



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

FRANCISCO FÁBIO LOBO FREITAS

**IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE PREDITIVO NEPSAC UTILIZANDO
HAMMERSTEIN-WIENER E REDE NEURAL RECORRENTE APLICADO A UM
SISTEMA DE TANQUES DE 2 COLUNAS**

FORTALEZA

2018

FRANCISCO FÁBIO LOBO FREITAS

IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE PREDITIVO NEPSAC UTILIZANDO
HAMMERSTEIN-WIENER E REDE NEURAL RECORRENTE APLICADO A UM
SISTEMA DE TANQUES DE 2 COLUNAS

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Elétrica do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Automação e Controle

Orientador: Prof. Dr. Arthur Plínio de Souza Braga

Co-Orientadora: Profa. Dra. Laurinda Lúcia Nogueira dos Reis

FORTALEZA

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- F936i Freitas, Francisco Fábio Lobo.
Identificação e Controle Preditivo NEPSAC utilizando Hammerstein-Wiener e Rede Neural Recorrente aplicado a um Sistema de Tanques de 2 Colunas / Francisco Fábio Lobo Freitas. – 2018.
83 f. : il. color.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Fortaleza, 2018.
Orientação: Prof. Dr. Arthur Plínio de Souza Braga.
Coorientação: Profa. Dra. Laurinda Lúcia Nogueira dos Reis.
1. Sistema de Tanques de 2 Colunas. 2. Controlador Preditivo NEPSAC. 3. Hammerstein-Wiener. 4. Rede Neural Recorrente. 5. Identificação de Sistemas. I. Título.

CDD 621.3

FRANCISCO FÁBIO LOBO FREITAS

IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE PREDITIVO NEPSAC UTILIZANDO
HAMMERSTEIN-WIENER E REDE NEURAL RECORRENTE APLICADO A UM
SISTEMA DE TANQUES DE 2 COLUNAS

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Elétrica do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Automação e Controle

Aprovada em: 30 de Novembro de 2018

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Arthur Plínio de Souza Braga (Orientador)
Universidade Federal do Ceará - UFC

Profa. Dra. Laurinda Lúcia Nogueira dos
Reis (Co-Orientadora)
Universidade Federal do Ceará - UFC

Prof. Dr. Wilkey Bezerra Correia
Universidade Federal do Ceará - UFC

Prof. Dr. Diego de Sousa Madeira
Universidade Federal do Ceará - UFC

Prof. Dr. Otacílio da Mota Almeida
Universidade Federal do Piauí - UFPI

Dedico este trabalho à minha família, responsável maior por eu ter chegado até aqui e em especial a minha esposa Valneide que sempre me apoiou e incentivou em cada momento deste projeto.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus, pelo dom da vida e força para superar os momentos de dificuldade.

Aos meus pais Edmilson e Geni e meus irmãos Flávio, Fagner e Keila pela compreensão e paciência para comigo.

À minha esposa Valneide por todo amor, incentivo e compreensão em todas etapas deste trabalho.

Aos Professores Arthur e Laurinda pela orientação, apoio, dedicação e confiança depositados no meu trabalho.

Aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica (DEE) da Universidade Federal do Ceará (UFC): Prof. Fabrício Nogueira, Prof. Bismark Torrico, Prof. Wilkey Correia e Prof. Luiz Henrique, e demais professores do Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE) pelo apoio em todas as etapas do curso de pós-graduação.

Aos colegas do curso de mestrado, Eduardo Mapurunga, Clausson Rios, Márcio Mori, Victor de Paula, Magno Prudêncio, René Olímpio pelas discussões nos estudos das disciplinas e ajuda na minha pesquisa.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPQ pelo apoio financeiro concedido.

Ao gestor Demóstenes Freitas que na fase final do mestrado compreendeu e deu suporte para minhas reuniões com meus orientadores.

“O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e vence obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis.”

(José de Alencar)

RESUMO

Sistemas não lineares com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) representam um desafio para o projeto de controladores. Neste trabalho, apresenta-se o uso de um controlador preditivo do tipo NEPSAC-MIMO em um problema de interesse na indústria química: o controle de nível de reagentes em um sistema de tanques com duas colunas. Neste tipo de controlador preditivo se faz necessário um modelo do sistema a ser controlado. Para obter o modelo da planta, fez-se uso de uma Rede Neural Recorrente para representar adequadamente a dinâmica do sistema de tanques utilizado pelo controlador como aplicação neste trabalho. Além disso, utilizou-se também a identificação baseada na estrutura de *Hammerstein-Wiener* devido a sua simplicidade para identificar a planta e compará-la à RNR. Resultados em simulação são apresentados para mostrar o desempenho da identificação do sistema utilizando a rede neural recorrente e *Hammerstein-Wiener* bem como do controlador preditivo NEPSAC comparando o modelo fenomenológico do sistema e o modelo da Rede Neural Recorrente.

Palavras-chave: Sistemas MIMO Não-Lineares. Sistema de tanques de 2 colunas. Controlador Preditivo NEPSAC. Hammerstein-Wiener. Rede Neural Recorrente. Identificação de Sistemas.

ABSTRACT

Non-linear multiple input and multiple output (MIMO) systems represent a challenge for controller design. In this work, the use of a predictive controller type NEPSAC-MIMO is presented in a problem of interest in the chemical industry: reagent level control in a two-column tank system. In this type of predictive controller a model of the system to be controlled is necessary. In order to obtain the model of the plant, a Recurrent Neural Network was used to adequately represent the dynamics of the tank system used by the controller as an application in this work. In addition, identification based on the Hammerstein-Wiener structure was also used because of its simplicity to identify the plant and compare it to the RNR. Results in simulation are presented to show the performance of the system identification using the recurrent neural network as well as the predictive controller, comparing the phenomenological model of the system and the Recurrent Neural Network model.

Keywords: Nonlinear MIMO Systems. Two tank system. NEPSAC Predictive Controller. Recurrent Neural Networks. Hammerstein-Wiener. System Identification.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Conceito de Horizonte Preditivo	22
Figura 2 – Estrutura Básica do MPC	23
Figura 3 – Modelo do Processo	24
Figura 4 – Conceito de Ação de Controle Base e Ótima	28
Figura 5 – Efeito no tempo $k + i$ do impulso no tempo k	29
Figura 6 – Efeito no tempo $k + i$ do impulso no tempo $k + 1$	29
Figura 7 – Gráfico de resposta de um sistema subamortecido quando submetido a uma entrada do tipo degrau unitário	36
Figura 8 – Modelo de <i>Hammerstein</i>	39
Figura 9 – Modelo de <i>Wiener</i>	40
Figura 10 – Modelo de <i>Hammerstein-Wiener</i>	40
Figura 11 – Constituintes de um Neurônio	42
Figura 12 – Modelo não-linear de um neurônio	43
Figura 13 – Exemplo de Função de Limiar	44
Figura 14 – Exemplo de Função Linear por Partes	44
Figura 15 – Exemplo de Função Sigmóide	44
Figura 16 – Exemplo de <i>Multi Layer Perceptron</i> (MLP)	45
Figura 17 – Fluxo de sinais em um neurônio	45
Figura 18 – Modelo auto-regressivo não-linear com entradas exógenas (NARX).	48
Figura 19 – Sistema de tanques de 2 colunas	52
Figura 20 – Entrada PRBS	53
Figura 21 – Esquemático do Sistema de Tanques de 2 Colunas	54
Figura 22 – Identificação usando Hammerstein-Wiener	58
Figura 23 – Identificação usando a RNR sem ruído	60
Figura 24 – Identificação usando a RNR com $SNR = 60dB$	60
Figura 25 – Identificação usando a RNR com $SNR = 50dB$	60
Figura 26 – Identificação usando a RNR com $SNR = 40dB$	61
Figura 27 – Identificação usando a RNR com $SNR = 30dB$	61
Figura 28 – Índice de desempenho ISE	62
Figura 29 – Resposta do NEPSAC - usando Modelo Matemático sem ruído	64

Figura 30 – Resposta do NEPSAC - usando Modelo Matemático com ruído nas entradas após 5s	65
Figura 31 – Resposta do NEPSAC - usando Modelo RNR sem ruído	65
Figura 32 – Resposta do NEPSAC - usando Modelo RNR com SNR = 60dB	66
Figura 33 – Resposta do NEPSAC - usando Modelo RNR com SNR = 50dB	66
Figura 34 – Curvas das não linearidades das entradas $u_1 e u_2$	71
Figura 35 – Curvas das não linearidades das entradas $u_1 e u_2$	72
Figura 36 – Resposta ao degrau para todas combinações do bloco linear HW	73

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dimensões do sistema de tanques.	52
Tabela 2 – Características da rede neural.	59
Tabela 3 – Resultados de validação dos métodos.	62
Tabela 4 – Avaliação do Controlador NEPSAC.	63
Tabela 5 – Condições iniciais das alturas nos tanques para modelo neural.	63
Tabela 6 – Pesos da camada escondida do tanque 1, ambiente sem ruído.	74
Tabela 7 – Pesos da camada escondida do tanque 2, ambiente sem ruído.	75
Tabela 8 – Pesos da camada de saída para os tanque 1 e 2, ambiente sem ruído.	75
Tabela 9 – Pesos da camada escondida do tanque 1, com SNR = 60 dB.	76
Tabela 10 – Pesos da camada escondida do tanque 2, com SNR = 60 dB.	77
Tabela 11 – Pesos da camada de saída para os tanque 1 e 2, com SNR = 60 dB.	77
Tabela 12 – Pesos da camada escondida do tanque 1, com SNR = 50 dB.	78
Tabela 13 – Pesos da camada escondida do tanque 2, com SNR = 50 dB.	79
Tabela 14 – Pesos da camada de saída para os tanque 1 e 2, com SNR = 50 dB.	79
Tabela 15 – Pesos da camada escondida do tanque 1, com SNR = 40 dB.	80
Tabela 16 – Pesos da camada escondida do tanque 2, com SNR = 40 dB.	81
Tabela 17 – Pesos da camada de saída para os tanque 1 e 2, com SNR = 40 dB.	81
Tabela 18 – Pesos da camada escondida do tanque 1, com SNR = 30 dB.	82
Tabela 19 – Pesos da camada escondida do tanque 2, com SNR = 30 dB.	83
Tabela 20 – Pesos da camada de saída para os tanque 1 e 2, com SNR = 30 dB.	83

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ARMAX	<i>Auto-Regressive Move Averaging with Exogenous Inputs</i>
BFS	<i>Best Fit Score</i>
CARIMA	<i>Controlled Auto-regressive Integrated Moving Average</i>
DEE	Departamento de Engenharia Elétrica
DMC	<i>Dynamic Matrix Control</i>
EPSAC	<i>Extended Prediction Self-Adaptive Control</i>
EQM	Erro Quadrático Médio
GPAR	Grupo de Pesquisa em Automação e Robótica
GPC	<i>Generalized Predictive Control</i>
ISE	<i>Integral Square Error</i>
LTI	<i>Linear Time-Invariant</i>
MAC	<i>Model Algorithm Control</i>
MIMO	<i>Multiple Input Multiple Output</i>
MLP	<i>Multi Layer Perceptron</i>
MPC	<i>Model Predictive Control</i>
MQ	Mínimos Quadrados
MQR	Mínimos Quadrados Recursivo
NARMAX	<i>Non-Linear Auto-Regressive Move Averaging with Exogeneous Input</i>
NARX	<i>Non-Linear Auto-Regressive Exogeneous</i>
NEPSAC	<i>Non-linear Extended Prediction Self-Adaptive Control</i>
NMSE	<i>Normalized Mean Squared Error</i>
PPGEE	Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica
PRBS	<i>Pseudo Random Binary Sequence</i>
RH	<i>Receding Horizon</i>
RNR	Redes Neurais Recorrentes
SSE	<i>Sum of Squared Error</i>
UFC	Universidade Federal do Ceará

LISTA DE SÍMBOLOS

\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
ω	Fluxo de massa;
ρ	Massa específica do líquido
γ	Vazão volumétrica
m	Massa do líquido
V	Volume de líquido
$\frac{dm}{dt}$	Variação da massa
$\frac{dV}{dt}$	Variação do volume de líquido
h	Nível de líquido no tanque
g	Aceleração da gravidade
A	Área do tanque
R	Raio do cilindro
β	Ângulo de abertura do cone
$r_c(h)$	Raio do cone em função da altura h
R_{max}	Raio máximo do cone
R_{min}	Raio mínimo do cone
H	Altura do cone
τ	Razão de vazão nas válvulas
Θ	Vetor de parâmetros
y	Sinal de saída
x	Sinal de entrada
$\hat{\Theta}$	Vetor de parâmetros estimados
ε	Erro de estimação
SSE	Somatório dos erros quadráticos
Ψ	Função estática não linear
$G(z)$	Função de transferência

z	Operador atraso unitário
v	Ruído
k	Instante de tempo k
m_i	Matrizes de parâmetros não conhecidos
w	Pesos sinápticos
$\varphi(\cdot)$	Função de ativação
b	Bias
v_k	Campo local induzido
e_n	Sinal de erro do neurônio
s	Saída desejada
δ	Gradiente local
μ	Constante de momento
η	Taxa de aprendizagem
t	Iteração atual
l	Camada na qual os pesos são atualizados
q	Tamanho da memória da entrada x
p	Tamanho da memória de saída y
r	Trajectoria de referência
u	Sinal de controle
\hat{y}	Sinal de saída predita
ζ	Número de parâmetros no modelo
N	Horizonte de predição
$\hat{y}(k+i k)$	Saída predita do instante $k+i$ calculada no instante k
$A(z^{-1})$	Polinômio da seguinte forma: $1 + a_1z^{-1} + \dots + a_naz^{-na}$
$B(z^{-1})$	Polinômio da seguinte forma: $b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_nbz^{-nb}$
na	Ordem do polinômio $A(z^{-1})$
nb	Ordem do polinômio $B(z^{-1})$
nx	Número de entradas do sistema

n_y	Número de saídas do sistema
n_z	Número de zeros do bloco linear no modelo de <i>Hammerstein-Wiener</i>
n_p	Número de pólos do bloco linear no modelo de <i>Hammerstein-Wiener</i>
Z	Matriz de polinômios do numerador de ordem $n_y \times n_x$ do bloco linear no modelo de <i>Hammerstein-Wiener</i>
P	Matriz de polinômios do denominador de ordem $n_y \times n_x$ do bloco linear no modelo de <i>Hammerstein-Wiener</i>
$E(z^{-1})$	Polinômio da seguinte forma: $1 + e_1 z^{-1} + \dots + e_i z^{-(i-1)}$
$F(z^{-1})$	Polinômio da seguinte forma: $f_{i,0} + f_{i,1} z^{-1} + \dots + f_{i,na} z^{-na}$
S	Número de amostras
Δ	Atraso unitário
s_h	Coefficientes da resposta ao degrau do processo
ξ	Ruído branco com média nula e variância ζ^2
d	Atraso de transporte
J	Função custo
N_u	Horizonte de controle
Δu	Incremento da variável de controle
N_1	Horizonte mínimo de saída
N_2	Horizonte máximo de saída
$\sigma(i)$	Ponderação na variável de saída
$\lambda(i)$	Ponderação na variável de controle

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Objetivos	19
1.2	Metodologia	19
1.3	Publicação	20
1.4	Organização do Trabalho	20
2	CONTROLADORES PREDITIVOS	21
2.1	EPSAC	24
2.1.1	<i>Predição de $x(k+i k)$</i>	26
2.1.2	<i>Predição de $n(k+i k)$</i>	26
2.1.3	<i>Saída base (y_{base}) e Saída Ótima (y_{otm}):</i>	27
2.2	NEPSAC	32
2.2.1	<i>NEPSAC MIMO</i>	33
2.3	CrITÉrios de avaliação do controlador NEPSAC	35
2.4	Considerações Finais	36
3	IDENTIFICAÇÃO DO SISTEMA DE TANQUES DE 2 COLUNAS	37
3.1	Método dos Mínimos Quadrados (MQ)	37
3.2	Modelo de <i>Hammerstein</i>	38
3.3	Modelo de <i>Wiener</i>	40
3.4	Modelo de <i>Hammerstein-Wiener</i>	40
3.5	Redes Neurais	41
3.5.1	Multi Layer Perceptron (<i>MLP</i>)	44
3.5.2	<i>Redes Neurais Recorrentes (RNR)</i>	47
3.6	Validação dos modelos	49
3.6.1	<i>Média dos Erros Quadráticos Normalizados - Normalized Mean Squared Error (NMSE)</i>	50
3.6.2	<i>Pontuação de Melhor Ajuste - Best Fit Score (BFS)</i>	50
3.7	Considerações Finais	50
4	SISTEMA DE TANQUES DE 2 COLUNAS	51
4.1	Modelagem matemática do sistema de tanques	51
4.2	Considerações Finais	56

5	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	57
5.1	Resultados da Modelagem via <i>Hammerstein-Wiener</i> (H-W)	57
5.2	Resultados da Modelagem via RNR	58
5.3	Resultados do Controlador NEPSAC	62
6	CONCLUSÃO	67
	REFERÊNCIAS	68
	APÊNDICES	71
	APÊNDICE A – Modelo de Hammerstein-Wiener obtido	71
	APÊNDICE B – Pesos Sinápticos para as Redes Neurais Recorrentes simu- ladas	74
B.0.1	<i>Cenário 1: Ambiente sem Ruído</i>	74
B.0.2	<i>Cenário 2: SNR = 60 dB</i>	76
B.0.3	<i>Cenário 3: SNR = 50 dB</i>	78
B.0.4	<i>Cenário 4: SNR = 40 dB</i>	80
B.0.5	<i>Cenário 5: SNR = 30 dB</i>	82

1 INTRODUÇÃO

Com o crescimento das indústrias, se faz cada vez mais necessário modelar os mais variados tipos de plantas industriais que em maioria são não lineares. Sendo assim, precisa-se de técnicas de identificação e controle para sistemas não lineares.

Uma característica importante na grande maioria dos processos é que os mesmos apresentam um comportamento estático monotônico com limites mínimos e máximos. Fazendo uma análise em termos da derivada em cada ponto da curva estática da maioria dos processos, observa-se que a mesma é menor ou igual a zero (representando mínimos locais), ou então, maior ou igual a zero (representando máximos locais).

Com relação a sistemas não lineares, inúmeras técnicas de identificação vêm sendo estudadas desde meados do século XX, entre elas o modelo de *Hammerstein* e *Wiener* (NARENDRAN; GALLMAN, 1966), (BILLINGS; FAKHOURI, 1978). Também técnicas neurais vem sendo utilizadas para identificar sistemas não lineares, tendo destaque as Redes Neurais Recorrentes (RNR), (DU *et al.*, 2006), (COBAN, 2013), (DADIAN *et al.*, 2016).

As redes neurais podem ser classificadas como *feedforward* e recorrentes. A maioria das publicações de identificação de sistemas não lineares usam redes do tipo *feedforward* como a rede de perceptrons de múltiplas camadas (MLP), as quais são implementadas para aproximação de funções não lineares (BEALE; JACKSON, 1990) (BEZERRA *et al.*, 2011). A principal desvantagem das redes MLPs está no fato de que a atualização dos pesos não utiliza nenhuma informação da estrutura de dados e aproximação da função é sensível aos dados de treinamento.

Uma vez que as redes recorrentes incorporam a realimentação, elas tem uma maior capacidade de representar funções não lineares em relação as redes *feedforward* (YU, 2004).

Tais sistemas não lineares precisam ser controlados com eficiência e rapidez. Para isso, os controladores preditivos baseados em modelo *Model Predictive Control* (MPC) são bastante aplicados. O termo MPC descreve uma classe de algoritmos computacionais de controle que, a partir de previsões baseadas em um modelo do processo, controla o comportamento futuro através da minimização de uma função objetivo.

A estratégia de controle MPC foi originalmente aplicada em sistemas de potência e refinarias petrolíferas (MOHAMED *et al.*, 2011), (TRAN *et al.*, 2005) (BRÁSIO *et al.*, 2016). Atualmente, podem ser encontrados MPCs em uma variedade de ambientes de manufatura, incluindo-se químicos, processamento de alimentos, automotivos, aeroespacial, metalúrgico e fabricação de papel (QIN; BADGWELL, 1998), (FREITAS *et al.*, 2008). O controlador

(NEPSAC - "*Nonlinear Extended Prediction Self-Adaptive Control*"), pertencente à classe dos controladores baseados em modelo, vem sendo bastante estudado no controle de sistemas não lineares (TORRICO *et al.*, 2010), (OGAWA, 2014), (CAPCHA *et al.*, 2017), e é utilizado com uma rede recorrente neste trabalho.

1.1 Objetivos

Os objetivos deste trabalho são:

- Estudar um modelo matemático para o comportamento de um sistema de tanques de duas colunas;
- Desenvolver modelos não lineares para o sistema baseado em técnicas de inteligência computacional (Redes Neurais) e teoria polinomial *Non-Linear Auto-Regressive Move Averaging with Exogeneous Input* (NARMAX);
- Aplicar algoritmo de controle preditivo do tipo MPC para as malhas de controle;
- Avaliar as técnicas de identificação e controle estudadas e aplicar no sistema MIMO em questão;

1.2 Metodologia

A metodologia adotada neste trabalho foi primeiramente estudar um método de identificação bastante conhecido: o MQ. Depois foi estudado métodos de identificação de sistemas não lineares: Hammerstein, Wiener, Hammerstein-Wiener, Wiener-Hammerstein e RNR.

Após estudo dos métodos, os mesmos foram utilizados para identificar um sistema de tanques de duas colunas do Grupo de Pesquisa em Automação e Robótica (GPAR). Para obter os dados de entrada e saída do sistema foi aplicado ao mesmo um sinal do tipo *Pseudo Random Binary Sequence* (PRBS) e coletado as respostas. De posse dos dados, foram aplicados os seguintes métodos de identificação entre os estudados: MQ, modelo de *Hammerstein*, modelo de *Wiener*, modelo de *Hammerstein-Wiener* e RNR.

Na sequência, o modelo obtido para rede neural recorrente, sendo o modelo que melhor representou o sistema, foi utilizado como parte integrante do controlador baseado em modelo *Non-linear Extended Prediction Self-Adaptive Control* (NEPSAC) para controlar o sistema de tanques de duas colunas.

1.3 Publicação

Deste trabalho foi gerado um artigo aceito e publicado no *XIII Congresso Brasileiro de Inteligência Computacional – (CBIC 2017)* sob o título: **Identificação e Controle de Sistema de Tanques de Duas Colunas usando Redes Neurais Recorrentes e Controlador Preditivo NEPSAC** em co-autoria de Laurinda Lúcia Nogueira dos Reis, Arthur Plínio de Souza Braga e Antônio Barbosa de Souza Júnior.

1.4 Organização do Trabalho

Este documento está organizado em 6 capítulos, distribuídos assim:

- No capítulo 1, tem-se uma discussão sobre a motivação do trabalho, bem como os objetivos, a metodologia adotada e a estrutura do mesmo.
- O capítulo 2 aborda os controladores preditivos, em especial o NEPSAC que foi adotado neste trabalho para controlar as alturas de líquido nos tanques.
- No capítulo 3, tem-se uma discussão sobre as técnicas de identificação de sistemas, entre elas o Mínimos Quadrados Recursivo (MQR), modelo de *Hammerstein-Wiener* e RNR para modelar o sistema de tanques de 2 colunas.
- O capítulo 4 retrata o sistema de tanques de 2 colunas com sua modelagem matemática.
- O capítulo 5, trata dos resultados de simulação obtidos das modelagens e do controle.
- Por fim, no capítulo 6, tem-se as conclusões e perspectivas de trabalhos futuros.

2 CONTROLADORES PREDITIVOS

Esta técnica de controle surgiu no final dos anos 70 inicialmente direcionada para atuar no controle de refinarias de petróleo. Nas últimas décadas, têm-se aplicado nas mais variadas áreas tais como: indústria química (CARRAPIÇO, 2004), de alimentos, automotiva (BATISTA *et al.*, 2013), aeroespacial, metalúrgica, de celulose e compressores industriais (FREITAS *et al.*, 2008), (CORREIA, 2010), dentre outras.

A grande aplicabilidade desta técnica está relacionada com a eficiência e robustez no controle de sistemas, desde os mais simples até os mais complexos, monovariáveis e multivariáveis, com atraso de transporte, de fase não mínima e instáveis. Os controladores preditivos também são eficientes com plantas não-lineares, pelo fato de utilizar o conceito de horizonte estendido de predição (CAMACHO; BORDONS, 1999),(ROSSITER, 2003). As ideias que aparecem em maior ou menor grau em toda a família de controladores preditivos são basicamente:

- Uso explícito de um modelo para prever a saída do processo em instantes futuros (horizonte);
- Cálculo de uma sequência de controle que minimiza uma função objetivo;
- A estratégia do horizonte móvel, *Receding Horizon* (RH), é tal que em cada instante o horizonte de predição é deslocado para o futuro, no qual envolve a aplicação do primeiro sinal de controle da sequência calculada a cada passo.

