{i}_{Lm} \\ \hat{i}_{Lo} \\ \hat{v}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\bar{D}_1}{D_2 \cdot R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & \frac{-\bar{D}_2}{D_1 \cdot L_m} \\ 0 & \frac{-n \cdot \bar{D}_2}{D_1 \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_b \\ \hat{v}_{in} \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{D_1 \cdot L_m} \\ 0 & \frac{-n \cdot \bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{D_1 \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\bar{D}_1}{D_2 \cdot C_1} \left(\hat{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\hat{v}_0}{R} \right) & \frac{\bar{D}_1}{D_2 \cdot C_1} \left(\hat{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\hat{v}_0}{R} \right) \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{D_1 \cdot L_m} & \frac{\hat{v}_{in}}{L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{D_1 \cdot L_0} & \frac{n \cdot \hat{v}_{in}}{L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \frac{\bar{D}_1}{D_2 \cdot C_1} \left(\hat{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\hat{v}_0}{R} \right) & \frac{\bar{D}_1}{D_2 \cdot C_1} \left(\hat{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\hat{v}_0}{R} \right) \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{D_1 \cdot L_m} & \frac{\hat{v}_{in}}{L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{D_1 \cdot L_0} & \frac{n \cdot \hat{v}_{in}}{L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{D_1 \cdot L_m} \\ 0 & \frac{-n \cdot \bar{D}_2 \cdot \hat{v}_{in}}{D_1 \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.65)$$

Rearranjando os termos em regime e os termos perturbados, manipulando algebricamente a equação (3.65), finalmente chega-se a equação de espaço de estados do conversor DC-DC com o termo V_{C2} no vetor de estados:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \hat{v}_{C2}(t) \\ \hat{i}_{Lm}(t) \\ \hat{i}_{Lo}(t) \\ \hat{v}_0(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_b \cdot C_1} & \frac{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot \bar{D}_1}{\bar{D}_2 \cdot C_1} & \frac{n \cdot \bar{D}_1 \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1)}{\bar{D}_2 \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2 \cdot n \cdot \bar{D}_2}{L_0} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & \frac{-1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_{C2} \\ \hat{i}_{Lm} \\ \hat{i}_{Lo} \\ \hat{v}_0 \end{bmatrix} + \\
&\begin{bmatrix} \frac{\bar{D}_1}{\bar{D}_2 \cdot C_1} \left(\bar{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\bar{V}_0}{R} \right) & \frac{\bar{D}_1}{\bar{D}_2 \cdot C_1} \left(\bar{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\bar{V}_0}{R} \right) \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{\bar{D}_1 \cdot L_m} & \frac{(\bar{D}_1 - \bar{D}_2) \cdot \bar{V}_{in}}{\bar{D}_1 \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{\bar{D}_1 \cdot L_0} & \frac{n \cdot (\bar{D}_1 - \bar{D}_2) \cdot \bar{V}_{in}}{\bar{D}_1 \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} + \\
&\begin{bmatrix} \frac{\bar{D}_1}{\bar{D}_2 \cdot C_1} \left(\hat{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\hat{V}_0}{R} \right) & \frac{\bar{D}_1}{\bar{D}_2 \cdot C_1} \left(\hat{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\hat{V}_0}{R} \right) \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \hat{V}_{in}}{\bar{D}_1 \cdot L_m} & \frac{(\bar{D}_1 - \bar{D}_2) \cdot \hat{V}_{in}}{\bar{D}_1 \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \hat{V}_{in}}{\bar{D}_1 \cdot L_0} & \frac{n \cdot (\bar{D}_1 - \bar{D}_2) \cdot \hat{V}_{in}}{\bar{D}_1 \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\bar{D}_1}{\bar{D}_2 \cdot R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & \frac{-\bar{D}_2^2}{\bar{D}_1 \cdot L_m} \\ 0 & \frac{-n \cdot \bar{D}_2^2}{\bar{D}_1 \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_b \\ \hat{v}_{in} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{3.66}$$

Inspeccionando a equação (3.66), pode-se observar a presença dos termos bilineares e dos termos de perturbação na tensão da bateria e tensão do painel, conforme sua equação análoga para V_{C1} , equação (3.60). Concluído esta atividade, pode-se afirmar que o conversor DC-DC de três-portas está com seu modelo em espaços de estados integralizado, finalizando nossa discussão no que tange o teor modelagem em espaço de estados médio.

A seguir iremos abordar o modelo computacional desenvolvido para o controlador SISO sugerido por Qian *et al.* (2010a). Embora o objeto deste trabalho acadêmico verse sobre o controle em espaço de estado, a explanação sobre a técnica SISO aplicada em Qian *et al.* (2009), Qian *et al.* (2010a), Qian *et al.* (2010c) Qian *et al.* (2010d) é salutar, pois vai permitir que o leitor possa entender a diferença entres os tipos de controle aplicados para os conversores multiportas.

3.4 Controladores SISO do Conversor DC-DC de Três-Portas

O conversor trimodal investigado neste trabalho foi proposto inicialmente por Reese (2007), que descreveu os resultados da sua pesquisa no âmbito do projeto e controle de conversores de múltiplas portas, especificamente um par de topologias de três portas baseadas nos circuitos de meia ponte e ponte completa. Esses conversores, segundo o autor, são capazes de regulação simultânea e independente de duas de suas três portas. Para tal, Reese (2007)

desenvolveu um modelo dinâmico para cada topologia de conversor de três-portas. Os modelos foram então usados para projetar as malhas de controle.

Até a publicação do trabalho de Reese (2007) e de mais alguns outros, que versavam sobre conversores multiportas, grande parte dos artigos enfatizavam na operação em malha aberta. Este fato se deveu a própria topologia multiportas, que em sua essência, requeria diferentes modos de operação, e naturalmente, várias malhas de controle para estes diferentes laços. A dificuldade no projeto destes controladores reside no fato de como tratar o inter-relacionamento dos diferentes modos de operação de forma que transitem suavemente e como projetar compensadores que permitam o desacoplamento entre as malhas de controle que minimizem as interações inter-sistêmicas do conversor multiportas.

Neste momento, Qian *et al.* (2010a) amplia o conhecimento acerca do conversor de três-portas, quando se debruça ao estudo e modelagem do circuito objeto deste trabalho acadêmico, concentrando esforços na aplicação do conversor de três-portas em um satélite de pequeno porte, elucidando os problemas da estrutura de controle do sistema, e indo mais além, ao empreender uma estratégia de controle e gerenciamento de potência, operando de forma multi-modo com múltiplos laços, tratando especificamente do gerenciamento multifuncional e do acoplamento cruzado das malhas de controle.

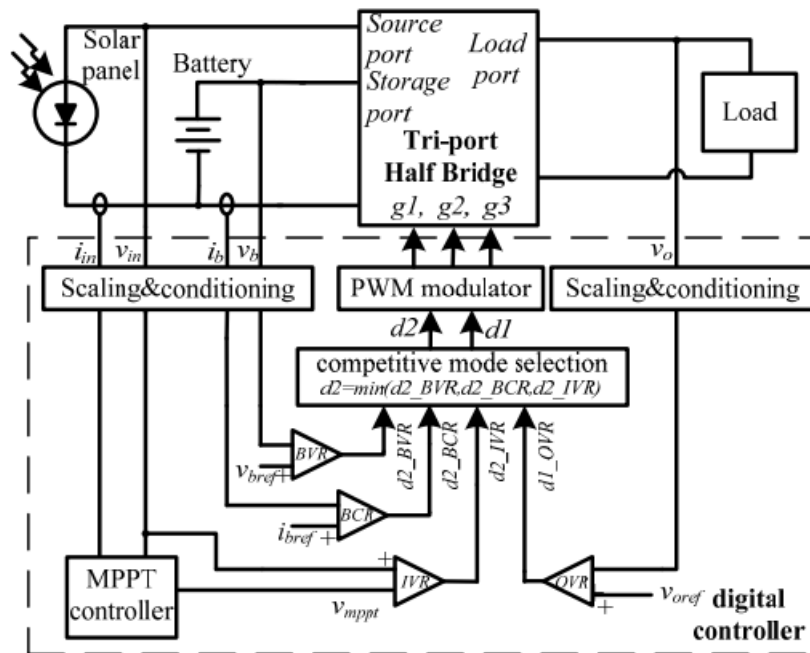
Desta forma, auxiliado pelas pesquisas de Reese (2007), Qian *et al.* (2010a) promove o controle do conversor através da inserção, nas malhas de controle, de redes de desacoplamento, permitindo separação no projeto dos controladores, além de uma abordagem alternativa para conseguir transições entres os modos de operação do conversor de forma autônoma, através de uma função de competição mínima entre as variáveis de controle. Ademais, o sistema implementado por Qian *et al.* (2010a) alcança o MPPT para o painel solar, controle de carga de bateria e regulação da tensão de saída.

Nesta seção, nos concentraremos em mostrar o sistema de controle desenvolvido por Qian *et al.* (2010a) e os resultados provenientes de simulação computacional, para condições de operação equivalentes às mencionadas em seu artigo, que são o ciclo de trabalho de um satélite em órbita baixa, transitando periodicamente entre o eclipse total e a insolação máxima.

A arquitetura de controle do conversor, sugerida por Qian *et al.* (2010a), pode ser verificada na Figura 43. Esta estrutura pode, segundo o autor, alcançar o MPPT para a porta solar, controle de carga da bateria para a porta de armazenamento, e enquanto isso, regular a tensão de saída para a carga. O *Output Voltage Regulator* (OVR) (regulador da tensão de saída)

controla d_1 , enquanto que o restante dos laços de controle *Battery Voltage Regulator* (BVR) (regulador da tensão da bateria), *Battery Current Regulator* (BCR) (regulador da corrente da bateria) e *Input Voltage Regulator* (IVR) (regulador da tensão de entrada) competem de forma a determinar o valor mínimo para o controle da razão cíclica d_2 .

Figura 43 – Arquitetura de controle do conversor Três-Portas.



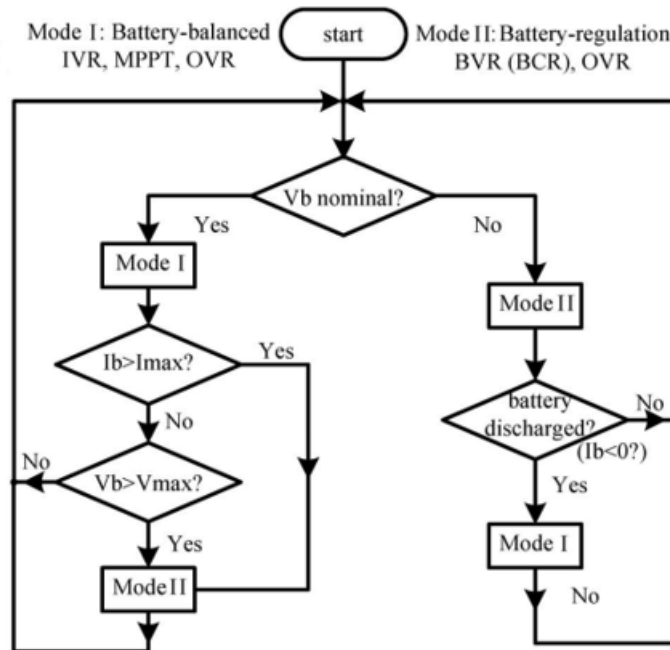
Fonte:(QIAN *et al.*, 2010a).

A estrutura da Figura 43 possui como entradas o painel solar e a bateria. O conversor é representado pelo bloco *Tri-port Half Bridge*. Temos também os blocos que representam a seleção do modo competitivo, modulador PWM, controlador MPPT e controladores BVR, IVR, BCR e OVR. De acordo com QIAN, o sistema opera em dois modos de funcionamento, nomeados Modo I e Modo II. No Modo I (modo de balanceamento de bateria), a tensão na carga é regulada precisamente e os painéis operam sobre o controle MPPT para fornecer máxima potência. A bateria preserva o equilíbrio do sistema armazenando a energia solar não consumida ou fornecendo o déficit de energia durante os intervalos de alta demanda da carga. As células solares podem ser dimensionadas para fornecer a potência média para a carga, enquanto que as baterias fornecem o déficit energético nos períodos de pico de demanda da carga. Já no Modo II (modo de regulação da bateria), a carga é regulada e consome menos energia do que está disponível, enquanto a taxa de carga da bateria é controlada para evitar sobrecarga, que acontece quando a bateria atinge a tensão máxima de 29 V (QIAN *et al.*, 2010a). O painel solar, no Modo

I , trabalha sob controle de IVR com MPPT para maximizar a energia solar. Então ele é forçado a operar fora da região de MPPT, pois o regulador IVR perde o controle e BVR assume o controle de d_2 (Modo II). O Modo II sai de operação para iniciar o Modo I , quando a carga aumenta além da energia solar disponível, isto é, o parâmetro da bateria fica abaixo da configuração de voltagem máxima ou da configuração de corrente máxima. Adverte-se ao leitor não confundir esses modos I e II de operação com os estágios de trabalho do circuito do conversor na seção de modelagem.

Continuando, a transição entre os modos I e II de operação do conversor é controlada por um algoritmo desenvolvido pelo autor, representado no fluxograma da Figura 44, cujo *modus operandi* é descrito a seguir.

Figura 44 – Algoritmo de transição dos modos de operação do controlador.



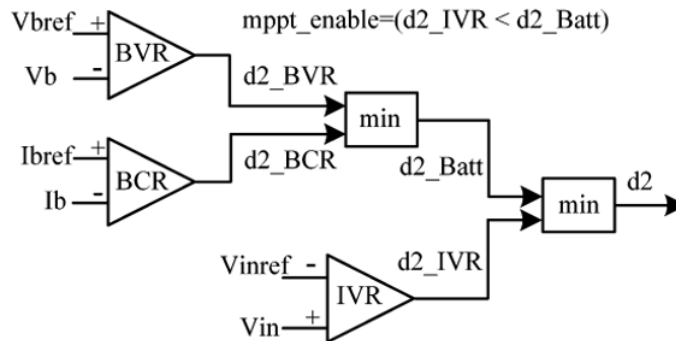
Fonte:(QIAN *et al.*, 2010a).

O modo I representa a tensão na bateria balanceada e é considerado a condição padrão, onde o conversor irá permanecer durante a maior parte do ciclo orbital (IVR e MPPT, OVR), ou seja d_1 para OVR e d_2 para IVR. O modo I permite a máxima entrada de energia solar. Quando no modo I , o controlador irá continuamente verificar a tensão V_b e a corrente i_b , e então chavear para o modo II se os valores máximos ($V_b > V_{bmax}$) ou ($i_b > i_{bmax}$) forem alcançados. Uma vez no modo de operação II , o conversor permanece nesse modo até que a carga aumente além da potência disponível.

Este algoritmo requer cuidado no projeto dos modos de transição, pois oscilações

irão ocorrer no sistema devido aos ciclos de trabalho no instante da mudança de modos. Para evitar essas transições repentinas entre os modos, o modo de transição autônomo propõe que haja uma competição entre os controladores. O BVR, BCR e IVR irão trabalhar em paralelo e competir para o mínimo valor entre eles de forma que o menor valor vença a competição e obtenha o controle sobre d_2 , conforme mostra a Figura 45.

Figura 45 – Função de competição mínima proposta para permitir a transição suaves dos modos.



Fonte:(QIAN *et al.*, 2010a).

Já o laço OVR é simplesmente uma malha de controle de tensão que regula a tensão sobre a carga, sendo o ciclo de trabalho d_1 usado como entrada de controle. De acordo com a equação (3.8), a saída de tensão V_0 pode somente ser controlada por d_1 , desde que a tensão na bateria V_b seja quase constante e a razão de transformação n seja fixa. Como resultado d_2 é atribuído para controlar ou a porta de entrada ou a porta bidirecional.

Por outro lado, d_2 pode ser decidido pelo laço de controle da bateria que tem dois reguladores: BVR e BCR. O autor destaca que o BCR é usado para prevenir sobrecorrente na bateria e, portanto, pode ser considerado como uma função de proteção. Em condições normais, somente uma das duas malhas (IVR ou BVR) irão ser ativadas dependendo do estado de carga da bateria. Portanto se d_2 é comandado por IVR, BVR, ou BCR, vai depender do modo em que está o conversor.

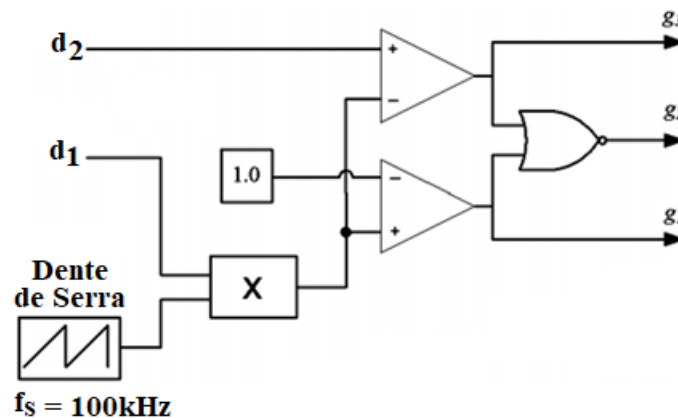
Dito isso, pode-se afirmar que o controle da porta bidirecional é principalmente da malha BVR. Como exemplo, quando o conversor está no Modo I, com MPPT maximizando a energia fornecida pelos painéis, d_2 irá ser determinado pelo laço IVR, enquanto a saída da malha BVR (d_{2_BVR}) é saturada no seu limite superior porque a tensão na bateria não atingiu o seu valor máximo. O laço BVR irá iniciar o controle sobre d_2 quando a tensão máxima na bateria V_{bmax} é alcançada, e o ciclo de trabalho d_{2_BVR} tem valor mínimo.

Da arquitetura elaborada por QIAN, representada pela Figura 43, resta-nos explicar

a estrutura intitulada modulador PWM, que representa um componente essencial no objetivo de controlar a tensão sobre a carga, visto que, é o modulador PWM que vai fornecer o sinal para gatilhar os elementos interruptores do conversor.

Diferentes estruturas moduladoras PWM podem ser usadas para a topologia proposta. A Figura 46 caracteriza uma estrutura moduladora PWM proposta por Al-Atrash *et al.* (2007) e empregada por Qian *et al.* (2010a), que dissocia a variável de controle de tensão na carga da variável de controle da porta bidirecional. Uma propriedade interessante deste modulador é que ele recebe duas variáveis de controle para coordenar três seqüências de chaveamento e com dois graus de liberdade.

Figura 46 – Modulador PWM.



Fonte: Adaptado de Al-Atrash *et al.* (2007).

Esta estrutura de modulação é concebida em torno de um sinal dente de serra de frequência constante e amplitude unitária. A amplitude do sinal rampa é modulada pelo sinal d_1 , que deve possuir um ganho maior ou igual à unidade. Em seguida, o sinal rampa modulado é comparado a dois níveis: a unidade e o sinal d_2 , para gerar os sinais de comutação. O sinal d_1 afeta a tensão da porta de carga sem afetar a variação de tensão das portas de entrada e bidirecional. Esta variação é controlada principalmente pelo sinal d_2 , que determina o ganho de tensão do conversor *boost* síncrono parasita formado na entrada pelas chaves S_1 , S_2 e a indutância de magnetização.

O modulador PWM representado na Figura 46 implementa um controle de modo de tensão e é adequado quando pelo menos um dos dispositivos conectados às duas portas no lado primário tem características de queda de nível de tensão. Deve-se notar que a operação com fontes bem reguladas requer controle de modo-corrente, realizável com outras estruturas de controle não discutidas aqui. De acordo com as Figuras 43 e 45, os elementos OVR, IVR, BVR

e BCR irão fornecer os valores DC que representam os sinais de controle e que são calculados pelos respectivos controladores. Estes valores DC são, em essência, d_1 e d_2 . O valor de d_1 vem diretamente do controlador de tensão (OVR) sobre a carga. O valor de d_2 irá depender da competição entre os controladores BVR, IVR e BCR. O controlador que fornecer o menor valor de sinal de controle irá obter o domínio sobre d_2 , conforme já discutido. O controle MPPT só estará habilitado se $d_{2IVR} < d_{2Batt}$. Vale salientar que o algoritmo de controle MPPT calcula a tensão de referência V_{MPPT} para o controlador IVR.

Para evitar condições de curto-circuito por meio das chaves S_1/S_2 ou S_1/S_3 , é importante permitir intervalos de tempo morto entre os estágios de operação *I* e *II* e *I* e *III*, respectivamente. A duração de tais intervalos de tempo morto depende do projeto do conversor. Por outro lado, S_2 e S_3 podem ter algum tempo de sobreposição de gatilho. O comprimento desse tempo de sobreposição não é crítico, pois a chave S_3 é forçada a ter corrente zero até que o interruptor S_2 seja desligado. Um mecanismo típico de *bootstrap* pode ser usado para acionar os interruptores S_2 e S_3 .

Discutidos os detalhes de funcionamento do conversor e seus modos de operação, como preconizou o autor, trataremos agora das malhas de controle propostas por Qian *et al.* (2010a) para regular a tensão de saída V_0 , a tensão de entrada V_{in} e a tensão na bateria V_b , através de OVR, IVR e BVR, respectivamente, e também das estruturas de desacoplamento.

Procuramos reproduzir, em simulação computacional, os resultados evidenciados por Qian *et al.* (2010a) da forma mais lídima possível. Apesar do artigo não evidenciar, por deslembança do autor, o arcabouço completo de informações para que os resultados do aludido artigo fossem reproduzidos em sua totalidade, esse pormenor não nos tirou a motivação em nenhum instante, de sorte que na próxima seção serão discutidos os detalhes referentes aos controladores SISO e como obtê-los.

3.4.1 Controladores, redes de desacoplamento e simulação

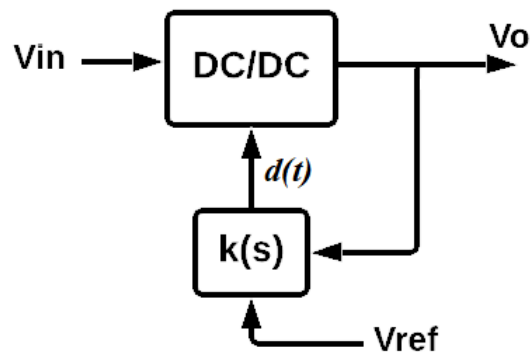
Em qualquer projeto de sistemas de controle, uma condição essencial é dispor de um modelo fidedigno da planta que se quer controlar. Desta maneira, para o planejamento de malhas de controle de plantas SISO ou MIMO, necessita-se, a priori, de seu respectivo arquétipo. Por esta razão a modelagem é tarefa precípua a ser realizada pelo projetista. Por conseguinte, como realizado neste trabalho, Qian *et al.* (2010a) utilizou o método EEM e a análise de pequenos sinais para moldar o funcionamento do conversor de três-portas. Em seu

artigo, Qian *et al.* (2010a) encontra as equações de espaço de estados do conversor para V_{C1} e V_{C2} , embora, lamentavelmente, para V_{C2} não foi possível corroborar suas deduções.

A análise de pequenos sinais parte do pressuposto que o sistema é linear e, devido a esse fato, o circuito do conversor deve ser linearizado para a obtenção de sua resposta. Os conversores possuem uma característica que os difere dos circuitos convencionais: são variantes no tempo. A mudança de estado de seus dispositivos interruptores certifica essa particularidade. Isto, na realidade, significa que o circuito do conversor varia temporalmente com o período de chaveamento, de forma que a análise por EEM estabelece o valor médio da resposta do conversor por período de chaveamento. Isso limita a abrangência da resposta obtida a frequências menores que a frequência de chaveamento.

A maioria dos conversores DC-DC opera com suas tensões de saída reguladas para serem congêneres às tensões de referência, dentro de uma faixa de tolerância de aproximadamente 1% valor nominal, em resposta à distúrbios na tensão de entrada ou na carga. Esta regulação é alcançada pela razão cíclica $d(t)$ do modulador PWM, conforme mostra o controlador generalizado na Figura 47.

Figura 47 – Controlador generalizado.



Fonte: Adaptado de Mello (1996).

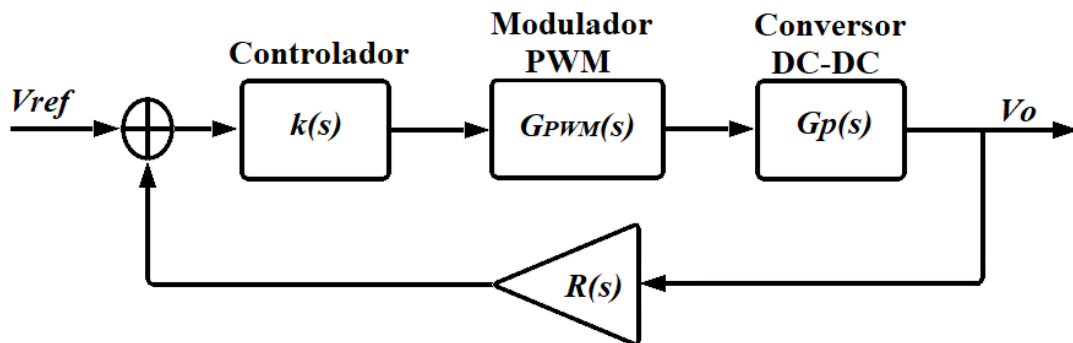
O controlador $k(s)$ deve ser projetado de acordo com os seguintes parâmetros:

- Erro nulo em regime permanente ;
- Rápida resposta as alterações em V_{in} e na carga;
- Baixo *overshoot*;
- Baixa audiossusceptibilidade.

A audiossusceptibilidade relaciona o modo como a tensão de saída varia com as alterações na tensão de entrada. Se a audiossusceptibilidade do conversor for alta, uma componente de ondulação que surgir na entrada, surge também na saída.

Em concordância com Mello (1996), o diagrama da Figura 47 é a forma mais geral para a compensação em frequência de conversores DC-DC, podendo também ser usado para representar sistemas *feed-forward* ou realimentação de corrente. Entretanto, estamos mais habituados com diagramas de blocos representados na Figura 48. Nesta figura destacam-se o controlador ($k(s)$), as funções de transferência do modulador ($G_{PWM}(s)$) e da planta ($G_p(s)$) e o ganho do sensor de realimentação ($R(s)$).

Figura 48 – Diagrama de blocos do controlador de um conversor.



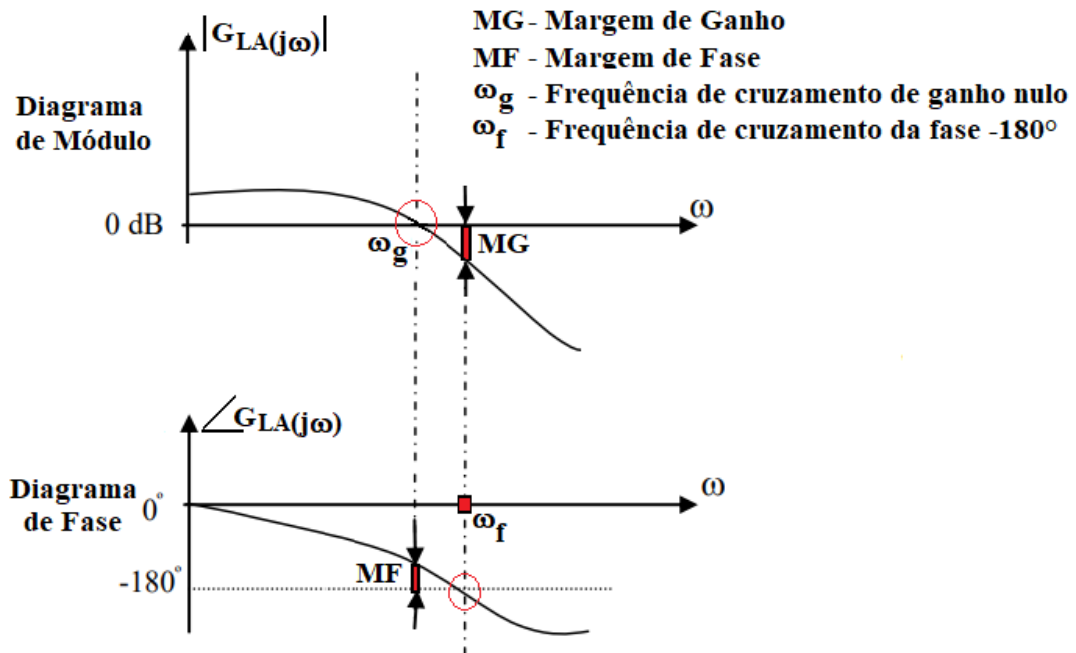
Fonte: Adaptado de Mello (1996).

Além dos parâmetros de desempenho citados anteriormente, devem-se também serem especificados os objetivos para a estabilidade. Em se tratando de conversores, é bastante comum adotar-se os critérios de estabilidade propostos por *Nyquist*.

Para o conversor em questão, a resposta ideal deve ser a mais rápida possível, pois qualquer perturbação no estado estável seria rapidamente corrigida. A velocidade desta resposta depende da posição dos polos dominantes do sistema. Pelo critério de *Nyquist*, se a função de transferência de laço aberto ($G_{LA}(s) = k(s) \cdot G_{PWM}(s) \cdot G_p(s) \cdot R(s)$) cruzar somente uma única vez o eixo de ganho nulo (abscissa do diagrama de Bode), o sistema é estável se possuir margem de ganho (**MG**) e margem de fase (**MF**) positivas. Experimentalmente, margem de ganho maior do que 6dB e margem de fase maior do que 45° permitem uma resposta com pouco sobressinal. A Figura 50 mostra a definição de MG e MF nas curvas dos diagramas de Bode de amplitude e fase, respectivamente.

A margem de ganho é o fator pelo qual o ganho pode ser aumentado antes que o sistema fique instável. A margem de ganho pode ser lida diretamente das curvas de Bode, medindo a distância vertical entre a curva de módulo da função $G_{LA}(j\omega)$ e a linha $|G_{LA}(j\omega)| = 1$, isto é, a linha 0 dB, na frequência onde $\angle G_{LA}(j\omega) = -180^\circ$. A margem de fase é o valor em graus de $\angle G_{LA}(j\omega)$ acima de -180° , na frequência de cruzamento de ganho, onde o módulo da

Figura 49 – Diagramas de Bode para o critério de estabilidade de Nyquist.



Fonte: Adaptado de Mello (1996).

função é igual a 1 (ou seja, 0dB). A margem de fase é definida como 180° mais o ângulo de fase da função de transferência de malha aberta na frequência cujo módulo tem o valor unitário, isto é: $MF = [\angle G_{LA}(j\omega) + 180^\circ]$, onde $|G_{LA}(j\omega)| = 1$ e ω_g é chamada frequência de cruzamento de ganho.

A velocidade da resposta também dependerá da frequência de cruzamento (ω_g), pois quanto maior a frequência de cruzamento, mais rápida é a resposta do sistema.

Estes parâmetros e objetivos, geralmente legitimados como exigências em projetos de controladores aplicados à conversores DC-DC, foram utilizadas por Qian *et al.* (2009) em seus trabalhos. Então, em Qian *et al.* (2010a) e Qian (2010), o autor modelou o conversor de três-portas e determinou as matrizes para os dois modos de operação, encontrando as equações que modelam a dinâmica do conversor em espaço de estados. Estas equações estão representadas a seguir para os Modos de Operação *I* e *II*, respectivamente.

- Modo I: Balanceamento da bateria

$$\begin{bmatrix} \hat{v}_{C2}(t) \\ \hat{i}_{Lm}(t) \\ \hat{i}_{Lo}(t) \\ \hat{v}_0(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_s \cdot C_2} & \frac{-\bar{D}_2}{C_2} & \frac{n \cdot \bar{D}_2}{C_2} & 0 \\ \frac{\bar{D}_2}{L_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2}{L_0} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & \frac{-1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_{C2} \\ \hat{i}_{Lm} \\ \hat{i}_{Lo} \\ \hat{v}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{C_2} \cdot \left(\bar{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\bar{V}_0}{R} \right) \\ \frac{-\bar{V}_b}{L_m} & \frac{\bar{D}_1 \cdot \bar{V}_b}{\bar{D}_2 \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{V}_b}{L_0} & \frac{n \cdot \bar{D}_1 \cdot \bar{V}_b}{\bar{D}_2 \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} e \quad (3.67)$$

$$y_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_{C2} \\ \hat{i}_{Lm} \\ \hat{i}_{Lo} \\ \hat{v}_0 \end{bmatrix}. \quad (3.68)$$

- Modo II: Regulação da bateria

$$\begin{bmatrix} \hat{v}_{C1}(t) \\ \hat{i}_{Lm}(t) \\ \hat{i}_{Lo}(t) \\ \hat{v}_0(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_b \cdot C_1} & \frac{\bar{D}_1 + \bar{D}_2}{C_1} & \frac{n \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1)}{C_1} & 0 \\ -\frac{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2)}{L_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n \cdot (\bar{D}_1 - \bar{D}_2)}{L_0} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & \frac{-1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_{C1} \\ \hat{i}_{Lm} \\ \hat{i}_{Lo} \\ \hat{v}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\bar{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\bar{V}_0}{R}}{C_1} & \frac{\bar{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\bar{V}_0}{R}}{C_1} \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} & \frac{\bar{D}_1 \cdot \bar{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} & \frac{n \cdot \bar{D}_1 \cdot \bar{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} e \quad (3.69)$$

$$y_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_{C1} \\ \hat{i}_{Lm} \\ \hat{i}_{Lo} \\ \hat{v}_0 \end{bmatrix}. \quad (3.70)$$

Por inspeção das equações (3.67) e (3.69), pode-se perceber que o autor desprezou as não linearidades encontradas na modelagem (compare com a equação (3.60)), bem como os termos perturbados referentes à tensão no painel e na bateria, resultando apenas as matrizes A_1 , B_1 para o modo de operação 1 e A_2 , B_2 para o Modo II.

As equações em espaço de estado representadas por (3.67) a (3.70) descrevem, cada par, um sistema MIMO com duas entradas (d_1 e d_2) e quatro saídas (ver matriz C). Em cada sistema representando os Modos I e II, podem-se sintetizar os controladores para cada variável de estado através de duas linhas de ação: O Controle clássico, baseado principalmente no

conceito de função de transferência e a partir dela, determinar as propriedades do sistema, como estabilidade; e o Controle Moderno, através da realimentação de estados ou realimentação de saída.

Como nos trabalhos de Qian *et al.* (2010a), o autor optou por desenvolver os controladores através do controle clássico, faz-se necessário determinar as funções de transferência para cada variável de estado que se queira controlar, especificamente neste caso, \hat{v}_{C2} , \hat{v}_{C1} , e \hat{v}_0 . Mas, devido as equações (3.67) e (3.69) representarem sistemas multivariáveis, ao se determinar a matriz de transferência (matriz que relaciona a transformada de Laplace do vetor de saída com a transformada de Laplace do vetor de entrada), verifica-se que as funções de transferência na matriz encontram-se acopladas, de forma que, para obter funções de transferência SISO para cada variável de estado que se deseja controlar, deve-se fazer uso de redes de desacoplamento.

Considere agora um sistema linear multivariável e invariante no tempo, onde $u \in \mathfrak{R}^m$ é o vetor de entrada e $y \in \mathfrak{R}^p$ é o vetor de saída. Para os sistema multivariáveis, tem-se:

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix} \xrightarrow{\mathcal{L}} U(s) = \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ \vdots \\ U_m(s) \end{bmatrix} e \quad (3.71)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_p(t) \end{bmatrix} \xrightarrow{\mathcal{L}} Y(s) = \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \\ \vdots \\ Y_p(s) \end{bmatrix}. \quad (3.72)$$

Desta forma, a matriz de transferência entre o vetor de entrada e o vetor de saída do sistema é dada por:

$$Y(s) \triangleq G(s) \cdot U(s). \quad (3.73)$$

Como $U(s) = \mathcal{L}\{u(t)\}$ e $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$, em notação matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \\ \vdots \\ Y_p(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \dots & G_{1m}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & \dots & G_{2m}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{p1}(s) & G_{p2}(s) & \dots & G_{pm}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ \vdots \\ U_m(s) \end{bmatrix}, \quad (3.74)$$

onde $G_{lj} \triangleq \frac{Y_l}{U_j}$ relaciona a l -ésima saída a j -ésima entrada e $\mathcal{L}\{\}$ representa a transformada de Laplace. A cada termo G_{lj} está associada uma equação diferencial. Assim, o sistema multivariável também pode ser descrito por um conjunto de equações diferenciais ordinárias lineares, e pelo princípio da superposição, o efeito total em qualquer variável de saída pode ser obtido adicionando-se os efeitos de cada entrada. Desta forma:

$$Y_l(s) = \sum_{j=1}^p G_{lj}(s) \cdot U_j(s). \quad (3.75)$$

Para o conversor representado pelas equações (3.67) à (3.70), nos dois modos de operação, tem-se:

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \\ Y_2(s) \\ Y_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \\ G_{31} & G_{32} \\ G_{41} & G_{42} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1(s) \\ \hat{d}_2(s) \end{bmatrix}, \quad (3.76)$$

$$V_{C2}(s) = G_{11}(s) \cdot \hat{d}_1(s) + G_{12}(s) \cdot \hat{d}_2(s), \quad (3.77)$$

$$I_{Lm}(s) = G_{21}(s) \cdot \hat{d}_1(s) + G_{22}(s) \cdot \hat{d}_2(s), \quad (3.78)$$

$$I_{Lo}(s) = G_{31}(s) \cdot \hat{d}_1(s) + G_{32}(s) \cdot \hat{d}_2(s) \quad e \quad (3.79)$$

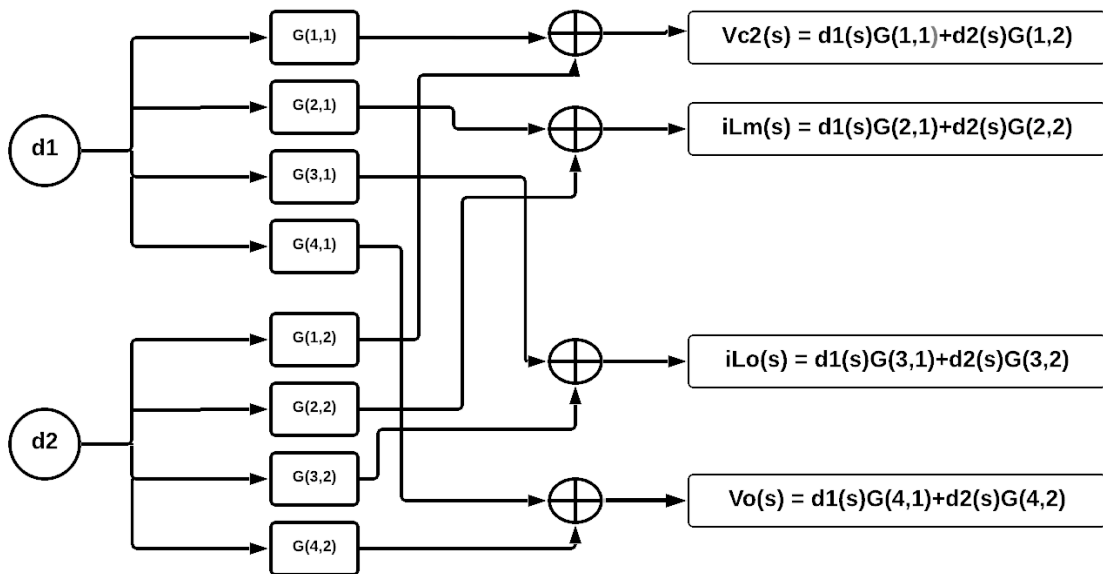
$$V_0(s) = G_{41}(s) \cdot \hat{d}_1(s) + G_{42}(s) \cdot \hat{d}_2(s). \quad (3.80)$$

Para o Modo de Operação *II*, a única diferença está na primeira variável de estado, que é $V_{C1}(s)$. Logo:

$$V_{C1}(s) = G_{11}(s) \cdot \hat{d}_1(s) + G_{12}(s) \cdot \hat{d}_2(s). \quad (3.81)$$

Observando as equações (3.77) a (3.81), pode-se perceber que cada saída (variável de estado) é perturbada pelas duas razões cíclicas, caracterizando o acoplamento entre as duas entradas \hat{d}_1 e \hat{d}_2 . A Figura 50 mostra o acoplamento em todas as variáveis de estado para o Modo de Operação *I*. Salienta-se que para o Modo *II*, a única diferença é a equação relacionada à variável V_{C1} , conforme já mencionado na equação (3.81).

Figura 50 – Diagrama de blocos caracterizando o acoplamento das entradas $\hat{d}_1(s)$ e $\hat{d}_2(s)$ para o Modo de Operação *I*.



Fonte: Acervo do autor.

Se nos reportarmos à Figura 43, pode-se inferir que para alcançar a condição de controle do conversor, os controladores intitulados por BVR, IVR, BCR e OVR, devem ser definidos.

Como mencionado anteriormente, os controladores utilizados no conversor de três portas investigado por Qian *et al.* (2009), Qian *et al.* (2010a), Qian *et al.* (2010c) e Qian *et al.* (2010d), são, em sua essência, controladores SISO, apesar da estrutura do conversor se evidenciar como um sistema TISO, que demandaria, em tese, uma técnica de controle MIMO. Mas como foi verificado a existência de acoplamento entre as variáveis de modelagem do conversor, o projeto de um controle centralizado se apresenta como um desafio laborioso, levando os pesquisadores a encontrar formas de desacoplar as malhas de controle e projetar compensadores otimizados para minimizar as interações do conversor TISO. Assim, antes do projeto dos controladores SISO para o conversor, faz-se necessário desconjugar a interação entre as variáveis do sistema através de uma estrutura de desacoplamento, conforme publicou Qian *et al.* (2010a).

Além do que foi mencionado, vale destacar que a questão principal que norteia a escolha da estratégia de controle centralizada é a disponibilidade de um modelo suficientemente preciso. Se este não estiver disponível, não há garantias suficientes de sucesso no projeto dos controladores e desempenhos inferiores podem ocorrer. Nesse caso, uma combinação perspicaz de reguladores SISO podem resolver o problema com resultados satisfatórios.

Referindo-se ao projeto de estruturas de controle descentralizado para sistemas multivariáveis, um procedimento amplamente usado é a seleção do par entrada/saída através da matriz de ganho relativo (*Relative Gain Array* (RGA)). Esta ferramenta auxilia a determinar se um par de entrada/saída específico, digamos u_j e y_i , é uma escolha sensata para implementar uma malha de controle SISO, no sentido de que o acoplamento e interação com outras malhas de controle devem ser reduzidas. Um par de entrada/saída impróprio utilizado para a manipulação de variáveis de controle u_j e variáveis controladas y_i , podem levar a instabilidade ou a deterioração do desempenho em malha fechada. Portanto, antes dos projetos dos controladores, uma orientação acerca da seleção da configuração dos laços de controle irá minimizar as interações entre as malhas e alcançar melhor desempenho. Estes conceitos estão disponíveis em Grosdidier e Morari (1986), Chen e Seborg (2002), Albertos e Antonio (2006), Skogestad e Postlethwaite (2007) e Khaki-Sedigh e Moaveni (2009).

Mesmo detendo conhecimentos relacionados ao controle descentralizado, Qian *et al.* (2010a) não evidenciou em seus trabalhos informações acerca da interação entre as malhas de controle e quais as mais adequadas para o projeto dos seus controladores SISO, pois afinal, seus objetivos resumiam-se em determinar malhas de controle para as tensões no painel solar, na bateria e na carga. Desta forma, o autor preocupou-se em determinar os controladores para V_{C1} , V_{C2} e V_0 , através das equações (3.77), (3.80) e (3.81).

Para determinar os controladores OVR, IVR e BVR, Qian *et al.* (2010a) projetou redes de desacoplamento de forma que a tensão de saída do conversor perturbada pela razão cíclica d_1 ($\frac{\hat{V}_0}{\hat{d}_1}$), a tensão de entrada V_{in} (ou V_{C2}) perturbada pela razão cíclica d_2 ($\frac{\hat{V}_{in}}{\hat{d}_2}$) e a tensão de entrada V_b (ou V_{C1}) perturbada pela razão cíclica d_2 ($\frac{\hat{V}_b}{\hat{d}_2}$), fossem definidas.

Para o Modo de Operação II, onde tensão de saída do conversor V_0 deve ser regulada concomitantemente à tensão na porta da bateria V_b , devemos inspecionar as equações (3.80) e

(3.81). Tem-se então:

$$\frac{\hat{V}_0(s)}{\hat{d}_1(s)} = g_{11} = G(s)_{(4,1)}; \quad (3.82)$$

$$\frac{\hat{V}_0(s)}{\hat{d}_2(s)} = g_{12} = G(s)_{(4,2)}; \quad (3.83)$$

$$\frac{\hat{V}_b(s)}{\hat{d}_1(s)} = g_{21} = G(s)_{(1,1)}; \quad (3.84)$$

$$\frac{\hat{V}_b(s)}{\hat{d}_2(s)} = g_{22} = G(s)_{(1,2)}. \quad (3.85)$$

Como o objetivo é determinar (3.82) e (3.85), pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g'_{11} & 0 \\ 0 & g'_{22} \end{bmatrix}, \quad (3.86)$$

$$\begin{bmatrix} g_{11} \cdot a + g_{12} \cdot c & g_{11} \cdot b + g_{12} \cdot d \\ g_{21} \cdot a + g_{22} \cdot c & g_{21} \cdot b + g_{22} \cdot d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g'_{11} & 0 \\ 0 & g'_{22} \end{bmatrix}, \quad (3.87)$$

$$\begin{cases} g_{11} \cdot a + g_{12} \cdot c = g'_{11}, \\ g_{11} \cdot b + g_{12} \cdot d = 0, \\ g_{21} \cdot a + g_{22} \cdot c = 0 \quad e \\ g_{21} \cdot b + g_{22} \cdot d = g'_{22}. \end{cases} \quad (3.88)$$

Resolvendo o sistema de equações representado por (3.88) e isolando os termos g'_{11} e g'_{22} , tem-se:

$$g'_{11} = g_{11} \cdot a + g_{12} \cdot \left(-\frac{g_{21}}{g_{22}} \cdot a \right) = g_{11} - g_{12} \cdot \frac{g_{21}}{g_{22}}, \quad \text{com } c = -\frac{g_{21}}{g_{22}} \cdot a \quad e \quad a = 1,$$

$$g'_{22} = g_{22} \cdot d + g_{21} \cdot \left(-\frac{g_{12}}{g_{11}} \cdot d \right) = g_{22} - g_{21} \cdot \frac{g_{12}}{g_{11}}, \quad \text{com } b = -\frac{g_{12}}{g_{11}} \cdot d \quad e \quad d = 1.$$

Desta forma, a matriz $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ possui os seguintes termos:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{g_{12}}{g_{11}} \\ -\frac{g_{21}}{g_{22}} & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.89)$$

Os reguladores OVR e BVR são projetados para:

$$\frac{\hat{V}_0}{\hat{d}_1} = g_{11} - g_{12} \cdot \frac{g_{21}}{g_{22}} = G(s)_{(4,1)} - G(s)_{(4,2)} \cdot \frac{G(s)_{(1,1)}}{G(s)_{(1,2)}} \quad e \quad (3.90)$$

$$\frac{\hat{V}_b}{\hat{d}_2} = g_{22} - g_{21} \cdot \frac{g_{12}}{g_{11}} = G(s)_{(1,2)} - G(s)_{(1,1)} \cdot \frac{G(s)_{(4,2)}}{G(s)_{(4,1)}}. \quad (3.91)$$

A matriz de desacoplamento permite, ainda, auxílio na visualização das malhas de controle. Senão vejamos:

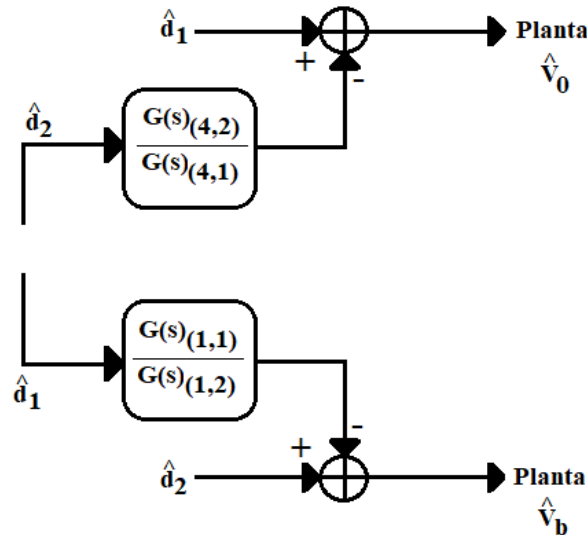
$$\begin{bmatrix} \hat{V}_0 \\ \hat{V}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{g_{12}}{g_{11}} \\ -\frac{g_{21}}{g_{22}} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix}, \quad (3.92)$$

$$\hat{V}_0 = \hat{d}_1 - \hat{d}_2 \cdot \frac{g_{12}}{g_{11}} = \hat{d}_1 - \hat{d}_2 \cdot \frac{G(s)_{(4,2)}}{G(s)_{(4,1)}} \quad e \quad (3.93)$$

$$\hat{V}_b = \hat{d}_2 - \hat{d}_1 \cdot \frac{g_{21}}{g_{22}} = \hat{d}_2 - \hat{d}_1 \cdot \frac{G(s)_{(1,1)}}{G(s)_{(1,2)}}. \quad (3.94)$$

Assim, observando as equações (3.93) e (3.94), podemos esboçar o diagrama de blocos representado na Figura 51.

Figura 51 – Diagrama de blocos da rede de desacoplamento.



Fonte: Acervo do autor.

A Figura 51 exterioriza que para desacoplar a tensão de saída \hat{V}_0 da razão cíclica \hat{d}_2 , faz-se necessário pré-multiplicar \hat{d}_2 pela razão $G(s)_{(4,2)}/G(s)_{(4,1)}$. O mesmo procedimento é essencial para desacoplar \hat{V}_b da razão cíclica \hat{d}_1 . Os termos $G(s)_{(4,1)}$, $G(s)_{(4,2)}$, $G(s)_{(1,1)}$ e $G(s)_{(1,2)}$ podem ser encontrados fazendo uso da transformação do sistema de espaços de estado para função de transferência, de forma que todos os termos da matriz de transferência representada na equação (3.76) possam ser determinados, embora esta seja uma tarefa extremamente exaustiva. Por consequência, mostra-se-ão somente os termos de interesse na equação (3.76) que irão compor as malhas de controle de \hat{V}_0 e \hat{V}_b . Estes são apresentados a seguir:

$$G(s)_{(1,1)} = \frac{-1,235 \cdot 10^4 \cdot s^3 - 3,532 \cdot 10^8 \cdot s^2 - 4,566 \cdot 10^{11} \cdot s - 5,545 \cdot 10^{15}}{s^4 + 1,522 \cdot 10^4 \cdot s^3 + 3,254 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 3,339 \cdot 10^{11} \cdot s + 5,305 \cdot 10^{13}}, \quad (3.95)$$

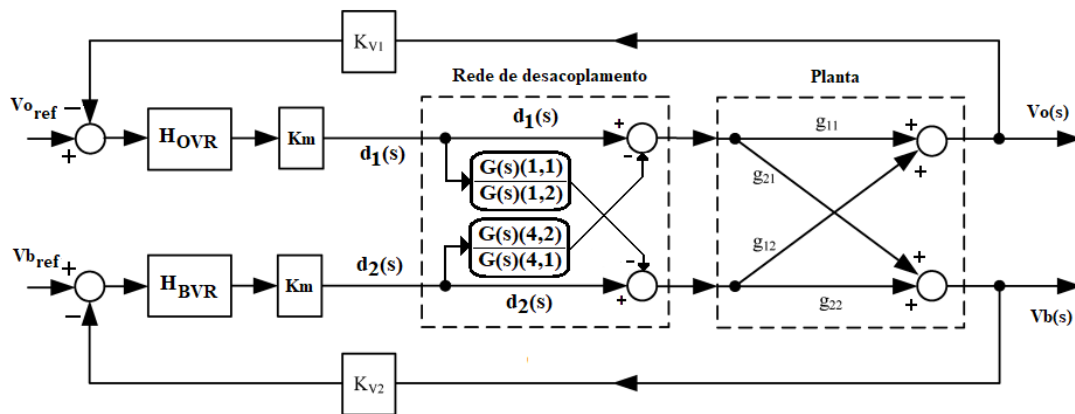
$$G(s)_{(1,2)} = \frac{-6,222 \cdot 10^5 \cdot s^3 - 9,395 \cdot 10^9 \cdot s^2 - 1,815 \cdot 10^{13} \cdot s - 2,051 \cdot 10^{17}}{s^4 + 1,522 \cdot 10^4 \cdot s^3 + 3,254 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 3,339 \cdot 10^{11} \cdot s + 5,305 \cdot 10^{13}}, \quad (3.96)$$

$$G(s)_{(4,1)} = \frac{1,9 \cdot 10^9 \cdot s^2 + 2,793 \cdot 10^{13} \cdot s + 4,159 \cdot 10^{15}}{s^4 + 1,522 \cdot 10^4 \cdot s^3 + 3,254 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 3,339 \cdot 10^{11} \cdot s + 5,305 \cdot 10^{13}} e \quad (3.97)$$

$$G(s)_{(4,2)} = \frac{2,172 \cdot 10^9 \cdot s^2 + 3,201 \cdot 10^{13} \cdot s + 5,432 \cdot 10^{15}}{s^4 + 1,522 \cdot 10^4 \cdot s^3 + 3,254 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 3,339 \cdot 10^{11} \cdot s + 5,305 \cdot 10^{13}}. \quad (3.98)$$

De posse das funções, no domínio da frequência, representadas pelas equações (3.95) à (3.98), os circuitos de controle de realimentação de OVR e BVR são então projetados com base nas equações (3.90) e (3.91). As funções de transferência para saída e tensão da bateria para diferentes valores de razão cíclica podem ser extraídas de acordo com o diagrama de pequeno sinal mostrado na Figura 52. A título de esclarecimento, por exemplo, $G(s)_{(4,1)}$ representa a quarta variável de estado V_0 e primeira variável de controle d_1 , que, portanto, é igual à função de transferência de malha aberta de V_0/d_1 . Portanto, o número da linha denota a sequência da variável de estado e o número da coluna indica a entrada de controle.

