



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**FACULDADE DE EDUCAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO BRASILEIRA**

**MIGUEL ANGELO DA SILVA**

**CÁLCULO INTEGRAL E DEFICIÊNCIA VISUAL: INVESTIGANDO OS  
CONCEITOS DE VOLUMES DE CILINDRO E CONE POR MEIO DA  
METODOLOGIA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS (ABP)**

**FORTALEZA**

**2020**

**MIGUEL ANGELO DA SILVA**

**CÁLCULO INTEGRAL E DEFICIÊNCIA VISUAL: INVESTIGANDO OS  
CONCEITOS DE VOLUMES DE CILINDRO E CONE POR MEIO DA  
METODOLOGIA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS (ABP)**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Educação. Área de concentração: Educação, currículo e ensino.

Orientador: Prof. Dr. Jorge Carvalho Brandão

**FORTALEZA**

**2020**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

- S581c Silva, Miguel Angelo.  
Cálculo integral e deficiência visual : Investigando os conceitos de volumes de cilindro e cone por meio da metodologia aprendizagem baseada em problemas (ABP) / Miguel Angelo Silva. – 2021.  
198 f. : il. color.
- Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Fortaleza, 2021.  
Orientação: Prof. Dr. Jorge Carvalho Brandão.  
Coorientação: Profª. Dra. Maria José Costa dos Santos .
1. Cálculo Integral. 2. Deficiência Visual. 3. Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP). 4. Formação de Conceito. 5. Geometria Espacial . I. Título.

CDD 370

---

**MIGUEL ANGELO DA SILVA**

**CÁLCULO INTEGRAL E DEFICIÊNCIA VISUAL: INVESTIGANDO OS  
CONCEITOS DE VOLUMES DE CILINDRO E CONE POR MEIO DA  
METODOLOGIA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS (ABP)**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Educação. Área de concentração: Educação, currículo e ensino.

Aprovada em: 21/01/2021.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Jorge Carvalho Brandão (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Profa. Dra. Maria José Costa dos Santos (Co orientadora)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Antônio Paulo de Hollanda Cavalcante  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves  
Instituto Federal do Ceará (IFCE)

---

Prof<sup>ª</sup>. Dra. Ivoneide Pinheiro de Lima  
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

## AGRADECIMENTOS

Esta tese é dedicada a todas pessoas que contribuíram de forma direta ou indiretamente para que ela fosse realizado ao longo de quatro anos de doutorado.

Primeiramente a Deus e Jesus Cristo pela força que me deste para enfrentar os obstáculos e desafios que existiram ao longo deste período.

À minha família da minha mãe: mãe, irmã, madrinha Tânia, tia Lúcia por todo o apoio de momentos difíceis durante o curso. Em especial, a minha mãe com as suas constantes orações pedindo proteção de São Francisco pra mim.

Ao meu avô e a minha avó por ter me ensinado o real sentido de família. Nunca vou esquecer o que vocês fizeram por mim. Saudades eternas, mas sei que vocês estão juntos de Deus.

Ao meu Pai e sua família Ribeiro pelo apoio e pela torcida ao longo da pesquisa.

À minha esposa Flávia e minha filha Layra Lis pelo apoio e palavras de conforto, por sua presença constante ao meu lado com muito amor.

Ao meu Sogro e minha Sogra por todo o apoio durante a longa caminhada.

Ao professor e orientador Dr. Jorge Carvalho Brandão, agradeço por tudo que fez e faz por mim nessa trajetória acadêmica e profissional por meio de ideias construtivas que levaram as discussões e reflexões sobre a educação matemática, principalmente a educação para alunos com deficiência visual. Saliento o apoio formidável de como acompanhou a construção desta tese com compreensão e paciência, fundamentais para o efetivo êxito desta pesquisa. Eternamente serei grato.

Ao professor Dr. Antônio Paulo, quero agradecer pela oportunidade de ter concedido a participar das reuniões do PBL do Centro de Tecnologia nos cursos de Engenharias da UFC, bem como agradecer pelas suas valiosas discussões e sugestões para a ampliação deste trabalho.

Aos membros da banca que se dispuseram a ler e aprimorar esta pesquisa para o aperfeiçoamento da tese.

Às alunas de baixa visão por ter autorizado o experimento desta pesquisa de forma voluntária, na intenção de contribuir para educação inclusiva.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) - Demanda Social, por ter outorgado o apoio financeiro de todo o curso, como também para o desenvolvimento desta pesquisa.

Aos amigos pelas palavras de encorajamento e incentivo ao longo do curso.

## RESUMO

O ensino e aprendizagem em sala de aula para alunos com deficiência visual é uma necessidade, mas também um desafio para os docentes implementar em sala qualquer tipo de metodologia que agregue o saber e a construção do conhecimento no Cálculo Diferencial e Integral. Nessa perspectiva, esta tese tem como objetivo geral analisar a relação teoria e prática da formação de conceito nos conteúdos de Geometria Espacial e Cálculo Integral, focando cilindro e cone de revolução por meio da metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas para discentes com deficiência visual. A presente pesquisa é de natureza qualitativa, fazendo uso da pesquisa-ação para delinear um estudo de caso. Os sujeitos da investigação foram duas discentes com baixa visão dos cursos de Engenharia Química e Energias Renováveis da Universidade Federal do Ceará. A partir das observações feitas ao longo da metodologia ABP, foi possível identificar como as discentes de baixa visão formaram os conceitos de Cálculo Integral de um recipiente cilíndrico e cônico de revolução com uso dos recursos ópticos. A partir das análises, que atestamos, ao longo dos passos da Aprendizagem Baseada em Problemas que as alunas com baixa visão pudessem: a. Construir, em grupo, o conhecimento científico do Cálculo Integral e da Geometria Espacial; b. Atuar de forma ativa na construção de suas próprias aprendizagens em matemática; c. Dividir as tarefas ao longo da resolução do problema na busca pelas informações geométricas e algébricas; d. Desenvolver os domínios cognitivo e psicomotor da Taxonomia de Bloom na resolução de um problema de engenharia. Portanto, concluímos que a extração dos dados (Formação de Conceito, ABP e Conteúdos Matemáticos) nos permitiu: a. verificar como se deram as trocas de experiências entre o grupo, mediante a situação problema dada; b. identificar as dificuldades de aprendizagem nos conteúdos geométricos e algébricos frente a um problema prático comum de engenharia; c. analisar a construção do conhecimento científico das alunas com baixa visão, ao ponto de contribuir para a construção e a inclusão das pessoas com deficiência visual na instituição de ensino superior no processo de ensino e aprendizagem mediante aos conteúdos de Geometria Espacial e Cálculo Integral. Enfim, a Aprendizagem Baseada em Problemas (APB) corroborou para um ambiente benéfico, gerando a aprendizagem das alunas e não se limitando a simples memorização dos princípios matemáticos que circundam o ensino médio e superior.

**Palavras-chave:** Deficiência Visual. Formação de Conceito. Cálculo Integral. Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP). Geometria Espacial.

## ABSTRACT

Teaching and learning in the classroom for students with visual impairment is a necessity, but also a challenge for teachers to implement in the classroom any type of methodology that aggregates knowledge and the construction of knowledge in Differential and Integral Calculus. In this perspective, this thesis aims to analyze the theory and practice of concept formation in the contents of Spatial Geometry and Integral Calculus, focusing on cylinder and cone of revolution through the Problem Based Learning methodology for students with visual impairments. The present research is qualitative in nature, making use of action research to delineate a case study. The research subjects were two students with low vision of Chemical Engineering and Renewable Energy courses at the Federal University of Ceará. From the observations made along the ABP methodology, it was possible to identify how low vision students formed the concepts of Integral Calculus of a cylindrical and conical container of revolution using optical resources. From the analyses, which we attested, along the steps of Problem-Based Learning (PBL) that students with low vision: a. Build, as a group, the scientific knowledge of Integral Calculus and Spatial Geometry; b. Act actively in the construction of their own learning in mathematics; c. Divide the tasks along the resolution of the problem in the search for geometric and algebraic information; d. Develop the cognitive and psychomotor domains of Bloom Taxonomy in solving an engineering problem. Therefore, we conclude that the extraction of the data (Concept Formation, APB and Mathematical Contents) allowed us to: a. verify how the exchanges of experiences between the group took place, through the given problem situation; b. identify the learning difficulties in geometrical and algebraic content in the face of a common practical engineering problem; c. to analyze the construction of the scientific knowledge of students with low vision, to the point of contributing to the construction and inclusion of visually impaired people in the higher education institution in the teaching and learning process through the contents of Spatial Geometry and Integral Calculus. Finally, Problem Based Learning (ABS) corroborated a beneficial environment generating students' learning and not limiting itself to the simple memorization of mathematical principles that surround high school and higher education.

**Keywords:** Visual Impairment. Concept Training. Integral Calculus. Problem-Based Learning (PBL). Spatial Geometry.

## RESUMEN

La enseñanza y el aprendizaje en el clase para los estudiantes con discapacidad visual es una necesidad, pero también un desafío para los docentes que buscan la implementar en sus clases cualquier tipo de metodología que va añadir el saber y la construcción de conocimientos en Cálculo Diferencial e Integral. En esta perspectiva, esta tesis tiene como objetivo analizar la teoría y práctica de la formación de conceptos en los contenidos de Geometría Espacial y Cálculo Integral, enfocándose en el cilindro y cono de revolución a través de la metodología de Aprendizaje Basado en Problemas para estudiantes con discapacidad visual. La presente investigación es de naturaleza cualitativa y la investigación-acción delinea un estudio de caso. Los sujetos de investigación fueron dos estudiantes con baja visión de los cursos de Ingeniería Química y Energías Renovables de la Universidad Federal de Ceará. Apartir de las observaciones realizadas a lo largo de la metodología ABP fue posible identificar cómo con las estudiantes de baja visión formaron los conceptos de Cálculo Integral de un contenedor de revolución cilíndrico y cónico con el uso de recursos ópticos. Con base en las análisis, a lo largo de los pasos del Aprendizaje Basado en Problemas (APB), se permitió a las estudiantes con baja visión pudiesen: a. Construir, en grupos, el conocimiento científico de Cálculo Integral y Geometría Espacial; b. Actuar activamente en la construcción de su propio aprendizaje en matemáticas; c. Dividir las tareas a lo largo de la resolución del problema en la búsqueda de información geométrica y algebraica; c. Desarrollar los dominios cognitivo y psicomotor de la taxonomía de Bloom al resolver un problema de ingeniería. Por lo tanto, concluimos que la extracción de datos (Formación de conceptos, APB y Contenidos matemáticos) nos permitió: a. verificar cómo el grupo intercambió experiencias de acuerdo con la situación problemática dado; d. identificar las dificultades de aprendizaje en contenido geométrico y algebraico frente un problema de ingeniería práctica común; e. analizar la construcción del conocimiento científico de los estudiantes con baja visión, al punto que contribuir a la construcción e inclusión de las personas con discapacidad visual en la institución de educación superior en el proceso de enseñanza y aprendizaje a través de los contenidos de Geometría Espacial y Cálculo Integral. Finalmente, el Aprendizaje Basado en Problemas (APB) corroboró para la aprendizaje de los estudiantes en un ambiente benéfico, no limitado a la simple memorización de los principios matemáticos que rodean la educación secundaria y superior.

**Palabras clave:** Discapacidad visual. Formación de conceptos. Cálculo integral. Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). Geometría Espacial.

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ABP	Aprendizagem Baseada em Problemas
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CDI	Cálculo Diferencial e Integral
CT	Centro de Tecnologia
GE	Geometria Espacial
NEE	Necessidades Educacionais Especiais
PBL	Problem Based Learning
TEA	Transtorno do Espectro Autista
UFC	Universidade Federal do Ceará
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Restrições à busca banco de teses da CAPES, a partir de 2014.....	63
Quadro 2 - Novas restrições à busca banco de teses da CAPES, a partir de 2014.....	63
Quadro 3 - Termos de matemática e deficiência visual.....	65

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Sucessão de polígonos regulares inscritos em círculos de raio de medida $r$ .....	17
Figura 2 - Aproximação de um retângulo.....	17
Figura 3 - Os retângulos aproximam a região que fica entre o gráfico da função $y = f(x)$ e o eixo $x$ através de uma Função contínua típica $y = f(x)$ ao longo de um intervalo fechado $[a, b]$ .....	19
Figura 4 - Tabela dos símbolos de Barbier.....	26
Figura 5 - Alfabeto braille .....	27
Figura 6 - Reglete positiva de bolso com punção.....	28
Figura 7 - Imagens de Recursos Ópticos para as pessoas com baixa visão.....	43
Figura 8 - Perda do campo visual periférica.....	46
Figura 9 - Indicação de trabalho envolvendo cálculo e deficiência visual .....	64
Figura 10 - Estruturação da metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) .....	85
Figura 11 - Representação gráfica da taxonomia de Bloom.....	88
Figura 12 - Leituras e pesquisas pelas alunas numa sala do Centro de Tecnologia da UFC .	102
Figura 13 - Frase sublinhada da definição do problema feita pela aluna A .....	105
Figura 14 - Desenho cilíndrico com o raio e a altura construído, arbitrariamente, pela aluna A.....	106
Figura 15 - Desenho geométrico do cone com o raio e a altura elaborado, aleatoriamente, pela aluna B .....	106
Figura 16 - A revolução cilíndrica circular reto feita pela aluna A.....	109
Figura 17 - A revolução cônica circular reto feita pela aluna A.....	111
Figura 18 - Fórmula e desenho da área base de um cilindro e cone reto encontrada pela aluna A.....	112
Figura 19 - A fórmula escrita do volume do cilindro visto no Ensino Médio pela aluna B...	113
Figura 20 - A fórmula escrita do volume do cone visto no Ensino Médio pela aluna B.....	113
Figura 21 - A fórmula escrita do volume do cilindro visto no Ensino Médio pela aluna A ..	114
Figura 22 - A fórmula escrita do volume do cone visto no Ensino Médio pela aluna A .....	114
Figura 23 - A figura geométrica do cilindro no plano cartesiano usando o ponto $(0,0)$ pela aluna A.....	116
Figura 24 - A figura geométrica do cone no plano cartesiano usando o ponto $(0,0)$ pela aluna B .....	117

Figura 25 - A representação simbólica da integral definida num intervalo com o limite de integração rabiscado no caderno da aluna B.....	119
Figura 26 - A representação da função $f(x) = y = s$ que está contido numa pirâmide de base quadrada que representa um cone.....	121
Figura 27 - A representação da função $f(x) = y$ de um cone circular reto feito pela aluna B	122
Figura 28 - A fórmula do volume do cilindro de revolução com a integral pela aluna B.....	124
Figura 29 - A fórmula do volume do cone de revolução com a integral pela aluna B.....	124
Figura 30 – Materiais de apoio para construção do recipiente de ração.....	125
Figura 31 – Construção dos sólidos separadamente.....	125
Figura 32 – Construção do recipiente cilíndrico-cônico de ração.....	126
Figura 33 – O raio inserido na fórmula do volume de um sólido no intervalo de 0 até h.....	127
Figura 34 – O cálculo da integral da função do cilindro no intervalo de 0 até 8.....	127
Figura 35 - O cálculo do Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) do volume do cilindro..	128
Figura 36 - O volume do cilindro no intervalo de 0 até 8.....	129
Figura 37 – A solução final do volume do cilindro feito pela Geometria Espacial no Ensino Médio.....	129
Figura 38 – Cálculo da função $f(x) = y$ do cone através de uma regra de três.....	130
Figura 39 – A função $f(x) = y$ inserido na fórmula do volume de um sólido no intervalo de 0 até 12.....	131
Figura 40 – Cálculo da integral da função do 20 grau no cone no intervalo de 0 até 12.....	131
Figura 41 – Cálculo da integral da função quadrática no intervalo de 0 até 12 do cone.....	132
Figura 42 – Cálculo do Teorema Fundamental do Cálculo no volume de cone perante o intervalo de 0 até 12.....	132
Figura 43 – Cálculo do Teorema Fundamental do Cálculo no intervalo de 0 até 12 do cone	133
Figura 44 – Cálculo do volume de cone usando a geometria espacial (Ensino Médio).....	133

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	15
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	25
<b>2.1</b>	<b>DEFICIÊNCIA VISUAL</b> .....	25
2.1.1	A Evolução Educacional de Pessoas com Deficiência Visual no Mundo.....	25
2.1.2	A Abordagem Educacional de Pessoas com Deficiência Visual no Brasil.....	29
2.1.3	A Deficiência Visual: Terminologias e Conceitos .....	36
<b>2.2</b>	<b>TEORIA DE VYGOTSKY: UM CONTEXTO DO DESENVOLVIMENTO INTELLECTUAL ATÉ FORMAÇÃO DE CONCEITO</b> .....	48
2.2.1	O Desenvolvimento Cognitivo na Perspectiva Sociointeracionista .....	48
2.2.2	A Mediação numa Perspectiva Vygotskyana.....	51
2.2.3	O Processo de Internalização numa Abordagem Teórica de Vygotsky .....	54
2.2.4	A Zona de Desenvolvimento Proximal: A Relação entre o Desenvolvimento e a Aprendizagem do Aprendiz.....	56
2.2.5	A Formação de Conceitos na Aprendizagem do Discente .....	57
<b>2.3</b>	<b>O ESTUDO SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA COM O CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL (CDI) PARA AS PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL</b> .....	62
2.3.1	O Cálculo e a Deficiência Visual no Repositório Acadêmico .....	62
2.3.2	O Ensino de Matemática e a Deficiência Visual .....	66
2.3.3	Um Breve Histórico do Desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) .	68
2.3.4	O Cálculo Integral (CI): Conceitos, Área e Volume .....	71
<b>2.4</b>	<b>A VIVÊNCIA DA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMA (ABP) ..</b>	73
2.4.1	A Concepção da Metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP).....	73
2.4.2	Caracterizando o Método PBL .....	76
2.4.3	As instruções da ABP .....	78
2.4.3.1	Trabalhar em Equipe ou Grupo .....	78
2.4.3.2	Os Recursos Didáticos.....	80
2.4.3.3	As Funções e Responsabilidades do Professor.....	81
2.4.3.4	As Funções e Responsabilidades do Aluno.....	82
2.4.4	Sobre a Situação Problema.....	83
2.4.5	Os 7 Passos da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP).....	84
2.4.6	A Taxonomia de Bloom na Avaliação de Aprendizagem do Discente.....	87

2.4.6.1	Domínio Cognitivo.....	88
2.4.6.2	Domínio Psicomotor.....	89
2.4.6.3	Domínio Afetivo.....	90
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA DA PESQUISA.....</b>	<b>91</b>
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DE RESULTADO.....</b>	<b>100</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>135</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>141</b>
	<b>APÊNDICES.....</b>	<b>152</b>
	<b>ANEXOS .....</b>	<b>178</b>

## 1 INTRODUÇÃO

As vivências e práticas com a leitura são aprendizagens constantes que abrem caminhos aos estudantes desenvolverem seus processos mentais, ao ponto de compreender o que existe no mundo. Ler livros, artigos científicos, monografias e outros meios acadêmicos são inestimáveis oportunidades de crescimento pessoal e profissional, trazendo consigo valores, habilidades, conhecimentos e atitudes no mundo acadêmico. Desta feita, quando a leitura passa a ser algo construtivo para o leitor(a)? Portanto, Costa, Cascino e Saviani (2000) respondem indicando que a leitura é construtiva quando passa a ser ponto de partida para o ato de pensar, haja vista que estarmos lendo os pensamentos dos outros para conseguirmos ter nossos próprios pensamentos.

Brandão (2020), ao pesquisar a formação de conceitos matemáticos em pessoas cegas congênitas, em particular no conteúdo de transformação linear, indica que a repetição é uma estratégia usada para inicialmente memorizar um determinado conceito. Só então, usa-se material concreto adaptado. Não é uma repetição por uma repetição dentro de sala de aula, mas sim um incentivo que leva o aluno cego a memorização, conseqüentemente ao aprendizado do assunto abordado, fazendo com que este amplie seus processos mentais de um determinado conteúdo. Cada vez que se repete uma expressão verbalizada ou escrita, o discente cego tentará se expressar de maneira mais próximo ao conceito formal que está inserido nos livros didáticos.

Desde 2016, o professor Brandão e seus colaboradores têm realizados várias pesquisas na área de formação de conceitos matemáticos, tanto para os discentes com discalculia, quanto aos estudantes sem acuidade visual, incluídos na Universidade Federal do Ceará (UFC). Segundo a Secretaria de Acessibilidade (Universidade Federal do Ceará, 2020), em 2018, quando oficialmente a UFC aderiu ao sistema de cotas para pessoas com deficiência, existiam quarenta e nove discentes com deficiência visual matriculados em vários cursos da UFC que tinham pelo menos uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral ou Álgebra Linear em sua grade curricular, em todos os Campi. Com isto, o Centro de Tecnologia (CT) recebeu 29 discentes pessoas com deficiência, dos quais, sete com deficiência visual em seus cursos de engenharias no ano de 2018.

Por conseguinte, esta informação incentivou a corrente pesquisa que abordou o Cálculo Diferencial e Integral, ou Cálculo Fundamental, para pessoas com deficiência visual na intenção de compreender o processo de ensino e aprendizagem que estão inseridas em sala de aula nos cursos de engenharias. Mediante isso, alguns questionamentos iniciais surgiram no Centro de Tecnologia para a disciplina de cálculo, tais como: (1) Em muitas situações, os

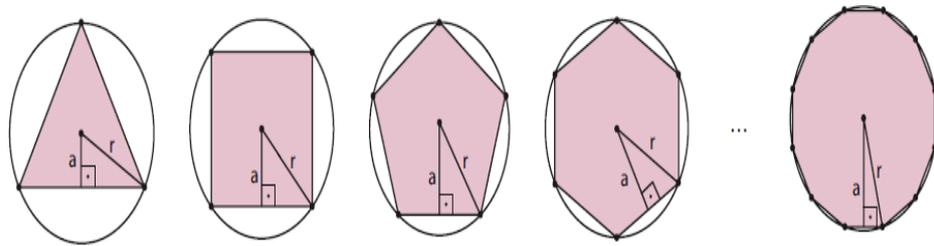
conteúdos da referida disciplina são melhor apresentados via figuras, como é o caso do assunto volumes de sólidos de revolução. Assim sendo, de que forma apresentar, ou adequar, imagens para pessoas com acuidade visual comprometida? (2) Há discentes com dificuldades em aprendizagem no Cálculo (discalculia)? (3) Como contemplar ambas particularidades em uma mesma sala de aula (isto é, como ensinar para pessoas com deficiência visual e pessoas com discalculia?), sabendo que a taxa de reprovação está em torno de 45% na disciplina de CDI nos cursos de engenharias, conforme dados da Secretaria do Departamento de Integração Acadêmica Tecnológica (UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ, 2020).

Desses questionamentos, desprende-se que as dificuldades vindas dos alunos podem estar associadas ao uso de representações que não estão sendo significativas. Como, também, podem ser consequência de uma formação básica deficitária, fruto de uma aprendizagem mecânica, baseada na repetição sem coesão de saberes que praticamente não traz significado algum para o aluno.

No entanto, essas carências de aprendizagem impactam diretamente no desenvolvimento e entendimento da disciplina de Cálculo dentro do ambiente universitário. Isso poderá ser em consequência do mal estudo no ensino fundamental, adentrando no médio e se alocando no ensino superior pela falta de transdisciplinaridade e interdisciplinaridade desde o ensino básico, impactando diretamente nos conteúdos de limite, derivada e integral. Mediante a essa passagem do ensino médio para ensino superior que estão as dificuldades dos discentes e docentes, por causa de lacunas em termos de conhecimentos pré-existentes em cálculo que os alunos deveriam ter no seu conhecimento (CURY; CASSOL, 2004).

É neste universo que este trabalho faz um recorte na pesquisa para compreender como se dá a formação de conceito em volumes de sólidos de revolução de cilindro e cone no Cálculo Diferencial e Integral, como também, pontuar algumas dificuldades encontradas pelo grupo em matemática ao longo da aplicação da metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) adaptada para discentes com deficiência visual. Haja vista que estes tópicos do saber estão contidos no ensino fundamental e médio, quando se aprende as noções básicas de cálculo de área de figuras planas, tais como: triângulo e retângulo, explanando a base e a altura. Assim, exemplificando o cálculo da área de uma circunferência no polígono regular tem-se:

Figura 1 - Sucessão de polígonos regulares inscritos em círculos de raio de medida  $r$

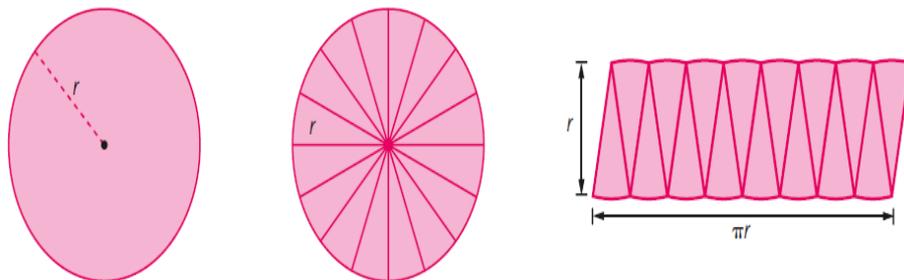


Fonte: Iezzi et. al. (2016, p. 245).

Por tanto, observa-se que o número de lados destes polígonos nessa sucessão vai aumentando, a medida que aumenta o comprimento do apótema, ao passo que diminui o comprimento do lado do polígono regular inscrito em círculo. Nota-se, quanto maior for o número de lados de um polígono, mais: 1) o seu perímetro ( $2p$ ) se aproximará da medida do comprimento da circunferência do círculo ( $2\pi r$ ) e 2) a medida do seu apótema ( $a$ ) se aproxima da medida do raio do círculo ( $r$ ), conforme a última figura 1 acima.

Caso, o número de lados de um polígono for arbitrariamente muito grande tem-se que o seu perímetro ( $2p$ ) é igual a  $2\pi r$ , implicando que semiperímetro é igual a  $\pi r$ . Logo, o seu apótema ( $a$ ) igual ao raio ( $r$ ), conforme a figura 2 abaixo:

Figura 2 - Aproximação de um retângulo



Fonte: Dante (2016, p. 135).

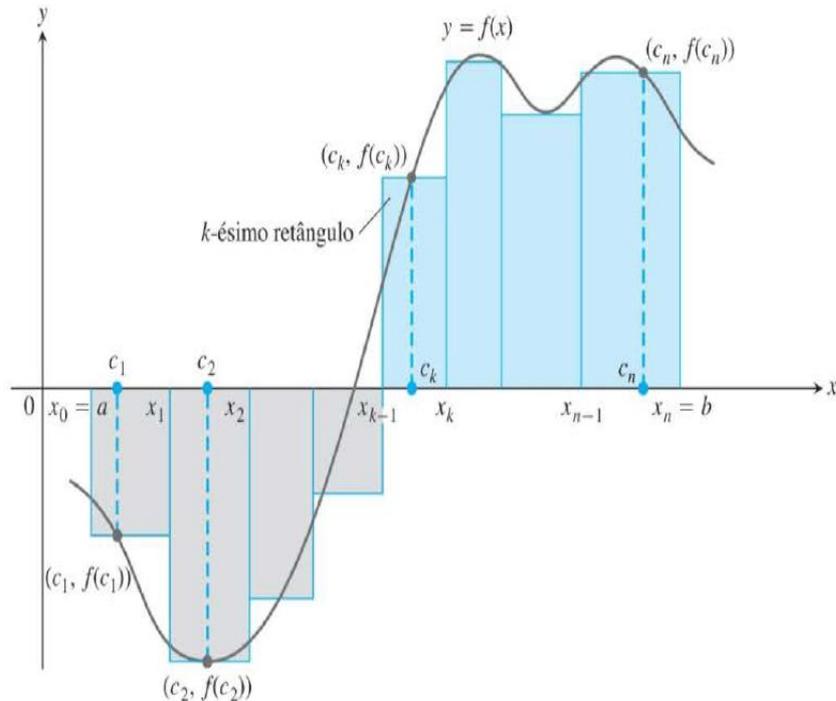
No entanto, percebe-se que, se o polígono regular tem  $n$  lados, ele pode ser decomposto em  $n$  triângulos isósceles. Em cada um desses triângulos, a base do triângulo é o apótema “ $a$ ” e sua altura é “ $h$ ” do polígono regular, podendo ser escrita assim:  $A = n \cdot \frac{a \cdot h}{2}$ . Quando  $n$  for muito grande, tem-se aproximação de  $r$  ao valor de “ $h$ ”, dado que “ $a$ ” se aproxima de zero. Por sua vez, o produto “ $n$ ” por “ $a$ ” tende a ser o perímetro (vide figura 2). Nesse caso,

teremos que o perímetro será igual ao comprimento  $2\pi r$ . Logo, a área de um polígono regular será dado pela área do retângulo (base multiplicado pela altura) por  $(\pi r) \cdot r$ . Assim,  $A = \pi r^2$ .

Portanto, estendendo essa área do retângulo no ensino médio para o conceito de área de uma determinada região, abaixo de uma função contínua, acima do eixo  $x$  e limitada lateralmente entre as retas verticais  $x = a$  e  $x = b$ , teremos a composição de funções, tais como: função do primeiro, do segundo grau, exponencial, modular, logarítmica, trigonométrica, polinomial, etc. (STEWART, 2010). No entanto, seus conceitos necessitam de um conhecimento mais elaborado pelos alunos, principalmente relacionado a continuidade de uma função em um intervalo. Entretanto, é daí que surgem as dificuldades no ensino e aprendizagem do Cálculo Integral por necessitar de saberes de funções, limites e derivadas contidos no Cálculo Diferencial.

Daí a necessidade do docente inserir em sala, várias situações problemas destes saberes para tentar amenizar as incompreensões conceituais dos discentes, inclusive de cego ou de pessoa com baixa visão que requerem uma atenção especial. A estratégia é usar retângulos, quanto maior for a quantidade de retângulos com áreas conhecidas, mais próximo estaremos da área do triângulo que queremos calcular a figura geométrica. Nesta situação, se supomos que  $n$  é a quantidade de retângulos inseridos no interior da região, pode-se deduzir que  $n$  crescendo ao infinito (ou seja, retângulos com medidas da base cada vez mais próximas de zero, conforme ilustrado no cálculo da área da circunferência no polígono regular na figura 2) o somatório das áreas dos retângulos (inscritos) que estará tendendo à área do referida região.

Figura 3 – Os retângulos aproximam a região que fica entre o gráfico da função  $y = f(x)$  e o eixo  $x$  através de uma Função contínua típica  $y = f(x)$  ao longo de um intervalo fechado  $[a, b]$



Fonte: Thomas et al. (2012, p. 299).

Tal ideia da figura acima pode ser estendida se o discente com baixa visão fizer um desenho de uma linha aberta em uma folha de papel. Desenhando de maneira conveniente num sistema de coordenadas cartesianas, por exemplo, eixo  $x$  abaixo da linha e eixo  $y$  à esquerda, e indicando  $A(x_A, y_A)$  o ponto inicial da linha e  $B(x_B, y_B)$  o ponto final, desejando encontrar a área limitada abaixo da linha (curva), acima do eixo  $x$  e limitada lateralmente pelas retas  $x = x_A$  e  $x = x_B$ , um procedimento adaptado para pessoas cegas é realizar recorte da região (ou fornecer figura já recortada) e fazer dobras no papel, no sentido da base (eixo  $x$  – no intervalo de  $x_A$  até  $x_B$ ) deixando que discentes argumentem o que ocorre com as figuras geradas, quando for grande a quantidade de dobras (dobrar ao meio, depois ao meio de novo, novamente ao meio, dobrar em três partes, depois em quatro até que os alunos libertem suas ideias) (BRANDÃO, 2017). Isto é, permite calcular a área com o uso do conceito intuitivo de limites, aplicando na geometria plana. Consequentemente, os alunos terão a oportunidade de compreender a quantidade de retângulos no interior da figura 3 que está intrinsecamente relacionada com a área da figura plana. Assim, intuitivamente, essa área é obtida utilizando o processo de integração que será explanado, em melhor detalhes, no capítulo de cálculo integral com uso do Teorema

Fundamental do Cálculo (TFC). Esse cálculo integral estabelecerá uma relação entre os conceitos de limite, derivada e integral na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no primeiro ano dos cursos de engenharias.

Nessa tese optou-se por investigar como as alunas com deficiência visual relacionam e formam os conceitos de Geometria Espacial (GE) e do Cálculo Integral para determinar a capacidade total de armazenamento de um recipiente cilíndrico-cônico de ração com base na metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP). Assim sendo, este trabalho possui como problemática estabelecer estratégias de ensino para melhor entender como se dá a formação de conceito “volumes de sólidos de revolução” usando conhecimentos prévios<sup>1</sup> de geometria espacial e as técnicas associadas ao cálculo integral (de sólidos de revolução) por meio da metodologia da Aprendizagem Baseada em Problemas adaptada para discentes com deficiência visual.

Reforça-se que, em razão das dificuldades de aprendizagem em Cálculo nas Engenharias, decidimos aplicar a metodologia de ensino, denominada de Problem Based Learning (PBL), que representa a Aprendizagem Baseada em Problemas como uma ferramenta de ensino que proporciona de fato uma aprendizagem de forma interativa através de situações reais do cotidiano de forma contextualizada (ARAÚJO e SASTRE, 2018).

Essa metodologia se estrutura em 7 passos de ensino da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) do seguinte modo:

1. Esclarecer frases e conceitos confusos na formulação do problema;
2. Definir o problema: descrever exatamente que fenômenos devem ser explicados e entendidos;
3. Chuva de ideias (Brainstorming): usar conhecimentos prévios e senso comum próprios. Tentar formular o máximo possível de explicações;
4. Detalhar as explicações propostas: tentar construir uma “teoria” pessoal, coerente e detalhada dos processos subjacentes aos fenômenos;
5. Propor temas para a aprendizagem autodirigida;
6. Procurar preencher as lacunas do próprio conhecimento por meio do estudo individual;
7. Compartilhar as próprias conclusões com o grupo e procurar integrar os conhecimentos adquiridos em uma explicação adequada dos fenômenos. Comprovar se sabe o suficiente. Avaliar o processo de aquisição de conhecimentos (DEELMAN; HOEBERIGS, 2009, p. 84).

Através destes passos, desenvolverá, nos sujeitos da pesquisa, as habilidades e atitudes de aprendizagem na resolução do problema dado através de um trabalho colaborativo em equipe. Além disso, proporcionando de fato as alunas um desenvolvimento de esquemas mentais na solução de um problema real de Engenharia.

---

<sup>1</sup>Os conhecimentos prévios dos sujeitos serão avaliados antes da apresentação dos conteúdos via Cálculo Integral. Para tanto, no Anexo C, indica-se como se dá a apresentação desse conteúdo no Ensino Médio. Tal material foi disponibilizado para as discentes lerem ao longo da pesquisa.

Assim, a base para essa investigação de aprendizagem apoia-se em uma metodologia que lida com a Formação de Conceito de Vygotsky e a Taxonomia de Bloom dos Objetivos Educacionais. No entanto, a ideia da Formação de Conceito de Vygotsky advém de estudos sociointeracionista mediante ao uso de instrumentos e do trabalho, por mediação destes meios, o indivíduo transforma a si mesmo e também, a natureza. Ao ponto de internalizar tudo o que está ao seu redor, desenvolvendo a Zona Proximal (Real ou Potencial) na iminência de formar e desenvolver os conceitos, vindo do processo mental do aluno.

Na Taxonomia de Bloom dos Objetivos Educacionais, permitiu compreender como se deu a construção de conhecimento de cada discente, desde o que fez até o que aprendeu ao longo da aquisição do conhecimento, independentemente da resposta perante a situação problema dada em Cálculo nas Engenharias. Tendo como base para a avaliação de aprendizagem os seguintes domínios: cognitivo (conhecimento advém da memória e habilidades intelectuais), psicomotor (habilidades que usam a parte corpórea) e afetivo (atitudes, postura crítica ou liberdade de expressão) que auxiliaram o professor e/ou o tutor a identificar os pontos fortes e fracos da construção do conhecimento dos conteúdos abordados.

Portanto, pautando-nos na Taxonomia de Bloom et al. (1956), Formação de Conceito de Vygotsky (1998) e Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) de Deelman e Hoerberigs (2009), tivemos os seguintes questionamentos perante este trabalho: (1) Sendo os sujeitos com deficiência visual<sup>2</sup>, de que forma se dá aquisição de conhecimentos científicos por meio da Aprendizagem Baseada em Problemas? (2) É possível que a metodologia PBL permita que as alunas com baixa visão entendam os conceitos do Cálculo Integral ao ponto de desenvolver seus domínios cognitivo, psicomotor e afetivo? (3) Como um problema de área e volume mediado pelo PBL pode contribuir com a formação continua das discentes de baixa visão nos cursos de Engenharia?

Neste Universo, esses questionamentos direcionaram a discussão e a construção desta tese, na intenção de compreender como se deu a formação de conceito do Cálculo Integral (no tocante ao conteúdo de volumes sólidos de revolução) através de um problema que se aplica nos cursos de Engenharia Química e de Petróleo. Além disso, evidenciadas em contextos particulares com a mediação de Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) que serão aprofundados nos próximos capítulos.

---

<sup>2</sup> Como será descrito mais adiante, as particularidades de cada discente, em determinadas ações, se davam como se elas fossem cegas. Com efeito, certas imagens feitas no quadro branco, elas não conseguiam reproduzir em seus cadernos/anotações. Para compreender um pouco como elas veem, nobre leitor(a), você pode fechar uma de suas mãos, deixando um pequeno espaço, como se estivesse segurando uma caneta. Tente olhar por este espaço. É mais ou menos desta forma que discentes, sujeitas de estudo, enxergam.

Com a abrangência das discussões para os estudos, surgiu a preocupação de como elaborar um ambiente pedagógico no ensino superior que propicie aos alunos uma formação crítica, investigadora, questionadora e consciente dos problemas em sala de aula. Neste percurso, destaca-se a pergunta norteadora deste problema: De que maneira a metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), como uma prática de ensino, exercerá uma ação de aprendizagem, de modo que promova uma interação entre as participantes do grupo através de uma situação problema comum para as Engenharias de Química e Petróleo? Conseqüentemente, possamos compreender como as alunas com deficiência visual formaram os conceitos de volume de sólidos de revolução através da Geometria Espacial e do Cálculo Integral.

Nesse contexto, o trabalho tem como objetivo geral analisar a relação teoria e prática da formação de conceito nos conteúdos de Geometria Espacial e Cálculo Integral, focando cilindro e cone de revolução por meio da metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas para discentes com deficiência visual. Diante do objetivo geral, têm-se os seguintes objetivos específicos:

- Propor a metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) para as discentes com deficiência visual, incluídas nos cursos de Engenharia Química e de Petróleo da UFC;
- Avaliar a formação de conceito baseado em Vygotsky por meio da metodologia Problem Based Learning (PBL) no Cálculo Integral de um problema real de engenharia;
- Discriminar a construção do conhecimento em Cálculo Integral através da Taxonomia de Bloom;
- Identificar as lacunas de conhecimento em Cálculo Integral das discentes, no que diz respeito ao cilindro e cone de revolução.

Assim sendo, esta pesquisa tem um caráter de relevância de estudo e também, de originalidade por contribuir para uma prática acadêmica e científica para o ensino do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) numa Instituição de Ensino Superior.

Numa perspectiva da formação e prática aos discentes com baixa visão que cursam Engenharia Química e de Petróleo, enveredou-se esta pesquisa para uma investigação de natureza qualitativa com uma abordagem descritiva para que pudéssemos analisar o processo de formação de conceito de integral (problema de área e volume), descrevendo ao longo da

aplicação do PBL o que aconteceu em sala de aula perante a situação problema de um recipiente cilíndrico-cônico de ração trabalhado em equipe.

A presente pesquisa constituiu-se de um estudo de caso, como método de investigação, descrevendo os passos da metodologia ABP, os instrumentos de coleta de dados, os conteúdos abordados no ensino médio e superior que permitiu revelar se as alunas com deficiência visual estão em condições de aplicar os conhecimentos adquiridos em Cálculo Integral de um recipiente cilíndrico-cônico na sua formação acadêmica e profissional de engenheira.

Têm-se, ainda, uma pesquisa de campo para conhecer a construção dos conceitos algébricos e geométricos do Cálculo Espacial (ensino médio) e Cálculo Diferencial e Integral (CDI) (ensino superior) das alunas com deficiência visual que estão nos cursos de engenheiras, objetivando a geração de dados sobre a situação problema da pesquisa na metodologia ABP. Uma outra pesquisa norteadora deste trabalho é a pesquisa-ação pautada na ideia de investigar as ações das discentes na aquisição de conhecimentos científicos no Cálculo Integral perante os sólidos de revolução (cilindro e cone).

Com isto, este trabalho tem cinco capítulos, tendo na introdução a justificativa e o problema da pesquisa, bem como os objetivos que conduziu a tese. Além disso, evidenciou-se a proeminência da problemática do cálculo integral (de sólidos cilíndricos e cônicos) por meio da metodologia da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) nos ensino superior para alunas com deficiência visual.

Com foco nos sujeitos da pesquisa, abordou-se o referencial teórico do primeiro capítulo com os documentos oficiais da educação inclusiva e a deficiência visual, tais como: Conselho Internacional de Oftalmologia (INTERNATIONAL COUNCIL OF OPHTHALMOLOGY, 2002), Conselho Brasileiro de Oftalmologia (2015 e 2018), Ministério da Educação (2006 e 2007), Haddad (2006), Gil (2000), Taleb (2009), Miziara (2015) e outros pesquisadores da área.

Ao longo do texto, retratou-se o capítulo da formação de conceito de Vygotsky (1998, 2001, 2003, 2005, 2006) e vários outros autores, constituído do sociointeracionismo, mediação, processo de internalização, Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) e formação de conceito na intenção de conhecer e desenvolver o processo intelectual das alunas com baixa visão. Dentro deste referencial existem a discussão sobre o conteúdo de cálculo diferencial e integral no ensino superior através dos autores Stewart (2010), Simmons (1987) entre outros teóricos, cujo objetivo é desenvolver os conhecimentos, atos e capacidades das alunas em limite, derivada e integral, permitindo que elas possam compreender a sua realidade por meio

de um problema real de engenharia. E a última teoria é a metodologia ABP com uma ferramenta de ensino através dos autores Ribeiro (2005), Araújo e Sastre (2018) e dentre outros autores, colaborando para a construção da autonomia das alunas numa perspectiva de aprendizagem interativa, utilizando situações reais do cotidiano de forma contextualizada nos cursos de engenharias.

Após o referencial teórico, o capítulo três que traz a metodologia da pesquisa abordando os tipos de pesquisa, de tal modo direcionando os caminhos da pesquisa, tais como: qualitativa, descritiva, estudo de caso, pesquisa de campo e pesquisa-ação. Já no capítulo quatro terá a análise de resultado descrevendo e detalhando a metodologia PBL na construção dos conceitos em cálculo integral (problema de área e volume) com uso de recursos ópticos pelas alunas com deficiência visual. E por último, a conclusão, o referencial bibliográfico, o apêndice e o anexo.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 DEFICIÊNCIA VISUAL

Como esta pesquisa está associada ao ensino de Cálculo para pessoas com deficiência visual, o próximo tópico abordará a evolução educacional do público alvo.

#### 2.1.1 A Evolução Educacional de Pessoas com Deficiência Visual no Mundo

Durante muitos anos, vindo desde a antiguidade, a história da humanidade com pessoas que tenham algum tipo de deficiência é manifestada de discriminação social e cultura e de eliminação educacional, política e economia. Essas pessoas com deficiências, muitas vezes eram tratadas com preconceito, intolerância, rejeição e ignorância, até tachado de espíritos malignos.

Por meio desta discriminação, surge uma pessoa muito importante para a educação dos cegos durante o século XVIII, chamado de Valentin Haüy, no ano de 1784 que fundou em Paris

A primeira instituição que se conhece no mundo ocidental dedicada ao ensino e à escolarização de crianças cegas. A instituição começou por se designar Institut Royal des Jeunes Aveugles, nome que seria alterado para Institution Nationale des Jeunes Aveugles após a nacionalização em 1791, como resultado da Revolução Francesa (MARTINS, 2014, p.15).

No ano de 1791, o Instituto se transformou em escola pública na França, como uma organização que trabalhava em prol dos portadores com deficiência na área da educação especial.

Dentro do Instituto Real Dos Jovens Cegos de Paris, Haüy criou um sistema de escrita com representação de caracteres do alfabeto impressos em alto relevo para os alunos cegos pudessem escrever e ler. No entanto, esse processo de alfabetização dos alunos se dava pela escrita com letra de fôrma em alto relevo, num pedaço de papelão formado por contornos.

De acordo com Martins (2014, p.16), esse sistema existia algumas limitações, tais como: “o reduzido número de livros que permitia produzir, o elevado preço da impressão, o enorme tamanho dos volumes, a morosidade da leitura e o facto de não permitir a escrita às próprias pessoas cegas”. Mesmo com todas as dificuldades existentes naquela época, o Instituto era considerado uma organização educacional que acolhia e atendia as necessidades educacionais especiais dentro do sistema de ensino.

Fora das estruturas físicas do Instituição Real, surge uma outra pessoa importante, na França, chamado de Charles Barbier de La Serre. Ele trabalhou no exército e criou um

sistema de sinais, denominado de sonografia ou código militar, cujo objetivo era de facilitar a comunicação entre os soldados de Napoleão em tempos de guerra.

De acordo com o autor Mazzotta (2011), este sistema era usado como um código militar secreto na comunicação de mensagens perante os confrontos de guerra à noite, sem o uso de luz para que os inimigos não levantassem a sua atenção.

No entanto, os símbolos que existiam dentro deste método eram composto por conjunto de letras com “duas colunas de pontos que por sua vez se referiam às coordenadas de uma tabela. Cada coluna podia ter de um a seis pontos, que deveriam estar em relevo para serem lidos com as mãos” (GUGEL, 2008, p. 8). Abaixo, temos a representação simbólica:

Figura 4 - Tabela dos símbolos de Barbier

••	•• ••	••• ••	••• •••	••• ••• •••	••• ••• ••• •••
A	I	O	U	É	È
••• •••	••• ••• •••	••• ••• ••• •••	••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• ••• •••
AN	IN	ON	UN	EU	OU
••• ••• •••	••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• ••• ••• •••
B	D	G	J	V	Z
••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• ••• ••• ••• •••
P	T	Q	CH	F	S
••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• ••• ••• ••• •••
L	M	N	R	GN	LL
••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• ••• ••• ••• •••
OI	OLN	IAN	LEN	ION	LEU
••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• ••• •••	••• ••• ••• ••• ••• ••• ••• ••• •••

Fonte: Gugel (2008).

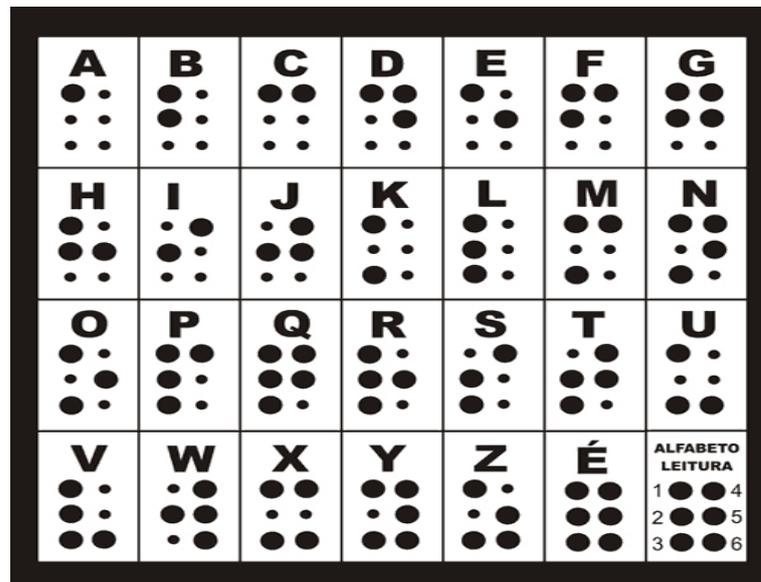
Ao colocar em prática este sistema, Gugel (2008) comenta que os soldados do exército negaram sua implementação ao longo dos confrontos, porque era confuso de entender sua simbologia na hora de se comunicar. Ao longo do tempo, o instituto tentava desenvolver outros métodos e sistemas que facilitassem no desenvolvimento da escrita e leitura dos estudantes que tinham deficiência visual.

Numa oportunidade, Charles Barbier foi convidado a ir ao Instituto Nacional dos Jovens Cegos de Paris apresentar sua invenção simbólica. Durante a sua apresentação, tinha um

jovem denominada de Louis Braille, com os seus quatorze anos, entre os alunos que assistiam a apresentação de Charles. Nesta ocasião, Braille se encantou com o sistema feito por Barbier e logo após sugeriu algumas alterações para o aprimoramento deste sistema (GUGEL, 2008). Infelizmente Barbier não alterou as sugestões vindas de Braille.

Assim, no início do século XIX, na França, Louis Braille fez todas as modificações necessárias no sistema de escrita de Barbier, inventando uma forma simbólica de escrita e leitura padrão chamada de braille. Uma dessas modificações foi reduzir de 12 para 6 pontos na cela para facilitar a aprendizagem dos alunos cegos. No que se refere a sua composição, o sistema de alfabeto braille é constituído de seis (6) pontos em relevo com sessenta e três (63) combinações diferentes, conforme a figura abaixo.

Figura 5 - Alfabeto braille



Fonte: Baptista (2000).

Com isto, o sistema braille se tornou a obra mais fantástica para a comunicação entre as pessoas com deficientes visuais. Através da escrita e leitura com o sistema braille, estes portadores puderam-se compreender o que existia no mundo. Por meio destes pontos universalmente padronizado de braille, foi possível escrever letras, números, permitindo com que uma pessoa deficiente visual construa e leia textos de qualquer natureza, inclusive aprendendo matemática usando a cela braille. Até hoje, o sistema braille é considerado um instrumento essencial para o processo de aprendizagem dentro e fora das escolas.

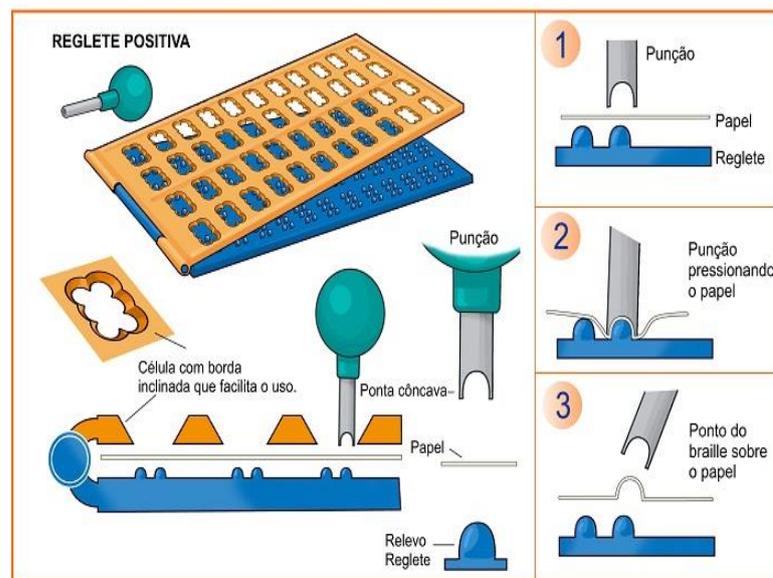
Ao longo do tempo, surgiu reglete ou pauta como

Uma placa de metal dobrável que é encaixada a uma tábua de madeira de aproximadamente 30x20 cm, onde é preso o papel. Ela contém quatro linhas com 27 pequenos retângulos vazados cada. Esses retângulos são chamados de celas e neles estão os seis pontos do sistema Braille, que são impressos no papel sulfite 40, com um objeto chamado punção (MARUCH; STEINLE, 2009, p.9).

Em linhas gerais, a reglete é um instrumento que permite escrever o braille da direita para a esquerda, existindo vários modelos, tais como: de bolso para curtas escritas, também chamada de reglete positiva (sem a necessidade de prancha, escrevendo na reglete da esquerda para direita) e de mesa para anotar textos mais longos (com uso da prancha, escrevendo na reglete da direita para esquerda e ao ler vire a folha A4).

Já, no caso do punção serve como um instrumento de marcar no papel os pontos na cela braille, conforme a figura abaixo:

Figura 6 - Reglete positiva de bolso com punção



Fonte: Tece - Tecnologia e ciência educacional (2019).

Esse punção juntamente com a reglete colaboram no processo de desenvolvimento de sua aprendizagem na escrita braille. Além de contribuir para o envolvimento e a participação dos estudantes nas atividades em sala de aula, fazendo com que os alunos interajam mais para o seu desenvolvimento cognitivo e intelectual.

Ainda abordando o cenário internacional da educação para pessoa com deficiência visual, surge em 1829, a escola para alunos cegos dos Estados Unidos da América, fundada de “New England Asylum for the Blind”, depois intitulada com o nome de “Perkins Institute for the Blind”, em Massachute. Já, no ano de 1837, é criado a escola “Ohio School for the Blind”,

sendo a primeira instituição a pessoas cegas com amparo do governo norte americano (PUGA, 2016).

Já na cidade de Portugal, é criada a Associação Promotora do Ensino dos Cegos (APEC). Em 1888, a APEC inaugurou

A sua primeira escola, que adoptou a classificação de asilo-escola e tomou por patrono António Feliciano de Castilho em 1912, ao instalar-se em Campo de Ourique, em edifício próprio [...] Foi o primeiro grande impulsor da valorização dos cegos em Portugal (BAPTISTA, 2000, p. 10).

Através desta Instituição, iniciou-se os estudos e as instruções de como se integrar socialmente para se ter uma maior qualidade de vida.

Os anos se passaram, então surge, em 1975, na Assembleia Geral da Organização das Nações Unidas (ONU), a Declaração dos Direitos das Pessoas com Deficiência. Essa iniciativa permitiu reconhecer e mostrar ao mundo que essas pessoas precisam ter igualdade em direitos e oportunidades. Um desses direitos foi a proclamação do termo “pessoas deficientes” que

Refere-se a qualquer pessoa incapaz de assegurar por si mesma, total ou parcialmente, as necessidades de uma vida individual ou social normal, em decorrência de uma deficiência congênita ou não, em suas capacidades físicas ou mentais (ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS, 1975, p.1).