Model Predictive Control (MPC) mostra uma série de vantagens sobre outros métodos, as quais pode-se destacar (CAMACHO; BORDONS, 1999):

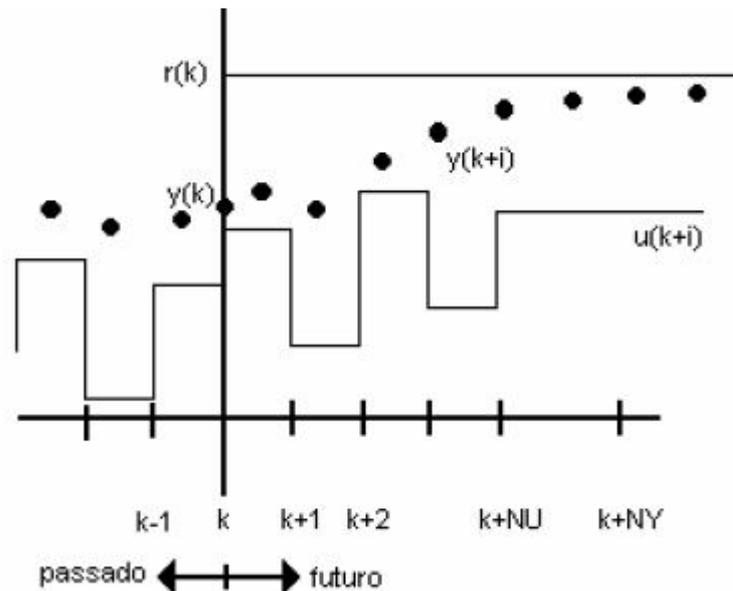
- pode ser usado para controlar uma grande variedade de processos, desde os que possuem dinâmicas simples até os mais complexos, incluindo sistemas com pequeno atraso de transporte, sistemas de fase não-mínima e instáveis;
- o caso multi-variável pode facilmente ser tratado;
- ele intrinsecamente tem compensação para atrasos de transporte;
- ele introduz o conceito de controle *feed-forward* de forma natural para compensar as perturbações não modeladas;
- o controlador final é simples de implementar para o caso de controle linear;
- sua extensão para tratamento de restrições é conceitualmente simples, entretanto se faz necessário modificar o método de otimização de analítica para numérica por programação quadrática e pode ser sistematicamente incluído durante o projeto do controlador;

- é muito usual quando as referências futuras são conhecidas;
- é uma metodologia totalmente aberta baseada em princípios básicos que permitem futuras extensões.

O MPC é uma técnica de controle, discreta no tempo, que faz uso de um modelo explícito do processo, para calcular uma seqüência de controle futura, tal que leve a saída predita a seguir uma dada trajetória de referência. Dentre as várias técnicas de controle preditivo pode-se destacar: *Dynamic Matrix Control* (DMC), *Model Algorithm Control* (MAC), *Generalized Predictive Control* (GPC), *Extended Prediction Self-Adaptive Control* (EPSAC) e *Non-linear Extended Prediction Self-Adaptive Control* (NEPSAC), sendo esta última a utilizada neste trabalho.

A metodologia de todos os controladores da família do MPC é caracterizada pela seguinte estratégia, representada pela figura 1:

Figura 1 – Conceito de Horizonte Preditivo



Fonte: (CAMACHO; BORDONS, 1999), modificado

em que:

k é o instante atual;

$u(k)$ é o sinal de controle;

$y(k)$ é o sinal a ser controlado;

$r(k)$ é o sinal de referência.

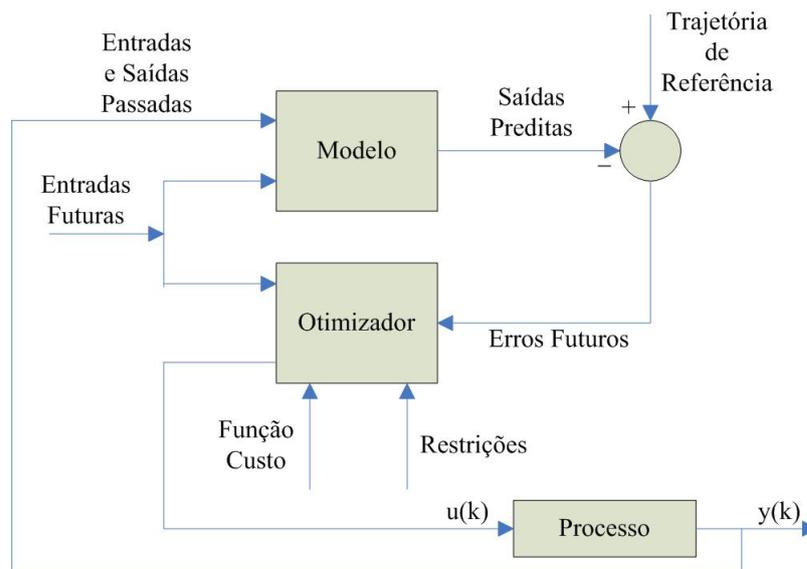
1. As saídas futuras para um determinado horizonte N , chamado horizonte de predição, são

preditas em cada instante k usando o modelo do processo. As saídas preditas $\hat{y}(k+i|k)$ ¹ para $i = 1, 2, \dots, N$ dependem dos valores conhecidos (entradas e saídas passadas) até o instante k e dos sinais de controle futuros $u(k+i|k)$, $i = 0, 1, \dots, N-1$, os quais serão calculados, mas somente o primeiro valor será enviado ao sistema;

2. Os sinais de controle futuros são calculados otimizando um determinado critério de forma a manter o processo tão próximo quanto possível da trajetória de referência $r(k+i)$. Tal critério geralmente tem a forma de uma função quadrática dos erros entre o sinal de saída predita e a trajetória de referência. O esforço de controle está incluído nesta função, na maioria dos casos. Uma solução analítica pode ser obtida se o critério é quadrático, o modelo é linear e sem restrições;
3. O sinal de controle $u(k|k)$ é enviado ao processo enquanto os sinais de controle restantes da seqüência calculados são descartados, pois no período de amostragem seguinte o valor da saída $y(k+1)$ já é conhecido, então o passo 1 é repetido com este novo valor e todas as seqüências são atualizadas.

De forma a implementar essa estratégia, a sua estrutura básica é mostrada na figura 2. A escolha do modelo do processo deve ser capaz de levar em conta toda a dinâmica do processo para prever precisamente as saídas do futuro bem como ser simples de executar e compreender.

Figura 2 – Estrutura Básica do MPC



Fonte: (CAMACHO; BORDONS, 1999), modificado

¹ esta notação indica o valor da variável y no instante $k+i$ calculada no instante k

O algoritmo de controle pode ser abordado em duas partes:

1. Calcular um preditor ótimo para obter a saída esperada em função dos valores futuros;
2. Encontrar uma lei de controle que minimiza a função custo.

Como a técnica NEPSAC é uma extensão do EPSAC será abordado primeiramente a estratégia EPSAC e posteriormente o NEPSAC.

2.1 EPSAC

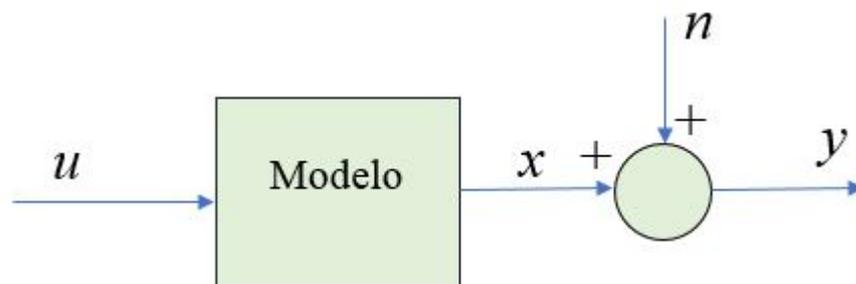
Nesta técnica o processo é modelado como:

$$y(k) = x(k) + n(k) \quad (2.1)$$

o qual é ilustrado na figura 3, com:

- $y(k)$: saída do processo (medida)
- $u(k)$: entrada do processo
- $x(k)$: saída do modelo
- $n(k)$: perturbação do modelo/processo

Figura 3 – Modelo do Processo



Fonte: (KEYSER; LAZAR, 2003), modificado

A perturbação $n(k)$ inclui todos os efeitos na saída medida $y(k)$ os quais não vem da saída do modelo $x(k)$. Este é um sinal não mensurável. Inclui efeitos de perturbações do processo, de outras entradas (não modeladas), de ruído de medição, de erros de modelo, etc. O efeito de todas as perturbações desconhecidas tem uma característica estocástica geralmente com uma média não-nula que pode ser modelado por um ruído colorido (KEYSER; LAZAR, 2003):

$$n(k) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} \xi(k) \quad (2.2)$$

em que:

$\xi(k)$: ruído branco

$C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + \dots + c_{nc}z^{-nc}$ (polinômio mônico com o operador deslocamento z)

$D(z^{-1}) = 1 + d_1z^{-1} + \dots + d_{nd}z^{-nd}$ (polinômio mônico com o operador deslocamento z)

z^{-1} é o operador deslocamento unitário, ou seja, $z^{-n}s(k) = s(k - n)$, $s(k)$ sendo um sinal dependente do tempo e k o instante de tempo discreto.

O filtro $C(z^{-1})/D(z^{-1})$ é o modelo da perturbação.

Uma estrutura padrão conhecida para o modelo da perturbação é: $\frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} = \frac{1}{1-z^{-1}}$

A saída do modelo $x(k)$ representa o efeito da entrada do processo $u(k)$ na saída do processo $y(k)$. A relação entre $u(k)$ e $x(k)$ é dinâmica, ou seja, o valor atual de $x(k)$ não depende somente do valor atual de $u(k)$, mas dos valores anteriores da entrada $\{u(k-1), u(k-2), \dots\}$ e das saídas anteriores do modelo $\{x(k-1), x(k-2), \dots\}$. Além disso, esta relação pode ser descrita por um modelo linear ou modelo não-linear (ex.: uma rede neural) como a maioria dos processos reais.

Em geral, o efeito $u(k) \Rightarrow x(k)$ pode então ser representado por um modelo dinâmico genérico:

$$x(k) = f[x(k-1), x(k-2), \dots, u(k-1), u(k-2), \dots] \quad (2.3)$$

onde $f[\dots]$ representa uma função conhecida e possivelmente não-linear. Se o modelo do processo em uma aplicação específica é desconhecida, se faz necessário primeiramente identificar o sistema para projeto do MPC. No caso do processo ser variante no tempo, o modelo do processo precisa ser estimado em tempo real.

Considere a função de transferência do modelo como sendo:

$$x(k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(k) \quad (2.4)$$

com os polinômios $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ da seguinte forma:

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_{na}z^{-na} \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_{nb}z^{-nb} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Logo, usando o modelo do sistema dada pela equação 2.4 e a perturbação pela equação 2.2 na equação 2.1, resulta para o caso especial de $D(z^{-1}) = (1 - z^{-1})$, no modelo *Controlled Auto-regressive Integrated Moving Average* (CARIMA):

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k-1) + \frac{C(z^{-1})}{\Delta}\xi(k) \quad (2.6)$$

onde: $\Delta = 1 - z^{-1}$;

$\xi(k)$ é um ruído branco de média nula e variância σ^2 ;

d é o atraso de transporte.

O ponto fundamental na metodologia MPC consiste na predição da saída do processo $\{y(k+i|k), i = 1, \dots, N_2\}$ baseado em:

- medidas disponíveis no tempo t : $\{y(k), y(k-1), \dots, u(k-1), u(k-2), \dots\}$
- valores futuros (postulados) da entrada: $\{u(k|k), u(k+1|k), \dots\}$.

Na abordagem do GPC para o MPC, um modelo CARIMA é usado, e o cálculo da predição i -passos a frente é realizado usando equação de *Diophantine*. Na abordagem EPSAC um modelo genérico é usado e um problema de predição multi passos é solucionado usando técnicas de filtragem (KEYSER; LAZAR, 2003).

Deslocando o modelo do processo (2.1), i instantes no tempo temos:

$$y(k+i|k) = x(k+i|k) + n(k+i|k) \quad (2.7)$$

2.1.1 Predição de $x(k+i|k)$

A cada instante k , a recursão é iniciada com $i = 0$ e $x(k|k)$ é calculado usando o modelo do vetor de entrada $[x(k-1)x(k-2)x(k-3)\dots u(k-1)u(k-2)u(k-3)\dots]$, o qual contém valores passados, conhecidos no instante k . Note que $x(k) \equiv x(k|k)$ e este valor deve ser armazenado para uso nas próximos instantes de amostragem. Então para $i = 1$, o valor calculado previamente $x(k|k)$ é usado como entrada do modelo para calcular $x(k+1|k)$ (KEYSER; LAZAR, 2003).

2.1.2 Predição de $n(k+i|k)$

No tempo k , $x(k)$ pode ser calculado como descrito anteriormente. Usando a saída do processo medida $y(k)$, então é possível calcular o valor atual da perturbação $n(k)$ com a equação do modelo do processo (2.1): $n(k) = y(k) - x(k)$. Note que os valores anteriores da perturbação $n(k-1)$, $n(k-2)$, ... também são conhecidos, visto que foram calculados nos instantes anteriores.

Calculando o sinal da perturbação filtrada $n_f(k) = \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})}n(k)$, usando:

$$n_f(k) = -c_1n_f(k-1) - c_2n_f(k-2) - \dots + n(k) + d_1n(k-1) + d_2n(k-2) + \dots \quad (2.8)$$

e armazenando os valores de $n_f(k)$ numa base de dados e lembrando que os valores anteriores $n_f(k-1)$, $n_f(k-2)$, ... estão disponíveis.

Como o modelo da perturbação é dado pela equação (2.2), a conclusão é que o sinal $n_f(k)$ calculado será um ruído branco com média zero: $n_f(k) = \xi(k)$. Como o ruído branco é, por definição descorrelacionado, sua melhor predição é o valor médio, levando a:

$$n_f(k+i|k) \equiv 0, i = 1 \dots N_2 \quad (2.9)$$

Assim, a melhor predição da perturbação é obtida de

$$n(k+i|k) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} n_f(k+i|k) \quad (2.10)$$

o qual pode ser calculado usando a equação de diferença correspondente:

$$n(k+i|k) = -d_1 n(k+i-1|k) - d_2 n(k+i-2|k) - \dots + n_f(k+i|k) + c_1 n_f(k+i-1|k) + \dots \quad (2.11)$$

A recursão vai de $i = 1 \dots N_2$. Para $i = 1$, os valores do lado direito da equação $n(k|k)$, $n(k-1|k)$, ..., $n_f(k|k)$, $n_f(k-1|k)$, ..., são conhecidos, enquanto $n_f(k+1|k) \equiv 0$ de acordo com (2.9). O valor calculado $n(k+1|k)$ é então usado no lado direito da equação, juntamente com $n_f(k+2|k) \equiv 0$, de modo a calcular $n(k+2|k)$, e assim por diante (KEYSER; LAZAR, 2003).

2.1.3 Saída base (y_{base}) e Saída Ótima (y_{otm}):

Conceitualmente, e baseado no princípio da superposição dos sistemas lineares, a resposta futura $y(k+i|k)$ pode ser considerada como o resultado cumulativo de 2 efeitos:

$$y(k+i|k) = y_{base}(k+i|k) + y_{otm}(k+i|k) \quad (2.12)$$

O $y_{base}(k+i|k)$ tem as seguintes contribuições:

- o efeito das perturbações futuras (preditos) $n(k+i|k)$
- o efeito das ações de controle passadas $\{u(k-1), u(k-2), \dots\}$
- o efeito do cenário de controle futuro base $\{u_{base}(k+i|k), i = 0 \dots N_2 - 1\}$ o qual é definido *a priori*; para modelos lineares, a escolha do vetor de controle u_{base} é irrelevante, sendo alguns simples exemplos $\{u_{base}(k+i|k) \equiv 0, i = 0 \dots N_2 - 1\}$ ou $\{u_{base}(k+i|k) \equiv u(k-1), i = 0 \dots n_2 - 1\}$; qualquer escolha levará ao mesmo cenário de controle (ótimo).

A componente $y_{base}(k+i|k)$ pode ser facilmente calculada usando o procedimento descrito anteriormente e com $u_{base}(k+i|k)$ como modelo de entrada.

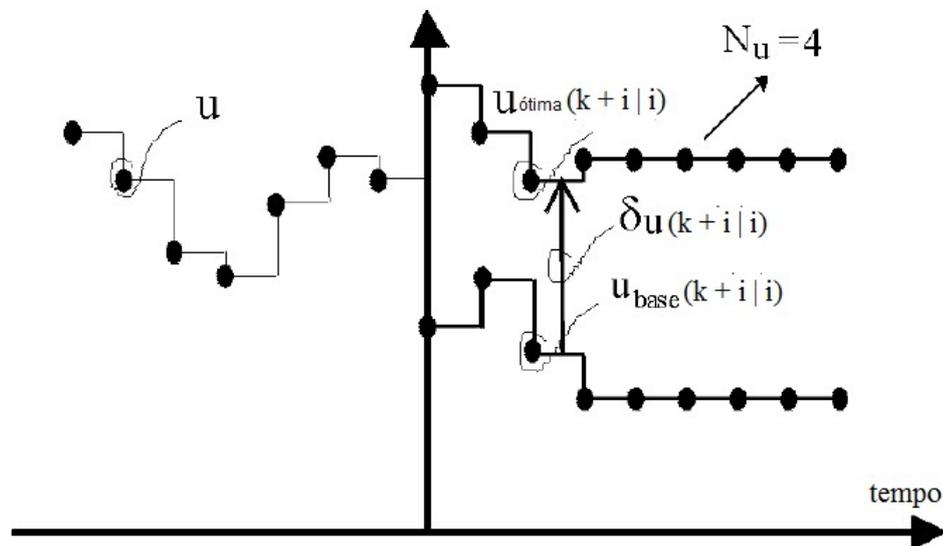
Note que a abordagem GPC para o MPC é um caso especial da abordagem EPSAC; o qual correspondendo a escolha de $\{u_{base}(k+i|k) \equiv u(k-1), i = 0 \dots n_2 - 1\}$, resultando no conceito de resposta livre do GPC (similar a "saída base", mas somente aplicável a sistemas lineares).

Já a componente $y_{otm}(k+i|k)$ tem a seguinte contribuição:

- o efeito de otimizar as ações de controle futuras $\{\delta u(k+i|k), i = 0 \dots N_2 - 1\}$ com $\delta u(k+i|k) = u(k+i|k) - u_{base}(k+i|k)$ onde $u(k+i|k)$ é a entrada de controle ótima.

É prática comum no MPC estruturar o cenário de controle futuro, reduzindo assim os graus de liberdade do vetor de controle $\{u(k+i|k), i = 0 \dots N_2 - 1\}$. Isto pode ser feito definindo um horizonte de controle N_u (com $1 \leq N_u \leq N_2$) depois disso a estratégia de controle (postulada) permanece constante: $\{u(k+i|k) = u(k+N_u-1|t), i \geq N_u\}$, assim reduzindo os graus de liberdade de N_2 para N_u .

Figura 4 – Conceito de Ação de Controle Base e Ótima



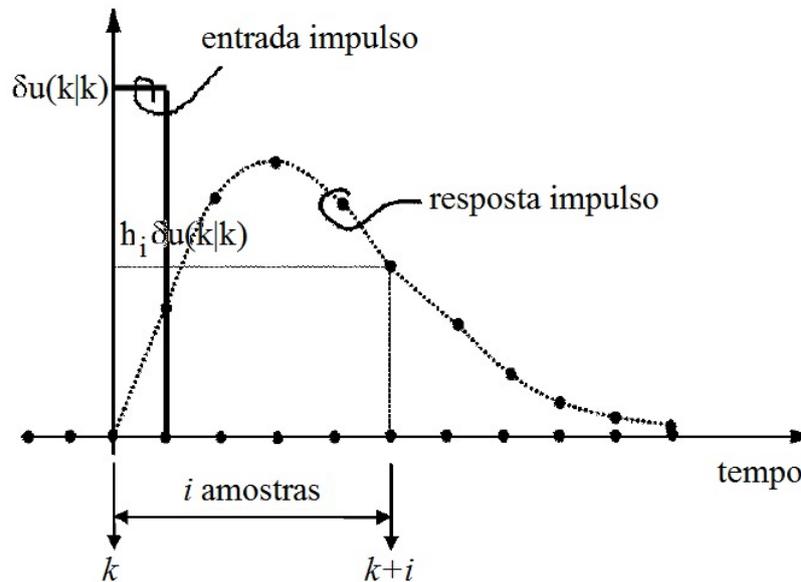
Fonte: (KEYSER; LAZAR, 2003), modificado

Note que o conceito de horizonte de controle implica que $\{u_{base}(k+i|k) = u_{base}(k+N_u-1|k), i \geq N_u\}$ e $\{\delta u(k+i|k) = \delta u(k+N_u-1|k), i \geq N_u\}$, como sugerido na figura 4. A figura 4 também indica que a componente $y_{otm}(k+i|k)$ em (2.12), sendo o resultado de $\{\delta u(k+i|k)\}$ o efeito cumulativo de uma série de entradas impulso e entradas degrau:

- um impulso com amplitude $\delta u(k|k)$ no tempo k , resultando na contribuição $h_i \delta u(k|k)$ para

a saída do sistema no instante $k + i$ (i amostras depois), veja figura 5.

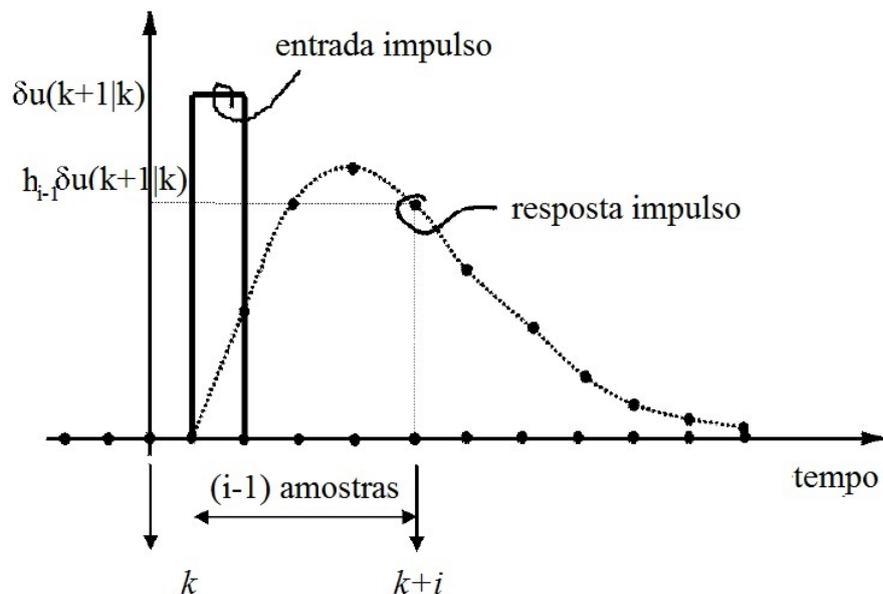
Figura 5 – Efeito no tempo $k + i$ do impulso no tempo k



Fonte: (KEYSER; LAZAR, 2003), modificado

- um impulso com amplitude $\delta u(k+1|k)$ no tempo $k+1$, resultando na contribuição $h_{i-1} \delta u(k+1|k)$ para a saída do sistema no instante $k+i$ ($i-1$ amostras depois), veja figura 6.

Figura 6 – Efeito no tempo $k + i$ do impulso no tempo $k + 1$



Fonte: (KEYSER; LAZAR, 2003), modificado

- finalmente um passo com amplitude $\delta u(k + N_u - 1|k)$ no tempo $k + N_u - 1$, resultando na contribuição $g_{i-N_u-1} \delta u(k + N_u - 1|k)$ para a saída do sistema no instante $k + i$ ($i - N_u + 1$ amostras de tempo depois).

O efeito cumulativo para a saída do sistema no instante $k + i$ para todos os impulsos e degraus é portanto:

$$y_{otm}(k + i|k) = h_i \delta u(k|k) + h_{i-1} \delta u(k + 1|k) + \dots + g_{i-N_u+1} \delta u(k + N_u - 1|k) \quad (2.13)$$

Os parâmetros $h_1, h_2, \dots, h_i, \dots, h_{N_2}$ são os coeficientes da resposta impulso unitário do sistema. Os parâmetros $g_1, g_2, \dots, g_i, \dots, g_{N_2}$ são os coeficientes da resposta degrau unitário do sistema. Note que $h_0 = h_{-1} = h_{-2} = \dots = g_0 = g_{-1} = g_{-2} = \dots = 0$ e que os coeficientes da resposta impulso podem ser calculados a partir dos coeficientes da resposta degrau e vice-versa: $h_i = g_k - g_{i-1}$. Portanto, usando a notação matricial a equação (2.13) fica:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_{otm}(k + N_1|k) \\ y_{otm}(k + N_1 + 1|k) \\ \dots \\ y_{otm}(k + N_2|k) \end{bmatrix}}_{\mathbf{Y}_{otm}} = \underbrace{\begin{bmatrix} h_{N_1} & h_{N_1-1} & \dots & h_{N_1-N_u+2} & | & g_{N_1-N_u+1} \\ h_{N_1+1} & h_{N_1} & \dots & \dots & | & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & | & \dots \\ h_{N_2} & h_{N_2-1} & \dots & h_{N_2-N_u+1} & | & g_{N_2-N_u+1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}} \underbrace{\begin{bmatrix} \delta u(k|k) \\ \delta u(k + 1|k) \\ \dots \\ \delta u(k + N_u - 1|k) \end{bmatrix}}_{\mathbf{U}} \quad (2.14)$$

Escrevendo a equação (2.12) na forma matricial e combinando com a equação (2.14) tem-se:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_{base} + \mathbf{Y}_{otm} = \bar{\mathbf{Y}} + \mathbf{G} \cdot \mathbf{U} \quad (2.15)$$

com a matriz G como definida na equação 2.14 e

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= [y(k + N_1|k) \dots y(k + N_2|k)]^T \\ \bar{\mathbf{Y}} &= [y_{base}(k + N_1|k) \dots y_{base}(k + N_2|k)]^T \\ \mathbf{U} &= [\delta u(k|k) \dots u(k + N_u - 1|k)]^T \end{aligned} \quad (2.16)$$

O objetivo do controlador é encontrar um vetor de controle $\{u(k + i|k), i = 0 \dots N_2 - 1\}$ o qual minimiza a função custo (KEYSER; LAZAR, 2003), que devido a característica monotônica do sistema de tanques é convexa:

$$\sum_{i=N_1}^{N_2} [r(k + i|k) - y(k + i|k)]^2 \quad (2.17)$$

onde $r(\cdot|\cdot)$ é escolhido como uma trajetória de referência de 1ª ordem. Na prática, deve-se buscar um equilíbrio aceitável entre o esforço de controle e o erro de controle através dos ajustes de parâmetros tais: horizonte de predição mínimo e máximo N_1 , N_2 e horizonte de controle N_u .

