



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E DE
COMPUTAÇÃO

SYLLAS RANGEL CARNEIRO MAGALHÃES

SISTEMA COOPERATIVO OFDMA *UPLINK* MULTIUSUÁRIO COM
AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA NÃO LINEARES: CARACTERIZAÇÃO
TEÓRICA E ALOCAÇÃO DE RECURSOS

SOBRAL

2020

SYLLAS RANGEL CARNEIRO MAGALHÃES

SISTEMA COOPERATIVO OFDMA *UPLINK* MULTIUSUÁRIO COM AMPLIFICADORES
DE POTÊNCIA NÃO LINEARES: CARACTERIZAÇÃO TEÓRICA E ALOCAÇÃO DE
RECURSOS

Dissertação apresentada a Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica e de Computação. Área de Concentração: Sistemas de Comunicação.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alexandre Rolim Fernandes

SOBRAL

2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M169s Magalhães, Syllas Rangel Carneiro.

Sistema Cooperativo OFDMA Uplink Multiusuário com Amplificadores de Potência não Lineares :
Caracterização Teórica e Alocação de Recursos / Syllas Rangel Carneiro Magalhães. – 2020.
76 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Sobral, Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica e de Computação, Sobral, 2020.

Orientação: Prof. Dr. Carlos Alexandre Rolim Fernandes.

1. alocação de recursos. 2. comunicações cooperativas. 3. OFDMA. 4. PA não linear. 5. MIMO massivo. I.
Título.

CDD 621.3

SYLLAS RANGEL CARNEIRO MAGALHÃES

SISTEMA COOPERATIVO OFDMA *UPLINK* MULTIUSUÁRIO COM AMPLIFICADORES
DE POTÊNCIA NÃO LINEARES: CARACTERIZAÇÃO TEÓRICA E ALOCAÇÃO DE
RECURSOS

Dissertação apresentada a Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica e de Computação. Área de Concentração: Sistemas de Comunicação.

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Carlos Alexandre Rolim
Fernandes (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Francisco Rafael Marques Lima
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Diego Aguiar Sousa
Instituto Federal do Ceará (IFCE)

Aos meus pais, irmãos e todas as pessoas que
contribuíram para minha formação, em especial
à minha esposa Diana.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho não seria possível sem a ajuda de muitas pessoas que me encorajaram e incentivaram durante o período de pós-graduação, contribuindo direta ou indiretamente para a concretização dessa dissertação.

Em primeiro lugar, agradeço aos meus pais José Eliardo e Francisca Geracina pelo apoio incondicional durante toda a minha formação, sem seus esforços nada disso seria possível. À minha irmã Amanda e meu irmão Luiz Eduardo pelos valiosos momentos de descontração em meio à tantas tribulações.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Carlos Alexandre Rolim Fernandes, pelo comprometimento e paciência em minha orientação. Seus ensinamentos, sem dúvidas, foram essenciais à concretização do presente trabalho. Através de seu grande empenho e competência pude amadurecer bastante, tanto academicamente quanto pessoalmente.

Aos membros integrantes da banca examinadora, Prof. Dr. Francisco Rafael Marques Lima e Prof. Dr. Diego Aguiar Sousa, pela disponibilidade e compreensão, que mesmo com as restrições de data, entenderam e aceitaram dedicar seu valioso tempo à avaliação deste trabalho.

Aos meus companheiros de república, Danilo Alves, Douglas Sampaio, Edivan Nunes, Júnior Azevedo e Luiz Gonzaga, pelos incontáveis momentos de descontração e pelas deliciosas noites de pizza.

Aos meus colegas de laboratório, com os quais dividi bastante tempo da minha vida nos últimos dois anos. Em especial ao Arthur Sena, à Brena Lima, ao Danilo Alves, ao David Borges, ao Leonardo Paiva, ao Rafael Acúrcio e à Victoria Tomé que, além de colegas, se tornaram verdadeiros amigos.

Por último, mas não menos importante à minha esposa, amiga e inspiração diária Diana Sampaio, por sua paciência e companheirismo. Sem você tudo teria sido muito mais difícil.

RESUMO

Neste trabalho, é feito um estudo do *uplink* de um sistema OFDMA (do inglês, *Orthogonal Frequency Division Multiple Access*) cooperativo multiusuário e *multirelay* com amplificadores de potência não lineares nos usuários e nos *relays*, tanto para o caso MIMO (do inglês, *Multiple Input Multiple Output*) massivo quanto para o caso de única antena na estação base. Primeiramente, é realizada uma caracterização teórica do cenário considerado. Em particular, as expressões analíticas para a variância da distorção não linear derivadas em um trabalho prévio são generalizadas para o cenário considerado. Além disso, expressões fechadas para a relação sinal-ruído (do inglês, *Signal-to-Noise Ratio* - SNR) instantânea do sistema considerado são derivadas. Estas expressões desenvolvidas, além de fornecerem uma caracterização da qualidade do enlace do sistema, são usadas pelos algoritmos de alocação de potência propostos na dissertação. Em seguida, duas técnicas de seleção de *relay* e alocação de subportadora são propostas para o problema considerado, ambas com o objetivo de maximização da capacidade total do sistema. A primeira técnica proposta é um algoritmo heurístico de baixa complexidade computacional, desenvolvido com base nas expressões para SNR instantânea do sistema. Já a segunda técnica proposta é baseada em algoritmo genético (do inglês, *Genetic Algorithm* - GA), com o cálculo do *fitness* dos indivíduos baseado na expressão desenvolvida para o cálculo da SNR instantânea do sistema. Resultados de simulação numérica validam as expressões derivadas e mostram que as técnicas propostas fornecem ganhos consideráveis de capacidade em relação ao caso em que as distorções não lineares não são levadas em conta.

Palavras-chave: alocação de recursos. comunicações cooperativas. OFDMA. PA não linear. MIMO massivo.

ABSTRACT

In this work, a multiuser and multirelay cooperative OFDMA uplink system with nonlinear power amplifiers in both users and relays is investigated, for both massive MIMO and single-antenna base station scenarios. Firstly, a theoretical characterization of the considered scenario is performed. Analytical expressions for the power amplifier nonlinear distortion variance derived in a previous work are generalized for the considered scenario. In addition, closed-form expressions for the instantaneous signal-to-noise ratio (SNR) of the considered system are derived. These developed expressions, in addition to providing a characterization of the link quality of the system, are used by the power allocation algorithms proposed in this dissertation. Then, two relay selection and subcarrier allocation techniques are proposed to solve the considered problem, both with the objective of maximizing the total system capacity. The first proposed technique is a heuristic algorithm with low computational complexity, developed based on the expressions for instantaneous SNR of the system. The second proposed technique is based on genetic algorithm, with the calculation of the individual's fitness also based on the developed SNR expressions. Numerical simulation results validate the derived expressions and show that the proposed techniques provide considerable capacity gains in relation to the case where nonlinear distortions are not taken into account.

Keywords: resource allocation. cooperative communications. OFDMA. nonlinear PA. massive MIMO.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Prefixo cíclico de comprimento μ | 20 |
| Figura 2 – Efeito da ISI em uma transmissão OFDM típica | 20 |
| Figura 3 – Diagrama de blocos de um sistema OFDM em banda base | 21 |
| Figura 4 – Símbolo OFDM com 64 subportadoras e modulação 16-QAM | 22 |
| Figura 5 – Estrutura das unidades de recurso OFDMA. | 23 |
| Figura 6 – Modelo de sistema cooperativo simplificado | 25 |
| Figura 7 – Modelo de sistema cooperativo OFDMA-AF com múltiplos <i>relays</i> e usuários | 30 |
| Figura 8 – Modelo de sistema cooperativo OFDMA-AF com múltiplas antenas na esta- ção base, múltiplos <i>relays</i> e múltiplos usuários | 40 |
| Figura 9 – Exemplo de cruzamento uniforme para 8 subportadoras. | 54 |
| Figura 10 – NMSE da variância da NLD <i>versus</i> porcentagem de subportadoras ativas para $N = 64, 128, 512$ | 58 |
| Figura 11 – Capacidade média do sistema <i>versus</i> SNR - comparação entre a TP com as expressões simplificada e exata. | 59 |
| Figura 12 – Capacidade média do sistema <i>versus</i> SNR - comparação entre a TP, solução baseada em GA e a solução linear ótima. | 61 |
| Figura 13 – Tempo médio de execução <i>versus</i> SNR. | 62 |
| Figura 14 – Capacidade média do sistema <i>versus</i> SNR para diferentes números de <i>relays</i> . | 63 |
| Figura 15 – Capacidade média do sistema <i>versus</i> SNR - comparação entre a TP em um cenário não linear e a solução ótima em um cenário com PAs lineares. . . . | 64 |
| Figura 16 – Capacidade média do sistema <i>versus</i> fator de distância (δ) - comparação entre a TP em um cenário não linear e a solução ótima linear tanto em um cenário com PAs lineares quanto não lineares. | 65 |
| Figura 17 – Capacidade média do sistema <i>versus</i> fator de distância (δ) - comparação entre a TP em um cenário não linear e a solução ótima linear tanto em um cenário com PAs lineares quanto não lineares para o caso MIMO massivo. . | 66 |
| Figura 18 – Número médio de iterações <i>versus</i> SNR. | 67 |

