



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
ENGENHARIA CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**LUANA ANDREZA GOMES MOURA**

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DA FLEXÃO EM VIGAS  
PROTENDIDAS PROJETADAS DE ACORDO COM AS NORMAS ABNT E ACI**

**FORTALEZA**

**2019**

LUANA ANDREZA GOMES MOURA

ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DA FLEXÃO EM VIGAS  
PROTENDIDAS PROJETADAS DE ACORDO COM AS NORMAS ABNT E ACI

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil do Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Evandro Parente Junior, D. Sc.

FORTALEZA

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

M887e Moura, Luana Andreza Gomes.

Estudo do comportamento estrutural da flexão em vigas protendidas projetadas de acordo com as normas da ABNT e ACI / Luana Andreza Gomes Moura. – 2019.  
101 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Curso de Engenharia Civil, Fortaleza, 2019.

Orientação: Prof. Dr. Evandro Parente Junior.

1. Vigas protendidas. 2. Cabos não aderentes. 3. Flexão. 4. Análise estrutural. I. Título.

CDD 620

---

LUANA ANDREZA GOMES MOURA

ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DA FLEXÃO EM VIGAS  
PROTENDIDAS PROJETADAS DE ACORDO COM AS NORMAS ABNT E ACI

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil do Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovada em: 29/11/2019.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Evandro Parente Junior. (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Júnior  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

A Deus.

Ao Paizinho e à Mãezinha.

## AGRADECIMENTOS

À minha querida Mãezinha, pelos ensinamentos, pelo ombro amigo, pelo carinho, lições e principalmente pelo amor. Está muito difícil sem você, mas o amor que tu emanaste a mim durante os 21 anos que estive contigo é tão lindo e tão grande que é meu combustível que está me dando forças para seguir em frente.

Ao meu Paizinho, por todos os ensinamentos, histórias e amor. Obrigada por tanto amor. Nada será suficiente para te retribuir por tanto. Te amo imensamente!

Ao meu irmão Victor, por todo o cuidado e carinho, e por ser tão próximo espiritualmente mesmo tão longe fisicamente.

À minha outra mãe Elizângela, por todo o esforço e cuidado, obrigada pela força, empenho e amor.

À minha irmã Kaylanni, pela companhia, diversão, carinho e amor.

Aos queridos, Auri, Cláudio, Henrique, Janeide, Karine, Lilian, PH, Sandra e Yara, por serem minha família de coração, por terem me dado forças e todo o suporte para chegar até aqui.

Ao Prof. Dr. Evandro Parente Jr., pela excelente orientação e compreensão durante este ano. Sou muito grata!

À Juliana, por todas as dúvidas respondidas, independente da hora, e por todo o suporte, que foram além das questões acadêmicas.

Aos professores participantes da banca examinadora Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo e Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Júnior pelo tempo, pelas valiosas colaborações e sugestões.

Ao meu namorado Weiner, por todos os fins de semana dedicados aos estudos, pela companhia nos dias mais difíceis e pelo amor que compartilhamos em meio às conclusões dos nossos cursos.

Aos colegas da turma: Diego, Isabel, Levi, Matheus, Renata e Paulo pelos cinco anos compartilhados e por tudo que aprendemos juntos, seja em trabalhos ou nas sofridas vésperas de prova, em especial à Aldaianny e Beliza, amigas desde a primeira semana do curso e inseparáveis para sempre, se Deus quiser.

Aos colegas da MD Engenheiros, por ter cedido um projeto para este estudo, pelo companheirismo no trabalho e por todos os ensinamentos acerca da prática da protensão.

Aos amigos da vida, pelo dom da amizade, amor e todos os momentos que tivemos a sorte de compartilhar.

## RESUMO

A protensão consiste na utilização de armaduras pré-alongadas que tornam possível a redução de fissuras, maior aproveitamento da resistência à compressão do concreto, maiores vãos e estruturas mais esbeltas devido à redução ou até mesmo a eliminação dos esforços de tração. O modelo de protensão não-aderente está sendo amplamente aplicado no Brasil devido as suas vantagens construtivas. Este estudo analisa diferentes recomendações das normas ABNT (2014) e ACI (2019) acerca da análise, projeto e verificação da flexão em vigas protendidas. É estudado e discutido as diferentes recomendações para os estados limites de serviço e último, considerações de flechas e considerações acerca das perdas de protensão. Vigas isostáticas e contínuas com perfis de vigas de projeto são verificadas com ambas as normas para a flexão, fazendo uso de um *software* comercial muito utilizado para projetos com protensão, a fim de avaliar qual norma é mais conservadora. Além da comparação entre normas, as vigas serão avaliadas com uma formulação de análise não-linear física e geométrica. As normas apresentam recomendações semelhantes, sendo a brasileira mais conservadora no que diz respeito ao Estado Limite Último (ELU) de esgotamento da capacidade resistente e a americana ao Estado Limite de Serviço (ELS). Um dos principais fatores para as diferenças encontradas são as combinações de cargas recomendadas. A análise não linear apresentou resultados satisfatórios, mostrando que as recomendações de norma para ELU resultam em projetos com expressiva segurança à ruptura. Também foi possível analisar a influência da armadura passiva no ELU e os resultados mostraram que o uso da taxa mínima aumenta consideravelmente a resistência última da peça.

**Palavras-chave:** Vigas protendidas. Cabos não aderentes. Flexão. Análise estrutural.

## ABSTRACT

Prestressing consists in the use of pre-elongated steel that turns possible to reduce cracks, to have better use of concrete compressive strength, larger spans and slender structures due to the reduction or even the elimination of tensile stresses. The non-adherent prestressing concrete is being widely applied in Brazil due to its constructive advantages. This study analyzes different recommendations of ABNT (2014) and ACI (2019) standards on the analysis, design and verification of bending in prestressed beams. The different recommendations for service and ultimate limit states, considerations regarding deflections and stress losses are studied and discussed. Isostatic and continuous beams with design beams profiles are checked against both bending standards, making use of a commercial software widely used for prestressed designs, aiming to assess which standard is more conservative. In addition to the comparison between standards, the beams will be evaluated with a nonlinear physical and geometric analysis formulation. The standards have similar recommendations, being the most conservative Brazilian with regard to the Ultimate Limit State (ULS) ultimate strength and the American in the Serviceability Limit State (SLS). One of the main factors for the differences found is the recommended load combinations. The nonlinear analysis presented satisfactory results, showing that the standard recommendations for ULS designs present significant safety. It was also possible to analyze the influence of passive reinforcement on the ULS, results showed that the use of the minimum bonded reinforcement creates a quite increase in the beam last strength.

**Keywords:** Prestressed beams. Unbonded tendons. Bending. Structural analysis.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Vigas pré-moldadas protendidas.....	20
Figura 2 - Marquise do Hospital da Mulher de Fortaleza.....	21
Figura 3 - Laje com protensão não-aderente em execução. ....	22
Figura 4 - Cordoalha engraxada. ....	23
Figura 5 - Comportamento de cabos aderentes x cabos não aderentes em curva de carga x deflexão. ....	24
Figura 6 - Zona de ancoragem de protensão não aderente. ....	25
Figura 7 - Tabela 13.4 da NBR 6118:2014 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura em função das classes de agressividade ambiental. ....	27
Figura 8 - Representação gráfica das forças de protensão ao longo de um cabo protendido por uma das pontas .....	31
Figura 9 - Perfis de cabo ideais para cada tipo de carregamento. ....	37
Figura 10 - Seção da V1. ....	55
Figura 11 - Seções transversais da V1. ....	55
Figura 12 - Esquema do pavimento no qual a V1 está inserida. ....	56
Figura 13 - Traçado do cabo da V1. ....	56
Figura 14 - Tensões na fibra inferior para a combinação total da V1.....	59
Figura 15 - Tensões na fibra inferior para a combinação <i>sustained</i> da V1.....	60
Figura 16 – Flechas imediatas devido aos carregamentos permanente, acidental, de protensão e na combinação <i>sustained</i> de acordo com o ACI (2019) da V1. ....	61
Figura 17 - Momento fletor de acordo com o ACI (2019) para a V1.....	62
Figura 18 - Corte no meio do vão: armadura passiva utilizada na V1. ....	63
Figura 19 - Tensões na fibra inferior para a combinação rara da V1.....	63
Figura 20 - Tensões na fibra inferior para a combinação frequente da V1.....	64
Figura 21 - Tensões na fibra inferior para a combinação quase permanente da V1.....	64
Figura 22 - Flechas imediatas devido aos carregamentos permanente, acidental, de protensão e na combinação frequente de acordo com a NBR para a V1 (ABNT, 2014).....	65
Figura 23 - Momento fletor na V1 de acordo com a NBR (ABNT, 2014).....	66
Figura 24 - Elementos e cargas nodais da malha de MEF para a V1. ....	69
Figura 25 - Curvas de concreto com propriedades da V1. ....	71
Figura 26 - Curva carga x deslocamento para a V1.....	72
Figura 27- Curvatura ao longo do vão da V1. ....	72
Figura 28 - Tensão no cabo de protensão da V1 com aumento de carga.....	73

Figura 29 - Curva carga deslocamento da V1 utilizando a curva da NBR com propriedades minoradas. ....	74
Figura 30 - Viga contínua proposta por Aguiar (2014). ....	75
Figura 31 - Traçado do cabo proposto por Aguiar (2014) no <i>Adapt-PT</i> . ....	76
Figura 32 - Força de protensão ao longo do cabo de protensão após as perdas iniciais obtidas para a V2 com o <i>Adapt-PT</i> .....	77
Figura 33 - Perdas imediatas da V2 obtidas por Aguiar (2014). ....	78
Figura 34 - Tensões na fibra inferior na combinação total na V2 .....	80
Figura 35 - Tensões na fibra inferior na combinação <i>sustained</i> para a V2.....	81
Figura 36 - Deflexão devido à protensão, às cargas permanente e acidental e em serviço na V2. ....	81
Figura 37 - Momento fletor último para a V2 atender o ELU de acordo com o ACI (2019)...	83
Figura 38 - Tensões na fibra inferior da V2 na combinação rara - Aguiar (2014).....	84
Figura 39 - Tensões na fibra inferior da V2 na combinação frequente.....	85
Figura 40 - Tensões na fibra inferior da V2 na combinação quase permanente.....	85
Figura 41 - Deflexão devido à protensão, à carga permanente, acidental e combinadas na combinação frequente para a V2. ....	86
Figura 42 - Momento fletor último para a V2 atender o ELU de acordo com a NBR (ABNT, 2014).....	87
Figura 43 - Elementos da malha de MEF para a V2. ....	89
Figura 44 - Curvas do concreto com as propriedades da V2.....	90
Figura 45 - Curva carga x deslocamento para a V2.....	91
Figura 46 - Comportamento da V1 utilizando curva da NBR com adoção de armadura passiva aderente.....	91
Figura 47- Curvatura ao longo do vão da V2. ....	92
Figura 48 - Tensão no cabo de protensão da V2 com aumento de carga.....	93
Figura 49 - Curva carga deslocamento da V1 utilizando a curva da NBR com propriedades minoradas. ....	93

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classe de protensão de acordo com o ACI (2019).....	27
Tabela 2 - Limites de tração e compressão no ato da protensão.....	41
Tabela 3 - Limites de tração e compressão em serviço. ....	42
Tabela 4 – Armaduras passivas mínimas para vigas protendidas sem aderência. ....	42
Tabela 5 – Limites de flecha imediata e diferidas de acordo com as normas.....	43
Tabela 6 – Fórmulas recomendadas pelas normas para obtenção do módulo de elasticidade (E) na ausência de ensaios. ....	45
Tabela 7 - Módulo de elasticidade e coeficiente de fluência utilizados no Adapt-PT para o exemplo da V1.....	57
Tabela 8 – Parâmetros para cálculo das perdas diferidas no <i>Adapt-PT</i> para o exemplo da V1. ....	57
Tabela 9 – Perdas cumulativas em relação à força inicial de 150 kN no cabo de protensão da V1. ....	58
Tabela 10 – Limites de tensão para a viga de projeto para classificação da protensão da V1. ....	59
Tabela 11 – Verificação da flecha de acordo com o ACI da V1 em cm. ....	61
Tabela 12 – Áreas de armadura passiva necessárias no meio do vão da V1 em cm <sup>2</sup> - ACI (2019). ....	62
Tabela 13 – Verificação da flecha para a V1 de acordo com NBR em cm.....	66
Tabela 14 – Áreas de armadura passiva necessárias no meio do vão da V1 em cm <sup>2</sup> - ABNT (2014). ....	67
Tabela 15 – Comparação dos resultados obtidos com as duas normas para a V1. ....	68
Tabela 16 – Flechas para V1 com seção retangular e seção T em cm. ....	69
Tabela 17 – Áreas de armadura passiva necessárias no meio do vão da V1 em cm <sup>2</sup> - seção retangular e seção T. ....	69
Tabela 18 – Momentos últimos obtidos para a V1 com as diferentes abordagens.....	74
Tabela 19 – Módulo de elasticidade utilizado no <i>Adapt-PT</i> para a V2. ....	76
Tabela 20 – Parâmetros para cálculo das perdas diferidas no <i>Adapt-PT</i> para o exemplo da V2. ....	78
Tabela 21 – Perdas cumulativas em relação à força inicial de 140 kN nos cabos de protensão da V2. ....	79
Tabela 22 – Limites de tensão para classificação da protensão na V2. ....	80
Tabela 23 – Verificação da flecha da V2 de acordo com o ACI. ....	82
Tabela 24 – Áreas de armadura passiva necessárias na V2 em cm <sup>2</sup> - ACI (2019). ....	83

Tabela 25 – Verificação da flecha da V2 de acordo com a NBR.....	86
Tabela 26 – Áreas de armadura passiva necessárias no meio do vão da V2 em cm <sup>2</sup> - NBR (ABNT, 2014).....	88
Tabela 27 – Comparação dos resultados obtidos com as duas normas para a V2. ....	89
Tabela 28 – Momentos últimos obtidos para a V2 no ensaio virtual com diferentes taxas de armadura passiva. ....	91
Tabela 29 – Momentos últimos obtidos para a V2 com as diferentes abordagens.....	93

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	<i>American Concrete Institute</i> (Instituto Americano do Concreto)
ELS	Estado Limite de Serviço
ELS-D	Estado Limite de Serviço – Descompressão
ELS-F	Estado Limite de Serviço – Formação de Fissuras
ELU	Estado Limite Último
NBR	Norma Brasileira Regulamentar
MEF	Método dos Elementos Finitos

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>14</b>
1.1	Problema .....	17
1.2	Questões Motivadoras .....	17
1.3	Justificativa .....	18
1.4	Objetivos.....	18
<b>2</b>	<b>PROTENSÃO</b> .....	<b>19</b>
2.1	Tipos de protensão.....	21
2.1.1	<i>Quanto à aderência</i> .....	21
2.1.2	<i>Quanto à intensidade</i> .....	26
2.2	Carregamentos e combinações de serviço .....	28
2.3	Perdas de protensão .....	29
2.3.1	<i>Perdas imediatas</i> .....	30
2.3.2	<i>Perdas diferidas</i> .....	32
2.4	Métodos de consideração da protensão .....	35
2.4.1	<i>Método da Carga Equivalente</i> .....	35
2.4.2	<i>Método do Elemento Resistente</i> .....	38
<b>3</b>	<b>ESTADOS LIMITES</b> .....	<b>40</b>
3.1	Estados Limites de Serviço .....	40
3.1.1	<i>Deformação diferida no tempo</i> .....	44
3.2	Estado Limite Último – esgotamento da capacidade resistente .....	46
3.2.1	<i>ULS (ACI, 2019)</i> .....	48
3.2.2	<i>ELU de acordo com a NBR (ABNT, 2014)</i> .....	48
3.2.3	<i>Análise não linear do ELU</i> .....	49
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	<b>51</b>
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....	<b>54</b>
5.1	Viga isostática com cabo parabólico – V1 .....	54
5.1.1	<i>Análise das perdas da V1</i> .....	57
5.1.2	<i>Verificação da V1 de acordo com o ACI</i> .....	58
5.1.3	<i>Verificação da V1 de acordo com a NBR</i> .....	63
5.1.4	<i>V1 - ACI x NBR</i> .....	67
5.1.5	<i>Análise da contribuição da mesa colaborante da V1</i> .....	68
5.1.6	<i>Análise não linear da V1</i> .....	69

<b>5.2</b>	<b>Viga contínua com cabo curvo – V2 .....</b>	<b>74</b>
<b>5.2.1</b>	<b><i>Análise das perdas da V2 .....</i></b>	<b>76</b>
<b>5.2.2</b>	<b><i>Verificação da V2 de acordo com o ACI.....</i></b>	<b>79</b>
<b>5.2.3</b>	<b><i>Verificação da V2 de acordo com a NBR .....</i></b>	<b>84</b>
<b>5.2.4</b>	<b><i>V2 – ACI x NBR .....</i></b>	<b>88</b>
<b>5.2.5</b>	<b><i>Análise não linear da V2 .....</i></b>	<b>89</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>95</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>97</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Diante das limitações e inconvenientes do concreto armado, muitos projetos de edifícios têm aderido à técnica do concreto protendido no Brasil. A técnica consiste na utilização de armaduras ativas que geram uma redistribuição de esforços nos elementos estruturais de concreto, o que torna possível a redução ou até mesmo a eliminação das tensões de tração, para as quais o material possui baixa resistência.

Emerick (2005) aborda que, especificamente no Brasil, o crescimento do uso do concreto protendido nas últimas décadas se deve, em grande parte, ao sistema de protensão pós-tracionada não-aderente, que passou a ser empregado devido à chegada das cordoalhas engraxadas ao mercado brasileiro. Técnicas construtivas neste âmbito vêm sendo desenvolvidas e amplamente aplicadas devido às vantagens estruturais e financeiras que estas trazem para as construtoras.

Apesar da técnica ter ganhado maiores proporções no país apenas recentemente, a pós-tração vem sendo estudada desde o século XIX (AALAMI, 2014). Nas primeiras tentativas não se obteve sucesso devido à ausência de estudos acerca do assunto, logo, eram aplicadas forças muito baixas, que com a retração e a deformação lenta, o efeito da armadura ativa era bastante reduzido ou até mesmo totalmente anulado. A partir de aplicação de maiores forças, a prática se tornou viável e eficiente para competir com os sistemas tradicionais que eram empregados. Um acelerado crescimento da utilização deste sistema de protensão ocorreu a partir da década de 1980, com o desenvolvimento dos primeiros *softwares* de análise e projeto, graças às até então recentes tecnologias dos computadores.

Tal crescimento evidencia a importância do desenvolvimento de técnicas de análise estrutural para viabilizar o emprego da prática construtiva. É através da análise que se tem conhecimento de dados cruciais para o projeto, como esforços internos, tensões, flechas e perdas de protensão, garantindo um projeto confiável e de acordo com as exigências das normas vigentes.

Um dos métodos mais utilizados para análise de estruturas protendidas é o método da carga equivalente, no qual os cabos de protensão são substituídos pelas forças que estes exercem no concreto. Trata-se de uma das mais simples técnicas de análise, e tal simplicidade apresenta vantagens de cálculo comparadas a outros



métodos (LIN; BURNS, 1981). Neste método, as perdas de protensão devem ser calculadas à parte, pois o método não as considera diretamente.

Outro método mais robusto é o método do elemento resistente, no qual o cabo não é substituído pelas suas forças equivalentes, e todo o seu comportamento como cabo, ou seja, deformações, tensões, propriedades do material, são levados em consideração na análise, logo, perdas de protensão não precisam ser calculadas por fora, pois estas são parte integrante do comportamento dos cabos e das duas interações com o concreto (AALAMI, 2014).

Aliadas as estas metodologias, convém citar o Método dos Elementos Finitos (MEF), método numérico amplamente utilizado em análise de estruturas. Muitas formulações hoje em dia, aplicando as metodologias de análise de protensão citadas, utilizam deste método numérico para discretização e cálculo (ADAPT, 2015; DALL'ASTA *et al.* 2005, 2007; LOU *et al.*, 2006; MOREIRA *et al.*, 2018).

O *Adapt-Builder* (ADAPT, 2015), programa mundialmente utilizado para projeto e análise de edifícios que utilizam a técnica da protensão, faz uma análise elástica-linear para obter os esforços e verificar tensões e deformações no Estado Limite de Serviço (ELS). Com estes esforços devidamente majorados de acordo com as normas vigentes, é feito o dimensionamento no Estado Limite Último (ELU), para o qual coeficientes de majoração podem ser aplicados para levar em consideração o que é exigido pelas normas no que diz respeito a não-linearidade. Uma versão deste programa será utilizada para análise e verificação das vigas.

No que diz respeito ao projeto, as normas ABNT (2014) e ACI (2019) possuem recomendações acerca da análise e projeto de vigas protendidas, diferindo entre si em alguns aspectos, como taxas mínimas de armadura passiva, tensão máxima aplicada no cabo de protensão, dentre outros. Neste contexto, uma viga submetida a um mesmo carregamento e mesma seção transversal possui taxas de aço passivo e ativo diferentes em relação ao que se recomenda em cada norma, o que resulta em diferentes esforços e deslocamentos.

Tais diferenças também são consequência das diferentes recomendações de cada norma acerca da consideração da não linearidade física e geométrica para análise dos elementos, considerações estas aproximadas e baseadas em resultados experimentais. Neste contexto, surge a necessidade de realizar um estudo comparativo dos resultados obtidos pelas diferentes normas com uma formulação que considere tais efeitos. Nas análises lineares com o *Adapt-PT* e na análise não linear e

nas verificações dos estados limites, o foco deste trabalho será no que diz respeito ao comportamento da viga na flexão.

O primeiro capítulo deste trabalho apresenta a justificativa e os objetivos do mesmo. O Capítulo 2 apresenta conceitos importantes sobre protensão e uma breve revisão bibliográfica acerca de procedimentos para análise de estruturas protendidas. O terceiro capítulo aborda as diferentes recomendações das normas para dimensionamento e verificação de vigas protendidas, tanto no ELS quanto no ELU. O Capítulo 4 apresenta a metodologia para obtenção dos resultados, que estão no Capítulo 5. Finalmente, o Capítulo 6 aborda as conclusões deste trabalho.

## 1.1 Problema

Atualmente, as normas existentes trazem recomendações diferentes para projeto de vigas protendidas, há divergências desde a forma de consideração de resistência de materiais às taxas mínimas de armadura. O conservadorismo e a adoção de métodos empíricos consistem em uma boa alternativa a favor da segurança na ausência de métodos mais eficazes, como os que consideram a não-linearidade do material.

Além disso, as normas recomendam aproximações para consideração de efeitos da não linearidade física e geométrica, e tal aproximação pode induzir a adoção de taxas de armadura elevadas.

Outro problema de pesquisa é que o software comercial utilizado, mesmo sendo amplamente utilizado para projeto de edifícios em um contexto mundial, não descreve de forma clara a metodologia de análise, incluindo as hipóteses utilizadas. Portanto, além da necessidade de estudos comparativos das normas, também se faz necessária uma análise crítica de como esse software de projeto analisa e dimensiona os elementos estruturais.

## 1.2 Questões Motivadoras

Seguem as questões motivadoras deste projeto de graduação:

- a) Para elementos protendidos com protensão não-aderente, qual das normas apresenta projeto mais econômico?
- b) O *software* estudado, *Adapt-PT*, faz uma análise elástica-linear e apenas no dimensionamento a não-linearidade é considerada seguindo recomendações de norma. Os resultados obtidos desta maneira simplificada irão ser próximos dos que serão obtidos por um modelo não-linear?
- c) Qual a influência das recomendações normativas, como recomendações e tensões admissíveis, sobre o comportamento estrutural de vigas protendidas?
- d) Quais as diferentes recomendações para perdas de curta e longa duração?
- e) Quais as diferentes recomendações das considerações normativas acerca do comportamento das vigas ao longo do tempo?

### 1.3 Justificativa

Tendo em vista a ampla utilização de concreto protendido na construção de edifícios atualmente, especialmente das cordoalhas engraxadas, devido às facilidades construtivas do cabo não-aderente, é de extrema importância o desenvolvimento de pesquisas sobre projeto e análise deste tipo de estruturas. Desta forma, há o interesse e a necessidade de se avaliar diferentes recomendações de projeto e estudar as considerações não-lineares feitas pelas normas.

Na protensão não-aderente não há compatibilidade de deformações, em determinada seção, entre o cabo e o concreto, necessitando de um modelo de análise complexo que represente tal comportamento, levando também em consideração perdas de curta e longa duração de protensão. Neste contexto, as considerações dos efeitos da não linearidade recomendados por norma serão avaliadas com o uso de uma formulação de análise estrutural de vigas com protensão não aderente proposta por Moreira *et al.* (2018), o que tornará elucidado o impacto da consideração da não-linearidade para elementos protendidos.

### 1.4 Objetivos

O objetivo geral deste projeto é realizar uma análise comparativa do efeito das recomendações de diferentes normas de projeto sobre o comportamento estrutural da flexão em vigas com protensão não aderente.

Os objetivos específicos são:

- a) Analisar comparativamente qual das normas resulta em projeto mais econômico.
- b) Comparar os resultados do *software* comercial com uma formulação não-linear física e geométrica.
- c) Analisar a influência das recomendações normativas sobre o comportamento estrutural de vigas protendidas.
- d) Analisar as diferenças nas considerações das perdas de curta e longa duração.
- e) Analisar as diferentes recomendações das considerações normativas acerca do comportamento das vigas ao longo do tempo.

## 2 PROTENSÃO

Protensão é uma técnica que ocasiona uma redistribuição de esforços nos elementos de concreto pela aplicação de uma tensão na peça, deixando-a previamente comprimida. Essa tensão visa melhorar o desempenho dos elementos, tornando possível utilizar todo o potencial do concreto à compressão (esforço este para o qual a resistência do concreto é satisfatória) e minimizando, ou até eliminando, os esforços de tração, esforço que ocasiona fissuras na seção devido à baixa resistência do material para o mesmo. Assim como o concreto armado, o protendido também se trata do trabalho em conjunto do concreto com o aço, a diferença entre os mesmos encontra-se no trabalho do aço.

No concreto armado, o aço, considerado armadura passiva, sofre o efeito da tração à medida em que vai sendo carregado, logo, a força que deforma as armaduras passivas é o próprio carregamento da estrutura, que acontece simultaneamente no concreto, fazendo com que ambos os materiais se deformem em conjunto. Como a resistência à tração do concreto é muito baixa (cerca de 10% da sua resistência à compressão) ocorre a formação de fissuras, o que deixa a armadura passiva exposta a agente corrosivos e compromete a resistência e durabilidade da peça.

Já no concreto protendido, têm-se as armaduras ativas, que são barras, fios isolados ou cordoalhas destinadas à produção de forças de protensão com a aplicação de um pré-alongamento inicial (ABNT, 2014). Logo, é ocasionada uma redistribuição de esforços na flexão, fazendo com que o concreto não trabalhe à tração e seja mais exigido na compressão, o que é muito vantajoso, tendo em vista que a resistência à tração do concreto corresponde à aproximadamente 10% da sua resistência à compressão (ADÃO E HEMERLY, 2010).