Adição da Ponderação de Controle

Na função custo da equação (2.17) pode-se adicionar uma ponderação de controle Δu . Para isso, pode-se estabelecer uma relação entre $\Delta u(\cdot|\cdot)$ e $\delta u(\cdot|\cdot)$:

$$\begin{cases} \Delta u(k|k) = u(k|k) - u(k-1) = u_{base}(k|k) + \delta u(k|k) - u(k-1) \\ \Delta u(k+1|k) = u(k+1|k) - u(k|k) = u_{base}(k+1|k) + \delta u(k+1|k) - u_{base}(k|k) - \delta u(k|k) \\ \dots \end{cases} \quad (2.18)$$

Colocando a equação (2.18) na forma matricial resulta:

$$\Delta U = M U_{otm} + M U_{base} - U 0$$

$$\begin{cases} M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix} U_{base} = \begin{bmatrix} u_{base}(k|k) - u(k-1) \\ u_{base}(k+1|k) - u_{base}(k|k) \\ \dots \\ u_{base}(k+N_u-1|k) - u_{base}(k+N_u-2|k) \end{bmatrix} \\ \Delta U = [\Delta u(k|k) \dots \Delta u(k+N_u-1|k)]^T \\ U 0 = [u(k-1) 0 \dots 0]^T \text{ e } U \text{ definido em (2.17).} \end{cases} \quad (2.19)$$

Lei de Controle

Reescrevendo a equação da função custo (2.17) em notação matricial e usando as definições da equação chave do EPSAC (2.15) e (2.17) resulta:

$$\sum_{i=N_1}^{N_2} [r(k+i|k) - y(k+i|k)]^2 = (\mathbf{R} - \mathbf{Y})^T (\mathbf{R} - \mathbf{Y}) = [(\mathbf{R} - \bar{\mathbf{Y}}) - \mathbf{G}\mathbf{U}]^T [(\mathbf{R} - \bar{\mathbf{Y}}) - \mathbf{G}\mathbf{U}] \quad (2.20)$$

Esta equação tem forma quadrática em \mathbf{U} . Sua minimização resulta numa solução ótima:

$$\mathbf{U}_{otm} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{R} - \bar{\mathbf{Y}}) \quad (2.21)$$

A ação de controle atual aplicada no processo real no instante k é:

$$u(k) = u_{base}(k|k) + \delta u(k|k) = u_{base}(k|k) + \mathbf{U}_{otm}(1) \quad (2.22)$$

No instante de amostra seguinte $k + 1$ todo o procedimento é repetido levando em consideração a nova informação medida $y(k + 1)$, significando na verdade, uma componente de *feedback* em toda estratégia, resultando em uma configuração de controle de malha fechada. Esta abordagem é chamada de horizonte móvel (do inglês: *receding horizon*) que é o princípio do MPC. A matriz $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$ a qual deve ser invertida tem dimensões $N_u \times N_u$. Para o caso de $N_u = 1$, resulta em uma lei de controle escalar.

2.2 NEPSAC

O conceito de saída base e saída otimizada conforme apresentado na equação (2.12) é teoricamente válida apenas para sistemas lineares (como é baseado no conhecido princípio de superposição válido para sistemas lineares). No entanto, para sistemas não-lineares, selecionando apropriadamente a estratégia base de controle $u_{base}(k + i|k)$, o termo $y_{otm}(k + i|k)$ em (2.12) pode gradualmente ser igual a zero de maneira iterativa. Isso resulta na solução ótima, também para sistemas não lineares, porque o princípio da superposição não está mais envolvido. O procedimento EPSAC, válido para sistemas lineares e não lineares, pode ser resumido da seguinte forma. A cada instante de amostragem:

1. selecione inicialmente $\{u_{base}(k + i|k), i = 0, \dots, N_u - 1\}$. Em caso do modelo ser linear, esta escolha é irrelevante para a solução. Entretanto, para modelos não-lineares, o objetivo deve ser obter de maneira iterativa uma política de controle $u_{base}(k + i|k)$ a qual seja tão próximo quanto possível da estratégia ótima $u_{otm}(k + i|k)$ de forma a trazer as ações de controle $\delta u(k + i|k)$ e o termo correspondente $y_{otm}(k + i|k)$ para próximo de zero. De fato, se $y_{otm}(k + i|k)$ em (2.12) for praticamente zero o princípio da superposição não estará mais envolvido e a estratégia EPSAC passa a valer também para modelos de sistema não-lineares. De maneira a diminuir o número de iterações, portanto deve-se escolher sabiamente um valor inicial para $u_{base}(k + i|k)$. Um forma simples mas efetiva escolha é iniciar com $u_{base}u(k + i|k - 1)$, ou seja, a política de controle ótima derivar da amostra do instante anterior.
2. uma vez que $\{u_{base}(k + i|k), i = 0, \dots, N_u - 1\}$ foi bem escolhido, calcula-se $\{\delta u(k + i|k), i = 0, \dots, N_u - 1\}$ e resultando na ação de controle $u(k + i|k) = \{u_{base}(k + i|k) + \delta u(k + i|k), i = 0 \dots N_u - 1\}$. Para um modelo linear, o resultado de $u(\cdot|k)$ é o controle ótimo e o procedimento pode ser interrompido. Entretanto para um modelo não-linear, o resultado de $u(\cdot|k)$ não é o controle ótimo, pois o princípio da superposição não é válido.

Por isso, neste caso adota-se o seguinte:

3. continua o procedimento, no mesmo instante de tempo, definindo $\{u(k+i|k), i=0, \dots, N_u-1\}$ como o novo conjunto $\{u_{base}(k+i|k), i=0, \dots, N_u-1\}$ e retorna ao passo 2 até que $\sum |u_{otm}| < tol$, com tol sendo uma tolerância desejada.

Continuando o processo iterativo até que o $u_{base}(\cdot|k)$ esperado convirja para $u(\cdot|k)$. De fato, a cada instante de tempo $u_{base}(\cdot|k)$ é mais próximo de $u(\cdot|k)$, significando que $\delta u(\cdot|k)$ é menor, e por conseguinte o termo $y_{otm}(\cdot|k)$ na equação (2.12) se torna menor. Com esse método iterativo, o pode-se então utilizar essa estratégia de controle para modelos não-lineares.

2.2.1 NEPSAC MIMO

As equações chaves do NEPSAC para o caso MIMO (considerando um sistema de duas entradas e duas saídas) são:

$$\begin{cases} Y_1 = Y_{b1} + G_{11}.U_1 + G_{12}.U_2 \\ Y_2 = Y_{b2} + G_{21}.U_1 + G_{22}.U_2 \end{cases} \quad (2.23)$$

Para sistemas MIMO, o cálculo dos vetores de controle ótimos U_{o1} e U_{o2} podem ser feitos de duas maneiras, dependendo da escolha do critério de controle, conhecidas como controle solidário e controle egoísta. Neste trabalho foi utilizado somente a abordagem controle solidário.

Controle Solidário

O objetivo é encontrar os vetores de controle ótimos U_{o1} e U_{o2} de forma a minimizar a seguinte função custo.

$$\sum_{k=N_1}^{N_2} [r_1(k+i|k) - y_1(k+i|k)]^2 + \sum_{k=N_1}^{N_2} [r_2(k+i|k) - y_2(k+i|k)]^2 \quad (2.24)$$

sujeitos a $u_1(k+i|k) = u_1(k+N_u-1|k)$ e $u_2(k+i|k) = u_2(k+N_u-1|k)$ para $i \geq N_u$

Com essa estratégia, os erros do controle preditivo somados sobre todas as saídas do processo são minimizados. Isto implica que o esforço de controle para uma variável específica y_1 pode ser deliberadamente aumentado com o propósito de reduzir o erro de controle para outra variável y_2 . O objetivo é então minimizar o erro de controle total para todas as partes em conjunto e não apenas minimizar o erro de uma variável separadamente. Daí a escolha para o nome controle solidário.

A equação (2.24) escrita na forma matricial pode ser reescrita da seguinte forma:

$$(R_1 - Y_1)^T (R_1 - Y_1) + (R_2 - Y_2)^T (R_2 - Y_2) \quad (2.25)$$

Definindo as matrizes compostas $G_1 = [G_{11} \ G_{12}]$ e $G_2 = [G_{21} \ G_{22}]$ e a matriz composta $U = [U_1 \ U_2]^T$ e usando a equação chave (2.23), a função custo (2.25) se torna:

$$[(R_1 - Y_{b1}) - G_1 \cdot U]^T [(R_1 - Y_{b1}) - G_1 \cdot U] + [(R_2 - Y_{b2}) - G_2 \cdot U]^T [(R_2 - Y_{b2}) - G_2 \cdot U] \quad (2.26)$$

Note que embora a expressão acima seja composta de matrizes o resultado da mesma é um escalar. Podendo facilmente ser transformado num índice de custo quadrático:

$$J(U) = U^T H U + 2f^T U + c \quad (2.27)$$

com

$$\begin{cases} H &= G_1^T G_1 + G_2^T G_2 \\ f &= -[G_1^T (R_1 - Y_{b1}) + G_2^T (R_2 - Y_{b2})] \\ c &= (R_1 - Y_{b1})^T (R_1 - Y_{b1}) + (R_2 - Y_{b2})^T (R_2 - Y_{b2}) \end{cases} \quad (2.28)$$

Minimizando $J(U)$ fazendo $(\frac{\partial J(U)}{\partial U} = 0)$ resulta na solução: $U_o = -H^{-1} f$:

$$U_o = [G_1^T G_1 + G_2^T G_2]^{-1} [G_1^T (R_1 - Y_{b1}) + G_2^T (R_2 - Y_{b2})] \quad (2.29)$$

Observações:

- mesmo para o caso padrão $N_u = 1$, o cálculo do controle MIMO (solidário ou egoísta), requer uma inversão de matriz (neste caso uma matriz 2×2 , no caso geral uma matriz de dimensão $(N_u n_u) \times (N_u n_u)$ com n_u entradas de controle);
- somente n_u elementos de U_o são usados para aplicar a ação de controle atual no processo real no instante de tempo atual k . Para o caso de $n_u = 2$: $U_o(1) = \delta u_1(k|k)$ e $U_o(N_u + 1) = \delta u_2(k|k)$;
- a extensão para o caso $n_y > 2$ e/ou $n_u > 2$ é direto quando observamos a estrutura das matrizes das expressões acima.

Adição da ponderação de Controle

Da mesma forma que no caso SISO, é possível adicionar na função de custo uma ponderação de controle do tipo:

$$\Delta U^T Q_\lambda \Delta U \quad (2.30)$$

resultando numa função custo da seguinte forma:

$$J(U) = U^T H U + 2f^T U + c + \Delta U^T Q_\lambda \Delta U \quad (2.31)$$

Sabendo-se que $\Delta U = M U_o + M U_b - U_0$, pode-se demonstrar que basta adicionar o termo dessa relação em H e f para ambos os casos.

$$\begin{cases} H &= G_1^T G_1 + G_2^T G_2 + M^T Q_\lambda M \\ f &= -[G_1^T (R_1 - Y_{b1}) + G_2^T (R_2 - Y_{b2})] + M^T Q_\lambda (M U_b - U_0) \\ c &= (R_1 - Y_{b1})^T (R_1 - Y_{b1}) + (R_2 - Y_{b2})^T (R_2 - Y_{b2}) \end{cases} \quad (2.32)$$

2.3 Critérios de avaliação do controlador NEPSAC

Para avaliar se a resposta do controlador NEPSAC eficaz em cada cenário simulado foram escolhidos alguns critérios que possam quantificar e qualificar diferentes aspectos das respostas do controlador para um mesmo sinal de referência. Os critérios foram:

Sum of Squared Error (SSE): O SSE é o somatório do erro quadrático, ou seja, a soma dos quadrados dos erro de estimação e é calculado pela equação (2.33) abaixo:

$$SSE = \sum_{k=1}^S [y(k) - \hat{y}(k)]^2 \quad (2.33)$$

em que y é a saída do modelo da planta e \hat{y} é a saída do modelo identificado.

Integral Square Error (ISE): Esse critério é a integral do quadrado do erro entre a saída do controlador e a referência durante todo o tempo de simulação T . Esse critério retorna um grande peso quando temos erros grandes e pequeno peso para erros pequenos. A expressão do ISE é mostrada pela equação 2.34:

$$ISE = \int_0^T \varepsilon^2(t) dt \quad (2.34)$$

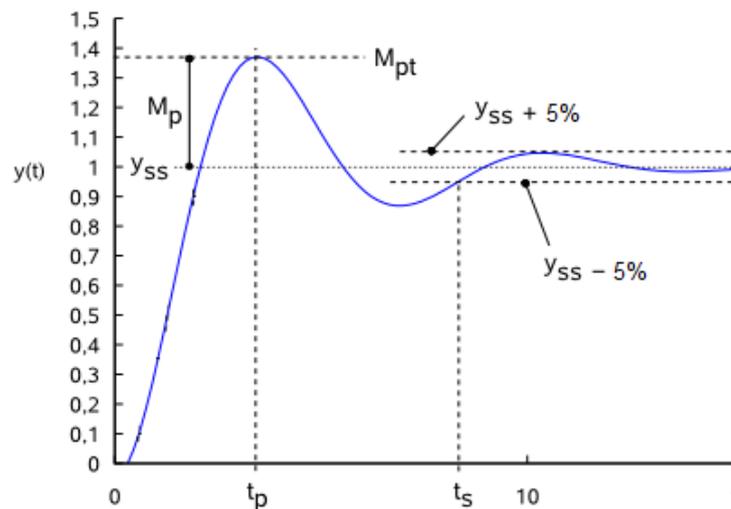
Sobressinal (M_p): O sobressinal é uma medida percentual sobre o valor estacionário. É calculado baseado no valor de pico ou vale mais distante do valor estacionário (OGATA, 1998), (GONÇALVES, 2017). O sobressinal é expresso de acordo com a equação 2.35, em que y_{mx} é o valor mais distante (pico ou vale) do valor de regime estacionário y_{ss} :

$$M_p = \frac{(y_{mx} - y_{ss})}{y_{ss}} \cdot 100\% \quad (2.35)$$

A figura 7 mostra um gráfico típico da resposta de um sistema subamortecido quando submetido a uma entrada degrau unitário e apresenta graficamente o conceito de sobressinal(GONÇALVES, 2017).

Tempo de acomodação (t_s): é o tempo necessário para que a curva de resposta alcance valores dentro de uma faixa em torno do valor final, essa faixa normalmente é de 5% (OGATA, 1998),(GONÇALVES, 2017). A figura 7 apresenta graficamente o tempo de acomodação (t_s) da resposta de um sistema subamortecido submetido a uma entrada degrau unitário.

Figura 7 – Gráfico de resposta de um sistema subamortecido quando submetido a uma entrada do tipo degrau unitário



Fonte: (GONÇALVES, 2017)

2.4 Considerações Finais

Neste capítulo foram abordados os controladores preditivos, destacando suas características, algoritmo de predição, função custo e lei de controle, bem como definição dos horizontes de predição da saída e de controle. Também foi abordado o controlador EPSAC e sua versão não linear NEPSAC, tratando dos tipo de funções objetivo solidário e egoísta e adição da ponderação na variável de controle da função custo. Por fim abordou-se as métricas de avaliação do controlador NEPSAC. No capítulo 3, será abordado técnicas de identificação do sistema de tanques *Hammerstein-Wiener* e rede neural recorrente *Non-Linear Auto-Regressive Exogeneous* (NARX), objeto de estudo deste trabalho.

3 IDENTIFICAÇÃO DO SISTEMA DE TANQUES DE 2 COLUNAS

Neste capítulo será abordado algumas técnicas de identificação utilizadas para obter modelos de sistema não lineares. As técnicas escolhidas são:

- Método dos Mínimos Quadrados (MQ)
- Modelo de *Hammerstein*
- Modelo de *Wiener*
- Modelo de *Hammerstein-Wiener*
- RNR

3.1 Método dos MQ

O método dos MQ foi primeiramente formulado por Karl Friedrich Gauss no final do século XVIII para prever a trajetória dos planetas e cometas baseado em observações realizadas (COELHO; COELHO, 2004). Considere o sistema proposto sendo representado da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

$$\mathbf{y} = X\boldsymbol{\theta} \quad (3.2)$$

sendo $X \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ e x_i é a i -ésima coluna de X (note que x_i é um vetor coluna de n linhas, isto é, $x_i \in \mathfrak{R}^n$ que é diferente de $x_i \in \mathfrak{R}$). Na equação (3.2), \mathbf{y} é a *variável dependente*, pois depende dos *regressores*, x_1, \dots, x_n , que são também denominados *variáveis independentes*. E por fim, $\boldsymbol{\theta}$ é o vetor de parâmetros a ser determinado. Caso a matriz X seja não singular, é possível calcular o vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta}$ da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\theta} = X^{-1}\mathbf{y} \quad (3.3)$$

O método dos MQ consiste em estimar o vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta}$ (AGUIRRE, 2004). Para tanto, assumindo que se conhece o vetor de parâmetros estimados $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, e que um erro ε é

cometido ao se tentar encontrar y a partir do vetor de regressores x e de $\hat{\theta}$, tem-se:

$$\mathbf{y} = X\hat{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.4)$$

sendo $\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathfrak{R}^n$ o vetor de erros cometidos.

Definindo-se SSE_{MQ} como sendo o somatório dos erros quadráticos, tem-se

$$SSE_{MQ} = \sum_{i=1}^N \varepsilon(i)^2 = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} = \|\boldsymbol{\varepsilon}\|^2 \quad (3.5)$$

Assim, isolando-se $\boldsymbol{\varepsilon}$ na equação (3.4) e substituindo-se em (3.5) fica

$$\begin{aligned} SSE_{MQ} &= (\mathbf{y} - X\hat{\theta})^T (\mathbf{y} - X\hat{\theta}) \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \mathbf{y}^T X\hat{\theta} - \hat{\theta}^T X^T \mathbf{y} + \hat{\theta}^T X^T X\hat{\theta}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Para minimizar a equação (3.6) deve-se calcular a derivada da equação em relação à $\hat{\theta}$ $\left(\frac{\partial SSE_{MQ}}{\partial \hat{\theta}}\right) = 0$, o que resulta:

$$\hat{\theta}_{MQ} = [X^T X]^{-1} X^T \mathbf{y} \quad (3.7)$$

Para que $\hat{\theta}$ seja mínimo, é necessário verificar que

$$\frac{\partial^2 SSE_{MQ}}{\partial \hat{\theta}^2} = 2X^T X > 0 \quad (3.8)$$

A equação (3.8) é verdadeira, pois $2X^T X$ é definida positiva por construção. Então dessa forma, a equação (3.7) é o estimador que fornece o valor de $\hat{\theta}$ que minimiza o somatório do quadrado dos erros (AGUIRRE, 2004). Este método é utilizado pela ferramenta de identificação do *MATLAB/Simulink*[®] para o cálculo do método de *Hammerstein* e *Wiener*.

3.2 Modelo de *Hammerstein*

O modelo de identificação de *Hammerstein* consiste numa conexão em cascata de uma função estática (sem memória) não-linear $\Psi(*)$ seguida de um sistema *Linear Time-*

Invariant (LTI) com função de transferência¹ $G(z) \in H_2^{M \times N}(\mathbb{T})$ (BILLINGS; FAKHOURI, 1978), (GÓMEZ; BAEYENS, 2003), (AGUIRRE, 2004). Assumindo que a saída y_k medida contém um componente de ruído aditivo desconhecida v_k . Dessa forma a relação entrada-saída é dada por:

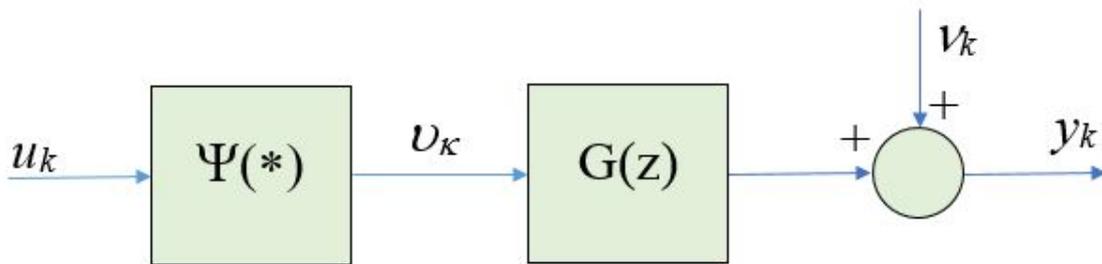
$$y_k = G(z)\Psi(u_k) + v_k, \quad (3.9)$$

em que, $y_k \in \mathbb{R}^m$, $u_k \in \mathbb{R}^n$, e $v_k \in \mathbb{R}^m$, são os vetores de saída, entrada e medidas de ruído do sistema no instante k , respectivamente. Assumindo que o bloco do sistema não-linear pode ser descrito como

$$\Psi(u_k) = \sum_{i=1}^S m_i g_i(u_k), \quad (3.10)$$

em que, $g_i(*) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, ($i = 1, \dots, S$), são funções de base (não-lineares) conhecidas, e $m_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, ($i = 1, \dots, S$), são matrizes de parâmetros não conhecidas. Tipicamente, funções de bases não-lineares $g_i(*)$ são polinômios que representam não-linearidades suaves.² Tal modelo é esquematicamente representado na figura 8.

Figura 8 – Modelo de *Hammerstein*



Fonte: (GÓMEZ; BAEYENS, 2003), modificado

Este tipo de estrutura tem sido bastante utilizada para identificação de sistemas não-lineares na áreas de processos químicos (PEARSON; POTTMMAN, 2000), (GÓMEZ; BAEYENS, 2003), biológicos (KORENBERG, 1978), processamento de sinais, comunicações e controle (FRUZZETTI; PALAZOGLU, 1997).

¹ Aqui, z representa o operador deslocamento unitário definido por: $zx_k = x_{k+1}$, e $H_2^{M \times N}(\mathbb{T})$ é o espaço Hardy de matriz de transferência ($m \times n$) cujos elementos estão em $H_2(\mathbb{T})$, onde as funções de espaço Hardy são integráveis no círculo unitário \mathbb{T} e analíticas fora do disco unitário. Ou seja, a terminologia $H_2^{M \times N}(\mathbb{T})$ será referida como o espaço de matrizes de transferências de tempo discreto ($m \times n$) estáveis e causais.

² Qualquer função suave em um intervalo pode ser representada com precisão arbitrária através de um polinômio de ordem suficientemente maior.

3.3 Modelo de Wiener

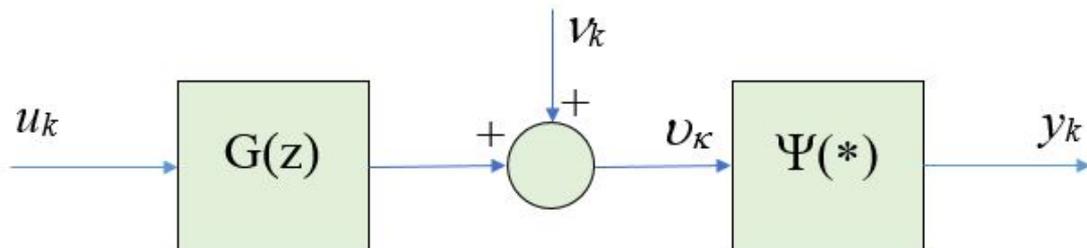
A diferença entre o modelo de *Wiener* e o modelo de *Hammerstein* é que no caso do modelo de *Wiener* consiste de uma cascata de um sistema LTI com função de transferência $G(z) \in H_2^{M \times N}(\mathbb{T})$ seguida por uma função estática não linear $\Psi(*)$ como mostra a figura 9 (BILLINGS; FAKHOURI, 1978), (GÓMEZ; BAEYENS, 2003), (AGUIRRE, 2004). Neste caso, $y_k \in \mathbb{R}^m$, $u_k \in \mathbb{R}^n$, e $v_k \in \mathbb{R}^m$, são os vetores de saída, entrada e medidas de ruído do sistema no instante k , respectivamente.

A equação que representa a saída do modelo de *Wiener* é dada por:

$$y(k) = \psi_1 v(k) + \psi_2 v^2(k) + \dots + \psi_m v^m(k) \quad (3.11)$$

onde ψ_i representam os coeficientes do polinômio Ψv é dado por $v_k = G(z)u_k + v_k$ e m é a ordem da não-linearidade.

Figura 9 – Modelo de *Wiener*

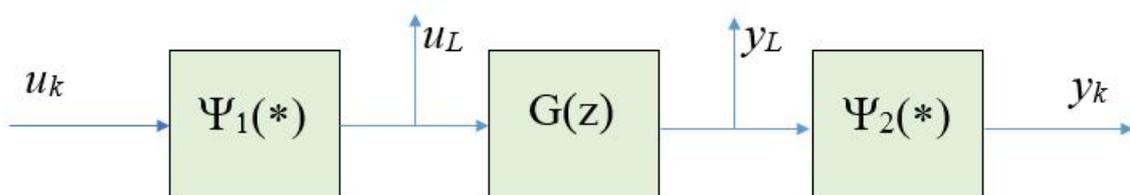


Fonte: (GÓMEZ; BAEYENS, 2003), modificado

3.4 Modelo de *Hammerstein-Wiener*

O modelo de *Hammerstein-Wiener* é uma combinação dos modelo de *Hammerstein* e *Wiener*, ou seja, temos os blocos não lineares, representadas pelas funções $\Psi_1(*)$ e $\Psi_2(*)$ e entre as funções não lineares, temos a parte dinâmica linear $G(z)$ como mostra a figura 10 (BINKOWSKI, 2016).

