

Análise de Sistemas OFDM com Modulação por Índice e Amplificador de Potência Não Linear

Arthur Sousa de Sena e C. Alexandre Rolim Fernandes

Resumo— Neste artigo, a técnica de modulação ESIM-OFDM (*Enhanced Subcarrier Index Modulation - Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) é analisada em um cenário com distorções oriundas de amplificadores de potência (PA, do inglês *Power Amplifier*) não lineares em canal AWGN (*Additive White Gaussian Noise*). Em particular, uma expressão teórica para a Probabilidade de Erro de Bit (BEP, do inglês *Bit Error Probability*) é apresentada para o cenário considerado. O desenvolvimento teórico realizado é validado através de simulações computacionais. Além disso, é feita uma comparação de desempenho com a técnica de modulação convencional OFDM. Os resultados mostraram que a ESIM-OFDM tem desempenho de BEP superior à OFDM convencional, para a mesma eficiência espectral, no cenário com PA não linear.

Palavras-Chave— OFDM, ESIM-OFDM, BEP, PA não linear.

Abstract— In this paper, the modulation technique ESIM-OFDM is analyzed considering a scenario with nonlinear distortions from PAs and AWGN channel. In particular, a theoretical expression for the BEP is presented for the scenario under consideration. The theoretical derivation is validated through computational simulations. Moreover, a performance comparison is performed with the classical OFDM. The results showed that ESIM-OFDM has better BEP performance than conventional technique, for the same spectral efficiency, in the scenario with nonlinear PA.

Keywords— OFDM, ESIM-OFDM, BEP, nonlinear PA.

I. INTRODUÇÃO

As técnicas OFDM com modulação por índice (IM, do inglês *Index Modulation*) têm sido uma área ativa de pesquisas nos últimos anos [1]-[6]. A ideia chave destas técnicas é enviar informações não apenas através dos símbolos da modulação digital, como o QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*), mas também enviar dados através de uma dimensão adicional, que são os índices das subportadoras. A motivação inicial para o desenvolvimento de tais técnicas foi a tentativa de melhorar a eficiência energética dos sistemas de comunicação, uma vez que somente parte das subportadoras são ativadas [1].

Um dos pontos negativos da OFDM convencional é a presença de altos valores de PAPR (*Peak-to-Average Power Ratio*) ocasionados por altos valores de picos de potência. Essa característica indesejável faz com que a amplitude do sinal transmitido ultrapasse o limiar de saturação de dispositivos não lineares como amplificadores de potência, ocasionando distorções ao sinal e podendo prejudicar de forma acentuada o desempenho na recepção. A imposição de um alto recuo de potência de entrada (IBO, do inglês *Input Back-Off*) é uma forma comum de tentar contornar o problema. Contudo, essa

estratégia não é muito interessante, pois provoca uma baixa SNR (*Signal-to-Noise Ratio*) no receptor [7].

Além de serem energeticamente eficientes, as técnicas de IM trazem um benefício adicional, que é a redução significativa dos picos de potência, proporcionando robustez a dispositivos não lineares e dispensando a necessidade do uso de altos valores de IBO. Essa redução dos picos de potência não se dá devido a uma menor PAPR, mas sim devido à utilização de menos potência na transmissão. Embora já existam estudos das técnicas de IM em diversos cenários, como em [3], [4], [5], [6], até o momento não existem trabalhos que consideram os efeitos introduzidos por dispositivos não lineares. Além do mais, a maioria dos trabalhos existentes analisa a técnica com uma eficiência espectral mais baixa que a OFDM convencional. Neste trabalho, a técnica de IM e a convencional são comparadas com eficiências espectrais iguais, garantindo justiça nas análises.

Neste trabalho, os efeitos não lineares dos PAs são levados em conta e uma expressão teórica fechada para a BEP do sistema é obtida. A técnica de IM analisada será a ESIM-OFDM, originalmente proposta em [1]. A técnica é analisada considerando um canal linear invariante no tempo do tipo AWGN e o transmissor é modelado com um PA não linear sem memória. Para desenvolver a expressão analítica para a BEP, o presente artigo apresenta uma demonstração das propriedades estatísticas do sinal originado da ESIM-OFDM, permitindo a aplicação da extensão do teorema de Bussgang na modelagem do PA. Através de simulações de Monte Carlo, as expressões teóricas são validadas e a robustez do sistema aos PAs não lineares é comprovada. Além disso, é realizada uma comparação de desempenho com a técnica de modulação convencional OFDM.