Ranzi *et al.* (2013) discutem que o uso da técnica em questão é mais eficiente e econômico do que o convencional. Além disso, pode proporcionar maior durabilidade às estruturas por limitar a formação de fissuras, e também permite a utilização de concretos com maiores resistências características, o que confere a maior durabilidade, pois implica em diminuição da relação água-cimento e efeitos das deformações devido devido aos efeitos da fluência do concreto ao longo do tempo.

Arcelormittal (2018) destaca como vantagens advinda da protensão a leveza da estrutura, ausência de fissuração, resistência a ambientes agressivos, possibilidade de execução de peças pré-moldadas (Figura 1), obtenção de grandes vãos sem vigas (Figura 2), redução do custo de construção e facilidade de viabilizar projetos de grande beleza e valor arquitetônicos. Ainda em seu manual, é destacado que em caso de lajes planas sem vigas, tipo cogumelo ou vigas de borda, é possível obtenção dos tetos lisos com uma rapidez de um pavimento a cada quatro dias.

Figura 1 - Vigas pré-moldadas protendidas.



Fonte: <http://www.cotanet.com.br/vigotas-protendidas/vigas-pre-moldadas-protendidas>

Figura 2 - Marquise do Hospital da Mulher de Fortaleza.



Fonte: <http://www.impactoprotensao.com.br/component/k2/item/20-protens%C3%A3o-n%C3%A3o-aderentecom-cordoalhas-engraxada>

Aalami (2014) ainda discute que o fato do aço de protensão possuir resistência 4,5 vezes maior que as armaduras passivas, o que é um dos fatores que torna a estrutura mais leve, como foi discorrido anteriormente. O mesmo autor ainda mostra outras vantagens: a protensão viabiliza lajes mais finas, o que significa economia de concreto e também menores pés-direitos; o menor peso destas peças é uma grande vantagem em regiões sujeitas a abalos sísmicos; maior habilidade a resistir cargas concentradas nas lajes; menor permeabilidade, devido à ausência de fissuras; dentre outras vantagens já discutidas.

## 2.1 Tipos de protensão

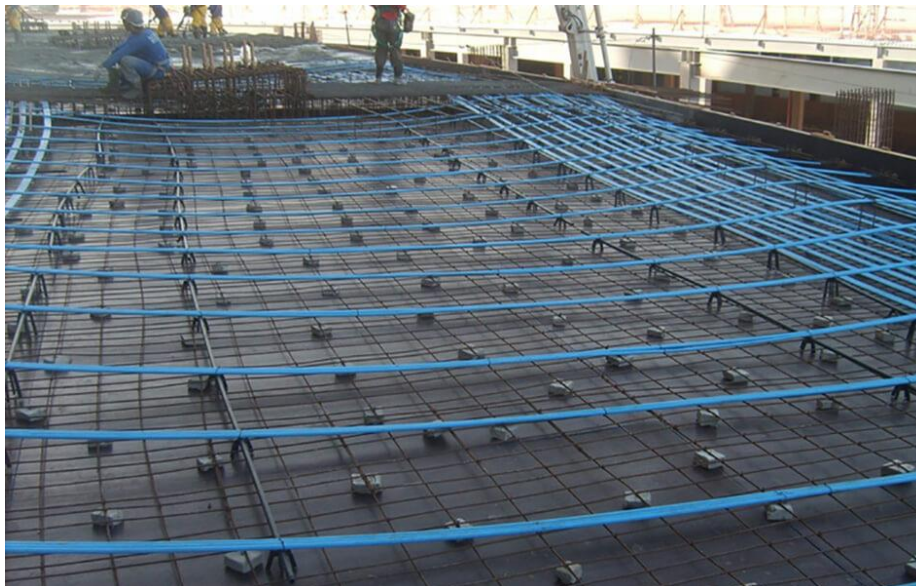
Existe mais de uma maneira de aplicar estes esforços à uma peça de concreto. Além da possibilidade de existir ou não aderência entres os elementos aço e concreto, existem diferentes níveis de protensão que determinarão diferentes comportamento das estruturas quanto à fissuração e tração.

### 2.1.1 Quanto à aderência

Existem dois tipos de protensão quanto à aderência: aderente e não-aderente. No primeiro caso, existe aderência entre o concreto e o aço. Esta aderência pode ser feita em um sistema de protensão pré-tracionado ou pós-tracionado. Na pré-tração, a força de protensão é aplicada no cabo antes da concretagem, e sendo feito a concretagem sobre o cabo já tracionado, é estabelecida a aderência entre os materiais. Este caso é comum em pré-moldados e só permite perfis de cabo com o traçado reto e poligonal.

Na pós-tração, os cabos estão dentro de uma bainha, que impede uma inicial aderência entre o aço e o concreto para que seja possível a tração dos cabos após a concretagem. Após protensão dos cabos, pode ser injetada uma nata de cimento nesta bainha, estabelecendo assim a aderência entre os elementos. A não injeção desta nata caracteriza a protensão pós-tracionada não-aderente (Figura 3), realizada usualmente com cordoalhas engraxadas, nas quais a aderência do concreto com o cabo é feita apenas nas ancoragens (SOBRINHO, 2018).

Figura 3 - Laje com protensão não-aderente em execução.



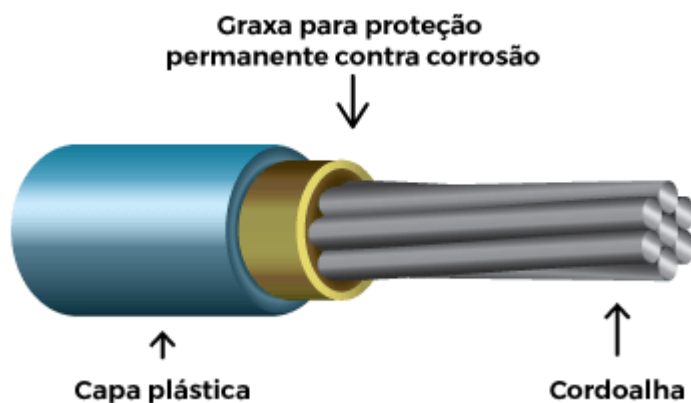
Fonte: <http://impactoprotensao.com.br/servicos/protensao/protensao-nao-aderente/>

Quanto à cordoalha engraxada, trata-se de uma cordoalha envolvida por uma capa plástica, como mostrado na Figura 4. Atualmente, tais cordoalhas consistem em fios de aço de alta resistência entrelaçados de forma helicoidal. A capa tem a função da bainha, que isola os materiais, enquanto a graxa tem o papel de proteger a armadura à corrosão e diminuir o atrito entre o cabo e a bainha. A não necessidade de injeção da nata de cimento neste sistema implica em facilidades



construtivas em relação à protensão aderente, pois torna a execução da protensão mais simples, mais econômica, possibilitando montagem e manuseio mais rápidos e práticos e também possibilitando grande redução nas perdas em função do atrito (DORNELLES, 2009).

Figura 4 - Cordoalha engraxada.



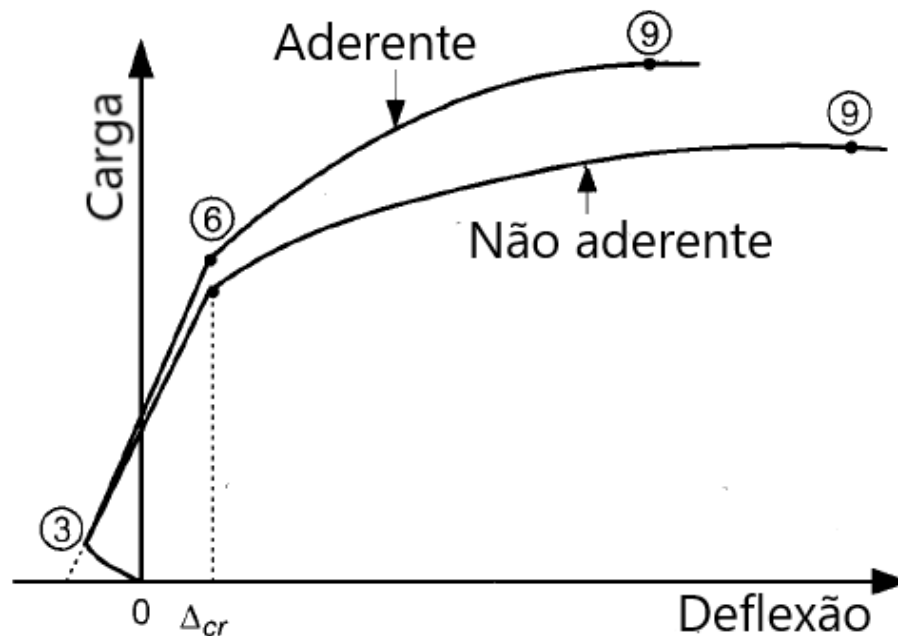
Fonte: <http://impactoprotensao.com.br/servicos/protensao/protensao-nao-aderente/>

Nos elementos estruturais protendidos sem aderência, o atrito entre o cabo e o concreto pode ser desconsiderado, de forma que a transferência da força da protensão se dê apenas pelas ancoragens, porém existe sim uma perda por atrito, mas que é pequena quando comparada à protensão aderente (AGUIAR, 2014).

Naaman (2004) compara o comportamento de uma mesma viga com a mesma área de protensão aderente e não aderente em uma curva carga x deflexão, como está apresentado na Figura 5.

. O ponto 6 representa o limite de tração do concreto, ou seja, a partir deste ponto surgem fissuras na viga. O ponto 9 representa a carga última. Percebe-se que em relação à protensão aderente, a não aderente atinge estes limites com carregamentos menores, podendo o aço inclusive não atingir sua tensão de escoamento. Naaman (2004) explica que tal comportamento ocorre devido ao cabo não acompanhar a deformação do concreto, já que não existe aderência ao longo do cabo, mas apenas nas ancoragens.

Figura 5 - Comportamento de cabos aderentes x cabos não aderentes em curva de carga x deflexão.



Fonte: adaptado de Naaman (2014).

Lin e Burns (1981) discutem que, devido o cabo não aderente ter liberdade para deslizar na bainha, a deformação do cabo é parcialmente equalizada ao longo do seu comprimento, fazendo com que a deformação do cabo na seção crítica seja aliviada. Dessa forma, a tensão nesses cabos aliviadas fazem com que no momento que o concreto atinge sua carga última, os cabos ainda estão longe de atingir sua capacidade máxima.

Aguiar (2014) e Moreira (2016) apontam as seguintes vantagens do sistema de protensão não aderente com cordoalhas engraxadas:

- Maior controle de qualidade do aço protendido proporcionado pela graxa;
- Maior proteção à corrosão, também devido à graxa;
- Maior excentricidade do cabo;
- Execução mais rápida por não necessitar de injeção da nata de cimento;

- Macaco hidráulico é menor, logo é de maior facilidade de manuseio;
- Zona de ancoragem com menos armadura de fretagem (Figura 6);
- Menores perdas por atrito;
- Fácil transporte das cordoalhas, já que elas vêm em bobinas, podendo ser desenroladas cortadas no próprio canteiro.
- Pode-se retirar ou substituir os cabos de protensão.

Além das vantagens citadas, Aguiar (2014) aponta a seguinte desvantagem:

- Posteriores mudanças na laje ou viga que venham a perfurar um cabo, ocorrerá na perda de toda a protensão do mesmo, já que não existe atrito. Isso pode ocasionar ruptura da peça.

Figura 6 - Zona de ancoragem de protensão não aderente.



Fonte: <https://www.ufrgs.br/eso/content/?p=1701>

Neste contexto, Hussien *et al.* (2012) ensaiaram em laboratório vigas com protensão aderente e não-aderente no intuito de analisar comparativamente o comportamento das mesmas. Foi concluído no estudo que no caso da aderência o comportamento foi melhor no que diz respeito a ductilidade, rigidez inicial e deflexão no Estado Limite Último. Outra conclusão do autor obtida nos seus ensaios foi que o aumento da quantidade de protensão diminui a ductilidade das peças.

### ***2.1.2 Quanto à intensidade***

A NBR 6118 (ABNT, 2014) classifica as estruturas protendidas no que diz respeito a intensidade da protensão em três tipos: parcial, limitada ou completa.

De acordo com Dornelles (2009), a parcial caracteriza-se pela aplicação de uma força de protensão que balanceia parcialmente as cargas aplicadas, ainda permitindo tração no concreto e fissuração da seção e sendo necessária armadura passiva para resistir aos esforços. Há um controle das fissuras em serviço. Nesta protensão, o dimensionamento das armaduras é realizado para o estado limite último e posteriormente verificações em serviço são feitas.

Já as estruturas com protensão limitada e completa não permitem fissuração no concreto em serviço. Na completa, além de não ser permitida fissuração, também não se tem tração no concreto. Enquanto os tipos protensão parcial e limitada são comuns em vigas e lajes de edifícios, a protensão completa é mais comum em reservatórios, pisos e pontes.

A limitação da formação de fissuras na protensão limitada ou completa permite que se trabalhe com a inércia da peça bruta, o que é uma grande vantagem, tendo em vista que esta é consideravelmente maior que a inércia da seção fissurada. Isto implica em menores flechas, o que possibilita maiores vãos. As combinações utilizadas para verificação destes níveis de protensão devem seguir o que é proposto na Tabela 13.4 da norma brasileira e está apresentada na Figura 7.

Figura 7 - Tabela 13.4 da NBR 6118:2014 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura em função das classes de agressividade ambiental.

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	–
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação frequente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação frequente
		ELS-D <sup>a</sup>	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D <sup>a</sup>	Combinação frequente

Fonte: (ABNT, 2014)

Já o ACI (2019) classifica as vigas quanto ao tipo de protensão de maneira diferente. São três os tipos: C - *cracked* (fissurada), U - *uncracked* (não fissurada) e T - *transition between uncracked and cracked* (transição entre não fissurada e fissurada). Tais tipos de protensão dependem da tensão de tração, como está exposto na Tabela 1, na fibra mais externa calculadas com as combinações de serviço da referida norma assumindo as propriedades de uma seção não fissurada.

Tabela 1 – Classe de protensão de acordo com o ACI (2019).

Classe	Limites de tensão (MPa)
<b>U</b>	$\sigma_{ts} \leq 0,62\sqrt{f_{ck}}$
<b>T</b>	$0,62\sqrt{f_{ck}} < \sigma_{ts} \leq \sqrt{f_{ck}}$
<b>C</b>	$\sigma_{ts} > \sqrt{f_{ck}}$

Fonte: adaptado de ACI (2019)

Qualitativamente, os tipos de protensão limitada e completa enquadram-se na classe U do ACI (2019), pois em ambos os tipos não há formação de fissuras, podendo as vigas protendidas parcialmente enquadrarem-se no tipo T ou C, dependendo do nível de fissuração.

## 2.2 Carregamentos e combinações de serviço

Para análise e verificação de vigas protendidas, além dos carregamentos também existentes nas vigas de concreto armado, tem-se a presença dos carregamentos devido à protensão. A carga equivalente de protensão é representada por  $F_{PT}$ , e ao hiperestático de protensão por  $F_{HYP}$ .

Além destes, tem-se o carregamento mínimo ( $F_{MIN}$  ou  $F_G$ ), que corresponde ao carregamento permanente ocasionado pelas cargas de peso próprio, ou seja, carregamentos permanentes como de revestimentos não são considerados, apenas o peso próprio da viga em questão ou este peso somado à parcela dos pesos de lajes e outra(s) viga(s) que se apoiem na viga analisada.

A carga permanente advinda de revestimentos, alvenarias, dentre outros, é chamada de *superimposed dead load*, pois é uma carga permanente além dos pesos próprios. Os esforços advindos dessa carga serão advindos dos carregamentos chamados de  $F_{SD}$ , e o esforço permanente ( $F_D$ ), é o esforço atuante na viga quando  $F_{SD}$  e  $F_G$  estiverem atuando. Além destes carregamentos, tem-se o devido à carga acidental ( $F_L$ ).

Nesse contexto, os Estados Limites expostos na Figura 7, considerando que as vigas que serão analisadas serão vigas de edifícios residenciais, são analisados com as combinações a seguir:

- Combinação frequente:

$$F_{FRE} = F_D + 0,4F_L + F_{PT} \quad (1)$$

- Combinação quase permanente:

$$F_{QP} = F_D + 0,3F_L + F_{PT} \quad (2)$$

- Combinação rara:

$$F_R = F_D + F_L + F_{PT} \quad (3)$$

Já para a verificação do tipo de protensão de acordo com o ACI (2019), utiliza-se a combinação total e verifica-se as tensões de acordo com a Tabela 1. Além dessa combinação, verifica-se a flecha em serviço com a combinação *sustained* (Aalami, 2014).

- Combinação total:

$$F_T = F_D + F_L + F_{PT} \quad (4)$$

- Combinação *sustained*:

$$F_{SUS} = F_D + 0,3F_L + F_{PT} \quad (5)$$

onde o coeficiente de minoração 0,3 foi adotado por ser o mais utilizado entre projetistas de acordo com Aalami (2014), mas que não é um valor sugerido pelo ACI (2019) e o mesmo pode variar entre 0,2 e 0,5.

### 2.3 Perdas de protensão

As forças de protensão no concreto protendido diminuem continuamente com o tempo (ZIA *et al.*, 1979). De acordo com Aalami (2014), os principais fatores que contribuem com a não-uniformidade da distribuição das forças de protensão no concreto e suas perdas são: perdas devido ao atrito durante a protensão; retração no concreto; perdas por deformação das placas de ancoragem; fluência no concreto e relaxação do cabo.

Tais perdas podem ser classificadas como Perdas Imediatas e Perdas Diferidas. As imediatas são características do processo construtivo de elementos protendidos, enquanto as diferidas são conseqüentes das características físicas dos materiais empregados (DORNELLES, 2009).

### 2.3.1 Perdas imediatas

No ato da protensão, perdas imediatas ocorrem, fazendo com que a força atuante nas peças já seja menor do que a força aplicada no macaco hidráulico imediatamente após a aplicação da protensão. Serão discutidas nesta seção as perdas por atrito cabo-bainha (especificamente em elementos pós-tracionados), perdas por deformação da ancoragem e perdas por deformação imediata do concreto no momento da aplicação da protensão.

As perdas por atrito cabo-bainha (elementos pós-tracionados) ocorrem porque ao ser tracionado, o cabo tende a retificar-se. O deslocamento do cabo gera um atrito entre o cabo e a bainha. A diminuição da força de protensão ao longo do cabo devido este atrito, recomendada igualmente pela norma brasileira (ABNT, 2014) e americana (JOINT, 1953; AALAMI, 2014; ACI 2019), pode ser calculada por:

$$F(x) = F(x_i)e^{-\mu(\Delta\alpha+\beta x)} \quad (6)$$

onde  $F(x_i)$  é a força inicial,  $F(x)$  a força após esta perda,  $\mu$  é o coeficiente de atrito devido à variação angular,  $\Delta\alpha$  é a variação angular entre as tangentes do cabo em radianos e  $\beta$  é o coeficiente de atrito devido às ondulações do cabo, expresso em radianos por metro. Tais coeficientes dependem do aço e do material que está em contato e atritando diretamente com ele.

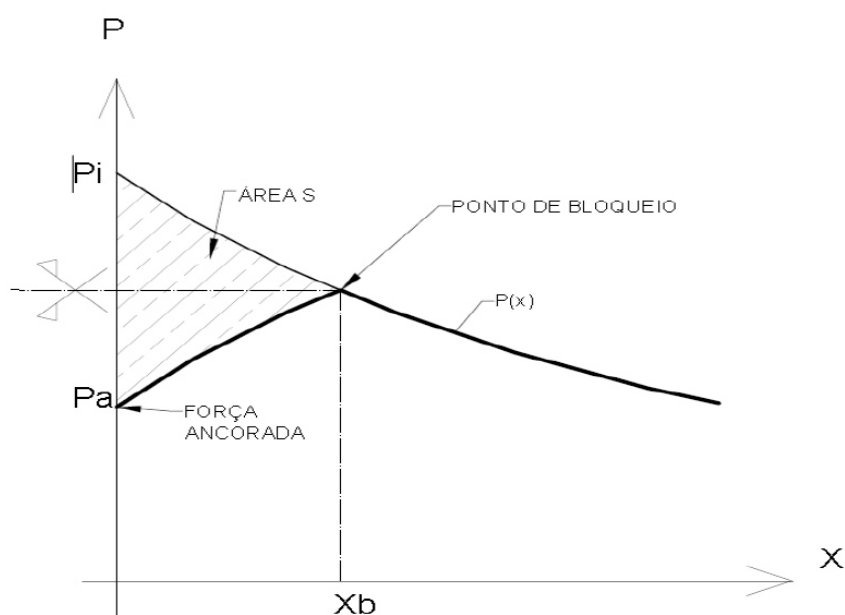
Na protensão não aderente o cabo é livre para deslocar-se dentro da bainha, entretanto, ainda existe atrito entre os elementos. Para alguns autores este atrito pode ser desprezado (LOU *et al.*; 2013; ALVES *et al.*, 2019)

Também chamada de acomodação da ancoragem, a perda por deformação da ancoragem ocorre devido a um deslocamento imediatamente após a cravação, que se deve a acomodação do sistema de cunhas tronco cônicas (clavetes) que transferem a força de cada cabo para a placa de ancoragem. Este encurtamento deve ser fornecido pelo fabricante, mas trata-se de um deslocamento que varia de 6 a 8mm (LOUREIRO, 2013). O cálculo desta perda é feito através da área S do gráfico (Figura 8), consistindo o problema em determinar o ponto de bloqueio, que é o limite da propagação do efeito da ancoragem ao longo do cabo. Neste ponto, tem-se um eixo de simetria em relação à curva da força de protensão apenas com as perdas por atrito  $P(x)$  e a curva já com as perdas decorrentes da acomodação da ancoragem  $P_a(x)$ .



Caso o ponto de bloqueio não esteja interceptando à curva, indica que esta perda se propaga por todo o comprimento do cabo, o que ocorre com mais frequência em cabos curtos (Aguiar, 2014). Tal perda depende do módulo de elasticidade e da área do cabo (AALAMI,2014).

Figura 8 - Representação gráfica das forças de protensão ao longo de um cabo protendido por uma das pontas



Fonte: Aguiar (2014)

A orientação da NBR 6118 (ABNT, 2014) em relação a esta perda é que se deve adotar valores experimentais ou indicados pelos fabricantes. Zia *et al.* (1979), trabalho recomendado pela norma americana ACI (2019), também não apresenta cálculo analítico desta perda, citando que esta perda é pequena e não precisa ser medida com acurácia, sendo apenas importante reconhecer seus efeitos máximos, que são fornecidos pelo fabricante em termos de alongamento.

Em termos práticos, estas duas primeiras perdas são checadas na execução em termos de alongamento, medidos na operação da protensão. No caso das cordoalhas engraxadas, a medição deve ser feita após a cravação (LOUREIRO, 2013). ACI (2019) considera aceitável variações de até 7% entre o alongamento teórico e o real.

Também chamada de encurtamento elástico imediato, a perda por deformação imediata do concreto durante a protensão ocorre pela protensão sequencial dos cabos. Ao protender um cabo, o concreto é submetido a uma deformação elástica. A maioria dos autores apresenta esta perda como sendo imediata

(NAAMAN, 2004; EMERICK, 2005), porém o autor Aalami (2014) a considera como sendo dependente do tempo. Como esta perda ocorre no ato da protensão, neste trabalho ela será considerada imediata. Esta deformação provoca uma perda de protensão nos demais cabos que já haviam sido protendidos. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), esta perda ( $\Delta\sigma_p$ ) pode ser calculada como:

$$\Delta\sigma_p = \alpha_p(\sigma_{cp} + \sigma_{cg}) \frac{n-1}{2n} \quad (7)$$

onde  $\alpha_p$  é a razão entre os módulos de elasticidade da armadura ativa e do concreto,  $\sigma_{cp}$  é a tensão inicial do concreto no baricentro da protensão devida à protensão de  $n$  cabos e  $\sigma_{cg}$  é a tensão no mesmo ponto anterior, mas devida à carga permanente mobilizada pela protensão. Tal perda só ocorre se houver mais de um cabo e caso eles não sejam protendidos juntos, tendo em vista que seus efeitos são nos cabos que já estão ancorados, e não no que está sendo protendido.

Aalami (2014) apresenta a seguinte equação para consideração desta perda:

$$\Delta\sigma_p = K_{es}\alpha_p\sigma_{cpa} \quad (8)$$

onde  $K_{es}$  é igual a 0,5 para cabos não aderentes pós-tracionados sequencialmente com a mesma tensão e  $\sigma_{cpa}$  é a tensão de compressão média no concreto ao longo do centroide da seção.

### **2.3.2 Perdas diferidas**

Tais perdas ocorrem ao longo do tempo, a medida que fenômenos como retração e fluência vão acontecendo, ocasionando uma perda de protensão progressivamente.

Retração é a variação volumétrica sofrida pelo concreto após endurecido, variação esta que se inicia no lançamento do concreto, mas apenas influencia como perda depois da atuação da protensão. Tal deformação ocorre devido à água que não reage com o cimento, logo, depende da área de superfície, temperatura, e da umidade relativa do ambiente.

Maior parte do esforço da protensão deve-se do estiramento dos cabos, mantido através da ancoragem ou da aderência ou de ambos. Havendo deformação no concreto (que no caso se encurta), parte do estiramento desaparece, caracterizando assim perda de protensão na armadura.

Quando submetido à carregamento constante, o material sofre fluência (*creep*), que é o aumento da deformação devido às cargas constantes, ou seja, o carregamento permanente da estrutura. Similarmente às perdas por retração do concreto, este efeito reológico do concreto implica em perdas por diminuir o alongamento do aço. O ACI (2019) recomenda as formulações propostas por PCI (1975) e Zia *et al.* (1979) para consideração da retração e fluência.

De acordo com Gilbert e Ranzi (2010), a fluência se apresenta menos em peças protendidas do que em peças de concreto armado, mas continua sendo um efeito significativo para análise. O menor efeito é devido à redistribuição de esforços ocasionada pela protensão, que leva os esforços das regiões com alto fator de fluência para os de baixo. As perdas devido à fluência podem variar de valores próximos de zero a aproximadamente 20% ou mais caso sejam aplicadas elevadas forças de protensão quando a idade do concreto for de poucos dias.

Além destas perdas ocorrentes de fenômenos reológicos do concreto, existe também a perda diferida devida à relaxação do aço. A tensão inicial nos cabos protendidos já ancorados transferindo esforços para o concreto são, normalmente na ordem de 60 a 75% da resistência à tração do aço. Diferentemente do que acontece com as armaduras passivas do concreto armado, estes aços protendidos, por terem uma deformação constante submetidos à elevadas tensões, vão perdendo a sua elasticidade, passando a apresentar tensões inferiores para as mesmas deformações, o que caracteriza a relaxação do aço (GILBERT e RANZI, 2010). Tal perda depende diretamente da tensão aplicada nos cabos de protensão e da temperatura. É devido a esta perda que normalmente se usa os aços de relaxação baixa nas estruturas.

