



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**MAURÍCIO ALVES DE MELO**

**OTIMIZAÇÃO DE TORRES PROTENDIDAS PARA TURBINAS EÓLICAS**

**FORTALEZA**

**2021**

MAURÍCIO ALVES DE MELO

OTIMIZAÇÃO DE TORRES PROTENDIDAS PARA TURBINAS EÓLICAS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo.

FORTALEZA

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

M486o Melo, Maurício Alves de.

Otimização de torres protendidas para turbinas eólicas / Maurício Alves de Melo. – 2021.  
115 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, Fortaleza, 2021.  
Orientação: Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo.

1. Torres eólicas. 2. Concreto protendido. 3. Algoritmo genético. 4. Elementos finitos. I. Título.

CDD 624.1

---

MAURÍCIO ALVES DE MELO

OTIMIZAÇÃO DE TORRES PROTENDIDAS PARA TURBINAS EÓLICAS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas.

Aprovada em: 22/04/2021.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Evandro Parente Júnior  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Francisco de Assis das Neves  
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)

Aos meus pais, Emanuel e Ivanilda.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por me conceder saúde para buscar meus objetivos.

Aos meus pais Ivanilda e Emanuel, por todos os investimentos na minha formação pessoal e profissional, por todas as oportunidades que me deram e por me ensinarem a aproveitá-las.

À minha noiva Neide, por estar sempre ao meu lado, me apoiando, me incentivando e acreditando em mim, por me tranquilizar nas horas difíceis, por compreender a sobrecarga do período do mestrado e por me ajudar a aliviá-la.

Aos meus sogros Valéria e Tarcísio, pelas orações em meu favor.

Aos meus professores do mestrado, pelos valiosos conhecimentos transmitidos, por me estimularem na busca pelo aprendizado de Estruturas e por serem, para mim, inspiração profissional.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo, pela orientação, por todos os ensinamentos feitos com muita responsabilidade e didatismo, desde a graduação, pela paciência e pela motivação ao longo desta pesquisa.

Aos meus colegas do LMCV, pelo convívio amigável, pelos debates e pelo compartilhamento de conhecimentos, sobretudo à Juliana Alves, à Thays Duarte e ao Francisco Guerreiro Chaves Neto.

Aos meus colegas de trabalho Udinart Rabelo, Nikollas Cavalcante e Luiz Antônio Mororó, por ajudarem a aliviar minha carga de trabalho até a conclusão do mestrado.

Aos meus irmãos Arthur e Leonel, e às minhas cunhadas Thiane e Stella, pelo compartilhamento de suas experiências com pesquisa.

Aos meus amigos, por compreenderem meus momentos de indisponibilidade para me dedicar ao mestrado.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

## RESUMO

Nos últimos anos, as tradicionais torres tubulares em aço têm sido substituídas por torres de concreto protendido ou híbridas para posicionar turbinas eólicas em grandes alturas. Considerando que o custo dessas estruturas representa uma parcela significativa no custo de implantação de um parque eólico, o uso de técnicas de otimização pode contribuir fortemente para o aumento da competitividade da energia eólica. O objetivo deste trabalho consiste em formular um modelo de otimização de custo de torres eólicas protendidas externamente, usando elementos finitos unidimensionais em análises não lineares da estrutura. A torre é composta de segmentos de tronco de cone de mesma altura. As variáveis de projeto são os diâmetros externos e espessuras da base de cada segmento e a quantidade de cabos de protensão. A função objetivo é o custo de materiais, e as restrições são relativas a parâmetros geométricos, à frequência fundamental, a estados limites de serviço e a tensões últimas no concreto e no aço de protensão. O problema de otimização é solucionado utilizando um Algoritmo Genético (AG) disponível no pacote de ferramentas de otimização do software MATLAB, e as análises estruturais são realizadas por meio de uma rotina de elementos finitos não lineares implementada pelo autor neste mesmo software, com base em uma formulação encontrada na literatura. Nas análises, a estrutura de concreto armado é modelada por elementos de pórtico plano, e os cabos de protensão são modelados por elementos de cabo não aderente. Verificou-se que esta formulação foi capaz de representar o comportamento global da estrutura com precisão e custo computacional satisfatórios. Aplicações do modelo de otimização foram feitas a torres com um e dois segmentos, e verificou-se que essa flexibilização da geometria não trouxe melhorias significativas para o custo das soluções. O desempenho do AG se mostrou adequado na solução do problema de otimização, de maneira que reduções de custo puderam ser obtidas, embora, devido às simplificações adotadas, os resultados obtidos pelo otimizador devam ser encarados como resultados preliminares, auxiliando na fase de pré-dimensionamento das torres eólicas.

**Palavras-chave:** Torres Eólicas. Concreto Protendido. Algoritmo Genético. Elementos Finitos.

## ABSTRACT

In recent years, traditional steel tubular towers have been replaced by prestressed concrete or hybrid towers to place wind turbines at great heights. Considering that the cost of these structures represents a significant portion of the cost of implementing a wind farm, the use of optimization techniques can strongly contribute to increase the competitiveness of wind energy. The objective of this work is to formulate a cost optimization model for externally prestressed wind turbine towers, using one-dimensional finite elements in nonlinear analyses of the structure. The tower is composed of tapered tubular segments of equal height. The design variables are the external diameters and thicknesses of the base of each segment and the number of prestressing tendons. The objective function is the cost of materials, and the constraints are related to geometric parameters, fundamental frequency, service limit states and ultimate stresses in concrete and prestressing steel. The optimization problem is solved using a Genetic Algorithm (GA) available in MATLAB optimization toolbox, and the structural analyses are performed through a non-linear finite element routine implemented in the same software, based on a formulation found in the literature. In the analyses, the reinforced concrete structure is modeled by plane frame elements, and the prestressing tendons are modeled by unbonded tendon elements. It was found that this formulation was able to represent the overall behavior of the structure with satisfactory accuracy and computational cost. Applications of the optimization model were made to towers with one and two segments, and the results indicated that this flexibilization in the geometry of the tower did not bring significant improvements to the cost of the solutions. The performance of the GA proved to be suitable in solving the optimization problem, so that cost reductions could be obtained, although, due to the simplifications adopted, the parameters provided by the optimizer should be assumed to be preliminary results, assisting the preliminary design stage of wind turbine towers.

**Keywords:** Wind Turbine Towers. Prestressed Concrete. Genetic Algorithm. Finite Elements.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Evolução da energia gerada por fontes renováveis, no mundo.....	12
Figura 2 - Histórico da capacidade instalada de energia eólica no mundo, em GW.....	13
Figura 3 - Evolução da capacidade instalada de energia eólica no Brasil, em MW.....	14
Figura 4 - Evolução da altura e da capacidade de produção das turbinas eólicas no mundo...	15
Figura 5 – Exemplos de concepções estruturais para torres eólicas.....	16
Figura 6 - Classificação de torres eólicas com relação à rigidez.....	36
Figura 7 - Modelo de molas discretas para representação do solo de fundação.....	37
Figura 8 - Desenho esquemático de um possível modelo de elementos finitos (à direita) para torres eólicas. ....	41
Figura 9 - Distribuição hipotética dos cabos de protensão na seção transversal.....	45
Figura 10 - Elemento de cabo e de pórtico na configuração deformada. ....	47
Figura 11 - Algoritmo para cálculo do vetor de forças internas dos cabos de protensão.....	49
Figura 12 - Algoritmo para cálculo da matriz de rigidez tangente dos cabos de protensão.....	51
Figura 13 - Cabo equivalente hipotético para a etapa de protensão.....	52
Figura 14 – Algoritmo realizado a cada passo de carga para determinação das solicitações...	56
Figura 15 - Leis constitutivas do exemplo de validação. ....	60
Figura 16 - Distribuição das forças de impulsão no anel adaptador metálico.....	63
Figura 17 - Conjugados de forças verticais equivalentes à ação do momento no anel adaptador metálico. ....	63
Figura 18 - Esquema do modelo da torre analisada no OpTower. ....	64
Figura 19 - Modelo da torre analisada no DIANA.....	64
Figura 20 – Tensões normais no concreto para o exemplo de validação. ....	66
Figura 21 - Variáveis de projeto (sem escala). ....	71
Figura 22 - Fluxograma de otimização com AG e MEF.....	76
Figura 23 – Fluxograma das avaliações de indivíduos.....	77
Figura 24 - Diagramas tensão-deformação para o concreto (sem escala). ....	82
Figura 25 - Diagramas tensão-deformação para o aço de armadura passiva, nos modelos ELS (tensão de pico igual a $f_{yk}$ ) e ELU (tensão de pico igual a $f_{yd}$ ), sem escala.....	83
Figura 26 - Diagramas tensão-deformação para o aço de protensão, nos modelos ELS (tensão de escoamento igual a $f_{pyk}$ ) e ELU (tensão de escoamento igual a $f_{pyd}$ ), sem escala.....	84

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Estudo de convergência.....	89
Gráfico 2 - Variação dos raios externos e internos ao longo da torre, para os Exemplos 1 a 3. .....	91
Gráfico 3 – Percentuais de ativação das restrições obtidos para os Exemplos 1, 2 e 3.....	93
Gráfico 4 - Custos de materiais dos Exemplos 1 a 3.....	94
Gráfico 5 - Representatividade dos materiais nos custos totais dos Exemplos 1 a 3.....	95
Gráfico 6 - Evoluções das otimizações dos Exemplos 1 a 3.....	97
Gráfico 7 - Variação dos raios externos e internos ao longo da torre, para os Exemplos 4 a 6. .....	99
Gráfico 8 – Percentuais de ativação das restrições obtidos para os Exemplos 4, 5 e 6.....	100
Gráfico 9 - Custos de materiais dos Exemplos 4 a 6.....	102
Gráfico 10 - Representatividade dos materiais nos custos totais dos Exemplos 4 a 6.....	102
Gráfico 11 - Evoluções das otimizações dos Exemplos 4 a 6.....	103
Gráfico 12 – Comparativo dos raios externos e internos dos Exemplos 1 a 6.....	105
Gráfico 13 - Comparativo das restrições dos Exemplos 1 a 6.....	107
Gráfico 14 - Comparativo dos custos de materiais dos Exemplos 1 a 6.....	108

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Classes de Turbinas Eólicas. ....	28
Tabela 2 - Constantes de exposição do terreno, para unidades SI.....	34
Tabela 3 - Coeficientes de força de vento para chaminés, tanques e estruturas similares, para unidades SI. ....	34
Tabela 4 - Características da turbina do exemplo de validação. ....	59
Tabela 5 - Dimensões da torre do exemplo de validação. ....	60
Tabela 6 - Características dos cabos de protensão do exemplo de validação.....	60
Tabela 7 - Propriedades dos materiais do exemplo de validação. ....	61
Tabela 8 - Parâmetros para cálculo das ações de vento no exemplo de validação.....	62
Tabela 9 - Ações da turbina na torre do exemplo de validação.....	63
Tabela 10 - Resultados das análises do exemplo de validação no OpTower e no DIANA.....	65
Tabela 11 - Funções de restrição normalizadas. ....	74
Tabela 12 - Características da turbina. ....	80
Tabela 13 - Parâmetros para os diagramas tensão-deformação dos materiais. ....	84
Tabela 14 - Ações da turbina de 5 MW no topo da torre. ....	85
Tabela 15 - Parâmetros para cálculo das restrições e da função objetivo. ....	85
Tabela 16 - Parâmetros comuns a todas as otimizações. ....	86
Tabela 17 - Parâmetros particulares das otimizações.....	87
Tabela 18 - Características da torre de referência. ....	87
Tabela 19 - Variáveis de projeto e função objetivo obtidas para os Exemplos 1, 2 e 3.....	90
Tabela 20 - Valores das restrições obtidos para os Exemplos 1, 2 e 3.....	92
Tabela 21 - Custos de materiais dos Exemplos 1 a 3, em R\$.....	94
Tabela 22 - Variáveis de projeto e função objetivo obtidas para os Exemplos 4, 5 e 6.....	98
Tabela 23 - Valores das restrições obtidos para os Exemplos 4, 5 e 6.....	100
Tabela 24 - Custos de materiais dos Exemplos 4 a 6, em R\$.....	101
Tabela 25 - Características de exploração das otimizações.....	105

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>12</b>
<b>1.1</b>	<b>Justificativa .....</b>	<b>17</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos.....</b>	<b>18</b>
<b>1.3</b>	<b>Organização da dissertação .....</b>	<b>18</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>20</b>
<b>2.1</b>	<b>Otimização de torres de concreto protendido.....</b>	<b>20</b>
<b>2.2</b>	<b>Otimização de torres híbridas e de concreto armado .....</b>	<b>23</b>
<b>2.3</b>	<b>Análise de torres eólicas de concreto .....</b>	<b>25</b>
<b>2.4</b>	<b>Estratégias de otimização e análise de estruturas de concreto.....</b>	<b>26</b>
<b>3</b>	<b>TORRES EÓLICAS E MODELOS DE ANÁLISE .....</b>	<b>28</b>
<b>3.1</b>	<b>Ações em torres eólicas .....</b>	<b>28</b>
<b>3.2</b>	<b>Comportamento estrutural de torres eólicas .....</b>	<b>35</b>
<b>3.3</b>	<b>Análise de torres eólicas pelo método dos elementos finitos.....</b>	<b>40</b>
<b>3.4</b>	<b>Modelo de análise .....</b>	<b>42</b>
<b>3.4.1</b>	<b><i>Elemento de pórtico plano.....</i></b>	<b>42</b>
<b>3.4.2</b>	<b><i>Elemento de cabo de protensão.....</i></b>	<b>45</b>
<b>3.4.2.1</b>	<b><i>Cálculo do vetor de forças internas .....</i></b>	<b>46</b>
<b>3.4.2.2</b>	<b><i>Cálculo da matriz de rigidez tangente.....</i></b>	<b>49</b>
<b>3.4.3</b>	<b><i>Aplicação da protensão .....</i></b>	<b>52</b>
<b>3.4.4</b>	<b><i>Aplicação de carregamentos externos .....</i></b>	<b>54</b>
<b>3.4.4.1</b>	<b><i>Tratamento dos casos de perda de estabilidade.....</i></b>	<b>55</b>
<b>3.4.5</b>	<b><i>Cálculo das frequências naturais.....</i></b>	<b>57</b>
<b>3.5</b>	<b>Estudo de convergência.....</b>	<b>58</b>
<b>3.6</b>	<b>Validação do modelo .....</b>	<b>59</b>
<b>4</b>	<b>MODELO DE OTIMIZAÇÃO .....</b>	<b>68</b>
<b>4.1</b>	<b>Variáveis de projeto .....</b>	<b>70</b>
<b>4.2</b>	<b>Função objetivo.....</b>	<b>70</b>
<b>4.3</b>	<b>Restrições.....</b>	<b>72</b>
<b>4.4</b>	<b>Solução do problema de otimização.....</b>	<b>74</b>
<b>5</b>	<b>APLICAÇÕES .....</b>	<b>80</b>
<b>5.1</b>	<b>Características da turbina .....</b>	<b>80</b>
<b>5.2</b>	<b>Características dos materiais.....</b>	<b>81</b>

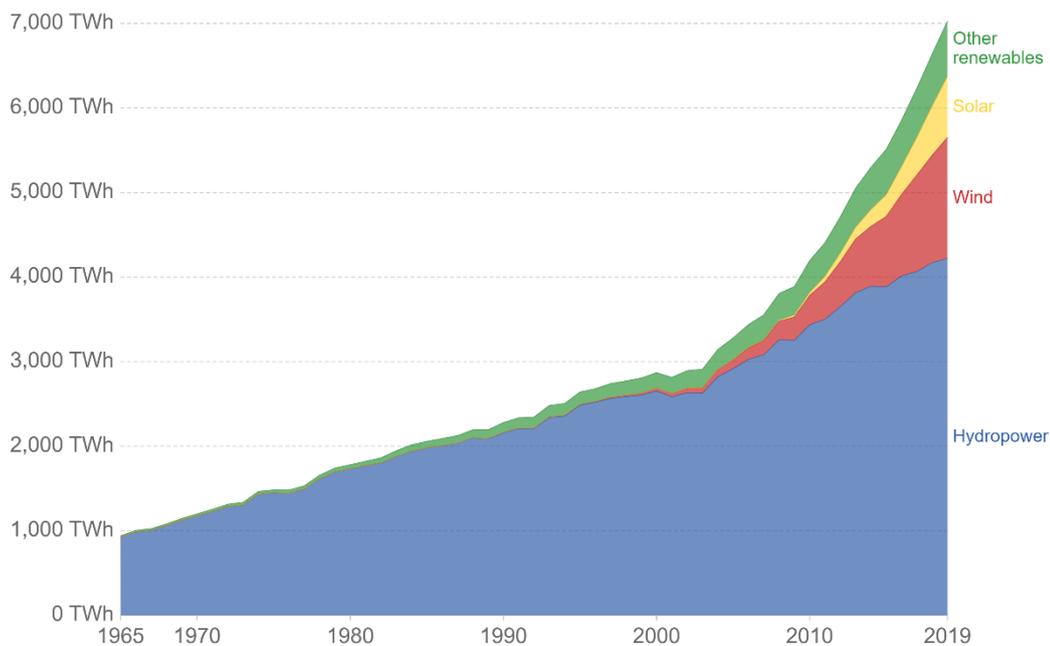
<b>5.3</b>	<b>Características dos carregamentos .....</b>	<b>84</b>
<b>5.4</b>	<b>Parâmetros das otimizações.....</b>	<b>85</b>
<b>5.5</b>	<b>Torre de referência.....</b>	<b>87</b>
<b>5.6</b>	<b>Definição da malha .....</b>	<b>88</b>
<b>5.7</b>	<b>Exemplos .....</b>	<b>90</b>
<b>5.7.1</b>	<b><i>Torres com um segmento .....</i></b>	<b><i>90</i></b>
<b>5.7.2</b>	<b><i>Torres com dois segmentos.....</i></b>	<b><i>98</i></b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>109</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>112</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Visando diminuir os impactos ambientais causados pela queima de combustíveis fósseis, o interesse no desenvolvimento de fontes energéticas alternativas cresceu consideravelmente na última década. Atualmente, as fontes de energia renováveis são responsáveis por 26,02% da eletricidade e 11,41% da energia total produzidas no mundo. Em 2010, esses percentuais eram de 19,45% e 8,29%, respectivamente (RITCHIE; ROSER, 2020).

Por sua vez, a energia eólica vem ganhando cada vez mais representatividade no rol das energias renováveis. Em 2010, representava 8,26% de toda a energia gerada por fontes renováveis no mundo, aumentando gradativamente esse percentual até atingir 20,34% em 2019, como mostra a Figura 1.

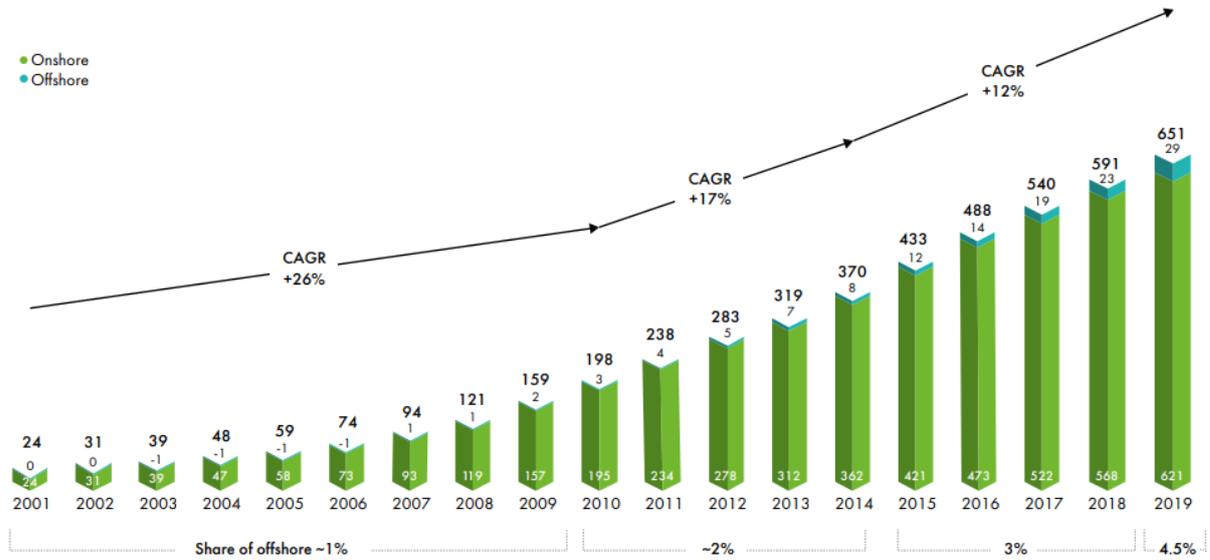
Figura 1 – Evolução da energia gerada por fontes renováveis, no mundo.



Fonte: Ritchie e Roser (2020).

De acordo com GWEC (2020), em 2019 foram instalados 60,4 GW de capacidade de energia eólica no mundo, chegando a um total de 651 GW, que representa um crescimento de 10% em relação ao total de 2018. Esse número é 19% maior do que o crescimento registrado no ano anterior. A Figura 2 apresenta o histórico da capacidade instalada de energia eólica (em GW) no mundo, com distinção das parcelas *onshore* e *offshore*, evidenciando o contínuo crescimento deste setor. Também são mostradas as Taxas de Crescimento Anual Composta (*Compound Annual Growth Rate*, ou CAGR, na sigla em inglês) para diferentes períodos.

Figura 2 - Histórico da capacidade instalada de energia eólica no mundo, em GW.



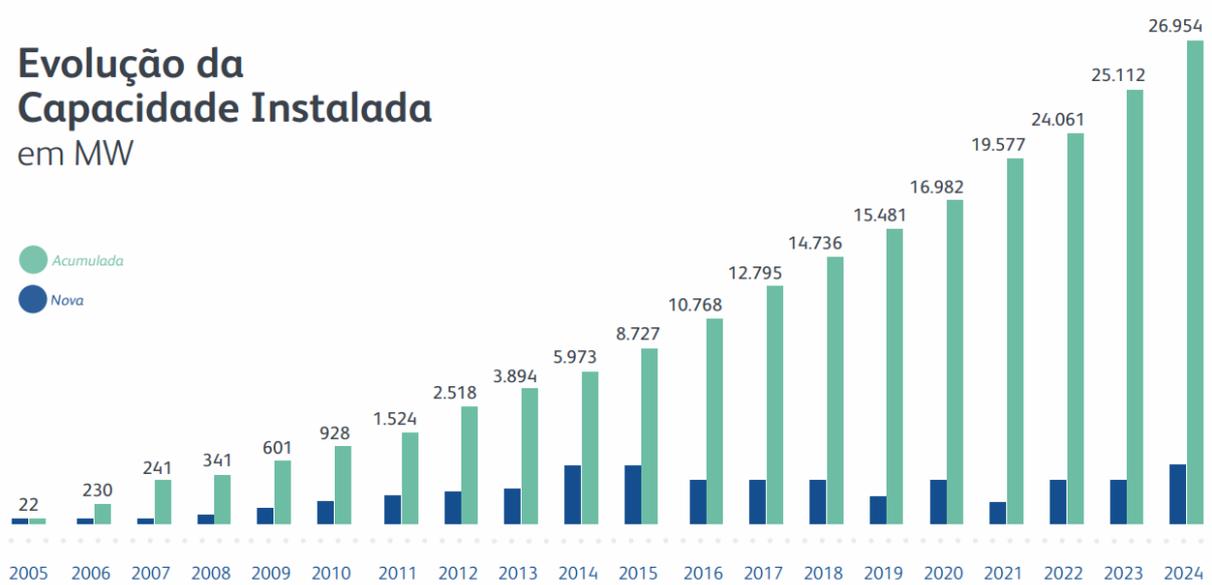
Fonte: GWEC (2020).

Em 2012 o Brasil ocupava o 15º lugar no ranking mundial de capacidade instalada de energia eólica, e em 2019 passou para o 7º lugar. Atualmente, a energia eólica é a segunda maior fonte de energia do Brasil, representando 9,8% da matriz energética, perdendo apenas para a energia hidrelétrica, que representa 59,2%. Apesar de ainda haver essa diferença em relação à energia hidrelétrica, a energia eólica possui uma das melhores relações custo-benefício na tarifa de energia (ABEEOLICA, 2020).

Hoje o Brasil conta com 17 GW de capacidade instalada, produzidos em 660 parques eólicos e mais de 8000 aerogeradores operando em 12 estados, dos quais o Ceará representa o 3º lugar em capacidade instalada, atrás da Bahia (2º lugar) e do Rio Grande do Norte (1º lugar). Com um fator de capacidade médio de 42,7%, a energia produzida em 2019 por aerogeradores no país foi de 55,9 TWh, ou 9,7% de toda a geração injetada no Sistema Interligado Nacional no período. Essa quantidade de energia é suficiente para abastecer cerca de 28,8 milhões de residências (cerca de 86,3 milhões de habitantes) por mês, e é responsável por evitar a emissão de 22,9 milhões de toneladas de CO<sub>2</sub>, quantidade equivalente a cerca de 21,7 milhões de automóveis (ABEEOLICA, 2020).

Para se ter uma ideia do crescimento da energia eólica no Brasil, a Figura 3 apresenta a evolução da capacidade instalada no país. Os dados futuros referem-se a contratos viabilizados em leilões já realizados e no mercado livre. Com isto, o Brasil deverá ter cerca de 26,9 GW de capacidade eólica instalada até 2024.

Figura 3 - Evolução da capacidade instalada de energia eólica no Brasil, em MW.

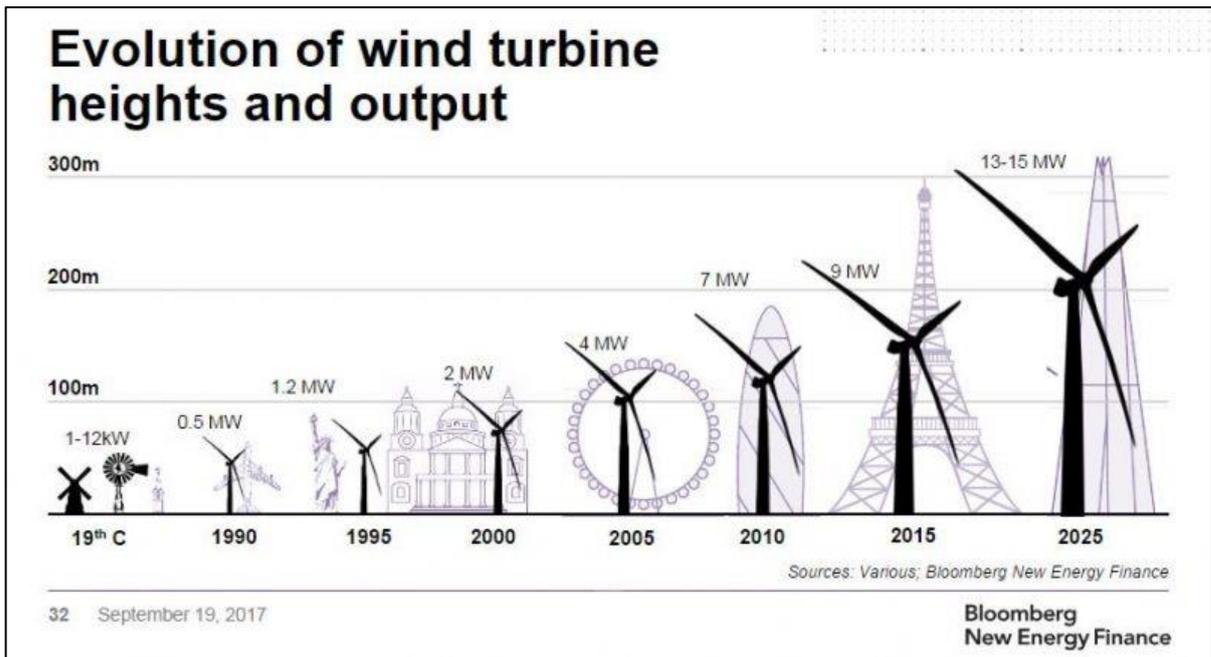


Fonte: ABEEólica (2020).

Em busca de maior aproveitamento do potencial energético dos ventos, houve um rápido crescimento na tecnologia das turbinas de aerogeradores, fazendo surgirem modelos com maiores capacidades de produção energética. Entretanto, para que se consiga efetivamente explorar todo o potencial de geração de energia das grandes turbinas, é preciso posicioná-las em alturas bastante elevadas, pois é onde as condições de vento são melhores. Estima-se que, para cada metro de altura adicional em que se posiciona um aerogerador, consegue-se um acréscimo de 0,5 a 1,0% de produção de energia anual (BÖGL, 2021). Isso porque, em alturas elevadas, os ventos são mais fortes e mais estáveis. A Figura 4 mostra a evolução da altura das torres e da capacidade de geração de energia das turbinas eólicas no mundo, sendo que os dados referentes ao ano de 2025 representam uma projeção do setor.

Dessa forma, um dos principais desafios enfrentados pelo setor tem sido a obtenção de soluções estruturais para a construção de torres cada vez mais altas e com o menor custo, de forma a continuar aumentando a competitividade da energia eólica frente às demais fontes de energia. Simplificadamente, isso significa conceber um projeto de torre que, com o menor custo de construção e manutenção, seja capaz de suportar o elevado peso das turbinas atuais e de seus componentes, a ação dos fortes ventos e a repetição das cargas ao longo da vida útil, ao mesmo tempo em que desempenha adequado comportamento em serviço, sem apresentar deslocamentos excessivos ou ressonância.

Figura 4 - Evolução da altura e da capacidade de produção das turbinas eólicas no mundo.

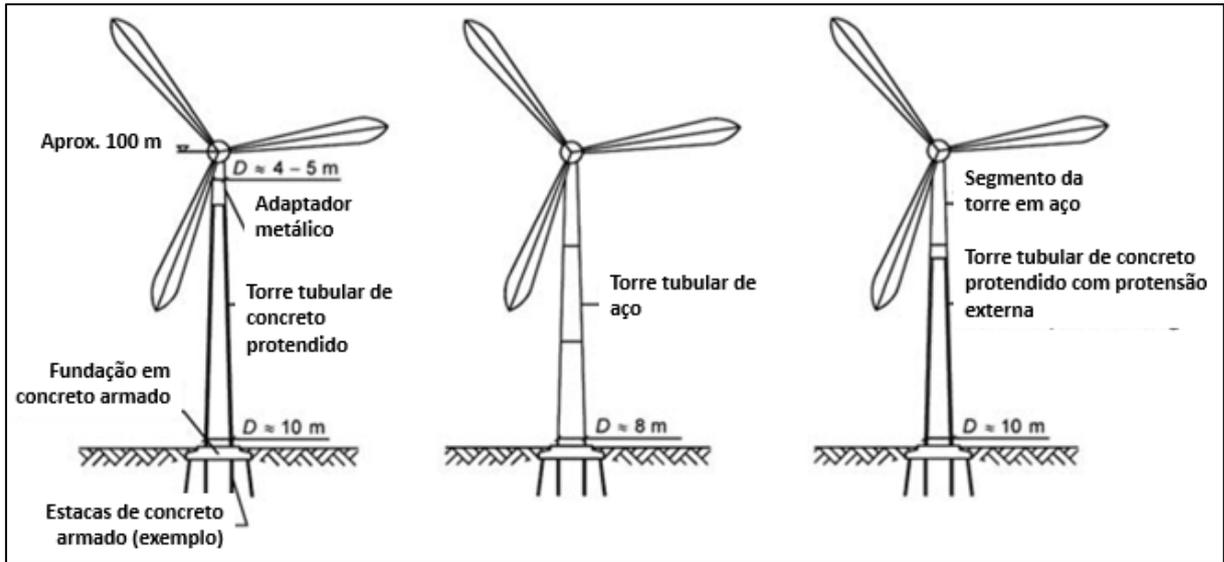


Fonte: Bloomberg New Energy Finance (2017).

Por muitos anos, a solução mais adotada para estruturas de torres eólicas foi a da torre metálica em formato de tronco de cone. Usualmente, segmentos tubulares completos são fabricados e transportados para o local de implantação da torre, sendo içados por guias para montagem do conjunto. Porém, com o aumento das solicitações da estrutura, diâmetros e espessuras maiores são requeridos, gerando dificuldades tanto na fabricação quanto no transporte das peças metálicas, uma vez que, em muitos países, o diâmetro máximo da peça para transporte em rodovias é de aproximadamente 4,5 m. Os segmentos maiores da base da torre, além de ficarem mais pesados, precisam ser subdivididos em partes menores para, no local, serem conectados com soldas ou parafusos, gerando maiores custos com material e mão-de-obra.

Para contornar este problema, soluções estruturais alternativas estão sendo adotadas, tais como torres híbridas com um segmento de concreto na base e segmento superior em estrutura metálica, e torres de concreto armado e protendido. Segundo Kenna e Basu (2015), torres de concreto com mais de 90 m de altura demandam protensão para combater as elevadas tensões verticais de tração induzidas pela flexão, que levariam à fissuração do concreto, com consequente redução de sua frequência natural. Um esquema das concepções de torre em concreto protendido, aço e híbrida é apresentado na Figura 5.

Figura 5 – Exemplos de concepções estruturais para torres eólicas.



Fonte: Adaptado de Grünberg e Göhlmann (2013).

Um exemplo do potencial dessas concepções estruturais alternativas é a atual torre eólica mais alta do mundo, da empresa alemã Max Bögl Wind AG, com 178 m de altura da turbina (*hub height*), e 246,5 m na extremidade das pás, localizada em Gaildorf, na Alemanha. A torre é do tipo *onshore* e sustenta uma turbina de 3,4 MW. Sua estrutura consiste em uma torre híbrida, composta de uma base tronco-cônica de concreto e um segmento superior cilíndrico em aço. A base de concreto é feita com segmentos pré-fabricados, que são transportados e conectados no local. As peças de concreto, após a montagem, são protendidas por cabos externos à seção, porém localizados na parte interna oca da torre, sendo ancorados na fundação e em um adaptador de transição da estrutura de concreto para a metálica.

A redução de custos de torres híbridas e de concreto protendido em relação às torres metálicas é um dos destaques do trabalho de Al-Kaimakchi *et al.* (2017). Os autores compararam torres destes três tipos, e concluíram que torres de concreto protendido e torres híbridas são mais competitivas do que torres de aço para alturas superiores a 80 m, e que a diferença de custo aumenta com a altura. Quando comparadas as torres de concreto protendido com as torres híbridas, a diferença entre os custos de ambas se mostrou pouco significativa.

Em torres de concreto protendido, a protensão pode ser do tipo aderente (interna), não aderente (interna ou externa), ou uma combinação destes, com pré-tração aderente nas peças pré-fabricadas e pós-tração sem aderência no conjunto, por exemplo. No caso da protensão externa, os cabos são colocados externamente à seção transversal de concreto, na parte interna oca da torre tubular. Dessa forma, não há necessidade de acomodar cabos e/ou bainhas na seção de concreto, permitindo reduzir sua espessura.

Os cabos devem ser ancorados em suas extremidades, podendo ser na fundação e no topo da torre, ou em pontos intermediários, desde que haja estruturas de suporte para tal, como flanges, consolos ou lajes de transição. Os cabos são não aderentes à seção de concreto em toda a sua extensão, porém podem ser restringidos em determinados pontos ao longo do seu comprimento por desviadores, formando um traçado poligonal. Isso faz com que seja mantida uma distância constante dos cabos à parede interna da torre, o que é particularmente importante no caso de grandes deflexões laterais da estrutura (GRÜNBERG; GÖHLMANN, 2013; THE CONCRETE CENTRE; GIFFORD, 2006).

### **1.1 Justificativa**

O dimensionamento eficiente das torres é importante para garantir a viabilidade da energia eólica, uma vez que o custo das torres pode representar até 30% dos custos totais na implantação da energia eólica (HAU, 2013). O uso de técnicas de otimização no projeto das torres pode ser decisivo para a redução desses custos e, conseqüentemente, para o aumento da competitividade da energia eólica. Por esse motivo, a quantidade de estudos sobre otimização de torres eólicas tem crescido consideravelmente nos últimos anos, evidenciando uma demanda atual do setor para impulsionar esta fonte de energia, que, apesar dos enormes benefícios para a sustentabilidade do planeta, ainda esbarra no custo relativamente alto de implantação. Espera-se, com este trabalho, contribuir para mudar esse cenário.

Seguindo a tendência das novas concepções estruturais de torres eólicas de grande altura, optou-se pelo estudo de torres em concreto protendido, cujas vantagens são várias. Silveira (2017) destaca como vantagens do concreto protendido para torres eólicas: custo de manutenção reduzido; maior flexibilidade de construção e projeto, visto que o concreto é um material moldável; melhor resposta dinâmica, em razão de tais torres apresentarem menor vibração e fadiga de materiais, em comparação com torres em aço de dimensões semelhantes; e melhor possibilidade de transporte, por permitir soluções em aduelas de dimensões reduzidas e por poder contar com a possibilidade de serem montadas usinas de pré-fabricação dos segmentos no próprio canteiro. The Concrete Centre e Gifford (2006) destacam, também, o menor impacto ambiental desse material: além de o concreto poder ser reciclado, possui menor teor de CO<sub>2</sub> incorporado, podendo chegar a 64% menos do que uma torre metálica convencional.

Outra tendência que está sendo seguida neste trabalho consiste na escolha da protensão externa, que apresenta diversas vantagens, tais como: utilização de paredes finas para

as seções de concreto, facilidade na instalação de cabos em vários estágios da construção, facilidade na inspeção e substituição dos cabos, maior tolerância à fadiga sob cargas dinâmicas, menores perdas por atrito e procedimento de demolição mais simples.

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho consiste em formular um modelo de otimização de custo para obtenção de soluções preliminares para o projeto de torres eólicas de concreto protendido externamente, usando elementos finitos unidimensionais em análises não lineares da estrutura.

Como objetivos específicos, tem-se:

- a) avaliar a aplicabilidade de um modelo de elementos finitos unidimensionais não lineares para as análises estruturais, considerando os cabos como elementos resistentes;
- b) verificar a viabilidade de um algoritmo genético para a solução do problema de otimização;
- c) investigar o efeito do número de segmentos no custo e no comportamento das soluções ótimas;
- d) avaliar a eficiência do modelo de otimização;
- e) investigar as restrições que condicionam o projeto otimizado.