Figura 52 – Modelo de pequeno sinal para o Modo de Operação II.



Fonte: Adaptado de Qian *et al.* (2010a).

Os termos K_m , K_{v1} e K_{v2} representam o ganho do modulador PWM e os ganhos dos sensores de tensão e ganhos dos conversores analógico/digital na saída e na bateria, respectivamente. O ganho K_m pode ser calculado por:

$$K_m = \frac{2^M \cdot f_s}{f_{PWM(clock)}}, \quad (3.99)$$

onde M representa a quantidade de bits de trabalho do microcontrolador, f_s representa a frequência de chaveamento e $f_{PWM(clock)}$ é a frequência de *clock* do microcontrolador.

Neste momento, de posse das funções de malha aberta de V_0/d_1 e V_b/d_2 , é possível explorar o projeto dos compensadores de malha fechada. Inicialmente, para projetar o compensador OVR de modo que um ganho de laço de saída estável e de alta largura de banda possa ser obtido, faz necessário estudar as curvas de Bode de laço aberto antes da compensação. De posse dos diagramas de Bode de Amplitude e Fase, procura-se identificar a frequência de cruzamento e a margem de fase, de forma que uma compensação possa ser efetuada através do deslocamento da frequência de cruzamento e da margem de fase, permitindo a determinação do controlador. As boas práticas de projeto de controladores para conversores chaveados, cita-se aqui a técnica por **Fator K** disponível em Venable (1983), recomendam uma frequência de cruzamento menor ou igual a 1/4 da frequência de chaveamento e uma margem de fase em torno de 60° a 90° .

Mas, como mencionado anteriormente, os trabalhos de Qian *et al.* (2010a) não fazem menção aos valores dos ganhos do modulador PWM (K_m) e ganhos K_{v1} e K_{v2} , impossibilitando a reprodução fidedigna das curvas de Bode expostas em seus trabalhos para as funções de laço aberto, antes e após a compensação. Desta forma, utilizando a técnica por Fator K, optou-se por projetar os controladores SISO através da normalização dos ganhos do modulador e sensores e em seguida, comparar o desempenho dos controladores OVR, BVR e IVR através do modelo computacional de operação do conversor, simulando um ciclo orbital completo com situações de máxima insolação, mínima insolação e eclipse.

Para a função V_0/d_1 , inicialmente faremos os diagramas de Bode da função de laço aberto. Nestes, faz-se necessário identificar, na frequência de cruzamento em 0db escolhida, a fase correspondente a essa frequência. Como a frequência de chaveamento é 100kHz, adotou-se 5kHz como frequência de cruzamento, que representa 1/20 da frequência de chaveamento. Assim, para gerarmos as curvas de amplitude e fase, precisam-se que sejam definidos os ganhos dos sensores e do modulador PWM, de forma a determinar a equação de malha aberta (G_{MA}):

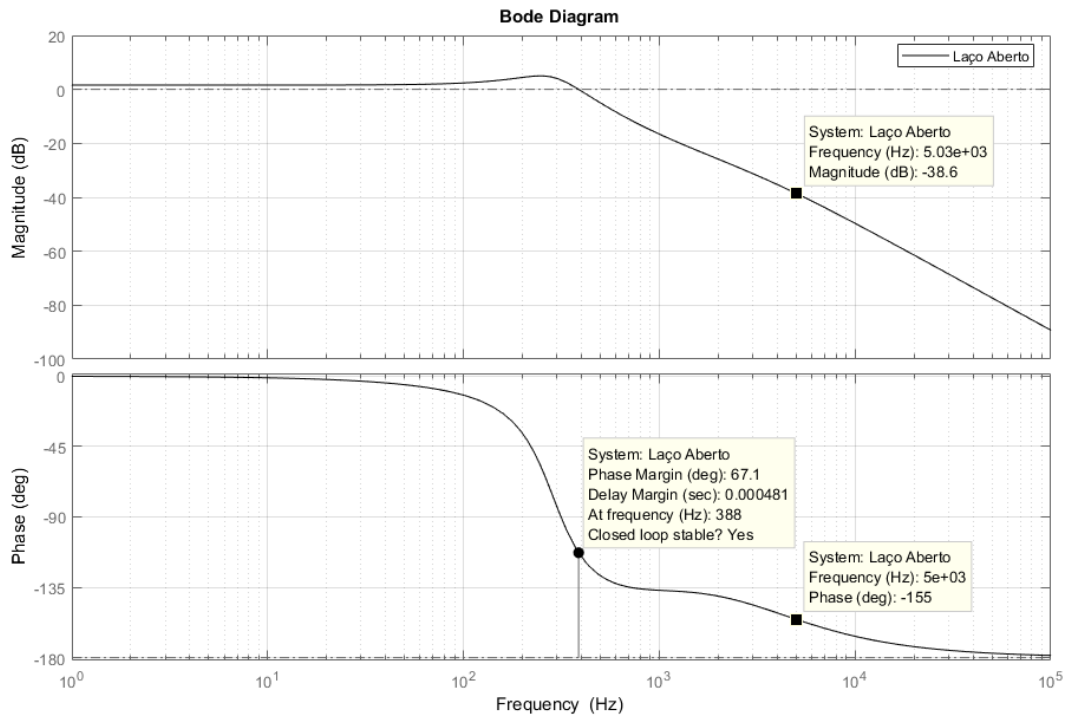
$$G_{MA} = \frac{V_0}{d_1} \cdot K_m \cdot K_{sv1} \cdot K_{ad}, \quad (3.100)$$

onde $K_m = 1/(2^{12} - 1)$ é o ganho do modulador PWM, $K_{ad} = 2^{12} - 1/5$ é ganho do conversor analógico-digital (AD), $K_{sv1} = 1/28$ representa o ganho do sensor de tensão e o algarismo 12 representa a resolução em bits do microcontrolador e do conversor AD.

A Figura 53 mostra as curvas de amplitude e fase para a equação (3.100), onde estão evidenciadas a frequência de cruzamento de 5kHz e a fase de -155° . Conhecido então o valor

da fase na frequência de cruzamento escolhida, pode-se determinar o tipo de compensador a ser empregado. Para tal, primeiro escolhe-se a Margem de Fase (α) requerida para o sistema compensado. Adotar-se-a o mesmo valor de 78° sugerido por QIAN. Calcula-se então o valor do avanço a ser aplicado pelo compensador (POMILIO, 2014): $\alpha = 78^\circ - (-155^\circ + 90^\circ) = 143^\circ$.

Figura 53 – Curvas de amplitude e fase para a equação (3.100).



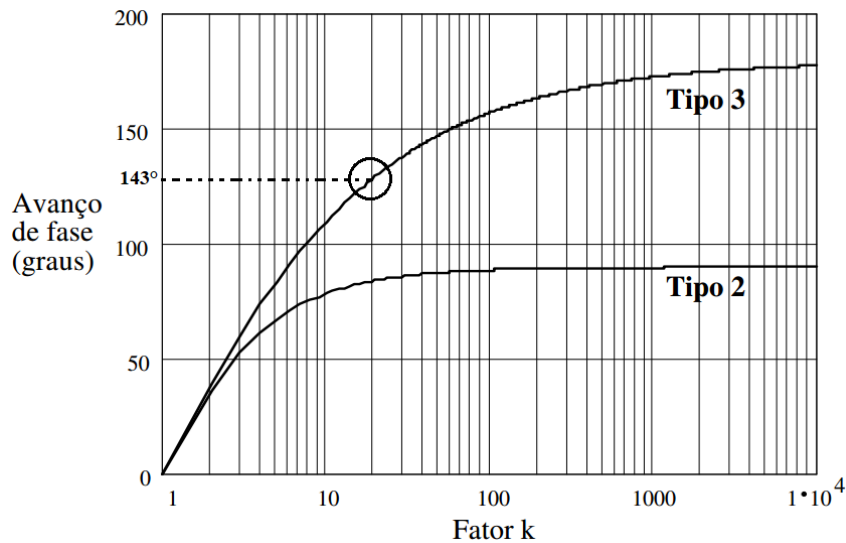
Fonte: Acervo do autor.

Determinado o avanço de fase, pode-se utilizar a Figura 54 para escolher o tipo de compensador a ser aplicado para infringir tal avanço. Neste caso e de acordo com a Figura 54, o compensador a ser aplicado é o TIPO 3, pois representa a interseção do avanço de fase requerido com a curva TIPO 3 e cuja função de transferência é mostrada a seguir:

$$G_C(s) = \frac{K_c}{s} \cdot \frac{\left(1 + \frac{s}{2 \cdot \pi \cdot f_z}\right)^2}{\left(1 + \frac{s}{2 \cdot \pi \cdot f_p}\right)^2}, \quad (3.101)$$

onde K_c representa o ganho do controlador, ω_z e ω_p as frequências dos zeros e polos do compensador, respectivamente, e com $\omega_p > \omega_z$. Os valores do fator K , f_z , f_p e k_c podem ser

Figura 54 – Avanço de fase para diferentes compensadores.



Fonte: (POMILIO, 2014)

calculados como segue (VENABLE, 1983):

$$K = \left[\tan \left(\frac{\alpha}{4} + 45^\circ \right) \right]^2 = 38,68,$$

$$f_z = \frac{f_c}{\sqrt{K}} = \frac{5000}{\sqrt{38.68}} = 803,92 \text{ Hz},$$

$$f_p = f_c \cdot \sqrt{K} = 31,098 \text{ kHz} \text{ e}$$

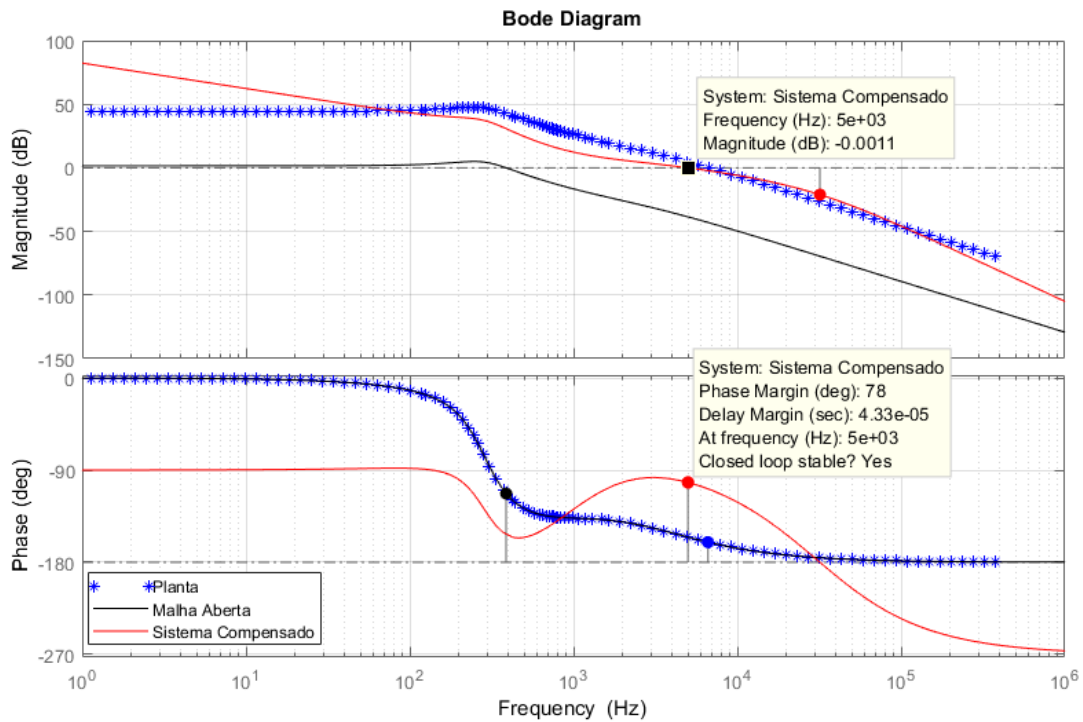
$$K_c = \frac{2\pi \cdot f_z}{\sqrt{K}} \cdot G_{MA} = 68710.$$

O termo G_{MA} representa o ganho em malha aberta na frequência de cruzamento em escala linear, ou seja $G_{MA} = 10^{\left| \frac{-38,6}{20} \right|} = 84,6$. Substituindo os valores encontrados para K_c , f_z e f_p na equação 3.101, obtém-se a função de transferência do controlador do domínio da frequência dada por:

$$G_c = \frac{1}{s} \cdot \frac{2,623 \cdot 10^{15} \cdot s^2 + 2,65 \cdot 10^{19} \cdot s + 6,693 \cdot 10^{22}}{2,551 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 9,971 \cdot 10^{12} \cdot s + 9,741 \cdot 10^{17}}. \quad (3.102)$$

Para verificar se as especificações adotadas foram atingidas, a Figura 55 traz as curvas de Bode para o sistema compensado. Nesta, procura-se verificar se, na frequência de cruzamento adotada de 5kHz, o ganho do sistema compensado é unitário, ou seja, 0dB e a sua Margem de Fase é de 78°, conforme dito anteriormente.

Tendo-se então inferido acerca da função de transferência para o OVR, retorna-se ao delineamento elaborado por Qian *et al.* (2010a), que projeta o mesmo controlador aumentando o ganho de baixa frequência para minimizar erro de estado estacionário e cruzar a linha de 0dB a -20dB/década de inclinação, mantendo uma margem de fase satisfatória. Um controlador

Figura 55 – Curvas de Bode para o sistema compensado para V_0/d_1 .

Fonte: Acervo do autor.

tradicional PI seria suficientemente capaz de lidar com esses requisitos de projeto, mas o autor optou por um controlador PID para aumentar a fase. Após a compensação, a frequência de cruzamento foi deslocada para 4,1kHz com uma margem de fase de 78° .

Para o laço BVR, o autor inclinou-se em usar um controlador PID para efetuar a compensação, de forma que a frequência de cruzamento do laço BVR é configurada em 390Hz e a margem fase é fixada em 88° .

As funções de transferência dos controladores H_{OVR} e H_{BVR} , projetados por Qian *et al.* (2010a), são mostradas a seguir:

$$H_{OVR} = \frac{5,053 \cdot 10^{10} \cdot s^2 + 3,81 \cdot 10^{14} \cdot s + 6,384 \cdot 10^{17}}{1,263 \cdot 10^7 \cdot s^3 + 6,35 \cdot 10^{11} \cdot s^2 + 7,98 \cdot 10^{15} \cdot s} e \quad (3.103)$$

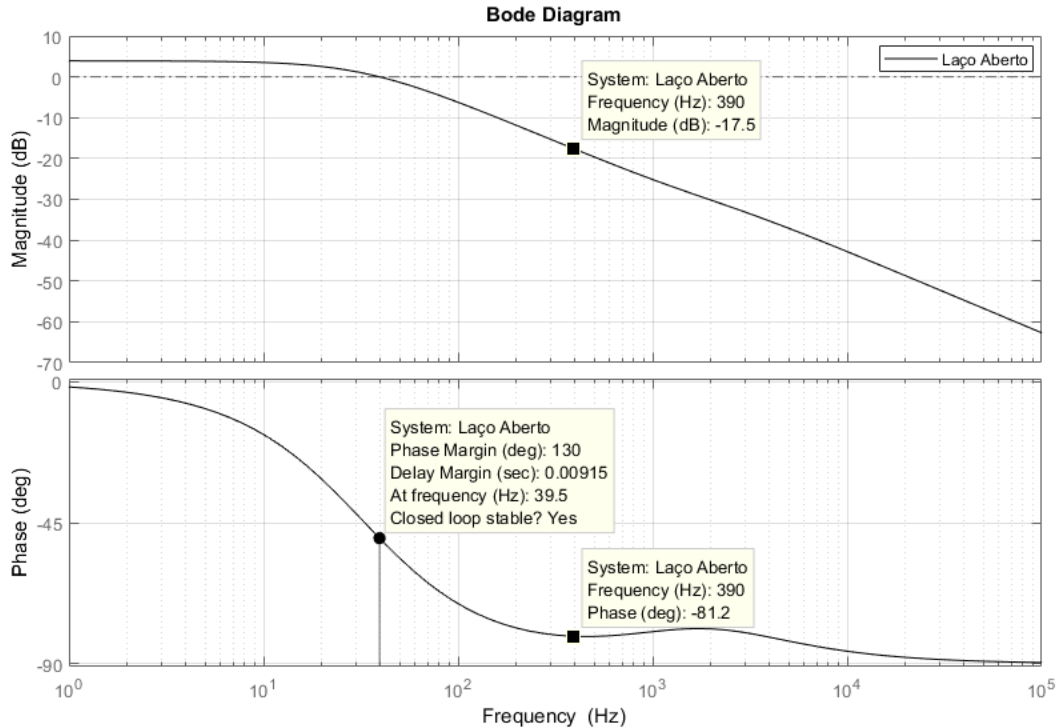
$$H_{BVR} = \frac{2,763 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 3,473 \cdot 10^5 \cdot s + 1091}{3,948 \cdot 10^7 \cdot s^3 + 4,961 \cdot 10^5 \cdot s^2 + 1559 \cdot s} \quad (3.104)$$

Se seguirmos as recomendações do autor para o laço BVR, teremos as curvas de Bode para planta reproduzidas na Figura 56, onde se destaca a fase de $-81,2^\circ$ na frequência de cruzamento adotada (390Hz). A função de transferência para as curvas da Figura 56 são obtidas a partir da equação (3.105) mostrada a seguir:

$$G_{MA} = \frac{V_b}{d_2} \cdot K_m \cdot K_{sv2} \cdot K_{ad} \quad (3.105)$$

O termo $\frac{V_b}{d_2}$ pode ser encontrado através da equação (3.91) e equações (3.95) a (3.98). Os termos onde K_m , K_{ad} são os mesmos já citados anteriormente e $K_{sv2} = 1/28$ representa o ganho do sensor de tensão sobre a bateria.

Figura 56 – Curvas de amplitude e fase para a equação (3.105).



Fonte: Acervo do autor.

Calculando o avanço de fase requerido para o laço BVR, temos: $\alpha = 88^\circ - (-81,2^\circ + 90^\circ) = 79,2^\circ$. Se marcarmos esse valor de avanço de fase na Figura 54, teremos a escolha de um compensador Tipo II, cuja função de transferência é mostrada a seguir:

$$G_c(s) = \frac{K_c}{s} \cdot \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_z}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_p}\right)}. \quad (3.106)$$

Novamente, K_c representa o ganho do controlador, ω_z e ω_p as frequências do zero e polo do compensador, respectivamente, e com $\omega_p > \omega_z$. Estes termos são calculados a seguir:

$$K = \left[\tan \left(\frac{\alpha}{2} + 45^\circ \right) \right] = 10,58,$$

$$f_z = \frac{f_c}{K} = \frac{390}{10,58} = 36,86 \text{ Hz},$$

$$f_p = f_c \cdot K = 4,13 \text{ kHz e}$$

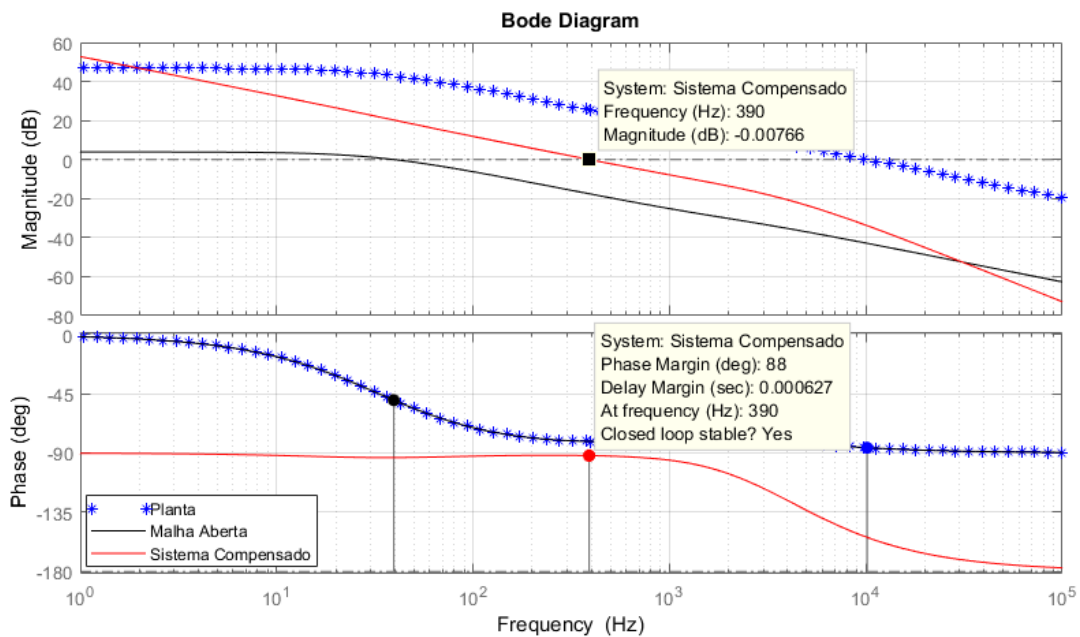
$$K_c = 2\pi \cdot f_z \cdot G_{MA} = 1742,9.$$

Substituindo K_c , f_z e f_p na equação (3.106), obtemos a função de transferência do controlador BVR dada por:

$$G_c = \frac{1}{s} \cdot \frac{4,518 \cdot 10^7 \cdot s + 1,047 \cdot 10^{10}}{231,6 \cdot s + 6,005 \cdot 10^6}. \quad (3.107)$$

As especificações adotadas são mostradas na Figura 57. Na frequência de cruzamento adotada de 390Hz, o ganho do sistema compensado é unitário e a sua Margem de Fase é de 88°.

Figura 57 – Curvas de Bode para o sistema compensado para V_b/d_2 .



Fonte: Acervo do autor.

Para concluir a etapa de projeto dos controladores, resta ainda nos debruçarmos sobre Modo de Operação I , onde tensão de saída do conversor V_0 deve ser regulada simultaneamente à tensão na porta do painel fotovoltaico V_{in} . Indubitavelmente, a mesma metodologia aplicada para determinar os controladores para o Modo 2 será adotada neste percurso, embora o procedimento se inicie pela inspeção das equações (3.77) e (3.80). Logo, tem-se:

$$\frac{\hat{V}_0(s)}{\hat{d}_1(s)} = g_{11} = G(s)_{(4,1)}, \quad (3.108)$$

$$\frac{\hat{V}_0(s)}{\hat{d}_2(s)} = g_{12} = G(s)_{(4,2)}, \quad (3.109)$$

$$\frac{\hat{V}_{in}(s)}{\hat{d}_1(s)} = g_{21} = G(s)_{(1,1)} \quad e \quad (3.110)$$

$$\frac{\hat{V}_{in}(s)}{\hat{d}_2(s)} = g_{22} = G(s)_{(1,2)}. \quad (3.111)$$

Efetuando-se o cálculo da matriz $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ e em seguida montando o sistema de equações e novamente isolando e resolvendo o sistema para g'_{11} e g'_{22} , tem-se:

$$\frac{\hat{V}_0}{\hat{d}_1} = g_{11} - g_{12} \cdot \frac{g_{21}}{g_{22}} = G(s)_{(4,1)} - G(s)_{(4,2)} \cdot \frac{G(s)_{(1,1)}}{G(s)_{(1,2)}} e \quad (3.112)$$

$$\frac{\hat{V}_{in}}{\hat{d}_2} = g_{22} - g_{21} \cdot \frac{g_{12}}{g_{11}} = G(s)_{(1,2)} - G(s)_{(1,1)} \cdot \frac{G(s)_{(4,2)}}{G(s)_{(4,1)}}. \quad (3.113)$$

Encontrando-se as funções $G(s)_{(1,1)}$, $G(s)_{(1,2)}$, $G(s)_{(4,1)}$ e $G(s)_{(4,2)}$, tem-se:

$$G(s)_{(1,1)} = \frac{-1,937 \cdot 10^9 \cdot s^2 - 9,892 \cdot 10^{11} \cdot s + 8,379 \cdot 10^{15}}{s^4 + 4,813 \cdot 10^4 \cdot s^3 + 5,89 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 1,083 \cdot 10^{12} \cdot s + 3,741 \cdot 10^{13}}, \quad (3.114)$$

$$G(s)_{(1,2)} = \frac{-1,981 \cdot 10^5 \cdot s^3 - 3,162 \cdot 10^9 \cdot s^2 - 6,045 \cdot 10^{12} \cdot s - 9,576 \cdot 10^{15}}{s^4 + 4,813 \cdot 10^4 \cdot s^3 + 5,89 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 1,083 \cdot 10^{12} \cdot s + 3,741 \cdot 10^{13}}, \quad (3.115)$$

$$G(s)_{(4,1)} = \frac{1,9 \cdot 10^9 \cdot s^2 + 9,05 \cdot 10^{13} \cdot s + 6,265 \cdot 10^{15}}{s^4 + 4,813 \cdot 10^4 \cdot s^3 + 5,89 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 1,083 \cdot 10^{12} \cdot s + 3,741 \cdot 10^{13}} e \quad (3.116)$$

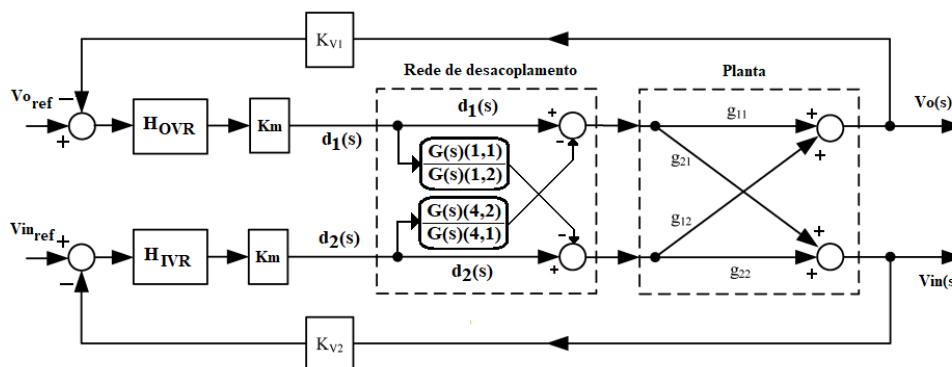
$$G(s)_{(4,2)} = \frac{2,172 \cdot 10^9 \cdot s^2 + 1,017 \cdot 10^{14} \cdot s}{s^4 + 4,813 \cdot 10^4 \cdot s^3 + 5,89 \cdot 10^7 \cdot s^2 + 1,083 \cdot 10^{12} \cdot s + 3,741 \cdot 10^{13}}. \quad (3.117)$$

Novamente de posse das funções (3.114) à (3.117), os circuitos de controle de realimentação de OVR e IVR são então projetados. As funções de transferência para saída e tensão no painel para diferentes valores de razão cíclica podem ser extraídas de acordo com o diagrama de pequeno sinal mostrado na Figura 58.

A concepção do controlador OVR é exatamente a mesma do Modo de Operação II, porque não importa em qual modo o conversor esteja, a função de transferência de V_0/d_1 deve ser a mesma, embora diferentes abordagens sejam aplicadas. Já para o controlador H_{IVR} , Qian *et al.* (2010a) optou projetá-lo para impor baixa largura de banda na malha de controle com alguma queda na fase. Assim sendo, um controlador PI com ganho extremamente baixo e um conjunto de zero e polo são adotados para alcançar este objetivo de projeto. A largura de banda do laço IVR é projetado em 500Hz, que é de cerca de uma década menor que a largura de banda de OVR. A margem da fase está definida em 61° . A função de transferência H_{IVR} é apresentada a seguir:

$$H_{IVR} = \frac{5,027 \cdot s + 3,158}{1257 \cdot s^2 + 39,48 \cdot s}. \quad (3.118)$$

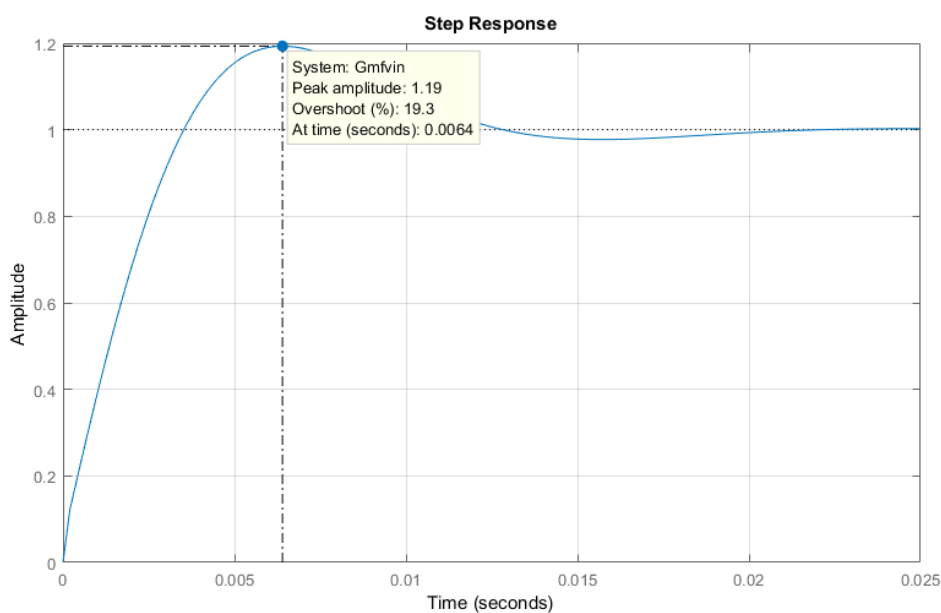
Figura 58 – Modelo de pequeno sinal para o Modo de Operação I.



Fonte: Adaptado de Qian *et al.* (2010a).

As recomendações sugeridas em Qian *et al.* (2010a), que são basicamente uma largura de banda da malha IVR de 500Hz com margem de fase de 61° , mostraram uma resposta em malha fechada com um sobressinal demasiadamente acentuado de 19,3%, como salienta a Figura 59. Desta maneira optou-se por reprojeter o controlador aumentando a margem de fase

Figura 59 – Resposta ao degrau para o sistema compensado com largura de banda de 500Hz e margem de fase de 61° .



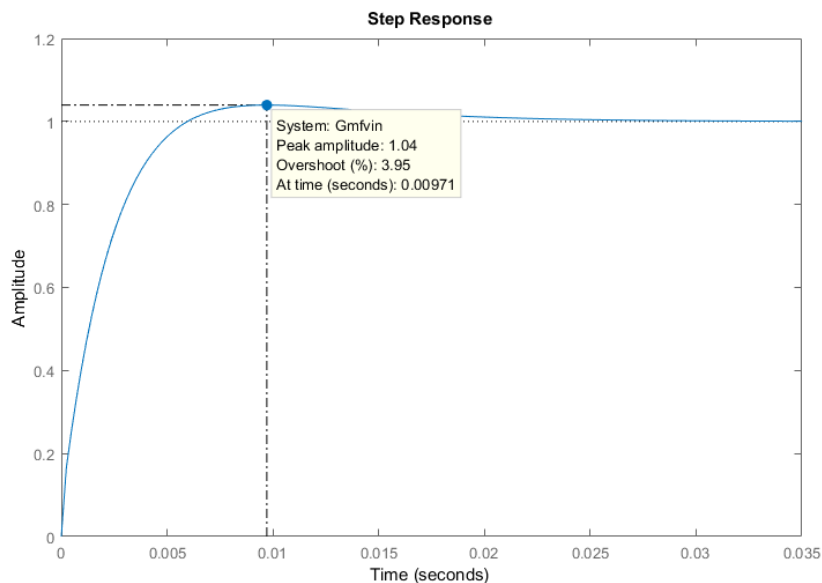
Fonte: Acervo do autor.

para 88° , que garantiu um sobressinal de 3,95%, conforme revela a Figura 60.

A função de transferência do controlador reprojetero IVR é, finalmente, indicada:

$$G_c(s) = \frac{-6,9983 \cdot (s + 153,2)}{s} \quad (3.119)$$

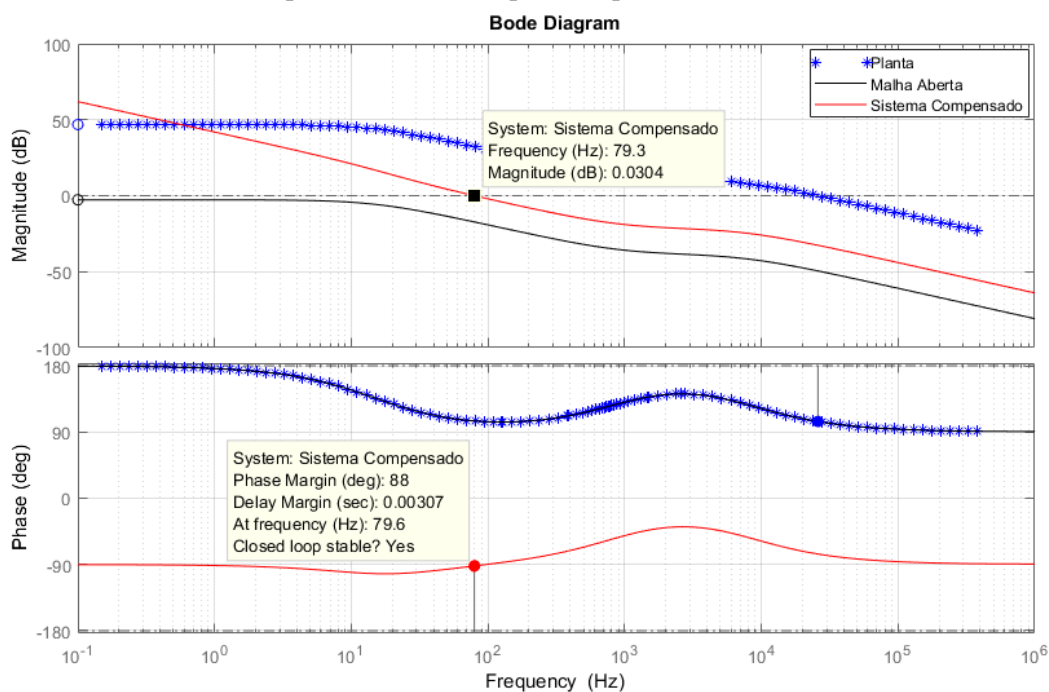
Figura 60 – Resposta ao degrau para o sistema compensado com largura de banda de 500Hz e marge de fase de 88° .



Fonte: Acervo do autor.

As especificações adotadas são expostas na Figura 61, que retrata uma frequência de cruzamento de 79,6Hz e margem de Fase é de 88° .

Figura 61 – Curvas de Bode para o sistema compensado para V_{in}/d_2 .



Fonte: Acervo do autor.

Tendo-se discorrido sobre os aspectos mais importantes acerca do projeto dos compensadores H_{OVR} , H_{BVR} e H_{IVR} , a próxima subsecção mostrará os resultados obtidos por simulação

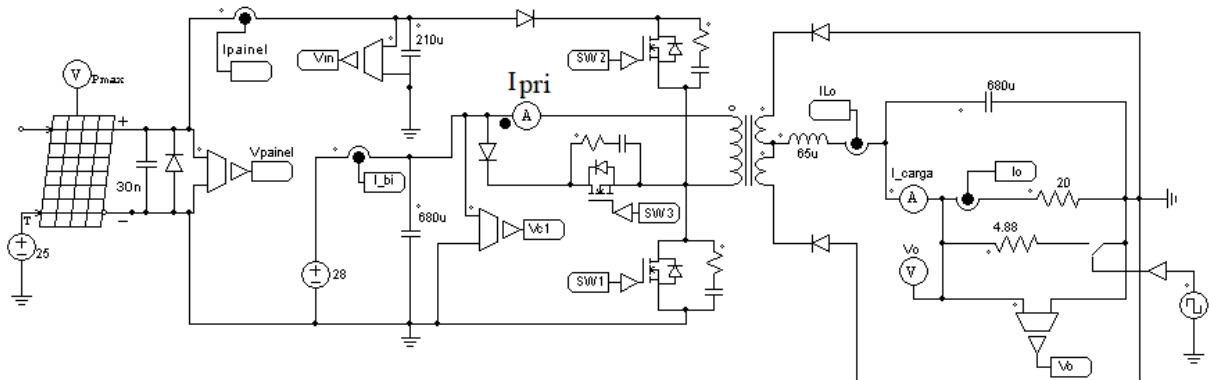
computacional da operação do circuito do conversor, bem como o erro de estado estacionário, resposta transitória e sinais de controle, de maneira que os controladores SISO, que foram há pouco projetados, possam mostrar seus respectivos desempenhos na ação de regulação e de seguimento de referência da tensão de saída do conversor multi-portas.

3.4.1.1 Simulação de operação do conversor

Nesta seção, a operação do sistema replicando condições que ocorrem no ciclo regular da órbita de um satélite é realizada, por simulação computacional, para corroborar a eficácia da rede de desacoplamento e das malhas de controle OVR, BVR e IVR. Também são evidenciados os resultados provenientes de simulação das transições entre os modos de operação do conversor, para um modelo de 200 W, bem como os resultados das malhas de controle sob testes de variação da carga, mostrando a resposta transiente e em regime permanente.

A Figura 62 mostra o modelo computacional para o conversor três-portas. No circuito em questão, o conversor é alimentado por um modelo de dispositivo fotovoltaico representado pela tensão V_{C2} (V_{in}), a tensão de 28V (tensão na bateria) representa V_{C1} e V_0 é a tensão de saída do conversor. As chaves são controladas pelos elementos SW1, SW2 e SW3. A variação da carga alimentada pelo conversor ocorre nos dois resistores em paralelo, que combinados representam a carga nominal ($3,92\Omega$), conforme mostra a Tabela 3.

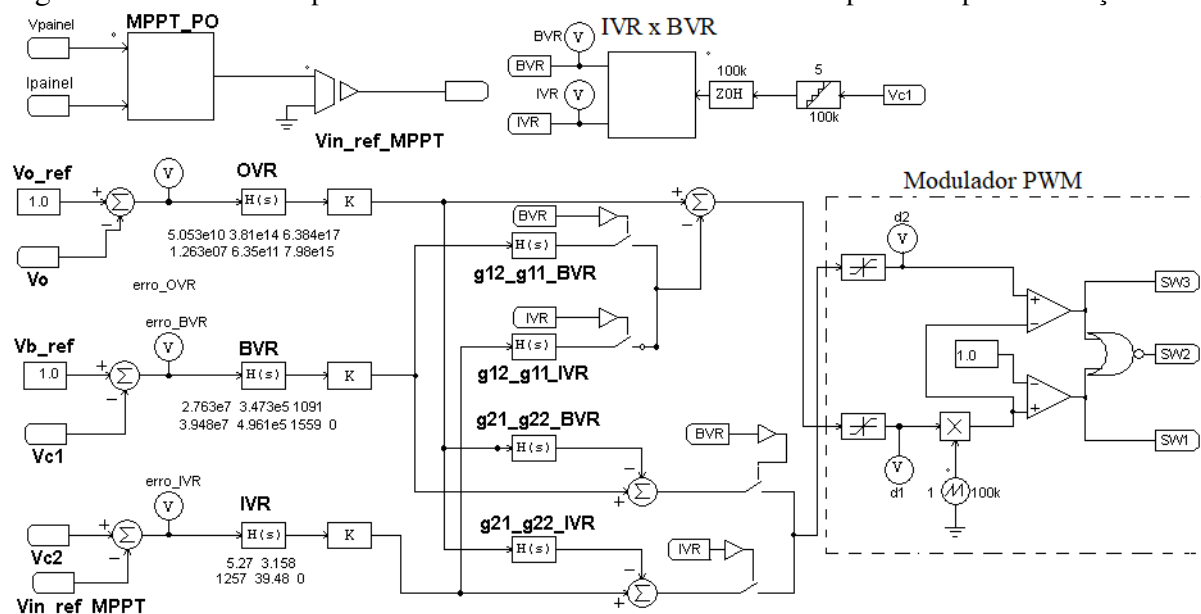
Figura 62 – Modelo computacional do conversor Três-portas para simulação.



Fonte: Acervo do autor.

Já o diagrama do controlador é ilustrado na Figura 63. Podem-se verificar o modulador PWM, a unidade que fornece a tensão de referência MPPT, o componente que efetua o chaveamento entre os controladores IVR e BVR, os termos de desacoplamento, como orientado pelas equações (3.93), (3.94), (3.112) e (3.113), e os controladores OVR, BVR e IVR.

Figura 63 – Modelo computacional do controlador com rede de desacoplamento para simulação.



Fonte: Acervo do autor.

Tabela 3 – Parâmetros do Conversor Trimodal para o satélite.

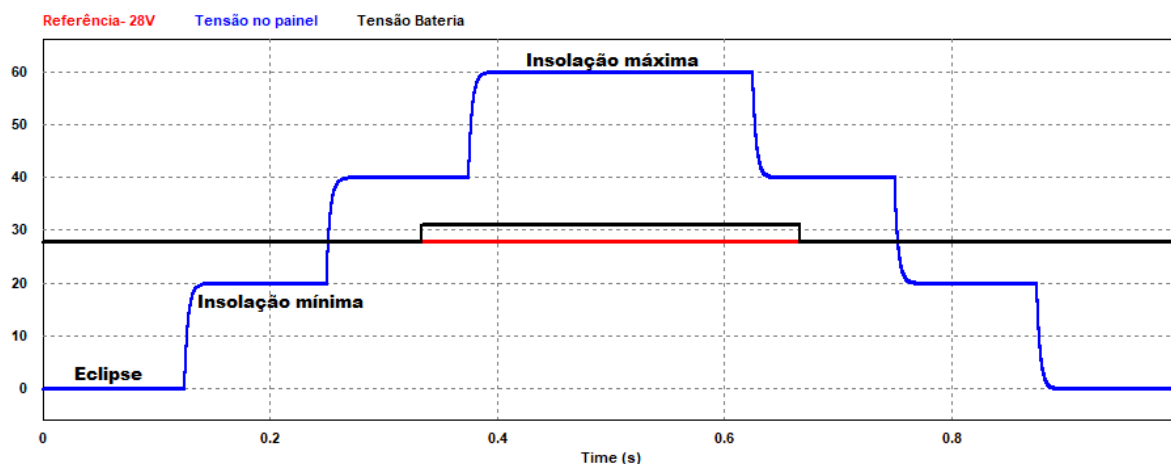
Tensão nominal nos painéis (V_{in})	60V
Tensão nominal na bateria (V_b)	28V
Tensão de saída do conversor (V_0)	28V
Potência de saída do conversor (P_0)	200W
Corrente nominal de saída do conversor (I_0)	7,14A
Carga nominal (R_{carga})	3,92Ω
Indutor de saída (L_0)	65μH
Capacitor de filtro de saída (C_0)	680μF
Capacitor de filtro da porta da bateria ($C1$)	680μF
Capacitor de filtro da porta de entrada ($C2$)	210μF
Indutância de magnetização (L_M)	45μH
Razão cíclica D_1 em regime	0,1667
Razão cíclica D_2 em regime	0,1458
Corrente de magnetização nominal (I_{LM})	14,23A
Frequência de chaveamento (f_{CH})	100kHz
Relação de transformação	1:3:3
Resistência interna da bateria (R_b)	0.1Ω
Resistência interna da fonte (R_s)	0.1Ω

Fonte: (QIAN *et al.*, 2010a).

As Figuras 64 à 66 mostram os resultados da simulação do conversor com a tensão de saída controlada, a tensão no painel fotovoltaico variando de 0 a 60V e a tensão na bateria variando de 28 a 31V. A variação de tensão no painel emula os efeitos representados nas Figuras 35, 36 e 37. Já a variação de tensão na bateria simula o efeito do descarregamento e da sobrecarga na bateria, fazendo com que haja o chaveamento dos controladores IVR e BVR.

A Figura 64 ilustra a variação no fornecimento de tensão nos painéis devido as mudanças de posição orbital. Também estão simulados os efeitos de exposição prolongada dos painéis às condições de insolação, resultando na sobretensão de 31V na bateria.

Figura 64 – Simulação do ciclo de operação do satélite.



Fonte: Acervo do autor.

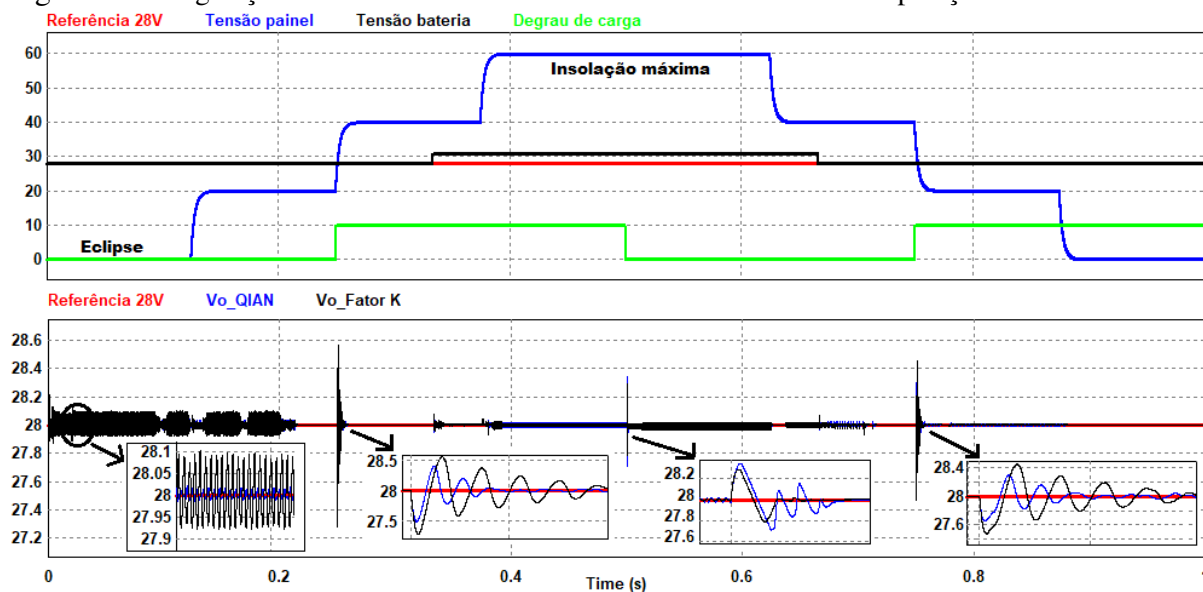
A seguir são apresentados os gráficos retratando a regulação e seguimento de referência da tensão de saída do conversor DC-DC, a corrente no primário do transformador, a corrente na carga e o erro da tensão de saída, para os controladores projetados por QIAN e por Fator K. Os ensaios incluem a variação na tensão do painel, mudança na tensão da bateria e alteração da carga. Resultados adicionais deste conversor mostrando a regulação e seguimento de referência da tensão de saída, para uma queda acentuada de 7V na tensão da bateria, serão apresentados posteriormente, juntamente com demais resultados do modelo em completo funcionamento.

Por inspeção da Figura 65, pode-se verificar que sob todas as condições de insolação, os controladores mantiveram a tensão de saída do conversor regulada em 28V. As situações onde ocorreram os sobressinais correspondem a mudança na carga alimentada pelo conversor. Estes sobressinais possuem pequena amplitude e pode-se notar também que os controladores alcançam a estabilização em intervalos de tempo da ordem de milissegundos. Note também que as mudanças na tensão da bateria e painel não provocam grandes alterações na resposta do conversor.

Ainda com a atenção voltada para a Figura 65, pode-se considerar que ocorrem pequenas ondulações na tensão de saída, que se fazem evidentes entre 0 e 0,2s, de forma que a resposta oscila sobre a tensão de 28V, embora, se calculássemos seu valor médio, teríamos 28V. Mas, esse detalhe traz a tona uma questão deveras importante, qual seja, a análise do erro de

estado estacionário. Assim, a Figura 66 expõe o estudo do erro para os controladores OVR's. Note que o valor do erro é deveras diminuto ($\simeq 0,003$ de amplitude), encontrando-se dentro do esperado.

Figura 65 – Regulação da tensão de saída do conversor durante o ciclo de operação do satélite.



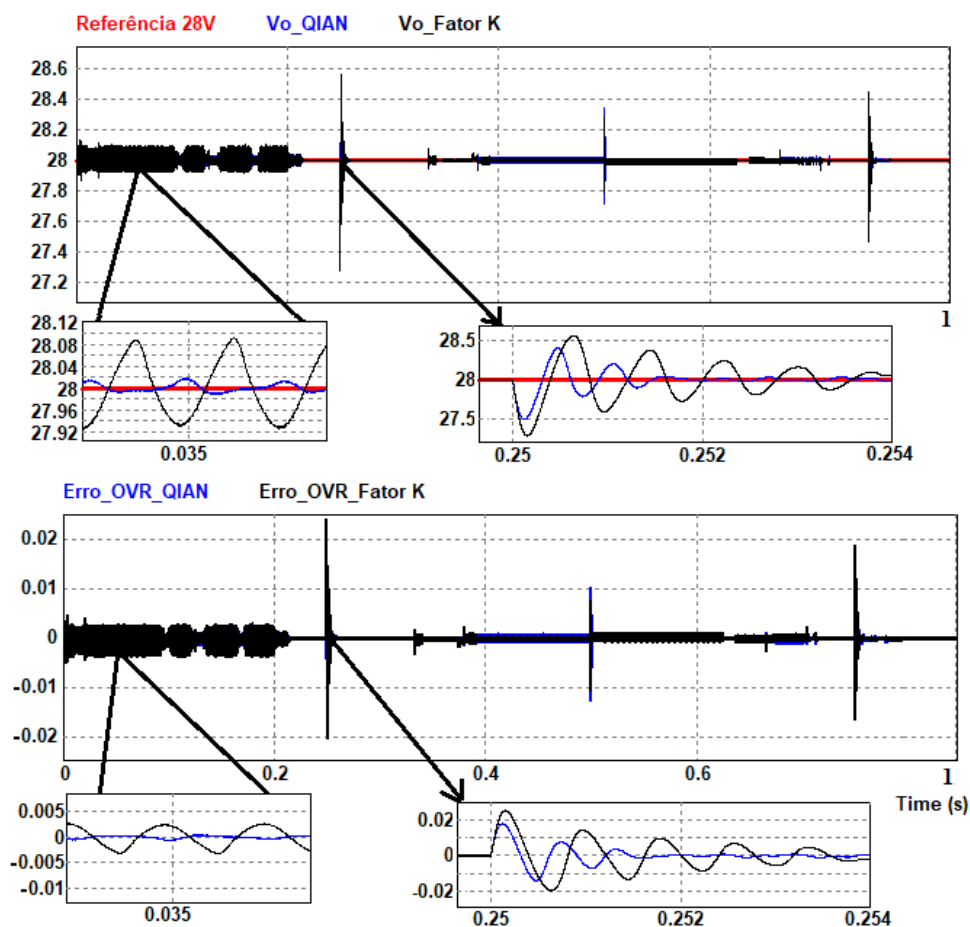
Fonte: Acervo do autor.