Figura 10 – Modelo de *Hammerstein-Wiener*



Fonte: (BINKOWSKI, 2016), modificado

A equação do modelo *Hammerstein-Wiener* pode ser representada da seguinte forma (BAI, 1998):

$$y(k) = \sum_{i=1}^p a_i \left\{ \sum_{l=1}^q d_l g_l [y(k-i)] \right\} + \sum_{j=1}^n b_j \left\{ \sum_{t=1}^m c_t f_t [u(k-j)] \right\} + v(k) \quad (3.12)$$

onde u , y e v são as entradas, saídas e perturbações do sistema, respectivamente, a e b são os parâmetros do bloco linear, c e d são os parâmetros do bloco não-linear de entrada e saída, respectivamente, por fim, g_l e f_t são funções não-lineares contínuas e conhecidas.

3.5 Redes Neurais

A modelagem do sistema de tanques foi feita usando redes neurais artificiais, mais especificamente uma rede recorrente NARX. A escolha de uma rede neural para modelar o sistema de tubulação foi a busca por uma alternativa para se criar modelos a partir de técnicas de inteligência computacional.

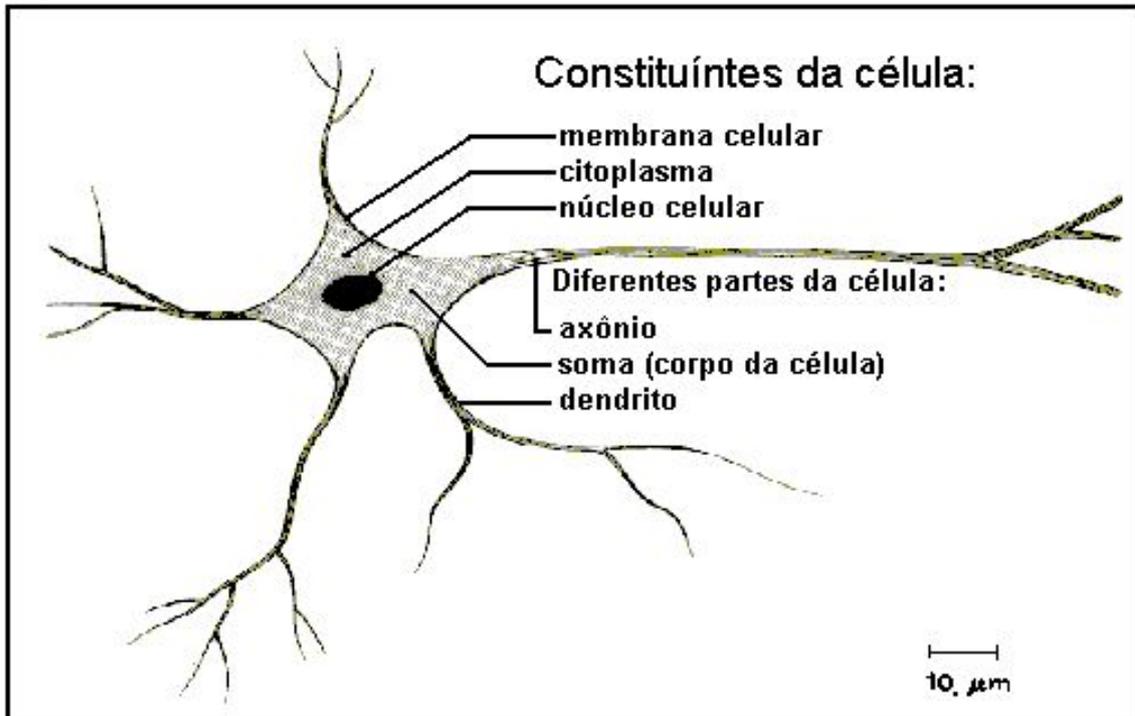
A Rede Neural Artificial é um técnica de inteligência computacional que apresenta um modelo matemático inspirado na estrutura neural humana que adquire conhecimento através da experiência. Uma grande rede neural artificial pode ter centenas ou milhares de unidades de processamento comparando com o cérebro de um mamífero que pode ter muitos bilhões de neurônios. (CARVALHO, 2017)

O sistema nervoso é formado por um conjunto extremamente complexo de células, os neurônios. O cérebro humano possui por volta de 10 bilhões de neurônios. Os neurônios são de fundamental importância na determinação do funcionamento e comportamento do corpo humano e do raciocínio, na figura 11 um neurônio e seus componentes. Eles são formados pelos seguintes componentes:

- Os dendritos, que são um conjunto de terminais de entrada os quais recebem os estímulos de outros neurônios;
- O corpo central (também conhecido como soma), que tem por função de coletar e combinar as informações recebidas dos outros neurônios;
- Os axônios, que são um conjunto de longos terminais de saída responsáveis por transmitir os estímulos para outros neurônios.

A forma de comunicação entre dois neurônios é chamada sinapse. A sinapse é a junção entre o axônio pré-sináptico e o dentrito pós-sináptico. O sinal proveniente de um axônio só é transmitido para um dentrito se o mesmo for superior a um certo limiar (*threshold*), caso

Figura 11 – Constituintes de um Neurônio



Fonte: (CARVALHO, 2017)

contrário o sinal é bloqueado (considerado irrelevante). Esse limiar é de aproximadamente 50mV . Em cada neurônio o sinal pode ser ampliado ou atenuado, de acordo com o dendrito de origem, porque cada neurônio tem associado a si um peso (*weight*) pelo qual o sinal é multiplicado. Nesse caso a memória são os pesos que são determinados através do treinamento recebido durante sua vida, neste caso é a memorização.

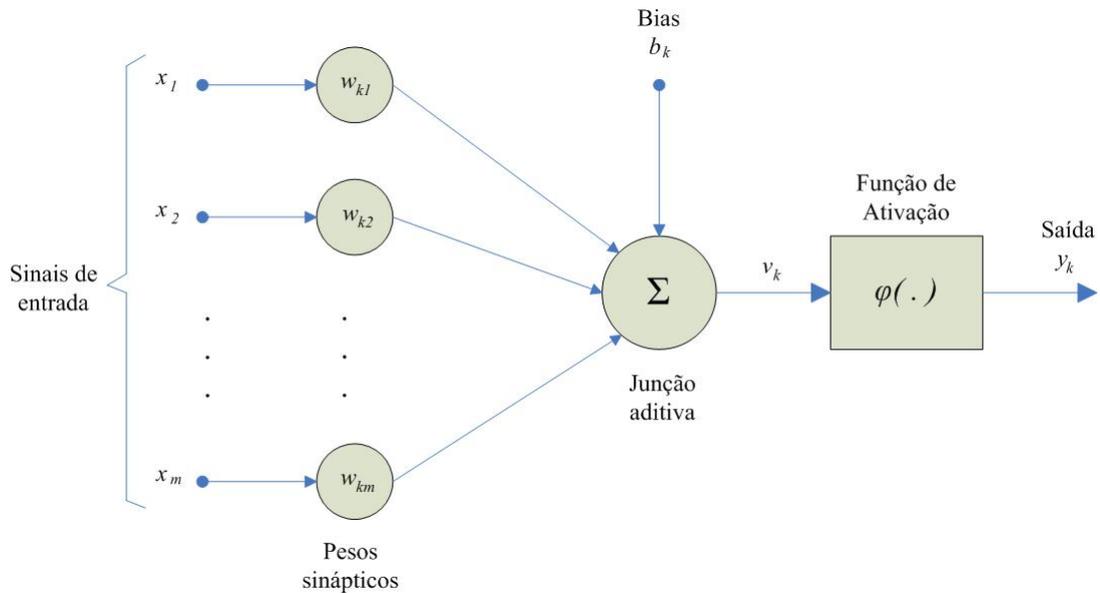
O neurônio matemático foi primeiramente estudado em 1943 por McCULLOCH e PITTS cuja idéia era fazer uma analogia entre neurônios biológicos e circuitos eletrônicos, estes com capacidade de simular conexões sinápticas através de resistores variáveis e amplificadores (LUDWING; COSTA, 2007).

O neurônio é uma unidade de processamento de informação sendo a base para o funcionamento de uma rede neural. A figura 12 mostra o diagrama de blocos do modelo de um neurônio (HAYKIN, 2001).

Do modelo da figura 12 pode-se determinar para um neurônio k as seguintes relações:

$$v_k = b_k + \sum_{j=1}^m x_j \quad (3.13)$$

Figura 12 – Modelo não-linear de um neurônio



Fonte: (HAYKIN, 2001), modificado

e

$$y_k = \varphi(v_k) \quad (3.14)$$

onde:

x_1, \dots, x_m são os sinais de entrada no neurônio k ;

w_{k1}, \dots, w_{km} são os pesos sinápticos;

b_k é o bias;

v_k é o campo local induzido ou potencial de ativação do neurônio k ;

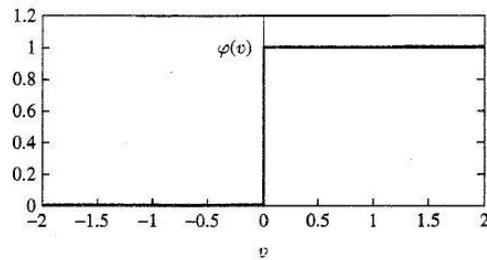
$\varphi(\cdot)$ é a função de ativação do neurônio k ;

y_k é a saída do neurônio k .

A função de ativação $\varphi(\cdot)$ tem por finalidade restringir a amplitude do sinal de saída y de um neurônio. Os valores típicos para o intervalo de amplitude desse sinal são os intervalos fechados $[0, 1]$ ou $[-1, 1]$.

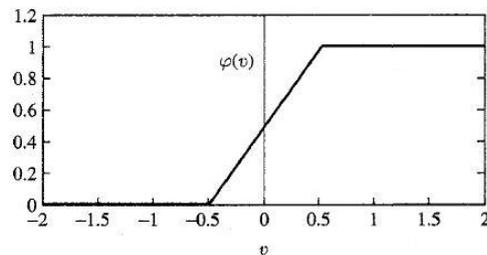
As principais funções de ativação são a função de limiar, a função linear por partes e a função sigmóide, mostradas nas figuras 13, 14 e 15, respectivamente.

Figura 13 – Exemplo de Função de Limiar



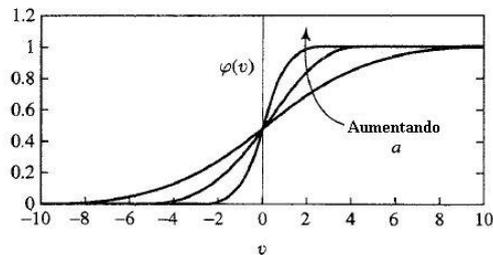
Fonte: (HAYKIN, 2001), modificado

Figura 14 – Exemplo de Função Linear por Partes



Fonte: (HAYKIN, 2001), modificado

Figura 15 – Exemplo de Função Sigmóide



Fonte: (HAYKIN, 2001), modificado

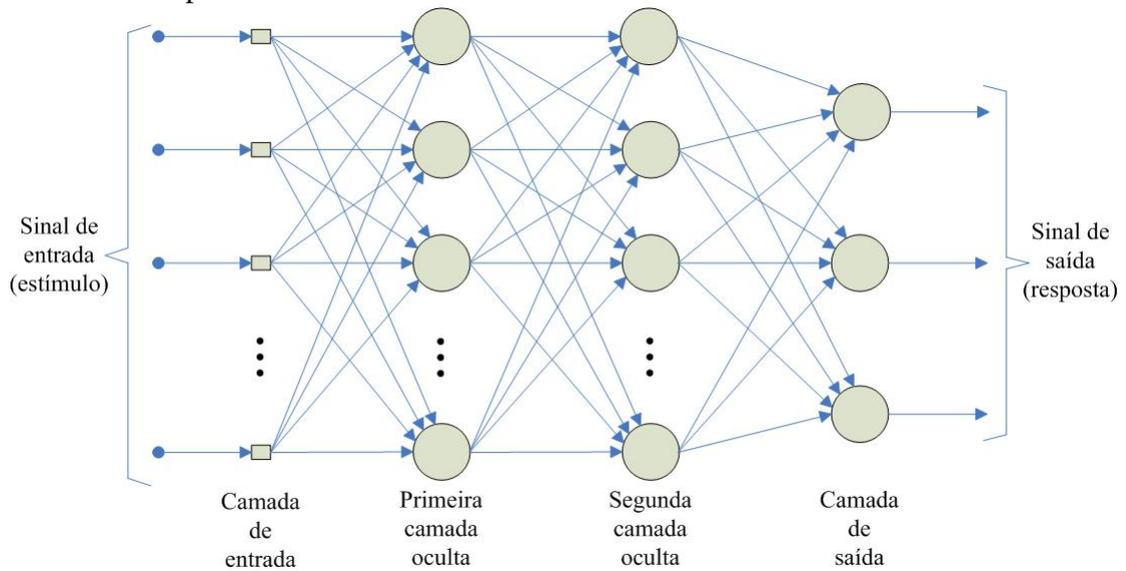
3.5.1 Multi Layer Perceptron (MLP)

A rede neural MLP é uma técnica de inteligência computacional utilizada em diversas áreas, principalmente em reconhecimento de padrões e em sistemas do tipo caixa preta³, ou seja, aqueles tipos de sistemas no qual não se tem nenhum conhecimento. A MLP necessita apenas dos dados de entrada e saída para modelar tais sistemas (HAYKIN, 2001).

O sistema de aprendizado para as MLP é chamado de regra delta generalizada, (do inglês “*generalised delta rule*”), ou regra de retro propagação, (do inglês “*backpropagation rule*”) e foi sugerida primeiramente em 1986 por Rumelhart, McClelland e Williams (BEALE; JACKSON, 1990). Na figura 16 tem-se um exemplo de MLP com 2 camadas escondidas.

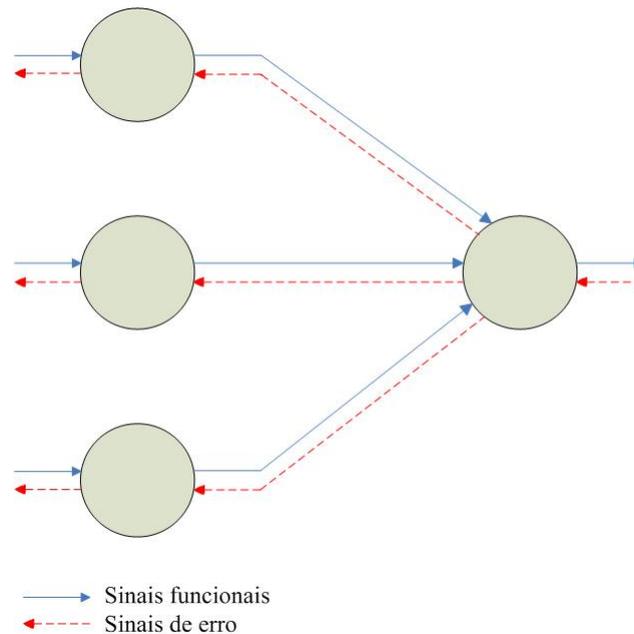
³ Em teoria dos sistemas denomina-se caixa preta um sistema fechado de complexidade potencialmente alta, no qual a sua estrutura interna é desconhecida ou não é levada em consideração em sua análise, que limita-se, assim,

Figura 16 – Exemplo de MLP



Fonte: (HAYKIN, 2001), modificado

Figura 17 – Fluxo de sinais em um neurônio



Fonte: (HAYKIN, 2001), modificado

O algoritmo de aprendizado é dividido em 2 partes:

- i)* Na primeira parte os sinais funcionais propagam-se desde a camada de entrada até a camada de saída, nesta parte os pesos sinápticos dos neurônios não variam. Dessa forma, a propagação dos sinais funcionais ocorre através das equações (3.13) e (3.14), obtendo-se assim as saídas dos neurônios das camadas escondidas e de saída da MLP.
- ii)* Na segunda parte tem-se a atualização dos pesos sinápticos objetivando a minimização a medidas das relações de entrada e saída.

do erro na saída. Essa atualização ocorre no sentido inverso da propagação dos sinais funcionais, isto é, inicia-se nos neurônios da camada de saída até os neurônios da camada de entrada. Daí se tem o nome *backpropagation*. Os fluxos dos sinais funcionais e de erros estão ilustrados na figura 17. O processo de treinamento é mostrado a seguir:

- 1º Passo:** Definição inicial dos parâmetros do algoritmo de treinamento, taxa de aprendizagem e pesos sinápticos.
- 2º Passo:** Define-se o critério de parada do algoritmo (número de iterações e/ou critério de erro a ser atingido).
- 3º Passo:** Dado um par de dados de entrada e saída, calcula-se a saída dos neurônios de todas as camadas da MLP usando a equação (3.14). Na última camada calcula-se o erro de acordo com a equação (3.15) sendo atualizado também o Erro Quadrático Médio (EQM), dado pela equação (3.16)

$$e_j(t) = s_j(t) - y_j(t) \quad (3.15)$$

$$EQM = \frac{1}{2N} \left[\sum_{j=1}^m e_j^2(t) \right] \quad (3.16)$$

onde e_j é o sinal de erro do neurônio j , s_j é a saída desejada, y_j é a saída atual, m é o número de neurônios na camada de saída e t é iteração atual do treinamento.

- 4º Passo:** Nesse passo é calculado os gradientes locais, através da equação (3.17):

$$\delta_j^{(l)}(t) = \begin{cases} e_j^{(L)}(t) \varphi'(v_j^{(L)}(t)) & \text{(camada de saída)} \\ \varphi'(v_j^{(l)}(t)) \sum_k (\delta_k^{(l+1)}(t) w_{kj}^{(l+1)}(t)) & \text{(camada escondida)} \end{cases} \quad (3.17)$$

onde $\varphi'(\cdot)$ é a derivada da função de ativação, δ é o gradiente local e w_{kj} é o peso da entre o neurônio k da camada $l + 1$ e o neurônio j da camada l .

- 5º Passo:** Nesse passo ocorre o ajuste dos pesos sinápticos através da equação (3.18):

$$w_{ji}^{(l)}(t+1) = w_{ji}^{(l)}(t) + \mu \left[w_{ji}^{(l)}(t-1) \right] + \eta \delta_j^{(l)}(t) y_i^{(l-1)}(n) \quad (3.18)$$

onde w_{ji} é o peso da i -ésima entrada para o j -ésimo neurônio, η é a taxa de aprendizagem, μ é a constante de momento, t é a iteração atual e l é a camada na qual os pesos estão atualizados.

- 6º Passo:** Volta ao 3º passo para treinar os outros pares de entrada-saída.

- 7º Passo:** A cada iteração, verificar se o critério de parada definido no 2º passo foi atingido e assim finalizar o treinamento.

3.5.2 Redes Neurais Recorrentes (RNR)

Redes neurais recorrentes (do inglês, *Recurrent neural networks - RNNs*) são referidas dessa forma por terem um ou mais laços de realimentação. As conexões recorrentes podem assumir as seguintes configurações (HAYKIN, 2001) (GOMES, 2012):

- Local: a saída de um neurônio é conectada na entrada dele mesmo;
- Não-Local: é um tipo especial de conexão local, porém é estabelecida entre neurônios distintos e da mesma camada;
- Global: neste caso, a saída de um neurônio de uma camada é conectada à entrada de um neurônio de uma camada anterior.

Uma rede recorrente tem resposta que depende do tempo para um sinal externo aplicado, por isto são chamadas de redes recorrentes dinamicamente direcionadas (GOMES, 2012). O emprego de realimentação permite que a rede recorrente utilize representações de estados. Tornam-se úteis para aplicações como modelagens e previsões não-lineares, equalização adaptativa de processamento de fala, sistemas de controle, diagnóstico de motores de automóveis.

Neste trabalho será utilizado o modelo recorrente entrada-saída, também conhecida como redes auto-regressivas não-lineares com entradas exógenas (NARX, *Nonlinear Autoregressive with Exogeneous Inputs*) para modelagem do sistema de tanques de duas colunas.

Rede recorrente NARX

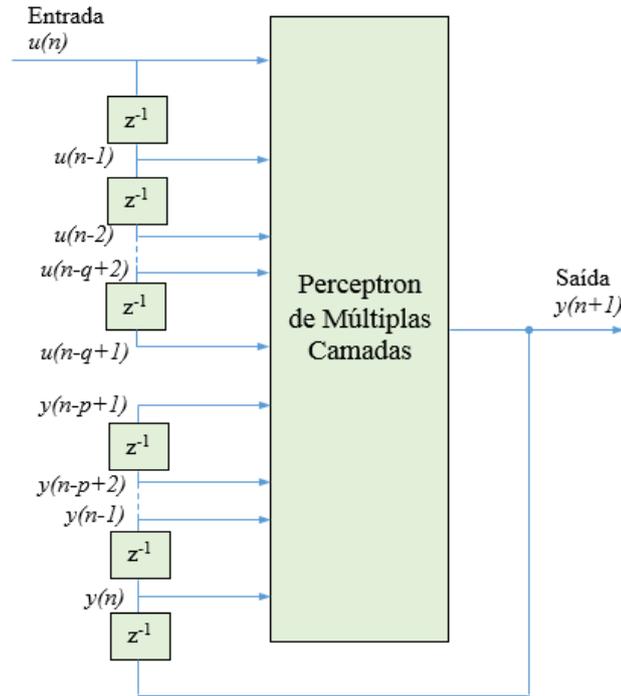
As redes NARX vem sendo utilizadas com sucesso em um amplo conjunto de aplicações de modelagem entrada-saída, demonstrando melhor desempenho que as RNAs recorrentes padrão, apresentando convergência mais rápida e maior capacidade de generalização (LUDWING; COSTA, 2007) (GOMES, 2012). A figura 18 mostra um modelo esquemático de uma rede NARX.

Na figura 18, no n -ésimo passo iterativo de treinamento, a saída $y(n+1)$ é dada pela expressão (3.19), onde F é uma função não-linear nos seus argumentos, e q e p são os tamanhos das memórias de curto prazo aplicadas à entrada $u(n)$ e à saída $y(n)$ respectivamente. Um vetor de entrada apresentado à rede forma uma janela de dados de valores presentes e passados da entrada (dados exógenos) e valores atrasados da saída (dados regredidos) (HAYKIN, 2001).

$$y(n+1) = F[y(n), y(n-1), \dots, y(n-p+1), u(n), u(n-1), \dots, u(n-q+1)], \quad (3.19)$$

Na realimentação das saídas desta rede NARX não foram considerados pesos siná-

Figura 18 – Modelo auto-regressivo não-linear com entradas exógenas (NARX).



Fonte: (HAYKIN, 2001), modificado

ticos, apenas os pesos sinápticos da MLP no sentido *forward*.

Considere o comportamento dinâmico do sistema, em espaço de estados seja descrito pelas equações não lineares (3.20) e (3.21) (HAYKIN, 2001):

$$x(n+1) = \phi(W_a x(n) + W_b u(n)) \quad (3.20)$$

$$y(n) = Cx(n) \quad (3.21)$$

onde W_a é uma matriz ($q \times q$), W_b é uma matriz ($q \times m + 1$), C é uma matriz ($p \times q$) e $\phi : \mathbb{R}^q \rightarrow \mathbb{R}^q$ é um mapa diagonal descrito por:

$$\phi : \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_q \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \phi(x_1) \\ \phi(x_2) \\ \dots \\ \phi(x_q) \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Os espaços \mathbb{R}^m , \mathbb{R}^q e \mathbb{R}^p são chamados de espaço de entrada, espaço de estados e espaço de saída, respectivamente. Assim, o modelo de espaço de estados, é um modelo recorrente de ordem q , de m entradas e p saídas. Com relação as matrizes W_a , W_b e C e a função não-linear $\phi(*)$, pode-se dizer:

- A matriz W_a representa os pesos sinápticos dos q neurônios da camada oculta que estão conectados aos nós de realimentação na camada de entrada.
- A matriz W_b representa os pesos sinápticos destes neurônios ocultos que são conectados aos nós fonte na camada de entrada.
- A matriz C representa os pesos sinápticos dos p neurônios lineares na camada de saída que estão conectados aos neurônios ocultos.
- A função não-linear $\phi(*)$ representa a função de ativação sigmóide do neurônio oculto. A função de ativação tipicamente assume a forma de uma função tangente hiperbólica:

$$\phi(x) = \tanh(x) = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}} \quad (3.23)$$

Utilizando as equações (3.20) e (3.21), pode-se mostrar que a saída $y(n+q)$ é expressa em termos do estado $x(n)$ e do vetor de entradas $u_q(n)$ como

$$y(n+q) = \Phi(x(n), u_q(n)) \quad (3.24)$$

Considerando que a rede recorrente seja observável, tem-se:

$$x(n) = \Psi(y_q(n), u_{q-1}(n)) \quad (3.25)$$

onde $\Psi : \mathbb{R}^{2q-1} \rightarrow \mathbb{R}^q$. Assim, substituindo-se (3.25) em (3.24) tem-se

$$\begin{aligned} y(n+q) &= \Phi[\Psi(y_q(n), u_{q-1}(n)), u_q(n)] \\ &= F(y_q(n), u_q(n)) \end{aligned} \quad (3.26)$$

onde $u_{q-1}(n)$ está contido em $u_q(n)$ como os primeiros $(q-1)$ elementos, e o mapeamento não-linear $F : \mathbb{R}^{2q} \rightarrow \mathbb{R}$ incorpora tanto Φ quanto Ψ . Definindo-se $u_{q-1}(n) = [u(n), u(n+1), \dots, u(n+q-2)]^T$ e $y_q(n) = [y(n), y(n+1), \dots, y(n+q-1)]^T$ e substituindo em (3.26), resulta:

$$y(n+q) = F(y(n+q-1), \dots, y(n), u(n+q-1), \dots, u(n)) \quad (3.27)$$

Substituindo $n-q+1$ por n na equação (3.27), resulta na equação (3.19).