## 1.3 Organização da dissertação

No Capítulo 2, é feita uma revisão da literatura, onde são reunidas as principais publicações dos últimos anos sobre otimização de torres eólicas de concreto, com ênfase no concreto protendido. São explorados aspectos dos modelos de otimização e análise utilizados pelos autores, tais como variáveis de projeto, funções objetivo, restrições, ações externas, consideração das não linearidades, dentre outros. Trabalhos que não abordam diretamente o tema, mas que contribuíram bastante para a elaboração desta dissertação, também foram incluídos e discutidos.

O Capítulo 3 inicia embasando o leitor sobre os aspectos mais importantes no projeto de torres eólicas, tais como as ações atuantes, o comportamento estrutural e as fontes de não linearidade. Em seguida, discute-se o uso do Método dos Elementos Finitos (MEF) para modelagem e análise da estrutura. Apresenta-se a formulação do modelo de análise adotado, incluindo as hipóteses simplificadoras para efetuar a análise do problema tridimensional de

forma plana. Ao final do capítulo é apresentado um exemplo de validação, por meio da comparação entre resultados obtidos com a implementação do modelo no MATLAB e resultados obtidos por um software comercial de elementos finitos.

O Capítulo 4 aborda a formulação do modelo de otimização utilizado neste trabalho. Inicia-se com uma introdução teórica sobre técnicas de otimização, onde são comparados os métodos de projeto com e sem uso dessas técnicas, e em seguida apresenta-se a forma geral de um problema de otimização. Particulariza-se, então, para o problema tratado neste trabalho, onde são definidas a função objetivo, as variáveis de projeto e as restrições adotadas. Em seguida, descreve-se como este problema de otimização é solucionado com o uso de Algoritmos Genéticos (AGs), detalhando a forma como ele é utilizado em conjunto com o modelo de análise para a busca de soluções ótimas. São abordados, ainda, aspectos específicos sobre o método de tratamento das restrições, devido à importância de seu entendimento para a interpretação dos resultados das aplicações.

O Capítulo 5 contém aplicações dos modelos implementados a torres com diferentes quantidades de segmentos. Primeiramente são descritas as características do problema e da torre de referência, utilizada para comparação das soluções otimizadas. Os resultados das aplicações são, então, apresentados e discutidos.

Por fim, no Capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Na tentativa de solucionar problemas de otimização de torres eólicas de concreto e híbridas, a utilização de algoritmos bio-inspirados, como os AGs e o método do enxame de partículas (PSO, da sigla em inglês *Particle Swarm Optimization*), por exemplo, tem se mostrado bem-sucedida, como pode ser constatado ao analisar os diversos trabalhos publicados sobre este tema nos últimos anos. A utilização do MEF para as análises estruturais dentro das otimizações tem sido um padrão nestes trabalhos, possivelmente pela eficiência, confiabilidade e ampla disponibilidade em softwares comerciais que este método apresenta.

### 2.1 Otimização de torres de concreto protendido

Com aplicações específicas a torres de concreto protendido, destacam-se os trabalhos de Ma e Meng (2014), Sritharan (2017), Bai *et al.* (2017), Al-Kaimakchi *et al.* (2017) e Lana *et al.* (2021), embora o penúltimo também tenha abrangido torres híbridas e torres metálicas. Dentre estes, apenas Bai *et al.* (2017) não utilizou AGs, tendo utilizado PSO para solução do problema de otimização. Os principais pontos destes trabalhos são apresentados nos parágrafos seguintes.

Ma e Meng (2014) desenvolveram um modelo de otimização do custo de torres eólicas de concreto protendido de seção octogonal com nervuras internas. Para isso, utilizaram um AG para solução do problema de otimização, e o MEF para as análises estruturais, com auxílio do software ABAQUS. A torre foi dividida em três segmentos de alturas fixadas, com diâmetros (do círculo circunscrito à seção) variando linearmente. As variáveis de projeto adotadas foram os diâmetros e espessuras dos segmentos, largura e comprimento das nervuras e o número de cabos de protensão. As restrições foram relativas à frequência natural, às tensões máximas no Estado Limite Último (ELU), aos deslocamentos e rotações máximas no topo, e descompressão do concreto no Estado Limite de Serviço (ELS), aos parâmetros geométricos e ao estado limite de fadiga. Os carregamentos incluíram peso próprio, cargas da turbina, carga estática de vento e carga sísmica. A otimização foi aplicada a uma torre chinesa de 5 MW e 100 m de altura, originalmente de aço, obtendo-se uma redução de custo de 15% para a solução em concreto protendido. As cargas da turbina foram fornecidas pelo fabricante.

Sritharan (2017) propôs um modelo de otimização de custo para torres eólicas de concreto da tecnologia Hexcrete, a qual consiste na montagem de elementos pré-fabricados de dois tipos: pilares protendidos de seção hexagonal e painéis retangulares. A seção resultante é

um hexágono regular, com um pilar hexagonal em cada vértice, conectados pelos painéis retangulares. A otimização é solucionada utilizando AG, com auxílio do software Dakota, e as análises estruturais são feitas pelo MEF, com auxílio do software Siemens NX Open. Os pilares são modelados por elementos de viga, e os painéis por elementos de casca. As forças de vento são aplicadas como forças estáticas. Diâmetros (do círculo circunscrito) da torre e dos pilares são adotados como variáveis de projeto, bem como o número de cordoalhas de protensão verticais internos aos pilares. A protensão é do tipo interna não aderente. Restrições de geometria, frequência natural, deslocamentos e tensões são adotadas. Processamento paralelo foi utilizado para reduzir o tempo de processamento da otimização. O modelo desenvolvido foi aplicado a dois projetos de torres eólicas de 140 m de altura, apresentadas pelo autor e denominadas HT2 e HT3a, que suportam turbinas de 2,3 MW e 3,2 MW, respectivamente. As cargas das turbinas foram fornecidas por fabricantes e por extrapolação de valores encontrados no trabalho de LaNier (2005). Em comparação com os dimensionamentos iniciais, o projeto otimizado com o modelo proposto apresentou reduções de custo de 1,31% e 5,96%, respectivamente, para as torres HT2 e HT3a. O autor salienta que as deflexões da torre tendem a aumentar do projeto inicial para o otimizado, pois normalmente a otimização gera uma estrutura com menores dimensões e, portanto, mais flexível. Com base nessa conclusão, o autor recomenda que, em casos em que a minimização dos deslocamentos for uma preocupação no projeto da torre, uma otimização multiobjetivo pode ser realizada para investigar a compensação entre custo e deslocamento da torre.

Bai *et al.* (2017) apresentaram uma aplicação de otimização a torres eólicas de concreto protendido, utilizando o método do enxame de partículas (PSO) com Lagrangeano aumentado, associado ao programa de análise por elementos finitos Code\_Aster. A protensão é aplicada externamente à seção, com cabos ancorados na fundação e no topo da torre, situados na parte interna oca. A estrutura é modelada por elementos finitos de viga de Timoshenko. A geometria da torre consiste em um segmento inferior em tronco de cone e segmento superior cilíndrico, com anel adaptador metálico no topo. A função objetivo foi o custo de construção da torre, e as variáveis de projeto foram as espessuras ao longo da torre e a força de protensão. As restrições incluem estados limites de compressão excessiva e de descompressão no concreto, verificações de frequência natural para evitar ressonância, e verificações de estado limite de fadiga. Aplicando a otimização proposta a uma torre de 140 m de altura e turbina de 3 MW, cujos carregamentos foram fornecidos em sigilo por fabricantes, obteve-se uma solução que permitiu redução de 10% no peso da estrutura. O trabalho destes autores é parte do projeto Eolift, uma recente tecnologia de construção inovadora para torres eólicas de grande altura,

feita em parceria pela Freyssinet, INSA Rouen Normandie e a Universidade de Havre. As torres do projeto Eolift buscam chegar a alturas de 100 a 140 metros para sustentar turbinas de 3 a 6 MW e já possuem obras concluídas em Trairi-CE, Brasil.

Al-Kaimakchi *et al.* (2017) aplicaram otimização multiobjetivo a torres eólicas de aço, concreto protendido e híbridas. As funções objetivo conflitantes foram a minimização do custo da torre e da turbina, e a maximização da produção de energia. Devido à grande quantidade de restrições, e à natureza não convexa e não linear do problema, os autores optaram por utilizar um AG. A carga de vento foi tratada como estática equivalente. As variáveis de projeto foram os diâmetros, espessuras, altura da torre e o número de cordoalhas para a torre protendida. As restrições foram relativas à flambagem, escoamento e tensões de cisalhamento na torre de aço, e ELU e ELS para a torre de concreto protendido. Os resultados obtidos indicaram que torres de concreto e torres híbridas são mais competitivas (menor custo) do que torres de aço para alturas superiores a 80 m, e que a diferença de custo aumenta com a altura, tornando-se mais acentuada a partir de 100 m, chegando a 30% de diferença a 150 m de altura. Comparando os custos das torres de concreto e torres híbridas, percebeu-se que a torre híbrida se apresentou mais competitiva na faixa de 100 m a 140 m, embora a diferença entre ambas tenha sido pequena.

Lana *et al.* (2021) propuseram um modelo de otimização de torres eólicas *onshore* de concreto protendido. Para a análise estrutural, os autores utilizaram uma rotina própria de elementos finitos desenvolvida por eles, embora não a tenham detalhado, e para a solução do problema de otimização, utilizaram um AG também desenvolvido por eles. A torre do modelo de otimização possui formato tronco de cone em segmento único, com espessura linearmente variável da base ao topo e cabos de protensão internos à seção. Pelo texto, não ficou claro se a protensão é do tipo aderente ou não aderente. As variáveis de projeto incluem os raios e espessuras da base e do topo da torre, o número de cabos de protensão, e o raio da seção dos cabos. A função objetivo é a minimização do peso da torre, o que, segundo os autores, reduz seu custo, em princípio. Cabe observar, entretanto, que esta suposição pode não ser válida, uma vez que os materiais possuem custos unitários e pesos específicos muito diferentes. As restrições são relativas à frequência natural, ao ELU (tensões máximas), ao ELS (deslocamento e rotação máximos no topo, e descompressão no concreto), à geometria, ao estado limite de fadiga e à flambagem. Nesta última, os autores informam que, devido ao grande diâmetro em comparação com a espessura das seções, é feita uma verificação de flambagem local, pela comparação da carga atuante com a carga crítica de flambagem elástica para diferentes modos de flambagem. Apesar disso, o texto dá a entender que esta carga crítica se trata da carga crítica

de flambagem global, não ficando claro como foi determinada a carga crítica de flambagem local. Uma aplicação do modelo foi feita à mesma torre chinesa de 5 MW e 100 m de altura utilizada como referência na otimização de Ma e Meng (2014), utilizando as mesmas ações e combinações. A torre obtida após a otimização possui dimensões comparáveis à otimizada por Ma e Meng (2014), porém com geometria mais simples e suave, sem nervuras internas, o que, segundo os autores, reduz as concentrações de tensão, facilita a execução e reduz o custo com materiais e transporte, sendo necessário avaliar se a economia obtida com a reutilização de formas na solução octogonal de Ma e Meng (2014) supera a economia obtida com materiais e transporte na solução tubular.

Pode-se observar alguns pontos comuns entre os trabalhos citados, além da utilização dos algoritmos bio-inspirados e do MEF. Por exemplo: as dimensões características da torre são incluídas nas variáveis de projeto, assim como a força de protensão, embora esta última seja considerada ora explicitamente, ora implicitamente por meio da quantidade de cabos e/ou da área da seção destes; o custo de materiais faz parte, direta ou indiretamente, das funções objetivo adotadas; restrições geométricas são sempre consideradas, para favorecer a construção e o comportamento da estrutura; restrições de frequência fundamental, deslocamento lateral e descompressão do concreto estão quase sempre incluídas nas verificações de ELS, enquanto restrições de tensões dos materiais são incluídas nas verificações de ELU; a verificação de fadiga é adotada em muitos casos; as ações das turbinas são obtidas em sigilo diretamente de fabricantes, o que dificulta o estudo de turbinas com características diferentes das adotadas nos trabalhos citados; e as ações de vento são tratadas, quase sempre, como ações estáticas equivalentes.

## **2.2 Otimização de torres híbridas e de concreto armado**

Aspectos semelhantes aos das otimizações de torres protendidas são identificados em trabalhos recentes sobre otimização de torres híbridas e de concreto armado. Neste assunto, destacam-se os trabalhos de Nicholson *et al.* (2013), Duarte (2019) e Chen, Li e He (2020). Há também o trabalho de Al-Kaimakchi *et al.* (2017), já mencionado na Seção 2.1. Os pontos principais destes trabalhos são abordados nos parágrafos seguintes.

Nicholson *et al.* (2013) propuseram um modelo de otimização multiobjetivo para torres eólicas utilizando o software ISIGHT. O modelo foi aplicado a uma torre tubular híbrida de 130 m de altura, com segmento superior em aço e segmento inferior em concreto pré-moldado, sobre fundação rasa. A função objetivo buscou ao mesmo tempo a minimização do

custo dos materiais e a maximização da rigidez da estrutura. As variáveis de projeto escolhidas foram os diâmetros e espessuras dos segmentos, comprimento do segmento inferior de concreto e dimensões da fundação. As restrições adotadas para a torre incluem limites para tensões no concreto e no aço, frequência natural e rotação no topo. Também são incluídas restrições para a fundação, referentes ao tombamento e às rigidezes à rotação e à translação horizontal, bem como capacidade de carga e tensão máxima no solo. Os autores utilizaram técnicas de Projeto de Experimentos (*Design of Experiments*, ou DOE, na sigla em inglês) para gerar metamodelos que auxiliassem na redução do custo computacional. Para a otimização, foram utilizados AGs e métodos de gradiente, e para as análises estruturais, o MEF, com auxílio do software ABAQUS.

Duarte (2019) elaborou um modelo de otimização de torres eólicas de concreto armado, utilizando AG e MEF. O objetivo foi a minimização do custo de materiais, as variáveis de projeto foram relacionadas a dimensões características e armaduras longitudinais das seções transversais, e as restrições foram relativas à geometria, ELU, ELS, frequência natural e limites normativos para taxas de armadura. Visando uma maior eficiência da otimização, foram utilizados elementos finitos unidimensionais, e foram avaliadas estratégias simplificadas para o tratamento da não linearidade física e da modelagem dinâmica do vento. Aplicações foram feitas a torres de 100 m de altura e turbina de 3,6 MW, cujos carregamentos foram obtidos do trabalho de LaNier (2005) e as demais características baseadas no trabalho de Zyl (2014).

Chen, Li e He (2020) propuseram um modelo de otimização de torres híbridas. Os autores utilizaram um AG melhorado, em que um operador de substituição é incluído. As variáveis de projeto adotadas foram os diâmetros e espessuras da base e do topo dos segmentos de concreto e aço, a altura do segmento inferior em concreto e a área das cordoalhas de protensão. A função objetivo adotada foi o custo de construção total. A análise foi feita analiticamente, considerando comportamento linear elástico para os materiais. As restrições adotadas incluem verificações de: capacidade de carga axial e de momento fletor no segmento em concreto; tensão limite, flambagem global e local no segmento em aço; descompressão no concreto para cargas em serviço; deslocamento no topo; frequência fundamental; e restrições geométricas. Foi demonstrada uma aplicação do modelo a uma torre de 120 m de altura, para suporte de uma turbina de 2 MW. A solução otimizada apresentou uma redução de 19,64% no custo total em relação ao da torre de referência.

### 2.3 Análise de torres eólicas de concreto

Apesar de não abordarem técnicas de otimização, alguns trabalhos sobre torres eólicas de concreto foram fundamentais para o desenvolvimento desta dissertação, como os de LaNier (2005), Zyl (2014), Gama (2015) e Barroso Filho (2018).

LaNier (2005) realizou um estudo abordando aspectos de projeto e construção de torres eólicas de 100 m de altura em aço, concreto protendido e híbridas, com o objetivo de avaliar a viabilidade econômica dessas torres para implantação em locais de baixa velocidade de vento. Foram estudadas torres para suporte de turbinas de 1,5, 3,6 e 5 MW. Os carregamentos e as combinações utilizados nos projetos foram definidos em parceria com representantes do *Global Energy Concepts*, adotando-se valores aceitos pela indústria de energia eólica. As cargas provenientes das turbinas foram obtidas do *WindPact Rotor Design Study*, do *National Renewable Energy Laboratory* (NREL) nos Estados Unidos (MALCOLM; HANSEN, 2002). As torres de concreto protendido deste estudo possuem dois segmentos verticais em formato de tronco de cone, com cabos de protensão não aderentes, internos às seções, e em quantidades diferentes para cada segmento. As análises das torres foram feitas analiticamente, através de uma análise de primeira ordem, onde os efeitos de segunda ordem foram considerados de maneira simplificada, por meio do método de majoração de momento. As forças de vento foram consideradas estáticas equivalentes, calculadas conforme a norma americana ASCE-7-98, com aplicação de um fator de rajada para consideração simplificada dos efeitos dinâmicos na torre. Os modelos de vento utilizados foram o EOG (*Extreme Operatig Gust*) e o EWM (*Extreme Wind Model*), estabelecidos na norma internacional IEC 61400-1, com período de recorrência de 50 anos. Ambos os modelos de vento foram utilizados sem coeficientes parciais para verificações de ELS, e o segundo foi utilizado com coeficientes parciais para verificações de ELU.

Zyl (2014) investigou e destacou aspectos importantes do projeto de torres eólicas de concreto armado. A torre, de 100 m de altura com turbina de 3,6 MW, foi analisada pelo MEF, utilizando elementos de casca não lineares, com auxílio do software DIANA. As ações do vento incidindo diretamente na torre foram calculadas com o método descrito na norma americana ASCE-7, considerando os modelos de vento extremo EOG50 e EWM50 da IEC 64100-1. Essas ações foram consideradas estáticas, porém seus efeitos dinâmicos foram incorporados por meio do método do fator de rajada. As ações da turbina foram adotadas conforme os valores informados no trabalho de LaNier (2005). A interação solo-estrutura foi investigada através de uma análise de sensibilidade. O autor observou que a formação de

fissuras reduz significativamente a rigidez da estrutura, gerando aumento nas deflexões e redução na frequência fundamental. Observou, ainda, que solos com rigidez baixa também provocam reduções consideráveis na frequência fundamental da torre, sendo muito importante que haja um adequado tratamento do solo de suporte da estrutura para não prejudicar seu comportamento.

Gama (2015) realizou um estudo de dimensionamento de torres eólicas de concreto protendido, utilizando análise por elementos finitos de pórtico espacial, com auxílio do software SAP2000. A não linearidade geométrica foi considerada através da matriz de rigidez geométrica, e a não linearidade física foi considerada por meio de diagramas momento-normal-curvatura para cada seção, elaborados com o auxílio de uma rotina em MATLAB, desenvolvida pelo autor e acoplada ao software de análise. O autor apresentou uma discussão sobre os modelos constitutivos dos materiais da torre, comparando diferentes estudos e normas técnicas brasileiras e internacionais, destacando os principais aspectos a considerar para análises não lineares em ELU e ELS.

Barroso Filho (2018) estudou e comparou modelos de análise de torres eólicas de concreto armado. Os modelos foram comparados utilizando MEF com elementos de viga e de casca, obtendo diferenças menores do que 6% entre os resultados de ambos, indicando que o modelo de viga é promissor para uso na otimização, devido ao menor custo computacional. A modelagem da ação do vento ao longo da torre foi tratada como estática equivalente, e foram avaliadas as influências das não linearidades física e geométrica e da interação solo-estrutura nos deslocamentos e nas frequências naturais da torre. O autor destaca o efeito da fissuração do concreto na rigidez da estrutura e, conseqüentemente, nas frequências naturais, e propõe, como forma simplificada de considerar a não linearidade física do concreto armado, que seja feita uma análise linear física considerando o módulo de Young inicial do concreto  $E_{ci}$  reduzido para  $0,31E_{ci}$  e  $0,41E_{ci}$  em análises no ELU e no ELS, respectivamente.

## **2.4 Estratégias de otimização e análise de estruturas de concreto**

Por fim, dois outros trabalhos são citados, devido à sua importância para o desenvolvimento dos modelos de otimização e análise utilizados nesta dissertação: o trabalho de Melo (2000) e o de Alves (2020). Apesar de não serem direcionadas a torres eólicas, as estratégias apresentadas por esses autores puderam ser adaptadas aos problemas tratados nesta dissertação.

Melo (2000) desenvolveu modelos de otimização de custo de pórticos planos de concreto armado. As análises foram efetuadas com modelos de elementos finitos de pórticos planos, com consideração das não linearidades física e geométrica. Estratégias foram estudadas para contornar o problema de determinação das variáveis de projeto quando ocorre instabilidade da estrutura no nível das cargas de projeto. Em uma delas, foi proposto fornecer ao otimizador uma estimativa dos esforços solicitantes de projeto quando a violação da carga crítica de instabilidade se dava no trecho entre as cargas de serviço e as de projeto, adotando uma hipótese de comportamento linear da estrutura a partir da carga crítica. Com isso, as solicitações para as ações de projeto eram estimadas majorando as solicitações correspondentes à carga crítica por um fator de proporcionalidade.

No trabalho de Alves (2020), um modelo simples e robusto, baseado no MEF, foi proposto para a análise de vigas com protensão não aderente interna e externa submetidas a cargas de curta duração. A viga é discretizada em elementos de pórtico plano e o cabo é considerado como um único elemento finito composto por um número variável de segmentos retos. As não linearidades física e geométrica são consideradas e ambos os elementos apresentam uma abordagem Lagrangiana Total. A contribuição do cabo é considerada de forma consistente tanto no vetor de forças internas quanto na matriz de rigidez da estrutura. Os resultados foram validados utilizando dados experimentais disponíveis na literatura para vigas biapoiadas e contínuas com diferentes traçados de cabo para cargas de curta duração, sendo obtidos excelentes resultados.

### 3 TORRES EÓLICAS E MODELOS DE ANÁLISE

#### 3.1 Ações em torres eólicas

Dentre as diversas ações que podem ocorrer nas torres eólicas *onshore*, as principais são: peso próprio dos diversos componentes estruturais e não estruturais, e forças de protensão, classificadas como ações permanentes; ações do vento diretamente na torre, e ações da turbina na torre, classificadas como variáveis. As ações da turbina na torre são geradas pela ação do vento em seus componentes (rotor e nacelle) e por ações ligadas a procedimentos operacionais, como acionamento e desligamento, por exemplo. De uma maneira geral, as ações das turbinas são obtidas por simulações numéricas, sendo, muitas vezes, mantidas em sigilo por seus fabricantes. Portanto, esses carregamentos são de difícil obtenção, o que faz com que muitos trabalhos sobre torres eólicas recorram ao trabalho de LaNier (2005), que fornece valores dessas ações para turbinas de 1,5 MW, 3,6 MW e 5,0 MW em torres de 100 m de altura, para alguns casos de carregamento de vento.

Para determinação das ações do vento em uma torre eólica, é preciso conhecer primeiro a classe da turbina utilizada. De acordo com a norma IEC 61400-1, da *International Electrotechnical Commission* (IEC, 2005), as turbinas eólicas são divididas em quatro classes, definidas em termos de velocidade do vento e parâmetros de turbulência, conforme a Tabela 1.

Tabela 1 - Classes de Turbinas Eólicas.

Classe de Turbina Eólica	I	II	III	S
$V_{ref}$ (m/s)	50	42,5	37,5	Valores especificados pelo projetista
A $I_{ref}$ (-)	0,16			
B $I_{ref}$ (-)	0,14			
C $I_{ref}$ (-)	0,12			

Fonte: Adaptada de IEC (2005).

onde  $V_{ref}$  é a velocidade de referência do vento, que consiste na máxima velocidade que se espera na altura do cubo da turbina (centro do rotor) para um período de retorno de 50 anos, considerando o valor médio de um intervalo de 10 minutos;  $I_{ref}$  é a intensidade de turbulência para ventos de 15 m/s; e A, B e C são categorias de alta, média e baixa turbulência, respectivamente. A classe S deve ser utilizada quando condições especiais de vento, outros fatores externos, ou uma classe de segurança especial são solicitados pelo projetista e/ou pelo cliente.

O vento, devido à sua natureza bastante variável e aleatória, pode ocorrer de diversas formas, com diferentes intensidades e probabilidades de ocorrência. Por isso, é preciso caracterizar de forma adequada as condições de vento a que as torres estarão submetidas ao longo de sua vida útil. Tais condições estão estabelecidas na IEC 61400-1 e dividem-se em condições normais e condições extremas de vento.

Além disso, ao longo de sua vida útil, as turbinas podem passar por diferentes condições de operação, tais como: produção de energia, produção de energia mais falha, partida, desligamento, parada, dentre outras. As condições de vento e de operação da turbina são então combinadas em 31 casos de carregamento a serem utilizados no projeto de torres eólicas, de acordo com a IEC (2005).

Apesar do grande número de casos de carregamento, muitos autores consideram suficientes para um projeto preliminar de torre eólica os casos de carregamento de turbina em produção de energia e de turbina parada. No primeiro, considera-se a rajada de vento durante operação da turbina através do modelo EOG50, enquanto no segundo considera-se a rajada de vento durante o repouso da turbina através do modelo EWM50, ambos representativos de condições extremas de vento, com período de recorrência de 50 anos (LANIER, 2005; MA; MENG, 2014; GAMA, 2015; DUARTE, 2019).

De acordo com IEC (2005), o modelo EWM deve ser um modelo de vento extremo estável ou turbulento. Para o modelo de vento extremo estável, a velocidade extrema do vento  $V_{e50}$ , com um período de recorrência de 50 anos, e a velocidade extrema do vento  $V_{e1}$ , com um período de recorrência de 1 ano, devem ser calculadas em função da altura  $z$  pelas equações:

$$V_{e50}(z) = 1,4V_{ref} \left( \frac{z}{z_{cubo}} \right)^{0,11} \quad (1)$$

$$V_{e1}(z) = 0,8V_{e50}(z) \quad (2)$$

Já para o modelo de vento extremo turbulento, as velocidades médias de vento, considerando um intervalo de 10 min, em função da altura  $z$ , para os períodos de recorrência de 50 anos e 1 ano, respectivamente, devem ser calculadas por:

$$V_{50}(z) = V_{ref} \left( \frac{z}{z_{cubo}} \right)^{0,11} \quad (3)$$

$$V_1(z) = 0,8V_{50}(z) \quad (4)$$

Para o modelo EOG, a velocidade do vento varia em função da altura  $z$  e do tempo  $t$ , através da expressão:

$$V(z, t) = \begin{cases} V(z) - 0,37V_{gust} \sin(3\pi t/T)(1 - \cos(2\pi t/T)) & \text{para } 0 \leq t \leq T \\ V(z) & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5)$$

onde  $T = 10,5$  s;  $V(z)$  refere-se à velocidade média do modelo de perfil de vento normal da IEC 61400-1 (*Normal Wind Profile*, ou NWP), calculado em função da velocidade do vento na altura do cubo  $V_{hub}$  por:

$$V(z) = V_{hub} \left( \frac{z}{z_{cubo}} \right)^{0,2} \quad (6)$$

$V_{gust}$  é a velocidade de rajada do vento na altura do cubo durante operação da turbina, dada por:

$$V_{gust} = \text{Min} \left\{ 1,35(V_{e1} - V_{hub}); 3,3 \left[ \frac{\sigma_1}{1 + 0,1(D/\Lambda_1)} \right] \right\} \quad (7)$$

onde  $\sigma_1$  é o desvio padrão de turbulência para o modelo de turbulência normal da IEC 61400-1 (*Normal Turbulence Model*, ou NTM), calculado em função de  $I_{ref}$  e  $V_{hub}$  em m/s por:

$$\sigma_1 = I_{ref}(0,75V_{hub} + 5,6) \quad (8)$$

$D$  é o diâmetro do rotor; e  $\Lambda_1$  é o parâmetro de escala de turbulência, dado por:

$$\Lambda_1 = \begin{cases} 0,7z & \text{para } z \leq 60 \text{ m} \\ 42 \text{ m} & \text{para } z \geq 60 \text{ m} \end{cases} \quad (9)$$

A norma IEC 61400-1 não deixa claro qual valor utilizar para  $V_{hub}$  nas Equações (6) e (7). Uma vez que a Eq. (6) se utiliza do modelo de perfil de vento normal (NWP), entende-se que  $V_{hub}$  possa ser considerado igual a  $V_{ref}$ . Já na Eq. (7), por se tratar de uma condição de operação da turbina, entende-se que seria mais adequado utilizar  $V_{hub}$  igual a  $V_{out}$ , onde  $V_{out}$  é a velocidade de corte, definida por IEC (2005) como a máxima velocidade do vento na altura do cubo para a qual a turbina é projetada para produzir energia no caso de vento estável sem turbulência.

Para consideração das ações do vento do modelo EOG50 de forma estática, pode-se utilizar, a favor da segurança, um valor constante para a velocidade do vento igual ao máximo obtido pela Eq. (5).

A partir das velocidades de vento, os carregamentos desta ação ao longo da torre podem ser determinados por normas específicas de cada país. No Brasil, por exemplo, a metodologia de cálculo das ações de vento é descrita na NBR 6123:1988 (ABNT, 1988), enquanto nos Estados Unidos usa-se a norma ASCE/SEI 7-16 (ASCE, 2017). Nessas normas, o valor de referência da velocidade do vento é chamado de velocidade básica, e corresponde a uma rajada de 3 s, excedida na média uma vez em 50 anos, a 10 m acima do terreno, em campo aberto e plano. Assim, a partir da velocidade  $V_{raj50}$  da rajada de 3 s na altura do cubo, para período de recorrência de 50 anos, resultante das Equações (1), (3) ou pelo valor máximo da Eq. (5), pode-se determinar a velocidade básica  $V_0$  em m/s pela expressão:

$$V_0 = V_{raj50} \left( \frac{10}{z_{cubo}} \right)^\alpha \quad (10)$$

onde  $\alpha = 0,11$  para o modelo EWM50, e  $\alpha = 0,20$  para o modelo EOG50.

Com a velocidade básica, em m/s, pode-se calcular a pressão do vento  $q_z$  ao longo da altura da torre, pela expressão:

$$q_z = 0,613 K_z K_{zt} K_d K_e V_0^2 \quad (11)$$

onde  $K_{zt}$  é o fator topográfico do terreno,  $K_d$  é o fator de direcionalidade do vento,  $K_e$  é o fator de elevação do terreno, e  $K_z$  é o coeficiente de exposição da pressão, calculado por:

$$K_z = \begin{cases} 2,01(z/z_g)^{2/\alpha_t} & \text{para } 15 \text{ ft (4,6 m)} \leq z \leq z_g \\ 2,01(15/z_g)^{2/\alpha_t} & \text{para } z < 15 \text{ ft (4,6 m)} \end{cases} \quad (12)$$

onde  $\alpha_t$  e  $z_g$  são parâmetros que dependem da categoria de exposição do terreno.

O carregamento de vento é formado por duas parcelas: uma estática constante, causada pela velocidade média do vento, e uma dinâmica flutuante, causada pelas rajadas. As flutuações da velocidade média do vento podem induzir em estruturas muito flexíveis oscilações importantes (ABNT, 1988), e somente podem ser determinadas com precisão utilizando análises dinâmicas (ZYL, 2014). Como alternativa para evitar análises desse tipo, que normalmente têm um elevado custo computacional, pode ser utilizado o método do fator de rajada (*Gust Factor Method*), que permite estimar uma ação estática equivalente do vento.

Esse método envolve a utilização de um fator de rajada, que considera, dentre outros fatores, a frequência fundamental da estrutura.

Este método é adotado pela ASCE/SEI 7-16, que estabelece que as forças de vento  $F$  podem ser calculadas pela expressão:

$$F = q_z G C_f A_f \quad (13)$$

onde  $G$  é o coeficiente de rajada (*gust factor*),  $C_f$  é o coeficiente de força, e  $A_f$  é a área da projeção da estrutura perpendicularmente à direção do vento.

O fator de rajada para estruturas flexíveis ou dinamicamente sensíveis é dado por:

$$G = 0,925 \left( \frac{1 + 1,7 I_{\bar{z}} \sqrt{g_Q^2 Q^2 + g_R^2 R^2}}{1 + 1,7 g_v I_{\bar{z}}} \right) \quad (14)$$

onde  $g_Q$  e  $g_v$  são, respectivamente, o fator de pico de turbulência de fundo e o fator de pico de velocidade, e devem ser tomados com o valor 3,4;  $g_R$  é o fator de pico de ressonância, dado por:

$$g_R = \sqrt{2 \ln(3600 n_1)} + \frac{0,577}{\sqrt{2 \ln(3600 n_1)}} \quad (15)$$

$R$  é fator de resposta de ressonância, dado por:

$$R = \sqrt{\frac{1}{\beta} R_n R_h R_B (0,53 + 0,47 R_L)} \quad (16)$$

$$R_n = \frac{7,47 N_1}{(1 + 10,3 N_1)^{5/3}} \quad (17)$$

$$N_1 = \frac{n_1 L_{\bar{z}}}{\bar{V}_z} \quad (18)$$

$$R_\ell = \frac{1}{\eta} - \frac{1}{2\eta^2} (1 - e^{-2\eta}) \quad (19)$$

$$R_\ell = 1 \text{ para } \eta = 0 \quad (20)$$

onde o subscripto  $\ell$  deve ser substituído por  $h$ ,  $B$  ou  $L$ , com:

$$\eta = 4,6n_1h/\bar{V}_z \text{ para } R_\ell = R_h \quad (21)$$

$$\eta = 4,6n_1B/\bar{V}_z \text{ para } R_\ell = R_B \quad (22)$$

$$\eta = 15,4n_1L/\bar{V}_z \text{ para } R_\ell = R_L \quad (23)$$

$$\bar{V}_z = \bar{b} \left( \frac{\bar{z}}{10} \right)^{\bar{\alpha}} V_0 \quad (24)$$

Nas Equações (14) a (24),  $n_1$  é a frequência fundamental,  $\beta$  é a taxa de amortecimento,  $\bar{V}_z$  é a velocidade média de 1 hora do vento na altura  $\bar{z}$ ,  $h$  é a altura da estrutura,  $B$  é sua largura medida perpendicularmente à direção do vento,  $L$  é sua dimensão paralela à direção do vento,  $\bar{b}$  e  $\bar{\alpha}$  são constantes relacionadas à categoria de exposição do terreno.  $I_{\bar{z}}$  é a intensidade de turbulência na altura  $\bar{z}$ , dada por:

$$I_{\bar{z}} = c \left( \frac{10}{\bar{z}} \right)^{1/6} \quad (25)$$

onde  $\bar{z}$  é a altura equivalente da estrutura, definida como  $0,6h$ , porém não menor do que  $z_{min}$ . Os parâmetros  $c$  e  $z_{min}$  são constantes relacionadas à categoria de exposição do terreno. A resposta de fundo  $Q$  é dada por:

$$Q = \sqrt{\frac{1}{1 + 0,63 \left( \frac{B + h}{L_{\bar{z}}} \right)^{0,63}}} \quad (26)$$

onde  $L_{\bar{z}}$  é o comprimento de escala integral de turbulência na altura equivalente, dado por:

$$L_{\bar{z}} = \ell \left( \frac{\bar{z}}{10} \right)^{\bar{\epsilon}} \quad (27)$$

onde  $\ell$  e  $\bar{\epsilon}$  são constantes relacionadas à categoria de exposição do terreno. No caso de torres eólicas de seção circular, pode-se admitir  $B$  e  $L$  como iguais ao seu diâmetro, na altura em que esses parâmetros são avaliados.

A Tabela 2 apresenta os valores das constantes relacionadas à exposição do terreno, e a Tabela 3 apresenta os valores do coeficiente de força  $C_f$ , onde  $D'$  é a profundidade de saliências na superfície e  $D$  é o diâmetro da seção transversal circular ou a menor dimensão horizontal no caso de seções quadradas, hexagonais ou octogonais, na altura considerada. Para relações altura/diâmetro não encontradas na Tabela 3, o coeficiente de força pode ser obtido por interpolação linear.

Tabela 2 - Constantes de exposição do terreno, para unidades SI.

Exposição	$\alpha_t$	$z_g$ (m)	$\bar{\alpha}$	$\bar{b}$	c	$\ell$ (m)	$\bar{\epsilon}$	$z_{min}$ (m)
B	7,0	365,76	1/4,0	0,45	0,30	97,54	1/3,0	9,14
C	9,5	274,32	1/6,5	0,65	0,20	152,40	1/5,0	4,57
D	11,5	213,36	1/9,0	0,80	0,15	198,12	1/8,0	2,13

Fonte: Adaptada de ASCE (2017).

Tabela 3 - Coeficientes de força de vento para chaminés, tanques e estruturas similares, para unidades SI.

Seção Transversal	Tipo de Superfície	$h/D$		
		1	7	25
Quadrada (vento normal à face)	Todas	1,3	1,4	2,0
Quadrada (vento na direção diagonal)	Todas	1,0	1,1	1,5
Hexagonal ou Octogonal	Todas	1,0	1,2	1,4
Circular, com $D\sqrt{q_z} > 5,3$	Moderadamente Lisa	0,5	0,6	0,7
	Rugosa ( $D'/D = 0,02$ )	0,7	0,8	0,9
	Muito Rugosa ( $D'/D = 0,08$ )	0,8	1,0	1,2
Circular, com $D\sqrt{q_z} \leq 5,3$	Todas	0,7	0,8	1,2

Fonte: Adaptada de ASCE (2017).

As ações atuantes nas torres eólicas devem ser adequadamente combinadas para verificações de ELU e ELS, por meio dos coeficientes parciais de segurança. Para situações normais de projeto, IEC (2005) estabelece um coeficiente de segurança de 1,35 a ser utilizado para as ações de vento que produzem efeitos desfavoráveis na estrutura.

Na versão de 1998, a norma ASCE-7 utilizava um coeficiente parcial de segurança de 1,6 para as ações de vento nas estruturas, onde a velocidade básica do vento era obtida de um único mapa para todo o território estadunidense. Baseado nessa versão e na norma IEC 61400-1, LaNier (2005) utilizou, para verificações de projeto de torres eólicas no ELU, os coeficientes 1,35 e 1,6 para as ações da turbina e do vento diretamente na torre, respectivamente. O coeficiente utilizado pelo autor para o peso próprio da estrutura em verificações de ELU foi de 1,2, valor estabelecido pela ASCE-7 na versão de 1998, e que permanece na versão atual, de 2016. Para verificações de ELS, LaNier (2005) combinou as ações com valores característicos, sem uso de coeficientes parciais.