A Figura 67 mostra a corrente no primário do transformador do conversor. Antes de discutir seus resultados, deve-se atentar para um detalhe na Figura 62, que é o ponto de entrada do amperímetro (I_{pri}) instalado no lado primário do transformador. Dito isso, pode-se afirmar que corrente positiva significa que a energia está fluindo da bateria para a carga e corrente negativa expressa que a bateria está sendo carregada, ou seja, o painel fornece energia suficiente para suprir a demanda da carga e ainda carregar a bateria.

Se atentarmos para a Figura 67, a inversão no sentido da corrente do conversor ocorre quando a tensão do painel fotovoltaico alcança o patamar de aproximadamente 47,34V, caracterizando o carregamento da bateria. Percebe-se ainda que a diminuição da insolação sobre os painéis acarreta na redução da intensidade da corrente de carga da bateria, até o ponto em que a bateria volte a suprir a demanda solicitada pela carga (Tensão no painel $\simeq 35V$).

Foi discutido até o momento a regulação da tensão de saída do conversor e a corrente no primário do transformador, bem como, a verificação em simulação do processo de carga e descarga da bateria. Resta-nos verificar a corrente na carga durante o ciclo operacional, o erro em regime dos controladores OVR's e, por fim, verificar o desempenho dos controladores em regular a tensão de saída em condições anormais de operação, qual seja, uma queda abrupta de

Figura 66 – Erro de estado estacionário controlador OVR durante o ciclo de operação do satélite.



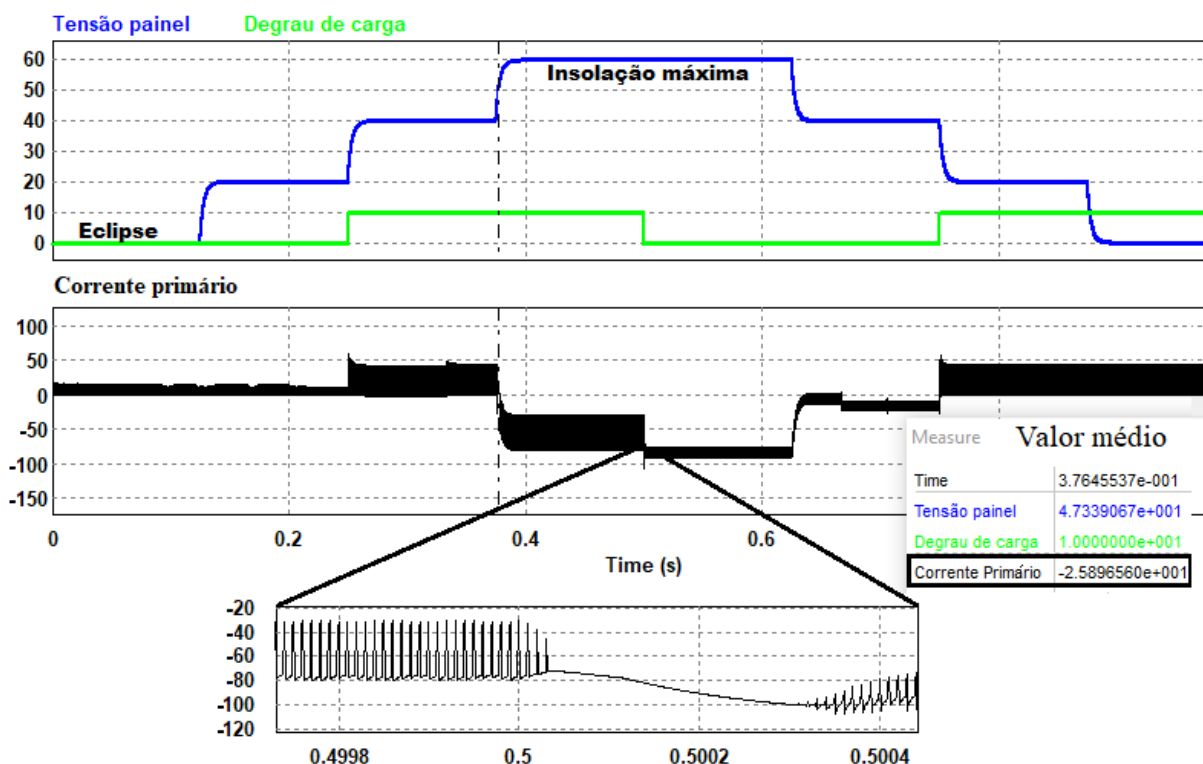
Fonte: Acervo do autor.

tensão na bateria quando os painéis fotovoltaicos estiverem inoperantes, ou seja, em condição de eclipse.

A Figura 68 mostra a corrente no resistor que emula a carga alimentada pelo conversor, que por definições de projeto (Tensão de saída de 28V e potência de 200W) tem o valor nominal em regime de 7,14A. Conforme a Figura 68, o valor nominal de corrente fornecida pelo conversor ocorre no instante de tempo em que se dá a carga nominal (pulso degrau de carga é acionado). Para uma carga de maior valor (20Ω), a corrente em regime atinge 1,4A. Como não foi projetado um controlador para a corrente de saída do conversor, de forma a garantir potência nominal de 200W, seu valor cai aproximadamente 1/5 da cifra nominal.

As situações de testes realizadas até o momento mostraram que os reguladores OVR, IVR e BVR, desempenharam seu papel no sentido de regular a tensão de saída na carga. Os próximos ensaios tratam de situações anormais, que embora remotas, eventualmente, possam vir a acontecer. Este cenário é de uma queda de tensão acentuada na bateria de 7V no instante de tempo que os painéis deixam de fornecer energia para o conversor alimentando a carga nominal.

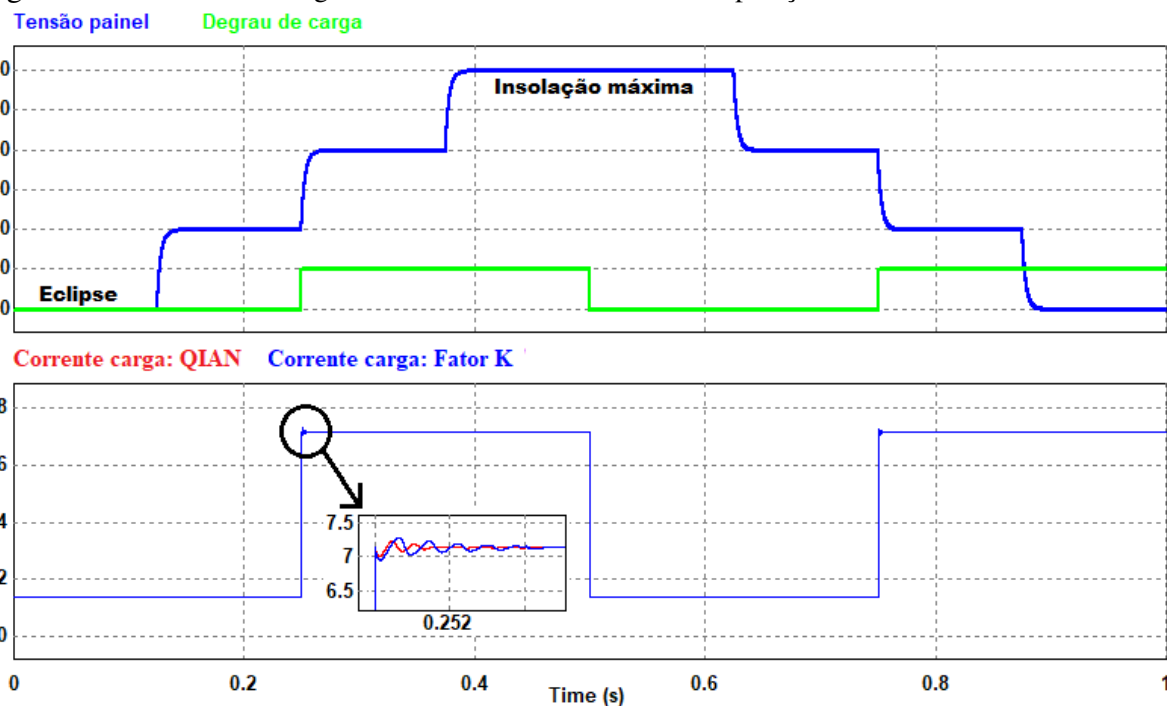
Figura 67 – Corrente no primário do transformador do conversor durante o ciclo de operação do satélite.



Fonte: Acervo do autor.

A Figura 69 exibe este ensaio.

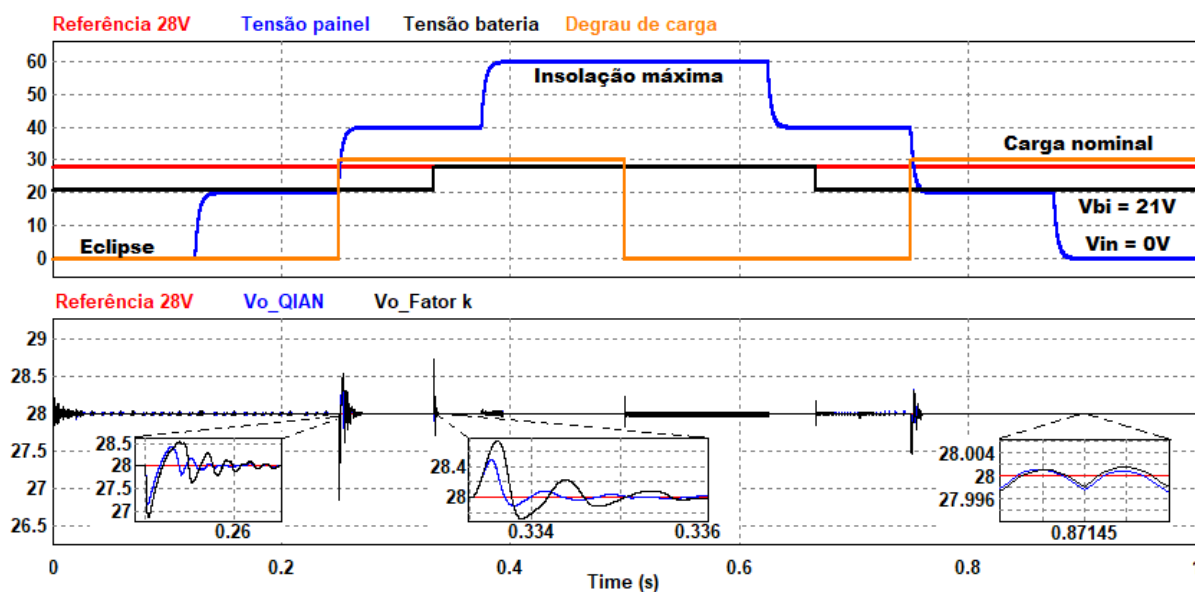
Figura 68 – Corrente na carga do conversor durante o ciclo de operação do satélite.



Fonte: Acervo do autor.

Examinando os resultados da simulação, consegue-se verificar que os controladores OVR's regulam a tensão na carga mesmo em condições anormais, conforme mencionado anteriormente. Os sobressinais decorrentes das mudanças provocadas pelo degrau de carga, novamente, possuem baixa amplitude e as oscilações são amortizadas em milissegundos.

Figura 69 – Ensaio da queda de 7V na tensão da bateria.

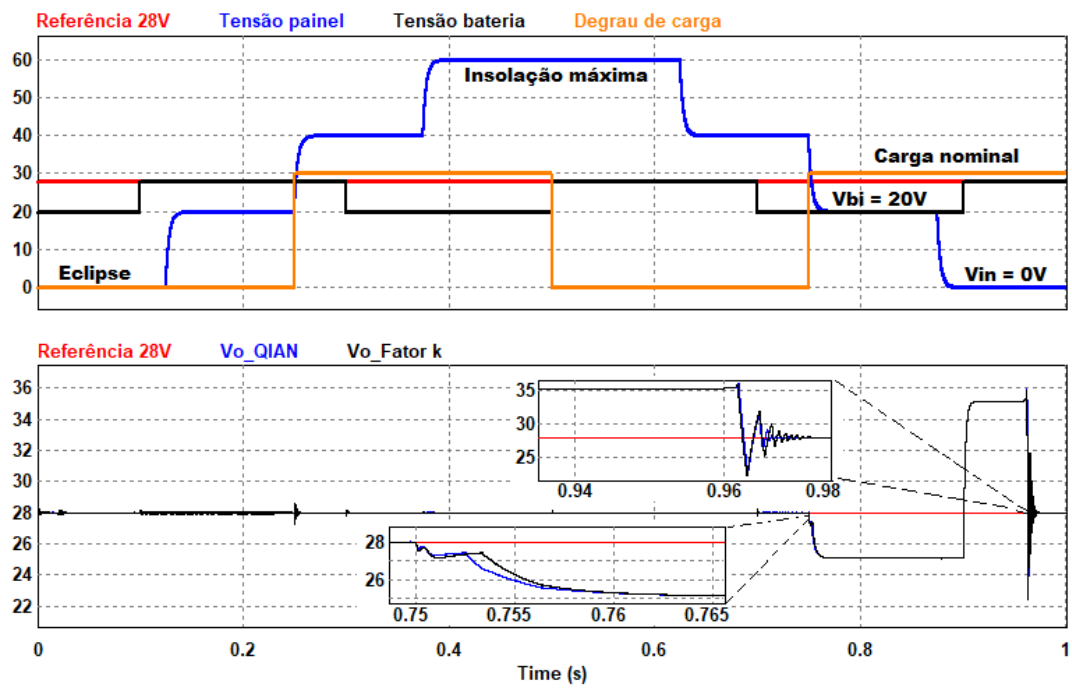


Fonte: Acervo do autor.

Por fim, mais um ensaio de operação se faz necessário. A motivação para esta última simulação é descobrir qual a queda de tensão limite de bateria que, no modo de operação *boost* do conversor, os controladores não mantenham regulação e seguimento de referência da tensão de saída em 28V. Sendo assim, a Figura 70 exibe a simulação para um ciclo de operação com queda de 8V na bateria. Percebe-se que para uma queda de tensão desta magnitude, em carga nominal e sem tensão fornecida pelos painéis fotovoltaicos, os reguladores OVR's não logram êxito na regulação da tensão de saída do conversor. Assim, em situações de eclipse e insolação mínima, uma falha no sistema de baterias, representada pela queda de 8V, acarreta em instabilidade nas malhas de controle, conforme mostra a Figura 70.

O próximo capítulo trata de estratégias de controle robusto para aplicação no conversor DC-DC de três-portas simulado neste capítulo, de forma que será desenvolvido um estudo sobre a identificação das variações paramétricas politópicas e incertezas, dando ênfase aos projeto de controladores via LMI por realimentação de estados.

Figura 70 – Ensaio da queda de 8V na tensão da bateria.



Fonte: Acervo do autor.

4 CONTROLE ROBUSTO APLICADO AO CONVERSOR DC-DC DE TRÊS-PORTAS

4.1 Introdução

Como preconiza Olalla *et al.* (2011a), as modelagens convencionais de conversores usam geralmente modelos médios para derivar o subsistema de controle, ignorando a ondulação de chaveamento e considerando que o período de comutação é bem pequeno. Estes modelos médios são linearizados em um ponto de operação com fins de projeto de leis de controle linear, as quais normalmente são mais simples do que estratégias baseadas em sistemas não-lineares. Entretanto, ignorar as não-linearidades do conversor, que emanam da ação de comutação, realimentação e saturação do ciclo de trabalho, podem resultar em um desempenho deteriorado ou comportamento indesejável na presença de distúrbios, sem mencionar que a dinâmica do conversor também é afetada pela incerteza dos componentes. Olalla *et al.* (2011a) ainda adverte que parâmetros como os elementos de armazenamento de energia ou a carga, geralmente variam com o tempo e possuem valores com certa incerteza.

Além disso, a maioria dos trabalhos de controle de conversores multiportas enfoca uma estratégia de controle descentralizado para lidar com os diferentes modos de operação e o acoplamento cruzado entre as malhas de controle. Esses efeitos são características únicas desses conversores e difíceis de manusear. A existência de múltiplas malhas de controle interagindo pode tornar mais complexo o projeto do compensador. Portanto, uma rede de desacoplamento pode ser introduzida para permitir um projeto de controlador independente para cada porta. Se o número de portas no conversor aumentar, a rede de desacoplamento pode ser muito complexa para projetar, como em (QIAN *et al.*, 2010b). Ademais, a maioria das técnicas de controle aplicadas a conversores multiportas não leva em consideração, no projeto do controlador, as incertezas nas fontes de entrada primárias, como os painéis fotovoltaicos e a bateria. Outro aspecto a ser observado é que a modelagem matemática do conversor considera a corrente de magnetização do transformador de isolamento como um estado do sistema e, portanto, seu valor instantâneo precisa ser determinado. Em trabalhos recentes, a corrente de magnetização é medida indiretamente por meio de um circuito paralelo no lado primário do transformador, composto por um sensor de corrente em série com uma indutância, como em (BARBOSA, 2020). Este procedimento requer que uma indutância adicional seja inserida no circuito conversor, alterando a topologia original do circuito.

Neste contexto, projetando um controlador por realimentação de estados, centralizado, para um conversor DC-DC de Três portas isolado, este trabalho evita a complexidade de desacoplar as malhas de controle e a medição indireta da corrente de magnetização através de técnicas de controle robustas baseadas em LMIs e uma estimativa da corrente de magnetização, respectivamente. Usando a norma H_∞ e restrições de colocação de polo (D-Estabilidade), é demonstrado que a estrutura do controlador tem uma rejeição de perturbação melhorada quando as fontes de energia mudam e, ao mesmo tempo, que o sistema de malha fechada atende ao desempenho transiente especificado. Assim, o principal objetivo deste capítulo é avaliar estratégias de controle robusto baseadas em LMIs aplicados ao conversor DC-DC proposto por Qian *et al.* (2010a). Primeiro, iremos abordar a modelagem do conversor três-portas levando em consideração as bilinearidades inerentes ao processo de modelagem, que surgiram em decorrência da técnica de espaço de estado médio, esclarecendo a sua importância no projeto do controlador. Em seguida, discutiremos acerca de averiguações realizadas durante o desdobramento da pesquisa, que basicamente referem-se à audiossusceptibilidade do conversor e a decomposição de valores singulares (SVD) da matriz de função de transferência do sistema, parâmetro importante que fornece uma maneira útil de quantificar a direcionalidade do controle multivariável. Por fim, daremos destaque ao projeto do controlador centralizado por realimentação de estados, que consiste, basicamente, na descrição em termos de LMIs das seguintes restrições: primeiro, a estabilidade do conversor (no sentido de Lyapunov); em segundo lugar, um nível mínimo de rejeição de perturbação; e em terceiro lugar, restrições de alocação de polos. Em todas as circunstâncias, deve-se levar em consideração as incertezas no ponto de operação e no valor da carga. Finalmente, o projeto é concluído quando as restrições são resolvidas numericamente. O resultado é um controlador por realimentação eficaz, de forma que possamos conjecturar acerca do tipo de controle mais adequado, de acordo com as características dos ciclos operacionais de trabalho do conversor multiportas em estudo.

Ao longo do capítulo, o elo de ligação entre as desigualdade matriciais lineares e o projeto de controladores por realimentação de estados ficará evidente. Todas as definições e notações matemáticas necessárias para o completo entendimento do que seja uma LMI, são explicitados no apêndice A. Os conceitos de estabilidade relacionados aos métodos de Lyapunov e a aplicação das LMIs no projeto de sistemas de controle serão, ao seu tempo, integralmente esclarecidos, de forma que o leitor se habitue com estes formalismos e possa compreender e interpretar os resultados que este trabalho ousa expor.

4.2 Bilinearidades na Modelagem do Conversor de Três-Portas

Conforme averiguado no capítulo 3, as seções 3.3, 3.3.1 e 3.3.2 mostraram a modelagem do conversor DC-DC de Três-Portas através do método de espaço de estado médio. A técnica EEM é baseada no princípio que determina que cada variável de estado seja composta por um termo em regime e uma perturbação. Vejamos novamente as equações em espaço de estado para o conversor nos dois modos de operação:

• Modo de Balanceamento da Bateria (Modo I)

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \hat{v}_{C2}(t) \\ \hat{i}_{Lm}(t) \\ \hat{i}_{Lo}(t) \\ \hat{v}_0(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_b \cdot C_1} & \frac{(\overline{D_1} + \overline{D_2}) \cdot \overline{D_1}}{\overline{D_2} \cdot C_1} & \frac{n \cdot \overline{D_1} \cdot (\overline{D_2} - \overline{D_1})}{\overline{D_2} \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2 \cdot n \cdot \overline{D_2}}{L_0} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & \frac{-1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_{C2} \\ \hat{i}_{Lm} \\ \hat{i}_{Lo} \\ \hat{v}_0 \end{bmatrix} + \\
 &\begin{bmatrix} \frac{\overline{D_1}}{\overline{D_2} \cdot C_1} \left(\overline{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\overline{V_0}}{R} \right) & \frac{\overline{D_1}}{\overline{D_2} \cdot C_1} \left(\overline{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\overline{V_0}}{R} \right) \\ \frac{-\overline{D_2} \cdot \overline{V}_{in}}{\overline{D_1} \cdot L_m} & \frac{(\overline{D_1} - \overline{D_2}) \cdot \overline{V}_{in}}{\overline{D_1} \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \overline{D_2} \cdot \overline{V}_{in}}{\overline{D_1} \cdot L_0} & \frac{n \cdot (\overline{D_1} - \overline{D_2}) \cdot \overline{V}_{in}}{\overline{D_1} \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} + \\
 &\begin{bmatrix} \frac{\overline{D_1}}{\overline{D_2} \cdot C_1} \left(\hat{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\hat{V}_0}{R} \right) & \frac{\overline{D_1}}{\overline{D_2} \cdot C_1} \left(\hat{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\hat{V}_0}{R} \right) \\ \frac{-\overline{D_2} \cdot \hat{V}_{in}}{\overline{D_1} \cdot L_m} & \frac{(\overline{D_1} - \overline{D_2}) \cdot \hat{V}_{in}}{\overline{D_1} \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \overline{D_2} \cdot \hat{V}_{in}}{\overline{D_1} \cdot L_0} & \frac{n \cdot (\overline{D_1} - \overline{D_2}) \cdot \hat{V}_{in}}{\overline{D_1} \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\overline{D_1}}{\overline{D_2} \cdot R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & \frac{-\overline{D_2}^2}{\overline{D_1} \cdot L_m} \\ 0 & \frac{-n \cdot \overline{D_2}}{\overline{D_1} \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_b \\ \hat{v}_{in} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

• Modo de Regulação da Bateria (Modo II)

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \hat{v}_{C1}(t) \\ \hat{i}_{Lm}(t) \\ \hat{i}_{Lo}(t) \\ \hat{v}_0(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_b \cdot C_1} & \frac{\overline{D_1} + \overline{D_2}}{C_1} & \frac{n \cdot (\overline{D_2} - \overline{D_1})}{C_1} & 0 \\ -\frac{(\overline{D_1} + \overline{D_2})}{L_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n \cdot (\overline{D_1} - \overline{D_2})}{L_0} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & \frac{-1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_{C1} \\ \hat{i}_{Lm} \\ \hat{i}_{Lo} \\ \hat{v}_0 \end{bmatrix} + \\
 &\begin{bmatrix} \frac{\overline{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\overline{V_0}}{R}}{C_1} & \frac{\overline{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\overline{V_0}}{R}}{C_1} \\ \frac{-\overline{D_2} \cdot \overline{V}_{in}}{(\overline{D_1} + \overline{D_2}) \cdot L_m} & \frac{\overline{D_1} \cdot \overline{V}_{in}}{(\overline{D_1} + \overline{D_2}) \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \overline{D_2} \cdot \overline{V}_{in}}{(\overline{D_1} + \overline{D_2}) \cdot L_0} & \frac{n \cdot \overline{D_1} \cdot \overline{V}_{in}}{(\overline{D_1} + \overline{D_2}) \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} + \\
 &\begin{bmatrix} \frac{\hat{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\hat{V}_0}{R}}{C_1} & \frac{\hat{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\hat{V}_0}{R}}{C_1} \\ \frac{-\overline{D_2} \cdot \hat{V}_{in}}{(\overline{D_1} + \overline{D_2}) \cdot L_m} & \frac{\overline{D_1} \cdot \hat{V}_{in}}{(\overline{D_1} + \overline{D_2}) \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \overline{D_2} \cdot \hat{V}_{in}}{(\overline{D_1} + \overline{D_2}) \cdot L_0} & \frac{n \cdot \overline{D_1} \cdot \hat{V}_{in}}{(\overline{D_1} + \overline{D_2}) \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & \frac{\overline{D_2}}{L_m} \\ 0 & \frac{n \cdot \overline{D_2}}{L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{v}_b \\ \hat{v}_{in} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Inspecionando as equações supracitadas, podem-se observar a presença dos termos bilineares nas duas equações, que matematicamente, são o produto de duas perturbações retratadas por: $(\hat{i}_{Lm} \cdot \hat{d}_1)$, $(\hat{i}_{Lm} \cdot \hat{d}_2)$, $(\hat{v}_0 \cdot \hat{d}_1)$, $(\hat{v}_0 \cdot \hat{d}_2)$, $(\hat{v}_{in} \cdot \hat{d}_1)$ e $(\hat{v}_{in} \cdot \hat{d}_2)$. A presença destes elementos bilineares nas equações de estado, que caracterizam os dois modos de operação do conversor, podem ser tratadas de duas maneira distintas. A primeira é desconsiderá-los nas equações amparado no fato de que, como as perturbações são, em tese, componentes muito pequenos, o produto de dois entes muito pequenos pode ser considerado desprezível. Esta foi a abordagem dada por Qian *et al.* (2010a) em seu trabalho e amplamente discutida no capítulo anterior, quando um sistema de controle descentralizado foi projetado e utilizado para regular a tensão de saída do conversor. Assim, desprezando as bilinearidades, pode-se desenvolver um controlador centralizado em espaço de estados por realimentação de estados ou realimentação de saída, ou seja, sem o desacoplamento entre as entradas e a saída do sistema TISO em questão. Não obstante, como o conversor possui uma dinâmica não-linear caracterizada pela interações entre as razões cíclicas \hat{d}_1 e \hat{d}_2 , o não tratamento do acoplamento pode acarretar em deterioração do desempenho e/ou provocar sobressinais indesejáveis, conforme alerta Wiel *et al.* (2018). Vários autores como Morgan (1964), Rekasius (1965) e Falb e Wolovich (1967) discutiram o problema de desacoplar um sistema linear invariante no tempo usando realimentação de estados e a relação deste problema com o projeto de sistemas de controle. Morgan (1964) considerou a questão do desacoplamento de sistemas, cujas equações de estado tinham uma forma um tanto especial. Seu principal resultado, foi o seguinte: o sistema linear invariante no tempo pode ser desacoplado se a matriz C·B for não-singular. Rekasius (1965) estendeu o resultado de Morgan (1964) e delineou um procedimento essencialmente por tentativa e erro para especificar um certo número de polos do sistema enquanto o desacoplava. Mas nem Morgan (1964) e nem Rekasius (1965) deram uma prova clara de suficiência e não consideraram a questão da necessidade, o que foi engendrado por Falb e Wolovich (1967), que desenvolveu uma condição necessária e suficiente para o desacoplamento, além da caracterização de uma classe de matrizes de realimentação que permitem o desacoplamento de um determinado sistema. Salienta-se aqui que nenhum tratamento aos efeitos do acoplamento foi aplicado aos projetos dos sistemas de controle evidenciados neste capítulo.

Retornado ao controle centralizado por ganhos fixos, podemos sintetizar sistematicamente controladores robustos simples através de um conjunto de ganhos por meio de LMIs, baseado nas ideias desenvolvidas por Olalla *et al.* (2009), Olalla *et al.* (2010), Olalla *et al.*

(2011b), Olalla *et al.* (2012). Para tal atribuição, a abordagem empregada é derivar controladores lineares dependentes de parâmetros do conversor, de modo que os ganhos possam ser calculados para uma condição específica de operação do regime de trabalho do conversor. Então escolhe-se um ponto de operação, sintetizam-se os ganhos por LMIs utilizando a norma H_∞ e D-Estabilidade, por intermédio de ferramentas de otimização convexa e, para este ponto, submete-se o conversor ao regime de trabalho periódico de operação, de forma que se possa verificar se a regulação e o seguimento de referência foram efetuados e a que nível de desempenho. Apesar das variações nos parâmetros (V_{in} , V_b e carga) que o regime de trabalho de uma órbita ou operação de um robô submetem o conversor, ocasionando a mudança do ponto de operação com o tempo, os valores dos ganhos não se alteram e devem ser capazes de manter a tensão de saída do conversor em 24V.

Vamos agora tratar da segunda maneira de lidar com as bilinearidades mencionadas anteriormente.

Uma vez que a estrutura LMI permite a síntese dependente de parâmetros e incertezas do conversor, as dinâmicas não-lineares do conversor ou bilinearidades, surgem como parâmetros e aparecem explicitamente, pois conforme apresentado na modelagem EEM, uma variável de estado, como por exemplo, a tensão sobre o capacitor C_2 ($V_{C2}(t)$), poderá ser representada pela soma do seu valor em regime com uma perturbação ($\bar{V}_{C2} + \hat{v}_{C2}$), ou seja, poderá vir a representar um parâmetro variante no tempo. Por conseguinte, vários parâmetros podem ser considerados variantes no tempo, como a carga alimentada pelo conversor, a tensão de saída, a tensão fornecida pelos painéis e a corrente de magnetização do transformador. Particularmente, estes parâmetros variantes no tempo ocorreram naturalmente mediante a modelagem, podendo ser usados para expressar os termos bilineares, sendo encontrados nas equações (4.1) e (4.2) pela conjunção das matrizes que multiplicam os termos \hat{d}_1 e \hat{d}_2 . Assim, podem-se destacar: $\bar{V}_0 + \hat{v}_0 = V_0(t)$, $\bar{i}_{Lm} + \hat{i}_{Lm} = i_{Lm}(t)$ e $\bar{V}_{in} + \hat{v}_{in} = V_{in}(t)$. Em outras palavras, os termos não lineares do conversor multiportas podem ser expressos como incertezas variantes no tempo, podendo ainda serem mensurados por meio de sensoriamento. Notadamente, vale ressaltar que outros termos presentes nas matrizes supracitadas são sujeitos a variações, como capacitâncias, indutâncias e a carga.

Em Gahinet *et al.* (1994), o autor afirma que a noção de incerteza do sistema é de grande importância no campo da teoria de controle robusto, pois, ao projetar um sistema de controle, o modelo usado para representar o comportamento da planta é frequentemente aproximado. A diferença entre o modelo aproximado e o modelo verdadeiro é chamada de

incerteza do modelo. Também, as mudanças devido a condições de operação e efeitos de envelhecimento, são fontes de incerteza. Corroborando com as ideias de Gahinet *et al.* (1994), NOGUEIRA *et al.* (2012) esclarece que os modelos são aproximações do comportamento dinâmico de sistemas reais e que, erros de modelagem, podem ocorrer de forma natural. Estes erros são denominados de incertezas e podem ser causadas devido a simplificações no processo de modelagem, incertezas em parâmetros físicos do sistema real e, também, devido às condições de trabalho do sistema

Neste trabalho, a principal abordagem adotada ao lidar com incertezas do sistema e do controle Robusto LMI é a utilização do modelo matemático incerto em espaço de estados do conversor, que é descrito por equações dinâmicas com termos incertos e/ou variáveis no tempo. Atualmente existe um grande número de métodos para análise e síntese de controladores robustos, os quais podem ser classificados em estratégias baseadas em incertezas estruturadas (incerteza paramétrica), onde a estrutura da incerteza é suposta desconhecida, embora seus limites possam ser especificados, e estratégias baseadas em incertezas não estruturadas, no qual as incertezas representam indefinição nos parâmetros da representação do sistema (elementos das matrizes de estado) (NOGUEIRA *et al.*, 2012).

As incertezas estruturadas podem ser causadas, por exemplo, por descrição inadequada das características do sistema, efeitos de desgaste por tempo de uso, alterações devido à temperatura, ou mudanças no ponto de operação. No caso de incertezas não estruturadas, são úteis para descrever dinâmicas desconsideradas na modelagem do sistema.

Desta forma, podem-se aqui reescrever as equações do modelo incerto do conversor, (4.1) e (4.2), como:

$$\hat{x}_1(t) = \bar{A}_1 \cdot \hat{x}_1(t) + \bar{B}_{21} \cdot \hat{d}(t) + \bar{B}_{nx1} \cdot \hat{d}(t) + \bar{B}_{11} \cdot \hat{w}(t) \quad e \quad (4.3)$$

$$\hat{x}_2(t) = \bar{A}_2 \cdot \hat{x}(t) + \bar{B}_{22} \cdot \hat{d}(t) + \bar{B}_{nx2} \cdot \hat{d}(t) + \bar{B}_{12} \cdot \hat{w}(t), \quad (4.4)$$

onde:

$$\bar{A}_1 = \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_b \cdot C_1} & \frac{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot \bar{D}_1}{\bar{D}_2 \cdot C_1} & \frac{n \cdot \bar{D}_1 \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1)}{\bar{D}_2 \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2 \cdot n \cdot \bar{D}_2}{L_0} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & \frac{-1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_2 = \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_b \cdot C_1} & \frac{\bar{D}_1 + \bar{D}_2}{C_1} & \frac{n \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1)}{C_1} & 0 \\ -\frac{L_m}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n \cdot (\bar{D}_1 - \bar{D}_2)}{L_0} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & \frac{-1}{R \cdot C_0} \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_{21} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{D}_1}{\bar{D}_2 \cdot C_1} \left(\bar{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\bar{V}_0}{R} \right) & \frac{\bar{D}_1}{\bar{D}_2 \cdot C_1} \left(\bar{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\bar{V}_0}{R} \right) \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{\bar{D}_1 \cdot L_m} & \frac{(\bar{D}_1 - \bar{D}_2) \cdot \bar{V}_{in}}{\bar{D}_1 \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{\bar{D}_1 \cdot L_0} & \frac{n \cdot (\bar{D}_1 - \bar{D}_2) \cdot \bar{V}_{in}}{\bar{D}_1 \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{B}_{22} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\bar{V}_0}{R}}{C_1} & \frac{\bar{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\bar{V}_0}{R}}{C_1} \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} & \frac{\bar{D}_1 \cdot \bar{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \bar{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} & \frac{n \cdot \bar{D}_1 \cdot \bar{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_{nx1} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{D}_1}{\bar{D}_2 \cdot C_1} \left(\hat{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\hat{V}_0}{R} \right) & \frac{\bar{D}_1}{\bar{D}_2 \cdot C_1} \left(\hat{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\hat{V}_0}{R} \right) \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \hat{V}_{in}}{\bar{D}_1 \cdot L_m} & \frac{(\bar{D}_1 - \bar{D}_2) \cdot \hat{V}_{in}}{\bar{D}_1 \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \hat{V}_{in}}{\bar{D}_1 \cdot L_0} & \frac{n \cdot (\bar{D}_1 - \bar{D}_2) \cdot \hat{V}_{in}}{\bar{D}_1 \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{B}_{nx2} = \begin{bmatrix} \frac{\hat{i}_{Lm} - n \cdot \frac{\hat{V}_0}{R}}{C_1} & \frac{\hat{i}_{Lm} + n \cdot \frac{\hat{V}_0}{R}}{C_1} \\ \frac{-\bar{D}_2 \cdot \hat{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} & \frac{\bar{D}_1 \cdot \hat{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_m} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot \hat{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} & \frac{n \cdot \bar{D}_1 \cdot \hat{V}_{in}}{(\bar{D}_1 + \bar{D}_2) \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_{11} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{D}_1}{\bar{D}_2 \cdot R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & \frac{-\bar{D}_2^2}{\bar{D}_1 \cdot L_m} \\ 0 & \frac{-n \cdot \bar{D}_2^2}{\bar{D}_1 \cdot L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{B}_{12} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & \frac{\bar{D}_2}{L_m} \\ 0 & \frac{n \cdot \bar{D}_2}{L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \hat{d}(t) = \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} \quad e \quad \hat{w}(t) = \begin{bmatrix} \hat{v}_b \\ \hat{v}_{in} \end{bmatrix}.$$

O termo $\hat{w}(t)$ refere-se as perturbações na tensão dos painéis fotovoltaicos e na tensão da bateria. Esta abordagem tem a vantagem de não ser conservadora na representação dos termos não lineares como parâmetros lineares variantes no tempo e pode produzir melhores desempenhos, como a rejeição a distúrbio.

Apontados então os termos denominados incertos na modelagem do conversor de Três-portas, podem-se rearranjar as expressões de (4.3) e (4.4):

$$\hat{x}_1(t) = \bar{A}_1 \cdot \hat{x}_1(t) + [\bar{B}_{21} + \bar{B}_{nx1}] \cdot \hat{d}(t) + \bar{B}_{11} \cdot \hat{w}(t) \quad e \quad (4.5)$$

$$\hat{x}_2(t) = \bar{A}_2 \cdot \hat{x}_2(t) + [\bar{B}_{22} + \bar{B}_{nx2}] \cdot \hat{d}(t) + \bar{B}_{12} \cdot \hat{w}(t). \quad (4.6)$$

Substituindo $[\bar{B}_{21} + \bar{B}_{nx1}]$ por $\bar{B}_{d1}(q(t))$ e $[\bar{B}_{22} + \bar{B}_{nx2}]$ por $\bar{B}_{d2}(q(t))$, tem-se:

$$\hat{x}_1(t) = \bar{A}_1 \cdot \hat{x}_1(t) + \bar{B}_{d1}(q(t)) \cdot \hat{d}(t) + \bar{B}_{11} \cdot \hat{w}(t) \quad e \quad (4.7)$$

$$\hat{x}_2(t) = \bar{A}_2 \cdot \hat{x}_2(t) + \bar{B}_{d2}(q(t)) \cdot \hat{d}(t) + \bar{B}_{12} \cdot \hat{w}(t). \quad (4.8)$$

As expressões $\bar{B}_{d1}(q(t))$ e $\bar{B}_{d2}(q(t))$ são, respectivamente:

$$\bar{B}_{d1}(q(t)) = \begin{bmatrix} \frac{\bar{D}_1}{\bar{D}_2 \cdot C_1} \cdot \left[\frac{i_{Lm}(t) - \frac{n \cdot V_0(t)}{R}}{C_1} \right] & \frac{\bar{D}_1}{\bar{D}_2 \cdot C_1} \cdot \left[\frac{i_{Lm}(t) + \frac{n \cdot V_0(t)}{R}}{C_1} \right] \\ -\frac{\bar{D}_2 \cdot V_{in}(t)}{L_m \cdot \bar{D}_1} & \frac{(\bar{D}_1 - \bar{D}_2) \cdot V_{in}(t)}{L_m \cdot \bar{D}_1} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot V_{in}(t)}{L_0 \cdot \bar{D}_1} & \frac{n \cdot (\bar{D}_1 - \bar{D}_2) \cdot V_{in}(t)}{L_0 \cdot \bar{D}_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} e \quad (4.9)$$

$$\bar{B}_{d2}(q(t)) = \begin{bmatrix} \left[\frac{i_{Lm}(t) - \frac{n \cdot V_0(t)}{R}}{C_1} \right] & \left[\frac{i_{Lm}(t) + \frac{n \cdot V_0(t)}{R}}{C_1} \right] \\ -\frac{\bar{D}_2 \cdot V_{in}(t)}{L_m \cdot (\bar{D}_1 + \bar{D}_2)} & \frac{\bar{D}_1 \cdot V_{in}(t)}{L_m \cdot (\bar{D}_1 + \bar{D}_2)} \\ \frac{n \cdot \bar{D}_2 \cdot V_{in}(t)}{L_0 \cdot (\bar{D}_1 + \bar{D}_2)} & \frac{n \cdot \bar{D}_1 \cdot V_{in}(t)}{L_0 \cdot (\bar{D}_1 + \bar{D}_2)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

O conversor não linear de Três-portas descrito pelas equações (4.7) e (4.8) representa um sistema Linear com Parâmetros Variantes (LPV), parâmetros estes que surgiram naturalmente em decorrência da modelagem EEM aplicada ao conversor. Já o vetor $q(t)$ pode ser definido com $N_q = 2^3 = 8$ vértices, sendo descrito por:

$$q(t) = \left\{ v_0(t), v_{in}(t), i_{Lm}(t) : v_0(t) \in [\underline{V}_0, \bar{V}_0], v_{in}(t) \in [\underline{V}_{in}, \bar{V}_{in}], i_{Lm}(t) \in [\underline{I}_{Lm}, \bar{I}_{Lm}] \right\}. \quad (4.11)$$

Cada parâmetro de incerteza é limitado entre um valor mínimo (\underline{V}_0) e máximo (\bar{V}_0), tomando a tensão V_0 como exemplo. Os parâmetros não medidos que também podem ser classificados como incertezas, como R e C_1 , por exemplo, podem ser adicionados a um vetor de incertezas não mensuráveis p , definido neste trabalho com $N_p = 2^1 = 2$ vértices, como:

$$p = \left\{ R : R \in [\underline{R}, \bar{R}] \right\}, \quad (4.12)$$

onde R representa a resistência de carga.

O modelo LPV completo do conversor com os vetores mensuráveis e não mensuráveis de parâmetros variantes no tempo, $q(t)$ e p , é escrito como:

$$\hat{x}_1(t) = \bar{A}_1(p) \cdot \hat{x}_1(t) + \bar{B}_{d1}(q(t)) \cdot \hat{d}(t) + \bar{B}_{11} \cdot \hat{w}(t) \quad e \quad (4.13)$$

$$\hat{x}_2(t) = \bar{A}_2(p) \cdot \hat{x}_2(t) + \bar{B}_{d2}(q(t)) \cdot \hat{d}(t) + \bar{B}_{12} \cdot \hat{w}(t). \quad (4.14)$$

As imagens da matrizes $[\bar{A}_1(p), \bar{A}_2(p), \bar{B}_{d1}(q(t)), \bar{B}_{d2}(q(t))]$, para cada vértice v_i , correspondem a um conjunto $\{G_1, \dots, G_L\}$. Os componentes deste conjunto são os extremos de

um polítopo convexo, chamado $C_O \{G_1, \dots, G_L\}$, que contém as imagens para todos os valores admissíveis de p e $q(t)$ se a matriz $[\bar{A}_1(p), \bar{A}_2(p), \bar{B}_{d1}(q(t)), \bar{B}_{d2}(q(t))]$ depender linearmente de p e $q(t)$, isto é:

$$\bar{A}_1(p) \in C_O \{ \bar{A}_1(\underline{R}), \bar{A}_1(\bar{R}) \},$$

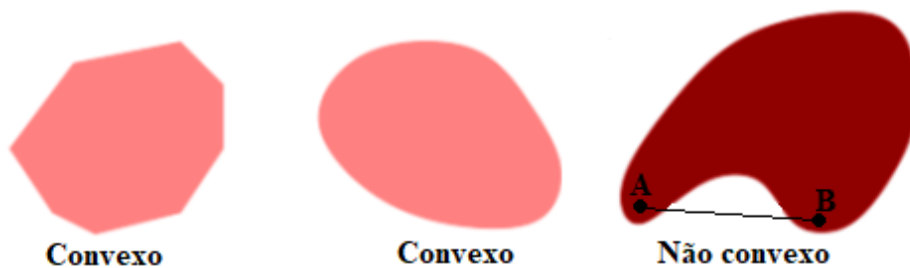
$$\bar{A}_2(p) \in C_O \{ \bar{A}_2(\underline{R}), \bar{A}_2(\bar{R}) \},$$

$$\begin{aligned} \bar{B}_{d1}(q(t)) \in C_O \{ & \bar{B}_{d1}(\underline{V}_0, \underline{V}_{in}, \underline{I}_{Lm}), \bar{B}_{d1}(\underline{V}_0, \underline{V}_{in}, \bar{I}_{Lm}), \\ & \bar{B}_{d1}(\underline{V}_0, \bar{V}_{in}, \underline{I}_{Lm}), \bar{B}_{d1}(\underline{V}_0, \bar{V}_{in}, \bar{I}_{Lm}), \\ & \bar{B}_{d1}(\bar{V}_0, \underline{V}_{in}, \underline{I}_{Lm}), \bar{B}_{d1}(\bar{V}_0, \underline{V}_{in}, \bar{I}_{Lm}), \\ & \bar{B}_{d1}(\bar{V}_0, \bar{V}_{in}, \underline{I}_{Lm}), \bar{B}_{d1}(\bar{V}_0, \bar{V}_{in}, \bar{I}_{Lm}) \}, \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \bar{B}_{d2}(q(t)) \in C_O \{ & \bar{B}_{d2}(\underline{V}_0, \underline{V}_{in}, \underline{I}_{Lm}), \bar{B}_{d2}(\underline{V}_0, \underline{V}_{in}, \bar{I}_{Lm}), \\ & \bar{B}_{d2}(\underline{V}_0, \bar{V}_{in}, \underline{I}_{Lm}), \bar{B}_{d2}(\underline{V}_0, \bar{V}_{in}, \bar{I}_{Lm}), \\ & \bar{B}_{d2}(\bar{V}_0, \underline{V}_{in}, \underline{I}_{Lm}), \bar{B}_{d2}(\bar{V}_0, \underline{V}_{in}, \bar{I}_{Lm}), \\ & \bar{B}_{d2}(\bar{V}_0, \bar{V}_{in}, \underline{I}_{Lm}) \text{ e } \bar{B}_{d2}(\bar{V}_0, \bar{V}_{in}, \bar{I}_{Lm}) \}. \end{aligned}$$

Um conjunto ϕ pode ser definido como convexo se o segmento de reta entre dois pontos quaisquer do conjunto estiver em ϕ , isto é, para quaisquer $x_1, x_2 \in \phi$ e $\alpha \in [0, 1]$, $\alpha \cdot x_1 + (1 - \alpha) \cdot x_2 \in \phi$. A Figura 71 mostra a definição geométrica de um conjunto convexo. Pode-se perceber que no conjunto não convexo, o segmento de reta que une os pontos A e B pertencentes ao conjunto, não está completamente contido no conjunto. A classe

Figura 71 – Definição geométrica de convexidade.



Fonte: Acervo do autor.

de matrizes $A(\delta)$ com incertezas na forma politópica pode ser descrita pelo conjunto: $A = \{A : A = \sum_{i=1}^j q_i \cdot A_i, \sum_{i=1}^j q_i = 1, q_i \geq 0\}$, onde o conjunto A é convexo, fechado e as matrizes A_i são conhecidas (TROFINO *et al.*, 2003).

Trofino *et al.* (2003) esclarece que a importância neste tipo de abordagem, para descrever as incertezas, é a convexidade do conjunto resultante. Pela propriedade de convexidade pode-se afirmar que, se um conjunto de restrições de desigualdades e igualdades estiver satisfeito nos vértices, então garante-se que estas mesmas restrições estão satisfeitas no interior da região formada por estes vértices. Lamentavelmente surge o problema da explosão exponencial das condições a serem testadas. Por exemplo, para um sistema com 8 elementos incertos, tem-se que verificar 2^8 vértices.

Fundamentado no modelo incerto de conversor de Três-Portas descrito previamente, o objetivo da síntese do controlador é obter um ganho \mathbf{K} de realimentação ($u(t) = -\mathbf{K} \cdot x$), onde as incertezas estão restritas em (4.15). Note que o modelo incerto está dentro de um domínio politópico formado por $L = 2^4$ vértices, notoriamente para o caso de um controlador LPV.

4.3 Audiossusceptibilidade e decomposição SVD do conversor de Três-Portas

Neste item abordaremos sobre os oportunos resultados relacionados ao conversor, que foram constatados e que representam conceitos importantes que necessitam de exposição e esclarecimento, de forma a contribuir para a evolução deste estudo acerca do conversor de Três-Portas.

4.3.1 Audiossusceptibilidade

Mello (1996) explana que a forma como a tensão de saída varia com as alterações na tensão de entrada pode ser definida como audiossusceptibilidade do conversor. Muitas fontes DC-DC podem possuir como tensão de entrada, tensões retificadas e filtradas por meio de capacitores. Acontece que se a tensão de entrada do conversor possuir uma componente de sinal alternado, ou mesmo um pequeno ruído oscilatório, este será transmitido e amplificado para a saída por meio da audiossusceptibilidade.

Dito isso, para que se possa discutir no tocante à frequência de ressonância do conversor, fez-se necessário, primeiramente, encontrar o modelo de espaço de estados médio do conversor, em seguida, identificaram-se os canais de distúrbios e determinaram-se as matrizes do modelo. Todo esse aparato é fundamental para que, neste subitem, se possa considerar a análise dos diagramas de Bode das funções de transferência da tensão de saída do conversor. O intuito é verificar qual faixa de frequências serão amplificadas na saída do conversor e qual o fator de

amplificação. Para tal atribuição, precisa-se dispor das funções de transferência do conversor que relacionam V_0 com as entradas $u(t)$ (d_1 e d_2) para o modelo levantado, considerando que os distúrbios são pequenas flutuações, inseridas de forma aditiva, nas razões cíclicas. De acordo com o modelo de espaço de estados representado pelas equações (4.16), (4.17), (4.18) e (4.19),

$$\hat{x}_1(t) = \bar{A}_1 \cdot \hat{x}_1(t) + \bar{B}_{21} \cdot \hat{d}(t), \quad (4.16)$$

$$\hat{x}_2(t) = \bar{A}_2 \cdot \hat{x}_2(t) + \bar{B}_{22} \cdot \hat{d}(t), \quad (4.17)$$

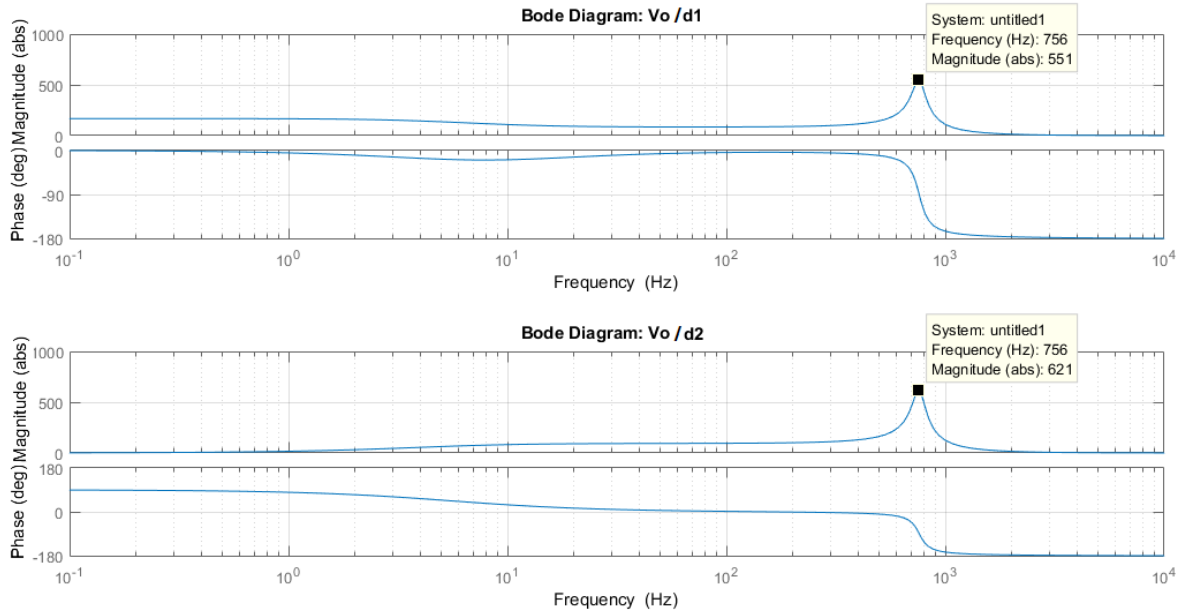
$$y_1 = C_1 \cdot \hat{x}_1(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \hat{x}_1(t) \quad e \quad (4.18)$$

$$y_2 = C_2 \cdot \hat{x}_2(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \hat{x}_2(t). \quad (4.19)$$

e desprezando as bilinearidades, pode-se verificar, pelas curvas de Bode, qual frequência é amplificada na saída do conversor. As Figuras 72 e 73 mostram as curvas de Bode para as funções de transferência $\frac{V_0}{d_1}$ e $\frac{V_0}{d_2}$ nos dois modos de operação.