3.6 Validação dos modelos

Para verificar se os modelos identificados são realmente eficientes, existem vários métodos de validação dos mesmos. Entre os quais estão: Média dos Erros Quadráticos Normalizados (NMSE) e Pontuação de melhor ajuste (*Best Fit Score* - BFS) utilizados nesta dissertação.

3.6.1 Média dos Erros Quadráticos Normalizados - NMSE

Esse critério de avaliação foi proposto por (LJUNG, 1999) e é dado pela equação (3.28) abaixo:

$$NMSE = 1 - \left\| \frac{y - \hat{y}}{y - \bar{y}} \right\|^2 \quad (3.28)$$

onde y é a saída original do sistema, \hat{y} é a saída estimada do modelo e \bar{y} é a média dos valores da saída. Os valores do NMSE variam entre $-\infty$ que significa uma péssima estimação até 1 que indica uma estimação perfeita. Caso o valor de NMSE for 0 (zero), então o modelo é similar a uma linha reta em comparação a saída real.

3.6.2 Pontuação de Melhor Ajuste - BFS

Este critério de avaliação foi também proposto por (LJUNG, 1999) e é uma variação do NMSE como mostra a equação (3.29) abaixo:

$$BFS = 100\% \left(1 - \frac{\|y - \hat{y}\|_2}{\|y - \bar{y}\|_2} \right) \quad (3.29)$$

onde y é a saída original do sistema, \hat{y} é a saída estimada do modelo e \bar{y} é a média dos valores da saída.

3.7 Considerações Finais

Neste capítulo foram abordadas as técnicas de identificação utilizadas na modelagem do sistema de tanques. Primeiramente foi abordada a técnica dos MQ, depois foi descrita a modelagem de *Hammerstein*, modelo de *Wiener*, modelo de *Hammerstein-Wiener* e mostrou-se a descrição de redes neurais com ênfase na rede neural recorrente NARX para modelagem do sistema proposto. Por fim, tratou do sistema de tanques de 2 colunas, mostrando sua modelagem matemática.

4 SISTEMA DE TANQUES DE 2 COLUNAS

O controle de um sistema de tanques de 2 colunas é um problema comum nos ambientes industriais (JAIN *et al.*, 2009), (PUSHPAVENI *et al.*, 2013), (CAPCHA *et al.*, 2017). Tais processos industriais, requerem que líquidos sejam bombeados e armazenados, ou ainda movidos entre diferentes tanques. Muitas vezes os líquidos serão misturados ou tratados por processos químicos nos reservatórios, mas sempre o nível de fluido neles devem ser controlados e o fluxo entre eles regulados. Muitas vezes, os tanques são tão acoplados que os níveis interagem e esse fluxo também deve ser controlado. Controle de nível e fluxo em tanques estão no coração de todos os sistemas de engenharia química. Indústrias vitais onde nível de líquido e controle de fluxo são essenciais incluem indústrias Petro-químicas e de tratamento de água.

Dentre os vários tipos de controladores, os controladores preditivos são uma boa opção para controlar o sistema de tanques de 2 colunas. Este sistema possui dois motores-bomba com modulação PWM, onde o ciclo de trabalho é a entrada para identificação. Os níveis dos tanques são as saídas. O sistema possui ainda uma válvula de comunicação entre os dois tanques conforme mostra a figura 19 (FREITAS *et al.*, 2017), (MELO, 2017).

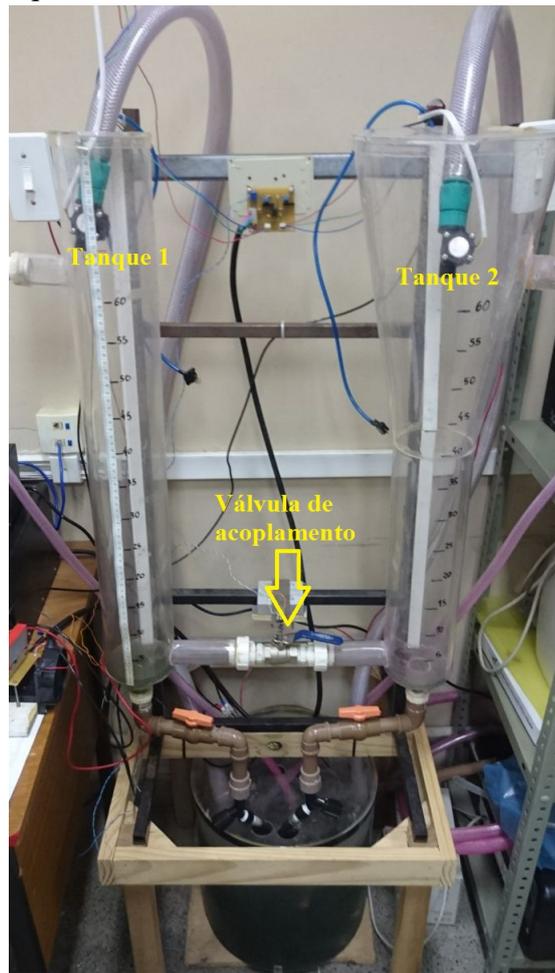
Usando o sistema didático pertencente ao laboratório GPAR da UFC mostrado da figura 19, aplicou-se uma entrada *Pseudo Random Binary Sequence* (PRBS) nos 2 tanques, como mostra a figura 20 e efetuada as leituras dos níveis de líquidos, gerando assim os dados para o treinamento e validação da rede neural recorrente, nos experimentos para gerar esses dados de treinamento a válvula de acoplamento foi ajustada em 50% aberta. O software usado para as simulações tanto da rede NARX quanto do controlador NEPSAC foi o *MATLAB*®.

4.1 Modelagem matemática do sistema de tanques

O sistema de tanques modelado neste trabalho é ilustrado na figura 21. Esse é um sistema do tipo *Multiple Input Multiple Output* (MIMO), que possui duas entradas (γ_{i1}, γ_{i2}) e duas saídas (γ_{o1}, γ_{o2}). Existe um acoplamento entre os tanques que possui resistência variável, isto é, pode-se alterar o fluxo entre os tanques (MELO, 2017). As dimensões do sistema de tanques estão mostradas na tabela 1.

Para a modelagem do tanque será feita uma abordagem de forma separada, em que primeiramente será analisado cada tanque separadamente, depois será considerado o modelo completo. Denota-se por Tanque 1 o tanque à esquerda na figura 21 e Tanque 2 o tanque à direita.

Figura 19 – Sistema de tanques de 2 colunas



Fonte: (MELO, 2017), modificado

Tabela 1 – Dimensões do sistema de tanques.

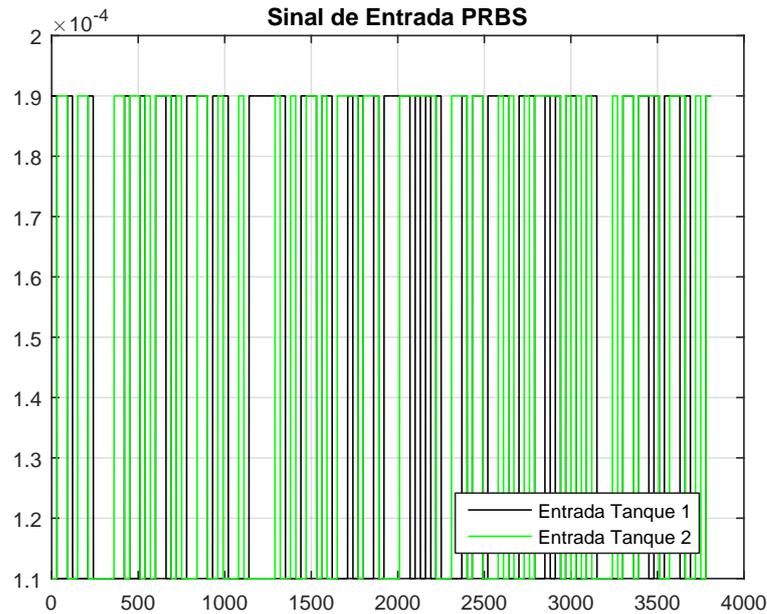
<i>Parâmetro</i>	<i>Valor</i>
diâmetro dos dutos cilíndricos (d_1, d_2)	0,12 m
diâmetro máximo do tronco cônico (d_{2max})	0,17 m
raio das saídas dos tanques (r_{o1}, r_{o2})	0,0224 m
área de seção do tanque 1 (A_1)	0,0113 m ²
altura do tanque 1 (H_1)	0,8 m
área de seção do tanque 2 parte cilíndrica (A_{cl})	0,0113 m ²
altura do troco cônico (H_{co})	0,4 m
raio da conexão entre os tanques (r_{12})	0,0224 m
área de seção do duto entre os tanques (A_{12})	0,00158 m ²
distância entre os tanques	0,45 m

Fonte: o autor

A abordagem para ambos os tanques será feita com base no balanço de massa dentro no sistema. Isto é, para ambos os tanques a variação de massa dentro do processo equivale a:

$$\frac{dm_j}{dt} = \omega_{ij} - \omega_{oj}, \quad j = 1, 2. \quad (4.1)$$

Figura 20 – Entrada PRBS



Fonte: o autor

A Equação (4.1) implica que a variação mássica nos tanques é a diferença entre o fluxo de massa que entra e o fluxo de massa que sai. Sabe-se que o fluxo máximo é equivalente a $\omega = \rho v$, onde ρ é a massa específica do líquido e γ é a vazão volumétrica. Isto é possível porque a massa de líquido no tanque é dado por $m = V\rho$. Dessa forma a Equação (4.1) pode ser reescrita como:

$$\frac{dV_j}{dt} = \gamma_{ij} - \gamma_{oj}, \quad j = 1, 2. \quad (4.2)$$

Assim o problema se resume a encontrar os volumes dos Tanques 1 e 2. Para o Tanque 1 a Equação (4.2) é equivalente a:

$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = \gamma_{i1} - \gamma_{o1} \quad (4.3)$$

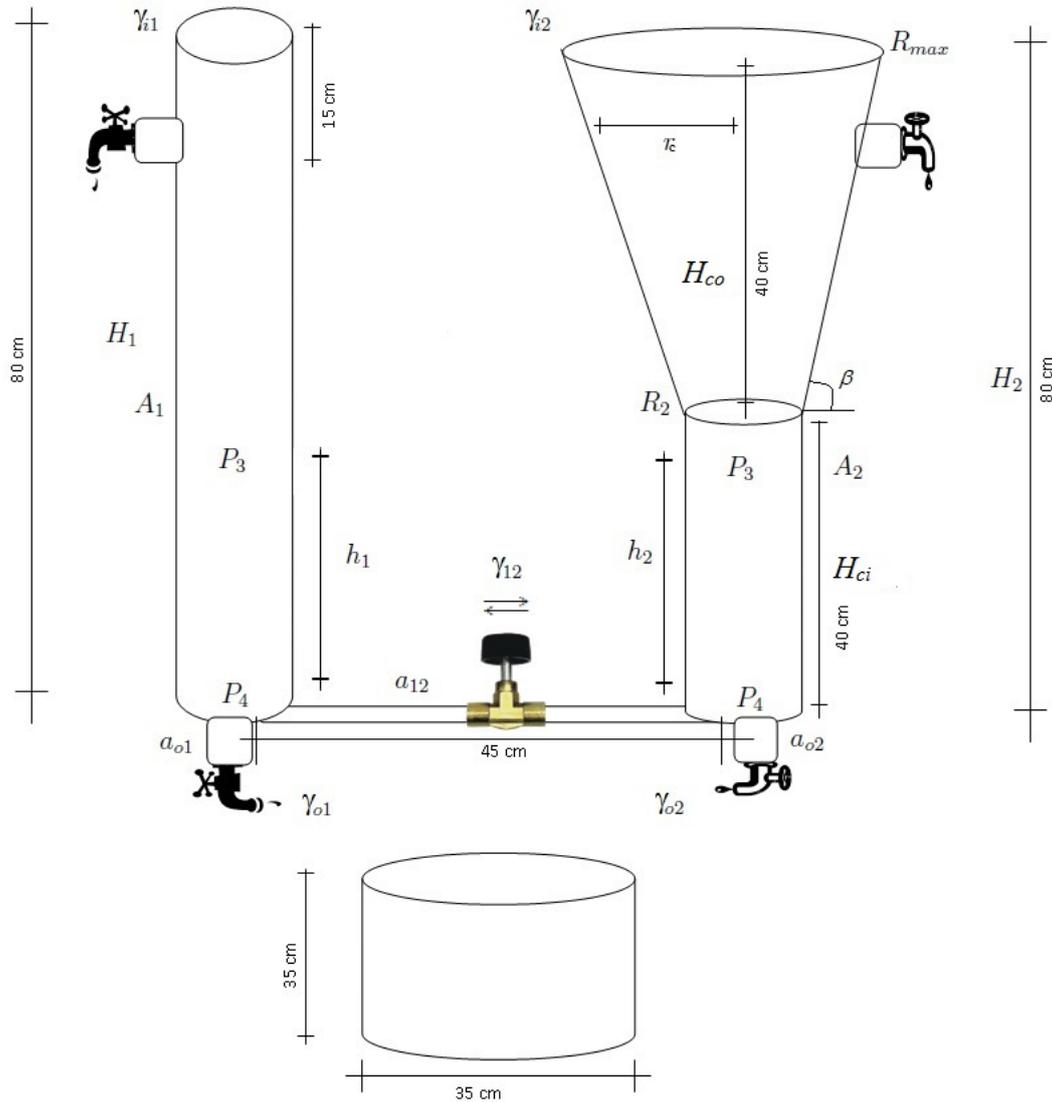
Utilizando-se a lei da conservação da energia nos pontos P_3 e P_4 tem-se que:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 \\ mgh_1 &= \frac{1}{2}mv_{o1}^2 \\ v_{o1} &= \sqrt{2g\sqrt{h_1}} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Considerando-se que a vazão pode ser obtida através de $\gamma = av$, logo a vazão de saída no Tanque 1 é dada por $\gamma_{o1} = a_{o1}\sqrt{2g\sqrt{h_1}}$. A equação que determina a dinâmica no Tanque 1 é descrita por:

$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = \gamma_{i1} - \tau_1 \sqrt{h_1} \quad (4.5)$$

Figura 21 – Esquemático do Sistema de Tanques de 2 Colunas



Fonte: o autor

onde $\tau_1 = a_{o1}\sqrt{2g}/C_1$, em que C_1 é uma variável que limita a vazão de saída do Tanque 1. Quanto mais próximo esse valor do Infinito, mais próximo a válvula do Tanque 1 fica de estar completamente fechada.

Para o Tanque 2 é feito procedimento similar, como a conservação da energia não depende da forma, pode-se concluir que $\gamma_{o2} = a_{o2}\sqrt{2g}\sqrt{h_2}/C_2$, semelhante ao Tanque 1.

Em relação ao Tanque 2 há uma descontinuidade no que diz respeito a sua forma geométrica, por esta razão ele foi dividido em duas partes, a primeira parte cilíndrica é semelhante ao Tanque 1 e a segunda parte é cônica, que está logo acima da parte cilíndrica. Essa parte cônica acentua a característica não linear do sistema. Dessa forma o Volume do Tanque 2 é definido por:

$$V_{Tanque2} = V_{ci} + V_{co} \quad (4.6)$$

Dessa forma a parte cilíndrica corresponde ao Tanque 2 é descrita por:

$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = \gamma_{i2} - \tau_2 \sqrt{h_2} \quad (4.7)$$

onde τ_2 é definido de forma semelhante a τ_1 . Para segunda parte do Tanque 2 é necessário saber o volume do tronco cônico definido como:

$$V_{co} = \frac{1}{3} \pi H_{co} (R_{min}^2 + R_{max} R_{min} + R_{max}^2) \quad (4.8)$$

onde H_{co} é a altura do tronco, R_{min} é o menor raio do cone, e R_{max} é o maior raio do cone. A Equação (4.8) é função da altura e raios do tronco cônico. Entretanto, a partir de que o líquido preenche o tronco cônico, o volume de líquido é função apenas de h_2 e de R_{max} , dessa forma há apenas duas variáveis de interesse no cálculo do volume. No entanto, para evitar o uso de derivadas parciais, coloca-se o raio em função da altura. Para isso utiliza-se semelhança de triângulos utilizando o ângulo β (MELO, 2017).

$$\tan \beta = \frac{H_{co}}{R_{max} - R_2} = \frac{h_{co}}{r_c - R_2} \quad (4.9)$$

Onde $h_{co} = h_2 - H_{ci}$. Substituindo a relação da Equação (4.9) na Equação (4.8) pode-se encontrar o volume de líquido no tronco em função somente da altura como sendo:

$$V_{co} = \pi h_{co} \left(R_2^2 + R_2 h_{co} \frac{R_{max} - R_2}{H_{co}} + h_{co}^2 \frac{(R_{max} - R_2)^2}{3H_{co}^2} \right) \quad (4.10)$$

Sabendo-se que o volume do Tanque 2 é dado pela Equação (4.6), aplicando-se a derivada obtém-se que:

$$\frac{dV_2}{dt} = \frac{dV_{ci}}{dt} + \frac{dV_{co}}{dt} \quad (4.11)$$

Dessa forma, a variação de volume no Tanque 2 é a soma das variações individuais das partes cilíndrica e cônica. É válido notar que enquanto a altura não for superior a H_{ci} o segundo termo de (4.11) é igual a zero. E quando a altura for superior a H_{ci} o primeiro termo da (4.6) será constante, portanto sua derivada será igual a zero.

O primeiro termo da equação (4.11) já é conhecido. Entretanto, para saber o segundo termo é necessário realizar a derivada de (4.10), que pode ser encontrada como sendo:

$$\frac{dV_{co}}{dt} = \pi \underbrace{\left(R_2^2 + 2R_2 \frac{(R_{max} - R_2)}{H_{co}} h_{co} + \frac{(R_{max} - R_2)^2}{H_{co}^2} h_{co}^2 \right)}_{A_{T2}(h_{co})} \frac{dh_{co}}{dt} \quad (4.12)$$

Para o modelo completo é adotado que $\gamma_{12} = \tau_{12}\sqrt{|h_1 - h_2|}$, em que $\tau_{12} = a_{12}\sqrt{2g}/C_{12}$, de forma similar aos anteriores. Dessa forma o modelo do sistema não linear pode ser descrito por:

$$\begin{aligned} \frac{dh_1}{dt} &= \frac{\gamma_{i1} - \tau_1\sqrt{h_1} + \text{sinal}(h_2 - h_1)\tau_{12}\sqrt{|h_2 - h_1|}}{A_1} & (4.13) \\ \frac{dh_2}{dt} &= \frac{\gamma_{i2} - \tau_2\sqrt{h_2} + \text{sinal}(h_1 - h_2)\tau_{12}\sqrt{|h_1 - h_2|}}{A_2}, \quad \text{Se } h_2 \leq 40 \\ \frac{dh_2}{dt} &= \frac{\gamma_{i2} - \tau_2\sqrt{h_1} + \text{sinal}(h_1 - h_2)\tau_{12}\sqrt{|h_1 - h_2|}}{A_{T2}(h_{co})}, \quad \text{Se } h_2 > 40. \end{aligned}$$

4.2 Considerações Finais

Este capítulo tratou do sistema de tanques de 2 colunas, mostrando sua modelagem matemática. No capítulo 5 serão mostrados os resultados da identificação do sistema de tanques usando o método de *Hammerstein-Wiener*, bem como usando a rede neural recorrente NARX. Serão mostrados também os resultados da simulação do controlador preditivo NEPSAC usando o modelo fenomenológico em comparação ao modelo neural NARX.

5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os programas, testes e simulações realizados nesse trabalho foram implementados utilizando o software *MATLAB/Simulink*[®], desenvolvida e distribuída pela empresa **Mathworks**.

O software *MATLAB/Simulink*[®], possui uma ferramenta para identificação de sistemas conhecida como: *System Identification Toolbox*. Tal ferramenta disponibiliza inúmeras funções e blocos no *Simulink*[®] para projetos e identificação de modelos. Dentre os vários modelos disponibilizados, podemos destacar os modelos não-lineares *Hammerstein-Wiener* e NARX, e o modelo linear *Auto-Regressive Move Averaging with Exogenous Inputs* (ARMAX). Para a identificação de não-linearidades dos modelos, pode ser obtida através de redes neurais baseadas em: *wavelets*, com funções sigmoide, árvore-partição ou com função linear em trechos.

5.1 Resultados da Modelagem via *Hammerstein-Wiener* (H-W)

Os parâmetros ajustados no módulo de identificação de sistemas do *MATLAB*[®] foram os seguintes:

- Não linearidades de entrada do tipo sigmóide com 10 unidades;
- Não linearidades de saída do tipo polinomial de 4^a ordem;
- Matriz de transferência do bloco linear tem as seguintes ordens: número de zeros ($nz = 2$), número de pólos ($np = 3$) e atraso na entrada ($nk = 1$).
- equação do bloco linear: $y_L(t) = (Z/P)u_L(t - nk)$, Z e P são as matrizes de polinômios dos numerador e denominador respectivamente do bloco linear com ordem $n_y \times n_x$;

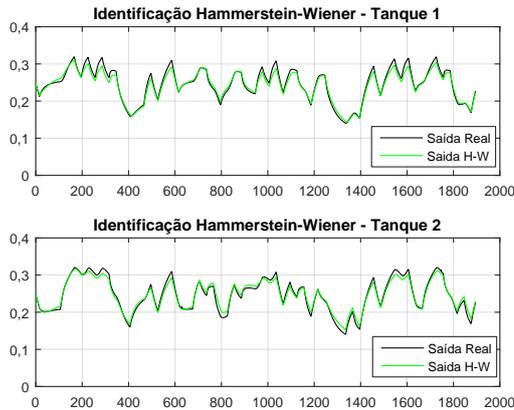
O detalhamento do modelo de *Hammerstein-Wiener* obtido, com as curvas das funções não lineares de entrada e saída e modelo do bloco linear estão mostrado no apêndice A.

O resultado da identificação usando o método de *Hammerstein-Wiener* está mostrado na figura 22 (a) e o erro percentual da identificação na figura 22 (b) comparando com a saída do sistema real mostrado na figura 19.

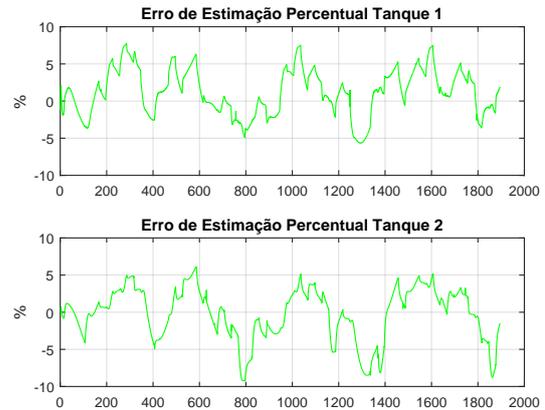
Analisando a figura 22, temos que identificação do sistema através da modelagem *Hammerstein-Wiener* é razoavelmente boa seguindo próxima da curva real, entretanto mostra um erro percentual de até 10%.

Figura 22 – Identificação usando Hammerstein-Wiener

(a) Saída Hammerstein-Wiener



(b) Erro Percentual Hammerstein-Wiener



5.2 Resultados da Modelagem via RNR

A modelagem da RNR ocorreu por meio de testes de várias configurações e verificação da rede que melhor modelou o sistema de tanques.

Primeiramente se escolheu 12 neurônios na camada de entrada nos quais resultavam em um vetor de 12 posições considerando as entradas dos tanques 1 e 2 nos instantes de tempo t , $t-1$, $t-2$, e as realimentações das saídas dos tanques 1 e 2 também nos instantes de tempo t , $t-1$, $t-2$ (5.1). Para a camada escondida foram consideradas inicialmente 30 neurônios e para a camada de saída 2 neurônios correspondendo a cada altura de líquido nos respectivos tanques 1 e 2.

$$\begin{aligned} ent(t) = [tq1(t), tq1(t-1), tq1(t-2), tq2(t), tq2(t-1), tq2(t-2), \\ x1(t), x1(t-1), x1(t-2), x2(t), x2(t-1), x2(t-2)], \end{aligned} \quad (5.1)$$

Devido a característica do sistema de tanques ter resposta lenta, ou seja, mesmo com uma variação grande nas entradas dos tanques as saídas não variam muito, foi considerado no segundo modelo apenas as realimentações das saídas dos tanques nos instantes de tempo t , $t-1$, $t-2$. Para as entradas dos tanques 1 e 2 foram escolhidas apenas no instante de tempo atual t , resultando em um vetor de 8 posições (5.2). A camadas escondidas e de saída continuaram com as mesmas quantidades 30 e 2 respectivamente.

$$ent(t) = [tq1(t), tq1(t-1), tq1(t-2), tq2(t), tq2(t-1), tq2(t-2), x1(t), x2(t)], \quad (5.2)$$

Por fim reduziu-se os neurônios da camada escondida de 30 para 20 para avaliar a resposta da rede com esta configuração menor e obtiveram resultados similares ao modelo 2 com 8 neurônios na camada de entrada, 30 na camada escondida e 2 na camada de saída. Sendo

assim, adotou-se o modelo 3 com 8 neurônios na camada de entrada, 20 na camada escondida e 2 na camada de saída para o sistema de tanques. As características do modelo 3 adotado estão listadas na Tabela 2:

Tabela 2 – Características da rede neural.