Além dos vários direitos existentes, destaca-se que

As pessoas deficientes têm direito a tratamento médico, psicológico e funcional, incluindo-se aí aparelhos protéticos e ortóticos, à reabilitação médica e social, educação, treinamento vocacional e reabilitação, assistência, aconselhamento, serviços de colocação e outros serviços que lhes possibilitem o máximo desenvolvimento de sua capacidade e habilidades e que acelerem o processo de sua integração social (ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS, 1975, p.2).

No entanto, vale ressaltar que esses fatos históricos foi um processo lento de conquistas, mas que acarretaram ao longo dos anos em mudanças educacionais, sociais e culturais para essas pessoas com deficiência visual no cenário de políticas públicas mundiais.

### **2.1.2 A Abordagem Educacional de Pessoas com Deficiência Visual no Brasil**

No Brasil, a história da educação especial para pessoas com deficiência visual é marcada pela exclusão e discriminação por possuir limitações em desempenhar alguma atividade da vida diária. Verificou-se, portanto, que antes do século XIX, os portadores com deficiência visual, no Brasil, não tinham quaisquer instituições com programas educacionais e atendimentos especializados que os proporcionassem proteção ou assistência.

A partir do século XIX, surge, em terras brasileiras, a figura de José Álvares de Azevedo no mundo da educação para pessoas com deficiência visual. Este, em 1829, foi aluno do Instituto Nacional de Jovens Cegos na França que estudou o sistema Braille criado por Louis Braille (SANTOS, 2007).

Já no Brasil, o cego José ensinou “o sistema Braille a Àdelle Sigaud, filha cega do médico Xavier Sigaud. A educação de Àdelle através do sistema Braille chegou ao conhecimento de D. Pedro II que, em 17 de setembro de 1854, na cidade do Rio de Janeiro” (VIEIRA, 2010, p. 2).

De acordo com Bueno (1993), José foi a pessoa cega responsável em difundir as novas técnicas educacionais a pessoas cegas através do sistema braille. Por meio dele surgiu a primeira escola para o atendimento de pessoas cegas, destinada a aprendizagem especializada a pessoas com deficiência visual.

Neste interim, é criado o Imperial Instituto de Meninos Cegos durante a monarquia, por meio do Decreto Imperial nº 1.428 de 12 de setembro de 1854, no Rio de Janeiro. Conforme, Vieira (2010, p. 2)

Desencadeia-se no Brasil uma grande atenção à educação da pessoa cega. Esta atenção originou a criação da primeira imprensa Braille do País em 1926 e mais adiante, em 1946, a Fundação para o Livro do Cego no Brasil, hoje denominada Fundação Dorina Nowill, o que impulsionou a educação do cego em nosso país, pois tem como objetivo divulgar livros impressos em Braille.

De fato, a Fundação Dorina Nowill é uma instituição de caráter transformadora que vem beneficiando as pessoas que tenham deficiência visual com o objetivo de propiciar o acesso a educação de forma inclusiva, a colocação profissional, a informação e a independência aos portadores de deficiência visual. Além disso, a Fundação pauta numa educação inclusiva

Por meio da produção e distribuição gratuita de livros em braille, falados e digitais acessíveis, diretamente para pessoas com deficiência visual e para mais de 7 mil escolas, bibliotecas públicas e organizações de todo o Brasil. Oferecemos, também, gratuitamente, programas de serviços especializados à pessoa com deficiência visual e sua família, nas áreas de educação especial, reabilitação, clínica de visão subnormal e empregabilidade (FUNDAÇÃO DORINA, 2012, p. 6).

Durante muitas décadas, ocorreram vários fatos importantes no Brasil para a educação de cego, tais como: o surgimento do primeiro livro impresso em braille para pessoas com deficiência visual, denominado de Método de leitura em português, custeado por Dom Pedro II no Instituto dos Meninos Cegos de Paris. Logo após é criado dentro do Instituto Brasileiro, a oficina tipográfica, transcrevendo a obra História Cronológica do Imperial Instituto

dos Meninos Cegos e seguidamente, publicaram a Constituição Política do Império do Brasil (CERQUEIRA; PINHEIRO; FERREIRA, 2014).

Em 1890, é aprovada o Decreto de nº 408 que retira o nome Imperial da entidade Meninos Cegos para ficar só o nome de Instituto de Meninos Cegos, tendo como objetivos de ministrar

1. A instrução primaria; 2. A educação physica, moral e civica; 3. A instrução secundaria; 4. O ensino da música vocal e instrumental; 5. O ensino do maior número possível de artes, industrias e officios fabris que estejam ao seu alcance e lhes sejam de reconhecida utilidade; 6. Officinas e casas de trabalho, onde os cegos, educados no Instituto, encontrem occupação decente e sejam utilizadas as suas diversas aptidões; 7. Todo o auxílio e protecção de que careçam para facilitar-lhes os meios de dar livre expansão ás suas diversas aptidões physicas, moraes e intellectuaes, e a todas as suas legitimas aspirações em proveito seu, de suas familias e da patria (BRASIL, 1890, p.1).

Ao longo da década, surge a figura de Benjamin Constant Botelho de Magalhães no Instituto de Meninos Cegos como professor de matemática, diretor da escola e transmissor do método braille em suas aulas (CARTOLANO, 1994).

Um acontecimento que marcou época foi a morte de Benjamin Constant. Através de suas várias contribuições dentro da escola, em 1891, o Instituto de Meninos Cegos passou a se chamar de Instituto Benjamin Constant (IBC) por ter sido uma pessoa que se doou ao máximo para a educação dos deficientes visuais e além de ter escolarizado seus alunos por meio do sistema braille. Ainda neste contexto, o instituto transcreve e publica a Revista Brasileira para Cegos em braille. Através deste fato, possibilitou ao Instituto criar a imprensa Braille para atender os próprios alunos da instituição, culminando também na distribuição de livros aos portadores de deficiência visual gratuito (MAZZOTTA, 2011).

Após 1926, são criados os Institutos São Rafael, em Belo Horizonte e Profissional para Cegos Padre Chico, em São Paulo que oferecem educação especial para estudantes cegos e com baixa visão (MAZZOTTA, 2011).

No ano de 1942 é criado, na cidade de Fortaleza, a entidade Sociedade de Assistência aos Cegos (SAC) para atuar nas seguintes atividades: saúde, educação, profissionalização e integração social. Dentro desta Sociedade, existe uma escola de ensino chamada de Instituto Hélio Góes com o reconhecimento do Conselho Estadual de Educação nas áreas de Educação Infantil, Ensino Fundamental I e II e sala de reabilitação, utilizando

O método BRAILLE onde se escreve com o auxílio da "reglete", doada sob os auspícios da instituição para todos os alunos desta entidade. A matemática é ensinada pelo método SOROBÃ. Já as Ciências e os Estudos Sociais exploram o tato para transmitir conhecimentos através de peças em alto relevo. Na sala de leitura os alunos são estimulados para as atividades extracurriculares da escola, além de frequentarem

assiduamente a Biblioteca Braille Josélia Almeida e ao Setor de Livro Falado também integrante da estrutura da SAC. Como suporte da área educacional a Sociedade de Assistência aos Cegos - SAC, oferece aos familiares dos deficientes visuais cursos para o aprendizado da escrita e leitura Braille, com objetivo de integrá-los ao contexto da escola, possibilitando o acompanhamento das tarefas escolares de seus filhos. Na Educação Artística são desenvolvidas a criatividade e o potencial artístico dos deficientes visuais através de atividades de dança e teatro. Aptidões para a música são aproveitadas em aulas de flauta, violão, teclado e no coral da SAC. O programa A Voz da Amizade é um sucesso. Totalmente produzido e apresentado por deficientes visuais, o programa é veiculado diariamente no âmbito da instituição e tem revelado talentos. Em sala de Atividades da Vida Diária (AVD) o deficiente visual recebe orientações sobre higiene pessoal, utilização da cozinha, limpeza e arrumação da casa, colocação de toalhas, pratos e talheres, dentre outras dicas importantes para dar-lhes autonomia no dia a dia do lar. A Imprensa Braille Rosa Baquit mantida pela SAC, edita e encaderna todos os livros da escola, fazendo também a adaptação dos livros para os alunos de Visão Subnormal que constituem um ensino à parte. Por Visão Subnormal entende-se aquelas crianças de quem se aproveita o menor resíduo visual possível. São alunos que necessitam de recursos especiais para suprir seu déficit visual: lentes, luzes, lupas e telulupas, além de livros com caracteres aumentados. O Núcleo de Expansão da SAC assiste aos deficientes visuais em atividades profissionalizantes que são coordenadas por uma equipe interdisciplinar e promove semestralmente cursos de: Operador de Câmara Escura, Telefonia, Áudio Locução, Tapeçaria, Bijuteria, Empalhamento, Empacotamento, Fabricação de Vassouras, Bengalas e DOSVOX (sistema de interface sonorizado especialmente desenvolvido para cegos pela Universidade do Rio de Janeiro que possibilita ao deficiente visual a utilização de microcomputadores integrando os mesmos na era da informática) (SOCIEDADE DE ASSISTÊNCIA AOS CEGOS, 2018, p. 2-3).

Entre as décadas de 1950 e 1965, apareceram várias iniciativas da educação dos deficientes visuais em todo o país, tais como: a Lei nº 2.287, de 03/09/1953 que aborda sobre a criação de Classes Braille nos cursos pré-primário, primário, secundário e de formação profissional em geral e dá outras providências no Estado de São Paulo, sendo revogada na Lei nº 12.470, de 22/12/2006 com o tema Educação e Cultura e a Lei nº 4.169, de 4 de dezembro de 1962 que oficializa as convenções Braille para uso na escrita e leitura dos cegos e o Código de Contrações e Abreviaturas Braille nos seguintes artigos:

Art. 1º São oficializados e de uso obrigatório em todo o território nacional, as convenções Braille, para uso na escrita e leitura dos cegos e o Código de Contrações e Abreviaturas Braille [...]. Art. 2º A utilização do Código de Contrações e Abreviaturas Braille [...] seu emprego nas revistas impressas pelo sistema Braille no Brasil, livros didáticos e obras de difusão cultural, literária ou científica (BRASIL, 1962, p.1).

Sem dúvida, a criação dessas legislações e bem como outras leis ao longo dos anos trouxeram contribuições que beneficiaram a inclusão do deficiente visual no processo de aprendizagem em sala de aula.

A partir de meados do século 19, aparece a Constituição Federal de 1988 com um marco importante na defesa dos direitos das pessoas com deficiências em todo o nosso território, inclusive aos deficientes visuais. Esse amparo está no artigo 3º do inciso IV quando

comenta que os objetivos da República Federativa é “promover o bem de todos, sem preconceitos de origem, raça, sexo, cor, idade e quaisquer outras formas de discriminação” (BRASIL, 1988, p.1). Além disso, temos no artigo 208 do inciso III como o dever do Estado com a Educação “atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino” (BRASIL, 1988, p. 97). Assim, esses atos normativos sem discriminação culminaram em defesa de uma sociedade mais justa e inclusiva, onde os cidadãos com deficiência visual tiveram acesso aos seus direitos, mesmo sabendo que estes cidadãos precisam se adaptar ao meio social, a fim de adquirir igualdade entre todas as pessoas.

Nas políticas educacionais, surge no governo de Fernando Henrique Cardoso a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) – Lei nº. 9.394/96, por meio do seu texto, trouxe alguns amparos as crianças e jovens com deficiência visual. Um destes amparos foi a obrigatoriedade das escolas recebem quaisquer pessoas que tenham deficiência visual, assegurando-os nos sistemas de ensino:

I - currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específicos, para atender às suas necessidades; II - terminalidade específica para aqueles que não puderem atingir o nível exigido para a conclusão do ensino fundamental, em virtude de suas deficiências, e aceleração para concluir em menor tempo o programa escolar para os superdotados; III - professores com especialização adequada em nível médio ou superior, para atendimento especializado, bem como professores do ensino regular capacitados para a integração desses educandos nas classes comuns; IV - educação especial para o trabalho, visando a sua efetiva integração na vida em sociedade, inclusive condições adequadas para os que não revelarem capacidade de inserção no trabalho competitivo, mediante articulação com os órgãos oficiais afins, bem como para aqueles que apresentam uma habilidade superior nas áreas artística, intelectual ou psicomotora; V - acesso igualitário aos benefícios dos programas sociais suplementares disponíveis para o respectivo nível do ensino regular (BRASIL, 1996, p.25).

Com o aparecimento destes atos normativos, trouxeram aos estudantes cegos a integração e inclusão no sistema de ensino, bem como o compromisso da instituição de ensino proporcionar aos estudantes com deficiência visual sala de apoio desde do início do seu ingresso até a conclusão do curso, compondo-se:

Máquina de datilografia braille, impressora braille acoplada a computador, sistema de síntese de voz; gravador e fotocopiadora que amplie textos; plano de aquisição gradual de acervo bibliográfico em fitas de áudio; software de ampliação de tela do computador; equipamento para ampliação de textos para atendimento a aluno com visão subnormal; lupas, régua de leitura; scanner acoplado a computador; plano de aquisição gradual de acervo bibliográfico dos conteúdos básicos em braille (BRASIL, 1999, p.2).

Assim, é assegurado no processo educacional de pessoas com deficiência o direito à escolarização, resguardando-os a garantia para uma sociedade inclusiva em todos os espaços educacionais público e privado do ensino fundamental até o ensino superior.

Em 19 de fevereiro de 1998, a lei 9.610/98 instituiu a legislação sobre direitos autorais para uso e acesso as informações pelas pessoas com deficiência visual, retratando no artigo 46 que

Não constitui ofensa aos direitos autorais: I - a reprodução: d) de obras literárias, artísticas ou científicas, para uso exclusivo de deficientes visuais, sempre que a reprodução, sem fins comerciais, seja feita mediante o sistema Braille ou outro procedimento em qualquer suporte para esses destinatários (BRASIL, 1998, p.8).

No entanto isso promoveu avanços e transformações na educação dos cegos como uma oportunidade de acesso a informação, a leitura, a escrita e ao conhecimento por meio dos textos literárias, artísticas ou científicas.

Até o ano de 1999, não existia no brasil a real definição do que seja uma pessoa com deficiência. Através do Decreto nº 3.298, de 20 de dezembro de 1999, institui-se que a deficiência é “toda perda ou anormalidade de uma estrutura ou função psicológica, fisiológica ou anatômica que gere incapacidade para o desempenho de atividade, dentro do padrão considerado normal para o ser humano” (BRASIL, 1999, p.1). Ou seja, a deficiência não é uma doença e sim uma anomalia que não impede de seguir novos caminhos sociais e educacionais. No caso do deficiente visual, é uma pessoa que tem uma anomalia na visão, mas com um sistema psíquico normal capaz de usar a memória, a reflexão, o pensamento e a linguagem por meio dos seus vários sentidos (tátil, olfato, fala e dentre outros).

Além disso, pode-se acrescentar que neste decreto no artigo 19, parágrafo único no inciso VII é assegurado nas escolas as ajudas técnicas dando-lhes “equipamentos e material pedagógico especial para educação, capacitação e recreação da pessoa portadora de deficiência” (BRASIL, 1999, p.6). Assim, fará com que estes portadores fomentem sua própria aprendizagem.

No âmbito federal, é sancionado dois atos normativos que contribuíram para educação de pessoas com deficiência visual, tais como: a Lei de nº 10.753, de 30 de outubro de 2003 que institui a Política Nacional do Livro e a Portaria de nº 3.284, de 7 de novembro de 2003 que dispõe sobre requisitos de acessibilidade de pessoas portadoras de deficiências, para instruir os processos de autorização e de reconhecimento de cursos, e de credenciamento de instituições.

A primeira que estabeleceu a Política Nacional do Livro deu o direito aos portadores terem o acesso à leitura e o uso dos livros em meio digital, magnético e ótico, para uso exclusivo de pessoas com deficiência visual. E na portaria de nº 3.284, de 2003 é assegurado a acessibilidade de pessoas portadoras de deficiências nas instituições de ensino para fins de autorização e reconhecimento dos cursos, além de querer de credenciar sua instituição. É notório que a portaria trouxe artigos e incisos que contribuíram de forma consistentes para a acessibilidade dos portadores nas instituições de ensino superior, desde hora quando é solicitado e até que o aluno conclua o curso. No que concerne tem-se:

a) de manter sala de apoio equipada como máquina de datilografia braile, impressora braile acoplada ao computador, sistema de síntese de voz, gravador e fotocopiadora que amplie textos, software de ampliação de tela, equipamento para ampliação de textos para atendimento a aluno com visão subnormal, lupas, régua de leitura, scanner acoplado a computador; b) de adotar um plano de aquisição gradual de acervo bibliográfico em braile e de fitas sonoras para uso didático (BRASIL, 2003, p.1).

Após doze anos, aparece a Lei nº 13.146 de 2015, que institui o Estatuto da Pessoa com Deficiência, na qual indaga no art. 2º inciso v que a comunicação deve ser de

Forma de interação dos cidadãos que abrange, entre outras opções, as línguas, inclusive a Língua Brasileira de Sinais (Libras), a visualização de textos, o Braille, o sistema de sinalização ou de comunicação tátil, os caracteres ampliados, os dispositivos multimídia, assim como a linguagem simples, escrita e oral, os sistemas auditivos e os meios de voz digitalizados e os modos, meios e formatos aumentativos e alternativos de comunicação, incluindo as tecnologias da informação e das comunicações (BRASIL, 2015, p.1).

É por meio da comunicação que se tem liberdade, autonomia, mudanças e transformações de vida às pessoas com deficiência visual, além de promover o acesso ao conhecimento, à informação, à compreensão e à inclusão social.

Recentemente foi publicada o Decreto nº 31.221 (DOE 06.06.2013) que criou Centro de Referência em Educação e Atendimento Especializado do Ceará (CREAECE) na estrutura organizacional da Secretaria da Educação do Estado do Ceará (SEDUC), vinculado à Coordenadoria do Desenvolvimento da Escola e da Aprendizagem/Área da Diversidade e Inclusão Educacional com o objetivo de atender ao público-alvo da educação especial e oferece serviços educacionais complementares e suplementares, consolidando práticas pedagógicas inclusivas orientadas pela Política Nacional de Educação Especial, na perspectiva da Educação Inclusiva (CEARÁ, 2013). No caso das pessoas que tenham deficiência visual, o CREAECE disponibiliza atendimento educacional especializado, formação continuada para professores e profissionais que atuam na educação especial e produção de material didático-pedagógico para estas pessoas com o compromisso de garantir direitos aos deficientes visuais.

### 2.1.3 A Deficiência Visual: Terminologias e Conceitos

Possuir algum tipo de deficiência, seja ela visual, nos dias atuais no ambiente escolar ainda tem um caráter e um julgamento preconceituoso por necessitar de um tratamento diferenciado que muitas vezes no lugar de incluir o portador na sociedade, faz com que ele seja excluído. Em linhas gerais, a sociedade e a escola têm uma parcela de culpa pela falta de conhecimento e informação sobre o assunto por achar que a deficiência visual é uma doença ou um mal súbito da pessoa.

No entanto, é preciso compreender o real significado da deficiência visual no sentido de ter mais informações sobre o assunto e também, de buscar alternativas dentro e fora da escola. Pois, toda essa compreensão proporcionará um bem-estar aos nossos alunos, ao ponto de desmistificar esse pensamento de que uma pessoa deficiente visual não tem a capacidade de ser independente por toda a extensão de sua vida.

Para o Conselho Internacional de Oftalmologia (2015), a deficiência visual consiste na diminuição da visão através de uma perda de funções (como a acuidade visual, campo visual e outros) no nível do órgão, podendo ser mensurado pelo especialista da área. A partir dessas mensurações na função visual que oftalmologista terá condições de passar uma receita médica descrevendo os “auxílios ópticos adequados e indicar modificações ambientais e de materiais que promoverão a melhor resolução visual e a melhora do desempenho nas atividades diárias” (HADDAD, 2006, p. 45). Pode-se dizer que esta mensuração ajuda os professores compreenderem melhor as limitações no campo visual do aluno ao ponto de contribuir, também, na intervenção do ambiente escolar.

Neste contexto, a deficiência visual não é igual ao termo de cego e nem de baixa visão, por que cada um possui seus conceitos e classificações desenvolvidas. No caso da pessoa com deficiência visual, existe uma classificação relacionada por meio da visão, isto é podendo variar entre a cegueira e a baixa visão (visão subnormal) com o nível de perda total ou parcial de um ou dois dos olhos, podendo ser congênita ou adquirida ao longo de sua vida. Além disso, o Conselho Brasileiro de Oftalmologia (2018, p. 19) retrata que a pessoa com deficiência visual depende do caso referente ao

Valor de acuidade visual (a deficiência possui diversos graus, podendo ser leve, moderada, severa e cegueira), alterações funcionais (no campo visual, na sensibilidade ao contraste, na visão de cores e na velocidade de leitura), doenças congênitas ou adquiridas (Exemplo: toxoplasmose congênita e retinopatia diabética).

Mesmo com todas as categorizações e conceitos abordados pelo Conselho Internacional de Oftalmologia (ICO), o Conselho Brasileiro de Oftalmologia e as próprias normativas existentes no Brasil sobre a pessoa com deficiência visual comentam que o seu diagnóstico dependerá de uma variação de acordo com o laudo médico, mesmo sabendo que o interesse do oftalmologista é medir e avaliar a capacidade que o indivíduo tem de enxergar, conseqüentemente, indicando auxílios ópticos (lentes, óculos, lupas e dentre outros).

Em cooperação a isso, existe a percepção da família e da escola, no sentido de colaborar o mais rápido possível na classificação das limitações na ausência de visão. No caso da família, é verificar o comportamento social dentro e fora de casa. Já, a escola tem que ter atenção e percepção na dificuldade de aprendizagem do aluno pela falta da visão, tais como: dificuldades de compreensão de palavras e textos, interpretação das informações, estabelecer conexões de semelhanças e diferenças, realizar esquemas e construção de conceitos que afetará o seu processo de aprendizagem, causando danos no seu rendimento escolar.

Com isto, Gil (2000) considera a deficiência visual como um desprovimento do grau de visão que vai da cegueira total até a baixa visão. Complementando, os autores Silva e Sales (2017) retratam a deficiência visual como sendo uma pessoa que perdeu a visão parcial ou total, sendo adquirido ou congênito.

Em se tratando de cegueira, o Decreto nº 5.296/04 aborda que a cegueira vem da acuidade visual igual ou inferior a 0,05 no melhor olho com a necessidade de uma correção óptica (BRASIL, 2004). Portanto, se acuidade visual tiver algum comprometimento, a pessoa enxergará as imagens escurecidas e com baixo contraste, levando o sujeito a não ver os detalhes por meio da visão.

No entanto, essa acuidade visual tem como objetivo de medir a capacidade de um olho discernir detalhadamente um determinado objeto através do formato do objeto e dos contornos. Prosseguindo, essa avaliação quantifica a funcionalidade da visão através de pequenos estímulos, tais: pontos e linhas em um fundo uniforme (TALEB, 2009).

No entendimento do Ministério da Educação, o termo cegueira é referendado como “uma alteração grave ou total de uma ou mais das funções elementares da visão que afeta de modo irremediável a capacidade de perceber cor, tamanho, distância, forma, posição ou movimento em um campo mais ou menos abrangente” (BRASIL, 2007, p. 15). Ou seja, para um aluno que tenha cegueira consiste na ideia de se estar no escuro sem qualquer luz, tendo uma sensação desconfortável.

De acordo com Taleb (2009, p. 28 e 29) existem vários fatores que causam a cegueira

Em adultos no Brasil são catarata, glaucoma, retinopatia diabética (RD) e degeneração macular relacionada à idade (DMRI). Outras causas importantes são o tracoma, traumatismos, uveorretinites, descolamento de retina, infecções, tumores e complicações da hipertensão arterial sistêmica. [...] cegueira infantil no Brasil são ambliopia, ametropias não corrigidas, catarata congênita, glaucoma congênito, toxoplasmose, rubéola congênita e retinopatia da prematuridade. São causas relacionadas às anomalias do desenvolvimento, às infecções transplacentárias e neonatais (toxoplasmose, rubéola e sífilis), à prematuridade, aos erros inatos do metabolismo, às distrofias, traumas e tumores.

Há não detecção destes problemas visuais na escola poderá acarretar em déficit no processo de aprendizagem destes estudantes, podendo provocar até uma não sociabilização. Daí a importância da escola conjuntamente com o professor neste processo em detectar e observar alguma alteração na aparência ou até mesmo na conduta do aluno, pois essas observâncias permitiram fazer alguma ação preventivo para contribuir na diminuição de repetentes e evasão escolar.

Fazendo referência a cegueira total, o Ministério da Educação comenta que

É uma alteração grave ou total de uma ou mais das funções elementares da visão que afeta de modo irremediável a capacidade de perceber cor, tamanho, distância, forma, posição ou movimento em um campo mais ou menos abrangente. Pode ocorrer desde o nascimento (cegueira congênita), ou posteriormente (cegueira adventícia, usualmente conhecida como adquirida) em decorrência de causas orgânicas ou acidentais. Em alguns casos, a cegueira pode associar-se à perda da audição (surdocegueira) ou a outras deficiências (BRASIL, 2007, p. 15).

Dentro desse contexto, o termo cegueira total é usado pelo Conselho Brasileiro de oftalmologia (2015) como sendo a perda completa da visão. O mesmo retrata que esta cegueira pode ser chamada de amaurose, ou seja é a falta de visão mais ou menos completa e transitória, afetada por uma doença no nervo óptico sem ter qualquer lesão no olho.

No caso da pessoa ter perdido a visão totalmente, ela pode usar essas principais ferramentas de acessibilidade no seu ambiente, tais como: bengala com ou sem sensor para se locomover, tato para reconhecer formatos, objeto, símbolos, escrever em braille etc, tecnologias (softwares: 1. BilndTool que funciona como uma leitura de objetos tridimensionais, 2. Be my eyes que permite uma interação entre pessoas cegas e pessoas que enxergam e Be my eyes ajuda os cegos a resolver problemas pontuais, como ler uma etiqueta, 3. iTunes aceita digitar anotações na tela do iPad ou iPhone e compartilhá-las diretamente em braile, Ariadne GPS, ubook é uma loja de audiolivros, etc.), e dentre outros instrumentos.

No que se refere a classificação de cegueira, existem três tipos de classificações, tais como: a congênita (surge entre o nascimento do bebê até 1 ano de idade), a precoce (acontece na faixa etária entre 1º e o 3º ano) e adquirida (aparece após a idade de 3 anos). No entanto, o cego congênito é a pessoa que no ato do seu nascimento não possui nenhuma visão

e muito menos teve a oportunidade de ver imagens, luzes e cores para formar uma imagem mental (GIL, 2000). Dentre os fatores mais comuns que causam a cegueira congênita são:

Retinopatia da prematuridade, graus III, IV ou V – (por imaturidade da retina em virtude de parto prematuro, ou por excesso de oxigênio na incubadora); Corioretinite, por toxoplasmose na gestação; Catarata congênita (rubéola, infecções na gestação ou hereditária); Glaucoma congênito (hereditário ou por infecções); Atrofia óptica por problema de parto (hipóxia, anoxia ou infecções perinatais); Degenerações retinianas (Síndrome de Leber, doenças hereditárias ou diabetes); Deficiência Visual Cortical (encefalopatias, alterações de sistema nervoso central ou convulsões) (BRASIL, 2006, p.17).

Diagnosticando a tempo a sua causa pelo médico ou até mesmo com a suspeita do professor em sala de aula, fará com que o cego tenha um desenvolvimento normal em sua vida. Entretanto, se não constatado a tempo, poderá ter um comprometimento motor, sensorial, etc impactando em uma defasagem no seu sistema cognitivo. Daí a importância de se conhecer as nomenclaturas existentes sobre o assunto para colaborar na otimização no desenvolvimento visual e cognitivo do cego. Infelizmente, os professores, os familiares e a própria escola desconhecem essas causas e também suas definições e características próprias da deficiência visual.

Um outro tipo de cegueira é chamada de adquirida pela perda da visão ao longo de sua vida. Na cegueira adquirida

A criança nasce com o sentido da visão, perdendo-o no decorrer da vida, no entanto, preserva suas memórias visuais, que são as lembranças das imagens, das luzes e das cores que conheceu, sendo portanto, muito úteis essas recordações para a adaptação espacial, temporal ou mesmo para promover as associações da cognição (DORNELES, 2002, p. 28).

Logo, as principais causas da pessoa que adquiriu a cegueira são: traumas oculares, catarata, degeneração senil de mácula, glaucoma, alterações retinianas relacionadas à hipertensão arterial ou diabetes (CONSELHO BRASILEIRO DE OFTALMOLOGIA, 2018, p. 17).

Aquelas pessoas que adquiriram a cegueira, vão se adaptar a uma nova realidade de vida, construindo seu mundo e suas relações com as pessoas que não tem deficiência visual. A readaptação deste cego não é uma tarefa fácil, portanto é recomendável ao sujeito que perdeu a visão use as técnicas de orientação e mobilidade, utilize os materiais escritos, desenvolva as habilidades manuais, aprenda o sistema braille para fazer leituras e monte estratégias para suas atividades da vida diária, ao ponto dele se desenvolver afetivamente, psicologicamente, cognitivamente e socialmente.

Quando a cegueira é congênita ou adquirida, tem-se impacto visual. No entanto, o cego tem condições de compreender e se adaptar no mundo sem ao menos ter enxergado. Pois o seu refinamento cognitivo é vindo da leitura tátil e da escrita no sistema braille que facilitam no desenvolvimento e na interação do cego com o meio. Por conseguinte, estes dois instrumentos é de suma importância na vida do cego, pois contribuem para a construção do pensamento, assimilação das palavras, a formação dos conceitos, criatividade e organização das ideias e por fim o desenvolvimento da linguagem. Por isso, é fundamental que a família e a instituição de ensino trabalhem de forma contínuo e crescente a mobilidade tátil através do sistema braille, a fim de que o cego possa conhecer o que está ao seu redor. Um bom exemplo disso é quando se inicia o semestre numa instituição de ensino, onde o professor em cooperação com a coordenação devem entregar o material de estudo (impresso) a um local que transforme este material em uma escrita braille para que o aluno cego tenha condições de acompanhar os conteúdos.

Eis o desafio do professor em propiciar aos alunos cegos congênitos ou adquiridos situações de aprendizagem que os permitam aprender “a explorar, a manipular, a perceber, a reconhecer e finalmente a conhecer o universo ao qual pertence, fazendo com que ela também se descubra e se identifique como indivíduo inteiro e capaz” (BRASIL, 2006, p. 60). Além disso, é relevante ressaltar que o professor promova outro tipo de exploração táteis em sala de aula, tais como: manipulação de materiais concretos na busca pela construção dos conceitos da matemática, criação de objetos com diferentes formas e texturas afim de que ele possa identificar e classificar estes objetos, construção de mapas táteis na busca pela compreensão da cartografia no ensino de geografia, etc.

Nesse processo de exploração do tátil e da escrita braille, o Ministério da Educação orienta que deve seguir uma sequência, tais como: “consciência de qualidade tátil; reconhecimento da estrutura e da relação das partes com o todo; compreensão de representações gráficas; utilização de simbologia” (BRASIL, 2006, p.76). Nesse sentido, compreende-se que o sistema tátil aliado ao braille trazem uma importância significativa para aprendizagem dos cegos, além de dá condições de reconhecer fatos simples até interpretar acontecimentos complexos.

Outro aspecto importante para a aprendizagem dos cegos que se pode destacar é o uso do soroban como um instrumento de cálculo que permitem aos cegos compreender a matemática, como exemplo calcular as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Complementando a isso, temos o multiplano como um recurso multifuncional lúdico que permitem professor e aluno compreender os conceitos e realizar várias atividades de

matemáticas através da visualização e manipulação, tais como: construir uma função do 1º grau ao ponto de entender que seu gráfico é uma reta por meio do tato. Um outro instrumento importante para a inclusão dos cegos no ensino de matemática é o Geoplano que permite aos alunos desenvolverem atividades com figuras e formas geométricas. E ao professor, usar o Geoplano como um recurso didático no ensino de geometria para a construção do conhecimento de matemática em sala de aula.

Um outro fator agregante que auxilia na aprendizagem dos cegos e que lhe dá independência, inclusão social e autonomia são as tecnologias assistivas, tais como: Leitor NVDA proporciona ao usuário cego navegar e interagir com o sistema operacional Windows e outros programas, lendo o que existe na tela; DOSVOX é um software de inclusão digital que propicia ao cego se comunicar com o computador através de um sintetizador de voz. Além disso, o DOSVOX pode ser usado com uma voz em português ou qualquer outro idioma, ao ponto do professor usá-lo em sala de aula como um instrumento didático para o ensino de matemática. Existem outros leitores de tela para cegos que interagem com o usuário e sistema operacional do computador, por exemplo: JAWS for Windows, Virtual Vision, NVDA (Non Visual Desktop Access), Orca para Sistema Operacional Linux e dentre outros que permitem os alunos cegos tenham inclusão social em sala de aula.

Sobre a baixa visão, o Decreto nº 5.296/04 aborda que a ela é um valor da acuidade visual no melhor olho deve estar entre 0,3 e 0,05, mesmo tendo a melhor correção óptica (BRASIL, 2004). Essa medição da acuidade medirá a capacidade do olho distinguir detalhadamente formas ou cores de objetos. Diagnosticado a baixa visão, não impede que a pessoa não leia texto ou uma notícia, basta que propicie a ela o texto impresso de forma ampliada ou que permita o cego de baixa visão use os recursos óticos para ler o texto.

Gil (2000) esclarece que a baixa visão, também é denominada de visão subnormal se caracteriza pela mudança funcional no olho resultante de fatores como: abaixa relevante da acuidade visual, diminuição expressiva do campo visual e também, da sensibilidade aos contrastes e por fim, limitação de outras capacidades. Por isso, é importante orientar a escola e o professor no sentido de conhecer esses fatores ao ponto de propiciar a inclusão do cego em sala de aula. Um fato que ajuda melhorar a capacidade visual do aluno cego em sala é uso de materiais escolares adaptativos, como: canetas tipo pincel atômico, papel com pautas em negrito, etc.

Diante disso, existem dois tipos de baixa visão ou visão subnormal que trazem complicações se não for diagnosticadas a tempo, tais: redução da visão central e redução da visão periférica. A primeira ocorre quando a pessoa não consegue enxergar os detalhes de um

determinado objeto e a periférica é quando há diminuição ou perda da percepção de cores, dificuldades no olho de se adaptar a luz, tais como: a sensibilidade a contraste e brilho e por fim até problemas vindo glaucoma ou retinose pigmentária (CONSELHO BRASILEIRO DE OFTALMOLOGIA, 2015). Manifestações elevadas destas visões podem causar interferência na locomoção da pessoa, levando a usar a bengala até limitar o desempenho individual ao ponto de usufruir um guia vidente ou cão-guia nas atividades diárias.

No entendimento do Decreto de nº 5.296/04, a baixa visão é ocasionada por fatores isolados ou associados a baixa acuidade visual significativa com uma redução importante do campo visual, isto é, ao longo de sua vida, por meio de acidentes, doenças, deficiência de vitamina A e outros motivos, acarretando a baixa visão (BRASIL, 2004). Daí, a importância da mãe em colocar em dia as suas vacinações contra rubéola, sarampo e toxoplasmose. Na fase adulta, a mãe monitorar a pressão e diabetes. E na escola, os professores devem observar os comportamentos dos alunos, por exemplo: dificuldades para detalhes, visão embaçada, dificuldades de orientação e mobilidade, adaptação lenta a luz e escuro e dificuldade de leitura. Caso encontre algum dessas alterações em sala de aula, avise imediatamente a família para procurar o especialista.

Já, a pessoa de baixa visão tem

A alteração da capacidade funcional da visão, decorrente de inúmeros fatores isolados ou associados, tais como: baixa acuidade visual significativa, redução importante do campo visual, alterações corticais e/ou de sensibilidade aos contrastes, que interferem ou que limitam o desempenho visual do indivíduo. A perda da função visual pode se dar em nível severo, moderado ou leve, podendo ser influenciada também por fatores ambientais inadequados (BRASIL, 2006, p.16).

Estes ambientes inadequados estão relacionados, principalmente com excesso de luz dentro de sala de aula ou até mesmo com pouca iluminação, lousa inadequadas que reflete a luz vindo das lâmpadas da sala de aula, carteira inadequada ao ponto de não permitir que o aluno use os recursos ópticos e também manipulativos, por exemplo reglete, geoplano, multiplano, inadequações por não ter piso tátil, piso de alerta, identificadores de alerta para escadas, degraus e rampas etc. No entanto, é muito importante que a instituição de ensino tenha sensibilidade em proporcionar um ambiente propício a inclusão dos cegos.

Para o Ministério de Educação, abordado por Bruno (2006, p. 14), as crianças com baixa visão podem existir algumas dificuldades visuais, tais como:

a. acuidade visual reduzida: a criança apresenta dificuldade para ver longe, precisa aproximar-se bastante para poder ver bem pessoas e objetos, mesmo que utilize recursos ópticos [...]; b. campo visual restrito: uma criança que enxerga bem tem um campo visual de 180 graus na horizontal e vertical, o que possibilita interagir,

localizar-se e orientar-se bem no ambiente [...]; c. espacial, a percepção de obstáculos e a locomoção independente. c. Visão de cores e sensibilidade aos contrastes: há algumas alterações visuais nas quais as crianças são incapazes de distinguir determinadas cores como verde, vermelho, azul, marrom; outras crianças distinguem cores vibrantes, com bastante luminância (amarelo, laranja e verde fluorescente) [...]; d. Adaptação à iluminação: algumas crianças com baixa visão podem apresentar sensibilidade exagerada à luz, que ocasiona desconforto visual, ofuscamento, irritabilidade, lacrimejamento, dor de cabeça e nos olhos.

Caso essas dificuldades não sejam minimizadas pela instituição de ensino, propiciará ao cego ter atrasos no seu processo de aprendizagem, originado por tonturas, visão embaçada dores de cabeça, e sensibilidade excessiva de luz. Contudo, é importante que o ambiente de ensino tenha um melhor controle de luz para dar um conforto visual ao aluno. Existem casos que o aluno necessita de luz diretamente ao objeto que está usando, pois isso permitirá que ele enxergue melhor o objeto.

Muitas vezes, essas pessoas com baixa visão demonstram uma necessidade de utilização dos recursos específicos na realização de suas atividades diárias; auxílios ópticos, lentes para ampliação de imagens, lupas, óculos, telescópios, entre outros, recursos não ópticos, que são o uso de lâmpadas, contraste de preto e branco, livros com textos ampliados, folhas pautadas (GIL, 2000). Na figura abaixo, temos alguns recursos ópticos mais usados em sala:

Figura 7 - Imagens de Recursos Ópticos para as pessoas com baixa visão



Fonte: Brandão (2016).

No entanto o parecer CNE/CEB nº 17, de 3 de julho de 2001 obriga as instituições de ensino providenciar aos alunos que tenha baixa visão recursos ópticos, bem como: material didático adaptado, livro didático ampliados e provas com a escrita ampliadas (BRASIL, 2001).

O Ministério da Educação (2007, p. 19) esclarece que

Recursos ou auxílios ópticos são lentes de uso especial ou dispositivo formado por um conjunto de lentes, geralmente de alto poder, com o objetivo de magnificar a imagem da retina. Esses recursos são utilizados mediante prescrição e orientação

oftalmológica. [...] Convém lembrar também que o uso de lentes, lupas, óculos, telescópios representa um ganho valioso em termos de qualidade, conforto e desempenho visual para perto, mas não descarta a necessidade de adaptação de material e de outros cuidados.

É importante salientar que esses outros cuidados estão relacionados na mobilidade e locomoção independente, contato e percepção espacial, organização dos movimentos musculares por meio de atividades repetitivas para ampliar sua capacidade de independência e autonomia dentro e fora do ambiente escolar.

No entendimento de Miziara (2015), esses auxílios ópticos são classificados do seguinte modo: para ampliação da imagem e para relocação e condensação da imagem retiniana. O primeiro auxilia a visão no aumento de imagem retiniana, sendo este subdividido em ampliação para perto ou para longe. Além disso, o Ministério da Educação acrescenta as lupas manuais ou lupas de mesa e de apoio.

Sobre os recursos ópticos para ampliação da imagem, o Ministério da Educação (2007, p. 19) declara que

a. Recursos ópticos para longe: telescópio: usado para leitura no quadro negro, restringem muito o campo visual; telessistemas, telelupas e lunetas. b. Recursos ópticos para perto: óculos especiais com lentes de aumento que servem para melhorar a visão de perto. (Óculos bifocais, lentes esferoprismáticas, lentes monofocais esféricas, sistemas telemicroscópicos). c. Lupas manuais ou lupas de mesa e de apoio: úteis para ampliar o tamanho de fontes para a leitura, as dimensões de mapas, gráficos, diagramas, figuras etc. Quanto maior a ampliação do tamanho, menor o campo de visão com diminuição da velocidade de leitura e maior fadiga visual.

Uma observação importante é que os recursos ópticos para ampliação da imagem melhoram a capacidade visual do cego, além de raciocinar possibilidades para o seu cotidiano, também contribuem para diminuir a distância entre o objeto e a pessoa cega, proporcionando uma melhor nitidez da imagem. Neste caso é recomendável que sempre estimular o aluno a usar os recursos ópticos vinda da indicação médica.

Dentro dos auxílios de ampliação para perto, o autor Miziara (2015, p.2) complementa com

a. Óculos binoculares e monoculares: Geralmente, para os óculos binoculares, são indicadas lentes esféricas positivas e lentes esferoprismáticas (com prisma posicionado para a base nasal em ambos os olhos). São indicados para pessoas com redução da acuidade visual para perto e próxima em ambos os olhos. O uso de lentes com prisma posicionado na base nasal oferece maior conforto pois diminui a necessidade de convergência para a leitura de perto. Para os óculos monoculares existem diversos tipos de lentes, indicadas de acordo com a necessidade de dioptrias. Lentes esféricas (20 dioptrias), lentes asféricas (12-20 dioptrias), lentes microscópicas (24-48 dioptrias), doublets (2 lentes esféricas, 16-80 dioptrias), lentes bifocais (4-32 dioptrias). Lembrando que as lentes esféricas tem maior aberrações periféricas, e as asféricas e doublets tem aberrações óptica periférica reduzida. b. Sistemas telescópicos para perto (telemicroscópios): Os telemicroscópios são ferramentas que apresentam

um menor campo de visão e uma menor profundidade de foco, porém seu uso é indicado para tarefas que requerem distâncias maiores que os outros recursos ópticos para perto (como leituras em distâncias maiores).

Em muitos casos, o uso dos óculos binoculares ou monoculares podem colaborar para interesse na leitura e escrita, assistir televisão, usufruir o computador etc ao ponto de identificar detalhadamente um objeto. Todos esses recursos favorecem no desempenho visual e também nas funções cerebrais, como uma forma de melhorar a percepção da imagem do cego de baixa visão para atividades de perto por meio da leitura e escrita, interpretação de imagens etc.

No que diz respeito aos auxílios ópticos de ampliação para longe, Miziara (2015) explica que estes auxílios servem para ampliar a imagem do objeto através da ampliação angular. Essa ampliação é feita por telescópicos do tipo Galilei ou Kepler. Sobre estes modelos, o Ministério da Educação (2007, p.56) aborda como telupas, tendo dois tipos: “Galilei – Formada por duas lentes, uma convergente e uma divergente. São muito práticas e de fácil adaptação. Kepler ou Prismática – É composta por duas lentes convergentes que invertem a imagem, por isso é usada com lente prismática”.

Dependendo das características e dos parâmetros vindo do médico, o modelo Galilei tem como função diminuir a ampliação da imagem e o modelo Kepler gera um ajuste melhor óptico na imagem que o modelo de Galilei.

Em se tratando do poder de ampliação destes telescópicos ou telupas, existem no comércio os modelos de pequeno ou grande poder de ampliação a imagem, podendo ser manual e os montados em armação de óculos. O que chama atenção por parte do Miziara (2015) e Ministério da Educação (2007) que os telescópicos ou as telupas manuais são de fácil aceitação e adaptação pelas pessoas de baixa visão, inclusive pelos alunos, por serem discretos, móveis, boa estética e o principal, traz eficiência na aproximação do olho com a ocular, ou seja maior projeção da luz, melhor campo de visão e máximo de efeito óptica da imagem.

Complementando estes recursos, existem os auxiliares ópticos para relocação e condensação da imagem retiniana que Miziara (2015) declara que estes recursos só pode ser usado por pessoas que possuem algum defeito no campo visual periférico, divididos em: recursos hemianopsias que vem de defeitos setoriais, tais como: perda do campo visual periférica (o olho vai perdendo a percepção das laterais, conforme a figura abaixo) e outro auxílio chamado de contração generalizada do campo visual (acarretado pela redução na visual por meio de movimentos no olho e na cabeça para saber o que existe no ambiente).

Um bom exemplo para saber se aluno deve usar estes recursos hemianopsias, é quando ele tropeça em algum obstáculo ao longo do seu percurso, como por exemplo tropeçar

na carteira de sala por causa do olho não poder enxergar devido à falta de lateralidade. Outro exemplo é o uso do auxílio de contração generalizada do campo visual que a pessoa necessita deslocar o olho e cabeça para um determinado local. Exemplo disso é a posição aonde o cego se encontra na sala de aula para visualizar o quê o professor escreveu na lousa fazendo o movimento com a cabeça pra visualizar melhor o assunto. Neste caso é recomendável que o aluno esteja sentado a uma distância razoável da lousa sem reflexão.

Figura 8 - Perda do campo visual periférica



Fonte: Miziara (2015).

O autor postula que existem dois tipos de auxílios para hemianopsias, tais como:

- Prismas: O prisma é capaz de deslocar a imagem do campo visual defeituoso para o campo visual funcionante. Para isso, a base do prisma é posicionada na direção do campo visual defeituoso, deslocando a imagem para o seu ápice. Os prismas podem ser posicionados sobre toda a lente ou apenas setorial.
- Espelhos: O espelho fornece uma imagem reversa do campo defeituoso. Podem ser setoriais ou de grande campo. Os espelhos setoriais são posicionados na região nasal sobre a lente do óculos, com a superfície refletora voltada para a área com campo visual defeituoso. Assim, o paciente pode olhar para o espelho e realizar uma varredura rápida do campo visual defeituoso. Os espelhos podem gerar escotomas em pacientes de olho único, mas esse pode ser evitado ao utilizar espelhos convexos, os quais apresentam menor dimensão. Além dos espelhos setoriais existem os modelos de grande campo, que são armações instaladas sobre o óculos. Eles apresentam superfícies espelhadas de reflexão parcial voltada para o campo não funcionante. A imagem do campo não funcionante é sobreposta à funcionante e é diferenciada pelo seu menor contraste e por ser reversa (MIZIARA, 2015, p.4).

Em ambos os casos, será necessário que a pessoa utilize as técnicas de rastreamento com uso de bengala por meio da orientação e mobilidade para possibilitar sua autonomia e

independência. Um outro fator importante que leva o cego a usar algum destes tipos de auxílios para hemianopsias está na forma como o cego faz a sua leitura de um determinado assunto movendo-se seus olhos mais para direita ou esquerda. Em virtude deste fato é que o cego usará o prisma, fazendo como que a imagem seja deslocada para o centro de tal forma ajudando-o a ler o texto. Já, no caso de usar o recurso do espelho para ler um assunto, removerá os espaços desnecessários colocando o espelho no plano do texto a ser lido e outro acima do texto.

Já, os auxílios para contração generalizada do campo visual são usados pelas pessoas de baixa visão para resumir o que se está enxergando perifericamente pela visão, ao ponto da melhor eficiência de rastreamento no ambiente (MIZIARA, 2015). Para usar estes recursos, existem quatro métodos:

- Telescópios reversos: Podem ser acoplados a armações ou podem ser manuais. Existem várias potências para condensação. Os mais utilizados nesses casos são os de baixo poder.
- Lentes negativas: Funcionam através da minificação da imagem por meio de lentes negativas (-5 a -10 dioptrias), que são seguradas com o braço estendido.
- Espelhos: Também servem para minificar a imagem. Podem ser utilizados para a leitura, posicionado o espelho no plano do material a ser lido e outro acima do material. O leitor verá a imagem condensada no espelho no plano do material
- Prismas: Como já foi dito, os primais são utilizados para trazer informações do ambiente para a retina funcionante. Em alguns casos, pode-se acoplar prismas sobre o óculos nas quatro posições, formando um anel ao redor do centro da lente (MIZIARA, 2015, p.5).

É importante salientar que estes auxílios para contração generalizada do campo visual aos cegos de baixa visão são usados para ampliar a imagem e gerar uma maior quantidade de informação visual para o olho. Um bom exemplo disso, são os telescópios reversos que permitem encontrar objetos potencializando a imagem e diminuindo o detalhamento dos espaços existentes. Já as lentes negativas são usufruídas bastantes pelos cegos para visão panorâmica dando uma ampla visão da imagem, por exemplo dado uma figura de um tanque de combustível pegando fogo, a lente negativa permitirá que o cego enxergue no tanque uma figura geométrica cilíndrica de forma ampliada, além de visualizar forma e cores da figura dada.

A fim de compreender mais sobre esses recursos, existem os recursos não-ópticos que colaboram a função visual do olho sem usar qualquer tipo de lente óptica. Para isso, o Ministério da Educação (2007, p.20) retrata que existem os tipos de recursos não-ópticos:

Tipos ampliados: ampliação de fontes, de sinais e símbolos gráficos em livros, apostilas, textos avulsos, jogos, agendas, entre outros. Acetato amarelo: diminui a incidência de claridade sobre o papel. Plano inclinado: carteira adaptada, com a mesa inclinada para que o aluno possa realizar as atividades com conforto visual e estabilidade da coluna vertebral. Acessórios: lápis 4B ou 6B, canetas de ponta porosa, suporte para livros, cadernos com pautas pretas espaçadas, tiposcópios (guia de leitura), gravadores. Softwares com magnificadores de tela e Programas com síntese de voz. Chapéus e bonés: ajudam a diminuir o reflexo da luz em sala de aula ou em

ambientes externos. Circuito fechado de televisão - CCTV: aparelho acoplado a um monitor de TV monocromático ou colorido que amplia até 60 vezes as imagens e as transfere para o monitor.

Percebe-se que estes recursos vem de alterações no ambiente aonde se encontra a pessoa com deficiência visual, pois essas alterações estão relacionados a infraestrutura do imóvel (móveis, controle de iluminação), além de recursos de leitura e escrita e tecnologia. Este recursos tem um custo baixo de aquisição, pois são recursos acessíveis que contribuem para as funções do olho ao ponto de melhorar a estrutura física do ambiente (HADDAD, 2006). No contexto educacional, é fundamental que o professor tenha uma atenção e percepção da existência destes recursos não-ópticos que se podem trabalhar em sala de aula com vista a facilitar a construção do conhecimento destes alunos, garantindo autonomia e independência.

## **2.2. TEORIA DE VYGOTSKY: UM CONTEXTO DO DESENVOLVIMENTO INTELLECTUAL ATÉ FORMAÇÃO DE CONCEITO**

### **2.2.1 O Desenvolvimento Cognitivo na Perspectiva Sociointeracionista**

O contexto teórico sociointeracionista de Lev Semenovich Vygotsky está fundamentado em estudos sobre o desenvolvimento cognitivo do sujeito, articulado entre o sociocultural e as dimensões psíquicas. Haja vista que os estudos de Vygotsky estão submetidos por meio de uma abordagem dialética com o sujeito e o meio, de modo que os indivíduos se constituem e produzem conhecimento. Portanto, ancora numa perspectiva teórica e filosófica vygotskyana o entendimento que o ser humano se constitui do materialismo histórico e dialético, fundamentados por Karl Marx e Friedrich Engels, ao comentar que a origem da vida material e social tem uma relação com os fenômenos da vida humana, físicos ou psicológicos. Ainda sobre o materialismo dialético, tem-se que:

É o materialismo que confere à dialética seu caráter histórico, pois expressa os princípios das condições concretas da produção do conhecimento, ou seja: (a) a distinção entre o real e o conhecimento desse real e (b) a primazia do real sobre o conhecimento. O primeiro desses princípios, além de permitir escapar das concepções racionalistas e empiricistas, implica no fato de que entre o real e o conhecimento desse real existe um distanciamento em que opera a atividade produtiva do sujeito. O segundo faz do real o ponto de partida do conhecimento, não de chegada como decorre do idealismo hegeliano – mas um ponto de partida que não se perde no processo de produção do conhecimento. O objeto de conhecimento não é o real em si, tampouco um mero objeto de razão. Ele é o real transformado pela atividade produtiva do homem, o que lhe confere um modo humano de existência (PINO, 2000, p. 6 e 7).

Um aspecto básico desenvolvido por Vygotsky (1998) em seus trabalhos de pesquisa é articulação fundamentada no materialismo histórico e dialético de Max e Engels. No

entanto, essa dialética se relaciona com a natureza mediante ao uso de instrumentos e do trabalho, por intermédio destes meios o indivíduo transforma a si mesmo e também a natureza.

Vygotsky (1998) complementa essa dialética diferenciando a atividade humana do animal:

A especialização da mão – que implica o instrumento, e o instrumento implica a atividade humana específica, a reação transformadora do homem sobre a natureza; o animal meramente usa a natureza externa, mudando-a pela sua simples presença; o homem através de suas transformações, faz com que a natureza sirva a seus propósitos, dominando-a. Esta é a distinção final e essencial entre o homem e os outros animais (VYGOTSKY, 1998, p. 9).