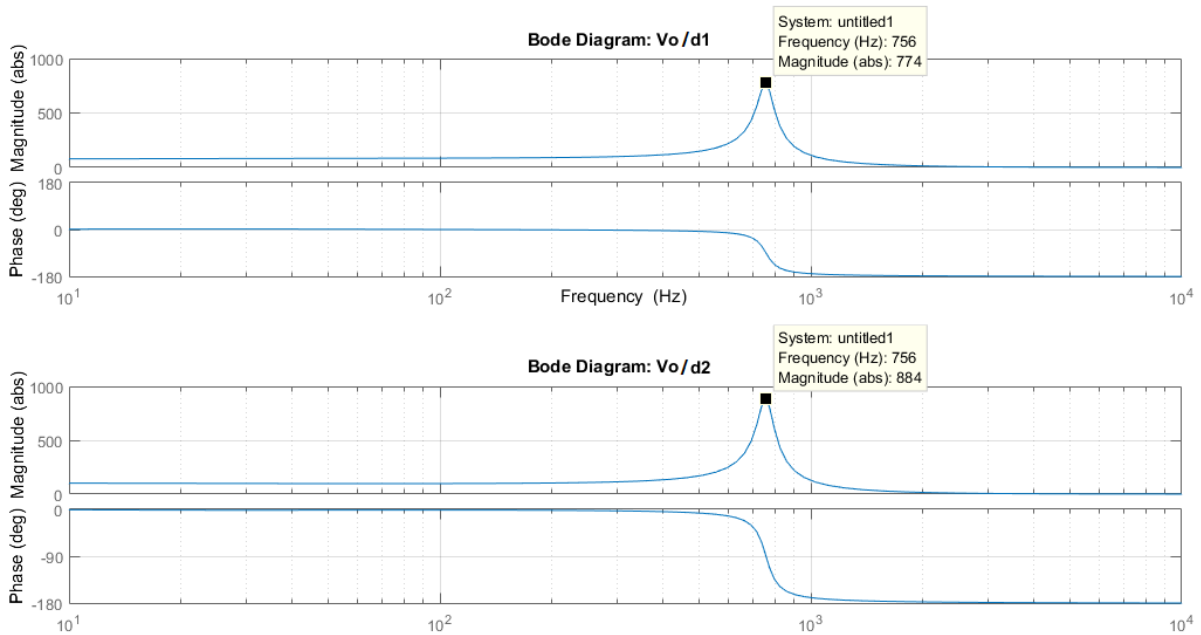
A análise dos gráficos das Figuras 72 e 73 sugere que a tensão de saída V_0 do conversor de Três-Portas é fortemente susceptível às perturbações nas razões cíclicas na frequência de ressonância de 756Hz. Presume-se que uma perturbação nas razões cíclicas, nessa frequência, será fortemente amplificada.

Figura 72 – Diagrama de Bode da tensão de saída perturbada pelas razões cíclicas d_1 e d_2 para o Modo de Operação I.



Fonte: Acervo do autor.

Figura 73 – Diagrama de Bode da tensão de saída perturbada pelas razões cíclicas d_1 e d_2 para o Modo de Operação II.



Fonte: Acervo do autor.

A Figura 74 mostra o diagrama de blocos que caracteriza a simulação da amplificação dos distúrbios inseridos nas razões cíclicas em regime D_1 e D_2 , previamente calculadas pela equações apresentadas a seguir:

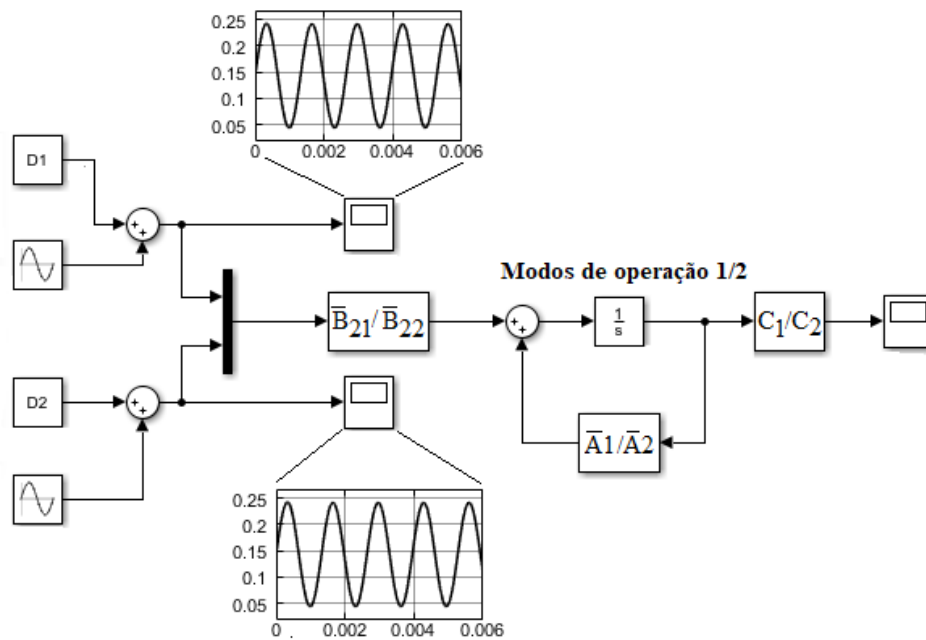
$$D_1 = \frac{V_0}{2 \cdot n \cdot V_b} \quad e \tag{4.20}$$

$$D_2 = \frac{V_b \cdot D_1}{V_{in} - V_b}, \quad (4.21)$$

onde $V_0 = 24V$, $n=3$, $V_b = 24V$ e $V_{in} = 48V$. Este cenário de simulação retrata a circunstância em que o regime de estado estacionário é alcançado em malha aberta, e subitamente, ruídos são adicionados aos valores em regime das razões cíclicas nos dois modos de operação do conversor. Primeiro para as equações em espaços de estados no Modo *I* e logo após, para o Modo *II*.

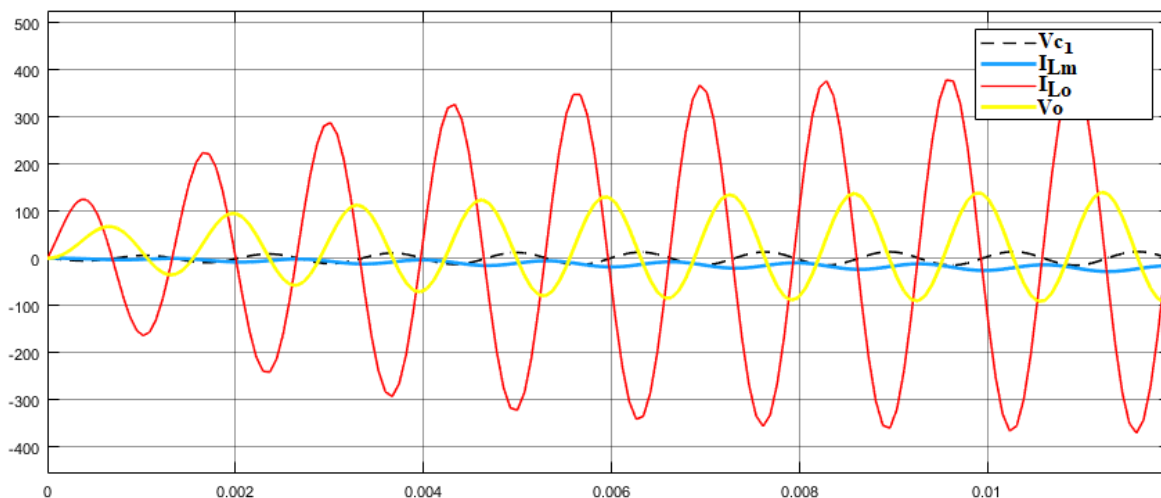
O desfecho da simulação do contexto supracitado pode ser verificado nas Figuras 75 e 76, que sucintamente mostram a inserção do distúrbio senoidal de 0,1V de amplitude, na frequência de 756Hz, sobre as razões cíclicas retratada na Figura 74, para os dois modos de operação do conversor, respectivamente.

Figura 74 – Diagrama de Blocos que representa o cenário de amplificação de distúrbios nas razões cíclicas em malha aberta .



Fonte: Acervo do autor.

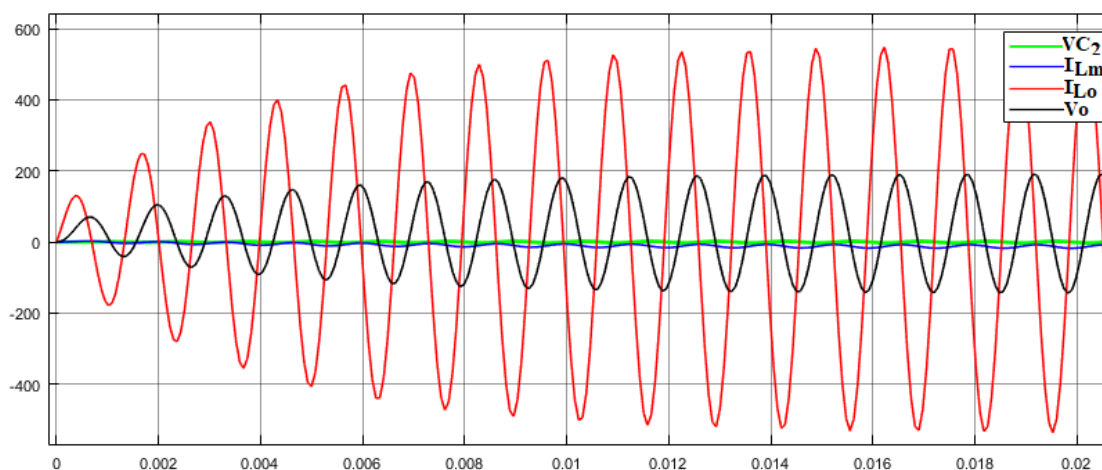
Figura 75 – Saída mostrando a amplificação de distúrbio nas variáveis de estado do conversor para o Modo II.



Fonte: Acervo do autor.

Note as amplitude nas curvas que representam a saída do conversor para as variáveis de estado I_{Lo} e V_0 , que são as mais sensíveis às variações em D_1 e D_2 . Observe que a ressonância ocorre com mais intensidade sobre a corrente no indutor de saída do conversor. O seu efeito sobre a tensão de saída ocorre, mas é reduzido se comparado com a amplitude da corrente de saída.

Figura 76 – Saída mostrando a amplificação de distúrbio nas variáveis de estado do conversor para o Modo I.



Fonte: Acervo do autor.

Atente na Figura 76 o mesmo efeito de amplificação do sinal senoidal, e como era de se esperar, com maior intensidade, devido ao ganho absoluto na frequência de ressonância de 1,40 vezes maior em D_1 e 1,42 maior em D_2 , se compararmos os valores absolutos dos picos de

ressonância dos Modos *I* e *II*, representados nas Figuras 72 e 73.

Por fim, resta ainda verificar como a tensão de saída é afetada pelos distúrbios de tensão no painel e na bateria. Novamente, amparados pelas curvas de Bode das funções de transferência $\frac{V_0}{V_b}$ e $\frac{V_0}{V_{in}}$, as Figuras 77 e 78 mostram os valores absolutos na frequência de ressonância para os dois modos de operação, respectivamente. As funções de transferência da tensão de saída perturbada pelas tensão na bateria e tensão no painel podem ser determinadas pelas equações a seguir:

$$\hat{x}_1(t) = \bar{A}_1 \cdot \hat{x}_1(t) + \bar{B}_{11} \cdot \hat{w}(t), \quad (4.22)$$

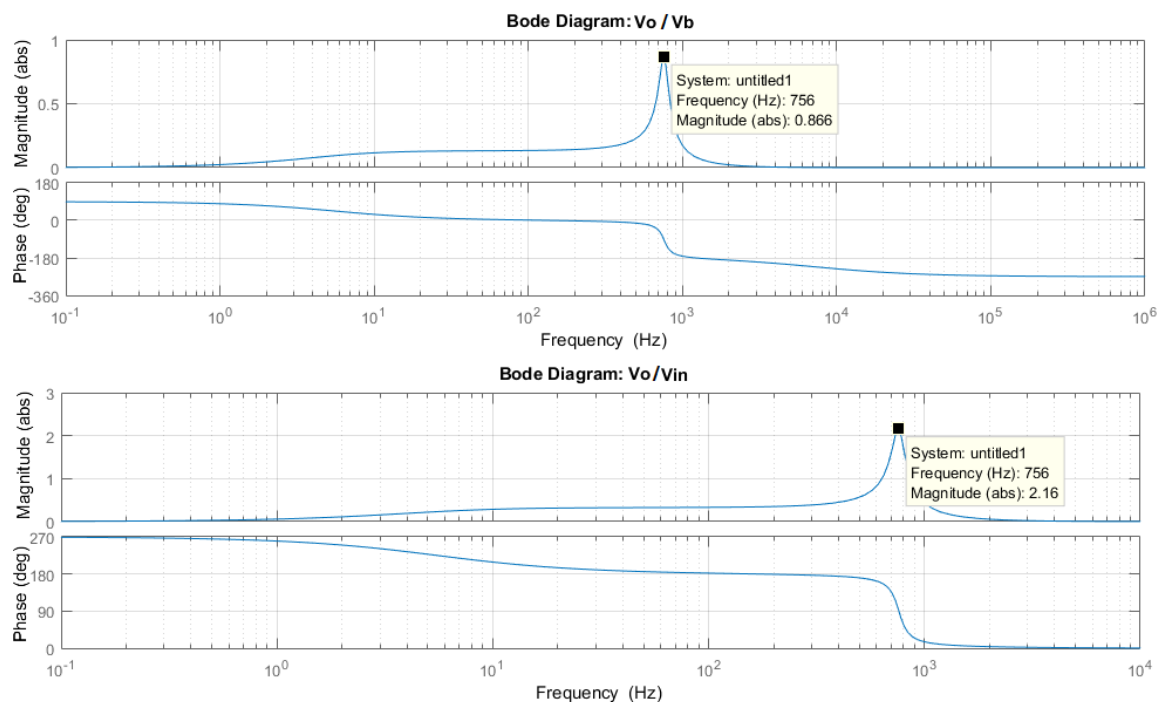
$$\hat{x}_2(t) = \bar{A}_2 \cdot \hat{x}_2(t) + \bar{B}_{12} \cdot \hat{w}(t), \quad (4.23)$$

$$y_1 = C_1 \cdot \hat{x}_1(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \hat{x}_1(t) \quad e \quad (4.24)$$

$$y_2 = C_2 \cdot \hat{x}_2(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \hat{x}_2(t). \quad (4.25)$$

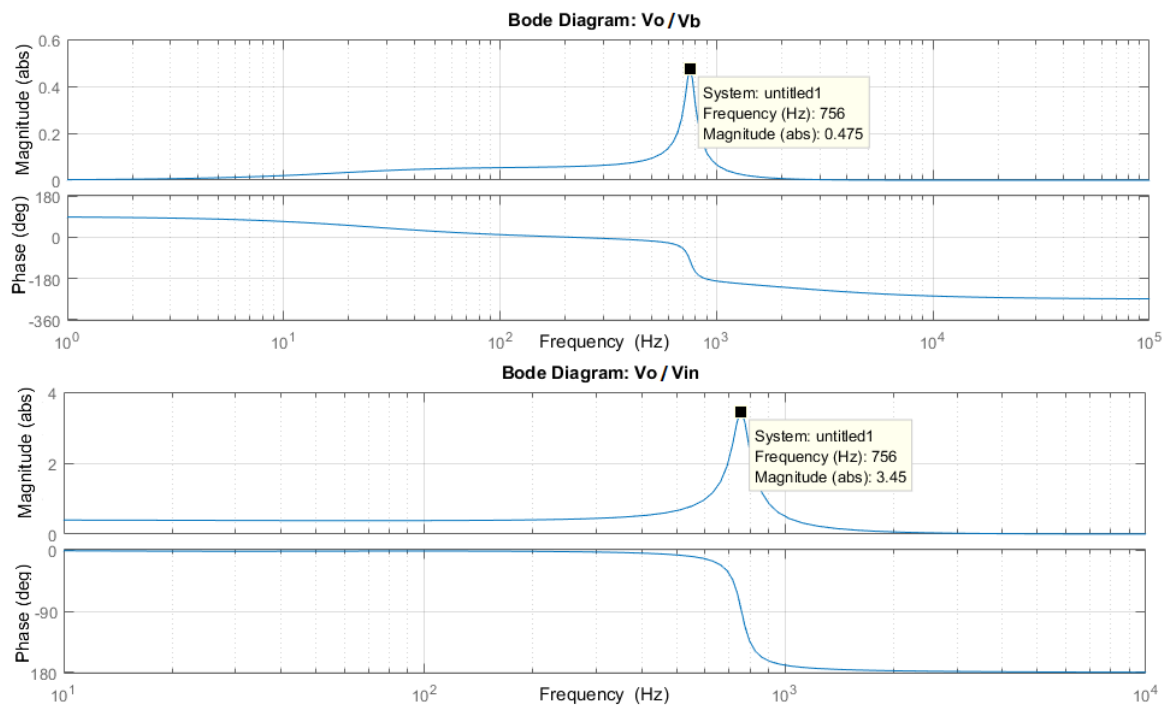
As curvas de Bode $\frac{V_0}{V_b}$ e $\frac{V_0}{V_{in}}$, para os dois modos de operação, mostram que a ressonância ocorre, novamente, na frequência de 756Hz, embora, nesta análise, a magnitude da amplificação seja bastante diminuta. A análise das Figuras 77 e 78 sugerem que a tensão de saída V_0 do conversor de Três-Portas é mais susceptível as perturbações oriundas dos painéis fotovoltaicos. Assim, qualquer perturbação na tensão do painel nessa frequência vai ressoar na saída amplificada de 2,16 vezes no modo *I* e 3,47 vezes para o modo *II*. Em relação a perturbações relacionadas a tensão da bateria V_b , os seus efeitos são diminutos nos dois modos de operação, conforme as curvas V_0/V_b .

Figura 77 – Diagrama de Bode da tensão de saída perturbada pelas tensões na bateria e painel, V_b e V_{in} , para o Modo de Operação I.



Fonte: Acervo do autor.

Figura 78 – Diagrama de Bode da tensão de saída perturbada pelas tensões na bateria e painel, V_b e V_{in} , para o Modo de Operação II.

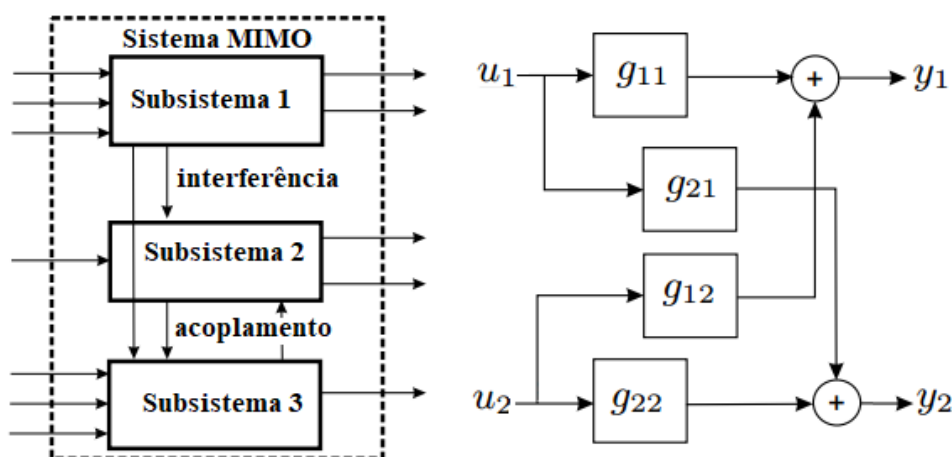


Fonte: Acervo do autor.

4.3.2 Análise da Direcionalidade do Controle em Sistemas MIMO via SVD

A principal diferença entre um sistema escalar (SISO) e um sistema MIMO é a presença de direções nos sistemas multivariáveis. Estas direções dizem respeito ao fluxo de controle dos sistemas e são extremamente relevantes para vetores e matrizes. A decomposição do valor singular (SVD) fornece uma maneira de quantificar a direcionalidade do controle multivariável ou seja, por meio da SVD, pode-se constatar qual à direção de entrada com a maior amplificação ou mesmo qual é a direção de saída na qual as entradas são mais efetivas. Em muitos casos, um processo complexo pode ser dividido em subprocessos para que as variáveis possam ser agrupadas em vários conjuntos correspondentes a cada subsistema. Estes subsistemas, no entanto, têm alguma interação, conforme conceitua a Figura 79.

Figura 79 – Sistema MIMO como um conjunto de subsistemas acoplados.



Fonte: Adaptado de Albertos e Antonio (2006).

Albertos e Antonio (2006) esclarecem que existem dois tipos de interação:

- Interferência: ocorre quando uma variável de um subsistema influencia em outros subsistemas, embora o fluxo dessa influência seja unidirecional, conforme mostra a Figura 79;
- Acoplamento: existe um caminho de influência cruzada, como se existisse uma malha de realimentação oculta.

A primeira tentativa de aplicação de controle multivariável surgiu na indústria e baseou-se na divisão dos diversos sensores e atuadores que compunham a planta em subconjuntos e então, projetar malhas de controle usando um dos conjuntos de sensores e um dos conjuntos de atuadores. A questão fundamental que surgia dessa abordagem era como selecionar o

conjunto sensor/atuador mais adequado. O estudo de técnicas que permitissem inferir sobre como selecionar um par entrada/saída de forma que um problema de controle complexo fosse subdividido em problemas supostamente mais simples, sem troca de informações entre esses controladores começou, então, a ganhar espaço. Essa estratégia é chamada de controle *multi-loop* (ALBERTOS; ANTONIO, 2006).

Embora a concepção do controle *multi-loop* fosse sofisticada, sua eficácia pode não se comprovar em sistemas fortemente acoplados, pois como há interação entre os diversos sistemas da planta, o acoplamento pode comprometer a estabilidade. Neste caso, o objetivo é atingir um nível aceitável de desempenho em uma planta com m controladores SISO, cada um deles tentando manter sob controle uma saída particular y_j por meio de um atuador u_i (de um total de m entradas e m saídas). Como nesta situação o número de combinações possíveis é $m!$ (fatorial de m) então é necessária uma metodologia para avaliar o grau de interação entre as malhas.

Desta forma, técnicas como o Critério de Niederlinski (*Niederlinski Index* (NI)), Matriz de Ganho Relativo (RGA, do inglês *Relative Gain Array*) e a Decomposição de Valores Singulares surgiram como forma de quantificar a escolha do par entrada/saída mais adequado para o projeto do controlador ou controladores.

O critério de Niederlinski estabelece que dado um sistema multivariável estável $G_{m \times m}$ e um controlador diagonal com ação integral $K(s)$, a malha fechada será instável se $L = G(0) \cdot K(0)$ verificar a condição de sinal, ou seja, para alcançar estabilidade é preciso evitar emparelhamentos que correspondam a valores negativos de estado estacionário. Assim, um valor negativo para NI, quando todos as malhas de controle estão fechadas, implica que o sistema será integralmente instável para todos os valores possíveis dos parâmetros do controlador. Como orienta Ajayi e Ogboh (2012), para projetar um sistema de controle descentralizado para um processo, dada a função de transferência, usa-se o RGA para obter um emparelhamento provisório das malhas de controle e o NI é usado para verificar a estabilidade do sistema de malha fechada usando o emparelhamento RGA recomendado. O NI é definido como:

$$NI = \frac{\det [G(0)]}{\prod_{i=1}^n g_{ii}}, \quad (4.26)$$

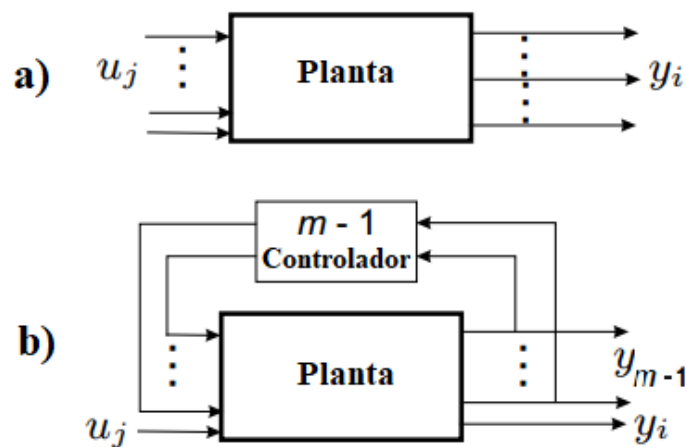
onde $G(0)$ é o ganho em regime da matriz de transferência do sistema (matriz de ganho DC) e g_{ii} são os termos da diagonal principal de $G(0)$ (AJAYI; OGBOH, 2012).

Já a metodologia RGA é um procedimento de escolha empregado para ajudar a determinar se um par entrada/saída específico (u_i/y_i) é uma escolha apropriada para implementação

de um controle SISO, no sentido de que o acoplamento e a interação com outras malhas será reduzido (ALBERTOS; ANTONIO, 2006), (BRISTOL, 1966).

A ideia por trás do RGA baseia-se em um experimento onde uma planta MIMO com u_j entradas e y_i saídas, por exemplo, e efetuando-se o controle desta planta, todas as saídas, exceto y_i , estão sob a ação de um controle ótimo, ou seja, muito próximo de seu ponto de operação, usando todos os $(m - 1)$ atuadores, exceto o u_j . A Figura 80 ilustra o que foi previamente mencionado.

Figura 80 – Controle *Multi-loop* de um sistema MIMO com $m-1$ controladores ótimos operacionais.



a) Malha aberta; b) Todos, exceto uma malha (par u_j/y_i) estão fechados. Fonte: Adaptado de Albertos e Antonio (2006).

Então, se um sinal de entrada for aplicado a u_j , o sistema de controle tentará neutralizar o efeito dessa entrada nas saídas controladas, pois, devido ao acoplamento, este sinal atuaria como um distúrbio nas outras malhas. Conseqüentemente, as ações de controle $\{u_1, \dots, u_{j-1}, u_{j+1}, \dots, u_n\}$ não serão zero e as saídas $\{y_1, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_n\}$ serão aproximadamente zero se o controle estiver bem projetado, ou seja, rejeitando a influência da entrada não controlada. Admita que a função de transferência em malha aberta entre a entrada e a saída do sistema MIMO da Figura 80 seja dada por:

$$y = G(s) \cdot u = \sum_{k=1}^n g_{ik} \cdot u_k. \quad (4.27)$$

Isolando o termo u , tem-se:

$$u = G^{-1}(s) \cdot y = \sum_{k=1}^n t_{lk} \cdot y_k, \quad (4.28)$$

onde o componente t_{lk} representa o elemento genérico da matriz G^{-1} .

Como todas as saídas, menos uma, são aproximadamente zero e o efeito do sinal de entrada foi neutralizado, podemos considerar: $u_j = t_{ji} \cdot y_i$, que representa a situação onde todas, menos uma saída (y_i) são zero. Assim, $y_i = \tilde{g}_{ij} \cdot u_j$, onde $\tilde{g}_{ij} = 1/t_{ij}$ é uma função de transferência denominada aparente. Como a influência do sinal injetado em u_j foi neutralizado pelos outros controladores ótimos, o efeito é como se um controlador "oculto", com função de transferência \tilde{g}_{ij} , estivesse regulando y_i . Assim, se um controlador g_{ij} for similar a \tilde{g}_{ij} , a presença do resto dos outros controladores não irá ter influência no comportamento da malha do sistema SISO do modelo g_{ij} , tornado-se um bom proponente à malha denominada independente, ou com acoplamento insignificante. A maneira de medir a correlação entre \tilde{g}_{ij} e g_{ij} e verificar se:

$$\lambda_{ij} \approx \frac{g_{ij}}{\tilde{g}_{ij}} \approx 1. \quad (4.29)$$

Extrapolando λ_{ij} para todos os possíveis pares do sistema MIMO, teremos a matriz ganho relativo RGA, que agora pode ser definida como:

$$\Lambda(0) = G(0) \times (G(0)^t)^{-1} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \cdots & \lambda_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{i1} & \cdots & \lambda_{ij} \end{bmatrix}, \quad (4.30)$$

onde $G(0)^t$ é a matriz transposta de $G(0)$. Para sistemas não quadrados usa-se a pseudo-inversa de $G(0)^t$.

Esses coeficientes podem ser interpretados como a relação entre o ganho estático SISO em malha aberta e o ganho com um controlador ótimo no restante das malhas, usando as outras variáveis de entrada. Albertos e Antonio (2006) sugerem algumas regras gerais relacionadas aos coeficientes da matriz $\Lambda(0)$ que podem auxiliar na interpretação e escolha do par y_i/u_j . São elas:

- $\lambda_{ij} \approx 1$: O par $y_i - u_j$ é um bom candidato para um laço SISO independente, ou seja, fracamente acoplado aos outros laços;
- $\lambda_{ij} < 0$: a função de transferência g_{ij} aparente tem um sinal diferente em malha aberta, havendo chance de instabilidade em malha fechada. Skogestad e Postlethwaite (2007) mostraram que em controladores de ação integral, usar um emparelhamento RGA negativo levará a pelo menos uma destas três situações: (a) todos os laços em malha fechada instáveis; (b) o laço $(y_i - u_j)$, cujo λ_{ij} tem sinal negativo, é instável; (c) instabilidade em pelo menos um laço;

- λ_{ij} pequeno (positivo): o ganho de malha fechada aparente é muito maior que o de laço aberto, podendo causar degradação de desempenho ou até mesmo instabilidade em malha fechada. Ele identifica uma entrada que tem pouco efeito em uma saída específica em laço aberto, mas com efeito significativo malha fechada devido ao acoplamento. Provavelmente não é um bom candidato a um laço de controle SISO;
- λ_{ij} grande (positivo): o ganho de malha aberta é maior que o de malha fechada, consequentemente, o controle pode se tornar ineficaz ao fechar o restante dos laços.

As combinações decididas por essas regras podem ajudar a escolher um bom par $y_i - u_j$ como malha SISO para que o desacoplamento possa ser efetuado e assim, o respectivo controlador possa ser projetado.

Como um exemplo, suponha um sistema MIMO com três entradas e três saídas, com matriz de ganho DC e respectiva matriz RGA dadas por:

$$G(0) = \begin{pmatrix} -1 & 1,5 & 2,8 \\ 4 & 1,6 & 4 \\ 0,15 & 2 & -0,1 \end{pmatrix}, \Lambda(0) = G(0) \times (G(0)^t)^{-1} = \begin{pmatrix} 0,2600 & 0,0478 & \mathbf{0,6922} \\ \mathbf{0,7328} & -0,0163 & 0,2835 \\ 0,0073 & \mathbf{0,9685} & 0,0242 \end{pmatrix}.$$

Através das regras sugeridas por Albertos e Antonio (2006) e analisando a matriz RGA do aludido exemplo, podem-se sugerir como pares SISO para o projeto das malhas de controle: $y_2 - u_1$, $y_1 - u_3$ e $y_3 - u_2$.

Para o conversor três-portas estudado neste trabalho acadêmico, as matrizes RGA para os dois modos de operação são evidenciadas a seguir:

$$\Lambda(0)_{modo_1} = \begin{bmatrix} -0,0419 & 0,0432 \\ 0,0430 & \mathbf{0,9568} \\ 0,1075 & 0 \\ \mathbf{0,8914} & 0 \end{bmatrix} \text{ e} \quad (4.31)$$

$$\Lambda(0)_{modo_2} = \begin{bmatrix} -0,0079 & 0,0088 \\ \mathbf{0,5473} & \mathbf{0,4519} \\ 0,0495 & 0,0580 \\ \mathbf{0,4110} & \mathbf{0,4812} \end{bmatrix}. \quad (4.32)$$

Analisando (4.31) e (4.32), podem-se sugerir os pares:

- Modo 1: $y_2 - d_2$; $y_4 - d_1$;

- Modo 2: $y_2 - d_1; y_2 - d_2; y_4 - d_1; y_4 - d_2$.

As matrizes RGA nas equações (4.31) e (4.32) nos dizem ainda um pouco mais. Note em 4.31 que para a saída V_0 , o coeficiente relacionado a razão cíclica d_2 é nulo, denotando haver pouca ou nenhuma influência da entrada d_2 no controle da tensão de saída. Já em relação a (4.32), esta influência já ocorre com mais intensidade, dada a proximidade dos valores dos coeficientes λ_{41} e λ_{42} . Esta análise pode ser corroborada através da SVD do conversor.

Skogestad e Postlethwaite (2007) estenderam o conceito da RGA para quantificar sensibilidade à incertezas, para sistemas com plantas não quadradas e decisão acerca da escolha de pares $y_i - u_j$ para uso em controle descentralizado. Vejamos então as conclusões dos autores.

A RGA como indicador de sensibilidade à incertezas:

- Incerteza nos canais de entrada- plantas com grandes valores nos elementos da matriz RGA são fundamentalmente difíceis de controlar devido à sensibilidade à incerteza de entrada (por exemplo, causada por dinâmicas incertas ou negligenciadas do atuador). Em particular, desacopladores ou outros controladores baseados em inversos não devem ser usados em plantas com grandes componentes RGA;
- Incerteza do elemento- grandes valores dos coeficientes da RGA implicam sensibilidade à incerteza elemento-a-elemento. Contudo, este tipo de incerteza pode não ocorrer na prática devido a acoplamentos físicos entre os elementos da função de transferência.

Para plantas não quadradas, pelo uso da pseudo-inversa da matriz de ganhos DC, Skogestad e Postlethwaite (2007) enunciaram que:

- Se a soma dos elementos em uma coluna da matriz RGA for muito menor que a unidade, então pode-se desconsiderar a influência da correspondente entrada. Note em (4.31) e (4.32) que as somas dos elementos das colunas é aproximadamente a unidade;
- Se a soma dos elementos em uma linha da RGA for muito menor que a unidade, então a correspondente saída pode não ser controlada. Em (4.31) e (4.32), a soma dos elementos referentes a tensão de saída V_0 do conversor é aproximadamente 1 para os dois modos de operação. Segundo os autores, os controles da corrente no indutor de saída, da tensão no painel e da tensão na bateria podem se tornar muito difíceis de serem alcançados.

E, não menos importante, o uso da RGA na escolha de pares para o controle descentralizado. Basicamente, tem-se:

- Integridade- para plantas estáveis deve-se evitar pares entrada-saída com elementos negativos na matriz RGA em regime permanente. Caso contrário, se os sub-controladores

forem projetados independentemente cada um com sua ação integral, então as interações causarão instabilidade quando todos os laços estiverem fechados;

- Estabilidade- prefira pares com correspondente coeficiente da matriz próximo a zero na frequência de cruzamento.

Finalmente, abordar-se-a a decomposição em valores singulares de plantas MIMO e a interpretação deste importante resultado na aplicação do controle do conversor trimodal.

Segundo Skogestad e Postlethwaite (2007), qualquer matriz complexa $A_{l \times m}$ pode ser fatorada em uma decomposição de valor singular

$$A_{l \times m} = U_{l \times l} \Sigma_{m \times m}^H, \quad (4.33)$$

onde as matrizes U e V são unitárias (uma matriz U complexa é unitária se $U^H = U^{-1}$, ou seja, a matriz hermitiana é igual a sua inversa) e a matriz $\Sigma_{l \times m}$ contém a matriz diagonal dos valores singulares não-negativos, σ_i , arranjados em ordem decrescente como em

$$\Sigma_{l \times m} = \begin{bmatrix} \Sigma_1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad l \geq m, \quad (4.34)$$

onde $\Sigma_1 = \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k$, com σ_i dado por

$$\sigma_i(A) = \sqrt{\lambda_i(G^H G)}, \quad (4.35)$$

e λ_i representa os autovalores da matriz $(G^H G)$.

Os valores singulares são chamados de valores principais ou ganhos principais ou ainda direções principais, e em geral, devem ser computados numericamente. Essa informação nos diz qual é a entrada com maior influência e em qual direção ocorrerá a maior amplificação. A direção mais forte irá corresponder ao maior valor singular, enquanto que a mais fraca, corresponde ao menor valor singular.

As matrizes unitárias U e V formam bases ortonormais para o espaço da coluna (saída) e o espaço de linha (entrada) de A . Os vetores de coluna de V , denotados v_i , são chamados de vetores singulares de entrada e os vetores de coluna de U , denotados u_i , são chamados de vetores singulares de saída.

Então, de posse dos valores singulares, por SVD, pode-se determinar se um dado sistema MIMO é dito iterativo ("bem"condicionado) ou "mal"condicionado. O termo condicionado refere-se as combinações $y_i - u_j$, de sorte que o sistema é mal condicionado se algumas combinações das entradas ter um forte efeito sobre as saídas, enquanto outras combinações têm

um efeito fraco nas saídas. Já um sistema é dito iterativo se todas as entradas afetam todas as saídas. Isso pode ser quantificado pelo número condicional $\gamma(A)$, que representa a razão entre os ganhos nas direções fortes e fracas, dada por

$$\gamma(A) \triangleq \frac{\overline{\sigma}(A)}{\underline{\sigma}(A)}, \quad (4.36)$$

onde $\overline{\sigma}(A)$ representa o maior valor singular e $\underline{\sigma}(A)$ o menor valor singular. Uma sistema com um valor de $\gamma(A)$ excessivo denota um sistema mal condicionado.

Em relação ao conversor Três-Portas estudado, as decomposições por valores singulares, para os dois modos de operação são dadas por:

- Modo 1

$$\mathbf{A}_{modo_1} = \begin{bmatrix} -0,0126 & -0,0333 & 0,3278 & 0,9441 \\ 0,9999 & 0,0040 & 0,0042 & 0,0120 \\ -0,0014 & 0,3278 & 0,8960 & -0,2995 \\ -0,0041 & 0,9441 & -0,2995 & 0,1373 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2708,3 & 0 \\ 0 & 132 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,6682 & 0,7440 \\ 0,7440 & 0,6682 \end{bmatrix}. \quad (4.37)$$

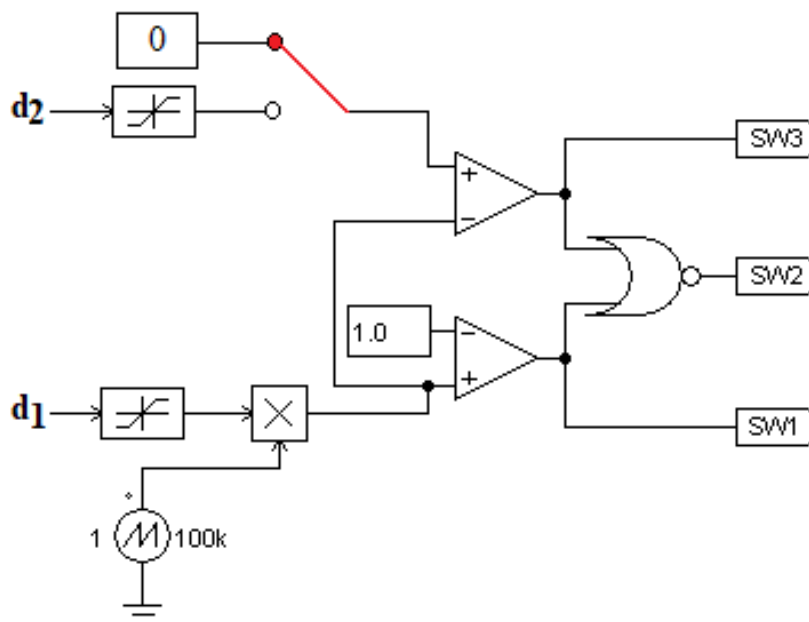
- Modo 2

$$\mathbf{A}_{modo_2} = \begin{bmatrix} -0,0274 & -0,0141 & 0,3279 & 0,9942 \\ -0,9996 & 0,0048 & -0,0090 & -0,0258 \\ -0,0014 & -0,3280 & 0,8909 & -0,3143 \\ -0,0041 & -0,9446 & -0,3143 & 0,0949 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 579,33 & 0 \\ 0 & 134,2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,6675 & -0,7746 \\ -0,7746 & -0,6675 \end{bmatrix}. \quad (4.38)$$

Observando a decomposição para o modo 1, verificamos que o ganho relativo à entrada d_1 é 2.708,3 e para a entrada d_2 é de 132. O número condicional $\frac{\overline{\sigma}(1)}{\underline{\sigma}(1)} \simeq 205$. Isto significa que a entrada d_1 tem forte influência no controle da tensão de saída do conversor. Para o modo 2, o desfecho não é diferente, embora em menor escala, pois o ganho relativo à entrada d_1 é 579,33 e para a entrada d_2 é de 134,2. Logo, o número condicional $\frac{\overline{\sigma}(2)}{\underline{\sigma}(2)} \simeq 43$. Estes resultados mostram que a razão cíclica d_2 tem pouca influência no controle da tensão de saída do conversor. A saturação de d_2 não vai influenciar ou levar o sistema a instabilidade, de sorte que d_2 pode saturar ou até mesmo ser desligada, que a tensão de saída do conversor continuará sendo regulada. Claro que desligar d_2 tem suas consequências, que no modulador PWM utilizado, resulta no não fechamento da chave SW3, que neste trabalho tem a função desmagnetizar o transformador do

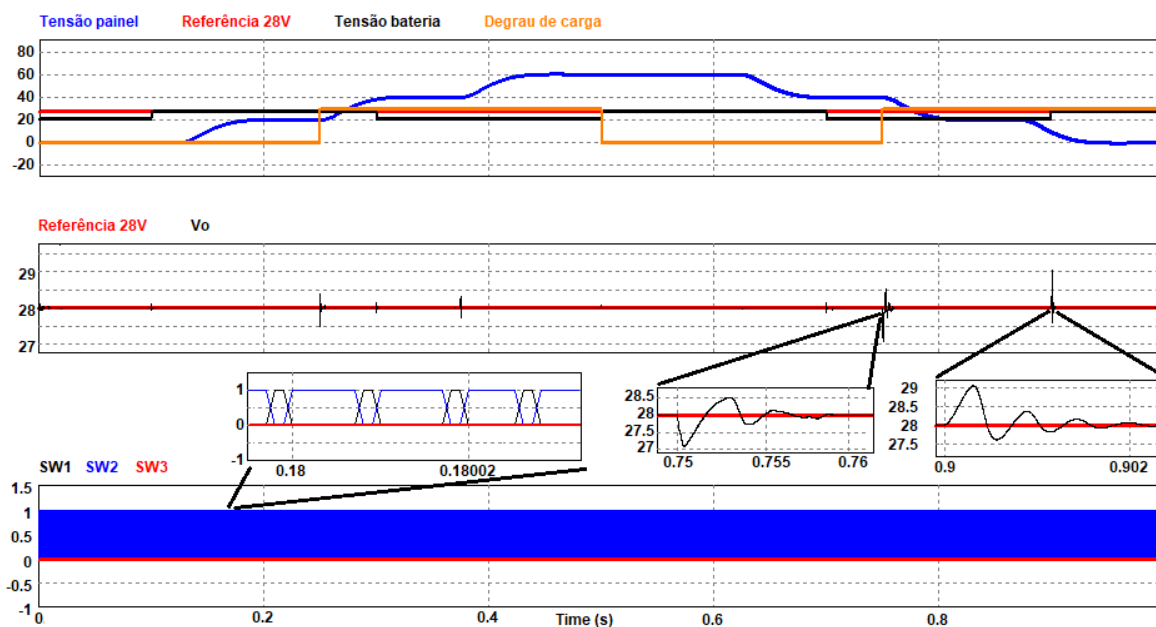
conversor. As Figuras 81 e 82 mostram o desligamento da razão cíclica d_2 e o experimento de simulação que retrata essa situação, mostrando que a chave SW3 não é acionada.

Figura 81 – Modulador PMW com a razão cíclica d_2 desligada.



Fonte: Adaptado de Al-Atrash *et al.* (2007).

Figura 82 – Regulação da tensão de saída do conversor com a razão cíclica d_2 desligada.



Fonte: Acervo do autor.

Perceba na Figura 82 que a chave SW3 permanece em nível lógico 0 durante todo o ciclo operacional de trabalho do conversor e mesmo assim, a regulação da tensão de saída em 28V é mantida.

Vamos agora tratar de todo o arcabouço técnico necessário relacionado à teoria do Controle Robusto, de forma a situar o leitor adequadamente para que os propósitos e contribuições deste trabalho possam ser compreendidos.

4.3.3 *Síntese de Controladores Robustos por Estabilização Quadrática*

Conforme relata Montagner *et al.* (2005), as desigualdades matriciais lineares possibilitam haver a existência de um ganho de realimentação de estados para sistemas contínuos variantes no tempo, sistemas discretos e sistemas politópicos de domínios convexos. Segundo o autor, os sistemas LPV dependem de parâmetros incertos mensuráveis, ou seja, incertezas que possam ser medidas de forma *on-line*, fornecendo informação em tempo real para que as estratégias de ganho sejam capazes de melhorar as características de desempenho em malha fechada.

Se estratégias de controle baseadas em ganho escalonado forem utilizadas, de acordo com Montagner *et al.* (2005) apud Shamma e Athans (1991), bons resultados surgem se os parâmetros do sistema estão sujeitos a variações lentas no tempo. Em caso contrário, o desempenho em malha fechada pode ser deteriorado, levando a comportamentos instáveis. Desta forma, quando as taxas de variação dos parâmetros variáveis no tempo não são conhecidas a priori ou mesmo quando os parâmetros podem variar instantaneamente, como no caso de sistemas chaveados (nosso conversor), as abordagens usuais LPV podem não ter o desempenho esperado, inviabilizando sua aplicação (LIBERZON; MORSE, 1999).

Nestas circunstâncias, uma ferramenta importante se faz útil para garantir a estabilidade em malha fechada, sendo fornecida pela existência de uma matriz constante de Lyapunov (estabilidade quadrática). De fato, a estabilidade quadrática tem sido largamente usada para lidar com controle robusto e síntese de filtragem robusta, tanto para parâmetros incertos no tempo quanto variáveis no tempo, incluindo desempenho de H_∞ e outros requisitos como alocação de polos.

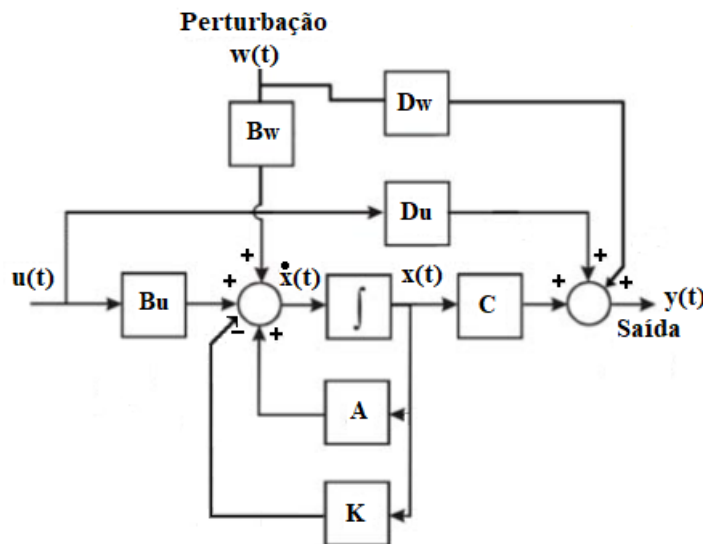
O controle por estabilização quadrática garante somente a estabilização do sistema, não garantindo então, uma minimização de erro de regime consideravelmente adequada, pois não trata de minimizar as influências das perturbações no sistema. Este fato pode ser claramente

observado devido às LMIs que envolvem sua síntese não conterem a matriz de perturbação do sistema B_w . Inicialmente trataremos do regulador contínuo e em seguida, para um sistema LPV.

Desta forma, podemos definir o problema de síntese robusta da seguinte maneira: Como projetar um controlador para que, em malha fechada, o sistema satisfaça requisitos desejados, para todas as incertezas e perturbações admissíveis? Nesta ocasião trataremos apenas do problema de estabilização de sistemas lineares invariantes no tempo e incertos, por realimentação de estados.

Considere o sistema mostrado na Figura 83, que retrata regulador em espaços de estados, com realimentação negativa dos ganhos, contendo a matriz de perturbação B_w e D_w , na entrada e saída, respectivamente.

Figura 83 – Sistema regulador por realimentação de estados.



Fonte: Adaptado de Neto (2012).

As equações gerais de estado são dadas por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_u u(t) + B_w w(t) \quad e \\ y(t) &= Cx(t) + D_u u(t) + D_w w(t), \end{aligned} \quad (4.39)$$

onde $x(t) \in R^n$ representa o vetor de variáveis a serem controladas, $u(t) \in R^m$ é o vetor das entradas de controle, $w(t) \in R^m$ retrata o vetor de perturbações, $y(t) \in R^n$ é o vetor de saída de interesse, $A \in R^{n \times n}$ é a matriz dinâmica do sistema, $B_u \in R^{n \times m}$ caracteriza a matriz de controle e por fim, $B_w \in R^{n \times m}$ indica a matriz de perturbação do sistema.

Supondo que todos os estados são mensuráveis, seja $K \in R^n$ uma matriz de realimen-

tação de estados, ou seja, $u(t) = -Kx(t)$ e desprezando as matrizes D_w e D_u , tem-se:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= (A - B_u K)x(t) + B_w w(t) \quad e \\ y(t) &= Cx(t).\end{aligned}\tag{4.40}$$

A matriz de malha fechada A_{cl} é definida como $A_{cl} = (A - B_u K)$ e o sistema fica então descrito por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - B_u K & B_w \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix}.\tag{4.41}$$

Para o sistema em questão ser estável, $\exists P = P^T \succ 0$ tal que $A^T P + PA \succ 0$. Vejamos então o desenvolvimento:

$$\begin{aligned}(A - B_u K)^T P + P(A - B_u K) &< 0, \\ P^{-1} \left[(A - B_u K)^T P + P(A - B_u K) \right] P^{-1T} &< 0 \quad e \\ P^{-1} A^T - P^{-1} K^T B_u^T + A P^{-1} - B_u K P^{-1} &< 0.\end{aligned}$$

Substituindo $P^{-1} = Q$, com $Q = Q^T \succ 0$, tem-se:

$$QA^T - QK^T B_u^T + AQ - BKQ < 0.$$

Substituindo $KQ = L$, tem-se:

$$QA^T - L^T B_u^T + AQ - BL < 0,\tag{4.42}$$

onde o controlador K é calculado por $K = LQ^{-1}$, que representa um controlador quadraticamente estabilizante por realimentação de estados.

Tratemos agora de um sistema linear variante no tempo dado por (MONTAGNER *et al.*, 2005):

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(\alpha(t))x(t) + B_1(\alpha(t))w(t) + B_2(\alpha(t))u(t) \quad e \\ z(t) &= C(\alpha(t))x(t) + D_1(\alpha(t))w(t) + D_2(\alpha(t))u(t),\end{aligned}\tag{4.43}$$

onde $x(t) \in R^n$ representa o vetor de estados, $u(t) \in R^m$ é o vetor das entradas de controle, $w(t) \in R^r$ retrata o vetor de entradas exógenas, $z(t) \in R^p$ é o vetor de saídas controladas, $A(\cdot) \in R^{n \times n}$, $B_1(\cdot) \in R^{n \times r}$, $B_2(\cdot) \in R^{n \times m}$, $C(\cdot) \in R^{p \times n}$, $D_1(\cdot) \in R^{p \times r}$, $D_2(\cdot) \in R^{p \times m}$ são limitados pelo

politopo Ψ dado por:

$$\begin{aligned} \Psi &= \{(A, B_1, B_2, C, D_1, D_2)(\alpha(t)) \\ &: (A, B_1, B_2, C, D_1, D_2)(\alpha(t)) = \sum_{j=1}^N \alpha_j(t) (A, B_1, B_2, C, D_1, D_2)_j, \\ &\sum_{j=1}^N \alpha_j(t) = 1, \alpha_j(t) \geq 0, j = 1, \dots, N\} \end{aligned} \quad (4.44)$$

Por (4.44) pode-se afirmar que as matrizes do sistema dependem temporalmente de $\alpha(t)$. Assim, existe uma lei de controle por realimentação de estados dependente de parâmetros, $u(t) = K(\alpha(t))x(t)$, com $K(\alpha(t)) \in R^{m \times n}$, tal que:

$$\begin{aligned} A_{cl}(\alpha(t)) &\triangleq A(\alpha(t)) + B_2(\alpha(t))K(\alpha(t)) \quad e \\ C_{cl}(\alpha(t)) &\triangleq C(\alpha(t)) + D_2(\alpha(t))K(\alpha(t)), \end{aligned} \quad (4.45)$$

e o sistema em malha fechada é dado por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_{cl}(\alpha(t))x(t) + B_1(\alpha(t))w(t) \quad e \\ z(t) &= C_{cl}(\alpha(t))x(t) + D_1(\alpha(t))w(t). \end{aligned} \quad (4.46)$$

Então, de acordo com Montagner *et al.* (2005), o sistema dado por (4.43) é quadraticamente estabilizável por realimentação de estados se:

Lemma 1: Se existe uma matriz simétrica definida positiva $W \in R^{n \times n}$ e a matriz $Z \in R^{m \times n}$ tal que

$$A_j W + W A_j^T + B_{2j} Z + Z^T B_{2j}^T < 0, \quad j = 1, \dots, N, \quad (4.47)$$

então o sistema incerto $(A, B_2)(\alpha(t))$ é quadraticamente estabilizável por realimentação de estados com $K = ZW^{-1}$ e $P = W^{-1}$ é a matriz de Lyapunov que garante a estabilidade quadrática em malha fechada.