Estas perdas devem ser fornecidas pelo fabricante do aço, pois depende principalmente das propriedades do aço, sendo geralmente um valor que representa de 2 a 8% da tensão inicial (JOINT, 1953; ACI 2019). PCI (1975) e Zia *et al.* (1979), também recomendados pela norma americana, apresentam formulações para a consideração desta perda. Já de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), para cálculo isolado da relaxação do aço, os valores de relaxação de fios e cordoalhas após 1000

horas a 20 °C ( $\Psi_{1000}$ ) apresentados na norma podem ser adotados para efeito de projeto.

A consideração das perdas de longa duração (ou progressivas), de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), deve ser realizada considerando a interação dos três tipos de perdas apresentados. Tal norma apresenta três procedimentos para considerar tais perdas: o Item 9.6.3.4.2 apresenta o Processo Simplificado Para o Caso de Fases Únicas de Operação, aplicável quando a concretagem e a protensão ocorrem em fases próximas para que os efeitos de uma não interfiram na outra e quando os cabos possuem afastamentos pequenos em relação à altura, podendo seus efeitos serem considerados equivalentes ao de um único cabo; o Item 9.6.3.4.3 apresenta o Processo Aproximado, tendo que satisfazer as mesmas condições do processo anterior e um limite máximo para a retração. Já o Item 9.6.3.4.4 apresenta o método geral, que pode ser aplicado quando as condições dos processos anteriores não forem satisfeitas, ou quando se queira analisar os efeitos da protensão em um tempo que não seja o inicial nem o infinito. Trata-se de um método mais complexo, que deve considerar a fluência de cada uma das camadas do concreto e a relaxação de cada cabo separadamente.

É importante acrescentar que a norma brasileira não obriga a adoção de nenhum dos métodos recomendados, e que os métodos só se aplicam à protensão com aderência que possa ser representada pelo estágio I (estádio no qual o concreto não está sujeito a esforços de tração maiores que sua resistência e pode ser representado linearmente pela Lei de Hooke). Carneiro (2015) elucida que a aplicação destes métodos é exclusiva para os casos nos quais se tem aderência, porque todos eles levam em consideração a solidariedade entre o aço e o concreto, solidariedade esta que não existe ao longo do cabo no caso da protensão não-aderente, logo, a mesma metodologia aplicada no sistema não-aderente pode ser conservadora.

Lou *et al.* (2013) apresentam uma formulação não linear e dependente do tempo para análise de vigas contínuas protendidas sem aderência. O autor considerou o fenômeno da retração independente da tensão aplicada enquanto a fluência depende da tensão linearmente. O autor discute acerca da variação de deformação em cabos não aderentes depender mais do comportamento do cabo do que da seção e considera a protensão através do método da carga equivalente, utilizando uma abordagem própria para a não aderência.

Gauvrau (1993) apresenta uma formulação matemática para obtenção das perdas devido à retração e fluência do concreto no caso específico de cabos não-aderentes. Tal autor propõe um método baseado em procedimentos de cálculo simplificados para análise da resistência última de vigas protendidas, parcialmente protendidas ou armadas.

Emerick (2005) considera as perdas finais em torno de 12% e as imediatas em 6%. Carneiro (2015) apresenta uma revisão a respeito das porcentagens adotadas para consideração destas perdas, na qual as perdas imediatas também correspondem a 6% e as diferidas variam de 10 a 15%. Sobrinho (2018) e Carneiro (2015) apresentam também o valor de 20%, recomendado pela Concrete Society (1994 *apud* CARNEIRO, 2015), para as perdas totais.

## **2.4 Métodos de consideração da protensão**

A consideração da protensão pode ser feita de maneira simplificada, considerando apenas os esforços do cabo na viga, ou de maneira mais precisa, levando em consideração a interação do conjunto aço-concreto.

### ***2.4.1 Método da Carga Equivalente***

Este método consiste em representar a ação da protensão através de um conjunto de cargas externas e autoequilibradas (cargas equivalentes). Tais cargas devem ser tais que, ao atuar na estrutura, provoquem os mesmos esforços internos e deslocamentos gerados pela protensão. Tais cargas também devem ser auto equilibradas, tendo em vista que a técnica não adiciona nem alivia o carregamento da estrutura, mas apenas redistribui seus esforços propiciando que os materiais trabalhem de maneira mais satisfatória.

De acordo com Loureiro (2013), para que se considere a protensão de acordo com este método, deve-se tratar o cabo de protensão e a viga de concreto como dois corpos rígidos separados que estão submetidos às forças de ação e reação que um exerce no outro.

Este método também é conhecido como Método da Carga Balanceada, introduzido por Lin (1963), permitindo a filosofia de projeto de adotar um traçado dos cabos de forma a balancear uma parte do carregamento atuando no concreto. Para

Aalami (2014), trata-se do método mais simples de modelagem da protensão, e precisa seguir as seguintes condições para que seja aplicado:

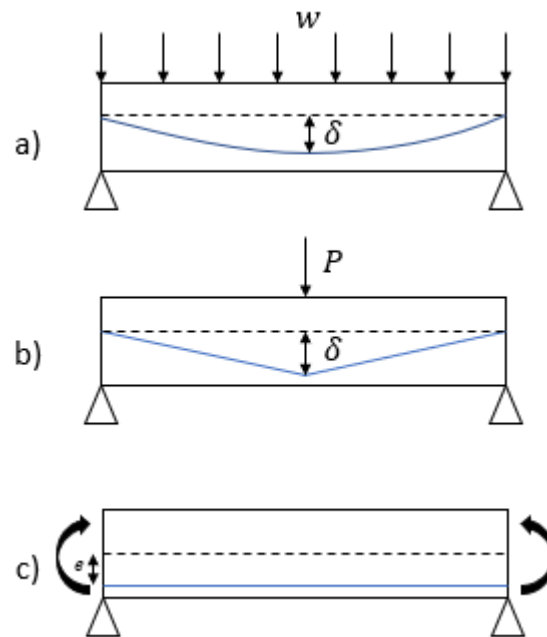
- Caso haja variação do eixo central, deve-se adicionar um par de momentos para restabelecer a hipótese de compressão uniforme, tendo em vista que a variação do eixo centróide viola a hipótese de desacoplamento entre os efeitos axial e de flexão.
- O perfil do cabo em cada trecho deve permitir que seja representado por uma simples parábola contínua;
- A variação de tensão ao longo do cabo deve ser pequena, não afetando a análise. Ou seja, deve-se assumir uma força efetiva constante ao longo do cabo que já considere as perdas de protensão;
- Os efeitos dos esforços axiais resultantes da flexão e da protensão devem ser considerados independentes um do outro.

Nessas condições, o impacto de um cabo em uma viga pode ser representado por cargas equivalentes, sendo cargas uniformes a cada vão de protensão (sendo um vão o espaço compreendido entre dois pontos de inflexão). A consideração das perdas de protensão podem ser calculadas à parte de maneira aproximada.

Naaman (2004) considera o método da carga balanceada ideal para o projeto dos cabos protendidos, tendo em vista que o mesmo é simples e intuitivo, o que o torna conveniente para determinar o número de cabos e seus perfis. O autor apresenta os perfis de cabo ideais para cada situação como está apresentado na Figura 9.

No caso de carga distribuída, o diagrama de momento fletor é parabólico, o efeito deste momento é balanceado por um cabo parabólico, que causa um momento de protensão igual e oposto ao gerado pela carga. O mesmo raciocínio aplica-se ao caso da protensão para combater o efeito de cargas pontuais. No caso de momento constante, um cabo reto é suficiente pelo momento constante gerado com a excentricidade. Logo, o perfil do cabo eficiente para cada tipo de carregamento é similar ao traçado do diagrama de momento fletor.

Figura 9 - Perfis de cabo ideais para cada tipo de carregamento.



Fonte: elaborado pela autora.

Nos casos das cargas solicitantes serem distribuídas ( $w$ ) ou concentradas ( $P$ ), a força ( $F$ ) que deve ser aplicada no cabo de protensão de modo a balancear tais cargas depende da flecha ( $\delta$ ) e do tamanho do vão ( $l$ ) e é calculada de acordo com as Equação (9) e (10), respectivamente.

$$F = \frac{wl^2}{8\delta} \quad (9)$$

$$F = \frac{Pl^2}{4\delta} \quad (10)$$

No caso do cabo reto, a força a ser aplicada ( $F$ ) para combater um momento constante ( $M$ ) depende da excentricidade do cabo em relação ao centroide da seção, de acordo com:

$$F = \frac{M}{e} \quad (11)$$

Aguiar (2014) apresenta um programa para cálculo e dimensionamento automático de vigas protendidas, que considera a protensão pelo método da carga equivalente em conjunto com as cargas de balanceamento e realiza dimensionamento seguindo as exigências de NBR 6118 (ABNT, 2014).

#### ***2.4.2 Método do Elemento Resistente***

Diferentemente do modelo anterior, este modelo não considera o cabo isolado do concreto. Em vez disso, o cabo é um elemento resistente, que atua em conjunto com o concreto, contribuindo para o vetor de forças internas e na matriz de rigidez. Este método é vantajoso pois os efeitos de longa duração tornam-se resultados implícitos das formulações, que permitem a consideração da geometria do cabo ao longo da análise, tornando-o mais realista.

O cabo é um elemento independente, sujeito a deslocamentos e variações de tensões baseados nas deformações do elemento com o qual está aderido ou ancorado. Uma força inicial após perdas de atrito é assumida para cada cabo, e cada deformação subsequente no concreto serão acompanhadas por deslocamentos compatíveis no elemento de cabo (AALAMI, 2014).

O autor ainda ressalta que devido à implícita interação do concreto e do aço, não há necessidade de considerações separadas dos efeitos de retração e fluência no concreto e relaxação do aço, sendo este último efeito automaticamente considerado nas equações de equilíbrio para análise do segmento.

Tal modelo é usualmente implementado usando o Método dos Elementos Finitos (MEF). Aalami (2014) descreve que este método emergiu como solução para a maioria dos projetos estruturais por se tratar de uma ferramenta poderosa e versátil. No MEF, subdivide-se uma estrutura em elementos menores a ponto de obter-se uma formulação mais simples que represente o comportamento do elemento. A resposta local depende das propriedades do material, geometria, coordenadas da estrutura, dentre outros fatores. A resposta numérica destes elementos permite que uma computação automática do comportamento geral da estrutura.

Para Carvalho (2012), o MEF é um método que conduz a bons resultados, mas que até 2012 não era um método empregado pela maioria dos projetistas, sendo uma formulação mais presente nos meios acadêmicos ou por pesquisadores. Aalami (2014) cita que até então o método é uma caixa preta para a maioria dos engenheiros,



sendo importante a correta utilização dos modelos e interpretação dos resultados para que seja feito um bom projeto. De acordo com Sobrinho (2018), o método garante uma avaliação sofisticada e bastante próxima do real, entretanto, é complicado e requer cuidados específicos na modelagem. A qualidade dos resultados quando comparados com resultados de ensaios reais pode ser vista como consequência da fácil consideração da não-linearidade física e geométrica à formulação.

Uma das grandes vantagens do método é a sua aplicabilidade, já que este permite análise de estruturas com diferentes geometrias, carregamento e condições de contorno. Além disso, podem-se usar de elementos unidimensionais a tridimensionais, sendo a cargo do usuário a escolha do elemento, tendo em vista que tal escolha em relação à teoria das formulações nas quais são baseadas apresenta impacto na análise.

Duas das formulações para consideração das não-linearidades físicas e geométricas nas estruturas através do MEF são: a Formulação Lagrangeana e a Formulação Euleriana (STRAMANDINOLI, 2007). Moreira *et al.* (2018) apresentam uma formulação na qual a viga é modelada através de elementos não-lineares de pórtico plano e o cabo de protensão é um elemento resistente de cabo poligonal imerso nos elementos de pórtico. O cabo é discretizado em trechos retos e contribui no vetor de forças internas na matriz de rigidez tangente da estrutura.

### 3 ESTADOS LIMITES

A filosofia de projeto das normas é dimensionar ou verificar averiguando os Estados Limites. Para Naaman (2002), “um estado limite é definido como o limite entre o comportamento aceitável e o inaceitável”. Usualmente, são divididos em estados limites de serviço e estados limites últimos, mas existem também categorias devido às condições mais raras, como terremotos e explosões nucleares, por exemplo. Como o escopo deste trabalho é o estudo de vigas em flexão, apenas os estados limites que dizem respeito ao comportamento da viga e à sua capacidade última serão analisados.

Logo, estados limites últimos de colapso progressivo ou provocados por solicitações dinâmicas, por exemplo, não entram no escopo deste projeto. Em relação aos estados limites de serviço, serão estudados os que foram apresentados na Figura 7, que são os importantes para o dimensionamento de vigas protendidas. Nesse contexto, este capítulo irá apresentar os carregamentos, combinações de cargas de acordo com estes estados limites a serem verificados de acordo com as normas.

#### 3.1 Estados Limites de Serviço

ABNT (2014) define o ELS como sendo a verificação relacionada ao conforto do usuário, durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas. Para Aalami (2014), a principal premissa do ELS é garantir que as estruturas possam oferecer a funcionalidade esperada pelos seus usuários, necessitando de poucas manutenções ao longo de sua vida útil.

Tal verificação é feita checando se limites de flecha e fissura impostos por norma, visando evitar deflexões ou rotações excessivas, que possam prejudicar a aparência ou o uso da estrutura, ou até mesmo o sistema de drenagem. Além disso, o atendimento ao ELS visa evitar vibrações excessivas produzidas pelas atividades do prédio, além da deterioração do concreto, incluindo corrosão da armadura.

Em ambas as normas existem mais de uma combinação e mais de um ELS. Na brasileira é importante verificar o ELS-F (formação de fissuras) e o ELS-D (descompressão) para estruturas protendidas, de maneira a verificar se o nível de protensão desejado está sendo atendido como consta na Figura 7.

. Na americana, deve-se verificar as condições de carga total e carga permanente.

A primeira verificação realizada é o comportamento da estrutura logo após a protensão. Em sua fase inicial, devem ser respeitados os limites expostos na Tabela 2, estando estes em MPa e de acordo com os itens 24.5.3.2 e 24.5.4.1 do ACI (2019), e item 17.2.4.3.2 da NBR (ABNT, 2014), respectivamente.

Tabela 2 - Limites de tração e compressão no ato da protensão.

	ACI (2019)	ABNT (2014)
$\sigma_{ti}$	$-0,25 \sqrt{f_{ci}}$	$-1,2 * 0,3 f_{ci}^{2/3}$
$\sigma_{ci}$	$0,6 f_{ci}$	$0,7 f_{ci}$

Fonte: adaptado de ACI (2019) e ABNT (2014)

Já em serviço, os limites de tração ( $\sigma_{ts}$ ) e compressão ( $\sigma_{cs}$ ) considerando a combinação total de cargas, estando estes em MPa e de acordo com os itens 24.5.2.1 e 24.5.4.1 do ACI (2019), são, respectivamente:

$$\sigma_{ts} = -0,62 \sqrt{f_{ck}} \quad (12)$$

$$\sigma_{cs} = 0,6 f_{ck} \quad (13)$$

Nesse contexto, a tensão nas fibras mais tracionadas e mais comprimidas obtidas com as tensões na combinação total, de acordo com a Equação (4) devem estar respeitando os limites das Equações (12) e (13), respectivamente.

Ainda de acordo com ACI (2019), caso a combinação de carga analisada em serviço seja a *sustained* (permanente), o limite de tração é o mesmo da Equação (12), porém o limite de compressão é:

$$\sigma_{cs} = 0,45 f_{ck} \quad (14)$$

Igualmente à verificação com a combinação total, estes limites devem verificar a combinação *sustained* presente na Equação (5).

Em relação à norma brasileira, os limites a serem verificados em serviço depende do nível de protensão e do Estado Limite de Serviço, como é apresentado na

Figura 7 - Tabela 13.4 da NBR 6118:2014 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura em função das classes de agressividade ambiental. Verifica-se as Equações (1), (2) e (3) atentando para os seguintes limites de tração e compressão e verificando se o nível de protensão esperado foi atendido:

$$\sigma_{ts} = -1,5 * 0,7 * 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (15)$$

$$\sigma_{cs} = 0,5 f_{ck} \quad (16)$$

A Tabela 3 apresenta estes limites em serviço, permitindo comparar o que é proposto pelas duas normas.

Tabela 3 - Limites de tração e compressão em serviço.

	ACI (2019)	ABNT (2014)
$\sigma_{ts}$	$-0,62 \sqrt{f_{ck}}$	$-1,5 * 0,7 * 0,3 f_{ck}^{2/3}$
$\sigma_{cs}$	$0,6 f_{ck}$	$0,5 f_{ck}$

Fonte: adaptado de ACI (2019) e ABNT (2014)

Verificadas estas tensões, mesmo não sendo necessária adição de armadura passiva, as normas recomendam uma taxa mínima de armadura passiva. Em ambas, a taxa mínima só é necessária no uso de protensão não-aderente, para garantir um comportamento aceitável no que diz respeito a ductilidade da viga em todas as etapas do carregamento até a ruptura. Além disso, a armadura mínima recomendada serve também para limitar a abertura de fissuras. As armaduras mínimas estão de acordo com a Tabela 4.

Tabela 4 – Armaduras passivas mínimas para vigas protendidas sem aderência.

	ACI (2019)	ABNT (2014)
$A_{s,min}$	$0,004 A_{ct}$	$0,0015 A_c$

Fonte: adaptado de ACI (2019) e ABNT (2014)

$A_{ct}$  refere-se à área compreendida entre a fibra mais tracionada e a linha neutra, enquanto  $A_c$  é a área de toda a seção. Há um certo desentendimento entre os profissionais da área no que diz respeito à exigência de armadura passiva aderente no caso da protensão não aderente. Os mesmos costumam afirmar que nesse quesito

a norma brasileira é muito conservadora por obrigar adoção de armadura passiva mínima na protensão não aderente. Entretanto, a norma americana também obriga esta adoção, em taxas inclusive maiores, e apenas permite a ausência desta armadura passiva no único caso das lajes bidirecionais protendidas sem aderência em ambas as direções que atendam a exigência abaixo após todas as perdas de protensão:

$$\sigma_{ts} \leq 0,17\sqrt{f_{ck}} \quad (17)$$

dentro de tal limite é aceitável pela norma americana a ausência de armadura passiva pois ensaios em lajes bidirecionais indicaram um comportamento satisfatório destas lajes em 1958. Tal limite é estabelecido pela norma americana desde 1958 e desde então tem obtido desempenho satisfatório nas regiões de momento positivo.

Além dos limites de tensão, no ELS deve-se verificar as flechas em serviço, estas devem ser comparados com os limites impostos pelas normas, que dependem unicamente do tamanho do vão analisado. Os principais limites que devem ser respeitados em vigas de edifícios residenciais estão na Tabela 5.

Tabela 5 – Limites de flecha imediata e diferidas de acordo com as normas.

Tipo de efeito	Carregamento	ACI (2019)	ABNT (2014)
<b>Aceitabilidade sensorial</b>	Apenas acidental	$\frac{\ell}{360}$	$\frac{\ell}{350}$
	Total	$\frac{\ell}{240}$	$\frac{\ell}{250}$
<b>Efeitos em elementos não estruturais</b>	Total	$\frac{\ell}{480}$	$\frac{\ell}{500}$ e 1cm

Fonte: adaptado de ACI (2019) e ABNT (2014)

As verificações que dependem apenas do carregamento acidental são feitas com a flecha imediata, enquanto que as que dependem do carregamento total, com a diferida. Vale deixar claro que o carregamento total não corresponde à combinação total proposta pelo ACI (2019), e sim às combinações de serviço. No caso do ACI (2019), refere-se à parcela da flecha decorrente de carregamentos

permanente diferida mais a flecha accidental imediata, no caso da NBR (ABNT, 2014), à flecha obtida na combinação frequente, representada na Equação (1), diferida.

Percebe-se que a norma americana é mais conservadora no limite de deflexão devido à parcela accidental, enquanto a brasileira é no caso da aceitabilidade sensorial devido à carga total e de alvenarias não estruturais com vãos maiores que 4,8 m, pois a NBR (ABNT, 2014) limita o valor de 1 cm para estes casos, enquanto o ACI (2019) não faz limitação alguma.

### ***3.1.1 Deformação diferida no tempo***

Para verificar uma viga em serviço, além dos limites de esforços e combinações, também deve ser analisada a deflexão da viga. É através da flecha que as normas verificam se as estruturas estão se comportando adequadamente para seu uso, tendo em vista que existem diferentes limites de flecha dependendo do uso da estrutura (residencial, comercial, entre outros). Tal limitação tem o intuito de minimizar a percepção dos movimentos da estrutura pelos seus ocupantes e garantir a performance da estrutura, evitando que a mesma ocasione trincas e outros defeitos em paredes, alvenarias em geral, telhados, forros, dentre outros.

A flecha em determinado tempo pode ser dividida em duas partes. A primeira é a flecha instantânea, decorrente do carregamento atuante nas vigas. Esta é a flecha obtida com as combinações de ELS/SLS. A segunda parte é dependente do tempo, e deve ser calculada e verificada no tempo correspondente à vida útil da peça.

A NBR (ABNT, 2014) e o ACI (2019) apresentam recomendações semelhantes para obtenção desta flecha diferida ao longo do tempo no concreto armado. Já no concreto protendido, procedimentos diferentes devem ser adotados. De acordo com o ACI (2019), o cálculo desta flecha diferida em peças protendidas é complexo, tendo em vista que além do aumento da flecha devido aos esforços de flexão, há um aumento decorrente do encurtamento do concreto, que é maior em peças protendidas. Tal encurtamento também gera perdas de protensão, que também ocasionam aumento da flecha.

Entretanto, um procedimento simplificado é recomendado pelas duas normas, que consiste em multiplicar a parcela da flecha imediata devido à carregamentos permanentes por um coeficiente de fluência (tal coeficiente não é o mesmo do concreto armado). Enquanto a norma brasileira indica uma tabela de

coeficientes, que variam com a geometria da função, umidade média do ambiente e o  $f_{ck}$  do concreto, o ACI recomenda um coeficiente de fluência igual a 2 para obtenção da flecha diferida. O *Adapt-PT* calcula a flecha diferida seguindo essa recomendação simplificada do ACI (2019). Aalami (2014) recomenda que, sendo utilizada armadura passiva nas zonas de compressão, pode-se dividir o coeficiente 2 por  $(1 + 50\rho')$ , sendo  $\rho'$  a porcentagem da área de armadura passiva na zona comprimida em relação à área da seção.

Porém, diferentemente da norma brasileira, a norma americana cita métodos que podem ser utilizados e que consideram todos os efeitos envolvidos, como Branson *et al.* (1970, *apud* ACI, 2019) e Ghali e Favre (1986, *apud* ACI, 2019).

Independentemente do método utilizado, para obtenção da flecha imediata ou diferida é muito importante o módulo de elasticidade do concreto. As normas também divergem na obtenção deste parâmetro na ausência de ensaios, e as fórmulas recomendadas para módulo de elasticidade da seção não fissurada aos 28 dias estão na Tabela 6, sendo o da NBR válido para concretos com  $f_{ck}$  entre 20 MPa e 50 MPa.

Tabela 6 – Fórmulas recomendadas pelas normas para obtenção do módulo de elasticidade (E) na ausência de ensaios.

	ACI (2019)	ABNT (2014)
<b>E (MPa)</b>	$4700\sqrt{f_{ck}}$	$\alpha_E 5600\sqrt{f_{ck}}$

Fonte: adaptado de ACI (2019) e ABNT (2014).

O valor apresentado para o módulo de acordo com a NBR corresponde ao módulo de deformação tangente inicial ( $E_{ci}$ ), onde  $\alpha_E$  é um fator que depende do agregado utilizado no concreto, que possui muita influência no valor de E, existindo agregados que aumentam o valor de  $5600\sqrt{f_{ck}}$ , e agregados que diminuem. Será considerado o fator  $\alpha_E$  igual a 1,0, recomendado para granito e gnaise.

A norma brasileira recomenda que este módulo de elasticidade ( $E_{ci}$ ) seja adotado para cálculo de perdas em peças protendidas. Para calcular flechas utilizando análise linear, que é o caso do *software* que será utilizado, a norma já recomenda a adoção do módulo de deformação secante:

$$E_{cs} = \alpha_i E_{ci} \quad (18)$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (19)$$

a adoção de tal módulo ( $E_{cs}$ ) diminui a diferença entre os módulos de elasticidade recomendados pelas normas, entretanto, o programa utilizado considera o mesmo módulo de elasticidade para cálculo de perdas e flechas. Devido à esta limitação, e como a NBR recomenda o módulo tangente inicial para cálculo de perdas, o  $E_{ci}$  será utilizado neste trabalho.

Observa-se que o módulo americano equivale a aproximadamente 84% do recomendado na norma brasileira. Tendo em vista que este parâmetro é inversamente proporcional ao valor da flecha, em termos de análise de flecha em serviço pode-se concluir que a americana é mais conservadora, pois implica em flecha maiores. Além disso, os valores de flecha dependem também da inércia da peça, e em conjunto com o módulo de elasticidade, no caso de fissuração, valores de módulo de elasticidade e inércia devem considerar a fissuração.

Tendo em vista que este valor tem forte impacto nos resultados em serviço, é importante realizar ensaios de laboratório para definir o módulo de elasticidade do concreto que for ser executado. Utilizando, assim, valores ideais em projeto, garantindo a segurança do mesmo.

### 3.2 Estado Limite Último – esgotamento da capacidade resistente

A análise do ELU de flexão é feita para que se determine o esforço máximo (ou último) que determinada seção pode resistir, levando em consideração suas dimensões, propriedade dos materiais, assim como a quantidade armaduras passivas e/ou ativas presentes na mesma. Na filosofia de projeto, normalmente o ELU é verificado calculando a armadura necessária para resistir ao momento último. Não sendo a armadura ativa suficiente, encontra-se a área suplementar de armadura passiva necessária para que o estado limite seja atendido. Para a norma americana (ACI, 2019), a filosofia de projeto do ELU é chamada de *Ultimate Limite State – ULS*.

Neste estado, as tensões tanto no aço quanto no concreto estão em valores muito além do que se espera que a viga esteja trabalhando em serviço, pois o ELU é



uma simulação da estrutura trabalhando com as peças tendo suas capacidades resistentes esgotadas. No concreto, este estado limite é atingido quando ocorre a ruptura da sua seção comprimida, e é alcançado quando na fibra mais comprimida o encurtamento atinge um valor último estabelecido pelas normas, que é de 0,003 mm/m no ACI e 0,0035 mm/m na NBR. Trata-se de uma importante diferença entre as duas normas aqui estudadas. Já no aço, o ELU é atingido quando ocorre uma deformação excessiva na armadura tracionada.