Zyl (2014), em seu estudo de uma torre eólica de concreto armado, também utilizou, para verificações de ELU, os coeficientes de 1,35 e 1,6 para as ações da turbina e do vento na torre, respectivamente, porém utilizou 0,9 para o peso próprio da estrutura, argumentando que essa ação possui um efeito favorável em torres de concreto armado, por pré-comprimir a estrutura e, com isso, reduzir sua fissuração. Para as verificações de ELS, o autor utilizou 60% dos valores característicos para todas as ações, justificando que o modelo de vento extremo EOG superestima as ações operacionais normais da turbina, sendo o valor de 60% recomendado por fabricantes de turbinas.

A partir da versão de 2010, a norma ASCE-7, já com o nome de ASCE/SEI 7-10, passou a fornecer mapas separados para a obtenção da velocidade básica de vento em cada região dos Estados Unidos, onde os coeficientes de segurança foram incorporados implicitamente, o que dispensou o uso do coeficiente 1,6. Entretanto, no projeto de uma torre eólica, ainda que se utilize a norma ASCE/SEI 7-16 para cálculo das forças de vento diretamente na torre, sua velocidade básica deve ser calculada a partir da velocidade de referência da norma IEC 61400-1, em função da classe da turbina. Portanto, nesses casos, já que a velocidade básica não é obtida dos mapas da norma americana, com coeficientes de segurança incorporados, entende-se que o antigo coeficiente parcial de 1,6 seja o mais adequado para essas ações em verificações de ELU. Já as ações da turbina, por serem determinadas conforme a IEC 61400-1, devem ter seus coeficientes mantidos iguais a 1,35.

### **3.2 Comportamento estrutural de torres eólicas**

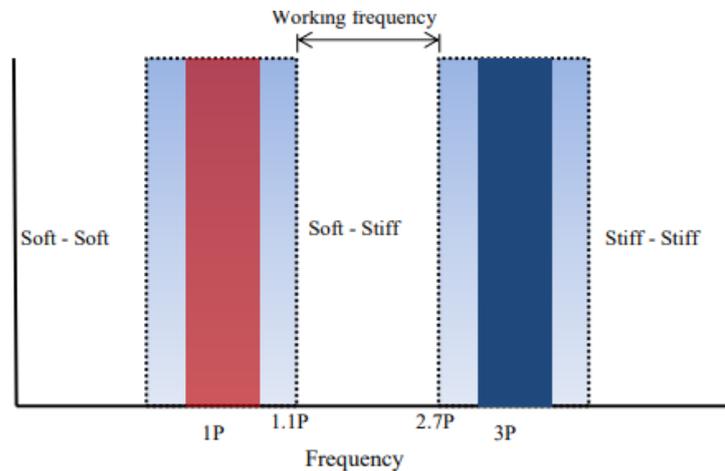
Um dos principais fatores a serem considerados no projeto de torres eólicas é o seu comportamento de vibração, pois é preciso garantir segurança contra ressonância. Isso porque a torre fica submetida a frequências de excitação devidas à rotação do rotor e à passagem das

pás, portanto é preciso que as frequências naturais de vibração da torre estejam suficientemente afastadas desses valores para que não haja risco de ressonância, o que levaria a estrutura a se deformar progressivamente, podendo atingir o colapso.

Usualmente, a primeira frequência natural, ou seja, a frequência fundamental, é a determinante na avaliação do comportamento de vibração das torres eólicas. O valor desta grandeza deve estar situado em um intervalo seguro, normalmente especificado pelo fabricante da turbina.

A definição dos limites inferior e superior de frequência depende, principalmente, da classificação desejada para a torre em termos de rigidez. Pelas suas vantagens econômicas, tem-se utilizado as torres do tipo *soft-stiff*, em que a frequência fundamental se situa entre  $P$  e  $3P$ , onde  $P$  é a frequência de operação do rotor e  $3P$  é a frequência de passagem das pás em rotores compostos de 3 pás (MA; MENG, 2014; ZYL, 2014; SRITHARAN, 2017; GENTILS; WANG; KOLIOS, 2017; BARROSO FILHO, 2018; DUARTE, 2019). Como margem de segurança, alguns autores adotam 10% (LANIER, 2005; MA; MENG, 2014; ZYL, 2014; BARROSO FILHO, 2018; DUARTE, 2019), enquanto outros adotam 5% (GENTILS; WANG; KOLIOS, 2017). Além desse tipo, existem as torres dos tipos *soft-soft* e *stiff-stiff*, que possuem frequência fundamental inferior a  $1P$  e superior a  $3P$ , respectivamente, como ilustra a Figura 6.

Figura 6 - Classificação de torres eólicas com relação à rigidez.

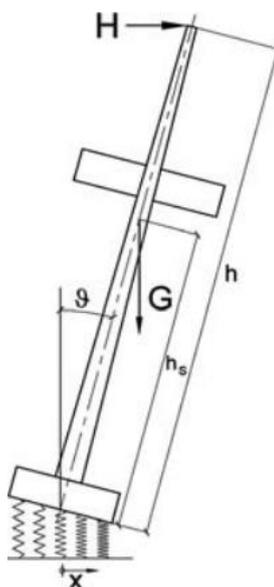


Fonte: Zyl (2014).

As frequências naturais da torre são fortemente influenciadas pelas condições de apoio. Um modelo estrutural adequado deve considerar a deformabilidade do solo no qual estará apoiada sua fundação. Um método bastante utilizado para representar essa propriedade é através do modelo de Winkler, no qual o solo é considerado um meio elástico e é tratado como um

conjunto de molas discretas, de rigidezes associadas às propriedades do solo, como mostra a Figura 7.

Figura 7 - Modelo de molas discretas para representação do solo de fundação.



Fonte: Grünberg e Göhlmann (2013).

Barroso Filho (2018) avaliou a influência da rigidez do solo no comportamento de torres de concreto armado usando um modelo de elementos finitos de viga, por meio de molas na base da torre, e concluiu que a frequência fundamental sofre reduções significativas à medida que a rigidez do solo reduz. Mesmo para solos rígidos, como um cascalho, por exemplo, a frequência fundamental reduziu 6,59% em comparação com o modelo com base fixa. Para argila mole, essa redução foi de 33,88%. A rigidez do elemento estrutural de fundação, entretanto, apresentou influência desprezível na frequência fundamental. Zyl (2014) apresentou resultados semelhantes ao efetuar análises dessa mesma torre com um modelo de elementos finitos de casca. Para cálculo dos coeficientes de mola, ambos os autores utilizaram um método descrito no trabalho de Gazetas (1983). Um método alternativo foi proposto por Martins e Mendes (2016) para a determinação das rigidezes translacional, rotacional e torcional de fundações de torres eólicas. Tal método baseia-se em análise modal, onde, através de medições de aceleração *in loco* em duas torres eólicas, os autores puderam calibrar os parâmetros modais para melhor precisão do método.

Nas torres eólicas, as maiores deflexões ocorrem no topo, devido à distribuição predominantemente horizontal das ações, e à condição de apoio da estrutura, que se assemelha a um pilar engastado na base e livre no topo. Essas deflexões dependem, além da distribuição

e da intensidade das ações, da rigidez à flexão da estrutura, a qual pode ser ajustada pelo projeto da torre para manter as deflexões dentro de limites aceitáveis. No entanto, parece não haver um critério definido para os limites de deslocamento em torres eólicas, tal como ocorre com as estruturas usuais. Como consequência, este critério costuma ser estabelecido pelos próprios projetistas, fabricantes de turbinas e autores de estudos na área. É possível encontrar na literatura limites de deslocamento iguais a  $L/100$  (MA; MENG, 2014; GAMA, 2015),  $L/250$  (GAMA, 2015),  $L/400$  (JAMMES, 2009; LIMA, 2011; GAMA, 2015),  $L/800$  (JAMMES, 2009) e  $L/1200$  (JAMMES, 2009), onde  $L$  é igual ao dobro da altura da torre, devido à analogia com o comprimento efetivo de vigas em balanço usualmente adotado para verificações de deslocamentos em normas técnicas.

O comportamento estrutural de torres eólicas depende, ainda, das características dos materiais estruturais que a compõem. Em se tratando de concreto protendido, esses materiais são: concreto, aço de armadura passiva e aço de armadura ativa. Todos esses são materiais intrinsecamente não lineares. Além disso, a baixa resistência do concreto à tração pode levar à formação de fissuras, que diminuem a rigidez e a resistência da seção. O comportamento desses materiais pode ser descrito por suas leis constitutivas, muitas vezes representadas por curvas tensão-deformação associadas a outros parâmetros físicos que caracterizam o material. Assim, a consideração das leis constitutivas de forma adequada na análise estrutural se torna importante para obter boa precisão nos resultados.

Dentre os trabalhos que envolvem análise de torres eólicas de concreto, é possível encontrar, para o concreto em compressão, por exemplo, o modelo de Thorenfeldt (ZYL, 2014; BARROSO FILHO, 2018), o de Hognestad (KENNA; BASU, 2015), e outros conforme normas técnicas de cada país, como o parábola-retângulo da ABNT NBR 6118 (GAMA, 2015; DUARTE, 2019), dentre outros. Alguns autores adotam, para o concreto em tração, um trecho ascendente linear, seguido de um trecho descendente (ZYL, 2014; KENNA; BASU, 2015; GAMA, 2015; BARROSO FILHO, 2018). Para o aço passivo, encontra-se com mais frequência o modelo elastoplástico perfeito (ZYL, 2014; GAMA, 2015; BARROSO FILHO, 2018; DUARTE, 2019), e para o aço de protensão o modelo elastoplástico perfeito (KENNA; BASU, 2015) ou elastoplástico com endurecimento (LANIER, 2005; GAMA, 2015).

A precisão dos resultados depende, também, da correta representação da estrutura à medida que as ações são aplicadas e as deformações ocorrem, pois a mudança de configuração da estrutura e das cargas durante esse processo exerce influência nas formulações de cálculo e nas respostas estruturais. Esses efeitos são chamados de efeitos de segunda ordem.

Torres eólicas, por serem estruturas de elevada esbelteza, tendem a apresentar efeitos de segunda ordem relevantes. Em particular, a utilização de protensão externa demanda atenção especial para esses efeitos, uma vez que a geometria dos cabos se altera de maneira diferente da estrutura de concreto, modificando as excentricidades da força de protensão e, conseqüentemente, as respostas estruturais. Conforme constatado por Zona *et al.* (2008), em um estudo de vigas com protensão externa, a desconsideração da não linearidade geométrica do cabo nas formulações de cálculo pode superestimar a resistência da estrutura.

Uma vez obtidos os resultados das análises estruturais, para diferentes combinações de ações, é possível verificar a segurança e o desempenho da torre quanto a diferentes estados limites. Usualmente, para torres eólicas protendidas, tem-se adotado ELS de descompressão (ELS-D), ELS de deformação excessiva (ELS-DEF), ELS de compressão excessiva (ELS-CE), verificação da segurança contra ressonância, flambagem global, verificações de tensões últimas e de fadiga dos materiais.

O trabalho de Lana *et al.* (2021) inclui, ainda, a verificação de flambagem local para torres de concreto protendido, fenômeno que pode ocorrer quando as seções transversais estão submetidas a elevadas tensões axiais e a relação entre sua espessura e diâmetro (no caso de seções circulares) for muito pequena. No estudo destes autores, a torre protendida obtida após otimização apresentou relação espessura/diâmetro mínima de 0,06, com boa margem de segurança em relação à flambagem local e global. Entretanto, não ficou claro como a verificação de flambagem local foi realizada.

Não foi encontrada na literatura uma formulação para cálculo da carga crítica de flambagem local de seções circulares de concreto carregadas axialmente. A verificação deste fenômeno é usual no caso de torres metálicas, onde as relações espessura/diâmetro são normalmente bastante reduzidas, e as expressões de cálculo são bem definidas por normas técnicas de projetos em aço. LaNier (2005) considerou não haver preocupação com este fenômeno para torres de concreto protendido, embora as relações espessura/diâmetro de suas torres tenha ficado sempre em torno de 0,10. Os demais estudos mencionados no Capítulo 2 desta dissertação não incluíram nem abordaram este fenômeno para torres de concreto. A flambagem global, por sua vez, não tem sido um fenômeno determinante no projeto de torres eólicas de concreto, de acordo com a literatura.

A fadiga de materiais é um fenômeno normalmente considerado em estudos e projetos de torres eólicas de diversos tipos, devido ao elevado número de repetições de carregamentos dinâmicos que ocorrem ao longo da vida útil dessas estruturas, decorrentes da passagem das pás e das flutuações do vento. A maioria das verificações de estado limite de

fadiga em torres eólicas é feita utilizando as chamadas curvas S-N (*Stress Range x Number of Cycles*) dos materiais, que relacionam valores de amplitude de tensão e número de ciclos de carga para os quais ocorre falha do material por fadiga. Verifica-se, entretanto, que o concreto protendido provê um bom desempenho para torres eólicas na resistência à fadiga, devido à amplitude de tensões ser pequena em comparação com as tensões aplicadas no concreto e nos cabos (LANIER, 2005). Além disso, segundo The Concrete Centre (2006), a utilização de protensão não aderente melhora ainda mais a resistência à fadiga, porque as tensões nos cabos são uniformizadas, o que reduz a amplitude de tensões que eles irão experimentar durante os ciclos de carga. Cabos aderentes, por outro lado, estão sujeitos a maiores concentrações de tensões e, conseqüentemente, maiores amplitudes de tensões.

### **3.3 Análise de torres eólicas pelo método dos elementos finitos**

O Método de Elementos Finitos (MEF) é uma aproximação numérica com a qual equações diferenciais parciais que descrevem muitos fenômenos em engenharia e ciências podem ser resolvidas de modo aproximado. Na engenharia, o MEF é amplamente utilizado para resolver problemas de análise de tensões, transferência de calor, escoamento de fluidos, eletromagnetismo, dentre outros. A sistemática do MEF consiste, basicamente, em cinco etapas (FISH; BELYTCHKO, 2009): subdivisão do domínio do problema em elementos finitos; desenvolvimento de equações para os elementos; obtenção do sistema global de equações a partir das equações individuais dos elementos; resolução das equações; e determinação de valores de interesse, tais como tensões e deformações, por exemplo.

O MEF é o método mais utilizado para análise estrutural de torres eólicas, devido à sua versatilidade e capacidade de refinamento dos resultados. Vários modelos de elementos finitos são possíveis para representar a torre, seja com elementos sólidos, de cascas, de barras, ou ainda combinações destes. Para cada tipo de elemento, é possível, ainda, utilizar diferentes formulações, com diferentes graus de liberdade contemplados, dentre outras características.

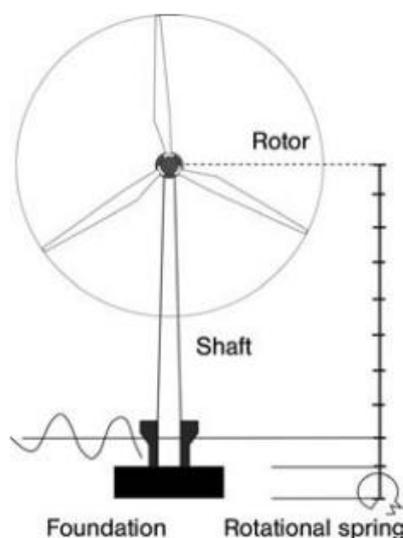
É preciso salientar, entretanto, que quanto maior a complexidade do modelo, maior a dificuldade de modelagem e maior o tempo de processamento da análise. Para aplicação em otimizações, em que uma grande quantidade de análises é requerida, a eficiência do modelo é especialmente importante.

Um modelo simples e eficiente para representar a torre pode ser obtido através de um modelo de elementos finitos de barra. Barroso Filho (2018) estudou e comparou modelos de análise de torres eólicas de concreto armado utilizando MEF, e obteve diferenças menores

que 6% entre os resultados de modelos com elementos de viga e de casca, indicando que o modelo de viga é promissor para uso na otimização, devido ao menor custo computacional.

A geometria mais usual para torres eólicas de concreto é o formato de tronco de cone, que consiste em uma estrutura axissimétrica. Se desprezados os efeitos de torção, a estrutura de concreto da torre pode ser modelada através de elementos finitos de pórtico plano. Os elementos deverão possuir seção transversal tubular, a estrutura deverá ser discretizada de maneira a representar a geometria variável da torre com suficiente nível de precisão, e o apoio na base poderá contar com molas discretas para simular a deformabilidade do solo, sendo uma de rotação e duas de translação, apesar de que apenas a influência da mola rotacional tem se mostrado significativa (GRÜNBERG; GÖHLMANN, 2013).

Figura 8 - Desenho esquemático de um possível modelo de elementos finitos (à direita) para torres eólicas.



Fonte: Grünberg e Göhlmann (2013).

Na modelagem de estruturas protendidas com o MEF, pode-se considerar as forças de protensão como cargas equivalentes, aplicadas externamente na estrutura, ou a partir da consideração dos cabos como elementos resistentes da estrutura. O primeiro, apesar de mais simples, possui a desvantagem de não incorporar os efeitos das deformações do concreto na força de protensão. Já quando o cabo é modelado como elemento resistente, essa interação entre os cabos e o concreto é devidamente considerada, e o cabo passa a contribuir para o vetor de forças internas e para a matriz de rigidez da estrutura, tornando a análise mais robusta e eficiente (ALVES, 2020).

A modelagem dos cabos não aderentes requer formulações mais complexas, pois, devido à sua falta de aderência com o concreto, não existe compatibilidade de deformações entre esses materiais em uma única seção, havendo apenas a compatibilidade de deslocamentos nos pontos de ancoragem. Dessa forma, a deformação do aço do cabo de protensão depende da deformação da estrutura de concreto como um todo. Consequentemente, a determinação da tensão no cabo também requer a análise da estrutura como um todo. É preciso, portanto, que os elementos da estrutura e dos cabos sejam convenientemente associados, o que pode ser feito por meio da formulação apresentada por Alves (2020), explicada nos tópicos a seguir.

### 3.4 Modelo de análise

Nesta seção, descreve-se, resumidamente, a formulação de elementos finitos utilizada para modelagem das torres eólicas protendidas estudadas neste trabalho. Tal formulação consiste em uma adaptação da formulação proposta por Alves (2020), originalmente para vigas com protensão não aderente interna e externa, aqui adaptadas para torres protendidas externamente. A estrutura de concreto armado da torre é simulada por elementos de pórtico plano e cada cabo de protensão é considerado como um elemento único, associado a um ou mais elementos do pórtico. Em sua forma geral, cada elemento de cabo pode ser formado por um número qualquer de segmentos, de maneira a permitir traçados diversos. Buscou-se, aqui, manter o caráter geral da formulação, ainda que as aplicações da presente dissertação sejam feitas a casos particulares de cabos verticais formados por apenas um segmento.

#### 3.4.1 Elemento de pórtico plano

A estrutura de concreto armado da torre é modelada como um elemento de pórtico plano de Euler-Bernoulli para grandes deslocamentos e rotações moderadas, em uma abordagem Lagrangiana Total. O elemento possui dois nós, com três graus de liberdade por nó, sendo dois de translação e um de rotação. O vetor de deformações generalizadas  $\boldsymbol{\varepsilon}$  é dado por:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \kappa \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0' \\ v_0'' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} v_0'^2 \\ 0 \end{bmatrix} = \boldsymbol{\varepsilon}_L + \boldsymbol{\varepsilon}_{NL} \quad (28)$$

em que  $u_0$  e  $v_0$  correspondem aos deslocamentos axial e transversal de membrana, respectivamente;  $\varepsilon_0$  é a deformação de membrana;  $\kappa$  é a curvatura da seção;  $\boldsymbol{\varepsilon}_L$  é a parcela linear

de  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , relativa a pequenas deformações; e  $\boldsymbol{\varepsilon}_{NL}$  é a parcela não linear de  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , relativa a grandes deformações.

Os deslocamentos axiais ao longo do elemento são interpolados por seu vetor de deslocamentos nodais  $\mathbf{u}_f$  por meio de funções lineares:

$$\mathbf{u}_0 = [L_1(X) \quad 0 \quad 0 \quad L_2(X) \quad 0 \quad 0] \mathbf{u}_f \quad (29)$$

onde  $X$  é a coordenada ao longo do comprimento do elemento, na geometria inicial, e as funções de interpolação lineares são:

$$L_1(X) = 1 - \frac{X}{L}, \quad L_2(X) = \frac{X}{L} \quad (30)$$

onde  $L$  é o comprimento total do elemento na geometria inicial.

Os deslocamentos transversais, por sua vez, são interpolados utilizando polinômios cúbicos de Hermite:

$$\mathbf{v}_0 = [0 \quad H_1(X) \quad H_2(X) \quad 0 \quad H_3(X) \quad H_4(X)] \mathbf{u}_f \quad (31)$$

onde

$$H_1(X) = 1 - 3\frac{X^2}{L^2} + 2\frac{X^3}{L^3}, \quad H_2(X) = X - 2\frac{X^2}{L} + \frac{X^3}{L^2} \quad (32)$$

$$H_3(X) = 3\frac{X^2}{L^2} - 2\frac{X^3}{L^3}, \quad H_4(X) = -\frac{X^2}{L} + \frac{X^3}{L^2}$$

A partir das deformações axiais da torre, é possível calcular o vetor de tensões generalizadas ( $\boldsymbol{\sigma}$ ) ao longo de uma seção, utilizando as relações constitutivas dos materiais. Com isso, a força normal ( $N$ ) e o momento fletor ( $M$ ) podem ser determinados a partir da integração ao longo da seção:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_A \sigma dA \\ - \int_A Y \sigma dA \end{bmatrix} \quad (33)$$

onde  $Y$  é a coordenada de um ponto na seção transversal, e  $A$  é a área desta seção.

Pelo Princípio dos Trabalhos Virtuais, é possível obter o vetor de forças internas  $\mathbf{g}_f$ , dado por:

$$\mathbf{g}_f = \int_0^L \bar{\mathbf{B}}^T \boldsymbol{\sigma} dX \quad (34)$$

onde  $\bar{\mathbf{B}}$  é a matriz de deformação-deslocamento virtual.

Já a matriz de rigidez tangente  $\mathbf{K}_{tf}$  é obtida a partir da diferenciação do vetor de forças internas em função do vetor de deslocamentos:

$$\mathbf{K}_{tf} = \frac{\partial \mathbf{g}_f}{\partial \mathbf{u}_f} = \mathbf{K}_{tfe} + \mathbf{K}_{tfg} \quad (35)$$

onde  $\mathbf{K}_{tfe}$  e  $\mathbf{K}_{tfg}$  correspondem, respectivamente, às matrizes de rigidez elástica e geométrica do elemento. A expressão da matriz  $\mathbf{K}_{tfe}$  é dada por:

$$\mathbf{K}_{tfe} = \int_0^L \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{C}_t \bar{\mathbf{B}} dX \quad (36)$$

onde  $\mathbf{C}_t$  é a matriz constitutiva tangente, obtida por meio da derivação do vetor de tensões generalizadas:

$$\mathbf{C}_t = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial \varepsilon_0} & \frac{\partial N}{\partial \kappa} \\ \frac{\partial M}{\partial \varepsilon_0} & \frac{\partial M}{\partial \kappa} \end{bmatrix} \quad (37)$$

Já a expressão de  $\mathbf{K}_{tfg}$  é dada por:

$$\mathbf{K}_{tfg} = \int_0^L N \mathbf{A} dX \quad (38)$$

onde  $\mathbf{A}$  é uma matriz constante e simétrica, dada por:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{L} \int_0^L \mathbf{G}^T \mathbf{G} dX \quad (39)$$

com  $\mathbf{G}$  sendo o vetor de derivadas das funções de Hermite, na forma:

$$\mathbf{G} = [0 \quad H_1' \quad H_2' \quad 0 \quad H_3' \quad H_4'] \quad (40)$$

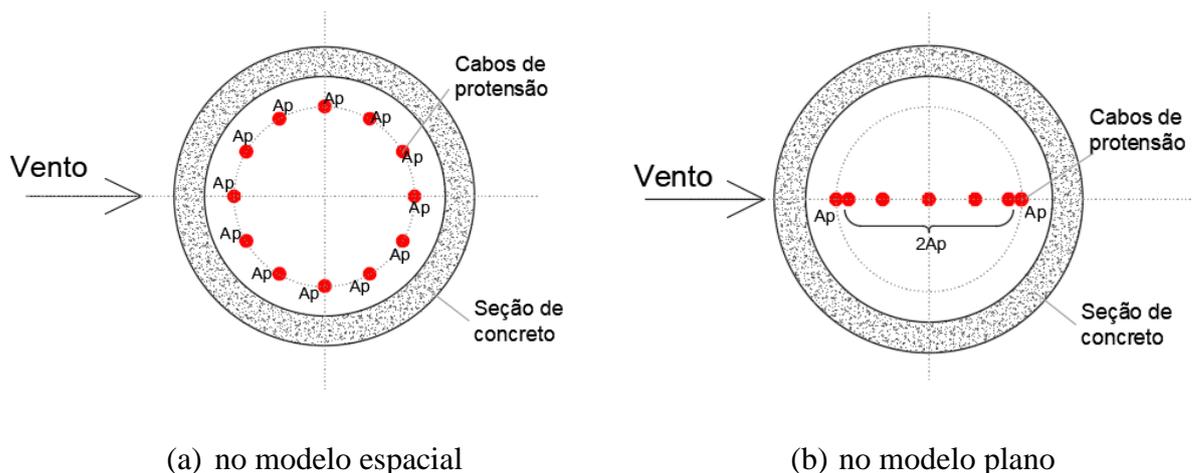
### 3.4.2 Elemento de cabo de protensão

Para a elaboração do modelo de análise utilizado neste trabalho, foram admitidas as seguintes hipóteses a respeito dos cabos de protensão:

- todos os cabos são retos e verticais, distribuídos uniformemente sobre uma circunferência concêntrica à torre;
- todos os cabos possuem as mesmas propriedades físicas e geométricas;
- todos os cabos são ancorados na base e no topo da torre;
- em todas as seções existe dupla simetria dos cabos em relação aos eixos paralelo e transversal à direção das cargas de vento;
- sobre cada um desses eixos há dois cabos diametralmente opostos;
- todos os cabos são protendidos simultaneamente.

Como consequência, a quantidade de cabos será sempre múltipla de quatro, e os cabos dispostos simetricamente em relação ao eixo paralelo à direção do vento terão comportamentos idênticos, se desprezados os efeitos de torção. Dessa maneira, torna-se possível simplificar a configuração espacial da torre protendida para uma configuração plana, conforme a Figura 9. No modelo plano, as áreas dos cabos correspondem à soma das áreas dos cabos  $A_p$  correspondentes no modelo espacial.

Figura 9 - Distribuição hipotética dos cabos de protensão na seção transversal.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Esta simplificação do modelo espacial para o modelo plano tornou possível utilizar elementos finitos de pórtico plano e de cabo de protensão não aderente conforme a formulação apresentada por Alves (2020) para vigas de concreto protendido não aderente sujeitas a cargas

de curta duração. Na formulação da autora, o cabo de protensão é modelado como um único elemento composto por um número variável de segmentos retos. Esse elemento permite não só a análise de estruturas com protensão externa como também com protensão interna. Considera-se que o cabo é envolto de uma graxa anticorrosão e que esse conjunto é envolto por uma capa plástica, permitindo desprezar o atrito entre o cabo e a capa plástica. Assim, a compatibilidade de deslocamentos entre o cabo de protensão e o concreto é satisfeita apenas nos pontos de ancoragem. Contudo, no caso de protensão interna, a compatibilidade de deslocamentos é satisfeita também entre o concreto e a capa plástica. Devido à ausência de compatibilidade entre as deformações ao longo da estrutura, a deformação do cabo é determinada considerando os deslocamentos de toda a estrutura. Os deslocamentos de cada segmento de cabo são determinados a partir dos deslocamentos apresentados pelos elementos de pórtico plano associados ao segmento de cabo. Uma vez que o atrito é desprezado, a deformação ao longo do cabo é uniforme, conseqüentemente, a tensão no cabo é constante (ALVES, 2020).

No presente trabalho, essa formulação foi implementada no software MATLAB, com adaptações para a análise de torres eólicas protendidas externamente. Tais adaptações foram feitas para considerar:

- a) múltiplos cabos;
- b) seções transversais tubulares;
- c) apoios elásticos;
- d) análises de vibração.

Além disso, ao invés do Método de Controle dos Deslocamentos utilizado por Alves (2020), no presente trabalho foi utilizado o Método do Controle de Carga para a solução das equações não lineares de equilíbrio, pelos motivos que serão expostos na Seção 3.4.4.

Nas análises estruturais das torres, são consideradas as seguintes etapas, em sequência:

- a) aplicação do peso próprio como carregamento externo;
- b) aplicação da protensão;
- c) aplicação dos demais carregamentos externos (forças da turbina e do vento).

Cada torre é analisada duas vezes, sendo uma para verificações de ELS e outra para verificações de ELU, conforme será detalhado na Seção 4.4 desta dissertação.

#### *3.4.2.1 Cálculo do vetor de forças internas*

O vetor de forças internas  $\mathbf{g}_s$  de um segmento  $s$  de cabo pode ser determinado como:

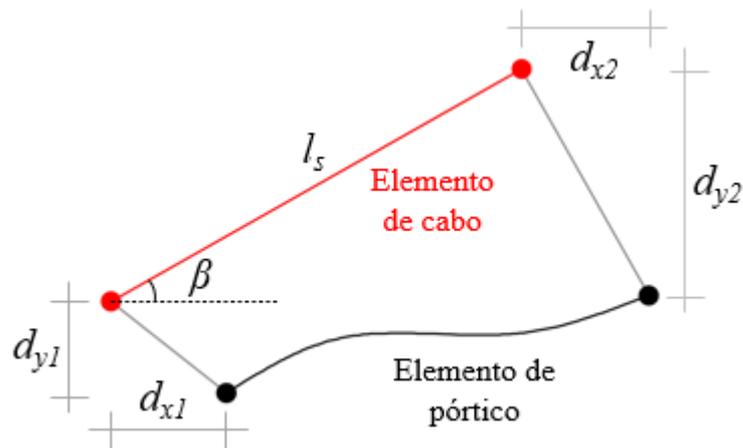
$$\mathbf{g}_s = \mathbf{b}_s F_p \quad (41)$$

onde  $F_p$  é a força interna do cabo de protensão ao qual o segmento pertence, e

$$\mathbf{b}_s = \frac{l_s}{L_s} \begin{bmatrix} -\cos\beta \\ -\text{sen}\beta \\ d_{y1}\cos\beta - d_{x1}\text{sen}\beta \\ \cos\beta \\ \text{sen}\beta \\ d_{x2}\text{sen}\beta - d_{y2}\cos\beta \end{bmatrix} \quad (42)$$

onde, conforme a Figura 10,  $\beta$  é o ângulo de inclinação do segmento;  $d_{x1}$  e  $d_{y1}$  são as distâncias entre os nós iniciais do elemento de pórtico e do segmento de cabo, no eixo  $x$  e no eixo  $y$ , respectivamente;  $d_{x2}$  e  $d_{y2}$  são as distâncias entre os nós finais do elemento de pórtico e do segmento de cabo, no eixo  $x$  e no eixo  $y$ , respectivamente;  $L_s$  e  $l_s$  são, respectivamente, o comprimento inicial e final do segmento  $s$  (ALVES, 2020).

Figura 10 - Elemento de cabo e de pórtico na configuração deformada.



Fonte: Adaptado de Alves (2020).

A força  $F_p$  é obtida por:

$$F_p = \sigma_p A_p \quad (43)$$

onde  $\sigma_p$  e  $A_p$  são, respectivamente, a tensão e a área da seção transversal do cabo. A tensão, por sua vez, depende da deformação total do cabo  $\varepsilon_p$ , podendo ser calculada por meio da relação tensão-deformação  $\sigma(\varepsilon)$  estabelecida para o material.

A deformação total  $\varepsilon_p$  de um cabo é dada pela soma da deformação inicial  $\varepsilon_{p0}$  com a deformação incremental total  $\Delta\varepsilon_p$ :

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{p0} + \Delta\varepsilon_p \quad (44)$$

Por sua vez,  $\Delta\varepsilon_p$  é obtida pela soma das deformações incrementais dos segmentos deste mesmo cabo:

$$\Delta\varepsilon_p = \sum_{s=1}^{n_s} \Delta\varepsilon_{ps} \quad (45)$$

onde  $n_s$  é o número de segmentos do cabo avaliado, cujo comprimento total inicial é  $L_p$ , e  $\Delta\varepsilon_{ps}$  é a deformação incremental de cada segmento deste mesmo cabo, calculada por:

$$\Delta\varepsilon_{ps} = \frac{1}{L_p} (l_s - L_s) \quad (46)$$

Uma vez obtidos os vetores de força interna  $\mathbf{g}_s$  dos segmentos de um cabo, pela Eq. (41), o vetor de forças global  $\mathbf{g}_c$  deste cabo pode ser determinado considerando o somatório da contribuição individual de cada um de seus segmentos utilizando o procedimento de montagem clássico do Método dos Elementos Finitos:

$$\mathbf{g}_c = \sum_{s=1}^{n_s} \mathbf{L}_e^T \mathbf{g}_s \quad (47)$$

onde  $\mathbf{L}_e^T$  é uma matriz Booleana responsável por relacionar os graus de liberdade de cada segmento  $s$  aos graus de liberdade de seus respectivos cabos  $c$ . Da mesma forma, faz-se o somatório dos vetores de cada cabo  $\mathbf{g}_c$  para obter o vetor de forças internas global  $\mathbf{g}_p$  dos elementos de cabo, com  $\mathbf{L}_e^T$  sendo, dessa vez, uma matriz Booleana responsável por relacionar os graus de liberdade de cada cabo  $c$  aos graus de liberdade globais da estrutura:

$$\mathbf{g}_p = \sum_{c=1}^{n_c} \mathbf{L}_e^T \mathbf{g}_c \quad (48)$$

O vetor  $\mathbf{g}_p$  é, enfim, somado ao vetor global de forças internas  $\mathbf{g}_f$  dos elementos de pórtico plano, para obter o vetor global de forças internas  $\mathbf{g}$  da estrutura pretendida:

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}_p + \mathbf{g}_f \quad (49)$$

Para o cálculo do vetor de forças internas dos cabos de protensão, a implementação do código foi feita seguindo as etapas indicadas na Figura 11.

Figura 11 - Algoritmo para cálculo do vetor de forças internas dos cabos de protensão.

1. Para cada segmento  $s$  de cabo, calcula-se:
  - Incremento de deformação  $\Delta\varepsilon_{ps}$  (Eq. (46));
  - Vetor  $\mathbf{b}_s$  (Eq. (42)).
2. Para cada cabo  $c$ , calcula-se:
  - Incremento de deformação total  $\Delta\varepsilon_p$  (Eq. (45));
  - Deformação  $\varepsilon_p$  (Eq. (44));
  - Tensão  $\sigma_p$  (por meio das leis constitutivas);
  - Força  $F_p$  (Eq. (43)).
3. Para cada segmento  $s$  de cabo, calcula-se  $\mathbf{g}_s$  (Eq. (41)).
4. Para cada cabo  $c$ , calcula-se  $\mathbf{g}_c$  (Eq. (47)).
5. Por fim, calcula-se o vetor global de forças internas dos cabos  $\mathbf{g}_p$  (Eq. (48)).

Fonte: Elaborada pelo autor.

### 3.4.2.2 Cálculo da matriz de rigidez tangente

A matriz de rigidez geométrica tangente  $\mathbf{K}_{tsg}$  de um segmento de cabo, é dada por:

$$\mathbf{K}_{tsg} = \frac{F_p}{L_s} \mathbf{T}_s^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{T}_s \quad (50)$$

onde  $\mathbf{T}_s$  é uma matriz de transformação que relaciona o vetor de deslocamentos nodais  $\mathbf{u}_s$  do segmento de cabo com o vetor de deslocamentos nodais  $\mathbf{u}_f$  do elemento de pórtico plano correspondente, pela expressão:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -d_{y1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & d_{x1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -d_{y2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & d_{x2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{u}_s = \mathbf{T}_s \mathbf{u}_f \quad (51)$$

e  $\mathbf{G}$  é uma matriz que multiplica o vetor  $\mathbf{u}_s$  para obter um vetor de incrementos de deslocamentos nodais  $\mathbf{t}_s$  desse segmento, pela expressão:

$$\mathbf{t}_s = \begin{bmatrix} u_{s2} - u_{s1} \\ v_{s2} - v_{s1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{s21} \\ v_{s21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s1} \\ v_{s1} \\ u_{s2} \\ v_{s2} \end{bmatrix} = \mathbf{G}\mathbf{u}_s \quad (52)$$

Já a matriz de rigidez elástica tangente  $\mathbf{K}_{tse}$  de cada segmento de cabo é dada por:

$$\mathbf{K}_{tse} = \frac{A_p E_{pt}}{L_p} \mathbf{b}_s \mathbf{b}_s^T \quad (53)$$

onde  $E_{pt}$  é o módulo de elasticidade tangente do material do cabo.

Assim como o vetor de forças internas dos elementos de cabo, as matrizes de rigidez tangente geométrica e elástica também dependem da deformação total do cabo. Na geométrica, através da força  $F_p$ , e na elástica, através do módulo tangente  $E_{pt}$ .