Observando-se (4.47), pode-se perceber que as matrizes A e B_2 tem sub-índice j , ou seja, alteram-se temporalmente. Apesar desta variação, apenas um único ganho K é encontrado para todas as variações de A_j e B_{2j} , ou seja, um único ganho K satisfaz todos os vértices do politopo Ψ . A solução exige apenas uma única matriz W e uma única matriz Z .

Prova: Primeiro vamos reescrever a matriz A_{cl} como: $A_{cl} = A_j + B_{2j}K$.

Partindo de Lyapunov, temos:

$$\begin{aligned} A_{cl}^T(\alpha(t))P + P A_{cl}(\alpha(t)) &< 0 \quad e \\ [A_j + B_{2j}K]^T P + P [A_j + B_{2j}K] &< 0. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Pre-multiplicando e pós-multiplicando 4.48 por P^{-1T} e por P^{-1} , tem-se:

$$\begin{aligned} P^{-1T} [A_j^T P + K^T B_{2j}^T P + P A_j + P B_{2j} K] P^{-1} < 0 \quad e \\ P^{-1} A_j^T + P^{-1} K^T B_{2j}^T + A_j P^{-1} + B_{2j} K P^{-1} < 0. \end{aligned} \quad (4.49)$$

Substituindo $P^{-1} = W$, com $W = W^T \succ 0$, tem-se:

$$W A_j^T + W K^T B_{2j}^T + A_j W + B_{2j} K W < 0. \quad (4.50)$$

Por fim, substituindo $Z = K W$ e $Z^T = W^T K^T$, tem-se:

$$A_j W + W A_j^T + B_{2j} Z + Z^T B_{2j}^T < 0, \quad (4.51)$$

com $K = Z W^{-1}$.

Desta forma, através do **Lemma 1**, é possível garantir estabilidade em malha fechada para sistemas incertos por meio de realimentação de estados.

4.3.4 Região de D -estabilidade

A teoria de Lyapunov pode ser estendida para tratar do problema da região de D -estabilidade, em que se deseja verificar se todos os polos do sistema em malha fechada estão localizados em determinadas regiões convexas do plano complexo, denominadas de regiões LMI. Pode também ser definida como um tipo de restrição à resposta da planta, delimitando a área de alocação dos polos em malha fechada do sistema, contidos na matriz principal A_{cl} (GAHINET *et al.*, 1994), (DUAN; YU, 2013). Com isso, a região de D -estabilidade tem a função de controlar a resposta do sistema em malha fechada delimitando o posicionamento dos zeros e polos, podendo deixar a resposta mais rápida, lenta, amortecida ou não.

Essa área pode ser delimitada pelas mais diversas formas. Elas podem ser retas verticais ou horizontais, círculos e cones. Ao se definir a região com que se deseja limitar a ação da planta, é preciso transformar essas regiões geométricas em um conjunto de desigualdades matriciais. Cada forma geométrica apresenta uma função característica equivalente que integra ao conjunto de LMIs do sistema.

De um modo geral, a LMI da região de D -estabilidade no plano complexo apresenta a seguinte estrutura, (GAHINET *et al.*, 1994), (AGUIRRE *et al.*, 2007):

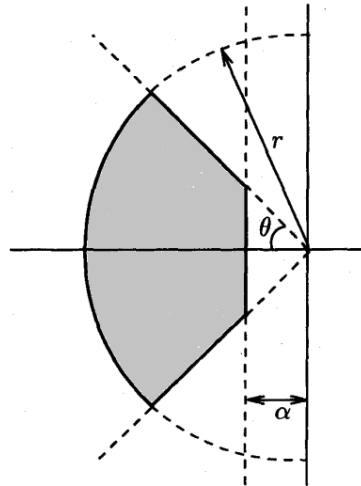
$$D \triangleq \{z \in \mathbb{C} / L + zM + \bar{z}M^T \prec 0\}, \quad (4.52)$$

onde $L = L^T$ e M são matrizes reais. Logo, a função característica de D , que representa a forma geométrica estruturada como uma desigualdade matricial linear, é:

$$f_D(z) = L + zM + \bar{z}M^T \prec 0. \quad (4.53)$$

Essas regiões ou formas geométricas podem ser implementadas juntas, de maneira a se construir uma região mais complexa que satisfaça a solução do problema e que apresente uma região convexa. Um exemplo dessa zona de D -estabilidade composta por mais de uma área pode ser vista na Figura 84. Neste exemplo a região onde os polos serão situados é definida por uma circunferência centrada em zero e raio r (GAHINET *et al.*, 1994), e também por uma região cônica com ângulo de θ e início em $-\alpha$.

Figura 84 – Região de D-estabilidade via LMI.



Fonte: Adaptado de Gahinet *et al.* (1994).

De acordo com o posicionamento dos polos dentro dessa área, o sistema pode obter diferentes respostas. O que significa que, para uma planta com mesma região de estabilidade, pode-se apresentar polos em malha fechada em diferentes posições, internas a área, conforme outras restrições sejam impostas no momento da otimização do sistema.

Dentre as diversas propostas de regiões LMI para o posicionamento dos polos, podem-se citar:

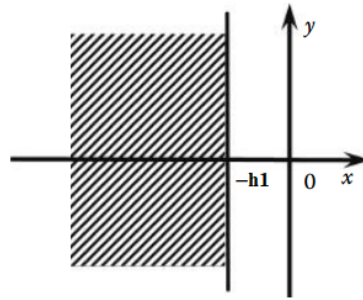
- Região formada pelos pontos com eixo real em $\Re(z) < -h1$:

$$f_D(z) = z + \bar{z} + 2h1 < 0. \quad (4.54)$$

A Figura 85 mostra esta região.

A LMI resultante desta função é encontrada substituindo, em (4.54), $(1, z, \bar{z})$ por (P, AP, PA^T) , onde o algarismo 1 multiplica o termo $2h1$. Assim, a LMI que restringe o

Figura 85 – Região de D-estabilidade para reta -h1.



Fonte: Adaptado de Duan e Yu (2013).

semiplano esquerdo a partir da reta que cruza o eixo real em $-h1$ é dada por:

$$M_D(A, P) = AP + AP^T + 2h1P \prec 0 \quad e \quad (4.55)$$

$$P \succ 0.$$

É preciso levar em consideração que, devido à realimentação de estados pelo controlador K , uma nova matriz de estados A é utilizada. E por fim, considerando o processo de mudança de variável mostrado na inequação (4.42), com $P^{-1} = Q$, $A_{cl} = A - B_u K$, $KQ = L$ e $Q = Q^T \succ 0$, a inequação (4.55) pode ser reescrita da seguinte maneira:

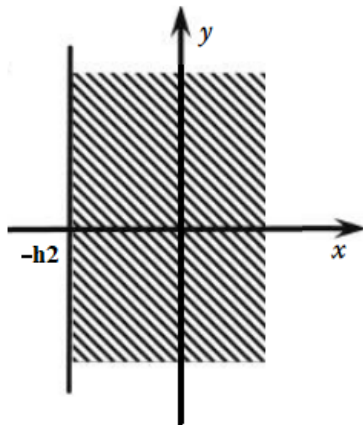
$$AQ + QA^T - B_u L - L^T B_u L^T - 2h1Q \prec 0. \quad (4.56)$$

- Região formada pelos pontos com eixo real em $\Re(z) > -h2$:

$$f_D(z) = -z - \bar{z} - 2h2 < 0. \quad (4.57)$$

A Figura 86 mostra esta região. A LMI resultante desta função é encontrada substi-

Figura 86 – Região de D-estabilidade para reta -h1.



Fonte: Adaptado de Duan e Yu (2013).

tuindo, em (4.57), $(1, z, \bar{z})$ por (P, AP, PA^T) , onde o algoritmo 1 multiplica o termo $2h2$. Assim,

a LMI que restringe o semiplano direito a partir da reta que cruza o eixo real em $-h_2$ é dada por:

$$M_D(A, P) = -AP - AP^T - 2h_2P \prec 0 \text{ e} \quad (4.58)$$

$$P \succ 0.$$

No caso da utilização de uma segunda reta, que irá restringir o semiplano direito, a LMI pode ser definida como maior que zero:

$$AQ + QA^T + B_2Y + Y^T B_2^T - 2h_2Q \succ 0 \text{ e} \quad (4.59)$$

$$Q \succ 0.$$

- Disco de raio r centrado na origem:

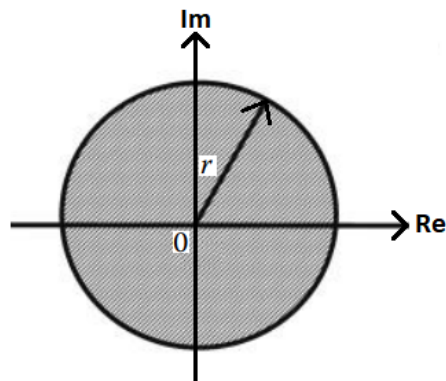
$$\begin{bmatrix} -r & z \\ \bar{z} & -r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r & 0 \\ 0 & -r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \bar{z} \prec 0. \quad (4.60)$$

Ou seja, para um círculo de raio r definido na origem do plano s , tem-se a seguinte LMI:

$$M_D(A, X) = \begin{bmatrix} -rX & AX \\ XA^T & -rX \end{bmatrix} \prec 0. \quad (4.61)$$

A Figura 88 mostra esta região.

Figura 87 – Região de D-estabilidade para o círculo de raio r .



Fonte: Adaptado de Duan e Yu (2013).

- Região cônica de ângulo 2θ :

$$f_D(z) = \begin{bmatrix} \text{sen}(\theta)(z + \bar{z}) & \text{cos}(\theta)(z - \bar{z}) \\ \text{cos}(\theta)(\bar{z} - z) & \text{sen}(\theta)(z + \bar{z}) \end{bmatrix} \prec 0. \quad (4.62)$$

Utilizando-se do mesmo artifício de substituição feito entre as inequações (4.42) e (4.56), para um cone definido no semiplano esquerdo, tem-se a seguinte LMI:

$$M_D(A, P) = \begin{bmatrix} \text{sen}(\theta)(AP + PA^T) & \text{cos}(\theta)(AP - PA^T) \\ \text{cos}(\theta)(PA^T - AP) & \text{sen}(\theta)(AP + PA^T) \end{bmatrix} \prec 0 \text{ e} \quad (4.63)$$

$$P \succ 0.$$

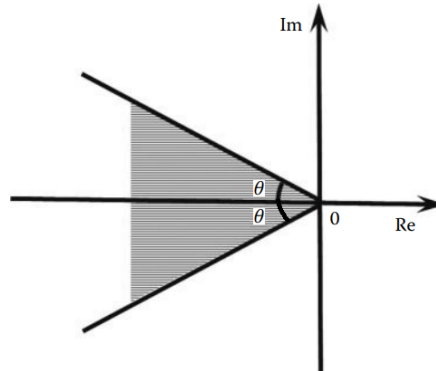
A LMI que define a região cônica também pode ser escrita para o modelo completo, considerando realimentação do sistema e a substituição de variáveis.

$$\begin{bmatrix} \text{sen}(\theta)(AQ + B_2Y + QA^T + Y^T B_2^T) & \text{cos}(\theta)(AQ + B_2Y - QA^T - Y^T B_2^T) \\ \text{cos}(\theta)(-AQ - B_2Y + QA^T + Y^T B_2^T) & \text{sen}(\theta)(AQ + B_2Y + QA^T + Y^T B_2^T) \end{bmatrix} \prec 0 \text{ e} \quad (4.64)$$

$$Q \succ 0.$$

A Figura 88 mostra esta região.

Figura 88 – Região cônica de ângulo 2θ .



Fonte: Adaptado de Duan e Yu (2013).

Os valores de h_1 , h_2 e θ podem ser adotados de acordo com o projetista e o tipo de resposta desejada. Na seção 4.4.2 será evidenciada a região de D-Estabilidade escolhida.

4.3.5 Norma H_∞ de Sistemas

Um dos principais objetivos deste trabalho é o de se manter a estabilidade do conversor, mesmo após perturbações externas. Dessa forma é importante estudar a resposta do

sistema para esses distúrbios, assim como as maneiras de se atenuar os efeitos dessas perturbações. Com este objetivo, a norma H_∞ visa encontrar um controlador que garanta a performance do sistema.

Desta forma a resposta de um sistema em espaço de estados genérico devido à entrada de um distúrbio externo pode ser expressa conforme segue. Considere o seguinte sistema nominal:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) \quad e \\ z(t) &= C_z x(t) + D_{zw} w(t), \quad x(0) = 0, \end{aligned} \quad (4.65)$$

onde $x(t) \in R^n$ é o vetor de estados, $z(t) \in R^{n_z}$ é o vetor de saída controlada, e $w(t) \in R^{n_w}$ é a entrada de distúrbio externo. A função de transferência que relaciona esta entrada de perturbação com a saída controlada é:

$$T_{wz}(s) = C_z(sI - A)^{-1}B_1 + D_{zw}. \quad (4.66)$$

Uma das maneiras mais comuns de se quantificar esta resposta, Equação (4.66), é a chamada norma H_∞ . Esta norma está associada ao maior ganho que se pode ter entre uma entrada e uma saída. A norma H_∞ do sistema, é, por definição, o valor supremo entre a energia do sinal de saída e entrada, (TROFINO *et al.*, 2003).

$$\|T_{wz}(s)\|_\infty \triangleq \sup_{\omega(t) \neq 0} \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} < \gamma, \quad (4.67)$$

onde $\|\cdot\|_\infty$ e $\|\cdot\|_2$ representam as normas Infinita e Euclidiana, respectivamente, e γ define o nível de robustez.

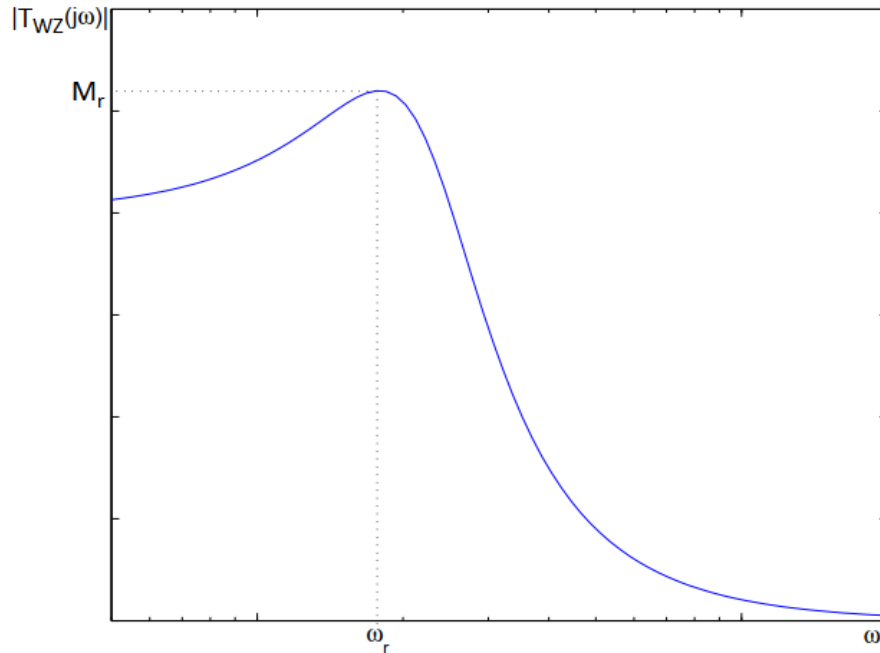
Para sistemas SISO, a entrada $w(t)$, a saída $z(t)$ e a função de transferência $T_{WZ}(s)$ (Eq. 4.66) são escalares. Neste caso, a resposta em frequência fornece o cômputo da norma H_∞ através do pico de ressonância, que é o maior ganho que o sistema pode oferecer ao sinal de entrada, como mostra a Figura 89.

Desta forma, a norma H_∞ pode ser representada como:

$$\|T_{WZ}\|_\infty = \max_w |T_{WZ}(j\omega)| = M_r. \quad (4.68)$$

Para sistemas MIMO a ideia consiste em determinar numericamente um limitante superior para $\|T_{WZ}\|_\infty < \gamma$ utilizando a definição (4.67), que basicamente significa buscar um escalar positivo através da minimização de γ de forma iterativa. Este problema pode ser

Figura 89 – Resposta em frequência de um sistema SISO.



Fonte: Adaptado de (TROFINO *et al.*, 2003).

resolvido de várias maneiras, como por exemplo, através da equação de Riccati, por meio de matriz Hamiltoniana ou por LMIs (TROFINO *et al.*, 2003).

A norma H_∞ também pode ser definida através do "*Bounded Real Lemma*", (DUAN; YU, 2013), que define que a matriz "A" é assintoticamente estável se existir uma matriz de Lyapunov (X_∞), definida positiva, a partir da minimização de γ , (AGUIRRE *et al.*, 2007):

$$\min \gamma^2 = \gamma_{otimo},$$

$$X_\infty = X_\infty^T > 0 \text{ e}$$

$$\begin{pmatrix} A_{cl}X_\infty + X_\infty A_{cl}^T & B_{cl} & X_\infty C_{cl\infty}^T \\ B_{cl}^T & -\gamma I & D_{cl\infty}^T \\ X_\infty C_{cl\infty} & D_{cl\infty} & -\gamma I \end{pmatrix} < 0. \quad (4.69)$$

O sistema permanece estável para valores de γ maiores do que o mínimo encontrado. Porém, de maneira prática, é ideal que se adote um valor de γ que seja ligeiramente superior do que o γ_{oti} , (AGUIRRE *et al.*, 2007), onde o γ_{oti} é o limite para a estabilidade do sistema.

Considerando o sistema realimentado por um controlador K , tem-se que: $A_{cl} = (A + B_2K)$, $B_{cl} = B_1$, $C_{cl\infty} = (C_1 + D_{zu}K)$, e $D_{cl\infty} = D_{zw}$. Fazendo essas substituições na inequação (4.69) e utilizando do artifício da mudança de variável, já discutido anteriormente, tem-se que o

Bounded Real Lemma pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\begin{pmatrix} QA^T + Y^T B_2^T + AQ + B_2 Y & B_1 & (C_z Q + D_{zu} Y)^T \\ B_1^T & -\gamma I & D_{zw}^T \\ C_z Q + D_{zu} Y & D_{zw} & -\gamma I \end{pmatrix} < 0. \quad (4.70)$$

4.4 Controlador Robusto Centralizado à Ganhos Fixos para o Conversor de Três-Portas via LMIs: Modos de Operação I e II

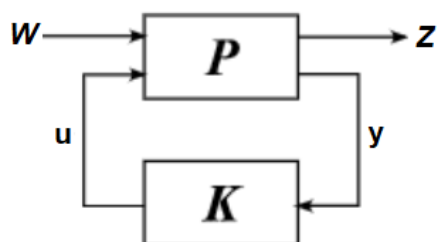
Na seção que tratou da Audiossusceptibilidade do conversor, percebeu-se que as perturbações inseridas nas tensões de entrada e nas razões cíclicas, em 756Hz, tiveram seu efeito intensificado na corrente de saída do conversor e na tensão de saída, embora de forma mais acentuada sobre a corrente do indutor de saída, como fora discutido anteriormente.

Em muitas aplicações, e com o nosso conversor não é diferente, é importante se ter garantias de que possíveis perturbações ocorrendo no sistema não afetam de maneira proibitiva as variáveis de interesse sob controle. A capacidade de um sistema de controle de limitar os efeitos indesejáveis dessas perturbações é denominada de rejeição de perturbações e pode ser quantificada de várias formas. Geralmente se faz uso das normas de sistemas (com relação ao ganho do operador entrada de perturbação – saída de interesse) como forma de medir o grau de influência das perturbações externas sobre as saídas de interesse (TROFINO *et al.*, 2003). Sabe-se que a norma H_∞ de um sistema qualquer representa o maior ganho da sua resposta em frequência, ou seja, o ganho na frequência de ressonância. Desta forma, fica justificado a minimização das normas H_∞ aplicadas ao conversor de Três-Portas em relação as perturbações nas tensões da bateria e painéis fotovoltaicos. Pode-se então projetar controladores que levem em consideração a otimização do desempenho do sistema e a garantia de robustez através da norma H_∞ .

Neste contexto, para o conversor Três-Portas, as entradas exógenas são as perturbações nas tensões da bateria e painéis fotovoltaicos. Essas perturbações também incluem distúrbios e ruídos nos sensores. Conseqüentemente, para o nosso conversor, teremos um canal de saída, conforme generalizado na Figura 90, minimizando as normas H_∞ de W para Z e garantindo ao mesmo tempo um nível de atenuação de distúrbios para um único canal.

Os controladores por realimentação de estados serão projetados em duas etapas. Primeiro, desconsiderando as bilinearidades do conversor, vamos determinar a lei de controle do

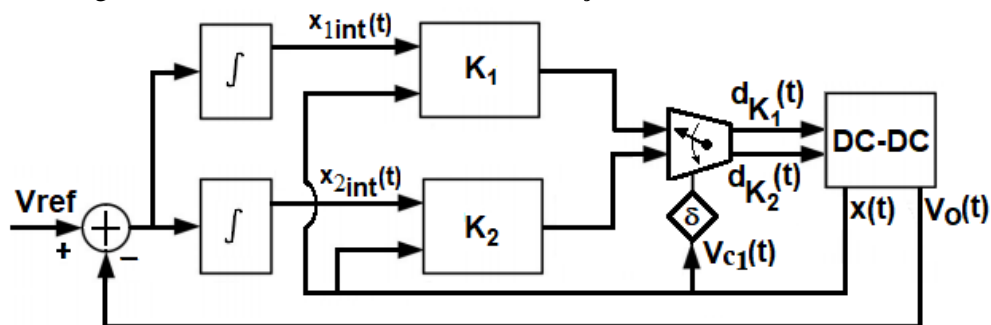
Figura 90 – Configuração geral do controle.



Fonte: (HERNANDEZ-TORRES *et al.*, 2010).

tipo $u(t) = -Kx(t)$, onde $K \in R^{n_u \times n}$ é a matriz de ganhos de realimentação a ser determinada, n_u é o número da colunas da matriz que multiplica o sinal de controle e n representa a quantidade variáveis de estado, de tal forma que o sistema em malha fechada satisfaça os seguintes requisitos: (i) o regime permanente seja atingido, isto é, sistema seja exponencialmente estável e (ii) que a resposta transitória satisfaça certos critérios de desempenho desejados. Observe que a todo instante de tempo o valor das variáveis de estado $x(t)$ estará disponível na saída dos medidores e portanto o sinal de controle $u(t) = -Kx(t)$ pode ser aplicado instantaneamente nos atuadores do sistema, conforme mostram as Figura 91, de forma mais geral, e sua representação em diagramas de blocos como um sistema servomecanismo, representado na Figura 92.

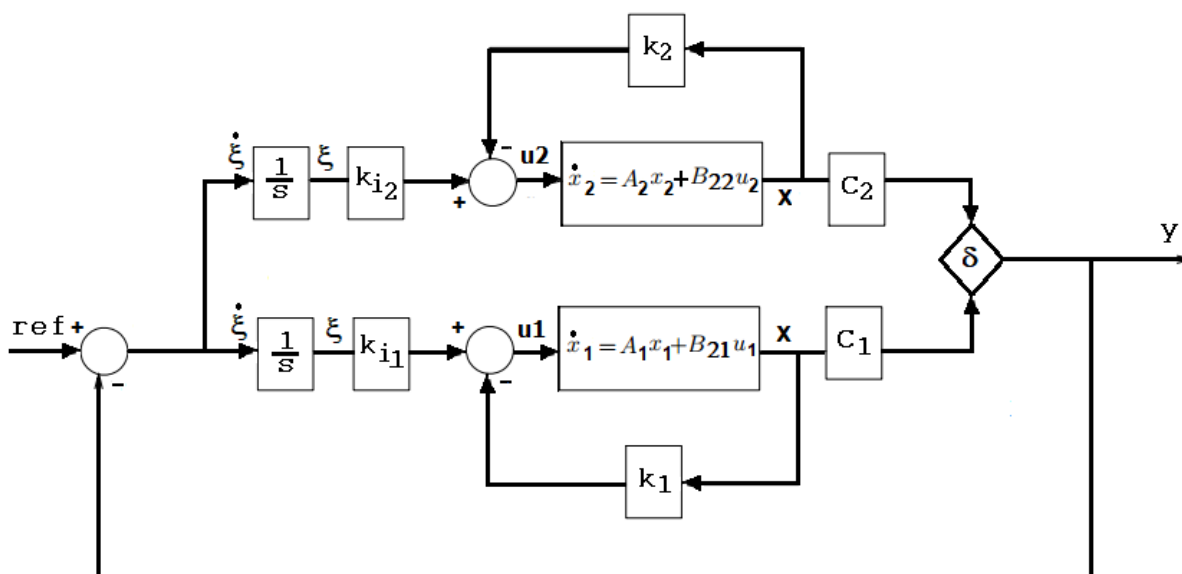
Figura 91 – Diagrama de blocos do sistema de realimentação de estados.



Fonte: Acervo do autor.

A título de reminiscência, salienta-se que o conversor possui dois modos de operação, que trabalham de forma mutuamente exclusiva. No modo **I**, a tensão no capacitor conectado ao painel solar (V_{C2}) figura como uma variável de estado, e o conversor opera sobre a égide do controlador K_1 , enquanto as condições de operação que habilitam o controlador K_1 permanecem. Se as condições mudam, o controlador K_2 é então selecionado, passando a governar a saída do conversor. No modo **II** de operação, a tensão sobre o capacitor ligado à bateria (V_{C1}) é variável de estado, de sorte que as matrizes A , B_2 e B_1 , encontradas para o modo **I**, são diferentes para o modo **II**, vide equações (4.3) e (4.4).

Figura 92 – Realimentação em espaço de estados



Fonte: Acervo do autor.

Empenhando-se em dar ao leitor uma visão mais ampla da forma como se dá o controle por realimentação de estados no nosso conversor, tentou-se redesenhar o diagrama de blocos ilustrado na Figura 92, ampliando a percepção do inter-relacionamento das razões cíclicas d_1 e d_2 com as variáveis de estado, com os ganhos por realimentação e com a saída, de forma que pode-se perceber, por exemplo, que os distúrbios ocorrem nas tensões da bateria e painel. Evidentemente que os detalhes referentes a síntese dos ganhos do controlador não ficaram lícitos nas ilustrações que foram expostas até agora, mas esta incumbência é mister neste capítulo e será dentro em pouco esclarecida.

A Figura 93 mostra o sistema completo para o modo de operação *I* (para o modo *II* é similar). Note que os estados são "medidos" e em seguida somados com os seus respectivos valores em regime. Esse algebrismo já foi comentado em outra oportunidade neste trabalho quando foi explicitado que uma variável de estado qualquer é a soma do seu valor em regime ao estado perturbado. Como os ganhos do controlador foram calculados para os termos perturbados (vide a modelagem de espaços de estado médio), então, para obter o valor perturbado, precisa-se subtrair o valor medido do valor de regime, o que é feito prontamente. De posse dos termos perturbados, multiplica-se cada variável perturbada por um ganho (calculado previamente). Lembre que as razões cíclicas $d_1(t)$ e $d_2(t)$ foram definidas, também, como valor em regime mais valor perturbado: $d_1(t) = D1 + \hat{d}_1(t)$ e $d_2(t) = D2 + \hat{d}_2(t)$.

Dito isso pode-se esclarecer um pouco mais sobre o projeto do controlador de realimentação de estado. Este consiste basicamente na descrição das restrições em LMIs: a estabilidade do conversor no sentido de condição de Lyapunov, um nível mínimo de rejeição de perturbação e restrições de alocação de pólos. Neste contexto, para o conversor de três portas, as entradas exógenas são as perturbações nas tensões da bateria e dos painéis fotovoltaicos. Assim, é necessário minimizar a norma H_∞ de \hat{v}_b e \hat{v}_{in} para a saída controlada.

Em malha fechada, como dito anteriormente, o conversor possui dois modos de operação, que funcionam de forma mutuamente exclusiva. No Modo *I*, a dinâmica do conversor é governada pela equação (4.1) (desprezando as bilinearidades) e o conversor opera sob o controle de K_1 . No Modo *II*, a equação (4.2) (desprezando as bilinearidades) representa o conversor e o controlador K_2 regula sua tensão de saída. O modo *I* será o modo padrão, onde o conversor funcionará na maior parte do tempo. Quando o conversor está no Modo *I*, o controlador verifica continuamente a tensão do capacitor da bateria V_{C1} e, em seguida, muda para o Modo *II* se a tensão da bateria atingir 26V. Assim, existem dois ciclos de trabalho ($d_1(t)$ e $d_2(t)$) para cada controlador K_1 e K_2 , respectivamente, que será selecionado pela tensão do capacitor da bateria V_{C1} , conforme mostrado na Figura 91.

Os controladores de realimentação de estado são projetados pela lei de controle $d(t) = -Kx(t)$, onde $K \in R^{n_u \times n}$ é a matriz de ganho de realimentação para ser determinado, n_u é o número de sinais de controle e n representa o número de variáveis de estado tal que o sistema em malha fechada satisfaça os seguintes requisitos: (i) o sistema é exponencialmente estável; (ii) a resposta transitória atende aos critérios de desempenho desejados. Assim, $\hat{d}_1(t)$ e $\hat{d}_2(t)$ são dados por:

$$(K_1) \left\{ \begin{array}{l} \hat{d}_1(t) = (-k_{11})\hat{v}_{C1}(t) + (-k_{12})\hat{i}_{Lm}(t) + \\ (-k_{13})\hat{i}_{Lo}(t) + (-k_{14})\hat{v}_0(t); \\ \hat{d}_2(t) = (-k_{15})\hat{v}_{C1}(t) + (-k_{16})\hat{i}_{Lm}(t) + \\ (-k_{17})\hat{i}_{Lo}(t) + (-k_{18})\hat{v}_0(t). \end{array} \right. \quad (4.71)$$

$$(K_2) \left\{ \begin{array}{l} \hat{d}_1(t) = (-k_{21}) \hat{v}_{C2}(t) + (-k_{22}) \hat{i}_{Lm}(t) + \\ (-k_{23}) \hat{i}_{Lo}(t) + (-k_{24}) \hat{v}_0(t); \\ \hat{d}_2(t) = (-k_{25}) \hat{v}_{C2}(t) + (-k_{26}) \hat{i}_{Lm}(t) + \\ (-k_{27}) \hat{i}_{Lo}(t) + (-k_{28}) \hat{v}_0(t). \end{array} \right. \quad (4.72)$$

Para calcular os ciclos de trabalho (sinais de controle) descritos acima, são necessários os ganhos e os respectivos valores das variáveis de estado, a cada período de chaveamento. Os ganhos serão determinados através da solução dos LMIs que representam o problema de controle. As variáveis de estado são determinadas subtraindo seu valor instantâneo (medido) de seu respectivo valor de estado estacionário. Assim, por exemplo, $\hat{v}_{C1}(t) = v_{C1}(t) - \bar{V}_{C1}$. Uma vez que o controlador deve rastrear a referência da tensão de saída do conversor, o modelo do conversor DC-DC pode ser aumentado com estados adicionais, por meio da integração do erro para cada modo de operação ($x_{1int}(t)$ e $x_{2int}(t)$) na Fig. 91). Isso significa que as equações (4.71) e (4.72), da forma como estão escritas, permitem apenas a tarefa de regulação, não eliminando o erro em regime permanente. Para completar essas equações, é necessário aumentar o estado do sistema para calcular os ganhos do integrador. Este procedimento é discutido na próxima subseção.

4.4.1 Controlador Robusto à ganhos fixos para um ponto de operação: Norma H_∞ e D-Estabilidade

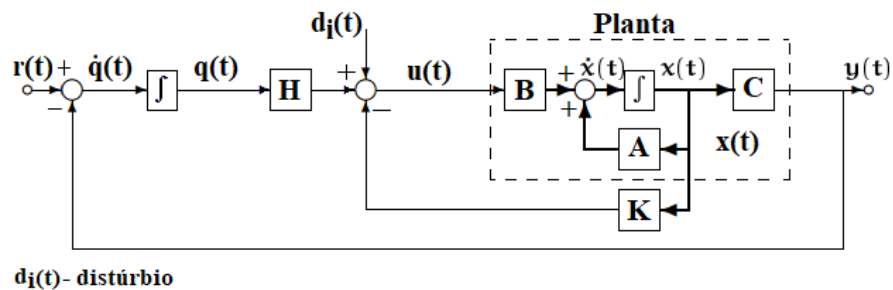
Anteriormente comentou-se que a modelagem em espaços de estados médios moldou as incertezas para este conversor. Embora não seja imperioso determinar as incertezas desta maneira, pois podem-se adotar como incertezas outros elementos que compõem o conversor, decidiu-se utilizar o que a própria modelagem forneceu. Então, nos vértices determinados pela região politópica determinada por (4.11) e (4.12), pode-se selecionar um dentre os vários pontos, e para este ponto, sintetizar os ganhos de realimentação de estados e em seguida, verificar se o controle sobre a tensão de saída do conversor é concretizado.

Há poucas laudas atrás, foi explicado através da Figura 93, como foi calculado o valor instantâneo das razões cíclicas que comandam o chaveamento dos interruptores do conversor. Mas, se olharmos atentamente para os sinais que são direcionados para a matriz B_2 , uma soma não foi mencionada. Esta soma se refere ao erro de rastreamento da tensão de saída multiplicada

pelo seu respectivo ganho, na aludida figura, ganho número 10 para $d_1(t)$ e ganho número 9 para $d_2(t)$. Ora, se a modelagem do conversor elencou quatro variáveis de estado, de onde surgiu essa quinta variável? A resposta a esta pergunta é conhecida como estado aumentado. Na verdade, para a síntese do controlador, a matriz de malha fechada A_{cl} , amplamente discutida na subseção 4.3.3, deve ser modificada para incluir o rastreamento da tensão de saída $V_0(t)$.

Para realização desta tarefa, precisamos entender como remodelar o sistema em espaço de estados e em seguida, fechar a malha pelo uso da realimentação de estados. À vista disso, façamos uso da estrutura de realimentação de estado com ação integral, representado na Figura 94.

Figura 94 – Estrutura de realimentação de estados com ação integral.



Fonte: Acervo do autor.

O engendramento do estado aumentado é mostrado a seguir:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (4.73)$$

$$u(t) = Hq(t) - kx(t) + d_i(t) = \begin{bmatrix} -k & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} d_i(t), \quad (4.74)$$

$$\dot{q}(t) = r(t) - y(t) = r(t) - Cx(t), \quad (4.75)$$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B[Hq(t) - kx(t) + d_i(t)] = (A - Bk)x(t) + BHq(t) + Bd_i(t) \quad e \quad (4.76)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - Bk & BH \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_i(t) \\ r(t) \end{bmatrix}. \quad (4.77)$$

A equação (4.77) mostra que o projeto de realimentação de estado com ação integral pode ser feito como um projeto de realimentação de estado normal para a planta aumentada.

Logo, pode-se projetar um controlador $K = \begin{bmatrix} -k & H \end{bmatrix}$ de modo que a matriz de malha fechada seja : $(A_a - B_a K)$, onde $A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}$ e $B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$. Então, necessariamente em regime permanente: $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{q}(t) = 0 \implies \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = r$

Consegue-se ainda utilizar uma outra abordagem para determinar a matriz aumentada pela inserção da ação integral. Para tal, considera-se $r(t) = 0$, de sorte que $\dot{q}(t) = -Cx(t)$, e as equações (4.73) e (4.75) podem ser reescritas como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t). \quad (4.78)$$

Logo, de posse do estado aumentado, pode-se projetar um controlador por realimentação de estados para o novo sistema dado por:

$$\begin{aligned} \dot{x}_a(t) &= A_a x_a(t) + B_a u(t) \quad e \\ y_a(t) &= C_a x_a(t), \end{aligned} \quad (4.79)$$

$$\text{onde } A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \dot{x}_a(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix}, x_a(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix}, B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad e \quad C_a = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}.$$

O leitor pode perceber agora que o sistema possui um novo estado, que é exatamente o erro de estado estacionário, quando o sinal de referência for considerado. Então, ao se projetar o controlador por realimentação de estados, dever-se-ão encontrar $n + 1$ ganhos, onde n representa a quantidade de variáveis de estado (K) e o ganho adicional (H) é devido à ação integral, fazendo alusão a Figura 94. Esta é a abordagem que será adotada para se encontrar os ganhos de realimentação de estados por LMIs.

Através das equações (4.3) e (4.4) e desprezando as bilinearidades (termos \bar{B}_{nx1} e \bar{B}_{nx2}), tem-se:

$$\hat{x}_1(t) = \bar{A}_1 \cdot \hat{x}_1(t) + \bar{B}_{21} \cdot \hat{d}(t) + \bar{B}_{11} \cdot \hat{w}(t) \quad e \quad (4.80)$$

$$\hat{x}_2(t) = \bar{A}_2 \cdot \hat{x}(t) + \bar{B}_{22} \cdot \hat{d}(t) + \bar{B}_{12} \cdot \hat{w}(t). \quad (4.81)$$

Iremos trabalhar somente com a equação (4.80), pois o procedimento que será descrito é similar para (4.81). Assim, vamos reescrever (4.80) na sua forma aumentada e iremos,

por comodidade, eliminar os sub-índices na equação (4.80) que fazem alusão ao modo de operação. O sistema aumentado completo em espaço de estados fica representado por:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \hat{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & 0 \\ -\bar{C}_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \hat{q}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \hat{d}(t) + \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \hat{w}(t) \quad e$$

$$\hat{z}_a(t) = \begin{bmatrix} \bar{C}_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \hat{q}(t) \end{bmatrix}. \quad (4.82)$$

O "novo" sistema em espaço de estados é descrito por:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_a(t) &= \bar{A}_a \hat{x}_a(t) + \bar{B}_{2a} \hat{d}(t) + \bar{B}_{1a} \hat{w}(t) \quad e \\ \hat{z}_a(t) &= \bar{C}_{za} \hat{x}_a(t), \end{aligned} \quad (4.83)$$

onde \hat{z}_a representa a saída controlada e $\hat{d}(t) = -K\hat{x}_a(t)$.

Substituindo $\hat{d}(t) = -K\hat{x}_a(t)$ em (4.83) e reescrevendo o sistema, tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_a(t) &= (\bar{A}_a - \bar{B}_{2a}K)\hat{x}_a(t) + \bar{B}_{1a}\hat{w}(t) = \bar{A}_{cl}\hat{x}_a(t) + \bar{B}_{1a}\hat{w}(t) \quad e \\ \hat{z}_a(t) &= \bar{C}_{za}\hat{x}_a(t). \end{aligned} \quad (4.84)$$

Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_a(t) \\ \hat{z}_a(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{cl} & \bar{B}_{1a} \\ \bar{C}_{za} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_a(t) \\ \hat{w}(t) \end{bmatrix}. \quad (4.85)$$

Pela definição da Norma H_∞ sabe-se que:

$$\frac{\|\hat{z}_a(t)\|_2}{\|\hat{w}(t)\|_2} < \gamma, \quad (4.86)$$

$$\begin{aligned} \|\hat{z}_a(t)\|_2 &< \gamma \|\hat{w}(t)\|_2 \quad e \\ \left(\sqrt{\hat{z}_a^T(t)\hat{z}_a(t)} \right)^2 &< \left(\gamma \sqrt{\hat{w}^T(t)\hat{w}(t)} \right)^2, \end{aligned}$$

sendo que (4.86) representa a minimização do distúrbio em relação a saída controlada.

Continuado o desenvolvimento, tem-se:

$$\begin{aligned} (\bar{C}_{za}\hat{x}_a(t))^T (\bar{C}_{za}\hat{x}_a(t)) - \gamma^2 \hat{w}^T(t)\hat{w}(t) &< 0, \\ \hat{x}_a(t)^T \bar{C}_{za}^T \bar{C}_{za} \hat{x}_a(t) - \gamma^2 \hat{w}^T(t)\hat{w}(t) &< 0 \quad e \\ \begin{bmatrix} \hat{x}_a(t) \\ \hat{w}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{C}_{za}^T \bar{C}_{za} & 0 \\ 0 & -\gamma^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_a(t) \\ \hat{w}(t) \end{bmatrix} &< 0. \end{aligned} \quad (4.87)$$

Por Lyapunov sabe-se que:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(x) &= 2\hat{x}_a^T(t)P\dot{\hat{x}}_a(t) < 0, \\
2\hat{x}_a^T(t)P[\bar{A}_{cl}\hat{x}_a(t) + \bar{B}_{1a}\hat{w}(t)] &< 0, \\
2\hat{x}_a^T(t)P\bar{A}_{cl}\hat{x}_a(t) + 2\hat{x}_a^T(t)P\bar{B}_{1a}\hat{w}(t) &< 0 \text{ e} \\
(\hat{x}_a^T(t)P\bar{A}_{cl}\hat{x}_a(t)) + (\hat{x}_a^T(t)P\bar{A}_{cl}\hat{x}_a(t))^T + (\hat{x}_a^T(t)P\bar{B}_{1a}\hat{w}(t)) + (\hat{x}_a^T(t)P\bar{B}_{1a}\hat{w}(t))^T &< 0. \quad (4.88)
\end{aligned}$$

Realizando as devidas transposições e reorganizando (4.88) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_a(t) \\ \hat{w}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P\bar{A}_{cl} + \bar{A}_{cl}^T P & P\bar{B}_{1a} \\ *^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_a(t) \\ \hat{w}(t) \end{bmatrix} < 0. \quad (4.89)$$

Aplicando o S-procedure em (4.89) e (4.87), chega-se a:

$$\begin{bmatrix} P\bar{A}_{cl} + \bar{A}_{cl}^T P & P\bar{B}_{1a} \\ *^T & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{C}_{za}^T \bar{C}_{za} & 0 \\ 0 & -\gamma^2 \end{bmatrix} < 0 \text{ e}$$

$$\begin{bmatrix} P\bar{A}_{cl} + \bar{A}_{cl}^T P + \bar{C}_{za}^T \bar{C}_{za} & P\bar{B}_{1a} \\ *^T & -\gamma^2 \end{bmatrix} < 0. \quad (4.90)$$

Reescrevendo (4.90) de uma outra forma, encontra-se:

$$\begin{bmatrix} P\bar{A}_{cl} + \bar{A}_{cl}^T P & P\bar{B}_{1a} \\ *^T & -\gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{C}_{za}^T \\ 0 \end{bmatrix} \gamma \begin{bmatrix} \bar{C}_{za} & 0 \end{bmatrix} < 0. \quad (4.91)$$

Aplicando complemento de Schur em (4.91) chega-se a:

$$\begin{bmatrix} P\bar{A}_{cl} + \bar{A}_{cl}^T P & P\bar{B}_{1a} & \bar{C}_{za}^T \\ \bar{B}_{1a}^T P & -\gamma & 0 \\ \bar{C}_{za} & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0. \quad (4.92)$$

Pré e pós multiplicando (4.92) por T^T e T , onde $T = \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$, tem-se:

$$\begin{bmatrix} P^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P\bar{A}_{cl} + \bar{A}_{cl}^T P & P\bar{B}_{1a} & \bar{C}_{za}^T \\ \bar{B}_{1a}^T P & -\gamma & 0 \\ \bar{C}_{za} & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} < 0 \text{ e}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_{cl}P^{-1} + P^{-1}\bar{A}_{cl}^T & \bar{B}_{1a} & P^{-1}\bar{C}_{za}^T \\ \bar{B}_{1a}^T & -\gamma & 0 \\ \bar{C}_{za}P^{-1} & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0. \quad (4.93)$$

Fazendo $P^{-1} = W$, com $W = W^T \succ 0$ e substituindo $\bar{A}_{cl} = \bar{A}_a - \bar{B}_{2a}K$, chega-se a:

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_aW - \bar{B}_{2a}KW + W\bar{A}_a^T - WK^T\bar{B}_{2a}^T & \bar{B}_{1a} & W\bar{C}_{za}^T \\ \bar{B}_{1a}^T & -\gamma & 0 \\ \bar{C}_{za}W & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0. \quad (4.94)$$

Por fim, fazendo $Y = KW$, com $Y^T = WK^T$, encontra-se:

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_aW - \bar{B}_{2a}Y + W\bar{A}_a^T - Y^T\bar{B}_{2a}^T & \bar{B}_{1a} & W\bar{C}_{za}^T \\ \bar{B}_{1a}^T & -\gamma & 0 \\ \bar{C}_{za}W & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0. \quad (4.95)$$

A D -estabilidade adotada para alocação das raízes de malha fechada foi a região formada por uma reta vertical posicionada no semi-plano esquerdo, o disco de raio R centrado na origem e um cone. As LMIs referentes a estas regiões são discriminadas a seguir.

- Reta $\Re(z) < -h_1$:

$$2|h_1|W + \bar{A}_aW + W\bar{A}_a^T - \bar{B}_{2a}Y - Y^T\bar{B}_{2a}^T < 0; \quad (4.96)$$

- Disco de raio R centrado na origem:

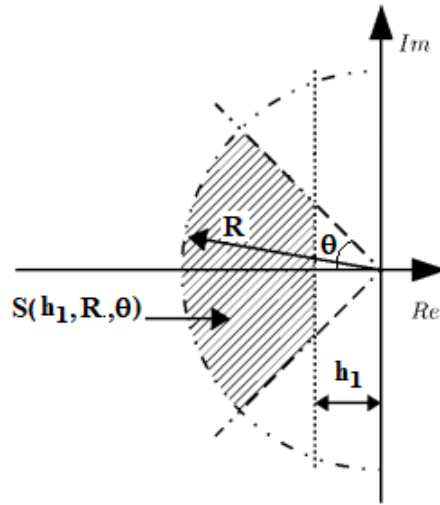
$$\begin{bmatrix} -RW & \bar{A}_aW - \bar{B}_{2a}Y \\ W\bar{A}_a^T - Y^T\bar{B}_{2a}^T & -RW \end{bmatrix} < 0; \quad (4.97)$$

- Setor cônico com vértice na origem e ângulo interno 2θ :

$$\begin{bmatrix} \sin \theta \left[\bar{A}_aW - \bar{B}_{2a}Y + W\bar{A}_a^T - Y^T\bar{B}_{2a}^T \right] & \cos \theta \left[\bar{A}_aW - \bar{B}_{2a}Y - W\bar{A}_a^T + Y^T\bar{B}_{2a}^T \right] \\ \cos \theta \left[W\bar{A}_a^T - \bar{B}_{2a}Y + W\bar{A}_a^T + Y^T\bar{B}_{2a}^T \right] & \sin \theta \left[\bar{A}_aW - \bar{B}_{2a}Y + W\bar{A}_a^T - Y^T\bar{B}_{2a}^T \right] \end{bmatrix} < 0. \quad (4.98)$$

A Figura 95 mostra a região LMI delimitada por (4.96), (4.97) e (4.98). A região do plano complexo $S(h_1, R, \theta)$, representada na Figura 95, é definida de tal forma que os polos (complexos) do sistema na forma $x \pm jy$ satisfazem $x < -h_1 < 0$, $|x \pm jy| < R$, $y < \cot(\theta)x$. Deste modo, os polos de malha fechada do sistema $x \pm jy = -\zeta \omega_n \pm j\omega_d$ devem garantir um certo amortecimento na taxa escolhida. Então, essa região $S(h_1, R, \theta)$ corresponde a uma taxa mínima de decaimento

Figura 95 – Região de D-estabilidade escolhida para projeto do Controlador.



Fonte: Adaptado de Olalla *et al.* (2010)

h_1 , um amortecimento mínimo $\zeta > \sin(\theta)$ e uma frequência natural de amortecimento $\omega_d < R \cos(\theta)$, com $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$.

Discutidos a síntese da norma H_∞ e a região de D -estabilidade necessária para a alocação dos polos de malha fechada, pode-se assegurar que o projeto do controlador consiste em um problema de otimização no qual se deseja determinar uma lei de controle $d(t) = -Kx(t)$, para os Modos de Operação *I* e *II*, que minimiza o maior ganho que o sistema em malha fechada deve provocar em um sinal de perturbação qualquer, além de alocar os polos em malha fechada de forma que satisfaça as condições de desempenho desejadas.

Assim, deve-se encontrar um ganho $K = YW^{-1}$ que:

- $\text{Min}(\gamma)$ com $P \succ 0$ e $W = W^T \succ 0$ sujeito a :

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_a W - \bar{B}_{2a} Y + W \bar{A}_a^T - Y^T \bar{B}_{2a}^T & \bar{B}_{1a} & W \bar{C}_{za}^T \\ \bar{B}_{1a}^T & -\gamma & 0 \\ \bar{C}_{za} W & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0,$$

$$2|h_1|W + \bar{A}_a W + W \bar{A}_a^T - \bar{B}_{2a} Y - Y^T \bar{B}_{2a}^T < 0,$$

$$\begin{bmatrix} -RW & \bar{A}_a W - \bar{B}_{2a} Y \\ W \bar{A}_a^T - Y^T \bar{B}_{2a}^T & -RW \end{bmatrix} < 0 \quad e \quad (4.99)$$

$$\begin{bmatrix} \sin \theta \left[\bar{A}_a W - \bar{B}_{2a} Y + W \bar{A}_a^T - Y^T \bar{B}_{2a}^T \right] & \cos \theta \left[\bar{A}_a W - \bar{B}_{2a} Y - W \bar{A}_a^T + Y^T \bar{B}_{2a}^T \right] \\ \cos \theta \left[W \bar{A}_a^T - \bar{B}_{2a} Y + W \bar{A}_a^T + Y^T \bar{B}_{2a}^T \right] & \sin \theta \left[\bar{A}_a W - \bar{B}_{2a} Y + W \bar{A}_a^T - Y^T \bar{B}_{2a}^T \right] \end{bmatrix} < 0.$$

As condições anteriores podem ser combinadas para produzir diferentes procedimentos de análise e síntese para controladores robustos no conversor DC-DC estudado. Assim, o seguinte procedimento determina cada um dos controladores de ganho programado, com as melhores propriedades de rejeição de perturbação que satisfaçam os requisitos transitórios:

- (i) Escolha um tempo de subida adequado e um valor de *overshoot*;
- (ii) Determine a razão de amortecimento mínima ζ , a frequência de amortecimento natural ω_n e $\theta = \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\zeta}}{\zeta}\right)$;
- (iii) Calcule a taxa mínima de decaimento $h_1 = -\zeta\omega_n$ e $R = |h_1|\alpha$;
- (iv) Compute $W=W^T \succ 0$, Y , e γ através de algoritmos de otimização convexa:

$$\min_{W,Y} (\gamma) \quad \text{sujeito a}$$

$$LMI_s \quad (4.99).$$

- (v) O ganho do controlador é recuperado por $K = YW^{-1}$.