LISTA DE ALGORITMOS

| | |
|---|----|
| Algoritmo 1 – Algoritmo Heurístico Proposto | 51 |
|---|----|

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|--------|--|
| 3GPP | <i>3rd Generation Partnership Project</i> |
| AF | <i>Amplify-and-Forward</i> |
| AWGN | <i>Additive White Gaussian Noise</i> |
| BS | <i>Base Station</i> |
| CP | <i>Cyclic Prefix</i> |
| CSI | <i>Channel State Information</i> |
| DF | <i>Decode and Forward</i> |
| DFT | <i>Discrete Fourier Transform</i> |
| GA | <i>Genetic Algorithm</i> |
| i.i.d. | <i>independent and identically distributed</i> |
| ICI | <i>Intercarrier Interference</i> |
| IDFT | <i>Inverse Discrete Fourier Transform</i> |
| IFFT | <i>Inverse Fast Fourier Transform</i> |
| ISI | <i>Intersymbol Interference</i> |
| LTE | <i>Long Term Evolution</i> |
| MIMO | <i>Multiple Input Multiple Output</i> |
| MRC | <i>Maximum Ratio Combining</i> |
| NLD | <i>Nonlinear Distortion</i> |
| NMSE | <i>Normalized Mean Square Error</i> |
| OFDM | <i>Orthogonal Frequency Division Multiplexing</i> |
| OFDMA | <i>Orthogonal Frequency Division Multiple Access</i> |
| PA | <i>Power Amplifier</i> |
| PAPR | <i>Peak to Average Power Ratio</i> |
| PSK | <i>Phase Shift Keying</i> |
| QAM | <i>Quadrature Amplitude Modulation</i> |
| SNR | <i>Signal to Noise Ratio</i> |
| TP | <i>Técnica Proposta</i> |

SUMÁRIO

| | | |
|--------------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 13 |
| 1.1 | Contexto e Motivação | 13 |
| 1.2 | Estado da Arte | 15 |
| 1.2.1 | <i>Análise de NLD em Sistemas OFDM</i> | 15 |
| 1.2.2 | <i>Alocação de Recursos em Sistemas OFDM não Linear</i> | 16 |
| 1.3 | Contribuições | 17 |
| 1.4 | Produção Científica | 18 |
| 1.5 | Estrutura do Trabalho | 18 |
| 2 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 19 |
| 2.1 | OFDM | 19 |
| 2.1.1 | <i>Conceitos Básicos</i> | 19 |
| 2.1.2 | <i>Transmissor e Receptor OFDM</i> | 20 |
| 2.1.3 | <i>PAPR</i> | 22 |
| 2.1.4 | <i>OFDMA</i> | 23 |
| 2.2 | Modelagem de Amplificadores de Potência | 23 |
| 2.3 | Sistemas Cooperativos | 25 |
| 2.4 | MIMO Massivo | 26 |
| 3 | MODELO DE SISTEMA E CARACTERIZAÇÃO TEÓRICA | 29 |
| 3.1 | Modelo de Sistema | 29 |
| 3.2 | Derivação da Variância da NLD e Constante do PA | 34 |
| 3.2.1 | <i>Modelo Polinomial para o PA</i> | 34 |
| 3.2.2 | <i>Demonstração da Validade das Expressões</i> | 35 |
| 3.3 | Derivação da SNR Instantânea | 37 |
| 3.4 | Extensão para o Caso MIMO Massivo | 39 |
| 3.4.1 | <i>Modelo de Sistema</i> | 40 |
| 3.4.2 | <i>Derivação da SNR</i> | 43 |
| 3.5 | Conclusão | 45 |
| 4 | FORMULAÇÃO DO PROBLEMA E ALGORITMOS PROPOSTOS | 46 |
| 4.1 | Formulação do Problema | 46 |
| 4.2 | Técnicas Propostas de Seleção de Relay e Alocação de Subportadora | 47 |

| | | |
|-------|--|----|
| 4.2.1 | <i>Algoritmo Heurístico Proposto</i> | 48 |
| 4.2.2 | <i>Solução Baseada em Algoritmo Genético</i> | 52 |
| 4.3 | Conclusão | 55 |
| 5 | RESULTADOS DE SIMULAÇÕES | 56 |
| 5.1 | Caracterização dos PAs | 56 |
| 5.2 | TP com as Expressões Exata e Aproximada | 58 |
| 5.3 | TP versus GA | 59 |
| 5.4 | Simulações da TP | 61 |
| 5.5 | Conclusão | 66 |
| 6 | CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS | 68 |
| | REFERÊNCIAS | 70 |
| | APÊNDICES | 75 |
| | APÊNDICE A – Demonstrações Matemáticas | 75 |

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contexto e Motivação

A demanda por aplicações sem fios de alta velocidade aumentou consideravelmente nos últimos anos, principalmente devido ao crescimento do tráfego de vídeo, que deverá representar cerca de 74 por cento do tráfego de dados móveis em 2024 (CERWALL *et al.*, 2018). Isso faz com que a utilização eficiente dos recursos disponíveis se torne uma tarefa cada vez mais crítica. Para dar suporte a essa demanda crescente, muitas tecnologias têm sido desenvolvidas e estudadas com o objetivo de melhorar a capacidade das redes sem fio.

Uma das tecnologias que vem sendo usada para ajudar a suprir essa demanda é a modulação por divisão de frequências ortogonais (do inglês, *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* - OFDM). Apesar de já ser explorada há bastante tempo nos sistemas de comunicação sem fio, a OFDM garante uma série de vantagens em relação à transmissão serial, sendo uma das principais a possibilidade de dividir o fluxo de informação em sinais com largura de banda menor que a banda de coerência do canal, tornando o desvanecimento aproximadamente plano em frequência e, conseqüentemente, diminuindo o efeito da interferência intersimbólica (do inglês, *Intersymbol Interference* - ISI). Além disso, a implementação moderna da OFDM permitiu a sobreposição espectral sem interferência entre portadoras (do inglês, *Inter-carrier Interference* - ICI) (LASORTE *et al.*, 2008), o que garantiu uma alta eficiência espectral à técnica. Outra vantagem inerente aos sistemas OFDM é a flexibilidade na alocação de recursos. Com a divisão do canal de comunicação em vários subcanais, é possível, por exemplo, alocar potências diferentes para cada subcanal de forma a otimizar a utilização desse recurso.

De fato, as vantagens da OFDM motivaram a adoção do múltiplo acesso por divisão de frequências ortogonais (do inglês, *Orthogonal Frequency Division Multiple Access* OFDMA) – técnica de múltiplo acesso baseada em OFDM – em diversos padrões de comunicação sem fio, como IEEE 802.16 (KOFFMAN; ROMAN, 2002), LTE (do inglês, *Long Term Evolution*) (ZYREN; MCCOY, 2007), LTE-Advanced (TRAN *et al.*, 2012) e, mais recentemente, seu uso tem sido considerado nos sistemas de quinta geração da telefonia móvel (ZAIDI *et al.*, 2016). Contudo, um problema que se mantém até hoje é a alta relação entre a potência de pico e a potência média dos sinais OFDM, também chamada de PAPR (do inglês, *Peak-to-Average Power Ratio*). Essa característica indesejada pode fazer com que a amplitude do sinal transmitido atinja regiões não lineares dos amplificadores de potência (do inglês, *Power Amplifiers* - PAs), levando

à introdução de distorção não linear (do inglês, *Nonlinear Distortion* - NLD) no sinal.

Outra tecnologia bastante conhecida e com diversas aplicações em redes de comunicação sem fio modernas é a retransmissão cooperativa. Nas redes cooperativas, a diversidade espacial pode ser explorada de forma semelhante aos sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas (do inglês, *Multiple-Input Multiple-Output* - MIMO), com a vantagem de ter canais verdadeiramente descorrelacionados sem a necessidade de múltiplas antenas em um único nó. De fato, as redes cooperativas são capazes de estender a cobertura e aumentar a eficiência espectral por meio do uso de nós de retransmissão (ASSHAD *et al.*, 2019).