O restante do trabalho está organizado como se segue. A Seção II apresenta detalhes do modelo do sistema considerado ao longo do artigo. A Seção III faz uma caracterização teórica da técnica ESIM-OFDM. Na seção IV obtém-se uma expressão analítica para a BEP considerando os efeitos das distorções não lineares. Na seção V estão contidos os resultados das simulações. E por fim, a Seção VI traz as conclusões do trabalho.

II. MODELO DO SISTEMA

Como mencionado anteriormente, o modelo do sistema considerado neste trabalho consiste em um sistema multipor-tadoras ponto-a-ponto com um PA não linear no transmissor e um canal AWGN. Considera-se que o receptor possui conhecimento do canal e que há sincronia a nível de símbolo. Todas as etapas usualmente aplicadas no processo de transmissão da OFDM convencional também são realizadas na ESIM-OFDM.

Arthur Sousa de Sena e C. Alexandre Rolim Fernandes, Departamento de Engenharia de Computação, Universidade Federal do Ceará, Sobral-CE, Brasil, E-mails: arthurss@ymail.com, alexandrefernandes@ufc.br. C. Alexandre Rolim Fernandes é parcialmente financiado pelo CNPq.

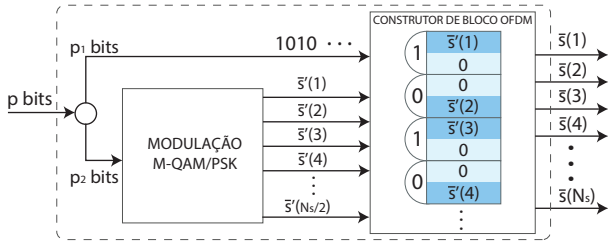


Fig. 1. Construtor de bloco OFDM utilizado na técnica ESIM-OFDM.

Contudo, diferentemente da técnica convencional, na ESIM-OFDM somente metade das subportadoras são ativas, de forma que o estado delas também é utilizado para enviar uma parte da informação. Assume-se que o transmissor possui um total de N_s subportadoras, em que cada subportadora ativa transmite os símbolos de informação, considerados como sendo i.i.d (*independent and identically distributed*) e possuindo distribuição uniforme, gerados por meio de modulação PSK (*Phase-Shift Keying*) ou QAM de ordem M , com potência igual a P_s .

No modelo considerado, assume-se como entrada uma sequência de p bits, em que os primeiros $p_1 = \frac{N_s}{2}$ bits são utilizados para codificar os índices das subportadoras. Cada bit codifica um par de subportadoras, de forma que se o bit de entrada possuir valor 1, a primeira subportadora será ativa e a segunda inativa. Por outro lado, caso o bit possua valor 0, a primeira subportadora será inativa e a segunda ativa. Em outras palavras, os p_1 bits são utilizados para determinar quais subportadoras serão energizadas com a constelação QAM ou PSK, proveniente dos restantes p_2 bits. A Figura 1 ilustra a realização do processo. Dessa forma, os restantes p_2 bits são enviados para o modulador QAM ou PSK, resultando como saída o vetor de símbolos no domínio da frequência $\bar{s}' = [\bar{s}'(1), \bar{s}'(2), \dots, \bar{s}'(N_s/2)]^T$. O vetor de símbolos QAM é então enviado para o construtor do bloco OFDM, tendo como saída o vetor ainda no domínio da frequência $\bar{s} = [\bar{s}(1), \bar{s}(2), \dots, \bar{s}(N_s)]^T$, em que \bar{s} é uma versão expandida de \bar{s}' de tamanho N_s , resultante das inserções de zeros, que representam as subportadoras inativas de acordo com a sequência de bits p_1 .

Em seguida, o vetor de símbolos no domínio do tempo, $s = [s(1), s(2), \dots, s(N_s)]^T$, é obtido através da IDFT (*Inverse Discrete Fourier Transform*). Com o objetivo de evitar interferência intersimbólica, é adicionado um prefixo cíclico de tamanho L ao início de s . Antes que o sinal seja realmente transmitido, ele é enviado para o PA não linear sem memória. Após a passagem pelo PA não linear, o sinal é transmitido através de um canal AWGN com variância σ_w^2 e média nula. No destino, o prefixo cíclico é removido e a DFT (*Discrete Fourier Transform*) é então calculada, trazendo o sinal de volta para o domínio da frequência, que pode ser representado por:

$$\tilde{s}(n) = \bar{s}^{pa}(n) + \bar{w}(n), \quad (1)$$

para $n = 1, 2, \dots, N_s$, em que $\bar{s}^{pa}(n)$ é o sinal de saída do PA não linear e $\bar{w}(n)$ é o ruído AWGN, ambos no domínio da frequência. Dada a recepção de $\tilde{s}(n)$, cada par de subportadoras é então inspecionado, sendo reconhecida como

ativa aquela que possuir a maior potência do par. Em seguida, de forma usual, o sinal é demodulado.

III. CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DO SINAL ESIM-OFDM

Para a OFDM convencional, quando N_s é suficientemente grande e todas as subportadoras possuem a mesma potência, o vetor de símbolos no domínio do tempo pode ser considerado uma variável aleatória que possui as seguintes características [8]: (i) Gaussiana complexa; (ii) média nula; (iii) branca e (iv) estacionária no sentido amplo. Dessa forma, a extensão do teorema de Bussgang pode ser aplicada para modelar as distorções não lineares provocadas pelo PA.

Contudo, diferentemente da OFDM convencional, o sinal ESIM-OFDM no domínio da frequência contém tanto símbolos QAM como elementos nulos. Consequentemente, a princípio, não há garantia de que o sinal no domínio do tempo obedeça às quatro condições supracitadas. Portanto, faz-se necessária uma análise do sinal para que a extensão do teorema de Bussgang possa ser utilizada. Nesta seção, essa análise é realizada. Será demonstrado que o vetor de símbolos no domínio do tempo, proveniente da modulação ESIM-OFDM, também satisfaz as quatro condições necessárias para a aplicação do teorema.

Quanto à condição (i), de gaussianidade, se o número de subportadoras ativas $N_s/2$ é suficientemente grande, o Teorema do Limite central pode ser usado para modelar o sinal no domínio tempo da técnica ESIM-OFDM como uma variável aleatória Gaussiana complexa. Quanto a condição (ii), de média nula, é fácil perceber que, desde que $\bar{s}'(n)$ tenha média nula, $s(n)$ também terá média nula.

Ademais, define-se $R_{s(k)s(k')}$ como sendo a correlação entre $s(k)$ e $s(k')$, com k e k' variando de 1 a N_s . Vale ressaltar que quando $k = k'$, $R_{s(k)s(k')}$ é igual à variância de $s(k)$, denotada por $\sigma_{s(k)}^2$.

Então, para que as condições (iii) e (iv) sejam verificadas, os dois seguintes critérios precisam ser atendidos:

- 1) $\forall k = k'$ as correlações precisam ser iguais;
- 2) $\forall k \neq k'$ as correlações precisam ser nulas.

A. Demonstração do Critério 1

Para demonstrar o que se deseja, calcula-se a variância $\sigma_{s(k)}^2$. Como a média de s é nula, obtém-se:

$$\sigma_{s(k)}^2 = \frac{1}{N_s} E \left[\left| \sum_{n=0}^{N_s-1} \bar{s}(n) e^{j \frac{2\pi}{N_s} nk} \right|^2 \right] = \frac{1}{N_s} \sum_{n=0}^{N_s-1} \sigma_{\bar{s}(n)}^2 \quad (2)$$

em que $\sigma_{\bar{s}(n)}^2$ é a variância de cada elemento de \bar{s} . Percebe-se que $\sigma_{s(k)}^2$ consiste da média das variâncias dos símbolos no domínio da frequência. Dessa forma, considerando que apenas metade das subportadoras são ativas, obtém-se: $\sigma_{s(k)}^2 = \frac{1}{N_s} \frac{N_s}{2} P_s = \frac{P_s}{2}$. Portanto, conclui-se que s satisfaz o primeiro critério.

B. Demonstração do Critério 2

Para demonstrar que s também satisfaz o segundo critério, calcula-se a correlação dos símbolos $s(k)$, dada por:

$$\begin{aligned}
 R_{s(k)s(k')} &= \frac{1}{N_s} E \left[\sum_{n=0}^{N_s-1} \bar{s}(n) e^{j \frac{2\pi}{N_s} nk} \sum_{n'=0}^{N_s-1} \bar{s}^*(n') e^{-j \frac{2\pi}{N_s} n'k'} \right] \\
 &= \frac{1}{N_s} \sum_{n=0}^{N_s-1} e^{j \frac{2\pi}{N_s} n(k-k')} \sigma_{\bar{s}(n)}^2,
 \end{aligned} \tag{3}$$