As matrizes de rigidez tangente geométrica  $\mathbf{K}_{tcg}$  e elástica  $\mathbf{K}_{tce}$  de cada cabo são obtidas somando as contribuições individuais das respectivas matrizes dos segmentos de um mesmo cabo, pelo procedimento usual do MEF:

$$\mathbf{K}_{tcg} = \sum_{s=1}^{n_s} \mathbf{L}_e^T \mathbf{K}_{tsg} \mathbf{L}_e \quad (54)$$

$$\mathbf{K}_{tce} = \sum_{s=1}^{n_s} \mathbf{L}_e^T \mathbf{K}_{tse} \mathbf{L}_e \quad (55)$$

Da mesma forma, faz-se o somatório das matrizes de cada cabo  $\mathbf{K}_{tcg}$  e  $\mathbf{K}_{tce}$  para obter as matrizes de rigidez tangente geométrica  $\mathbf{K}_{tpg}$  e elástica  $\mathbf{K}_{tpe}$  globais dos elementos de cabo, com  $\mathbf{L}_e^T$  sendo, dessa vez, uma matriz Booleana responsável por relacionar os graus de liberdade de cada cabo  $c$  aos graus de liberdade globais da estrutura:

$$\mathbf{K}_{tpg} = \sum_{c=1}^{n_c} \mathbf{L}_e^T \mathbf{K}_{tcg} \mathbf{L}_e \quad (56)$$

$$\mathbf{K}_{tpe} = \sum_{c=1}^{n_c} \mathbf{L}_e^T \mathbf{K}_{tce} \mathbf{L}_e \quad (57)$$

As matrizes  $\mathbf{K}_{tpg}$  e  $\mathbf{K}_{tpe}$  são somadas para obter a matriz de rigidez tangente  $\mathbf{K}_{tp}$  dos elementos de cabo, a qual é somada à matriz de rigidez tangente  $\mathbf{K}_{tf}$  dos elementos de pórtico plano para obter a matriz de rigidez tangente global  $\mathbf{K}_t$  da estrutura protendida:

$$\mathbf{K}_{tp} = \mathbf{K}_{tpg} + \mathbf{K}_{tpe} \quad (58)$$

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{K}_{tp} + \mathbf{K}_{tf} \quad (59)$$

Para o cálculo da matriz de rigidez tangente dos cabos de protensão, a implementação do código foi feita seguindo as etapas indicadas na Figura 12.

Figura 12 - Algoritmo para cálculo da matriz de rigidez tangente dos cabos de protensão.

1. Para cada segmento  $s$  de cabo, calcula-se:
  - Incremento de deformação  $\Delta\varepsilon_{ps}$  (Eq. (46));
  - Vetor  $\mathbf{b}_s$  (Eq. (42)).
2. Para cada cabo  $c$ , calcula-se:
  - Incremento de deformação total  $\Delta\varepsilon_p$  (Eq. (45));
  - Deformação  $\varepsilon_p$  (Eq. (44));
  - Tensão  $\sigma_p$  e módulo de elasticidade  $E_{pt}$  (ambos por meio das leis constitutivas);
  - Força  $F_p$  (Eq. (43)).
3. Para cada segmento  $s$  de cabo, calcula-se:
  - Matriz de rigidez tangente geométrica  $\mathbf{K}_{tsg}$  (Eq. (50));
  - Matriz de rigidez tangente elástica  $\mathbf{K}_{tse}$  (Eq. (53)).
4. Para cada cabo  $c$ , calcula-se:
  - Matriz de rigidez tangente geométrica  $\mathbf{K}_{tcg}$  (Eq. (54));
  - Matriz de rigidez tangente elástica  $\mathbf{K}_{tce}$  (Eq. (55)).
5. Por fim, calcula-se a matriz de rigidez tangente global dos elementos de cabo por:
  - Matriz de rigidez tangente geométrica  $\mathbf{K}_{tpg}$  (Eq. (56));
  - Matriz de rigidez tangente elástica  $\mathbf{K}_{tpe}$  (Eq. (57));
  - Matriz de rigidez tangente  $\mathbf{K}_{tp}$  (Eq. (58)).

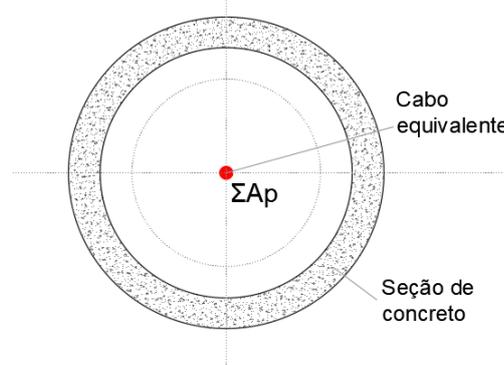
Fonte: Elaborada pelo autor.

### 3.4.3 Aplicação da protensão

Dadas as hipóteses apresentadas neste capítulo, é possível admitir, apenas para a etapa de protensão, que o modelo de cabos da torre pode ser substituído por um modelo com um único cabo equivalente, centrado no eixo da torre, com as mesmas propriedades dos cabos do modelo original, porém com área igual à soma das áreas destes, como mostra a Figura 13.

A força de protensão é aplicada de forma gradual no cabo que, via ancoragens, transmite uma tensão de compressão para a peça de concreto. Nesta etapa da análise, determina-se o campo de deslocamentos correspondente à aplicação de uma força de protensão efetiva  $F_{pe}$ , resultante de uma deformação inicial desconhecida  $\varepsilon_{p0}$  (ALVES, 2020).

Figura 13 - Cabo equivalente hipotético para a etapa de protensão.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A equação de equilíbrio não linear do modelo de elementos finitos é dada por:

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}, \lambda) = \mathbf{g}(\mathbf{u}) - \lambda \mathbf{q} \quad (60)$$

onde  $\mathbf{r}$  é o vetor de força residual,  $\mathbf{u}$  é o vetor de deslocamentos,  $\lambda$  é o fator de carga e  $\mathbf{q}$  é o vetor de referência para a carga externa aplicada. O equilíbrio de forças é obtido quando  $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ . Com a aplicação da protensão, acrescenta-se uma equação que representa a condição de a força de protensão no cabo  $F_p$  ser idêntica à força de protensão efetiva  $F_{pe}$ :

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}(\mathbf{u}) - \lambda \mathbf{q} \\ F_p(\mathbf{u}, \varepsilon_{p0}) - F_{pe} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (61)$$

Na Eq. (60), os termos  $\lambda$  e  $\mathbf{q}$  são constantes, pois se considera que não há aplicação gradual de outros carregamentos durante essa etapa, apenas atua o peso próprio da torre. Dessa

forma, o sistema não linear pode ser solucionado pelo método de Newton-Raphson. Como o termo  $\lambda \mathbf{q}$  é constante, a forma linearizada da Eq. (61) fica:

$$\begin{cases} \mathbf{g} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \varepsilon_{p0}} \delta \varepsilon_{p0} = \mathbf{0} \\ F_p - F_{pe} + \frac{\partial F_p}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} + \frac{\partial F_p}{\partial \varepsilon_{p0}} \delta \varepsilon_{p0} = 0 \end{cases} \quad (62)$$

onde  $\delta \mathbf{u}$  e  $\delta \varepsilon_{p0}$  são as correções iterativas para os deslocamentos globais e para a deformação inicial. Conforme Alves (2020), é possível demonstrar que:

$$\delta \mathbf{u} = \delta \mathbf{u}_1 + \delta \varepsilon_{p0} \delta \mathbf{u}_2 \quad (63)$$

onde os termos do lado direito podem ser obtidos pelas expressões:

$$\mathbf{K}_t \delta \mathbf{u}_1 = -(\mathbf{g} - \lambda \mathbf{q}) \quad (64)$$

$$\mathbf{K}_t \delta \mathbf{u}_2 = -A_p E_{pt} \mathbf{b} \quad (65)$$

$$\delta \varepsilon_{p0} = \frac{(F_{pe} - F_p) L_p - A_p E_{pt} \mathbf{b}^T \delta \mathbf{u}_1}{A_p E_{pt} (\mathbf{b}^T \delta \mathbf{u}_2 + L_p)} \quad (66)$$

Com as expressões acima, os deslocamentos globais e a deformação inicial são atualizados a cada iteração ( $i$ ) de Newton-Raphson:

$$\begin{cases} \mathbf{u}^{(i)} = \mathbf{u}^{(i-1)} + \delta \mathbf{u} \\ \varepsilon_{p0}^{(i)} = \varepsilon_{p0}^{(i-1)} + \delta \varepsilon_{p0} \end{cases} \quad (67)$$

Este processo iterativo é realizado até que se atinja a convergência, estabelecida por:

$$\frac{\|\mathbf{r}\|}{F_{pe}} \leq \text{TOL} \quad (68)$$

O procedimento é inicializado com o vetor  $\mathbf{u}$  correspondente à configuração de equilíbrio da estrutura obtida após a aplicação do peso próprio, e com valor inicial de  $\varepsilon_{p0} = 10^{-3}$ , escolhido com base na ordem de grandeza das deformações do cabo. A deformação total

do cabo equivalente ao final da etapa de protensão é igual à deformação total de cada cabo individualmente.

#### 3.4.4 Aplicação de carregamentos externos

Dentre os métodos utilizados para traçar o caminho de equilíbrio de uma estrutura podemos citar o Método do controle de Carga e o Método do Controle de Deslocamento. O segundo possui uma vantagem sobre o primeiro, que consiste na possibilidade de traçar o caminho de equilíbrio de estruturas que apresentem ponto limite, algo que não é possível no Método do Controle de Carga, pois incrementos de carga negativos não são possíveis nele.

Porém, no presente trabalho, não há necessidade de se conhecer o caminho de equilíbrio da estrutura após o ponto limite, pois, ao atingir essa condição, a torre terá violado restrições impostas na otimização, tornando-se inviável e, por consequência, não será selecionada como solução ótima. Portanto, neste trabalho optou-se por utilizar o Método do Controle de Carga para traçado do caminho de equilíbrio da estrutura.

O método consiste na realização de um processo incremental-iterativo, no qual incrementos de carga são aplicados gradativamente na estrutura, até que se complete o carregamento total previsto. A cada passo de carga, o carregamento externo  $\mathbf{f}$  é escrito em função de um vetor de referência constante  $\mathbf{q}$  e um fator de carga  $\lambda$ :

$$\mathbf{f} = \lambda \mathbf{q} \quad (69)$$

onde  $\lambda$  é obtido do acúmulo dos incrementos constantes  $\Delta\lambda$  dos passos de carga anteriores.

Para um nível de carga  $\lambda$ , os deslocamentos nodais da estrutura podem ser obtidos pela resolução da Eq. (60), a qual pode ser solucionada iterativamente pelo Método de Newton-Raphson, onde, a cada iteração ( $i$ ):

$$\mathbf{u}^{(i)} = \mathbf{u}^{(i-1)} + \delta\mathbf{u}^{(i)} \quad (70)$$

com  $\delta\mathbf{u}^{(i)}$  obtido da expressão:

$$\mathbf{K}_t^{(i-1)} \delta\mathbf{u}^{(i)} = \lambda \mathbf{q} - \mathbf{g}(\mathbf{u}^{(i-1)}) \quad (71)$$

Este processo iterativo é realizado até que se atinja a convergência, estabelecida por:

$$\frac{\|\delta \mathbf{u}^{(i)}\|}{\|\mathbf{u}^{(i)}\|} \leq \text{TOL} \quad (72)$$

O procedimento é repetido para os demais fatores de carga até completar o último passo definido nos dados de entrada do problema.

#### 3.4.4.1 Tratamento dos casos de perda de estabilidade

A cada passo de carga do Método do Controle de Carga, busca-se a configuração de equilíbrio da estrutura para o nível atual de carregamento externo. Quando esse equilíbrio não é atingido, a estrutura perde estabilidade, não completando o procedimento de análise. Neste trabalho, situações desse tipo podem ocorrer devido a uma esbeltez muito elevada da torre, resistência dos materiais e quantidade de cabos de protensão insuficientes, enfim, situações em que a estrutura possui rigidez insuficiente para resistir às ações atuantes.

Para esses casos, haverá violação de restrições impostas na otimização, o que é caracterizado pelo valor positivo das funções de restrição formuladas no problema. Porém, nos modelos de otimização desse trabalho, a maioria das funções de restrição são calculadas utilizando os resultados da análise estrutural de cada torre. Portanto, a não ser que se modifique as funções de restrição especificamente para esses casos de perda de estabilidade, em geral todos os casos devem produzir resultados para as grandezas envolvidas nas funções de restrição.

Tais resultados devem refletir a proximidade de cada solução em relação à fronteira da região viável, seja pelo lado viável ou inviável, pois essa medida afeta a aptidão e a probabilidade de seleção do indivíduo para cruzamento. Neste trabalho, optou-se por uma estratégia proposta por Melo (2000), em que é feita uma estimativa dos esforços solicitantes de projeto  $\lambda_f \mathbf{S}$  a partir da majoração dos esforços solicitantes  $\lambda^* \mathbf{S}$  correspondentes ao passo de carga anterior à perda de estabilidade, pela expressão:

$$\lambda_f \mathbf{S} = \lambda^* \mathbf{S} + (\lambda_f - \lambda^*) \lambda^* \mathbf{S} \quad (73)$$

em que  $\mathbf{S}$  é o vetor representativo das solicitações,  $\lambda_f$  é o fator de carga total, e  $\lambda^*$  é o fator de carga da última configuração de equilíbrio registrada no processo incremental do método. A perda de estabilidade é detectada pela singularidade (ou suficiente proximidade da singularidade, avaliada por um elevado número de condicionamento) da matriz de rigidez tangente ou pelo excesso de iterações sem atingir convergência.

No processo incremental, para um novo passo de carga  $\lambda + \Delta\lambda$ , a configuração de equilíbrio do passo anterior  ${}^\lambda\mathbf{u}$  é conhecida, assim como as solicitações  ${}^\lambda\mathbf{S}$  associadas a essa configuração. Assim, para obtenção das solicitações  ${}^{\lambda+\Delta\lambda}\mathbf{S}$  no novo passo de carga, realiza-se o procedimento ilustrado na Figura 14.

Figura 14 – Algoritmo realizado a cada passo de carga para determinação das solicitações.

Inicia-se o procedimento iterativo de Newton-Raphson (MNR) com:

$${}^{\lambda+\Delta\lambda}\mathbf{u}^{(0)} = {}^\lambda\mathbf{u}$$

$${}^{\lambda+\Delta\lambda}\mathbf{K}_t^{(0)} = {}^\lambda\mathbf{K}_t$$

$${}^{\lambda+\Delta\lambda}\mathbf{g}^{(0)} = {}^\lambda\mathbf{g}$$

Para cada iteração ( $i$ ), variando de 1 até o número máximo de iterações estabelecido:

- Calcula-se:

$${}^{\lambda+\Delta\lambda}\mathbf{g}^{(i-1)} = \mathbf{g}({}^{\lambda+\Delta\lambda}\mathbf{u}^{(i-1)})$$

$${}^{\lambda+\Delta\lambda}\mathbf{K}_t^{(i-1)} = \mathbf{K}_t({}^{\lambda+\Delta\lambda}\mathbf{u}^{(i-1)})$$

- Se  ${}^{\lambda+\Delta\lambda}\mathbf{K}_t^{(i-1)}$  é não singular e não é mal condicionada:

- Calcula-se  $\delta\mathbf{u}^{(i)}$  solucionando a equação:

$${}^{\lambda+\Delta\lambda}\mathbf{K}_t^{(i-1)}\delta\mathbf{u}^{(i)} = (\lambda + \Delta\lambda)\mathbf{q} - {}^{\lambda+\Delta\lambda}\mathbf{g}^{(i-1)}$$

- Atualiza-se o vetor de deslocamentos:

$${}^{\lambda+\Delta\lambda}\mathbf{u}^{(i)} = {}^{\lambda+\Delta\lambda}\mathbf{u}^{(i-1)} + \delta\mathbf{u}^{(i)}$$

- Calcula-se o erro:

$$err = \|\delta\mathbf{u}^{(i)}\| / \|\mathbf{u}^{(i)}\|;$$

- Se  $err \leq TOL$ , encerra-se o MNR, logo:

$${}^{\lambda+\Delta\lambda}\mathbf{S} = \mathbf{S}({}^{\lambda+\Delta\lambda}\mathbf{u}).$$

- Senão, continua o MNR.

- Senão:

- Encerra-se o MNR, encerra-se o processo incremental de carga, e estima-se as solicitações finais por:

$${}^{\lambda_f}\mathbf{S} = {}^\lambda\mathbf{S} + (\lambda_f - \lambda) {}^\lambda\mathbf{S}.$$

### 3.4.5 Cálculo das frequências naturais

A equação de movimento de um modelo de elementos finitos é dada por:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (74)$$

onde  $\mathbf{M}$  é a matriz de massa,  $\mathbf{C}$  é a matriz de amortecimento,  $\mathbf{K}$  é a matriz de rigidez,  $\mathbf{u}$  é o vetor de deslocamentos nodais e  $\mathbf{f}$  é o vetor de forças externas da estrutura. Os termos  $\dot{\mathbf{u}}$  e  $\ddot{\mathbf{u}}$  são, respectivamente, a primeira e segunda derivadas do campo de deslocamentos  $\mathbf{u}$  em relação à variável tempo. A dedução dessa equação é bastante difundida e pode ser consultada em Cook *et al.* (2002).

A Eq. (74) é utilizada para formular o problema de autovalor generalizado que permite o cálculo das frequências naturais e modos de vibração de uma estrutura, associados ao problema de vibração livre não amortecida ( $\mathbf{f} = \mathbf{0}$  e  $\mathbf{C} = \mathbf{0}$ ), dado por:

$$(\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M})\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0}, \quad \text{para } \boldsymbol{\varphi} \neq \mathbf{0} \quad (75)$$

onde  $\omega$  corresponde às frequências naturais e  $\boldsymbol{\varphi}$  aos modos de vibração (COOK *et al.*, 2002).

A matriz  $\mathbf{M}$  é obtida pelo procedimento usual do MEF, a partir das contribuições das matrizes de massa  $\mathbf{M}_e$  de cada elemento, as quais são calculadas por:

$$\mathbf{M}_e = \int_{V_e} \mu \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV \quad (76)$$

onde  $\mu$  é a massa específica do material,  $V_e$  é o volume do elemento, e  $\mathbf{N}$  é o vetor das funções de forma. Quando se utiliza as mesmas funções  $\mathbf{N}$  para avaliação dessa equação e para interpolação do campo de deslocamentos dos elementos finitos, obtém-se matrizes de massa ditas consistentes, que foi o caso adotado neste trabalho. Ao longo da torre, considerou-se apenas a parcela referente ao concreto, pois as parcelas dos cabos e das armaduras passivas foram desprezíveis em relação a esta. Dessa forma, as matrizes de massa dos elementos resultam em:

$$\mathbf{M}_e = \frac{\mu AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (77)$$

onde  $A$  é a área da seção transversal de concreto, e  $L$  o comprimento do elemento.

O conjunto rotor-nacele é considerado como uma massa concentrada no topo, de maneira que sua massa é adicionada aos elementos da diagonal principal da matriz  $\mathbf{M}$ , de acordo com seus graus de liberdade associados, representando as forças de inércia desse conjunto. A matriz de rigidez utilizada na solução da Eq. (75) foi a matriz tangente calculada pela Eq. (59), para considerar o estado de deformação da estrutura no cálculo das frequências e modos de vibração.

### 3.5 Estudo de convergência

A convergência do modelo de elementos finitos é avaliada, neste trabalho, através de refinamento  $h$ , ou seja, através de sucessivas reduções na dimensão característica  $h$  dos elementos da malha. Em se tratando de um modelo de barras, a dimensão característica de um elemento é dada por seu comprimento  $h_{elem}$ .

O procedimento adotado consiste em realizar análises para malhas cada vez mais refinadas, e comparar seus resultados, avaliando-se a convergência. Para cada grandeza obtida nas análises, utiliza-se seus resultados para determinar uma função de ajuste que relacione os resultados com os comprimentos  $h_{elem}$ . Em seguida, essas funções são utilizadas para estimar, por extrapolação, os resultados para  $h_{elem}$  tendendo a zero, o que representaria hipoteticamente uma malha infinitamente refinada. Com isso, são calculadas as diferenças percentuais de cada grandeza em relação aos valores obtidos pelas funções quando  $h_{elem}$  é nulo, pela equação:

$$\delta_{A_i} = \frac{|A_i - f_A(0)|}{|f_A(0)|} 100\% \quad (78)$$

onde  $A_i$  é o valor do resultado de uma grandeza qualquer  $A$  para uma malha com  $h_{elem} = i$ ;  $f_A(h_{elem})$  é a função de ajuste escolhida para a grandeza  $A$ ; e  $\delta_{A_i}$  é a diferença percentual entre

$A_i$  e  $f_A(0)$ . A convergência é observada quando ocorrem sucessivas reduções de  $\delta_{A_i}$  com o refinamento da malha.

### 3.6 Validação do modelo

Na literatura, não foi encontrado um exemplo de análise não linear de torre eólica de seção tubular protendida externamente, para comparação dos resultados. Por esse motivo, o código implementado neste trabalho, desenvolvido em ambiente MATLAB e doravante referenciado como OpTower, foi validado com o software DIANA FEA 10.3, através de um exemplo criado pelo autor, baseado na torre de concreto armado analisada por Zyl (2014), com adição de 56 cabos verticais de protensão com propriedades baseadas em LaNier (2005).

O software comercial DIANA é uma ferramenta de elementos finitos de uso geral, baseada no Método dos Deslocamentos (FERREIRA, 2019), amplamente utilizada no meio técnico e acadêmico, sobretudo para análise de estruturas de concreto armado e protendido. A empresa desenvolvedora busca fornecer soluções em elementos finitos para as áreas de engenharia civil, geotécnica, sísmica e de petróleo.

O exemplo de validação consiste em uma torre eólica *onshore* de 100 m de altura, que suporta uma turbina cujas características estão apresentadas na Tabela 4. A torre possui seção em formato tronco de cone, com as dimensões informadas na Tabela 5.

Os cabos de protensão são verticais, ancorados na base e no topo da torre, distribuídos sobre uma circunferência de 3,1 m de diâmetro, concêntrica à torre, e possuem as características mostradas na Tabela 6. As leis constitutivas adotadas para os materiais estão apresentadas na Figura 15, com parâmetros conforme a Tabela 7.

Tabela 4 - Características da turbina do exemplo de validação.

Potência da Turbina	3,6 MW
Velocidade de Rotação do Rotor	13,2 rpm (0,22 Hz)
Diâmetro do Rotor	108,4 m
Massa do Conjunto Rotor-Nacele	314912 kg
Altura do Cubo	100 m
Classe da IEC	IIB

Fonte: Adaptado de LaNier (2005).

Tabela 5 - Dimensões da torre do exemplo de validação.

Seção	Diâmetro externo (m)	Espessura (m)
Base	7,1	0,40
Topo	4,0	0,30

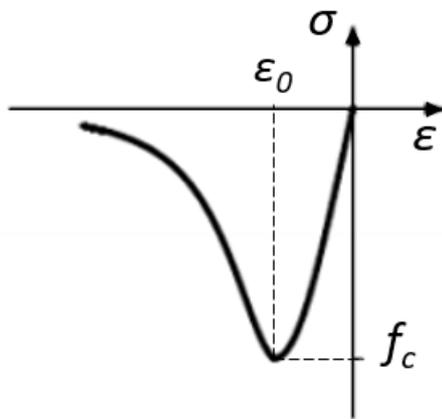
Fonte: Adaptado de Zyl (2014).

Tabela 6 - Características dos cabos de protensão do exemplo de validação.

Quantidade de cordoalhas por cabo	12
Tipo de cordoalha	7 fios, $\phi 15,2$ mm, CP190RB
Área da seção de uma cordoalha	140 mm <sup>2</sup>
Área da seção de um cabo	0,00168 m <sup>2</sup>
Massa de aço por metro de cabo	13,224 kg/m
Tensão efetiva	1100 MPa

Fonte: Adaptado de LaNier (2005).

Figura 15 - Leis constitutivas do exemplo de validação.

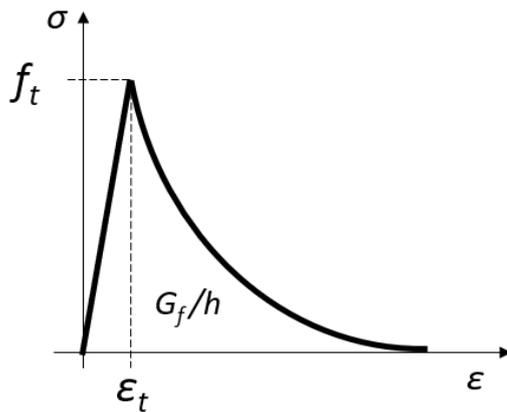


$$\sigma = -f_c \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \cdot \frac{n}{[n - 1 + (\varepsilon/\varepsilon_0)^{nk}]}$$

onde  $n = 0,8 + f_c/17$

$$e k = \begin{cases} 0,67 + f_c/62 & \text{se } \varepsilon \leq \varepsilon_0 \\ 1 & \text{se } \varepsilon_0 < \varepsilon < 0 \end{cases}$$

(a) Modelo de Thorenfeldt para o concreto na compressão.

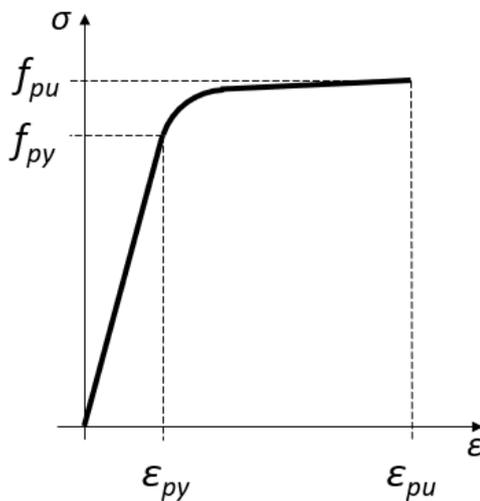


$$\sigma = \begin{cases} E_{ci}\varepsilon & \text{se } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_t \\ f_t e^{(-a \cdot (\varepsilon/\varepsilon_t - 1))} & \text{se } \varepsilon_t < \varepsilon \end{cases}$$

$$\text{onde } \varepsilon_t = \frac{f_t}{E_{ci}}$$

$$\text{e } a = \frac{f_t^2 h}{G_f E_{ci}}$$

(b) Modelo exponencial para o concreto na tração.



$$\sigma = \begin{cases} E_{pi}\varepsilon & \text{se } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{py} \\ f_{py} \left( 1 - \frac{p_1}{(\varepsilon - p_2)} \right) & \text{se } \varepsilon_{py} < \varepsilon \leq \varepsilon_{pu} \end{cases}$$

$$\text{onde } \varepsilon_{py} = \frac{f_{py}}{E_{pi}}$$

(c) Modelo elastoplástico com endurecimento para o aço de protensão.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 7 - Propriedades dos materiais do exemplo de validação.

Concreto		Aço de protensão	
$f_c$	80 MPa	$f_{py}$	1690 MPa
$f_t$	3,4 MPa	$f_{pu}$	1860 MPa
$\varepsilon_0$	$-2,2 \times 10^{-3}$	$\varepsilon_{pu}$	0,03
$E_{ci}$	44,4 GPa	$E_{pi}$	196,5 GPa
$G_f$	163,4 N/m	$p_1$	$1,481 \times 10^{-4}$
$h$	0,50 m	$p_2$	0,007

Fonte: Elaborada pelo autor.

No OpTower, a torre foi discretizada em 200 elementos de pórtico plano e 29 elementos de cabo de protensão, obtidos da transformação dos 56 cabos do modelo espacial

para o plano, conforme explicado na Seção 3.4.2. Neste momento, não se teve a preocupação de reduzir o número de elementos, pois o custo computacional de uma única análise é baixo. Para aplicação nas otimizações, entretanto, um estudo de discretização é feito, visando à redução do número de elementos.

Já no DIANA, a torre foi discretizada em 7200 elementos quadráticos de casca curva de Reissner-Mindlin, resultantes de 36 divisões radiais e 200 verticais, e 576 elementos de cabo de protensão, resultantes de 16 divisões verticais em 36 cabos. Apesar de terem sido utilizados 36 cabos para o modelo no DIANA, a área de cada cabo foi aumentada  $r$  vezes, onde  $r = 56/36$ , para que, utilizando a mesma tensão efetiva de 1100 MPa, a força total de protensão resultasse igual à do modelo de 56 cabos do OpTower. Chaves Neto (2021) efetuou a análise deste mesmo exemplo com 9, 18 e 36 cabos, fazendo a devida correção da área dos cabos, e verificou que não houve diferenças no comportamento global da torre, o que sugere que essa estratégia é válida para obter os resultados da torre com 56 cabos.

No DIANA, foram adicionadas restrições a cada 25 m ao longo de cada cabo, para prevenir o toque destes nas paredes internas da torre. Foram acrescentados 0,50 m ao topo da torre, totalizando 100,50 m de altura, para representar o anel adaptador metálico para a nacelle. Não foram incluídas armaduras passivas neste exemplo.

As ações de vento foram aplicadas, no OpTower, como forças concentradas nos nós, calculadas de acordo com os métodos da norma ASCE/SEI 7-16, explicados na Seção 3.1, enquanto no DIANA as ações de vento foram aplicadas como pressão superficial, calculadas também conforme esta norma. Em ambos os softwares, as cargas de vento foram calculadas utilizando os parâmetros mostrados na Tabela 8. A taxa de amortecimento utilizada no cálculo do fator de rajada foi de 0,005, baseado no intervalo de 0,004 a 0,007 recomendado por Bachmann *et al.* (1995) para estruturas de concreto protendido.

Tabela 8 - Parâmetros para cálculo das ações de vento no exemplo de validação.

$K_{zt}$	1	Categoria de exposição do terreno	D
$K_d$	0,95	$V_{0,EWM50} =$	46,19 m/s
$K_e$	1	$V_{0,EOG50} =$	22,08 m/s

Fonte: Adaptado de Zyl (2014).

No OpTower, as ações da turbina foram aplicadas como cargas concentradas no nó do topo da torre, com os valores indicados na Tabela 9, enquanto no DIANA, as ações da turbina foram aplicadas como forças concentradas em todos os nós do anel adaptador metálico,

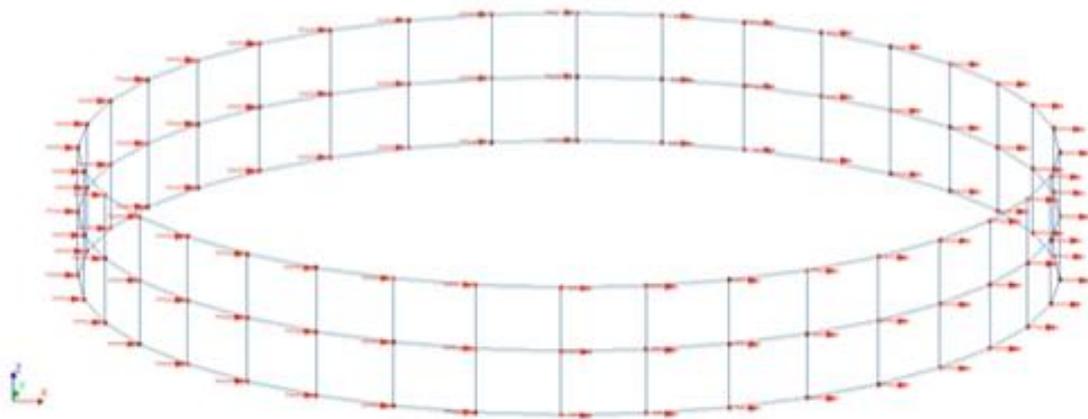
distribuídas de maneira a resultar nos mesmos valores da Tabela 9. A Figura 16 e a Figura 17 ilustram a aplicação das forças da turbina no modelo do DIANA.

Tabela 9 - Ações da turbina na torre do exemplo de validação.

Modelo de Vento	Força de Impulsão (kN)	Momento (kNm)	Força axial de compressão (kN)
EWM50 (ELU)	1086	16767	3155
EOG50 (ELS)	1199	9913	3129

Fonte: Adaptado de LaNier (2005).

Figura 16 - Distribuição das forças de impulsão no anel adaptador metálico.



Fonte: Chaves Neto (2021).

Figura 17 - Conjugados de forças verticais equivalentes à ação do momento no anel adaptador metálico.

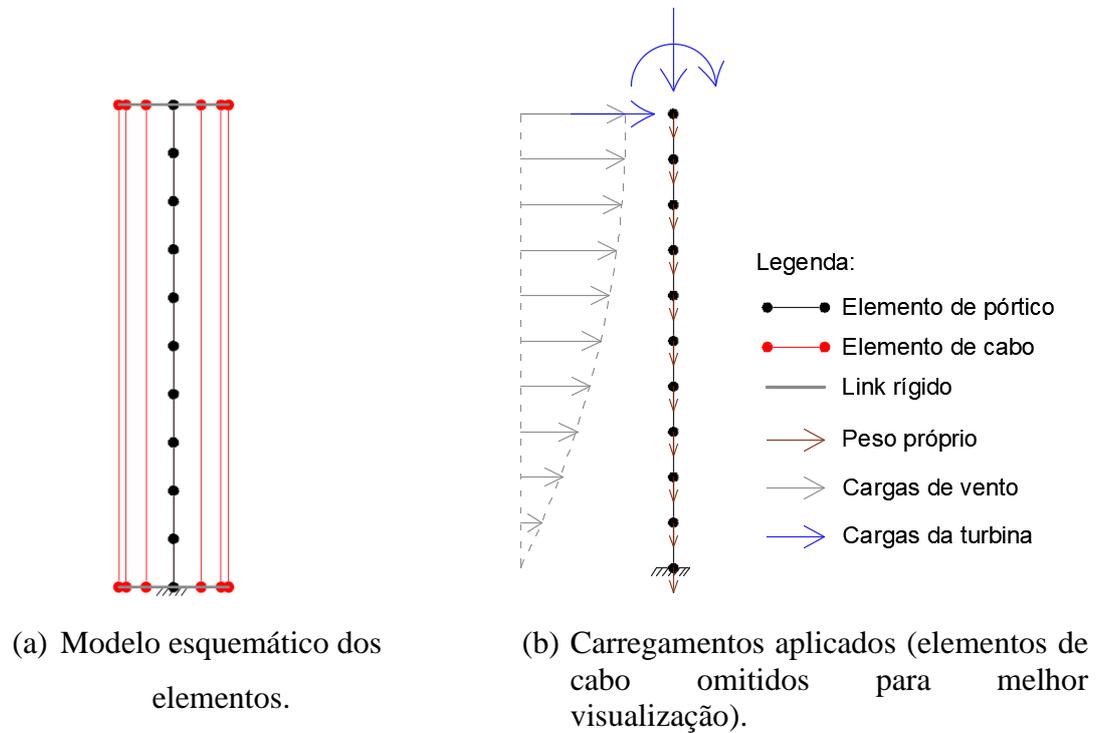


Fonte: Chaves Neto (2021).

A massa específica do concreto considerada foi de  $2500 \text{ kg/m}^3$ . A torre foi considerada engastada em sua base no nível do solo, não sendo incluído o elemento estrutural de fundação. No topo e na base da torre, onde são feitas as ancoragens dos cabos, existem links rígidos, implícitos na formulação, que garantem a compatibilidade dos deslocamentos dos elementos de pórtico e de cabo nesses pontos. Um desenho esquemático do modelo utilizado

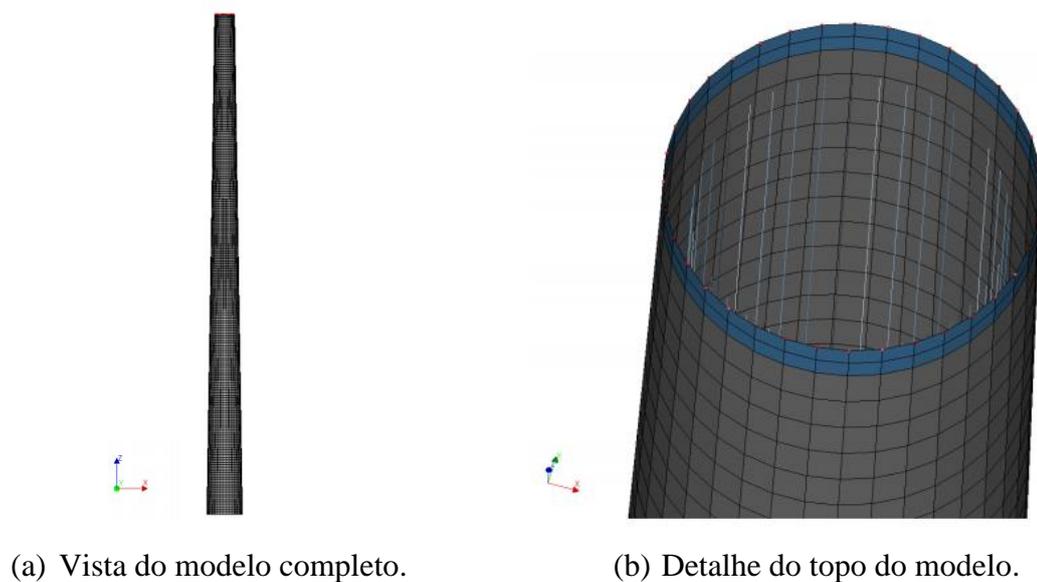
no OpTower é representado na Figura 18, e o modelo utilizado no DIANA está mostrado na Figura 19.

Figura 18 - Esquema do modelo da torre analisada no OpTower.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 19 - Modelo da torre analisada no DIANA.



Fonte: Chaves Neto (2021).

As ações foram combinadas para os modelos de ELU e ELS conforme as Equações (79) e (80), respectivamente, onde  $D$  corresponde às ações permanentes (*Dead Loads*),  $TWL$  às ações da turbina (*Turbine Wind Loads*), e  $W$  às ações do vento diretamente na torre (*Wind*). Os resultados obtidos pelos dois modelos estão apresentados na Figura 20 e na Tabela 10.

$$\text{ELU: } 0,9D + 1,35TWL + 1,6W \quad (79)$$

$$\text{ELS: } 0,6(D + TWL + W) \quad (80)$$

Tabela 10 - Resultados das análises do exemplo de validação no OpTower e no DIANA.