Desta forma, é necessária uma análise não-linear, que trabalhe com compatibilidade de deslocamentos, pois somente neste nível de análise é possível levar em consideração de maneira mais fidedigna a distribuição de tensões e deslocamentos na seção analisada (NAAMAN, 2004). Ainda de acordo com o mesmo autor, devido ao nível de acurácia deste tipo de análise, um grande esforço computacional é necessário, por isso as normas e códigos adotam processos simplificados com adoção de premissas.

Como exemplo de premissa comum às normas americana e brasileira, pode-se citar a consideração de que a seção permanece plana após o carregamento, considerando que a distribuição da deformação ao longo da seção é linear. Outra premissa é que a resistência do concreto na região tracionada em ambas as normas é desconsiderada, logo, a partir da linha neutra considera-se apenas o trabalho do aço na região tracionada.

Para dimensionamento e verificação deste estado limite de acordo com as normas americana (ACI, 2019) e brasileira (ABNT, 2014) o mesmo procedimento será adotado: o cálculo do momento último de acordo com o carregamento e os coeficientes de majoração de cada norma será feito e tal momento será comparado com o momento de ruptura da seção, também calculado seguindo os critérios de cada norma.

Independente da normalização adotada, na não satisfação dos limites de flexão exigidos no ELU, as medidas tomadas para que o ELU seja satisfeito são as mesmas. A primeira opção é adição de armadura passiva até que seja respeitado o que é exigido. Caso seja inviável, adiciona-se mais cabos à seção (que normalmente tem seu número de cabos protendidos pré-dimensionados de maneira a balancear determinada carga de acordo com a preferência do projetista). Opções mais raras para resolver o problema são: aumento de flecha (o que pode ser inviável pois limites de

cobrimento devem ser obedecidos) e/ou mudanças dos materiais, como aumento do  $f_{ck}$ , por exemplo, o que implica em grandes mudanças para o projeto.

### 3.2.1 ULS (ACI, 2019)

Para verificar ou projetar uma viga de acordo com o ULS, verifica-se a flexão comparando o momento nominal ( $M_N$ ) da seção minorado por um fator de segurança ( $\phi$ ) com o momento de projeto ( $M_U$ ) obtido de acordo com as combinações a seguir:

$$F_U = 1,2F_D + 1,6F_L + F_{HYP} \quad (20)$$

$$F_U = 1,4F_D + F_{HYP} \quad (21)$$

sendo a Equação (21) adotada quando  $F_D$  for oito vezes maiores que  $F_L$ .

### 3.2.2 ELU de acordo com a NBR (ABNT, 2014)

A verificação do ELU de acordo com Emerick (2005) consiste em verificar a viga à ruptura por flexão. O cálculo deve ser feito assumindo que as deformações devem ser proporcionais ao eixo neutro, que após a fissuração a resistência à tração do concreto é desprezada e que as armaduras estão sujeitas às mesmas tensões que o concreto adjacente. A combinação de carga na qual é verificada a ruína, de acordo com a norma brasileira, é:

$$F_U = 1,4F_D + 1,4F_L + F_{HYP} \quad (22)$$

No ELU, a estrutura encontra-se no Estádio III e devem ser considerados, além das outras ações, apenas o efeito hiperestático da protensão. Deve-se considerar também o pré-alongamento das armaduras ativas. Deve-se verificar, então, o equilíbrio na seção, considerando os esforços atuantes majorados e verificando se o momento gerado pelos mesmos é menor que o momento que a seção resiste com seus materiais e geometria. Não sendo respeitado o equilíbrio, a estratégia mais usual é a adição de armadura passiva até que se seja.

A formulação e planilha propostas por Aguiar (2014), que verifica a flexão no ELU calculando o momento fletor limite de cada seção e o compara com o momento de cálculo de acordo com a NBR (ABNT, 2014). No seu procedimento, é indicada qual a área de CA-50 (armadura passiva) suplementar necessária caso o aço de protensão não seja suficiente para atender o ELU.

### ***3.2.3 Análise não linear do ELU***

A verificação da ruptura da viga pode ser ensaiada em laboratório, analisando a carga e as deformações nas quais a viga atinge a falha. Tendo em vista que ensaios em laboratório demandam tempo e um custo, propostas computacionais como a proposta por Moreira *et al.* (2018) apresentam uma formulação que simula um ensaio que leva a viga até a ruptura, através da aplicação controlada de uma deformação na viga. Em seu modelo, estão implementadas as curvas de concreto da ABNT (2014), do Eurocode (BSi, 2008), a proposta por Zupan e Saje (2005), e a proposta por Scott *et al.* (1982).

Peng e Xue (2019), Naaman e Alkhairi (1992), Naaman *et al.* (2002) apresentam formulações para obter a tensão no cabo de protensão não aderente na ruptura, sendo a proposta de Peng e Xue (2019) uma formulação simples, que foi comparada com mais de 200 vigas protendidas ensaiadas e está apresentada a seguir:

$$\Delta\sigma_P = \frac{\chi E_P \varepsilon_{cu} e_m}{c_u} \left( \frac{1}{f} + \frac{d_p}{L} + \frac{0,1Z}{L} \right) \left( 1 + \frac{e_s}{e_m} \zeta \right) \quad (23)$$

$$\chi = 1 + 0,15 \left( \frac{e_s}{e_m} + 1 \right)^2 \leq 1,6 \quad (24)$$

onde  $E_P$  é o módulo de elasticidade da armadura ativa;  $\varepsilon_{cu}$  é deformação última do concreto na compressão;  $e_m$  e  $e_s$  são as excentricidades do cabo no meio do vão e no suporte, respectivamente;  $c_u$  é a profundidade da linha neutra na ruptura;  $f$  é um fator de forma da carga aplicada (10 para carga concentrada, 6 para carga distribuída e 3 para duas ou três cargas concentradas igualmente espaçadas);  $d_p$  é a profundidade do cabo no centro do vão, de comprimento  $L$ ;  $Z$  é a distância entre o momento máximo e o ponto de momento nulo;  $\zeta$  é outro fator de forma, que pode variar de 0 a 1.

A fórmula apresentada na Equação (23) é ideal para vigas biapoiadas. Para vigas contínuas, o autor adota a recomendação de Naaman *et al.* (2002), que se multiplique o resultado desta equação pela razão entre o comprimento total da viga e o comprimento total do cabo.

## 4 METODOLOGIA

Primeiramente, busca-se, através da revisão bibliográfica, conhecimento das diferentes considerações nas normas que serão comparadas. Também é feita a busca pelo atual Estado da Arte, no que diz respeito aos métodos de análise de vigas e lajes protendidas, a fim de estabelecer quais os métodos mais utilizados, efetivos, robustos, em quais teorias são baseados, quais suas vantagens e desvantagens e como consideram perdas de protensão de curta e longa duração.

Posteriormente, um conjunto de vigas é verificado seguindo as diferentes normas. Considerações a respeito das perdas de longa duração são feitas e as taxas de aço, esforços e deflexão da viga são comparados nos diferentes dimensionamentos. Verifica-se então o atendimento dos Estados Limites com auxílio do *software Adapt-PT*, que realiza uma análise linear, e do modelo proposto por Moreira *et al.* (2018), que propõe uma análise não-linear. Verificados os Estados Limites, as tensões das seções obtidos com as duas propostas serão comparados, tanto em relação às normas, quanto em relação à consideração da não linearidade física dos materiais e a não linearidade geométrica.

Para determinar a dimensão da mesa colaborante ( $b_f$ ) das vigas, segue-se as recomendações de Aalami (2014), baseadas na norma americana. O autor recomenda que seja adotado o menor resultado entre os três apresentados nas equações abaixo:

$$b_f = 16h_l + b_w \quad (25)$$

$$b_f = l/4 \quad (26)$$

$$b_f = l_l \quad (27)$$

onde  $h_l$  e  $l_l$  correspondem, respectivamente, à altura e ao vão da laje; e  $l$  é o vão da viga.

Para realizar a análise comparativa das considerações da não linearidade física e geométrica, os dimensionamentos são analisados pela formulação não linear física e geométrica, proposta por Moreira *et al.* (2018) e Alves *et al.* (2019), que modela vigas utilizando elementos não lineares de pórtico plano baseada na teoria de Euler-Bernoulli, e a protensão como um elemento de cabo não-aderente de traçado poligonal embutido na viga. Tendo em vista que a formulação pode ser considerada

como um ensaio virtual, nestas análises não será utilizado majorador ou minorador das cargas, seguindo o que é recomendado por Ishihara (2017) a respeito de coeficientes em ensaios.

Com a formulação de Moreira *et al.* (2018), será verificado o comportamento da viga na ruptura. Será obtida a curva carga deslocamento com diferentes curvas para representar o comportamento constitutivo do concreto. O programa também tem como resposta a tensão no(s) cabo(s) de protensão ao longo do ensaio virtual, que será comparada com a fórmula proposta por Peng e Xue (2019), apresentada na Equação (23).

O software comercial utilizado para o dimensionamento das vigas, *Adapt-Builder*, é uma plataforma de modelagem, análise e projeto. Dentro desta plataforma, existem diferentes soluções de análises implementadas: *Adapt-Edge*, *Adapt-Floor Pro*, *Adapt-Mat*, *Adapt-Sog*, *Adapt-RC* e *Adapt-PT* (ADAPT, 2019). Dentre as soluções citadas, utiliza-se neste projeto o *Adapt-PT* versão educacional 7.10, que é um programa para análise de lajes e vigas protendidas. Sua análise é baseada no Método do Pórtico Equivalente, levando o usuário a seguir uma modelagem simplificada passo a passo, trata-se de uma solução mais aplicável para a análise de vigas, não sendo ideal para o caso de lajes, tendo em vista que o *Floor Pro*, que tem técnicas mais precisas e permite uma modelagem mais fidedigna de todos os elementos de um pavimento protendido. Apesar do Método do Pórtico Equivalente não ser mais recomendado pela atual norma americana, a versão do programa foi utilizada, tendo em vista que no escopo deste projeto serão verificadas apenas vigas, para as quais o programa possui boas respostas.

A escolha dos exemplos foi realizada de modo a realizar as verificações em vigas de projeto, com carregamentos de edifícios residenciais e contribuição das lajes, tendo em vista que a técnica da protensão está sendo cada vez mais aplicada em tais casos. Foram escolhidas também vigas isostáticas e hiperestáticas, a fim de analisar o efeito da não linearidade nos momentos obtidos. Todos os exemplos são com foco na flexão, ou seja, o cisalhamento não é verificado, e todos são com protensão não aderente.

A verificação das vigas quanto à flexão segue os passos recomendados por Aalami (2014). Primeiramente serão verificados os ELS, será discutido em qual tipo de protensão a viga enquadra-se. Esta verificação é feita em várias combinações, dependendo da norma analisada. No ACI (2019), é verificado na combinação total –

Equação (4) e na combinação *sustained* – Equação (5). Já na norma brasileira, são verificadas todas as combinações da Figura 7.

Ainda em serviço, é feita a verificação das flechas imediatas e diferidas, que serão comparadas com os limites de ambas as normas. Tais flechas são verificadas nas combinações *sustained* – Equação (5) e frequente – Equação (1).

Realizada a verificação em serviço, é feita a verificação do ELU, do momento último que a viga deve resistir e qual a armadura passiva necessária para tal. Tendo as vigas verificadas de acordo com ambas as normas, os resultados serão comparados.

Os dimensionamentos são comparados no que diz respeito a taxa de aço (passiva e ativa), flechas e esforços internos. Isso permitirá também estudar e verificar a metodologia e critérios de análise considerados no *Adapt-Buider*, tendo em vista que pelo programa ter um aspecto e perfil comercial, seus métodos de análise não são muito evidentes nos seus manuais técnicos disponíveis.

Nas verificações de acordo com ambas as normas o *Adapt-PT* executou no modo iterativo, não foram reduzidos os momentos nas faces dos suportes, os momentos foram redistribuídos no regime pós-elástico e o momento de inércia nos suportes não foram aumentados. Foi utilizada a opção sem colunas, tendo em vista que o interesse é o dimensionamento da flexão, com foco principal no comportamento do meio do vão.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo apresenta os exemplos de vigas protendidas utilizadas na comparação das normas. Cada exemplo irá apresentar as verificações dos estados limites de acordo com as duas normas, realizadas através do programa comercial *Adapt-PT* versão educacional 7.10, programa que realiza uma análise linear pelo método do pórtico equivalente. Os momentos máximos nas seções serão comparados, assim como as taxas de aço para que as vigas obedeçam ao que é exigido pelas normas.

Além disso, os exemplos serão ensaiados virtualmente com a formulação não-linear proposta por Moreira *et al.* (2018), o momento último obtido com esta abordagem será comparado com o momento obtido pelo programa comercial. O critério de falha foi quando o programa parou de convergir.

A densidade do concreto utilizada foi de  $2500 \text{ kg/m}^3$ , no *Adapt-PT* 7.10, a deformação última no concreto na compressão é de 0,003, seguindo o que é recomendado pelo ACI (2019). Os gráficos de momentos, tensões e flechas deste capítulo foram obtidos no *software Adapt-PT*.

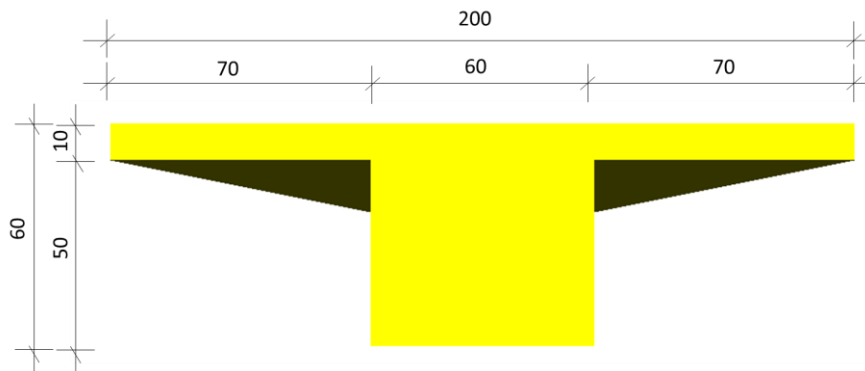
### 5.1 Viga isostática com cabo parabólico – V1

A primeira viga verificada é uma viga real de projeto, o projeto desta viga foi realizado no *Adapt-Floor Pro* 2015 e foi fornecido pela empresa responsável para estudo neste trabalho.

Foi considerada Seção T, com alma de 60x60 cm, altura da mesa colaborante igual a 10 cm, que é a altura das lajes que se apoiam na viga. Como as lajes que se apoiam na viga possuem altura de 10cm e vão de 2m, o cálculo da largura da mesa ( $b_f$ ) seguindo as orientações de Aalami (2014) resultou em uma mesa com  $b_f$  de 2m. A consideração da mesa colaborante será analisada. A Figura 10 apresenta a seção da V1 que foi verificada neste exemplo.



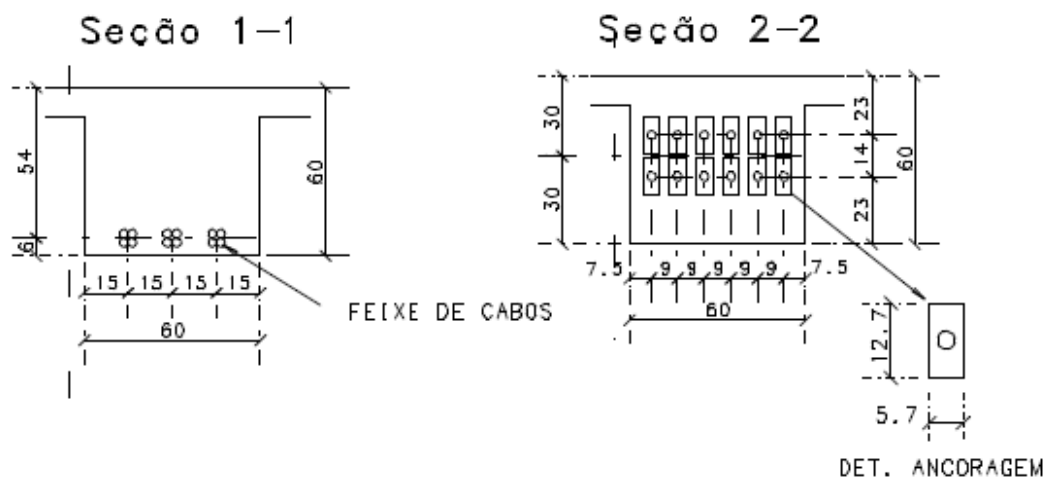
Figura 10 - Seção da V1.



Fonte: elaborada pela autora.

A Figura 11 apresenta duas seções transversais do projeto viga, apresentando a seção de concreto e dos cabos de protensão. A Seção 1-1 é do meio do vão e a 2-2 no suporte, permitindo visualizar a representação das placas de ancoragem em projeto.

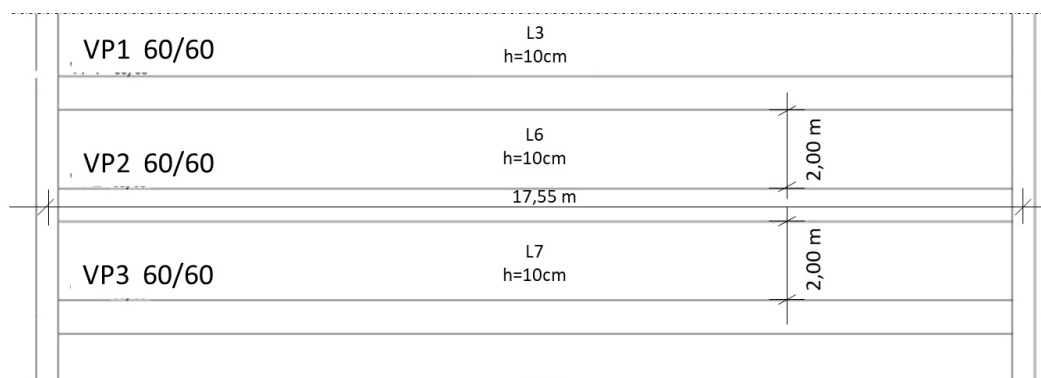
Figura 11 - Seções transversais da V1.



Fonte: fornecida pela empresa que projetou a V1.

Além do peso próprio, a viga possui o carregamento de 5,8 kN/m permanente e 3,8 kN/m acidental. O carregamento foi obtido pelo método das charneiras realizado nas lajes que se apoiam na viga, que possuem carregamento de escritório, correspondente à uma carga permanente de 3 kN/m<sup>2</sup> e acidental de 2 kN/m<sup>2</sup>. A Figura 12 mostra o projeto do pavimento, sendo a V1 a VP2 do projeto, que recebe as cargas das L6 e L7 e apoia-se em duas vigas.

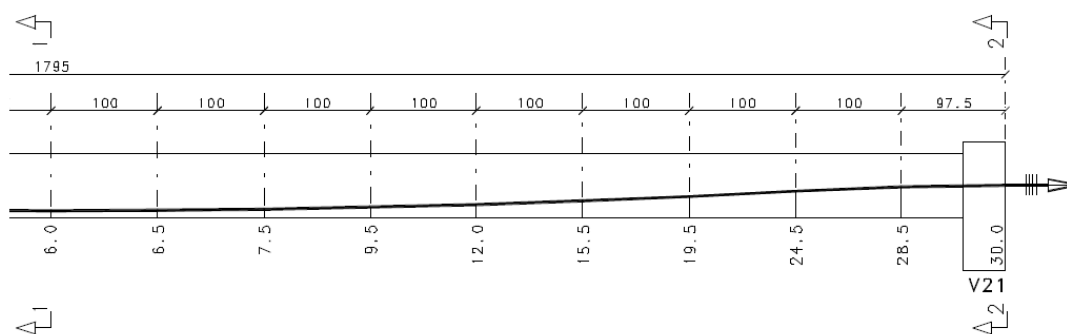
Figura 12 - Esquema do pavimento no qual a V1 está inserida.



Fonte: fornecida pela empresa que projetou a V1.

O vão teórico da V1 é de 17,55 m. O  $f_{ck}$  é de 30 MPa, o cobrimento mínimo da armadura ativa é de 3,5 cm e das passivas de 2,5 cm (classe de agressividade II). A força inicial de protensão é de 150 kN por cabo e foram utilizados 12 cabos CP-190RB, com módulo de elasticidade de 210 GPa e traçado de metade do vão apresentado na Figura 13, sendo a viga e o traçado simétricos. Neste trabalho essa viga será chamada de V1.

Figura 13 - Traçado do cabo da V1.



Fonte: fornecida pela empresa que projetou a V1.

Os parâmetros de módulo de elasticidade utilizados foram obtidos de acordo com a Tabela 6 e os coeficientes de fluência ( $\varphi$ ) para obtenção das flechas diferidas aproximadas estão expostos na Tabela 19. Para determinar o coeficiente de fluência de acordo com a NBR (ABNT, 2014) considerou-se umidade relativa do ar de 75%, metade do perímetro da viga em contato com o ar e protensão realizada com o concreto com 5 dias de idade, que é a prática corrente em Fortaleza.

Tabela 7 - Módulo de elasticidade e coeficiente de fluência utilizados no Adapt-PT para o exemplo da V1.

	ACI (2019)	ABNT (2014)
<b>E (MPa)</b>	25743	30672
<b><math>\varphi</math></b>	2	2,4

Fonte: elaborado pela autora.

### 5.1.1 Análise das perdas da V1

Para este exemplo, as perdas de protensão foram analisadas. Os cabos selecionados foram protendidos apenas pelo lado direito da viga, como foi indicado pelo projeto. Primeiramente, foi estudada a perda por atrito. Para isto, considerou-se o coeficiente de atrito ( $\mu$ ) igual a 0,07, o coeficiente de atrito devido à ondulação do cabo ( $\beta$ ) de 0,0035, recomendado por Aalami (2014) para cabos sem aderência. A força média obtida nos 12 cabos considerando apenas a perda por atrito foi de 142,78 kN/cabo.

Em seguida, analisou-se o efeito da perda devido à acomodação da ancoragem, considerando uma perda de 6 mm de alongamento, valor também recomendado por Aalami (2014). Obteve-se a força média de 135,66 kN/cabo.

Para cálculo das perdas diferidas, os parâmetros de entrada no programa estão na Tabela 8; além destes, a relação de área sobre perímetro exposto ao ar foi considerada como sendo metade da viga em contato com o ar; foi selecionado que os cabos não eram protendidos juntos.

Tabela 8 – Parâmetros para cálculo das perdas diferidas no *Adapt-PT* para o exemplo da V1.

<b>Idade do concreto no ato da protensão (dias)</b>	5
<b>E<sub>co</sub> (MPa)</b>	21
<b>E<sub>so</sub> (GPa)</b>	11
<b>Umidade relativa (%)</b>	75
<b>Relaxação</b>	Baixa

Fonte: elaborado pela autora.

Até então, para análise das perdas imediatas, não houve influência o número de cabos. Já considerando a perda por encurtamento elástico do concreto (que nesse programa é uma das perdas diferidas), observa-se que a força varia de acordo com o número de cabos. Para 12 cabos, considerando as perdas diferidas, além das outras, a força média obtida foi de 124,97 kN/cabo. Além de considerar o encurtamento elástico como uma perda diferida, o usuário apenas pode escolher considerar ou não as perdas diferidas, não podendo considerar os efeitos separadamente de retração, fluência e encurtamento elástico.

A Tabela 9 apresenta as perdas nas três etapas que foram observadas. Foi obtida uma porcentagem de 9,56% de perdas imediatas, 7,88% de perdas diferidas e 16,69% de perdas totais. Em comparação com as porcentagens recomendadas na revisão bibliográfica, observa-se que neste exemplo as perdas imediatas foram superiores aos 6% recomendado pelos autores (CARNEIRO *et al.* 2015). As diferidas não ficaram na faixa de 10 a 15%. Já as perdas totais, foram menores que os 20%, valor comum na literatura e que também foi apresentado na revisão deste projeto, podendo então considerar que este valor é a favor da segurança.

Tabela 9 – Perdas cumulativas em relação à força inicial de 150 kN no cabo de protensão da V1.

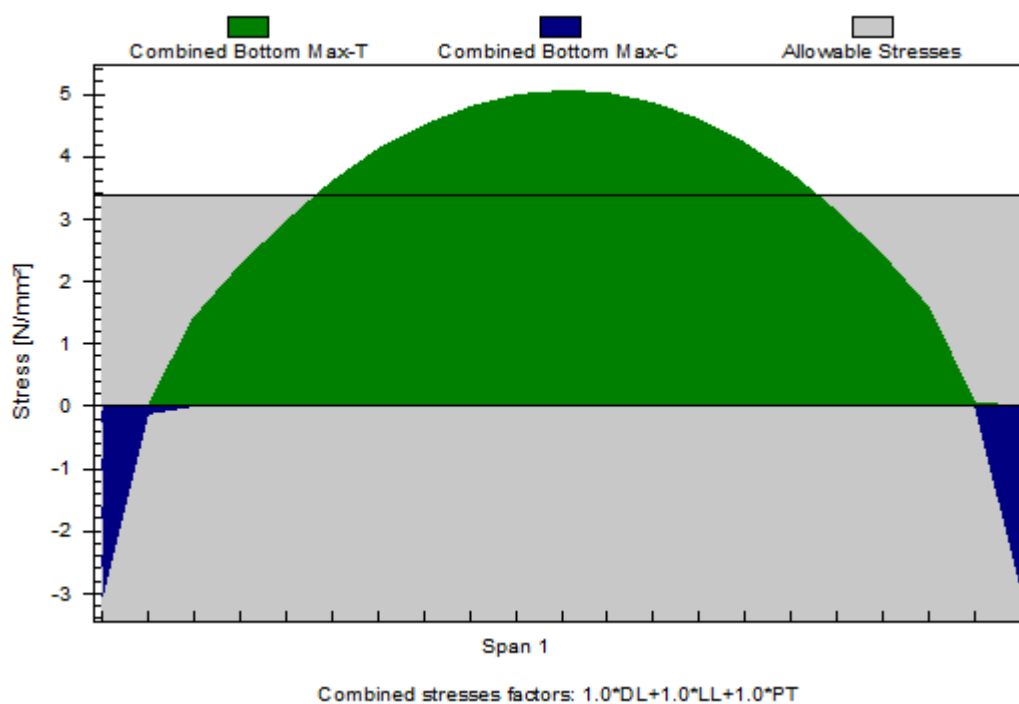
<b>Perdas após:</b>	<b>Força média (kN/cabo)</b>	<b>Perda em relação à força inicial (%)</b>
<b>Atrito</b>	142,78	4,81
<b>Ancoragem</b>	135,66	9,56
<b>Diferidas</b>	124,97	16,69

Fonte: elaborado pela autora.

### **5.1.2 Verificação da V1 de acordo com o ACI**

Os limites no ato da protensão foram atendidos. A Figura 14 apresenta as tensões na fibra inferior para a combinação total, na qual a tensão de tração máxima foi de 5,05 MPa. Os limites para definição do tipo de protensão estão apresentados na Tabela 10. É possível então confirmar que, nesta combinação, a classificação do nível de protensão da viga é do tipo T.

Figura 14 - Tensões na fibra inferior para a combinação total da V1.