com $1 \leq k \leq N_s$, $1 \leq k' \leq N_s$ e $k \neq k'$. Em que $\sigma_{\bar{s}(n)}^2$ pode assumir valores P_s ou 0, dependendo do estado da subportadora. O somatório de (3) pode ser reescrito em dois termos, um termo para $n = 2m - 1$, representando os valores ímpares, e o outro para $n = 2m$ representando os valores pares, com $1 \leq m \leq \frac{N_s}{2}$, resultando em:

$$\begin{aligned}
 R_{s(k)s(k')} &= \frac{1}{N_s} \sum_{m=1}^{N_s/2} \left[e^{j \frac{2\pi}{N_s} 2m(k-k')} e^{-j \frac{2\pi}{N_s} (k-k')} \right. \\
 &\quad \left. \times \sigma_{\bar{s}(2m-1)}^2 + e^{j \frac{2\pi}{N_s} 2m(k-k')} \sigma_{\bar{s}(2m)}^2 \right].
 \end{aligned} \tag{4}$$

Dado que em um par de subportadoras apenas uma delas é ativa, se $\sigma_{\bar{s}(2m-1)}^2 = P_s$, implica que $\sigma_{\bar{s}(2m)}^2 = 0$ e se $\sigma_{\bar{s}(2m-1)}^2 = 0$, implica que $\sigma_{\bar{s}(2m)}^2 = P_s$. Assim, (4) é reescrita como:

$$R_{s(k)s(k')} = \frac{P_s}{N_s} \sum_{m=1}^{N_s/2} \xi e^{j \frac{2\pi}{N_s/2} m(k-k')}, \tag{5}$$

em que ξ é uma variável aleatória binária equiprovável que pode assumir valores 1 ou $e^{-j \frac{2\pi}{N_s} (k-k')}$. Portanto, $R_{s(k)s(k')}$ também será tratada como uma variável aleatória.

Calcula-se agora a esperança de $R_{s(k)s(k')}$, como se segue:

$$E[R_{s(k)s(k')}] = \frac{P_s}{N_s} \sum_{m=1}^{N_s/2} \bar{\xi} e^{j \frac{2\pi}{N_s/2} m(k-k')} = 0 \tag{6}$$

Como último passo, calcula-se a variância de $R_{s(k)s(k')}$:

$$E[|R_{s(k)s(k')}|^2] = \frac{P_s^2}{N_s^2} \sum_{m=1}^{N_s/2} \sum_{m'=1}^{N_s/2} E[\xi \xi'^*] e^{j \frac{2\pi}{N_s/2} (m-m')(k-k')}. \tag{7}$$

Para $m \neq m'$, ξ e ξ' são independentes, assim $E[\xi \xi'^*] = E[\xi] E[\xi'^*] = \bar{\xi}^2$. Para $m = m'$, ξ e ξ' são iguais, dessa forma $E[\xi \xi'^*] = E[\xi \xi^*] = \sigma_{\xi}^2$. (7) é então reescrita como:

$$E[|R_{s(k)s(k')}|^2] = \Psi + \Omega, \tag{8}$$

em que Ψ e Ω são dados por:

$$\Psi = \frac{P_s^2 \bar{\xi}^2}{N_s^2} \sum_{m=1}^{N_s/2} e^{j \frac{2\pi}{N_s/2} m(k-k')} \sum_{m'=1}^{N_s/2} e^{-j \frac{2\pi}{N_s/2} m'(k-k')}, \tag{9}$$

$$\Omega = \frac{P_s^2}{N_s^2} \sum_{m=1}^{N_s/2} \sigma_{\xi}^2 = \frac{P_s^2 N_s}{N_s^2} \sigma_{\xi}^2 = \frac{P_s^2}{N_s} \sigma_{\xi}^2. \tag{10}$$

Os somatórios em (9) são somas de progressões geométricas finitas que resultam zero. Assim, (8) resume-se a $E[|R_{s(k)s(k')}|^2] = \sigma_{\xi}^2 P_s^2 / N_s$.

De forma clara, percebe-se que quando $N_s \rightarrow \infty$, $E[|R_{s(k)s(k')}|^2] \rightarrow 0$. Ou seja, a correlação possui média nula e variância que tende a zero, o que significa que a correlação tende a ser nula quando N_s cresce. Assim, para N_s suficientemente grande, o vetor de símbolos s atende ao

segundo critério. Portanto, pode-se concluir que, para altos valores de N_s , s é branco e estacionário, o que satisfaz as condições (iii) e (iv). Dessa forma, demonstra-se que a extensão do teorema de Busgang também é válida para modelar as distorções não lineares na técnica ESIM-OFDM.