Outra forma de obter um aumento na eficiência espectral é por meio da utilização de múltiplas antenas tanto nos usuários quanto na estação base, nos chamados sistemas MIMO (BJÖRNSON *et al.*, 2017). Isso é algo que também já é explorado há bastante tempo nos sistemas de comunicações móveis. Esses sistemas fornecem diversas vantagens em relação aos sistemas convencionais, porém exigem que os dispositivos dos usuários possuam várias antenas, o que nem sempre é possível devido a restrições de custo ou até mesmo de projeto. Uma solução para esse problema nos sistemas de comunicações móveis modernos foi a introdução do MIMO multiusuário, esses sistemas permitem que as vantagens do MIMO sejam exploradas mesmo com usuários de única antena, semelhante ao que ocorre nos sistemas cooperativos. Mais recentemente, uma nova forma de explorar as múltiplas antenas tem sido bastante estudada no contexto de telefonia móvel, os chamados sistemas MIMO massivo (MARZETTA, 2016). A diferença básica entre um sistema MIMO multiusuário e um sistema MIMO massivo é a quantidade de antenas na estação base. Nos sistemas MIMO massivo, a quantidade de antenas é tipicamente muito maior que o número de usuários. Diversos trabalhos na área de MIMO massivo demonstraram que o número elevado de antenas na estação base de uma rede celular permite ganhos de capacidade mais significativos que o MIMO convencional, com uma complexidade computacional relativamente baixa (LARSSON *et al.*, 2014; LU *et al.*, 2014).

Combinar OFDMA, retransmissão cooperativa e MIMO massivo é, portanto, uma maneira eficiente de fornecer alta eficiência espectral à rede. No entanto, em um ambiente multiusuário, para explorar totalmente os benefícios da retransmissão em redes OFDMA cooperativas, a seleção eficiente do *relay* (nó retransmissor) e a alocação de recursos são cruciais. Além disso, quando dispositivos não lineares, como amplificadores de potência, são considerados, a alocação de recursos torna-se ainda mais desafiadora.

Neste trabalho, um problema de alocação de recursos é formulado para o *uplink* de

um sistema OFDMA cooperativo multiusuário e *multirelay* com amplificadores de potência não lineares, tanto para o caso MIMO massivo quanto para o caso de única antena na estação base. Primeiramente, é realizada uma caracterização teórica do cenário considerado. Em particular, as expressões analíticas para a variância da distorção não linear e constante do PA derivadas em (TELES, 2018) são generalizadas para o cenário considerado. Além disso, expressões fechadas para a relação sinal-ruído (do inglês, *Signal-to-Noise Ratio* - SNR) instantânea do sistema considerado são derivadas. Em seguida, duas técnicas de seleção de *relay* e alocação de subportadora são propostas para o problema considerado. A primeira técnica proposta trata-se de um algoritmo heurístico de baixa complexidade, desenvolvido com base nas expressões para SNR instantânea do sistema. Já a segunda técnica proposta é baseada em algoritmo genético (do inglês, *Genetic Algorithm* - GA). Resultados de simulação numérica são apresentados para validar as expressões derivadas e avaliar o desempenho das técnicas propostas.

1.2 Estado da Arte

Como dito anteriormente, os sinais transmitidos em sistemas baseados em OFDM geralmente têm uma PAPR, o que leva à introdução de ICI nos sinais recebidos devido à função de transferência não linear dos PAs nos transmissores. Esta ICI quebra a ortogonalidade entre as subportadoras, diminuindo a capacidade do sistema. Dessa forma, uma análise teórica aprofundada desses efeitos é essencial.

1.2.1 Análise de NLD em Sistemas OFDM

Os efeitos das NLDs em redes celulares baseadas em OFDM foram amplamente estudados na literatura (AGGARWAL; BOHARA, 2019; AGGARWAL; BOHARA, 2018; SHAIK et al., 2019; MAJIDI et al., 2020). Alguns trabalhos desenvolveram caracterizações teóricas das NLDs e/ou ICI em sistemas baseados em OFDM com PAs não lineares. Por exemplo, (DARDARI et al., 2000) e (FERNANDES et al., 2012) derivaram expressões analíticas para a constante do PA e para a variância da NLD, para PAs com modelo *soft-clipping* e polinomial de terceira ordem, respectivamente, assumindo que todas as subportadoras têm a mesma potência de transmissão. Porém, em cenários práticos, a potência de transmissão não é alocada uniformemente. Expressões semelhantes foram desenvolvidas em (BANELLI; CACOPARDI, 2000), mas para o caso de um PA *soft-clipping* com uma alocação de potência

genérica entre as subportadoras. Em (TELES, 2018), expressões de forma fechada para a constante do PA e para a variância da NLD são derivadas para o modelo polinomial de terceira ordem, assumindo uma alocação de potência genérica entre as subportadoras em uma transmissão OFDM ponto a ponto.

O impacto das distorções não lineares em sistemas OFDM cooperativos também é tópico de muitos trabalhos. Em (SOUSA *et al.*, 2016), o efeito da NLD em um cenário cooperativo com protocolo de retransmissão decodifica-e-encaminha (do inglês, *Decode-and-Forward* - DF) é investigado para o caso monousuário, com amplificadores de potência não lineares tanto no usuário quanto no *relay*. (FERNANDES *et al.*, 2014; FERNANDES; FARIAS, 2015) estudaram o impacto dos amplificadores de potência não lineares em um cenário OFDM cooperativo amplifica e encaminha (do inglês, *Amplify-and-Forward* - AF). Expressões analíticas para a probabilidade de *outage* do sistema são derivadas em ambos. Adicionalmente, em (FERNANDES; FARIAS, 2015) é derivada uma expressão para a SNR instantânea do sistema de usuário único considerado.

1.2.2 Alocação de Recursos em Sistemas OFDM não Linear

As técnicas de alocação de recursos para sistemas cooperativos baseados em OFDMA com PAs lineares têm sido amplamente estudadas na literatura (DANG *et al.*, 2010; NG *et al.*, 2012; ALAM *et al.*, 2013; WANG *et al.*, 2018; GAUTAM *et al.*, 2019). No entanto, poucos trabalhos propuseram métodos de alocação de recursos que levem em consideração as NLDs dos PAs. Em (MARSALEK *et al.*, 2019), uma técnica para alocação de potência para portadoras piloto é proposta para a modulação OTFS (do inglês, *Orthogonal Time Frequency Space*), assumindo um PA não linear no transmissor.

Em (MAGALHÃES *et al.*, 2018), o problema de seleção de *relay* em um sistema OFDM cooperativo *multirelay* monousuário é investigado com PAs não lineares e duas soluções subótimas são propostas. O problema de alocação de potência e subportadora no *downlink* de um sistema OFDMA multiusuário não cooperativo com amplificadores de potência não lineares é investigado em (BAGHANI *et al.*, 2017). Para evitar uma busca exaustiva, os autores propõem uma solução subótima de duas etapas baseada na metaheurística CLPSO (do inglês, *Comprehensive Learning Particle Swarm Optimization*). Entretanto, o problema de alocação de recursos em um sistema não linear baseado em OFDM com múltiplos usuários e *relays* não foi investigado em nenhum dos trabalhos anteriores. Em (GU *et al.*, 2020), a alocação ótima de

recursos em redes sem fio é investigada em um cenário com colheita de energia, em que as não linearidades são inseridas pelos coletores de energia.

1.3 Contribuições

As principais contribuições deste trabalho são listadas a seguir:

- Apresentação de um modelo teórico para o *uplink* de um sistema OFDMA cooperativo AF com múltiplos usuários e múltiplos *relays*, ambos com amplificadores de potência não lineares.
- Extensão das expressões desenvolvidas em (TELES, 2018), para a constante do PA e variância da NLD, para o cenário multiusuário e *multirelay* considerado.
- Desenvolvimento de uma expressão fechada para a SNR instantânea do sistema.
- Proposição de aproximações na expressão da SNR instantânea do sistema de forma a se obter uma expressão mais compacta para utilização posterior em algoritmos de alocação de recursos.
- Modelagem e desenvolvimento de expressões analíticas para a SNR instantânea do sistema considerado, assumindo um grande número de antenas na estação base (caso MIMO massivo).
- Formulação de um problema de otimização não linear com objetivo de maximizar a capacidade em um sistema OFDMA cooperativo com múltiplos usuários e múltiplos *relays*, tendo como variáveis de otimização a seleção de relay e alocação de subportadora.
- Proposição de uma técnica heurística de seleção de *relay* e alocação de subportadora para resolução do problema proposto, baseada nas expressões analíticas desenvolvidas.
- Desenvolvimento de uma análise de complexidade computacional para a técnica heurística proposta.
- Proposição de um técnica meta-heurística baseado em algoritmos genéticos para a solução do problema proposto.
- Avaliação do impacto das técnicas propostas na capacidade do sistema por meio de simulações computacionais.
- Comparação do desempenho das técnicas propostas com o de técnicas existentes via simulação.