A partir dos estudos de Vygotsky (1998) entende-se que o instrumento corrobora para o desenvolvimento de uma atividade do ser humano, o que o diferencia dos animais que apenas utiliza a natureza exterior. Dessa forma, o homem modifica e se transforma através da sua relação com o meio e o animal apenas muda a natureza, não utilizando os instrumentos. Essa transformação permite desenvolver habilidades e funções humanas a partir dos estudos de Marx. Assim, Rego (1995, p. 51) considera que:

O desenvolvimento de habilidades e funções específicas do homem, assim como a origem da sociedade humana são resultados do surgimento do trabalho. É através do trabalho que o homem, ao mesmo tempo que transforma a natureza (objetivando satisfazer suas necessidades), se transforma.

Mediante ao trabalho é que o homem transforma e é transformado por meio das relações sociais, através de uma interação entre ele e o meio social e cultural, no qual está inserido.

Os autores Meira e Spinillo (2006) complementam que a formação da aprendizagem se dá através das relações entre o sujeito e a cultura, fazendo com que se tenha um futuro desenvolvimento. Acrescenta-se que essa relação entre o desenvolvimento e a aprendizagem tem uma relação dialética ao ponto destes se complementam acarretando o desenvolvimento cognitivo e aprendizagem do aluno. Portanto, tem-se que a aprendizagem no sociointeracionismo se dá pelo processo social

Que se realiza por meio das possibilidades criadas pelas mediações do sujeito e de dado contexto sócio-histórico que o rodeia. Mas, para que o aprendizado ocorra de fato, há necessidade de que o conteúdo que é ministrado ao aluno tenha significado e que esse conteúdo possa criar novas potencialidades, como fontes futuras de significados, em um processo contínuo e dinâmico de re-significação. Os sentidos construídos pelos alunos são resultados de interação de vários componentes: o próprio aluno, o conteúdo e o professor (LIRA, 2007, p. 31).

Dentro da teoria sociointeracionista, os conteúdos são trabalhados de forma interativa, dinâmica e sociocultural em sala de aula possibilitando aos alunos encontrarem sentido e significado nas atividades. Assim, estas atividades permitem que o aluno construa sua aprendizagem por meio da interação com os pares, o conteúdo e o professor.

Para Vygotsky (1998), a interação social exerce um papel fundamental no desenvolvimento cognitivo da pessoa, pois é através do ambiente sociocultural que o sujeito tem a capacidade de ultrapassar seus limites na estrutura cognitiva, possibilitando modificar o curso de seu desenvolvimento individual.

Neste contexto, Matui (1995) confere à interação social algo privilegiado de obtenção à informação ou ao objeto de conhecimento, estabelecendo interligações indiretas consigo mesmo e com o objeto da aprendizagem, através de intermédios de mediação.

Os estudos de Vygotsky apontam que a interação, juntamente com os meios social e cultural, desenvolve a pessoa ao passo de estabelecer relações com outros sujeitos, fazendo com este se modifique e seja transformado conforme está inserido no meio através dessa interação (VYGOTSKY, 1984, apud OLIVEIRA, 1997). Mediante isso, tem-se que “a autonomia do sujeito e a regulação de suas ações constroem-se sobre interações” (GÓES, 1991, p.21). Fazendo com que essas pessoas consigam desenvolver suas capacidades cognitivas, e por conseguinte, aperfeiçoar suas relações interpessoais com o meio.

Neste aspecto, Vygotsky (1998, p.22) entende que “o ser humano só adquire cultura, linguagem, desenvolve o raciocínio se estiver inserido no meio com os outros”. Nesta perspectiva, a vivência em sociedade perante aos alunos é de extrema importância para transformar este em um sujeito capaz de desenvolver seus próprios processos mentais. Assim, pode-se destacar que a linguagem se torna um fator preponderante ao desenvolvimento dos processos cognitivos do aluno, tendo como destaque a memória, a atenção, a reflexão, a imaginação e dentre outros, fazendo com que o aluno construa e reconstrua o seu mundo mental.

Para estudos vygotskyanos, a mente do ser humano se estabelece e se desenvolve, principalmente, sob a interferência das relações sociais e culturais, por meio de contextos históricos (VYGOTSKY, 2005). É no contexto social, histórico e cultural que estão inseridas todas as formas de relações sociais, os conhecimentos, os comportamentos, as formas psíquicas e as várias maneiras de como as pessoas pensam, constroem, agem, imaginam, compartilhando-se de geração a geração.

O contato que o sujeito tem com o meio e os outros é mediado por várias relações que são revestidas de significados culturais (VYGOTSKY, 2001). Para que estas relações ocorram, é necessário que estes sejam aprendidos com a participação de mediadores, cuja atividade mental se torne resultante da aprendizagem social, da interiorização da cultura e das relações sociais de forma ativa.

Sendo assim, o sujeito pode utilizar estes mediadores como ferramentas mediativas que lhe permite se relacionar com o meio e os outros, levando-o a refletir e a dar sentido aos fatos e objetos sobre o que está ao seu redor.

### **2.2.2 A Mediação numa Perspectiva Vygotskyana**

A mediação é caracterizada por D'Ávila (2006) como um intermédio entre dois sujeitos, possibilitando e facilitando situações para que ocorra a aprendizagem, sendo esse alguém mais experiente um elemento da mediação, portanto, um mediador. Ao abordar a ideia da interação social numa perspectiva vygotskyana, é essencial entender que a interação não está só diretamente interligada às relações sociais entre duas ou mais pessoas com o mundo, mas também constituído pelos elementos culturais (instrumentos ou símbolos), que se mediam socialmente por meio da atividade humana (VYGOTSKY, 1984, apud OLIVEIRA, 1997).

Em se tratando da interação do sujeito com outras pessoas implica afirmar que:

A interação é compreendida como condição de possibilidade da existência do sujeito, porque este só se constitui como tal na relação com os outros, a sua identidade se define na relação com a alteridade. Isto implica dizer que a interação está presente em qualquer temporalidade e em qualquer estado do sujeito, pois mesmo sozinho seu modo de agir, de pensar e de se articular com as coisas do mundo e com as pessoas estão pautados nos processos de significação cultural (COLAÇO, 2004, p. 2).

Assim, acredita-se que o sujeito ao interagir com o mundo poderá ampliar e refinar suas relações interpessoais e sua compreensão sobre o que existe nesse contexto, ao ponto de poder mediar e internalizar as várias culturas estabelecidas através de seu funcionamento psicológico.

Já, a interação do sujeito com os elementos culturais se dá pela:

Atividade mediada pelo instrumento psicológico (ou signo) como o elo de ligação entre o agente e a ferramenta cultural, de tal sorte que não é possível isolar o agente e seus modos de mediação, que de forma integrada compõem a atividade mediada do sujeito. A apropriação destes elementos pelo sujeito faz com que amplie e refine sua relação com a humanidade (WERTSCH 1999, apud COLAÇO, 2004, p. 2).

Dessa forma, esta interação entre os sujeitos e os elementos passa a ser vista como via de formação de relações sociais, sendo um produto mediador que permite desenvolver o raciocínio, a percepção, a atenção, a memória, e as várias outras habilidades.

A partir desses estudos, percebe-se que a relação do homem não está diretamente interligada com o mundo, mas sim mediada. Para a teoria vygotskyana, estes elementos

culturais se integram com os elementos mediadores, aponte que gera ação do sujeito no mundo (VYGOTSKY, 2003).

Neste sentido, a mediação é processo de intervenção pelos elementos intermediários existentes entre o sujeito e o mundo, chamados de sistemas simbólicos (OLIVEIRA, 1997). Com base nisso, a mediação é considerada como uma interação do sujeito com o ambiente através dos elementos mediadores, denominados de instrumentos e signos (VYGOTSKY, 1998). Para Moysés (1997) a mediação por instrumentos é inerente aos materiais didáticos e aos signos tem uma relação com sistemas simbólicos, esquemas, mapas, elementos de contagem e vários tipos de signos pré-estabelecidos.

A questão da mediação apresenta relações com alguns aspectos inerentes ao elemento mediador que o classificam em três categorias: instrumentos, signos e sistemas simbólicos. Dentro da teoria sócio-histórica, filiada a teoria de Max, o instrumento passa a ser visto como um instrumento de trabalho do homem que permite transformar a natureza, simultaneamente se transformando. Esse trabalho faz com que a pessoa crie a sua cultura e a sua história, além disso, desenvolva relações sociais, criação e utilização de instrumentos (REGO, 1995). Como meio de trabalho, o instrumento permite ampliar suas ações sobre a natureza, criando cultura e história. Assim, a relação aluno e instrumento, numa perspectiva educacional, favorece ao desenvolvimento de suas capacidades mentais por meio da mediação de instrumentos.

De acordo com Oliveira (2002), o instrumento é um dos elementos mediadores entre o homem e o mundo, onde o sujeito age sobre a natureza, sendo construído de objetivos e suas funções deliberados para os demais membros da cultura ao longo da história coletiva. Com base nisso, o instrumento pode servir como uma forma de construção concreta do pensamento humano, carregando consigo o papel para o qual foi criado e além disso, a sua forma de uso que foi se formando ao longo do tempo por alguém que o utilizou.

É importante lembrar que o instrumento carrega consigo uma função externa que conduz o indivíduo sobre o objeto de trabalho, fazendo com este elemento auxilie-o a ter uma relação eficaz com o meio aonde está inserido (VYGOTSKY, 1998). Com o advento das tecnologias digitais, pode-se destacar alguns instrumentos como exemplos: o uso do computador e datashow, a criação de materiais manipuláveis, a utilidade do pincel, quadro de sala de aula e dentre outros como mediadores no ensino e aprendizagem.

Vygotsky (2005) comenta que o efeito do uso deste elemento só possui algum denotação no momento em que são concebidas de reflexões e saberes sobre o seu manuseio, para que hajam efeitos sobre as relações internas e funcionais na cabeça do ser humano. Além

disso, o mesmo autor complementa que “uso de instrumentos amplia de forma ilimitada a gama de atividades em cujo interior as novas funções psicológicas podem operar” (VYGOTSKY, 1998, p.73). De fato, isso ocorre à proporção que o indivíduo se apodera dos instrumentos culturais, ao ponto de internalizar, gradativamente, as operações psicológicas dentro do plano social. Com isso, o aprendiz é capaz de desenvolver suas operações psicológicas, tais como a percepção, a memória e o pensamento numa relação com o meio social e cultural, relação essa mediada por instrumentos e também signos.

O signo é percebido como um meio pertencente na relação do homem e meio social que influencia suas operações psíquicas para sua atividade interior (VYGOTSKY, 1998). Com isto, o indivíduo usa-o internamente para atuar no mundo e ainda planejar, refletir e compreender o que existe ao seu redor, tendo como exemplos de signos: a palavra, a fala, a imagem ou a escrita.

Acrescenta que “o signo age como um instrumento da atividade psicológica de maneira análoga ao papel de um instrumento no trabalho” (VYGOTSKY, 1998, p.70). Com base nisto, significa que a ação humana psicologicamente supõe uma mediação por signo capaz de regular e controlar as ações psicológicas, exemplo disso, quando a mente do sujeito aprende um determinado conceito, usando a mediação por meio das palavras ou da própria linguagem. Consequentemente não se consegue pensar, se não empregar as palavras ou imagens. Dentro de sala de aula, isso pode ser visto quando o aluno capta o signo, dando significado por meio das palavras. Outro exemplo disso, no contexto educacional, ocorre quando o professor estimula os alunos a praticarem a manipulação de materiais concreto relacionando o nome do signo ao significado da palavra, papel fundamental na formação de conceito.

Para Vygotsky (1998), a palavra é entendida como elemento que está intrinsecamente ligado com pensamento e a cultura humana por causa do conceito dela está associado com a mediação. Neste caso, a palavra passa a ser um signo que media a comunicação ou a interação da ação humana fazendo um papel decisivo na formação do verdadeiro conceito, na qual a palavra é empregada como meio de interação ou de comunicação.

À medida que o sujeito internaliza os elementos simbólicos que controlam as atividades psicológicas, ele constrói os sistemas simbólicos que são estruturas de instrumentos e signos articuladas entre si. Portanto, Bourdieu (2012) considera que estes sistemas são constituídos de instrumentos que retratam o conhecimento e a comunicação exercendo um poder estruturado como um elemento social. Neste caso, sendo um importante atributo que emerge a partir da mediação funcionando como elemento que proporciona a comunicação entre

as pessoas, o significado, o sentido, a compreensão e interpretação de objetos, eventos e situações que existem no mundo. Com isto, Oliveira (1997, p. 40) destaca que

Os sistemas simbólicos e particularmente a linguagem, exercem um papel fundamental na comunicação entre os indivíduos e no estabelecimento de significados compartilhados que permitem interpretações dos objetos, eventos e situações do mundo real.

Dessa maneira, a linguagem confere a comunicação um papel de fundamental importância no desenvolvimento social, cultural e intelectual da pessoa, cuja internalização, pelo uso de sistemas simbólicos desenvolve as funções mentais humanas.

Por essa razão que Vygotsky confere à linguagem um papel de destaque no processo de aprendizagem, indagando que “a principal função da linguagem é a de intercâmbio social: é para se comunicar com seus semelhantes que o homem cria e utiliza os sistemas de linguagens” (OLIVEIRA, 2002, p. 42). Dessa forma, a importância da utilização da linguagem é fundamental meio de comunicação para a construção do conhecimento de uma pessoa.

Neste contexto, Vygotsky confere à linguagem algo fundamental no processo de pensamento socialmente construídos, argumentando que não existe pensamento sem linguagem e:

[...] no curso do desenvolvimento intelectual, que dá origem às formas puramente humanas de inteligência prática e abstrata, acontece quando a fala e a atividade prática, então duas linhas completamente independentes de desenvolvimento, convergem (VYGOTSKY, 2003, p.33).

A abordagem teórica de Vygotsky justifica que a língua se inter-relaciona com o pensamento, na qual o indivíduo se desenvolve intelectualmente. Trazendo para o meio educacional, tem-se no aluno, através da fala, um instrumento mediador que fornece as formas de compreender e organizar a realidade.

A apropriação da linguagem só é possível por que existem sistemas simbólicos. Essa apropriação implica em processo de internalização fruto das ações mentais que o sujeito vai adquirindo ao longo de sua vida. Assim, no próximo tópico serão destacados os aspectos sobre o processo de internalização.

### **2.2.3 O Processo de Internalização numa Abordagem Teórica de Vygotsky**

O papel que a interação social, por meio da cultura, exerce sobre o processo de internalização é um relevante fator no processo de aprendizagem. Haja visto que por meio da

troca entre o sujeito e os outros que as pessoas internalizam tudo o que estão ao seu redor, construindo conhecimentos e se estabelece como pessoa. Isso implica considerar que o desenvolvimento cognitivo tem uma relação direta com o processo de internalização por meio da interação com a cultura, o que permite a este processo se relacionar de fora para dentro.

A interação, como um elemento mediador da teoria vygotsyana, possibilita internalizar os conceitos culturalmente formados pelas funções psicológicas dos indivíduos. Para isto, Vygotsky (1998) denominou estas funções como sendo superiores ou processos mentais superiores que permitem a pessoa construir suas relações com o sujeito por meio de um contexto sócio-histórico e que elas são desencadeadas mediante o processo de internalização através do comportamento. Exemplo desse processo é a capacidade que o indivíduo tem de planejar, imaginar, pensar e fazer previsões, exercendo um papel significativo no desenvolvimento humano (REGO, 2002).

Desta forma, a internalização constitui-se como um processo relacional com as interpessoais – interpsicológico, transformando-se em uma intrapessoais – intrapsicológico (MOYSÉS, 1997). Assim, a internalização é conceituada como “a reconstrução interna de uma operação externa” (VYGOTSKY, 1998, p.74). Esta possui três elementos do processo de internalização, tais como:

- 1) Uma operação que inicialmente representa uma atividade externa é reconstruída e começa a ocorrer internamente.
- 2) Um processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal.
- 3) A transformação de um processo interpessoal num processo intrapessoal é o resultado de uma longa série de eventos ocorridos ao longo do desenvolvimento (VYGOTSKY, 1998, p. 75).

Por meio da internalização que o sujeito internaliza os signos controlados pelas atividades psíquicas. Esse movimento da internalização faz com que este produza os sistemas simbólicos, ao ponto de se transformar e agir perante a sociedade (VYGOTSKY, 1998). Vygotsky (2001) demonstra que a utilização da linguagem implica em um processo de internalização constituição psíquica superior com alto grau de pensamento verbal e a afetividade. Esta constituição tem como exemplo: o uso da linguagem que se desenvolve socialmente, culturalmente e intelectualmente o sujeito por mediação.

Fortuna (2009) acrescenta que o processo de internalização aonde o homem estar inserido no meio é via transformação de signos externos em internos, ocasionado pela existência da mediação ao ponto de transformar os elementos existentes em representações mentais e também em ambiente social e cultural. Neste sentido, pode-se destacar a aprendizagem como um processo que o aluno se apodera de informações e conhecimentos interagindo com o meio.

É nela que o aprendiz internaliza os signos e sistemas simbólicos para desenvolver seus processos psíquicos. Quando o professor oportuniza aos alunos a apropriação de novos signos e sistemas de símbolos, inicia-se um processo de internalização através do pensamento.

Vygotsky destaca a importância da aprendizagem como um fator essencial no desenvolvimento humano. Neste contexto, Vygotsky et al. (2006) fundamenta que aprendizagem não é propriamente o desenvolvimento e sim, quando organizada, encaminha ao desenvolvimento, ativando vários processos da mente que, do contrário, não aconteceriam. Portanto, este desenvolvimento se concretiza por intermédio do aprendiz, gerando ao aluno novos saberes e conhecimentos com outros sujeitos e também, o meio.

Para ampliar os estudos sobre a aprendizagem e conhecimento, Vygotsky estabelece a definição do conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). A conceituação da ZDP vai além do contexto educacional, sendo uma expressão das interações humanas e uma possibilidade do processo dinâmico de desenvolvimento. No próximo tópico amplia-se a discussão desse conceito.

#### **2.2.4 A Zona de Desenvolvimento Proximal: A Relação entre o Desenvolvimento e a Aprendizagem do Aprendiz**

A relação entre o desenvolvimento e a aprendizagem é imprescindível para a construção de novos saberes e conhecimentos, pois o sujeito se desenvolve por meio da relação entre ele e outro no ambiente sociocultural. Acrescenta-se que o desenvolvimento da pessoa é interrompido de acontecer por falta de circunstâncias ao aprendiz. Por tanto, pensar em aprendizagem é vincular a um processo interativo que acontece por meio de uma situação social inter-relacionado professor-aluno e aluno-aluno proporcionando construção de significados (VYGOTSKY, 1984, apud OLIVEIRA, 1997).

Neste sentido, Oliveira (1992, p. 57) considera que

Aprendizagem é o processo pelo qual o indivíduo adquire informações, habilidades, atitudes, valores, etc. a partir de seu contato com a realidade, o meio ambiente, as outras pessoas. É um processo que se diferencia dos fatores inatos (a capacidade de digestão, por exemplo, que já nasce com o indivíduo) e dos processos de maturação do organismo, independentes da informação do ambiente (a maturação sexual, por exemplo). Em Vygotsky, justamente por sua ênfase nos processos sócio-históricos, a idéia de aprendiz inclui a interdependência dos indivíduos envolvidos no processo. (...) o conceito em Vygotsky tem um significado mais abrangente, sempre envolvendo interação social.

É no universo de aprendizagem que o aluno é capaz de internalizar os processos, tornando-o independente no seu desenvolvimento individual. Assim, ao fundamentar sobre o aprendiz

humano, Vygotsky apresenta um conceito importante denominado de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), capaz de estabelecer relação entre o desenvolvimento e a aprendizagem do aprendiz.

Abordando as contribuições de Vygotsky sobre as origens sociais das funções psicológicas superiores, quando de implicações educacionais, surge o conceito de zona de desenvolvimento proximal. Nesta perspectiva, Vygotsky (1984, p. 97, apud Oliveira, 1997, p.60) define a ZDP como

A distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes.

Para Magalhães (2007), a zona de desenvolvimento proximal se refere a uma metáfora formulada para explicitar como se dá a aprendizagem. Assim, a ZDP pode apontar o possível caminho para o desenvolvimento do discente, ao ponto dele formar conceitos e ampliar sua aprendizagem.

### **2.2.5 A Formação de Conceitos na Aprendizagem do Discente**

Neste contexto, Vygotsky et al. (2006) destaca que a aprendizagem desenvolve os processos psíquicos do sujeito, permitindo desencadear a construção do conhecimento. Na ótica de Vygotsky, essa aprendizagem tem uma relação direta com o desenvolvimento do sujeito, garantindo que esse desenvolvimento cria potencialidades para realizar o processo de aprendizagem (VYGOTSKY, 2001). Núñez (2009) deixa claro que, na teoria de Vygotsky, a aprendizagem é mediada por instrumentos ou signos que está entre o indivíduo e o objeto da atividade, representando uma atividade transformadora. Neste caso, os instrumentos podem ser representados por um recurso manipulativo, software, etc. E já, os signos constituem-se de fala, palavra, escrita, símbolos que estão inseridos na matemática, gráficos, etc.

Para a teoria de Vygotsky, a aquisição da fala pela criança é o alicerce para o processo de construção da formação de conceito da pessoa, tendo um avanço na adolescência. Isso é demonstrado pelo autor do seguinte modo:

O primeiro estágio do desenvolvimento da fala infantil é, por seu sentido psicológico, afetivo-volitivo, então, a partir desse momento, a fala entra na fase intelectual do seu desenvolvimento. É como se a criança descobrisse a função simbólica da linguagem (VYGOTSKY, 1998, p.131).

No curso do desenvolvimento da fala, a criança desenvolve seus processos cognitivos via assimilação dos instrumentos que estão ao seu redor. Dessa forma, a fala é um instrumento importante para o desenvolvimento dos conceitos.

É importante destacar, também, que a parte integrante do processo da formação de conceitos está em aprender a direcionar os próprios processos mentais com a ajuda de palavras ou signos. Com isto, Vygotsky (1998, p.54) afirma que “o uso de signos que conduz os seres humanos a uma estrutura específica de comportamento que se destaca do desenvolvimento biológico e cria novas formas de processo psicológicos enraizados na cultura”.

É nesse sentido que atividades mediadas por signos ou palavras permitiram aos alunos internalizem de forma satisfatória os conceitos, fazendo com que eles desenvolvam seus próprios pensamentos e raciocínios ao ponto de ampliar suas habilidades em matemática, como também no português, na física e demais conteúdos.

Diante disso, Fortuna (2009) argumenta que o instrumento é consequência da ação do indivíduo com o ambiente no transcorrer da humanidade, tendo uma profunda relação com o trabalho de forma transformadora. E o signo é uma ferramenta simbólica do cotidiano que auxilia o sujeito de forma visual expandir seus processos cognitivos por meio da memória e atenção.

É importante destacar nos estudos de Vygotsky (2001) que a memorização de palavras num determinado contexto e a associação com objetos no texto não levam, por si só, à formação de conceitos. Para que o processo se inicie, deve surgir um problema que só possa ser resolvido pela formação de novos conceitos.

É por isso que os signos e as palavras inserido num contexto social e também, como um meio de contato social com outras pessoas trarão uma magnitude educacional e psíquica em todo o transcorrer do processo de formação do conceito do aluno.

Na verdade, os alunos não deveriam ocupar em memorizar as definições e fórmulas que estão inseridos nas palavras e nos signos, mas sim encontrem o sentido e o significado desses instrumentos para que o docente entenda como se deu o processo de construção conceitual e bem como, como se produz o desenvolvimento psíquico do aprendiz.

Neste contexto, Vygotsky (2001, p. 161 e 162) retrata o signo, no processo de formação de conceito, como uma palavra que tem

O papel de meio na formação de um conceito e, posteriormente, toma-se seu símbolo. Só o estudo do emprego funcional da palavra e do seu desenvolvimento, das suas múltiplas formas de aplicação qualitativamente diversas em cada fase etária mas geneticamente inter-relacionadas, pode ser a chave para o estudo da formação de conceitos.

No entanto, essa formação tem como resultado intensa e complexo de suas operações psíquicas com uso da palavra ou do signo que exerce um fator importante no desenvolvimento das funções intelectuais existentes dos alunos. De qualquer forma, a palavra desenvolve a formação dos conceitos perante os alunos. E isso é bem explicitado pelo mesmo autor, quando afirma que

O conceito é impossível sem palavras, o pensamento em conceitos é impossível fora do pensamento verbal; em todo esse processo, o momento central, que tem todos os fundamentos para ser considerado causa decorrente do amadurecimento de conceitos, é o emprego específico da palavra, o emprego funcional do signo como meio de formação de conceitos (VYGOTSKY, 2001, p. 170).

É por meio do pensamento verbal que o aluno consegue dar significado as palavras, permitindo assim que este consiga fazer a sua relação com o objeto. Compreendido o real significado das palavras, o discente compreenderá o que está ao seu redor, podendo até formar novos conceitos.

Um outro aspecto relevante da formação de conceito está relacionado ao processo de aprendizagem como um elo importante da Teoria Vygotskyana. Nesse sentido, Vygotsky (2001, p. 14) esclarece que o processo de aprendizagem e formação de conceitos configura-se como:

Um sistema, que ele considera ponto central em toda a história do desenvolvimento dos conceitos e no qual os conceitos espontâneos e os científicos estão interligados por complexos vínculos internos. É isto que dá sistematicidade ao processo de aprendizagem e permite perceber as suas diferentes etapas como integrantes de um processo uno.

Dessa forma, este sistema passa ser visto como processo cognitivo dinâmico que favorece a formação de conhecimentos e como também, ao desenvolvimento dos conceitos, fazendo com que o aluno se comunicar, interagir com os outros até mesmo resolver problemas.

Há de ressaltar que esse processo de aprendizagem sendo feito de forma adequada e organizada impulsiona o desenvolvimento cognitivo do aluno, como também a elaboração de conceitos por parte do discente. Nos estudos de Vygotskyano, a aprendizagem antecede o desenvolvimento porque o indivíduo se desenvolve enquanto aprende. Ou seja, o sujeito, ao aprender, desenvolve-se e, ao se desenvolver, aprende (VYGOTSKY, 2001). Desse modo, a aprendizagem dá condições para o desenvolvimento humano, possibilitando a formação de sistemas funcionais complexos no sentido de desenvolver plenamente as suas capacidades humanas.

Para Vygotsky (2005), esse desenvolvimento está inserido nos processos psíquicos que promovem a elaboração de conceito do aluno, permitindo com que ele se comunique com os outros alunos para o entendimento e a resolução de problemas.

O universo dos conceitos se dá pelo processo de desenvolvimento do indivíduo através das relações entre o sujeito e o meio social (VYGOTSKY, 2005). Isso significa que o trabalho em conjunto destas relações possibilita o aluno desenvolver suas funções intelectuais. É por meio da interação social que desenvolve no aluno seus pensamentos intelectuais, ao ponto de compreender e interpretar o que existe no mundo (VYGOTSKY, 1998).

Através da aprendizagem e do desenvolvimento que surgem a relação entre os conceitos espontâneos e os conceitos científicos que culminam no desenvolvimento mental do indivíduo. Contudo, na obra *A construção do Pensamento e Linguagem*, Vygotsky (2005, p. 296) responde que “uma vez que os conceitos espontâneos tornam possível o próprio fato do surgimento desses conceitos a partir da aprendizagem, que é a fonte do seu desenvolvimento”. É nesta relação que esses conceitos podem subsidiar a aprendizagem, desenvolver a habilidade e domínios na resolução do problema até construir novos conhecimentos perante as pessoas.

Ao discutir os conceitos espontâneos, Rego (1995) entende com base em estudo de Vygotsky que esses conceitos são adquiridos e internalizado através do convívio social com a família, as amigadas etc. no seu cotidiano. Nesta concepção de vygotkyano, os conceitos espontâneos estão relacionados com o que as pessoas aprendem desde os primeiros anos de vida em contato com objetos e também com outros indivíduos que possa auxiliá-las na aquisição do conhecimento. No entanto, esses conceitos se formam no seu cotidiano que se definem através de suas percepções perante situações concretas do seu dia a dia.

Nos estudos de Vygotsky (2001, p.346) analisam que “conceito espontâneo da criança nos convence de que a criança tomou consciência do objeto em proporções bem maiores do que do próprio conceito”. Diante do exposto, esse conceito é apropriado fora do contexto escolar a partir do seu convívio social, suas vivências e situações concretas de forma espontânea (natural) que pressiona o sujeito há construir os seus próprios pensamentos.

Neste ponto, os conceitos espontâneos são essenciais para aquisição dos conhecimentos científicos, pois esses espontâneos permitem evoluir e também, inter-relacionar para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Assim, Vygotsky et al. (2006, p. 261) comenta que

Independentemente de falarmos do desenvolvimento dos conceitos espontâneos ou científicos, trata-se do desenvolvimento de um processo único de formação de conceitos, que se realiza sob diferentes condições internas e externas mas continua indiviso por sua natureza e não se constitui da luta, do conflito e do antagonismo entre duas formas de pensamento que desde o início se excluem.

Não havendo concorrência entre eles, esses conceitos espontâneos e científicos possibilitam construir conhecimentos e formar os conceitos perante o aluno. Dessa forma, se o

aluno tiver um certo nível de conceitos espontâneos pode abrir caminhos para o processo de internalização e também, o desenvolvimento dos conceitos científicos.

Desse modo, tem-se que apropriação dos sistemas de conceitos científicos se dará pela aquisição da linguagem oral numa educação organizada (VYGOTSKY, 2005). É neste contexto escolar que os conceitos científicos são adquiridos pelo aluno a partir de um processo de mediação que contribuirá para a construção dos conceitos pelo discente. Assim, é pertinente afirmar que o ambiente escolar é o local que propicia acelerar o pensamento do aluno, na medida em que este discente está interagindo com o professor, o objeto e também com os outros alunos de sala, apropriando-se de forma significativa dos conceitos científicos.

Particularmente, essa proposta de interação tem como objetivo propiciar aos alunos formarem conceitos no intuito de gerar mais conhecimentos perante os discentes. Isso propiciará ganhos cognitivos aos alunos por meio do processo de internalização dos conceitos, no qual potencializará o seu desenvolvimento de aprendizagem.

É por meio da interação entre o aluno e o professor que há a apropriação dos instrumentos cognitivos e a aquisição dos conceitos científicos em sala de aula perante os educandos. É neste contexto que o saber escolar potencializa o desenvolvimento dos conceitos científicos do aluno, disponibilizando-o diferentes tipos de conceitos, diversas maneiras de se operar fórmulas, etc.

Na medida que o professor vai trabalhando as operações cognitivas em sala de aula, o aluno ampliará as suas ações cognitivas em novos níveis de funções intelectuais, principalmente na maneira de pensar e agir mediante uma situação dada do seu dia a dia. Assim, pode-se destacar a função do professor, como um mediador do conhecimento que tem um papel de destaque para o progresso do processo de desenvolvimento desses conceitos científicos nos discentes que estão no ambiente escolar.

Dentro dos estudos da teoria de Vygotsky, destaca-se que a assimilação de um novo conceito científico pelo aluno se dá quando o professor inserir em sala de aula uma atividade ou uma situação desafiadora ou um problema que o discente permita desenvolver suas funções mentais para solucionar o problema dada. Portanto, Vygotsky (2005, p. 68) comenta que “deve surgir um problema que só possa ser resolvido pela formação de novos conceitos”. Sendo assim, é necessário que esta situação problema tenha sentido e significado, provocando por sua vez o aluno aprender novos conceitos científicos.

Além disso, pode-se destacar que a situação problema:

Deve permitir uma discussão do conteúdo ou da atividade a ser desenvolvida que implique diretamente na forma como os alunos vão construir, interpretar, raciocinar e

desenvolver seus próprios conceitos da situação exposta. Compreender bem a situação, possibilitará ao aluno estabelecer uma ação reflexiva através de uma postura apropriada que proporcione um processo investigativo em sala de aula (SILVA, 2018, p. 82).

Assim, essa ação reflexiva permitirá ao aluno evoluir no seus pensamentos cognitivos, progredir suas ideias, dialogar com o grupo até formar novos conceitos daquilo que estão vivenciando com o problema.

Para Freire (1981), destaca que o problema deve-se ser pautado pela vivência do sujeito para dar significação do sistema conceitual (VYGOTSKY, 2001). Pois essa vivência servirá como base para elevar seus níveis de pensamentos que se aprende e assimila os conhecimentos de modo consciente.

Um ponto importante ao inserir um problema prático é que o professor deve-se certificar se os alunos tem um determinado nível de conhecimento, pois isso facilitará no desenvolvimento de suas ações e investigações ao longo do problema (SILVA, 2018). Tendo essa certificação de conhecimento um ganho na aprendizagem dos discentes, ao ponto deles desenvolverem suas funções mentais superiores, produzirem novos conceitos, aprenderem e agirem sobre o problema.

A partir da escolha do problema e inserido em sala de aula, o aluno evoluirá seus processos cognitivos ao tentar solucionar o problema dada, ao ponto de propiciar novos conceitos científicos. Neste sentido, sua solução será o ponto chave para o desenvolvimento mental e a construção da formação de novos conceitos no processo de humanização do aluno.

## **2.3 O ESTUDO SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA COM O CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL (CDI) PARA AS PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL**

### **2.3.1 O Cálculo e a Deficiência Visual no Repositório Acadêmico**

O Cálculo Diferencial e Integral (CDI) é uma disciplina fundamental para todo e qualquer discente, inclusive aos alunos cegos, que cursam as áreas de Ciências Exatas, Tecnologias e demais outros cursos, porque oferece instrumentos matemáticos para a interpretação e resolução de problemas, fazendo com que os alunos desenvolvam o raciocínio matemático e compreendam os conceitos de limites, derivadas e integrais.

Por sua vez, visando saber como outros pesquisadores trabalham essas duas temáticas, decidimos realizar uma pesquisa no banco de dados da CAPES<sup>3</sup>, usando como base para essa pesquisa os termos (sem aspas) cálculo diferencial e integral. Os dados da CAPES indicaram, entre teses e dissertações, 22.626 trabalhos, a partir de 2014. Restringido a busca para mestrados e doutorados acadêmicos, chegou-se à quantidade de 19.250 trabalhos no portal da CAPES.

Sendo ainda um valor alto, a busca foi restringida à grande área de conhecimento: Educação. No entanto, encontrou-se 2.425 trabalhos. Em seguida, novos vínculos foram feitos para a área de concentração, conforme quadro abaixo:

Quadro 1 - Restrições à busca banco de teses da CAPES, a partir de 2014

Sem restrições	---	22.626 trabalhos
Restrições: só mestrados acadêmicos e doutorados	---	19.250 trabalhos
Grande Área Conhecimento	Ciências Humanas	2.425 trabalhos
Área de Conhecimento	Educação	1.658 trabalhos
Área Concentração	Educação	733 trabalhos

Fonte: CAPES (2019).

Dado que, ao inserir os termos deficiência visual, o quantitativo aumentou consideravelmente. No entanto, resolveu-se investigar o título completo de cada trabalho para saber se havia expressão deficiência visual ou baixa visão ou cegos. Pois, nenhum trabalho foi encontrado no portal da CAPES.

A busca foi refeita mudando algumas das restrições, conforme o quadro 2 a seguir:

Quadro 2 - Novas restrições à busca banco de teses da CAPES, a partir de 2014

Sem restrições	---	22.626 trabalhos
Restrições: só mestrados acadêmicos e doutorados	---	19.250 trabalhos
Grande Área Conhecimento	Ciências Exatas e da Terra	5.364 trabalhos

<sup>3</sup> <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/> acesso entre 14 e 17 de julho de 2019.

Área de Conhecimento	Ensino de Ciências e Matemática; Matemática e Matemática Aplicada	2.913 trabalhos
Área Concentração	Matemática	94 trabalhos

Fonte: CAPES (2019).

Novamente, nenhum trabalho foi encontrado com as palavras atreladas a algum dos termos deficiência visual ou cegueira ou baixa visão ou acuidade visual. Portanto, pode-se indagar que o cálculo diferencial e integral para pessoas com deficiência visual é uma novidade no Brasil, como uma tese de doutorado. Terminado a busca no portal da CAPES, realizou-se uma pesquisa no portal da Microsoft Academic, no site <https://academic.microsoft.com/home>. No entanto, encontrou-se um único artigo<sup>4</sup>, tal como: *Touching mathematics: a prototype tool for teaching pre-calculus to visually impaired students*.

Figura 9 - Indicação de trabalho envolvendo cálculo e deficiência visual

The screenshot shows a search result on Microsoft Academic for the query 'calculus visual impairment'. The search results are displayed on a page with a search bar at the top. The main result is a paper titled 'Touching mathematics: a prototype tool for teaching pre-calculus to visually impaired students' published in 2006 in the 'JOURNAL OF MODERN OPTICS'. The authors listed are A. Frances Van Scoy, Don McLaughlin, J. Vernon Odom, Richard T. Walls, and Mary E. Zuppuhaur. The paper is associated with West Virginia University. The search interface includes filters for 'Tempo' (Time) set to 1901-2021, 'Tópicos Principais' (Main Topics) with 'Deficiência visual' (Visual impairment) selected, and 'Tópicos PAIS' (Country Topics) with 'Surgery' and 'Ophthalmology' selected. The search results are ordered by relevance.

Fonte: Microsoft Academic (2019).

Como não há, conforme pesquisas realizadas, indícios de trabalhos atrelados às temáticas cálculo diferencial e integral e deficiência visual, resolveu-se investigar dissertações e teses, no banco de dados da CAPES, que envolvesse os termos “Matemática Deficiência Visual” digitando com aspas. Logo, foram encontrados seis trabalhos sem restringir ano e tipo de mestrado (acadêmico ou profissional), porque sem as aspas encontrou-se mais de 50.000 trabalhos.

Usando a busca dos termos “Matemática e Deficiência Visual” localizou-se um único trabalho, em 2010. Para acessar seu resumo, foi consultado o repositório da UFC<sup>5</sup>, haja vista que a pesquisa ser anterior à Plataforma Sucupira.

O quadro 3 indica os trabalhos obtidos com a busca dos termos “matemática deficiência visual”.

Quadro 3 - Termos de matemática e deficiência visual

Título	Autor	Palavras-chave
Educação especial: oficina de capacitação para professores de matemática na área da deficiência visual	MARTINS, Daner S. (2013)	Capacitação de Professores; Inclusão; Educação Matemática; Deficiência visual.
Tabuleiro das Expressões: Um Auxiliador no Ensino da Matemática para Alunos com Deficiência Visual	TOSTES, Talita A. (2015)	Tabuleiro; Braille; Matemática; Deficiência Visual; Expressão Numérica.
Professores de matemática e a educação inclusiva: análises de memoriais de formação	ROSA, Fernanda M. (2013)	Narrativas (auto)biográficas; Formação de professores; Educação Matemática; Deficiência Visual.
Olhar sem os olhos: Cognition e aprendizagem	BANDEIRA, Salete M. (2015)	Formação Inicial de Matemática; Deficiência Visual;

<sup>5</sup> <http://www.repositorio.ufc.br/> acesso em 21 de julho de 2019.

em contextos de inclusão – estratégias e percalços na formação inicial de docentes de matemática		Neurociência; Prática Pedagógica; Inclusão.
Inclusão de estudantes com deficiência visual nos jogos de linguagem envolvendo a matemática	SILVA, Paulo R. J. (2018)	Jogos de linguagem; Regras; Formas de Vida; Educação Matemática; Deficiência visual; Inclusão escolar.
A leitura tátil e os efeitos da desbrailização em aulas de matemática	MORAES, Marcos E. L. (2016)	Educação inclusiva; Educação especial; Educação matemática; deficiência visual; Tecnologia assistiva; Braille; Desbrailização.
Matemática e deficiência visual	BRANDÃO, Jorge C. (2010)	Orientação e mobilidade; Van Hiele; Matemática; cegos.

Fonte: CAPES (2019).

Observando os resumos de cada um dos sete trabalhos indicados anteriormente, nenhum deles abordam a derivação ou integração. Em relação aos conteúdos de matemática do Ensino superior, pode-se concluir que não há registros de trabalhos que abordem o ensino de Cálculo Diferencial e Integral para pessoas com deficiência visual.

### 2.3.2 O Ensino de Matemática e a Deficiência Visual

O que será descrito a seguir, foi motivado pelas leituras dos trabalhos que estão no quadro 3. Com isto, constatou-se que a deficiência visual possui uma classificação que abrange, tanto os cegos, quanto as pessoas de visão subnormal. De acordo com Conde (2012, p.1)

“A delimitação do grupamento de deficientes visuais, cegos e portadores de visão subnormal, se dá por duas escalas oftalmológicas: acuidade visual (aquilo que se enxerga a determinada distância) e campo visual (a amplitude da área alcançada pela visão).

Segundo Martin (2003), a visão assume, para efeitos metodológicos, três funções tais como: o sentido da forma, o sentido cromático e o luminoso. A primeira delas, também

chamada de acuidade visual, é a faculdade do olho para perceber a figura e a forma dos objetos. A acuidade visual de um olho normal pode se modificar em função do contraste, da iluminação, do estado fisiológico do olho e da idade da pessoa.

A capacidade funcional ou eficiência visual não está relacionada apenas aos fatores visuais, mas também a outros igualmente decisivos, tendo como: fatores psicológicos, inteligência, educação, familiaridade com o objeto e a situação experimentada, reação da pessoa à perda visual, fatores ambientais que interferem no desempenho e as atitudes emocionais do indivíduo (MARTIN e RAMÍREZ, 2003, apud CARVALHO et al., 2002).

Em função da eficiência visual do indivíduo, adota-se, para fins educacionais, a concepção de cego como aquele que, mesmo possuindo resíduo visual, precisa de instrução em Braille, tal como: sistema de escrita através de pontos em relevo (CONDE, 2012). Para o ensino de matemática, o sistema Braille é um recurso importantíssimo, pois possibilita aos alunos cegos terem acesso as diversas formas de representação dos conteúdos matemáticos que podemos inserir em sala de aula. Com o uso do sistema Braille pelo professor de cálculo, a pessoa cega terá acesso à informação e comunicação escrita na Matemática, proporcionando-lhe igualdade de condições em relação aos demais discentes em sala de aula.

A cegueira pode ser a perda total da visão devido à degeneração macular vindo pela idade, catarata, glaucoma ou complicações de saúde, como por exemplo a diabetes. As pessoas acometidas dessa deficiência precisam se utilizar dos sentidos remanescentes para aprender sobre o mundo que as cerca. Gil (2000) indica que a baixa visão é a incapacidade de enxergar com clareza, mas trata-se de uma pessoa que ainda possui, de alguma forma, sua capacidade visual, que, apesar do auxílio de óculos ou lupas, a visão se mostra baça, diminuída ou prejudicada de algum modo. Providencialmente, estes recursos auxiliam na aprendizagem matemática do discente, capaz de maximizar o desempenho individual do aluno com baixa visão em sala de aula.

A aprendizagem de discentes cegos apresenta algumas características específicas. No seu desenvolvimento cognitivo por completo, observa-se que a falta de visão faz com que seus primeiros anos de vida não tenham apropriação de habilidades, por falta de estímulos sensoriais por não possuírem estímulos visuais e conseqüentemente não terem a motivação da imitação que em muitas crianças se faz notória no momento da aprendizagem.

O vidente (ou boa visão) é aquela pessoa sem deficiência visual. Para que determinado material seja adaptado, é interessante que o próprio sujeito com deficiência visual seja consultado pelo docente. Exemplificando: uma parábola, gráfico da função polinomial do

segundo grau, pode ser comparada com uma tiara (ou gigolet). A partir deste objeto concreto, o geoplano pode ser utilizado.

Para a efetivação da aprendizagem desses educandos é exigida uma postura diferenciada do professor, um trabalho diferenciado para adequar métodos e materiais, favorecerá a aprendizagem e possibilitará a esse aluno uma melhor condição de apropriação do conhecimento, entretanto o discente cego não fica preso a esse material oferecido pelo professor, terá condição de dispensar material manipulável e concreto no momento que se efetiva a abstração do conceito.

O verdadeiro conceito é a imagem de uma coisa objetiva em sua complexidade. Apenas quando chegamos a conhecer o objeto em todos os seus nexos e relações, apenas quando sintetizamos verbalmente essa diversidade em uma imagem total mediante múltiplas definições, surge em nós o conceito (VYGOTSKY, 1998, p. 78).

O mesmo autor afirma ainda que se o objeto a ser adaptado fizer parte do contexto social do sujeito com deficiência visual, o conceito será melhor compreendido. Por exemplo: as atividades de Orientação e Mobilidade, independente de pessoas com deficiência visual, são de grande valia para a aprendizagem das Geometrias (Plana, Espacial e Analítica), conforme Lira e Brandão (2013).

### **2.3.3 Um Breve Histórico do Desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral (CDI)**

A invenção formal do Cálculo Diferencial e Integral ocorreu próximo ao final do século XVII por Isaac Newton e Gottfried Leibniz, conforme Eves (2011) e Boyer e Merzbach (2012). Essa foi a realização matemática mais notável do período. “Com essa invenção a matemática criativa passou a um plano superior e a história da matemática elementar essencialmente terminou” (EVES, 2011, p. 417).

Conforme Eves (2011, p. 417), “a ideia de integração teve origem em processos somatórios ligados ao cálculo de certas áreas e certos volumes e comprimentos”. A diferenciação no cálculo foi resultante “de problemas sobre tangentes a curvas e de questões sobre máximos e mínimos” (EVES, 2011, p. 417). Algum tempo depois, verificou-se que existia uma relação entre a integração e a diferenciação, sendo uma o inverso da outra.

Em seu livro *Historia et Origo Calculi Differentialis*, Leibniz afirma que “sua primeira inspiração para a invenção do cálculo foi tirada do Tratado dos senos do quarto de círculo, de Pascal” (BOYER e MERZBACH, 2012, p. 288). O método exposto na referida obra

é usado pelo autor para demonstrar um resultado sobre quadraturas, mas Leibniz extrai dele o triângulo harmônico, uma ideia bem mais geral, que será usada muitas vezes em seus trabalhos.

Muitos foram os estudos desenvolvidos até se obter o Cálculo Diferencial e Integral (CDI) que hoje é utilizado como elemento fundamental para a compreensão e realização dos avanços tecnológicos da contemporaneidade. Dado que este, conforme Simmons (1987, p. 1) “é um instrumento indispensável de pensamento em quase todos os campos da ciência pura e aplicada – em Física, Química, Biologia, Astronomia, Geologia, Engenharia e até mesmo em algumas das ciências sociais”.

Para Thomas (2011, p. 15), o cálculo “é a matemática dos movimentos e das variações”. E acrescenta:

O cálculo diferencial lidou com o problema de calcular taxas de variação. Ele permitiu que as pessoas definissem os coeficientes angulares de curvas, calculassem a velocidade e a aceleração de corpos em movimento e determinassem os ângulos a que seus canhões deveriam ser disparados para obter o maior alcance, além de prever quando os planetas estariam mais próximos ou mais distantes entre si. O cálculo integral lidou com o problema de determinar uma função a partir de informações a respeito de sua taxa de variação. Permitiu que as pessoas calculassem a posição futura de um corpo a partir de sua posição atual e do conhecimento das forças que atuam sobre ele, determinassem as áreas de regiões irregulares no plano, medissem o comprimento de curvas e determinassem o volume e a massa de sólidos arbitrários (THOMAS, 2011, p. 15).

Essas afirmações de Thomas justificam a grande importância do estudo do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) nas mais diversas áreas do conhecimento. Ainda, conforme Thomas (2011) utiliza-se no cálculo as técnicas e habilidades de calcular com números, simplificar expressões algébricas, calcular variáveis e lidar com pontos e figuras no plano, e além dessas, outras de mais precisão e em nível mais profundo. As funções, portanto, são um dos principais objetos de estudo do Cálculo Diferencial e Integral. Uma função é uma relação entre duas variáveis, na qual uma variável depende da outra.

Nesse sentido, Simmons (1987, p. 1) explica que esse conceito de função “oferece a perspectiva de compreender e correlacionar fenômenos naturais por meio de instrumentos matemáticos de grande e, às vezes, misterioso poder”. O ensino atual das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral com uma variável real contempla-se a seguinte ementa: Funções Reais de uma Variável e Curvas, Limites e Continuidade, Derivadas e suas aplicações, Integrais e suas aplicações.

Tendo em vista a importância da disciplina de Cálculo, nos diversos cursos superiores, vale ressaltar que é imprescindível que cada estudante conheça a aplicação dos conceitos matemáticos na área do seu conhecimento (BRANDÃO, 2017).

O ensino de cálculo deve ter como eixo norteador a exploração conceitual, associando a abordagem algébrica à geométrica, de modo que não sejam enfatizados apenas aspectos procedimentais, como destaca Lachini:

[...] o ensino-aprendizagem de Cálculo pretende cumprir dois objetivos principais: um deles é habituar o estudante a pensar de maneira organizada e com mobilidade; o outro, estabelecer condições para que o estudante aprenda a utilizar as ideias do Cálculo como regras e procedimentos na resolução de problemas em situações concretas. O primeiro destes objetivos almeja que o estudante tenha contato com a matemática como técnica de conhecer, de pensar e de organizar; é preciso que o estudante pense sobre o significado geométrico e numérico do que está fazendo, saiba avaliar e analisar dados, explique o significado de suas respostas. O segundo está orientado para que o aluno adquira compreensão e capacidade de aplicação prática dos conceitos e definições, estando atento para que o Cálculo não se torne um mero receituário (LACHINI, 2001, p. 147).

Assim, Lachini (2001) destaca que o cálculo deve ser uma disciplina destinada a mostrar aos alunos os significados dos conceitos matemáticos, ao ponto de que colabore a eles para uma formação intelectual e aplicação prática do conhecimento.

Silva e Borges Neto (1994) destacam diversos fatores que interferem no desempenho dos alunos na disciplina Cálculo. Dentre eles, ressaltam que “o ensino de Cálculo poderia se tornar mais significativo se os professores soubessem em que e como estão sendo aplicados, *a posteriori*, os conteúdos ensinados” (SILVA e BORGES NETO, 1994, p. 4).

Esses pesquisadores afirmam que, muitas vezes, quando questionados pelos alunos sobre a importância dos conteúdos estudados em cálculo, alguns professores não sabem como responder. Muitos têm a convicção de que esta resposta deve ser dada pelos profissionais de disciplinas específicas dos cursos dos alunos. E que seu papel prioritário é trabalhar os conhecimentos matemáticos, desenvolvendo técnicas de resolução de problemas sem ser necessário relacionar o conteúdo com o de outras disciplinas e aplicações, as quais serão ensinadas posteriormente.

Barbosa (2004, p. 11) critica essa postura dos professores, quando “o cálculo pelo cálculo, sem aplicação e contextualização, fica centrado em uma pedagogia rotineira, tradicional, em que muitos docentes estão acostumados”. Brandão (2017) apresenta o cálculo, a partir de situações que serão vivenciadas pelos discentes de engenharias, como, por exemplo, no caso de reações químicas ou aplicações atreladas à mecânica dos fluídos numa abordagem algébrica e geométrica.

Com efeito, as aplicações dos conteúdos do cálculo podem ser úteis também como formas de motivação para os estudantes. Pela experiência de Silva e Borges Neto (1994), quando os alunos conseguem relacionar os conteúdos com situações reais, que possam ser

vivenciadas em sua vida profissional, o nível de interesse é maior, proporcionando melhor apreensão dos conhecimentos trabalhados, bem como, as habilidades que são desenvolvidas mais rapidamente.

Entretanto, a pesquisa de Catapani (2001) mostra outra ótica desse fato<sup>6</sup>. Em entrevistas que ela realizou com professores de disciplinas específicas do curso de Geologia, um dos pontos de destaque está na falta de articulação e integração entre os departamentos dentro da universidade. A hipótese apresentada por um entrevistado é de que a interação entre os professores de cálculo e os docentes de matérias específicas de Geologia pode contribuir para uma proposta, a qual enfatize atividades relacionadas a aplicações dos conteúdos do cálculo no curso em que o aluno está inserido.

Outros fatores também são destacados pelos professores entrevistados, como o descompasso entre a disciplina de cálculo e as disciplinas específicas do curso:

De acordo com esses professores, embora o aluno do curso de Geologia, na maioria das vezes, não tenha consciência da importância e da necessidade da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, ela se faz muito importante como linguagem e como instrumento na resolução dos problemas da área. Técnicas de derivada e integral, segundo afirmam, são de grande utilidade nas várias disciplinas, e estão presentes no desenvolvimento e no entendimento dos processos, isso tudo, além de considerar o processo de quantificação, cada vez mais necessário na área em questão (CATAPANI, 2001, p. 53).

Dessa forma, segundo o referido autor, cabe ao professor de cálculo, nos anos iniciais do curso, mostrar aos estudantes a importância da disciplina no curso. Acredita-se que uma possível forma de mostrar essa importância é promover, na sala de aula, as aplicações dos conceitos.

### **2.3.4 O Cálculo Integral (CI): Conceitos, Área e Volume**

Dentre os vários interesses para esta pesquisa é compreender como os alunos constroem os conhecimentos de matemática em Geometria Espacial (GE) trazido por eles no ingresso a universidade. Assim, seus conceitos geométricos ajudam a resolver problemas relacionados aos conceitos e usos de funções reais de uma variável real no cálculo diferencial e integral. Para isso, este tópico respaldou-se em Filho e Silva (2000) que retrata a Geometria Espacial (GE) como um estudo de formas geométricas que estão inseridos o prisma, o cilindro, o cubo, o cone, a pirâmide, a esfera e os poliedros que tem mais de duas dimensões. Portanto,

---

<sup>6</sup>Saindo um pouco das pesquisas nas engenharias, mas ainda em Ciências Exatas.

esta pesquisa terá como foco o estudo do cilindro e cone para que os discentes possam compreender cada conjunto de conceitos, métodos e procedimentos que levaram para o Cálculo Diferencial e Integral.

No entanto, tomou-se como base bibliográfica o autor Stewart (2010) que comenta que Isaac Newton foi uma das primeiras pessoas a abordar sobre limite com a ideia de que suas quantidades se aproximam mais do que por qualquer diferença dada. Assim, o mesmo autor escreve o limite como sendo:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \quad (1)$$

Dizendo que “o limite de  $f(x)$ , quando  $x$  tende a  $a$ , é igual a  $L$ ”. Se podemos tornar os valores de  $f(x)$  arbitrariamente próximos de  $L$  (tão próximos de  $L$  quanto quisermos), tornando  $x$  suficientemente próximo de  $a$  (por ambos os lados de  $a$ ), mas não igual a  $a$ .