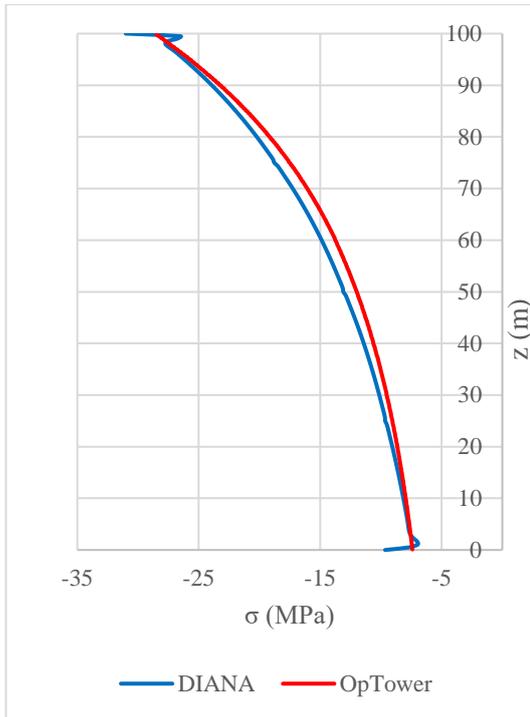
	<b>DIANA ELS</b>	<b>OpTower ELS</b>	<b>DIF.</b>	<b>DIANA ELU</b>	<b>OpTower ELU</b>	<b>DIF.</b>
Frequência fundamental (Hz)	0,411	0,409	0,49%	0,348	0,405	16,38%
Tensão no cabo mais próximo da face de barlavento (MPa)	1116,6	1117,9	0,12%	1151,4	1143,1	0,72%
Tensão no cabo mais próximo da face de sotavento (MPa)	1079,9	1087,6	0,71%	1042,7	1059,7	1,63%
Deslocamento no topo (mm)	227	248	9,25%	723	685	5,26%

Fonte: Elaborada pelo autor.

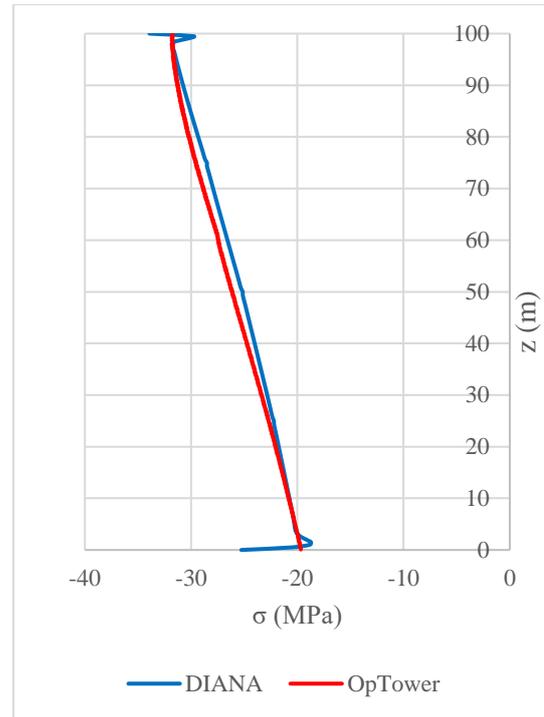
É possível ver que os resultados dos dois modelos para as tensões normais no concreto foram bastante próximos entre si, com diferenças menores ou iguais a 8%, exceto nas extremidades, onde o modelo de casca apresentou picos de tensão inexistentes no modelo de barras. Esses picos de tensão no modelo de casca surgem devido à modelagem das condições de contorno, associadas ao tipo de elemento. O engastamento na base, por exemplo, restringe deformações decorrentes do efeito Poisson no modelo de casca, mas não no modelo de barras.

Os picos de tensão na base do modelo de casca excederam a resistência à tração do concreto para as ações de ELU, provocando uma redução da rigidez da estrutura e, conseqüentemente, uma redução na frequência fundamental, que passou de 0,411 Hz no ELS para 0,348 Hz no ELU. Já no modelo de barras, a resistência à tração do concreto não foi excedida em nenhum dos casos, o que fez com que a frequência fundamental não apresentasse redução significativa do ELS para o ELU, passando de 0,409 Hz no ELS para 0,405 Hz no ELU.

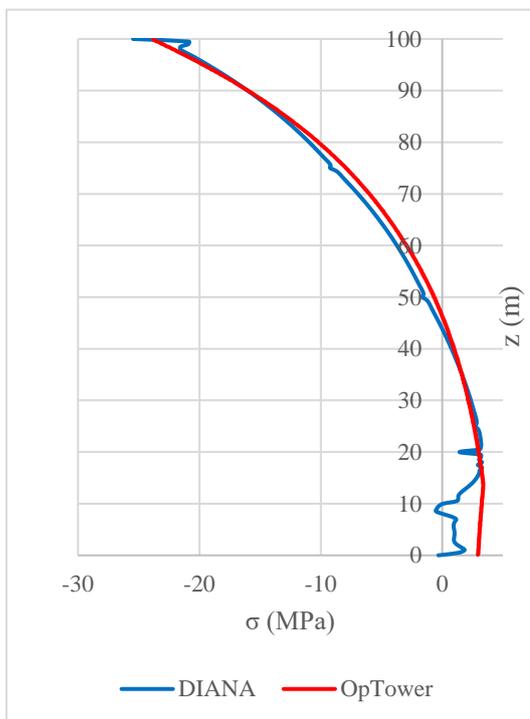
Figura 20 – Tensões normais no concreto para o exemplo de validação.



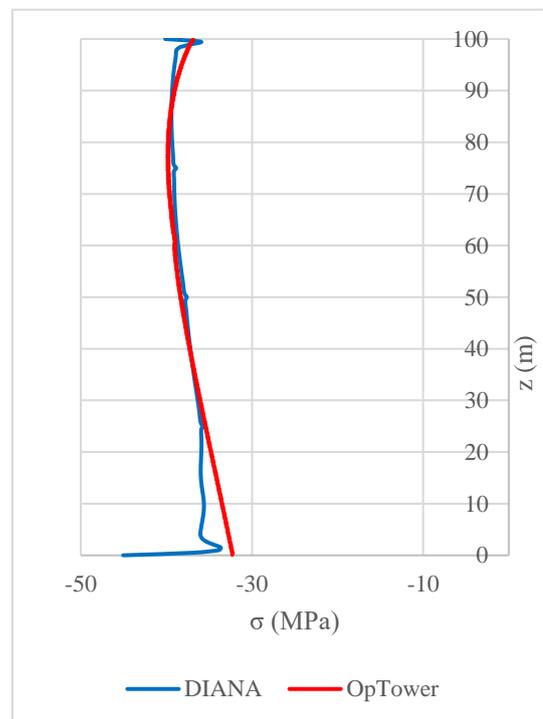
(a) Na face de barlavento, ELS.



(b) Na face de sotavento, ELS.



(c) Na face de barlavento, ELU.



(d) Na face de sotavento, ELU.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Os demais resultados tiveram diferenças inferiores a 10%, o que indica que o modelo de barras do OpTower é capaz de representar o comportamento de torres eólicas de concreto protendidas externamente com pequenas diferenças em relação ao de modelos de casca criados no software comercial DIANA, com a vantagem de ser um modelo de menor custo computacional e de simples integração com as ferramentas de otimização do MATLAB.

## 4 MODELO DE OTIMIZAÇÃO

A concepção de um projeto, não apenas estrutural, envolve a análise de soluções candidatas e a escolha de uma que atenda aos objetivos e requisitos do projeto, com um custo aceitável. Essa tarefa pode ser realizada com ou sem técnicas de otimização. Da maneira convencional, ou seja, sem técnicas de otimização, um projeto é concluído sem que se saiba se a solução escolhida é a melhor possível, qual a probabilidade de que ela o seja, ou o quão próximo ela está desta última. Isso porque várias soluções testadas podem atender aos objetivos e requisitos do projeto, porém algumas são melhores do que outras, e seria extremamente laborioso testar um número suficiente de soluções que pudesse fornecer informações sobre a otimalidade da solução final sem uma técnica de otimização adequada. Com o uso dessas técnicas, entretanto, modelos numéricos de tomada de decisão são empregados para conduzir as soluções candidatas à solução ótima, baseado em medidas de qualidade dessas soluções, tornando o procedimento de busca mais eficiente.

Qualquer problema em que parâmetros precisam ser determinados para satisfazer certas condições pode ser formulado como um problema de otimização, o que envolve, basicamente, cinco etapas (ARORA, 2012):

- a) descrição do problema;
- b) coleta de dados;
- c) definição das variáveis de projeto;
- d) formulação da função objetivo;
- e) formulação das funções de restrição.

A descrição do problema consiste em um enunciado que apresenta o objetivo geral do problema, e os requisitos a serem atendidos. A coleta de dados visa reunir informações sobre os materiais a serem utilizados, requisitos de desempenho, disponibilidade de recursos, custos de matérias-primas, etc. Uma vez que a maioria dos problemas requer a capacidade de analisar as soluções candidatas, os procedimentos e ferramentas de análise também devem ser identificados nessa etapa. A definição das variáveis de projeto visa definir um conjunto de variáveis que descrevem a solução do projeto. Diferentes valores para as variáveis de projeto produzem diferentes soluções de projeto.

Pode haver muitas soluções viáveis para um projeto, e umas são melhores do que as outras. Para poder comparar as diversas soluções e designar qual é melhor do que outra, é preciso haver um critério que associa um valor a cada solução. Com isso, o mérito de uma dada solução é especificado. O critério deve ser uma função escalar cujo valor numérico pode ser

obtido uma vez que uma solução é especificada, ou seja, deve ser uma função das variáveis de projeto. Tal critério é chamado de função objetivo do problema de otimização, e deve ser minimizado ou maximizado dependendo das necessidades do projeto. Em algumas situações, duas ou mais funções objetivo podem ser especificadas. Nesses casos, tem-se um problema de otimização multiobjetivo. Caso haja apenas uma função objetivo, tem-se um problema de otimização mono-objetivo, como é o caso do presente trabalho.

A etapa final na formulação de um problema de otimização consiste em identificar e desenvolver expressões para todas as restrições do projeto. São as chamadas funções de restrição, que dependem das variáveis de projeto. Algumas soluções são utilizáveis, e outras não. Uma solução que atenda a todos os requisitos de projeto é chamada de solução viável (aceitável ou utilizável). Uma solução inviável (inaceitável) não atende a um ou mais dos requisitos.

A descrição de um problema de otimização é dada, de forma genérica, por: “minimizar uma função objetivo, atendendo a todas as restrições de igualdade e desigualdade”. Apesar desse enunciado geral, nem todos os problemas possuem restrições de igualdade e desigualdade, podendo ter ambos os tipos, apenas um deles, ou até mesmo nenhuma restrição. Esses casos são tratados como casos particulares do caso mais geral descrito pelo enunciado.

Matematicamente, podemos traduzir o enunciado geral como: encontrar um vetor de  $n$  variáveis de projeto  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  que minimiza a função objetivo:

$$f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (81)$$

sujeito às  $p$  restrições de igualdade:

$$h_i(\mathbf{x}) = h_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0; \quad i = 1 \text{ até } p \quad (82)$$

e às  $m$  restrições de desigualdade:

$$g_j(\mathbf{x}) = g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0; \quad j = 1 \text{ até } m \quad (83)$$

A imposição de limites inferiores e superiores para as variáveis de projeto pode ser considerada no conjunto das restrições de desigualdade, ou serem expressas explicitamente como restrições laterais, na forma:

$$x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU}; \quad i = 1 \text{ até } n \quad (84)$$

onde  $x_{iL}$  e  $x_{iU}$  são, respectivamente, os limites inferiores e superiores para a variável de projeto  $x_i$ .

Neste trabalho, foi elaborado um modelo de otimização para uma torre em concreto protendido de altura  $H$  fixada, com diâmetro externo no topo  $D_{topo}$  também fixado, em função do anel adaptador para a nacele. A torre é constituída de  $n$  segmentos de tronco de cone vazado, com alturas iguais, e os diâmetros externos e internos são compatibilizados no encontro de segmentos vizinhos, eliminando a necessidade de elementos de transição. Os diâmetros e as espessuras variam linearmente ao longo de um mesmo segmento. Os cabos de protensão são supostos retos e verticais, ancorados na base e no topo da torre, distribuídos ao longo de uma circunferência concêntrica à torre, com espaçamento constante.

Em torres eólicas de concreto protendido, devido à limitação da fissuração do concreto, normalmente a armadura passiva resulta em taxas mínimas (GAMA, 2015). Sendo assim, no presente trabalho não foi otimizada a armadura passiva, sendo adotada apenas uma taxa geométrica constante  $\rho$ , correspondente à taxa mínima. Ainda, de forma simplificada, foram consideradas apenas armaduras longitudinais.

#### 4.1 Variáveis de projeto

As variáveis de projeto deste modelo, consideradas de natureza discreta, estão apresentadas na Figura 21 e são dadas pelo vetor:

$$\mathbf{x} = [D_1, D_2, \dots, D_n, t_1, t_2, \dots, t_n, t_{topo}, N_p]^T \quad (85)$$

onde  $n$  é o número de segmentos da torre,  $D_1, D_2, \dots, D_n$  e  $t_1, t_2, \dots, t_n$  são, respectivamente, os diâmetros externos e as espessuras da base de cada segmento,  $t_{topo}$  é a espessura do topo da torre, e  $N_p$  é o número de cabos de protensão.

#### 4.2 Função objetivo

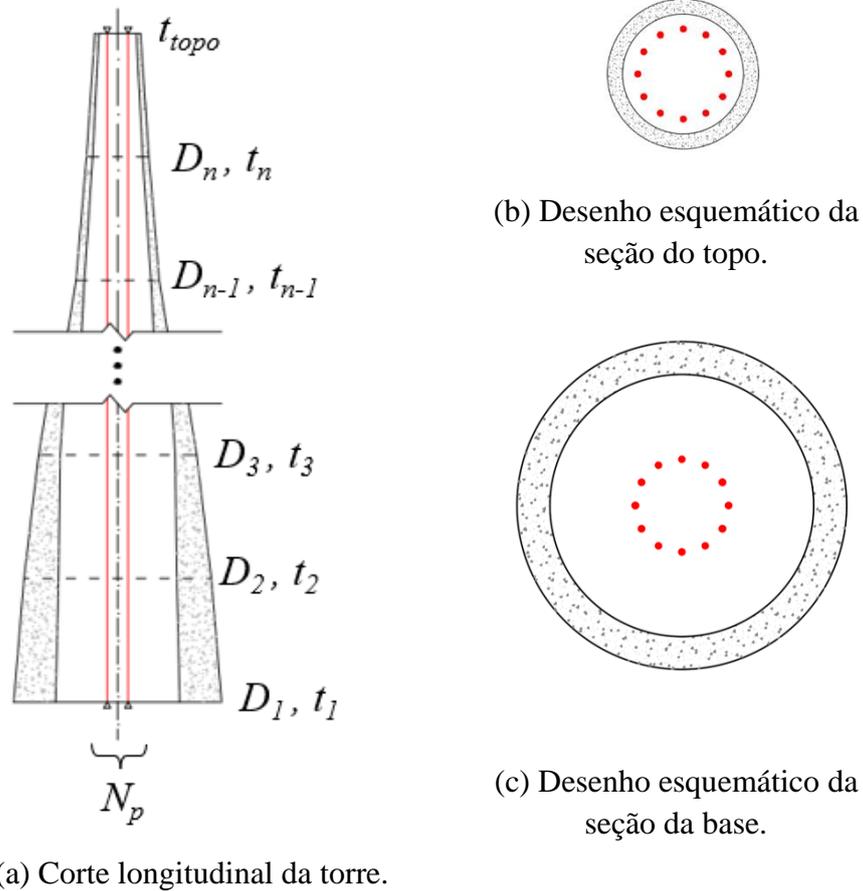
A função objetivo é o custo total dos materiais concreto, aço passivo e aço de protensão da torre, dada por:

$$f(\mathbf{x}) = V_c(\mathbf{x})C_c + M_s(\mathbf{x})C_s + M_p(\mathbf{x})C_p \quad (86)$$

onde  $V_c$  é o volume de concreto,  $C_c$  é o custo unitário do concreto,  $M_s$  é a massa de aço de armadura passiva,  $C_s$  é o custo unitário do aço de armadura passiva,  $M_p$  é a massa de aço de

armadura ativa,  $C_p$  é o custo unitário do aço de armadura ativa e  $\mathbf{x}$  é o vetor das variáveis de projeto.

Figura 21 - Variáveis de projeto (sem escala).



Fonte: Elaborada pelo autor.

O volume de concreto, em que está sendo descontado o volume referente às armaduras passivas dentro das seções, é dado por:

$$V_c = \sum_{i=1}^{n-1} (1 - \rho) \frac{\pi H}{12 n} [D_i^2 + D_i D_{i+1} + D_{i+1}^2 - (d_i^2 + d_i d_{i+1} + d_{i+1}^2)] + (1 - \rho) \frac{\pi H}{12 n} [D_n^2 + D_n D_{topo} + D_{topo}^2 - (d_n^2 + d_n d_{topo} + d_{topo}^2)] \quad (87)$$

onde

$$d_i = D_i - 2t_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (88)$$

$$d_{topo} = D_{topo} - 2t_{topo} \quad (89)$$

A massa de aço passivo, cuja massa específica é  $\mu_s$ , é calculada por:

$$M_s = \frac{\rho}{1 - \rho} V_c \mu_s \quad (90)$$

A massa de aço de protensão, em que cada cabo possui massa distribuída linearmente  $m_p$ , é calculada por:

$$M_p = N_p H m_p \quad (91)$$

### 4.3 Restrições

As restrições desse modelo são de três tipos: geométricas, verificações de ELS e verificações de ELU. As restrições de ELS incluem limites para a frequência fundamental de vibração da torre, para o deslocamento lateral no topo e para as tensões normais no concreto. Por sua vez, as restrições de ELU incluem limites para as tensões normais no concreto e no aço de protensão.

Para evitar diâmetros e espessuras crescentes da base ao topo da torre, uma vez que essa situação não ocorre na prática, são incluídas as restrições:

$$D_i - D_{i-1} \leq 0, \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (92)$$

$$t_i - t_{i-1} \leq 0, \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (93)$$

$$t_{topo} - t_n \leq 0 \quad (94)$$

Visando reduzir o risco de flambagem local, estabelece-se que as relações espessura/diâmetro devem respeitar um valor mínimo:

$$\left(\frac{t}{D}\right)_{\min} - \frac{t_i}{D_i} \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (95)$$

Para que não haja risco de ressonância, a frequência fundamental  $f$  da torre deve estar compreendida em um intervalo seguro, delimitado por um limite inferior  $f_{inf}$  e um limite superior  $f_{sup}$ :

$$f_{inf} - f \leq 0 \quad (96)$$

$$f - f_{sup} \leq 0 \quad (97)$$

Na verificação do ELS de Deformação Excessiva (ELS-DEF), o deslocamento lateral no topo da torre,  $\Delta_{topo,ELS}$ , não deve superar um valor limite  $\Delta_{lim}$  estabelecido:

$$\Delta_{topo,ELS} - \Delta_{lim} \leq 0 \quad (98)$$

Na verificação do ELS de Descompressão (ELS-D), não deve haver tensão de tração no concreto. Assim, adotando sinais positivos para tensões de tração e negativos para compressão, a tensão no concreto na fibra menos comprimida na face de barlavento,  $\sigma_{c,máx,ELS}$ , deve resultar em um valor menor ou igual a zero:

$$\sigma_{c,máx,ELS} \leq 0 \quad (99)$$

Na verificação do ELS de Compressão Excessiva (ELS-CE), a tensão no concreto na fibra mais comprimida na face de sotavento,  $\sigma_{c,mín,ELS}$ , não deve ultrapassar, em módulo, uma tensão limite  $\sigma_{c,lim,CE}$  estabelecida:

$$|\sigma_{c,mín,ELS}| - \sigma_{c,lim,CE} \leq 0 \quad (100)$$

Nas verificações de ELU, a tensão na fibra mais comprimida do concreto,  $\sigma_{c,mín,ELU}$ , não deve superar, em módulo, sua resistência limite à compressão  $\sigma_{c,lim,ELU}$ :

$$|\sigma_{c,mín,ELU}| - \sigma_{c,lim,ELU} \leq 0 \quad (101)$$

e a tensão de tração no cabo de protensão mais tracionado (mais próximo à face de barlavento),  $\sigma_{p,máx,ELU}$ , não deve superar sua resistência limite à tração  $\sigma_{p,lim,ELU}$ :

$$\sigma_{p,máx,ELU} - \sigma_{p,lim,ELU} \leq 0 \quad (102)$$

De forma simplificada, não foram incluídas restrições de fadiga neste modelo. As funções de restrição foram implementadas de forma normalizada, como mostradas na Tabela 11.

Tabela 11 - Funções de restrição normalizadas.

$1 - \frac{D_{i-1}}{D_i} \leq 0$
$1 - \frac{t_{i-1}}{t_i} \leq 0$
$1 - \frac{t_n}{t_{topo}} \leq 0$
$1 - \frac{(t_i/D_i)}{(t/D)_{\min}} \leq 0$
$1 - f/f_{inf} \leq 0$
$f/f_{sup} - 1 \leq 0$
$\frac{\Delta_{topo,ELS}}{\Delta_{lim}} - 1 \leq 0$
$\frac{(\sigma_{c,máx,ELS} + f_{ck})}{f_{ck}} - 1 \leq 0$
$\frac{ \sigma_{c,mín,ELS} }{\sigma_{c,lim,CE}} - 1 \leq 0$
$\frac{ \sigma_{c,mín,ELU} }{\sigma_{c,lim,ELU}} - 1 \leq 0$
$\frac{\sigma_{p,máx,ELU}}{\sigma_{p,lim,ELU}} - 1 \leq 0$

Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.4 Solução do problema de otimização

O problema de otimização apresentado é solucionado, neste trabalho, através de um algoritmo genético disponível no pacote de ferramentas de otimização do software MATLAB. Nele, utiliza-se o algoritmo de penalidade proposto por Deb (2000) para o tratamento das restrições (MATHWORKS, 2021).

Algoritmos Genéticos (AG) pertencem à classe dos métodos de otimização estocásticos e dos métodos conhecidos como evolutivos ou bio-inspirados. Em muitas etapas

de cálculo, utilizam números gerados aleatoriamente, daí sua natureza estocástica, e se baseiam na teoria evolutiva da seleção natural de Darwin, em que apenas os indivíduos com melhor aptidão ao meio sobrevivem, daí serem chamados de evolutivos (ARORA, 2012).

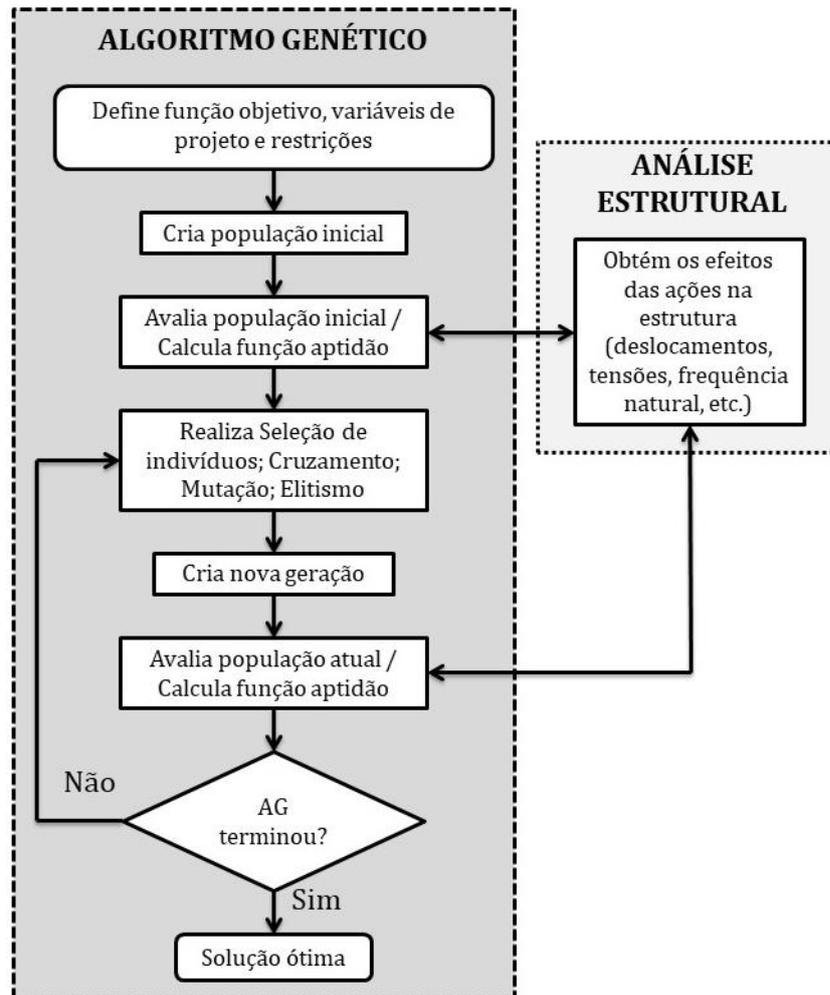
A ideia básica dos AG é partir de um conjunto de potenciais soluções (população inicial) geradas aleatoriamente, usando valores permitidos para cada variável de projeto, onde, para cada solução ou indivíduo, atribui-se um valor que representa sua aptidão. A partir dessa população inicial, um subconjunto de indivíduos é selecionado aleatoriamente, porém com um viés que direciona essa escolha aos mais aptos, e, a partir destes, processos aleatórios, como reprodução, cruzamento (*crossover*) e mutação, são utilizados para gerar novos indivíduos (nova geração). Uma vez que indivíduos mais aptos são utilizados para gerar novos indivíduos, as sucessivas gerações possuem uma maior probabilidade de conter indivíduos com melhor aptidão. O processo é continuado até que um critério de parada seja satisfeito.

Para progredir em direção à solução no processo de busca, os AG utilizam apenas os valores da função objetivo e das funções de restrição, não requerendo o cálculo de gradientes. Continuidade ou diferenciabilidade das funções do problema não são necessárias. Essas características fazem com que os AG sejam bastante genéricos, fáceis de programar e aplicáveis a todos os tipos de problemas.

Uma desvantagem do AG consiste na grande quantidade de cálculos necessários, mesmo para problemas de dimensões razoáveis, uma vez que a cada geração o mesmo número de indivíduos é avaliado, não havendo redução de uma etapa para outra. Esta situação se agrava ainda mais se as funções envolvidas demandarem elevado esforço computacional. Outra desvantagem é que não há garantia de obtenção de um ótimo global, tornando necessário executar o algoritmo diversas vezes, a fim de aumentar a probabilidade de que a solução encontrada seja, de fato, um ótimo global.

Em problemas de otimização estrutural, a rotina de busca da solução ótima precisa estar associada a uma rotina de análise, uma vez que o cálculo da função aptidão depende de uma ou mais respostas da estrutura frente às ações atuantes. Neste trabalho, a interação entre as rotinas de otimização com Algoritmo Genético e de análise estrutural com o Método dos Elementos Finitos é feita conforme o fluxograma apresentado na Figura 22.

Figura 22 - Fluxograma de otimização com AG e MEF.

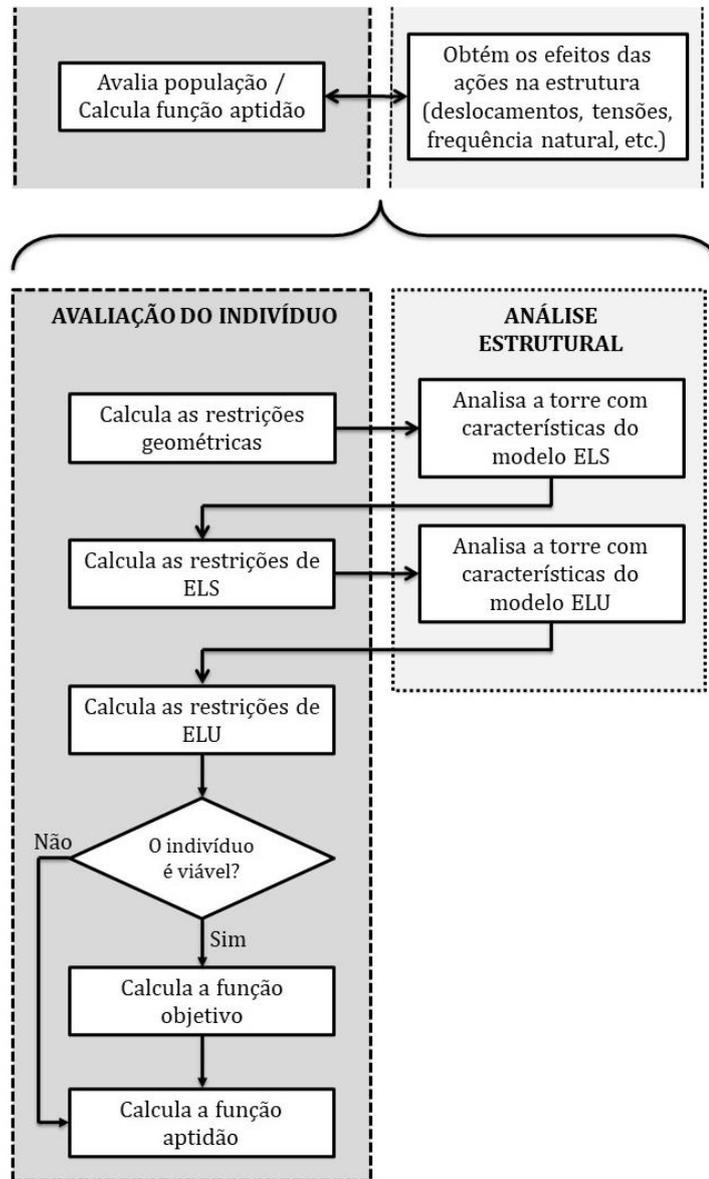


Fonte: Elaborada pelo autor.

Cada vez que uma população é gerada pelo AG, o procedimento de análise é executado com cada indivíduo para determinar suas respostas estruturais e, com isso, permitir que o AG avalie a qualidade destes indivíduos e da população como um todo. Nessas análises, cada indivíduo é analisado duas vezes, sendo uma para verificações de ELS e uma para verificações de ELU. Esta separação em duas análises foi necessária devido às diferenças de modelagem entre as duas situações, no que diz respeito aos modelos constitutivos adotados para os materiais, aos modelos de vento, aos valores das ações atuantes e aos coeficientes parciais de combinação das ações. Os resultados de cada análise são, então, utilizados para cálculo das restrições de ELS e ELU. Já o cálculo das restrições geométricas e da função objetivo independe dos resultados das análises, uma vez que utiliza apenas os valores das variáveis de projeto. Cabe observar ainda que, com o método de penalidade de Deb (2000), a função objetivo é calculada

apenas para os indivíduos viáveis, como será explicado mais adiante. Assim, o fluxo das etapas de avaliação dos indivíduos foi organizado neste trabalho da maneira indicada na Figura 23.

Figura 23 – Fluxograma das avaliações de indivíduos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Uma vez que algoritmos genéticos são métodos de busca genéricos, muitas aplicações de AGs a problemas de otimização com restrição utilizam a abordagem da função penalidade para tratar as restrições. Muitos métodos que utilizam essa abordagem envolvem uma quantidade de parâmetros de penalidade que devem ser definidos adequadamente em cada problema para obter soluções viáveis.

Para o tratamento de restrições de desigualdade em problemas de minimização, a função aptidão  $F(\mathbf{x})$ , a ser minimizada, é definida como a soma da função objetivo  $f(\mathbf{x})$  com um termo de penalidade que depende da violação das restrições  $\langle g_j(\mathbf{x}) \rangle$ :

$$F(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m R_j \langle g_j(\mathbf{x}) \rangle^2 \quad (103)$$

onde  $R_j$  é o parâmetro de penalidade da  $j$ -ésima restrição de desigualdade, e o operador  $\langle \ \rangle$  denota o valor do operando, caso este seja positivo, e zero, caso contrário.

O objetivo do parâmetro de penalidade é tornar a violação da restrição da mesma ordem de grandeza da função objetivo. Restrições de igualdade são normalmente tratadas pela conversão em restrições de desigualdade.

Entretanto, há dois problemas associados a essa abordagem: o primeiro é que a função aptidão se torna dependente dos parâmetros de penalidade, o que faz com que os usuários precisem fazer muitos testes para calibrar corretamente esses parâmetros; e o segundo é que a inclusão do termo de penalidade distorce a função objetivo, podendo dificultar a busca pela solução ótima.

Para solucionar estes problemas, Deb (2000) propôs um método para tratamento de restrições que também adiciona um termo à função objetivo para penalizar soluções inviáveis, porém sem utilizar um parâmetro de penalidade. Em sua estratégia, utiliza-se um operador de seleção por torneio, onde duas soluções são comparadas por vez, e os seguintes critérios são sempre forçados:

- a) qualquer solução viável é preferível a qualquer solução inviável;
- b) entre duas soluções viáveis, a que tiver melhor função objetivo é preferível;
- c) entre duas soluções inviáveis, a que tiver menores violações de restrições é preferível.

Com essas considerações, o autor propôs que a função aptidão  $F(\mathbf{x})$  de um indivíduo de uma população seja:

- a) igual à sua função objetivo  $f(\mathbf{x})$ , caso ele seja viável;
- b) igual à função objetivo do pior indivíduo viável desta população,  $f_{max}$ , mais uma soma das violações das restrições do indivíduo, caso ele seja inviável.

Matematicamente, a função aptidão fica expressa por:

$$F(\mathbf{x}) = \begin{cases} f(\mathbf{x}) & \text{se } g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, m \\ f_{max} + \sum_{j=1}^m \langle g_j(\mathbf{x}) \rangle & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (104)$$

Essa estratégia faz com que indivíduos nunca sejam comparados em termos da função objetivo e da violação da restrição ao mesmo tempo, eliminando a necessidade de ajustar a ordem de grandeza dessas funções e, por consequência, de utilizar um parâmetro de penalidade explícito, como na Eq. (103). Outra vantagem deste método consiste em evitar o trabalho de se calcular a função objetivo de indivíduos inviáveis, já que eles não serão utilizados na prática. Cabe observar que, se nenhum indivíduo viável existe na população,  $f_{max}$  é igual a zero. Ainda, para evitar qualquer viés de qualquer restrição em particular, todas as restrições devem ser normalizadas.

## 5 APLICAÇÕES

Seis exemplos foram utilizados para demonstrar a aplicação do modelo de otimização proposto neste trabalho, cujas soluções são obtidas combinando Algoritmos Genéticos com análises pelo Método dos Elementos Finitos. Em todos os casos, considerou-se que o modelo da torre possui apoios fixos de translação na base, e uma mola rotacional de rigidez  $2,05 \times 10^{11}$  Nm/rad. Este valor foi o mesmo utilizado por LaNier (2005) na análise e no dimensionamento de uma torre de concreto protendido que suporta uma turbina eólica de 5 MW, e foi calculado por meio do método da mola equivalente recomendado pelo órgão estadunidense FHWA (*Federal Highway Administration*), considerando uma sapata quadrada de lado 20,42 m, assente a uma profundidade de 3,658 m, sobre um solo suposto como um meio elástico semi-infinito, de módulo de cisalhamento igual a 20,7 MPa e coeficiente de Poisson 0,35.

LaNier (2005) salienta que, no caso de o projeto ser elaborado para um local específico, as propriedades do solo devem ser determinadas por ensaios geotécnicos. No presente trabalho não foram dimensionadas as fundações das torres, tampouco foi definido um local específico para implantação dessas estruturas, de maneira que o valor do coeficiente de mola supracitado foi adotado, de forma simplificada, como um valor de referência. As demais características dos exemplos são apresentadas nas seções a seguir.

### 5.1 Características da turbina

As características da turbina utilizada nas otimizações estão mostradas na Tabela 12. Trata-se de uma das turbinas utilizadas por LaNier (2005) para o dimensionamento de uma torre eólica de concreto protendido.

Tabela 12 - Características da turbina.

Potência da Turbina	5 MW
Velocidade de Rotação do Rotor	11,2 rpm (0,187 Hz)
Intervalo de Frequência de Operação (1,1P~2,6P)	0,205 Hz a 0,485 Hz
Diâmetro do Rotor	128 m
Massa do Conjunto Rotor-Nacele	480076 kg
Altura do Cubo	100 m
Classe da IEC	IIB

Fonte: Adaptado de LaNier (2005).

## 5.2 Características dos materiais

Neste trabalho, utilizou-se o trabalho de Gama (2015) como principal referência para a escolha dos modelos constitutivos dos materiais envolvidos nas torres aqui estudadas, pelo fato de o autor trazer à luz algumas considerações interessantes a respeito dos diagramas tensão-deformação da norma brasileira a serem utilizados nas verificações de ELS e ELU, e sua aplicabilidade para estruturas de torres eólicas protendidas.

O primeiro aspecto é que, de acordo com a NBR 6118:2014 (ABNT, 2014), a tensão de pico do diagrama tensão-deformação parábola-retângulo do concreto à compressão deve possuir valores distintos para duas situações no ELU, a saber: o cálculo dos esforços internos e deformações considerando os efeitos de 2ª ordem e a verificação da capacidade resistente da seção crítica do elemento estrutural. Enquanto a tensão de pico na segunda situação é igual a  $0,85f_{cd}$ , na primeira situação deve-se utilizar um valor 30% maior, igual a  $1,1f_{cd}$ , com  $f_{cd}$  obtido da divisão do  $f_{ck}$  pelo coeficiente de minoração  $\gamma_m$ . Como esclarece Gama (2015), essa majoração, que consta na norma brasileira, foi proposta inicialmente por França (1998), e tem como objetivo aplicar uma penalidade menor à rigidez do elemento estrutural, ao considerar que o valor de  $0,85f_{cd}$  é demasiado a favor da segurança para ser considerado no elemento por completo, devendo ser utilizado apenas para a seção crítica quando da verificação de sua capacidade resistente.

O segundo aspecto é que a colaboração do concreto entre fissuras pode desempenhar um papel importante nas análises não lineares de estruturas esbeltas, como torres eólicas, reduzindo, possivelmente de forma significativa, os deslocamentos e os esforços solicitantes. Dessa maneira, ainda que, na norma brasileira, o diagrama tensão-deformação do concreto na tração não possua um trecho descendente, e que sua resistência à tração seja totalmente desprezada para análises no ELU, Gama (2015) considera a resistência à tração do concreto nas análises não lineares de torres eólicas no ELU, adotando um ramo ascendente linear até uma tensão de pico igual a  $1,1f_{ctd}$ , seguido de um ramo descendente proposto por Araújo (2003).