1.4 Produção Científica

Durante o desenvolvimento dessa dissertação o seguinte artigo foi submetido:

- S. R. C. Magalhães, C. A. R. Fernandes e L. C. S. Teles, “Multiuser Cooperative OFDMA Uplink with Nonlinear Power Amplifiers: Theoretical Characterization and Resource Allocation”, *IEEE Transactions on Communications*. Submetido para publicação.

1.5 Estrutura do Trabalho

O restante do trabalho está organizado da seguinte forma:

- **Capítulo 2** - Trata dos conceitos base para o entendimento deste trabalho. Os princípios do OFDM e OFDMA são inicialmente apresentados. Em seguida, são discutidas as não linearidades em sistemas de comunicação sem fio. Além disso, é dada uma breve introdução aos sistemas cooperativos e, por fim, os sistemas MIMO massivo são apresentados.
- **Capítulo 3** - Apresenta o modelo de sistema e estende as expressões desenvolvidas em (TELES, 2018) para a constante do PA e variância da NLD para o cenário considerado. Além disso, uma extensão do modelo de sistema para o caso MIMO massivo é apresentado e as expressões para a SNR instantânea são derivadas para ambos os sistemas apresentados.
- **Capítulo 4** - Apresenta a formulação do problema e os métodos propostos para seleção de *relay* e alocação de subportadora no sistema considerado.
- **Capítulo 5** - Apresenta os resultados, através de simulações computacionais, relativos às expressões para o caracterização dos amplificadores de potência apresentadas no Capítulo 3 e aos algoritmos desenvolvidos no Capítulo 4.
- **Capítulo 6** - Apresenta as conclusões e as perspectivas futuras deste trabalho.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

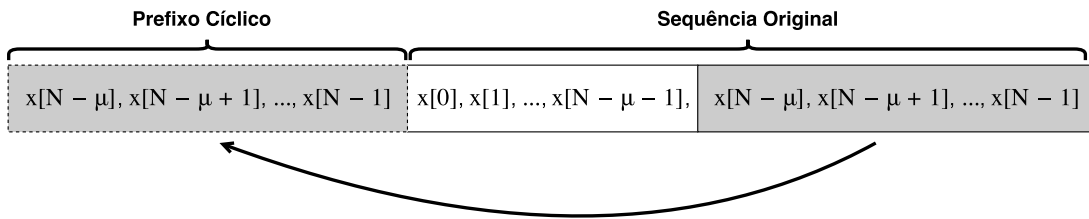
Este capítulo apresenta a fundamentação teórica base para o entendimento do presente trabalho. A Seção 2.1 introduz os conceitos sobre a OFDM, mostrando de forma sucinta suas principais características. A Seção 2.2 introduz o modelo matemático das não linearidades. A Seção 2.3 apresenta conceitos-chave para os sistemas cooperativos. E, finalmente, a Seção 2.4 apresenta brevemente os sistemas MIMO massivo.

2.1 OFDM

A OFDM é hoje uma técnica bastante difundida e com inúmeras aplicações. Em particular, nos sistemas de comunicação sem fio, a OFDM vem se mostrando bastante atrativa devido, principalmente, à eficiência espectral, baixa complexidade de implementação e ao combate à seletividade em frequência promovidos pela técnica (FERNANDES, 2012). Dentre os sistemas que já adotam alguma técnica baseada em OFDM, pode-se citar o DVB-T (do inglês, *Terrestrial Digital Video Broadcasting*) padronizado pelo ETSI (do inglês, *European Telecommunications Standards Institute*) (COMMITTEE *et al.*, 1996), os sistemas IEEE 802.11 (*Wi-Fi*) – muito utilizados em redes domésticas –, o padrão LTE do 3GPP (do inglês, *3rd Generation Partnership Project*) e o WiMAX do IEEE (SEYEDZADEGAN; OTHMAN, 2013). Além disso, mais recentemente, a OFDM vem sendo aplicado nos sistemas de telefonia móvel de quinta geração (ZAIDI *et al.*, 2016).

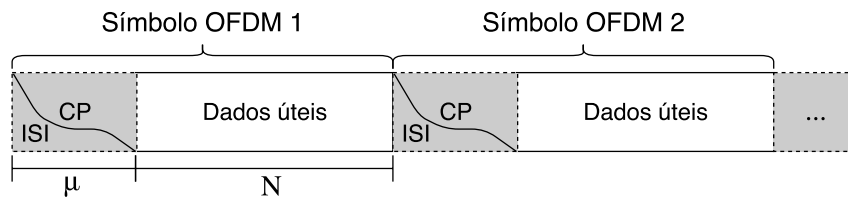
2.1.1 Conceitos Básicos

Os sistemas OFDM podem ser classificados como sistemas multiportadora. Esse tipo de sistema possui a vantagem de sofrer menos com ISI do que os sistemas de portadora única. Essa resistência à ISI se deve ao fato de que em uma transmissão multiportadora a taxa total de transmissão é dividida em N subcanais, de forma que para valores de N suficientemente grandes é possível se obter subcanais com largura de banda (B_N) muito menor do que a banda de coerência do canal ($B_N \ll B_c$). Dessa forma, os sinais transmitidos em cada subcanal (ou subportadora) irão experimentar desvanecimento aproximadamente plano, diminuindo os efeitos da ISI. Por outro lado, a banda B de um sinal transmitido com portadora única tende a ser maior que a banda de coerência do canal ($B > B_c$), levando a introdução de desvanecimento seletivo em frequência e, conseqüentemente, ISI.

Figura 1 – Prefixo cíclico de comprimento μ 

Fonte: adaptado de (GOLDSMITH, 2005).

Figura 2 – Efeito da ISI em uma transmissão OFDM típica



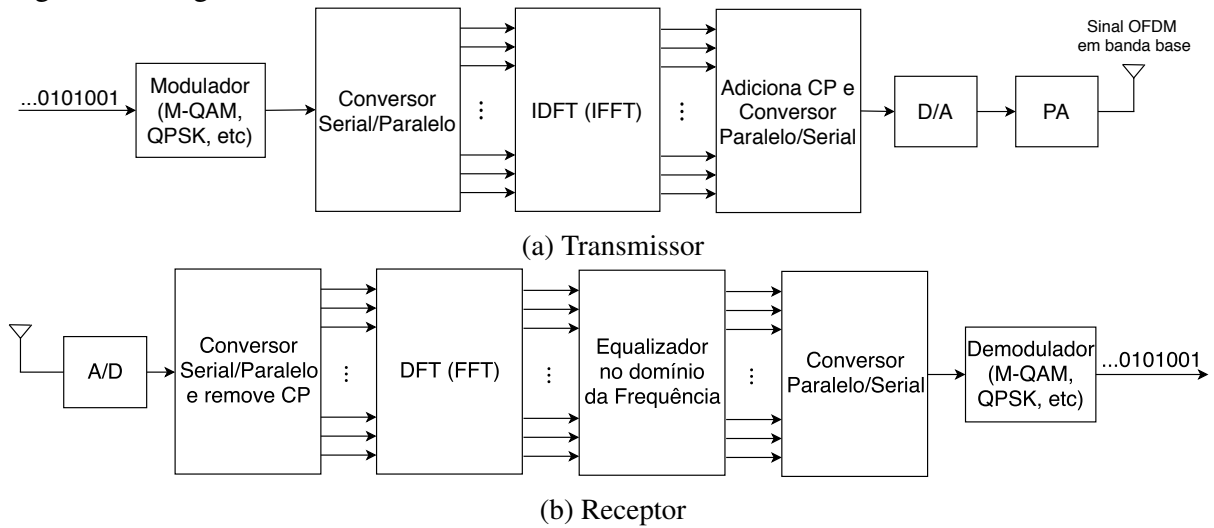
Fonte: adaptado de (GOLDSMITH, 2005).