Neste contexto do cálculo, o conhecimento de limite é fundamental para o entendimento das ideias de derivadas. Assim, o autor Thomas et al. (2012) retrata a derivada com uma função  $f(x)$  em relação à variável  $x$  representado por uma função  $f'$ , cujo valor em  $x$  é:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (2)$$

desde que o limite exista.

No entanto, Brandão (2017, p.142) retrata a integral pelo Teorema Fundamental do Cálculo:

$$\int_a^b f(x) dx = g(b) - g(a) = [g(x)]_a^b \quad (3)$$

Onde  $g'(x) = f(x)$  para qualquer  $x$  pertencente ao domínio de  $f$ .

O mesmo autor comenta que a integral pode ser interpretada pela área do seguinte modo:

$$A = \lim_{\max \Delta y_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \underbrace{f(c_i)}_{\text{altura}} \cdot \underbrace{\Delta y_i}_{\text{base}} = \int_a^b f(y) dy = F(b) - F(a), \text{ com } F'(y) = f(y) \quad (4)$$

Onde,  $f(x)$  maior ou igual zero com uma região compreendida entre as retas verticais  $x = a$  e  $x = b$ , sendo acima do eixo do  $x$  e abaixo da função contínua.

Com base nesta área, Brandão (2017) retrata a volume do sólido de revolução do seguinte modo:

$$V = \int_a^b \pi \cdot [f(x)]^2 dx \quad (5)$$

Onde, a função é contínua em  $[a, b]$  rotacionado pelo eixo do  $x$ .

Para aplicar este conteúdo de cálculo integral, esta pesquisa usará a metodologia chamada de Aprendizagem Baseada em Problemas como um instrumento de ensino e aprendizagem que propiciará aos alunos uma melhor compreensão do ensino de Geometria Espacial (GE) e Cálculo Integral (CI).

## **2.4 A VIVÊNCIA DA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMA (ABP)**

### **2.4.1 A Concepção da Metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP)**

Diante das transformações socioculturais e científicas na contemporaneidade do ensino, é necessário lançar mão de novas propostas e alternativas para o desenvolvimento da aprendizagem e produção do conhecimento nos meios profissional e acadêmico. Tendo como base a filosofia de ensino construtivista desenvolvida a partir o trabalho de Jean Piaget e Vygotsky que se consiste em uma metodologia de aprendizagem, na qual a construção do conhecimento deve ser realizada por meio de métodos que privilegiam a interação dinâmica entre os sujeito e o meio, possibilitando uma aproximação do aluno com a prática.

Desta forma, o método pode ser estruturado através do questionamento de fenômenos ou de projetos que proporciona requer dos participantes a investigação, a reflexão sobre os objetos delimitados e a comunicação das observações e dos resultados. Assim, podemos destacar Aprendizagem Baseada em Problemas como um método que reúne a prática profissional, o ensino e a pesquisa.

A Aprendizagem Baseada em Problemas ou do inglês, *Problem Based Learning* (PBL), tem como premissas básicas a experiência de ensino e aprendizagem em torno da explicação, da indagação e da reformulação ou resolução de um problema que atinja diretamente ao interesse dos alunos (ARAÚJO e SASTRE, 2018). O método PBL é uma das mais diversas propostas de ensino que tem como base o ensino construtivista. O PBL foi inicialmente aplicado por volta da década de 1960, na Universidade McMaster, no Canadá. Além de ter sido disseminado para a Universidade de Maastricht, na Holanda, em 1980. Os cursos de Universidades de Harvard e Cornell, nos Estados Unidos, além de outras 60 escolas pelo mundo, também começaram a aplicar o PBL nesta mesma época (ARAÚJO e SASTRE, 2018).

Desta feita, usa-se, o referido método, como um problema real para estimular o desenvolvimento de pensamento crítico, bem como as habilidades para resolver problemas e adquirir conceitos fundamentais da área de conhecimento em análise e surge em contraposição

aos métodos convencionais que apresentam um problema de aplicação ao final de uma aula expositiva ou de um determinado conteúdo (BARRETT e MOORE, 2011).

Segundo Barrows (1996), a primeira aplicação da metodologia PBL ocorreu na década de 1960, na Faculdade de Ciências da Saúde da Universidade McMaster, no Canadá. O estímulo para sistematizar o método PBL foi originado a partir das técnicas de estudo de caso da escola de Direito da Universidade de Harvard (EUA), na década de 1920. Bem como, no modelo desenvolvido na Universidade Case Western Reserve (EUA) para o ensino de Medicina nos anos de 1950 (SAVERY, 2006, apud BOUD; FELETTI, 1999).

As primeiras experiências de utilização deste método surgiram em cursos de medicina e, concomitantemente, foram sendo aplicadas em cursos de graduação como enfermagem, administração, ciências contábeis, engenharia e direito. A metodologia foi criada como uma maneira de que os profissionais da área da saúde já formados, pudessem utilizar uma ferramenta eficaz especializada para o desenvolvimento de uma formação contínua e continuada. A partir dos anos de 1990, com o surgimento de maiores redes de comunicação, a utilização do método PBL expandiu-se para outras áreas do conhecimento.

No Brasil, a implementação do método PBL pode ser encontrada na Universidade Estadual de Londrina, Faculdade de Medicina de Marília em São Paulo e Faculdade de Medicina da UFC. Muito embora tenha a metodologia sido concebida para o ensino de Medicina. Apesar que seus princípios têm servido de fundamento para outras áreas de conhecimento, até no ensino fundamental (AZER, 2009) e no ensino médio (SALVADOR et. al., 2014). Atualmente está presente em diversas outras pelo país.

Frezatti et al. (2018) destaca que o método PBL, quando criteriosamente analisado, apresenta-se de forma complexa, bem projetado e estruturado, sendo eficiente e apoiado em estudos tanto da psicologia cognitiva quanto da educacional, bem como na teoria pedagógica de John Dewey. Conforme O'Grady et al. (2012), Dewey acreditava que o aluno se sentiria estimulado, quando um professor teria de partir de um assunto de natureza não formal, que viesse da vida e do cotidiano dele. Com efeito, afirma Dewey (1978, p. 28) que “a escola não deve ser a oficina isolada onde se prepara o indivíduo, mas o lugar onde, numa situação real de vida, indivíduo e sociedade constituam uma unidade orgânica”.

Dewey (1978) indica que situação real de vida, em que se precise vivenciar, isto é, colocar em prática determinado traço de caráter, pode levar a sua prática e, portanto a sua aprendizagem. Para ele, é necessário que a escola ofereça um meio social vivo aos estudantes, cujas situações sejam tão reais quanto de fora da escola. A Aprendizagem Baseada em Problemas é uma expressão que abrange diferentes enfoques do ensino e da aprendizagem. Ela

pode se referir a conceitos didáticos baseados somente na resolução de problemas ou a conceitos que combinam os cursos tradicionais com resolução de problemas por meio do trabalho com projetos (ENEMARK e KJAERSDAM, 2009).

Assim sendo, uma diversidade de atividades educacionais poderia ser caracterizada como aprendizagem baseada em problemas, como por exemplo, projetos, pesquisas, elaboração e aplicação de situações-problemas, resoluções de problemas, entre outras. Nesse sentido, duas pessoas que utilizam o termo aprendizagem baseada em problemas podem realmente estarem se referindo a coisas distintas, ou seja, alguns métodos PBL são complexos, rigorosos e bem desenhados e outros são simples ou intuitivos (FREZATTI et al., 2018).

Para Barrows (1996), a essência do PBL está na aprendizagem de conceitos que se insere desafios por meio de problemas reais e relevantes à futura atuação profissional dos estudantes. Nesta abordagem, os desafios são veículos iniciais para a aprendizagem de novos conhecimentos e para o desenvolvimento de habilidades de soluções de problemas, de forma autônoma. Além disso, segundo o autor, para ser considerado PBL, o método deve ter um processo de aprendizagem centrado nos alunos, os quais trabalham em grupos pequenos, facilitados e orientados pelo professor, tutor e/ou professor/tutor.

Assim, a presente pesquisa foi desenvolvida em um curso convencional (disciplinar), tendo como ponto de partida uma abordagem de ensino tradicional, para tal foi selecionado o trabalho de Hadgraft e Prpic (1999), que também apresenta uma forma de caracterizar as variações do PBL. A Aprendizagem Baseada em Problemas não é uma metodologia caracterizada apenas por técnicas de resolução de problemas. Todavia, são indispensáveis nesta abordagem, porém seus objetivos não se limitam a elas. Diferentemente dos currículos e das disciplinas planejadas para desenvolver a habilidade para a resolução de problemas, o PBL tem uma maior amplitude com relação as suas metas educacionais, não atuando simplesmente como um conjunto de técnicas para solucionar problemas.

Mesmo que tenha uma correlação com processos eficazes de resolução de problemas, o PBL tem como objetivos principais a aprendizagem de uma base de conhecimentos integrada e estruturada em torno de problemas reais e o desenvolvimento de habilidades de aprendizagem autônoma e de trabalho em equipe, tal como ocorre em situações práticas (BARROWS; TAMBLYN, 2003).

### 2.4.2 Caracterizando o Método PBL

A metodologia PBL compreende um processo de aprendizagem semelhante às cinco fases de desdobramento da experiência de Dewey: 1) perplexidade frente a uma situação-problema; 2) tentativa de interpretação desta situação; 3) exploração e análise dos componentes da situação com o intuito de defini-la e esclarecê-la; 4) refinamento e reelaboração das hipóteses levantadas inicialmente; e 5) aplicação e verificação dessas hipóteses por meio da ação na realidade para verificar suas consequências (PENAFORTE, 2001).

A Aprendizagem Baseada em Problemas apresenta a sequência de atividades, as quais podem ser consideradas como os pilares desta metodologia (BARROWS, 2000):

- i. É apresentado um problema aos alunos: em grupos organizam suas ideias e tentam solucioná-lo com o conhecimento que já possuem a respeito do assunto. Isto possibilita que avaliem seus conhecimentos e definam a natureza do problema;
- ii. Por meio de debate, discussão, elaboram perguntas, denominadas pontos ou questões de aprendizagem (*learning issues*), sobre os aspectos do problema que não entendem. Estas questões são anotadas pelo grupo. Os discentes são continuamente estimulados a definir o que sabem, e, sobretudo, o que não sabem a respeito do problema;
- iii. Os alunos classificam em ordem de importância as questões de aprendizagem levantadas pelo grupo e decidem quais questões serão investigadas por todo o grupo e quais podem ser delegadas a indivíduos e posteriormente partilhadas com o restante do grupo. Os discentes e o docente também podem discutir quais recursos são necessários na investigação das questões de aprendizagem e onde podem ser encontrados;
- iv. Quando os alunos se reencontram, eles exploram as questões de aprendizagem prévia, integrando seus novos conhecimentos ao contexto do problema. Os alunos também são encorajados a fazer uma síntese de seus novos conhecimentos e conexões com os anteriores. Eles continuam a definir novas questões de aprendizagem à medida que progredem na solução do problema. Os alunos percebem logo que a aprendizagem é um processo contínuo e que sempre haverá – mesmo para o professor – questões de aprendizagem a serem exploradas.
- v. Depois de terminado o trabalho com o problema, os alunos avaliam a si mesmos e seus pares de modo a desenvolver habilidades de auto avaliação construtiva de

colegas.

Vale ressaltar que não há uma forma única de concretizar a proposta instrucional baseada no modelo PBL, nem um formato único de desenvolvimento do processo tutorial. De acordo com Barrows (2000), uma das premissas basilares do método PBL é que a experiência de ensino e aprendizagem seja orientada em volta da explicação, da indagação e da reformulação ou resolução de um problema que recorra diretamente ao interesse dos alunos. Portanto, o problema é central no PBL e também cumpre nela muitas funções.

Nesse sentido, outra premissa é potencializar o trabalho entre alunos como instrumento, para que cada um deles tenha acesso aquilo que precisa conhecer do problema e dominar as competências necessárias para solucioná-lo. Ou seja, um problema no PBL deve ser entendido como um objetivo cujo percurso para ser resolvido é desconhecido.

Diferentemente dos problemas nas metodologias convencionais, um problema no PBL é necessariamente de fim aberto, quer dizer, não comporta uma única solução correta, mas uma ou mais soluções adequadas, considerando as restrições impostas pelo problema em si e pelo contexto educacional em que está inserido, tais como o tempo, os recursos, entre outros aspectos (BARROWS, 2000).

Diante da prática pedagógica tradicional, em particular no ensino de cálculo diferencial e integral, que tem como base quase que exclusivamente as aulas expositivas, em que cada docente é um reprodutor e transmissor de um conteúdo apoiado em um manual didático, cabendo aos alunos ouvir, decorar e repetir fórmulas, torna-se necessária uma reorientação de trilhas (caminhos com metas, por sua vez, distintos percursos ou diferentes ações para alcançar), e não trilhos (caminho fixo e pré-determinado), as quais possibilitem o desenvolvimento das competências dos alunos para a problematização como componente fundamental de um método que seja centrado na aprendizagem.

O foco na problematização possibilita uma visão transdisciplinar e tem como ponto de partida o levantamento de questões e a busca de soluções para os problemas identificados nos temas curriculares de cada disciplina, nos respectivos níveis de aprendizagem, com a finalidade de produzir conhecimento. A Metodologia ABP, por iniciar-se com a apresentação de um problema, envolve-se a discussão em grupo, o acompanhamento do professor e a investigação cooperativa, contribuindo significativamente para conferir mais relevância e aplicabilidade aos conceitos aprendidos.

### **2.4.3 As instruções da ABP**

Segundo Munhoz (2018), em suas variadas aplicações, a PBL têm em comum um processo que pode ser resumido em uma rede de atividades, consistindo de: 1) apresentação de um problema aos alunos que, em equipes, organizam ideias e tentam solucioná-lo com seu conhecimento prévio, avaliando e definindo a natureza dele; 2) através de sessões de discussão, os alunos levantam e dirigem entre si questões de aprendizagem sobre os aspectos do problema até então incompreendidos, definindo o que sabem ou o que não sabem a respeito do problema; 3) os alunos também priorizam as questões de aprendizagem levantadas pelo grupo e planejam as razões pelas quais as questões serão investigadas para posteriormente serem compartilhadas com todo o grupo; 4) quando os participantes reencontram-se na sala de aula ou até fora dela, exploram questões de aprendizagem anteriores, integrando seus conhecimentos recentemente adquiridos ao contexto do problema, podendo definir novas questões de aprendizagem à medida que progredem na solução do problema e 5) depois da conclusão do trabalho, os alunos avaliam seus pares e a si mesmos de modo a desenvolverem habilidades de auto avaliação e avaliação construtiva dos colegas.

#### **2.4.3.1 Trabalhar em Equipe ou Grupo**

Além de visar mais autonomia e interesse pela investigação de problemas relevantes, o processo de aprendizagem conduzido pela ABP leva em conta a formação de grupos ou equipes, cujos participantes colaboram entre si para realizar o levantamento e a solução de problemas por meio da pesquisa.

Proporcionar um ambiente de colaboração entre alunos pode favorecer a inserção de temas relevantes conectados com a realidade cotidiana de cada um deles, instigar a reflexão sobre a prática profissional em variados ambientes, além de fomentar a troca de conhecimentos previamente adquiridos. De acordo com Munhoz (2018, p. 121)

A aprendizagem em grupos é um recurso que pode ser utilizado no processo de ensino e aprendizagem, no qual a interação e o diálogo são propostos para grupos de pessoas com interesses comuns e aproveita a sinergia criada pela responsabilidade compartilhada em benefício do aumento do nível de participação do aluno.

Diferentemente de outras abordagens no PBL, os trabalhos em grupo não contam necessariamente com um direcionamento para temáticas específicas. Os alunos podem falar

livremente, estabelecendo interações uns com os outros e como também, partilhando experiências em comum entre si.

Os grupos caracterizam-se por ser um espaço de escuta, os quais o tutor lança questionamento que problematizam as falas deles para dar oportunidade para seus integrantes refletirem, falarem de si e poderem elaborar com mais refinamento suas próprias questões. Nos grupos, a escuta, também, pode ser provocativa, na medida em que o coordenador problematiza e levanta questões. Além de escutar, ele devolve o que escuta para os integrantes, tentando surpreendê-los, e até provocá-los com outros questionamentos. Isso faz com que eles reflitam sobre sua própria fala, podendo assim, provocar novas perspectivas e descobertas.

O processo de formação dos grupos é uma etapa essencial para o sucesso da implementação da abordagem PBL em uma determinada disciplina ou curso. Para isso, é necessário que os discentes cumpram algumas tarefas, tais como (WOODS, 2000):

- Exploração do problema, levantamento de hipóteses, identificação de questões de aprendizagem e elaboração das mesmas;
- Tentativa de solução do problema com o que sabem, observando a pertinência de seu conhecimento atual;
- Identificação do que não sabem e do que precisam saber para solucionar o problema;
- Priorização das questões de aprendizagem, estabelecimento de metas a serem o que, quando e quanto é esperado deles;
- Planejamento e delegação de responsabilidade para o estudo autônomo da equipe;
- Compartilhamento eficaz do novo conhecimento, de forma que todos os membros aprendam os conhecimentos pesquisados pela equipe;
- Aplicação do conhecimento na solução do problema;
- Avaliação do novo conhecimento, da solução do problema e da eficácia do processo utilizado e reflexão sobre o processo.

Diferentemente dos métodos tradicionais de ensino, o trabalho em grupo é uma atividade habitual, usada pelos professores, nos cursos superiores, para o estudo de determinado conteúdo. Os grupos se organizam de muitas formas e de acordo com as exigências decorrentes dos tipos de atividades. No PBL, o trabalho em grupo destaca-se como uma forma de atividade em que o aluno valoriza a interação social e se dispõe a participar, de forma criativa, do processo

de aprendizagem, buscando criar espaços para o trabalho cooperativo, no qual todos são protagonistas, colaborando para uma aprendizagem mútua e integral (BARRETT E MOORE, 2011).

Durante o trabalho grupal, em que o processo educativo se desenvolve, o aluno apresenta-se como um investigador reflexivo, competente, produtivo, autônomo, dinâmico e participativo. Com efeito, para Barrett e Moore (2011), o trabalho em grupo promove a aprendizagem colaborativa como uma oportunidade de formação pessoal e social. A colaboração oferece o espaço para a reconstrução do conhecimento, que se configura como um conhecimento da situação problemática, a análise e interpretação de dados, a comparação de pontos de vista divergentes e a explicação de conceitos e ideias.

Assim, a criação de um clima colaborativo é, também, uma fonte de valores entre os alunos que formam o grupo dado que precisarão ter a capacidade de escutar e observar o que cada um diz e, quando necessário, haver uma correção que se espera do ritmo de aprendizagem comum, considerando o tempo de cada indivíduo. A aprendizagem colaborativa em grupo, na educação superior, é um processo de mudança cultural, do qual o professor/tutor é o agente dessa mudança quando, no espaço acadêmico, facilita a aprendizagem por meio de métodos como o PBL (BARRETT E MOORE, 2011).

#### **2.4.3.2 Os Recursos Didáticos**

Um processo de aprendizagem diferenciado dos métodos tradicionais requer recursos e materiais que promovam uma proposição para a solução de problemas de uma forma lógica, interativa e adaptada às novas tecnologias e sistemas de informação.

As discussões acerca da bibliografia básica de cada curso ou disciplina, agora são pautadas através materiais didáticos que incluem a interdisciplinaridade como prioridade. Isto é, as áreas, como a Medicina, podem apropriar-se de materiais que antes eram exclusivo de cursos como Administração ou Economia. Além disso, a escolha de materiais que, inclusive, aborda o universo das artes, pode ser uma escolha válida para a imersão em problemáticas sociais que carecem de uma aproximação mais específica por partes dos integrantes do grupo que não dispõem de tempo ou de recursos para realizar um trabalho de campo.

### 2.4.3.3 As Funções e Responsabilidades do Professor

Dado que o professor precisa mudar sua postura e, sabendo que, a educação em sendo um processo dinâmico, este necessita de permanente atualização e mudança nas suas práticas docentes. Uma dessas mudanças é tornar-se tutor, que lhe exige a capacidade de desenvolver, em sala de aula, as relações interpessoais com seus alunos (O'GRADY et al., 2012). Pois, quando há mudanças na postura do professor no ambiente escolar, conseqüentemente há mudanças nas relações interpessoais com os discentes e, até mesmo, com seus pares.

Tal mudança de papéis é vista como uma desafio para algumas instituições pela autonomia dada aos alunos a cada projeto ou disciplina que lança mão da aprendizagem baseada em problemas. Isto, deve-se à necessidade de avaliações qualitativas que realmente podem determinar de forma mais ampla a compreensão dos alunos sobre a solução de um determinado problema.

A função do professor como tutor no PBL, segundo O'Grady et al. (2012), é de estimular os discentes a tomarem suas próprias decisões, ajudá-los a definir as regras que nortearão o trabalho do grupo, ao ponto de contribuir com eles na pesquisa dos referenciais importantes na aprendizagem do tema em estudo. Em consequência de tudo isso, orientá-los na elaboração do trabalho final, bem como apoiar aqueles que encontrarem dificuldades durante o processo.

Desta feita, o professor/tutor é visto como o principal provocador ou estimulador da autonomia na produção do conhecimento dos alunos, tanto individual quanto em grupo (O'GRADY et al., 2012). Portanto, sendo um dos responsáveis pelo processo de aprendizagem bem-sucedido. O professor precisa ter um maior grau de participação, planejamento e tomadas de decisões.

Sendo assim, o educador, além de ter o papel de transmissor de conhecimento, também deve atuar diretamente na mediação do aprendizado, usando recursos didáticos que favoreçam a aprendizagem crítica-reflexiva do estudante, de uma forma ativa e motivadora.

Vale salientar que o processo de aprendizagem é instituído por meio da formação de equipes, cada professor deve realizar o monitoramento das experiências particulares e individuais de cada aluno do grupo, como forma de discutir o problema, contexto e solução. Assim, para cada professor, é importante refletir sobre a relevância dos temas debatido para o grupo, no sentido de avaliar rotineiramente se os alunos formaram uma equipe engajada e envolvida entre si.

Portanto, é fundamental que o professor realize reuniões dos grupos para possibilitar a troca de experiências e, bem como, facilitar os encontros que sirvam para que os alunos possam compartilhar suas ideias através da apresentação de sua resolução contando com o feedback de todos os participantes. Esses aspectos levantados ao longo do texto, são potencializados, quando se considera o contexto de formação de adultos, como é o ensino em cursos de engenharias pelas instituições de ensino.

#### **2.4.3.4 As Funções e Responsabilidades do Aluno**

No método PBL, o aluno deve ser configurado como centro dos processos de ensino e aprendizagem, mantendo uma postura mais ativa e comprometida com o escopo mais amplo da abordagem dos problemas. Segundo Frezatti et al. (2018), ao iniciar o desenvolvimento de uma situação problema, é necessário que seja determinada a importância de manter um grupo comprometido com as "regras do jogo". Desta forma pode-se ressaltar que, ao invés da forma alunos passivos, antes estavam inseridos em disciplinas tradicionais, agora cada aluno é responsável pela evolução da sua própria aprendizagem.

Tornar-se responsável pela própria aprendizagem implica, segundo WOODS (2000), que os alunos desempenhem as oito tarefas seguintes: 1º: explorar o problema, levantar hipóteses, identificar e elaborar as questões de investigação; 2º: tentar solucionar o problema com o que se sabe, observando a pertinência do seu conhecimento atual; 3º: identificar o que não se sabe e o que é preciso saber para solucionar o problema; 4º: priorizar as necessidades de aprendizagem, estabelecer metas e objetivos de aprendizagem e alocar recursos de modo a saber o que, quanto e quando é esperado e, para a equipe, determinar quais tarefas cada um fará; 5º: planejar, delegar responsabilidades para o estudo autônomo da equipe; 6º: compartilhar o novo conhecimento eficazmente de modo que todos os membros aprendam os conhecimentos pesquisados pela equipe; 7º: aplicar o conhecimento para solucionar o problema; e 8º: avaliar o novo conhecimento, a solução do problema e a eficácia do processo utilizado e refletir sobre o processo.

É, paulatinamente, através destas tarefas, que o aluno deixa de ter a postura passiva e passa a ser o principal responsável pelo sucesso de seu aprendizado. Ele não possui mais a receita tradicional em que o professor apresenta todo o conteúdo a ser trabalhado e depois verifica o quanto foi assimilado. Mas sim um agente ativo para a construção do seu conhecimento perante o conteúdo.

A avaliação é muito mais ampla, pois não se trata de perguntas e respostas, mas de uma condução progressiva de estudos de problemas e propostas de solução em um contexto tal que se torna evidente o aprendizado. O aluno deve possuir a consciência de suas novas capacidades e habilidades no tratamento dos conceitos durante o conteúdo, o que torna a disciplina muito mais efetivo, impactado positivamente no curso.

#### **2.4.4 Sobre a Situação Problema**

O problema derivado de um determinado contexto, é o próprio ponto de partida para as atividades de aprendizagem que fazem parte do PBL. Ele deve ser a oportunidade definida para que a pesquisa realizada por um grupo ou uma equipe desenvolva uma resposta inovadora e benéfica em relação ao contexto envolvido.

A abordagem do problema visa aguçar o interesse dos discentes pela "solução contextual de problemas, ao aplicar os conhecimentos" (FREZATTI et al., 2018). A situação problema serve para delimitar os objetivos da pesquisa, bem como, facilitar o processo de investigação.

As questões que são inicialmente formuladas a partir da indicação do professor de pontos que podem ser determinados como um problema pelos discentes. A determinação de um problema deve levar em conta a relação entre conteúdo e contexto, permitindo que haja uma conexão entre eles (MUNHOZ, 2018). A partir desta dinâmica, são definidas as principais estratégias para determinar quais os próximos passos a seguir dentro da situação problema.

O problema é visto como o veículo, o ponto de partida e a âncora para a abordagem do PBL. Em suma, espera-se que os problemas sejam geralmente reais, não estruturados e autênticos, exijam múltiplas perspectivas com o uso do conhecimento interdisciplinar e desafiem os conhecimentos, atitudes e competências dos alunos (FREZATTI et al., 2018).

Para que o problema seja marcante para os grupos e também, os alunos, é necessário, entre outros aspectos, que o problema tenha relevância temática e desperte o interesse dos envolvidos por um processo de investigação de forma relevante e significativo. Assim, segundo Schmidt (1983), a escolha do problema deve:

- incentivar a utilização da aprendizagem colaborativa que busque soluções por meio de um esforço em equipe;
- motivar os alunos para o desenvolvimento do senso crítico, da criatividade e da inovação; orientar o ensino para que resultados sejam significativos para a vida profissional ou pessoal dos discentes;

- valorizar o conhecimento prévio dos alunos para o estudo de um determinado problema; permitir que o prosseguimento da pesquisa culmine na apresentação da solução do problema.

Geralmente, os problemas de maior complexidade demandam discussões e procedimentos de pesquisa que contam com uma abordagem de maior profundidade. Em função disso, o professor deve considerar sua experiência para avaliar o grau de complexidade de cada problema a ser inserido em sala de aula para que não desestimule o grupo diante de uma problemática mais complexa.

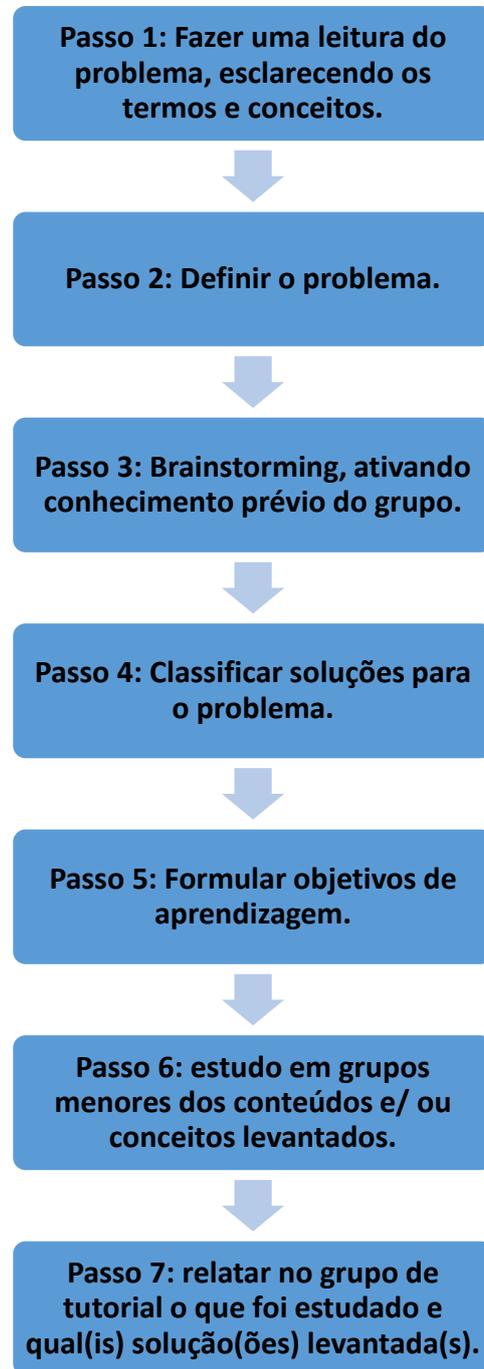
Por isso, é fundamental que a observação da complexidade de um dado problema seja realizada no início do trabalho de pesquisa. Assim, o processo de desgaste pode ser evitado ao longo do estudo do problema.

#### **2.4.5 Os 7 Passos da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP)**

O problema no PBL é uma situação com um fim aberto, isto é, nele não cabe uma única solução correta, mas várias soluções de acordo com as restrições definidas pelo problema em si ou pelo contexto de aprendizagem no qual está inserido (BARROWS, 2000). Além disso, neste caso, o problema promove a ampla integração dos conceitos e habilidades necessários para sua solução, algo que requer um processo de solução de problemas aliado a aprendizagem autônoma demandada pelas equipes formadas (RIBEIRO, 2005, apud HADGRAFT & PRPIC, 1999).

Para aplicar a metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) numa situação problema real em sala de aula, o grupo deve seguir os 7 passos ou “sete saltos” para resolução de um problema, conforme a figura abaixo:

Figura 10 - Estruturação da metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP)



Fonte: Baseado em FGV/EESP (2014) e Araújo e Sastre (2018).

De acordo com os autores Araújo e Sastre (2018), o método ABP segue uma sequência metodológica para a resolução do problema, a partir de um problema dado ao grupo no sentido da equipe pesquisar informações e dados que serão analisados e discutidos entre eles

para chegar na solução do problema. Para isso, Schmidt (1983) comenta que o grupo deve seguir os seguintes 7 passos do método PBL:

- Esclarecer frases e conceitos confusos na formulação do problema;
- Definir o problema: descrever exatamente que fenômenos devem ser explicados e entendidos;
- Chuva de ideias (Brainstorming): usar conhecimentos prévios e senso comum próprios. Tentar formular o máximo possível de explicações;
- Detalhar as explicações propostas: tentar construir uma “teoria” pessoal, coerente e detalhada dos processos subjacentes aos fenômenos;
- Propor temas para a aprendizagem autodirigida;
- Procurar preencher as lacunas do próprio conhecimento por meio do estudo individual;
- Compartilhar as próprias conclusões com o grupo e procurar integrar os conhecimentos adquiridos em uma explicação adequada dos fenômenos.

Comprovar se sabe o suficiente. Avaliar o processo de aquisição de conhecimentos.

Esta metodologia tenta estimular o grupo e também, o aluno a trabalhar em grupo, ao ponto de gerar discussões e ser responsável pela sua própria aprendizagem ao longo da resolução do problema que é dado em sala de aula.

Como a base do processo de aprendizado é centrada no grupo perante os participantes, a Fundação Getúlio Vargas na Escola de Economia de São Paulo (2014, p. 9) incorpora em seus cursos os 7 passos do PBL da seguinte maneira:

Passo 1: ler o problema e esclarecer os termos e conceitos, precisando os seus significados exatos, para evitar confusões e permitir que todos os participantes do grupo comecem do mesmo ponto de partida; os alunos questionam termos e conceitos desconhecidos e eles mesmos dão explicações;

Passo 2: definir o problema, analisando-o e limitando-o em relação aos temas envolvidos e tornando-o concreto e levantando perguntas a serem respondidas para solucioná-lo;

Passo 3: brainstorming, ativando conhecimento prévio do grupo sobre o problema definido e dando resoluções, explicações e alternativas possíveis para ele;

Passo 4: classificar soluções para o problema entre as levantadas durante o brainstorm, indicando relações entre elas;

Passo 5: formular objetivos de aprendizagem, baseados no conhecimento de conteúdos e/ou conceitos que ainda faltam para a resolução do problema;

Passo 6: estudo em grupos menores dos conteúdos e/ou conceitos levantados nos objetivos de aprendizagem, a partir de bibliografias iniciais indicadas pelo professor e em outras a serem pesquisadas pelo grupo, fazendo relação com os conhecimentos prévios levantados durante o brainstorm, tomando notas e preparando pequenos relatórios a serem usados durante a pós-discussão;

Passo 7: relatar no grupo de tutorial o que foi estudado e qual(is) solução(ões) levantada(s), tirando possíveis dúvidas, relacionando conteúdos e garantindo que o conteúdo foi estudado e discutido em profundidade suficiente.

Nestes passos, baseado em discussões ao longo do problema perante o grupo, desenvolverá as habilidades e atitudes de aprendizagem nos alunos para resolver problemas através de um trabalho colaborativo em grupo.

#### **2.4.6 A Taxonomia de Bloom na Avaliação de Aprendizagem do Discente**

Entre as diversas vantagens de se utilizar a taxonomia no contexto educacional, destaca-se a possibilidade de oferecer a base para o desenvolvimento de instrumentos de avaliação e utilização de estratégias diferenciadas para facilitar, avaliar e estimular o desempenho dos alunos em diferentes níveis de aquisição de conhecimento (BLOOM, 1956). No entanto, estimular os educadores a auxiliarem seus discentes, de forma estruturada e consciente, é fazer com que os alunos adquiram competências específicas, a partir da percepção da necessidade de dominar habilidades mais simples para, posteriormente, dominar as mais complexas (conceitos). Portanto, é por meio da taxonomia de bloom que se avaliar essas competências.

Em 1948, foi formada uma espécie de "força tarefa" pela Associação Norte Americana de Psicologia, que tinha como ideal utilizar o conceito de classificação como forma de se estruturar e organizar um processo educacional. Assim, a divisão do trabalho foi determinada através da diferenciação entre o desenvolvimento cognitivo, afetivo e psicomotor. Assim, conhecida como a Taxonomia de Bloom (MUNHOZ, 2018).

De acordo com Bloom (1956), A classificação hierárquica, abordada pela teoria desenvolvida por Benjamin Bloom, funciona como uma ferramenta essencial para os educadores. Essa ferramenta é usada pelo método PBL para estimular a construção do raciocínio crítico, sem abrir mão de uma estrutura instrucional que avalie o desempenho dos alunos na apreensão do conhecimento. Essa teoria é baseada em pontos de abordagem do conhecimento, habilidades e atitudes.

Em função disso, para facilitar o planejamento, organização e controle dos objetivos de aprendizagem, a Taxonomia de Bloom procura direcionar uma escolha mais adequada das estratégias, métodos, delimitação do conteúdo e instrumentos de avaliação, conforme a figura abaixo.

Figura 11 - Representação gráfica da Taxonomia de Bloom



Fonte: Baseado em Ferraz e Belhot (2010) e Munhoz (2018).

No entanto, a Taxonomia de Bloom oferece uma excelente estrutura para planejamento, projeto e avaliação da formação e a eficácia da aprendizagem. O modelo, também, serve como uma espécie de *checklist*, pelo qual se pode assegurar que a formação está seguindo a realização prevista de todo o desenvolvimento necessário para os estudantes, estagiários e aprendizes. O modelo avalia a validade e a cobertura de qualquer formação existente, seja ele um curso, currículo ou programa de formação e desenvolvimento para uma grande organização.

Vale ressaltar que a aprendizagem tem uma relação com um fenômeno contínuo, plural e interativo. Ela pode ocorrer de forma simultânea por meio de três domínios: cognitivo, afetivo e psicomotor.

#### **2.4.6.1 Domínio Cognitivo**

Um dos principais domínios presentes no processo educacional refere-se ao domínio cognitivo. Ele aborda as habilidades intelectuais e o conhecimento de conteúdo como requisitos fundamentais para o desenvolvimento de ideias e estratégias educacionais. É por meio deste domínio presente na relação entre professores, tutores e discentes que são

estabelecidos "procedimentos-padrão e conceitos que estimulam o desenvolvimento mental constantemente" (MUNHOZ, 2018, p.92).

De acordo com os níveis de profundidade e abstração, foram definidas categorias de objetivos a serem alcançados através deste domínio. Pela ordem tem-se: conhecimento, compreensão, aplicação, análise, síntese e avaliação.

A avaliação da aprendizagem sob a perspectiva do domínio cognitivo considera aspectos relacionados a amplitude e profundidade adquiridas de um conhecimento. Desta forma, são avaliadas questões relacionadas com a interdisciplinaridade, conhecimento estratégico e autoconhecimento. Assim, os alunos podem ser capazes de realizar com frequência processos de auto avaliação que reconheçam o desenvolvimento de novos conhecimentos, habilidades e atitudes que possibilitam uma evolução profissional.

O domínio cognitivo, também, pode ser entendido como uma forma pela qual o conhecimento é adquirido ou construído para solucionar problemas diários de acordo com o contexto envolvido (BLOOM, 1956).

#### **2.4.6.2 Domínio Psicomotor**

Considerando aspectos físicos, o domínio psicomotor está relacionado a habilidades físicas específicas. Ele é constituído por seis categorias que incluem ideias ligadas a reflexos, percepção, habilidades físicas, movimentos aperfeiçoados e comunicação não verbal (BLOOM, 1956). Desta forma, para ascender a uma nova categoria, é necessário ter obtido um desempenho adequado na anterior, pois cada uma utiliza capacidades adquiridas nos níveis anteriores.

Logo, o domínio psicomotor envolve, portanto, uma combinação entre habilidades físicas e processos cognitivos. Trata, também, de habilidades relacionadas com manipular ferramentas ou objetos. Um aspecto fundamental para áreas técnicas que envolvem a destreza e o domínio para a manipulação de ferramentas e materiais presentes, por exemplo, em laboratórios, galpões de máquinas pesadas e salas de cirurgia (MUNHOZ, 2018).

Considerando a avaliação da combinação entre o domínio psicomotor e cognitivo, o julgamento do processo de aprendizagem deve ser realizado através de uma mescla entre provas teóricas e práticas que qualificam a evolução dos alunos numa determinada disciplina.

### **2.4.6.3 Domínio Afetivo**

Compreende aspectos relacionados com pontos emocionais mais subjetivos que envolvem a sensibilidade que permeia as necessidades humanas e problemáticas sociais. Ele é um dos principais domínios que valorizam a interação entre participantes de uma equipe e valorizar as discussões em grupo e aspectos mais qualitativos ligados às percepções individuais dos alunos ao longo do processo de construção da aprendizagem. Com isto, Munhoz (2018, p.93) comenta que “este domínio considera características como receptividade, resposta, valorização, organização e caracterização”.

### 3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Ao longo desta seção, são apresentadas as informações metodológicas contidas neste trabalho, tais como: o contexto de pesquisa, os sujeitos, os tipos e os procedimentos dentro do universo da Educação Matemática aplicado nas Engenharias do Centro de Tecnologia da UFC. Por último, serão descritos os procedimentos utilizados na coleta e na análise dos dados.

Este trabalho foi construído e desenvolvido com o objetivo de revisar, desenvolver e aplicar a metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) nos Cursos de Engenharias de Química e Petróleo, visando, em determinadas ‘etapas’, gradualmente, expandir a metodologia parcial ou totalmente nas disciplinas de: Introdução à Engenharia, Fundamentos de Cálculo, Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear, Fundamentos de Física, Física Experimental, Fundamentos de Química, Química Experimental, Cálculo Vetorial, Programação Computacional, Desenho Para Engenharia, Estatística para Engenharia da Universidade Federal do Ceará.

Este estudo foi desenvolvido na disciplina de Fundamentos de Cálculo para Engenharias, a qual é equivalente ao Cálculo Diferencial e Integral (CDI)<sup>7</sup>, no sentido de investigar como duas alunas com baixa visão<sup>8</sup> construíam os conceitos científicos tanto geométricos quanto algébricos na respectiva disciplina com base na metodologia ABP sob a responsabilidade do docente Dr. Jorge Brandão. Para aprofundar a interdisciplinaridade e transdisciplinaridade, foi feita uma parceria com os laboratórios: LACER (laboratório de Combustão e Energias Renováveis) e o LMI (Laboratório de Modelagem da Informação), respectivamente, do Departamento de Produção Mecânica (DEMP) do Departamento de Integração Acadêmica e Tecnológica (DIATEC) da Universidade Federal do Ceará para aperfeiçoar a integração entre a situação problema real de engenharia, o conteúdo de integral e a Aprendizagem Baseada em Problemas na inserção desta tese.

Além destes laboratórios, existe a previsão da criação do LEMGE (Laboratório de Ensino Multidisciplinar de Engenharia), constituído por uma Sala-Laboratório para as práticas de Metodologias Ativas. Além do mais, possibilitando aos docentes se reunirem para reuniões,

---

<sup>7</sup> A disciplina Fundamentos de Cálculo para Engenharias é anual, com 128 h/aula (08 créditos). É equivalente, na UFC, às disciplinas semestrais, com 96 h/aula cada uma (06 créditos): CB0534 – Cálculo Diferencial e Integral I (que aborda de limites até integrais indefinidas) e CB0535 – Cálculo Diferencial e Integral II (que contempla o Teorema Fundamental do Cálculo, técnicas de integração, métodos aproximados de integração – métodos Trapézios e Simpsons – e aplicações – como Transformadas de Laplace).

<sup>8</sup> Embora alguns temas de estudos tivessem que ser apresentados via manuseio de material concreto, como se as discentes fossem cegas.

debates e discussões metodológicas e pedagógicas para os cursos de Engenharias, bem como testar práticas de ensino com dispositivos reais e virtuais para a sala de aula.

Além disso, é importante pontuar que esse trabalho se enquadra nas áreas da educação inclusiva e educação matemática pertencentes a linha de pesquisa Educação, Currículo e Ensino (LECE) da Faculdade de Educação da Universidade Federal Ceará. Essas áreas do saber integram-se com as demais áreas de conhecimento, na busca de compreender e investigar interdisciplinaridade e transdisciplinaridade no Cálculo Integral e na Aprendizagem Baseada em Problemas. Para isso, adotou-se a Taxonomia de Bloom e a Formação de Conceito de Vygotsky como objeto de análise para compreender a construção dos conhecimentos matemáticos e geométricos de uma figura cilíndrica e cônica num recipiente de ração.

Ao estruturar a proposta da ABP (ou PBL) nos cursos de Engenharias, tivemos a intenção de investigar três alunos com deficiência visual (ingressantes em 2018) matriculados na disciplina de Fundamentos de Cálculo para Engenharias ministrado pelo professor Dr. Jorge Brandão. Mas, pelo trancamento de matrícula de um aluno, ficamos com duas alunas com baixa visão na perspectiva de investigarmos e avaliarmos como as discentes constroem e formam os conceitos geométricos e algébricos abordados neste estudo para o desenvolvimento da aprendizagem das alunas.

Nesse sentido, realizamos com as alunas uma pesquisa a partir das ações delas por meio da aplicação da metodologia ABP na intenção de compreendermos o processo de construção dos conceitos científicos da geometria espacial e cálculo integral de sólidos de revolução de um cilindro e cone. Para isso, afirmamos e garantimos um amplo sigilo em todo o processo investigativo desta pesquisa através do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (ver apêndice).

Selecionados os sujeitos e o amplo sigilo deste estudo, implementamos a ABP nos conteúdos da disciplina em oito dias durante duas semanas com uma carga horária de três horas/dia, numa perspectiva de coletarmos e observarmos os dados durante todo o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos abordados durante os semestres 2018.1 e 2018.2 com a intenção do término da aplicação do PBL nos conteúdos abordados avaliarmos e consolidarmos as observações para escrever a análise de resultado.

Para fundamentar os tipos de pesquisa, iniciamos fazendo um estudo bibliográfico para montar cada capítulo, conforme o nosso estudo da arte, coletando informações relativas a Deficiência Visual, Sociointeracionismo até Formação de Conceito, Cálculo Diferencial e Integral e Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP). Na pesquisa bibliográfica, Marconi e Lakatos (2010) comenta que a bibliografia tem uma relação com o tema de estudo, através de

revistas, jornais, livros, teses, meios de comunicação oral e audiovisual, dentre outros na intenção de analisar todo o material coletado, considerando todas as informações relevantes ao estudo.

Primeiramente foi feita uma leitura aprofundada sobre a Deficiência Visual com o debruçamento, especialmente, nos estudos conceituais do Conselho Brasileiro de Oftalmologia (2015) que nos possibilitou detalhar a deficiência visual, o cego congênito e a baixa visão ou visão subnormal. Para ampliar este tópico, inseriu-se mais autores, tais como: Gil (2000), Bruno (2006), Miziara (2015) e vários outros decretos brasileiros que nos permitiu compreender melhor as peculiaridades dos sujeitos desta pesquisa.

Posteriormente adentrou-se no detalhamento da Teoria de Vygotsky (1998, 2001, 2003, 2005, 2006) escrevendo sobre a composição do sociointeracionismo que permitisse com que os sujeitos da pesquisa (alunas com deficiência visual) construíssem a sua aprendizagem. Essa construção de aprendizagem de Vygotsky se deu através da interação com os sujeitos (entre elas), o conteúdo, o tutor e o professor, mediado por meio dos signos da matemática e sistemas simbólicos que compõem o cálculo integral e a geometria espacial do cilindro e cone de recipiente de ração.

Escrito o tópico de sociointeracionismo, passamos para o processo de internalização, onde os sujeitos da pesquisa internalizam tudo o que está ao seu redor para desenvolver seus processos cognitivos. Construído a escrita desse processo, submergir-se na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) que envolve o desenvolvimento e a aprendizagem das alunas e finalmente, na Formação de Conceito com os conceitos científicos para o desenvolvimento das funções psíquicas das alunas, sendo a parte fundamental deste estudo de tese.

Após a fundamentação da teoria vygotskyana, adentramos no estudo do conteúdo de Cálculo Diferencia e Integral (CDI) como o uso de limite de um problema de área e volume de um sólido de revolução cilíndrico e cônico, visando o objetivo de integrar este conteúdo numa situação problema real de engenharia na perspectiva da metodologia ABP. Em consequência desta integração, buscou-se identificar como as alunas de baixa visão construíram, compreenderam, interpretaram e analisaram os conceitos de geometria espacial e cálculo integral de um recipiente ração. Assim, participaram no nosso estudo da arte os seguintes autores: Stewart (2010), Simmons (1987) entre outros teóricos.

Para promover a integração bibliográfica deste trabalho, relatamos e descrevemos sobre o processo de ensino e aprendizagem da metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP). Iniciou-se com as instruções preliminares (trabalho em equipe, recursos

didáticos e ópticos, funções e responsabilidades). A partir disso, adentrou-se nos 7 passos da metodologia de ensino que nos auxiliou no foco da pesquisa da formação de conceito para um pensamento do cálculo integral através de uma situação problema comum para os dois cursos de Engenharia (Química e Petróleo) às alunas com baixa visão. O primeiro pesquisador descrito foi Ribeiro (2005) na parte conceitual, descrevendo os demais autores: Araújo e Sastre (2018) e dentre outros autores de forma contextualizada.

Para o desenvolvimento deste estudo, com base nos referenciais teóricos pesquisados, realizou-se uma pesquisa qualitativa que analisa e interpreta aspectos mais profundos, descrevendo a complexidade do comportamento humano, ao ponto de fornecer análise mais detalhada sobre os hábitos, atitudes, tendências, dentre outros aspectos que envolvem os atores investigados (MARCONI E LAKATOS, 2010). Assim, esta pesquisa qualitativa nos permitiu analisar e interpretar como as alunas com baixa visão visual relacionaram e formaram os conceitos de Geometria Espacial e do Cálculo Integral para encontrar a capacidade total de armazenamento de um recipiente cilíndrico-cônico de ração. Além disso, descrevemos o que ocorreu durante a pesquisa em sala com base na metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) que foi catalogada através de fotos e áudios.

Dando continuidade à metodologia desta pesquisa, reportamos para a uma pesquisa aplicada na geração de conhecimento prático, na busca por possíveis soluções de problemas específicos, de modo que envolva verdades e interesses locais, acolhendo as necessidades sociais (SOUZA et al., 2007). Assim, contemplamos uma aplicação do conhecimento da geometria espacial e do cálculo integral de um recipiente cilíndrico-cônico de ração, no sentido de usar os teoremas e postulados da matemática para a formação acadêmica e profissional de um engenheiro, por meio da Aprendizagem Baseada em Problemas.

Nossa proposta de trabalho pautou-se em uma abordagem exploratória e descritiva. Em se tratando de exploratória perfaz com finalidade de desenvolver, esclarecer e, se necessário, modificar conceitos e ideias para a formulação de abordagens posteriores (GIL, 2010). O mesmo autor comenta que esta pesquisa proporciona um maior conhecimento para o pesquisador acerca do assunto, a fim de que esse possa ter uma melhor familiarização na hora de formular o problema. Já, na pesquisa descritiva observa, registra, analisa e correlaciona os fatos e variáveis e procurando descobrir com a precisão possível a frequência com que os fenômenos ocorrem, visualizando sua relação e conexão com outros, sua natureza e características (CERVO, BERVIAN; SILVA, 2007). Sob essa perspectiva descritiva e exploratória, utilizou-se os materiais escritos, fotos e áudios para coletar os dados mediante as observações assistemática de forma casual e espontânea às alunas com baixa visão perante a

situação problema de razão. Além de registrar de que forma as discentes construíram os conceitos científicos da geometria e do cálculo integral, ao ponto de contribuir para o ensino e aprendizagem de matemática. Por meio destes instrumentos (materiais escritos, fotos e áudios) investigamos e observamos as estratégias usadas pelas alunas na resolução de uma situação problema comum de engenharia para encontrar a capacidade de um recipiente de razão. Em consequência destas estratégias, nos permitiu esclarecer como os sujeitos da pesquisa formularam os conceitos matemáticos de um recipiente cilíndrico-cônico por meio da aplicação do PBL.

Além disso, utilizamos a pesquisa-ação que trata de uma “metodologia para intervenção, desenvolvimento e mudança no âmbito de grupos, organizações e comunidades” (GIL, 2010, p. 42). Com isto, Vergara (2000, p. 12) afirma que a pesquisa-ação

Pode ser definida como um tipo de pesquisa social concebida e realizada para a resolução de um problema, onde o pesquisador é envolvido no problema trabalha de modo cooperativo ou participativo. No entanto, a participação isoladamente não pode ser vista como a característica principal da pesquisa-ação e sim a solução de um problema não-trivial envolvendo a participação dos diversos atores do processo.

Dessa forma, no percurso deste trabalho, estabelecemos uma inter-relação entre a teoria e os sujeitos da pesquisa, ao ponto de que as participantes do grupo de trabalho fossem os agentes ativos na construção de seus conhecimentos matemáticos. É importante destacar que a pesquisa-ação desenvolvida com o grupo serviu para coletar dados de como o grupo construiu os conceitos geométricos e algébricos de um cilindro e cone, além de registrar individual e coletivamente a formação de conceito do cálculo integral e contextualizar as falas e gestos da alunas na construção do saber e de conhecimento matemático perante a situação problema real de engenharia.

No entanto, esta pesquisa é pautada em estudo de caso por ter adquirirmos informações sobre os conteúdos, como também, nos permitiu explicitar na análise de resultado como se deu o processo de formação de conceitos geométrico e algébrico no cálculo integral da situação problema através da metodologia ABP. Para esse tipo de pesquisa, Gil (2010) comenta que o estudo de caso consiste no estudo aprofundado e exaustivo de um ou poucos objetos, de tal forma que permita seu amplo e detalhado conhecimento, tarefa praticamente impossível mediante outros delineamentos já existentes.

No que cerne este estudo, os sujeitos da pesquisa tiveram a oportunidade de se apropriarem da metodologia ABP de um problema real de engenharia que possibilitou a elas elaborassem seus próprios conceitos. Diante dos resultados encontrados, nos permitiu observar e apresentar os ganhos na elaboração dos conceitos científicos do cálculo integral, como

também da geometria espacial mediante a aplicação ABP, desenvolvendo nas alunas uma teoria e prática que valorizassem as suas elaborações e construções do saber através de uma situação real que levassem elas a pensassem, raciocinassem e solucionassem o problema dado.

Constituído os tipos de pesquisas deste trabalho, vamos expor a caracterização dos sujeitos de estudo, das aulas e dos encontros presenciais com discentes de baixa visão do seguinte modo:

### **3.1 Caracterização dos sujeitos de estudo**

Para aplicar esta pesquisa, foram selecionados três estudantes com deficiência visual matriculados na disciplina de Fundamentos de Cálculo para Engenharias, tendo como responsável pela disciplina o professor Dr. Jorge Brandão no ano de 2018. Os materiais entregues (físicos) aos discentes com deficiência visual eram todos confeccionados com a fonte arial black e tamanho 18 para que os estudantes pudessem acompanhar as aulas de Cálculo. Mas em virtude de um trancamento de matrícula de um aluno, ficamos com duas alunas com baixa visão na intenção de investigarmos e avaliarmos como elas construam os conceitos matemáticos disciplina de Fundamentos de Cálculo para Engenharias.

Ao longo da aplicação da metodologia ABP para os Fundamentos de Cálculo, denotaremos as discentes através de letras A e B, conforme a solicitação delas para não serem identificadas pelos seus nomes perante a pesquisa. Assim, a estudante A tem 19 anos de idade<sup>9</sup> que concluiu o Ensino Médio em 2017. Já, a aluna B tem 27 anos de idade, tendo concluído o Ensino Médio em 2011. Ambas estudaram no ensino médio em escolas públicas no interior do Estado do Ceará, respectivamente, Itapajé e Pacajus.