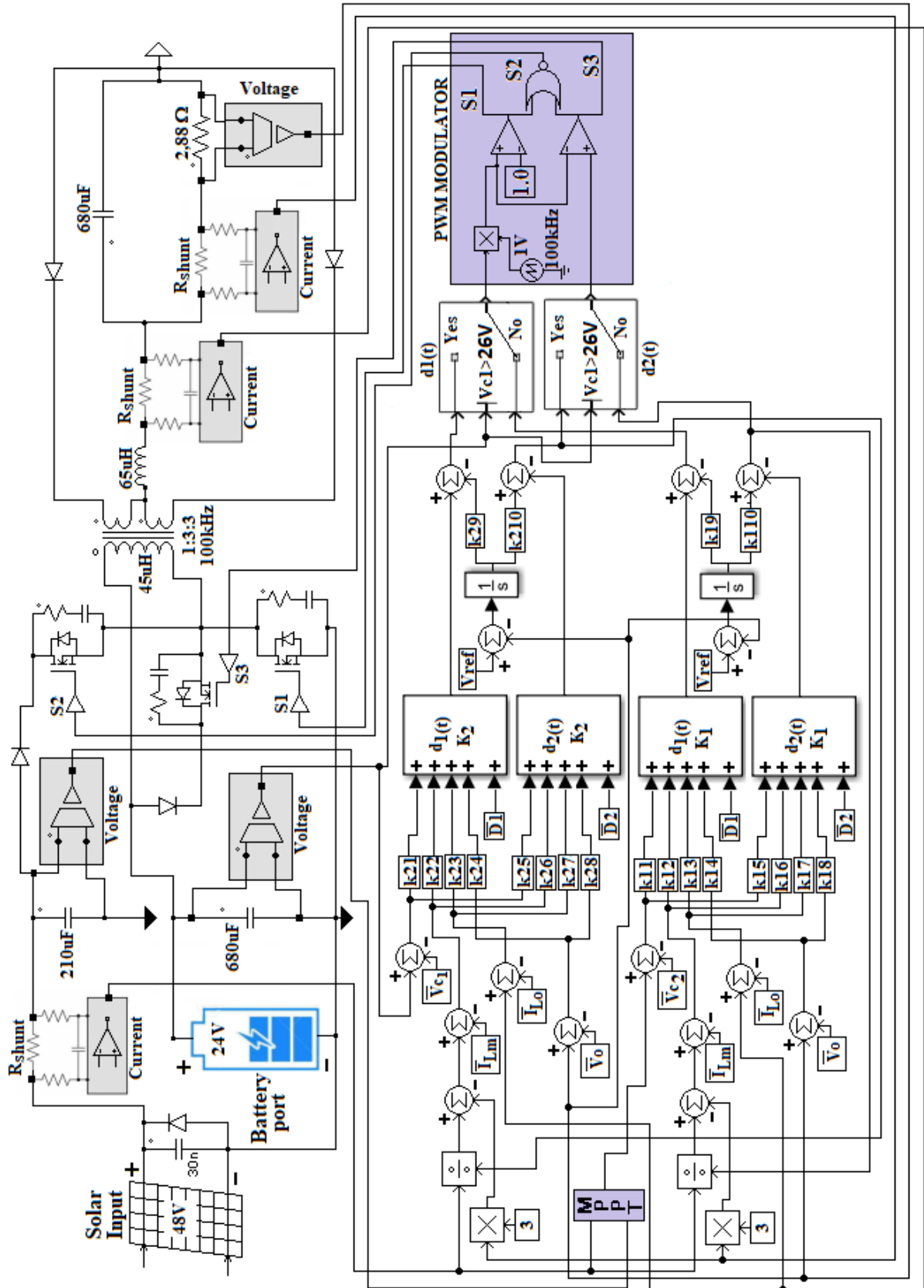
4.4.2 Resultados de simulação para Controlador Robusto projetado para um ponto de operação

Vamos agora prosseguir com os resultados de simulação realizados através dos modelos computacionais do conversor e do controlador, desenvolvidos em *softwares* apropriados para validação das soluções dos problemas de otimização convexa representados por (4.99), via Yalmip e Sedumi, pacotes desenvolvidos para uso no **Matlab**.

Para validar o método de síntese de controle desenvolvido na seção anterior, o protótipo computacional experimental do conversor e o controlador de realimentação de estado foram implementados usando a plataforma gráfica **Simulink/Simpower** e **Xilinx System Generator**, respectivamente, conforme detalhado nos diagramas mostrados nas Figuras 96 e 97.

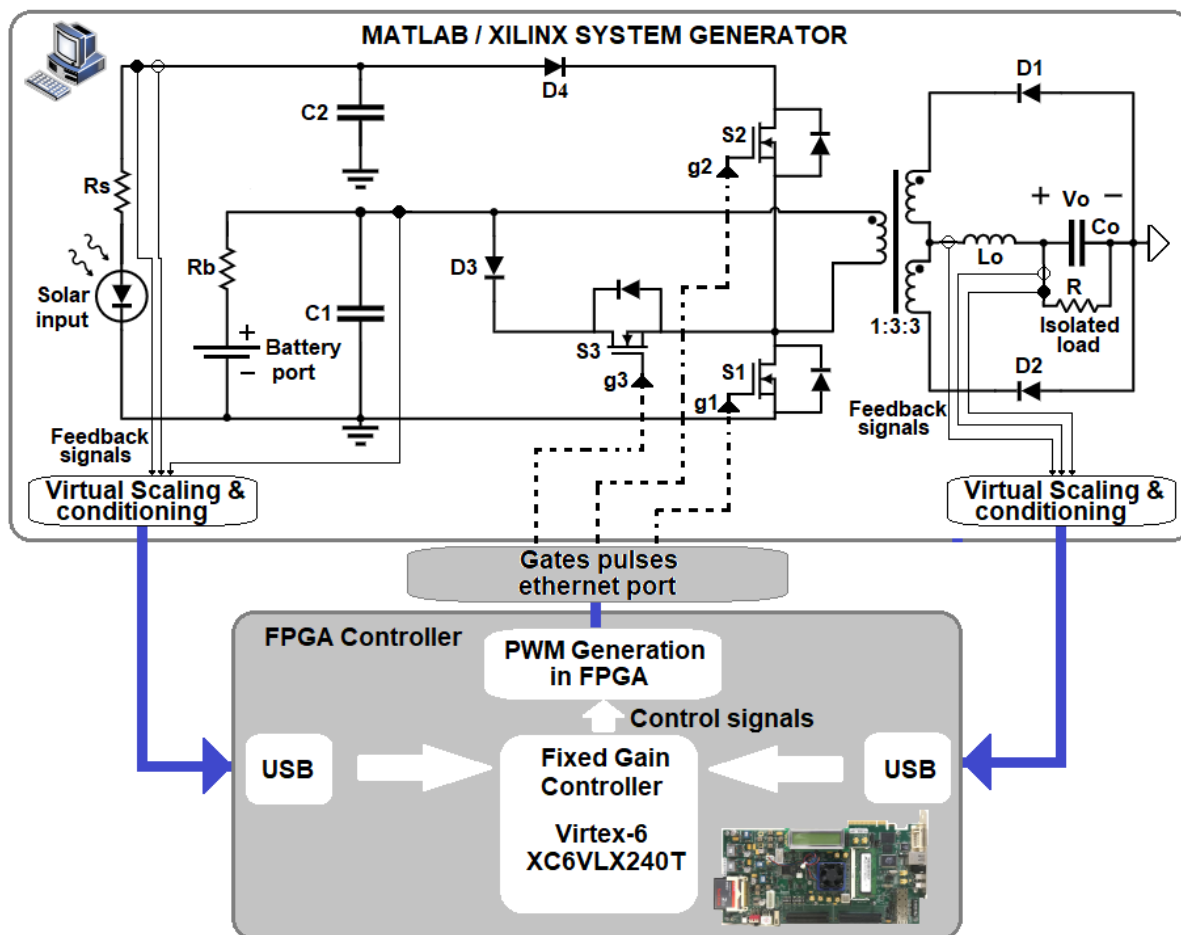
O diagrama elétrico mostrado na Figura 96 contempla o conversor e o controlador implementado. Note que, a descrição em blocos de todo o sistema permite que este seja implementado em qualquer plataforma de simulação, como por exemplo o PSIM e o MatLab. A versatilidade da forma como foi descrito o controlador por realimentação de estados possibilita sua realização em FPGA (XILINS OU ALTERA), em um *Digital Signal Processing* (DSP) tipo TMS320F2812 ou mesmo em um microcontrolador (KLM25Z).

Figura 96 – Implementação do diagrama de blocos do conversor com o controlador proposto.



Fonte: Acervo do autor.

Figura 97 – Implementação do sistema *Hardware in Loop* do conversor com o controlador proposto.



Fonte: Acervo do autor.

Observe que os cálculos dos valores de $d_1(t)$ e $d_2(t)$ requerem: equações (4.71) e (4.72), a adição de seus respectivos valores de estado estacionário das variáveis de estado e os ganhos calculados pela solução das LMIs. Os ganhos são multiplicados por cada variável de estado perturbado, que é a diferença entre o valor medido do sensor e seu respectivo valor de estado estacionário, conforme mostrado na Figura 96 para ambos os controladores K_1 e K_2 .

Neste trabalho, a configuração experimental do HIL consiste basicamente em uma placa Virtex-6 ML605 e uma plataforma MATLAB/XILINX *System Generator* (ver Figura 97). A placa de desenvolvimento FPGA está conectada a um computador por meio das portas Ethernet e USB. Essas interfaces realizam a comunicação entre a FPGA (que implementa o controlador, o algoritmo de MPPT e o modulador PWM) e o circuito do conversor (emulado pelo computador). Quando o FPGA recebe os sinais medidos virtuais do computador, ele executa, por um período de amostragem, o programa implementado com base na estrutura do controlador descrita na Figura 96 e retorna os sinais PWM (frequência de 100 kHz) para as três chaves emuladas S_1 , S_2

e S_3 .

Para realizar o teste de operação no conversor, bem como analisar o desempenho da tensão de saída controlada, é necessário definir a região de D-estabilidade e os valores de regime permanente do ponto de operação escolhido para o cálculo dos ganhos do controlador. A Tabela 4 mostra os valores definidos para os requisitos de ponto de operação e transientes para os controladores K_1 e K_2 .

Tabela 4 – Parâmetros para o cálculo dos controladores K_1 e K_2 .

Parâmetros do ponto de operação para os dois modos	Valor
\bar{V}_{in}	48V
\bar{V}_0	24V
\bar{V}_{C1}	24V (Modo I) / 26V (Modo II)
\bar{V}_{C2}	48V
R	2.88 Ω
\bar{D}_1	0.1667
\bar{D}_2	0.0833
\bar{I}_{Lm}	17.03A
\bar{I}_{L0}	8.33A
n	3

Requerimentos Transitórios (K_1)	Valor	Requerimentos Transitórios (K_2)	Valor
Tempo de Subida	10ms	Tempo de subida	15ms
<i>Overshoot</i>	0.1%	<i>Overshoot</i>	0.0%
ζ	0.906	ζ	0.938
ω_n	294.73rad/s	ω_n	206.31rad/s
θ	18.67°	θ	14.93°
h_1	-267.03	h_1	-193.52
α	50	α	50

Fonte: Acervo do autor.

Ao resolver o problema de minimização dado no procedimento de síntese descrito anteriormente, os ganhos do controlador de realimentação de estado são:

$$K_1 = \begin{bmatrix} K_{11}K_{12}K_{13}K_{14}K_{k19} \\ K_{15}K_{16}K_{17}K_{18}K_{110} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.00955 & 0.01072 & -0.02297 & -0.13515 & 65.79548 \\ 0.00261 & -0.01072 & 0.00341 & 0.06315 & -44.63089 \end{bmatrix} e \quad (4.100)$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} K_{21}K_{22}K_{23}K_{24} & K_{29} \\ K_{25}K_{26}K_{27}K_{28} & K_{210} \end{bmatrix} =$$

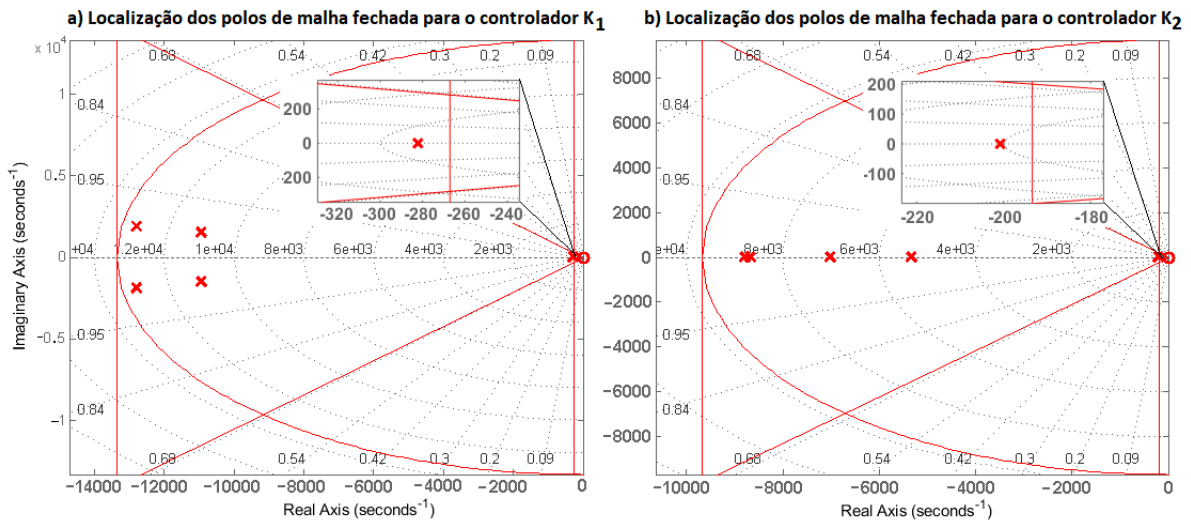
$$\begin{bmatrix} -0.15516 & 0.00826 & -0.03203 & -0.06946 & 57.39010 \\ 0.07497 & -0.00413 & 0.00559 & 0.01927 & -23.06505 \end{bmatrix}, \quad (4.101)$$

e os valores mínimos calculados para γ , que fornecem rejeição de perturbações, são: $\gamma_1 = 0,15105$ e $\gamma_2 = 0,03521$.

É importante notar que os ganhos determinados pelas equações (4.100) e (4.101) não serão modificados, mesmo que o conversor esteja sujeito a outros pontos operacionais que normalmente ocorrerão em seu ciclo de trabalho. Embora os valores tenham sido escolhidos para um determinado ponto operacional, os controladores são robustos de forma a manter a tensão de saída regulada e rejeitar os distúrbios relacionados às entradas e mudanças de carga.

Para ilustração, as respectivas localizações dos polos para ambos os sistemas de malha fechada são descritas na Figura 98.

Figura 98 – Regiões de localização dos polos: a) Controlador K_1 ; b) Controlador K_2 .



Fonte: Acervo do autor.

Só há mais um detalhe a ser esclarecido antes de apresentarmos os resultados das simulações realizadas. Consoante com o que foi argumentado nesta seção, o controlador implementado é por realimentação de estados, como bem salientado nas Figuras 93 e 96. Acontece que há um estado do conversor que não se pode medir diretamente o seu valor instantâneo. Esse referido estado é a corrente de magnetização. As boas práticas de controle sugerem que em caso de não acesso a um estado ou mesmo uma medição ruidosa, deve-se cogitar o uso de um estimador de estados, ou seja, um observador que permita o cômputo da corrente de magnetização. Em trabalhos recentes, Barbosa (2020) mediu a corrente de magnetização de

forma indireta por meio de um circuito paralelo no lado primário do transformador, composto por um sensor de corrente em série com uma indutância. Este procedimento requer que uma indutância adicional seja inserida no circuito conversor, alterando a topologia original do circuito.

Então, ao invés de empregar um estimador de estados para a corrente de magnetização, ou mesmo a aplicação de uma indutância e um sensor extra, investigamos uma outra abordagem para mensurar o valor desta corrente. Recorde no capítulo 3, seção 3.1, equação (3.12), que o cálculo do valor em regime da corrente de magnetização considera o uso da corrente de entrada nos painéis (em regime), da razão cíclica D_2 (em regime), da relação de espiras do transformador (n) e da corrente na carga (em regime). Assim, a corrente de magnetização será aferida através da equação dada a seguir:

$$I_{Lm}(t) = \frac{I_{in}(t)}{d_2(t)} - n \cdot I_0(t). \quad (4.102)$$

A equação (4.102) permite que, através de sensoriamento das correntes no painel, da carga e do acesso ao sinal da razão cíclica instantânea $d_2(t)$, a corrente de magnetização possa ser estimada, pelo menos em teoria é o que se espera.

Se o leitor observar atentamente a Figura 96, irá perceber que esta "solução" foi implementada no controlador proposto para o cômputo da corrente de magnetização I_{Lm} .

Então, finalmente, vamos aos resultados de simulação.

As simulações a seguir verificam a robustez contra variações de carga e de entrada, bem como permitem observar o comportamento transiente e em regime permanente do conversor com o controlador proposto para operação em malha fechada. Controladores clássicos baseados no fator K , um para cada malha de controle (tensão do painel fotovoltaico, tensão da bateria e tensão de saída), o qual representa a técnica de desacoplamento padrão para o conversor DC-DC de três portas, são usados para comparação. Para a malha de tensão de saída, escolhemos uma frequência de cruzamento em 5kHz com uma margem de fase de 78° . A função de transferência do controlador tipo III (V_{0R}) assume a seguinte forma:

$$V_{0R} = \left(\frac{2.06 \cdot 10^3}{s} \right) \left[\frac{\left(1 + \frac{s}{293\pi}\right)^2}{\left(1 + \frac{s}{3.41\pi \cdot 10^5}\right)^2} \right]. \quad (4.103)$$

Uma frequência de cruzamento de 2,5 kHz e uma margem de fase de 68° foram definidas para a malha de tensão da bateria, resultando na seguinte função de transferência do compensador tipo II:

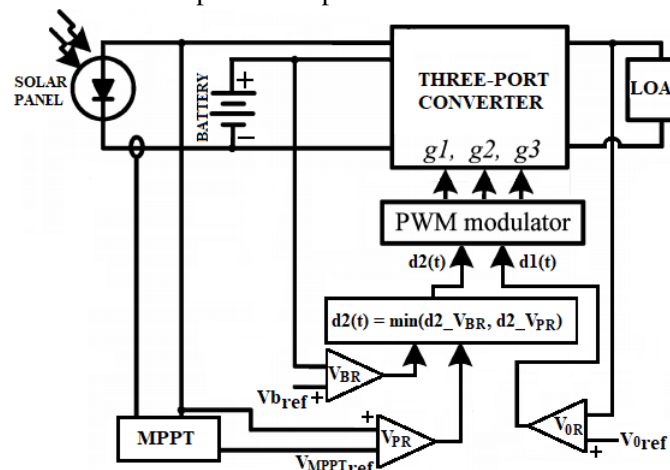
$$V_{BR} = \left(\frac{1.77 \cdot 10^5}{s} \right) \left[\frac{1 + \frac{s}{2.01\pi \cdot 10^3}}{1 + \frac{s}{1.24\pi \cdot 10^4}} \right]. \quad (4.104)$$

Por fim, uma função de transferência do compensador tipo II para a malha de tensão do painel fotovoltaico, na frequência de crossover de 500 Hz, com margem de fase de 83° , é apresentada a seguir:

$$V_{PR} = \left(\frac{7.66 \cdot 10^3}{s} \right) \left[\frac{1 + \frac{s}{195.2\pi}}{1 + \frac{s}{5.12\pi \cdot 10^3}} \right]. \quad (4.105)$$

A estrutura do controlador desacoplado pode ser verificada na Figura 99.

Figura 99 – Estrutura do controlador por desacoplamento.



Fonte: Acervo do autor.

Para a execução do experimento *Hardware in Loop*, definimos dois ambientes de simulação, cada um com as seguintes aplicações de distúrbios:

- **Simulação 1:**

- A carga muda do resistor 5Ω para a associação paralela de 5Ω e $6,79\Omega$. Esta variação altera a carga conectada ao conversor de 115 W para 200 W;
- Variação gradual do nível de tensão para que os efeitos de sombreamento parcial e total no painel fotovoltaico sejam emulados. Além disso, ruídos aleatórios de $\pm 2V$ são adicionados à tensão fornecida pelos painéis fotovoltaicos;
- A voltagem da bateria muda de 20V para 30V, também com a adição de ruídos aleatórios de $\pm 1V$ à voltagem nominal.

- **Simulação 2:**

- A carga muda do resistor $2,88\Omega$ para a associação paralela de $2,88\Omega$ e $2,88\Omega$. Esta variação altera a carga conectada ao conversor de 200 W para 400 W;
- Mudança gradual do nível de tensão do painel fotovoltaico para que os efeitos do sombreamento parcial e total fossem emulados. Além disso, ruídos aleatórios de $\pm 2V$ são adicionados sobre a tensão fornecida pelos painéis;

- A voltagem da bateria muda de 20V para 30V, adicionando também ruídos aleatórios de $\pm 1V$ à voltagem nominal.

Os controladores (Robusto e fator K) são comparados pelos dois índices de desempenho: o Erro Quadrado Integral (*Integral Squared Error* (ISE)) e a Variação Total (*Total Variation* (TV)). Esses índices são definidos da seguinte forma:

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad e \quad (4.106)$$

$$TV = \sum_{i=1}^{\infty} |u_{i+1} - u_i|, \quad (4.107)$$

onde $e(t)$ e u representam o erro e o sinal de controle, respectivamente.

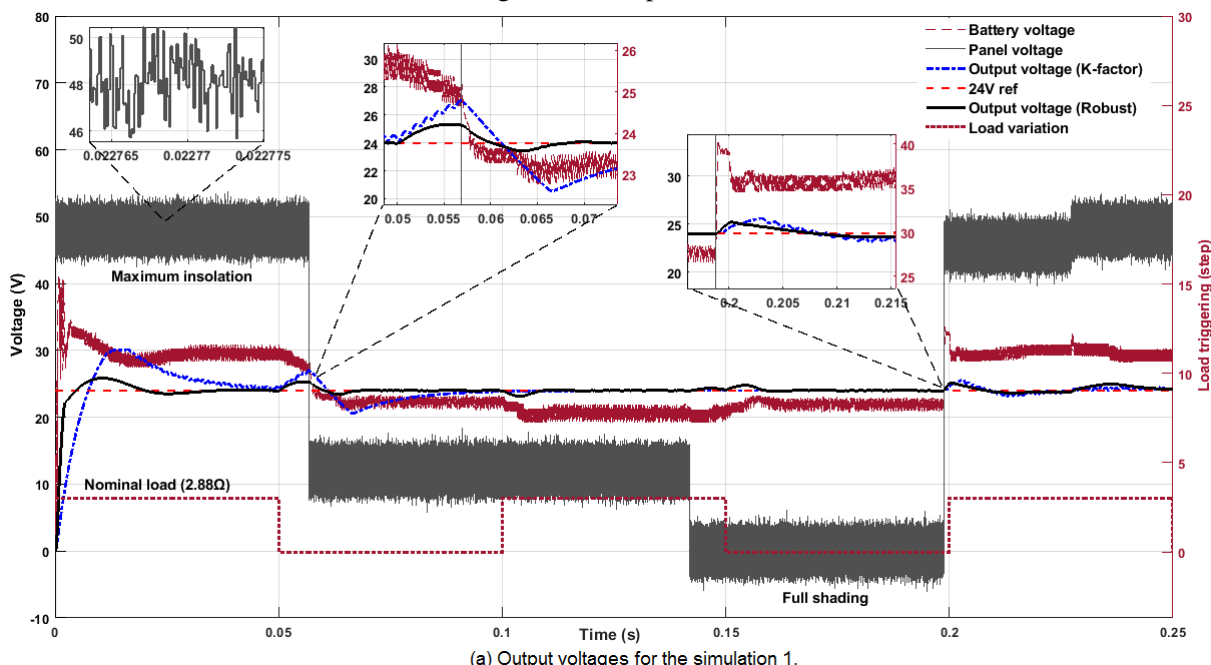
Os resultados da Simulação 1 são mostrados nas Figuras 100 e 101. Na Figura 100(a), são ilustradas as curvas de tensão de saída do sistema em malha fechada para os controladores Robusto e Fator K . O objetivo do controle é manter o rastreamento da tensão de saída em 24V, com uma resposta dinâmica satisfatória em termos de rejeição de perturbações nas mudanças de carga e variações aleatórias das entradas. No instante de 0,05seg., embora a mudança repentina da resistência de carga cause oscilações dinâmicas, a tensão de saída alcança o valor da tensão de referência dentro de um curto período de tempo para ambos os controladores. No entanto, o controlador robusto tem uma resposta mais rápida com valores menores de *over* e *undershoot* em comparação com o controlador desacoplado por Fator K .

Na Figura 100(b) são ilustradas as correntes na carga e no lado primário do transformador. Pode-se notar que a corrente de carga é menos oscilatória e com um valor de amplitude menor para o sistema regulado pelo controlador robusto. Quanto à corrente no lado primário do transformador de isolamento, seus valores negativos no início e no final do experimento virtual denotam que a bateria entra em modo de carregamento, o que significa que os painéis fornecem energia suficiente para a carga e para o carregamento da bateria. Em sombreamento parcial e total no painel fotovoltaico, a bateria atua como fonte de alimentação exclusiva.

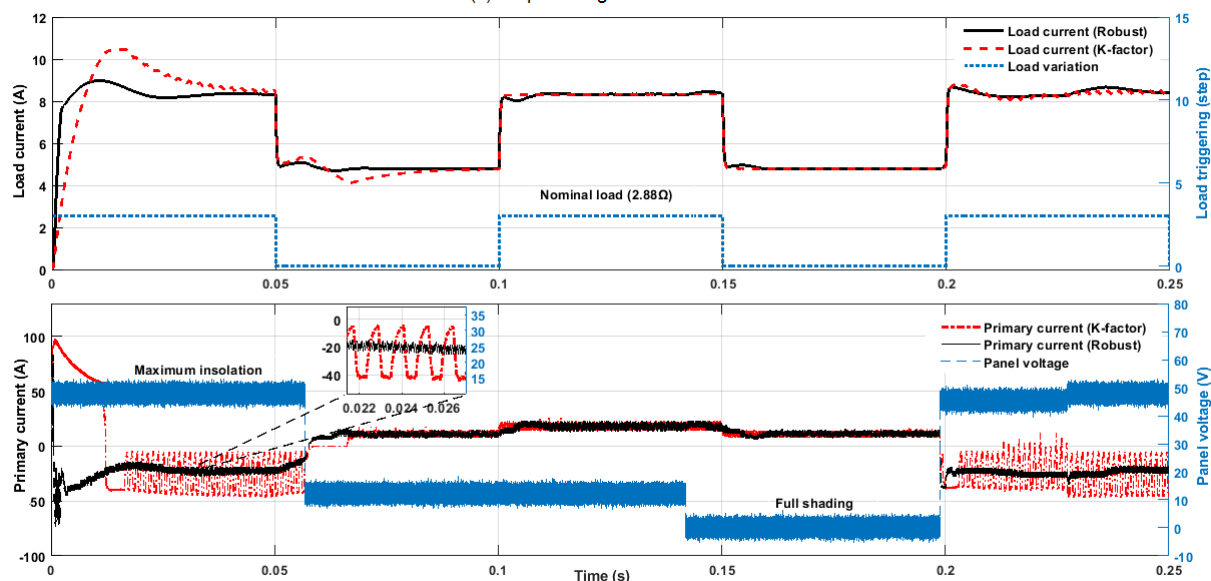
Como os sistemas físicos têm limitações, o projeto de um sistema de controle deve levar em conta o nível de energia necessário do sinal de controle. Isso é ainda mais crucial quando se lida com distúrbios, que podem levar a instabilidades no sistema ou que exigem uma grande quantidade de energia para rejeitar esses distúrbios. Pode-se ver na Figura 101 que o custo energético do controlador Robusto é muito menor em comparação com o sinal do controlador por Fator K , para ambos os sinais de controle $d_1(t)$ e $d_2(t)$, especialmente na rejeição

de perturbações. Esse resultado é mais evidente por meio dos índices de desempenho mostrados na Tabela 5.

Figura 100 – Resultados da Simulação HIL 1: (a) Curvas de Tensão de Saída V_0 ; (b) Curvas de Corrente na carga e no lado primário do transformador.



(a) Output voltages for the simulation 1.

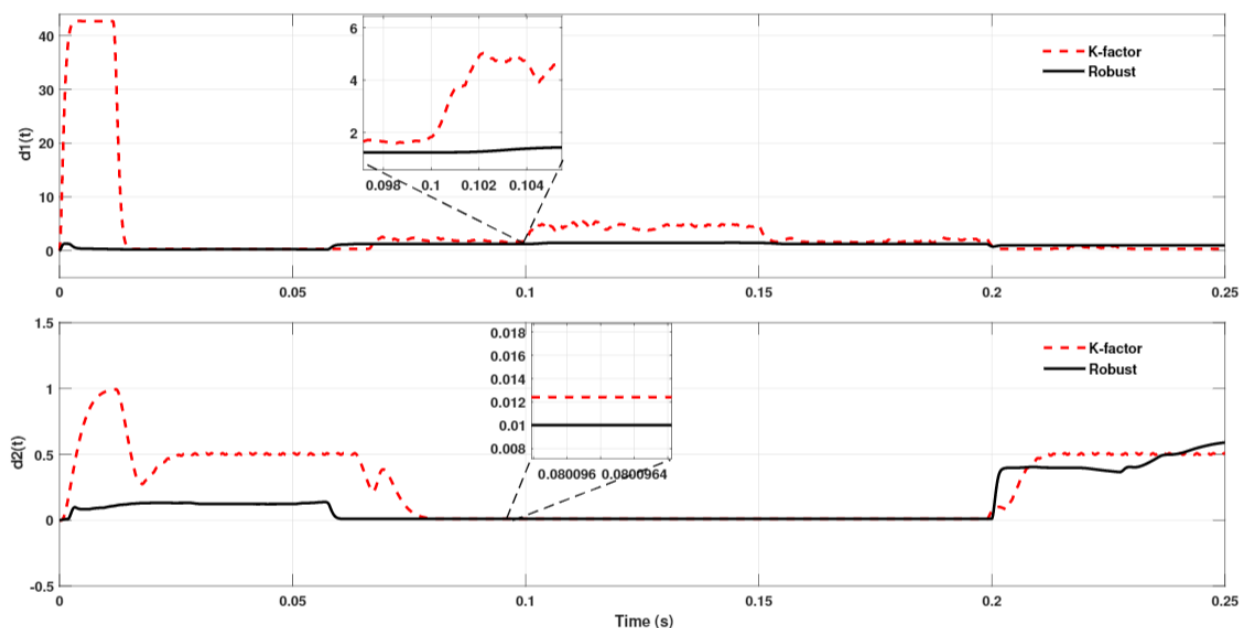


(b) Load and primary transform currents for the simulation 1.

Fonte: Acervo do autor.

Vamos agora averiguar os resultados da Simulação 2. A Figura 102 mostra a tensão de saída, a corrente na carga e os sinais de controle, respectivamente.

Na Figura 102(a) podem-se notar as tensões de saída para os dois controladores. Observe que, para o valor de carga nominal no início da simulação, as tensões de saída têm

Figura 101 – Sinais de controle $d_1(t)$ e $d_2(t)$ para a Simulação 1.

Fonte: Acervo do autor.

o mesmo comportamento dos resultados verificados na Simulação 1. Mas, quando a carga é alterada para 400W, o controlador robusto apresenta valores de *overshoot* maiores quando comparado aos resultados da Simulação 1 e com o controlador desacoplado. Este comportamento era esperado uma vez que os ganhos do controlador foram calculados para uma carga de 200W. A mudança de carga, além de severa, representa outro ponto de operação. Particularmente, o controlador robusto rejeitou a perturbação de carga e regulou a tensão de saída para o valor de referência, conforme esperado.

Na Figura 102(b) é importante observar que o sinal de controle por Fator K praticamente quadruplica quando o conversor alimenta a carga de 400W, se comparado aos resultados obtidos com a Simulação 1. Para o controlador robusto, embora a carga tenha dobrado, o gasto de energia com os sinais de controle é muito mais baixo. Os valores obtidos para os índices de desempenho são apresentados na Tabela 5.

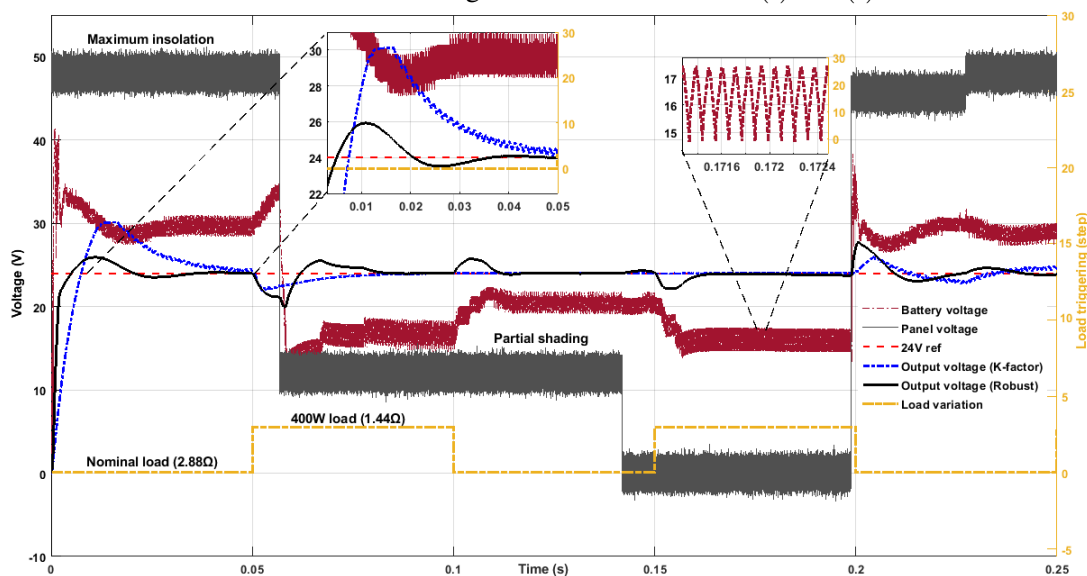
Comparativamente, os índices de desempenho indicam que o controlador Robusto tem melhor desempenho do que o controlador por Fator- K . Neste conjunto de experimentos HIL, embora a regulação da tensão tenha sido satisfeita com os dois controladores, a aplicação do controle robusto mostra-se mais eficiente se levarmos em consideração os custos de energia com os sinais de controle, em termos do índice TV.

Por fim, para o controlador à ganhos fixos apresentado, vamos discorrer um pouco acerca da robustez do controlador.

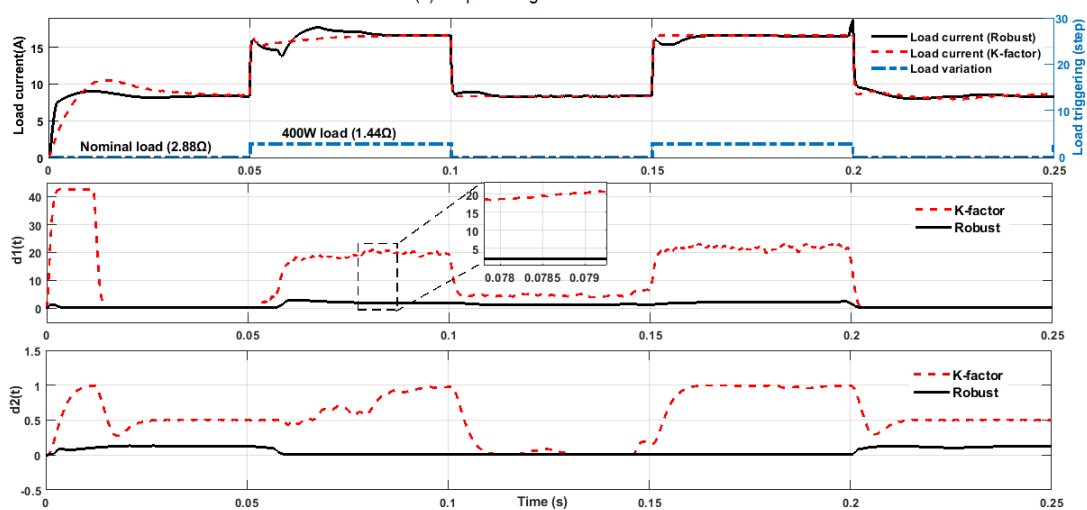
Tabela 5 – Valores de índices de desempenho.

Controlador Robusto			
Simulação	ISE	TV	
		d1(t)	d2(t)
1	0.5371	$5.21 \cdot 10^{-4}$	$9.98 \cdot 10^{-5}$
2	0.6957	0.0011	$4.88 \cdot 10^{-5}$
Controlador por Fator K			
Simulação	ISE	TV	
		d1(t)	d2(t)
1	1.7455	0.0458	$4.89 \cdot 10^{-4}$
2	1.6704	0.1072	$7.71 \cdot 10^{-4}$

Fonte: Acervo do autor.

Figura 102 – Resultados da Simulação HIL 2: (a) Curvas de Tensão de Saída V_0 ; (b) Curvas de Corrente na carga e sinais de controle $d_1(t)$ e $d_2(t)$.

(a) Output voltages for the simulation 2.

(b) Output load currents and control signals ($d_1(t)$ and $d_2(t)$) for the simulation 2.

Fonte: Acervo do autor.

4.4.3 Análise da Robustez do Controlador

Os controladores K_1 e K_2 são projetados para manter o sistema de malha fechada estável, bem como garantir um grau desejado de robustez contra incertezas. Para quantificar o grau de robustez, um indicador é essencial. Em sistemas SISO, esse grau pode ser quantificado, por exemplo, por meio das margens de ganho e fase. A expansão dessas margens para quantificar a robustez de um sistema multivariável exigiria que o sistema fosse independente de interações, ou seja, nenhuma interação entre as malhas de controle. Como resultado, a quantificação da robustez por meio de margens de ganho e fase para sistemas MIMO é inadequada. Portanto, é necessário usar a análise de valores singulares para quantificar a robustez dos sistemas MIMO. Portanto, por meio de conceitos bem definidos de incerteza aditiva e da análise de valor singular, avaliaremos a robustez dos controladores contra incertezas paramétricas estruturadas.

A definição de incerteza aditiva é usada para analisar a robustez em malha fechada. Esta definição é dada por:

$$P(s) = P_n(s) + \Delta P(s), \quad (4.108)$$

onde $P(s)$ representa a matriz de transferência multivariável de uma possível planta, $P_n(s)$ denota o modelo nominal da planta e $\Delta P(s)$ é usado para descrever a incerteza estruturada no formato aditivo. Supõe-se que um conjunto de incertezas é caracterizado pelas variações da carga R e da tensão do painel fotovoltaico V_{in} , e que um conjunto de possíveis plantas resulta dessas variações. Por meio do modelo de realimentação de estados padrão, representado na Figura 103(a), é determinada sua representação Δ -M (ver Figura 103(b)) para que o conjunto de modelos possíveis possa ser decomposto para caracterizar a estrutura espacial e de frequência das incertezas da seguinte forma (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2007):

$$\Delta P(j\omega) = W_2(j\omega)\Delta(j\omega)W_1(j\omega) \quad e \quad (4.109)$$

$$\bar{\sigma}(\Delta(j\omega)) \leq 1, \quad \forall \omega \in [0, \infty),$$

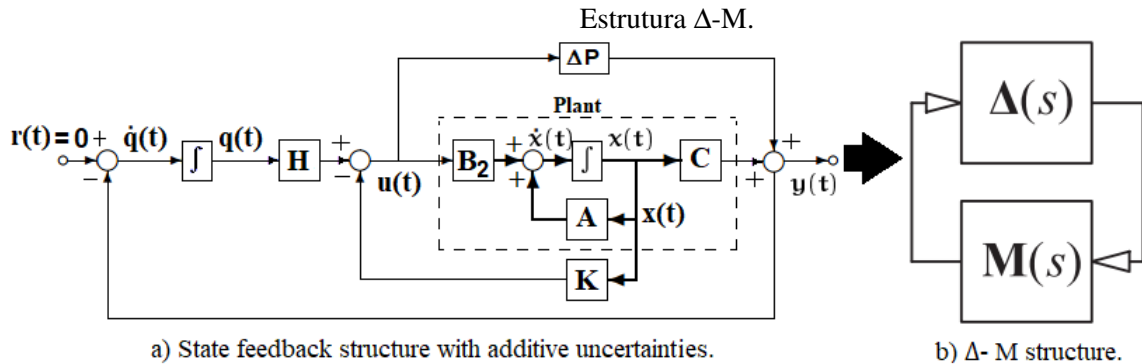
onde a notação $\bar{\sigma}(\Delta(j\omega))$ representa o valor singular máximo da matriz $\Delta(j\omega)$.

A representação Δ -M pode ser obtida para o sistema de malha fechada e pode ser dividida em um termo nominal e um termo incerto, como segue:

$$M(s) = W_2(s)M_0(s)W_1(s). \quad (4.110)$$

Por simplicidade, como sugerido em Santos *et al.* (2016), os parâmetros para a condição de estabilidade robusta podem ser definidos como $W_1(s) = I$ e $W_2(s) = P_n(s) - P_i(s)$,

Figura 103 – Síntese de Robustez: (a) Estrutura de realimentação de estados com incertezas aditivas; (b)



Fonte: Acervo do autor.

onde $P_i(s)$ deve incluir as incertezas na carga R e na tensão de entrada V_{in} . O termo M_0 é definido como:

$$M_0(s) = - \left[I + K^T (sI - A)^{-1} B_2 \right]^{-1} \frac{H}{s} \left[I + C (sI - A)^{-1} B_2 \left(I + K^T (sI - A)^{-1} B_2 \right)^{-1} \frac{H}{s} \right]^{-1}. \quad (4.111)$$

Portanto, a condição de estabilidade robusta é obtida por:

$$\bar{\sigma}(\Delta(j\omega)) < \frac{1}{\bar{\sigma}(M(j\omega))}, \quad \forall \omega \in [0, \infty). \quad (4.112)$$

A robustez dos controladores é avaliada para variações simultâneas de carga R e da tensão V_{in} para 10%, 25%, 50%, 110%, 150% e 200%, para os ganhos fixos determinados nas equações (4.100) e (4.101), respectivamente. A análise de estabilidade robusta é mostrada na Fig. 104(a) (Controlador K_1) e Fig. 104(b) (Controlador K_2) a fim de simplificar a análise comparativa.

Pode ser visto nas Figs. 104(a) e 104(b) que a estabilidade robusta é garantida para todas as variações de R e V_{in} , pois as margens de robustez não ultrapassam o valor de 10^0 . Como esperado, o desempenho de rejeição de perturbações é obtido através da norma H_∞ . A resposta em malha fechada é estável para todas as variações do ponto de operação do conversor de Três-Portas impostas por seu ciclo de trabalho.

As matrizes A , B_2 e C , bem como os ganhos H e K , representados na Figura 103(a), são encontrados nas equações (4.113), (4.114), (4.100) e (4.101), para os Modos de operação I e II , respectivamente. Os ganhos H e K são então mostrados, para ambos os controladores, nas equações (4.115) e (4.116), respectivamente:

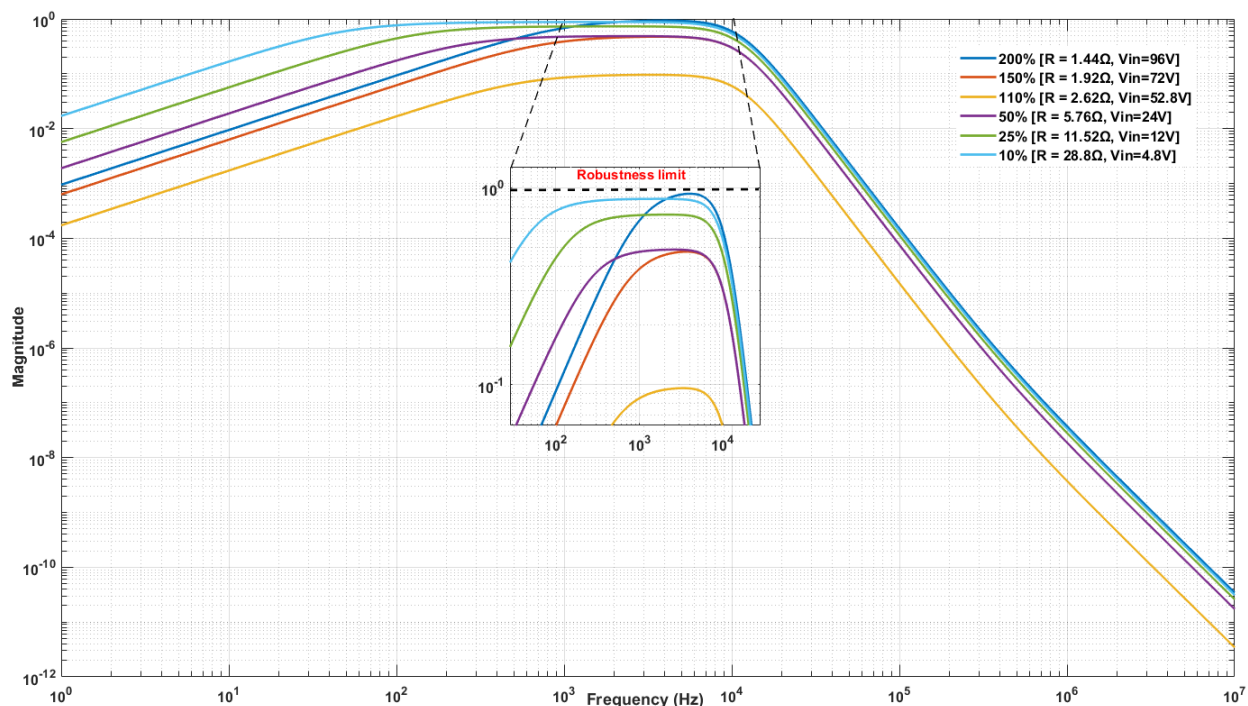
$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1(t) = & \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_b C_1} & \frac{(\overline{D}_1 + \overline{D}_2)\overline{D}_1}{\overline{D}_2 C_1} & \frac{n\overline{D}_1(\overline{D}_2 - \overline{D}_1)}{\overline{D}_2 C_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2n\overline{D}_2}{L_0} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & \frac{-1}{RC_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_{C2} \\ \hat{i}_{Lm} \\ \hat{i}_{Lo} \\ \hat{v}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\overline{D}_1}{\overline{D}_2 C_1} \left(\overline{i}_{Lm} - n \frac{\overline{V}_0}{R} \right) & \frac{\overline{D}_1}{\overline{D}_2 C_1} \left(\overline{i}_{Lm} + n \frac{\overline{V}_0}{R} \right) \\ \frac{-\overline{D}_2 \overline{V}_{in}}{\overline{D}_1 L_m} & \frac{(\overline{D}_1 - \overline{D}_2)\overline{V}_{in}}{\overline{D}_1 L_m} \\ \frac{n\overline{D}_2 \overline{V}_{in}}{\overline{D}_1 L_0} & \frac{n(\overline{D}_1 - \overline{D}_2)\overline{V}_{in}}{\overline{D}_1 L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\overline{D}_1}{\overline{D}_2 R_b C_1} & 0 \\ 0 & \frac{-\overline{D}_2^2}{\overline{D}_1 L_m^2} \\ 0 & \frac{-n\overline{D}_2}{\overline{D}_1 L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_b \\ \hat{v}_{in} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.113)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_2(t) = & \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_b C_1} & \frac{\overline{D}_1 + \overline{D}_2}{C_1} & \frac{n(\overline{D}_2 - \overline{D}_1)}{C_1} & 0 \\ -\frac{L_m}{(\overline{D}_1 + \overline{D}_2)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n \cdot L_m}{(\overline{D}_1 - \overline{D}_2)} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_0} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_0} & \frac{-1}{RC_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_{C1} \\ \hat{i}_{Lm} \\ \hat{i}_{Lo} \\ \hat{v}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\overline{i}_{Lm} - n \frac{\overline{V}_0}{R}}{C_1} & \frac{\overline{i}_{Lm} + n \frac{\overline{V}_0}{R}}{C_1} \\ \frac{-\overline{D}_2 \overline{V}_{in}}{(\overline{D}_1 + \overline{D}_2)L_m} & \frac{\overline{D}_1 \overline{V}_{in}}{(\overline{D}_1 + \overline{D}_2)L_m} \\ \frac{n\overline{D}_2 \overline{V}_{in}}{(\overline{D}_1 + \overline{D}_2)L_0} & \frac{n\overline{D}_1 \overline{V}_{in}}{(\overline{D}_1 + \overline{D}_2)L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} \frac{1}{R_b C_1} & 0 \\ 0 & \frac{\overline{D}_2}{L_m} \\ 0 & \frac{n\overline{D}_2}{L_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_b \\ \hat{v}_{in} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.114)$$

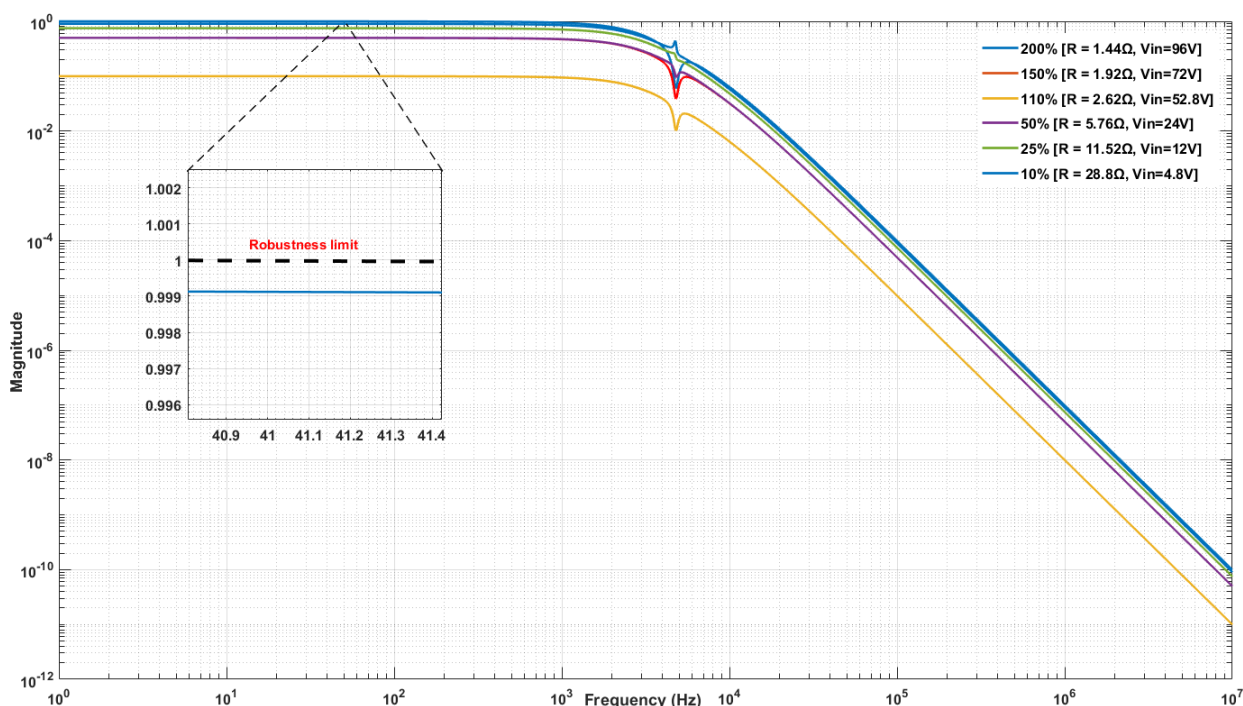
$$H_1 = \begin{bmatrix} 65.79548 \\ -44.63089 \end{bmatrix}, K_1 = \begin{bmatrix} -0.00955 & 0.01072 & -0.02297 & -0.13515 \\ 0.00261 & -0.01072 & 0.00341 & 0.06315 \end{bmatrix} e \quad (4.115)$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 57.39010 \\ -23.06505 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} -0.15516 & 0.00826 & -0.03203 & -0.06946 \\ 0.07497 & -0.00413 & 0.00559 & 0.01927 \end{bmatrix}. \quad (4.116)$$

Figura 104 – Robustez dos Controladores: (a) Análise de Robustez para o controlador K_1 . (b) Análise de Robustez para o controlador K_2 .



a) Robustness analysis for K_1 controller.