Fonte: elaborado pela autora.

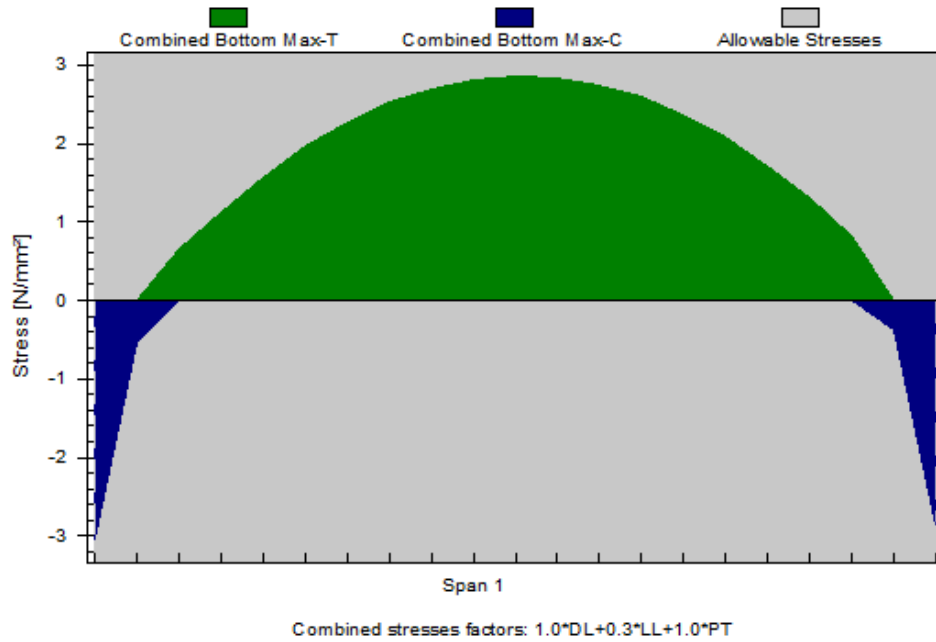
Tabela 10 – Limites de tensão para a viga de projeto para classificação da protensão da V1.

Classe	Limites de tensão (MPa)
<b>U</b>	$\sigma_{ts} \leq 3,40$
<b>T</b>	$3,40 < \sigma_{ts} \leq 5,48$
<b>C</b>	$\sigma_{ts} > 5,48$

Fonte: elaborado pela autora.

O gráfico das tensões na fibra inferior na combinação *sustained* está apresentado na Figura 15. A tensão de tração máxima para esta seção foi de 2,85 MPa, enquadrando a viga no tipo U.

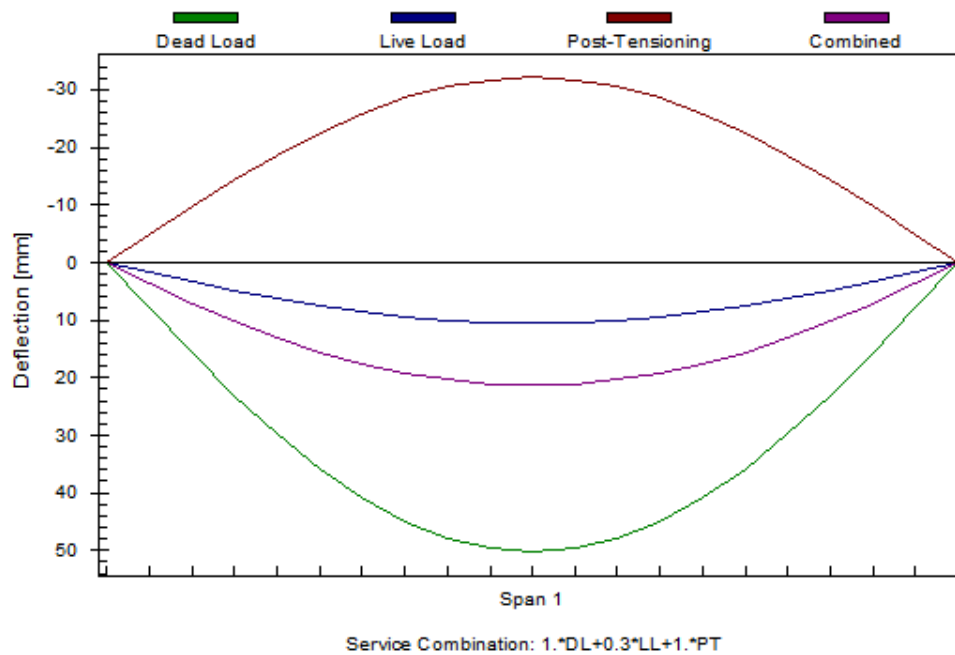
Figura 15 - Tensões na fibra inferior para a combinação *sustained* da V1.



Fonte: elaborado pela autora.

A Figura 16 apresenta as flechas imediatas devido aos carregamentos permanente, acidental, de protensão e a flecha na combinação *sustained*. Como nesta combinação a viga encontra-se no tipo U, a análise da flecha pode ser realizada considerando as propriedades da seção bruta. A Tabela 11 apresenta os valores de flecha obtidos e os compara com os limites da norma americana. Pode-se observar que as flechas diferidas demonstram que a viga só não atenderia ao limite de serviço se suportasse algum elemento não estrutural, como uma parede de alvenaria, o que não é o caso.

Figura 16 – Flechas imediatas devido aos carregamentos permanente, acidental, de protensão e na combinação *sustained* de acordo com o ACI (2019) da V1.



Fonte: elaborado pela autora.

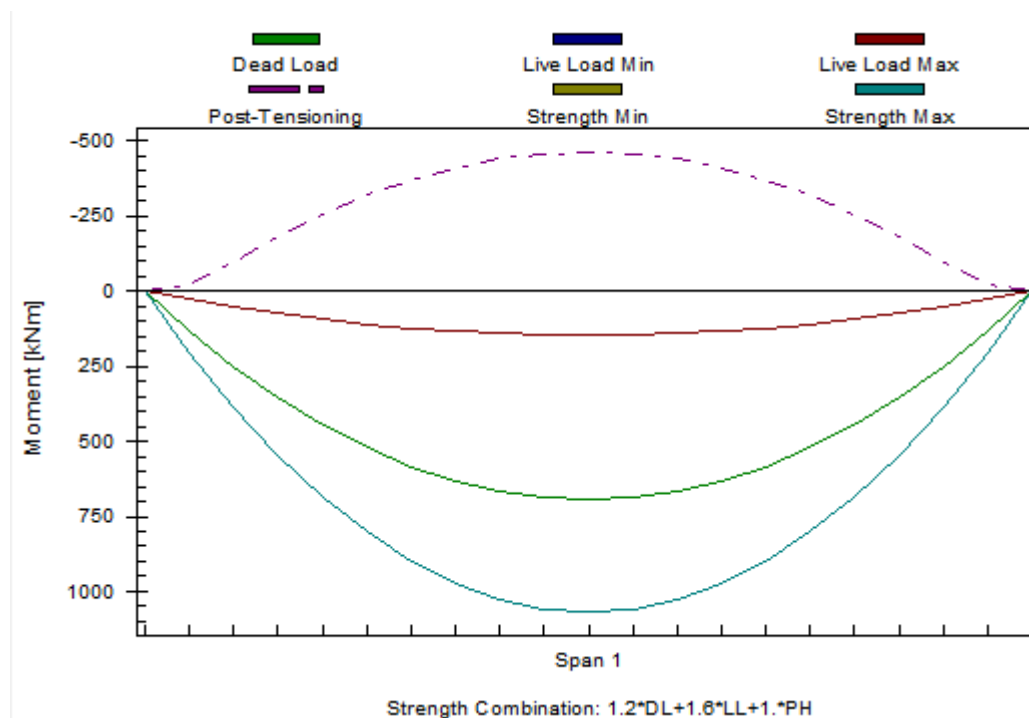
Tabela 11 – Verificação da flecha de acordo com o ACI da V1 em cm.

Tipo de efeito avaliado	Carregamento	Valor obtido	Limite	Verificação
Aceitabilidade sensorial	Apenas acidental	1,07	4,88	Ok
	Total	6,59	7,31	Ok
Efeitos em elementos não estruturais	Total	6,59	3,66	Não ok

Fonte: elaborado pela autora.

Até então, o comportamento da viga em serviço foi verificado. As flechas atenderiam as exigências de uma viga em serviço, já que no projeto não se tem alvenaria sobre esta viga. O último passo é verificar o ELU. O momento na combinação última obtido foi de 1068,3 kNm e o gráfico de momento fletor está na Figura 17.

Figura 17 - Momento fletor de acordo com o ACI (2019) para a V1.



Fonte: elaborado pela autora.

Para resistir este momento, as áreas de armadura passiva necessária obtida no programa e a utilizada no projeto (Figura 18) estão apresentadas na Tabela 12. Pode-se observar que as taxas de armadura utilizadas estão a favor da segurança e obedecem ao que é exigido pelo ELU da norma americana.

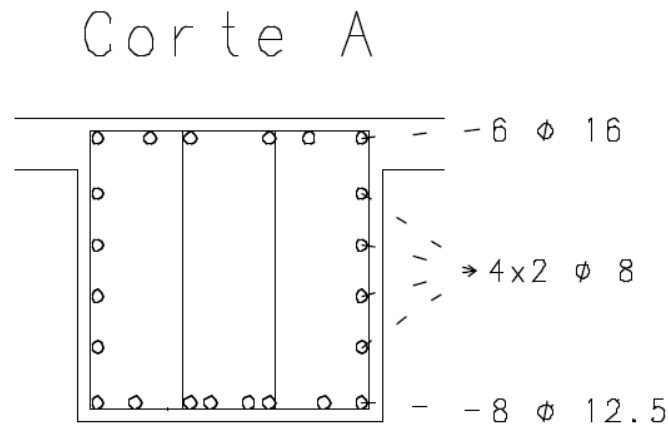
Tabela 12 – Áreas de armadura passiva necessárias no meio do vão da V1 em  $\text{cm}^2$  - ACI (2019).

	Inferior		Superior	
	ACI (2019)	Utilizada em projeto	ACI (2019)	Utilizada em projeto
<b>Vão 1</b>	8,88	10	0	1,26

Fonte: elaborado pela autora.



Figura 18 - Corte no meio do vão: armadura passiva utilizada na V1.

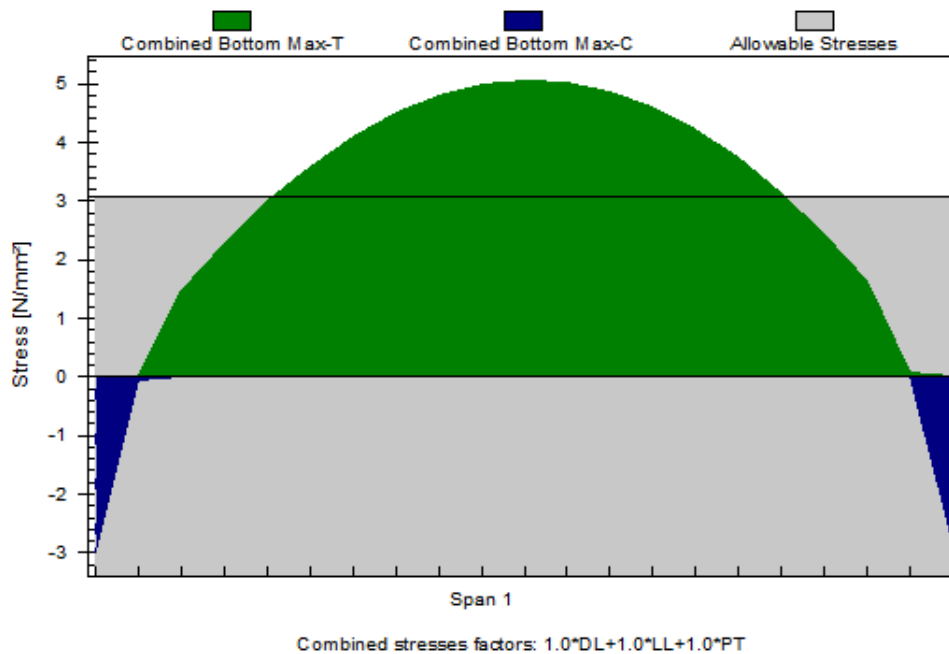


Fonte: fornecida pela empresa que projetou a V1.

### 5.1.3 Verificação da V1 de acordo com a NBR

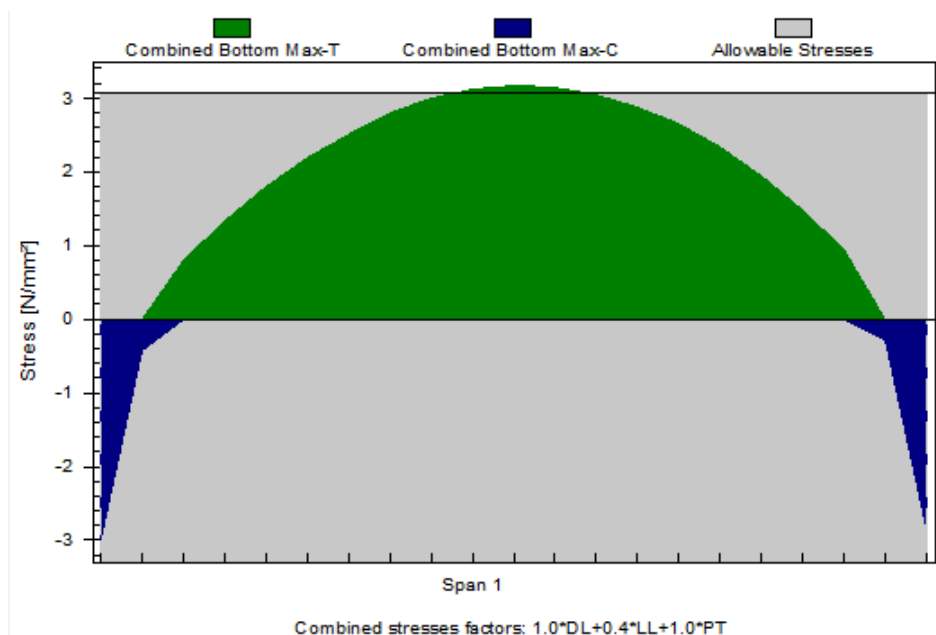
Os limites no ato da protensão foram atendidos. As tensões na fibra inferior obtidas para as combinações em serviço estão nas Figura 19, Figura 20 e Figura 21.

Figura 19 - Tensões na fibra inferior para a combinação rara da V1.



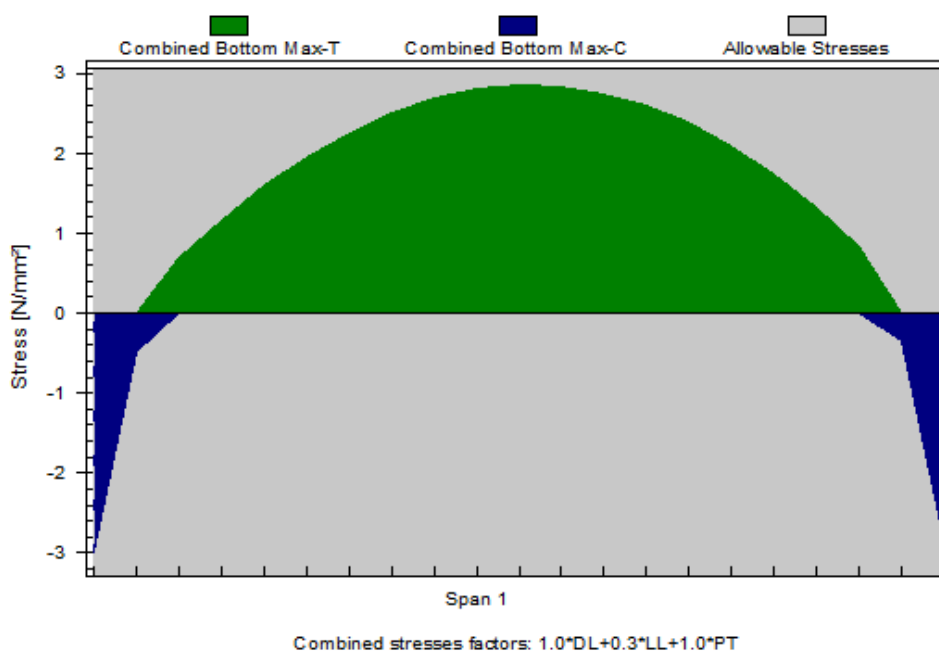
Fonte: elaborado pela autora.

Figura 20 - Tensões na fibra inferior para a combinação frequente da V1.



Fonte: elaborado pela autora.

Figura 21 - Tensões na fibra inferior para a combinação quase permanente da V1.



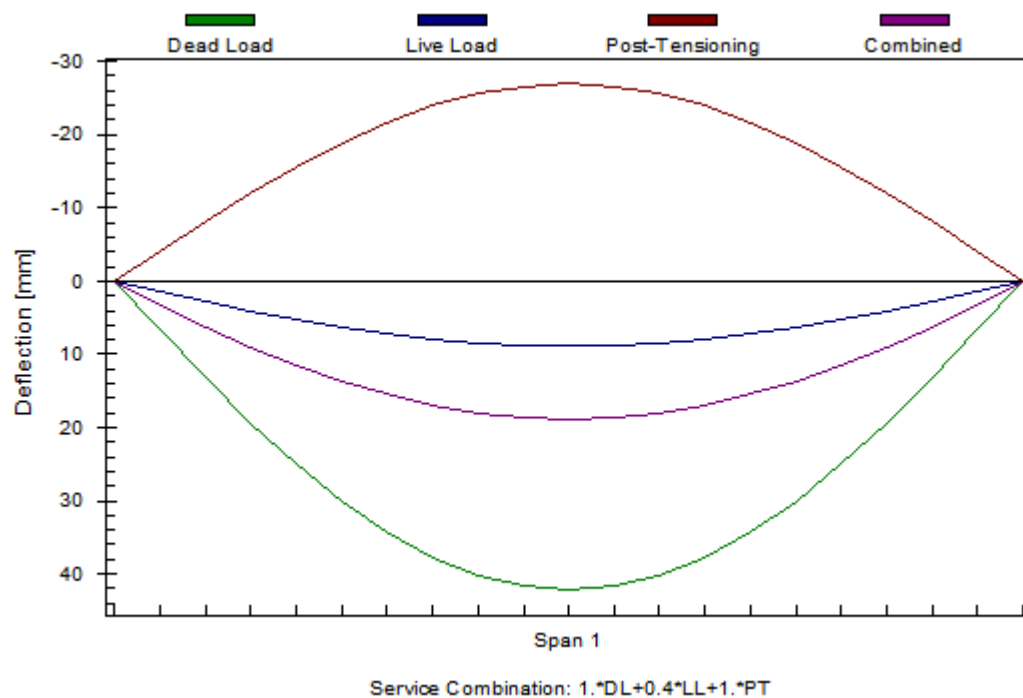
Fonte: elaborado pela autora.

Analisando os gráficos das tensões na fibra inferior ao longo do vão, observa-se que na combinação rara (Figura 19), não foi respeitado o ELS-F, logo não se trata do tipo protensão total. Na combinação frequente (Figura 20), não foi

respeitado o ELS-F, e na combinação quase permanente (Figura 21), não foi respeitado o ELS-D, mas foi respeitado o ELS-F. Logo, conclui-se que de acordo com a NBR (ABNT, 2014), a viga classifica-se como protensão parcial.

A Figura 22 apresenta as flechas imediatas devido aos carregamentos permanente, acidental, de protensão e na combinação frequente. A Tabela 13 apresenta os valores de flecha obtidos e os compara com os limites da norma brasileira. Pode-se observar que a flecha diferida não atenderia apenas ao limite para vigas com alvenaria imposto pela NBR (ABNT, 2014).

Figura 22 - Flechas imediatas devido aos carregamentos permanente, acidental, de protensão e na combinação frequente de acordo com a NBR para a V1 (ABNT, 2014)



Fonte: elaborado pela autora.

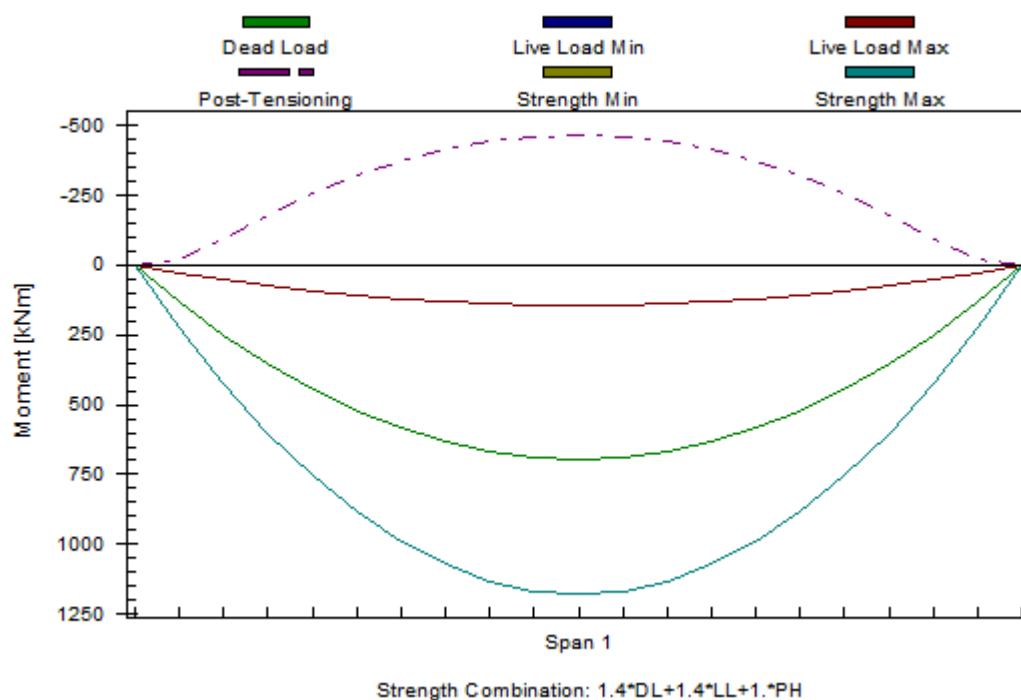
Tabela 13 – Verificação da flecha para a V1 de acordo com NBR em cm.

Tipo de efeito avaliado	Carregamento	Valor obtido	Limite	Verificação
Aceitabilidade sensorial	Apenas acidental	0,93	5,01	Ok
	Total	6,37	7,02	Ok
Efeitos em elementos não estruturais	Total	6,37	1	Não ok

Fonte: elaborado pela autora.

O último passo é verificar o ELU. O momento na combinação última obtido foi de 1178,11 kNm e o gráfico de momento fletor na combinação última está na Figura 23. A Tabela 14 apresenta a armadura passiva necessária para combater esta flexão e a compara com a adotada em projeto. A área de armadura adotada em projeto foi 2,5% menor que a necessária, porém, observa-se pelo corte da Figura 18 que a viga possui armaduras de pele na região de tracionada, além de porta estribos, que se forem considerados atendem essa pequena diferença.

Figura 23 - Momento fletor na V1 de acordo com a NBR (ABNT, 2014)



Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 14 – Áreas de armadura passiva necessárias no meio do vão da V1 em  $\text{cm}^2$  - ABNT (2014).

<b>Inferior</b>		<b>Superior</b>	
<b>ABNT (2014)</b>	<b>Utilizada em projeto</b>	<b>ABNT (2014)</b>	<b>Utilizada em projeto</b>
10,15	10	0	1,26

Fonte: elaborado pela autora.

#### 5.1.4 V1 - ACI x NBR

A Tabela 15 compara alguns dos resultados obtidos com as duas normas. Pode-se observar que, mesmo a combinação frequente sendo maior que a *sustained* (em termos de carregamento), a flecha imediata obtida pela norma americana foi maior que a obtida pela brasileira. Isto ocorre devido aos diferentes módulos de elasticidade recomendados pelas normas. Já a diferenças entre as flechas diferidas foi menor, pois o coeficiente de fluência adotado pela NBR (ABNT, 2014) foi maior e compensou em parte a diferença devida ao módulo de elasticidade, mas, mesmo assim, a flecha diferida obtida com a norma brasileira também foi menor.

O principal fator contribuinte para a diferença entre as flechas são as diferentes recomendações de módulo de elasticidade das normas. Tendo em vista que se trata de uma propriedade do material, o ideal seria que tal valor não dependesse da norma, e sim fosse um valor previamente conhecido ou estabelecido no início do projeto, assim como ocorre com o  $f_{ck}$ . Partindo de uma situação na qual o módulo de elasticidade é conhecido, certamente a norma brasileira apresentaria maiores deslocamentos, devido à combinação e fator de fluência.

A diferença entre os momentos últimos é explicada pelas diferentes combinações, pois o carregamento predominante é permanente e o coeficiente majorador da NBR (ABNT, 2014) é 16,67% maior que o do ACI (2019). Tais diferentes momentos implicaram em diferentes taxas de aço, que são pequenas do ponto de vista construtivo, tendo em vista que a diferença é de uma barra de diâmetro 12,5 mm.

Tabela 15 – Comparação dos resultados obtidos com as duas normas para a V1.

	ACI (2019)	ABNT (2014)	Diferença (%)
<b>E (MPa)</b>	25743	30672	19,14
<b><math>\varphi</math></b>	2	2,4	20,00
<b>Flecha imediata (cm)</b>	2,16	1,97	-8,80
<b>Flecha diferida (cm)</b>	6,59	6,37	-3,34
<b>Mu (kNm)</b>	1068,30	1178,11	10,28
<b>As,nec (cm<sup>2</sup>)</b>	8,88	10,15	14,30

Fonte: elaborado pela autora.

### 5.1.5 Análise da contribuição da mesa colaborante da V1

Verificou-se o comportamento da viga caso não fosse considerada colaboração da laje, ou seja, considerando uma seção retangular de 60x60. Os resultados de flecha obtidos seriam os expostos na Tabela 16.

Comparando as flechas pode-se concluir da importância da consideração da contribuição da laje, tendo em vista que na realidade a estrutura é monolítica e a não consideração da mesa implica em uma flecha 2,15 vezes maior, não atendendo ao limite de aceitabilidade sensorial do ACI ou da NBR.

O detalhamento é feito de uma viga retangular porque apenas a contribuição do concreto da laje é considerada, ou seja, não se considera armaduras na mesa, e sim apenas alma, sendo mais prático um detalhamento da seção retangular para facilitar a interpretação dos engenheiros responsáveis pela execução.

Tabela 16 – Flechas para V1 com seção retangular e seção T em cm.

<b>Tipo de efeito avaliado</b>	<b>Carregamento</b>	<b>Flecha seção retangular</b>	<b>Flecha seção T</b>	<b>Limite ACI</b>
<b>Aceitabilidade sensorial</b>	Apenas acidental	1,68	1,07	4,88
	Total	14,18	6,59	7,31
<b>Efeitos em elementos não estruturais</b>	Total	14,18	6,59	3,66

Fonte: elaborado pela autora.