Nos sistemas OFDM digitais modernos, a ISI pode ser completamente eliminada com a inserção de uma extensão cíclica em cada símbolo (GOLDSMITH, 2005). Essa extensão cíclica, também conhecida como prefixo cíclico (do inglês, *Cyclic Prefix - CP*), nada mais é do que uma cópia das μ últimas amostras de um símbolo OFDM inseridas no início do mesmo, como ilustrado na Figura 1, em que $x[n]$ é um sinal discreto no tempo com $0 \leq n \leq N - 1$. Em algumas situações, a ISI pode ser evitada simplesmente com a inserção um intervalo de guarda vazio no início de cada símbolo. Entretanto, a utilização do CP traz algumas vantagens adicionais aos sistemas OFDM. Além do combate à ISI, o prefixo cíclico garante a manutenção da ortogonalidade entre os símbolos OFDM (SHAH *et al.*, 2010) e permite uma equalização simples no domínio da frequência, já que converte a convolução linear, do sinal OFDM com o canal, em uma convolução circular. A Figura 2 ilustra o efeito da ISI em uma transmissão OFDM típica em que a estratégia de adição de CP é utilizada.

2.1.2 Transmissor e Receptor OFDM

A Figura 3 ilustra o processo de transmissão e recepção em banda base de um sistema OFDM digital típico. Na transmissão (Figura 3a), os símbolos de informação são inicialmente gerados serialmente no domínio da frequência, em geral, por meio de modulação QAM (do inglês, *Quadrature Amplitude Modulation*) ou PSK (do inglês, *Phase Shift Keying*) de ordem M , resultando em um vetor de símbolos complexos s_0, s_1, \dots, s_{N-1} . Em seguida, os símbolos gerados são convertidos em um único símbolo OFDM digital. Para isso, os símbolos QAM ou

Figura 3 – Diagrama de blocos de um sistema OFDM em banda base



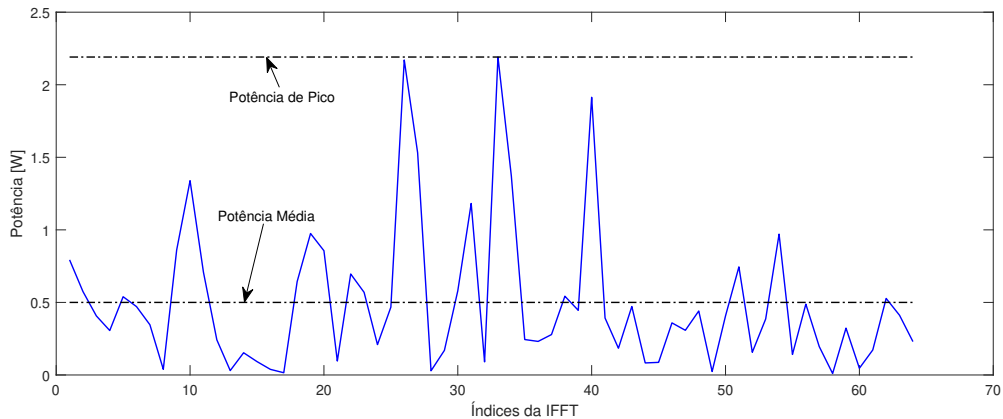
Fonte: elaborado pelo autor.

PSK são inicialmente convertidos de serial para paralelo e, em seguida, passam pelo bloco IFFT (do inglês, *Inverse Fast Fourier Transform*), que resulta em uma versão temporal desses símbolos $\tilde{s}_0, \tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_{N-1}$. Nesse ponto o prefixo cíclico é adicionado e os dados resultantes são novamente serializados. Por fim, o sinal resultante desse processo é convertido para analógico (D/A) e passa por um processo de amplificação (PA).

No percurso entre o transmissor e o receptor, o sinal analógico transmitido é filtrado pela resposta ao impulso do canal e corrompido por ruído aditivo gaussiano branco (do inglês, *Additive White Gaussian Noise - AWGN*), resultando em uma versão distorcida do sinal original. Além disso, como será discutido na Subseção 2.2, durante a amplificação pode ainda ocorrer a adição de NLD devido ao processo de amplificação não linear.

No receptor, para que os dados originais sejam recuperados, é realizado o processo inverso ao de transmissão, entretanto, com um bloco adicional destinado a equalização, de acordo com o ilustrado na Figura 3b. O primeiro passo do processo de recepção é a amostragem do sinal analógico (conversão A/D), de forma que os dados possam ser processados digitalmente mais uma vez. Logo após a conversão analógico/digital, a parte redundante do sinal (prefixo cíclico) é removida e os dados são convertidos de serial para paralelo. Após a transformada discreta de Fourier (do inglês, *Discrete Fourier Transform - DFT*) e, portanto, com o sinal já no domínio da frequência, é feito o processo de equalização do sinal, ou seja, cada amostra é dividida pela respectiva resposta em frequência. É importante ressaltar que embora os processos de transmissão e recepção estejam sendo tratados em banda base, todas as análises e considerações podem ser diretamente estendidas para a transmissão em banda passante.

Figura 4 – Símbolo OFDM com 64 subportadoras e modulação 16-QAM



Fonte: elaborado pelo autor.

2.1.3 PAPR

Como já mencionado, os sistemas OFDM possuem diversas vantagens como alta eficiência espectral e baixa suscetibilidade à ISI. Entretanto, existem também alguns problemas inerentes a sistemas baseados em OFDM. Dentre esses problemas, pode-se destacar a forte sensibilidade a desvios de frequência e alta razão entre a potência de pico e a potência média do sinal, chamada de PAPR (do inglês, *Peak to Average Power Ratio*), que é um dos principais problemas da técnica. A alta PAPR dos sistemas OFDM faz com que amplificadores de potência com uma alta faixa de operação linear sejam necessários para evitar problemas com distorção não linear. A introdução de NLD em um sinal OFDM faz com que ocorra emissão fora de faixa e interferência entre portadoras (ICI) no receptor, podendo degradar consideravelmente o desempenho do sistema (BONACCORSO *et al.*, 1999).

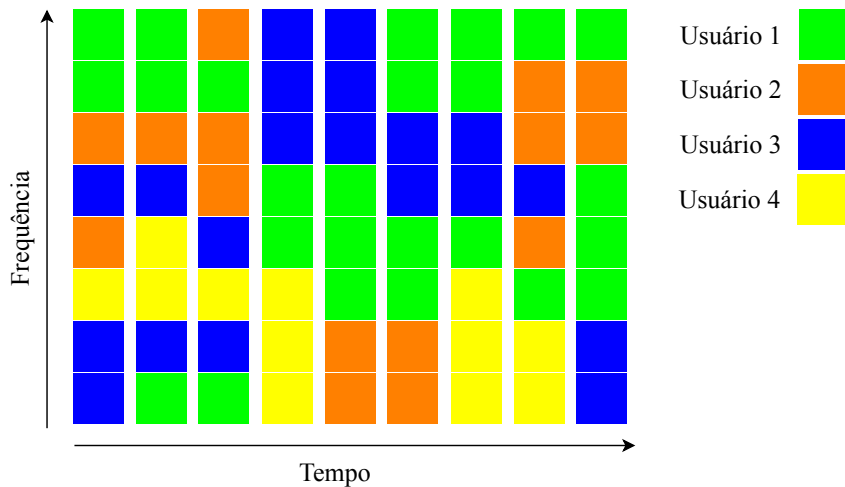
De forma matemática, a PAPR de um sinal \tilde{x}_n , discreto no tempo, é dada por (GOLDSMITH, 2005):

$$\text{PAPR} \triangleq \frac{\max_n \{|\tilde{x}_n|^2\}}{E[|\tilde{x}_n|^2]}. \quad (2.1)$$

em que $\max_n \{\cdot\}$ é o operador de máximo e $E[\cdot]$ é o operador esperança.

Na Figura 4 é mostrado um sinal OFDM com $N = 64$ subportadoras com modulação 16-QAM. Nela é possível observar a presença de um alto pico de potência, aproximadamente quatro vezes maior que a potência média do sinal. A presença desses picos de potência nos sinais OFDM se deve a uma soma em fase das portadoras, que são moduladas de forma independente.

Figura 5 – Estrutura das unidades de recurso OFDMA.



Fonte: elaborado pelo autor.

2.1.4 OFDMA

O múltiplo acesso por divisão em frequências ortogonais (OFDMA) é uma técnica de múltiplo acesso baseada em OFDM. Com essa técnica, uma ou mais subportadoras OFDM são alocadas para diferentes usuários de forma que os recursos do sistema possam ser utilizados por um ou mais usuários ao mesmo tempo. Assim, diferente da OFDM-TDMA convencional, em que todas as subportadoras são utilizadas por um único usuário em cada instante, o OFDMA permite a divisão de unidades de recurso de tempo e frequência, como ilustrado na Figura 5, de forma a promover maior liberdade na alocação de recursos.