<i>Parâmetro</i>	<i>Configuração</i>
Algoritmo de aprendizagem	<i>Backpropagation</i>
Função de ativação nas camadas escondidas	<i>tangente sigmóide</i>
Neurônios na camada de entrada	8
Neurônios na camada escondida	20
Neurônios na camada de saída	2
Iterações no treinamento	10000
Erro alvo	10^{-3}
Taxa de aprendizado da camada escondida:	0.85
Taxa de aprendizado da camada de saída:	0.15

Fonte: o autor

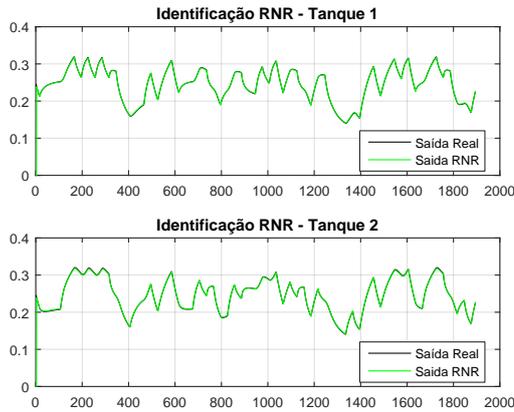
A identificação do sistema de tanques usando a rede neural recorrente foi feita primeiramente sem ruído e depois foi introduzido um ruído na saída de cada tanque. Foram simulados quatro cenários de ruído: SNR de 60dB, 50dB, 40dB e 30dB na saída de cada tanque. Nas figuras 23(a), 24(a) a 27(a), mostram respectivamente os resultados da identificação para os casos: sem ruído, e com ruído $SNR = 60dB$ a $SNR = 30dB$ respectivamente. Já nas figuras 23(b), 24(b) a 27(b), temos os erros percentuais para as cada modelo simulado, ou seja, sem ruído e com ruídos variando de $SNR = 60dB$ a $SNR = 30dB$ respectivamente. Analisando as figuras 23 a 27, nota-se que após a inserção de um ruído o erro percentual das saídas identificadas que variava entre -2% a 2% no ambiente sem ruído, passou a variar entre -10% a 10% no ambiente com ruído $SNR = 30dB$, mas apesar desse aumento do erro percentual, o modelo severamente ruidoso consegue captar as características do sistema. Os pesos sinápticos obtidos em cada cenário simulado são mostrados no apêndice B.

Comparando-se as figuras 22 a 27, tem-se que identificação do sistema utilizando ambas as técnicas mostram resultados próximos da curva real, mesmo com um erro percentual de até 10% como no casos da modelagem *Hammerstein-Wiener* e o neural com $SNR = 30dB$.

Outra maneira de verificar a eficácia dos modelos de *Hammerstein-Wiener* e RNR

Figura 23 – Identificação usando a RNR sem ruído

(a) Saída RNR sem ruído



(b) Erro Percentual RNR sem ruído

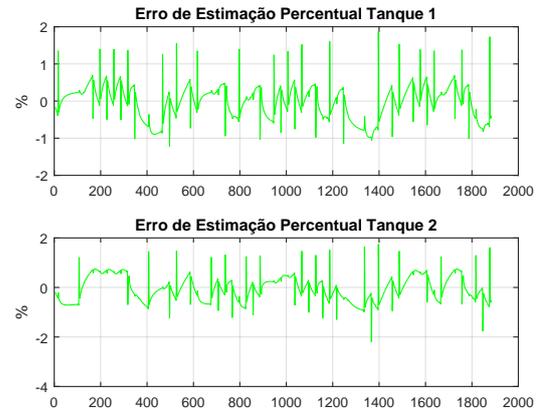
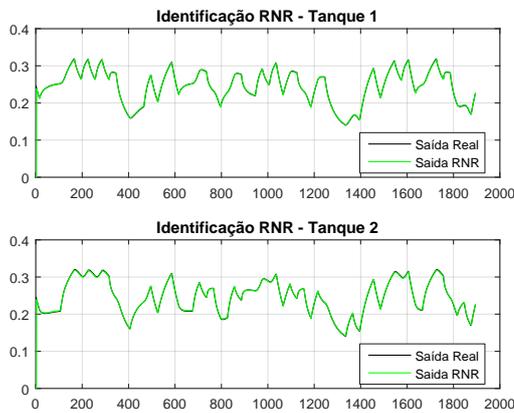


Figura 24 – Identificação usando a RNR com $SNR = 60dB$

(a) Saída RNR sem ruído



(b) Erro Percentual RNR sem ruído

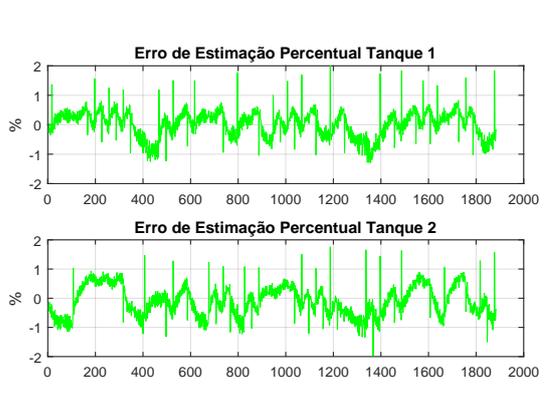
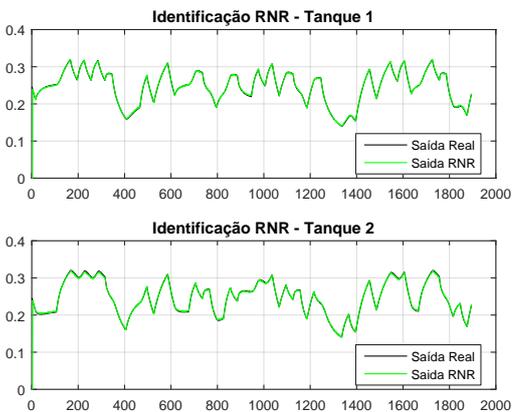
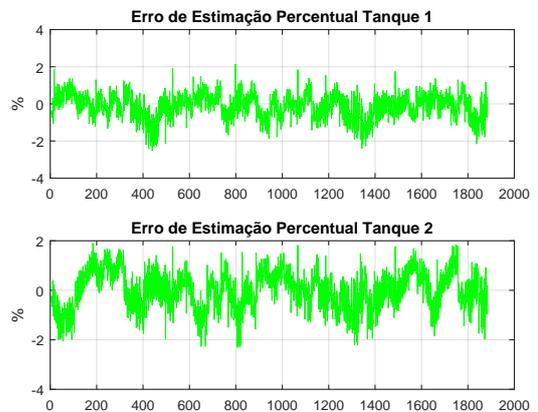


Figura 25 – Identificação usando a RNR com $SNR = 50dB$

(a) Saída RNR com $SNR = 50dB$



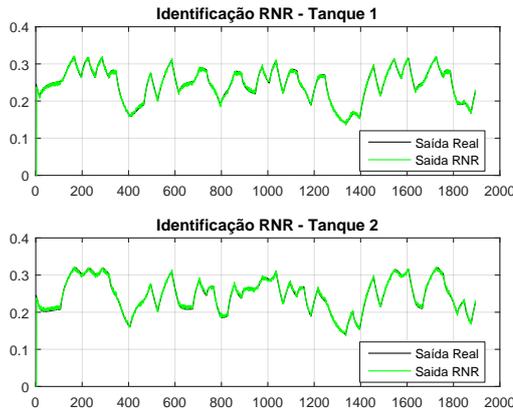
(b) Erro Percentual RNR com $SNR = 50dB$



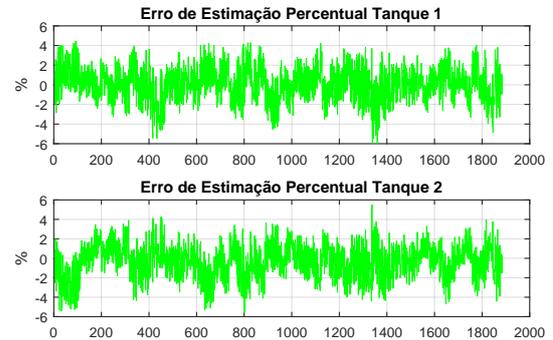
(sem ruído e com ruído) é através de métricas de validação como as descritas na seção 3.6. Foram utilizadas as métricas BFS e NMSE para avaliação dos modelos.

Figura 26 – Identificação usando a RNR com $SNR = 40dB$

(a) Saída RNR com $SNR = 40dB$



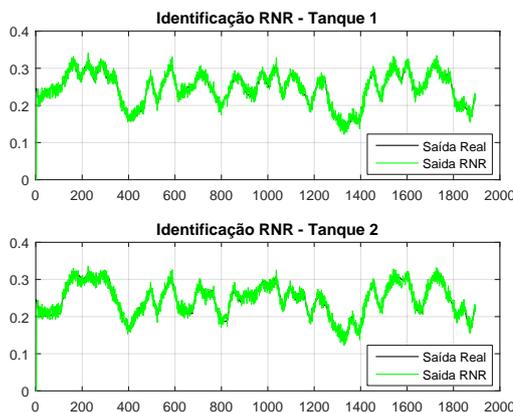
(b) Erro Percentual RNR com $SNR = 40dB$



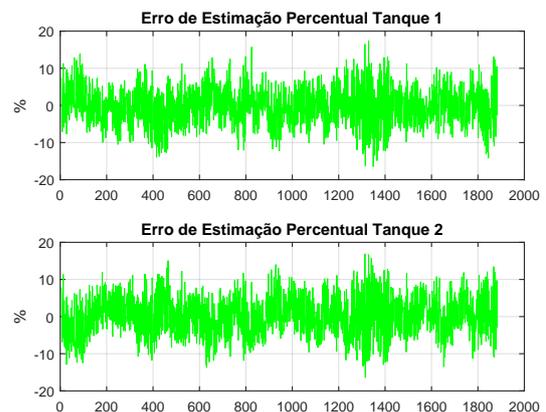
Fonte: o autor

Figura 27 – Identificação usando a RNR com $SNR = 30dB$

(a) Saída RNR com $SNR = 30dB$



(b) Erro Percentual RNR com $SNR = 30dB$



Fonte: o autor

Na tabela 3, tem-se os resultados das métricas BFS e NMSE para os três modelos simulados: *Hammerstein-Wiener*, RNR sem ruído e RNR com vários níveis de SNR, desde um ambiente com ruído suave ($SNR = 60dB$) até um ambiente com ruído severo ($SNR = 30dB$).

Analisando a tabela 3, temos que a identificação usando a rede neural recorrente sem ruído obteve o melhor resultado com 97,99% e 97,54% para os tanques 1 e 2 respectivamente com o critério BFS e 99,97% e 99,94% com o NMSE. O método de *Hammerstein-Wiener* obtiveram os piores índices com 79,86% e 81,55% no BFS.

Tabela 3 – Resultados de validação dos métodos.

<i>Modelo</i>		BFS(%)	NMSE(%)
<i>Hammerstein-Wiener</i>	Tanque 1	79,86	95,94
	Tanque 2	81,55	96,60
<i>RNR com SNR = 30 dB</i>	Tanque 1	80,82	96,76
	Tanque 2	79,78	96,65
<i>RNR com SNR = 40 dB</i>	Tanque 1	93,69	99,65
	Tanque 2	93,33	99,56
<i>RNR com SNR = 50 dB</i>	Tanque 1	97,34	99,93
	Tanque 2	96,52	99,88
<i>RNR com SNR = 60 dB</i>	Tanque 1	93,69	99,97
	Tanque 2	93,33	99,94
<i>RNR sem ruído</i>	Tanque 1	97,99	99,97
	Tanque 2	97,54	99,94

Fonte: o autor

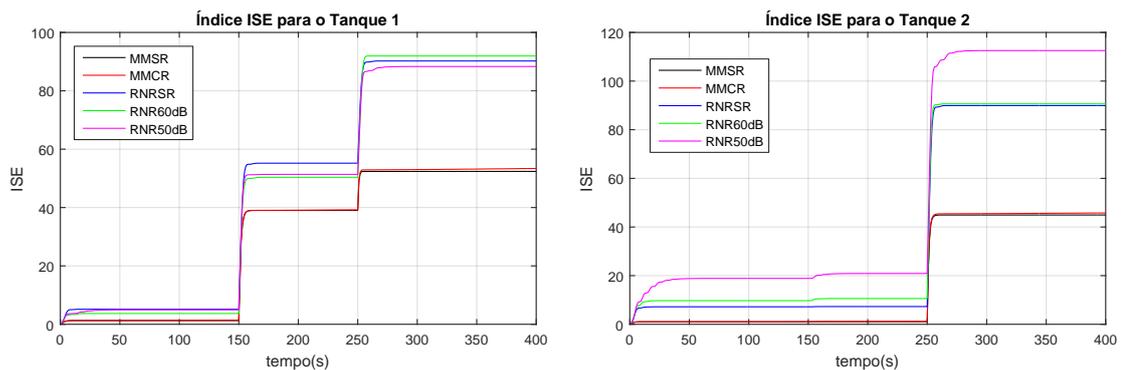
5.3 Resultados do Controlador NEPSAC

Os critérios de avaliação do controlador NEPSAC utilizados neste trabalho foram: ISE, M_p , t_s e SSE, mostrados na seção 2.3. Na figura 28(a) e 28(b) mostra o índice ISE para todos os ambientes simulados dos tanques 1 e 2 respectivamente e na tabela 4 mostra os valores de M_p , t_s e SSE para todos os modelos simulados.

Figura 28 – Índice de desempenho ISE

(a) Índice ISE para o tanque 1

(b) Índice ISE para o tanque 2



Fonte: o autor

Analisando a figura 28, tem-se que as simulações que apresentaram a menor curva ISE foram os do modelo matemático com e sem ruído, já para os modelos neurais simulados com ruído e sem ruído apresentaram curvas do ISE bem próximas para o tanque 1, mas para o tanque 2 o cenário mais ruidoso obteve pior índice.

Tabela 4 – Avaliação do Controlador NEPSAC.

<i>Modelos</i>		$M_p(\%)$	$t_s(s)$	SSE
<i>Mod. Matemático</i>	Tanque 1	-	0,8	0,88
	Tanque 2	-	1	0,70
<i>RNR sem Ruído</i>	Tanque 1	9,68	1,4	2,04
	Tanque 2	15,58	1,7	2,46
<i>RNR com SNR = 60 dB</i>	Tanque 1	12,22	2,1	1,74
	Tanque 2	34,86	1,8	2,81
<i>RNR com SNR = 50 dB</i>	Tanque 1	17,18	3,4	1,84
	Tanque 2	49	4,2	3,52

Fonte: o autor

Comparando-se os índices M_p , t_s e SSE da tabela 4, nota-se que os cenários do modelo neural apresentaram um sobressinal variando entre 9,68% para o caso sem ruído até 49% no caso com $SNR = 50dB$, com tempos de acomodação máximo de 4,2s e o índice SSE com máximo 3,52, ou seja, no ambiente mais ruidoso os valores de sobressinal, tempo de acomodação e SSE foram piores, mas o controlador NEPSAC obteve sucesso no controle dos níveis em relação a referência adotada mostrada nas figuras 31 a 33.

Para o teste do controlador foi adotado condições iniciais iguais a 0 (zero) para a simulação do modelo matemático e nas simulações usando o modelo neural estão mostrados na tabela 5.

Tabela 5 – Condições iniciais das alturas nos tanques para modelo neural.

<i>Cond. Iniciais</i>	$t - 2$	$t - 1$	t
Tanque 1 (h_{10})	0,01	0,02	0,04
Tanque 2 (h_{20})	0,02	0,03	0,05

Fonte: o autor

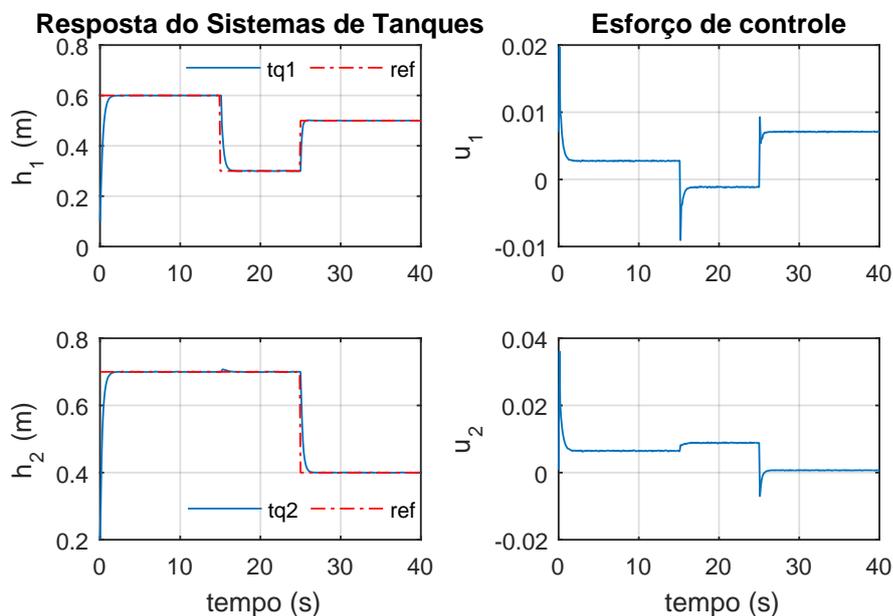
Foram testados as respostas dos controladores NEPSAC. O tempo de amostragem foi adotado igual a 0,01s e o tempo de integração foi adotado como um décimo do valor do tempo de amostragem.

Para ambos os controladores (modelo fenomenológico) foram adotados as seguintes configurações: Horizonte de Predição igual a 5, Horizonte de Controle no valor de 1, o valor de ponderação da ação de controle λ foi adotado igual a 0,1, para ambas as entradas e para ambos os controladores o u_{base} foi adotado como um vetor de valor igual a 0,1. O modelo

fenomenológico do sistema de tanques é a planta ideal, por isso apresenta melhores resultados quando aplicado o controlador NEPSAC.

Nas figuras 29 a 33 apresentam a resposta para o controlador NEPSAC para todos os cenários simulados: usando o modelo matemático sem ruído, depois com a introdução de ruído com $SNR = 50dB$ após 5s de simulação, o modelo neural NARX sem ruído, com $SNR = 60dB$ e com $SNR = 50dB$ para ambos os tanques respectivamente.

Figura 29 – Resposta do NEPSAC - usando Modelo Matemático sem ruído

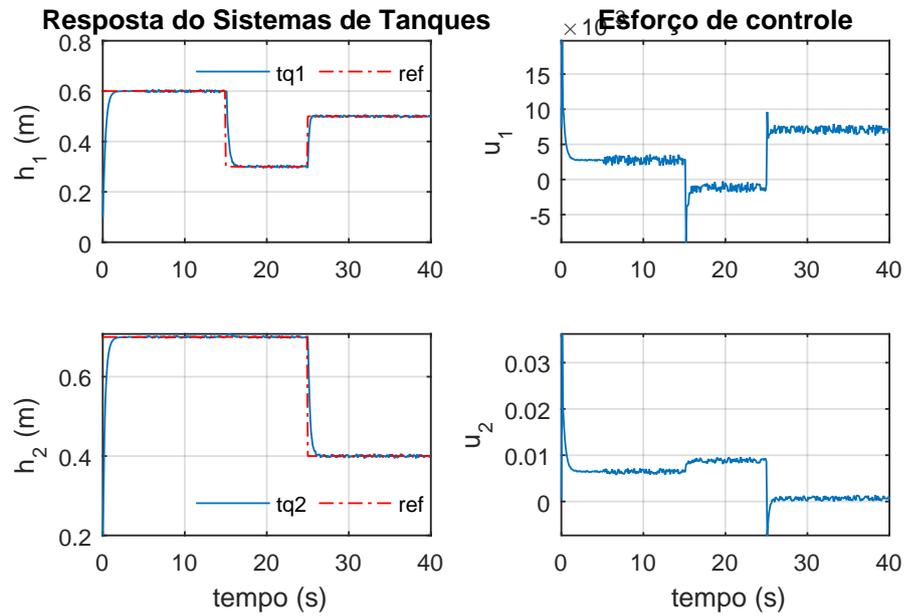


Fonte: o autor

Analisando as figuras 29 e 30, nota-se que o controlador NEPSAC controla muito bem o nível de líquido dos tanques mesmo com a mudança do sinal de referência, que para o tanque 1 mudou de 0,6m para 0,3m no após 15s e depois para 0,5m após 25s de simulação e com relação ao tanque 2 o sinal de referência mudou de 0,7m para 0,4m após 25s de simulação. Neste caso o modelo fenomenológico da planta seria o modelo ideal da planta.

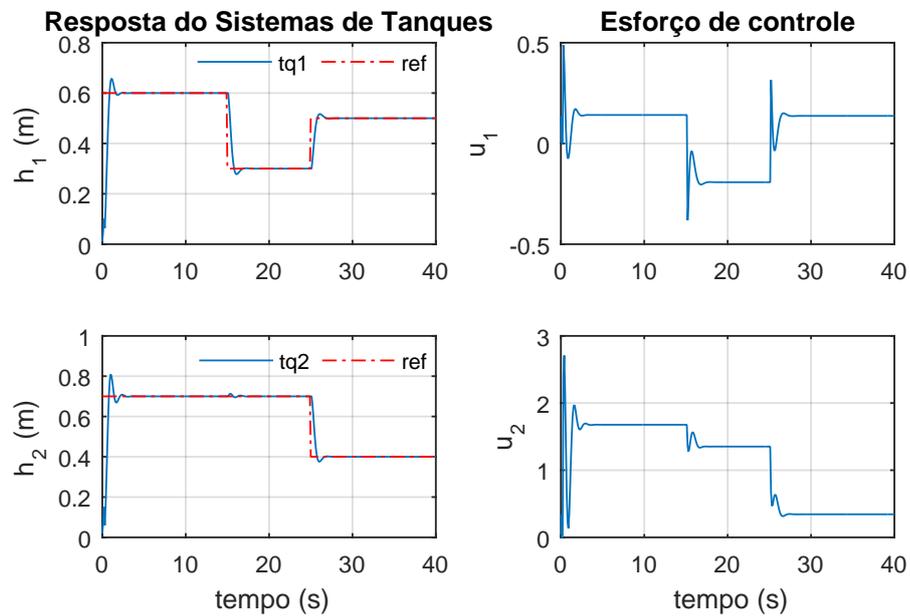
Analisando o comportamento do controlador quando utilizado o modelo da planta usando a RNR, o NEPSAC obteve sucesso em controlar os tanques como pode-se ver nas figuras, 31, 32 e 33 teve um sobressinal máximo de 15,47% e um tempo de acomodação menor que 2s. Nas simulações do controlador NEPSAC usando esses modelos identificados, mostra que mesmo

Figura 30 – Resposta do NEPSAC - usando Modelo Matemático com ruído nas entradas após 5s



Fonte: o autor

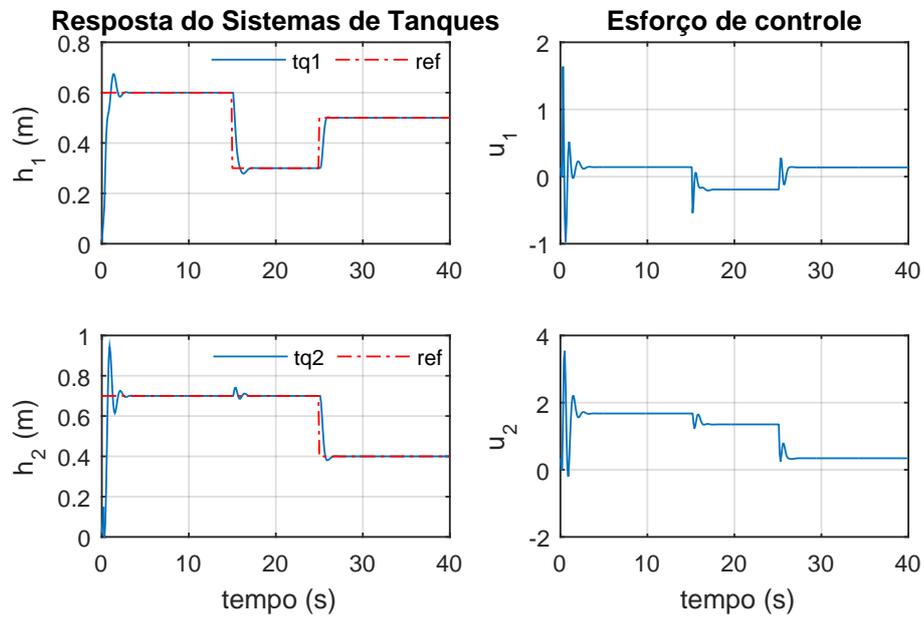
Figura 31 – Resposta do NEPSAC - usando Modelo RNR sem ruído



Fonte: o autor

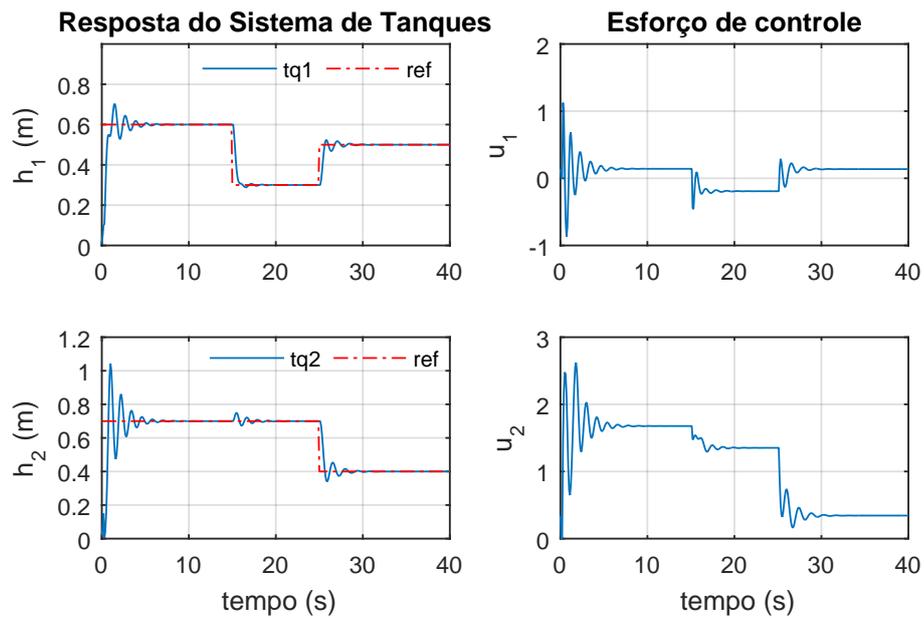
com os modelos neurais com $SNR = 50dB$ o controlador se comporta bem capaz de controlar os níveis líquido de cada tanque conforme desejado.