Ainda comparando os resultados para a viga com seção retangular e seção T, a Tabela 17 apresenta as armaduras passivas suplementares para resistir o momento último solicitante nos casos das diferentes seções.

Tabela 17 – Áreas de armadura passiva necessárias no meio do vão da V1 em cm<sup>2</sup> - seção retangular e seção T.

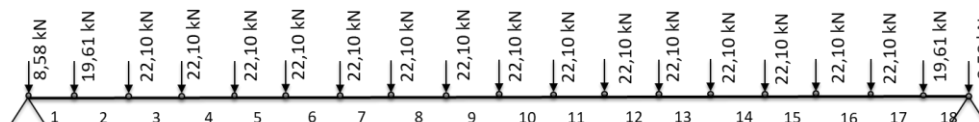
<b>ABNT (2014)</b>		<b>ACI (2019)</b>	
<b>Seção T</b>	<b>Seção retangular</b>	<b>Seção T</b>	<b>Seção retangular</b>
10,15	23,84	8,88	17,92

Fonte: elaborado pela autora.

### 5.1.6 Análise não linear da V1

A viga (seção T) foi discretizada numa malha de 18 elementos de viga e 18 segmentos de cabo, de tal maneira que os nós se localizassem nos pontos dos quais se tem as coordenadas do traçado do cabo, tal consta na Figura 24. Em relação à representação da viga, foram consideradas as armaduras ativas e passivas tais constam no projeto, com exceção da armadura de pele, tendo em vista que esta tem função construtiva.

Figura 24 - Elementos e cargas nodais da malha de MEF para a V1.



Fonte: elaborado pela autora.

A força de protensão considerada foi a força após as perdas iniciais, já que a formulação propõe a simulação de um ensaio, podendo ser considerada um ensaio virtual, simulando a viga indo até a carga de ruptura. No programa foi inserida a tensão de 1370,30 MPa e a área total dos 12 cabos.

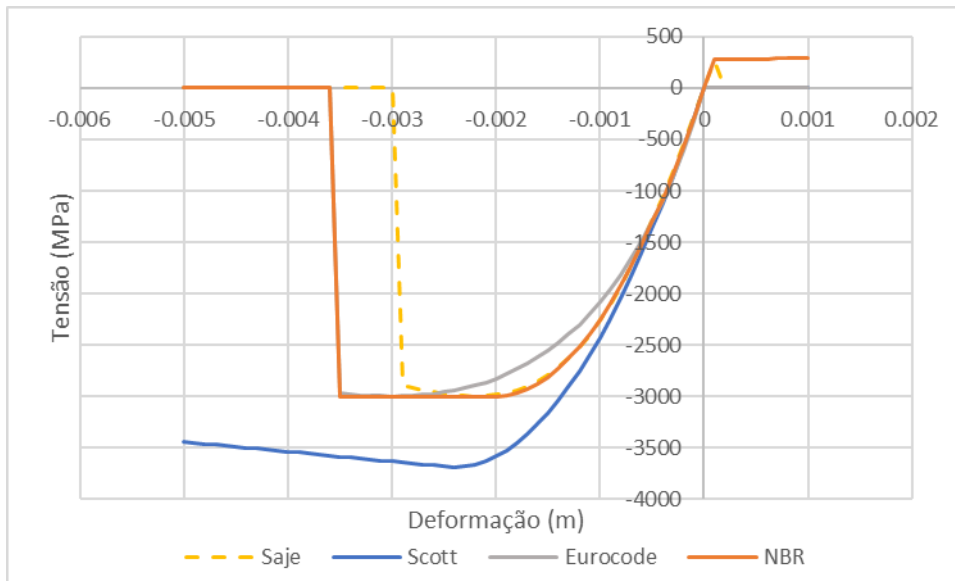
Inicialmente, para o ensaio virtual, não foram utilizados coeficientes majoradores ou minoradores, logo, foram aplicadas cargas nodais equivalentes a uma carga distribuída de 22,1 kN/m, carga equivalente ao peso próprio da viga, somado da carga permanente e da acidental. Para a solução, utilizou-se o controle de deslocamento no nó central, que foi o nó 10.

Foi utilizada a curva bilinear para a armadura passiva na tração e compressão (ALVES, 2019). Os parâmetros tensão de escoamento de 500 MPa e o módulo de elasticidade de 210 GPa. A deformação última foi de 0,12 e o módulo de encruamento de 1,2 GPa. Para a armadura ativa, foi utilizada a curva proposta por Menegotto e Pinto (1973), válida apenas para tração. Os parâmetros adotados foram tensão de escoamento e última de 1674 MPa e 1860 MPa, respectivamente, e módulo de elasticidade de 210 GPa. Os parâmetros K, Q e R da curva de Menegotto e Pinto (1973) foram de 1,04, 0,012 e 8,127, respectivamente, como foi adotado por Alves *et al.* (2019), que utilizou o mesmo cabo de protensão.

Foram utilizadas diferentes curvas de concreto. Em todas a resistência utilizada para o concreto foi a característica ( $f_{ck}$ ). Nas curvas das normas foram utilizados os parâmetros recomendados nas mesmas. Os parâmetros referentes às propriedades dos materiais foram adotadas iguais aos utilizados nas verificações deste trabalho. Além destes, os parâmetros utilizados na curva proposta por Scott *et al.* (1982)  $Q_s$ ,  $h$  e  $\rho$  foram 0,01263, 0,55 e 0,00414, respectivamente. A Figura 25 apresenta as curvas com as propriedades da V1.



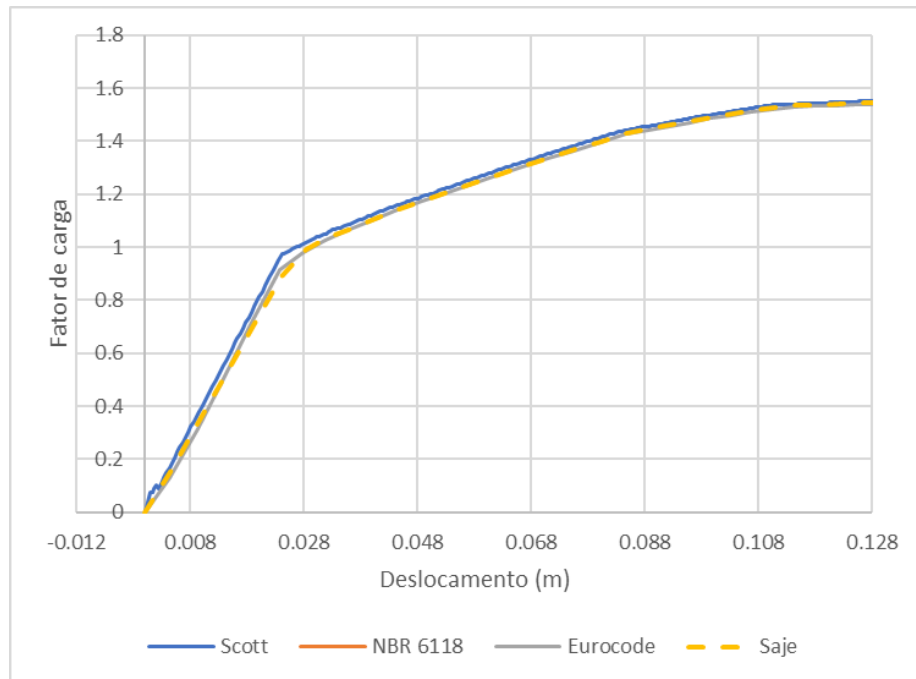
Figura 25 - Curvas de concreto com propriedades da V1.



Fonte: elaborado pela autora.

A curva carga deslocamento está apresentada na Figura 26. No eixo vertical está a parcela da carga. Pode-se observar que, em todas as curvas, a viga atinge seu ELU com aproximadamente 155% da carga aplicada, resultando em um momento último de 1318,83 kNm. Para este exemplo, o comportamento da viga foi bastante aproximado em todas as curvas, observa-se que em todas as curvas houve um comportamento linear até atingir o fator de carga em torno de 1, e a partir deste ponto, o comportamento não linear de todas também foram aproximados.

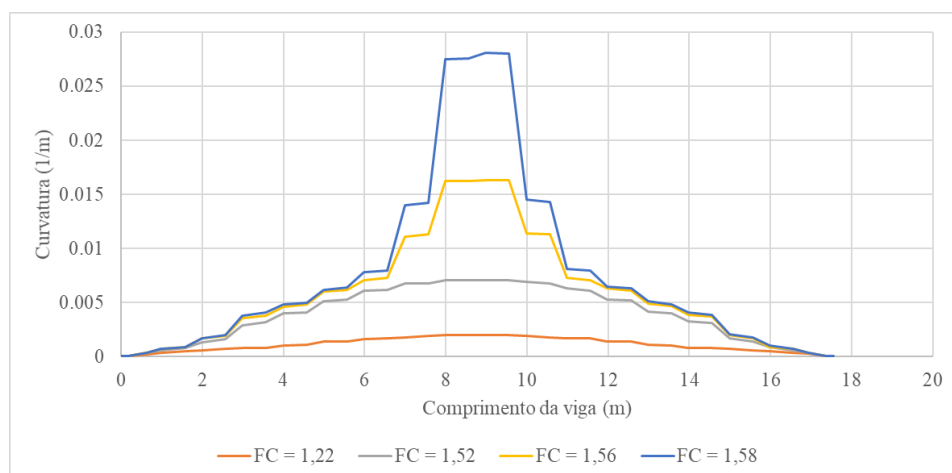
Figura 26 - Curva carga x deslocamento para a V1.



Fonte: elaborada pela autora.

A Figura 27 mostra a curvatura ao longo do vão da viga com diferentes fatores de carga (FC) utilizando a curva de Zupan e Saje (2005). Pode-se observar que os resultados correspondem ao que é esperado, tendo um comportamento simétrico e maior deformação no meio do vão, já que a viga é isostática e simétrica, e maiores deformações com maiores carregamentos. Na curva do fator de carga na ruptura, observa-se que o comportamento não foi totalmente simétrico devido à esse ser o comportamento na ruptura, onde o meio do vão comporta-se como uma rótula plástica.

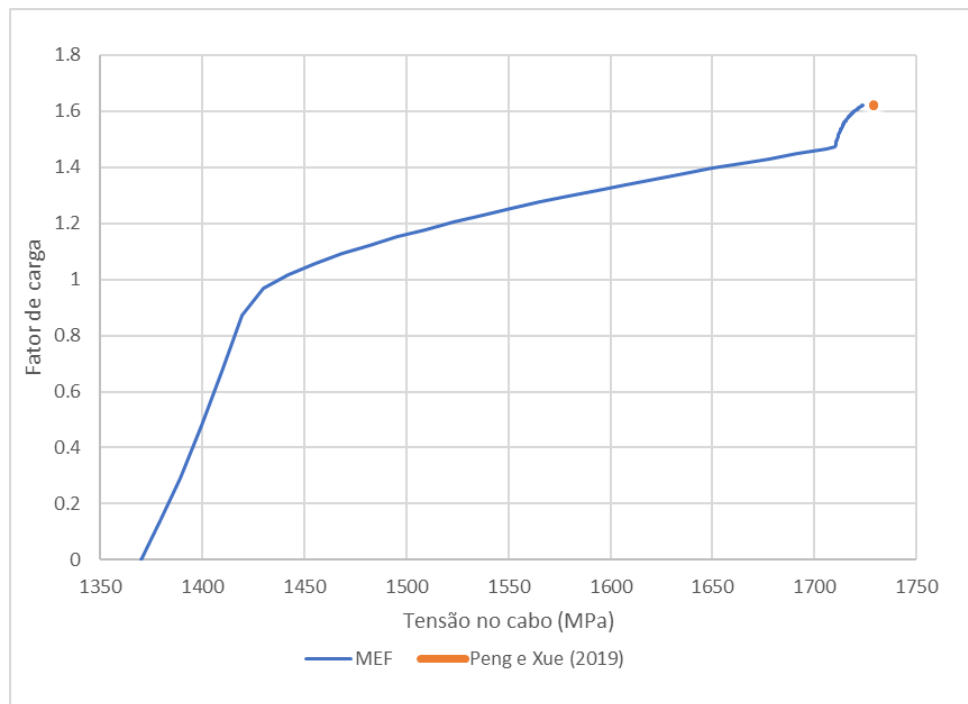
Figura 27- Curvatura ao longo do vão da V1.



Fonte: elaborado pela autora.

Na Figura 28 está o gráfico da tensão no cabo de protensão em função do carregamento. No gráfico encontra-se também o valor estimado da tensão no cabo no estado último encontrada pela Equação (23) proposta por Peng e Xue (2019). Pode-se observar que o comportamento está coerente, com a tensão inicial igual a tensão nos cabos após perdas iniciais. Os resultados últimos foram muito próximos, com uma diferença de apenas 1,42%.

Figura 28 - Tensão no cabo de protensão da V1 com aumento de carga.



Fonte: elaborado pela autora.

A Tabela 18 apresenta os diferentes momentos últimos. O obtido pela análise não linear foi utilizando a curva da NBR minorando a resistência do concreto e utilizando a força de protensão após as perdas diferidas. Observa-se que, com as armaduras dimensionadas, os momentos últimos são relativamente próximos, sendo o momento obtido com a análise não linear ainda maior que o obtido com as considerações de projeto da norma brasileira, mesmo com a minoração.

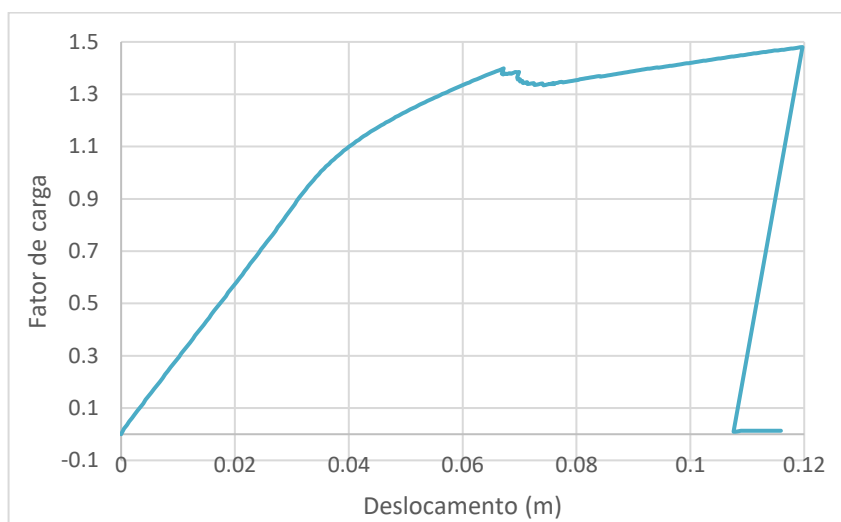
Tabela 18 – Momentos últimos obtidos para a V1 com as diferentes abordagens.

	<b>Mu (kNm)</b>	<b>Diferença (%)</b>
<b>Não linear</b>	1259,27	-
<b>ABNT</b>	1178,11	-6,44

Fonte: elaborado pela autora.

Tal resultado indica que as considerações de normas implicam em projetos bem dimensionados no que diz respeito à segurança das estruturas, com considerações para simplificar os efeitos não lineares que levam à adoção conservadora de taxas de armadura. A curva carga deslocamento para esta configuração encontra-se na Figura 29. Analisando a curva, observa-se que com um fator de carga de aproximadamente 1,4, houve um comportamento que pode indicar as primeiras rupturas de parte da seção. O momento para este fator de carga é de 1190,69 kN, apenas 1,06% maior que o momento dimensionado pela NBR (ABNT, 2014).

Figura 29 - Curva carga deslocamento da V1 utilizando a curva da NBR com propriedades minoradas.

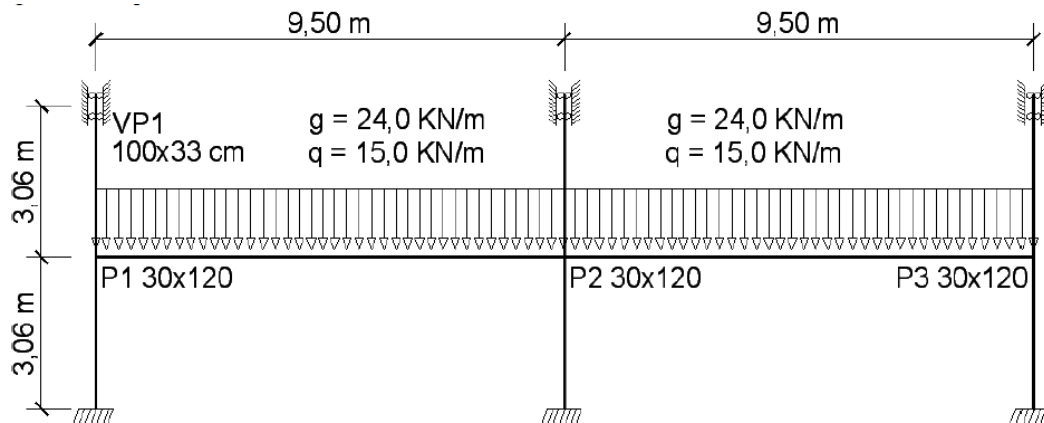


## 5.2 Viga contínua com cabo curvo – V2

O exemplo de viga contínua será a viga faixa proposta por Aguiar (2014), que tem seus vãos e carregamentos representados na Figura 30. A resistência

característica do concreto à compressão é de 35 MPa. A seção é retangular e possui 100 cm de largura e 33 cm de altura. A viga será chamada de V2 neste trabalho. Foram utilizados 10 cabos CP 190RB de diâmetro de 12,7 mm e tensão última de 1860 MPa com força inicial de protensão de 140 kN. Foi considerado classe de agressividade II: cobrimento das armaduras ativas de 3,5 cm e das passivas de 3 cm.

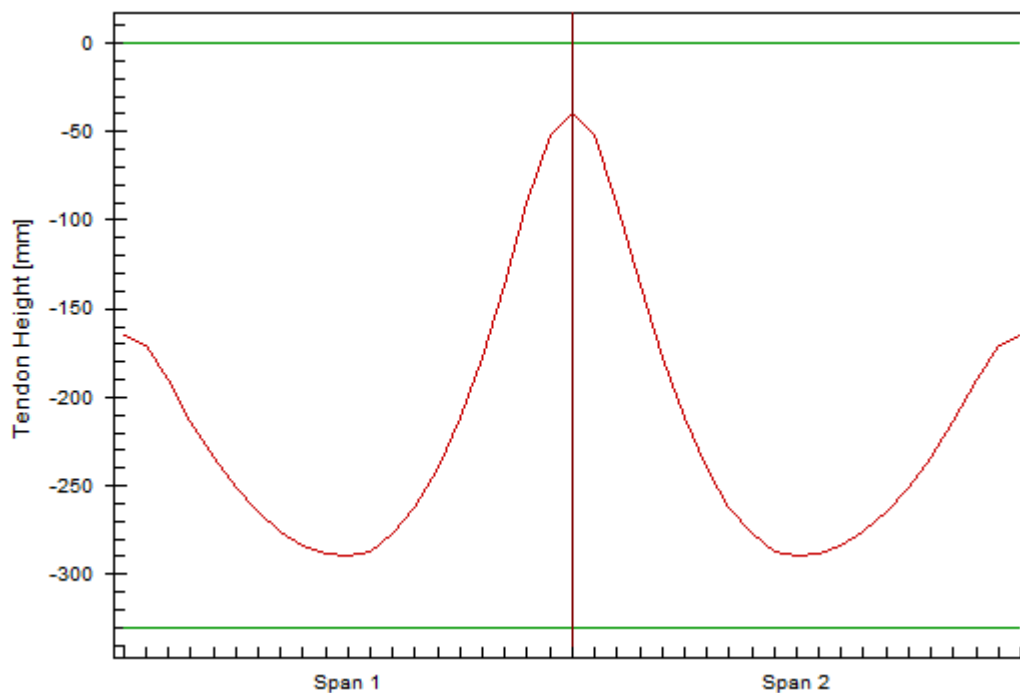
Figura 30 - Viga contínua proposta por Aguiar (2014).



Fonte: Aguiar (2014).

Para obtenção de esforços, os efeitos dos pilares foram desconsiderados para simplificar o problema. A Figura 31 apresenta o traçado proposto pelo autor. Tal traçado e o número de cabos foi obtido pelo método do balanceamento, no qual a meta do autor foi de balancear 80% da carga permanente com a carga equivalente de protensão.

Figura 31 - Traçado do cabo proposto por Aguiar (2014) no *Adapt-PT*.



Fonte: elaborado pela autora.

Os parâmetros de módulo de elasticidade utilizados foram obtidos de acordo com a Tabela 6 e os coeficientes de fluência ( $\varphi$ ) para obtenção das flechas diferidas aproximadas estão expostos na Tabela 19. Para determinar o coeficiente de fluência de acordo com a NBR (ABNT, 2014) considerou-se metade do perímetro da viga em contato com o ar, umidade relativa do ar de 75% e protensão realizada com o concreto com 5 dias de idade.

Tabela 19 – Módulo de elasticidade utilizado no *Adapt-PT* para a V2.

	ACI (2019)	ABNT (2014)
<b>E (MPa)</b>	27806	33130
<b><math>\varphi</math></b>	2	2,5

Fonte: elaborado pela autora.

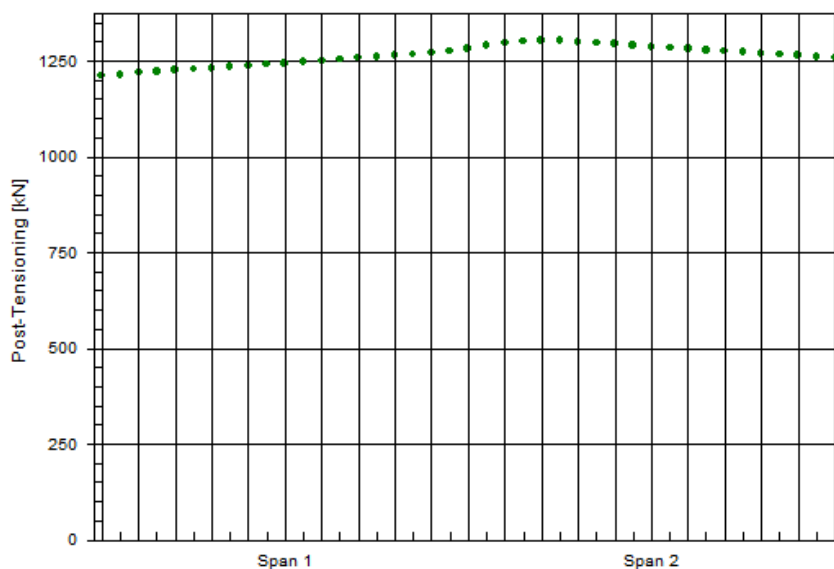
### 5.2.1 Análise das perdas da V2

Para este exemplo, as perdas de protensão foram analisadas da mesma forma do exemplo anterior. Considerou-se o coeficiente de atrito ( $\mu$ ) igual a 0,07, o coeficiente de atrito devido às ondulações do cabo ( $\beta$ ) de 0,0035, igualmente

considerado pelo autor. A força média obtida nos 12 cabos considerando apenas a perda por atrito foi de 132,74 kN/cabo.

Em seguida, analisou-se o efeito da perda devido à acomodação da ancoragem, considerando uma perda de 6 mm de alongamento, obteve-se a força média de 126,48 kN/cabo. A força ao longo do cabo após as perdas iniciais encontra-se na Figura 32.

Figura 32 - Força de protensão ao longo do cabo de protensão após as perdas iniciais obtidas para a V2 com o *Adapt-PT*.

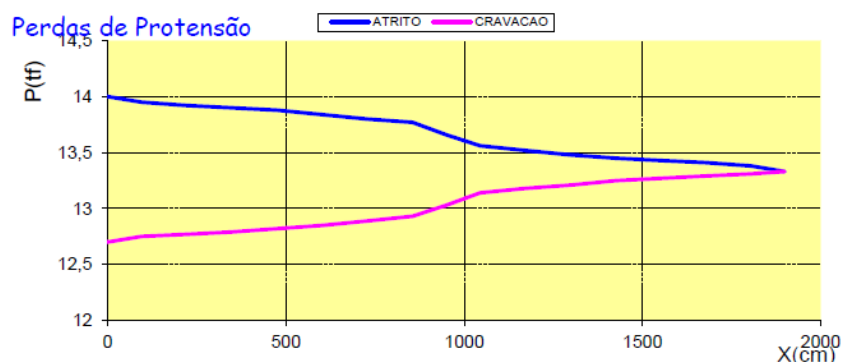


Fonte: elaborado pela autora.

Em comparação com o que foi obtido por Aguiar (2014), apresentado na Figura 33 observa-se uma diferença entre as forças obtidas ao longo do cabo. Observa-se que na formulação, a perda propagou-se por toda a viga, enquanto no *Adapt-PT* o ponto de bloqueio foi atingido pouco após o início do segundo vão. Além disso, a força no início e no fim do cabo foi de aproximadamente, 12,7 kN e 13,4 kN para a formulação de Aguiar (2014), enquanto no *Adapt* foi de 12,1 kN e 12,5 kN.

Tal diferença pode ter ocorrido devido à discretização do modelo, tendo em vista que os parâmetros e os métodos utilizados foram os mesmos nos dois programas. Aguiar (2014) considera trechos retos do cabo, e para este exemplo ele utilizou 8 trechos por vão, resultando em trechos de cabo com mais de 1 m de comprimento. Já no *Adapt-PT*, cada vão é discretizado em 20 trechos.

Figura 33 - Perdas imediatas da V2 obtidas por Aguiar (2014).



Fonte: Aguiar (2014).

Para cálculo das perdas diferidas, os parâmetros encontram-se na Tabela 20. A relação de área sobre perímetro exposto ao ar, que foi considerado como sendo metade da viga em contato com o ar; foi selecionado que os cabos eram de relaxação baixa e que não eram protendidos juntos. Para 10 cabos, considerando as perdas diferidas, além das outras, a força média obtida foi de 115,83 kN/cabo.

Tabela 20 – Parâmetros para cálculo das perdas diferidas no *Adapt-PT* para o exemplo da V2.

<b>Idade do concreto no ato da protensão (dias)</b>	5
<b>E<sub>co</sub> (MPa)</b>	20
<b>E<sub>so</sub> (GPa)</b>	11
<b>Umidade relativa (%)</b>	75
<b>Relaxação</b>	Baixa

Fonte: elaborado pela autora.

A Tabela 21 apresenta as perdas nas três etapas que foram observadas. Foi obtida uma porcentagem de 9,66% de perdas imediatas, 8,42% de perdas diferidas e 17,26% de perdas totais. Em comparação com as porcentagens recomendadas na revisão bibliográfica, observa-se que neste exemplo as perdas imediatas foram também superiores aos 6% recomendado pelos autores (CARNEIRO *et al.* 2015). As diferidas totais foram superiores aos 15% adotados por Aguiar (2014).