A Figura 5 ilustra uma situação em que 4 usuários estão compartilhando um sistema de comunicação OFDMA de 8 subportadoras com alocação adaptativa. É possível observar que duas unidades de recurso (ou subportadoras) foram alocadas para o usuário 1 no primeiro instante de tempo. Já no segundo instante de tempo, uma nova subportadora foi alocada para o mesmo usuário. Essa mudança de alocação de forma adaptativa permite um melhor aproveitamento do sistema de comunicação, uma vez que, considerando um canal de comunicação seletivo em frequência e variante no tempo, os usuários podem se beneficiar das subportadoras com maior ganho em cada instante de tempo, de forma a se beneficiar da seletividade em frequência do sistema.

2.2 Modelagem de Amplificadores de Potência

Uma etapa importante na processo de transmissão em um sistema de comunicações sem fio é a amplificação do sinal a ser transmitido. Essa é a última etapa antes do envio efetivo

do sinal. É por meio da amplificação que a potência do sinal é elevada para um nível adequado às condições de propagação, o que garante que o sinal poderá ser decodificado no receptor. Em uma situação ideal, o sinal de saída é uma função linear do sinal de entrada. Contudo, em sistemas reais, os dispositivos que compõem os PAs podem introduzir vários tipos de distorções não lineares no sinal (VUOLEVI; RAHKONEN, 2003).

Como discutido anteriormente, os sistemas OFDM são bastante sensíveis às não linearidades encontradas nos transceptores, já que possuem uma alta PAPR, o que pode causar a quebra de ortogonalidade entre as subportadoras. Dentre as fontes de não linearidade mais comuns nos sistemas OFDM pode-se citar: erros de quantização devido às conversões digital-analógico e analógico-digital e não linearidades introduzidas pelo PA (RAHMATALLAH; MOHAN, 2013). No entanto, a não linearidade dos PAs costuma ter efeito dominante. Sendo assim, a utilização de modelos precisos para caracterizar os amplificadores de potência é de grande importância prática.

De maneira mais ampla, modelar as não linearidades de um amplificador de potência não é uma tarefa fácil. No entanto, uma abordagem comum é modelá-las como não linearidades sem memória com resposta não seletiva em frequência (RAHMATALLAH; MOHAN, 2013). Dessa forma, se o sinal na entrada do PA é dado por:

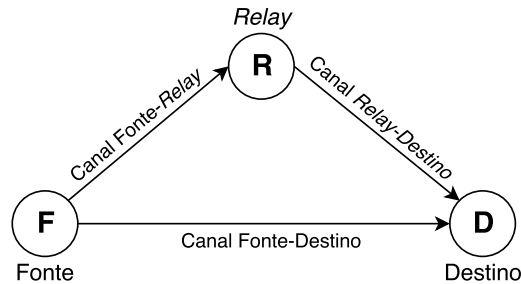
$$x(t) = |x(t)|e^{j\phi(t)}, \quad (2.2)$$

em que $|x(t)|$ e $\phi(t)$ são, respectivamente, a amplitude e fase do sinal na entrada do amplificador, então a saída será dada por:

$$y(t) = G[|x(t)|]e^{j\{\phi(t)+\Phi[|x(t)|]\}}, \quad (2.3)$$

em que $G[\cdot]$ modela a alteração na amplitude e $\Phi[\cdot]$ a alteração na fase do sinal de entrada, também chamadas de conversão AM/AM e AM/PM, respectivamente. Existem diversas formas de modelar $G[\cdot]$ e $\Phi[\cdot]$. Em (PEDRO; MAAS, 2005) é dada uma visão geral de alguns dos principais modelos utilizados na literatura. Neste trabalho, o PA é modelado como um polinômio com coeficientes de valores complexos e independentes na frequência. Esse modelo, também chamado de modelo polinomial quase sem memória, é amplamente utilizado na literatura para caracterizar as distorções de amplitude e de fase dos PAs (conversões AM/AM e AM/PM) quando a memória do PA é curta comparada as variações temporais do envelope do sinal de entrada (LI, 2013; BOHARA; TING, 2007; DING, 2004; RAICH, 2004). Uma breve apresentação do modelo polinomial será feita no Capítulo 3.

Figura 6 – Modelo de sistema cooperativo simplificado



Fonte: elaborado pelo autor.

2.3 Sistemas Cooperativos

A comunicação cooperativa surge como uma forma de aumentar o desempenho dos sistemas de comunicação sem fio, tornando possível a cooperação entre os diversos nós da rede. Um exemplo típico de sistema cooperativo é mostrado na Figura 6, em que um dispositivo, chamado de *relay* ou retransmissor, auxilia no processo de transmissão do sinal. Nesse exemplo, a chamada diversidade cooperativa poderia ser explorada por meio de alguma técnica de combinação no receptor (MITIĆ *et al.*, 2015; ENG *et al.*, 1996), já que caminhos independentes, com desvanecimentos descorrelacionados, são gerados entre o transmissor e o receptor, diminuindo a probabilidade de que todos os canais sofram de desvanecimento severo.

De maneira simplificada, um sistema cooperativo emula um ambiente MIMO por meio de um conjunto de dispositivos de única antena distribuídos espacialmente, permitindo o compartilhamento de recursos entre os diversos nós de uma rede por meio da transmissão e processamento distribuído da informação (LIU *et al.*, 2009). O processamento que o sinal transmitido recebe no *relay* é determinado pelo tipo de protocolo empregado. Além disso, os *relays* podem se comunicar por meio de uma comunicação *half-duplex*, em que a informação trafega de forma bidirecional e não simultânea ou *full-duplex*, em que a comunicação ocorre de forma bidirecional e simultânea. Neste trabalho, será considerada uma comunicação do tipo *one-way half-duplex*, em que a informação entre os nós trafega de forma não simultânea e através do mesmo canal de comunicação tanto no *downlink* quanto no *uplink*. Na literatura, os protocolos de retransmissão mais comuns nos sistemas de comunicação cooperativos são o AF e o DF. Neste trabalho, devido à sua menor complexidade, será utilizado o protocolo AF, detalhado a seguir.

No protocolo AF, o *relay* recebe o sinal da fonte e simplesmente retransmite uma versão amplificada, como o próprio nome sugere, do sinal recebido. Esse protocolo é frequente-

mente utilizado quando o tempo de processamento no *relay* precisa ser minimizado (MEIER, 2004), já que sua exigência computacional é bem menor se comparado ao DF, por exemplo.

O processo de amplificação neste protocolo pode ser feito basicamente de duas formas: por meio de um ganho fixo ou por meio de um ganho variável, dependendo do conhecimento do retransmissor em relação ao enlace. Em geral, o ganho fixo é utilizado quando o *relay* não tem conhecimento do canal e o ganho variável é utilizado quando se conhece os parâmetros do enlace. Dessa forma, considerando o sistema da Figura 6 e definido $h^{(SR)}$ como sendo o ganho do canal Fonte-*Relay*, o sinal que chega no *relay*, recebido da fonte, é dado por:

$$y^{(SR)} = \sqrt{P^{(S)}}h^{(SR)}x + n^{(R)}, \quad (2.4)$$

em que x é o sinal de informação com potência unitária, $P^{(S)}$ é a potência de transmissão da fonte e $n^{(R)}$ é o ruído gaussiano no *relay*. O ganho variável pode ser expresso por um fator inversamente proporcional à raiz quadrada da potência recebida, dado por:

$$g = \frac{\sqrt{P^{(R)}}}{\sqrt{P^{(S)}|h^{(SR)}|^2 + N_0}} \quad (2.5)$$

em que $P^{(R)}$ é a potência de transmissão do *relay* e N_0 é a potência do ruído. Quando a amplificação é feita em um sistema OFDM, o ganho variável será semelhante à (2.5), entretanto, com a diferença que $h^{(SR)}$ e, conseqüentemente, g irão depender da subportadora considerada.

Frequentemente, os sistemas cooperativos são implementados em cenários com múltiplos *relays*. Nesse cenário, uma das questões-chave para a eficiência do sistema é selecionar os melhores *relays* para cooperar. Em situações práticas, em geral, a cooperação de todos os *relays* é inviável/ineficiente. Sendo assim, a seleção surge como uma forma de aumentar o desempenho do sistema utilizando a menor quantidade de recursos possível, de forma a aumentar a eficiência espectral. Os benefícios da seleção de *relay* vem ao custo de uma maior complexidade computacional, já que em geral informações de estado do canal (do inglês, *Channel State Information* - CSI) serão requeridas.