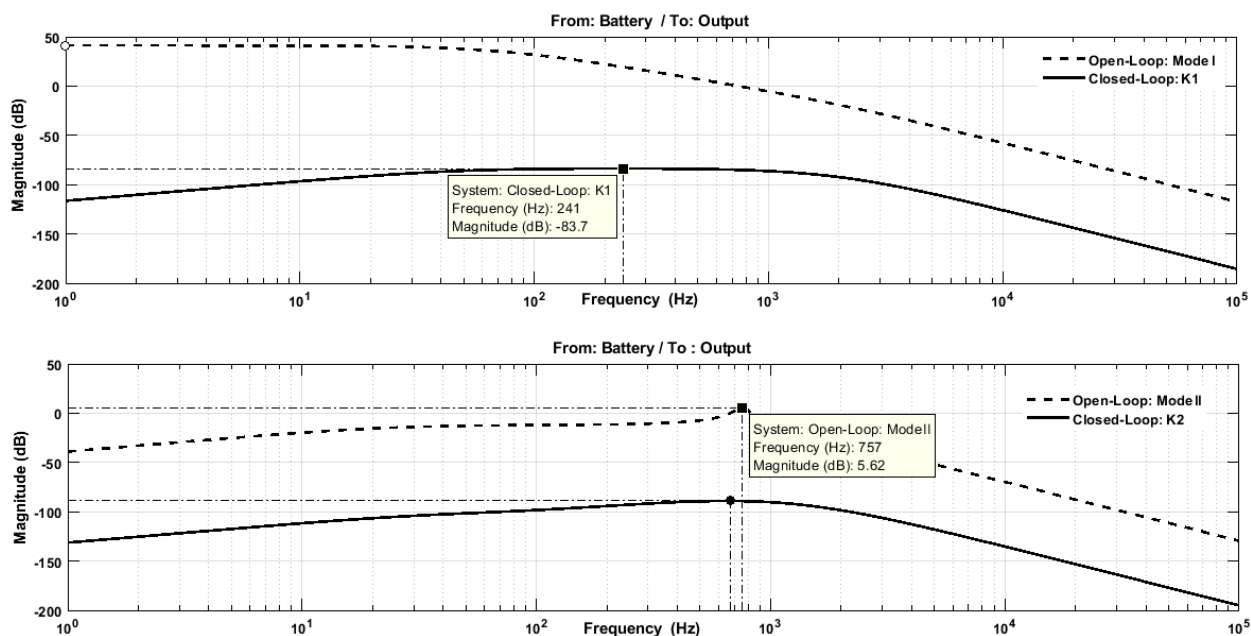
b) Robustness analysis for K_2 controller.

Fonte: Acervo do autor.

Além disso, a robustez obtida com esses controladores também pode ser verificada por meio da análise das respostas em frequência das perturbações adicionadas à saída no caso nominal. A Figura 105 mostra as magnitudes de resposta de frequência em malha aberta e malha

fechada associadas à entrada V_b para os controladores K_1 e K_2 , respectivamente.

Figura 105 – Diagramas de Bode (Magnitude) de V_b para V_0 em malha aberta e em malha fechada para os controladores K_1 e K_2 .



Fonte: Acervo do autor.

Observa-se que o sistema de controle permite rejeitar perturbações de V_b para a saída quando em regime permanente, o que não é possível em malha aberta. Como esperado do controle H_∞ , a frequência de pico é reduzida em malha fechada para ambos os controladores, o que torna a resposta do sistema menos oscilatória. É imediato observar na Figura 105 que o sistema de malha fechada com controle H_∞ tem uma capacidade muito boa para rejeitar mudanças em V_b para toda a faixa de frequências.

Portanto, mesmo que variações na entrada V_{in} , V_b e carga R alterem o ponto de operação do conversor, a regulação e o rastreamento da tensão de saída para o valor de referência de 24V são garantidos.

4.5 Controlador Robusto Centralizado à Ganhos Fixos para o Conversor de Três-Portas via LMIs: Modo de Operação Unificado

Vamos discutir agora o modo de operação unificado do conversor. Foi apresentado na seção 4.4 um sistema de controle à ganhos programados que selecionava o controlador K_1 ou K_2 pelo monitoramento da tensão na bateria. Nesta seção será apresentado um novo modo de operação unificado e, baseado nas equações deste modo, um controlador único à ganhos fixos

será projetado. Este sistema de controle será submetido aos mesmos testes de desempenho da seção anterior.

4.5.1 Modelo de operação unificado do conversor de Três-Portas

A mesma sequência de chaveamento dos interruptores, mostrada na Figura 34, é utilizada para a modelagem do conversor, embora as equações encontradas sejam diferentes do modelo discutido anteriormente.

Inicialmente vamos verificar o funcionamento do circuito do conversor para o primeiro estágio de operação, que representa o período de tempo $[t_0 \leq t \leq t_1[$.

Aplicando lei de Kirchhoff das tensões na malha I (Figura 40), tem-se o resultado da equação (4.117):

$$-V_b + R_b \cdot i_b + V_{C1} = 0. \quad (4.117)$$

Para o nó I, tem-se:

$$i_b = i_{C1} + i_p \text{ e}$$

$$i_{C1} = i_b - i_p. \quad (4.118)$$

Em função da corrente i_{C1} , tem-se:

$$C_1 \frac{d}{dt} [V_{C1}] = -\frac{V_{C1}}{R_b} - i_p + \frac{V_b}{R_b}. \quad (4.119)$$

Analisando o nó II e usando a corrente refletida do secundário do transformador (i'_{Lo}) no lado primário, tem-se:

$$\frac{i_p}{i_{sec}} = \frac{n}{1} = \frac{1}{a},$$

$$i'_o = \frac{i_{sec}}{a} = n \cdot i_{sec} = n \cdot i_o,$$

$$i_p + i_{Lm} = i'_o \text{ e}$$

$$i_p = -i_{Lm} + i'_o = -i_{Lm} + n \cdot i_{Lo}, \quad (4.120)$$

onde n representa a relação de transformação e a a razão de transformação. Substituindo a corrente no primário (i_p) na equação (4.119), tem-se:

$$\frac{d}{dt} [V_{C1}] = -\frac{V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{i_{Lm}}{C_1} - \frac{n \cdot i_{Lo}}{C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1}. \quad (4.121)$$

Aplicando Kirchhoff na malha II, tem-se:

$$\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = -\frac{1}{L_m} \cdot V_{C1}. \quad (4.122)$$

Utilizando LKT na malha III, tem-se a equação (4.123):

$$-V_2 + V_{Lo} + V_o = 0,$$

$$V_2 = n \cdot V_{C1} \text{ e}$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lo}] = \frac{n}{L_o} \cdot V_{C1} - \frac{1}{L_o} \cdot V_o. \quad (4.123)$$

Agora equacionando o nó III, tem-se:

$$i_{Lo} = i_{Co} + i_R \text{ e}$$

$$\frac{d}{dt} [V_o] = \frac{1}{C_o} \cdot i_{Lo} - \frac{1}{R \cdot C_o} \cdot V_o. \quad (4.124)$$

Para concluir o estágio de operação *I*, resta equacionar o nó IV, conforme mostra a equação (4.125):

$$-v_{in} = R_s \cdot i_{in} = 0,$$

$$i_{in} = \frac{v_{in} - v_{C2}}{R_s} = 0,$$

$$i_{in} = i_{C2} \text{ e}$$

$$\frac{d}{dt} [v_{C2}] = \frac{V_{in} - v_{C2}}{R_s \cdot C_2}. \quad (4.125)$$

As equações (4.121) à (4.125) caracterizam a dinâmica do conversor para o estágio de operação *I*. O que pode ser resumido conforme segue:

- **Estágio de operação *I*:**

$$\frac{d}{dt} [v_{C2}] = \frac{-1}{R_s \cdot C_2} \cdot v_{C2} + \frac{1}{R_s \cdot C_2} \cdot V_{in};$$

$$\frac{d}{dt} [V_{C1}] = -\frac{V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{i_{Lm}}{C_1} - \frac{n \cdot i_{Lo}}{C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1};$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = -\frac{1}{L_m} \cdot V_{C1};$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lo}] = \frac{n}{L_o} \cdot V_{C1} - \frac{1}{L_o} \cdot V_o;$$

$$\frac{d}{dt} [V_o] = \frac{1}{C_o} \cdot i_{Lo} - \frac{1}{R \cdot C_o} \cdot V_o.$$

Equação de estado para o **Estágio de operação I**:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{C2} \\ \dot{V}_{C1} \\ \dot{i}_{Lm} \\ \dot{i}_{Lo} \\ \dot{V}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_s \cdot C_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & \frac{1}{C_1} & -\frac{n}{C_1} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n}{L_o} & 0 & 0 & -\frac{1}{L_o} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_o} & -\frac{1}{R \cdot C_o} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{C2} \\ V_{C1} \\ i_{Lm} \\ i_{Lo} \\ V_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_s \cdot C_2} \\ \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_b \\ V_{in} \end{bmatrix}. \quad (4.126)$$

Matrizes A_1 e B_1 :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_s \cdot C_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & \frac{1}{C_1} & -\frac{n}{C_1} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n}{L_o} & 0 & 0 & -\frac{1}{L_o} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_o} & -\frac{1}{R \cdot C_o} \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_s \cdot C_2} \\ \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.127)$$

A seguir será feita a análise do estágio de operação *II* ($t_1 \leq t \leq t_2$). Aplicando a mesma metodologia de análise efetuada no estágio *I*, vamos determinar das equações diferenciais que caracterizam este estágio de operação (Figura 41).

Através da malha I, tem-se:

$$\begin{aligned} -V_b - R_b \cdot i_b + V_{C1} &= 0 \quad e \\ i_b &= \frac{V_{C1}}{R_b} - \frac{V_b}{R_b}. \end{aligned} \quad (4.128)$$

Aplicando Kirchhoff no nó I, tem-se:

$$\begin{aligned} i_p &= i_{C1} + i_b, \\ i_{C1} &= i_p - \left(\frac{V_{C1}}{R_b} - \frac{V_b}{R_b} \right) \quad e \\ \frac{d}{dt} [V_{C1}] &= -\frac{V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{i_{Lm}}{C_1} + \frac{n \cdot i_{Lo}}{C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1}, \end{aligned} \quad (4.129)$$

sabendo que: $i_p = i_{Lm} + i'_o = i_{Lm} + n \cdot i_{Lo}$.

Para a malha II, tem-se:

$$\begin{aligned} -V_{C2} + V_{Lm} + V_{C1} &= 0 \quad e \\ \frac{d}{dt} [i_{Lm}] &= \frac{1}{L_m} \cdot (V_{C2} - V_{C1}). \end{aligned} \quad (4.130)$$

Observando a malha III, tem-se:

$$-V_2 + V_{Lo} + V_o = 0,$$

$$V_2 = n \cdot V_{pri} = n \cdot (V_{C2} - V_{C1}) \quad e$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lo}] = \frac{n}{L_o} \cdot (V_{C2} - V_{C1}) - \frac{1}{L_o} \cdot V_o. \quad (4.131)$$

Fazendo a análise para o nó III, tem-se:

$$i_{Lo} = i_{Co} + i_R \quad e$$

$$\frac{d}{dt} [V_o] = \frac{1}{C_o} \cdot i_{Lo} - \frac{1}{R \cdot C_o} \cdot V_o. \quad (4.132)$$

Analisando a malha IV, tem-se:

$$-V_{in} + R_s \cdot i_{in} = 0 \quad e$$

$$i_{in} = \frac{-1}{R_s} \cdot V_{C2} + \frac{1}{R_s} \cdot V_{in}.$$

Concluindo a análise da etapa de operação II, para o nó IV, tem-se:

$$i_{in} = i_{C2} + i_p \quad e$$

$$\frac{d}{dt} [V_{C2}] = \frac{-1}{R_s \cdot C_2} \cdot v_{C2} - \frac{1}{C_2} \cdot i_{Lm} - \frac{1}{C_2} \cdot n \cdot i_{Lo} + \frac{1}{R_s \cdot C_2} \cdot v_{in}. \quad (4.133)$$

As equações (4.129) à (4.133) caracterizam a dinâmica do conversor para o estágio

II, resumido conforme segue:

• **Estágio de Operação II:**

$$\frac{d}{dt} [V_{C2}] = \frac{-1}{R_s \cdot C_2} \cdot v_{C2} - \frac{1}{C_2} \cdot i_{Lm} - \frac{1}{C_2} \cdot n \cdot i_{Lo} + \frac{1}{R_s \cdot C_2} \cdot v_{in};$$

$$\frac{d}{dt} [V_{C1}] = \frac{-1}{R_b \cdot C_1} \cdot V_{C1} + \frac{1}{C_1} \cdot i_{Lm} + \frac{n}{C_1} \cdot i_{Lo} + \frac{1}{R_b \cdot C_1} \cdot V_b;$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = \frac{1}{L_m} \cdot V_{C2} - \frac{1}{L_m} \cdot V_{C1};$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lo}] = \frac{n}{L_o} \cdot V_{C2} - \frac{n}{L_o} \cdot V_{C1} - \frac{1}{L_o} \cdot V_o;$$

$$\frac{d}{dt} [V_o] = \frac{1}{C_o} \cdot i_{Lo} - \frac{1}{R \cdot C_o} \cdot V_o.$$

Equação de estado para o **Estágio de operação II:**

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{C2} \\ \dot{V}_{C1} \\ \dot{i}_{Lm} \\ \dot{i}_{Lo} \\ \dot{V}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_s \cdot C_2} & 0 & -\frac{1}{C_2} & -\frac{n}{C_2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & \frac{1}{C_1} & \frac{n}{C_1} & 0 \\ \frac{1}{L_m} & -\frac{1}{L_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n}{L_o} & -\frac{n}{L_o} & 0 & 0 & -\frac{1}{L_o} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_o} & -\frac{1}{R \cdot C_o} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{C2} \\ V_{C1} \\ i_{Lm} \\ i_{Lo} \\ V_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_s \cdot C_2} \\ \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_b \\ V_{in} \end{bmatrix}. \quad (4.134)$$

Matrizes A_2 e B_2 :

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_s \cdot C_2} & 0 & -\frac{1}{C_2} & -\frac{n}{C_2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & \frac{1}{C_1} & \frac{n}{C_1} & 0 \\ \frac{1}{L_m} & -\frac{1}{L_m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n}{L_o} & -\frac{n}{L_o} & 0 & 0 & -\frac{1}{L_o} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_o} & -\frac{1}{R \cdot C_o} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_s \cdot C_2} \\ \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.135)$$

Para o último estágio de operação do conversor, no intervalo de tempo de $[t_2 \leq t \leq t_0 + T]$, tem-se: Para a malha I do circuito da Figura 42, tem-se:

$$-V_b + R_b \cdot i_b + V_{C1} = 0 \quad e$$

$$i_b = -\frac{V_{C1}}{R_b} + \frac{V_b}{R_b}.$$

No nó I do mesmo circuito, tem-se:

$$i_b = i_{C1} \quad e$$

$$\frac{d}{dt} [V_{C1}] = -\frac{V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1}. \quad (4.136)$$

A tensão na indutância de magnetização é nula, de tal forma que:

$$\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = 0. \quad (4.137)$$

Analisando a malha II pode-se encontrar a seguinte equação:

$$-V_2 + V_{L_o} + V_0 = 0,$$

$$V_2 = 0 \quad e$$

$$\frac{d}{dt} [i_{L_o}] = -\frac{1}{L_o} \cdot V_0. \quad (4.138)$$

Já para o nó II, tem-se:

$$i_{L_o} = i_{C_o} + i_R \quad e$$

$$\frac{d}{dt} [V_0] = \frac{1}{C_o} \cdot i_{L_o} - \frac{1}{R \cdot C_o} \cdot V_0. \quad (4.139)$$

Analisando a malha III pode-se encontrar:

$$-V_{in} + R_s \cdot i_{in} + V_{C2} = 0 \quad e$$

$$i_{in} = \frac{-V_{C2}}{R_s} + \frac{V_{in}}{R_s}.$$

Por fim, para o nó III, tem-se:

$$i_{in} = i_{C2},$$

$$C_2 \cdot \frac{d}{dt} [V_{C2}] = i_{in} \quad e$$

$$\frac{d}{dt} [v_{C2}] = -\frac{1}{C_2 \cdot R_s} \cdot v_{C2} + \frac{1}{C_2 \cdot R_s} \cdot v_{in}. \quad (4.140)$$

As equações (4.136) à (4.140) caracterizam a dinâmica do conversor para o estágio de operação III. O que pode ser resumido conforme segue:

- **Estágio de operação III:**

$$\frac{d}{dt} [v_{C2}] = -\frac{1}{C_2 \cdot R_s} \cdot v_{C2} + \frac{1}{C_2 \cdot R_s} \cdot v_{in};$$

$$\frac{d}{dt} [V_{C1}] = -\frac{V_{C1}}{R_b \cdot C_1} + \frac{V_b}{R_b \cdot C_1};$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lm}] = 0;$$

$$\frac{d}{dt} [i_{Lo}] = -\frac{1}{L_o} \cdot V_o;$$

$$\frac{d}{dt} [V_o] = \frac{1}{C_o} \cdot i_{Lo} - \frac{1}{R \cdot C_o} \cdot V_o.$$

- Equação de estado para o **Estágio III:**

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{C2} \\ \dot{V}_{C1} \\ \dot{i}_{Lm} \\ \dot{i}_{Lo} \\ \dot{V}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_s \cdot C_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_o} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_o} & -\frac{1}{R \cdot C_o} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{C2} \\ V_{C1} \\ i_{Lm} \\ i_{Lo} \\ V_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_s \cdot C_2} \\ \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_b \\ V_{in} \end{bmatrix}. \quad (4.141)$$

- Matrizes A_3 e B_3 :

$$A_3 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_s \cdot C_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_o} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_o} & -\frac{1}{R \cdot C_o} \end{bmatrix}, \quad B_3 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_s \cdot C_2} \\ \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.142)$$

Resta determinar as matrizes C_1, C_2 e C_3 . Como o estado a ser controlado é a tensão de saída V_o , pode-se deduzir que:

$$y = \bar{C} \cdot \begin{bmatrix} V_{C2} \\ V_{C1} \\ i_{Lm} \\ i_{Lo} \\ V_{Co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{C2} \\ V_{C1} \\ i_{Lm} \\ i_{Lo} \\ V_{Co} \end{bmatrix}. \quad (4.143)$$

Como a tensão de saída deve ser controlada em todas as etapas de operação, as matrizes C_1, C_2 e C_3 são iguais. Assim: $\bar{C} = C_1 = C_2 = C_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Através dos mesmos procedimentos de modelagem fundamentados na técnica de espaço de estados médio e baseado em manipulações das equações de pequenos sinais dos circuitos, chega-se a um único modelo de circuito linear equivalente do estágio de potência.

Considere então o conversor de potência chaveado com conjuntos de estruturas de semicondutores de potência variável no tempo operando em um modo de condução contínua que muda sua topologia ciclicamente a uma frequência de 100kHz, gerando três estados operacionais ao longo do período T . Cada um desses estados pode ser representado pela forma geral das

equações de espaço de estado como:

$$\dot{x} = A_1x + B_1u \quad e \quad (4.144)$$

$$y = C_1x + D_1u \quad \text{para } t \in [t_0, t_1[, \quad S_1: \text{ON},$$

$$\dot{x} = A_2x + B_2u \quad e \quad (4.145)$$

$$y = C_2x + D_2u \quad \text{para } t \in [t_1, t_2[, \quad S_2: \text{ON},$$

$$\dot{x} = A_3x + B_3u \quad e \quad (4.146)$$

$$y = C_3x + D_3u \quad \text{para } t \in [t_2, t_0 + T], \quad S_3: \text{ON}.$$

As equações (4.144), (4.145) e (4.146) podem ser combinadas para obter o modelo de espaço de estado médio não linear e variante no tempo do conversor para $t \in [t_0, t_0 + T]$.

Assim:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu; \\ y = Cx + Du, \end{cases} \quad (4.147)$$

onde $A = A_1d_1 + A_2d_2 + A_3(1 - d_1 - d_2)$, $B = B_1d_1 + B_2d_2 + B_3(1 - d_1 - d_2)$, $C = C_1d_1 + C_2d_2 + C_3(1 - d_1 - d_2)$ e $D = D_1d_1 + D_2d_2 + D_3(1 - d_1 - d_2)$.

Substituindo os termos na Eq. (4.147), considerando as matrizes $D_1 = 0$, $D_2 = 0$ e $D_3 = 0$ e presumindo que as variáveis de estado possuem uma pequena parte do sinal \hat{x} adicionada à parte do estado estacionário \bar{X} . Da mesma forma, $d = \bar{D} + \hat{d}$, $y = \bar{Y} + \hat{y}$ e $u = \bar{U} + \hat{u}$. Através de manipulações algébricas e devidas substituições, já discutidas no Capítulo 3, é obtido o modelo unificado do conversor de Três-Portas:

$$\hat{x}(t) = \bar{A} \cdot \hat{x}(t) + \bar{B}_2 \cdot \hat{d}(t) + \bar{B}_{nx} \cdot \hat{d}(t) + \bar{B}_1 \cdot \hat{w}(t) \quad e \quad (4.148)$$

$$y = \bar{C} \cdot \hat{x}, \quad (4.149)$$

onde:

$$\hat{x}(t) = \begin{bmatrix} \hat{V}_{C2} \\ \hat{V}_{C1} \\ \hat{i}_{Lm} \\ \hat{i}_{Lo} \\ \hat{V}_o \end{bmatrix}, \quad \hat{d}(t) = \begin{bmatrix} \hat{d}_1 \\ \hat{d}_2 \end{bmatrix}, \quad \hat{w}(t) = \begin{bmatrix} \hat{V}_b \\ \hat{V}_{in} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
\bar{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_s C_2} & 0 & -\bar{D}_2/C_2 & (-n\bar{D}_2)/C_2 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{R_b C_1} & \frac{\bar{D}_2 + \bar{D}_1}{C_1} & \frac{n(\bar{D}_2 - \bar{D}_1)}{C_1} & 0 \\ \frac{\bar{D}_2}{L_m} & -(\bar{D}_1 + \bar{D}_2)/L_m & 0 & 0 & 0 \\ (\bar{D}_2 n)/L_o & \frac{n(\bar{D}_1 - \bar{D}_2)}{L_o} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_o} & \frac{-1}{R_o C_o} \end{bmatrix}, \\
\bar{\mathbf{B}}_2 &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{-(\bar{I}_{Lm} + n\bar{I}_{Lo})}{C_2} \\ \frac{\bar{I}_{Lm} - n\bar{I}_{Lo}}{C_1} & (\bar{I}_{Lm} + n\bar{I}_{Lo})/C_1 \\ -\bar{V}_{c1}/L_m & \frac{\bar{V}_{c2} - \bar{V}_{c1}}{L_m} \\ \frac{n\bar{V}_{c1}}{L_o} & n(\bar{V}_{c2} - \bar{V}_{c1})/L_o \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{B}}_{nx} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C_2} (\hat{i}_{Lm} + n\hat{i}_{L0}) \\ \frac{1}{C_1} (\hat{i}_{Lm} - n\hat{i}_{L0}) & \frac{1}{C_1} (\hat{i}_{Lm} + n\hat{i}_{L0}) \\ -\frac{\hat{V}_{c1}}{L_m} & \frac{1}{L_m} (\hat{V}_{c2} - n\hat{V}_{c1}) \\ n\frac{\hat{V}_{c1}}{L_o} & \frac{n}{L_o} (\hat{V}_{c2} - \hat{V}_{c1}) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{e} \\
\mathbf{B}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_s \cdot C_2} \\ \frac{1}{R_b \cdot C_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Vamos agora prosseguir com os resultados da simulação HIL realizados através do modelo computacional unificado do conversor e do controlador proposto.

4.5.2 Resultados de simulação para o Controlador Robusto unificado para um ponto de operação

Novamente, como o modelo é para pequenos sinais, a resposta resultante dos termos de segunda ordem é muito menor do que os outros fatores e pode ser desprezada, de sorte que o termo $\bar{\mathbf{B}}_{nx}$ não será utilizado para o cálculo dos ganhos do controlador. Os diagramas elétricos do conversor e do controlador unificado são mostrados na Figura 106. Os blocos do sistema de controle estão implementados em FPGA XILINS. A estrutura de controle por realimentação, mostrada na Figura 107, é bem sucinta e não requer muitos recursos de hardware.

Pode-se notar na Figura 106 a estrutura do ciclo solar que pode emular situações de insolação máxima, sombreamentos parciais e sombreamento total, de forma que a versatilidade

do controlador pode ser testada, como será mostrado. Note ainda o bloco que emula uma bateria recarregável, que pode manter a tensão na entrada nos períodos de sombreamento e ausência de luz solar, experimentando períodos de carga e descarga que irão depender da intensidade de luz solar.

O controlador de realimentação de estado é projetado pela lei de controle $d(t) = -Kx(t)$, onde $K \in R^{n_u \times n}$ é a matriz de ganhos de realimentação para serem determinados, n_u é o número de sinais de controle e n representa o número de variáveis de estado. Os sinais de controle $d_1(t)$ e $d_2(t)$ são mostrados na equação (4.150).

$$(K) \begin{cases} \hat{d}_1(t) = (-k_{11}) \hat{v}_{C2}(t) + (-k_{21}) \hat{v}_{C1}(t) + (-k_{31}) \hat{i}_{Lm}(t) + \\ (-k_{41}) \hat{i}_{Lo}(t) + (-k_{51}) \hat{v}_0(t); \\ \hat{d}_2(t) = (-k_{61}) \hat{v}_{C2}(t) + (-k_{71}) \hat{v}_{C1}(t) + (-k_{81}) \hat{i}_{Lm}(t) + \\ (-k_{91}) \hat{i}_{Lo}(t) + (-k_{101}) \hat{v}_0(t). \end{cases} \quad (4.150)$$

Similarmente, como realizado na seção 4.4.1, faz-se necessário aumentar o estado do sistema para calcular os ganhos do integrador do termo de erro de estado estacionário.

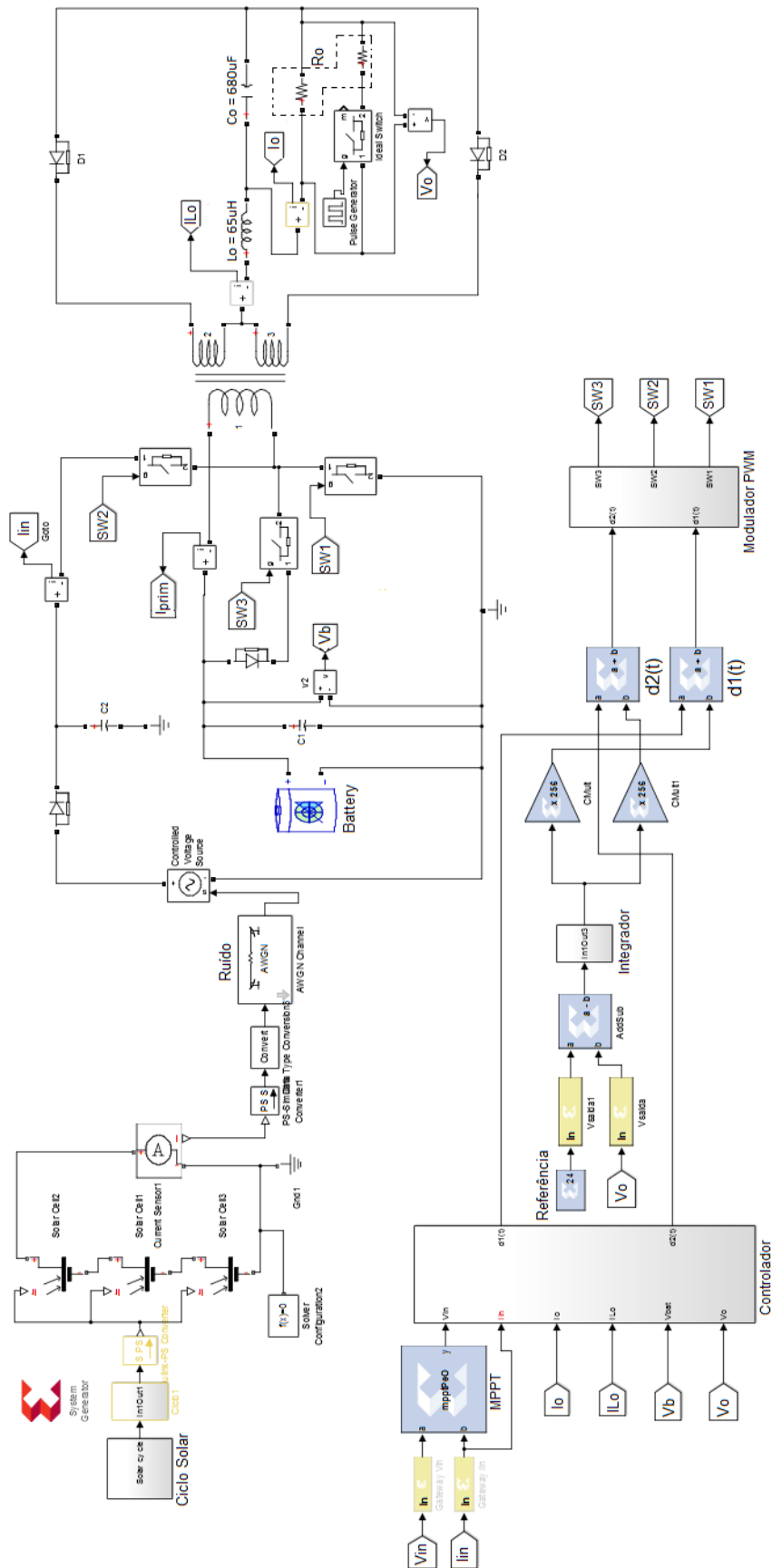
Através do mesmo procedimento adotado para o cálculo dos ganhos dos controladores dos Modos *I* e *II*, das LMIs (4.99), dos mesmos valores de regime permanente escolhidos na Tabela 4 e da Tabela 6, podem-se determinar por meio de solução por otimização convexa, o conjunto de 12 ganhos mostrados a seguir na equação (4.151):

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{21} & K_{31} & K_{41} & K_{51} & K_{111} \\ K_{61} & K_{71} & K_{81} & K_{91} & K_{101} & K_{121} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.00649 & 0.07728 & -4.67767 & 0.01465 & 0.00059 & 8508.58766 \\ -0.01842 & -0.18312 & 0.00301 & -0.07089 & -0.00886 & 303.49149 \end{bmatrix}. \quad (4.151)$$

Para ilustração, a respectiva localização dos polos de malha fechada para o sistema unificado é descrita na Figura 108. O valor mínimo calculado para γ , que fornece rejeição à perturbações, é dado por: $\gamma = 0,0032$.

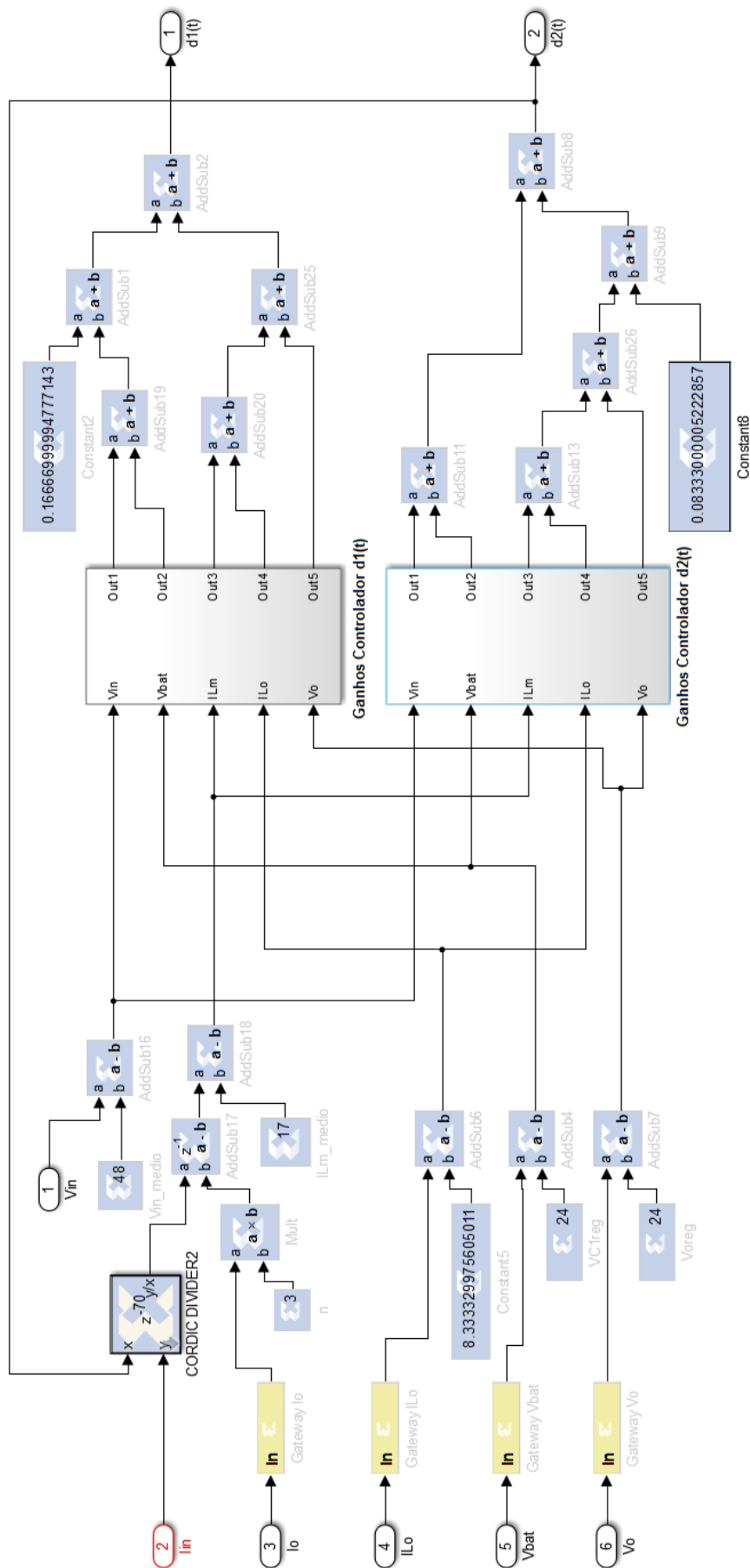
Prosseguindo com os testes, a Figura 109 mostra o HIL para o controlador unificado. Novamente, variações aleatórias na incidência solar, tensão na bateria e mudanças na carga alimentada pelo conversor, são aplicadas de forma que o desempenho do controlador unificado

Figura 106 – Diagrama do conversor com o controlador proposto em FPGA.



Fonte: Acervo do autor.

Figura 107 – Diagrama do controlador unificado proposto em FPGA.



Fonte: Acervo do autor.

Tabela 6 – Parâmetros de desempenho para cálculo do controlador unificado.

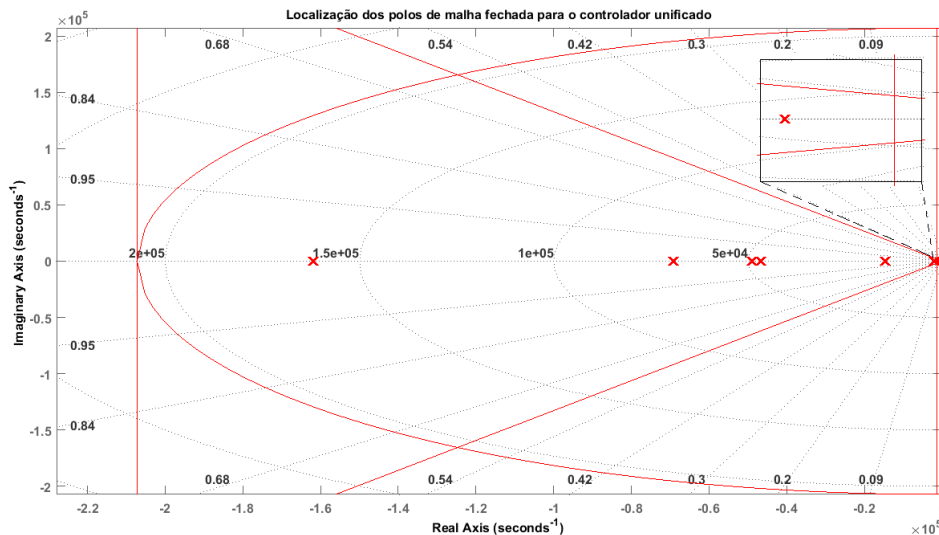
Requerimentos Transitórios (K)	Valor
Tempo de Subida	1ms
Overshoot	6.1%
ζ	0.664
ω_n	2080.45rad/s
θ	41.11°
h_1	-1381.6
α	150

Fonte: Acervo do autor.

possa ser avaliado. Perceba que, mesmo sob as condições mais severas de testes, o controlador efetua regulação e rastreo da tensão no barramento de saída em 24V.

A resposta dinâmica do controlador é satisfatória em termos de rejeição de perturbações às mudanças de carga e as variações aleatórias de entrada. Embora a mudança repentina da resistência de carga provoque oscilações na tensão de saída, conforme mostrado, estas variações são diminutas e atendem aos requisitos mínimos de sobretensão e subtensão, alcançando ajuste dentro de um curto período de tempo.

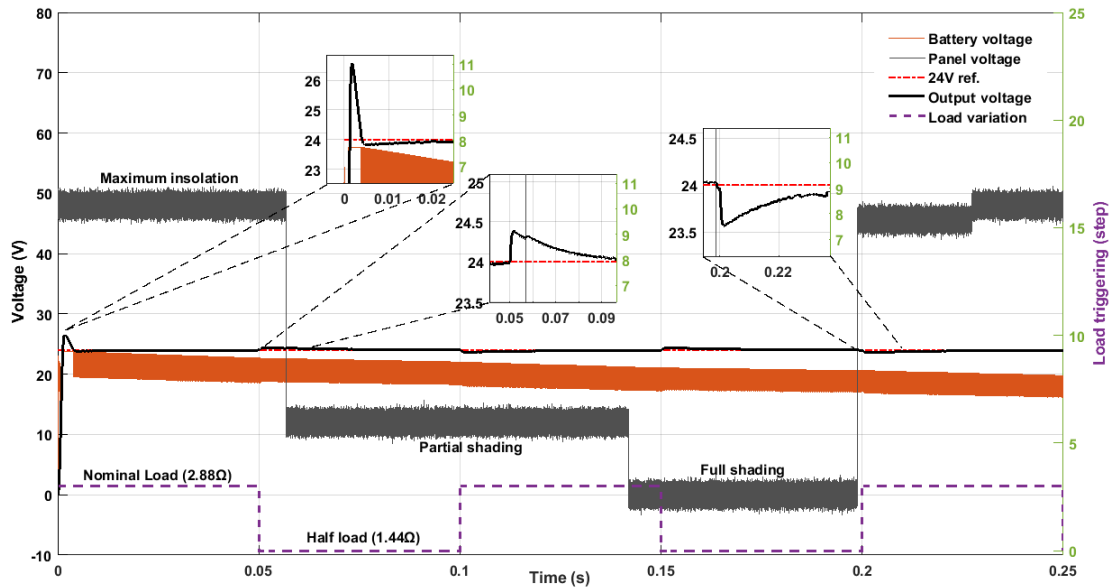
Figura 108 – Regiões de localização dos polos malha fechada para controlador unificado.



Fonte: Acervo do autor.

Pode-se perceber na Figura 109 que o máximo sobressinal de 26,5V ocorre somente durante o transitório inicial. As mudanças na carga e nas tensões do painel e bateria, bem como os ruídos de tensão inseridos no painel e bateria, na frequência de 756 Hz, não representam distúrbios significativos de forma que o controlador é robusto o suficiente para rejeitar estas perturbações.

Figura 109 – Resultados da Simulação HIL para controlador unificado.



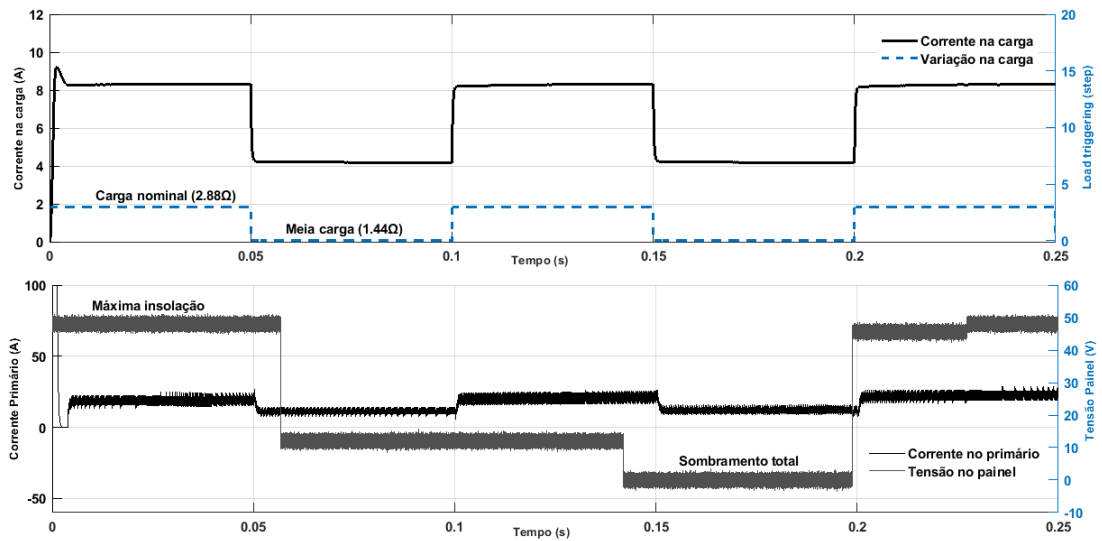
Fonte: Acervo do autor.

A Figura 110 mostra a corrente na carga e a corrente no lado primário do transformador. Note que a corrente na carga corresponde à cifra de 8.33A, que é o valor determinado em projeto para a corrente em regime permanente e em carga nominal. Além disso, um comportamento interessante pode ser notado na corrente medida no primário do transformador. Em qualquer situação de incidência solar, a corrente no primário permanece sempre com valor positivo, denotando que somente a bateria está fornecendo corrente para a carga, ou seja, a bateria está em modo de descarga. Esse resultado pode ser útil se considerarmos que, para salvar a integridade da bateria e evitar danos devido à sobrecarga, pode-se usar este controlador quando a tensão na bateria atingir um nível crítico e a incidência solar for excessiva, eliminando a necessidade de um circuito monitor para o carregamento da bateria.

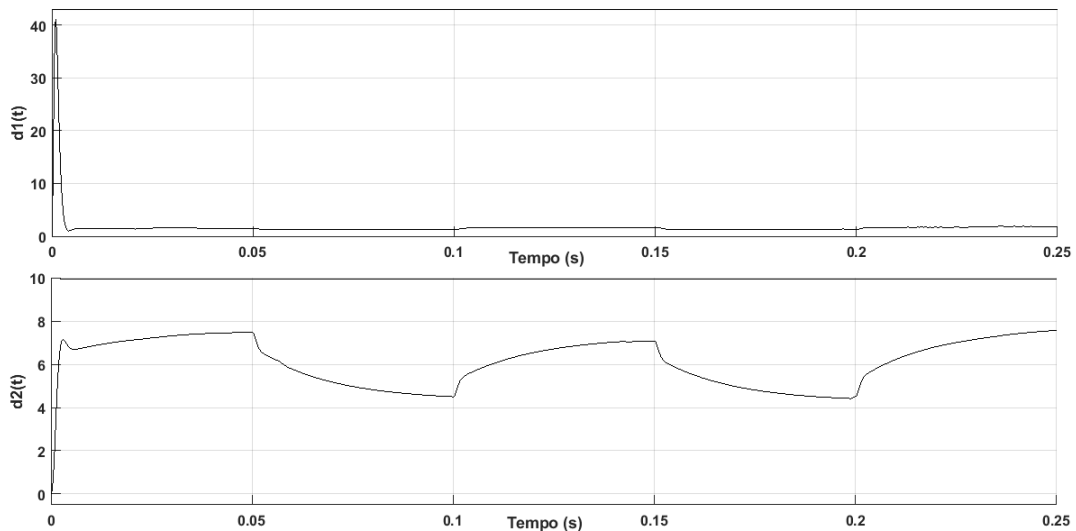
Já na Figura 111 são evidenciados os sinais de controle $d_1(t)$ e $d_2(t)$. Note que o sinal de controle $d_1(t)$ apresenta um valor bem elevado durante o transitório inicial, o que era de se esperar devido a agressividade do controlador, denotada na Figura 109, mostrando um tempo de subida e assentamento da ordem de 3ms. O mesmo pode-se dizer do sinal $d_2(t)$.

Por fim, vamos examinar a Robustez do controlador unificado face as incertezas relacionadas à tensão V_{in} e as variações de carga R .

Figura 110 – Corrente na carga e no primário do transformador.



Fonte: Acervo do autor.

Figura 111 – Sinais de controle $d_1(t)$ e $d_2(t)$ do controlador unificado.

Fonte: Acervo do autor.

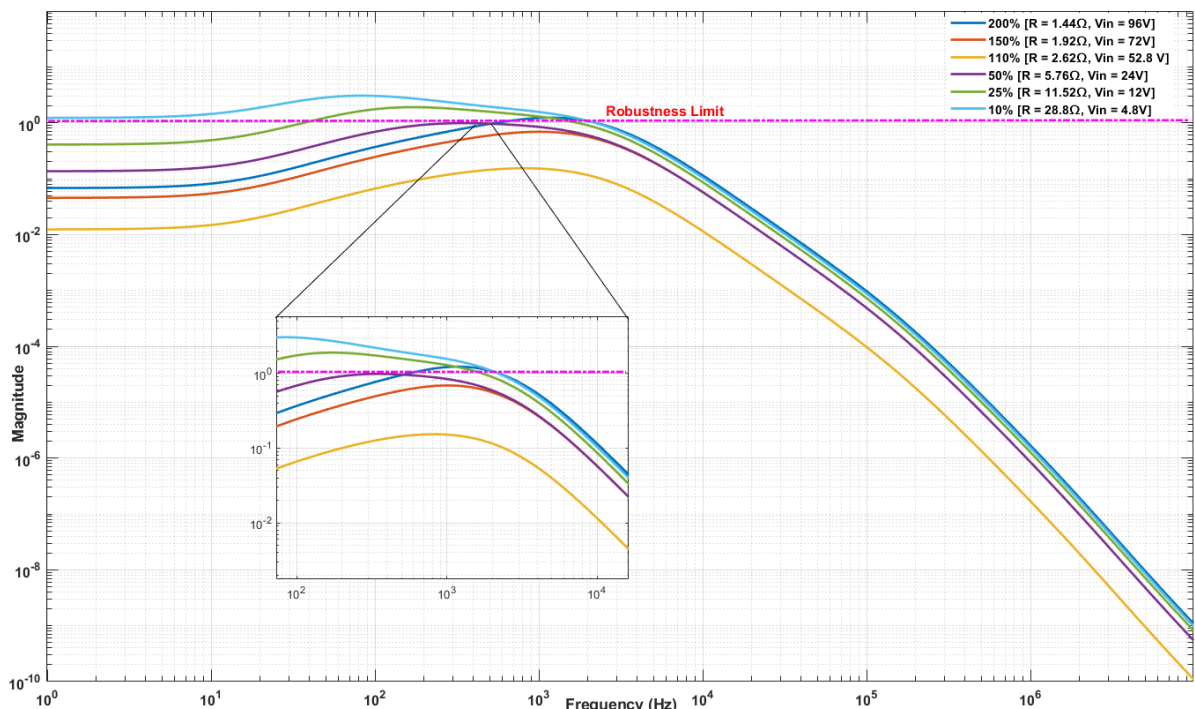
4.5.3 Análise da Robustez do Controlador

O controlador unificado K foi projetado para manter o sistema de malha fechada estável, bem como garantir um grau desejado de robustez contra incertezas. Através da mesma técnica utilizada para avaliação de robustez dos controladores da seção anterior, equações (4.108) à (4.112) e representação Δ - M na Figura 103, vamos avaliar a robustez do controlador unificado para variações simultâneas de carga R e da tensão V_{in} para 10%, 25%, 50%, 110%, 150% e 200%, para os ganhos fixos determinados na equação (4.151).

A análise de estabilidade robusta é mostrada na Fig.112. Pode ser visto que a

estabilidade robusta não é garantida para todas as variações de R e V_{in} , pois a margem de robustez (10^0) é ultrapassada para as variações **10%**, **25%** e **200%**. Pode-se afirmar, baseado nos resultados de análise expostos na Figura 112, que para as variações supracitadas de R e V_{in} , o sistema de malha fechada controlado pelos ganhos de realimentação da equação (4.151), não apresenta garantias de estabilidade robusta. O que não se pode mais afirmar é que, se R ou V_{in} variarem nos percentuais supracitados, a resposta em malha fechada será estável, pelo menos através desta metodologia não há garantias disto. A rejeição à perturbações obtida através da norma H_∞ , para o controlador unificado, não conseguiu abranger essas variações.

Figura 112 – Robustez do controlador unificado.

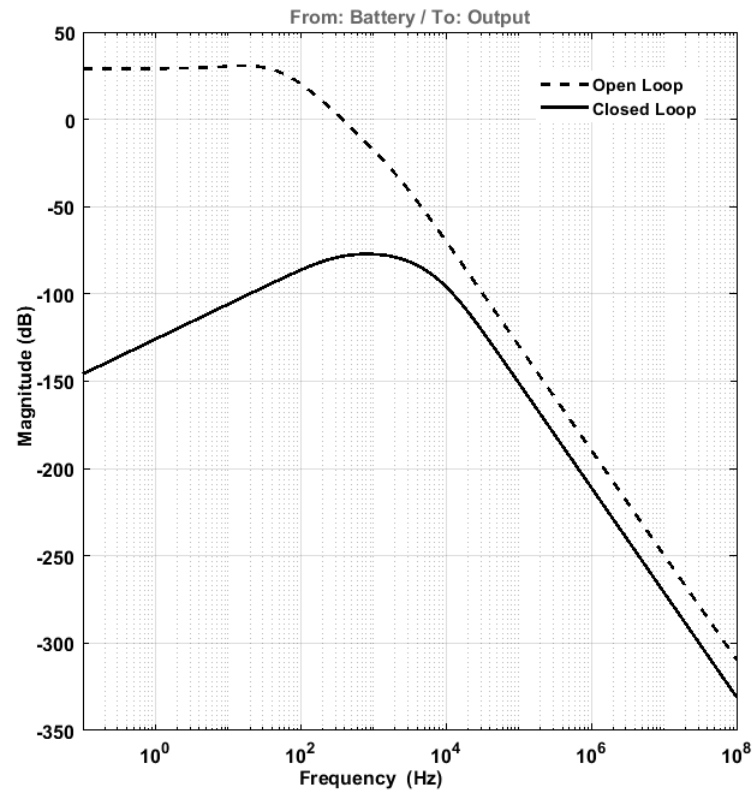


Fonte: Acervo do autor.

Finalmente, resta ainda mostrar a rejeição à perturbações da bateria para a saída. Na Figura 113 pode-se verificar que o sistema em malha fechada com controle H_∞ rejeita variações em V_b para toda a faixa de frequências, o que não é verossímil em malha aberta. A frequência de pico é reduzida tornando a resposta do sistema menos oscilatória.

Finalmente o próximo capítulo resume os principais aspectos deste trabalho, evidencia as principais conclusões e indica quais são as perspectivas para trabalhos futuros.

Figura 113 – Diagrama de magnitude de V_b para V_0 , em malha aberta e malha fechada, para o controlador unificado.



Fonte: Acervo do autor.

5 CONCLUSÕES E CONTINUIDADE DA PESQUISA

Quais variações, no fornecimento, estão sujeitas as fontes primárias de energia que alimentam um SEH de um Robô de exploração ou satélite? Que técnicas de controle podem ser adotadas para mitigar essas variações? Qual a topologia de conversor DC-DC é a mais adequada para ser utilizada no subsistema de suprimento de energia? Qual o comportamento deste conversor durante os efeitos de insolação máxima, sombreamentos parcial e total e quais as suas implicações na saída do subsistema de energia? Como projetar controladores que possam tratar as incertezas relacionadas às eventuais variações na carga alimentadas por conversores do tipo multiportas ou mesmo variações nos diversos componentes elétrico-eletrônicos que compõe o conversor?

Foi a partir destas perguntas que iniciamos nossa árdua trajetória no levantamento das topologias multiportas e técnicas de controle que poderiam ser aplicadas aos sistemas híbridos de energia submetidos às variações abruptas em suas fontes primárias. Inicialmente, pensamos ser tarefa relativamente simples encontrar tais respostas, afinal, a Eletrônica de Potência e o Controle de Processos são conteúdos amplamente discutidos em livros e artigos disponíveis na literatura nacional e internacional. Todavia, ao longo de nosso levantamento, nos deparamos com a impossibilidade de apresentar, de modo definitivo, uma topologia específica de conversor DC-DC multiportas relacionado à sistemas híbridos, já que as variações deste circuito e a caracterização do que vem a ser sua aplicação, exigem uma observação mais apurada e particular em cada aplicação, dada a peculiaridade de sua função. Mas isso não nos impediu de continuar a buscar luz para obscuridades relacionadas com os objetivos apresentados na introdução deste trabalho acadêmico, de forma que nos debruçamos em estudar, intensamente, o conversor MIMO proposto por Qian *et al.* (2010a), pois, acreditávamos que a quantidade reduzida de componentes iria permitir um projeto de controlador mais simples e elegante.