O mais interessante que se observou em sala de aula que ambas alunas são cegas do olho direito. Por sua vez, estudante A se sentava no lado extremo direito da sala de aula e a discente B no lado extremo esquerdo. A justificativa delas foram por causa da luminosidade na lousa, isto é, o reflexo da luz no quadro branco dificultava a leitura, impactando na escrita no momento que iriam escrever no caderno.

A discente A vem à Fortaleza nas segundas-feiras, via transporte de passageiros disponibilizado pela prefeitura de sua cidade, chegando na universidade por volta das sete horas da manhã. Ao longo da semana ficava em Fortaleza na casa da tia, retornando para sua cidade de Itapajé nas sextas-feiras. Já, a estudante B vem à Fortaleza de ônibus disponibilizado pelo

---

<sup>9</sup> Idade com ano de referência 2018.

seu município de origem, chegando à UFC por volta das sete horas. Embora tenha parentes em Fortaleza, mas sempre optou por retornar para sua cidade no transporte.

### **3.2 Caracterização das aulas**

Aulas ministradas pelo professor Dr. Jorge Brandão com o auxílio do Tutor Miguel Angelo da Silva (estudante de Educação), onde estavam matriculadas as discentes, eram realizadas nos dias de segundas-feiras e quartas-feiras no horário de 08h00min até 09h40min. Neste ano de 2018 existiam 82 estudantes matriculados. Ao saber que teríamos três alunos com baixa visão, tivemos uma reunião para planejarmos como iria ser conduzido a disciplina. Assim, ficou definido que o docente Dr. Jorge Brandão iria usar exclusivamente pincel na cor preta, dado que uma das discentes não conseguia enxergar direito outras cores. Ao escrever no quadro, a letra seria escrita com “caixa alta” centralizado na lousa, mediante que uma aluna sentando no extremo direito da sala, e a outra estudante, extremo esquerdo da classe.

Para tentarmos socializar os alunos, como também, dinamizar a disciplina, decidimos que iriam ser criados dois grupos de WhatsApp, um só com as alunas com baixa visão com a supervisão do tutor e um outro com todos os alunos, inclusive com as discentes deficiente visual sob a supervisão do professor Dr. Jorge. Assim, foi solicitado as discentes com baixa visão que criassem um grupo de WhatsApp separado que adicionasse o tutor da disciplina na intenção de colaborar para um melhor resultado ao longo da disciplina. Os demais alunos com as alunas com deficiência visual foram pedidos que eles formassem grupos de WhatsApp, indicando um representante de cada grupo para formar um grupo de estudantes, chamado de grupo de Apoio. Deste demais estudantes solicitou que indicassem seis estudantes para participar de um grupo com docente. Este grupo passou a ser denominado de grupo Master. Vale ressaltar que nem todos discentes quiseram participar.

Dentro de sala de aula, foi decidido que o docente iria iniciar cada conteúdo com uma situação problema real de engenharia de forma contextualizada na intenção que os alunos pudessem compreender melhor o assunto a ser abordado. À medida que a situação problema era sendo explanada, iria inserir os procedimentos matemáticos (conceitos, propriedades, fórmulas, construção de gráfico, etc.) do conteúdo de fundamentos de cálculo. Inclusive ao longo da explanação da situação problema, foram tirados fotos do que fora escrito no quadro, disponibilizado no grupo Master via WhatsApp. Em seguida, foram gravados áudios, resumindo a imagem. Os discentes do grupo máster passavam todo esse material para o grupo

de Apoio e este, para seus respectivos grupo. Cada áudio não excedia um minuto. Se necessário, fazia até três áudios ou novas imagens (com áudios atrelados) para o conteúdo abordado.

Sobre os questionamentos de todos discentes, após explanação do conteúdo, poderiam ser feitos diretamente pelos discentes, independentemente de estarem ou não nos grupos. Com frequência, algumas perguntas eram repassadas ao grupo Master em horários e dias fora dos encontros presenciais (segundas-feiras e quartas-feiras, de oito horas às dez horas). Neste caso, os questionamentos fora da sala de aula, docente instigava diálogos entre discentes do grupo Master. Em relação aos questionamentos das alunas com baixa visão, poderiam ser feitos em quaisquer horários durante toda a semana, sob a responsabilidade do tutor e repassando as informações ao professor da disciplina.

Destaca-se que em algumas ocasiões foram levados materiais concretos para sala de aula na intenção de melhor explicar os conteúdos da disciplina. Esses materiais eram bolas de isopor e latas de refrigerante para tentar ilustrar um cilindro inscrito em uma esfera, além de cone de sinalização. Para expor gráficos de funções e figuras geométricas, foi levado o geoplano. Com efeito, a simples descrição das imagens auxiliava compreensão das discentes com baixa visão.

Vale ressaltar que todo material didático utilizado em sala foi disponibilizado antecipadamente em Word e PDF no sistema acadêmico da UFC.

### **3.3 Caracterização dos encontros presenciais com discentes de baixa visão**

Mesmo com participação delas no grupo Master para que não houvesse algum tipo de discriminação das alunas perante a turma, foi criado um grupo de WhatsApp com o tutor/pesquisador e as discentes com baixa visão. Mesmo elas participando no grupo Master, foi necessário para que o tutor tivesse uma participação mais efetiva na intenção de ter uma melhor familiaridade perante o grupo, principalmente estimular o senso crítico e a autonomia entre elas na produção do conhecimento, nortear o trabalho em grupo perante os conteúdos e etc.

No apêndice há um questionário que foi realizado com docentes dos Departamentos de Engenharia Química, Petróleo, Renováveis e Ambiental sobre as principais aplicações do Cálculo neste campo do saber. Vale destacar que nos três primeiros semestres dos cursos de engenharias da UFC, os discentes praticamente têm a mesma estrutura curricular. Ou seja, independentemente de ser estudante de Engenharia Química, de Energias ou de Petróleo, as disciplinas iniciais são quase as mesmas, pois o que se pode mudar nos conteúdos são as

aplicações. Assim sendo, o questionário serviu de base para selecionar os conceitos que deveriam ser trabalhado via Aprendizagem Baseada em Problemas.

Vale ressaltar que o professor responsável pela disciplina fornece textos de apoio, envolvendo situações problemas associadas a determinados conteúdos<sup>10</sup>. Selecionado o tema, como por exemplo volumes de sólidos de revolução, é realizado um planejamento para os oito encontros presenciais em quatro por semana com uma duração média de três horas para cada um tema (vide apêndice). O local desses encontros era uma sala de estudos, silenciosa e refrigerada no Centro de Tecnologia (CT).

---

<sup>10</sup> Durante a disciplina, foram entregues textos aos alunos, tais como: artigos, recortes de TCC e dissertações atrelados às aplicações nas engenharias envolvidas. O primeiro grupo de textos envolvia revisão de funções exponenciais, logarítmicas e trigonométricas. O segundo ficou com as aplicações intuitivas de limites e o número de Euler. O terceiro estava associado a problemas de otimização e esboço e interpretação de gráficos. O quarto ficou com texto de equações diferenciais separáveis; O quinto com Teorema Fundamental do Cálculo e aplicações de áreas entre curvas, como tais: função de frequência, excedente de consumidor, etc. O sexto estava atrelado às aplicações envolvendo volumes, volumes de sólidos de revolução, comprimento de arco e áreas de superfícies de revolução. O último envolvia integrais impróprias e técnicas de integração.

## 4 ANÁLISE DE RESULTADO

Até o presente momento, esta tese articulou-se com as áreas do conhecimento (Deficiência Visual, Formação de Conceito, Cálculo Diferencial e Integral e Aprendizagem Baseada em Problemas) pelo tema central (o trabalho do professor/tutor com alunas com deficiência visual) em torno dos referenciais teóricos que deram sustentação a esta pesquisa. Bem como, permitiu detalhar a metodologia da pesquisa que nos possibilitou gerar os dados necessários para construção da análise de resultado.

Nesta parte, teve-se a intenção de analisar e discutir os dados encontrados ao longo desta pesquisa com a pretensão de analisar a relação teoria e prática da formação de conceito de Cálculo Integral e Geometria Espacial de cilindro e cone de revolução por meio da metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas para discentes com deficiência visual.

Por tanto, organizou-se este tópico de análise em sete passos, tais como:

- Passo 1: ler o problema e esclarecer os termos e conceitos, precisando os seus significados exatos, para evitar confusões e permitir que todos os participantes do grupo comecem do mesmo ponto de partida; os alunos questionam termos e conceitos desconhecidos e eles mesmos dão explicações;
- Passo 2: definir o problema, analisando-o e limitando-o em relação aos temas envolvidos e tornando-o concreto e levantando perguntas a serem respondidas para solucioná-lo;
- Passo 3: brainstorming, ativando conhecimento prévio do grupo sobre o problema definido e dando resoluções, explicações e alternativas possíveis para ele;
- Passo 4: classificar soluções para o problema entre as levantadas durante o brainstorm, indicando relações entre elas;
- Passo 5: formular objetivos de aprendizagem, baseados no conhecimento de conteúdos e/ou conceitos que ainda faltam para a resolução do problema;
- Passo 6: estudo em grupos menores dos conteúdos e/ou conceitos levantados nos objetivos de aprendizagem, a partir de bibliografias iniciais indicadas pelo professor e em outras a serem pesquisadas pelo grupo, fazendo relação com os conhecimentos prévios levantados durante o brainstorm, tomando notas e preparando pequenos relatórios a serem usados durante a pós-discussão;
- Passo 7: relatar no grupo de tutorial o que foi estudado e qual(is) solução(ões)

levantada(s), tirando possíveis dúvidas, relacionando conteúdos e garantindo que o conteúdo foi estudado e discutido em profundidade suficiente.

Dos oito encontros planejados, os três primeiros encontros foram abordados a metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) por meio de aulas usando os livros dos autores Munhoz (2018), Ulisses Araújo e Genoveva Sastre (2018) e Fábio Frezatti (2018) para retratar e expor o metodologia ABP. Bem como, foi feita uma exposição dos conteúdos que as discentes deveriam ter compreendido no ensino médio. A partir do 4º encontro, a ABP é aplicada de maneira explícita às alunas com baixa visão.

Para a escrita desta tese, apresentou-se um recorte de uma situação problema (vide ANEXO 1), do qual o docente da disciplina havia proposto três situações problemas, na intenção de avaliar a performance das discentes perante a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Visando uma escrita mais dinâmica, decidimos aplicar uma situação problema que se compõe de um recipiente de ração, no sentido de apresentar as fases da metodologia ABP com as respectivas ações de cada aluna. Assim, seguem os próximos tópicos.

#### **4.1 Aplicação da Metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP)**

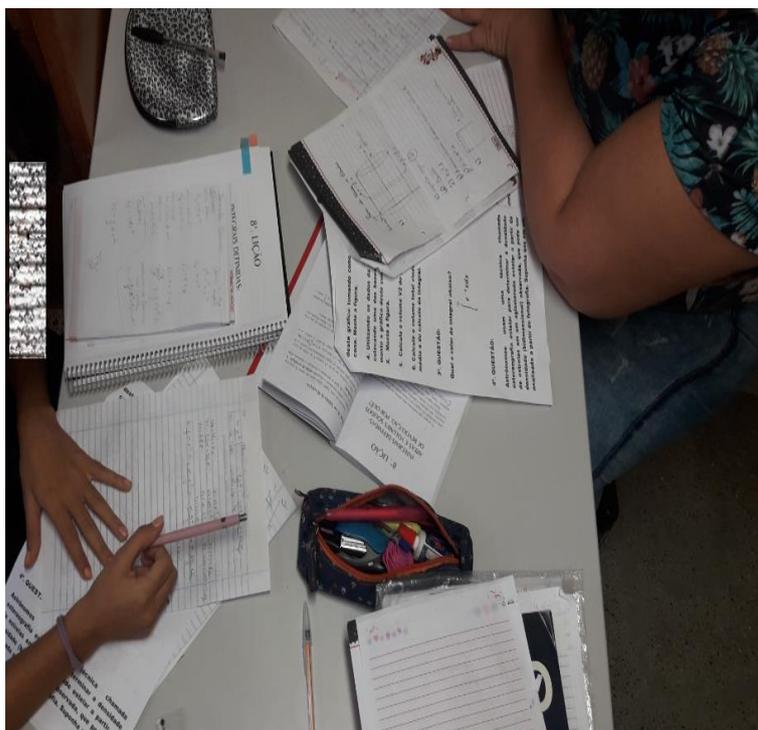
Apresentado os sete passos, na sequência, mostram-se as informações que possibilitaram investigar a formação dos conceitos de volumes de sólidos de revolução via cálculo integral de cilindro e cone por meio da metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) para discentes com deficiência visual com auxílio do Tutor. Vale ressaltar que, em alguns momentos, foi preciso confeccionar material concreto para manipulação manual.

**4.1.1 Passo 1: ler o problema e esclarecer os termos e conceitos, precisando os seus significados exatos, para evitar confusões e permitir que todos os participantes do grupo comecem do mesmo ponto de partida; os alunos questionam termos e conceitos desconhecidos e eles mesmos dão explicações.**

Desafiando as educandas com a situação problema de um recipiente cilíndrico-cônico para armazenar ração animal e sem introduzir o conteúdo de forma teórica, foi aplicado o primeiro passo da ABP relacionado a leitura do problema pela aluna A de forma escrita e oral com o uso do recurso óptico (lupa manual). Previamente acordado, a aluna B grifou os termos,

fatos, palavras e dados previamente correlacionado a assuntos que viram no ensino médio na intenção de facilitar a compreensão do assunto. Assim, foram destacados as seguintes palavras entre elas: razão, desperdiço, recipiente cilíndrico-cônico, raio, altura, capacidade total, armazenamento, volume total, rotação, eixo x, função, pontos do intervalo, geratriz, ensino médio e cálculo integral, conforme ilustra a figura a seguir.

Figura 12 - Leituras e pesquisas pelas alunas numa sala do Centro de Tecnologia da UFC



Fonte: Acervo do autor.

A figura acima esboça o momento de interação entre discentes perante a situação problema do recipiente cilíndrico-cônico de ração, fazendo atividade de leitura e pesquisa nos materiais de consultas (livros físicos, E-books e pdf's) entregues no início da formação do grupo.

Ao longo da discussão em grupo, é perceptível que a aluna A aplicou o domínio cognitivo da taxonomia do conhecimento que é o momento de ler, neste caso feito de forma escrita e oral da situação problema. Além disso, ela teve a habilidade cognitiva de aplicação, quando usou os recursos ópticos para ler cada uma das palavras contidas na situação problema, ao ponto de compreender os termos que colaboraram para a resolução do problema. Ocorreu

interação continua com a aluna B através do domínio cognitivo de síntese e da aplicação, no ato de grifar os termos com o auxílio dos recursos ópticos.

Nessa interação, teve o uso da Teoria de Vygotsky sociointeracionista de que a análise do sujeito é dada a partir de suas relações com as práticas sociais. Estas relações foram construídas no momento que o grupo interagiu com os pares, o conteúdo e o tutor. Para ampliar o entendimento sobre a situação problema prática de Engenharia, foi usado entre elas alguns recursos, tais como: óptico e *tablet* como instrumentos de mediação que facilitassem de forma coletiva no entendimento dos termos, palavras e dados. Assim, pode-se destacar que neste passo 1 permitiu que as educandas trabalhassem em grupo em busca de sentidos e significados dos termos grifados dentro do problema dado.

Destacado os termos ou as palavras, percebeu-se, ao longo das discussões delas, uma certa inquietação<sup>11</sup> pela quantidade de palavras destacadas no sentido de quererem, rapidamente, resolver a situação problema. Solicitou-se que elas pudessem pesquisar o sentido e o significado de cada palavra encontrada nos materiais disponibilizados. Com o auxílio do recurso óptico durante a pesquisa em livro e *tablet* que se encontravam os pdf's, elas começaram a rabiscar no caderno mais palavras associadas ao conteúdo do recipiente cilíndrico e cônico abordado ao longo do ensino médio. Assim, cada discente escreveu as seguintes palavras conhecidas: cilindro reto, cone reto, raio, altura, área e volume.

Esse processo de esclarecimento de novos termos indicou-se que as alunas tiveram o domínio cognitivo do conhecimento que relaciona a forma de lembrar das informações e dos conteúdos previamente abordados no ensino médio. Com essas lembranças geométrica, as estudantes fizeram uso do domínio psicomotor no momento que elas usaram as suas mãos para escrever e levantar novos termos (sólidos e revolução), dos quais estão inseridos no problema do recipiente cilíndrico-cônico de razão.

No material disponibilizado, como texto de apoio (vide ANEXO 3), as discentes indicaram os termos contidos no cone e cilindro. Para saber se, de fato, entenderam o que leram e escreveram, foi solicitado a cada uma das alunas que indicassem, entre os vários objetos disponíveis<sup>12</sup>, que tinham formato de cilindros, de cones ou mescla com outros sólidos geométricos. Além disso, foi pedido as discentes que justificassem as suas respostas (se certo

---

<sup>11</sup> Experiência partilhada com o docente responsável pela disciplina – mais de 20 anos trabalhando com discentes com deficiência visual – indicou que era preciso fazer algumas observações nas discentes, tais como: franzir de testas, mexer excessivo de pernas ou mãos quando confrontadas com atividades (ou seja, estando sem “pressão”, discentes não apresentam tais atitudes) ou apertar punção (no caso de cegos).

<sup>12</sup> Havia disponibilizado vários objetos de plásticos, de diferentes tamanhos, como béquer, Erlenmeyer, balão de fundo redondo entre outros (vide alguns no APÊNDICE E).

objeto era um cilindro, por qual motivo era cilindro? Quais seus elementos característicos neste sólido? etc.)<sup>13</sup>.

Com essa socialização, consiste entender pela visão Vygotskyana que as alunas se apropriaram da construção do conceito científico no momento da interação entre elas, o objeto (situação problema do recipiente de ração e materiais didáticos) e o tutor no ambiente educacional que culminou no desenvolvimento mental das discentes com baixa visão por meio da significação das palavras ao longo da pesquisa em grupo. Neste sentido, o significado dos termos encontrados inferiu nos conceitos científicos de cone e cilindro de revolução.

Feito o curso do desenvolvimento do conceito científico do passo 1, será abordado no próximo passo a definição do problema com a análise e levantamento de perguntas feito pelo grupo, conforme o planejamento dos encontros (Apêndice F) para a resolução do problema do recipiente de ração.

#### **4.1.2 Passo 2: definir o problema, analisando-o e limitando-o em relação aos temas envolvidos e tornando-o concreto e levantando perguntas a serem respondidas para solucioná-lo.**

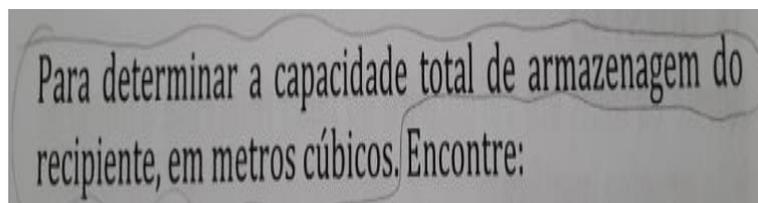
Neste passo é o momento de definir o problema que será abordado por meio de um contexto de engenharia que dá uma oportunidade as discentes vivenciar um problema da vida real para dentro da sala de aula. Ao mesmo tempo, analisar e limitar suas relações com a temática, a fim de levantar perguntas a serem respondidas pelos membros do grupo para solucionar o que está inserido no problema escolhido de engenharia.

Nesta hora, as educandas reiniciaram a leitura da situação prática para definir o que seria este problema na sua área de conhecimento. Após isso, a aluna A começou o debate argumentando que o problema se trata de um recipiente de ração com um formato cilíndrico e cônico, tendo como problema a seguinte frase grifada:

---

<sup>13</sup> Em outros momentos, teve o acompanhamento via WhatsApp para apresentar, de maneira individual, imagens de objetos usados no laboratório de Química e também de Petróleo. Solicitava que elas indicassem, dentre os materiais plásticos que tinham, quais se assemelhavam e que nomeassem os referidos objetos. Quando imagem não ficava clara ou não compreensível, dizia o nome da imagem. Após identificação individual, a mesma era compartilhada e dialogada no grupo no sentido de compreender o conteúdo. Uma perguntando para outra, bem como descrevendo cada objeto (É cone porquê? É cilindro porquê? Tem parte cônica porquê?)

Figura 13 - Frase sublinhada da definição do problema feita pela aluna A



Fonte: Acervo do autor.

A figura acima, indica o termo destacado após leitura realizado pela aluna A, representa o momento cognitivo de entender o que é pedido na atividade entregue em sala de aula. Com isto, foi observado que a discente A tomou a iniciativa dizendo a amiga de grupo: Temos que calcular o volume do recipiente com formato cilíndrico e cônico. Com a resposta da líder, a aluna B fez o seguinte comentário: “É um conteúdo que não lembro quando eu estava no ensino médio”. Neste momento foi percebido, a partir do semblante da discente B, um certo incômodo com o fato de ter terminado a vários anos o ensino médio e não ter uma certa familiaridade com a matemática. Mesmo assim, a aluna B movimentou os dedos com um sinal positivo que compreendeu o que se pede no problema prático. Logo após, a aluna A frisou “Estou aqui para lhe ajudar”.

Pela iniciativa da discente A, evidenciou-se, conforme a taxonomia de Bloom, o domínio cognitivo de análise ao indagar o que se pede para calcular a situação problema, a qual permitiu ao grupo desenvolver suas capacidades cognitivas e estruturar suas resoluções para encontrar a capacidade total de armazenagem do recipiente cilíndrico-cônico. Esse domínio foi adquirido através do verbo calcular, cujo objetivo é entender como será estruturado o processo de resolução do problema do recipiente de razão.

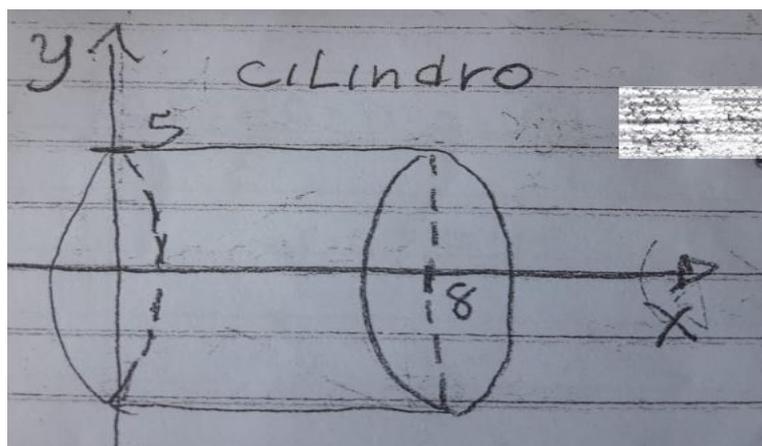
Do ponto de vista vygotskyano, esse ato de sublinhar fundamenta-se na interação com as palavras (ou signos) que intermedeiam por meio da atividade em sala, sendo fundamental para a formação de conceito em matemática. Com essa fundamentação, houve a internalização dos signos que garantiu, ao longo da resolução do problema, a formação de conceitos entre elas (discentes) que estimulará a construção da solução com um trabalho em grupo.

A primeira ideia que elas apresentaram sobre o problema, foi identificar quais os dados estavam inseridos nesta atividade. No entanto, foi possível perceber que as ações discursivas ou gestuais entre as alunas A e B tiveram uma argumentação igualitária,

explicitando que os dados da situação problema do reservatório são: o raio comum das figuras é igual a 5 metros e a altura do cilindro é igual a 8 metros e do cone igual 12 metros.

Em posse dos dados, o Tutor viu a iniciativa da aluna A, ao lado da discente B, desenhar a seguinte figura geométrica abaixo:

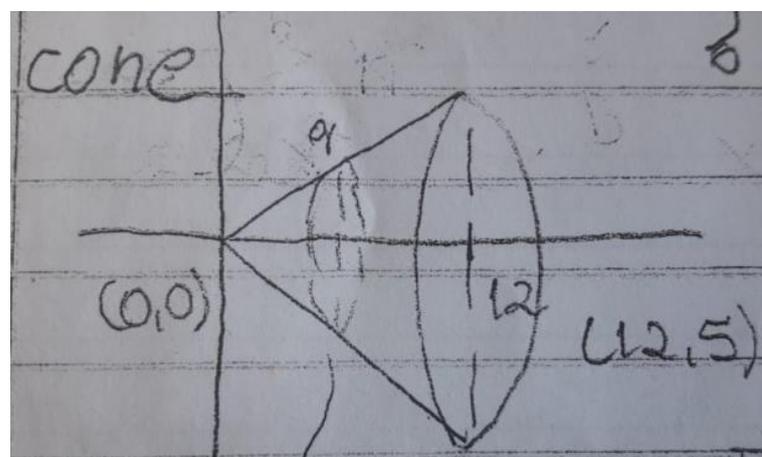
Figura 14 - Desenho cilíndrico com o raio e a altura construído, arbitrariamente, pela aluna A



Fonte: Acervo do autor.

Após feito o cilindro a mão no caderno de atividade pela aluna A, a discente B construiu, aleatoriamente, a sua figura de cone da seguinte maneira:

Figura 15 - Desenho geométrico do cone com o raio e a altura elaborado, aleatoriamente, pela aluna B



Fonte: Acervo do autor.

Enquanto isso, a aluna B construía o cone. No entanto, um fator chamou atenção do Tutor. Foi o fato da aluna B passar vários minutos para montar a figura. Pontualmente, esta aluna rabiscou várias vezes o caderno em busca da correta posição do raio e da altura no plano cartesiano. Aqui, ficou notório as dificuldades básicas gerais em geometria. Mas, logo depois, ela construiu de acordo com a figura acima, mesmo com um pouco de dificuldade por conta de vários anos sem ter visto o conteúdo de geometria espacial. Em consequência disso, a aluna B se apropriou do domínio cognitivo do conhecimento de Bloom por ter identificado e nomear os elementos que existem dentro do cone (raio e altura) na forma em que foi pesquisado as definições, fórmulas e teorias da geometria.

Na medida em que as alunas se envolveram com a situação problema do recipiente, elas apropriaram-se do domínio aplicação da taxonomia que incluiu a habilidade de ilustrar os dados do problema em formato de gráfico no plano cartesiano. Com esta ilustração, as discentes compreenderam que o raio está associado ao eixo  $y$  e a altura ao eixo  $x$  na hora de montar a figura geométrica, ou seja, cognitivamente houve um ganho no processo de aprendizagem matemática.

Com esses domínios, observou-se mais uma habilidade das educandas que Bloom chamada de síntese, referindo-se a ideia de construir e desenhar a figura geométrica. Neste caso, visto da aluna A o desenho do cilindro no plano cartesiano e da aluna B a construção do cone no plano cartesiano ampliaram suas aprendizagens intelectuais em matemática. Na hierarquia de Bloom, as discentes tiveram, também, o domínio psicomotor por ter executado a construção gráfica do cilindro e cone, usando o raio e a altura com as suas próprias mãos.

À luz do pensamento de Vygotsky, as alunas, sujeitos desta pesquisa, internalizaram os signos contidos no plano cartesiano, identificando as coordenadas dos eixos  $x$  e  $y$ , bem como a localização dos pontos através do raio e da altura. Mesmo com uma pequena observação perante a aluna B, pelo nervosismo de ser avaliada, não inseriu no plano cartesiano os eixos  $x$  e  $y$ , mas não se pode tirar o mérito de aprendizagem da aluna perante a situação problema de engenharia.

Ao longo do trabalho em grupo, as educandas começaram a apreender a zona de desenvolvimento proximal no instante que o grupo inseriu, por conta própria sem ajuda do tutor, os eixos  $x$  e  $y$ . Sob a orientação do tutor, foi perceptível que a equipe apontou corretamente para o enunciado da situação problema, frisando que o eixo  $x$  é a altura do cilindro, igual a 8 metros, e altura do cone igual a 12 metros, conseqüentemente o eixo  $y$  é o raio comum das figuras, sendo igual a 5 metros situado no problema do reservatório de ração perante a aplicação da metodologia ABP.

Com o uso dos signos (plano, eixos e pontos), elas desenvolveram a zona de desenvolvimento proximal, no momento que elas relacionaram o pensamento e as palavras contidas na geometria espacial. Com esta relação, as alunas geraram o conceito de plano cartesiano, a partir da construção dos eixos  $x$  e  $y$ , respectivamente, localizando a altura e o raio das figuras geométricas do cilindro e cone.

Contudo, essa elaboração geométrica potencializou o desenvolvimento dos conceitos científicos das alunas, no instante que o raio é uma medida contida no círculo e a altura retrata a distância entre as bases, conforme argumentado por elas no passo 1 desta metodologia aplicado na situação problema do recipiente de ração.

Após feito as figuras geométricas anteriores, as estudantes iniciaram uma nova pesquisa nos materiais entregues em busca de resolver o problema por meio das fórmulas que estão inseridas no ensino médio. Durante o acompanhamento com o tutor, foi possível visualizar numa folha a parte do caderno de anotações, o seguinte rabisco da aluna A:  $Ab_{ci}?$  e  $Ab_{co}?$  significando a área da base, respectivamente do cilindro e do cone e logo abaixo,  $V_{ci}?$  e  $V_{co}?$  denotando o volume, respectivamente do cilindro e do cone.

Nesse momento, a aluna A expôs o domínio de síntese ao escrever uma dúvida por meio de uma simples perguntar: qual é a área do cilindro e do cone? e qual é o volume do cilindro e do cone? para o processo de resolução do problema. Outro aspecto levantado, é apropriação do domínio psicomotor na hora que escreve com a mão a simbologia  $Ab_{ci}?$  e  $Ab_{co}?$  e  $V_{ci}?$  e  $V_{co}?$  dando significação ao sistema conceitual de área e volume contidos na situação problema. Essa ação simbólica de signo, feito pela aluna A, decorre da teoria de Vygotsky como uma linguagem comunicativa e uma significação da palavra de área e volume, colaborando para o processo de aprendizagem e a formação de conceito entre elas contido na atividade do recipiente de ração.

Depois de alguns minutos, foi possível perceber que as alunas não progrediram para a resolução do problema por motivo de estarem nervosas por ser um processo avaliativo. Assim, intervir, como tutor, mostrando no meu computador as seguintes perguntas que auxiliaram a elas no processo de resolução do problema do recipiente do seguinte modo: Como encontrar as funções polinomiais de cada figura do cilindro e cone?

No entanto, foi o momento aonde o grupo teve um certo grau de dificuldade dentro da situação real de engenharia, em saber qual a medida (raio e/ou altura) será utilizada para calcular as funções contidas no cilindro e cone. Timidamente, a aluna A disse a sua amiga de grupo: “Tive dificuldade neste conteúdo”. A aluna B comentou “Nem lembro como se calcula uma função e nem quais as medidas são necessárias para encontrar uma função”.

Registrado esse discurso entre elas, eu, como Tutor, pedir que o grupo fosse pesquisar nos materiais de pesquisa em busca de sanar suas dificuldades de como calcular a função para o cilindro e o cone. Assim, conforme o planejamento dos encontros (Apêndice F), no próximo passo abordaremos o brainstorming gerado pelas ideias das educandas para que não haja divergências ao longo do processo de resolução do problema do recipiente de ração.

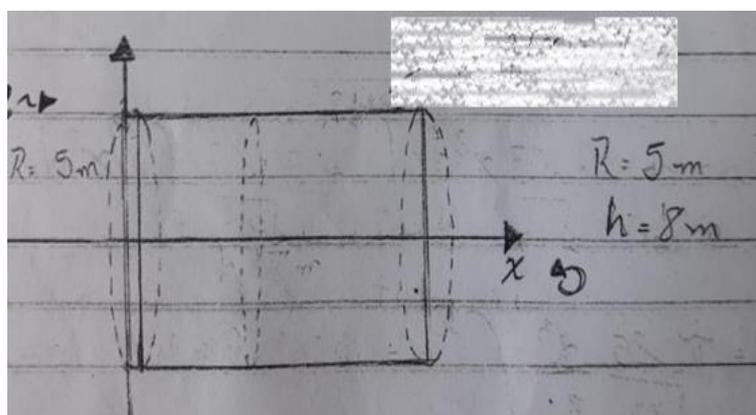
#### 4.1.3 Passo 3: brainstorming, ativando conhecimento prévio do grupo sobre o problema definido e dando resoluções, explicações e alternativas possíveis para ele.

Neste passo busca-se verificar a contribuição do ABP, no que se refere à discussão do problema em grupo através do brainstorm, expressando novas ideias para solucionar o problema do recipiente de ração.

Em meio a gestos e discussões entre elas, a aluna A viu no material de apoio a definição e como se constrói, geometricamente, uma revolução de um cilindro circular reto. Neste momento, a aluna B leu o seguinte conceito: “Cilindro circular reto ou de revolução é um sólido gerado pela rotação de  $360^\circ$  de um retângulo OABO’ em torno de um eixo que contém um de seus lados”. O qual ficou mais claro com a manipulação do material adaptado (vide APÊNDICE G). A aluna B questionou “Aqui, não tem nada de função”. A aluna A argumentou “Mas, ajudará em construir as figuras de cilindro e cone”. A estudante B confirma “Há está certo, vamos lá”. Continuaram lendo o livro em busca de mais conceitos. É possível perceber um sinal positivo acenado com um dos dedos da mão pela aluna A.

Para reforçar a pesquisa feita por elas, intervir (Tutor) pedindo a Aluna A que desenhasse a revolução cilíndrica do recipiente de ração, conforme a figura abaixo:

Figura 16 - A revolução cilíndrica circular reto feita pela aluna A



Fonte: Acervo do autor.

Como é possível perceber, a revolução cilíndrica feita pela aluna A, cordialmente aceito e entendido pela sua amiga de grupo, foi gerada pela rotação de  $360^\circ$  em torno do eixo x, onde se encontra a altura de 8 metros e o raio de 5 metros no eixo y, conforme a situação problema dada em sala de aula. Nesta ocasião, a aluna B indagou “Como você gerou essa figura?”. A aluna A afirmou “Pelas palavras rotação de  $360^\circ$  que gera um retângulo contido no livro do Manuel que você pesquisou”. A aluna A comenta, positivamente, “É sim”. Percebe-se nos comentários da aluna B que não há uma ampla compreensão sobre o que disse a sua amiga de grupo, perceptível pelas dificuldades de aprendizagem ao longo do ensino médio dita por ela.

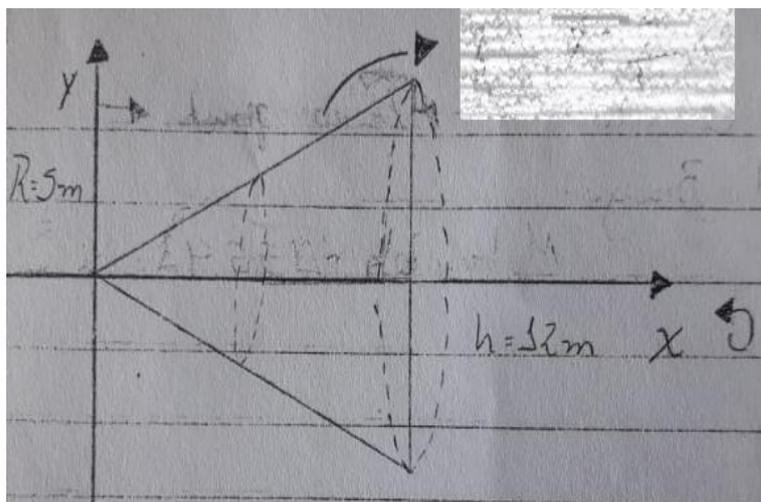
Dessa construção geométrica rotacionada pela aluna A (líder), nos deparamos que a discente teve o domínio cognitivo de compreensão por ter descrito no seu material de pesquisa a rotação com um símbolo de uma seta, indicando um giro de  $360^\circ$ , conforme a figura 16. Também é importante ressaltar que ela adquiriu o domínio cognitivo do conhecimento acerca de ter definido e lembrado que o raio de 5 metros no eixo y e a altura de 8 metros no eixo x, colaborando para a construção do cilindro.

Além desses domínios cognitivos, existiu o domínio psicomotor da aluna A pelo esforço corpóreo de representar o desenho do recipiente de ração de forma cilíndrica por meio das mãos e braços com o auxílio do lápis e borracha, descrevendo a amiga de grupo que existem o raio e a altura dentro da figura 16. Esses domínios aliou-se com a teoria de Vygotsky, quando o grupo internalizou o que seja uma revolução cilíndrica.

Após ter feito o cilindro do recipiente de ração, a aluna A pediu para a aluna B que ela recordasse o conceito do cone circular reto. A estudante B expressou-se verbalmente. Sentindo-se insegura, pediu para ler o conceito (disponível no material de apoio). Pesquisador (Tutor) aproveitou oportunidade, após a leitura do conceito, para indagar a aluna B: Que palavra importante no conceito ajudará a você construir a figura do cone? Ela respondeu “Não sei”. Foi solicitado a ela que lesse o conceito novamente, por sua vez, a aluna A interveio dizendo: “Acho que é o cateto correspondente ao lado”. A aluna B responde “É, verdade, rotacionando em  $360^\circ$ , teremos o cone”.

Após isso, a aluna A tomou a iniciativa de construir o cone de revolução do seguinte modo:

Figura 17 - A revolução cônica circular reto feita pela aluna A



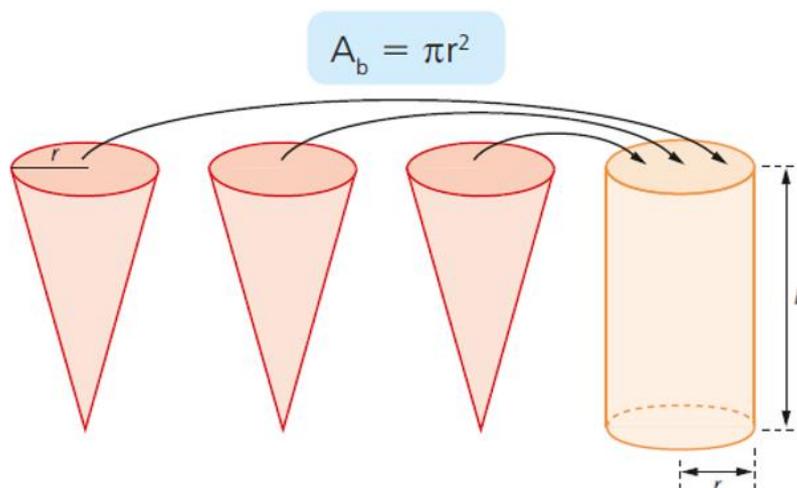
Fonte: Acervo do autor.

A revolução do cone rotacionado pelo eixo x (altura) montado pela aluna A acima configurou-se apropriação do domínio cognitivo do conhecimento, no ato que ela ilustra e reescreve os componentes do cone através do raio e altura. Bem como, rotacionando o eixo x para gerar a revolução do sólido, conforme as definições, fórmulas e teorias pesquisado pela equipe.

Submergindo na taxonomia, o grupo apoderou-se do domínio psicomotor, no momento que elas construíram a revolução do cone, usando o raio e rotacionando a altura com suas mãos. Adentrando na teoria de Vygotsky, houve a apropriação das alunas no desenvolvimento do conceito científico de cone. No transcorrer do processo educacional da metodologia ABP, elas encontraram no material de apoio, os conceitos de cone circular reto ou de revolução, acarretando no desenvolvimento cognitivo e na aprendizagem das alunas perante a situação problema do recipiente de ração.

Após feito as revoluções sólidas das figuras geométricas, a aluna B movimentou suas mãos, em movimentos circulares, indicando que essas revoluções possuem bases circulares que permitem calcular a área da base do recipiente de ração. Com auxílio do recurso óptico, a aluna A apontou com o dedo a seguinte figura abaixo:

Figura 18 - Fórmula e desenho da área base de um cilindro e cone reto encontrada pela aluna A



Fonte: Dante (2016, p. 81).

No entanto, discente A argumentou dizendo “A área da base é  $\pi r^2$ , porque a circunferência é um caso limite de triângulos postos dentro”. Perguntada o motivo, ela disse<sup>14</sup>:

Eu coloco dentro da circunferência um polígono com  $n$  lados iguais (polígono regular). Daí, eu puxo as linhas (segmentos de reta) a partir do centro que partem do centro, né, da circunferência e que vão até a ponta (o vértice) do polígono (regular) que são os raios (do círculo). Assim, formando  $n$  triângulos no polígono (regular), sua área vai ser (será)  $n \cdot h \cdot a / 2$ , sendo  $n \cdot a$  o valor do perímetro do polígono (regular) e  $h$  é a altura. Imaginando que o número de lados do polígono (regular) aumenta consideravelmente, a tendência é que o perímetro aproxime-se do comprimento (da circunferência,  $2\pi R$ ) e a altura tende a ser o próprio raio  $R$  (ALUNA A).

Indagada a aluna B se ela entendeu, ela fez uma figura de uma circunferência e rabiscou, a partir do centro, vários segmentos de reta até a borda. Sendo mais direta que discente B, a estudante A falou “É um problema que envolve limites, como professor deu em sala”. Mediante a exposição acima de área da base, o grupo apropriou-se do domínio cognitivo do conhecimento no ato que elas apontaram a fórmula da área base dos sólidos que permitirá a equipe desenvolver o raciocínio da construção do volume dos sólidos (cilindro e cone).

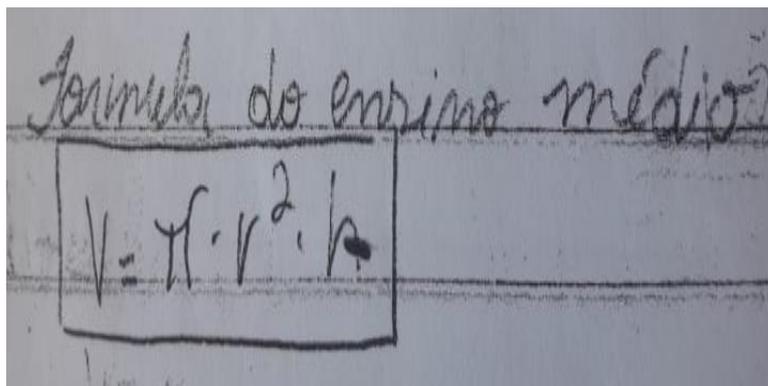
Em se tratando do pensamento vygotskyano, o grupo desenvolveu a zona de desenvolvimento real, no momento que elas apontaram com os dedos o conceito de área base sozinha, levando-as ao amadurecimento dos conceitos contidos na geometria espacial. Ou seja,

<sup>14</sup> Entre parênteses, um pouco de formalismo matemático para melhor entender o contexto perante a aluna A.

impulsionando-as a formação de conceito da área base dos sólidos, a partir dos conhecimentos construídos ao longo dos estudos geométricos das alunas em sala de aula.

Ao longo das discussões entre elas, foi possível perceber que a aluna B tinha tomado a iniciativa de identificar e representar no caderno a fórmula do volume do cilindro do seguinte modo:

Figura 19 - A fórmula escrita do volume do cilindro visto no Ensino Médio pela aluna B



$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Fonte: Acervo do autor.

A escrita da fórmula acima, gerou o seguinte diálogo do grupo que corroborou no entendimento da construção do sólido cilíndrico:

Aluna B: Essa fórmula contém o que nos interessa para a construção do cilindro.

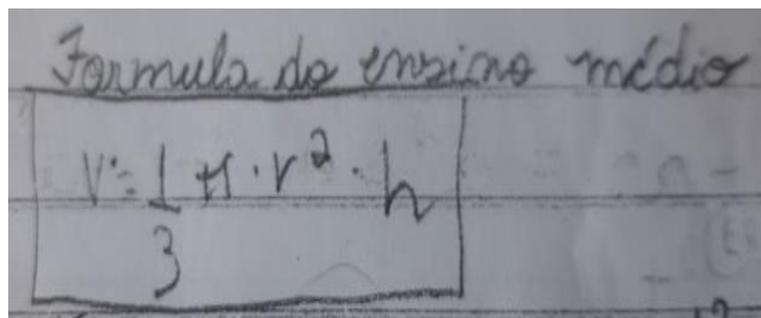
Aluna A: Verdade, o raio.

Aluna B: E, também, a altura que será muito importante para chegarmos na solução.

Aluna A: Com certeza.

Logo após, foi observado que a aluna B montou, por escrito, a fórmula do volume do cone:

Figura 20 - A fórmula escrita do volume do cone visto no Ensino Médio pela aluna B

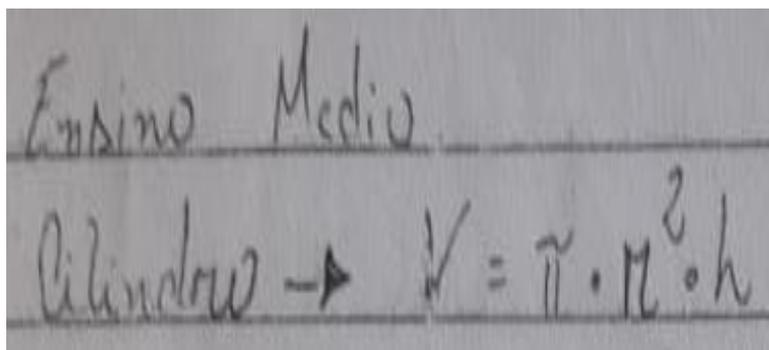


$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Fonte: Acervo do autor.

Neste momento, o Tutor entrevistou, gestualmente, com o dedo para a aluna A, pedindo que escrevesse de acordo com as pesquisas feitas nos materiais o volume do cilindro. Assim, identificou e construiu de forma escrita a fórmula do cilindro do seguinte modo:

Figura 21 - A fórmula escrita do volume do cilindro visto no Ensino Médio pela aluna A

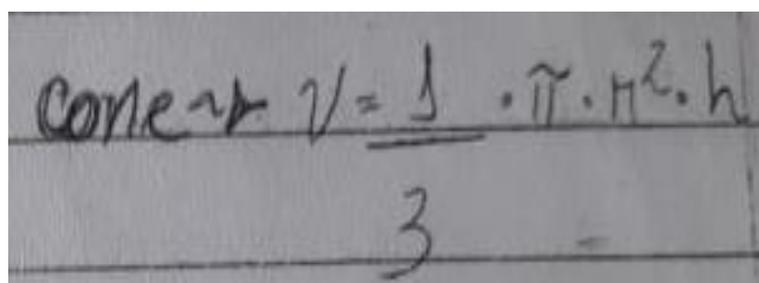


The image shows a handwritten note on lined paper. At the top, it says 'Ensino Medio'. Below that, it says 'Cilindro -> V = π · r² · h'.

Fonte: Acervo do autor.

Logo em seguida, a aluna A fez o esboço do volume do cone da seguinte maneira:

Figura 22 - A fórmula escrita do volume do cone visto no Ensino Médio pela aluna A



The image shows a handwritten note on lined paper. It says 'Cone -> V = 1/3 · π · r² · h'.

Fonte: Acervo do autor.

As fórmulas expostas acima do cilindro e cone de revolução perpetuaram o domínio cognitivo do conhecimento das alunas, por ter descrito e identificado a fórmula de cada volume dos sólidos de revolução geométrica. Além disso, problematizando e encontrando a solução da atividade, ao ponto de colaborar para a aprendizagem das alunas dentro da situação problema.

Esse trabalho em equipe, mesmo fazendo de forma individualizada mais havendo uma cooperação entre elas, as educandas de baixa visão apoderaram-se do domínio cognitivo compreensão que corresponde a habilidade de definir cada uma das fórmulas do cilindro e cone

do ensino médio, levando-as tomarem consciência que as fórmulas permitem encontrar a capacidade total de armazenagem do recipiente, em metros cúbicos. Além desses domínios, elas apreenderam-se do domínio aplicação, na hora de ter esboçado de forma escrita cada fórmula das figuras geométricas cilíndricas e cônicas, expressando de forma consciente a existência do raio e da altura contidos na situação problema do recipiente de ração.

Para taxonomia de Bloom, as alunas tiveram outro domínio, chamado de psicomotor, no momento que elas escreveram com suas mãos cada uma das fórmulas, transformando a prática numa expressão matemática, ao ponto de desenvolver a sua motricidade, sendo fundamental para a construção do conceito de volume contido na situação problema do recipiente de ração.

Na concepção de Vygotsky, essas habilidades que as discentes cegas de baixa visão permitiu-as internalizar de forma satisfatória os signos controlados pelas suas atividades psíquicas, tais como:  $V$  = volume,  $\pi$  = pi,  $r$  = raio e  $h$  = altura, desde o estabelecimento dos termos e palavras contidos no passo 1. Esse movimento cognitivo permitiu que elas tivessem coragem de pensar profundamente sobre a situação problema, principalmente de como usar o contexto de integral num sólido de revolução, ao ponto de transformar os elementos encontrados ( $V$ ,  $\pi$ ,  $r$  e  $h$ ) em representações mentais no Cálculo Diferencial e Integral que serão expostos nos passos 5, 6 e 7 deste trabalho. Neste aspecto simbólico ( $V$ ,  $\pi$ ,  $r$  e  $h$ ), existiu, dentro da Teoria de Vygotsky, a zona de desenvolvimento real pela ação das alunas de terem determinado sozinha, com auxílio do recurso óptico, a capacidade total de armazenamento de cada figura geométrica cilíndrica e cônica, em metros cúbicos com intermédio da metodologia PBL.

Longo após ter mostrado os elementos simbólico ( $V$ ,  $\pi$ ,  $r$  e  $h$ ), as alunas foram pesquisar nos materiais de pesquisa, como montar o cálculo integral através das figuras do cilindro e cone, usando as propriedades do Cálculo Diferencial e Integral. Assim, no próximo passo, conforme o planejamento dos encontros (Apêndice F), abordaremos o brainstorming gerado pelas ideias das educandas para que não haja divergências ao longo do processo de resolução do problema.

#### **4.1.4 Passo 4: classificar soluções para o problema entre as levantadas durante o brainstorm, indicando relações entre elas.**

Neste passo, expõem-se algumas discussões e ideias, previamente, selecionadas pelas alunas de baixa visão da situação problema do recipiente cilíndrico-cônico de ração. A

grande sacada da equipe foi indagar que os pontos existentes em cada figura geométrica (cilindro e cone) construído no passo 3 (Brainstorming) é o ponto chave para adentrar no conteúdo de Cálculo Diferencial e Integral. Nesta hora, foi possível perceber que a aluna A, com o auxílio do recurso óptico, estava expondo, a sua amiga de grupo, o livro do Stewart (2010) para entender como usar os pontos para gerar o recipiente cilíndrico-cônico de ração. Observemos o diálogo:

Aluna A: Veja aqui que o ponto  $(0,0)$  é o ponto importante que devemos construir a nossa figura.

Aluna B: Como você tem certeza? Não lembro no ensino médio.

Aluna A: Dá uma olhada aqui no livro, pois se inicia no ponto  $(0,0)$  a construção da figura.

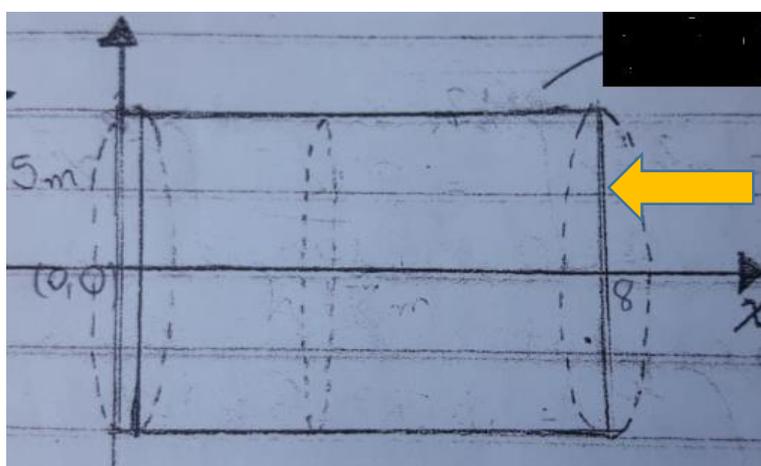
Aluna B: Verdade.

Aluna A: Veja que esse ponto de origem é o ponto inicial para gerar o raio e a altura na figura do cilindro e cone.

Aluna B: Tô adorando. Acredito que estamos no caminho certo.

Com base no ponto  $(0,0)$ , percebe-se o grau de síntese da aluna A, na hora de representar graficamente a curva, conforme uma seta que está na figura 14, que vai do ponto  $x = 8$  até  $y = 5$  na construção do sólido, significando que  $x = 8$  metros é a altura e  $y = 5$  é o raio para a construção do cilindro. Neste momento, o Tutor observou que a aluna A fez a figura geométrica cilíndrica no plano cartesiano rotacionado pelo eixo do  $x$ , usando o ponto de origem  $(0,0)$  a seguinte figura abaixo:

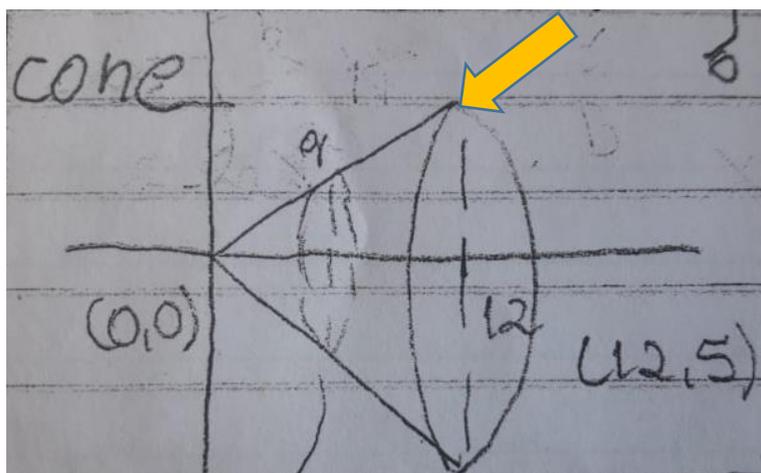
Figura 23 - A figura geométrica do cilindro no plano cartesiano usando o ponto  $(0,0)$  pela aluna A



Fonte: Acervo do autor.