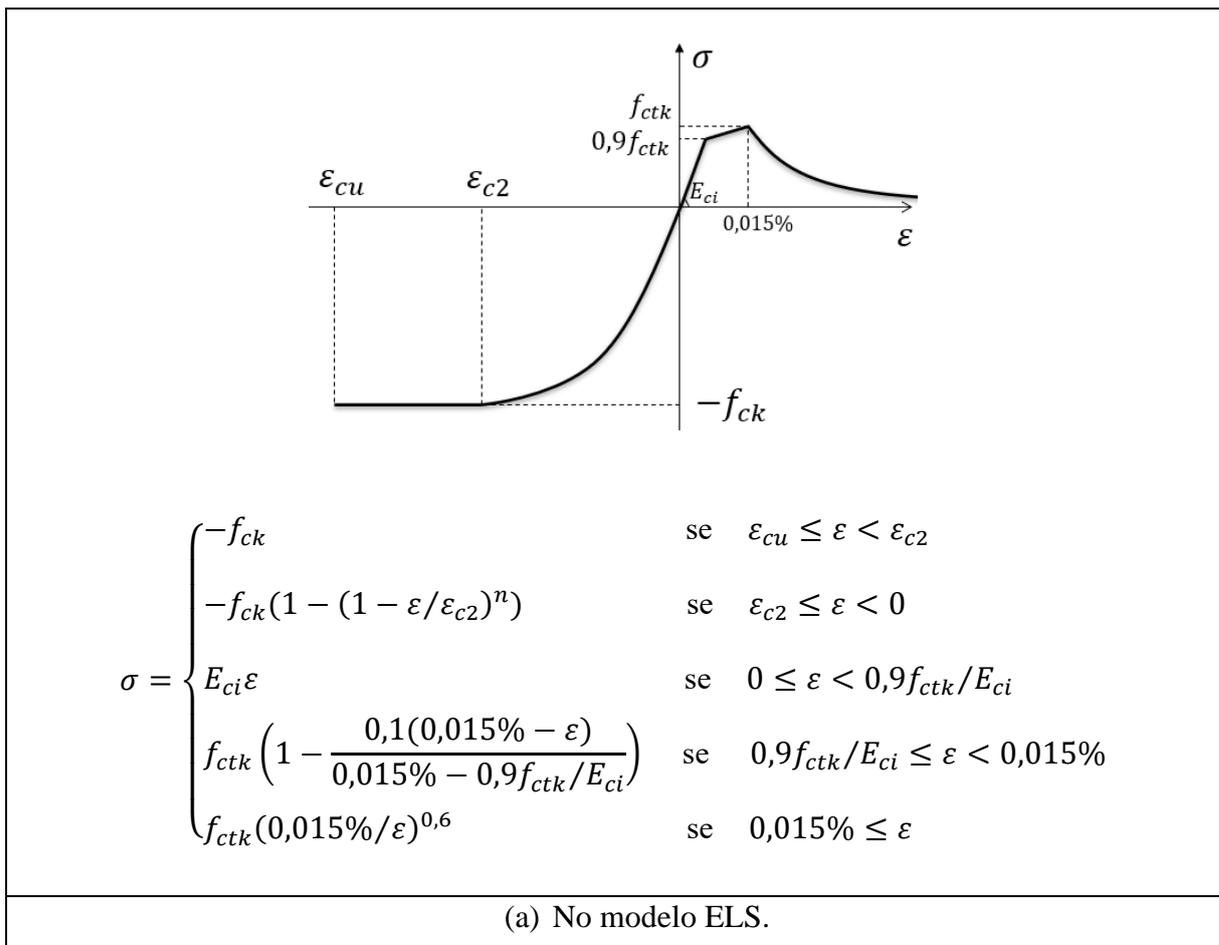
Baseado nas considerações de Gama (2015), no presente trabalho, para o comportamento do concreto em serviço, foi adotado o diagrama parábola-retângulo da NBR 6118:2014 na compressão, com tensão de pico igual a  $f_{ck}$ , em módulo. Para a tração, foi adotado o diagrama bilinear dessa mesma norma para o trecho ascendente, com tensão de pico igual a  $f_{ctk,inf}$ , e a curva proposta por Araújo (2003) para o trecho descendente. Para o comportamento do concreto para as análises de ELU, foi adotado o diagrama parábola-retângulo da NBR

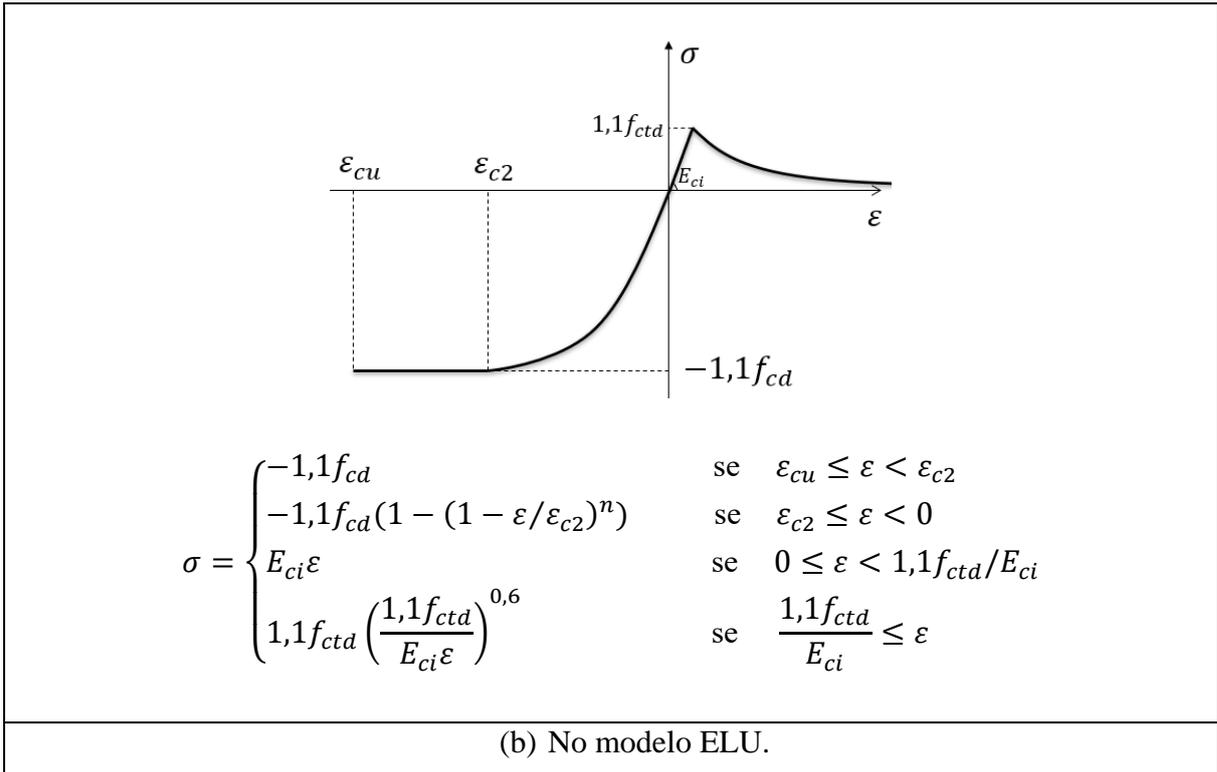
6118:2014 na compressão, com tensão de pico igual a  $1,1f_{ck}/1,4$ , em módulo. Para a tração, foi adotado um diagrama linear até a tensão de pico  $1,1f_{ctk,inf}/1,4$  para o trecho ascendente, e a curva proposta por Araújo (2003) para o trecho descendente.

Para o aço de armadura passiva, foi adotado o diagrama elastoplástico perfeito conforme a NBR 6118:2014, onde a tensão de pico é igual a  $f_{yk}$  para as análises de ELS, e  $f_{yk}/1,15$  para ELU. Já para o aço de protensão, foi adotado o diagrama elastoplástico com endurecimento da NBR 6118:2014, onde as tensões de escoamento e última são, respectivamente,  $f_{pyk}$  e  $f_{ptk}$  no ELS, e  $f_{pyk}/1,15$  e  $f_{ptk}/1,15$  no ELU.

Os diagramas tensão-deformação adotados nos exemplos deste capítulo estão mostrados na Figura 24, na Figura 25 e na Figura 26, e os parâmetros adotados estão mostrados na Tabela 13.

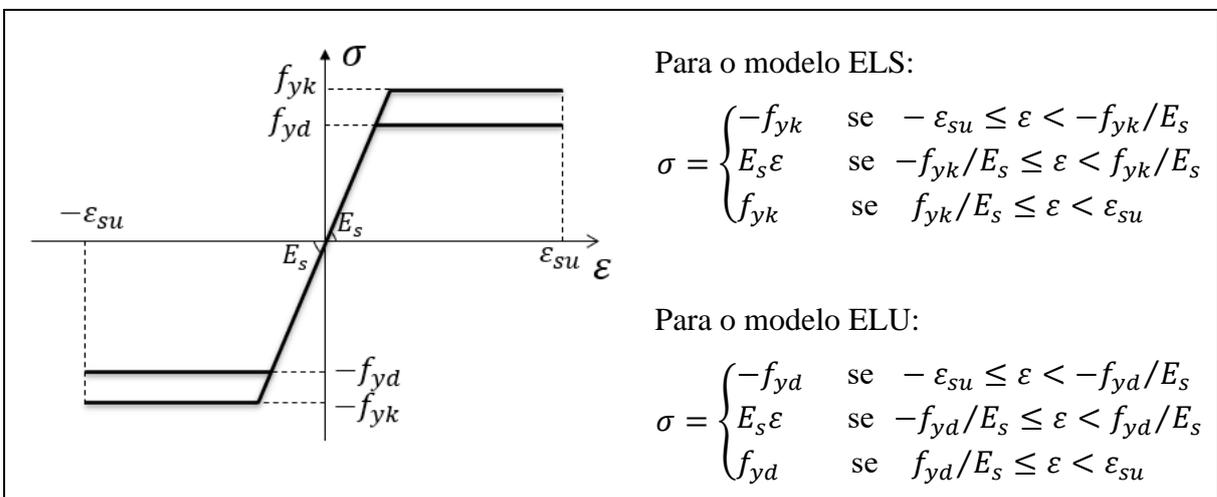
Figura 24 - Diagramas tensão-deformação para o concreto (sem escala).





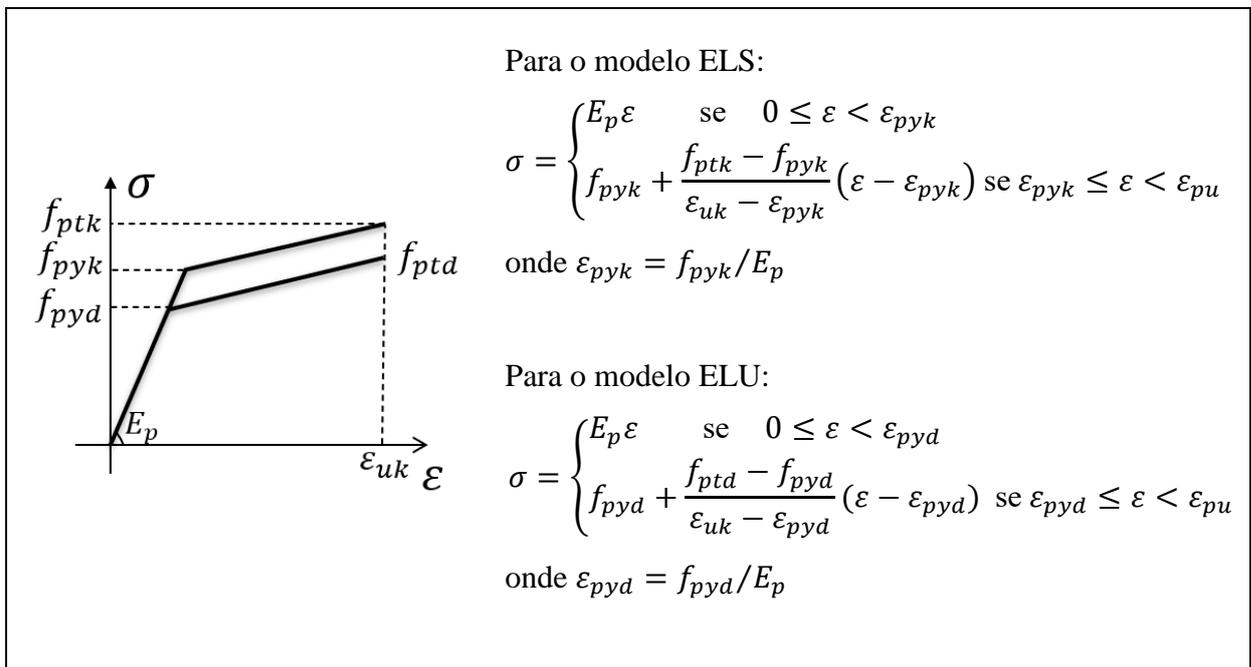
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 25 - Diagramas tensão-deformação para o aço de armadura passiva, nos modelos ELS (tensão de pico igual a  $f_{yk}$ ) e ELU (tensão de pico igual a  $f_{yd}$ ), sem escala.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 26 - Diagramas tensão-deformação para o aço de protensão, nos modelos ELS (tensão de escoamento igual a  $f_{pyk}$ ) e ELU (tensão de escoamento igual a  $f_{pyd}$ ), sem escala.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 13 - Parâmetros para os diagramas tensão-deformação dos materiais.

Concreto	$f_{ck}$	$f_{ctk}$	$\varepsilon_{c2}$	$\varepsilon_{cu}$	$E_{ci}$	$n$
	50 MPa	2,85 MPa	$-2,0 \times 10^{-3}$	$-3,5 \times 10^{-3}$	39,6 GPa	2
Aço de protensão	$f_{pyk}$	$f_{ptk}$	$\varepsilon_{uk}$	$E_p$		
	1690 MPa	1860 MPa	0,03	196,5 GPa		
Aço de armadura passiva	$f_{yk}$	$E_s$	$\varepsilon_{su}$			
	500 MPa	210 GPa	0,01			

Fonte: Elaborada pelo autor.

### 5.3 Características dos carregamentos

As ações atuantes nas torres foram: ações da turbina no topo da torre, oriundas da ação do vento no rotor, do peso próprio do conjunto rotor-nacele, e de operações da turbina, tais como acionamento e desligamento, por exemplo; ações de vento incidindo diretamente na torre ao longo de toda a sua altura; peso próprio da estrutura; e forças de protensão.

As ações da turbina foram aplicadas como cargas estáticas concentradas no nó superior do pórtico, cujos valores foram obtidos de LaNier (2005) para os modelos de vento EWM50 e EOG50, e estão mostrados na Tabela 14.

Tabela 14 - Ações da turbina de 5 MW no topo da torre.

<b>Modelo de Vento</b>	<b>Força de Impulsão (kN)</b>	<b>Momento (kNm)</b>	<b>Força axial de compressão (kN)</b>
EWM50 (ELU)	578,32	28568,27	4709,55
EOG50 (ELS)	1064,72	19337,25	4709,55

Fonte: Adaptado de LaNier (2005).

As ações do vento incidindo diretamente na torre foram tratadas como forças estáticas equivalentes, aplicadas de maneira concentrada nos nós do pórtico. As forças foram calculadas conforme o método apresentado na Seção 3.1 desta dissertação, utilizando os mesmos parâmetros da Tabela 8 e a mesma taxa de amortecimento.

O peso próprio foi calculado para cada elemento de pórtico, multiplicando o respectivo volume de concreto pelo peso específico de 25 kN/m<sup>3</sup>, sendo aplicado como força nodal na base de cada elemento. A força de protensão é aplicada por meio de uma tensão efetiva de 1100 MPa em cada cabo, os quais possuem as características informadas na Tabela 6. O esquema de aplicação das cargas é o mesmo apresentado na Figura 18.

Com base nas combinações adotadas por LaNier (2005), no presente trabalho as ações foram combinadas conforme as Equações (105) e (106), onde as nomenclaturas correspondem às mesmas utilizadas na Seção 3.6 desta dissertação.

$$\text{ELS: } 1,0D + 1,0TWL + 1,0W \quad (105)$$

$$\text{ELU: } 1,2D + 1,35TWL + 1,6W \quad (106)$$

#### 5.4 Parâmetros das otimizações

Os parâmetros da Tabela 15 foram utilizados para cálculo das restrições e da função objetivo.

Tabela 15 - Parâmetros para cálculo das restrições e da função objetivo.

$f_{inf}$	$1,1P = 0,205 \text{ Hz}$	$\sigma_{p,lim,ELU}$	$f_{ptk}/1,15 = 1617,39 \text{ MPa}$
$f_{sup}$	$2,6P = 0,485 \text{ Hz}$	$C_c$	$408,89 \text{ R\$/m}^3$
$\Delta_{lim}$	$2H/400 = 0,50 \text{ m}$	$C_s$	$9,30 \text{ R\$/kg}$
$\sigma_{c,lim,CE}$	$0,6f_{ck} = 30 \text{ MPa}$	$C_p$	$9,9751 \text{ R\$/kg}$
$\sigma_{c,lim,ELU}$	$0,85f_{ck}/1,4 = 30,36 \text{ MPa}$		

Fonte: Elaborada pelo Autor.

Os limites para frequência fundamental foram adotados conforme o intervalo de frequência operacional informado na Tabela 12. Na falta de um critério normativo acerca do limite de deslocamento lateral no topo da torre, optou-se por adotar a expressão utilizada por Gama (2015). A tensão de compressão limite no concreto para verificação do ELS-CE foi adotada conforme LaNier (2005), enquanto a tensão de compressão limite no concreto e a tensão de tração limite no aço de protensão, para verificação do ELU, foram adotadas conforme discutido na Seção 5.2 do presente trabalho. Os custos unitários do concreto e do aço de armadura passiva foram obtidos da tabela do SINAPI de janeiro de 2021 para o estado do Ceará (CAIXA, 2021), onde o custo do concreto é referente ao concreto C50 bombeável, inclusive serviço de bombeamento, e o custo do aço é referente ao aço CA-50 dobrado e cortado nas bitolas 10 a 20 mm. Já o custo unitário do aço de protensão foi obtido da tabela SICRO de julho de 2020 para o Nordeste (DNIT, 2020), onde se utilizou o custo da cordoalha CP190RB de diâmetro 15,2 mm.

Os parâmetros comuns a todos os exemplos de aplicação estão apresentados na Tabela 16, e os valores particulares de cada um estão apresentados na Tabela 17. Na Tabela 16,  $stepD$ ,  $stept$  e  $stepN_p$  são, respectivamente, os incrementos das variáveis  $D$ ,  $t$  e  $N_p$ , e  $MaxStallGenerations$  é um critério de parada do AG, definido por uma quantidade de gerações sucessivas em que não é encontrado um indivíduo melhor do que nas gerações anteriores. Processamento paralelo, uma característica natural dos AGs, foi utilizado para redução do tempo de processamento das otimizações.

Tabela 16 - Parâmetros comuns a todas as otimizações.

$D_{mín}$	3,6 m	$stepN_p$	4
$D_{máx}$	12 m	$MaxStallGenerations$	30
$stepD$	0,20 m	Taxa de Elitismo	5%
$t_{máx}$	0,80 m	Taxa de Cruzamento	80%
$stept$	0,05 m	Taxa de Mutação	20%
$N_{p,mín}$	8	Número de Otimizações	10
$N_{p,máx}$	64	Tolerância às Restrições	$10^{-3}$

Fonte: Elaborada pelo Autor.

Tabela 17 - Parâmetros particulares das otimizações.

<b>Exemplo</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
Número de segmentos	1	1	1	2	2	2
$t_{\min}$	0,2	0,2	0,4	0,2	0,2	0,4
$\left(\frac{t}{D}\right)_{\min}$	-	0,05	0,10	-	0,05	0,10
População Inicial	80	80	80	200	200	200
Número de Gerações	40	40	40	100	100	100

Fonte: Elaborada pelo Autor.

### 5.5 Torre de referência

Para comparação dos resultados das otimizações, utilizou-se como referência uma torre eólica protendida externamente, composta de dois segmentos em formato de tronco de cone, cujas dimensões estão apresentadas na Tabela 18. As características da turbina, dos materiais, carregamentos, coeficientes de ponderação e custos unitários foram as mesmas informadas nas diversas seções deste capítulo.

Tabela 18 - Características da torre de referência.

<b>Segmento</b>	<b>Comprimento</b>	<b>Diâmetro da base (<math>D</math>)</b>	<b>Espessura da base (<math>t</math>)</b>	<b>Quantidade de cabos (<math>N_p</math>)</b>
1	50 m	7,6 m	0,75 m	44
2	50 m	5,6 m	0,70 m	
Topo	-	3,6 m	0,45 m	

Fonte: Elaborada pelo Autor.

Buscou-se adotar características aproximadamente iguais às apresentadas por LaNier (2005) para uma torre de concreto protendido que suporta uma turbina de 5 MW, dimensionada da forma convencional, sem técnicas de otimização. Entretanto, é importante destacar algumas características da torre de LaNier (2005) que diferem das adotadas no presente trabalho, a saber: a torre é protendida internamente; as quantidades de cabo no segmento inferior e no superior são diferentes entre si; ações sísmicas são consideradas; verificações de fadiga dos materiais são efetuadas; e as análises são lineares, com considerações simplificadas das não linearidades física e geométrica.

A torre de referência possui vetor das variáveis de projeto igual a  $\mathbf{x}_{ref} = (7,6; 5,6; 0,75; 0,70; 0,45; 44)^T$ , consiste em uma solução viável, e sua função objetivo, calculada pela Eq. (86), é igual a  $f(\mathbf{x}_{ref}) = 1.194.169,68$ .

## 5.6 Definição da malha

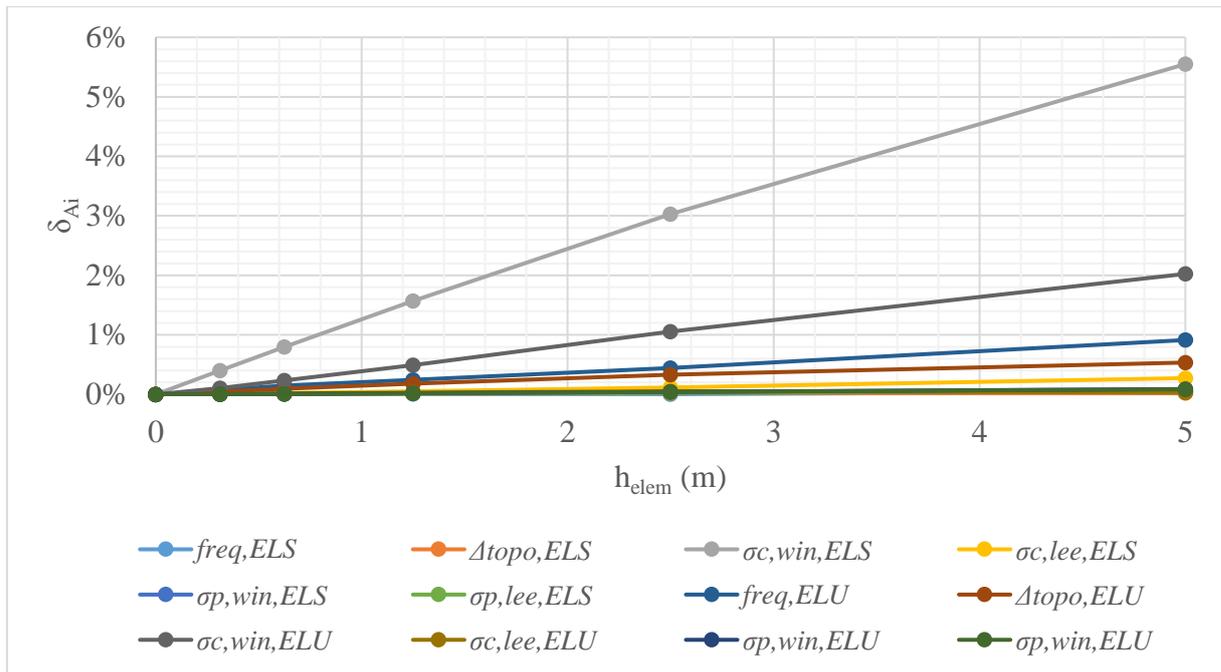
Em se tratando de otimização, em que uma grande quantidade de análises é efetuada, é interessante que o custo computacional de cada análise não seja elevado, o que depende, dentre outros fatores, do número de elementos utilizados na malha. Pode-se dizer que, mantidas as demais características, quanto maior o número de elementos, maior o tempo de processamento da análise. Em contrapartida, quanto maior o número de elementos, maior a precisão dos resultados.

Assim, para definição do número de elementos de pórtico a adotar nas otimizações, foi realizado um estudo de convergência por refinamento  $h$ , conforme o procedimento explicado na Seção 3.5. Iniciou-se com uma malha de 20 elementos de pórtico de igual comprimento, igual a 5 m, e em seguida foram comparados os resultados para malhas de 40, 80, 160 e 320 elementos, resultando em elementos de comprimento  $h_{elem}$  iguais a 2,5 m, 1,25 m, 0,625 m e 0,3125 m, respectivamente.

O estudo de convergência foi feito com a torre de referência apresentada na Seção 5.5, e os resultados foram obtidos para ambas as combinações das Equações (105) e (106). Tais resultados incluem valores de frequência fundamental, deslocamento lateral no topo da torre, tensão normal no concreto nas faces de barlavento (*windward*) e sotavento (*leeward*) a uma altura de 10 m da base, e tensão normal nos cabos de protensão mais próximos às faces de barlavento e sotavento.

Os resultados das diferenças percentuais  $\delta_{Ai}$  versus  $h_{elem}$  estão apresentados no Gráfico 1, em que  $f_{req,ELS}$  e  $\Delta_{topo,ELS}$  são, respectivamente, a frequência fundamental e o deslocamento lateral no topo da torre, considerando as características do ELS;  $\sigma_c$  corresponde à tensão normal no concreto em uma seção a 10 m da base;  $\sigma_p$  corresponde à tensão normal no cabo de protensão; e os subscritos *win* e *lee* correspondem, respectivamente, às faces de barlavento e sotavento.

Gráfico 1 – Estudo de convergência.



Fonte: Elaborado pelo Autor.

É possível observar que todas as grandezas avaliadas apresentaram diferenças pequenas já com a malha de 20 elementos ( $h_{elem} = 5$  m), em que a maior diferença ocorreu para a tensão normal no concreto na face de barlavento no ELS, com valor de 5,55%, sendo este valor reduzido para 3,03% para a malha de 40 elementos ( $h_{elem} = 2,5$  m). Diferenças menores do que 1% em todos os resultados são observadas para malhas com número de elementos maior ou igual a 160 ( $h_{elem} \leq 0,625$  m).

Assim, por um lado, as malhas de 160 e 320 elementos ( $h_{elem}$  igual a 0,625 m e 0,3125 m, respectivamente) geraram resultados com proximidade muito satisfatória dos valores teoricamente mais precisos. Por outro lado, verificou-se que o custo computacional para efetuar uma análise com essas malhas foi inadequado para aplicação em otimização. Tal custo, por sua vez, foi considerado satisfatório com a utilização das malhas de 20 e 40 elementos ( $h_{elem}$  igual a 5 m e 2,5 m, respectivamente).

Considerando que o modelo de otimização proposto nesse trabalho tem o intuito de fornecer soluções para pré-dimensionamento, as quais devem ser utilizadas como base para projetos definitivos mais refinados, é possível admitir que a precisão das malhas de 20 e 40 elementos é, a priori, adequada para o cumprimento desse objetivo, cabendo então escolher entre essas duas opções.

Durante alguns testes das otimizações, observou-se que a tensão  $\sigma_{c,win,ELS}$  costuma ser uma das restrições mais ativas nas otimizações aqui realizadas, tornando-se importante que

o seu resultado possua adequada confiabilidade. Apesar disso, esta grandeza foi a que apresentou as maiores diferenças no estudo de convergência. Considerando todos esses aspectos, optou-se por utilizar malhas de 40 elementos ( $h_{elem} = 2,5$  m) nas otimizações deste trabalho.

## 5.7 Exemplos

### 5.7.1 Torres com um segmento

No Exemplo 1, foi otimizada uma torre em formato de tronco de cone com apenas um segmento, onde foi retirada a restrição para as relações espessura/diâmetro ao longo da torre, dada pela Eq. (95). Já nos Exemplos 2 e 3, essa restrição foi mantida, com o valor de 0,05 para o Exemplo 2, e 0,10 para o Exemplo 3. O objetivo de variar o valor dessa restrição consiste em avaliar se a relação espessura/diâmetro das seções é limitada por alguma das demais restrições do modelo deste trabalho, e obter soluções com relações espessura/diâmetro usualmente encontradas na literatura, uma vez que não foi incluída uma verificação de flambagem local no presente modelo.

Para cada exemplo, foram realizadas 10 otimizações, sendo selecionada a melhor solução e avaliada sua taxa de sucesso, estimada pela quantidade de vezes em que esta solução foi obtida dividida pela quantidade total de otimizações. A Tabela 19 apresenta os resultados das variáveis de projeto e função objetivo para os exemplos 1, 2 e 3, incluindo, ainda, os valores da torre de referência (Ref.), para comparação. Apesar de não fazerem parte das variáveis de projeto, os diâmetros e espessuras da seção do meio da torre, para os Exemplos 1, 2 e 3, foram calculados e inseridos na tabela. Nas células sombreadas, são informadas as diferenças percentuais dos valores de cada exemplo em relação à torre de referência. As taxas de sucesso também são informadas nessa tabela. No Gráfico 2, são apresentadas as variações dos raios externos e internos com a altura  $z$  da torre, para os Exemplos 1 a 3 e para a torre de referência.

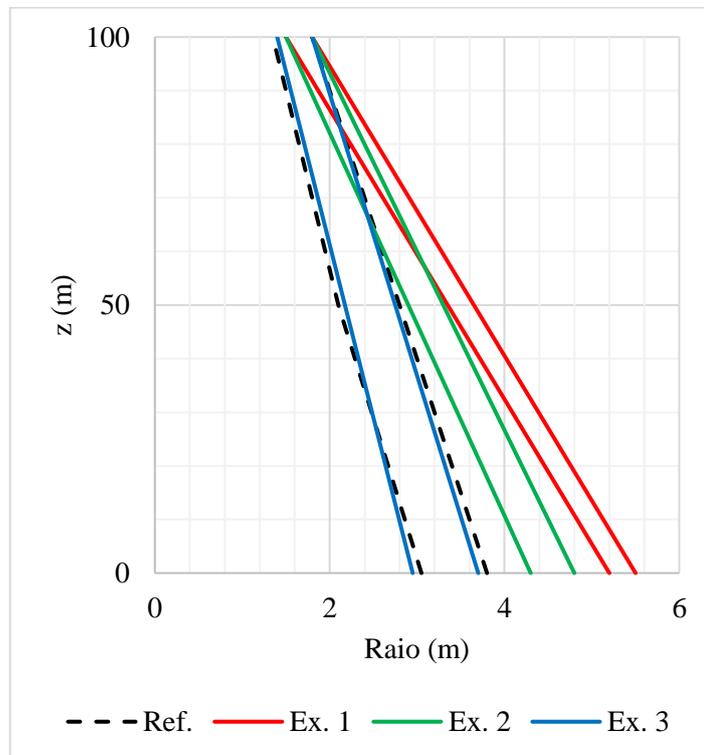
Em relação às variáveis de projeto, observa-se que, com o aumento do valor de  $(t/D)_{min}$ , que ocorre no sentido do Exemplo 1 para o 3, o diâmetro da base diminuiu, enquanto as espessuras e o número de cabos aumentaram. Nessa mesma sequência, houve aumento na função objetivo. No Exemplo 1, o diâmetro da base resultou próximo do valor máximo estabelecido para esta variável (12 m), enquanto as espessuras da base e do topo resultaram próximas do valor mínimo (0,20 m).

Tabela 19 - Variáveis de projeto e função objetivo obtidas para os Exemplos 1, 2 e 3.

Exemplo	Ref.			1			2			3		
	D (m)	t (m)	$N_p$									
Base	7,6	0,75	44	11,0	0,30	20	9,6	0,50	24	7,4	0,75	36
Dif. (%)	-	-	-	45	-60	-55	26	-33	-45	-3	0	-18
Meio	5,6	0,70	-	7,3	0,3	-	6,6	0,4	-	5,5	0,6	-
Dif. (%)	-	-	-	30	-57	-	18	-43	-	-2	-18	-
Topo	3,6	0,45	-	3,6	0,30	-	3,6	0,30	-	3,6	0,40	-
Dif. (%)	-	-	-	0	-33	-	0	-33	-	0	-11	-
$\frac{f(\mathbf{x})}{f(\mathbf{x}_{ref})} =$	1,0000			0,5471			0,6653			0,8531		
Dif. (%)	-			-45,29			-33,47			-14,69		
Taxa de Sucesso	-			50%			80%			70%		

Fonte: Elaborada pelo autor.

Gráfico 2 - Variação dos raios externos e internos ao longo da torre, para os Exemplos 1 a 3.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A torre do Exemplo 3 apresentou dimensões muito próximas da torre de referência, porém um pouco menores. Os diâmetros externos foram praticamente os mesmos, com

diferenças menores ou iguais a 3%, enquanto a espessura na base foi idêntica e a espessura no topo foi 11% menor. Reduções maiores, de 18%, foram observadas para a espessura na seção do meio e para o número de cabos. Já as torres dos Exemplos 1 e 2 apresentaram diâmetros maiores, espessuras menores e números de cabos menores, em comparação com a torre de referência. Em todos os casos, houve redução da função objetivo em relação à torre de referência.

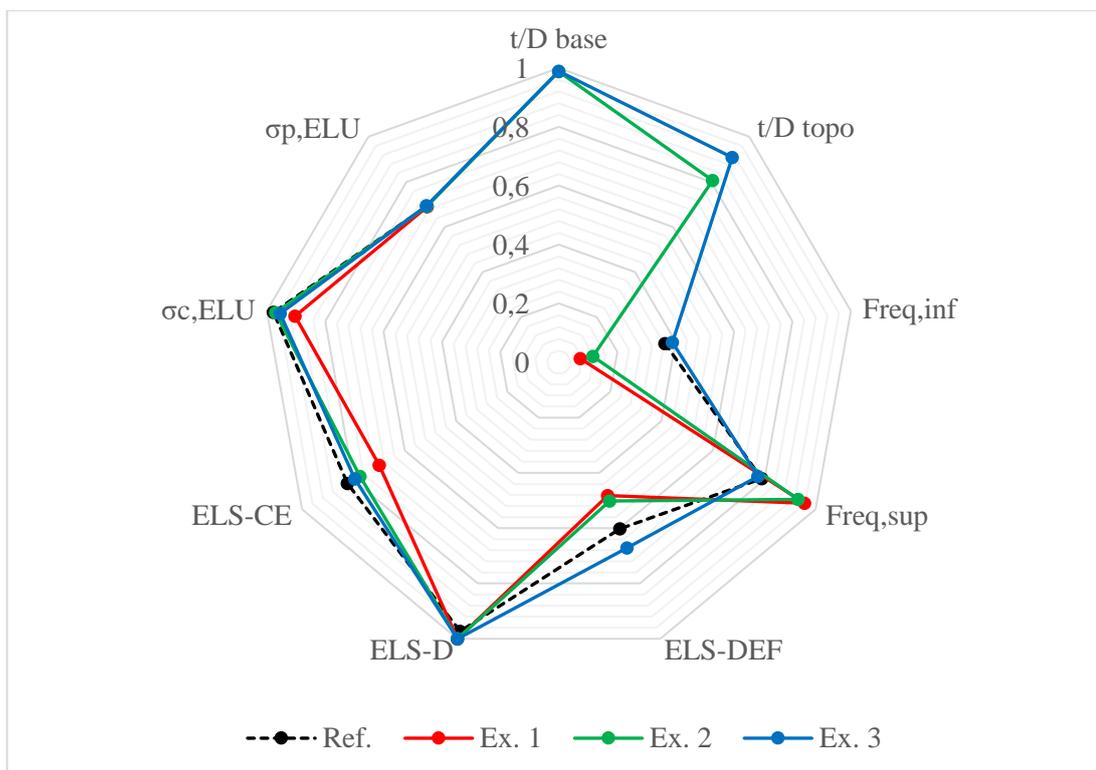
Os valores das restrições e seus percentuais de ativação obtidos nos Exemplos 1, 2 e 3 estão apresentados, respectivamente, na Tabela 20 e no Gráfico 3, juntamente com os valores da torre de referência, para comparação. Na Tabela 20, a restrição de ELS-D, representada pela Eq. (99), foi normalizada com o  $f_{ck}$ , para ajuste de sua ordem de grandeza. Tanto na Tabela 20 quanto no Gráfico 3, as restrições laterais foram omitidas.

Tabela 20 - Valores das restrições obtidos para os Exemplos 1, 2 e 3.

<b>Exemplo</b>	<b>Ref.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
$1 - (t_1/D_1)/(t/D)_{\min} =$	-	-	-0,042	-0,014
$1 - (t_{\text{topo}}/D_{\text{topo}})/(t/D)_{\min} =$	-	-	-0,667	-0,111
$1 - f/f_{\text{inf}} =$	-0,869	-1,265	-1,206	-0,835
$f/f_{\text{sup}} - 1 =$	-0,210	-0,043	-0,068	-0,224
$\Delta_{\text{topo,ELS}}/\Delta_{\text{lim}} - 1 =$	-0,398	-0,518	-0,499	-0,329
$(\bar{\sigma}_{c,\text{máx,ELS}} + f_{ck})/f_{ck} - 1 =$	-0,027	0,000	0,000	0,000
$ \sigma_{c,\text{mín,ELS}} /\sigma_{c,\text{lim,CE}} - 1 =$	-0,176	-0,300	-0,225	-0,206
$ \sigma_{c,\text{mín,ELU}} /\sigma_{c,\text{lim,ELU}} - 1 =$	-0,023	-0,097	-0,030	-0,046
$\sigma_{p,\text{máx,ELU}}/\sigma_{p,\text{lim,ELU}} - 1 =$	-0,308	-0,310	-0,309	-0,306

Fonte: Elaborada pelo autor.

Gráfico 3 – Percentuais de ativação das restrições obtidos para os Exemplos 1, 2 e 3.



Fonte: Elaborado pelo autor.

É possível observar que as restrições de ELS-D e de máxima tensão de compressão no concreto no ELU ( $\sigma_c,ELU$ ) ficaram bastante ativas em todos os exemplos. Já a restrição de frequência inferior (Freq,inf) foi a que resultou menos ativa em todos os exemplos. A restrição de frequência superior (Freq,sup) ficou bastante ativa nos Exemplos 1 e 2, e a restrição de  $t/D$  na base ficou bastante ativa nos Exemplos 2 e 3. A restrição de  $t/D$  no topo também ficou bastante ativa no Exemplo 3, uma vez que o valor dessa restrição foi o menor possível, já que se utilizou a menor espessura permitida (0,40 m). As demais restrições (ELS-DEF, ELS-CE e de tensão máxima no cabo no ELU) não foram críticas em nenhum dos exemplos, tampouco o são na torre de referência.