2.4 MIMO Massivo

A utilização de múltiplas antenas nos sistemas de comunicações móveis remete ao final dos anos 90 (MARZETTA, 2016), período em que foi introduzido o conceito de MIMO ponto a ponto. Nesses sistemas, tanto os dispositivos dos usuários quanto a estação base possuem múltiplas antenas. Dessa forma, é possível obter uma melhora significativa na eficiência espectral

se comparado a uma comunicação com antena única nos terminais. Entretanto, existem alguns fatores que limitam a escalabilidade desses sistemas, como a dificuldade de fabricação de terminais de usuário com grandes *arrays* de antena, a complexidade no processamento dos sinais e a alta dependência do desempenho desses sistemas às condições de propagação (MARZETTA, 2016).

Uma forma de contornar algumas dessas limitações dos sistemas MIMO ponto a ponto é a utilização do conceito de MIMO multiusuário (LU *et al.*, 2014). Nesses sistemas, apenas a estação base precisa ter múltiplas antenas e os múltiplos usuários agem como um único nó, com antenas espalhadas espacialmente em cada usuário do sistema. Esses sistemas permitem que as vantagens do MIMO sejam exploradas mesmo com usuários de única antena. Além disso, as limitações em relação às condições de propagação são diminuídas. Por outro lado, a complexidade no processamento dos sinais e a exigência de CSI tanto no usuário quanto na estação base continuam limitando o sistema.

Mais recentemente, uma nova forma de explorar as múltiplas antenas tem sido bastante estudada no contexto de telefonia móvel, os chamados sistemas MIMO massivo. Os sistemas MIMO massivo podem ser vistos como um caso especial de um sistema MIMO multiusuário em que a estação base possui uma grande quantidade de antenas. Nos sistemas MIMO massivo, a quantidade de antenas na estação base é tipicamente muito maior que o número de usuários, o que traz uma série de vantagens. Nesses sistemas, devido a um efeito conhecido por *channel hardening*, a CSI é necessária apenas na estação base. Além disso, técnicas de processamento de sinais simples fornecem resultados aproximadamente ótimos no regime MIMO massivo (BJÖRNSSON *et al.*, 2017).

Neste trabalho, um sistema multiusuário OFDM cooperativo é considerado, tanto para caso de única antena na estação base quanto para o caso MIMO massivo, em uma transmissão *uplink*. Para o caso MIMO massivo, considera-se que K *relays* de única antena se comunicam com a estação base, que possui $M_{BS} \gg K$ antenas. Logo, o vetor de sinal recebido na BS, na subportadora n , pode ser representado genericamente por:

$$\mathbf{y}_n = \sum_{k=1}^K \mathbf{h}_{k,n} x_{k,n} + \mathbf{v}_n \in \mathbb{C}^{M_{BS} \times 1} \quad (2.6)$$

em que $\mathbf{h}_{k,n} \in \mathbb{C}^{M_{BS} \times 1}$ é o vetor de respostas em frequência dos canais entre o *relay* k e todas as antenas da estação base e $\mathbf{v}_n \in \mathbb{C}^{M_{BS} \times 1}$ é o vetor de AWGN.

Com base na suposição de que as respostas em frequência para diferentes *relays* são independentes, os canais dos *relays* tornam-se assintoticamente ortogonais à medida que o

número de antenas na BS tende ao infinito (BJÖRNSSON *et al.*, 2017). Isso significa que para um grande número de antenas, $\frac{1}{M_{BS}} \|\mathbf{h}_{k,n}\|^2 \cong P_h$ e $\frac{1}{M_{BS}} [\mathbf{h}_{k_1,n}]^H \mathbf{h}_{k_2n} \cong 0$, para $k_1 \neq k_2$. Esse resultado permite que diversos usuários ou *relays* transmitam simultaneamente, com baixa interferência entre eles, usando-se apenas um receptor simples na BS, como a combinação de máxima razão (do inglês, *Maximum Ratio Combining* - MRC) (MARZETTA, 2016). No caso particular do presente trabalho, o arranjo de antenas na estação base com um elevado número de antenas servirá para cancelar as NLDs oriundas de outros *relays*, como será visto no próximo capítulo.

3 MODELO DE SISTEMA E CARACTERIZAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta o modelo de sistema adotado neste trabalho, bem como alguns resultados teóricos desenvolvidos relativos à caracterização deste sistema. Em particular, expressões para a variância da distorção não linear são generalizadas para o cenário considerado e algumas expressões para a SNR instantânea são derivadas. As expressões de SNR desenvolvidas, juntamente com as expressões para a variância da NLD, fornecem uma caracterização da qualidade do enlace do sistema levando em conta a NLD inserida pelos PAs dos usuários e *relays*. Além disso, estas expressões serão usadas pelos algoritmos de alocação de potência propostos no Capítulo 4. Na Seção 3.1, é apresentado o modelo de sistema adotado, destacando todas as considerações que foram feitas para a obtenção dos resultados. Na Seção 3.2, as expressões da constante do PA e variância da NLD desenvolvidas em (TELES, 2018) são generalizadas para o modelo de sistema considerado. Na Seção 3.3, é feito o desenvolvimento das expressões para a SNR instantânea do sistema. Por fim, na Seção 3.4, todos os desenvolvimentos são estendidos para o caso MIMO massivo.

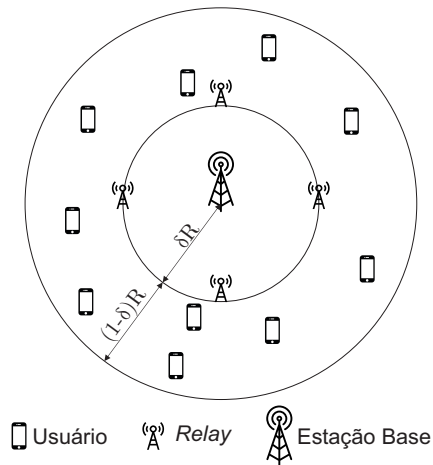
Mais especificamente, as principais contribuições deste capítulo são listadas a seguir:

- Apresentação de um modelo teórico para o *uplink* de um sistema OFDMA cooperativo AF com múltiplos usuários e múltiplos *relays*, ambos com amplificadores de potência não lineares.
- Extensão das expressões desenvolvidas em (TELES, 2018), para a constante do PA e variância da NLD, para o cenário multiusuário e *multirelay* considerado.
- Desenvolvimento de uma expressão fechada para a SNR instantânea do sistema.
- Proposição de aproximações na expressão da SNR instantânea do sistema de forma a se obter uma expressão mais compacta para utilização posterior em algoritmos de alocação de recursos.
- Modelagem e desenvolvimento de expressões analíticas para a SNR instantânea do sistema considerado assumindo um grande número de antenas na estação base (caso MIMO massivo).

3.1 Modelo de Sistema

Um esquema simplificado do modelo de sistema adotado neste capítulo é mostrado na Figura 7. É considerado um cenário cooperativo multiusuário composto por J usuários,

Figura 7 – Modelo de sistema cooperativo OFDMA-AF com múltiplos *relays* e usuários



Fonte: elaborado pelo autor.

K relays e uma estação base (do inglês, *Base Station* - BS), todos com uma única antena e utilizando N subportadoras para múltiplo acesso por divisão de frequências ortogonais (do inglês, *Orthogonal Frequency Division Multiple Access* - OFDMA). Além disso, é considerada uma transmissão *uplink* (enlace ascendente) em duas etapas temporais, em que o sinal de informação é inicialmente transmitido de um usuário para os relays e, em seguida, é encaminhado dos relays para a estação base usando o protocolo de retransmissão AF. Todos os nós (usuários, relays e estação base) operam em modo *half-duplex* e são sincronizados a nível de símbolo. Também é assumido que todos os canais sem fio têm desvanecimento seletivo em frequência independentes e que o comprimento do prefixo cíclico OFDMA é maior ou igual ao atraso máximo de multipercurso.

Além disso, os amplificadores de potência (do inglês, *Power Amplifiers* - PAs) dos usuários e relays são modelados por funções não lineares. Tal suposição é realista em um cenário *uplink*, uma vez que dispositivos móveis e estações retransmissoras têm *hardware* mais barato em comparação com estações base convencionais em redes celulares.