IV. PROBABILIDADE DE ERRO DE BIT

Nesta seção será desenvolvida a expressão fechada de BEP para a ESIM-OFDM, assumindo a presença de ruído AWGN e não linearidade no PA do transmissor. Com base nos resultados obtidos na seção anterior, a extensão do teorema de Busgang será utilizada para modelar as distorções não lineares ocasionadas pelo PA considerado. O teorema afirma que para um PA modelado por uma função não linear sem memória cuja entrada é um sinal Gaussiano complexo, de média nula, branco e estacionário no sentido amplo, o sinal de saída do PA pode ser expresso por:

$$s^{pa}(k) = k_o s(k) + d(k), \tag{11}$$

em que $d(k)$ é a distorção não linear no domínio do tempo decorrelacionada de $s(k)$, com variância σ_d^2 , e k_o é uma constante. No domínio da frequência, (11) é reescrita como:

$$\bar{s}^{pa}(k) = k_o \bar{s}(k) + \bar{d}(k), \tag{12}$$

para $1 \leq k \leq N_s$, em que $\bar{s}^{pa}(k)$, $\bar{s}(k)$ e $\bar{d}(k)$ são as DFTs de $s^{pa}(k)$, $s(k)$ e $d(k)$, respectivamente. Pode ser demonstrado que $\bar{d}(k)$ também é uma variável aleatória Gaussiana complexa branca. Sendo assim, o PA pode ser visto como mais um canal AWGN. Pode-se, dessa forma, reescrever o sinal recebido no domínio da frequência, expresso em (1), como:

$$\tilde{s}(k) = k_o \bar{s}(k) + \bar{d}(k) + \bar{w}(k). \tag{13}$$

Logo, pode-se afirmar que cada par de subportadoras será corrompido tanto pelo ruído AWGN como pela distorção não linear, que como dito anteriormente, pode ser vista como um segundo ruído AWGN. Note que até mesmo as subportadoras inativas serão corrompidas pela distorção não linear. Isso possibilita utilizar um estratégia semelhante à de [1] para se obter a expressão de BEP levando em consideração os efeitos das distorções não lineares. Como cada par de subportadoras se comporta de forma independente, a BEP geral do sistemas será dada através da análise de apenas uma par, sem perda de generalidade.

Calcula-se a probabilidade condicional de se detectar corretamente a subportadora inativa do par, lembrando que a subportadora ativa é determinada pela máxima potência do par recebido. Então, define-se κ como sendo uma variável que recebe 1 se a detecção for realizada corretamente, ou 0 caso contrário. Seja $\tilde{s} = x + jy$ a representação complexa do símbolo recebido na subportadora ativa de um dado par. Assim, fazendo com que a região de detecção, em que $\kappa = 1$, seja a superfície delimitada pela circunferência de raio $|\tilde{s}|$ centrada em zero, a probabilidade de se detectar corretamente a subportadora inativa no par, dado que \tilde{s} foi recebido, será dada pela integral de superfície da distribuição Gaussiana sobre a região de detecção, como se segue:

$$P(\kappa = 1|\tilde{s}) = \int_{-\sqrt{|\tilde{s}|^2}}^{\sqrt{|\tilde{s}|^2}} \int_{-\sqrt{|\tilde{s}|^2-b^2}}^{\sqrt{|\tilde{s}|^2-b^2}} \frac{e^{-\frac{a^2+b^2}{\sigma_w^2+\sigma_d^2}}}{\pi(\sigma_w^2+\sigma_d^2)} dadb, \tag{14}$$

fazendo uma mudança de variáveis para coordenadas polares e utilizando alguns resultados de [9], obtém-se:

$$\begin{aligned} P(\kappa = 1|\tilde{s}) &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{|\tilde{s}|^2}} \frac{e^{-\frac{r^2}{\sigma_w^2 + \sigma_d^2}}}{\pi(\sigma_w^2 + \sigma_d^2)} r dr d\phi \\ &= 1 - e^{-\frac{|\tilde{s}|^2}{\sigma_w^2 + \sigma_d^2}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Define-se $\mu(l)$, como sendo o l -ésimo símbolo da constelação QAM. Dado que os símbolos QAM são uniformemente distribuídos, a probabilidade de que $\mu(l)$ tenha sido transmitido é a mesma para todos os M símbolos. Dessa forma, a função densidade de probabilidade (PDF, do inglês *Probability Density Function*) de \tilde{s} será dada pela média das PDFs das distribuições Gaussianas, centradas em cada um dos M símbolos, dada por:

$$\rho(\tilde{s}) = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \frac{e^{-[(x - \Re\{k_o \mu(l)\})^2 + (y - \Im\{k_o \mu(l)\})^2]/(\sigma_d^2 + \sigma_w^2)}}{\pi(\sigma_w^2 + \sigma_d^2)}, \quad (16)$$

em que $\Re\{\mu(l)\}$ e $\Im\{\mu(l)\}$ são as partes reais e imaginárias de $\mu(l)$, respectivamente. Pode-se, assim, obter a probabilidade não condicional de se detectar corretamente o par de subportadoras, como se segue:

$$\begin{aligned} P(\kappa = 1) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\tilde{s}) P(\kappa = 1|\tilde{s}) dx dy, \\ &= 1 - \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M e^{-\frac{1}{2} k_o^2 |\mu(l)|^2 / (\sigma_d^2 + \sigma_w^2)}. \end{aligned} \quad (17)$$

Logo, a probabilidade não condicional de haver erro na detecção será dada pelo complemento de (17), dada por $1 - P(\kappa = 1)$, o que resulta:

$$P(\kappa = 0) = \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M e^{-\frac{1}{2} k_o^2 |\mu(l)|^2 / (\sigma_d^2 + \sigma_w^2)}. \quad (18)$$

Como mostrado em [1], a expressão de BEP para a ESIM-OFDM é composta pela soma de duas contribuições: pela BEP da porção de informação modulada nos índices das subportadoras, equivalente a $1/(\log_2(M) + 1)$ dos bits enviados, que será denotada por P_b^{IM} , e pela BEP da porção transmitida através da modulação QAM, representada por P_b^{QAM} . Como uma detecção errada das subportadoras também ocasiona erros na demodulação QAM, a porção P_b^{QAM} , além do erro dos dados modulados nos símbolos QAM, também terá contribuição de P_b^{IM} . A informação modulada nos símbolos QAM equivale à fração de $\log_2(M)/(\log_2(M) + 1)$ de todos os bits. Dessa forma, obtém-se:

$$P_b^{IM} = \frac{1}{(\log_2(M) + 1)2M} \sum_{l=1}^M e^{-\frac{1}{2} k_o^2 |\mu(l)|^2 / (\sigma_d^2 + \sigma_w^2)} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} P_b^{QAM} &= P_b^{IM} + \frac{\log_2(M)}{\log_2(M) + 1} \Upsilon_{QAM} \\ &\times \left(1 - \frac{1}{2M} \sum_{l=1}^M e^{-\frac{1}{2} k_o^2 |\mu(l)|^2 / (\sigma_d^2 + \sigma_w^2)} \right), \end{aligned} \quad (20)$$

em que Υ_{QAM} é a expressão de BEP para a modulação QAM na presença de AWGN, definida em [10]. Logo, para um

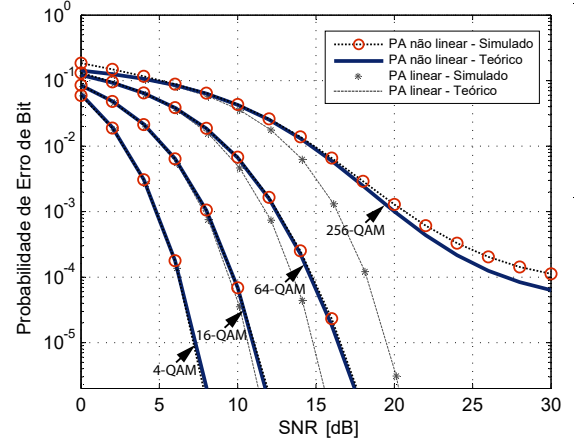


Fig. 2. Curvas de BEP, teórica e simulada, versus SNR por bit para diferentes ordens de modulação da técnica ESIM-OFDM.

cenário com distorção não linear e presença de ruído AWGN, a expressão completa para a BEP do sistema ESIM-OFDM pode ser escrita como:

$$P_b^{ESIM} = P_b^{IM} + P_b^{QAM}. \quad (21)$$

V. RESULTADOS DE SIMULAÇÕES

Através de simulações numéricas, os resultados desenvolvidos nas Seções III e IV são validados nesta seção. Com o propósito de comparação, tanto a OFDM convencional como a ESIM-OFDM são simuladas. Os transmissores possuem um PA não linear do tipo *soft-clipping* [11], com limiar de saturação $A_{sat} = 1$. Para esse modelo de PA, expressões fechadas para k_o e σ_d^2 são fornecidas em [8]. Considera-se um canal AWGN. Além disso, é utilizado $N_s = 512$ e potência de transmissão $P_s = 0.5$. As simulações foram realizadas para várias ordens de modulação QAM. Os resultados foram obtidos através de 2×10^4 iterações de Monte Carlo.