Em comparação com a torre de referência, pode-se concluir que a rigidez das torres dos Exemplos 1 e 2 resultou bem maior, enquanto a do Exemplo 3 resultou praticamente igual. Essas conclusões podem ser feitas ao observar que a restrição de frequência superior ficou bem mais ativa nos Exemplos 1 e 2 do que nas outras duas torres, assim como a restrição de ELS-DEF ficou bem menos ativa, decorrente da redução dos deslocamentos com o aumento da rigidez. Observa-se, ainda, que a restrição de ELS-CE ficou mais ativa à medida que o número de cabos aumentou.

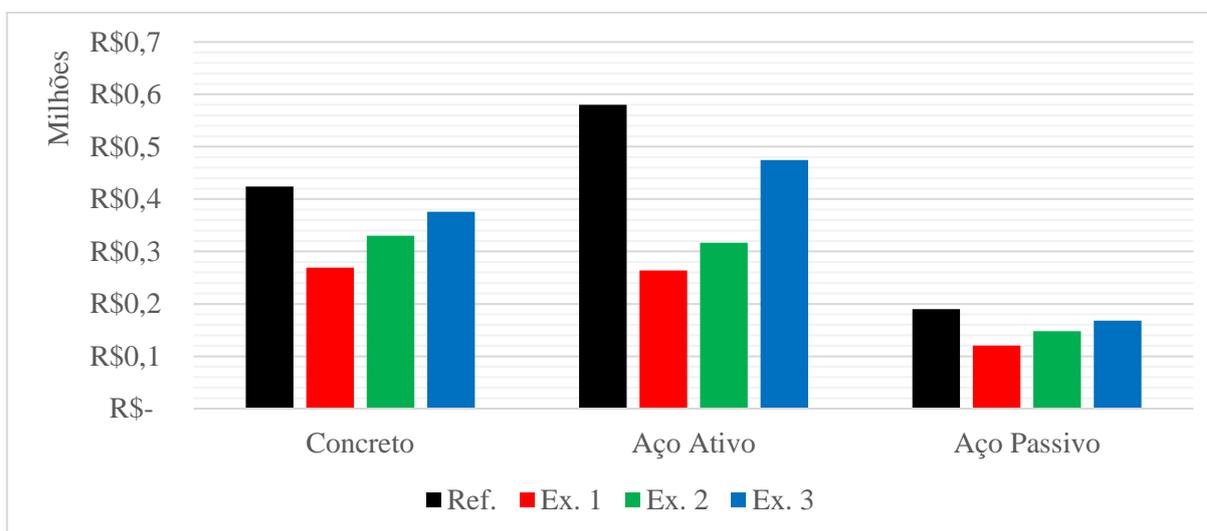
A Tabela 21 e o Gráfico 4 apresentam os custos de materiais obtidos nos Exemplos 1, 2 e 3 e na torre de referência. As células sombreadas apresentam as diferenças entre os valores dos exemplos e da torre de referência.

Tabela 21 - Custos de materiais dos Exemplos 1 a 3, em R\$.

	Ref.	Ex. 1	Dif.	Ex. 2	Dif.	Ex. 3	Dif.
<b>Concreto</b>	424.021,53	269.084,43	-37%	330.162,32	-22%	375.757,18	-11%
<b>Aço Ativo</b>	580.407,18	263.821,44	-55%	316.585,73	-45%	474.878,60	-18%
<b>Aço Passivo</b>	189.740,97	120.409,79	-37%	147.740,90	-22%	168.143,66	-11%
<b>Total</b>	1.194.169,68	653.315,66	-45%	794.488,95	-33%	1.018.779,44	-15%

Fonte: Elaborada pelo autor.

Gráfico 4 - Custos de materiais dos Exemplos 1 a 3.

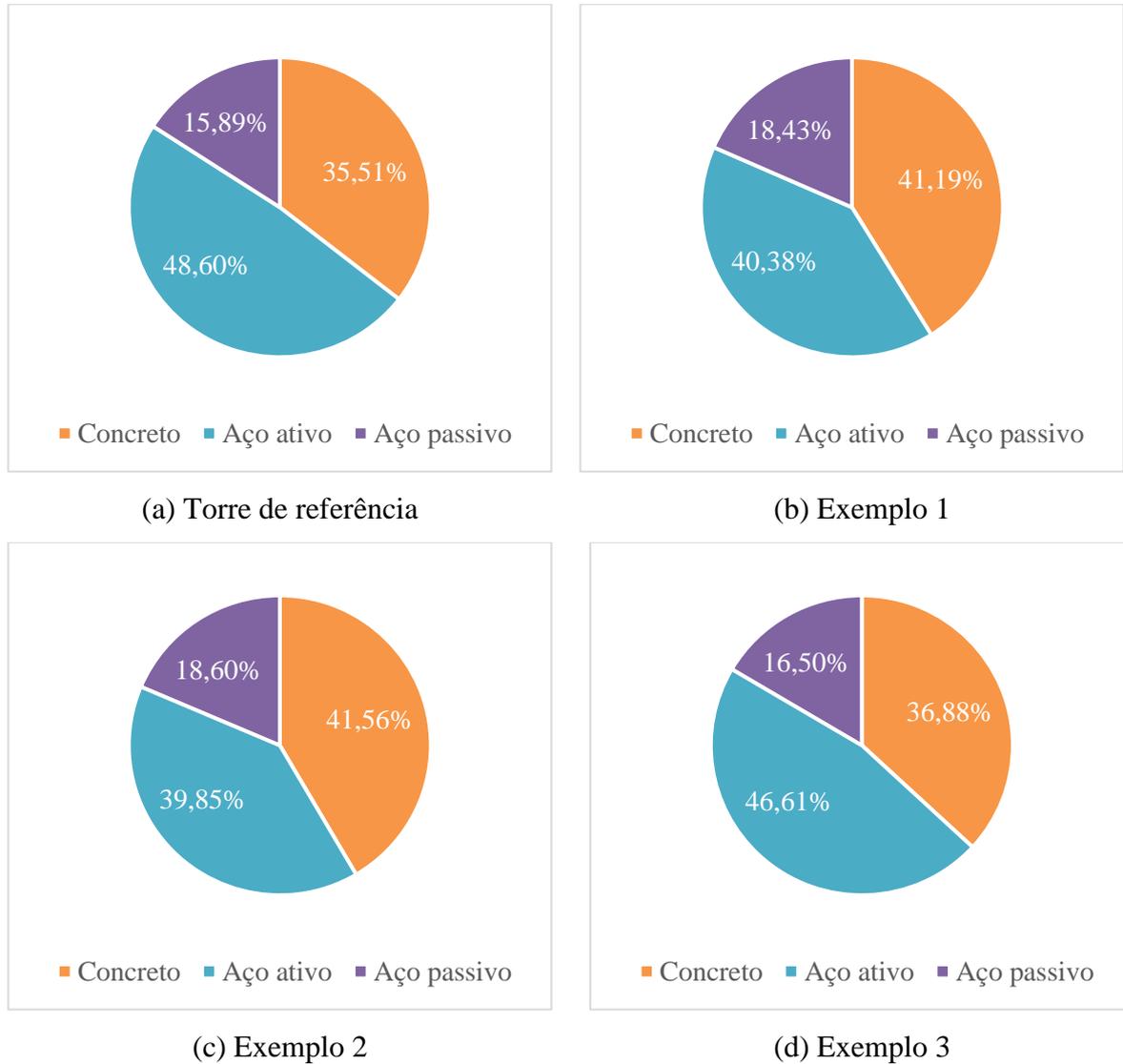


Fonte: Elaborado pelo autor.

É possível observar que, com o aumento do valor de  $(t/D)_{min}$ , que ocorre no sentido do Exemplo 1 para o 3, o consumo dos três materiais aumenta, e que, em comparação com a torre de referência, todos os exemplos apresentaram menores consumos de materiais. É importante destacar que o aumento no consumo de aço passivo está associado ao aumento no consumo de concreto, pois foi utilizada uma taxa constante de aço passivo.

O Gráfico 5 mostra a representatividade dos materiais nos custos totais dos Exemplos 1, 2 e 3, assim como da torre de referência, para comparação.

Gráfico 5 - Representatividade dos materiais nos custos totais dos Exemplos 1 a 3.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se que os Exemplos 1 e 2 apresentaram praticamente as mesmas proporções de materiais, apesar das diferenças nas dimensões dessas duas torres. Em todos os casos, quando comparados com a torre de referência, houve redução da parcela do aço de protensão e aumento nas parcelas de aço passivo e concreto, embora as proporções do Exemplo 3 tenham resultado bastante próximas da torre de referência. Observa-se, ainda, que a parcela de custo do aço de protensão é significativa em todos os casos, representando, no mínimo, 39,85% do custo total.

Os resultados obtidos permitem tecer algumas conclusões acerca do comportamento das soluções ótimas. Percebe-se que, quando não se impõe uma restrição para a relação  $t/D$ , o diâmetro da base tende a aumentar consideravelmente, ao mesmo tempo que sua espessura tende a diminuir bastante. Com isso, obtém-se um elevado momento de inércia

com menor consumo de concreto e, conseqüentemente, de aço passivo. O elevado momento de inércia contribui bastante para prover uma alta rigidez para a estrutura, reduzindo os deslocamentos laterais. Com esse aumento na rigidez da torre, menos cabos de protensão se tornam necessários, reduzindo o custo da solução.

Por outro lado, à medida que a relação  $(t/D)_{\min}$  aumenta, o diâmetro da base tende a diminuir, enquanto sua espessura tende a aumentar. Ocorre que, com a diminuição do diâmetro da base, o momento de inércia reduz, diminuindo a rigidez da estrutura. Para compensar essa redução, são necessários mais cabos de protensão e maiores espessuras, o que eleva o consumo dos materiais e, conseqüentemente, o custo total.

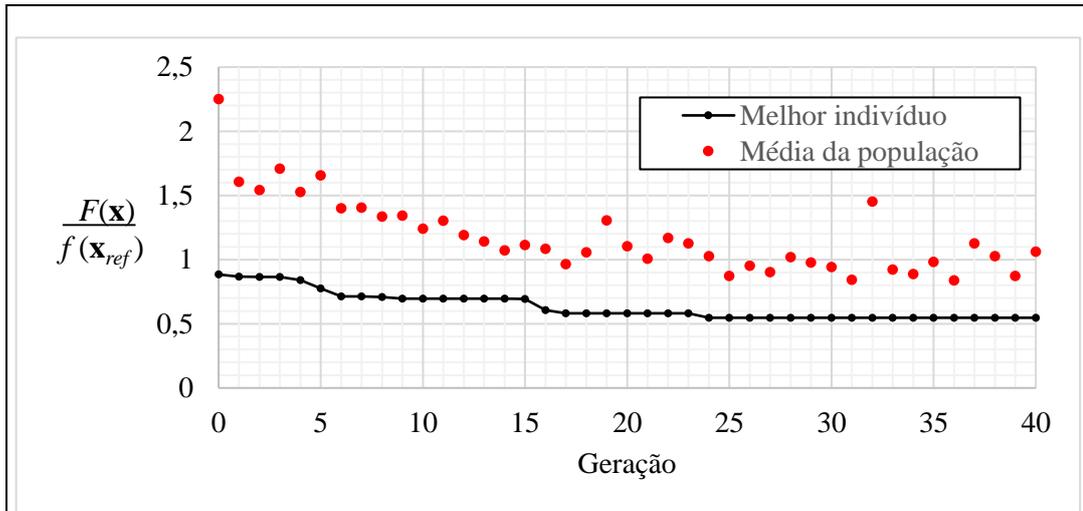
O Gráfico 6 apresenta as evoluções das otimizações dos Exemplos 1, 2 e 3. Os exemplos mostrados no gráfico referem-se às melhores soluções encontradas em 10 otimizações. Como a melhor solução foi encontrada mais de uma vez em cada exemplo, escolheu-se arbitrariamente uma dessas soluções, apenas para ilustrar o processo de evolução das gerações com o AG.

Pode-se observar que, em todos os gráficos apresentados, pelo menos um indivíduo viável foi gerado na população inicial, visto que, caso contrário,  $f_{\max}$  seria nulo e o melhor indivíduo dessa população teria um valor muito pequeno para a função aptidão, igual à soma das restrições violadas, conforme a Eq. (104). Observa-se, ainda, que as primeiras gerações são as que apresentam melhoria mais significativa, o que ocorre devido ao início dos processos de cruzamento e elitismo a partir da primeira geração, reduzindo a aleatoriedade do processo.

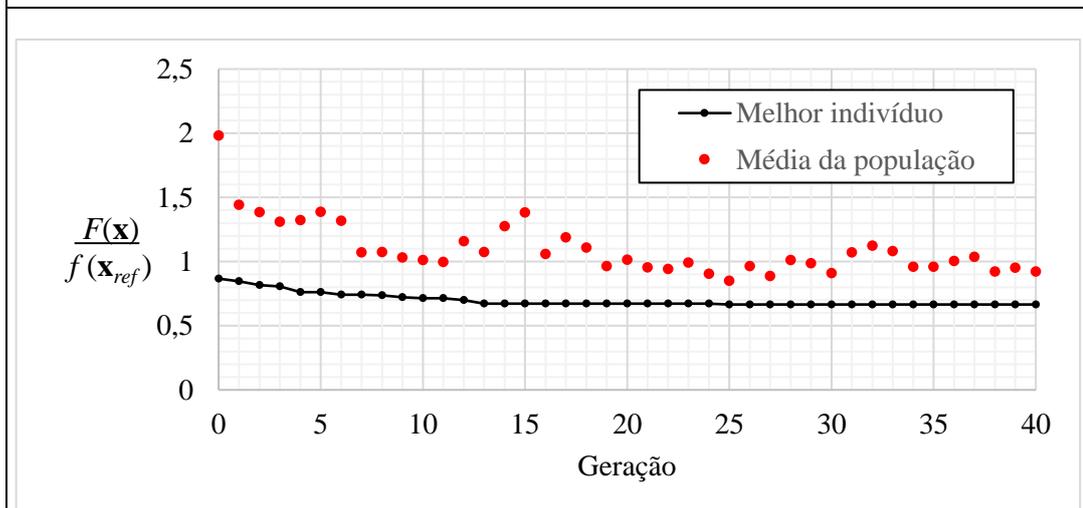
A sucessiva melhoria após as primeiras gerações é mais perceptível no Exemplo 1, um pouco menos no Exemplo 2, e pouco perceptível no Exemplo 3. Ocorre que, conforme a relação  $(t/D)_{\min}$  aumenta, menos indivíduos viáveis passam a existir no espaço de busca, dificultando a busca por soluções cada vez melhores. Pelos aumentos pontuais na média da população, é possível observar o efeito da mutação na tentativa de diversificar a população.

Em todos os gráficos apresentados, a solução ótima foi encontrada no mínimo 15 gerações antes do máximo de gerações estabelecido, demonstrando uma boa convergência do otimizador, ainda que não se possa ter certeza de que se trata de um ótimo global. As elevadas taxas de sucesso, entretanto, tornam altas as probabilidades de que as soluções encontradas sejam, de fato, ótimos globais.

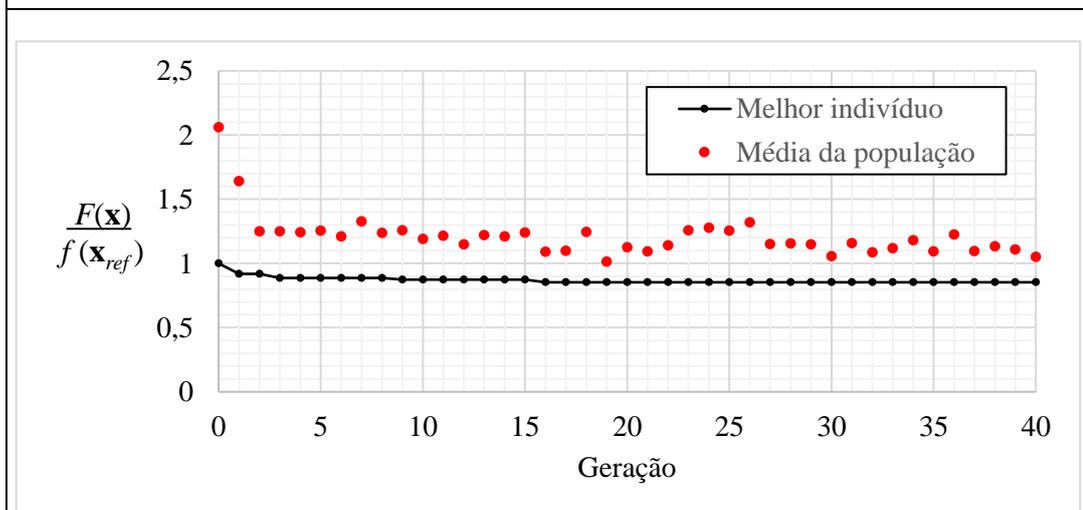
Gráfico 6 - Evoluções das otimizações dos Exemplos 1 a 3.



(a) Exemplo 1



(b) Exemplo 2



(c) Exemplo 3

Fonte: Elaborado pelo autor.

### 5.7.2 Torres com dois segmentos

Os Exemplos 4, 5 e 6 são análogos aos Exemplos 1, 2 e 3, com diferenças apenas no número de segmentos, no tamanho da população e no número de gerações. No Exemplo 4, foi otimizada uma torre em formato de tronco de cone com dois segmentos de mesma altura, onde foi retirada a restrição para as relações espessura/diâmetro ao longo da torre, dada pela Eq. (95). Já nos Exemplos 5 e 6, também com dois segmentos, essa restrição foi mantida, com o valor de 0,05 para o Exemplo 5, e 0,10 para o Exemplo 6.

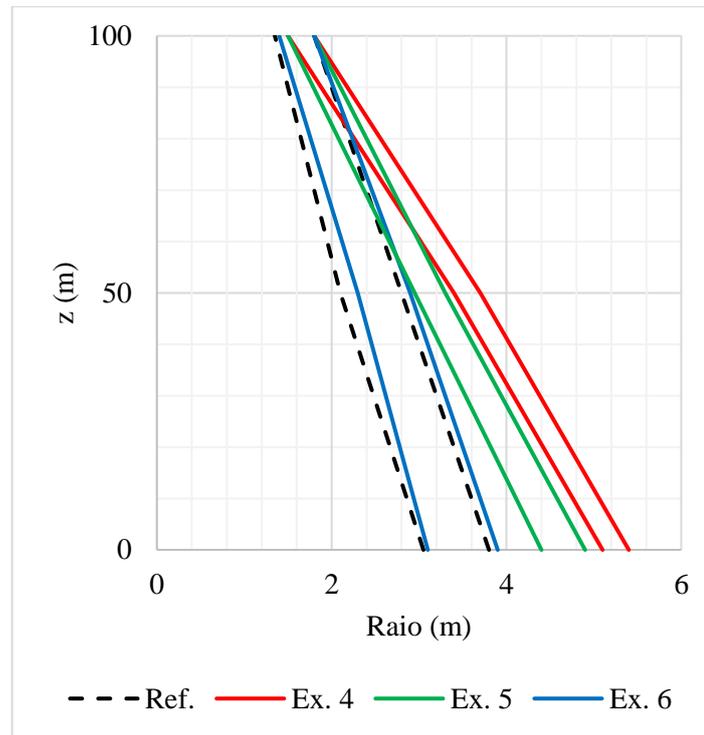
Para cada exemplo, foram realizadas 10 otimizações, sendo selecionada a melhor solução e estimada sua taxa de sucesso da mesma maneira que nos Exemplos 1 a 3. A Tabela 22 apresenta os resultados das variáveis de projeto e função objetivo para os Exemplos 4, 5 e 6, incluindo, ainda, os valores da torre de referência (Ref.), para comparação. Nas células sombreadas, são informadas as diferenças percentuais dos valores de cada exemplo em relação à torre de referência. As taxas de sucesso também são informadas nessa tabela. No Gráfico 7, são apresentadas as variações dos raios externos e internos com a altura  $z$  da torre, para os Exemplos 4 a 6 e para a torre de referência.

Tabela 22 - Variáveis de projeto e função objetivo obtidas para os Exemplos 4, 5 e 6.

<b>Exemplo</b>	<b>Ref.</b>			<b>4</b>			<b>5</b>			<b>6</b>		
Seção	$D$ (m)	$t$ (m)	$N_p$	$D$ (m)	$t$ (m)	$N_p$	$D$ (m)	$t$ (m)	$N_p$	$D$ (m)	$t$ (m)	$N_p$
Base	7,6	0,75	44	10,8	0,30	20	9,8	0,50	24	7,8	0,80	32
Dif. (%)	-	-	-	42	-60	-55	29	-33	-45	3	7	-27
Meio	5,6	0,70	-	7,4	0,30	-	6,6	0,35	-	5,8	0,60	-
Dif. (%)	-	-	-	32	-57	-	18	-50	-	4	-14	-
Topo	3,6	0,45	-	3,6	0,30	-	3,6	0,30	-	3,6	0,40	-
Dif. (%)	-	-	-	0	-33	-	0	-33	-	0	-11	-
$\frac{f(\mathbf{x})}{f(\mathbf{x}_{ref})} =$	1,0000			0,5471			0,6462			0,8531		
Dif. (%)	-			-45,29			-35,38			-14,69		
Taxa de Sucesso	-			10%			10%			50%		

Fonte: Elaborada pelo autor.

Gráfico 7 - Variação dos raios externos e internos ao longo da torre, para os Exemplos 4 a 6.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Novamente, observa-se que, com o aumento do valor de  $(t/D)_{min}$ , que desta vez ocorre no sentido do Exemplo 4 para o 6, o diâmetro da base diminuiu, enquanto as espessuras e o número de cabos aumentaram. Nessa mesma sequência, houve aumento na função objetivo. No Exemplo 4, o diâmetro da base resultou próximo do valor máximo estabelecido para esta variável (12 m), enquanto as espessuras da base e do topo resultaram próximas do valor mínimo (0,20 m).

A torre do Exemplo 6 apresentou dimensões muito próximas da torre de referência, com diâmetros um pouco maiores em toda a extensão da torre, e espessuras um pouco menores a partir da metade superior. Os diâmetros externos foram praticamente os mesmos, com diferenças menores ou iguais a 4%, assim como a espessura na base, que foi apenas 7% maior. Reduções um pouco maiores, de 14% e 11%, foram observadas para as espessuras na seção do meio e do topo, respectivamente, bem como o número de cabos, que reduziu de maneira mais significativa (27%). Já as torres dos Exemplos 5 e 6 apresentaram diâmetros maiores, espessuras menores e números de cabos menores, em comparação com a torre de referência. Em todos os casos, houve redução da função objetivo em relação à torre de referência.

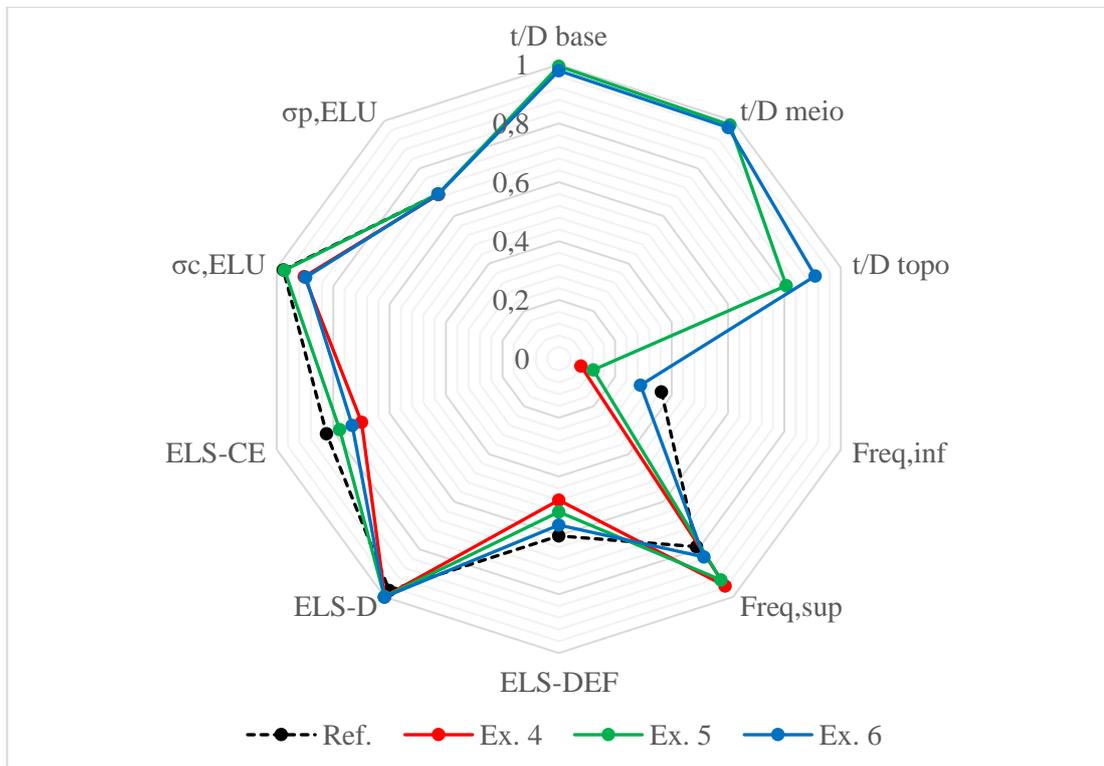
Os valores das restrições e seus percentuais de ativação obtidos nos Exemplos 4, 5 e 6 estão apresentados, respectivamente, na Tabela 23 e no Gráfico 8, juntamente com os valores da torre de referência, para comparação.

Tabela 23 - Valores das restrições obtidos para os Exemplos 4, 5 e 6.

Exemplo	Ref.	4	5	6
$1 - (t_1/D_1)/(t/D)_{\min} =$	-	-	-0,020	-0,026
$1 - (t_2/D_2)/(t/D)_{\min} =$	-	-	-0,061	-0,034
$1 - (t_{\text{topo}}/D_{\text{topo}})/(t/D)_{\min} =$	-	-	-0,667	-0,111
$1 - f/f_{\text{inf}} =$	-0,869	-1,259	-1,199	-0,970
$f/f_{\text{sup}} - 1 =$	-0,210	-0,045	-0,071	-0,167
$\Delta_{\text{topo,ELS}}/\Delta_{\text{lim}} - 1 =$	-0,398	-0,520	-0,480	-0,435
$(\sigma_{c,\text{máx,ELS}} + f_{ck})/f_{ck} - 1 =$	-0,027	-0,002	0,000	0,000
$ \sigma_{c,\text{mín,ELS}} /\sigma_{c,\text{lim,CE}} - 1 =$	-0,176	-0,301	-0,223	-0,267
$ \sigma_{c,\text{mín,ELU}} /\sigma_{c,\text{lim,ELU}} - 1 =$	-0,023	-0,098	-0,027	-0,103
$\sigma_{p,\text{máx,ELU}}/\sigma_{p,\text{lim,ELU}} - 1 =$	-0,308	-0,310	-0,308	-0,308

Fonte: Elaborada pelo autor.

Gráfico 8 – Percentuais de ativação das restrições obtidos para os Exemplos 4, 5 e 6.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Da mesma forma como ocorreu nos Exemplos 1, 2 e 3, as restrições de ELS-D e de máxima tensão de compressão no concreto no ELU ( $\sigma_c, \text{ELU}$ ) ficaram bastante ativas nos Exemplos 4 a 6, enquanto a restrição de frequência inferior (Freq,inf) foi a menos ativa. A restrição de frequência superior (Freq,sup) ficou bastante ativa nos Exemplos 4 e 5, e as restrições de  $t/D$  na base e no meio ficaram bastante ativas nos Exemplos 5 e 6. A restrição de  $t/D$  no topo também ficou bastante ativa no Exemplo 6, onde foi utilizada a menor espessura permitida (0,40 m). As demais restrições (ELS-DEF, ELS-CE e de tensão máxima no cabo no ELU) não foram críticas em nenhum dos exemplos, tampouco o são na torre de referência.

Em comparação com a torre de referência, a rigidez das torres dos Exemplos 4 e 5 resultou maior, enquanto a do Exemplo 6 resultou muito próxima. Observa-se que, diferentemente do que ocorreu nos Exemplos 1 a 3, nos Exemplos 4 a 6 não é possível afirmar que a restrição de ELS-CE ficou mais ativa à medida que o número de cabos aumentou, pois seu valor resultou maior (em módulo) no Exemplo 6, com 32 cabos, do que no 5, com 24 cabos. Apesar de a força de protensão ser maior no Exemplo 6 do que no 5, suas seções possuem maior área, o que pode ter levado a uma menor tensão de compressão no concreto.

A Tabela 24 e o Gráfico 9 apresentam os custos de materiais obtidos nos Exemplos 4, 5 e 6 e na torre de referência. As células sombreadas apresentam as diferenças entre os valores dos exemplos e da torre de referência.

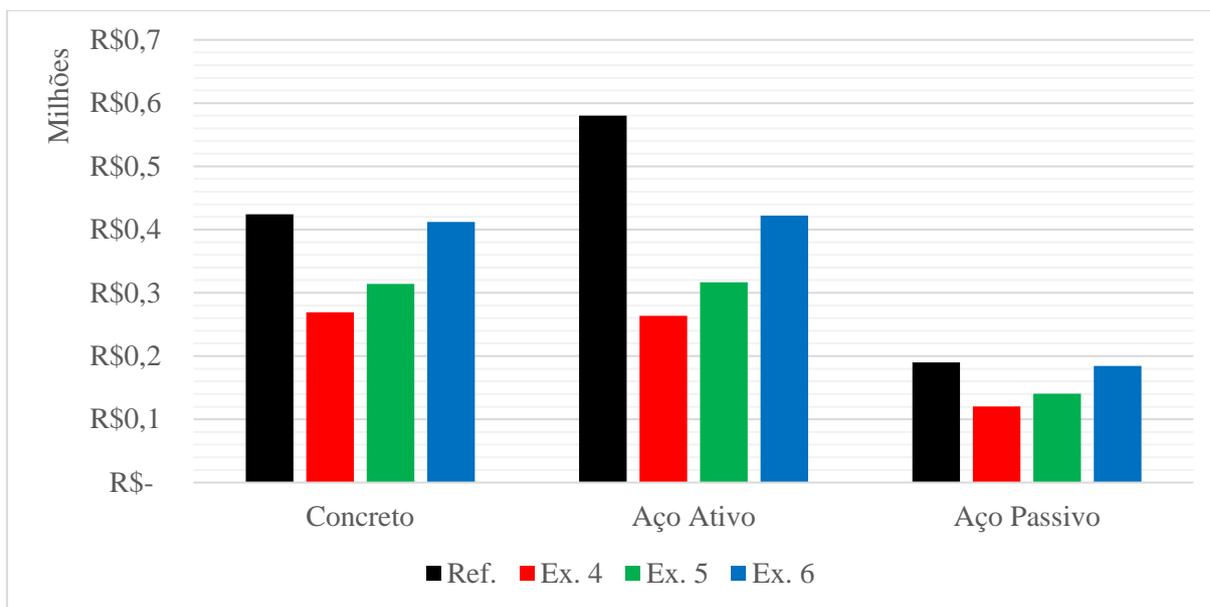
Tabela 24 - Custos de materiais dos Exemplos 4 a 6, em R\$.

	<b>Ref.</b>	<b>Ex. 4</b>	Dif.	<b>Ex. 5</b>	Dif.	<b>Ex. 6</b>	Dif.
<b>Concreto</b>	424.021,53	269.084,43	-37%	314.358,95	-26%	412.169,00	-3%
<b>Aço Ativo</b>	580.407,18	263.821,44	-55%	316.585,73	-45%	422.114,31	-27%
<b>Aço Passivo</b>	189.740,97	120.409,79	-37%	140.669,21	-26%	184.437,21	-3%
<b>Total</b>	1.194.169,68	653.315,66	-45%	771.613,89	-35%	1.018.720,52	-15%

Fonte: Elaborada pelo autor.

É possível observar que, com o aumento do valor de  $(t/D)_{\text{mín}}$ , que ocorre no sentido do Exemplo 4 para o 6, o consumo dos três materiais aumenta, e que, em comparação com a torre de referência, todos os exemplos apresentaram menores consumos de materiais, embora no Exemplo 6 o consumo de concreto e aço passivo tenha sido praticamente o mesmo da torre de referência, com diferença de 3% apenas. A diferença no custo total entre o Exemplo 6 e a torre de referência se deveu, quase que inteiramente, pela redução no consumo do aço de protensão, que foi 27% menor.

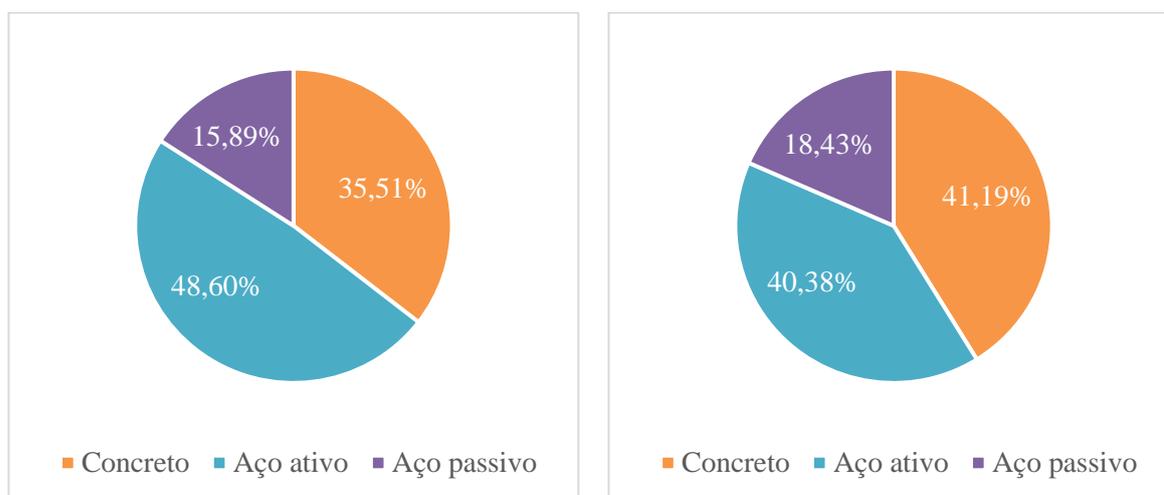
Gráfico 9 - Custos de materiais dos Exemplos 4 a 6.



Fonte: Elaborado pelo autor.

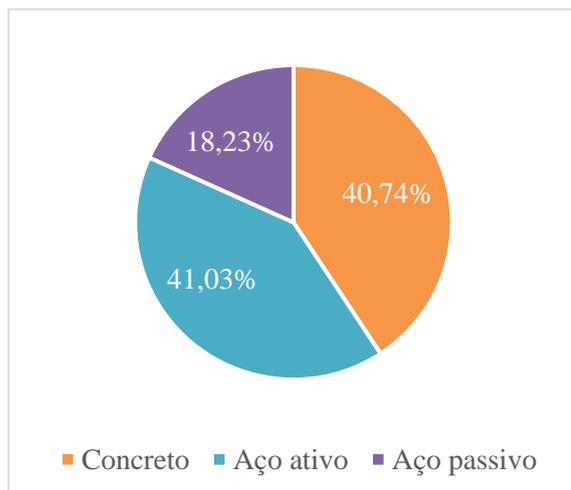
O Gráfico 10 mostra a representatividade dos materiais nos custos totais dos Exemplos 4, 5 e 6, assim como da torre de referência, para comparação. Observa-se que os três exemplos apresentaram praticamente as mesmas proporções de materiais, apesar das diferenças nas dimensões dessas três torres. Em todos os casos, quando comparados com a torre de referência, houve redução significativa da parcela do aço de protensão e aumento nas parcelas de aço passivo e concreto. Observa-se, ainda, que a parcela de custo do aço de protensão é significativa em todos os casos, representando, no mínimo, 40,38% do custo total.

Gráfico 10 - Representatividade dos materiais nos custos totais dos Exemplos 4 a 6.