Entretanto, após a modelagem matemática do conversor, nos deparamos com uma estrutura complexa que possuía diferentes modos de operação com múltiplas variáveis de controle que possuíam acoplamento, o que complicava o projeto da malha de controle. Essas dificuldades nos levaram a investigar abordagens que poderiam tratar, eficientemente, os efeitos do acoplamento dos diferentes modos de operação de forma que transitem suavemente e como projetar compensadores que permitam o desacoplamento entre as malhas de controle e que minimizem as interações inter-sistêmicas do conversor multiportas. Despontaram então dois caminhos a serem trilhados. Um fundamentava-se no controle descentralizado, que preceituava

o uso de redes de desacoplamento para tratar das interações entre as diversas malhas de controle, de forma que controladores SISO fossem projetados para cada malha de controle de forma independente. O outro caminho apoiava-se no controle centralizado MIMO, que determinava o uso de um único controlador para as diversas malhas, embora, para isso, se fazia necessário dispor de um modelo preciso do conversor, o que acreditávamos ter, nos dando o encorajamento necessário para escolher esta estratégia como a direção a ser seguida e continuar nossa busca por respostas aos desafios propostos.

A aplicação do controle descentralizado mostrou-se ser uma tarefa, digamos, diligente, visto que no decorrer do nosso aprendizado, nos deparamos com técnicas que permitiam a seleção do par entrada/saída mais adequado ao projeto de um controlador, pois, assim, o acoplamento com outras malhas seria minimizado. Estas técnicas se mostraram eficazes ao nos esclarecer que, para o conversor multiportas estudado, seria necessário apenas uma razão cíclica ($d_1(t)$) para controlar o chaveamento de seus três interruptores, dado, obviamente, a topologia do modulador PWM empregado. Mesmo com este conhecimento em mãos, enveredamos no projeto dos controladores SISO e o uso das redes de desacoplamento, obtendo controladores para as três malhas determinadas na modelagem: o laço **OVR**, o laço **IVR** e o laço **BVR**. Os controladores foram estabelecidos pelo uso da técnica **Fator K**, que se mostrou eficaz, pois concebeu funções de controle que obtiveram um desempenho expressivo ao regular a tensão de saída do conversor com baixo sobressinal, em condições de operação que emulavam, máxima insolação, mínima insolação, eclipse ou sombreamento total, sobretensão e subtensão nas baterias e variação na carga. O excelente desempenho dos controladores SISO por desacoplamento fomentou a busca por uma comparação com a estratégia MIMO por realimentação de estados. Mas para tal, necessitávamos encontrar uma forma de projeto que se mostrasse eficaz e que se pudesse utilizar a modelagem em espaços de estado médio empregada na determinação do arquétipo computacional do conversor. O que foi prontamente materializado através do Controle Robusto, do uso das LMIs e da aplicação das normas H_∞ e dos critérios de desempenho por D -estabilidade, para projetar um controlador que minimizasse perturbações que surgissem nas entradas do conversor, além de satisfazer condições de desempenho desejadas no projeto.

Desta forma, em busca de um desempenho similar ou até superior em relação ao controle por desacoplamento, escolhemos pontos de operação de forma a tentar garantir em regime transitório e permanente, a regulação da saída do conversor em 24V. Então, de posse das LMIs do conversor, foi esboçada uma arquitetura de controle que, através de ganhos previamente

calculados pela solução do conjunto de restrições impostas no projeto, alcançasse regulação e rastreamento da saída. Em seguida, submetemos o conversor às mesmas situações impostas nos testes dos controladores SISO.

Os resultados se mostraram satisfatórios, dada à realização do objetivo de controlar a tensão de saída do conversor. Verificou-se o desempenho dos controladores frente às variações de carga e entrada. Notadamente, o controlador robusto forneceu uma resposta mais rápida com valores menores de sobressinal e sub-sinal quando comparado com o controlador desacoplado. Além disso, pode-se notar que a corrente de carga é menos oscilatória e com um valor de amplitude menor para o sistema regulado pelo controlador robusto. Importante destacar também que o custo energético do controlador robusto é muito menor em comparação com o controlador desacoplado, para ambos os sinais de controle $d_1(t)$ e $d_2(t)$, especialmente na rejeição de perturbações. Este resultado é corroborado pela dados apresentados na Tabela 5.

Além da verificação da regulação, rastreamento e resposta dinâmica do conversor sobre a égide do controlador robusto, estudou-se também a robustez dos controladores face à variações severas aplicada na tensão de entrada e na carga. Os resultados mostraram que, para os controladores à ganhos fixos, a estabilidade robusta é garantida para todas as variações imputadas, com rejeição aos distúrbios alcançada pelo uso da norma H_∞ . Para o controlador unificado, esta mesma garantia não foi obtida para as variações de 10%, 25% e 200%, embora este último percentual não tenha representação física real. Embora este resultado relacionado ao conversor unificado não seja aceitável, pela própria concepção do uso da norma H_∞ , acredita-se que a escolha dos critérios de desempenho, determinados através da busca por uma solução que minimizasse o índice de robustez, na tentativa de alocar os polos de malha fechada dentro da região de D-estabilidade, tenha provocado esse comportamento. Salienta-se que embora a estabilidade robusta não seja garantida, torna-se imperioso ressaltar que isto não significa alusão à instabilidade do sistema frente à essas variações.

Por fim, em trabalhos futuros, deve-se providenciar a montagem de bancada experimental para realização de ensaios utilizando um protótipo de subsistema de energia com potência de 200W para possível aplicação em nanosatélites com órbitas baixas e em um robô móvel não holonômico com esteiras. Ademais, a estrutura proposta pode ser ampliada com a inclusão de outras fontes de energia, como turbinas eólicas, células de combustão e supercapacitores. Também seria bastante interessante e desafiador projetar um sistema de controle levando em consideração os parâmetros incertos do conversor (como V_{in} , R e i_{Lm}) para uma determinada faixa

de incerteza, considerando um sistema politópico, bem como, uma abordagem por realimentação de saída como uma alternativa para derivar controladores robustos com desempenhos conhecidos.

REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A.; BRUCIAPAGLIA, A.; MIYAGI, P.; CALDEIRA, R. Enciclopédia de automática-vol. 1. **Editora Edgard Blucher, 452p**, 2007.
- AJAYI, T.; OGBOH, I. Determination of control pairing for higher order multivariable systems by the use of multi-ratios. **International journal of scientific and engineering research**, v. 3, n. 3, 2012.
- AL-ATRASH, H.; TIAN, F.; BATARSEH, I. Tri-modal half-bridge converter topology for three-port interface. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 22, n. 1, p. 341–345, 2007.
- ALBERTOS, P.; ANTONIO, S. **Multivariable control systems: an engineering approach**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006.
- ALI, M.; ABBAS, H.; WERNER, H. MIMO controller synthesis for lti and lpv systems using input-output models. In: **Proc. of 18th IFAC World Congress**. [S.l.: s.n.], 2011.
- ALOMARI, S.; SMADI, I. Modeling and control of multi-port dc/dc converter. In: IEEE. **2019 IEEE 28th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)**. [S.l.], 2019. p. 920–925.
- ALZGOOL, M.; NOURI, H.; TOOMER, C.; ALZGHOUL, G. A novel multi-inputs-single-output dc transformer topology. In: IEEE. **2016 51st International Universities Power Engineering Conference (UPEC)**. [S.l.], 2016. p. 1–5.
- BAMIEH, B.; GIARRE, L. Identification of linear parameter varying models. **International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal**, Wiley Online Library, v. 12, n. 9, p. 841–853, 2002.
- BARBOSA, S. G. Conversor ca-cc monofásico bidirecional com estágio integrado e isolamento em alta frequência aplicável a carregamento on-board de veículos elétricos. 2020.
- BEN-TAL, A.; GHAOUI, L. E.; NEMIROVSKI, A. **Robust optimization**. [S.l.]: Princeton University Press, 2009. v. 28.
- BENZAOUIA, A.; SOLIMAN, H. M.; SALEEM, A. Regional pole placement with saturated control for dc-dc buck converter through hardware-in-the-loop. **Transactions of the Institute of Measurement and Control**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 38, n. 9, p. 1041–1052, 2016.
- BIANCHI, F. D.; MANTZ, R. J.; CHRISTIANSEN, C. F. Gain scheduling control of variable-speed wind energy conversion systems using quasi-lpv models. **Control Engineering Practice**, Elsevier, v. 13, n. 2, p. 247–255, 2005.
- BISWAS, I.; KASTHA, D.; BAJPAI, P. Isolated multiport converter for fuel cell and energy storage systems for dc microgrid. In: IEEE. **2017 14th IEEE India Council International Conference (INDICON)**. [S.l.], 2017. p. 1–6.
- BIZON, N.; OPROESCU, M.; RACEANU, M. Efficient energy control strategies for a standalone renewable/fuel cell hybrid power source. **Energy Conversion and Management**, Elsevier, v. 90, p. 93–110, 2015.

BOYD, S.; GHAOUI, L. E.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. **Linear matrix inequalities in system and control theory**. [S.l.]: Siam, 1994. v. 15.

BRISTOL, E. On a new measure of interaction for multivariable process control. **IEEE transactions on automatic control**, IEEE, v. 11, n. 1, p. 133–134, 1966.

BURT, R. Distributed electrical power system in cubesat applications. 2011.

CAPEL, A. The power system of the multimedia constellation satellite for the skybridge missions. In: IEEE. **Power Electronics Specialists Conference, 1998. PESC 98 Record. 29th Annual IEEE**. [S.l.], 1998. v. 2, p. 1913–1930.

CHEN, D.; SEBORG, D. E. Relative gain array analysis for uncertain process models. **AIChE journal**, Wiley Online Library, v. 48, n. 2, p. 302–310, 2002.

CHEN, Y.-M.; LIU, Y.-C.; WU, F.-Y. Multi-input dc/dc converter based on the multiwinding transformer for renewable energy applications. **IEEE transactions on industry applications**, IEEE, v. 38, n. 4, p. 1096–1104, 2002.

CHOU, H.-M. **Multi-port DC-DC Power Converter for Renewable Energy Application**. Tese (Doutorado) — Texas A & M University, 2010.

CORTES, D.; ALVAREZ, J.; ÁLVAREZ, J.; FRADKOV, A. Tracking control of the boost converter. **IEE Proceedings-Control theory and applications**, IET, v. 151, n. 2, p. 218–224, 2004.

COSTA, M.; REIS, F.; CAMPOS, J. *et al.* Controlador robusto mpc-lmi aplicado ao conversor boost com célula de comutação de três estados. **Eletrônica de Potência, Campo Grande**, p. 81–90, 2017.

CUK, S. **Modelling, analysis, and design of switching converters**. Tese (Doutorado) — California Institute of Technology, 1977.

DEVI, R. B.; BALAGANESAN, S. M. Design and implementation of multiport bidirectional dc-dc converter for hybrid energy storage systems. **ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences**, v. 10, n. 7, 2015.

DOBBS, B. G.; CHAPMAN, P. L. A multiple-input dc-dc converter topology. **IEEE Power Electronics Letters**, IEEE, v. 1, n. 1, p. 6–9, 2003.

DUAN, G.-R.; YU, H.-H. **LMIs in control systems: analysis, design and applications**. [S.l.]: CRC press, 2013.

EBRAHIMZADEH, M. A.; RAHMATI, A. R. Adaptive and fast-response controller for boost pfc converter with wide range of operating conditions. In: IEEE. **Power Electronic & Drive Systems & Technologies Conference (PEDSTC), 2010 1st**. [S.l.], 2010. p. 157–162.

FALB, P. L.; WOLOVICH, W. A. Decoupling in the design and synthesis of multivariable control systems. 1967.

FARES, A. M.; KLUMPNER, C.; SUMNER, M. A novel modular multiport converter for enhancing the performance of photovoltaic-battery based power systems. **Applied Sciences**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 9, n. 19, p. 3948, 2019.

GAHINET, P.; NEMIROVSKII, A.; LAUB, A. J.; CHILALI, M. The lmi control toolbox. In: IEEE. **Decision and Control, 1994., Proceedings of the 33rd IEEE Conference on.** [S.l.], 1994. v. 3, p. 2038–2041.

GARCERA, G.; FIGUERES, E.; PASCUAL, M.; BENAVENT, J. Analysis and design of a robust average current mode control loop for parallel buck dc-dc converters to reduce line and load disturbance. **IEE Proceedings-Electric Power Applications**, IET, v. 151, n. 4, p. 414–424, 2004.

GEHAN, O.; PIGEON, E.; MENARD, T.; POULIQUEN, M.; GUALOUS, H.; SLAMANI, Y.; TALA-IGHIL, B. A nonlinear state feedback for dc/dc boost converters. **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, v. 139, n. 1, 2017.

GILBERT, W.; HENRION, D.; BERNUSSOU, J.; BOYER, D. Polynomial l_p synthesis applied to turbofan engines. **Control Engineering Practice**, Elsevier, v. 18, n. 9, p. 1077–1083, 2010.

GROSDIDIER, P.; MORARI, M. Interaction measures for systems under decentralized control. **Automatica**, Elsevier, v. 22, n. 3, p. 309–319, 1986.

HE, Y.; LUO, F. Sliding-mode control for dc-dc converters with constant switching frequency. **IEE Proceedings-Control Theory and Applications**, IET, v. 153, n. 1, p. 37–45, 2006.

HERNANDEZ-TORRES, D.; SENAME, O.; RIU, D.; DRUART, F. On the robust control of dc-dc converters: Application to a hybrid power generation system. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 43, n. 21, p. 123–130, 2010.

HITI, S.; BOROYEVICH, D. Control of boost converter with adjustable output voltage and unknown resistive load. In: IEEE. **Power Electronics Specialists Conference, PESC'94 Record., 25th Annual IEEE.** [S.l.], 1994. v. 1, p. 294–300.

IANNONE, F.; LEVA, S.; ZANINELLI, D. Hybrid photovoltaic and hybrid photovoltaic-fuel cell system: economic and environmental analysis. In: IEEE. **Power Engineering Society General Meeting, 2005.** IEEE. [S.l.], 2005. p. 1503–1509.

INDRAGANDHI, V.; BENITTO, A. Performance analysis, modeling and control of multi-port dc-dc boost converter for an integrated power generation system. **Indian Journal of Science and Technology**, v. 9, n. 36, 2016.

IPPOLITO, J. L. J. **Satellite Communications Systems Engineering: Atmospheric Effects, Satellite Link Design and System Performance.** [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008.

JANG, S.-S.; CHOI, J. Energy balance analysis of small satellite in low earth orbit (leo). In: **2008 IEEE 2nd International Power and Energy Conference.** [S.l.: s.n.], 2008. p. 967–971.

JIANG, Z. Power management of hybrid photovoltaic-fuel cell power systems. In: IEEE. **Power Engineering Society General Meeting, 2006.** IEEE. [S.l.], 2006. p. 6–pp.

JIBHKATE, S.; BISWAS, I.; KASTHA, D.; BAJPAI, P. Three port dc-dc converter for storage integration in microgrid. In: IEEE. **Power Systems Conference (NPSC), 2016 National.** [S.l.], 2016. p. 1–6.

KARAKAN, A.; OĞUZ, Y.; USLU, B. The control of energy production system created from fuel cell and different solar panels via microcontroller. **Transactions of the Institute of Measurement and Control**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 41, n. 13, p. 3742–3755, 2019.

KAWASAKI, N.; NOMURA, H.; MASUHIRO, M. A new control law of bilinear dc-dc converters developed by direct application of Lyapunov. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 10, n. 3, p. 318–325, 1995.

KHAKI-SEDIGH, A.; MOAVENI, B. **Control configuration selection for multivariable plants**. [S.l.]: Springer, 2009. v. 391.

KHAYAT, Y.; NADERI, M.; SHAFIEE, Q.; BATMANI, Y.; FATHI, M.; BEVRANI, H. Robust control of a dc-dc boost converter: H_2 and h_∞ techniques. In: **IEEE Power Electronics, Drive Systems & Technologies Conference (PEDSTC), 2017 8th**. [S.l.], 2017. p. 407–412.

KING, D. M. Controle h_2/h_∞ via desigualdades matriciais lineares para atenuação de vibrações em estruturas flexíveis. **Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, Campinas, 147p. Dissertação (Mestrado)**, 2005.

KOLLI, A.; GAILLARD, A.; BERNARDINIS, A. D.; BETHOUX, O.; HISSEL, D.; KHATIR, Z. A review on dc/dc converter architectures for power fuel cell applications. **Energy Conversion and Management**, Elsevier, v. 105, p. 716–730, 2015.

KRISHNASWAMI, H. Three-port dc-dc converters to interface renewable energy sources with bi-directional load and energy storage ports. 2009.

LEE, T.-S.; CHIANG, S.-J.; CHANG, J.-M. h_∞ loop-shaping controller designs for the single-phase ups inverters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 16, n. 4, p. 473–481, 2001.

LEYVA, R.; CID-PASTOR, A.; ALONSO, C.; QUEINNEC, I.; TARBOURIECH, S.; MARTINEZ-SALAMERO, L. Passivity-based integral control of a boost converter for large-signal stability. **IEE Proceedings-Control Theory and Applications**, IET, v. 153, n. 2, p. 139–146, 2006.

LI, Y.; ZHENG, T. Q.; ZHAO, C.; CHEN, J. Modeling and regulator design for three-input power systems with decoupling control. **Journal of Power Electronics**, The Korean Institute of Power Electronics, v. 12, n. 6, p. 912–924, 2012.

LIBERZON, D.; MORSE, A. S. Basic problems in stability and design of switched systems. **IEEE control systems magazine**, IEEE, v. 19, n. 5, p. 59–70, 1999.

LIMA, J. S. S.; JOTHA, L. S.; BIONDI, R. B.; AQUINO, P. S.; NETO, V. P. S. **Constelação de Nano Satélites para Coleta de Dados Ambientais**. Natal, Rio Grande no Norte: [s.n.], 2012. 85 p.

LIU, D. Topology, development, and control of a three-port triple-half-bridge dc-dc converter for hybrid energy storage application. 2006.

LOFBERG, J. A toolbox for modeling and optimization in matlab. In: **Proc. of the CACSD Conf.** [S.l.: s.n.], 2004.

- MAHMOUDI, M.; SAFARI, A. Lmi based robust control design for multi-input-single-output dc/dc converter. **International Journal of Dynamics and Control**, Springer, v. 7, n. 1, p. 379–387, 2019.
- MAMEDE, H. R.; SANTOS, W. M. dos; MARTINS, D. C. A new dc-dc power converter derived from the tab for bipolar dc microgrids. In: IEEE. **2015 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)**. [S.l.], 2015. p. 6217–6222.
- MARTINS, D. C.; BARBI, I. **Eletrônica de Potência: conversores cc-cc básicos não isolados**. [S.l.]: Edição dos Autores, 2006.
- MELLO, L. F. P. d. Análise e projeto de fontes chaveadas. **São Paulo: Érica**, 1996.
- MIDDLEBROOK, R. D.; CUK, S. A general unified approach to modelling switching-converter power stages. In: IEEE. **1976 IEEE Power Electronics Specialists Conference**. [S.l.], 1976. p. 18–34.
- MONTAGNER, V.; OLIVEIRA, R.; LEITE, V. J.; PERES, P. L. D. Lmi approach for h_∞ linear parameter-varying state feedback control. **IEE Proceedings-Control Theory and Applications**, IET, v. 152, n. 2, p. 195–201, 2005.
- MONTAGNER, V.; PERES, L. h_∞ control with pole location for a dc-dc converter with a switched load. In: IEEE. **Industrial Electronics, 2003. ISIE'03. 2003 IEEE International Symposium on**. [S.l.], 2003. v. 1, p. 550–555.
- MONTAGNER, V. F.; JR, L. A. M.; PINHEIRO, H.; OLIVEIRA, R. A robust h_2 state feedback controller applied to boost converters. **Eletrônica de Potência**, v. 16, n. 1, p. 68–75, 2011.
- MORALES-SALDANA, J.; GALARZA-QUIRINO, R.; LEYVA-RAMOS, J.; CARBAJAL-GUTIERREZ, E.; ORTIZ-LOPEZ, M. Multiloop controller design for a quadratic boost converter. **IET Electric Power Applications**, IET, v. 1, n. 3, p. 362–367, 2007.
- MORGAN, B. The synthesis of linear multivariable systems by state-variable feedback. **IEEE Transactions on Automatic Control**, IEEE, v. 9, n. 4, p. 405–411, 1964.
- MUKHERJEE, S.; MUKHERJEE, D.; KASTHA, D. Multiport soft-switching bidirectional dc-dc converter for hybrid energy storage systems. In: IEEE. **2019 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)**. [S.l.], 2019. p. 2103–2109.
- MUMMADI, V.; BHIMAVARAPU, A. R. Robust multi-variable controller design for two-input two-output fourth-order dc-dc converter. **Electric Power Components and Systems**, Taylor & Francis, v. 48, n. 1-2, p. 86–104, 2020.
- NAIM, R.; WEISS, G.; BEN-YAAKOV, S. h_∞ control applied to boost power converters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 12, n. 4, p. 677–683, 1997.
- NAPOLI, A. D.; CRESCIMBINI, F.; RODO, S.; SOLERO, L. Multiple input dc-dc power converter for fuel-cell powered hybrid vehicles. In: IEEE. **Power Electronics Specialists Conference, 2002. pesc 02. 2002 IEEE 33rd Annual**. [S.l.], 2002. v. 4, p. 1685–1690.
- NEHRIR, M.; WANG, C.; STRUNZ, K.; AKI, H.; RAMAKUMAR, R.; BING, J.; MIAO, Z.; SALAMEH, Z. A review of hybrid renewable/alternative energy systems for electric power generation: Configurations, control, and applications. **IEEE transactions on sustainable energy**, IEEE, v. 2, n. 4, p. 392–403, 2011.

NETO, J. T. d. C. **Controle Robusto Aplicado a Conversor Buck-Boost em Sistemas Fotovoltaicos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2012.

NOGHREIAN, E.; KOOFIGAR, H. R. Power control of hybrid energy systems with renewable sources (wind-photovoltaic) using switched systems strategy. **Sustainable Energy, Grids and Networks**, Elsevier, v. 21, p. 100280, 2020.

NOGUEIRA, F. G. *et al.* Investigação experimental de estratégias de identificação e controle lpv aplicadas ao amortecimento de oscilações eletromecânicas em sistemas elétricos de potência. Universidade Federal do Pará, 2012.

OLALLA, C.; AROUDI, A. E.; LEYVA, R.; QUEINNEC, I. Lmi robust control of pwm converters: an output-feedback approach. In: **Recent Advances in Robust Control-Theory and Applications in Robotics and Electromechanics**. [S.l.]: InTech, 2011.

OLALLA, C.; LEYVA, R. Análisis y diseño de convertidores cc/cc elevadores mediante control qft. **seminario Anual de Electrónica y Automática Industrial, SAAEI**, v. 2006, 2006.

OLALLA, C.; LEYVA, R.; AROUDI, A. E. Qft design for current-mode pwm buck converters operating in continuous and discontinuous conduction modes. In: **IEEE. IEEE Industrial Electronics, IECON 2006-32nd Annual Conference on**. [S.l.], 2006. p. 1828–1833.

OLALLA, C.; LEYVA, R.; AROUDI, A. E.; QUEINNEC, I. Robust lqr control for pwm converters: An lmi approach. **IEEE Transactions on industrial electronics**, IEEE, v. 56, n. 7, p. 2548–2558, 2009.

OLALLA, C.; LEYVA, R.; AROUDI, A. E.; GARCES, P.; QUEINNEC, I. Lmi robust control design for boost pwm converters. **IET Power Electronics**, IET, v. 3, n. 1, p. 75–85, 2010.

OLALLA, C.; LEYVA, R.; QUEINNEC, I.; MAKSIMOVIC, D. Robust gain-scheduled control of switched-mode dc–dc converters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 27, n. 6, p. 3006–3019, 2012.

OLALLA, C.; QUEINNEC, I.; LEYVA, R. Robust gain-scheduled control of dc-dc converters: An lmi approach. In: **IEEE. 2011 IEEE International Conference on Control Applications (CCA)**. [S.l.], 2011. p. 1425–1430.

OLALLA, C.; QUEINNEC, I.; LEYVA, R.; AROUDI, A. E. Robust optimal control of bilinear dc-dc converters. **Control Engineering Practice**, Elsevier, v. 19, n. 7, p. 688–699, 2011.

PHAM, V.-L.; WADA, K. Applications of triple active bridge converter for future grid and integrated energy systems. **Energies**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 13, n. 7, p. 1577, 2020.

POMILIO, J. Projeto de sistemas de controle linear para fontes chaveadas. **UNICAMP, São Paulo**, 2014.

QIAN, Z. **Modeling And Design Of Multi-port Dc/Dc Converters**. <http://stars.library.ucf.edu/etd>: [s.n.], 2010. 168 p.

QIAN, Z.; ABDEL-RAHMAN, O.; AL-ATRASH, H.; BATARSEH, I. Modeling and control of three-port dc/dc converter interface for satellite applications. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 25, n. 3, p. 637–649, 2010.

- QIAN, Z.; ABDEL-RAHMAN, O.; BATARSEH, I. An integrated four-port dc/dc converter for renewable energy applications. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 25, n. 7, p. 1877–1887, 2010.
- QIAN, Z.; ABDEL-RAHMAN, O.; HU, H.; BATARSEH, I. An integrated three-port inverter for stand-alone pv applications. In: IEEE. **Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2010 IEEE**. [S.l.], 2010. p. 1471–1478.
- QIAN, Z.; ABDEL-RAHMAN, O.; HU, H.; BATARSEH, I. Multi-channel three-port dc/dc converters as maximum power tracker, battery charger and bus regulator. In: IEEE. **Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2010 Twenty-Fifth Annual IEEE**. [S.l.], 2010. p. 2073–2079.
- QIAN, Z.; ABDEL-RAHMAN, O.; REESE, J.; AL-ATRASH, H.; BATARSEH, I. Dynamic analysis of three-port dc/dc converter for space applications. In: IEEE. **Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2009. APEC 2009. Twenty-Fourth Annual IEEE**. [S.l.], 2009. p. 28–34.
- RAMU, G. Analysis and design of an isolated bidirectional dc-dc converter for hybrid systems. **Middle-East Journal of Scientific Research**, v. 19, n. 7, p. 960–965, 2014.
- REESE, J. M. **Design, Modeling, And Control Of Tree-port Converters For Solar Power Applications**. Dissertação (Mestrado) — University of Central Florida, <http://stars.library.ucf.edu/etd/3313>, 2007.
- REKASIUS, Z. Decoupling of multivariable systems by means of state-variable feedback. In: **Proc. Third Allerton Conference on Circuit and System Theory**. [S.l.: s.n.], 1965. p. 439–448.
- ROCHA, K. D. T. **Modernização e Controle de Velocidade e de Seguimento de Trajetória de um Robô Móvel não Holonômico com Esteiras**. 110 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Ceará, 2017.
- SANDERS, S. R.; VERGHESE, G. C. Lyapunov-based control for switched power converters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 7, n. 1, p. 17–24, 1992.
- SANTOS, T. L.; TORRICO, B. C.; NORMEY-RICO, J. E. Simplified filtered smith predictor for mimo processes with multiple time delays. **ISA transactions**, Elsevier, v. 65, p. 339–349, 2016.
- SHAMMA, J. S.; ATHANS, M. Guaranteed properties of gain scheduled control for linear parameter-varying plants. **Automatica**, Elsevier, v. 27, n. 3, p. 559–564, 1991.
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. **Multivariable feedback control: analysis and design**. [S.l.]: Wiley New York, 2007. v. 2.
- SPIER, D.; OGGIER, G.; SILVA, S. da. Dynamic modeling and analysis of the bidirectional dc-dc boost-buck converter for renewable energy applications. **Sustainable Energy Technologies and Assessments**, Elsevier, v. 34, p. 133–145, 2019.
- SU, J.-T.; LIU, C.-W.; LIU, D.-M. Adaptive control scheme for interleaved dc/dc power converters. In: IEEE. **Power Electronics Conference (IPEC), 2010 International**. [S.l.], 2010. p. 3105–3111.

- SUNTIO, T.; HANKANIEMI, M.; KARPPANEN, M. Analysing the dynamics of regulated converters. **IEE Proceedings-Electric Power Applications**, IET, v. 153, n. 6, p. 905–910, 2006.
- SURESHKUMAR, K.; PONNUSAMY, V. Hybrid renewable energy systems for power flow management in smart grid using an efficient hybrid technique. **Transactions of the Institute of Measurement and Control**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 42, n. 11, p. 2068–2087, 2020.
- TAO, H.; DUARTE, J. L.; HENDRIX, M. A. Multiport converters for hybrid power sources. In: IEEE. **2008 IEEE Power Electronics Specialists Conference**. [S.l.], 2008. p. 3412–3418.
- TAO, H.; DUARTE, J. L.; HENDRIX, M. A. Multiport converters for hybrid power sources. In: IEEE. **Power Electronics Specialists Conference, 2008. PESC 2008. IEEE**. [S.l.], 2008. p. 3412–3418.
- TAO, H.; KOTSOPOULOS, A.; DUARTE, J.; HENDRIX, M. Multi-input bidirectional dc-dc converter combining dc-link and magnetic-coupling for fuel cell systems. In: IEEE. **Industry Applications Conference, 2005. Fourtieth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2005**. [S.l.], 2005. v. 3, p. 2021–2028.
- TAO, H.; KOTSOPOULOS, A.; DUARTE, J. L.; HENDRIX, M. A. Family of multiport bidirectional dc–dc converters. **IEE Proceedings-Electric Power Applications**, IET Digital Library, v. 153, n. 3, p. 451–458, 2006.
- THIRION, P. Design and implementation of on-board electrical power supply of student nanosatellite oufti-1 of university of liège. **Master's thesis, University of Liège, Liège**, 2009.
- TIRONI, A. E.; CORTI, B. M.; UBEZIO, C. G. A novel approach in multi-port dc/dc converter control. In: IEEE. **2015 International Conference on Clean Electrical Power (ICCEP)**. [S.l.], 2015. p. 48–54.
- TROFINO, A. Controle robusto. 2000. **Apostila–Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica Laboratório de Controle e Micro-Informática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis**, 2000.
- TROFINO, A.; COUTINHO, D.; BARBOSA, K. A. Sistemas multivariáveis: Uma abordagem via lmis. **Santa Catarina**, 2003.
- VENABLE, H. D. The k factor: A new mathematical tool for stability analysis and synthesis. In: **Proc. Powercon**. [S.l.: s.n.], 1983. v. 10, p. H1–1.
- VIDAL-IDIARTE, E.; MARTINEZ-SALAMERO, L.; CALVENTE, J.; ROMERO, A. An h_∞ control strategy for switching converters in sliding-mode current control. **IEEE Transactions on Power Electronics**, IEEE, v. 21, n. 2, p. 553–556, 2006.
- WALLIS, G. F.; TYMERSKI, R. Generalized approach for μ -synthesis of robust switching regulators. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, IEEE, v. 36, n. 2, p. 422–431, 2000.
- WIEL, T. T. van de; TÓTH, R.; KIRIOUCHINE, V. I. Comparison of parameter-varying decoupling based control schemes for a quadrotor. **IFAC-PapersOnLine**, Elsevier, v. 51, n. 26, p. 55–61, 2018.

WU, H.; XING, Y.; CHEN, R.; ZHANG, J.; SUN, K.; GE, H. A three-port half-bridge converter with synchronous rectification for renewable energy application. In: IEEE. **Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2011 IEEE**. [S.l.], 2011. p. 3343–3349.

APÊNDICE A – PRELIMINARES TEÓRICOS EM LMIS

Adotamos neste trabalho acadêmico a nomenclatura padrão para a maior parte dos entes matemáticos utilizados. A operação de transposição é indicada pelo símbolo (T), pós-posto a um vetor ou matriz. O símbolo (*) denota transposição seguida de conjugação. O operador $X \succ 0$ indica que a matriz simétrica é estritamente definida positiva, isto é, todos os autovalores de X são números reais estritamente maiores que zero. Por oposição, $X \prec 0$ indica que a matriz simétrica X é estritamente definida negativa. A notação $X \succeq 0$ indica que a matriz é semi-definida positiva, ou seja, todos os autovalores da matriz X são números reais positivos ou nulos. Por oposição, $X \preceq 0$ indica que a matriz X é semi-definida negativa. O operador $tr(X)$ indica o traço da matriz X , isto é, a soma dos elementos da diagonal principal da matriz X . A operação $diag(A, B)$ simboliza a construção de uma matriz cujos blocos da diagonal principal são as matrizes A e B e cujos elementos fora desses blocos são todos nulos. Os autovalores da matriz são denotados por $\lambda_i(X)$. Similarmente, cada elemento da diagonal principal é denotado por $diag_i(X)$. Por fim, utilizamos o símbolo (*) para denotar um bloco cujo correspondente simétrico já se encontra descrito.

Esclarecidos estes detalhes, transitemos então aos fundamentos teóricos utilizados neste trabalho relacionados a controle robusto aplicado ao conversor multiportas.

A.0.1 Desigualdades Matriciais Lineares - LMI

O que é uma LMI? Para responder essa pergunta, vamos antes conhecer um breve histórico acerca do surgimento das LMIs e sua aplicação em sistemas de controle.

Até o século XIX, os sistemas de controle eram projetados para aplicação direta às necessidades específicas de problemas que surgiam no cotidiano de fábricas e processos industriais. Com o desenvolvimento da modelagem matemática, dos componentes de um sistema e de suas interconexões, a engenharia passou a fazer parte deste processo, criando subsídios para o desenvolvimento da Teoria Clássica de Controle, permitindo que um fenômeno físico controlável fosse sintetizado matematicamente. A união entre a engenharia e os modelos matemáticos impulsionou a capacidade de previsão e o aumento de sofisticação dos projetos de controle, sem mencionar o auxílio dos avanços computacionais, que ampliou as fronteiras da aplicabilidade do controle de forma exponencial.

King (2005) discorreu sobre este avanço ao mencionar que vários problemas com-

plexos relacionados com engenharia de controle poderiam ser representados como problemas de otimização convexa, possibilitando a utilização de sistemas de equações e inequações algébricas como forma de impor restrições ou descrever matematicamente as condições do problema físico. E para fazê-lo, seria necessário o uso de computadores e de representações matemáticas conhecidas como LMIs (Desigualdades Matriciais Lineares). Como consequência deste avanço, surgiu a possibilidade de resolver conjuntos descritos por LMIs, que seriam representações das restrições no domínio a que pertence o problema, onde anteriormente havia grandes dificuldades para encontrar soluções analíticas.

As LMIs surgiram no século XIX através do matemático russo *Aleksandr Mikhailovich Lyapunov*, quando ele introduziu as condições analíticas para que uma equação diferencial de primeira ordem representasse um sistema dinâmico estável na forma matricial, possibilitando sua solução por meio da desigualdade de Lyapunov (KING, 2005). Avançando temporalmente para os dias atuais, hoje, as LMIs têm uma finalidade prática e um uso bastante difundido na comunidade científica, especialmente voltada para a área de engenharia de controle robusto, por meio da representação matemática das equações de estabilidade de um sistema cuja função de transferência estaria escrita em função das equações de estado. Aliado ao que foi dito, diversos problemas de otimização podem ser transformados para a forma convexa com suas restrições transformadas em LMIs, facilitando a obtenção das suas soluções por meio da computação. A solução de uma LMI pode ser caracterizada de duas formas: problemas de factibilidade e problemas de otimização. No primeiro caso, é realizada a busca por uma solução qualquer que satisfaça o conjunto de restrições na forma LMI. Por outro lado, em problemas de otimização, é determinada a solução ótima de uma função custo linear, sujeita a um conjunto de restrições na forma de LMIs.

Então, de acordo com Boyd *et al.* (1994), as LMIs são Inequações Matriciais Lineares que matematicamente são definidas como:

$$F(x) \triangleq F_0 + \sum_{i=1}^m x_i \cdot F_i \succ 0, \quad (\text{A.1})$$

onde $x_i \in \mathfrak{R}^m$ são escalares desconhecidos chamados de variáveis de decisão, e $F_i = F_i^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ é uma matriz simétrica dada. Pela inequação (A.1), $F(x)$ é positivo definido. E esse problema é convexo, pois o conjunto $\{x \in \mathfrak{R}^m | F(x) \geq 0\}$ é convexo. Então, a problemática que envolve uma LMI é encontrar um $x_i \in \mathfrak{R}^m$ tal que $F(x)$ seja mantida.

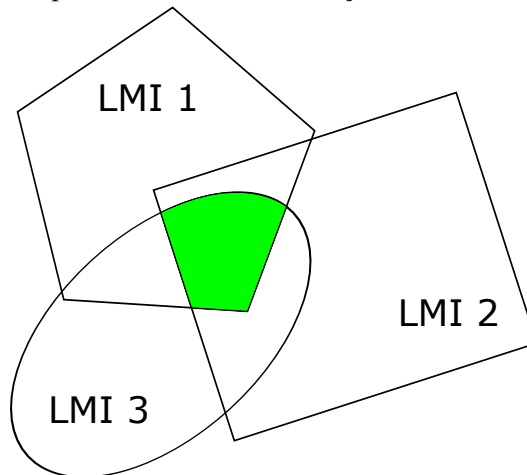
Uma LMI deve possuir as seguintes propriedades (TROFINO, 2000):

- Linearidade- a função $F(x)$ é uma função afim, ou seja, uma função polinomial de primeiro grau, pois, em $x = 0$, $F(0) = F_o$;
- Convexidade- como já dito, o conjunto $\{x \in \mathfrak{R}^m | F(x) \geq 0\}$ é convexo, e pela teoria dos conjuntos tem-se que todo conjunto afim será sempre convexo. Ou seja, um conjunto $\{x \in \mathfrak{R}^m | F(x) \geq 0\}$ será convexo se para quaisquer dois pontos a e $b \in x$, o segmento de reta unindo estes pontos também pertence a este conjunto. A característica de convexidade é das mais importantes propriedades das LMIs, pois facilita, principalmente, a busca de soluções para sistema incertos.

Múltiplas LMIs ($F_1(x) \geq 0, \dots, F_m(x) \geq 0$) também podem ser expressas em uma única LMI diagonal, como em (A.2), onde a interseção do conjunto de matrizes convexas, também é uma região convexa. Isso pode ser observado na Figura 114.

$$F(x) = \begin{pmatrix} F_1(x) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & F_m(x) \end{pmatrix} > 0. \quad (\text{A.2})$$

Figura 114 – Região composta por 3 LMI's e sua interseção convexa.



Fonte: Acervo do autor.

Normalmente uma LMI não aparece na forma descrita pela inequação (A.1), mais sim na forma matricial como a inequação de Lyapunov, que será descrita posteriormente. Então, para reescrever a inequação matricial da forma de Lyapunov na forma (A.1), busca-se encontrar os valores de F_i tal que:

$$F(P) = A^T P + PA = F_o + \sum_{i=1}^m x_i F_i. \quad (\text{A.3})$$

Uma das facilidades no uso de LMIs na teoria de controle é a existência de pacotes computacionais (*solvers*) para a sua solução numérica de forma eficiente, como o SeDuMi. Além disso, também existem interfaces de programação (*parsers*), as quais realizam a conversão dos problemas na forma padrão (A.3) em problemas na forma (A.1), como, por exemplo, o YALMIP.

Outro ponto de suma importância e que na abordagem LMI, a busca de soluções para problemas mais complexos, principalmente quando há presença de elementos incertos, pode ser simplificada devido as propriedades de convexidade e linearidade. A solução dos problemas com desigualdades matriciais é determinada quando se encontra uma matriz de Lyapunov positiva definida, que permita que a condição de Lyapunov seja satisfeita. Considerando isso, algumas restrições também podem ser adotadas, ou seja, uma solução convexa que deve satisfazer todo o novo conjunto de desigualdades.

Como aponta TROFINO (2000), nem todo resultado da teoria de controle aparece diretamente na forma de uma LMI, de sorte que algumas ferramentas da álgebra matricial ajudam a transpor estes resultados para uma formulação LMI. As ferramentas mais utilizadas neste trabalho serão enunciadas neste subitem.

A.0.2 Complemento de Schur

É um artifício frequentemente usado para converter uma desigualdade (convexa) não linear em uma LMI (ou vice-versa). Então, seja uma matriz M dada por

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

onde D é quadrada e não-singular e $\exists D^{-1}$. O Complemento de Schur de D em relação a M , denotado por M/D é definido por:

$$M/D = A - B \cdot D^{-1} \cdot C^T. \quad (\text{A.5})$$

De forma similar:

$$\begin{aligned} M/A &= D - C \cdot A^{-1} \cdot B^T, \\ M/B &= C - D \cdot B^{-1} \cdot A^T \quad \text{e} \\ M/C &= B - A \cdot C^{-1} \cdot D^T, \end{aligned}$$

representam o complemento de Schur de A em relação a M , de B em relação a M e de C em relação a M , respectivamente (AGUIRRE *et al.*, 2007).

Genericamente, dados:

$$R(x) > 0 \text{ e} \tag{A.6}$$

$$Q(x) - S(x)R(x)^{-1}S(x)^T > 0,$$

onde o segundo termo da inequação (A.6) é não linear, $Q(x)$ e $R(x)$ são simétricas, e $S(x)$ é uma matriz afim (DUAN; YU, 2013), a forma equivalente da inequação (A.6) pode ser escrita através do complemento de Schur, como:

$$\begin{bmatrix} Q(x) & S(x) \\ S(x)^T & R(x) \end{bmatrix} > 0 \text{ e} \tag{A.7}$$

$$R(x) > 0.$$

Com isso, o sistema passa a seguir as propriedades de uma LMI, visto anteriormente. Como um exemplo de aplicação, tomemos o conjunto $S = \{x \in \mathfrak{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < R^2\}$ que representa a equação de um círculo de raio R . Vamos aplicar o complemento de Schur e reescrever a equação do conjunto S . Senão vejamos:

$$x_1^2 + x_2^2 < R^2,$$

$$x_1^2 + x_2^2 - R^2 < 0 \cdot (-1),$$

$$R^2 - [x_1^2 + x_2^2] > 0 \text{ e}$$

$$R^2 - \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T > 0.$$

Agora, se voltarmos nossa atenção para a inequação (A.6) e se supormos que $Q(x) = R^2$, $S(x) = [x_1 \ x_2]$ e que $R(x)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, então, por complemento de Schur, temos:

$$\begin{bmatrix} R^2 & x_1 & x_2 \\ x_1 & 1 & 0 \\ x_2 & 0 & 1 \end{bmatrix} > 0.$$

A.0.3 Transformação de Congruência e Mudanças de Variável

Muitos problemas podem surgir na forma de matrizes não lineares, devido a multiplicação de variáveis de decisão, que na verdade, são o produto de dois termos desconhecidos que surgem na problematização da LMI, ou ainda algum termo não linear que ocorra na inequação.

Então, algum artifício matemático deve ser empregado para que este produto ou não linearidade "desapareça" da inequação antes de sua eventual solução. Isso é efetuado pela definição de "novas" variáveis de forma que se possa "linearizar" a inequação com a objeção mencionada, embora, como será visto, esta substituição só se dará se uma transformação de congruência for realizada a priori.

Tomemos como exemplo a inequação a seguir, que representa uma LMI e suponha que são desconhecidos (ou de decisão) os termos K e P , e supondo $P = P^{-1}$, definida positiva e simétrica:

$$(A + BK)^T \cdot P + P \cdot (A + BK) < 0. \quad (\text{A.8})$$

Perceba que ao efetuarmos a multiplicação dos termos na inequação (A.8), teremos:

$$A^T P + K^T B^T P + PA + PBK < 0. \quad (\text{A.9})$$

Observe que entre as variáveis K e P , existe o termo B , impossibilitando uma substituição do produto $K \cdot P$ por uma outra variável, que eliminaria o problema da não linearidade na LMI. Desta forma, primeiro faremos uma transformação de congruência, que pode ser definida como:

- As transformações de congruência são definidas em termos de matrizes quadradas não singulares. Duas matrizes simétricas $Q, R \in R^{n \times n}$ são congruentes se existir $T \in R^{n \times n}$ não singular tal que $Q = T^T R T$. Se R e Q são congruentes, então $Q > 0$ se e somente se $R > 0$.

Interpretando a definição supracitada, temos que, para uma dada matriz $P \in R^{n \times n}$ definida positiva, se existir uma outra matriz $W \in R^{n \times n}$ de *rank* pleno, também definida positiva e simétrica, a pre-multiplicação e a pós-multiplicação de P por W e W^T , não vai afetar a definição da matriz P , ou seja: $W P W^T \succ 0$.

Assim, vamos criar uma variável Q definida positiva e simétrica tal que $Q = P^{-1}$, e em seguida pre-multiplicar e pós-multiplicar a inequação (A.8) por P^{-1} e $(P^{-1})^T$, pois $P = P^T$ e $P^{-1} = (P^{-1})^T$. Vejamos então:

$$\begin{aligned} P^{-1} \{ (A + BK)^T \cdot P + P \cdot (A + BK) \} P^{-1T} &< 0, \\ (P^{-1} A^T P + P^{-1} K^T B^T P + P^{-1} P A + P^{-1} P B K) P^{-1T} &< 0 \text{ e} \\ P^{-1} A^T + P^{-1} K^T B^T + A P^{-1} + B K P^{-1} &< 0. \end{aligned}$$

Perceba que agora, os termos P e K aparecem juntos, permitindo uma substituição. Logo, fazendo $P^{-1} = Q$, tem-se:

$$QA^T + QK^T B^T + AQ + BKQ < 0.$$

Novamente substituindo $KQ = Y$ e como $Q = Q^T$ e $Y^T = Q^T K^T$, tem-se:

$$QA^T + Y^T B^T + AQ + BY < 0,$$

onde $K = YQ^{-1}$. Ou seja, o problema resume-se em determinar primeiro as variáveis Y e Q , para em seguida determinar K .

A.0.4 S-Procedure

De acordo com TROFINO (2000), o *S-Procedure* é empregado para se obter uma formulação LMI para a seguinte classe de problemas. Garantir que: $f_1(x) > 0 \forall x : f_2(x) \geq 0$. Então, seja $T_0, \dots, T_p \in R^{n \times n}$ matrizes simétricas e considere a seguinte condição em T_0, \dots, T_p :

A descrição matemática é dada por:

$$\psi^T T_0 \psi > 0, \quad \forall \psi \neq 0 \quad e \quad \psi \geq 0, \quad i = 1, \dots, p. \quad (\text{A.10})$$

Então (A.10) é verificada se existem escalares $\tau_i > 0$ tais que:

$$T_0 - \sum_{i=1}^p \tau_i \cdot T_i > 0. \quad (\text{A.11})$$

A interpretação desta definição nos diz que esta ferramenta matemática permite que duas ou mais LMIs sejam combinadas em somente uma LMI. Permite também que condições de não LMI, que surgem em sistemas não lineares, sejam representadas como LMIs.

Como exemplo, tomemos as seguintes inequações:

$$\begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A^T P + PA & PB \\ (*) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} < 0 \quad e$$

$$z^T z \leq x^T c^T c x.$$

Vamos então manipular as equações supracitadas e pelo *S-procedure*, transformar as

inequações em uma única LMI. Senão vejamos:

$$z^T z - x^T c^T c x \leq 0 \cdot (-1),$$

$$x^T c^T c x - z^T z \geq 0 \text{ e}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} c^T c & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \geq 0.$$

Assim, através do *S-procedure*, tem-se:

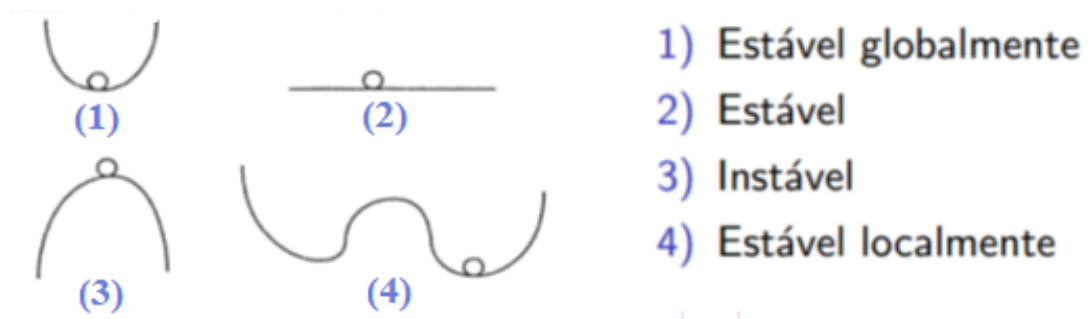
$$\begin{bmatrix} A^T P + PA & PB \\ (*) & 0 \end{bmatrix} + \tau \cdot \begin{bmatrix} c^T c & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \text{ e}$$

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + \tau \cdot c^T c & PB \\ (*) & -\tau \cdot I \end{bmatrix} < 0.$$

A.0.5 Teorema de Lyapunov

Se um sistema qualquer for não linear ou linear com parâmetros variantes no tempo, os critérios como Nyquist, Routh-Hurwitz, *Root-Locus*, não podem ser usados para avaliar a estabilidade do sistema. Desta maneira, o método de Lyapunov é o mais indicado para avaliar a estabilidade de sistemas não lineares ou com parâmetros variantes no tempo para sistemas de qualquer ordem. A vantagem do método reside no fato de que não é necessário resolver as equações de estado para discorrer sobre a estabilidade do sistema. A Figura 115 ilustra a definição de estabilidade de uma forma física, tornando fácil a compreensão de sua definição.

Figura 115 – Definição física do que vem a ser estabilidade de sistemas.



Fonte: Acervo do autor.

O teorema de Lyapunov, tradicionalmente utilizado para o estudo de estabilidade de sistemas, também pode ser aplicado para solução de problemas de controle robusto cujo sistema seja convexo.

Seja um sistema dado por:

$$\frac{d}{dt}x(t) = \dot{x} = Ax(t). \quad (\text{A.12})$$

Um ponto de equilíbrio é alcançado quando $\dot{x}(t) \equiv 0$, ou seja, não há variação. Isto significa que todas as derivadas são nulas e os estados do sistema não variam no tempo, sendo indicados como pontos de equilíbrio. Se a matriz A é não singular, então o único estado de equilíbrio tal que $\frac{d}{dt}x(t) \equiv 0$ é a origem do sistema em $x = 0$. Então seja uma função quadrática $V(x) = x^T(t)Px(t)$, com $V(x) > 0$, $\dot{V}(x) < 0$ (significa que $V(x)$ é decrescente) e $P = P^T$ com $P \in R^{n \times n}$. Então vamos desenvolver o termo $\dot{V}(x) < 0$ a partir da definição de $V(x)$:

$$\dot{V}(x) = \dot{x}^T(t)Px(t) + x^T(t)P\dot{x}(t),$$

$$\text{se } \dot{x}(t) = Ax(t), \text{ então } \dot{x}^T(t) = x^T(t)A^T.$$

$$\dot{V}(x) = x^T(t)A^T Px(t) + x^T(t)PAx(t) \text{ e}$$

$$\dot{V}(x) = x^T(t) [A^T P + PA] x(t).$$

Como por hipótese $\dot{V}(x) < 0$, temos:

$$x^T(t) [A^T P + PA] x(t) < 0, \quad (\text{A.13})$$

mas como $x(t) > 0$, para que (A.13) se mantenha, só se $[A^T P + PA] < 0$.

Assim, para (A.12) ser considerado estável, deve existir uma matriz P , definida positiva ($P \succ 0$) e simétrica, que solucione a inequação:

$$A^T P + PA < 0. \quad (\text{A.14})$$

Onde a matriz P é definida positiva se (TROFINO *et al.*, 2003):

$$x^T Px > 0, \quad \forall x \neq 0. \quad (\text{A.15})$$

Satisfazendo essa condição, pode-se considerar que o sistema é assintoticamente estável, onde a matriz A é a matriz principal do sistema, A^T é a sua transposta, e a matriz P é chamada de matriz de Lyapunov, ou variável de decisão. Desta forma a inequação (A.14) é uma LMI em que sua resolução garante a estabilidade do sistema estudado.

Inicialmente, os problemas de controle via LMIs eram solucionados analiticamente, sendo viável a aplicação para pequenos sistemas simples. Atualmente, com o avanço das ferramentas computacionais, é possível se encontrar a solução do conjunto de inequações rapidamente. Programas como MATLAB[®], junto de outras ferramentas, como SeDuMi e YALMIP, são amplamente utilizados nos projetos para a resolução numérica dos problemas.