E logo em seguida, a aluna B utilizou os pontos  $(0,0)$  e  $(12,5)$  para representar, graficamente, a curva, denominada por ela de geratriz ( $g$ ), conforme a seta na figura 15. No entanto, esta curva vai do ponto  $x = 12$  até  $y = 5$  na construção do sólido, significando que  $x = 12$  metros é a altura e  $y = 5$  é o raio para a construção do cone abaixo:

Figura 24 - A figura geométrica do cone no plano cartesiano usando o ponto  $(0,0)$  pela aluna B



Fonte: Acervo do autor.

Ao terminarem de construir as superfícies cilíndricas e cônicas, as alunas apoderaram-se do domínio psicomotor, no instante que retrataram a performance de montar as figuras por meio das mãos e braços. Com este resultado, elas tiveram um sucesso satisfatório na execução geométrica da situação problema do recipiente de ração, mostrando que a abordagem da geometria espacial contribuiu para a assimilação e a construção das figuras usando o ponto inicial  $(0,0)$ , conforme visto nas figuras acima.

Com esta execução, as alunas tiveram outra habilidade que Bloom aborda de domínio cognitivo que envolve o desenvolvimento intelectual na capacidade de reconhecer que o ponto base  $(0,0)$  com o raio e a altura geram os sólidos de revolução do cilindro e cone deste recipiente de ração. E um dessas informações geradas pela aluna A, foi interpretar que a superfície cilíndrica montada gerou uma região retangular que se compõem de uma base pelo eixo  $y$  e uma altura pelo eixo  $x$  rotacionado em torno do seu eixo. Em se tratando da aluna B, observou-se aquisição dos mesmos domínios, tais como: psicomotor na hora de montar a figura cônica e cognitivo no momento de interpretar e dizer que o raio está no eixo  $y$  e a altura no eixo  $x$ , girando o seu próprio eixo para gerar a superfície cônica.

Após feito cada figura geométrica usando o ponto de origem, o Tutor argumentou ao grupo solicitando que voltassem aos materiais de pesquisa para pesquisar sobre integral. Nesse interim, elas foram pesquisar nos materiais e foi observado que a aluna A estava olhando, com o auxílio óptico, o livro do Stewart do ano de 2010, na página 335 que compõe-se da parte do problema de área. Já, a aluna B se encontrava com o *tablet*, olhando o livro e-book de cálculo ilustrado, prática e descomplicado do autor Geraldo e Luís de 2012, na página 188.

Na sequência, identificou-se uma cena importante entre as alunas:

Aluna B: Não estou entendendo nada deste capítulo de integral.

Aluna A: Também não.

Neste momento, o Tutor entrevistou do seguinte modo: Meninas, identifiquem que tipo de área os livros abordam? Depois de alguns minutos, o grupo respondeu sem ter a certeza: “Acho que é um retângulo”. Com essa resposta, emergiu um outro assunto: “Como se faz o cálculo da área de um retângulo? Teve-se como resposta da discente A: “Acho que é base vezes altura”.

Em consequência desta cena, o Tutor inseriu uma outra indagação: O que significa o ponto  $(0,8)$ ? Assim, teve-se como resposta:

Aluna B: Acho que é a altura.

Aluna A: Concordo do cilindro, representado no eixo x.

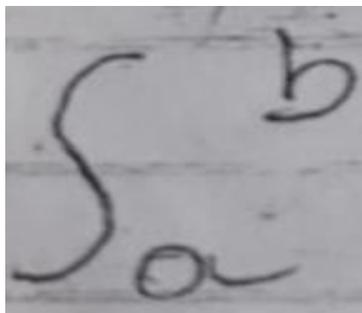
Logo após, foi feita a mesma pergunta para o ponto  $(0,12)$ , tendo a seguinte resposta do grupo: “a altura do cone”. Ainda foi acrescentado: O que significa esses pontos para a integral? Obteve-se como resposta:

Aluna B: Não sei.

Aluna A: Também não.

Por não terem associado os pontos com a integral, o Tutor argumentou que cada par ordenado corresponde a um intervalo fechado na integralização com a denominação de limites da integração. Em seguida, a aluna A argumentou “verdade, não tive essa percepção”. Logo após, a aluna B disse “nunca imaginei que os pontos fossem esses limites”. Simbolicamente, pedi que o grupo representasse esse limite. Tive como resposta:

Figura 25 - A representação simbólica da integral definida num intervalo com o limite de integração rabiscado no caderno da aluna B



Fonte: Acervo do autor.

Essa representação simbólica acima feita pelo grupo é a conectividade com o cálculo integral, onde esse símbolo  $\int$  alongado significa “soma” enfatizando que é uma integral definida representada por uma soma. No entanto, percebe-se que a aluna B representou a simbologia através do intervalo fechado muito bem que está inserido no recipiente de ração.

Neste caso, a aluna B teve o domínio cognitiva que chamamos de conhecimento por ter descrito simbolicamente  $\int$  alongado, significando “soma” que será usado nas fórmulas da área e do volume de um sólido no cálculo da integral. Em consenso da equipe, essa descrição permitiu que as alunas compreendessem o que está inserido dentro de cada fórmula do volume do cilindro (figura 28) e cone (figura 29), tais como: uma função polinomial com a diferencial e integral que vai de a até b. Em consequência deste domínio cognitivo, a discente B teve a habilidade que Bloom chama de Psicomotor, ao reproduzir a fórmula por meio de suas mãos e braços que está inserido no contexto da situação problema abordada. Conectado com o símbolo da integração, observaremos, no próximo passo, como o grupo apoderou-se dos objetivos de aprendizagem, relacionando com outros conteúdos que estão inseridos na geometria espacial e cálculo integral, conforme o planejamento dos encontros (Apêndice F) para a resolução do problema do recipiente de ração.

#### **4.1.5 Passo 5: formular objetivos de aprendizagem, baseados no conhecimento de conteúdos e/ou conceitos que ainda faltam para a resolução do problema.**

Na execução deste passo, foi possível perceber que o grupo estava um pouco apreensivo em descobrir como calcular da função  $f(x) = y$  contida na área e no volume do cilindro e cone, conforme a situação problema dada do recipiente de ração. Foi, neste momento

que o Tutor entrevistou formulando alguns objetivos de aprendizagem que facilitasse ao grupo construíssem os seus próprios conhecimentos matemáticos. Com base nos conhecimentos do grupo e sem fazer consulta bibliográfica, o Tutor indagou alguns objetivos de aprendizagem que colaborasse para o estudo e a construção da resolução do problema do recipiente de ração da equipe, tais como:

- Identificar quais os dados existem na situação problema, referente ao cálculo da área e do volume do cilindro e cone;

Ao lerem a situação problema do recipiente de ração, o grupo não tiveram dificuldades em apontar quais os dados existentes no problema. Assim, aluna B indagou “Aqui existe no cilindro, raio igual a 5 metros e altura de 8 metros. Já no cone, o raio é de 5 metros e a altura é de 12 metros”. Evidenciado pela aluna A: “É isso mesmo”.

- Determinar que tipo de medida é referente a função  $f(x) = y$  do cilindro e do cone;

Ao relacionarem a área e o volume com a construção das funções (figuras 27 e 28), foi o momento difícil para o grupo. Pois, as discentes não compreendiam, porque a área e o volume do cilindro e cone está, intrinsecamente, relacionado com uma função polinomial da situação problema, argumentado pela aluna B: “O que tem haver área com função?”. A aluna A expôs: “Não sei, vamos pesquisar”.

- Evidenciar qual a figura geométrica se associa ao cone para calcular a função  $f(x) = y$  contida na área e no volume.

Ao tratarem que tipo de figura está associado ao cálculo de uma função do cilindro e do cone, o grupo teve um pico de estresse por não compreenderem a que tipo de figura tem relação com uma função, conforme comenta a aluna B: “Nem sei por onde começar, pois já estou nervosa”. A aluna A responde “Calma, vamos pesquisar”.

No entanto, a escolha desses objetivos fez com que o grupo buscassem conceitos que respondessem à definição do problema e estimulassem a construção da área e do volume do cilindro e do cone existente no problema. Com isto, despertou a equipe à curiosidade, desafiando-as a resolver a situação problema. Esse desafio vai ser visto no próximo passo de estudos feitos pelo grupo, conforme o planejamento dos encontros (Apêndice F).

**4.1.6 Passo 6: estudo em grupos menores dos conteúdos e/ou conceitos levantados nos objetivos de aprendizagem, a partir de bibliografias iniciais indicadas pelo professor e em outras a serem pesquisadas pelo grupo, fazendo relação com os conhecimentos prévios levantados durante o**

**brainstorm, tomando notas e preparando pequenos relatórios a serem usados durante a pós-discussão.**

Definido as bases teóricas a serem estudados pela equipe, a líder foi em busca das informações na fonte do livro do Stewart (2010) de como identificar os dados e calcular a função  $f(x) = y$  de um cilindro e cone de revolução. Assim, o grupo identificou que dentro do cálculo da área e do volume do cilindro e do cone existiam a altura e o raio, conforme o seguinte diálogo entre elas:

Aluna A: Olhe aqui nossas figuras, a altura do cilindro e cone está no eixo x.

Aluna B: Verdade.

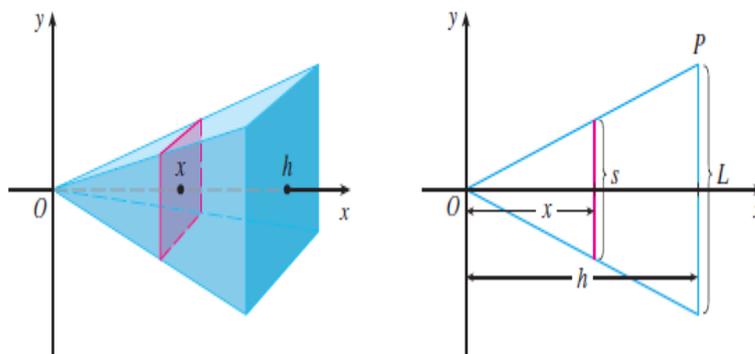
Aluna A: Veja que o raio está representado pelo eixo y de cada figura que permitirá agente calcular a função que está na fórmula da área e volume de cada figura no conteúdo de cálculo.

Aluna B: De fato, entendi que a altura está associado ao eixo x e o raio ao eixo y.

Identificado os elementos contidos na função  $f(x) = y$  de um cilindro e cone, a aluna A encontrou uma forma de como construir e calcular a função  $f(x) = y$  que existe dentro da fórmula da área e do volume de cada sólido de revolução (cilindro e cone). Foi, gestualmente, na página 404 do livro James Stewart que a aluna A achou a seguinte fórmula com a figura de uma pirâmide de base quadrada, representada por um cone abaixo:

Figura 26 - A representação da função  $f(x) = y = s$  que está contido numa pirâmide de base quadrada que representa um cone

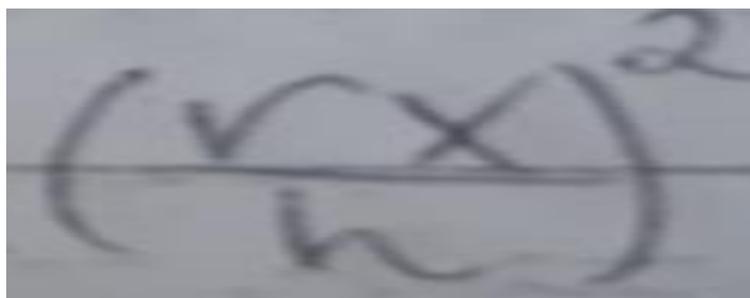
$$A(x) = s^2 = \frac{L^2}{h^2} x^2$$



Fonte: Stewart (2010, p.404).

Com esta representação do cone vindo do livro de pesquisa da equipe, o grupo formatou a função  $f(x) = y = s$  por meio da associação gráfica, olhando o que tem na situação problema dada (raio e altura) e o que contém neste cone circular reto do livro da seguinte maneira:

Figura 27 - A representação da função  $f(x) = y$  de um cone circular reto feito pela aluna B



Fonte: Acervo do autor.

Enquanto a aluna B construía a função  $f(x) = y = s$  do cone circular reto, evidenciou-se um certo grau de dificuldade dela em entender que a construção da função  $f(x) = y$  se dá pelo cálculo da regra de três contido cone circular reto. Pontualmente, foi perguntado ao grupo, se essa função pode ser calculada por uma regra de três. Assim, obtive como resposta através do seguinte diálogo:

Aluna A: Acho que sim.

Aluna B: Verdade.

Aqui ficou notório pelo diálogo as dificuldades básicas em grandezas proporcionais visto no ensino médio, no momento que elas fizeram a associação visual com que tinha na figura geométrica (cone) e os elementos contidos na fórmula do livro ( $s$  e  $L$  sendo raios e  $h$  igual ao altura), contido na figura 26. Registrado esse diálogo do grupo, o Tutor pediu que as alunas fossem em buscar de respostas que sanassem suas dificuldades de como construir a função  $f(x) = y$  escrita pela aluna B por meio do cálculo da regra de três, usando a figura do cone circular reto, conforme a figura 26 do livro pesquisado. Passados alguns minutos, obtivesse como resposta:

Aluna A: Acho que é um estudo das relações entre proporções.

Aluna B: Eita, não lembrava disso.

Aluna A: Pois é, conteúdo abordado em grandezas e medidas que podem ser diretamente e inversamente proporcionais.

Aluna B: Então, o que temos aqui como medidas são o raio maior e menor e a altura maior e menor.

Aluna A: Verdade.

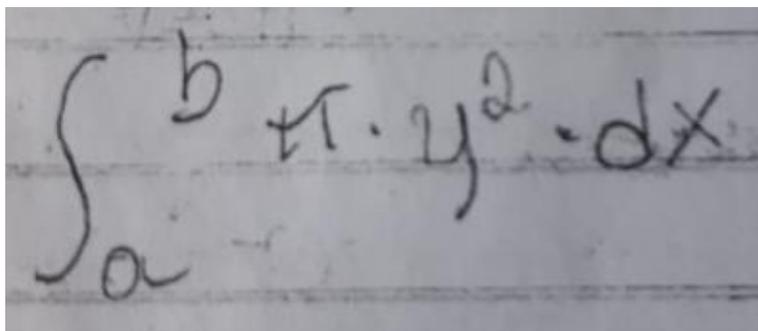
Aluna B: Então a função ficou assim:  $y = [(raio)/altura] * x$ .

Com esta execução via regra de três, a aluna B teve as seguintes habilidades de bloom: cognitivo do conhecimento em lembrar como representa essa regra de três e também, de compreensão em dar significado ao conteúdo de cone através de uma função constante do seguinte modo:  $y = [(raio)/altura] * x$ . Um ponto crucial nesta execução da função polinomial foi o domínio psicomotor que combinou nas ações musculares e cognição na formatação desta função constante. Pois, através de uma regra de três que envolveu o aprendizado e a avaliação de habilidades contidas na matemática do ensino médio no conteúdo de grandezas e medidas em diretamente e inversamente proporcionais.

Um pouco diferente do cálculo da função do cone, observou-se, ao longo da resolução nas escritas dos cadernos das alunas A e B, que o grupo não teve dificuldade em construir a escrita da função  $f(x) = y$  do cilindro circular reto. De imediato, a aluna A constatou que a função que está no cilindro (figuras 14 e 23) é constituído por uma constante representada pelo  $y = 5$  metros. Ou seja, representa uma reta rotacionada no eixo  $x$ , conforme as figuras 14 e 23, que gera a figura geométrica do cilindro no plano cartesiano, usando o ponto  $(0,0)$  para a construção da figura feita pela aluna A. Em consequência disso, tem-se a função  $f(x) = 5$  que será utilizada no cálculo da área de uma integral de uma função  $f(x) = y$  que é contínua num intervalo fechado pelos pontos dados da situação problema. Assim, esta função será integrável nesse intervalo, gerando o cálculo de área do sólido de revolução do recipiente de ração, conforme a figura 28. Com a formatação desta função contínua de intervalo fechado, o grupo teve o domínio cognitivo de síntese, no momento que representou em um único formato a função  $f(x) = y = 5$  por uma constante do cilindro circular reto. Agregante a isso, teve-se a habilidade que Bloom retrata de domínio psicomotor que envolveu a ação de manusear o lápis e a borracha para representar a função  $f(x) = y$ .

Momentos depois, foi observado a iniciativa da aluna B, representando no seu caderno a seguinte representação do volume de um sólido de revolução através de uma integral definida:

Figura 28 - A fórmula do volume do cilindro de revolução com a integral pela aluna B

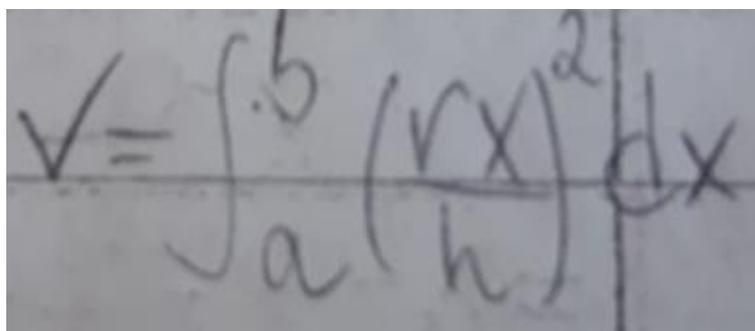


$$\int_a^b \pi \cdot y^2 \cdot dx$$

Fonte: Acervo do autor.

Após isso, o Tutor percebeu que a aluna B foi em busca da fórmula do volume do cilindro no seus materiais de pesquisa. Logo em seguida, ela representou, de forma escrita, a fórmula do volume de uma integral definida do seguinte modo:

Figura 29 - A fórmula do volume do cone de revolução com a integral pela aluna B



$$V = \int_a^b \frac{(rx)^2}{h} dx$$

Fonte: Acervo do autor.

Registrado os diálogos e as escritas nos materiais de pesquisa do grupo, constatou-se que o grupo se apropriou do domínio do conhecimento, no momento que elas identificaram e nomearam os elementos contidos na figura do cone (raio e altura) por meio do cálculo da regra de três para encontrar a função  $f(x) = y = [(\text{raio})/\text{altura}] * x$ . Agregante ao domínio do conhecimento, o grupo obteve o domínio psicomotor, na hora de escrever cada função contida nas figuras geométricas, como também as fórmulas do volume do cone e do cilindro de revolução, conforme escrito por elas em cada figura 28 e 29. Assim, no próximo passo, conforme o planejamento dos encontros (Apêndice F), nos permitirá ler como o grupo construiu a(s) solução(ões) final(is) estabelecendo relações com geometria espacial e cálculo integral

definida. Com isto, garantiu observar que a solução pode ser encontrada pelas fórmulas do ensino médio e ensino do cálculo integral contido no cilindro e cone.

**4.1.7 Passo 7: relatar no grupo de tutorial o que foi estudado e qual(is) solução(ões) levantada(s), tirando possíveis dúvidas, relacionando conteúdos e garantindo que o conteúdo foi estudado e discutido em profundidade suficiente.**

Neste passo, foi o momento de expor a solução do grupo, integrando informações trazidas dos passos anteriores, conforme o planejamento dos encontros (Apêndice F) através do uso de materiais de apoio de acordo com a figura abaixo:

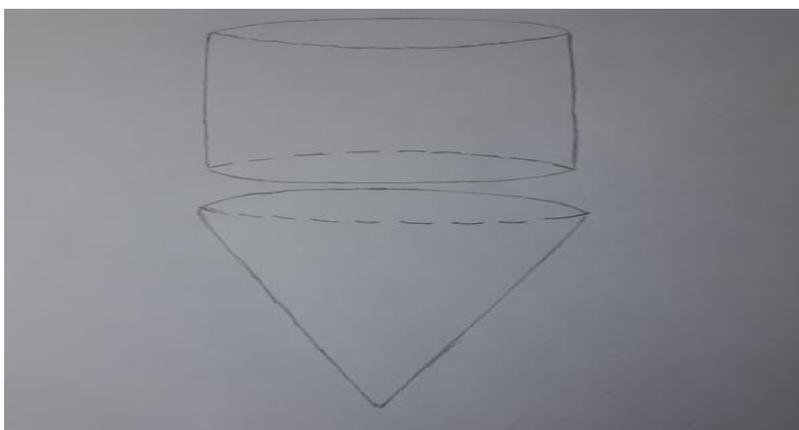
Figura 30 – Materiais de apoio para construção do recipiente de ração



Fonte: Acervo do autor.

Com estes materiais em mãos, a aluna A, sob a supervisão da aluna B, desenhou os sólidos de revolução, separadamente, conforme a figura abaixo:

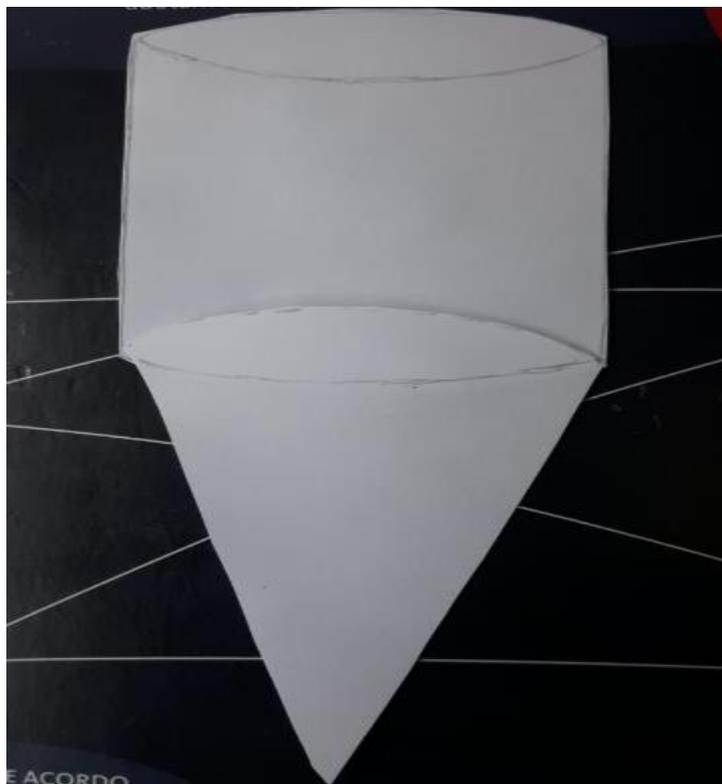
Figura 31 – Construção dos sólidos separadamente



Fonte: Acervo do autor.

Assim, o grupo das discentes de baixa visão apresentou a solução de forma escrita do recipiente cilíndrico-cônico de ração por meio da figura abaixo:

Figura 32 – Construção do recipiente cilíndrico-cônico de ração



Fonte: Acervo do autor.

Nesse momento, acordou-se entre elas que a aluna B iria expor a solução do problema. Assim, a primeira parte da socialização da resolução do recipiente de ração se deu com a construção do cilindro, afirmando que a função  $f(x) = y$  é o raio, cujo valor é igual a 5 metros. Através deste raio, foi inserido na fórmula do volume sólido cilíndrico contida numa integral definida do seguinte modo:

Figura 33 - O raio inserido na fórmula do volume de um sólido no intervalo de 0 até h

A photograph of a handwritten mathematical formula on lined paper. The formula is  $V = \int_0^h \pi (5)^2 dx$ . The number 5 is circled in red. The integral is from 0 to h.

Fonte: Acervo do autor.

Neste momento de apresentação dos dados pelo grupo, socializado pela aluna B, ocorreu o domínio cognitivo que se chama de compreensão, por ter ilustrado e reconhecido os dados do raio e altura (figura 33) na fórmula do volume do cilindro, dando significado ao conteúdo de integral. Com base nesta figura e nos cálculos acima, observou-se que o grupo desenvolveu outro domínio, denominado de psicomotor, ao inserir os dados do raio e da altura na fórmula do volume do cilindro através das mãos e dos braços das discentes para a resolução do recipiente de ração.

Após ter inserido o raio na função polinomial da fórmula do volume e a altura na integral definida representado pelo símbolo  $\int$ , o grupo iniciou o cálculo da integral da função dada do seguinte modo:

Figura 34 - O cálculo da integral da função do cilindro no intervalo de 0 até 8

A photograph of a handwritten mathematical calculation on lined paper. The calculation is  $= \pi 25 \int_0^8 x^0 dx = \pi 25 \int_0^8 \frac{x^{0+1}}{1} dx$ . The number 25 is circled in red. The integral is from 0 to 8.

Fonte: Acervo do autor.

Pontualmente, foi perguntado ao grupo, o que significa a representação de  $x^0$  que está inserido na estrutura da integral. No entanto, o retorno foi através do seguinte diálogo:

Aluna B: Veio, porque a função do cilindro é uma constante de valor 25.

Aluna A: Verdade, amiga, não lembro o porquê?

Aluna B: Você, amiga, se lembra da aula de função que o professor Jorge falou de função constante?

Aluna A: Ah, sim.

Aluna B: Daí, vem a função de  $x^0$ .

Aluna A: Como faz o cálculo integrando essa função?

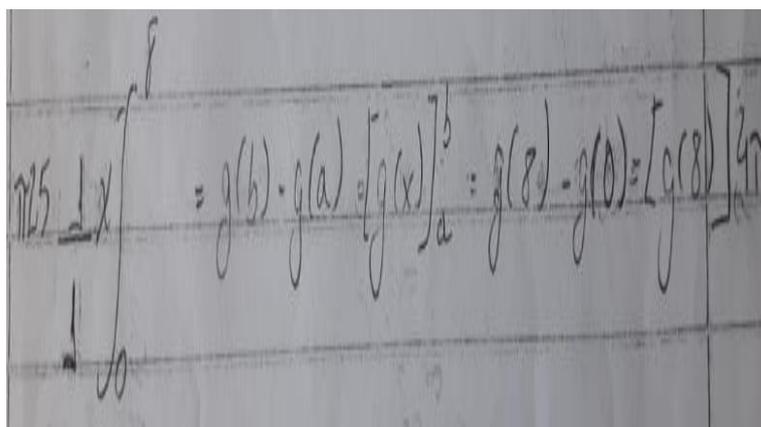
Aluna B: Lembra do dia que o professor falou do somar mais 1 no expoente e mais 1 no denominador, usando o mesmo número do expoente?

Aluna A: Ah, sim.

Mesmo com um pouco de esquecimento da aluna A, a aluna B fez a resolução básica exponencial do cálculo integral, conforme a figura 33 e 34. Assim, esse cálculo da integral do volume do cilindro da situação problema no intervalo de 0 até 8 mostra que o grupo entendeu e compreendeu o conceito científico de integral definida numa função polinomial ao longo da resolução do problema. Ou seja, foi o momento em que ocorreu a assimilação do conteúdo e compreensão dos dados contidos no cálculo da integral.

Logo em seguida, elas usaram o cálculo da Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) contido no integral para chegar no resultado do volume do cilindro (parte de cima do recipiente de ração na figura 31), conforme mostra a figura abaixo:

Figura 35 - O cálculo do Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) do volume do cilindro



$$25 \int_0^8 1 \, dx = g(b) - g(a) = [g(x)]_0^8 = g(8) - g(0) = [g(8)] \cdot 8$$

Fonte: Acervo do autor.

Por fim, o grupo chegou na solução final do volume do cilindro do recipiente de ração:

Figura 36 - O volume do cilindro no intervalo de 0 até 8

$$V = 25 \cdot 8 \cdot \pi = 200 \pi$$

Fonte: Acervo do autor.

Encontrado a solução final da parte do cilindro (Figura 31 – parte de cima), o Tutor entrevistou perguntando “Como seria a resolução feita pela geometria espacial (Ensino Médio) do volume do cilindro?” ao grupo que representou por meio da figura abaixo:

Figura 37 - A solução final do volume do cilindro feito pela Geometria Espacial no Ensino Médio

Ensino Médio

Cilindro  $\rightarrow V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$$V = \pi \cdot 5^2 \cdot 8$$

$$V = \pi \cdot 25 \cdot 8$$

$$V = 200 \pi$$

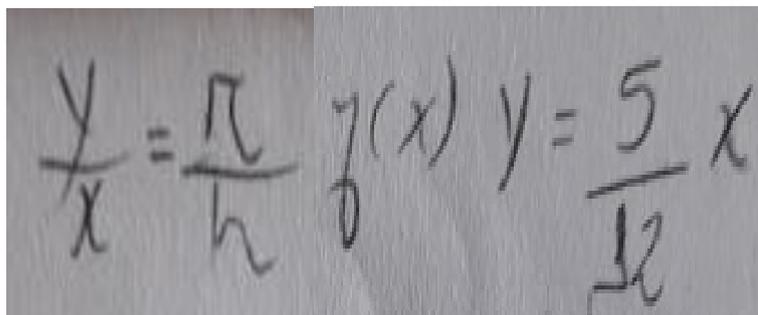
Fonte: Acervo do autor.

Neste momento da solução final pelo grupo, ocorreu o domínio cognitiva por meio da compreensão e do conhecimento, no instante que o grupo ilustrou o cálculo da função constante do volume do cilindro, usando o Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) na integral do intervalo de 0 até 8, argumentando que a capacidade total do cilindro é de  $200 \pi$ . Além disso, as alunas com baixa visão constituíram do domínio de síntese, no minuto que agregaram e juntaram na resolução do problema de razão o cálculo da função com o uso do Teorema Fundamental do Cálculo (TFC), com o objetivo de solucionar a parte de cima do volume do cilindro do recipiente de ração (Figura 31). Em consequência dessa solução final, o grupo

desenvolveu a habilidade que Bloom chama de Psicomotor, ao reproduzir com suas mãos e braços o cálculo da integral através do Teorema Fundamental do Cálculo (TFC), gerando a resolução do recipiente de ração no volume do cilindro em  $200 \pi$  metros cúbico. Adentrando no cálculo da geometria espacial (Ensino Médio), o grupo teve o domínio de síntese, no momento que o grupo fez o fecho da solução do volume do cilindro.

Encontrado a solução final da parte de cima do cilindro do recipiente de ração, o grupo explicitou a segunda parte da socialização do resultado do volume do cone (parte de baixo da situação problema dada) do recipiente de ração. O ponto de partida do grupo foi fazer o raciocínio do cálculo da função  $f(x) = y = s$  que está contido numa pirâmide de base quadrada, representada por um cone (figuras 26 e 27). Gestualmente, obtiveram a função do cone, usando o cálculo da regra de três mediante as pesquisas feitas no livro de Métodos Analíticos de Integração do autor Oliveira (2010) do seguinte modo:

Figura 38 - Cálculo da função  $f(x) = y$  do cone através de uma regra de três



$$\frac{y}{x} = \frac{r}{h} \quad f(x) \quad y = \frac{5}{12} x$$

Fonte: Acervo do autor.

A figura acima mostra o cálculo da constituição da função polinomial do cone, através do cálculo de uma pirâmide de base quadrada com um formato de cone (figuras 26 e 27). Esse cálculo fez com que o grupo insere-se essa função na fórmula do volume (figura 29), dando conta do conteúdo abordado da situação problema do recipiente de ração. Com a função calculada (figura 38) que compõe o cone, foi inserido na fórmula do volume do sólido (figura 29) do seguinte modo:

Figura 39 - A função  $f(x) = y$  inserido na fórmula do volume de um sólido no intervalo de 0 até 12

$$V = \int_0^{12} \pi \cdot \left(\frac{5x}{12}\right)^2 dx$$

Fonte: Acervo do autor.

Neste cálculo da integral definida da função, o grupo desenvolveu o domínio cognitivo do conhecimento no ato de ter resolvido a função dada pelo cálculo da integral necessário ao desenvolvimento do pensamento matemático. Além disso, essa resolução pode ajudar ao grupo desenvolver o domínio psicomotor fazendo o uso das propriedades existentes no conteúdo de integral, obtidos pelas pesquisas ao longo da metodologia ABP.

Figura 40 - Cálculo da integral da função do 2º grau no cone no intervalo de 0 até 12

$$\frac{\pi \cdot 25}{144} \int_0^{12} x^2 dx =$$

Fonte: Acervo do autor.

Pontualmente, foi perguntado as alunas, o que representa  $x^2$  que está dentro do cálculo da integral. Assim, obtive a seguinte resposta:

Aluna B: Representa uma função do 2º grau.

Aluna A: Verdade, sim.

Logo após, o grupo expôs o cálculo da integral da função dada do seguinte modo:

Figura 41 - Cálculo da integral da função quadrática no intervalo de 0 até 12 do cone

$$\frac{\pi \cdot 25}{344} \int_0^{12} \frac{x^{2+1}}{3} dx$$

$$\frac{\pi \cdot 25}{344} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^{12}$$

Fonte: Acervo do autor.

Executando o cálculo da integral, usaram o Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) em integral para chegar no resultado do volume do cilindro (parte de cima do recipiente de ração na figura 31), conforme mostra a figura abaixo:

Figura 42 - Cálculo do Teorema Fundamental do Cálculo no volume de cone perante o intervalo de 0 até 12

$$g(12) - g(0) = \left[ \frac{g(12)^3}{3} \right] \frac{25 \cdot \pi}{344}$$

Fonte: Acervo do autor.

Por fim, elas retrataram a solução final do cone no recipiente de ração (figura 31), usando o cálculo integral da seguinte maneira:

Figura 43 - Cálculo do Teorema Fundamental do Cálculo no intervalo de 0 até 12 do cone

$$\frac{g(1.728)}{3} \cdot \frac{25\pi}{144} = 100\pi$$

Fonte: Acervo do autor.

Neste momento, o Tutor entrevistou indagando ao grupo como seria a resolução usando a geometria espacial (Ensino Médio). No entanto, a aluna B solucionou através da seguinte figura abaixo:

Figura 44 - Cálculo do volume de cone usando a geometria espacial (Ensino Médio)

$$\begin{aligned} \text{cone} \rightarrow V &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h \\ V &= \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 12}{3} \\ V &= \frac{\pi \cdot 25 \cdot 12}{3} \\ V &= \frac{300\pi}{3} \\ \boxed{V} &= \boxed{100\pi} \end{aligned}$$

Fonte: Acervo do autor.

Feito a resolução final do volume de cone, a equipe construiu o domínio cognitiva da compreensão e do conhecimento, na hora que lembraram, por meio de suas pesquisas, o cálculo da integral da função quadrática ( $f(x) = x^2$ ), gerando o resultado de  $x^{2+1} / 3$ , conforme a figura 38. Como consequência deste resultado, as alunas tiveram o domínio da aplicação da regra do Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) em integral no intervalo de 0 até 12, argumentando que a capacidade total do cone é de  $100 \pi$  metros cúbico. Conectado ao domínio da aplicação, o grupo obteve o domínio de síntese no minuto que solucionou parte de baixo do volume do cone do recipiente de ração (Figura 32). Submergindo na solução por meio da geometria espacial, as estudantes tiveram o domínio de síntese, no momento que exporão a solução final do cone em  $100 \pi$  metros cúbico. Tudo isso foi possível pelo uso do domínio psicomotor ao reproduzir com suas mãos e braços o cálculo da integral pelo Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) e também a geometria espacial, gerando a solução final da parte de baixo do recipiente de ração.

Consolidado as respostas do volume do cilindro de  $200 \pi$  e do cone de  $100 \pi$  do recipiente de ração pelo cálculo da integral e geometria espacial (Ensino Médio) pela figura 32, o grupo explicou de forma satisfatória a solução geral ao Tutor através do seguinte diálogo:

Aluna A: Aqui, encontramos o volume do cilindro em  $200 \pi$  e cone em  $100 \pi$  com a capacidade total de  $300 \pi$  metros cúbico.

Aluna B: Pelo cálculo da integral.

Aluna A: Verdade, como também pela geometria espacial, vindo do ensino médio.

Aluna B: Isso mesmo, sem ter a noção que existia essa ligação entre os conteúdos.

Dessa forma, a conexão entre o cálculo integral e a geometria espacial na metodologia ABP gerou o domínio cognitivo da compreensão e do conhecimento pelas alunas de baixa visão, ao solucionar e resolver a capacidade total de armazenagem da parte de cima (cilindro) e da parte de baixo (cone) do recipiente de ração, dando um total de  $300 \pi$  metros cúbico (Figura 32). Para a pesquisa, essa solução levantada pelo grupo gerou o domínio psicomotor que culminou no desenvolvimento das habilidades físicas, movimentadas pelas mãos para a solução do problema. Com isso, gerou uma aprendizagem sobre o conhecimento da Geometria Espacial e do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos que elas estão inseridas na Universidade.

## 5 CONCLUSÃO

No contexto do ensino e aprendizagem para as alunas com baixa visão, desenvolveu-se este trabalho com o objetivo geral de analisar a relação teoria e prática da formação de conceito de geometria espacial e cálculo integral de cilindro e cone de revolução por meio da metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) para discentes com deficiência visual. Dessa forma, foi utilizado a metodologia PBL como uma ferramenta de ensino que corroborou na relação teoria e prática de uma situação problema real que um engenheiro passa se deparar ao longo da sua profissão, permitindo-o usar suas habilidades afim de encontrar a resolução mais adequada do problema.

Com essa corroboração metodológica, nos permitiu coletar dados e analisar a construção do conhecimento científico de Vygotsky perante as alunas com baixa visão. Ao longo da coleta de informações, o objetivo geral foi alcançado quando as alunas conseguiram solucionar e encontrar solução geral em metros cúbicos do recipiente cilíndrico-cônico de razão de forma ativa e cooperativa na resolução do problema em grupo. As dificuldades encontradas na resolução problema foram minimizadas com a intervenção do tutor, permitindo-as a desenvolver o pensamento geométrico e algébrico frente a um problema prático comum de engenharia.

Com base nos dados levantados ao longo da aplicação da metodologia ABP nos conteúdos abordados, foi constatado que a metodologia de ensino foi imprescindível na construção e consolidação dos conhecimentos conceituais em geometria e cálculo diferencial e integral de uma situação problema comum (recipiente de razão com formato cilíndrico-cônico) para dois cursos de Engenharia às alunas com baixa visão. Essa construção do conhecimento conceitual em grupo pela ABP se deu quando as alunas foram em busca das informações geométricas e algébricas contidas nos materiais de pesquisa (livros físicos e virtuais, pdf's e dentre outros) com auxílio dos recursos ópticos. Além disso, permitiu com que discentes desenvolvessem e construíssem seus próprios conceitos no ato das pesquisas e leituras, quando elas usaram o lápis e a régua para construir, no plano cartesiano, as figuras sólidas de revolução da situação problema, provocando, em sala de aula, momentos de investigações e reflexões de uma prática do grupo na sua formação de uma futura engenheira.

A implementação da metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas promoveu com que as alunas tivessem a responsabilidade em dividir as tarefas para resolução do problema, a autonomia na construção do saber científico em matemática, o comprometimento em trabalhar em equipe na busca pelas informações geométricas e algébricas contido no conteúdo e por último, o desenvolvimento de habilidades no cálculo e na geometria perante a

resolução do problema dado na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Em consequência dessa implementação, nos permitiu verificar que as alunas souberam relacionar a teórica e a prática dos conteúdos abordados, quando elas pesquisaram nos materiais de pesquisa e também, na internet os conceitos científicos do Cálculo Diferencial e Integral e da Geometria Espacial de um sólido de revolução cilíndrico e cônico, favorecendo a elaboração dos conceitos científicos.

A partir desta relação teórica e prática, constatou-se, de forma satisfatória, que a formação de conceitos na situação problema se deu através de um trabalho em grupo e colaborativo entre elas. Quando elas foram em busca dos dados contidos na situação problemas, levando-as a refletir e dando sentido e significado aos termos existentes da geometria e do cálculo, necessário para a resolução do problema cilíndrico-cônico. Em decorrência dessa interação, as alunas puderam se apropriar dos elementos mediadores geométricos que as permitiram compreender o que seja cada símbolos e signos existentes na geometria espacial, tais como: o ponto, a reta, a área, o volume e dentre outros termos. Já, no Cálculo Diferencial e Integral, o grupo apropriou-se dos conceitos e símbolos existentes na função, limite, derivada e integral, ao passo de internalizarem esses elementos simbólicos do cálculo integral (o intervalo, o símbolo da integração, a função, o  $d$  de diferenciação) para desenvolverem suas funções mentais na solução do problema dado.

Em consequência destas apropriações simbólicas existentes na geometria e no cálculo, foi possível identificar os tipos de domínios da taxonomia de Bloom na aplicação da metodologia de ensino ABP. No tocante ao passo 1 desta metodologia, identificou-se o domínio cognitivo conhecimento no momento que o grupo fazia a leitura de forma escrita e oral da situação problema com o auxílio dos recursos ópticos, lembrando dos elementos geométricos do cilindro e cone através de cada termo. Dentro deste domínio, verificou-se a existência da síntese e aplicação, no ato de grifar os termos no problema abordado. Em vista disso, detectou-se o domínio psicomotor no passo 1 quando elas usaram as mãos para levantar novos termos inseridos no problema de razão. Ou seja, os domínios cognitivo e psicomotor na aplicação do ABP trouxeram ganhos no processo de aprendizagem do cálculo, mais precisamente quando o grupo encontrou os significados de cada termo, permitindo-as formarem os conceitos científicos contidos na geometria e no cálculo para a resolução do problema.

Em detrimento do passo 1, a pesquisa nos propiciou comprovar no passo 2 da ABP a existência dos domínios cognitivos de análise e síntese. Em se tratando do domínio de análise, foi perceptível quando a equipe identificou e levantou a seguinte pergunta: o que se pede para calcular na situação problema do recipiente de razão? Com efeito, as discentes sintetizaram

levantando a seguinte resposta: a capacidade total de armazenagem do recipiente cilíndrico-cônico. A partir da identificação do problema, a equipe teve a iniciativa de construir e desenhar as figuras geométricas, formando os conceitos científicos de raio e altura contidos na área e no volume do sólido de revolução do recipiente de ração.

Ao longo da metodologia, foi possível constatar no passo 3 o domínio conhecimento no ato que o grupo ilustra, reescreve e aponta os elementos e fórmulas do cilindro e cone através do raio e altura com atividades motoras da escrita com as mãos, ampliando assim a discussão do problema de engenharia para a formação de conceito da matemática. Como também, as educandas apoderaram-se do domínio cognitivo compreensão quando elas definiram cada uma das fórmulas do cilindro e cone, expressando de forma satisfatória a existência do raio e da altura contido na situação problema do recipiente de ração.

Pela observação dos domínios analisados no passo anterior, o passo 4 detectou-se o desenvolvimento do domínio cognitivo conhecimento, quando o grupo representou simbolicamente o  $\int$  alongado significando o sinal da integral, intuitivamente dado por um intervalo fechado significando os limites (inferior e superior, respectivamente) de integração. Em decorrência desta representação do sinal da integral, as alunas demandarão a formação e a compreensão do conceito de integral definida de uma função no momento que o grupo representou no material de apoio a “soma” pela divisão da região a ser calculada em formas triângulo e retângulos que unidos constituem-se o recipiente de ração.

No tocante ao passo 5, observou-se um momento importante e norteador para o grupo, precisamente quando o grupo relacionou a representação simbólica da integral com a área e o volume entre a curva de  $f(x)$  e o eixo num plano cartesiano, desenvolvendo-se o domínio cognitivo conhecimento, baseado no conhecimento do conteúdo de geometria espacial.

Já, no passo 6, constatou-se o domínio do conhecimento no momento que o grupo identificou quais os dados e que medidas estão relacionadas a cada figura geométrica através da discussão entre as discentes, ampliando os conhecimentos no cálculo integral. Além disso, identificou-se o domínio aplicação ao usar o conteúdo de pirâmide para calcular a função  $f(x) = y$  do cone contido na área e no volume da situação problema dada, favorecendo a novos conhecimentos da equipe.

Dentro do sétimo passo da ABP, detectou-se os domínios conhecimento e síntese quando o grupo expôs a solução do problema no caderno, utilizando os conceitos e conteúdos do Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) e da Geometria Espacial para encontrar a capacidade total de armazenagem do recipiente cilíndrico-cônico. Em decorrência desta solução, percebeu-se o quanto as discentes tiveram sucesso na discussão da solução geral da

área e do volume total do recipiente, mesmo com algumas dificuldades ao longo da resolução do problema. Com efeito, revela-se que a equipe compreendeu os conceitos e conteúdos abordados de geometria espacial e cálculo integral definido na situação problema, com o auxílio do domínio psicomotor das mãos.

Um ponto importante observado durante a aplicação da ABP na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral que existiu algumas dificuldades ao longo da resolução do problema com conceitos geométricos e algébricos do cálculo, tais como: problemas de leitura e interpretação do problema que o tutor minimizou estimulando-as na descoberta do conhecimento por meio dos materiais de pesquisas. Bem como déficit de conhecimentos prévios ao longo do ensino médio que fizeram com que o grupo fosse em busca de outras fontes de pesquisa, como por exemplo a internet para tentar sanar suas dúvidas. Entretanto, este estudo não investigou a fundo as causas dessas dificuldades, mas em geral veio de problemas de aprendizagem no ensino médio, caracterizada pela metodologia do professor. Em consequência disso, constatou-se que o professor não teve a ideia e a sensibilidade de levar recursos pedagógicos e manipulativos para estimular e desenvolver o pensamento crítico dos alunos com o objetivo de ampliar as habilidades e domínios perante o assunto abordado em sala de aula, numa perspectiva inclusiva destas alunas.

Mesmo com esses contratempos educacionais, a aplicação da ABP com intervenção do Tutor favoreceu para o alcance de uma aprendizagem significativa e construtiva na resolução do problema real em engenharia que as alunas poderão enfrentar no mercado de trabalho. Isso foi perceptivo quando o tutor, como facilitador da aprendizagem, auxiliou-as a organizarem suas próprias aprendizagens por meio da utilização dos materiais de pesquisas, como também, orientando-as a trabalharem em grupo de forma transdisciplinar e interdisciplinar com a situação problema de engenharia.

O alcance dos objetivos levou à procura de respostas para os questionamentos desta pesquisa pautado na Taxonomia de Bloom, Formação de Conceito de Vygotsky e Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) que foram apresentados na introdução e no capítulo de metodologia deste trabalho. A primeira questão sobre a aquisição de conhecimentos científicos por meio da Aprendizagem Baseada em Problemas foi respondida quando o grupo se apropriou da situação problema real comum de engenharia, decorrido por meio da interação entre elas, o conteúdo a ser abordado, o tutor e o professor. Com a apropriação do problema, foi possível constatar que a aquisição do conhecimento em geometria e cálculo integral se deu ao longo dos passos da metodologia ABP, quando o grupo iniciou lendo o problema, esclarecendo os termos e conceitos, definindo e discutindo o problema, classificando as

soluções, formulando objetivos até relatar o que foi estudado na resolução do problema de engenharia. No segundo questionamento, verificou-se que a metodologia ABP trouxe resultados positivos para a construção e o entendimento dos conceitos científicos da geometria espacial e do cálculo integral no processo de aprendizagem da equipe. Esses resultados foram identificados, no momento que o grupo desenvolveu seus próprios raciocínios geométricos e algébricos existentes no Cálculo Integral de área e volume de um sólido de revolução com o auxílio dos recursos ópticos desenvolvendo o domínio psicomotor por meio das mãos e braços. A terceira questão foi sobre como um problema de área e volume mediado pelo PBL pode contribuir com a formação contínua das discentes de baixa visão nos cursos de Engenharia. Essa contribuição veio quando o grupo montou e apresentou as figuras geométricas na resolução do problema, bem como a aplicação das propriedades geométricas e a integração da geometria com a álgebra.

No entanto, estes questionamentos deram subsídios para responder o seguinte problema: De que maneira a Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), como uma prática de ensino, exercerá uma ação de aprendizagem de modo que promova uma interação entre os participantes do grupo, ao ponto de compreender como os alunos com deficiência visual formam os conceitos de volume de sólidos de revolução através de uma situação problema comum para as Engenharias de Química e Petróleo? É observado ao longo da aplicação de todos os passos do PBL, intrinsecamente, quando as alunas trabalharam em equipe de forma dinâmica, ativa e organizada numa aprendizagem significativa de um problema real de engenharia.

Com a solução do problema, foi possível analisar a relação teoria e prática da formação de conceito nos conteúdos abordados por meio do PBL, no momento que o grupo estabeleceu conexão entre a matemática e outras áreas do conhecimento em engenharia, tais como: percepção espacial e algébrica a partir da situação problema real. Tal conexão intensificou o conhecimento e a aprendizagem matemática, fortalecendo a construção de significados e sentidos nos conteúdos de geometria espacial e cálculo integral registrados pelos domínios cognitivo e psicomotor integrado na situação problema real.

No decorrer dos passos do PBL, foi possível trabalhar de forma interativa cada um dos conteúdos de geometria espacial e do cálculo integral no processo de aprendizagem, fazendo com que o grupo desenvolvesse seus próprios pensamentos críticos, ao ponto delas compreendessem o real sentido e significado das palavras que existem na geometria espacial e no cálculo integral de um sólido de revolução cilíndrico e cônico do recipiente de ração.

Com essa interatividade dos assuntos abordados ao longo da metodologia ABP, permitiu que o grupo trocasse conhecimento matemático, desenvolvesse suas criatividade e

habilidades (comunicação, trabalho em grupo, liderança), interagisse com o tutor e professor em busca de compreender os conteúdos abordados, ao ponto da equipe aprimorasse na formação matemática de um futuro engenheiro.

Neste cenário investigado, constatou-se que a Teoria de Vygotsky e a Taxonomia de Bloom se complementaram no momento que as alunas de baixa visão desenvolveram cognitivamente o pensamento geométrico e algébrico da geometria espacial na formação de conceitos do cálculo integral na resolução do problema com o auxílio dos recursos ópticos. Essa interdependência teórica, gerou resultado satisfatório para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral perante os assuntos abordados, na ocasião em que o grupo construiu as figuras geométricas no plano cartesiano, calculou a área de cada sólido de revolução. E por fim, mencionando a resolução final que determinou a capacidade total de armazenamento de um recipiente cilíndrico-cônico de ração com base na metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP).

## REFERÊNCIAS

ARAÚJO, U. F.; SASTRE, G. (org.). **Aprendizagem baseada em problemas no ensino superior**. 4. ed. São Paulo: Summus, 2018.

AZER, S. A. Problem-based learning in the fifth, sixth, and seventh grades: Assessment of students' perceptions. **Teaching and Teacher Education**, [s. l.], v. 25, n. 8, p. 1033-1042, 2009. DOI 10.1016/j.tate.2009.03.023. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/240432854\\_Problem-based\\_learning\\_in\\_the\\_fifth\\_sixth\\_and\\_seventh\\_grades\\_Assessment\\_of\\_students'\\_perception](https://www.researchgate.net/publication/240432854_Problem-based_learning_in_the_fifth_sixth_and_seventh_grades_Assessment_of_students'_perception). Acesso em: 25 jan. 2019.

BANDEIRA, S. M. C. **Olhar sem olhos: cognição e aprendizagem em contextos de inclusão – estratégias e percalços na formação inicial e docente de matemática**. 2015. 489 p. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, 2015. Disponível em: [https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=3575594](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=3575594). Acesso em: 6 mar. 2019.

BAPTISTA, J.A.L.S. **A invenção do braille e a sua importância na vida dos cegos**. [S. l.: s. n.], 2000. Disponível em: [http://www.deficienciavisual.pt/r-LouisBraille-invencao\\_do\\_braille-JoseAntonioBaptista.htm](http://www.deficienciavisual.pt/r-LouisBraille-invencao_do_braille-JoseAntonioBaptista.htm). Acesso em: 6 mar. 2018.

BARBOSA, M. A. **O insucesso no ensino e aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2004.

BARRETT, T.; MOORE, S. **New approaches to problem-based learning: Revitalising your practice in higher education**. New York: Routledge, 2011. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/257765506\\_New\\_Approaches\\_to\\_Problem\\_Based\\_Learning](https://www.researchgate.net/publication/257765506_New_Approaches_to_Problem_Based_Learning). Acesso em: 6 fev. 2018.

BARROWS, H. S. **Problem-based learning applied to medical education**. Springfield: Southern Illinois University Press, 2000.

BARROWS, H. S. Problem-based learning in medicine and beyond: A brief overview. *In*: WILKERSON, L.; GISELAERS, W. H. (ed.). **Bringing problem-based learning to higher education: Theory and practice**. San Francisco: Jossey-Bas, 1996. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/tl.37219966804>. Acesso em: 8 fev. 2018.

BARROWS, H. S.; TAMBLYN, R. M. **Problem-based learning: an approach to medical education**. Springer series on medical education. New York: Springer Publishing company, 2003. v. 1.

BLOOM, B. S. *et al.* **Taxonomy of educational objectives**. New York: David McKay, 1956. v. 1. Disponível em: <https://www.uky.edu/~rsand1/china2018/texts/Bloom%20et%20al%20-Taxonomy%20of%20Educational%20Objectives.pdf>. Acesso em: 15 jan. 2019.

BOUD, D.; FELETTI, G. **The challenge of problem-based learning**. Londres: Kogan Page, 1999.

BOURDIEU, P. **O poder simbólico**. 16. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2012.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da matemática**. Rio de Janeiro: Ed. Blucher, 2012.

BRANDÃO, J. C. **Ensino de matemática**: reflexões, vivências e convivências com a deficiência visual. São Paulo: Scortecci. 2020.

BRANDÃO, J. C. **Fundamentos de cálculo diferencial e integral**: para quem não gosta, mas precisa. São Paulo: Scortecci. 2017.

BRANDÃO, J. C. **Matemática e deficiência visual**. 2010. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Ceará, 2010. Disponível em: [http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/3110/1/2010\\_Tese\\_JCBrandao.pdf](http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/3110/1/2010_Tese_JCBrandao.pdf). Acesso em: 12 ago. 2018.

BRASIL. Câmara dos Deputados. Decreto nº 408, de 17 de Maio de 1890. Aprova o regulamento para o Instituto Nacional dos Cegos. **Coleção de Leis do Brasil**, [s. l.], v. 1 fasc. 5, p. 1021, 1890. Publicação original. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1824-1899/decreto-408-17-maio-1890-509179-publicacaooriginal-1-pe.html>. Acesso em: 14 maio 2018.

BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Ato das Disposições Constitucionais Transitórias. Brasília, DF: Presidência da República, 1988. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Constituicao/Constituicao.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/Constituicao.htm). Acesso em: 2 jun. 2018.

BRASIL. **Decreto nº 3.298, de 20 de dezembro de 1999**. Regulamenta a Lei no 7.853, de 24 de outubro de 1989, dispõe sobre a Política Nacional para a Integração da Pessoa Portadora de Deficiência, consolida as normas de proteção, e dá outras providências. Brasília, DF: Presidência da República, 1999. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/decreto/D3298.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/D3298.htm). Acesso em: 25 jun. 2018.

BRASIL. **Decreto nº 5.296 de 2 de dezembro de 2004**. Regulamenta as Leis nos 10.048, de 8 de novembro de 2000, que dá prioridade de atendimento às pessoas que especifica, e 10.098, de 19 de dezembro de 2000, que estabelece normas gerais e critérios básicos para a promoção da acessibilidade das pessoas portadoras de deficiência ou com mobilidade reduzida, e dá outras providências. Brasília, DF: Presidência da República, 2004. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_Ato2004-2006/2004/Decreto/D5296.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-2006/2004/Decreto/D5296.htm). Acesso em: 8 ago. 2018.

BRASIL. **Lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF: Presidência da República, 1996. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/LEIS/L9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9394.htm). Acesso em: 06 jun. 2018.

BRASIL. **Lei nº 13.146, de 6 de julho de 2015**. Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Brasília, DF: Presidência da República, 2015. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2015-2018/2015/lei/113146.htm#:~:text=Art.,Par%C3%A1grafo%20C3%BAnico](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/113146.htm#:~:text=Art.,Par%C3%A1grafo%20C3%BAnico). Acesso em: 02 jun. 2018.

BRASIL. **Lei nº 4.169, de 4 de dezembro de 1962.** Oficializa as convenções Braille para uso na escrita e leitura dos cegos e o Código de Contrações e Abreviaturas Braille. Brasília, DF: Presidência da República, 1962. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/1950-1969/L4169.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/1950-1969/L4169.htm). Acesso em: 25 maio 2018.

BRASIL. **Lei nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998.** Altera, atualiza e consolida a legislação sobre direitos autorais e dá outras providências. Brasília, DF: Presidência da República, 1998. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/Ccivil\\_03/leis/L9610.htm](http://www.planalto.gov.br/Ccivil_03/leis/L9610.htm). Acesso em: 15 jun. 2018.

BRASIL. **Lei nº 10.753, de 30 de outubro de 2003.** Institui a Política Nacional do Livro. Brasília, DF: Presidência da República, 2003. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/2003/110.753.htm#:~:text=DO%20LIVRO-,Art.,em%20qualquer%20formato%20e%20acabamento](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2003/110.753.htm#:~:text=DO%20LIVRO-,Art.,em%20qualquer%20formato%20e%20acabamento). Acesso em: 02 jun. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Direito à educação:** subsídios para a gestão dos sistemas educacionais: orientações gerais e marcos legais. Organização Ricardo Lovatto Blattes. 2. ed. Brasília, DF: MEC, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/direitoaeducacao.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes nacionais para a educação especial na educação básica.** Organização Kuno Paulo Rhoden e Sylvia Figueiredo Gouvêa. 2. ed. Brasília, DF: MEC, 2001. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB017\\_2001.pdf](http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB017_2001.pdf). Acesso em: 11 ago. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Formação continuada a distância de professores para o atendimento educacional especializado:** deficiência visual. Brasília, DF: MEC, 2007. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/ae\\_dv.pdf](http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/ae_dv.pdf). Acesso em: 27 jul. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Portaria nº 1.679 de 2 de dezembro de 1999.** Dispõe sobre requisitos de acessibilidade de pessoas portadoras de deficiências, para instruir os processos de autorização e de reconhecimento de cursos, e de credenciamento de instituições. Brasília, DF: MEC, 1999. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/sesu/arquivos/pdf/c1\\_1679.pdf](http://portal.mec.gov.br/sesu/arquivos/pdf/c1_1679.pdf). Acesso em: 10 jun. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Portaria nº 3.284, de 7 de novembro de 2003.** Dispõe sobre requisitos de acessibilidade de pessoas portadoras de deficiências, para instruir os processos de autorização e de reconhecimento de cursos, e de credenciamento de instituições. Brasília, DF: MEC, 2003. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/port3284.pdf>. Acesso em: 30 jun. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Saberes e práticas da inclusão:** desenvolvendo competências para o atendimento às necessidades educacionais especiais de alunos cegos e de alunos com baixa visão. 2. ed. Brasília, DF: MEC, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/alunoscegos.pdf>. Acesso em: 31 jul. 2018.

BRUNO, M. M. G. **Educação infantil:** saberes e práticas da inclusão: dificuldades de comunicação sinalização: deficiência visual. 4. ed. Elaboração prof<sup>ª</sup> Marilda Moraes Garcia

Bruno – consultora autônoma. Brasília, DF: MEC, Secretaria de Educação Especial, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/deficienciavisual.pdf>. Acesso em: 15 ago. 2018.

BUENO, J.G.S. **Educação especial brasileira: integração/segregação do aluno diferente**. São Paulo: EDUC, 1993.

CAPES. **Catálogo de teses e dissertações**. Brasília, DF: CAPES, 2019. Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/>. Acesso: 14 jul. 2019.

CARTOLANO, Maria Teresa Penteado. **Benjamin Constant e a instrução pública no início da República**. 1994. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1994. Disponível em: [http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/CAMP\\_3ab4a036f8d44dbacecbbab34a6d6270](http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/CAMP_3ab4a036f8d44dbacecbbab34a6d6270). Acesso: 18 maiO 2018.

CARVALHO, K. M. M. de; GASPARETTO, M. E. R. F.; VENTURINI, N. H. B.; KARA-JOSÉ, N. **Visão subnormal: orientações ao professor do ensino regular**. 3. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2002.

CATAPANI, E. C. Cálculo em serviço: um estudo exploratório. **Bolema**, Rio Claro, ano 14, n. 16, p. 53, 2001.

CEARÁ. Secretaria de Educação. **Decreto nº 31.221, de 03 de junho de 2013**. Centro de Referência em Educação e Atendimento Especializado do Ceará – CREAECE. Fortaleza: SEDUC, 2013. Disponível em: <http://pesquisa.doe.seplag.ce.gov.br/doepesquisa/sead.do?page=ultimasEdicoes&cmd=11&action=Ultimas>. Acesso em: 8 jul. 2018.

CERQUEIRA, Jonir Bechara, PINHEIRO, Cláudia Regina Garcia; FERREIRA, Elise de Melo Borba. O Instituto Benjamin Constant e o sistema braille. **Revista Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, ano 20, ed. esp. nov. 2014. Disponível em: [http://www.ibr.gov.br/images/conteudo/revistas/benjamin\\_constant/2014/edicao\\_especial\\_no\\_v\\_2014/BConst\\_edEsp2014\\_final.pdf](http://www.ibr.gov.br/images/conteudo/revistas/benjamin_constant/2014/edicao_especial_no_v_2014/BConst_edEsp2014_final.pdf). Acesso em: 8 maio 2018.

CERVO, Amado Luiz; BERVIAN, Pedro Alcino; SILVA, Roberto da. **Metodologia científica**. 6. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2007.

COLAÇO, V. F. R. Processos interacionais e a construção de conhecimento e subjetividade de crianças. **Psicol. Reflex. Crit.**, Porto Alegre, v. 17, n. 3, p. 333-340, 2004. Disponível em: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0102-79722004000300006&lng=pt&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-79722004000300006&lng=pt&nrm=iso). Acesso em: 23 jul. 2018.

CONDE, A. J. M. Definindo a cegueira e a visão subnormal. **Revista Benjamin Constant**, [s. l.], v. 1. p. 1-2, 2012. Disponível em: [http://www.ibr.gov.br/images/conteudo/AREAS\\_ESPECIAIS/CEGUEIRA\\_E\\_BAIXA\\_VISAO/ARTIGOS/Def-de-cegueira-e-baixa-viso.pdf](http://www.ibr.gov.br/images/conteudo/AREAS_ESPECIAIS/CEGUEIRA_E_BAIXA_VISAO/ARTIGOS/Def-de-cegueira-e-baixa-viso.pdf). Acesso em: 5 nov. 2018.

CONSELHO BRASILEIRO DE OFTALMOLOGIA. **Condições de saúde ocular no Brasil 2015**. 1. ed. São Paulo: CBO, 2015. Disponível em:

[http://www.cbo.net.br/novo/publicacoes/Condicoes\\_saude\\_ocular\\_IV.pdf](http://www.cbo.net.br/novo/publicacoes/Condicoes_saude_ocular_IV.pdf). Acesso em: 17 jul. 2018.

CONSELHO BRASILEIRO DE OFTALMOLOGIA. Veja bem. **CBO em Revista**, São Paulo, ed. 16, p. 17-19, 2018. Disponível em: [http://cbo.net.br/novo/publicacoes/revista\\_vejabem\\_16\\_online.pdf](http://cbo.net.br/novo/publicacoes/revista_vejabem_16_online.pdf). Acesso em: 4 ago. 2018.

CONSELHO BRASILEIRO DE OFTALMOLOGIA. **Visão subnormal**. São Paulo: CBO, 2015. Disponível em: [http://www.cbo.net.br/novo/publico-geral/visao\\_subnormal.php](http://www.cbo.net.br/novo/publico-geral/visao_subnormal.php). Acesso em: 10 ago. 2018.

COSTA, Antônio C.; CASCINO, Pasquale; SAVIANI, Dermeval. **Educador: novo milênio, novo perfil**. São Paulo: Paulus, 2000.

CURY, H. N.; CASSOL, M. Análise de erros em cálculo: uma pesquisa para embasar mudanças. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 6, n. 1. 2004. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/128>. Acesso em: 12 out. 2019.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto & aplicações ensino médio**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

D'ÁVILA, C. Por uma didática colaborativa no contexto das comunidades virtuais de aprendizagem. *In*: SANTOS, Edmea (org.). **Práticas pedagógicas e tecnologias digitais**. Rio de Janeiro: E-Papers, 2006.

DEELMAN, A.; HOEBERIGS, B. A ABP no contexto da universidade de Maastricht. *In*: ARAÚJO, U. F.; SASTRE, G. (org.). **Aprendizagem Baseada em Problemas no Ensino Superior**. São Paulo: Summus, 2009. p. 84.

DEWEY, J. **Vida e educação**: tradução e estudo preliminar por Anísio S. Teixeira. 10. ed. São Paulo: Melhoramentos: Rio de Janeiro: Fundação Nacional de Material Escolar, 1978.

DORNELES, C. M. **A contribuição das novas tecnologias no processo de ensino e aprendizagem do deficiente visual**. 2002. Dissertação (Mestrado) –Centro de Ciências Humanas e Sociais, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Mato Grosso do Sul, 2002. Disponível em: <https://posgraduacao.ufms.br/portal/trabalho-arquivos/download/723>. Acesso em: 1 ago. 2018.

ENEMARK, S.; KJAERSDAM, F. A ABP na teoria e na prática: A experiência de Aalborg na inovação do projeto no ensino universitário. *In*: ARAÚJO, U. F.; SASTRE, G. (org.). **Aprendizagem baseada em problemas no ensino superior**. São Paulo: Summus, 2009.

EVES, H. **Tópicos de história da Matemática**: para uso em sala de aula – geometria. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 2011.

FERRAZ, A. P. C. M.; BELHOT, R. V. Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição de objetivos instrucionais. **Gest. Prod.**, [s. l.], v. 17, n. 2, p. 421-431, 2010. ISSN 0104-530X. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/gp/v17n2/a15v17n2.pdf>. Acesso em: 10. set. 2019.

FGV/EESP. **PBL na escola de economia de São Paulo**. Rio de Janeiro: FGV, 2014. Disponível em: [https://eesp.fgv.br/sites/eesp.fgv.br/files/file/PBL\\_Final\\_2014.pdf](https://eesp.fgv.br/sites/eesp.fgv.br/files/file/PBL_Final_2014.pdf). Acesso em: 07. set. 2019.

FILHO, B. B.; SILVA, C. X. **Matemática aula por aula**. São Paulo: Editora FTD, 2000.

FORTUNA, J. **O conceito de acessibilidade e suas relações com a educação e cidadania**. 2009. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Programa de Pós-Graduação em Educação, Criciúma, 2009. Disponível em: [http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select\\_action=&co\\_obra=196668](http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=196668). Acesso em: 7 ago. 2018.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 10. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1981.

FREZATTI, F. *et al.* **Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL): uma solução para a aprendizagem na área de negócios**. 1. ed. São Paulo: Atlas, 2018.

FUNDAÇÃO DORINA. **Relatório anual de atividades**. São Paulo: Fundação Dorina, 2012. Disponível em: [https://www.fundacaodorina.org.br/uploads/relatorios-anuais/relatorio\\_anual\\_2012.pdf](https://www.fundacaodorina.org.br/uploads/relatorios-anuais/relatorio_anual_2012.pdf). Acesso em: 2 maio 2018.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

GIL, M. (org.) **Deficiência visual**. Brasília, DF: MEC, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/deficienciavisual.pdf>. Acesso em: 20 jul. 2018.

GÓES, M. C. **A natureza social do desenvolvimento psicológico**. 2. ed. São Paulo: Papirus, 1991.

GUGEL, M. A. **A pessoa com deficiência e sua relação com a história da humanidade**. [S. l.]: Associação Nacional dos Membros do Ministério Público de Defesa dos Direitos dos Idosos e Pessoas com Deficiência (AMPID), 2008. Disponível em: [http://www.ampid.org.br/ampid/Artigos/PD\\_Historia.php](http://www.ampid.org.br/ampid/Artigos/PD_Historia.php). Acesso em: 6 fev. 2018.

HADDAD, M.A.O. **Habilitação e reabilitação visual de escolares com baixa visão: aspectos médico-sociais**. 2006. Tese (Doutorado) – Faculdade de Medicina da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/5/5149/tde-23112006-133322/publico/MariaAOnukiHaddad.pdf>. Acesso em: 13 jul. 2018.

HADGRAFT, R.; PRPIC, J. The key dimensions of problem-based learning. *In*: ANNUAL CONFERENCE AND CONVENION OF AUSTRALASIAN ASSOCIATION FOR ENGINEERING EDUCATION, 11., 1999. Adelaide. **Annals** [...]. Adelaide: AAEE, 1999.

IEZZI, G. *et al.* **Matemática: ciência e aplicações ensino médio**. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016. v. 1.

INTERNATIONAL COUNCIL OF OPHTHALMOLOGY. **Resolution adopted by the International Council of Ophthalmology**. Sydney, 20 Apr. 2002. Disponível em: <http://www.icoph.org/downloads/visualstandardsreport.pdf>. Acesso: 10 jul. 2018.

LACHINI, J. Subsídios para explicar o fracasso de alunos em Cálculo. *In*: LAUDARES, J. B.; LACHINI, J. (org.). **Educação matemática**: a prática educativa sob o olhar de professores de Cálculo. Belo Horizonte: FUMARC, 2001. p. 147.

LIRA, A. K.; BRANDÃO, J. **Matemática e deficiência visual**. Fortaleza: Editora da UFC, 2013.

LIRA, B. C. **O professor sociointeracionista e a inclusão social**. São Paulo: Paulinas, 2007.

MAGALHÃES, M. M. G. **A perspectiva da linguística**: linguagem, língua e fala. Rio de Janeiro. 2007.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MARTIN, M. B. Visão normal. *In*: MARTIN, M. B.; BUENO, S. T. (org.). **Deficiência visual**: aspectos psicoevolutivos e educativos. Livraria Santos Editora, 2003.

MARTIN, M. B.; RAMÍREZ, F. R. Visão subnormal. *In*: MARTIN, M. B.; BUENO, S. T. (org.): **Deficiência visual**: aspectos psicoevolutivos e educativos. Livraria Santos Editora. 2003.

MARTINS, B.S. A modernidade segundo Louis Braille. **Revista Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, ano 20, ed. esp., p. 15, nov. 2014. Disponível em:  
[http://www.ibr.gov.br/images/conteudo/revistas/benjamin\\_constant/2014/edicao\\_especial\\_no\\_v\\_2014/BConst\\_edEsp2014\\_final.pdf](http://www.ibr.gov.br/images/conteudo/revistas/benjamin_constant/2014/edicao_especial_no_v_2014/BConst_edEsp2014_final.pdf). Acesso em: 13 fev. 2018.

MARTINS, D. S. **Educação especial**: oficina de capacitação para professores de matemática na área da deficiência visual. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2013. Disponível em:  
<https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/78877/000901097.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 8 ago. 2018.

MARUCH, M. A. S.; STEINLE, M. C. B. **O aluno cego e seu processo de alfabetização e letramento**. Curitiba: SESSID, 2009. Disponível em:  
<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2348-.pdf?PHPSESSID=2010011108145452>. Acesso em: 16 mar. 2018.

MATUI, J. **Construtivismo**: teoria construtivista sócio-histórica aplicada ao ensino. São Paulo: Moderna, 1995.

MAZZOTTA, M. J. S. **Educação especial no Brasil**: história e políticas públicas. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MEIRA, L.; SPINILLO, A. G. **Psicologia cognitiva**: cultura, desenvolvimento e aprendizagem. Recife: Universitária, 2006.

MICROSOFT ACADEMIC. **Calculus visual impairment**. Microsoft Academic, 2019. Disponível em:

<https://academic.microsoft.com/search?q=calculus%20visual%20impairment&f=&orderBy=0&skip=0&take=10>. Acesso em: 2 jun. 2018.

MIZIARA, P. Auxílios ópticos para baixa visão. **Acessibilidade na Prática**, [s. l.], 2015. Disponível em: <http://www.acessibilidadenapratica.com.br/textos/auxilios-opticos-para-baixa-visao/>. Acesso em: 22 ago. 2018.

MIZIARA, P. **Baixa visão**: classificação quanto ao perfil de resposta visual. *Acessibilidade na Prática*. [S. l.], 2015. Disponível em: <http://www.acessibilidadenapratica.com.br/textos/baixa-visao-classificacao-quanto-ao-perfil-de-resposta-visual>. Acesso em: 25 ago. 2018.

MORAES, M. E. L. **A leitura tátil e os efeitos da desbrailização em aulas de matemática**. 2016. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, Belém, 2016. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0Bxa8Ai93RdHQSEE0bHpGaHUxU1E/view>. Acesso em: 11 ago. 2018.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. Campinas: Papyrus, 1997.

MUNHOZ, A.S. **Aprendizagem baseada em problemas**: ferramenta de apoio ao docente no processo de ensino e aprendizagem. 1. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2018.

NÚÑES, I. B. **Vygotsky, Leontiev e Galperin**: a formação de conceitos e princípios didáticos. Brasília: Liber Livro, 2009.

O'GRADY, G. *et al.* **One-day, one-problem**. An approach to problem-based learning. Singapore: Springer, 2012.

OLIVEIRA, E. C. **Métodos analíticos de integração**: exercícios resolvidos e propostos. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

OLIVEIRA, M. K. Vygotsky e o processo de formação de conceitos. *In: LA TAILLE, Yves de; OLIVEIRA, Marta Kohl de; DANTAS, Heloysa* **Piaget, Vygotsky, Wallon - Teorias psicogenéticas em discussão**. São Paulo: Summus, 1992. p. 40-42.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky**: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico. 4. ed. São Paulo: Scipione, 1997.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky**: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 2002.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS. **Declaração dos direitos das pessoas deficientes**. [Nova Iorque], 1975. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/dec\\_def.pdf](http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/dec_def.pdf). Acesso em: 17 abr. 2018.

PENAFORTE, J. John Dewey e as raízes filosóficas da aprendizagem baseada em problemas. *In: MAMEDE, S.; PENAFORTE, J. (org.)*. **Aprendizagem baseada em problemas**: anatomia de uma nova abordagem educacional. São Paulo: Hucitec, 2001.

PINO, A. O social e o cultural na obra de Lev S. Vigotski. **Educação e sociedade**, Campinas, ano 21, n. 71, p. 6-7, 2000. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/26357018\\_O\\_social\\_e\\_o\\_cultural\\_na\\_obra\\_de\\_Vigotski](https://www.researchgate.net/publication/26357018_O_social_e_o_cultural_na_obra_de_Vigotski). Acesso em: 6 ago. 2018.

PUGA, L.F. **perspectivas históricas da educação do cego**. Nasen: Helping Everyone Achieve. 2016. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1111/1471-3802.12222>. Acesso em: 7 abr. 2018.

REGO, T. C. **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação**. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 1995.

REGO, T. C. **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação**. 14. ed. Petrópolis: Vozes, 2002.

RIBEIRO, L. R. C. **A aprendizagem baseada em problemas (PBL): uma implementação na educação em engenharia na voz dos atores**. 2005. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/2353/TeseLRRCR.pdf?sequence%3E>. Acesso em: 5 maio 2019.

ROSA, F. M. C. **Professores de matemática e a educação inclusiva: análises de memoriais de formação**. 2013. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Campus de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2013. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91035/000733441.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 10 ago. 2018.

SALVADOR, D. F. et. al. Aplicando os princípios da aprendizagem baseada em problemas como modelo instrucional no contexto de uma feira de ciências. **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias**, Vigo, v. 13, n. 3, p. 292-317, 2014.

SANTOS, Miralva J. dos. **A escolarização do aluno com deficiência visual e sua experiência educacional**. 2007. 110 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2007. Disponível em: <https://repositorio.ufba.br/ri/bitstream/ri/10613/1/Miralva%20dos%20Santos.pdf>. Acesso em: 21 abr. 2018.

SÃO PAULO. Lei nº 2.287, de 03/09/1953. Dispõe sobre a criação de Classes Braille nos cursos pré-primário, primário, secundário e de formação profissional em geral e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, São Paulo, 3 set. 1953. Disponível em: <https://www.al.sp.gov.br/repositorio/legislacao/lei/1953/lei-2287-03.09.1953.html>. Acesso em: 23 maio 2018.

SÃO PAULO. **Lei nº 12.470, de 22 de dezembro de 2006**. São Paulo: Assembleia Legislativa, 2006. Disponível em: <https://www.al.sp.gov.br/norma/69359>. Acesso em: 20 jan. 2019.

SAVERY, J.R. Overview of problem-based learning: Definitions and distinctions. **Interdisciplinary Journal of Problem-Based Learning**, [s. l.], v 1. 2006. Disponível em: <https://docs.lib.purdue.edu/ijpbl/vol1/iss1/3/>. Acesso em: 27 jan. 2019.

SCHMIDT, H. G. Problem-based learning: rationale and description. **Medical Education**. v. 17, issue 1, p. 11-16, Jan. 1983. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1365-2923.1983.tb01086.x>. Acesso em: 24 jan. 2019.

SILVA, J. F.; BORGES NETO, H. Questões básicas no ensino de cálculo. **Educação Matemática em Revista**, v. 5, p. 4, 1994. Edição especial.

SILVA, M. A. Tomada de posição. *In*: BORGES NETO, Hermínio (org.). **Sequência Fedathi: fundamentos**. Curitiba: CRV, 2018. v. 3.

SILVA, P. R. J. **Inclusão de estudantes com deficiência visual nos jogos de linguagem envolvendo a matemática**. 2018. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Pará, Belém, 2018.

Disponível em:

[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=7137105](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=7137105). Acesso em: 18 ago. 2018.

SILVA, R. S.; SALES, F.H.S. (org.). **Um olhar inclusivo sobre o ensino das ciências e da matemática**. Curitiba: Editora Appris, 2017.

SIMMONS, George F. **Cálculo com geometria analítica**. São Paulo: Pearson Makron Books, 1987. v. 1.

SOCIEDADE DE ASSISTÊNCIA AOS CEGOS. **Apresentação**. Sociedade de Assistência aos Cegos, 2018. Disponível em: <http://www.sac.org.br/instituto/APRESENT.HTM>. Acesso em: 21 maio 2018.

SOUZA, A. C.; FIALHO, F. A. P.; OTANI, N. **TCC: métodos e técnicas**. Florianópolis: Visual Books, 2007.

BRANDÃO, M L. **Recursos ópticos que potencializam o resíduo visual**. STARGARDT - DOENÇAS DEGENERATIVAS DA RETINA.2016. Disponível em:

<http://www.stargardt.com.br/recursos-oticos-que-potencializam-o-residuo-visual/>. Acesso em: 18 ago. 2018.

STEWART, J. **Cálculo**. 6. ed. São Paulo: Cengage, 2010.

TALEB, A.C. **Tele-ofatamologia em atenção primária**. 2009. Tese (Doutorado em Ciências) – Faculdade de Medicina, Universidade Federal de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/5/5144/tde-22022010-153801/publico/AlexandreCTAleb.pdf>. Acesso em: 25 jul. 2018.

TECE. **Reglete positiva de bolso com punção**. Tecnologia e Ciência Educacional (TECE), 2019. Disponível em: <http://www.loja.tece.com.br/reglete-positiva-de-bolso-com-puncao-cor-reglete-vermelha-puncao-transparente-menor>. Acesso em: 26 mar. 2018.

THOMAS G.B. **Cálculo**. 11. ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2011. v. 1.

THOMAS G.B. *et al.* **Cálculo**. 12. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012. v. 1.

TOSTES, T. A. **Tabuleiro das expressões**: um auxiliador no ensino da matemática para alunos com deficiência visual. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional) – Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências na Educação Básica, Universidade do Grande Rio, 2015. Disponível em: <https://tede.unigranrio.edu.br/handle/tede/270>. Acesso em: 9 ago. 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ. **Secretaria de acessibilidade**. sistema de cotas para pessoas com deficiência. Fortaleza: Secretaria de Acessibilidade, 2020.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ. Secretaria do Departamento de Integração Acadêmica Tecnológica. **Taxa de aprovação e reprovação nos cursos de engenharias**. Fortaleza: DIATEC, 2020.

VERGARA, S. C. **Projetos e relatórios de pesquisa em administração**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

VIEIRA, S.S. Cronologia da deficiência visual. **Educar para a diversidade**, [s. l.], 2010. Disponível em: [http://profsilviosantiago.blogspot.com/2010/04/cronologia-da-deficiencia-visual\\_4650.html](http://profsilviosantiago.blogspot.com/2010/04/cronologia-da-deficiencia-visual_4650.html). Acesso em: 23 abr. 2018.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**: desenvolvimento da percepção e da atenção. 6. ed. São Paulo: Ed. Martins Fontes, 2003.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 10. ed. São Paulo: Ícone, 2006.

WOODS, D.; R. **Problem-based learning, especially in the context of large classes**: Department of Chemical Engineering Web Site. Hamilton: MacMaster University, 2000. Disponível em: <http://chemeng.macmaster.ca/pbl/pbl.htm>. Acesso em: 31 maio 2019.

**APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação**  
**Faculdade de Educação (FACED)**  
**Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE)**  
**Doutorado em Educação**

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)**

Você está sendo convidado pelo professor Dr. Jorge Carvalho Brandão como participante da pesquisa intitulada “Investigando os Conceitos de Volumes de Sólidos de Revolução via Cálculo Integral de Cilindro e Cone por Meio da Metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) para Discentes com Deficiência Visual”. Você não deve participar contra a sua vontade. Leia atentamente as informações abaixo e faça qualquer pergunta que desejar, para que todos os procedimentos desta pesquisa sejam esclarecidos.

**1. Apresentação**

A pesquisa “Investigando os Conceitos de Volumes de Sólidos de Revolução via Cálculo Integral de Cilindro e Cone por Meio da Metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) para Discentes com Deficiência Visual” tem por objetivo analisar a relação teoria e prática da formação de conceito de Cálculo Integral de cilindro e cone de revolução por meio da metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) para discentes com deficiência visual.

O procedimento metodológico constituirá de uma pesquisa aplicada, qualitativa, exploratória, descritiva, bibliográfica, pesquisa-ação e estudo de caso que utilizará Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) para discentes com deficiência visual com fotos e áudios tirados ao longo da aplicação desta metodologia.

Para aplicar essa metodologia, será constituído de grupos de discentes para análise com os devidos esclarecimentos sobre a metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) e conteúdos a serem abordados, na intenção de entender como se dá a formação de conceito de volumes de sólidos de revolução via

cálculo integral de cilindro e cone por meio da metodologia Aprendizagem Baseada Em Problemas (ABP) para discentes com deficiência visual.

Trata-se de uma pesquisa em nível de tese de doutorado realizado pelo Miguel Angelo da Silva em conjunto com o orientador Jorge Carvalho Brandão e, para realizá-la, preciso de sua contribuição e neste sentido, convido você a participar da referida pesquisa.

## **2. Esclarecimento**

Esclareço que sua participação na pesquisa consiste em conceder permissão para observar as aulas com fotos e áudios, na intenção de extrair dados para análise da tese. Sua participação é voluntária, não haverá custos materiais ou financeiros para você, bem como não haverá remuneração pela sua participação. Você tem a garantia de plena liberdade de participação na pesquisa, podendo recusar-se a participar ou retirar seu consentimento em qualquer momento da realização da pesquisa, sem ter que justificar sua desistência e ter que sofrer quaisquer tipos de coação ou penalidade. Esclarecemos ainda que a divulgação das mencionadas informações só será feita entre os profissionais estudiosos do assunto, e que a qualquer momento o participante poderá ter acesso a informações referentes à pesquisa, pelos telefones/endereço dos pesquisadores.

A pesquisa oferece alguns riscos, como o possível desconforto, tendo em vista que o aluno ou outro não se sinta à vontade com algumas fotos e áudios feitos em sala de aula. Para minimizar ou excluir os riscos, serão tomadas providências e precauções como autorizações por escrito para uso de imagem. O pesquisador garante manter o mais amplo absoluto e irrestrito sigilo profissional sobre sua identidade durante e após o término da pesquisa. Desse modo, sua identidade pessoal será exclusividade de todo e quaisquer produtos da pesquisa para fins de publicação científica. Caso a pesquisa lhe cause algum dano decorrente de sua participação, seu direito de indenização é adquirido.

O possível benefício que você terá com a pesquisa é o conhecimento sobre o real de seu trabalho e tudo que decorre desse conhecimento, como a possibilidade de realinhamento das práticas em matemática que aumentem o desempenho de seus objetivos profissionais.

Esclarecemos que os dados coletados serão utilizados única e exclusivamente para os fins previstos no projeto de pesquisa, os quais serão apresentados no relatório de pesquisa e que os resultados da pesquisa serão apresentados para efeito de titulação e os resultados poderão ser publicados em meios de comunicação científica, tais como: eventos científicos, livros e/ou revistas acadêmica, sempre resguardando sua identidade.

Você também receberá uma via deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), o qual terá a primeira página rubricada e a segunda página assinada por você e pelo pesquisador responsável.

Para maiores informações e esclarecimentos sobre a pesquisa e/ou seus procedimentos, você poderá entrar em contato com o pesquisador responsável Miguel Angelo da Silva, pelo telefone 85 9 9954 1798 e o e-mail miguelconta2005@yahoo.com.br. Você também poderá entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal do Ceará para solicitar todo e qualquer esclarecimentos éticos que lhe convir para a pesquisa. O CEP da UFC (60440-900) é localizado no Campus do Pici - Bloco 710, Bairro Pici no Departamento de Centro de Tecnologia em Fortaleza – Ceará.

Por fim, eu, Miguel Angelo da Silva, declaro cumprir todas as exigências éticas cumpridas no item IV. 3, “a – h” e IV. 5, “a” e “d”, da Resolução CNS Nº 466/2012 durante e após a realização da pesquisa.

Destacar, ainda no convite, que a qualquer momento o participante poderá recusar a continuar participando da pesquisa e que também poderá retirar o seu consentimento, sem que isso lhe traga qualquer prejuízo. Garantir que as informações conseguidas através da sua participação não permitirão a identificação da sua pessoa, exceto aos responsáveis pela pesquisa, e que Endereço dos responsáveis pela pesquisa:

**Nome: Miguel Angelo da Silva (pesquisador)**

**Instituição: Universidade Federal do Ceará**

**Endereço: rua: Pe. Constantino, nº 19, ap. 1301, torre 3, Bairro: Jacarecanga.  
CEP 60310-400 - Fortaleza – CE**

**Telefone para contato: (85) 9 9954 1798**

**Nome: Jorge Carvalho Brandão (orientador)**

**Instituição: Universidade Federal do Ceará**

**Endereço: Campus do Pici - Bloco 710, Bairro Pici, Departamento de Centro de Tecnologia - CEP 60440-900 - Fortaleza – CE**

**Telefone para contato: (85) 9 9794 3802**

A abaixo assinada Priscila David Braga, 20 anos, RG: 20084862577, declara que é de livre e espontânea vontade que está como participante de uma pesquisa. Eu declaro que li cuidadosamente este Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e que, após sua leitura, tive a oportunidade de fazer perguntas sobre o seu conteúdo, como também sobre a pesquisa, e recebi explicações que responderam por completo minhas dúvidas. E declaro, ainda, estar recebendo uma via assinada deste termo.

Fortaleza, 26 de setembro de 2019.

Priscila David Braga

<b>Nome do participante da pesquisa</b>	<b>Data</b>	<b>Assinatura</b>
---	-------------	-------------------

Miguel Angelo da Silva

<b>Nome do pesquisador principal</b>	<b>Data</b>	<b>Assinatura</b>
--------------------------------------	-------------	-------------------

Miguel Angelo da Silva

<b>Nome do profissional que aplicou o TCLE</b>	<b>Data</b>	<b>Assinatura</b>
--	-------------	-------------------



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação**  
**Faculdade de Educação (FACED)**  
**Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE)**  
**Doutorado em Educação**

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)**

Você está sendo convidado pelo professor Dr. Jorge Carvalho Brandão como participante da pesquisa intitulada “Investigando os Conceitos de Volumes de Sólidos de Revolução via Cálculo Integral de Cilindro e Cone por Meio da Metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) para Discentes com Deficiência Visual”. Você não deve participar contra a sua vontade. Leia atentamente as informações abaixo e faça qualquer pergunta que desejar, para que todos os procedimentos desta pesquisa sejam esclarecidos.

**1. Apresentação**

A pesquisa “Investigando os Conceitos de Volumes de Sólidos de Revolução via Cálculo Integral de Cilindro e Cone por Meio da Metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) para Discentes com Deficiência Visual” tem por objetivo analisar a relação teoria e prática da formação de conceito de Cálculo Integral de cilindro e cone de revolução por meio da metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) para discentes com deficiência visual.

O procedimento metodológico constituirá de uma pesquisa aplicada, qualitativa, exploratória, descritiva, bibliográfica, pesquisa-ação e estudo de caso que utilizará Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) para discentes com deficiência visual com fotos e áudios tirados ao longo da aplicação desta metodologia.

Para aplicar essa metodologia, será constituído de grupos de discentes para análise com os devidos esclarecimentos sobre a metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) e conteúdos a serem abordados, na intenção de entender como se dá a formação de conceito de volumes de sólidos de revolução via

cálculo integral de cilindro e cone por meio da metodologia Aprendizagem Baseada Em Problemas (ABP) para discentes com deficiência visual.

Trata-se de uma pesquisa em nível de tese de doutorado realizado pelo Miguel Angelo da Silva em conjunto com o orientador Jorge Carvalho Brandão e, para realizá-la, preciso de sua contribuição e neste sentido, convido você a participar da referida pesquisa.

## **2. Esclarecimento**

Esclareço que sua participação na pesquisa consiste em conceder permissão para observar as aulas com fotos e áudios, na intenção de extrair dados para análise da tese. Sua participação é voluntária, não haverá custos materiais ou financeiros para você, bem como não haverá remuneração pela sua participação. Você tem a garantia de plena liberdade de participação na pesquisa, podendo recusar-se a participar ou retirar seu consentimento em qualquer momento da realização da pesquisa, sem ter que justificar sua desistência e ter que sofrer quaisquer tipos de coação ou penalidade. Esclarecemos ainda que a divulgação das mencionadas informações só será feita entre os profissionais estudiosos do assunto, e que a qualquer momento o participante poderá ter acesso a informações referentes à pesquisa, pelos telefones/ endereço dos pesquisadores.

A pesquisa oferece alguns riscos, como o possível desconforto, tendo em vista que o aluno ou outro não se sinta à vontade com algumas fotos e áudios feitos em sala de aula. Para minimizar ou excluir os riscos, serão tomadas providências e precauções como autorizações por escrito para uso de imagem. O pesquisador garante manter o mais amplo absoluto e irrestrito sigilo profissional sobre sua identidade durante e após o término da pesquisa. Desse modo, sua identidade pessoal será exclusividade de todo e quaisquer produtos da pesquisa para fins de publicação científica. Caso a pesquisa lhe cause algum dano decorrente de sua participação, seu direito de indenização é adquirido.

O possível benefício que você terá com a pesquisa é o conhecimento sobre o real de seu trabalho e tudo que decorre desse conhecimento, como a possibilidade de realinhamento das práticas em matemática que aumentem o desempenho de seus objetivos profissionais.

Esclarecemos que os dados coletados serão utilizados única e exclusivamente para os fins previstos no projeto de pesquisa, os quais serão apresentados no relatório de pesquisa e que os resultados da pesquisa serão apresentados para efeito de titulação e os resultados poderão ser publicados em meios de comunicação científica, tais como: eventos científicos, livros e/ou revistas acadêmica, sempre resguardando sua identidade.

Você também receberá uma via deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), o qual terá a primeira página rubricada e a segunda página assinada por você e pelo pesquisador responsável.

Para maiores informações e esclarecimentos sobre a pesquisa e/ou seus procedimentos, você poderá entrar em contato com o pesquisador responsável Miguel Angelo da Silva, pelo telefone 85 9 9954 1798 e o e-mail miguelconta2005@yahoo.com.br. Você também poderá entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal do Ceará para solicitar todo e qualquer esclarecimentos éticos que lhe convir para a pesquisa. O CEP da UFC (60440-900) é localizado no Campus do Pici - Bloco 710, Bairro Pici no Departamento de Centro de Tecnologia em Fortaleza – Ceará.

Por fim, eu, Miguel Angelo da Silva, declaro cumprir todas as exigências éticas cumpridas no item IV. 3, “a – h” e IV. 5, “a” e “d”, da Resolução CNS N° 466/2012 durante e após a realização da pesquisa.

Destacar, ainda no convite, que a qualquer momento o participante poderá recusar a continuar participando da pesquisa e que também poderá retirar o seu consentimento, sem que isso lhe traga qualquer prejuízo. Garantir que as informações conseguidas através da sua participação não permitirão a identificação da sua pessoa, exceto aos responsáveis pela pesquisa, e que Endereço dos responsáveis pela pesquisa:

**Nome: Miguel Angelo da Silva (pesquisador)**

**Instituição: Universidade Federal do Ceará**

**Endereço: rua: Pe. Constantino, nº 19, ap. 1301, torre 3, Bairro: Jacarecanga.  
CEP 60310-400 - Fortaleza – CE**

**Telefone para contato: (85) 9 9954 1798**

**Nome: Jorge Carvalho Brandão (orientador)**

**Instituição: Universidade Federal do Ceará**

**Endereço: Campus do Pici - Bloco 710, Bairro Pici, Departamento de Centro de Tecnologia - CEP 60440-900 - Fortaleza – CE**

**Telefone para contato: (85) 9 9794 3802**

A abaixo assinada Jasmille de Oliveira Silva, 25 anos, RG: 2006010243968, declara que é de livre e espontânea vontade que está como participante de uma pesquisa. Eu declaro que li cuidadosamente este Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e que, após sua leitura, tive a oportunidade de fazer perguntas sobre o seu conteúdo, como também sobre a pesquisa, e recebi explicações que responderam por completo minhas dúvidas. E declaro, ainda, estar recebendo uma via assinada deste termo.

Fortaleza, 26 de setembro de 2019.

Jasmille de Oliveira Silva

<b>Nome do participante da pesquisa</b>	<b>Data</b>	<b>Assinatura</b>
---	-------------	-------------------

Miguel Angelo da Silva

<b>Nome do pesquisador principal</b>	<b>Data</b>	<b>Assinatura</b>
--------------------------------------	-------------	-------------------

Miguel Angelo da Silva

<b>Nome do profissional que aplicou o TCLE</b>	<b>Data</b>	<b>Assinatura</b>
--	-------------	-------------------

## APÊNDICE B – AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação**  
**Faculdade de Educação (FACED)**  
**Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE)**  
**Doutorado em Educação**

### **AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL À REALIZAÇÃO DE PROJETO DE PESQUISA**

Declaro, para fins de comprovação junto ao Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal do Ceará-CEP/UFC/PROPESQ, que **Curso de Graduação de Engenharia Química** dispõe de toda infraestrutura necessária para realização da pesquisa intitulada “Investigando os Conceitos de Volumes de Sólidos de Revolução via Cálculo Integral de Cilindro e Cone por Meio da Metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) para Discentes com Deficiência Visual” a ser realizada pelo pesquisador Miguel Angelo da Silva.

Fortaleza, 26 de setembro de 2019.

---

André Casimiro de Macedo

Coordenador do curso de Graduação de Engenharia Química



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação**  
**Faculdade de Educação (FACED)**  
**Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE)**  
**Doutorado em Educação**

**AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL À REALIZAÇÃO DE PROJETO DE PESQUISA**

Declaro, para fins de comprovação junto ao Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal do Ceará-CEP/UFC/PROPESQ, que **Curso de Graduação de Engenharia de Energias Renováveis** dispõe de toda infraestrutura necessária para realização da pesquisa intitulada "Investigando os Conceitos de Volumes de Sólidos de Revolução via Cálculo Integral de Cilindro e Cone por Meio da Metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) para Discentes com Deficiência Visual" a ser realizada pelo pesquisador Miguel Angelo da Silva.

Fortaleza, 26 de setembro de 2019.

---

Francisco Nivaldo Aguiar Freire

Coordenador do curso de Graduação de Engenharia de Energias Renováveis

## APÊNDICE C – ROTEIRO DE ENTREVISTA UTILIZADO



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ  
 PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
 FACULDADE DE EDUCAÇÃO  
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO  
 LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO, CURRÍCULO E ENSINO (LECE)  
 EIXO: ENSINO DE MATEMÁTICA

### DADOS PESSOAIS

1. Nome:
2. Data de Nascimento: \_\_ / \_\_ / \_\_\_\_\_
3. Município onde reside: \_\_\_\_\_ Estado: \_\_\_\_\_

### FORMAÇÃO ESCOLAR

4. Sua formação básica (Fundamental e Médio) foi feita predominantemente:
  - a) ( ) Escola Pública
  - b) ( ) Escola Privada
  - c) ( ) Escola Conveniada
  - d) ( ) Parte em Escola Pública e Escola Privada
5. O Ano que terminou o ensino médio: \_\_\_\_\_
6. No ensino médio, teve alguma(s) disciplina(s) que houve mais dificuldade de aprendizagem? Quais e justifique. \_\_\_\_\_
7. No ato da inscrição do ENEM, qual (is) foi (ram) a(s) opção (ões) de escolha de curso para adentrar na universidade pública? E Justifique.
8. Escolaridade - formação superior
 

Graduação: \_\_\_\_\_

Semestre: \_\_\_\_\_

Ano que entrou: \_\_\_\_\_

### CURSO E DISCIPLINA(S)

9. Ao entrar na universidade, foi atrás de conhecer o currículo do seu curso? ( ) sim; ( ) não. Justifique.

10. Quantas disciplinas fez nos semestres 2018.1 e 2018.2? \_\_\_\_\_
11. Teve alguma(s) disciplina(s) que mais se identificou, ampliando sua aprendizagem? ( ) sim; ( ) não. Justifique (como? porque?). \_\_\_\_\_
12. Ao longo destes semestres 2018.1 e 2018.2, teve alguma(s) disciplina(s) que houve mais dificuldade de aprendizagem? Quais e justifique (como? porque?).  
\_\_\_\_\_
13. Perante as disciplinas de cálculos, como costuma estudá-las? ( ) fazendo resumos; ( ) Resolvendo exercícios; ( ) apontamentos; ( ) usando livros; ( ) internet; ( ) outros estudos. E Justifique (como? Porque?). \_\_\_\_\_
14. Para você, entender as noções e conceitos básicos do cálculo diferencial e integral facilita na sua aprendizagem? ( ) sim; ( ) não. Justifique (como? porque?). \_\_\_\_\_
15. A articulação entre a álgebra, geometria e aritmética foi visto durante a disciplina? ( ) sim; ( ) não.
- a. Justifique (como? porque?). \_\_\_\_\_
- b. Se sim, coloque aqui algum exemplo. \_\_\_\_\_
16. Essa articulação que retrata o item 15, facilitou na sua aprendizagem ao longo da disciplina de cálculo? ( ) sim; ( ) Pouco; ( ) não. Justifique (como? porque?). \_\_\_\_\_
17. Ao longo da disciplina foram dados algumas fontes de recursos, exemplos: livros, tecnologia (whatsApp) etc, você utilizou algum outro recurso? ( ) sim; ( ) pouco; ( ) não. Mencione outros recursos. \_\_\_\_\_
18. Outros recursos utilizados por você, ajudou de alguma forma para sua aprendizagem? ( ) sim; ( ) pouco; ( ) não. Justifique (como? porque?). \_\_\_\_\_
19. Finalizado a disciplina de cálculo, ela foi importante para sua aprendizagem? ( ) sim; ( ) pouco; ( ) não. Justifique (como? porque?). \_\_\_\_\_
20. Dentro da disciplina do cálculo, o que deu para compreender sobre:
- a. Funções (o que realmente significou para você? Servirá para sua formação de futura engenheira? ((como? porque?). Explique.) \_\_\_\_\_
- b. Limites (o que realmente significou para você? Servirá para sua formação de futura engenheira? ((como? porque?). Explique.) \_\_\_\_\_
- c. Derivadas (o que realmente significou para você? Servirá para sua formação de futura engenheira? ((como? porque?). Explique.) \_\_\_\_\_
- d. Integrais (o que realmente significou para você? Servirá para sua formação de futura engenheira? ((como? porque?). Explique.) \_\_\_\_\_
21. A disciplina terá alguma influência para sua formação profissional de Engenheira? ( ) sim; ( ) pouco; ( ) não. Justifique (como? porque?). \_\_\_\_\_
22. O que a disciplina de cálculo precisa ser melhorado? Justifique (como? porque?).  
\_\_\_\_\_

### CONTEÚDO INTEGRAL

23. Ao longo da disciplina, o que deu para entender sobre a definição de integral?  
\_\_\_\_\_
24. O que significa o sinal  $\int$  de integração? \_\_\_\_\_
25. Escreva os elementos (componentes) da integral. Quais são? E o que significa cada um.  
\_\_\_\_\_
26. Mencione 2 exemplos que se utilizam no cálculo da integral no seu cotidiano.  
\_\_\_\_\_
27. Dado a expressão  $\int f(x) dx$ , calcule/mencione a primitiva da integral. \_\_\_\_\_
28. De acordo com o conhecimento adquirido ao longo da disciplina de cálculo diferencial e integral, qual é a definição de integral definida? \_\_\_\_\_

### DADOS PESSOAIS SOBRE DEFICIÊNCIA VISUAL

29. Em que ano ocorreu a deficiência visual em você? Como foi? \_\_\_\_\_
30. Que tipo de recursos você utiliza para estudar diariamente, por exemplo: lupa, lente de aumento, etc.? \_\_\_\_\_
31. De alguma forma, a deficiência visual lhe prejudica perante os seus estudos? ( ) atrapalha muito ( ) atrapalha mais ou menos ( ) não atrapalha ( ) Não tem opinião. Justifique (onde e como?) \_\_\_\_\_
32. Perante o conteúdo de matemática no ensino médio, você teve algum auxílio nos estudos de matemática (monitor)? ( ) sim; ( ) pouco; ( ) não. Justifique (como? porque?).  
\_\_\_\_\_
33. Que tipo de dificuldade(s) referente(s) a deficiência visual na sua aprendizagem teve perante a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral?
- ( ) Anotar as aulas
- ( ) Ler os livros e os materiais disponibilizados
- ( ) Compreender e escrever a prova
- ( ) Entender o conteúdo
- ( ) Fazer atividades em grupo
- ( ) Enxergar na lousa
- ( ) Outras dificuldades. Mencione \_\_\_\_\_
- Justifique. \_\_\_\_\_

34. Ao longo da disciplina de cálculo, você teve algum apoio político pedagógico da Universidade?

( ) sim; ( ) pouco; ( ) não. Justifique (como? porque?). \_\_\_\_\_

35. Ao entrar no curso e na instituição, existiu alguma(s) dificuldade(s)?

( ) Tempo para se dedicar ao curso

( ) Adaptação ao curso

( ) Sem apoio da Instituição

( ) Falta de conhecimento sobre o curso

Justifique (como? porque?). \_\_\_\_\_

36. O que você solicitaria a instituição de ensino para que outros alunos deficientes visuais possam ampliar a sua aprendizagem na disciplina de cálculo? Dê sua sugestão e justifique. Por exemplo: 1. Alguma ajuda; 2. Treinamento para funcionários, coordenadores e professores; 3. Pincéis de qualidade que torne mais legível a escrita no quadro etc. \_\_\_\_\_

### **APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS (PBL)**

37. Ao se deparar com a situação-problema dos sólidos de cone e cilindro (questão) dado pelo professor, atraiu o seu interesse? ( ) não; ( ) pouco; ( ) sim. Justifique (De que forma?). \_\_\_\_\_

38. Os problemas abordados estavam claros na sua abordagem do cotidiano, geométrico e algébrico? ( ) não; ( ) pouco; ( ) sim. Justifique. \_\_\_\_\_

39. O tamanho de cada contexto problemático? ( ) 1 - curto demais; ( ) 2 – curto; ( ) 3 – longo; ( ) 4 - longo demais. Justifique. \_\_\_\_\_

40. Dentro desse tamanho de cada situação-problema, o contexto estava:

( ) Completo para resolver e solucionar o problema.

( ) Incompleto para resolver e solucionar o problema. Justifique (o que faltava?). \_\_\_\_\_

41. Ao longo da leitura do contexto, ativou seu conhecimento prévio do ensino médio, do que seja por exemplo: Geometria plana, volume, cone e cilindro? ( ) não; ( ) pouco; ( ) sim. Justifique (como e porquê?). \_\_\_\_\_

42. O contexto problemático lhe permitiu entender e compreender a ideia central do texto ao ponto de estimular a você contextualizar e desenvolver a sua investigação para resolver o problema? ( ) não; ( ) pouco; ( ) sim. Justifique. \_\_\_\_\_

43. Dentro do contexto real de cada situação de cone e cilindro, existe um objetivo para a sua solução de cada problema. ( ) não; ( ) sim. E sim, qual era objetivo para cada problema (cone e cilindro)? \_\_\_\_\_

44. Ao ler cada situação-problema, lhe permitiu fazer anotações de termos de modo a discutissem e explanassem o que cada termo significaria? ( ) não; ( ) pouco; ( ) sim. Mencione alguns termos (varáveis) que facilitaram entender o problema.

a. Sobre sua área de conhecimento. \_\_\_\_\_

b. Sobre o cálculo diferencial e integral no ensino superior. \_\_\_\_\_

c. Sobre o cálculo no ensino médio. \_\_\_\_\_

45. De que maneira você entendeu o(s) conceito(s) que estavam inseridos dentro da situação-problema? ( ) 1 – questionamentos seu; ( ) 2 - exposição de dúvidas; ( ) 3 – comentários entre o grupo. Justifique (como foi?). \_\_\_\_\_

46. Individualmente, que tipo de estratégia de estudos você fez para resolver a situação-problema? \_\_\_\_\_

47. Durante os dias de estudos, como foi a interação discursiva entre vocês (alunas)? Exemplo de Interação: ( ) 1 - conversas (Pessoalmente ou meio de comunicação (exemplo: whatsApp)); ( ) 2 - troca de experiências; ( ) 3 - outras formas de interação. Justifique. \_\_\_\_\_

48. Ao longo de suas anotações, você fez alguma(s) questionamentos ou hipóteses para este problema? ( ) não; ( ) pouco; ( ) sim. Qual foi ou De que forma? \_\_\_\_\_

49. Em algum momento, você sentiu alguma dificuldade com as situações/questões e/ou itens? (durante a leitura da situação-problema, ao longo da itens (**a** até **m**) e/ou durante a montagem dos itens e/ou dos cálculos) justifique. \_\_\_\_\_

50. De posse dos contextos, existiu alguma dificuldade por causa da sua deficiência visual? ( ) não; ( ) pouco; ( ) sim. Justifique. \_\_\_\_\_

51. Cada situação-problema permitiu refletir a prática real dentro do seu curso? ( ) não; ( ) pouco; ( ) sim. Justifique. \_\_\_\_\_

52. De alguma forma, o trabalho em grupo colaborou para sua aprendizagem sobre os assuntos abordados? ( ) não; ( ) pouco; ( ) sim. Justifique (De que forma?). \_\_\_\_\_

53. Ao longo da resolução dos problemas, que tipo de recurso você utilizou para resolver cada situação-problema? ( ) 1 – materiais didáticos disponibilizado pelo tutor; ( ) 2 – internet; ( ) 3 - outros recursos. Justifique (como?). \_\_\_\_\_

54. De alguma forma, cada situação-problema contribuiu para a sua aprendizagem no cálculo de integral do sólido de revolução? E justifique (De que forma?). \_\_\_\_\_

55. Teve alguma contribuiu para a sua vida profissional? E justifique (De que forma?). \_\_\_\_\_

56. Cada problema abordado despertou a sua curiosidade ao longo dos seus estudos? ( ) não; ( ) pouco; ( ) sim. Justifique (como foi?) \_\_\_\_\_

57. Após a solução de cada situação-problema, permitiu você a pensar em novas ideias ao ponto de colaborar de alguma forma para a sociedade? ( ) não; ( ) pouco; ( ) sim. Justifique (De que forma?). \_\_\_\_\_

58. Ao longo de cada situação-problema, o professor tinha domínio do conteúdo abordado ao ponto de colaborar para o processo de aprendizagem de vocês? ( ) não; ( ) pouco; ( ) sim. Justifique (De que forma?). \_\_\_\_\_

59. O professor de alguma forma auxiliou na integração de grupo entre vocês? ( ) não; ( ) pouco; ( ) sim. Justifique. \_\_\_\_\_

60. Teve algum esclarecimento de dúvidas pelo professor? ( ) não; ( ) pouco; ( ) sim. Justifique (como?). \_\_\_\_\_

61. Os materiais disponibilizados para estudos de vocês, de alguma forma contribuiu para resolução do problema? ( ) não; ( ) pouco; ( ) sim. Justifique. \_\_\_\_\_

62. De que forma, o professor contribuiu para o aprendizado de vocês? ( ) não; ( ) pouco; ( ) sim. Justifique. \_\_\_\_\_

## APÊNDICE D – IMAGENS DE OBJETOS USADOS EM LABORATÓRIO DE QUÍMICA

**Béquer ou Becker:** Podem ser feitos em vidro (Borosilicato) ou material plástico (Polipropileno), possuem diversos volumes disponíveis, comumente confeccionados em formato cilíndrico com fundo chato e diferentes alturas e diâmetros. São graduados, contudo oferecem medidas pouco precisas. Podem ser aquecidos (normalmente para este fim utilizam-se os feitos em vidro), sobre telas de amianto, em aquecedores, estufas, etc. Os béqueres são vidrarias simples de laboratório que normalmente são utilizados para trabalharmos com líquidos, ou com sólidos dissolvidos em meios líquidos.