A Figura 2 mostra as curvas de BEP do sistema ESIM-OFDM para diversas modulações. Para cada ordem de modulação são plotadas duas curvas, a teórica, obtida através de (21), e a resultante das simulações de Monte Carlo. Percebe-se que as curvas teóricas e simuladas obtidas são muito próximas. Isso valida o desenvolvimento teórico realizado, comprovando que a extensão do teorema de Bussgang realmente pode ser utilizada para modelar as distorções não lineares para essa técnica de IM. Através desse gráfico, já é possível se obter uma ideia da robustez do sistema no cenário considerado. Percebe-se que apenas para uma ordem de modulação alta, 256-QAM, a curva da BEP apresenta um patamar de saturação. Para ordens mais baixas, a técnica se comporta de forma semelhante a um cenário linear.

Uma forma justa de comparar o desempenho das técnicas de modulação ESIM-OFDM e OFDM convencional é igualando suas eficiências espectrais, fazendo com que ambas transmitam com a mesma taxa de transferência. Isso se faz possível aplicando uma ordem de modulação QAM maior na ESIM-OFDM. Para ser mais preciso, para que a igualdade aconteça, se a OFDM convencional utilizar uma ordem de 2^k , a ESIM-OFDM requer uma ordem de 2^{2k-1} , para $k = 1, 2, \dots, n$. A Figura 3 mostra os resultados da comparação entre as curvas

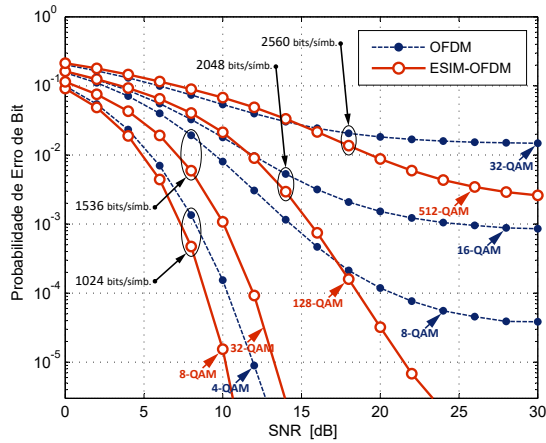


Fig. 3. Comparação das curvas de BEP entre OFDM e ESIM-OFDM para diferentes taxas de transmissões.

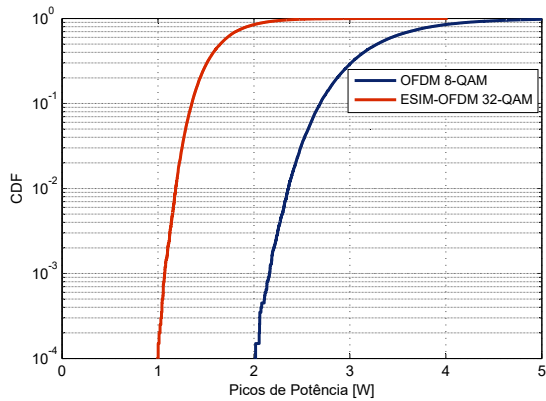


Fig. 4. CDF empírica dos picos de potência da OFDM e ESIM-OFDM, com eficiências espectrais iguais.

de BEP das duas técnicas, para diferentes taxas de transmissão. A robustez e a grande vantagem que a ESIM-OFDM obtém sobre a OFDM em um cenário de não linearidade fica ainda mais claro através dessa figura. Pode-se perceber que para uma mesma taxa de transmissão, em altas SNRs, a ESIM-OFDM obtém desempenho melhor que a OFDM, mesmo tendo uma ordem de modulação mais alta. É possível notar que para a taxa de transmissão de 2048 bits/símbolo, em torno de 12 dB, a BEP da ESIM-OFDM ultrapassa o desempenho da OFDM e continua diminuindo sem que haja saturação, enquanto que a OFDM converge para um patamar próximo a 10^{-3} . Para SNRs acima de 17 dB, a BEP da ESIM-OFDM com 128-QAM se torna melhor até que a OFDM com 8-QAM, que possui taxa de transmissão de apenas 1536 bits/símbolo.