Tendo em vista que o cálculo do autor resultou em forças de protensão maiores tanto após as perdas imediatas e após as perdas diferidas, espera-se que uma maior taxa de armadura seja dimensionada com os valores até aqui encontrados.

Tabela 21 – Perdas cumulativas em relação à força inicial de 140 kN nos cabos de protensão da V2.

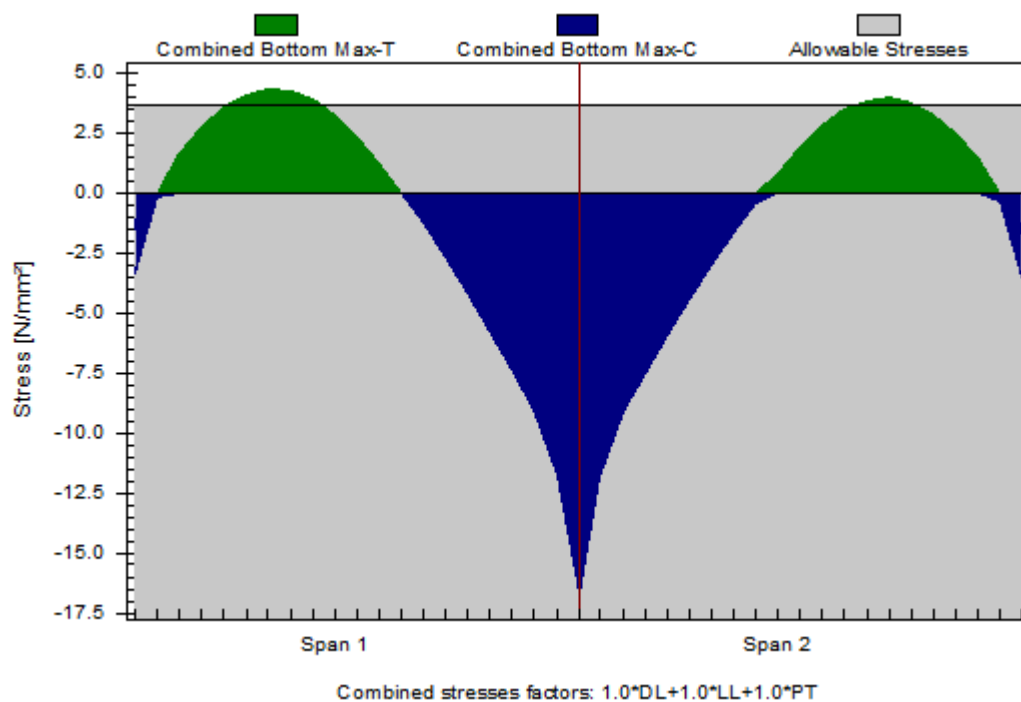
Perdas após	Força média (kN/cabo)	Perda em relação à força inicial (%)
Atrito	132,74	5,19
Ancoragem	126,48	9,66
Diferidas	115,83	17,26

Fonte: elaborado pela autora.

### 5.2.2 Verificação da V2 de acordo com o ACI

O resultado obtido na combinação total está exposto na Figura 34. Nos gráficos gerados pelo *Adapt-PT*, a compressão é negativa. Analisando o gráfico da Figura 34 e os limites para esta viga que estão na Tabela 22, conclui-se que para a combinação total a viga com a protensão na qual foi ensaiada encontra-se no tipo T, já que sua tensão de tração máxima foi de, aproximadamente, 5,10 MPa no primeiro vão. Apesar da geometria e do carregamento serem simétricos, o gráfico das tensões não é simétrico devido à protensão, já que a protensão é feita por apenas um lado. No segundo, vão a tensão máxima foi de, aproximadamente, 4,90 MPa.

Figura 34 - Tensões na fibra inferior na combinação total na V2



Fonte: elaborado pela autora.

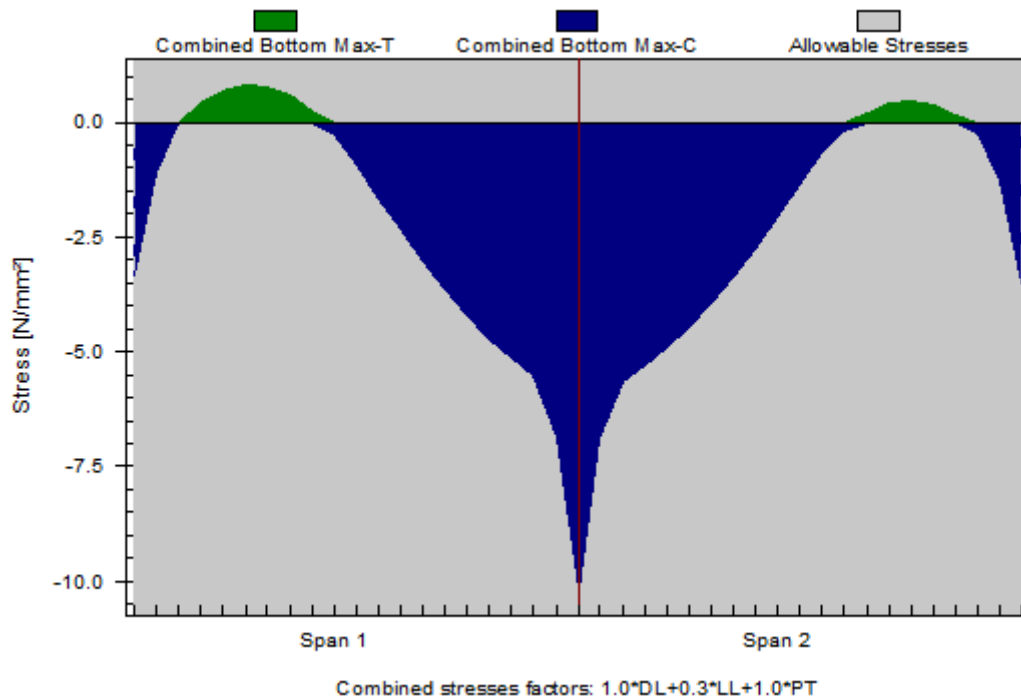
Tabela 22 – Limites de tensão para classificação da protensão na V2.

Classe	Limites de tensão (MPa)
<b>U</b>	$\sigma_{ts} \leq 3,67$
<b>T</b>	$3,67 < \sigma_{ts} \leq 5,92$
<b>C</b>	$\sigma_{ts} > 5,92$

Fonte: elaborado pela autora.

A Figura 35 apresenta as tensões na combinação *sustained*. A tensão de tração máxima nesta combinação foi de 0,65 MPa, logo, a viga em serviço comporta-se como tipo U, permitindo análise das flechas considerando a inércia bruta da peça.

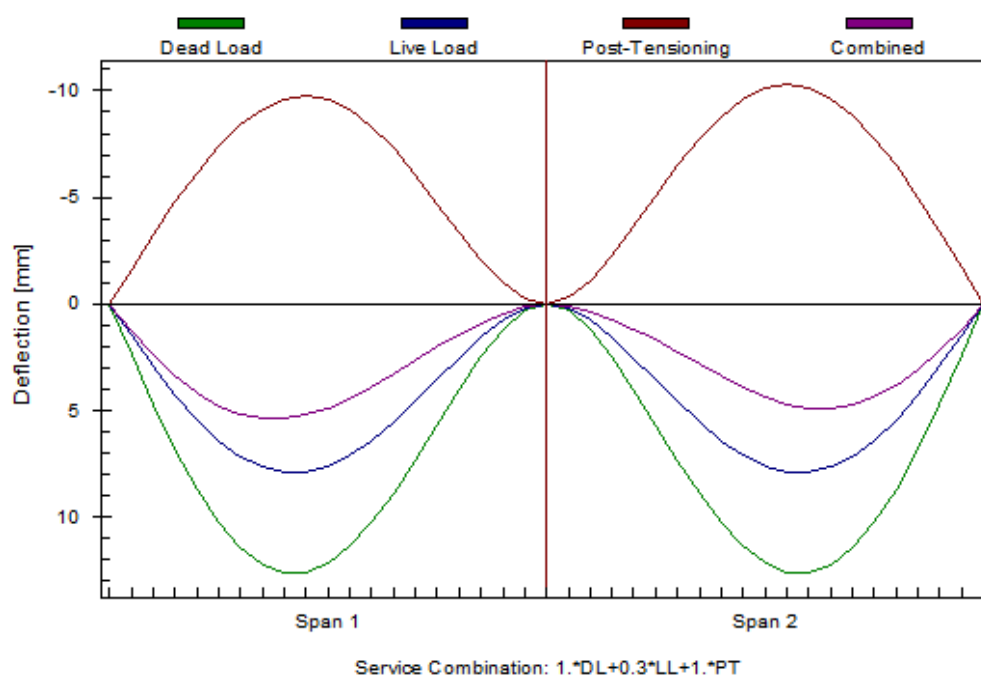
Figura 35 - Tensões na fibra inferior na combinação *sustained* para a V2.



Fonte: elaborado pela autora.

A Figura 36 apresenta a deflexão na viga devido às cargas permanente, acidental, protensão e na combinação *sustained*. As flechas obtidas para verificação com os deslocamentos limites estão na Tabela 23.

Figura 36 - Deflexão devido à protensão, às cargas permanente e acidental e em serviço na V2.



Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 23 – Verificação da flecha da V2 de acordo com o ACI.

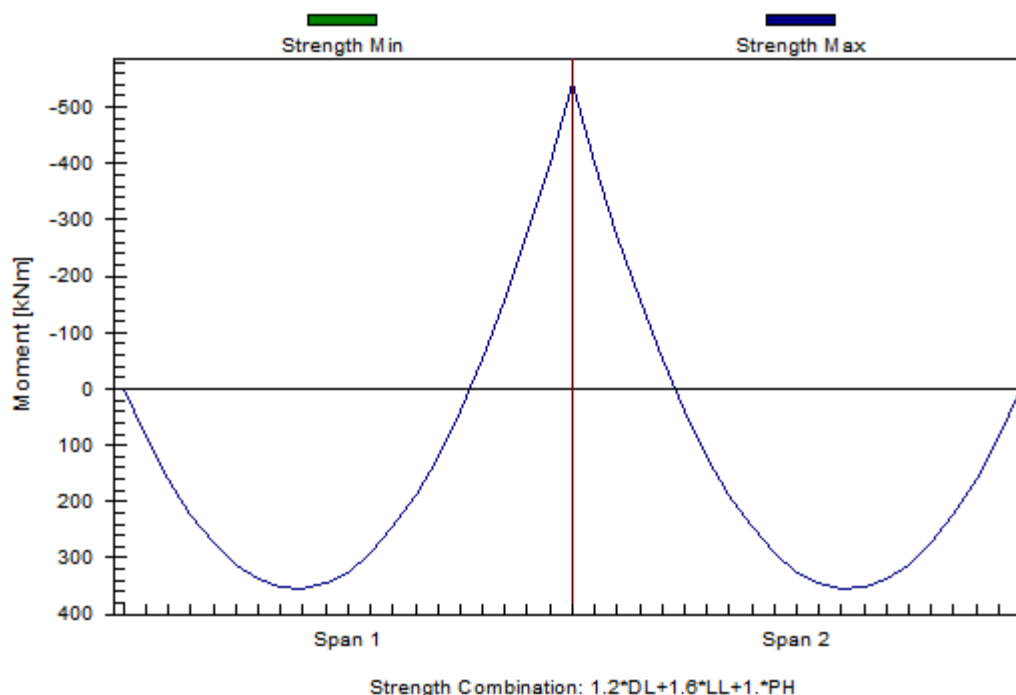
Tipo de efeito avaliado	Carregamento	Valor obtido (cm)	Limite (cm)	Verificação
<b>Aceitabilidade sensorial</b>	Apenas acidental	0,80	2,64	Ok
	Total	1,68	3,96	Ok
<b>Efeitos em elementos não estruturais</b>	Total	1,68	1,98	Ok

Fonte: elaborado pela autora.

Analisando a Tabela 23, percebe-se que a flecha atenderia todos os limites. Os valores inseridos na tabela são do primeiro vão, que apresentaram valores mais críticos por ter menos protensão.

Até então, o comportamento da viga em serviço foi verificado. Na combinação *sustained* a viga é tipo U, ou seja, a protensão é suficiente para garantir a ausência de fissuração. As flechas atenderiam as exigências de uma viga em serviço em prédio residencial. O último passo é verificar o ELU. O momento na combinação última obtido foi de 355,18 kNm e o gráfico de momento fletor está na Figura 37.

Figura 37 - Momento fletor último para a V2 atender o ELU de acordo com o ACI (2019).



Fonte: elaborado pela autora.

A área de armadura para o meio do vão obtida pelo programa estão na Tabela 24. A área obtida foi referente apenas à armadura mínima recomendada pelo ACI (2019), sendo a armadura necessária de 5,71 e 4,81 cm<sup>2</sup>, respectivamente, no vão 1 e no vão 2. Comparando com o que foi obtido na formulação proposta por Aguiar (2014), observa-se que sendo dimensionada de acordo com a norma brasileira a viga contínua atende as exigências da norma americana para a armadura positiva. Já nos apoios, a armadura dimensionada por Aguiar (2014) não foi suficiente. Tal diferença pode ser explicada pelas simplificações adotadas para engastamento nos pilares.

Tabela 24 – Áreas de armadura passiva necessárias na V2 em cm<sup>2</sup> - ACI (2019).

	Inferior – meio do vão		Superior – apoio central	
	ACI (2019)	Aguiar (2014)	ACI (2019)	Aguiar (2014)
<b>Vão 1</b>	6,60	4,95	20,55	14,93
<b>Vão 2</b>	6,60	4,95	20,55	14,93

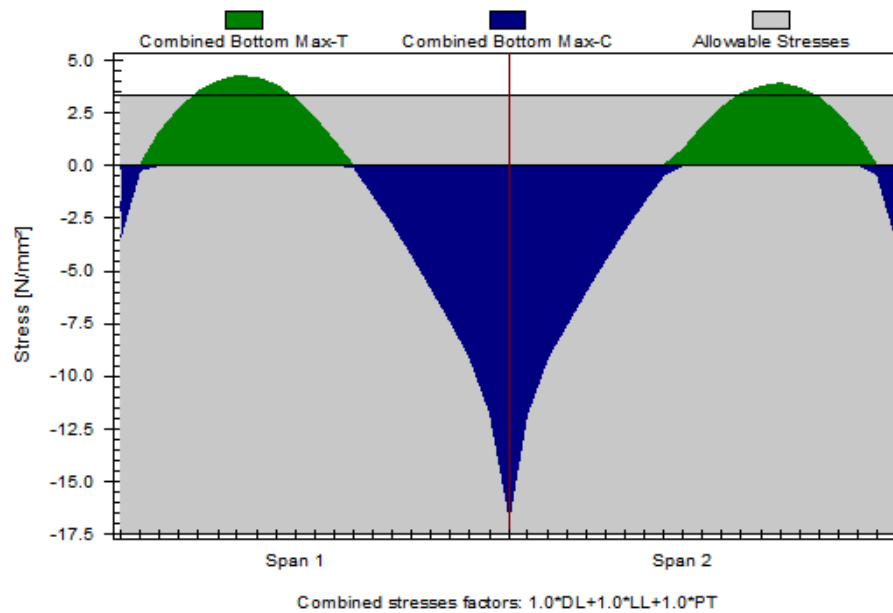
Fonte: elaborado pela autora.

Além disso, é possível concluir que a área de armadura passiva mínima exigida pela NBR (ABNT, 2014) é menor que a exigida pelo ACI (2019).

### 5.2.3 Verificação da V2 de acordo com a NBR

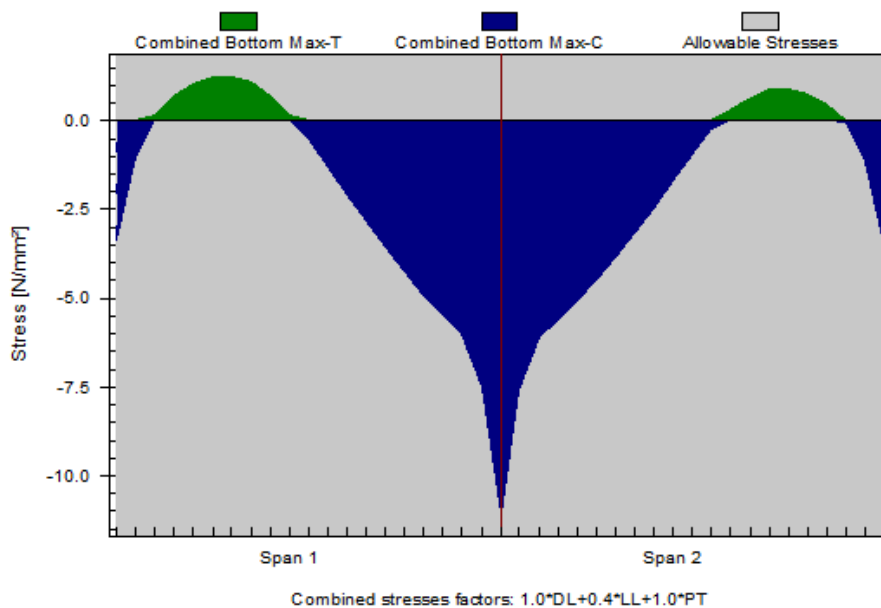
As tensões na fibra inferior obtidas para as combinações em serviço estão nas Figura 38, Figura 36 e Figura 40.

Figura 38 - Tensões na fibra inferior da V2 na combinação rara - Aguiar (2014)



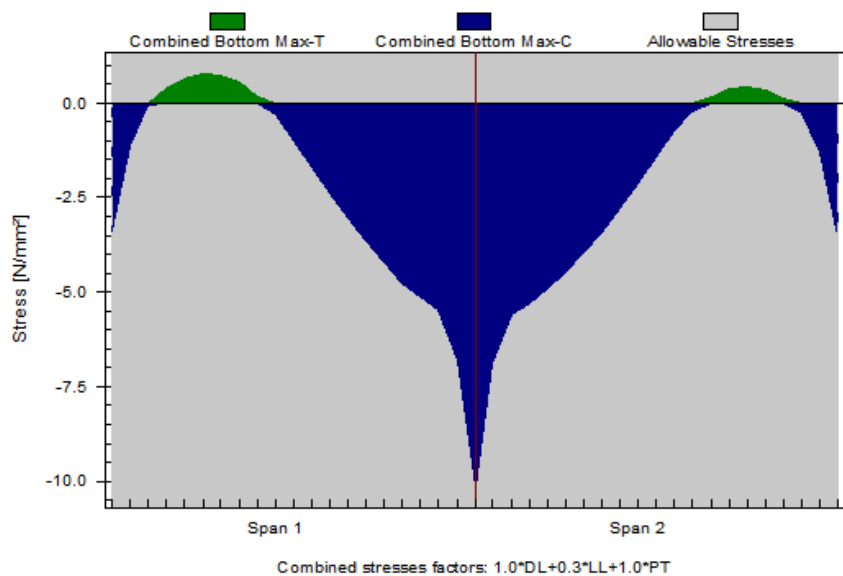
Fonte: elaborado pela autora.

Figura 39 - Tensões na fibra inferior da V2 na combinação frequente.



Fonte: elaborado pela autora.

Figura 40 - Tensões na fibra inferior da V2 na combinação quase permanente.

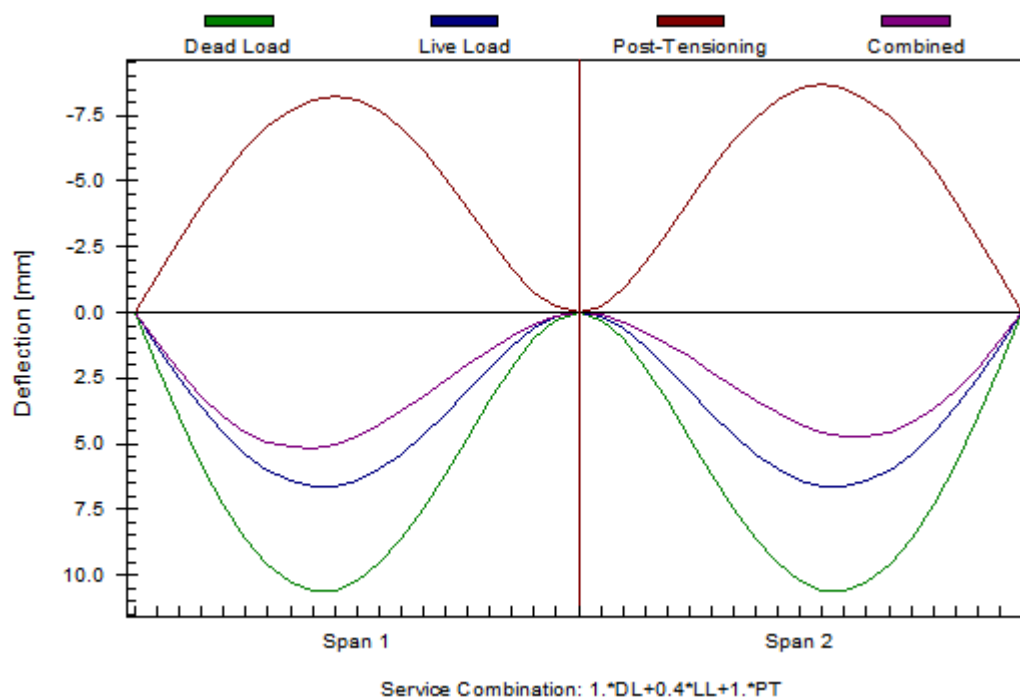


Fonte: elaborado pela autora.

Analisando os gráficos das tensões na fibra inferior ao longo do vão, observa-se que na combinação rara (Figura 38), não foi respeitado o ELS-F, logo não se trata do tipo protensão total. Na combinação frequente (Figura 36), apesar de se ter tração, foi respeitado o ELS-F, e na combinação quase permanente (Figura 40), não foi respeitado o ELS-D. Logo, conclui-se que de acordo com a NBR (ABNT, 2014), a viga classifica-se como protensão parcial.

A análise das flechas foi feita na combinação frequente. O gráfico das flechas imediatas devido à protensão, à carga permanente, à acidental e à combinação frequente encontra-se na Figura 41. A Tabela 25 compara os valores obtidos com os valores limites da NBR (ABNT, 2014).

Figura 41 - Deflexão devido à protensão, à carga permanente, acidental e combinadas na combinação frequente para a V2.



Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 25 – Verificação da flecha da V2 de acordo com a NBR.

Tipo de efeito avaliado	Carregamento	Valor obtido (cm)	Limite (cm)	Verificação
<b>Aceitabilidade sensorial</b>	Apenas acidental	0,74	2,71	Ok
	Total	1,65	3,80	Ok
<b>Efeitos em elementos não estruturais</b>	Total	1,65	1,00	Não ok

Fonte: elaborado pela autora.

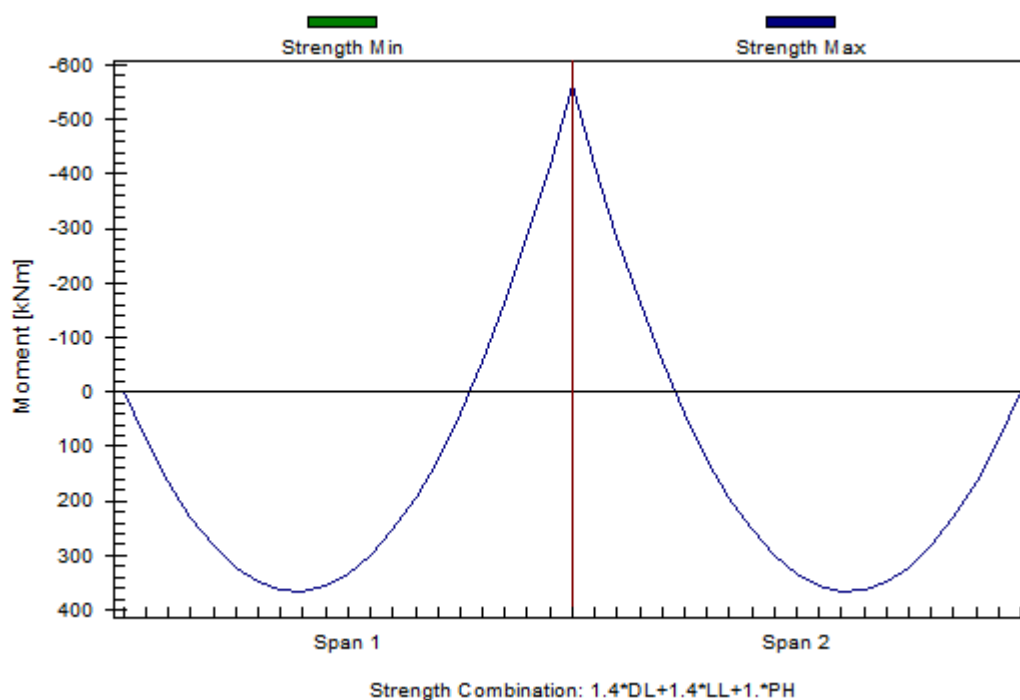
As flechas verificadas só não atenderiam ao limite para uma alvenaria em cima da viga, diferentemente da americana, na qual todas as verificações de flechas



foram dentro das admissíveis. Pode-se observar que, em comparação com os valores obtidos pela norma americana, a flecha acidental foi menor, mesmo com a combinação frequente sendo maior que a *sustained*. Isto que era esperado, tendo em vista que o módulo de elasticidade recomendado pela norma americana é menor que o da brasileira e trata-se de grandezas inversamente proporcionais. A diferida também foi menor na brasileira, mesmo utilizando um coeficiente 25% maior.

Para verificação do ELU, o momento máximo e já majorado obtido foi de 366,67 kNm - Figura 42. O valor foi maior que o obtido pela norma americana pelo fato de a carga predominante ser acidental, e o coeficiente majorador da carga acidental na norma brasileira é maior que o da americana. A área de armadura passiva gerada pelo programa para resistir esse momento de acordo com a NBR (ABNT, 2014) está na Tabela 26.

Figura 42 - Momento fletor último para a V2 atender o ELU de acordo com a NBR (ABNT, 2014)



Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 26 – Áreas de armadura passiva necessárias no meio do vão da V2 em cm<sup>2</sup> - NBR (ABNT, 2014).

	Inferior – meio do vão		Superior – apoio central	
	ABNT (2014)	Aguiar (2014)	ABNT (2014)	Aguiar (2014)
<b>Vão 1</b>	6,77	4,95	25,73	14,93
<b>Vão 2</b>	5,87	4,95	25,73	14,93

Fonte: elaborado pela autora.

Para a norma brasileira, a área de armadura passiva adotada pelo autor foi igual à armadura mínima, que foi diferente da dimensionada no *Adapt-PT*. A armadura adotada pelo autor (AGUIAR, 2014) foi inferior à encontrada na verificação neste trabalho porque o autor estimou as perdas totais em 15%, enquanto verificou-se pelo *Adapt-PT* de que elas seriam de 17,26%. Além disso, a formulação simplificada para obtenção das perdas imediatas resultou em perdas menos críticas. O vão 2 apresenta menor necessidade de armadura passiva (diferença de 13,29%) por ser o vão menos afetado pelas perdas de protensão.