Figura 32 – Resposta do NEPSAC - usando Modelo RNR com SNR = 60dB



Fonte: o autor

Figura 33 – Resposta do NEPSAC - usando Modelo RNR com SNR = 50dB



Fonte: o autor

6 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou a identificação e controle de um sistema de Tanques acoplados MIMO não linear. Para a identificação foram utilizados o modelo de *Hammerstein-Wiener* e modelo neural recorrente NARX em cenários sem ruído e com ruído. Com base nos dados mostrados na sessões 5.1 e 5.2, pode-se concluir que os modelos estudados se mostraram eficazes de modelar o sistema de tanques, mesmo com níveis elevados de ruídos como no caso da rede RNR com $SNR = 30dB$ que era um dos objetivos desta dissertação.

Outro objetivo dessa dissertação foi a aplicação do modelo neural RNR no controlador preditivo NEPSAC e verificar e constatar que o tal modelo pode ser usado em conjunto de controladores baseados em modelo, no caso estudado foi o NEPSAC.

Para controlar os níveis dos tanques do sistema em questão, foi implementado o controlador NEPSAC MIMO usando o modelo do sistema identificado pela rede neural recorrente NARX e comparado ao modelo fenomenológico se mostrou eficaz, embora devido a características da rede recorrente apresentou sobressinal, o controlador NEPSAC se mostrou capaz de controlar o modelo neural com $SNR = 50dB$ como mostrou a figura 33. Verificou-se também que a rede NARX produziu resultados eficazes para identificar o sistema de tanques mesmo na presença de ruídos nas saídas dos tanques, ou seja, nível de líquido em cada tanque.

Sendo assim, pode-se resumir concluindo que o modelo neural recorrente NARX é uma boa escolha para uso em conjunto de controladores baseados em modelo (NEPSAC) mesmo no caso de sistemas não lineares, como foi usado no sistema de tanques acoplados.

Para trabalhos futuros, pode-se estudar a utilização de modelos neurais em outros tipos de controladores baseados em modelo, como: DMC, MAC e GPC e projetar um controlador preditivo neural.

REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A. **Introdução à Identificação de Sistemas**. 2^a. ed. [S.l.]: Editora da UFSC, 2004.
- BAI, E.-W. An optimal two-stage identification algorithm for hammerstein-wiener nonlinear systems. **Automatica**, v. 34, p. 333–338, 1998.
- BATISTA, I. J. L.; TORRICO, B.; BARROSO, G. C. Controle preditivo epsac aplicado ao rastreamento de trajetória de robôs móveis. **XI SBAI - Anais do XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente**, Fortaleza, CE, 2013.
- BEALE, R.; JACKSON, T. **Neural Computing: An Introduction**. 1 st. ed. [S.l.]: IOP, 1990.
- BEZERRA, E. C.; REGO, M. C. O. d.; BRAGA, A. P. d. S.; AO, R. P. S. L. Comparação entre modelos estatísticos e redes neurais usando persistência como referência para a previsão da velocidade do vento. **X SBAI - Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente**, São João del Rei - MG, X, p. 369–374, 2011.
- BILLINGS, S. A.; FAKHOURI, S. Y. **Nonlinear Systems Identification Using a Hammerstein Model**. Mappin Street, Sheffield, S1 3JD, 1978.
- BINKOWSKI, C. **Síntese das Técnicas de Identificação de Sistemas Não Lineares: Estruturas de Modelo de Hammerstein-Wiener e NARMAX**. Dissertação (Mestrado) — UNISINOS - Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo-RS, Set 2016.
- BRÁSIO, A. S. R.; ROMANENKO, A.; FERNANDES, N. C. P.; SANTOS, L. O. First principle modeling and predictive control of a continuous biodiesel plant. **Journal of Process Control**, v. 47, p. 11–21, 2016.
- CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. **Model Predictive Control**. 1st. ed. [S.l.]: Springer, 1999.
- CAPCHA, M. A.; IPANAQUÉ, W.; KEYSER, R. D. Comparison of model-based and non-model-based strategies for nonlinear control of a three-tank system. **22nd IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA)**, p. 1–4, 2017.
- CARRAPIÇO, O. L. **Controle Preditivo de Horizonte Infinito para Processos Integradores com Tempo Morto**. Dissertação (Mestrado) — USP - Universidade de São Paulo, São Paulo-SP, Out 2004.
- CARVALHO, A. P. d. L. F. de. **Redes Neurais Artificiais**. 2017. Disponível em: <conteudo.icmc.usp.br/pessoas/andre/research/neural>.
- COBAN, R. A context layered locally recurrent neural network for dynamic system identification. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, n. 26, p. 241–240, 2013.
- COELHO, A. A. R.; COELHO, L. d. S. **Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares**. 2^a. ed. [S.l.]: Editora da UFSC, 2004.
- CORREIA, W. B. **Controlador Preditivo GPC com restrições Implementado em um Compressor de Ar**. Dissertação (Mestrado) — UFC - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza-CE, Mar 2010.

DADIAN, O.; BHANDARI, S.; RAHEJA, A. A recurrent neural network for nonlinear control of a fixed-wing uav. **American Control Conference**, p. 1341–1346, Jul 2016.

DU, Y.; WU, X.; SUN, H.; ZHANG, S.; TIAN, Q. Application of dynamic recurrent neural networks in non-linear system identification. **Sixth Intl. Symp. on Instrumentation and Control Technology: Signal Analysis, Measurement Theory, Photo-Electronic Technology and Artificial Intelligence**, v. 6357, p. 635754–1 635754–8, 2006.

FREITAS, F. F. L.; CORREIA, W. B.; OLIVEIRA, D. N.; ALMEIDA, O. d. M.; SILVA, J. G. Aplicação de controlador preditivo baseado em modelo com restrições a um compressor industrial. **VIII Induscon - Conferência Internacional de Aplicações Industriais**, Poços de Caldas, MG, 2008.

FREITAS, F. F. L.; REIS, L. L. N. d.; BRAGA, A. P. d. S.; JÚNIOR, A. B. S. Identificação e controle de um sistema de tanques de duas colunas usando redes neurais recorrentes e controlador preditivo nepsac. **XIII Congresso Brasileiro de Inteligência Computacional- (CBIC 2017)**, Niterói, RJ, 2017.

FRUZZETTI, K.; PALAZOGLU, A. Nonlinear model predictive control using hammerstein models. **Journal of Process Control**, n. 7, p. 31–41, 1997.

GOMES, L. S. **Redes Neurais Artificiais aplicadas à inferência dos sinais de controle de dosagem de coagulantes em uma estação de tratamento de água por filtração direta**. Dissertação (Mestrado) — DEE/UFC - Universidade Federal do Ceará, Campus do Pici S/N, Mar 2012.

GONÇALVES, G. J. C. **AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE CONTROLADORES AVANÇADOS APLICADOS A UM PROCESSO DE CONTROLE DE NÍVEL**. Dissertação (Mestrado) — FEB/UNESP - Universidade Estadual Paulista, Bauru - SP, Abr 2017.

GÓMEZ, J. C.; BAEYENS, E. Hammerstein and wiener model identification using rational orthonormal basis. **Latin American Applied Research**, p. 449–456, 2003.

HAYKIN, S. **Redes Neurais - Princípios e Prática; trad. Paulo Martins Engel**. 2^a. ed. Porto Alegre: Bookman., 2001.

JAIN, R.; VINOPRABA, T.; SIVAKUMARAN, N.; RADHAKRISHNAN, T. K. Design and implementation of controllers for mimo process. **International Conference on Advances in Recent Technologies in Communication and Computing**, p. 750–752, 2009.

KEYSER, R. D.; LAZAR, M. A 'gent'-le approach to nonlinear precitive control. the nepsac strategy. **Congress of the Automatic Control Association**, Medelin, Colômbia, 2003.

KORENBERG, M. Identification of biological cascades of linear and static nonlinear systems. **In Proc. of the 16th Midwest Symposium on Circuit Theory**, p. 2.1–2.9, 1978.

LJUNG, L. **System Identification: Theory for the User**. 2. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 1999. ISBN 9780136566953,0136566952.

LUDWING, O. J.; COSTA, E. M. M. **Redes Neurais: Fundamentos e Aplicações com Programas em C**. [S.l.]: Editora Ciência Moderna, 2007.

MELO, F. E. M. d. **Modeling and Linear Parameter-Varying Identification of a Two-Tank System**. Dissertação (Mestrado) — DEE/UFC - Universidade Federal do Ceará, Campus do Pici S/N, Jul 2017.

MOHAMED, T. H.; BEVRANI, H.; HASSAN, A. A.; HIYAMA, T. Decentralized model predictive based load frequency control in an interconnected power system. **Energy**, v. 52, p. 1208–1214, 2011.

NARENDRA, K. S.; GALLMAN, P. G. An iterative method for the identification of nonlinear systems using a hammerstein model. **IEEE Transactions on Automatic Control**, p. 546–550, Jul 1966.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 3^a. ed. [S.l.]: PHB, 1998.

OGAWA, M. A. **Controle Preditivo Aplicado ao Seguimento de Trajetória de Robô Móvel com Rodas**. Dissertação (Mestrado) — DEE/UFC - Universidade Federal do Ceará, Campus do Pici S/N, Abr 2014.

PEARSON, R.; POTTMAN, M. Gray-box identification of block-oriented nonlinear models. **Journal of Process Control**, n. 10, p. 301–315, 2000.

PUSHPAVENI, T.; RAJU, S. S.; ARCHANA, N.; CHANDANA, M. Modeling and controlling of conical tank system using adaptive controllers and performance comparison with conventional pid. **International Journal of Scientific Engineering Research**, v. 4, p. 629–635, 2013.

QIN, S. J.; BADGWELL, T. J. An overview of nonlinear model predictive control applications. **International Symposium on Nonlinear Model Predictive Control Workshop - Assessment and Future Directions**, Preprints, 1998.

ROSSITER, J. A. **Model-Based Predictive Control: A Practical Approach**. 1st. ed. [S.l.]: CRC Press, 2003.

TORRICO, B. C.; ROCA, L.; NORMEY-RICO, J. E.; GUZMAN, J. L. Robust nonlinear predictive control applied to a solar collector field in a solar desalination plant. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 18, n. 6, p. 1430–1439, 2010.

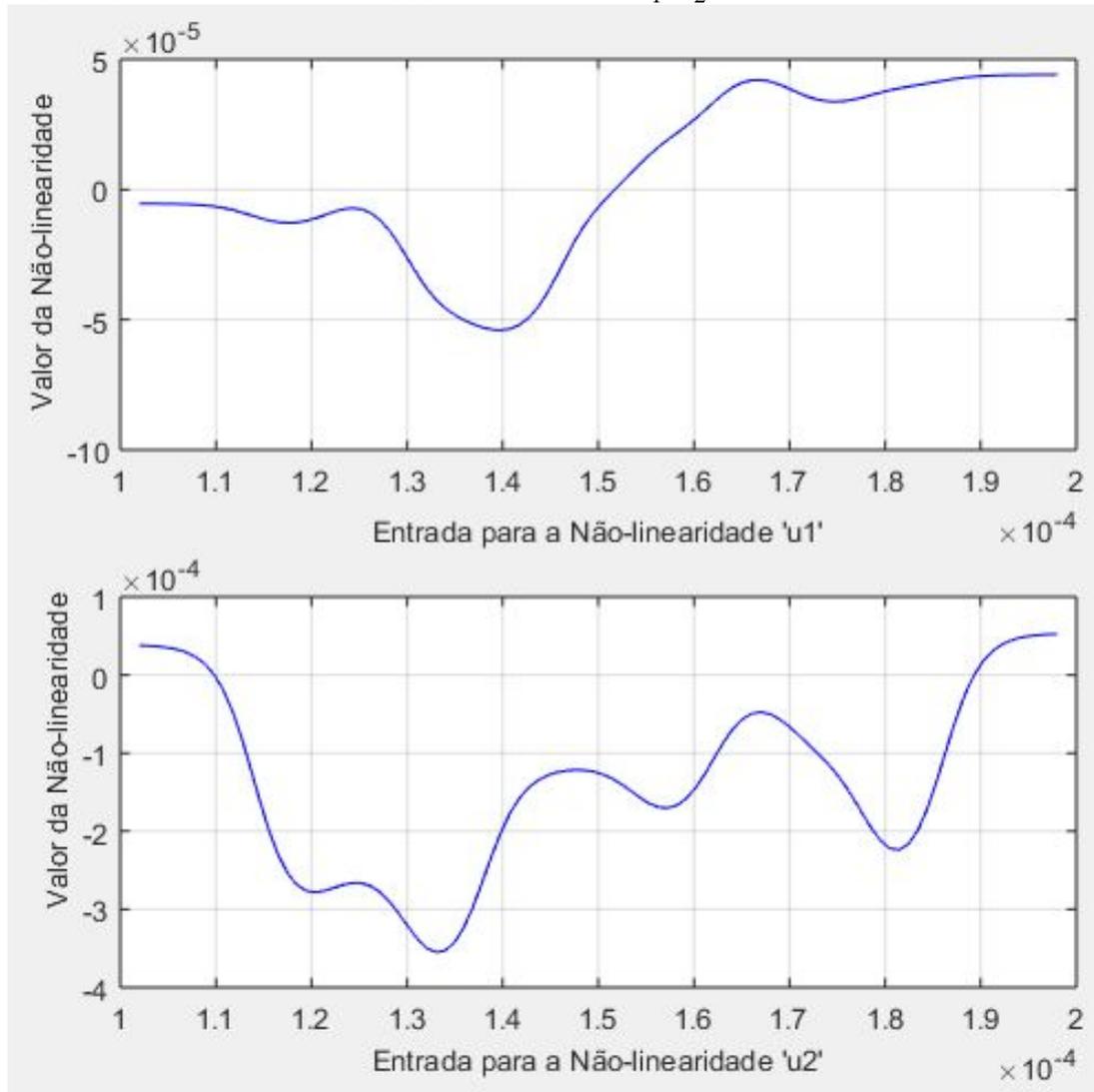
TRAN, M.; VARVAREZOS, D. K.; NASIR, M. The importance of first-principles, model-based steady-state gain calculations in model predictive control - a refinery case study. **Control Engineering Practice**, v. 13, p. 1369–1382, 2005.

YU, W. Nonlinear system identification using discrete-time recurrent neural networks with stable learning algorithms. **Information Sciences**, v. 158, p. 131–147, 2004.

APÊNDICE A – MODELO DE HAMMERSTEIN-WIENER OBTIDO

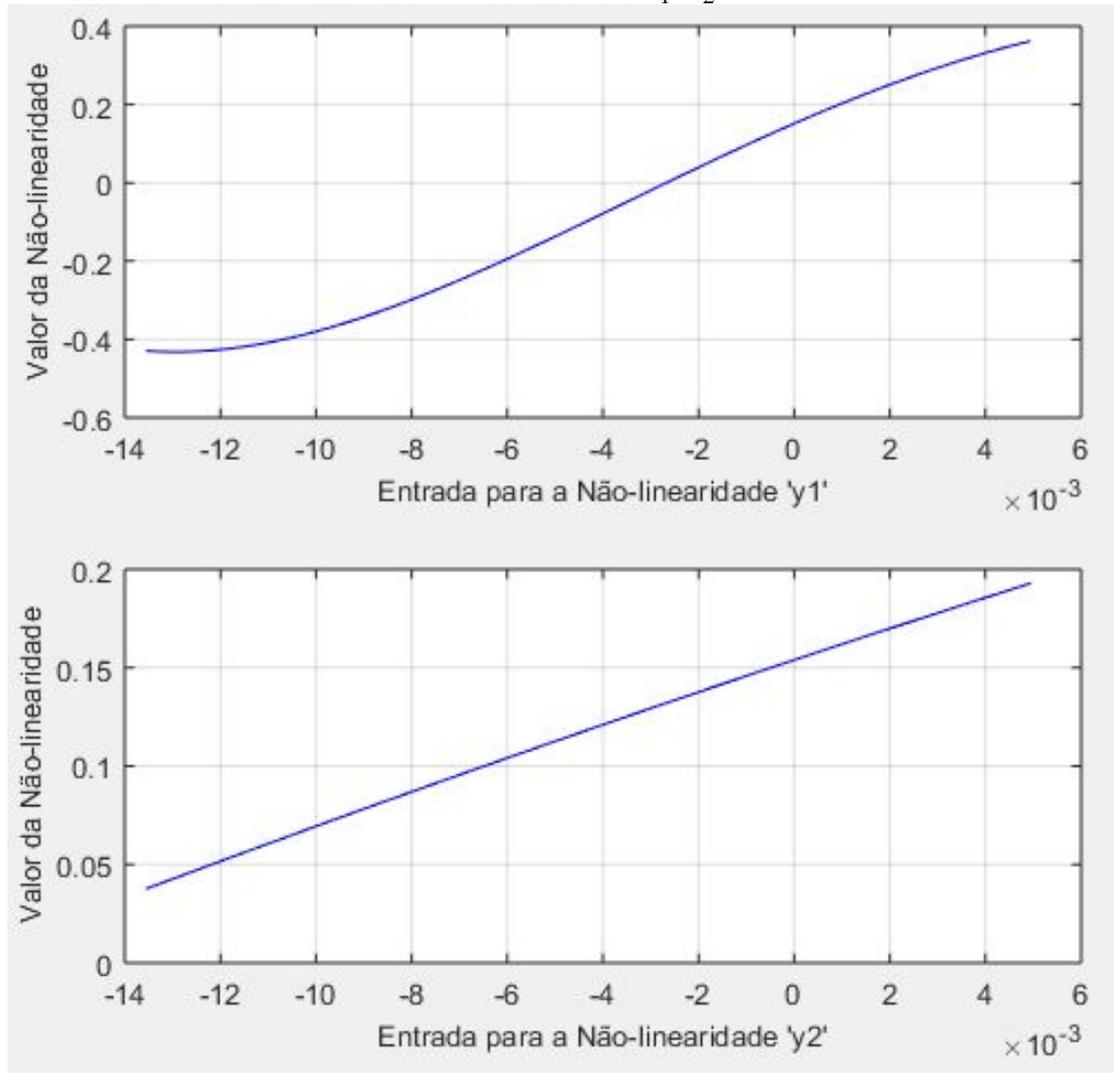
O modelo de *Hammerstein-Wiener* com base nos parâmetros definidos na seção 5.1 possui as seguintes curvas para os blocos não lineares nas entradas do tipo sigmóide e saídas do tipo polinomial de 4ª ordem estão mostrados nas figuras 34 e 35 respectivamente.

Figura 34 – Curvas das não linearidades das entradas u_1 e u_2



Fonte: o autor

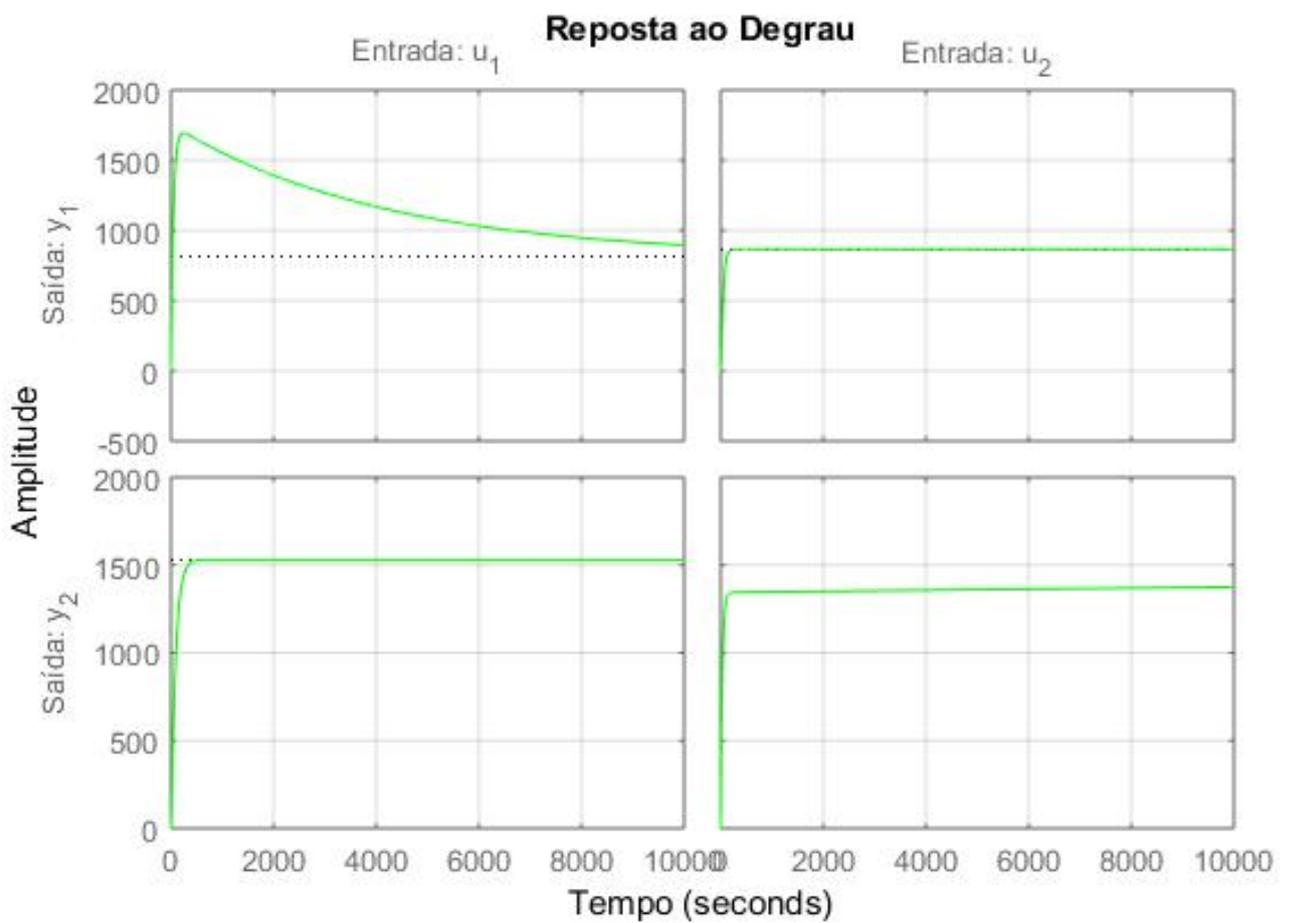
Figura 35 – Curvas das não linearidades das entradas u_1 e u_2



Fonte: o autor

Já para o bloco linear, a figura 36, tem-se respectivamente a resposta degrau para cada combinação entrada saída do sistema MIMO 2x2. Entrada u_1 para a saída y_1 , entrada u_2 para saída y_1 , entrada u_1 para saída u_2 e entrada u_2 para saída y_2 respectivamente.

Figura 36 – Resposta ao degrau para todas combinações do bloco linear HW



Fonte: o autor

APÊNDICE B – PESOS SINÁPTICOS PARA AS REDES NEURAIS RECORRENTES SIMULADAS

A seguir serão mostrados os Pesos sinápticos para cada cenário neural simulado.

B.0.1 Cenário 1: Ambiente sem Ruído

Pesos do cenário Rede Neural Recorrente NARX sem ruído.

Tabela 6 – Pesos da camada escondida do tanque 1, ambiente sem ruído.