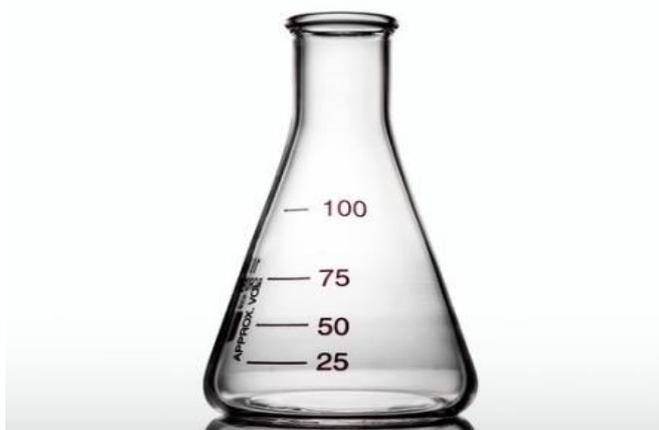
Figura AAA – Béquer com capacidade de 250 ml (cilindro)



Fonte: Dados diretos

**Erlenmeyer:** Serve para recolher frações de materiais destilados ou para conter misturas que serão homogeneizadas.

Figura AAB – Erlenmeyer (base é tronco de cone circular reto)



Fonte: Dados diretos

Figura AAC: Balão fundo redondo (base é uma esfera)



Fonte: Dados diretos

## APÊNDICE E – PLANEJAMENTO DOS ENCONTROS

Os oito encontros presenciais tiveram a seguinte sequência (lembrando que o tópico escolhido, volumes, está associado às respostas dos docentes sobre principais assuntos de maior relevância para perfil do egresso, conforme APÊNDICE D).

<b>Dia</b>	<b>TL0006 – Fundamentos de Cálculo para Engenharias</b>	<b>Encontros</b>	<b>Conteúdo/ação</b>
Segunda	Áreas entre curvas	-	-
Terça	-	1º	Revisão de conteúdos do ensino médio: pirâmides e troncos de pirâmides (vide ANEXO 2)
Quarta	Volumes (via integrais)	2º	Revisão de conteúdos do ensino médio: cones e cilindros de revolução; esferas, etc. (vide ANEXO 3)
Quinta	-	3º	Apresentação de objetos usados em laboratórios de Química (vide APÊNDICE E)
Sexta	-	4º	Apresentação de situações problemas para esboço da ABP (vide um exemplo no ANEXO 1)
Segunda	Volumes sólidos de revolução – rotações em torno do eixo x	-	-
Terça	-	5º	Trabalhando a ABP na resolução das situações problemas (principal e outras)
Quarta	Volumes sólidos de revolução – rotações em torno do eixo y	6º	
Quinta	-	7º	
Sexta	-	8º	Confecção de um “produto” atrelado a ABP

TL0006 corresponde à disciplina cursada pelas discentes. No dia associado à aula “áreas entre curvas”, o foco era aplicação das integrais definidas, via Teorema Fundamental do

Cálculo, como funções de frequência. Foram entregues alguns textos com situações problemas envolvendo conteúdos de volumes, comprimento de arco e área de superfície de revolução. O tópico “volumes via integração” fez uso de integrais para cálculo de volumes de pirâmides e troncos de pirâmides.

E os tópicos associados aos volumes de sólidos de revolução, professor demonstrava as respectivas fórmulas via rotações em torno dos eixos  $x$  e  $y$ . Seguiu, professor da disciplina, a metodologia já descrita. Por sua vez, a meu pedido, não usou material concreto. Entre aplicações, demonstrava volume de uma esfera de raio  $R$ .

A seguir, breve descrição do que foi planejado para encontros com discentes.

### 1º Encontro: Revisando volumes de pirâmides e troncos de pirâmides

Objetivo	Reapresentar os conceitos de pirâmides e troncos de pirâmides e calcular volumes de pirâmides e troncos de pirâmides de bases paralelas dentro de um contexto (situações problemas).
Procedimentos	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Apresentação de sólidos nos formatos de pirâmides e troncos de pirâmides;</li> <li>2. Identificação dos elementos de uma pirâmide como apótemas – da base e da pirâmide – arestas, etc.);</li> <li>3. A partir de figuras planificadas, já recortadas no respectivo formato de pirâmides, uma de base quadrada e outra de base hexagonal, sendo um tipo para cada discente, deduzir fórmulas para áreas (lateral e total) e volume.</li> <li>4. Argumentar como se deduz o volume de um tronco de pirâmide (com bases paralelas).</li> <li>5. Avaliar encontro.</li> </ol>
Recursos	Cartolinas com a planificação de pirâmides (uma de base quadrada e outra de base hexagonal) – sendo uma de cada tipo para cada uma das discentes. Réguas, para medições
Avaliação	Analisar se discentes sabem calcular volumes de pirâmides e troncos de pirâmides dentro de um contexto – por exemplo, calhas ou vidros de perfumes nos formatos dos objetos estudados - e se conseguem argumentar, de maneira satisfatória, como proceder para resolver o volume de sólido formado pela junção de um tronco de pirâmide de bases quadradas, uma

	com aresta “a” e outra com aresta “b” com outro tronco de cone – bases quadradas – uma com aresta “b” e outra base com aresta “c”.
--	--

## 2º Encontro: Revisando volumes de cilindros circulares retos, cones e troncos de cones e esferas

Objetivo	Reapresentar os conceitos de cilindros, cones e troncos de cones e esferas e calcular volumes de alguns sólidos (associados às situações problemas).
Procedimentos	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Apresentação de sólidos nos formatos de cilindros, cones, esferas e troncos de cones com bases paralelas;</li> <li>2. Identificação dos elementos de um cilindro;</li> <li>3. Identificação dos elementos de um cone;</li> <li>4. Identificação dos elementos de um tronco de cone;</li> <li>5. A partir de figuras planificadas, já recortadas no respectivo formato deduzir fórmulas para áreas (lateral e total) e volume;</li> <li>6. Argumentar como se deduz o volume de um tronco de cone (com bases paralelas);</li> <li>7. Argumentar como se deduz o volume de uma esfera;</li> <li>8. Avaliar encontro.</li> </ol>
Recursos	Cartolinas com a planificação de cilindros e cones – sendo uma de cada tipo para cada uma das discentes. Bolas de isopor.
Avaliação	Analisar se discentes sabem calcular volumes dentro de um contexto – por exemplo, vidros de perfumes nos formatos dos objetos estudados - e se conseguem argumentar, de maneira satisfatória, como proceder para resolver o volume de sólido formado pela junção de: (a) uma semiesfera de raio $R$ com um cilindro de raio $R$ e altura $H$ e (b) cilindro (raio $R$ e altura $H$ ) com troco de cone de raios $R$ e $r$ e altura $h$ .

## 3º Encontro: Imagens e objetos usados em laboratório de química

Objetivo	Identificar objetos usados em laboratórios (tais como os descritos no Apêndice E) entre outros. Fornecer estratégias para calcular volumes de objetos no caso de não estarem milimetrados (ou calibrados).
----------	--

Procedimentos	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Apresentação de vários objetos usados em laboratórios (fez-se uma visita guiada ao laboratório da Engenharia Química).</li> <li>2. Em sala, com alguns modelos de plástico, foi solicitado que discentes identificassem quais sólidos geométricos se assemelhavam (podendo ser sólidos simples ou compostos, como junção de cones com esferas, prismas com pirâmides, etc).</li> <li>3. Após caracterização dos modelos, identificar elementos (no caso de pirâmides: apótemas e arestas).</li> <li>4. Indicar como calcular a capacidade (volume) de cada um dos sólidos.</li> <li>5. Leitura de texto que indica usos dos materiais vistos com o intuito de saber se discentes conseguem associar o que se pede com aquilo que dispõe. Exemplificando: Texto pede um balão esférico de raio 2 cm para um experimento. Discente consegue identificar balão esférico? Dentre os balões esféricos disponibilizados, qual tem raio exatamente igual à medida dada (ou que mais se aproxima)?</li> <li>6. Avaliação da atividade.</li> </ol>
Recursos	Vários modelos de plásticos no formato dos objetos encontrados em laboratórios. Diferentes tamanhos. Alguns com marcações. TCC associado ao uso de laboratório de Química – com identificação de materiais e respectivos usos.
Avaliação	Analisar se discentes conseguem resolver situações problemas propostas no TCC.

#### 4º Encontro: Apresentação de situações problemas para esboço da ABP

Objetivo	Apresentar situações problemas atreladas ao conteúdo cilindros e cones e reexplicar a metodologia ABP
Procedimentos	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Diante de apresentação de alguns textos atrelados às aplicações de volumes dos sólidos de revolução cilindro e cone, realizar leitura e</li> <li>2. Identificar entes envolvidos no texto.</li> </ol>

Recursos	Textos de artigos ou TCCs envolvendo situações problemas para alunas realizarem a leitura e identificação de termos.
Avaliação	Analisar o que cada discentes conseguiu identificar nos textos. Solicitou-se que fizessem nova leitura dos textos após encerramento do encontro.

### 5º ao 7º Encontros: Vivenciando a ABP

Objetivo	Selecionar uma situação problema, dentre as vivenciadas, para aprofundar a metodologia ABP.
Procedimentos	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Dentre as situações problemas apresentadas no 4º Encontro, selecionou-se um.</li> <li>2. Aplicação das etapas da ABP.</li> <li>3. Deduzir (em conjunto com discentes) expressões – integrais - de volumes de sólidos de revolução via rotações em torno dos eixos <math>x</math> e <math>y</math> e de uma reta <math>y = ax + b</math>, respectivamente, no 5º, 6º e 7º Encontros.</li> <li>4. Exceto 5º Encontro, onde havia intervenção direta quando discentes apresentavam dificuldades, outros dois encontros não fazia intervenção direta.</li> <li>5. Manuseio de material concreto quando imagens tornavam-se confusas (a própria confecção de material concreto já havia sido planejada pelo docente da disciplina, por sua vez, enquanto pesquisador, tais adaptações e confecções foram realizadas pelo pesquisador)</li> </ol>
Recursos	Papel 60 kg para confecção de alguns sólidos; Lupas para ampliar imagens.
Avaliação	A avaliação ao término de cada encontro estava associada à discussão do que fora realizado, via brainstorm.

### 8º Encontro: um produto

Objetivo	Gerar um produto, conforme metodologia ABP.
Procedimentos	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Confecção dos sólidos de revolução (o grupo fez os sólidos).</li> <li>2. Descrição das etapas da construção.</li> </ol>

Recursos	Papel 60 kg para confecção de alguns sólidos com o uso de materiais concretos.
Avaliação	Argumentação de cada discente na confecção dos sólidos.

## APÊNDICE F – CÓPIA DO QUESTIONÁRIO APLICADO



Universidade Federal do Ceará  
**Departamento de Integração  
Acadêmica e Tecnológica**

Questionário relativo à percepção da inclusão de discentes com necessidades educativas especiais no Centro de Tecnologia da UFC.

Para: Professores dos Departamentos de Engenharia: Química, Ambiental, Petróleo e Renováveis.

Nobre colega, diante da inclusão de discentes com necessidades educativas especiais, ingressos na última seleção do ENEM, gostaria da participação de vocês respondendo às perguntas a seguir. Não estranhem, diante de tantos formulários e questionários online, que eu solicite uma versão escrita. Faz parte do questionário.

Obs.: NÃO PRECISA SE IDENTIFICAR!

1). Quanto tempo você tem de magistério?

Obs.: Na resposta inclua também o tempo de serviço se trabalhou em outras IES ou escolas de ensinos fundamental e médio. Resposta: \_\_\_\_\_ anos

2). Como é sua prática docente?

3). Como você avalia o desempenho (ou aprendizagem) de seus discentes? Quais são seus critérios de avaliação?

4). Você já ensinou algum discente com necessidades educativas especiais? Se sim, qual necessidade do(a) discente? Como você atuou?

5). Dentre as disciplinas abaixo relacionadas, identifique pelo menos CINCO disciplinas que você julga serem mais importantes para atingir o perfil do egresso na Engenharia Química.

*Obs.: O objetivo desta pergunta é, a partir das disciplinas melhor “ranqueadas”, **tentar** adaptar material para cada necessidade específica (visual, auditiva, motora, TEA – Transtorno do Espectro Autista, entre outras.)*

Microbiologia	Laboratório de Eng. Química
Processos e Reatores Bioquímicos	Processos Químicos Industriais
Termodinâmica Química	Modelagem e Simulação de Processos Químicos
Operações Unitárias	Engenharia do Meio Ambiente
Projeto Industrial de Processos Químicos	Estágio Supervisionado
Cálculo de Reatores	Trabalho Final de Curso
Fenômenos de Transporte	Outra* (especificar abaixo)

## ANEXO A – PARECER DE APROVAÇÃO DO COMITÊ DE ÉTICA DA UFC

UFC - UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO CEARÁ /



### PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

#### DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

**Título da Pesquisa:** INVESTIGANDO OS CONCEITOS DE VOLUMES DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO VIA CÁLCULO INTEGRAL DE CILINDRO E CONE POR MEIO DA METODOLOGIA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS (ABP) PARA DISCENTES COM DEFICIÊNCIA VISUAL

**Pesquisador:** Miguel Angelo da Silva

**Área Temática:**

**Versão:** 1

**CAAE:** 24296919.7.0000.5054

**Instituição Proponente:** Faculdade de Educação

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

#### DADOS DO PARECER

**Número do Parecer:** 3.703.620

#### Apresentação do Projeto:

A presente pesquisa é um estudo de caso com duas discentes com déficit de visão dos cursos de Engenharia Química e Energias Renováveis da Universidade Federal do Ceará.

#### Objetivo da Pesquisa:

**Objetivo Primário:**

Analisar a relação teoria e prática da formação de conceito de Cálculo Integral de cilindro e cone de revolução por meio da metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) para discentes com deficiência visual.

**Objetivo Secundário:**

- Implementar a metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas para discentes com deficiência visual;
- Investigar os conhecimentos em Cálculo Integral dos alunos referente aos conceitos de cilindro e cone;
- Avaliar a formação de conceito baseado em Vygotsky em Cálculo Integral por meio da metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas através

**Endereço:** Rua Cel. Nunes de Melo, 1000

**Bairro:** Rodolfo Teófilo

**CEP:** 60.430-275

**UF:** CE **Município:** FORTALEZA

**Telefone:** (85)3366-8344

**E-mail:** comepe@ufc.br

Continuação do Parecer: 3.703.620

da Taxonomia de Bloom;

- Identificar as lacunas de conhecimento em Cálculo Integral das discentes no que diz respeito ao cilindro e cone de revolução;
- Avaliar a construção do conhecimento em Cálculo Integral através da Taxonomia de Bloom.

**Avaliação dos Riscos e Benefícios:**

**Riscos:**

A pesquisa oferece alguns riscos, como o possível desconforto, tendo em vista que o aluno ou outro não se sintam à vontade com algumas fotos e áudios feitos em sala de aula. Para minimizar ou excluir os riscos, serão tomadas providências e precauções como autorizações por escrito para uso de imagem.

**Benefícios:**

O possível benefício que você terá com a pesquisa é o conhecimento sobre o real de seu trabalho e tudo que decorre desse conhecimento, como a possibilidade de realinhamento das práticas em matemática que aumentem o desempenho de seus objetivos profissionais.

**Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:**

O ensino e aprendizagem em sala de aula para alunos com deficiência visual é uma necessidade, mas também um desafio para os docentes. Portanto, consideramos que essa pesquisa tem seu grau de relevância no desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem para a inclusão dessa população na rede de ensino superior.

**Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:**

Todos os termos foram apresentados.

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

Não se aplica.

**Considerações Finais a critério do CEP:**

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1444068.pdf	09/10/2019 09:58:48		Aceito
Folha de Rosto	FOLHADEROSTO.pdf	08/10/2019 09:23:55	Miguel Angelo da Silva	Aceito

Endereço: Rua Cel. Nunes de Melo, 1000

Bairro: Rodolfo Teófilo

CEP: 60.430-275

UF: CE

Município: FORTALEZA

Telefone: (85)3366-8344

E-mail: comepe@ufc.br

UFC - UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO CEARÁ /



Continuação do Parecer: 3.703.620

Outros	TERMODECONSENTIMENTOLIVREEE SCLARECIDO.pdf	08/10/2019 09:22:22	Miguel Angelo da Silva	Aceito
Cronograma	CRONOGRAMA.pdf	04/10/2019 16:43:59	Miguel Angelo da Silva	Aceito
Outros	TERMODECOMPROMISSOPARAUTILI ZACAOEDADOS.pdf	28/09/2019 13:07:09	Miguel Angelo da Silva	Aceito
Outros	DECLARACAODEFIELDEPOSITARIOq uimica.pdf	28/09/2019 13:06:15	Miguel Angelo da Silva	Aceito
Outros	DECLARACAODEFIELDEPOSITARIOe nergiarenov.pdf	28/09/2019 13:05:53	Miguel Angelo da Silva	Aceito
Outros	CARTA.pdf	28/09/2019 13:04:47	Miguel Angelo da Silva	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJETODEPESQUISA.pdf	28/09/2019 13:02:20	Miguel Angelo da Silva	Aceito
Orçamento	ORCAMENTOMODELO.pdf	28/09/2019 13:01:36	Miguel Angelo da Silva	Aceito
Declaração de Pesquisadores	DECLARACAOPESQUISADORES.pdf	28/09/2019 13:00:20	Miguel Angelo da Silva	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	AUTORIZACAODAINSTITUICAOQUIMI CA.pdf	28/09/2019 12:58:46	Miguel Angelo da Silva	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	AUTORIZACAODAINSTITUICAOENER GIARENOVAVEIS.pdf	28/09/2019 12:58:33	Miguel Angelo da Silva	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

FORTALEZA, 13 de Novembro de 2019

Assinado por:  
FERNANDO ANTONIO FROTA BEZERRA  
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Cel. Nunes de Melo, 1000

Bairro: Rodolfo Teófilo

CEP: 60.430-275

UF: CE

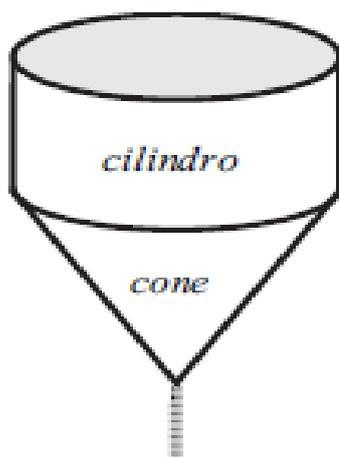
Município: FORTALEZA

Telefone: (85)3366-8344

E-mail: comepe@ufc.br

ANEXO B – SITUAÇÃO PROBLEMA COLOCADO EM SALA DE AULA PARA APLICAÇÃO DO PBL (CONFORME A FONTE USADA PELAS DISCENTES).

**A fim de que não haja desperdício de ração e para que seus animais estejam bem nutridos, um fazendeiro construiu um recipiente com uma pequena abertura na parte inferior, que permite a reposição automática da alimentação, conforme mostra a figura abaixo tendo raio comum aos sólidos = 5 m, altura do cilindro = 8 m e altura do cone = 12 m.**



**Para determinar a capacidade total de armazenagem do recipiente, em metros cúbicos. Encontre:**

**1. Para determinar  $V_1$  (cilindro), vamos rotacionar a reta  $y = 5$  em torno do eixo  $x$ . Monte a figura.**

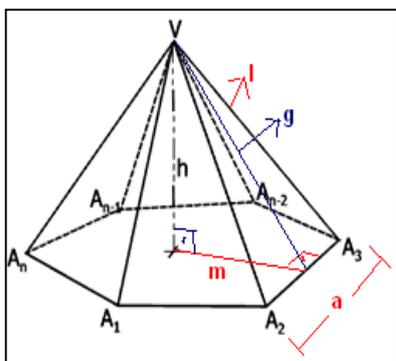
- 2. Calcule o volume  $V_1$  do cilindro.**
- 3. Dado os pontos  $(0,0)$  e  $(12,5)$ , encontre a função deste gráfico tomando como base a geratriz deste cone. Monte a figura.**
- 4. Utilizando os dados da questão (raio e altura) e colocando uma das bases do cone no ponto  $(0,0)$ , monte o gráfico deste cone rotacionando no eixo do  $X$ . Monte a figura.**
- 5. Calcule o volume  $V_2$  do cone.**
- 6. Calcule o volume total via: (a) fórmula do ensino médio e (b) expressão do cálculo da integral.**

**ANEXO C – CÁLCULO DE VOLUMES PIRÂMIDES E TRONCOS DE PIRÂMIDES  
– RESUMO DO ENSINO MÉDIO (IMAGENS ADAPTADAS DE DOLCE E POMPEU  
(1993))**

**PIRÂMIDE - RESUMO:**

**Definição:**

Considerando um polígono convexo  $A_1, A_2, \dots, A_n$  em um plano  $\underline{a}$  e um ponto  $V$  fora de  $\underline{a}$ . Chama-se pirâmide de base  $A_1, A_2, \dots, A_n$  e vértice  $V$  o poliedro de  $n$  faces triangulares e uma base poligonal assim obtido.



Se a base for um polígono regular e seu centro coincide com o pé da perpendicular baixada do vértice ao plano da base a pirâmide é dita regular.

**Os elementos da pirâmide regular são:**

- apótema da base:  $m$
- apótema da pirâmide (altura da face):  $g$
- aresta lateral:  $l$
- aresta da base:  $a$

A relação entre esses elementos é:  $g^2 = m^2 + h^2$

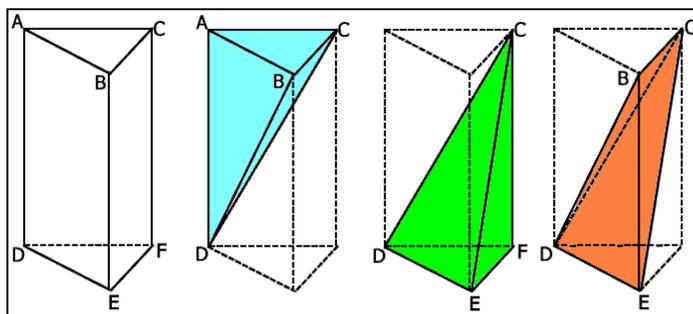
**Classificação:**

- i) Uma pirâmide é reta quando o vértice  $V$  é equidistante dos vértices da base.
- ii) Pirâmide regular é uma pirâmide cuja base é um polígono regular e a projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o centro da pirâmide. Uma pirâmide regular possui arestas laterais congruentes e as faces laterais são triângulos isósceles.

Neste caso, há a relação os elementos:  $l^2 = g^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$ .

- **Natureza da pirâmide:** Uma pirâmide será triangular, quadrangular, hexagonal, etc, conforme sua base seja um triângulo, quadrilátero, hexágono, etc.
- **Área lateral da pirâmide:** É a soma das áreas dos triângulos das faces.
- **Área total da pirâmide:** É a soma da área lateral com a área da base.

- **Volume da pirâmide:** Consideremos inicialmente um prisma triangular ABCDEF. Este pode ser decomposto em três pirâmides triangulares:



- 1- Considerar o triângulo ABC a base e D o vértice obtendo a pirâmide ABCD;
- 2- Considerar DEFC a segunda pirâmide, sendo C o vértice;

**As duas pirâmides têm em comum a aresta DC. A base ABC é congruente a DEF, pela definição de prisma, e ainda  $DA = FC = h$ . Logo, as duas pirâmides têm a mesma base e mesma altura, portanto, tem o mesmo volume.**

- 3- Considerar novamente a pirâmide ABCD, de vértice C;
- 4- Considerar a outra pirâmide DEBC, de vértice C.

**Estas duas pirâmides têm bases congruentes ( $DABD = DBED$  por LLL) e mesma altura. Logo possuem o mesmo volume. Logo, o prisma ABCDEF ficou dividido em três pirâmides de volumes iguais. O volume de cada pirâmide é um terço do volume do prisma.**

$$\text{Portanto, } V = \frac{A_{\text{base}} \cdot h}{3}.$$

Generalizando para qualquer pirâmide de base com  $n$  lados, podemos dividi-la em  $(n - 2) = p$  triângulos, cada um com área  $A_1, A_2, \dots, A_p$ . O volume total pode ser calculado como:

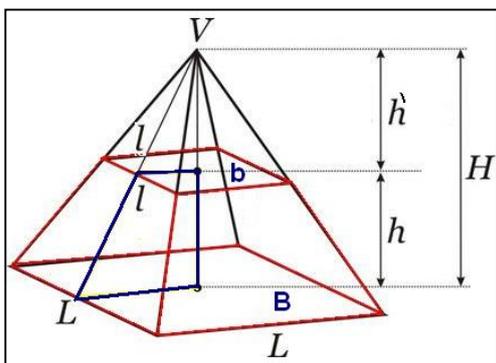
$$V = \frac{A_1 \cdot h}{3} + \frac{A_2 \cdot h}{3} + \dots + \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{h}{3} [A_1 + A_2 + \dots + A_p] = \frac{h}{3} [A_{\text{base}}].$$

Logo, independentemente do número de lados da base, o volume da pirâmide possui a mesma fórmula acima.

## TRONCO DE PIRÂMIDE DE BASES PARALELAS - RESUMO:

### **Definição:**

O tronco da pirâmide é a parte da figura que apresenta as arestas destacadas. É interessante observar que no tronco de pirâmide as arestas laterais são congruentes entre si; as bases são polígonos regulares semelhantes; as faces laterais são trapézios isósceles, congruentes entre si; e a altura de qualquer face lateral denomina-se apótema do tronco. Cálculo das áreas do tronco de pirâmide.



Num tronco de pirâmide temos duas bases, base maior e base menor, e a área da superfície lateral. De acordo com a base da pirâmide, teremos variações nessas áreas. Mas observe que na superfície lateral sempre teremos trapézios isósceles, independente do formato da base da pirâmide. Por exemplo, se a base da pirâmide for um hexágono regular, teremos seis trapézios isósceles na superfície lateral.

trapézios isósceles na superfície lateral.

A área total do tronco de pirâmide é dada por:  $A_t = A_l + B + b$ , onde  $A_t \rightarrow$  é a área total;  $A_l \rightarrow$  é a área da superfície lateral;  $B \rightarrow$  é a área da base maior e  $b \rightarrow$  é a área da base menor.

## FÓRMULA DO VOLUME DE TRONCO DE PIRÂMIDE DE BASES PARALELAS - RESUMO:

### **Definição:**

A fórmula para o cálculo do volume do tronco de pirâmide é obtida fazendo a diferença entre o volume de pirâmide maior e o volume da pirâmide obtida após a secção transversal que produziu o tronco. Colocando em função de sua altura e das áreas de suas bases, o volume do tronco é:

tronco é:  $V_T = \frac{h}{3} (B + \sqrt{B \cdot b} + b)$ , onde,  $V_T \rightarrow$  é o volume do tronco;  $h \rightarrow$  é a altura do tronco;

$B \rightarrow$  é a área da base maior e  $b \rightarrow$  é a área da base menor.

$$V_T = V - v = \frac{BH}{3} - \frac{bh'}{3}$$

$$i) \left(\frac{h'}{H}\right)^2 = \frac{b}{B} \Rightarrow \frac{h'}{H} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{B}} \Rightarrow h' = \frac{H\sqrt{b}}{\sqrt{B}}$$

$$ii) h = H - h' \Rightarrow h = H - \frac{H\sqrt{b}}{\sqrt{B}} \Rightarrow h = \frac{H(\sqrt{B} - \sqrt{b})}{\sqrt{B}} \Rightarrow H = \frac{h\sqrt{B}}{\sqrt{B} - \sqrt{b}}$$

$$iii) h' = \frac{h\sqrt{B}}{\sqrt{B} - \sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{B}} = \frac{h\sqrt{b}}{\sqrt{B} - \sqrt{b}}$$

$$iv) V_T = V - v = \frac{BH}{3} - \frac{bh'}{3} = \frac{1}{3} \left[ \frac{Bh\sqrt{B}}{\sqrt{B} - \sqrt{b}} - \frac{b\sqrt{b}}{\sqrt{B} - \sqrt{b}} \right] = \frac{h}{3} \left[ \frac{B\sqrt{B} - b\sqrt{b}}{\sqrt{B} - \sqrt{b}} \right] = \frac{h}{3} \left[ \frac{B\sqrt{B} - b\sqrt{b}}{(\sqrt{B} - \sqrt{b})} \cdot \frac{(\sqrt{B} + \sqrt{b})}{(\sqrt{B} + \sqrt{b})} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_T = \frac{h}{3} \left[ \frac{B^2 + B\sqrt{Bb} - b\sqrt{Bb} - b^2}{B - b} \right] = \frac{h}{3} \left[ \frac{B^2 - b^2 + \sqrt{Bb}(B - b)}{B - b} \right] = \frac{h}{3} \left[ \frac{(B + b)(B - b) + \sqrt{Bb}(B - b)}{B - b} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_T = \frac{h}{3} \left[ \frac{(B - b)(B + b + \sqrt{Bb})}{B - b} \right] = \frac{h}{3} [B + \sqrt{Bb} + b]$$

**Observação:** Conhecendo  $\underline{v}$  (volume da pirâmide menor) e  $\underline{V}$  (volume da pirâmide maior), As razões entre as medidas são:

$$i) \frac{v}{V} = \left(\frac{b}{B}\right) \cdot \frac{h}{H}$$

$$ii) \frac{v}{V} = \left(\frac{l}{L}\right)^3 = \left(\frac{H-h}{H}\right)^3$$

$$iii) \frac{b}{B} = \left(\frac{l}{L}\right)^2 = \left(\frac{H-h}{H}\right)^2$$

**ANEXO D – CÁLCULO DE VOLUMES DE CILINDROS, CONES E ESFERAS  
RESUMO DO ENSINO MÉDIO (IMAGENS ADAPTADAS DE DOLCE E POMPEU  
(1993))**

**1 CILINDROS – RESUMO:**

**Definição:**

Cilindro é o sólido convexo que:

- I** - Possui duas faces distintas, circulares de mesmo raio e paralelas chamadas bases.
- II** - A superfície lateral é formada por segmentos congruentes e paralelos ao eixo que une os centros das bases.

**Elementos do Cilindro:**

Bases -  $C_1$  e  $C_2$

Raio -  $r$

Geratriz -  $g$

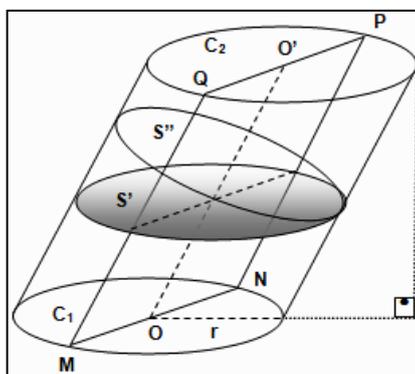
Altura -  $h$

Eixo -  $\overline{OO'}$

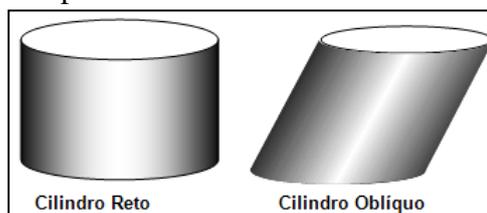
Seção Transversal -  $S'$

Seção Reta -  $S''$

Seção Meridiana -  $MNPQ$



**Cilindro Reto e Cilindro Oblíquo:** O cilindro é chamado reto no caso em que suas geratrizes são perpendiculares aos planos das bases. Em caso contrário é chamado oblíquo.



O cilindro circular

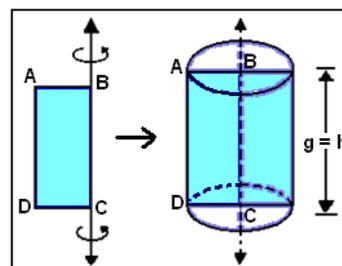
Cilindro Reto

Cilindro Oblíquo

reto é também chamado de

cilindro de revolução, por ser gerado pela rotação completa de um retângulo por um de seus

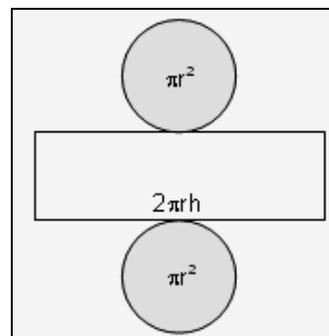
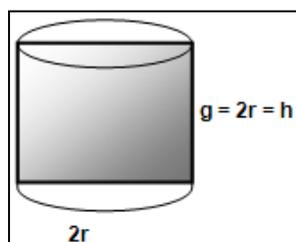
lados. Assim, a rotação do retângulo ABCD pelo



lado  $\overline{BC}$

gera o cilindro mostrado.

**Cilindro Equilátero:** É o cilindro em que a seção meridiana é um quadrado.



**Área do Cilindro e Volume:**

**Área lateral** - é a área da superfície lateral.

**Área total** - é a soma da área lateral com a área das bases

**Volume** - é o produto da medida da área da base pela medida de sua altura.

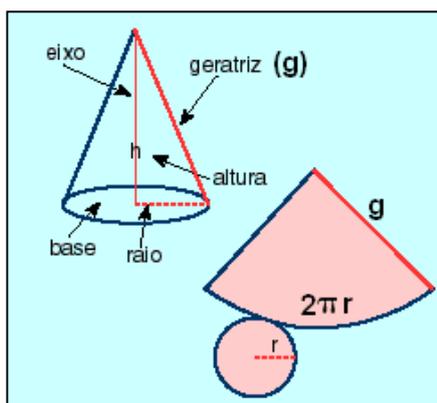
$$\begin{cases} \text{Área lateral : } A_l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \\ \text{Área base : } A_b = \pi \cdot r^2 \end{cases} \Rightarrow \text{Área total} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \pi \cdot r^2 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$$

$$\text{Volume : Volume(Prisma)} = A_b \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

## **2 CONES – RESUMO:**

**Definição:**

Considere uma região plana limitada por uma curva suave (sem quinas), fechada e um ponto P fora desse plano. Chamamos de cone ao sólido formado pela reunião de todos os segmentos de reta que têm uma extremidade em P e a outra num ponto qualquer da região.



### Elementos do cone:

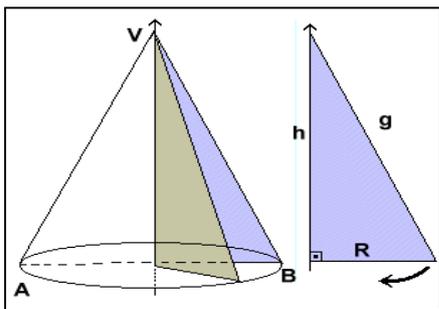
- **Base:** A base do cone é a região plana contida no interior da curva, inclusive a própria curva.
- **Vértice:** O vértice do cone é o ponto P.
- **Eixo:** Quando a base do cone é uma região que possui centro, o eixo é o segmento de reta que passa pelo vértice P e pelo centro da base.
- **Geratriz:** Qualquer segmento que tenha uma extremidade no vértice do cone e a outra na curva que envolve a base.
- **Altura:** Distância do vértice do cone ao plano da base.
- **Superfície lateral:** A superfície lateral do cone é a reunião de todos os segmentos de reta que tem uma extremidade em P e a outra na curva que envolve a base.
- **Superfície do cone:** A superfície do cone é a reunião da superfície lateral com a base do cone que é o círculo.
- **Seção meridiana:** A seção meridiana de um cone é uma região triangular obtida pela interseção do cone com um plano que contém o eixo do mesmo.

**Classificação do cone:** Quando observamos a posição relativa do eixo em relação à base, os cones podem ser classificados como retos ou oblíquos. Um cone é dito **reto** quando o eixo é perpendicular ao plano da base e é **oblíquo** quando não é um cone reto. Ao lado apresentamos um cone oblíquo.

**Observação:** Para efeito de aplicações, os cones mais importantes são os cones retos. Em função das bases, os cones recebem nomes especiais. Por exemplo, um cone é dito circular se a base é um círculo e é dito elíptico se a base é uma região elíptica.

### Observações sobre um cone circular reto

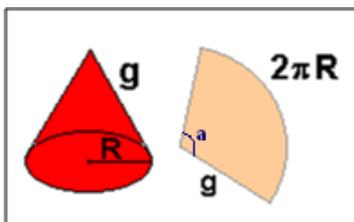
1. Um cone circular reto é chamado **cone de revolução** por ser obtido pela rotação (revolução) de um triângulo retângulo em torno de um de seus catetos
2. A seção meridiana do cone circular reto é a interseção do cone com um plano que contém o eixo do cone. No caso acima, a seção meridiana é a região triangular limitada pelo triângulo isósceles **VAB**.



3. Em um cone circular reto, todas as geratrizes são congruentes entre si. Se  $g$  é a medida de cada geratriz então, pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$$g^2 = h^2 + R^2$$

4. A Área Lateral de um cone circular reto pode ser obtida em função de  $g$  (medida da geratriz) e  $R$  (raio da base do cone):



$$\begin{cases} 2\pi g - \pi g^2 \\ 2\pi R - A_l \end{cases} \Rightarrow A_l = \frac{2\pi^2 R g^2}{2\pi g} = \pi \cdot R \cdot g.$$

**OBS:** Ângulo do setor:

$$s = r \cdot \alpha_{\text{rad}}$$

$$2\pi R = g \cdot a_{\text{rad}} \Rightarrow a_{\text{rad}} = \left( \frac{2\pi R}{g} \right) \text{ ou } \left( \frac{R}{g} \cdot 360^\circ \right)$$

5. A Área total de um cone circular reto pode ser obtida em função de  $g$  (medida da geratriz) e  $R$  (raio da base do cone):

$$A_t = A_b + A_l = \pi \cdot R^2 + \pi \cdot R \cdot g$$

6. O volume do cone pode ser avaliado com a mesma analogia em relação ao volume do prisma e do cilindro. No caso, temos que a base circular do cone corresponde à divisão tendendo ao infinito dos lados da base da pirâmide. Logo o volume do cone circular com raio da base medindo  $R$  é:

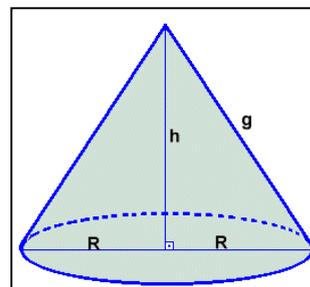
$$V_{\text{cone}} = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{(\pi \cdot R^2) \cdot h}{3}$$

**Cones Equiláteros:** Um cone circular reto é um cone equilátero se a sua seção meridiana é uma região triangular equilátero e neste caso a medida da geratriz é igual à medida do diâmetro da base.

A área da base do cone é dada por:  $A_b = \pi \cdot R^2$

Pelo Teorema de Pitágoras temos:

$$(2R)^2 = h^2 + R^2 \Rightarrow h^2 = 4R^2 - R^2 = 3R^2 \Rightarrow h = R\sqrt{3}$$



O volume do cone equilátero é:  $V = \frac{\pi R^3 \sqrt{3}}{3}$

Como a área lateral pode ser obtida por:  $A_l = \pi.R.g = \pi.R.(2R) = 2\pi.R^2$  .

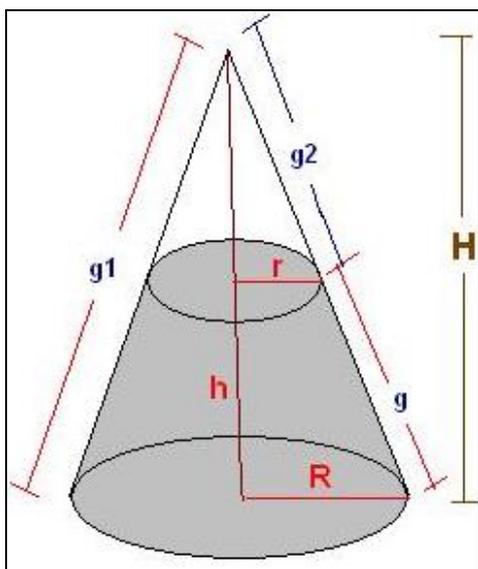
A área total será dada por:  $A_t = 3\pi.R^3$  .

### **TRONCO DE CONE DE BASES PARALELAS – RESUMO:**

#### **Definição:**

Analogamente ao caso das pirâmides, o tronco de cone de bases paralelas é obtido com a intersecção de um plano paralelo à base do cone.

**Área lateral do tronco de cone:** A área lateral do tronco de cone pode ser calculada considerando a parte do cone que foi anteriormente retirado. Considerando:



- i) g1: geratriz do cone maior
- ii) g2: geratriz do cone retirado (menor)
- iii) r: raio da base menor
- iv) R: raio da base maior
- v) h: altura do tronco de cone
- v) H: altura do tronco maior

$$A(\text{lateral})_{\text{tronco}} = A(\text{lateral})_{\text{cone maior}} - A(\text{lateral})_{\text{cone menor}}$$

$$A(\text{lateral})_{\text{tronco}} = \pi \cdot R \cdot g_1 - \pi \cdot r \cdot g_2$$

$$\text{Semelhança: } \begin{cases} g_1 = g_2 + g \\ \frac{g_1}{R} = \frac{g_2}{r} \end{cases} \Rightarrow \frac{g_2 + g}{R} = \frac{g_2}{r} \Rightarrow g_2(R - r) = rg$$

$$A(\text{lateral})_{\text{tronco}} = \pi \cdot R \cdot (g_2 + g) - \pi \cdot r \cdot g_2 = \pi \cdot R \cdot g_2 + \pi \cdot R \cdot g - \pi \cdot r \cdot g_2$$

$$A(\text{lateral})_{\text{tronco}} = \pi \cdot R \cdot g + \pi \cdot R \cdot g_2 - \pi \cdot r \cdot g_2$$

$$A(\text{lateral})_{\text{tronco}} = \pi \cdot R \cdot g + \pi \cdot g_2(R - r) = \pi \cdot R \cdot g + \pi \cdot r \cdot g = \pi g(R + r)$$

**Área total do tronco de cone:** Soma da área lateral com as duas áreas das bases (maior (B) e menor (b)):

$$A(\text{total})_{\text{tronco}} = A(\text{lateral}) + A(B) + A(b)$$

$$A(\text{total})_{\text{tronco}} = \pi g(R + r) + \pi \cdot r^2 + \pi \cdot R^2$$

**Volume do tronco de cone:** Novamente fazendo a analogia com o tronco de pirâmide, onde as bases maior e menor são circunferências, temos:

$$V(\text{Tronco})_{\text{pirâmide}} = \frac{h}{3} [B + \sqrt{B \cdot b} + b]$$

$$V(\text{Tronco})_{\text{cone}} = \frac{h}{3} [\pi R^2 + \sqrt{(\pi R^2)(\pi r^2)} + \pi r^2] = \frac{h}{3} [\pi R^2 + \pi R \cdot r + \pi r^2] = \frac{h \cdot \pi}{3} [R^2 + R \cdot r + r^2]$$

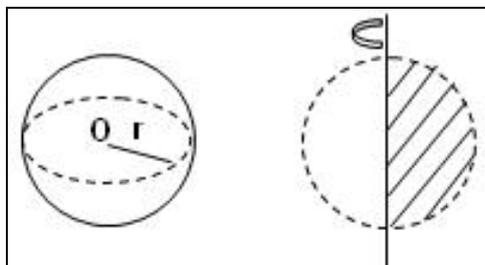
OBS: Considerando  $\underline{v}$  o volume menor e  $\underline{V}$  o volume maior dos cones de bases  $\underline{r}$  e  $\underline{R}$ , respectivamente, temos a relação:

$$\frac{v}{V} = \left( \frac{H-h}{H} \right)^3 = \left( \frac{r}{R} \right)^3$$

### **3 ESFERAS – RESUMO:**

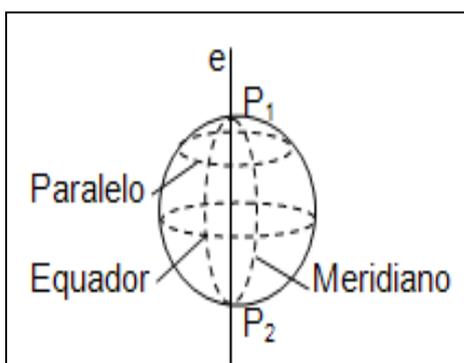
#### **Definição:**

Superfície esférica de centro  $O$  e raio  $r$  é o conjunto de pontos  $P$  do espaço que distam  $r$  do ponto  $O$ .



A Esfera de centro  $O$  e raio  $r$  é o conjunto de pontos  $P$  do espaço que têm a distância menor ou igual ao raio  $r$  ou o sólido gerado pela rotação de um semicírculo em torno de um eixo que contém o diâmetro.

#### **Elementos:**



Eixo ( $e$ ): reta que passa pelo centro da esfera;

Polos: interseções da superfície com o eixo ( $P_1$  e  $P_2$ );

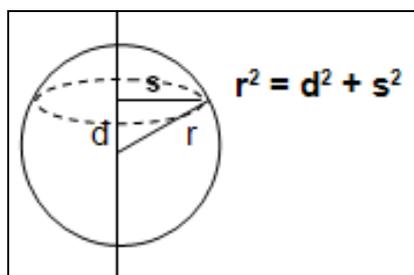
Equador: circunferência máxima perpendicular ao eixo;

Paralelo: circunferência paralela ao Equador;

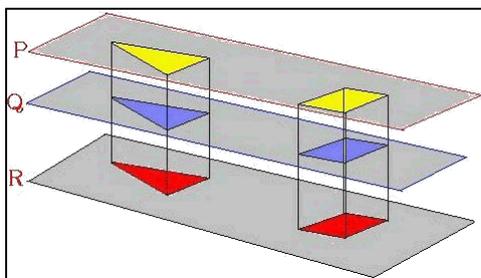
Meridiano: circunferência máxima que passa pelo eixo.

**Secção:** Toda seção plana de uma esfera é um círculo. Sendo  $\underline{r}$  o raio da esfera,  $\underline{d}$  a distância do centro ao plano secante e  $\underline{s}$  o raio da seção, vale a relação mostrada.

OBS: Se o plano secante passa pelo centro da esfera, a seção é chamada de círculo máximo.

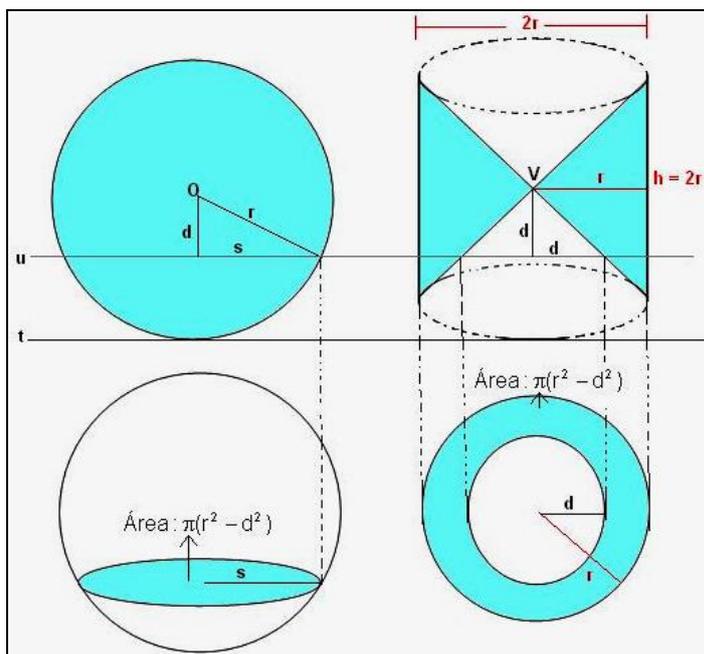


**Volume:** Calculado a partir de um cilindro equilátero ( $h = 2r$ ), onde se destacam dois cones cujas bases coincidem com as bases do cilindro. Será utilizado o princípio de Cavalieri (matemático italiano).



No século XVII estabeleceu que dois sólidos com a mesma altura tem o mesmo volume, se as secções planas de igual altura tem a mesma área.

Observe a esfera de diâmetro  $2r$  e o cilindro de altura e diâmetro de base também igual a  $2r$ .



O plano **u** e **t** são paralelos. O plano **u** intersecta a esfera e o cilindro a uma mesma distância **d**. Na esfera determina uma secção de raio **s**. No cilindro determina uma coroa circular. Repare que as áreas da secção e da coroa são iguais. Logo, pelo princípio de Cavalieri o volume da esfera será igual ao volume da parte pintada exterior ao cilindro.

A parte não pintada do cilindro é um cone duplo.

$$V_{\text{esfera}} + 2 \cdot V_{\text{cone}} = V_{\text{cilindro}}$$

$$V_{\text{esfera}} = V_{\text{cilindro}} - 2 \cdot V_{\text{cone}}$$

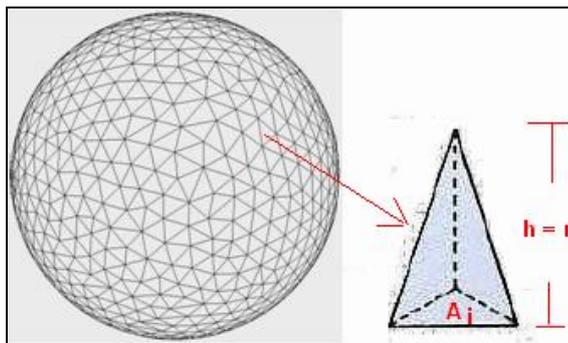
$$V_{\text{esfera}} = \pi \cdot r^2 h - 2 \frac{\pi \cdot r^2 h'}{3}$$

$$V_{\text{esfera}} = \pi \cdot r^2 (2r) - 2 \frac{\pi \cdot r^2 (r)}{3}$$

$$V_{\text{esfera}} = 2\pi \cdot r^3 - \frac{2\pi \cdot r^3}{3} = \frac{6\pi \cdot r^3 - 2\pi \cdot r^3}{3}$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4\pi \cdot r^3}{3}$$

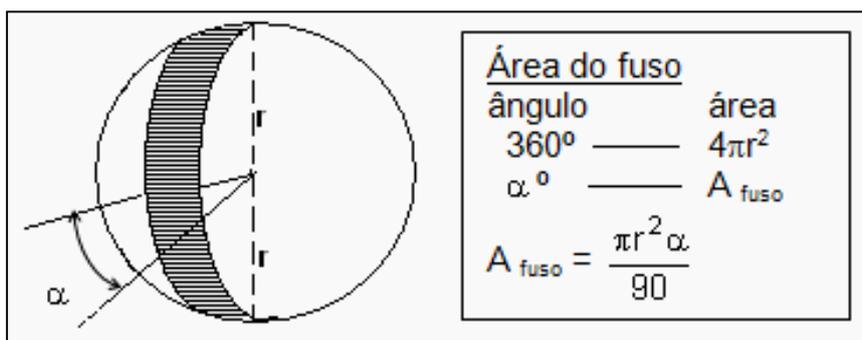
**Área:** Observe a decomposição da esfera em  $n$  pirâmides, cada uma com vértice no centro da esfera e tendo como altura o raio da esfera. Repare que a superfície da esfera fica dividida em áreas das bases das pirâmides  $A_1, A_2, \dots, A_n$  cuja soma será a área da esfera.



Da mesma forma a soma dos volumes das pirâmides será aproximadamente o volume da esfera.

$$\begin{aligned}
 V_{\text{esfera}} &= V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n \\
 V_{\text{esfera}} &= \frac{A_1 \cdot h}{3} + \frac{A_2 \cdot h}{3} + \dots + \frac{A_n \cdot h}{3} \rightarrow (h = r) \\
 V_{\text{esfera}} &= \frac{A_1 \cdot r}{3} + \frac{A_2 \cdot r}{3} + \dots + \frac{A_n \cdot r}{3} \\
 \frac{4\pi r^3}{3} &= \frac{r(A_1 + A_2 + \dots + A_n)}{3} \\
 \frac{4\pi r^3}{3} &= \frac{r \cdot A_{\text{esfera}}}{3} \Rightarrow A_{\text{esfera}} = \frac{3(4\pi r^3)}{3r} = 4\pi r^2
 \end{aligned}$$

**Fuso esférico:** É superfície gerada pela rotação de uma semicircunferência que gira  $\alpha$  graus em torno do eixo que contém o diâmetro ( $0^\circ < \alpha \leq 360^\circ$ ). Se o ângulo  $\alpha = 360^\circ$  o fuso transforma-se na superfície da esfera. De modo geral a área do fuso pode ser calculada por uma regra de três.



**Cunha esférica:** É o sólido gerado pela rotação de um semicírculo que gira  $\alpha$  graus em torno de um eixo que contém seu diâmetro ( $0^\circ < \alpha \leq 360^\circ$ ). No caso de  $\alpha = 360^\circ$  o volume da cunha será o volume da esfera. Analogamente uma regra de três resolvem a maioria dos problemas.

**OBS: Área da cunha:**  $A_{\text{cunha}} = A_{\text{fuso}} + A_{\text{círculo máximo}}$