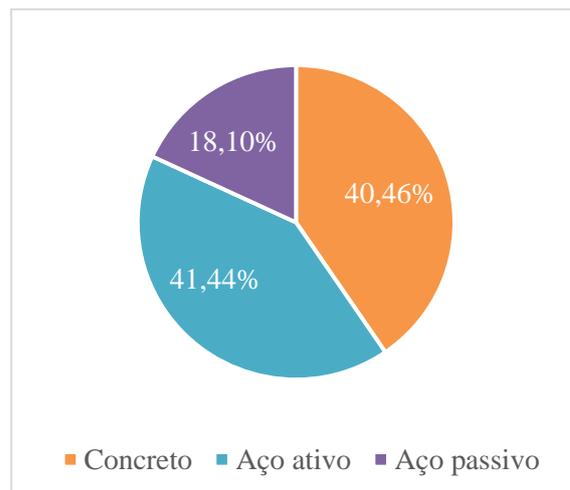


(a) Torre de referência

(b) Exemplo 4



(c) Exemplo 5

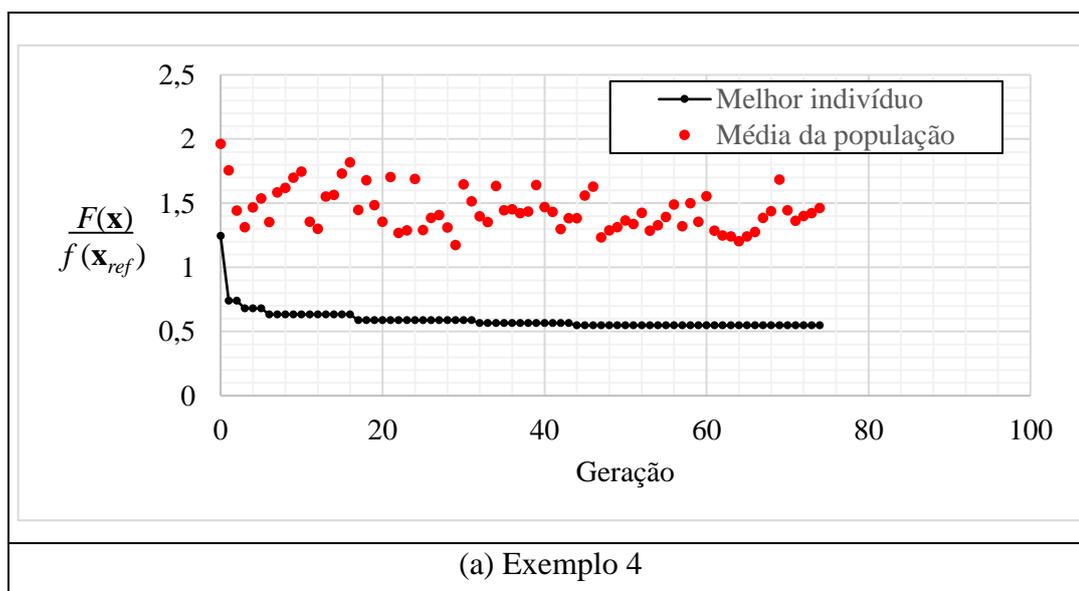


(d) Exemplo 6

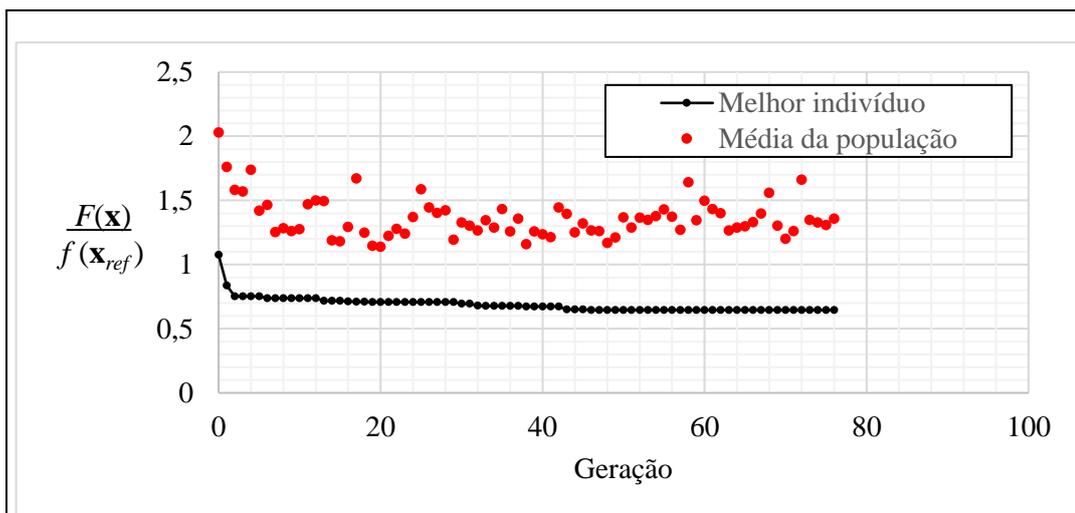
Fonte: Elaborado pelo autor.

O Gráfico 11 apresenta as evoluções das otimizações dos Exemplos 4, 5 e 6. Os exemplos mostrados no gráfico referem-se às melhores soluções encontradas em 10 otimizações. No caso dos Exemplos 4 e 5, a melhor solução foi encontrada apenas uma vez, portanto os gráficos correspondem a estas soluções. Já no caso do Exemplo 6, a melhor solução foi encontrada mais de uma vez, logo o gráfico apresentado corresponde a uma dessas soluções, escolhida arbitrariamente.

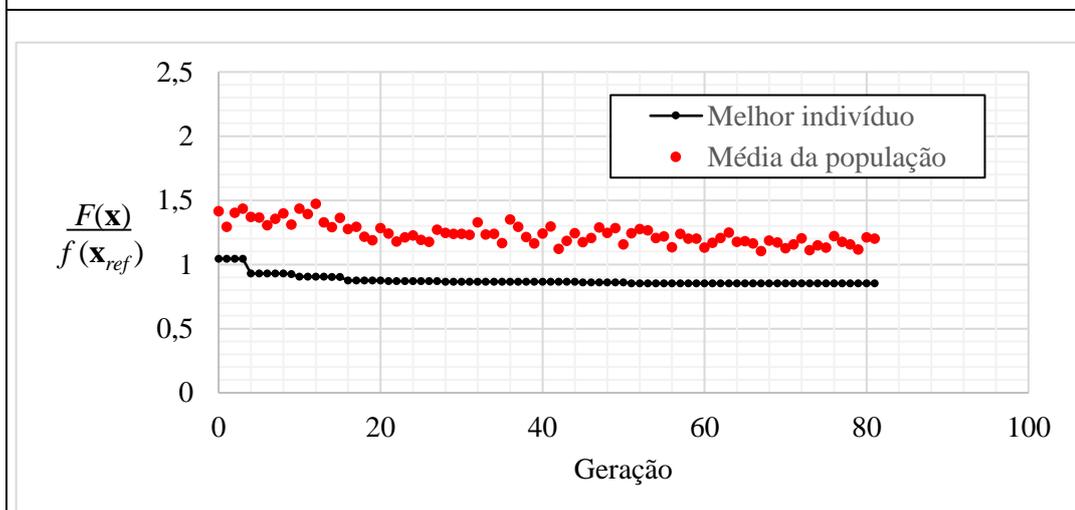
Gráfico 11 - Evoluções das otimizações dos Exemplos 4 a 6.



(a) Exemplo 4



(b) Exemplo 5



(c) Exemplo 6

Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim como nos Exemplos 1 a 3, nos gráficos de otimização dos Exemplos 4 a 6 pode-se observar que pelo menos um indivíduo viável foi gerado na população inicial, que as primeiras gerações são as que apresentam melhoria mais significativa, e que a sucessiva melhoria após as primeiras gerações vai se tornando menos perceptível do Exemplo 4 para o 6, à medida que menos indivíduos viáveis passam a existir no espaço de busca. Em todos os gráficos apresentados, o AG terminou devido ao excesso de gerações sucessivas sem melhoria na solução ótima (*MaxStallGenerations*), a qual foi encontrada no mínimo 54 gerações antes do máximo de gerações estabelecido.

As taxas de sucesso para os Exemplos 4 e 5 foram baixas, enquanto a taxa de sucesso para o Exemplo 6 foi satisfatória. A redução nas taxas de sucesso dos Exemplos 4 a 6, quando comparadas com os Exemplos 1 a 3, ocorreu, possivelmente, pelo aumento considerável

no espaço de busca, associado a um aumento proporcionalmente muito menor na quantidade de indivíduos avaliados. A Tabela 25 mostra, para cada exemplo, o tamanho do espaço de busca, a quantidade de indivíduos avaliados, e o quociente entre essas duas grandezas.

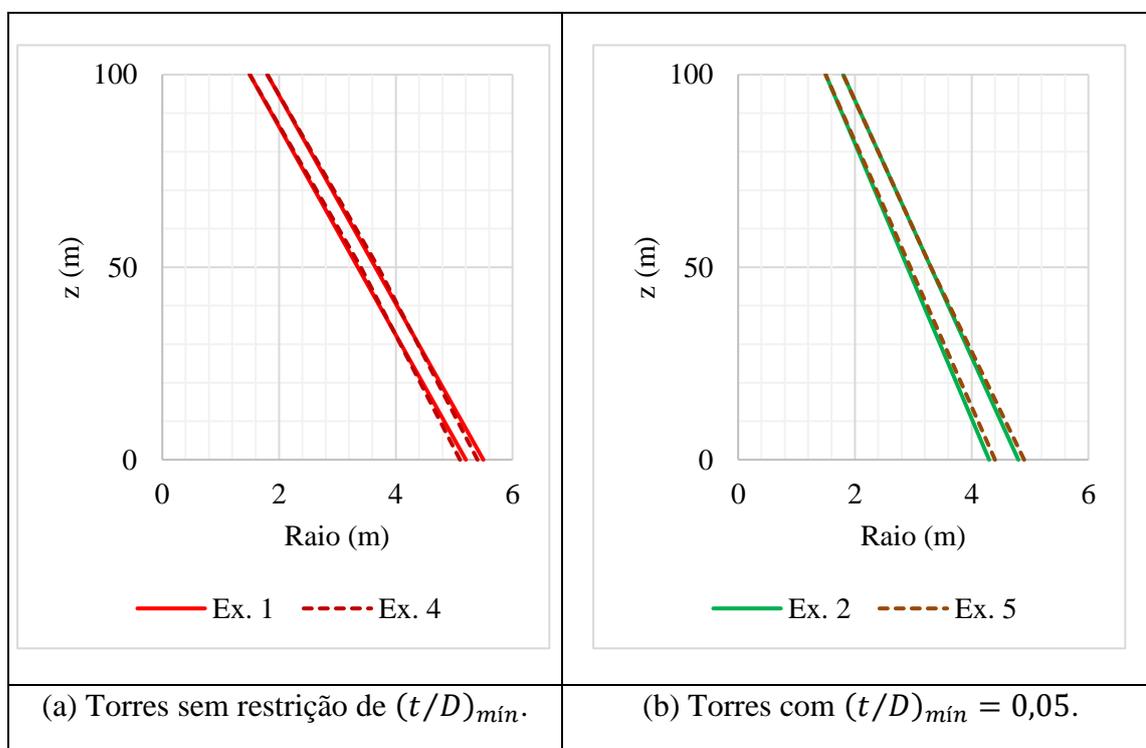
Tabela 25 - Características de exploração das otimizações.

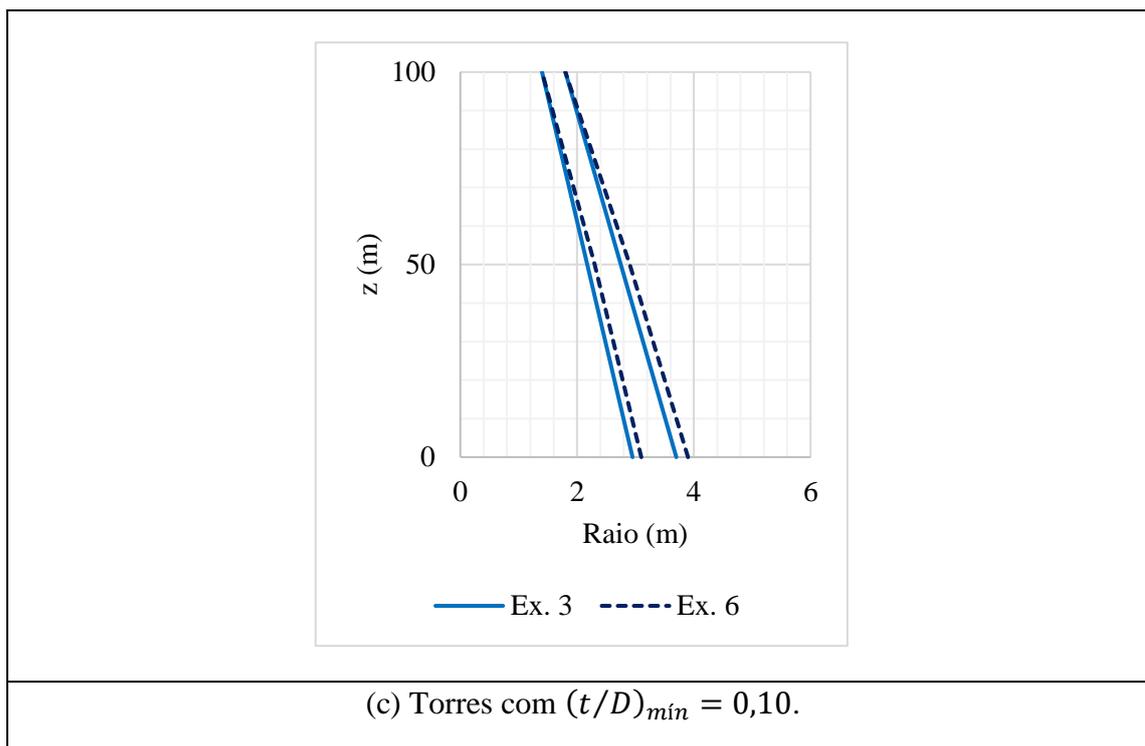
Exemplo	1	2	3	4	5	6
Espaço de busca	109.005	109.005	52.245	60.933.795	60.933.795	20.218.815
Nº de indivíduos avaliados	3.200	3.200	3.200	20.000	20.000	20.000
$\frac{\text{Nº de indivíduos avaliados}}{\text{Espaço de busca}}$	2,94%	2,94%	6,12%	0,03%	0,03%	0,10%

Fonte: Elaborada pelo autor.

Quando comparadas as soluções ótimas de um e dois segmentos com o mesmo valor de  $(t/D)_{\min}$ , percebe-se que não houve diferenças significativas. A geometria obtida nos Exemplos 4, 5 e 6 foi muito semelhante à dos Exemplos 1, 2 e 3, respectivamente, como pode ser visto na Tabela 19, na Tabela 22 e no Gráfico 12, onde, neste último, as geometrias das soluções foram sobrepostas aos pares, para comparação.

Gráfico 12 – Comparativo dos raios externos e internos dos Exemplos 1 a 6.





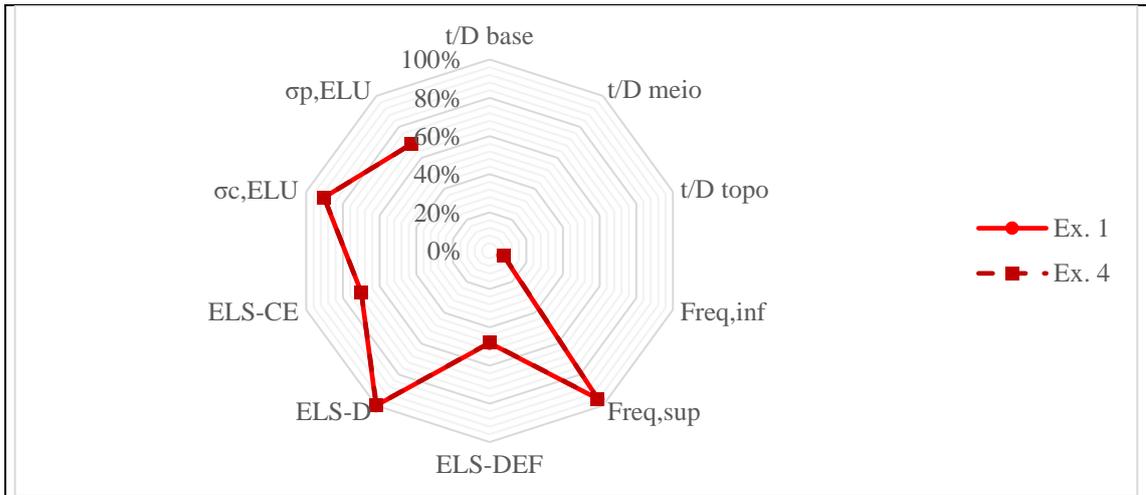
Fonte: Elaborado pelo autor.

Nos exemplos com dois segmentos, a inclinação das paredes externas e internas do segmento inferior foram bastante próximas das inclinações do segmento superior. No caso das paredes externas, as variações percentuais de inclinação foram de 11,8%, -6,3% e 10% para os Exemplos 4, 5 e 6, respectivamente, e no caso das paredes internas essas variações foram de 11,8%, 0,0% e 12,5%, nessa mesma ordem. Portanto, as soluções ótimas dos Exemplos 4 a 6 corresponderam a torres com inclinação praticamente constante ao longo de toda a altura.

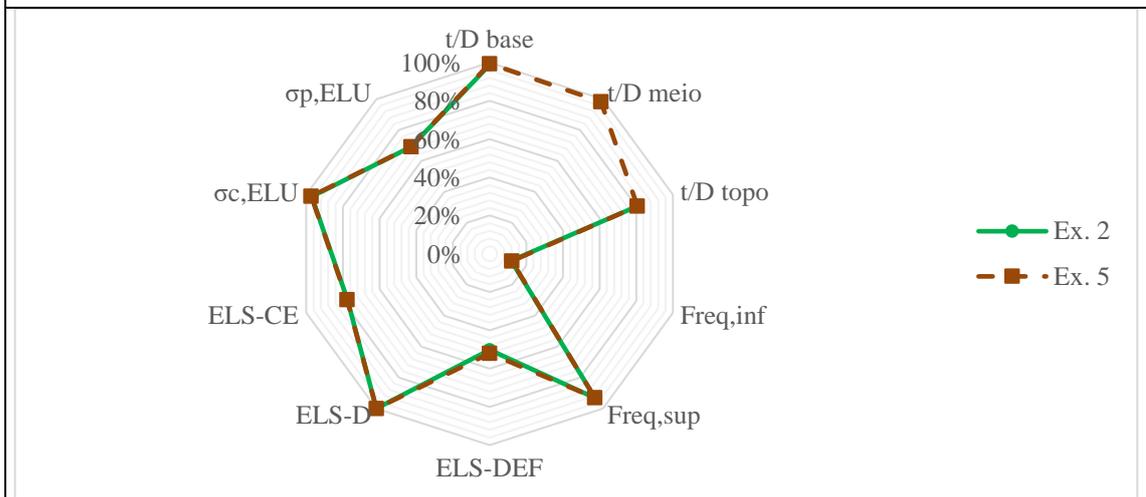
As quantidades de cabos dos Exemplos 4 e 5 foram as mesmas dos Exemplos 1 e 2, respectivamente, e a do Exemplo 6 foi apenas 11% menor do que a do Exemplo 3. Em relação à função objetivo, os Exemplos 4 e 1 apresentaram exatamente o mesmo custo, o Exemplo 5 apresentou um custo 2,88% menor do que o Exemplo 2, e o Exemplo 6 apresentou um custo 0,01% menor do que o Exemplo 3.

A semelhança na geometria e na quantidade de cabos das soluções de mesmo  $(t/D)_{min}$  também levou a comportamentos semelhantes da estrutura. Os valores das restrições dos Exemplos 4 e 5 foram praticamente os mesmos dos Exemplos 1 e 2, como pode ser visto na Tabela 20, na Tabela 23 e no Gráfico 13, onde, neste último, os percentuais de ativação das restrições foram sobrepostos aos pares, para comparação. Já as restrições do Exemplo 6 tiveram diferenças mais significativas em relação ao Exemplo 3, onde a primeira resultou mais rígida do que a segunda, devido ao aumento dos diâmetros e da espessura na base.

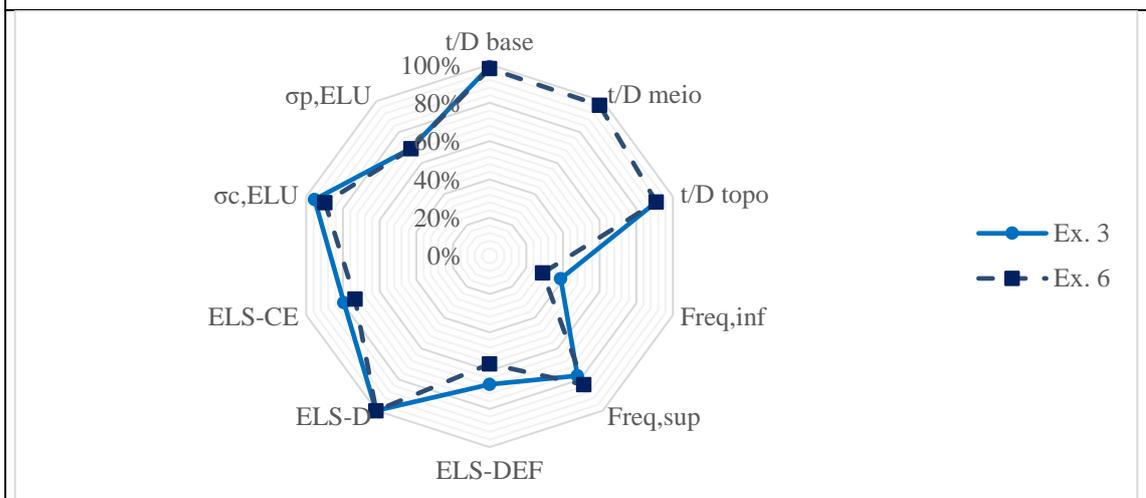
Gráfico 13 - Comparativo das restrições dos Exemplos 1 a 6.



(a) Torres sem restrição de  $(t/D)_{min}$ .



(b) Torres com  $(t/D)_{min} = 0,05$ .

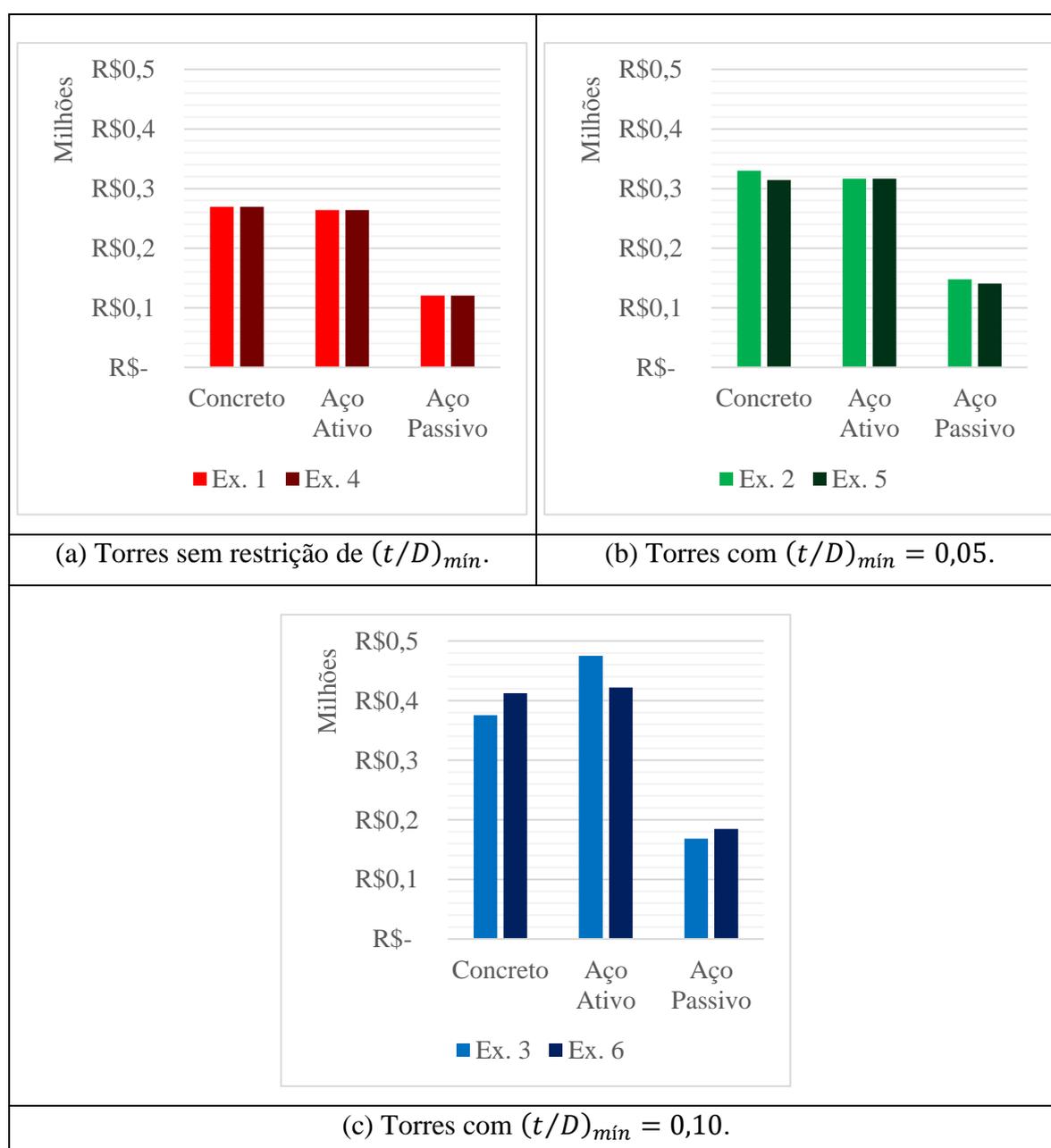


(c) Torres com  $(t/D)_{min} = 0,10$ .

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em relação aos consumos e custos de materiais, os Exemplos 1 e 4 apresentaram exatamente os mesmos resultados, apesar de a geometria dessas duas torres não ser exatamente a mesma. Em comparação com o Exemplo 2, o Exemplo 5 apresentou o mesmo custo com aço de protensão, e um custo 5% menor com concreto e aço passivo. Em comparação com o Exemplo 3, o aumento dos diâmetros e da espessura na base no Exemplo 6 levou a um acréscimo de 10% no consumo de concreto e aço passivo, o qual foi compensado quase integralmente pela redução de 11% no consumo de aço de protensão. O Gráfico 14 apresenta os custos de materiais dos Exemplos 1 a 6 aos pares, para comparação.

Gráfico 14 - Comparativo dos custos de materiais dos Exemplos 1 a 6.



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi elaborado um modelo de otimização de custo de torres eólicas protendidas externamente, com geometria composta de segmentos de tronco de cone de mesma altura. As variáveis de projeto foram os diâmetros externos e espessuras da base de cada segmento e a quantidade de cabos de protensão. A função objetivo foi o custo de materiais, e as restrições foram relativas a parâmetros geométricos, à frequência fundamental, ao ELS-D, ao ELS-CE, ao ELS-DEF, e a tensões últimas de compressão no concreto e de tração no aço de protensão. O problema de otimização foi solucionado utilizando um AG disponível no pacote de ferramentas de otimização do software MATLAB, e as análises estruturais foram realizadas por meio de uma rotina de elementos finitos implementada pelo autor neste mesmo software. Nas análises, a estrutura de concreto armado foi modelada por elementos de pórtico plano, e os cabos de protensão foram modelados por elementos de cabo não aderente, ambos baseados na formulação apresentada por Alves (2020). Aplicações foram feitas a torres com um e dois segmentos, em que foram incluídas diferentes restrições para a relação mínima entre espessura e diâmetro das seções.

Como foi visto no Capítulo 3, o modelo de análise implementado no MATLAB com elementos de barra, denominado OpTower, apresentou resultados bastante próximos aos de um modelo com elementos de casca analisado por um software comercial, o que demonstra uma boa precisão do modelo implementado. Por ser mais simples, a utilização de elementos finitos unidimensionais, em detrimento de elementos bi e tridimensionais, permitiu que as análises fossem realizadas com baixo custo computacional, o que foi extremamente importante para viabilizar a ferramenta de otimização.

A modelagem dos cabos de protensão como elementos resistentes na formulação de elementos finitos permitiu considerar, devidamente, a contribuição dos cabos na matriz de rigidez e no vetor de forças internas da estrutura, bem como a mudança na excentricidade das forças de protensão. Com isso, os efeitos não lineares geométricos da força de protensão foram incorporados nas análises, bem como foi possível obter as tensões no cabo em qualquer estágio de carregamento, o que não seria possível caso a protensão tivesse sido tratada como carga externa equivalente.

Pelos resultados das otimizações, foi possível concluir que a flexibilização da geometria da torre, por meio da sua divisão em dois segmentos, não trouxe melhorias significativas para o custo nem para o comportamento da estrutura. Nas torres com dois segmentos, as inclinações das paredes internas e externas do segmento inferior foram

praticamente iguais às do segmento superior, resultando em torres com inclinações aproximadamente constantes da base ao topo, interna e externamente. Dessa forma, sugere-se investigar os efeitos da flexibilização com uma quantidade maior de segmentos e com comprimentos variáveis, visando a um maior aproveitamento da solução ótima.

As restrições condicionantes do projeto das torres, neste trabalho, foram, predominantemente, o ELS-D e a máxima tensão de compressão no concreto no ELU ( $\sigma_c$ , ELU). Quando não incluída a restrição de  $(t/D)_{\min}$ , o menor custo com materiais foi obtido com grandes diâmetros e pequenas espessuras, que conferiram uma rigidez adequada para a estrutura, sem a necessidade de uma grande quantidade de cabos de protensão. A relação  $t/D$  resultou, nesses casos, bastante reduzida. Uma vez que não foi incluída uma verificação de flambagem local, não é possível garantir que essas torres estejam seguras quanto a este fenômeno. Como forma de reduzir a probabilidade de as soluções otimizadas estarem sujeitas a flambar localmente, restrições de  $(t/D)_{\min}$  foram incluídas nas otimizações. Nas soluções em que essas restrições foram incluídas, a maioria das seções resultou na menor relação  $t/D$  possível, com exceção das seções próximas ao topo nas torres dos Exemplos 2 e 5. Considerando que nas seções próximas ao topo da torre ocorrem os maiores níveis de tensão no concreto, devido às dimensões reduzidas das seções, associadas às elevadas forças da turbina e das ancoragens dos cabos de protensão, esses resultados permitem concluir que a relação espessura/diâmetro das seções da torre não está condicionada apenas ao risco de flambagem local, mas também aos limites de tensão no concreto.

Na solução do problema de otimização, o desempenho do AG se mostrou adequado, lidando bem com as restrições não lineares e com as variáveis de natureza discreta. Apesar de haver algumas diferenças entre as características da torre de referência e das torres analisadas nas otimizações, bem como algumas diferenças entre aspectos das análises e das verificações adotadas em cada caso, reduções de custo puderam ser obtidas com o modelo de otimização proposto, evidenciando o potencial que as técnicas de otimização estrutural apresentam para a obtenção de soluções de menor custo, quando comparadas com soluções obtidas por métodos convencionais de projeto.

Devido às simplificações adotadas tanto no modelo de análise quanto no modelo de otimização, explicados ao longo desta dissertação, os resultados obtidos pelo otimizador devem ser encarados como resultados preliminares, a serem considerados na fase de pré-dimensionamento. A partir das soluções obtidas, deve-se proceder a análises mais refinadas, com inclusão de verificações e características não contempladas no modelo proposto.

Para trabalhos futuros, sugere-se:

- a) investigar uma maneira de incluir, de forma direta e precisa, verificações de flambagem local da torre no modelo de otimização;
- b) incluir verificações de fadiga dos materiais;
- c) flexibilizar a quantidade e as alturas dos segmentos da torre;
- d) efetuar uma análise de sensibilidade da solução ótima variando os parâmetros de custo dos materiais;
- e) permitir cabos inclinados e escalonados, e avaliar os efeitos dessa flexibilização no custo das soluções obtidas;
- f) considerar as perdas de protensão de maneira mais refinada;
- g) investigar a modelagem do vento como ação dinâmica;
- h) melhorar a consideração da interação solo-estrutura.

## REFERÊNCIAS

- ABEEOLICA. Associação Brasileira de Energia Eólica. **InfoVento n° 18**, Bela Vista – SP, outubro de 2020. Disponível em: <<http://abeeolica.org.br/wp-content/uploads/2020/10/Infovento-18.pdf>>. Acesso em: 14 jan. 2021.
- AL-KAIMAKCHI, A.; JUNG, S.; RAMBO-RODDENBERRY, M.; AMIRINIA, G., **Optimization of alternative towers for wind turbines in low wind resource regions**. *In*: The 13th Americas Conference on Wind Engineering (13ACWE), Gainesville, Florida. 2017.
- ALVES, J. C. **Análise de vigas com protensão não-aderente submetidas a cargas de curta e longa duração via método dos elementos finitos**. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2020.
- ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado: Volume 3**. 2ª ed. Rio Grande: Dunas, 2003.
- ARORA, J. S. **Introduction to Optimum Design**. 3 ed. Iowa City: Elsevier. 2012.
- ASCE. AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. **ASCE/SEI 7-16: Minimum design loads and associated criteria for buildings and other structures**. Reston, 2017.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro, 1988.
- BACHMANN, H.; AMMANN, W.J.; DEISCHL, F.; EISENMANN, J.; FLOEGL, I.; HIRSCH, G.H.; KLEIN, G.K.; LANDE, G.J.; MAHREHOLTZ, O.; NATKE, H.G.; NUSSBAUMER, H.; PRETLOVE, A.J.; RAINER, J.H.; SAEMANN, E.U.; STEINBEISSER, L. **Vibration Problems in Structures**. Berlin: Birkhauser, 1995.
- BAI, H.; CHERFILS, J. M.; AOUES, Y.; LEMOSSE, D. **Optimization of a tall wind turbine tower**. *In*: S19-Congr s Franais de Mécanique, Lille: 2017.
- BARROSO FILHO, N. F. **Estudo comparativo de procedimentos de análise estrutural para torres eólicas de concreto armado**. 2018. Dissertao (Mestrado em Engenharia Civil). Departamento de Engenharia Estrutural e Construao Civil. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2018.
- BLOOMBERG NEW ENERGY FINANCE. **Climate Changed: Clean Energy is Approaching a Tipping Point**. 2017. Disponível em: <<https://www.bloomberg.com/news/articles/2017-09-19/tipping-point-seen-for-clean-energy-as-monster-turbines-arrive>>. Acesso em: 14 jan. 2021.
- B GL, M. **Hybrid Tower Concept**. 2021. Disponível em: <<https://www.mbrenewables.com/en/hybrid-tower-concept/>>. Acesso em: 14 jan. 2021.
- CHAVES NETO, F. G. **Nonlinear analysis of post-tensioned concrete wind towers with shell model**. 2021, em andamento. Dissertao (Mestrado em Engenharia Civil).

Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2021, em andamento.

CHEN, J. L.; LI, J.; HE, X. **Design optimization of steel–concrete hybrid wind turbine tower based on improved genetic algorithm**. The Structural Design of Tall and Special Buildings, Volume 29, 2020.

COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E.; WITT, R. J. **Concepts and Applications of Finite Element Analysis**, 4th Edition. 4. ed. [S.l.]: Wiley, 2001.

DEB, K. **An efficient constraint handling method for genetic algorithms**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. Volume 186, p. 311-338. 2000.

DUARTE, T. G. A. **Um modelo eficiente para otimização de torres eólicas de concreto armado via algoritmos genéticos**. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2019.

FERREIRA, D. **Diana User's Manual – Release 10.3**. Delft, 2019. Disponível em: <<https://dianafea.com/manuals/d103/Diana.html>> Acesso em: 30 mar. 2021.

FISH, J.; BELYTSCHKO, T. **Um Primeiro Curso em Elementos Finitos**. 1ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

FRANÇA, R. L. S. **Contribuição ao estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado**. 1992. Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1992.

GAMA, P. V. C. N. **Contribuições ao Dimensionamento de Torres Eólicas de Concreto**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2015.

GAZETAS, G. **Analysis of machine foundation vibrations: state of the art**. Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Volume 2, n.1, 1983.

GENTILS, T.; WANG, L.; KOLIOS, A., **Integrated structural optimization of offshore wind turbine support structures based on finite element analysis and genetic algorithm**. Applied Energy, 199, pp. 187-204, 2017.

GRÜNBERG, J.; GÖHLMANN, J. **Concrete Structures for Wind Turbine**. 1ª. ed. Berlim: Wilhelm Ernst & Sohn, 2013.

GWEC. Global Wind Energy Council, **Global Wind Report 2019**. Bruxelas, 2020.

HAU, E., **Wind Turbines: Fundamentals, Technologies, Application, Economics**. 3ª ed. Munich: Springer. 2013.

IEC. INTERNATIONAL ELETROTECHNICAL COMISSION. **IEC EN 61400-1 Wind Turbines Part 1: Design Requirements**. 3 ed. Geneva: 2005.

- JAMMES, F. X. **Design of wind turbines with ultra-high performance concrete**. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental). Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 2009.
- KENNA, A.; BASU, B. **A finite element model for prestressed or post-tensioned concrete wind turbine towers**. *Wind Energy*. v. 18, p. 1593-1610, 2015.
- LANA, J. A.; MAGALHÃES JÚNIOR, P. A. A.; MAGALHÃES, C. A.; MAGALHÃES, A. L. M. A.; ANDRADE JÚNIOR, A. C.; RIBEIRO, M. S. B. **Behavior study of prestressed concrete wind-turbine tower in circular cross-section**. *Engineering Structures*, Volume 227, 2021.
- LANIER, M. W. **LWST Phase I Project Conceptual Design Study: Evaluation of Design and Construction Approaches for Economical Hybrid Steel/Concrete Wind Turbine Towers**. National Renewable Energy Laboratory. Colorado. 2005.
- LIMA, J. B. C. A. **Contribuições para otimização estrutural de torres tubulares de aço para turbinas eólicas**. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2011.
- MA, H. W.; MENG, R. **Optimization of prestressed concrete wind-turbine tower**. *Science China Technological Sciences*, Volume 57, pp. 414-422. 2014.
- MALCOM, D. J.; HANSEN, C. **Results from the WindPACT Rotor Design Study**. *In: Proceedings of the 2001 Area Wind Power Conference*, Washington DC: 2001.
- MARTINS, C. J.; MENDES, L. M. M. **Determination of stiffness for wind tower foundation by operational modal analysis**. *International Journal of Mechanics and Applications*. v. 6(3), p. 43-48, 2016.
- MATHWORKS. **Nonlinear Constraint Solver Algorithms**. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/gads/description-of-the-nonlinear-constraint-solver.html>> Acesso em: 30 mar. 2021.
- MELO, A. M. C. **Projeto Ótimo de Pórticos Planos de Concreto Armado**. 2000. Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE. Rio de Janeiro, 2000.
- NICHOLSON, J. C.; ARORA, J. S.; GOYAL, D.; TINJUM, J. M. **Multi-objective structural optimization of wind turbine tower and foundation systems using isight: a process automation and design exploration software**. *In: 10th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*. Orlando, Florida, 2013.
- RITHCIE, H.; ROSER, M. **Renewable Energy**. 2020. Disponível em: <<https://ourworldindata.org/renewable-energy>> Acesso em: 14 jan. 2021.
- SILVEIRA, M. C. A. **Torres eólicas em concreto**. *Revista da Academia Cearense de Engenharia*, v. 2, n. 2, p. 152-161, 2017.
- SRITHARAN, S. **Hexcrete Tower for Harvesting Wind Energy at Taller Hub Heights – Budget Period 2. Final Report**. Iowa State University. Iowa, 2017.

THE CONCRETE CENTRE; GIFFORD. **Concrete Towers for Onshore and Offshore Wind Farms: Conceptual Design Studies**. London: 2006.

ZONA, A.; RAGNI, L.; DALL'ASTA, A. **Finite element formulation for geometric and material nonlinear analysis of beams prestressed with external slipping tendons**. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 44, n. 15, p. 910–919, 2008.

ZYL, W. S. **Concrete wind turbine towers in southern africa**. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia). Department of Structural Engineering, Faculty of Engineering at Stellenbosch University, Stellenbosch, 2014.