0,5569	0,1324	-0,2036	0,0219	0,0093	0,0015	0,0160	-0,0181
-0,6230	-0,1634	0,1635	-0,0668	-0,0430	-0,0160	0,0142	0,0437
-0,3769	0,0014	0,1262	0,0405	-0,0225	-0,0042	0,0156	0,0129
0,0218	-0,0413	-0,0134	0,0177	-0,0239	-0,0458	-0,0318	-0,0090
-0,6308	-0,1424	0,1415	-0,0695	-0,0300	-0,0859	0,0022	0,0084
-0,2695	-0,0099	0,1563	0,0720	0,0149	0,0091	-0,0177	0,0201
0,7597	0,2082	-0,1637	0,0766	0,0480	0,1085	0,0378	-0,0242
0,0699	-0,0481	-0,0822	-0,0345	0,0561	-0,0069	0,0466	-0,0275
-0,5182	-0,0250	0,2057	0,0460	0,0113	0,0272	-0,0051	0,0006
-0,0640	-0,0178	0,0832	0,0349	0,0228	0,0120	-0,0332	0,0404
0,5060	0,0609	-0,2625	-0,0039	-0,0228	-0,0051	0,0227	-0,0426
-0,5602	-0,0350	0,3649	0,0497	0,0383	0,0440	-0,0394	-0,0280
0,3956	-0,0022	-0,2234	0,0124	-0,0068	-0,0516	0,0246	-0,0311
-0,1120	0,0556	0,0950	-0,0116	0,0290	-0,0459	0,0368	0,0003
0,0409	-0,0055	-0,0019	-0,0520	0,0427	0,0403	0,0388	-0,0032
0,3500	0,0633	-0,1946	-0,0023	0,0176	-0,0388	-0,0273	-0,0315
0,3299	0,0136	-0,2059	-0,0383	-0,0356	-0,0576	-0,0366	0,0090
0,1622	0,0247	-0,0952	-0,0656	-0,0323	0,0030	0,0498	-0,0135
0,4407	-0,0264	-0,2166	-0,0167	0,0359	-0,0424	0,0073	0,0092
-0,1235	0,0395	0,0837	0,0102	0,0267	-0,0062	-0,0109	-0,0364

Fonte: o autor

Tabela 7 – Pesos da camada escondida do tanque 2, ambiente sem ruído.

-0,0149	-0,0654	-0,0105	0,2335	0,0466	-0,0975	-0,0097	-0,0321
0,0589	0,0261	-0,0015	-0,4077	-0,0055	0,1892	0,0436	-0,0196
-0,0010	0,0324	0,0326	0,1441	-0,0178	-0,1059	0,0336	0,0311
-0,0086	0,0155	0,0540	-0,1619	0,0089	0,1135	0,0126	0,0424
-0,0315	-0,0034	-0,0348	0,1110	0,0011	-0,0517	-0,0288	-0,0460
-0,0218	-0,0424	0,0194	-0,5707	0,0020	0,2744	0,0216	-0,0279
0,0532	0,0029	0,0553	-0,1077	-0,0306	0,0483	0,0126	0,0242
0,0978	0,0346	0,0612	0,8946	0,2515	-0,1585	-0,0516	-0,0184
-0,0352	-0,0558	-0,0251	0,5062	0,0532	-0,2511	-0,0249	-0,0279
0,0044	-0,0637	-0,0053	0,3185	-0,0471	-0,1767	-0,0266	-0,0297
0,0590	0,0356	0,0308	0,5785	0,1643	-0,1783	0,0149	0,0505
-0,0197	0,0014	-0,0197	-0,5614	-0,0803	0,2699	-0,0038	-0,0310
-0,0251	-0,0364	0,0469	-0,0203	-0,0380	0,0410	-0,0129	-0,0064
0,0379	0,0477	0,0094	-0,0710	0,0000	0,0399	-0,0181	0,0164
0,0123	-0,0422	-0,0098	0,0714	0,0106	0,0192	0,0204	-0,0112
0,0042	0,0518	0,0008	-0,4173	-0,0401	0,2424	-0,0373	-0,0621
-0,0133	0,0011	0,0075	-0,4366	-0,0239	0,1833	-0,0361	-0,0174
-0,0075	0,0021	0,0150	-0,4842	-0,0724	0,2145	-0,0346	-0,0337
0,0289	0,0287	0,0863	-0,3423	-0,0398	0,1538	-0,0031	-0,0585
-0,0222	-0,0352	-0,0205	-0,4861	-0,0738	0,2328	-0,0418	-0,0565

Fonte: o autor

Tabela 8 – Pesos da camada de saída para os tanque 1 e 2, ambiente sem ruído.

<i>Tanque 1</i>	<i>Tanque 2</i>
0,2216	0,0999
-0,2302	-0,1769
-0,1534	0,0679
0,0097	-0,0810
-0,2260	0,0472
-0,1272	-0,2393
0,2700	-0,0521
0,0407	0,3093
-0,2142	0,2184
-0,0399	0,1431
0,2197	0,2144
-0,2639	-0,2326
0,1782	-0,0147
-0,0555	-0,0360
0,0146	0,0221
0,1589	-0,1878
0,1552	-0,1806
0,0766	-0,1982
0,1912	-0,1519
-0,0605	-0,2025

Fonte: o autor

B.0.2 Cenário 2: SNR = 60 dB

Pesos do cenário Rede Neural Recorrente NARX com $SNR = 60dB$.

Tabela 9 – Pesos da camada escondida do tanque 1, com SNR = 60 dB.

-0,0091	-0,0219	0,0321	-1,1249	-0,1315	0,1396	-0,0169	-0,0206
-0,0410	-0,0422	-0,0411	-0,2062	0,0001	0,1124	-0,0313	0,0196
-0,0291	0,0403	-0,0384	0,0455	0,0159	-0,0120	-0,0272	0,0462
0,0109	0,0030	-0,0172	0,5386	-0,1109	-0,2719	-0,0405	0,0259
0,0066	0,0434	-0,0154	0,2768	-0,0340	-0,1212	-0,0388	0,0047
0,0536	0,0245	-0,0001	0,4903	0,0335	-0,1707	-0,0415	0,0194
0,0094	-0,0282	-0,0108	-0,0790	-0,0438	0,0769	-0,0038	-0,0452
0,0073	-0,0434	0,0125	0,4182	-0,0685	-0,1214	-0,0153	0,0001
0,0217	0,0121	-0,0297	0,8179	0,0071	-0,2471	0,0173	0,0624
0,0198	0,0178	-0,0047	-0,3347	0,0254	0,0939	-0,0331	-0,0350
-0,0342	-0,0092	-0,0264	-0,3060	0,0397	0,1107	0,0010	-0,0126
0,0062	-0,0459	0,0122	-0,3174	0,0121	0,1137	0,0175	-0,0063
0,0444	0,0024	-0,0118	-0,2150	-0,0303	0,0521	0,0501	-0,0506
-0,0434	-0,0409	-0,0299	-0,0433	0,0142	0,0167	0,0350	-0,0409
-0,0055	0,0522	-0,0305	-0,4566	0,0308	0,2346	0,0117	-0,0605
-0,0304	0,0494	0,0563	-0,4293	0,0255	0,1872	0,0035	0,0166
-0,0398	0,0103	0,0088	-0,2586	0,0829	0,0789	0,0236	0,0356
-0,0364	0,0283	-0,0244	-0,3324	0,0041	0,1812	-0,0051	-0,0188
-0,0185	0,0387	0,0077	-0,4988	-0,0137	0,1467	-0,0183	0,0005
0,0189	-0,0403	-0,0176	0,1904	0,0046	-0,1313	-0,0007	0,0336

Fonte: o autor

Tabela 10 – Pesos da camada escondida do tanque 2, com SNR = 60 dB.

-0,0149	-0,0654	-0,0105	0,2335	0,0466	-0,0975	-0,0097	-0,0321
0,0589	0,0261	-0,0015	-0,4077	-0,0055	0,1892	0,0436	-0,0196
-0,0010	0,0324	0,0326	0,1441	-0,0178	-0,1059	0,0336	0,0311
-0,0086	0,0155	0,0540	-0,1619	0,0089	0,1135	0,0126	0,0424
-0,0315	-0,0034	-0,0348	0,1110	0,0011	-0,0517	-0,0288	-0,0460
-0,0218	-0,0424	0,0194	-0,5707	0,0020	0,2744	0,0216	-0,0279
0,0532	0,0029	0,0553	-0,1077	-0,0306	0,0483	0,0126	0,0242
0,0978	0,0346	0,0612	0,8946	0,2515	-0,1585	-0,0516	-0,0184
-0,0352	-0,0558	-0,0251	0,5062	0,0532	-0,2511	-0,0249	-0,0279
0,0044	-0,0637	-0,0053	0,3185	-0,0471	-0,1767	-0,0266	-0,0297
0,0590	0,0356	0,0308	0,5785	0,1643	-0,1783	0,0149	0,0505
-0,0197	0,0014	-0,0197	-0,5614	-0,0803	0,2699	-0,0038	-0,0310
-0,0251	-0,0364	0,0469	-0,0203	-0,0380	0,0410	-0,0129	-0,0064
0,0379	0,0477	0,0094	-0,0710	0,0000	0,0399	-0,0181	0,0164
0,0123	-0,0422	-0,0098	0,0714	0,0106	0,0192	0,0204	-0,0112
0,0042	0,0518	0,0008	-0,4173	-0,0401	0,2424	-0,0373	-0,0621
-0,0133	0,0011	0,0075	-0,4366	-0,0239	0,1833	-0,0361	-0,0174
-0,0075	0,0021	0,0150	-0,4842	-0,0724	0,2145	-0,0346	-0,0337
0,0289	0,0287	0,0863	-0,3423	-0,0398	0,1538	-0,0031	-0,0585
-0,0222	-0,0352	-0,0205	-0,4861	-0,0738	0,2328	-0,0418	-0,0565

Fonte: o autor

Tabela 11 – Pesos da camada de saída para os tanque 1 e 2, com SNR = 60 dB.

<i>Tanque 1</i>	<i>Tanque 2</i>
0,1155	-0,3744
-0,1601	-0,0828
-0,1163	0,0164
-0,1499	0,2184
-0,1280	0,1085
0,2479	0,1806
0,0436	-0,0359
0,2522	0,1547
-0,1374	0,2934
0,2242	-0,1253
0,0421	-0,1185
-0,2216	-0,1197
-0,1947	-0,0769
0,1843	-0,0209
0,1879	-0,1817
0,0777	-0,1636
-0,2486	-0,0978
0,0533	-0,1351
-0,0125	-0,1801
0,0375	0,0799

Fonte: o autor

B.0.3 Cenário 3: SNR = 50 dB

Pesos do cenário Rede Neural Recorrente NARX com $SNR = 50dB$.

Tabela 12 – Pesos da camada escondida do tanque 1, com $SNR = 50$ dB.

0,0298	-0,0255	0,0194	-0,0179	-0,0510	0,0215	-0,0030	0,0492
-0,5218	-0,1238	0,1724	-0,0706	0,0531	0,0051	-0,0874	-0,0238
0,2213	0,0043	-0,0551	0,0081	0,0409	-0,0556	0,0371	0,0228
0,0306	-0,0057	0,0189	-0,0394	0,0309	-0,0102	-0,0151	-0,0431
0,7314	0,1313	-0,3412	0,1209	-0,0282	-0,0399	0,0700	-0,0428
-1,0078	-0,2334	0,2425	-0,0540	0,0553	0,0598	-0,0376	0,0031
0,4493	0,0205	-0,1592	0,1051	-0,0596	-0,0303	0,0301	-0,0568
-0,3961	-0,0706	0,1763	-0,0314	0,0204	-0,0213	-0,0191	0,0228
-0,1395	0,0169	0,0058	0,0186	-0,0169	0,0388	-0,0052	0,0116
-0,6738	-0,1231	0,3015	-0,1198	0,0424	0,0043	-0,0941	0,0537
0,6544	0,0752	-0,3090	0,1172	-0,0464	-0,0388	0,0722	-0,0051
0,4429	0,0554	-0,2174	0,0767	-0,0029	-0,0022	0,0472	0,0047
-0,2931	-0,0271	0,1108	0,0112	0,0097	0,0391	-0,0308	-0,0263
-0,4173	-0,0602	0,1574	-0,0542	0,0361	0,0330	-0,0662	-0,0020
0,2748	0,0266	-0,0909	0,0536	-0,0522	0,0217	0,0047	0,0196
0,0442	0,0460	0,0065	-0,0427	0,0117	-0,0525	0,0415	-0,0354
-0,2311	-0,0107	0,1171	-0,0526	0,0421	0,0460	0,0109	-0,0047
-0,1612	0,0190	0,0511	-0,0622	0,0127	0,0062	0,0317	0,0007
-0,1977	-0,0475	0,1315	-0,0683	0,0484	-0,0199	-0,0224	0,0385
-0,3293	-0,0411	0,1886	-0,0943	0,0053	0,0052	-0,0280	0,0479

Fonte: o autor

Tabela 13 – Pesos da camada escondida do tanque 2, com SNR = 50 dB.

-0,0022	0,0142	-0,0568	0,1145	-0,0001	-0,0316	0,0007	0,0086
-0,0079	-0,0094	-0,0050	-0,2648	-0,0367	0,1545	0,0196	-0,0085
-0,0335	0,1276	0,0237	-1,0398	-0,3211	0,0076	-0,0069	-0,0760
-0,0461	0,0202	0,0115	-0,1773	-0,0398	0,0718	0,0075	-0,0288
-0,0715	0,0449	0,0341	-0,1479	-0,0197	0,1135	0,0431	-0,0287
-0,1153	0,0181	-0,0037	-0,4270	-0,0365	0,2495	0,0148	0,0074
0,0329	-0,0008	-0,0185	0,0851	-0,0083	-0,0123	0,0287	0,0444
-0,1578	0,0439	0,0778	-0,6079	-0,0774	0,2168	0,0525	-0,0998
0,0349	-0,0343	0,0388	0,2835	0,0045	-0,2051	-0,0537	0,0010
0,0120	0,0157	-0,0317	0,0823	0,0013	-0,0287	-0,0103	-0,0125
0,0129	-0,0469	-0,0365	0,0286	0,0188	0,0223	0,0296	-0,0453
-0,0991	0,0044	0,0077	-0,4216	0,0470	0,1908	0,0361	-0,0402
0,1216	-0,0493	-0,0172	0,6123	0,0326	-0,2420	-0,0571	0,0921
0,1723	-0,0976	-0,0309	0,5920	0,0614	-0,2955	-0,0412	0,0813
0,1125	-0,0870	-0,0646	0,4619	0,0181	-0,2196	-0,0491	0,0810
-0,1466	0,0729	-0,0060	-0,6975	-0,0909	0,3193	0,0760	-0,1069
-0,0389	0,0569	0,0192	-0,4235	0,0035	0,2262	0,0359	-0,0690
-0,0297	-0,0119	0,0243	-0,2620	0,0369	0,1348	0,0155	-0,0262
0,0421	-0,0586	-0,0644	0,2382	0,0097	-0,1022	-0,0048	-0,0054
0,1064	-0,0593	0,0020	0,5196	0,0393	-0,2299	-0,0729	0,0791

Fonte: o autor

Tabela 14 – Pesos da camada de saída para os tanque 1 e 2, com SNR = 50 dB.

<i>Tanque 1</i>	<i>Tanque 2</i>
0,0025	0,0306
-0,1656	-0,0845
0,0661	-0,2951
0,0042	-0,0561
0,2408	-0,0578
-0,3014	-0,1455
0,1443	0,0280
-0,1288	-0,1918
-0,0367	0,0997
-0,2234	0,0253
0,2136	0,0044
0,1460	-0,1383
-0,0878	0,1935
-0,1335	0,1993
0,0885	0,1516
0,0105	-0,2277
-0,0738	-0,1367
-0,0520	-0,0841
-0,0733	0,0739
-0,1165	0,1686

Fonte: o autor

B.0.4 Cenário 4: SNR = 40 dB

Pesos do cenário Rede Neural Recorrente NARX com SNR = 40dB.

Tabela 15 – Pesos da camada escondida do tanque 1, com SNR = 40 dB.

0,4231	0,1003	-0,2096	0,2869	-0,0371	-0,1279	0,1121	-0,0686
-0,2287	-0,0350	0,1040	-0,0822	0,0314	0,0263	-0,0228	0,0374
-0,3514	-0,1079	0,0914	-0,1799	0,0018	0,1204	-0,0712	0,0217
0,5520	0,1147	-0,1249	0,2614	-0,0494	-0,1634	0,0583	-0,0260
-0,3456	-0,0002	0,1555	-0,2404	0,0133	0,0903	-0,0572	0,0087
0,6153	0,0820	-0,1237	0,2781	-0,0220	-0,2118	0,1261	-0,1153
-0,6554	-0,1489	0,2245	-0,3365	0,0792	0,2006	-0,0740	0,1158
-0,4093	-0,0470	0,1557	-0,2136	0,0294	0,1275	-0,0825	0,0968
-0,6062	-0,1012	0,1670	-0,2867	0,0121	0,2186	-0,0973	0,0755
-0,3290	-0,0320	0,1359	-0,1889	0,0381	0,0515	-0,0610	0,0270
0,3137	-0,0098	-0,1387	0,2339	0,0097	-0,0898	0,0451	-0,0398
0,4177	0,0749	-0,1418	0,2102	-0,0111	-0,1179	0,0335	-0,0481
0,3169	0,0618	-0,1088	0,2423	-0,0537	-0,1092	0,0381	0,0074
0,0075	-0,0092	0,0219	-0,0292	-0,0316	-0,0026	0,0465	0,0380
-0,4071	-0,0438	0,1713	-0,2292	-0,0069	0,1261	-0,0490	0,0301
0,0411	-0,0308	-0,0543	0,0351	0,0565	-0,0108	-0,0260	0,0311
0,0870	-0,0416	-0,0045	0,0241	-0,0332	0,0236	0,0442	-0,0225
-0,8915	-0,3355	0,0061	-0,2277	0,1690	0,2860	-0,1523	0,0442
0,3207	-0,0094	-0,1006	0,2192	0,0028	-0,0968	0,1032	-0,0879
-0,0664	-0,0513	0,0713	-0,0885	0,0240	-0,0048	-0,0293	0,0442

Fonte: o autor

Tabela 16 – Pesos da camada escondida do tanque 2, com SNR = 40 dB.

-0,0061	0,0311	-0,0437	0,0603	-0,0301	0,0184	0,0046	-0,0243
0,0414	0,0350	-0,0538	0,1010	-0,0084	-0,0349	-0,0047	0,0420
0,0743	0,0233	0,0044	0,0441	-0,0338	-0,0281	-0,0530	0,0026
0,0001	0,0276	0,0073	0,0496	-0,0122	-0,0334	-0,0432	-0,0073
-0,3039	0,0915	0,3056	-0,8728	-0,2758	0,1174	0,1256	-0,1652
-0,3037	0,0131	0,1253	-0,4899	-0,0546	0,2593	0,0522	-0,1304
0,1739	0,0112	-0,0630	0,1869	0,0283	-0,1715	0,0095	-0,0061
0,2675	0,0383	-0,1396	0,4532	-0,0054	-0,2544	-0,0725	0,1168
-0,2035	-0,0296	0,1218	-0,2709	-0,0559	0,1413	0,0717	-0,0836
0,2322	-0,0229	-0,0507	0,2617	-0,0528	-0,1358	-0,0795	0,0953
-0,2798	-0,0233	0,1193	-0,3297	-0,0034	0,2179	0,0921	-0,0650
0,2516	-0,0082	-0,0842	0,2794	0,0199	-0,1764	-0,0271	0,0538
0,1386	-0,0330	-0,0990	0,2732	0,0554	-0,1185	0,0091	0,0291
-0,0856	-0,0058	-0,0101	-0,0855	0,0043	0,0468	-0,0045	-0,0427
0,1796	-0,0120	-0,0272	0,2528	-0,0021	-0,1552	-0,0250	0,0734
0,1959	0,0189	-0,1148	0,3641	0,0398	-0,1456	-0,0895	0,0443
0,3394	-0,1140	-0,2713	0,7986	0,2287	-0,1470	-0,0675	0,1008
0,1776	-0,0316	-0,0484	0,2524	0,0276	-0,1318	-0,0504	0,0657
-0,2978	0,0208	0,1809	-0,5459	-0,0696	0,2290	0,0760	-0,1035
0,2184	-0,1349	-0,2715	0,9033	0,3499	0,0544	-0,1049	0,1065

Fonte: o autor

Tabela 17 – Pesos da camada de saída para os tanque 1 e 2, com SNR = 40 dB.

<i>Tanque 1</i>	<i>Tanque 2</i>
0,1227	0,0058
-0,0510	0,0241
-0,0974	0,0241
0,1450	0,0120
-0,0942	-0,2236
0,1620	-0,1388
-0,1762	0,0578
-0,1026	0,1235
-0,1581	-0,0840
-0,0868	0,0828
0,0902	-0,1039
0,1082	0,0890
0,0899	0,0624
-0,0068	-0,0335
-0,1066	0,0742
0,0111	0,0971
0,0178	0,2033
-0,2319	0,0721
0,0929	-0,1415
-0,0299	0,2321

Fonte: o autor

B.0.5 Cenário 5: SNR = 30 dB

Pesos do cenário Rede Neural Recorrente NARX com SNR = 30dB.

Tabela 18 – Pesos da camada escondida do tanque 1, com SNR = 30 dB.

-0,0993	-0,0073	0,0196	-0,1032	-0,0206	-0,0193	-0,0593	0,0402
-0,0711	-0,0079	0,0259	-0,0959	-0,0216	-0,0198	-0,0208	-0,0116
0,1784	0,0383	-0,1149	0,2769	0,0493	-0,0361	0,0307	-0,0630
-0,5889	-0,1099	0,2678	-0,5087	-0,0166	0,3765	-0,1520	0,1667
-0,1657	0,0103	0,0421	-0,1978	-0,0978	0,0387	-0,0778	0,0880
0,1158	0,0666	-0,0213	0,1553	0,0266	-0,0480	0,0248	-0,0151
-0,4338	-0,0269	0,2508	-0,4352	-0,0245	0,1689	-0,1370	0,0838
0,1946	0,0266	-0,0748	0,2369	0,0872	-0,0566	0,0781	-0,0913
1,2602	0,5707	0,0858	0,2710	-0,2933	-0,7667	0,3039	-0,2035
0,2464	0,0515	-0,1248	0,2621	0,1068	-0,0941	0,0810	-0,1148
0,2747	0,0267	-0,1179	0,2530	0,0956	-0,0895	0,1142	-0,0490
-0,4071	-0,0623	0,1935	-0,3845	-0,0691	0,2207	-0,1149	0,0922
0,1887	0,0576	-0,0843	0,1879	0,0580	-0,0271	0,0263	-0,0433
-0,0135	-0,0268	0,0171	-0,0374	-0,0407	-0,0064	-0,0106	0,0502
-0,1128	-0,0296	0,0680	-0,1446	-0,0773	-0,0235	-0,0965	0,0249
-0,4185	-0,0373	0,2143	-0,4190	-0,0550	0,2001	-0,1707	0,1714
0,4845	0,1239	-0,2589	0,4774	0,0142	-0,2951	0,1217	-0,1652
-0,2211	-0,0073	0,1022	-0,2568	-0,0924	0,0563	-0,0763	0,0795
-0,5233	-0,1082	0,2945	-0,4537	-0,0033	0,2479	-0,1344	0,1614
0,3282	0,0167	-0,1807	0,3590	0,0489	-0,1044	0,1179	-0,0815

Fonte: o autor

Tabela 19 – Pesos da camada escondida do tanque 2, com SNR = 30 dB.

-0,3120	-0,1109	0,0774	-0,1975	0,0227	0,1733	0,0847	-0,1003
0,3699	0,1117	-0,0808	0,2623	-0,0663	-0,2262	-0,0445	0,0549
0,2618	0,1046	-0,0493	0,1526	-0,0324	-0,1429	-0,0249	0,0398
-0,1499	-0,0183	0,0509	-0,1087	-0,0222	0,0684	0,0094	-0,0035
-0,4536	-0,0676	0,1655	-0,4100	0,0439	0,2872	0,1328	-0,1237
-0,2677	-0,0645	0,0357	-0,1856	0,0112	0,1572	0,0854	-0,0232
-0,5704	-0,0696	0,1673	-0,4311	0,0781	0,3811	0,1277	-0,1079
-0,3424	-0,1087	0,0976	-0,1959	0,0385	0,1531	0,0884	-0,0904
-0,3704	-0,1042	0,0836	-0,2325	0,0462	0,2044	0,0774	-0,0743
0,4283	0,0795	-0,1771	0,3216	-0,0024	-0,2476	-0,0855	0,0616
0,1644	-0,5590	-0,8012	1,5145	0,7624	0,4775	-0,2925	0,2789
-0,1352	-0,0794	0,0017	-0,1494	0,0208	0,1220	0,0007	-0,0115
0,4669	0,0742	-0,0993	0,3294	-0,0867	-0,2676	-0,0659	0,1479
0,2306	0,1012	-0,0526	0,1240	-0,0305	-0,1054	-0,0066	0,0515
0,5457	0,0448	-0,2807	0,5590	-0,0012	-0,3879	-0,1518	0,1427
0,2992	0,1226	-0,0396	0,1570	-0,0071	-0,1966	-0,0354	0,1205
0,1255	0,0165	-0,0069	0,1058	-0,0213	-0,0512	-0,0473	0,0055
0,4385	0,0247	-0,0870	0,3170	-0,0199	-0,2744	-0,0531	0,0724
-0,0144	-0,0351	-0,0114	0,0410	-0,0041	0,0070	-0,0492	-0,0376
-0,5759	-0,0579	0,2926	-0,5080	-0,0144	0,3898	0,1126	-0,1857

Fonte: o autor

Tabela 20 – Pesos da camada de saída para os tanque 1 e 2, com SNR = 30 dB.

<i>Tanque 1</i>	<i>Tanque 2</i>
-0,0437	-0,0785
-0,0352	0,0863
0,0811	0,0641
-0,1325	-0,0351
-0,0753	-0,1052
0,0542	-0,0683
-0,1144	-0,1168
0,0857	-0,0813
0,2484	-0,0866
0,0950	0,0926
0,0925	0,3028
-0,1117	-0,0450
0,0745	0,1034
-0,0204	0,0569
-0,0635	0,1194
-0,1191	0,0763
0,1237	0,0343
-0,0882	0,0939
-0,1246	-0,0036
0,1036	-0,1192

Fonte: o autor