O motivo dessa forte imunidade às distorções não lineares fica bem esclarecido quando se analisa a CDF (*Cumulative Distribution Function*) empírica dos picos de potência do sinal de entrada no PA, mostrada na Figura 4. É perceptível a grande distância entre as CDFs das duas técnicas. Pode ser visto que a técnica ESIM-OFDM consegue obter uma redução significativa dos picos de potência. Essa característica é a responsável por proporcionar a robustez do sistema a cenários não lineares, oferecendo taxas de erro bem mais baixas que as

obtidas na OFDM convencional, sem a necessidade do uso de altos valores de IBO. Além disso, esse comportamento faz com que uma quantidade menor de energia seja utilizada, tornando a técnica ideal para aplicações em dispositivos com restrições de potência.

VI. CONCLUSÕES

Neste artigo, foi realizada uma análise de desempenho da técnica de modulação ESIM-OFDM, considerando os efeitos introduzidos por um PA não linear em um canal AWGN. Para a modelagem das distorções não lineares, uma caracterização estatística do sinal proveniente da técnica foi desenvolvida. A partir das demonstrações realizadas, a expressão para a BEP foi então calculada. Os resultados obtidos através de simulações de Monte Carlo foram bastante consistentes, validando o desenvolvimento teórico realizado. Além do mais, foi realizada uma comparação de desempenho entre a OFDM convencional e a ESIM-OFDM. Para garantir justiça na comparação, as eficiências espectrais das duas técnicas foram igualadas. Mostrou-se que a ESIM-OFDM tem desempenho de BEP bastante superior que a OFDM convencional, mesmo para ordens de modulações mais altas, no cenário considerado.

Portanto, ficou claro que além de ser energeticamente mais eficiente, a técnica é uma forte candidata para ser aplicada em sistemas de comunicação com características não lineares, proporcionando uma baixa taxa de erros para a mesma eficiência espectral utilizada na técnica convencional. Em trabalhos futuros, pretende-se generalizar o desenvolvimento realizado para cenários mais complexos com desvanecimento e redes cooperativas, assim como expandir as análises para outras técnicas de IM.

REFERÊNCIAS

- [1] D. Tsonev, S. Sinanovic, e H. Haas, *Enhanced subcarrier index modulation (SIM) OFDM*. Proc. IEEE GLOBECOM Workshops, pp. 728-732, Dezembro 2011.
- [2] E. Basar, U. Aygözü, E. Panayirci, et al. *Orthogonal frequency division multiplexing with index modulation*. IEEE Trans. Signal Process., pp. 5536-5549, 2013.
- [3] S. Y. Yu, Y. Feng, M. K. Kim e S. C. Kim, *Performance Analysis of Subcarrier Index Modulation-OFDM in Doppler Spread Environments*. International Conference on Intelligent Systems, Modelling and Simulation, 2016.
- [4] R. Abu-alhiga e H. Haas, *Subcarrier-Index Modulation OFDM*. IEEE 20th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, pp. 177-181, Tokyo, 2009.
- [5] B. Zheng, F. Chen, M. Wen, et al. *Low-Complexity ML Detector and Performance Analysis for OFDM With In-Phase/Quadrature Index Modulation*. IEEE Communications Letters, Novembro 2015.
- [6] Q. Ma, P. Yang, Y. Xiao, et al. *Error Probability Analysis of OFDM-IM With Carrier Frequency Offset*. IEEE Communications Letters, Dezembro 2016.
- [7] C. A. R. Fernandes, J. C. M. Mota e G. Favier, *Analysis and Power Diversity-Based Cancellation of Nonlinear Distortions in OFDM Systems*. IEEE Trans. Signal Process., pp. 3520-3531, 2012.
- [8] D. Dardari, V. Tralli e A. Vaccari, *A Theoretical Characterization of Nonlinear Distortion Effects in OFDM Systems*. IEEE Transactions on Communications, Outubro 2000.
- [9] M. Alouini e A. J. Goldsmith, *A Unified Approach for Calculating Error Rates of Linearly Modulated Signals over Generalized Fading Channels*. IEEE Transactions on Communications, Setembro 1999.
- [10] M. K. Simon e M. Alouini, *Digital communication over fading channels: a unified approach to performance analysis*. Wiley series in telecommunications and signal processing, New York, 2000.
- [11] H. S. Park e Y.O. Park, *A digital clipping method for a transmitter of an orthogonal frequency division multiple access system*. Google Patents, WO Patent App. PCT/KR2005/003,575, Junho 2006.