Com os resultados deste exemplo, foi possível verificar que o programa *Adapt-PT* realiza uma análise elástica e linear. Nos casos nos quais a viga apresentou fissuração, mesmo as duas normas recomendando que a inércia da peça bruta não possa ser considerada, o programa apenas avisa ao usuário que a fissuração não está sendo considerada nos seus resultados. Nos resultados de esforços internos, observou-se que os momentos obtidos eram simplesmente a superposição dos momentos decorrentes de cada carregamento.

#### 5.2.4 V2 – ACI x NBR

A Tabela 27 compara os resultados obtidos com as duas normas. Pode-se observar que, a flecha imediata obtida pela norma brasileira foi maior que a da americana neste exemplo. Logo, neste exemplo, as combinações em serviço compensaram os diferentes módulos de elasticidade.

Mesmo com os valores de flechas devido à carga acidental sendo maiores na verificação brasileira, a mesma apresentou flecha diferida foi menor, mesmo com o coeficiente de fluência maior e também maior combinação, sendo o principal fator para a americana ter apresentado maior flecha os diferentes módulos de elasticidade.

Na verificação do ELU, a norma americana atuou apenas com a armadura mínima, enquanto a brasileira apresentou um momento último solicitante de armadura passiva superior às armaduras mínimas das duas normas, devido à diferente combinação última.

Tabela 27 – Comparação dos resultados obtidos com as duas normas para a V2.

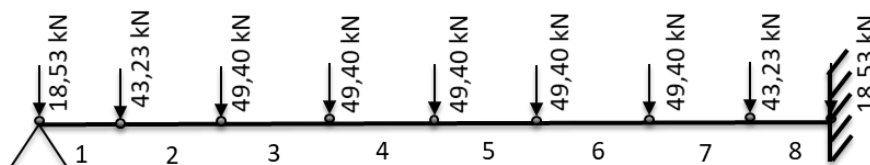
	ACI (2019)	ABNT (2014)	Diferença (%)
E (MPa)	27806	33130	19,15
$\varphi$	2	2,5	25
Flecha imediata (cm)	0,53	0,56	5,66
Flecha diferida (cm)	1,68	1,65	-1,79
Mu (kNm)	355,16	366,67	3,24
As, nec (cm <sup>2</sup> )	6,60	6,77	2,58

Fonte: elaborado pela autora.

### 5.2.5 Análise não linear da V2

Foi considerada a simetria da viga e apenas uma metade da mesma foi modelada na análise não linear, com uma malha de 8 elementos de viga e 8 segmentos de cabo (Figura 43), igualmente a que foi utilizada por Aguiar (2014), permitindo adotar o mesmo traçado de cabo com a parábola simulada pelos mesmos trechos retos.

Figura 43 - Elementos da malha de MEF para a V2.



Fonte: elaborado pela autora.

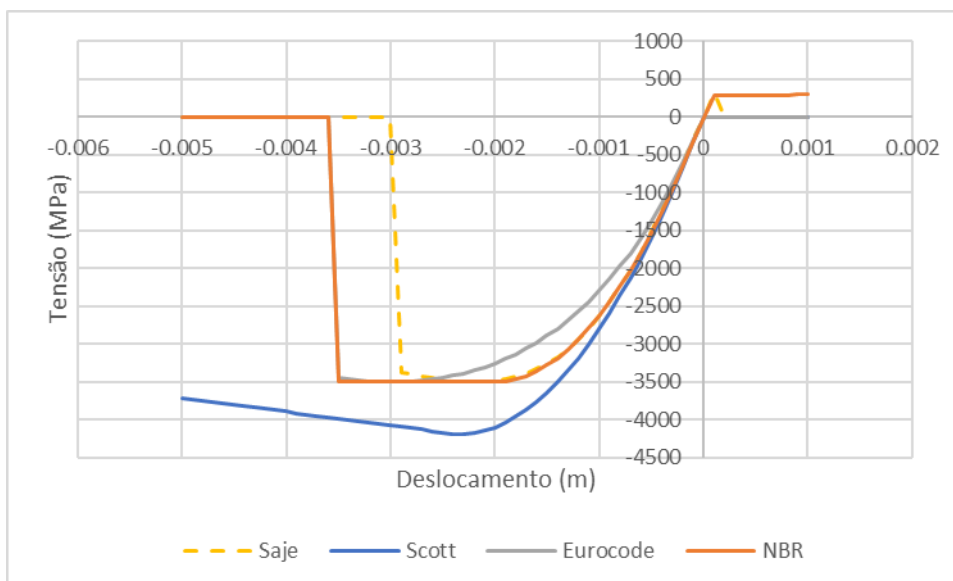
Para avaliar o comportamento da viga sem armadura passiva, nesse exemplo só foi considerada a armadura de protensão, tendo em vista que o autor

dimensionou a armadura mínima da NBR (ABNT, 2014), e no dimensionamento do ACI (2019) deste trabalho também foi calculada armadura mínima.

Foi considerada a força após as perdas iniciais, sendo inserido no programa uma tensão de 1277,58 MPa e a área total dos 10 cabos. Foram aplicadas cargas nodais equivalentes a uma carga distribuída de 39 kN/m, carga equivalente a carga permanente somada da acidental sem majoração ou minoração. Para a solução, utilizou-se o controle de deslocamento no nó 5.

Para as curvas constitutivas das armaduras, foram adotados os mesmos valores da V1, com exceção do módulo de elasticidade da armadura ativa, que foi adotado de 200 GPa, tal qual Aguiar (2014). Para as curvas de concreto, utilizou-se o  $f_{ck}$  de 35 MPa. Além destes, foram adotados parâmetros iguais aos utilizados nas verificações deste trabalho. Além destes, os parâmetros utilizados na curva proposta por Scott *et al.* (1982)  $Q_s$ ,  $h$  e  $\rho$  foram 0,01263, 0,95 e 0,00414, respectivamente.

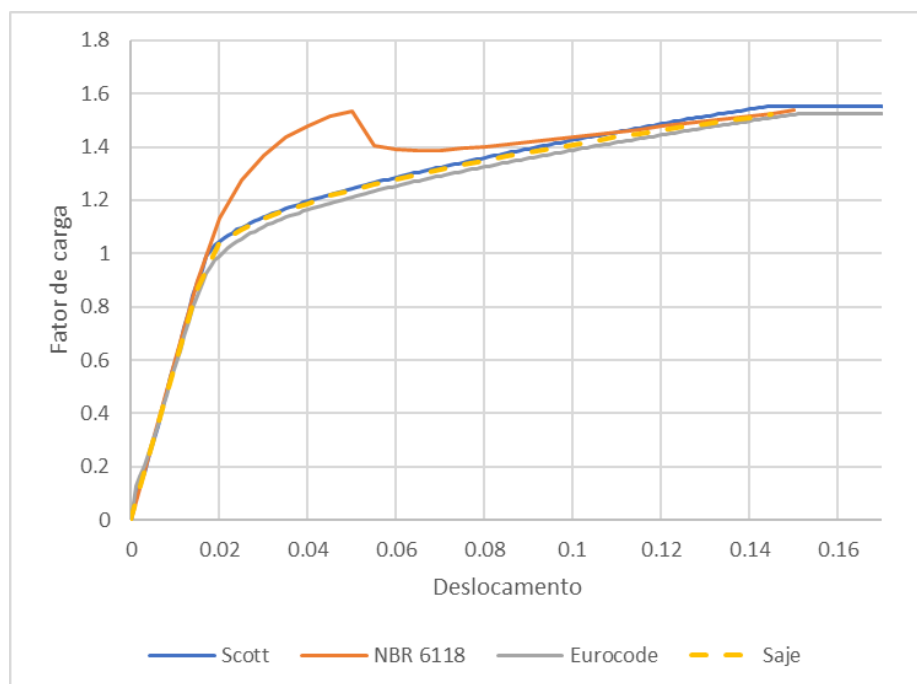
Figura 44 - Curvas do concreto com as propriedades da V2.



Fonte: elaborada pela autora.

A curva carga deslocamento está apresentada na Figura 45. Pode-se observar que, em todas as curvas, a viga atinge seu ELU com aproximadamente 153% da carga aplicada, resultando em um momento último de 371,79 kNm. Para este exemplo, o comportamento da viga foi bastante aproximado em todas as vigas, com exceção da curva da NBR (ABNT, 2014), que atingiu a mesma carga última, mas com um comportamento diferente das demais curvas.

Figura 45 - Curva carga x deslocamento para a V2.



Fonte: elaborada pela autora.

Nesse contexto, foi verificado na formulação não linear o momento último considerando as armaduras mínimas da NBR (ABNT, 2014) e do ACI (2019), os resultados estão na Tabela 28. Foi utilizada a curva da NBR, a fim de analisar o comportamento da mesma com a presença das armaduras passivas. Observa-se que a armadura passiva faz uma diferença considerável, resultando em uma “taxa de segurança” próxima a que foi obtida na V1. Além disso, observa-se que a adoção de armadura passiva torna a peça mais dúctil, tendo em vista que com a armadura, o comportamento brusco observado com a curva da NBR na Figura 45 é bastante suavizado, como mostra a Figura 46.

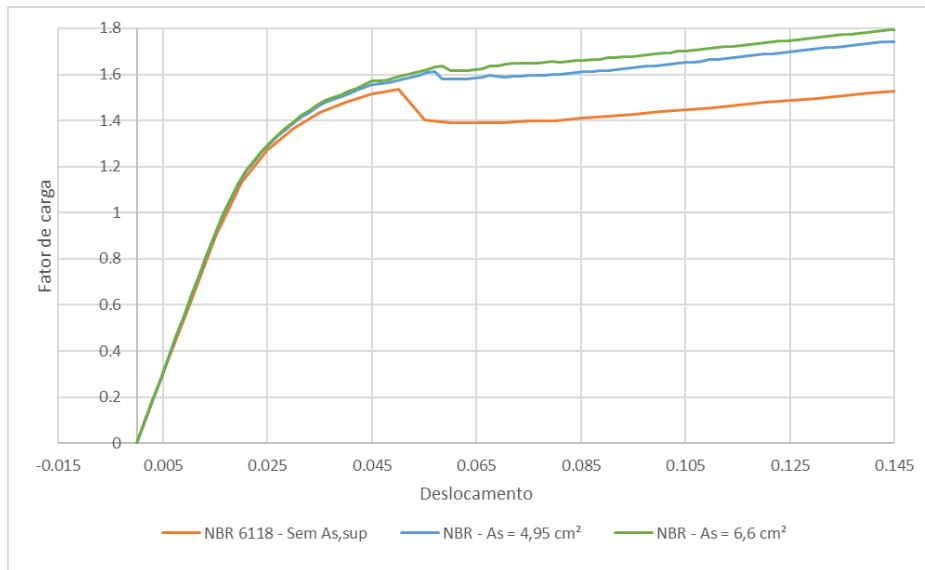
Tabela 28 – Momentos últimos obtidos para a V2 no ensaio virtual com diferentes taxas de armadura passiva.

	<b>Mu (kNm)</b>	<b>Diferença (%)</b>
<b>As = 0</b>	375,82	-
<b>As,min,NBR = 4,95 cm<sup>2</sup></b>	426,10	13,38
<b>As,min,ACI = 6,60 cm<sup>2</sup></b>	438,96	16,80

Fonte: elaborado pela autora.

Figura 46 - Comportamento da V1 utilizando curva da NBR com adoção

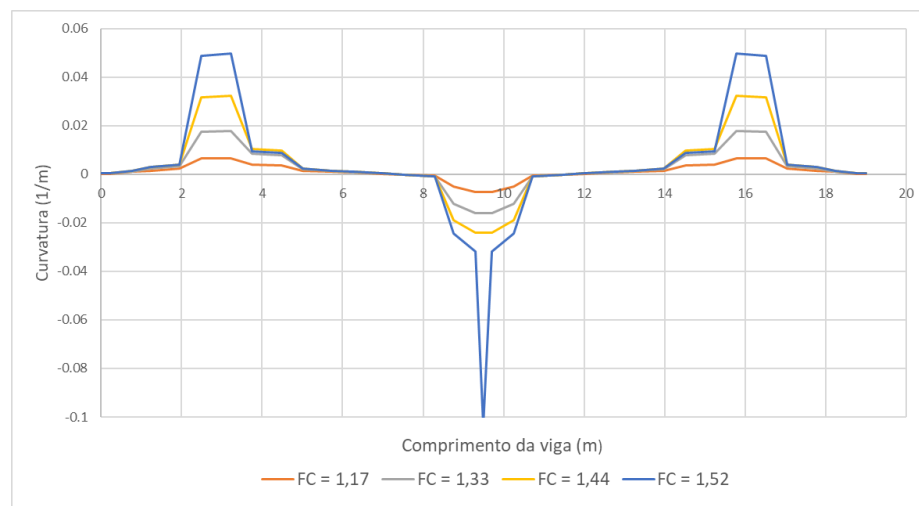
de armadura passiva aderente.



Fonte: elaborado pela autora.

A Figura 47 mostra a curvatura ao longo da viga em função do carregamento, utilizando a curva de Zupan e Saje (2005). Pode-se observar que os resultados correspondem ao que é esperado, o comportamento foi simétrico, tendo uma curvatura máxima na mesma região onde o momento foi máximo, e curvatura negativa próxima do engastamento.

Figura 47- Curvatura ao longo do vão da V2.

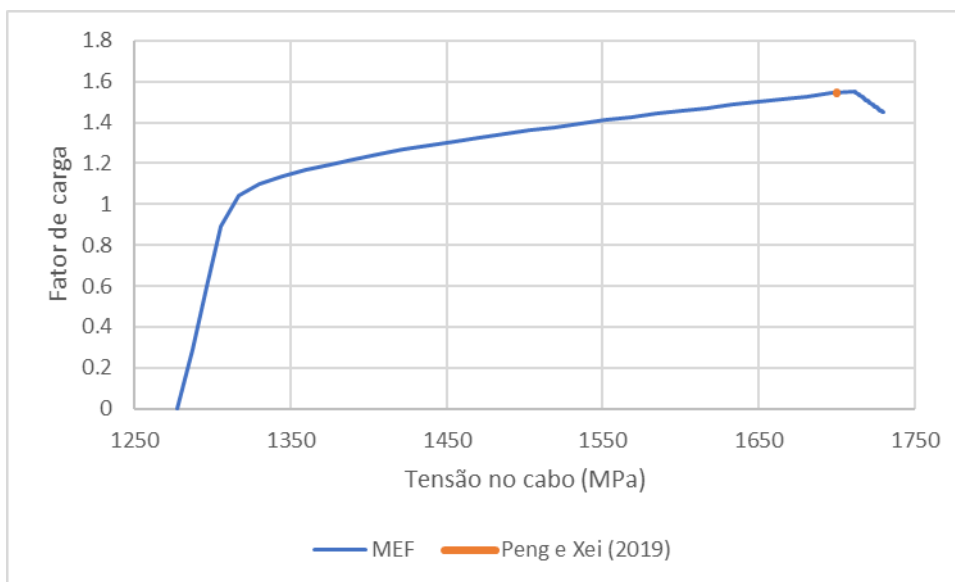


Fonte: elaborado pela autora.

Na Figura 48 está o gráfico da tensão no cabo de protensão em função do carregamento, também com a curva de Zupan e Saje (2005). Pode-se observar que o comportamento está coerente, com a tensão inicial igual a tensão nos cabos após

perdas iniciais. Os resultados últimos foram novamente muito próximos, com uma diferença de apenas -2,66%.

Figura 48 - Tensão no cabo de protensão da V2 com aumento de carga.



Fonte: elaborado pela autora.

A Tabela 29 apresenta os diferentes momentos últimos nas análises linear e não linear seguindo recomendações da norma brasileira. O obtido pela análise não linear foi utilizando a curva da NBR minorando a resistência do concreto e utilizando a força de protensão após as perdas diferidas. Observa-se que para a V2 o momento último exigido pela norma ainda foi menor, mas neste caso ficou muito próximo do momento de ruptura obtido com a análise não linear.

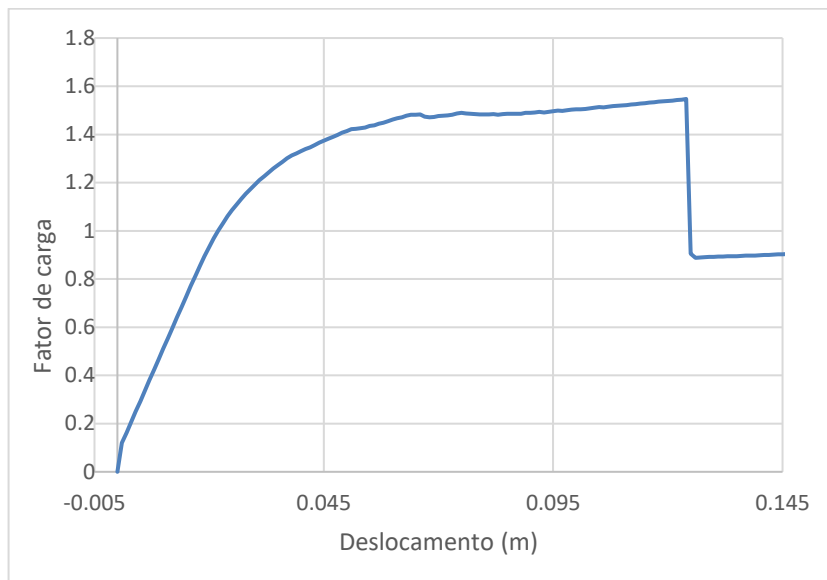
Tabela 29 – Momentos últimos obtidos para a V2 com as diferentes abordagens.

	<b>Mu (kNm)</b>	<b>Diferença (%)</b>
<b>Não linear</b>	378,24	-
<b>ABNT</b>	366,67	-0,64

Fonte: elaborado pela autora.

Figura 49 - Curva carga deslocamento da V1 utilizando a curva

da NBR com propriedades minoradas.



Fonte: elaborado pela autora.



## 6 CONCLUSÕES

O presente trabalho realizou um estudo acerca das recomendações das normas e considerações de não linearidade física e geométrica em vigas protendidas.

Em relação às perdas, observou-se que as normas possuem recomendações semelhantes para as perdas de curta duração, propondo, inclusive, as mesmas equações. Já em relação às perdas de longa duração, a brasileira recomenda métodos simplificados e gerais apenas para a protensão aderente, que não foi o foco deste trabalho. A americana recomenda trabalhos acerca da consideração destas perdas, alertando da importância das mesmas e deixando o projetista livre para utilização de um método eficiente que as considerem em projeto. Neste contexto, existem muitas propostas na literatura para considerá-las, e algumas delas foram apresentadas neste trabalho.

Foi possível estudar as diferentes classificações quanto ao tipo de protensão das normas. Em relação aos estados limites, as diferentes recomendações implicaram em dimensionamentos bem próximos no que diz respeito à taxa de armadura passiva, sendo a norma brasileira mais conservadora devido à combinação última, com exceção do caso de protensão total, tendo em vista que, para vigas, a taxa de armadura mínima exigida pela norma americana é maior que a exigida pela brasileira.

Ao analisar os resultados do *software* comercial, foi possível concluir que o mesmo realiza uma análise elástica linear. A versão utilizada considera o cabo como uma carga equivalente. Em comparação com a análise não linear, foi possível verificar que os coeficientes adotados pelas normas resultam em dimensionamentos bem seguros, já que no ensaio virtual a viga V1 atingiu a carga de ruptura com 19% de folga em relação ao momento último da norma, e o mesmo aconteceu com a V2 com adição de armaduras mínimas.

Em relação à análise não linear, as curvas de carga deslocamento foram satisfatórias, assim também como os dados de curvatura e tensão no cabo de protensão, que foi comparada com uma equação que estima a tensão última no cabo, e resultados satisfatórios foram obtidos.

De maneira geral, as recomendações das normas implicaram em projetos próximos. As diferenças importantes encontradas neste trabalho foram: o método de

classificação de nível de protensão, pois as vigas analisadas tiveram comportamento em serviço com fissuras na brasileira e sem fissuras na norma americana; as diferentes combinações de ELU, que resultaram em diferentes taxas de aço; as diferentes recomendações de módulo de elasticidade, que implicaram em grandes diferenças para as flechas em serviço; e por fim, as diferentes taxas de armadura mínima, tendo em vista que esperava-se que a norma brasileira fosse mais conservadora neste aspecto, enquanto na verdade, é a americana.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AALAMI, Bijan O. **Post-tensioned Buildings: Design and Construction**. PT-Structures. com, 2014.

ACI COMMITTEE. **Building code requirements for structural concrete (ACI 318-19) and commentary**. International Organization for Standardization, 2019.

ADÃO, Francisco; HEMERLY, Adriano. **Concreto Armado: novo milênio: cálculo prático e econômico**. Rio de Janeiro. Interciência, 2010.

ADAPT Corporation, "**ADAPT-Floor Pro 2015 User Manual**", 2015.

ADAPT Corporation, "**Integrated Reinforced & Post-Tensioned Concrete Building Design Software**", 2019. Disponível em <<http://www.adaptsoft.com/software.php>>. Acesso em: 14 abr. 2019.

AGUIAR, João Paulo Bezerra; **Cálculo e Dimensionamento Automático de Vigas Faixas Protendidas**. Monografia (Graduação em Engenharia Civil), Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.

ALVES, Juliana C.; PARENTE Evandro; SOUSA João B. M., Otimização de placa metálica no regime dinâmico. **XL CILAMCE**, 2019.

ARCELORMITTAL, **Fios e Cordoalhas para Concreto Protendido Catálogo**, 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: 2014. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Agosto, 2014.

BRITISH STANDARDS INSTITUTION. **Eurocode 2: Design of Concrete Structures: British Standard**. London, 2008, BSi.

CARNEIRO, A. L., **Análise e Dimensionamento de Lajes Lisas Protendidas Sem**

**Aderência.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Espírito Santo. Vitória, 2015.

DALL'ASTA, Andrea; RAGNI, Laura; ZONA, Alessandro. Simplified method for failure analysis of concrete beams prestressed with external tendons. **Journal of structural Engineering**, v. 133, n. 1, p. 121-131, 2007.

DALL'ASTA, Andrea; ZONA, Alessandro. Finite element model for externally prestressed composite beams with deformable connection. **Journal of Structural Engineering**, v. 131, n. 5, p. 706-714, 2005.

DORNELLES, F. L. **Estudo sobre a modelagem da protensão em lajes lisas com o uso de analogia de grelhas.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.

EMERICK, A.A.. **Projeto e Execução de Lajes Protendidas.** Interciência, 2005.

GAUVREAU, Douglas Paul. **Ultimate limit state of concrete girders prestressed with unbonded tendons.** Birkhäuser, 1993.

GILBERT, Raymond Ian; RANZI, Gianluca. **Time-dependent behaviour of concrete structures.** CRC Press, 2010.

HUSSIEN, O. F. et al. Behavior of bonded and unbonded prestressed normal and high strength concrete beams. **HBRC Journal**, v. 8, n. 3, p. 239-251, 2012.

ISHIHARA, Ronaldo et al. Avaliação de ensaios experimentais de cisalhamento em vigas de concreto armado sem armadura transversal à luz das normas. 2017.

JOINT, A. C. I. Tentative Recommendations for Prestressed Concrete. In: **ACI JOURNAL, Proceedings.** 1958.

LIN, T. Y. Load-balancing method for design and analysis of prestressed concrete structures. In: **Journal Proceedings.** 1963. p. 719-742.

LIN, Tung Yen; BURNS, Ned Hamilton. **Design of prestressed concrete structures**. New York: Wiley, 3ª Edição, 1981.

LOUREIRO, Giordano José. **Projeto de lajes protendidas com cordoalhas engraxadas**. VI Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, São Paulo, 2006.

LOUREIRO, Giordano José. **Teorias e prática atuais do projeto de lajes protendidas**. Fortaleza: [s.n.], 2013.

LOU, Tie-jiong; XIANG, Yi-qiang. Finite element modeling of concrete beams prestressed with external tendons. **Engineering structures**, v. 28, n. 14, p. 1919-1926, 2006.

LOU, Tiejiong; LOPES, Sergio MR; LOPES, Adelino V. Nonlinear and time-dependent analysis of continuous unbonded prestressed concrete beams. **Computers & Structures**, v. 119, p. 166-176, 2013.

MOREIRA, Leandro S.; **Análise Não Linear Via Elementos Finitos de Vigas de Concreto com Protensão Não Aderente**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

MOREIRA, Leandro S.; SOUSA, João Batista M.; PARENTE, Evandro. Nonlinear finite element simulation of unbonded prestressed concrete beams. **Engineering Structures**, v. 170, p. 167-177, 2018.

MENEGOTTO, M; PINTO P. E.; Method of analysis for cyclically loaded RC plane frames including changes in geometry and non-elastic behavior of elements under combined normal force and bending. In: **Proc. of IABSE symposium on resistance and ultimate deformability of structures acted on by well defined repeated loads**. 1973. p. 15-22.

NAAMAN, Antoine E.; ALKHAIRI, Fadi M. Stress at ultimate in unbonded post-tensioning tendons: Part 2--proposed methodology. **Structural Journal**, v. 88, n. 6,

p. 683-692, 1992.

NAAMAN, Antoine E. et al. Stresses in unbonded prestressing tendons at ultimate: Recommendation. **Structural Journal**, v. 99, n. 4, p. 518-529, 2002.

NAAMAN, Antoine E. **Prestressed concrete analysis and design: Fundamentals**. 2<sup>nd</sup> Ed. Techno Press, Ann Arbor, 2004.

PENG, Fei; XUE, Weichen. Calculating Method for Ultimate Tendon Stress in Internally Unbonded Prestressed Concrete Members. **ACI Structural Journal**, v. 116, n. 5, 2019.

PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. COMMITTEE ON PRESTRESS LOSSES. **Recommendations for estimating prestress losses**. Prestressed Concrete Institute, 1975.

RANZI, G.; AL-DEEN, S.; AMBROGI, L.; UY, B. Long-term behaviour of simply-supported post-tensioned composite slabs. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 88, p. 172-180, 2013.

SCOTT, B.; PARK, R.; PRIESTLEY, M. Stress-strain behaviour of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates. **Journal of the American Concrete Institute**, v. 79, p. 13-27, 01 1982.

SOBRINHO, Francisco R. **Otimização de Pavimento de Laje Nervurada Protendida**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.

STRAMANDINOLI, Renata Sá Brito. **Modelos de elementos finitos para análise não linear física e geométrica de vigas e pórticos planos de concreto armado**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

ZIA, Paul; PRESTON, H. Kent; SCOTT, Normal L; WORKMAN, Edwin B.

**Estimating prestress losses.** Concrete International, v. 1, n. 6, p. 32-38, 1979.

ZUPAN, D.; SAJE, M. Analytical integration of stress field and tangent material moduli over concrete cross-sections. **Computers and Structures**, v. 83, n. 28-30 SPEC. ISS., p. 2368–2380, 2005. ISSN 00457949.