Na segunda fase de transmissão, é adotada uma estratégia de seleção de *relay* por subportadora. Desse modo, durante cada ciclo de transmissão, uma dada subportadora n será utilizada apenas por um par usuário-*relay*. As potências de transmissão na entrada dos PAs do j -ésimo usuário e do k -ésimo *relay*, na subportadora n , são denotadas respectivamente por $P_{j,n}^{(U)}$ e $P_{k,n}^{(R)}$. Se a n -ésima subportadora não for usada pelo usuário j , então $P_{j,n}^{(U)} = 0$. Da mesma forma, se a subportadora n do *relay* k não estiver ativa, então $P_{k,n}^{(R)} = 0$. Além disso, os símbolos de

dados transmitidos são considerados independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.), com uma distribuição uniforme sobre um alfabeto da modulação de amplitude em quadratura (do inglês, *Quadrature Amplitude Modulation* - QAM) ou da modulação por deslocamento de fase (do inglês, *Phase Shift Keying* - PSK).

Matematicamente, o sinal de tempo discreto em banda base transmitido pelo j -ésimo usuário, no domínio do tempo, após a amplificação, pode ser escrito como:

$$\tilde{u}_{j,n'}^{(U)} = F^{(U)}(\tilde{s}_{j,n'}), \quad (3.1)$$

para $1 \leq n' \leq N + M_{CP}$, em que n' é o índice de tempo discreto, M_{CP} é o comprimento do prefixo cíclico, $F^{(U)}(\cdot)$ é a função sem memória que modela o PA dos usuários e $\tilde{s}_{j,n'}$ é o símbolo de dados do usuário j no tempo discreto n' .

Assumindo um alto número de subportadoras e usando a extensão do teorema de Bussgang para não linearidades de banda passante sem memória com entradas gaussianas complexas, (3.1) pode ser reescrita como (DARDARI *et al.*, 2000):

$$\tilde{u}_{j,n'}^{(U)} = K_j^{(U)} \tilde{s}_{j,n'} + \tilde{d}_{j,n'}^{(U)}, \quad (3.2)$$

em que $\tilde{d}_{j,n'}^{(U)}$ é a distorção não linear no domínio do tempo, descorrelacionada com $\tilde{s}_{j,n'}$ e $K_j^{(U)}$ é uma constante complexa associada com o PA do j -ésimo usuário.

Reescrevendo (3.2) no domínio da frequência, tem-se:

$$u_{j,n}^{(U)} = K_j^{(U)} s_{j,n} + d_{j,n}^{(U)}, \quad (3.3)$$

em que $u_{j,n}^{(U)}$, $s_{j,n}$ e $d_{j,n}^{(U)}$ são as transformadas discretas de Fourier (DFTs) de $\tilde{u}_{j,n'}^{(U)}$, $\tilde{s}_{j,n'}$ e $\tilde{d}_{j,n'}^{(U)}$, respectivamente. Em (BANELLI; CACOPARDI, 2000), é mostrado que a distorção não linear no domínio da frequência $d_{j,n}^{(U)}$ tem distribuição gaussiana e é descorrelacionada com $s_{j,n}$. De agora em diante, $K_j^{(U)}$ será chamado de “Constante do PA” e a distorção não linear no domínio da frequência $d_{j,n}^{(U)}$ será simplesmente denominada distorção não linear ou NLD. Além disso, é importante notar que $s_{j,n} = 0$ para todas as subportadoras não ativas do usuário j , uma vez que $P_{j,n}^{(U)}$ é nulo para essas subportadoras.

Em (DARDARI *et al.*, 2000) e (FERNANDES *et al.*, 2012), expressões analíticas para a constante do PA $K_j^{(U)}$ e para a variância da NLD $d_{j,n}^{(U)}$ são derivadas para o caso dos modelos de PA *soft-clipping* e polinomial de terceira ordem, respectivamente, considerando que todas as subportadoras têm a mesma potência de transmissão. Em (BANELLI; CACOPARDI,

2000), essas expressões são desenvolvidas para o caso de um PA *soft-clipping* com uma alocação de potência genérica entre as subportadoras.

É importante mencionar que se o usuário j está transmitindo em alguma subportadora, a NLD $d_{j,n}^{(U)}$ pode ser não nula para $j \neq j_n$, em que j_n é o índice do usuário que está ativo na n -ésima subportadora, com $1 \leq j_n \leq J$. Isso significa que um usuário que não está transmitindo na n -ésima subportadora pode emitir NLD nessa subportadora. Isso se deve ao fato de que a função não linear espalha o espectro do sinal, causando a introdução de distorção em outras subportadoras (FERNANDES *et al.*, 2014).

Portanto, o sinal recebido pelo k -ésimo *relay* na subportadora n , no domínio da frequência, é dado por:

$$x_{k,n}^{(R)} = \sum_{j=1}^J h_{j,k,n}^{(UR)} u_{j,n}^{(U)} + v_{k,n}^{(R)}, \quad (3.4)$$

em que $h_{j,k,n}^{(UR)}$ é a resposta em frequência do canal na n -ésima subportadora do enlace entre o j -ésimo usuário e o k -ésimo *relay* e $v_{k,n}^{(R)}$ é o ruído aditivo gaussiano branco (do inglês, *Additive White Gaussian Noise* - AWGN) no domínio da frequência experimentado pelo *relay* k na banda da subportadora n . Substituindo (3.3) em (3.4), o sinal recebido pelo k -ésimo *relay* pode ser reescrito como:

$$x_{k,n}^{(R)} = h_{j_n,k,n}^{(UR)} K_{j_n}^{(U)} s_{j_n,n} + \sum_{j=1}^J h_{j,k,n}^{(UR)} d_{j,n}^{(U)} + v_{k,n}^{(R)}. \quad (3.5)$$

Em (3.5), é usado o fato de que o único usuário ativo na subportadora n é o usuário j_n . O segundo termo à direita de (3.5) corresponde às NLDs emitidas pelos usuários, inclusive aqueles que não estão usando a subportadora n para transmissão.

No *relay* k , $x_{k,n}^{(R)}$ é multiplicado por um ganho da seguinte maneira: $q_{k,n}^{(R)} = g_{k,n} x_{k,n}^{(R)}$, em que $g_{k,n}$ é o fator de amplificação do k -ésimo *relay* na n -ésima subportadora. Neste trabalho, para controlar a potência de transmissão nos *relays* é considerado um ganho variável, dado pela raiz quadrada da razão entre as potências instantâneas transmitidas e recebidas:

$$g_{k,n} = \sqrt{\frac{P_{k,n}^{(R)}}{\left| h_{j_n,k,n}^{(UR)} K_{j_n}^{(U)} \right|^2 P_{j_n,n}^{(U)} + \sum_{j=1}^J \left| h_{j,k,n}^{(UR)} \right|^2 \sigma_{d_{j,n}^{(U)}}^2 + \sigma_v^2}}. \quad (3.6)$$

em que σ_v^2 é a variância do AWGN. Observe que o fator de amplificação $g_{k,n}$ é nulo para todas as subportadoras não ativas do *relay* k , já que $P_{k,n}^{(R)} = 0$ para essas subportadoras.

A transformada discreta de Fourier inversa (do inglês, *Inverse Discrete Fourier Transform* - IDFT) de $q_{k,n}^{(R)}$ é, então, calculada e o prefixo cíclico é inserido. Similarmente ao que ocorre nos usuários, a versão de $q_{k,n}^{(R)}$ no domínio do tempo é amplificada por um PA que é modelado como uma função sem memória $F^{(R)}(\cdot)$. Da mesma forma que em (3.3), o sinal transmitido na n -ésima subportadora pelo *relay* k , depois da amplificação, no domínio da frequência, pode ser escrito como:

$$u_{k,n}^{(R)} = K_k^{(R)} g_{k,n} x_{k,n}^{(R)} + d_{k,n}^{(R)}, \quad (3.7)$$

em que $d_{k,n}^{(R)}$ é a distorção não linear inserida pelo amplificador de potência do k -ésimo *relay* (descorrelacionado de $x_{k,n}^{(R)}$) e $K_k^{(R)}$ é uma contante de valor complexo associada com o PA do mesmo *relay*. Assim como em (3.3), se o k -ésimo *relay* tem alguma subportadora ativa, a NLD $d_{k,n}^{(R)}$ pode ser não nula para $k \neq k_n$, em que k_n é o *relay* selecionado para retransmitir o sinal na n -ésima subportadora, com $1 \leq k_n \leq K$. Portanto, o sinal recebido no nó de destino (BS) na n -ésima subportadora é dado por:

$$y_n^{(D)} = \sum_{k=1}^K h_{k,n}^{(RD)} u_{k,n}^{(R)} + v_n^{(D)}, \quad (3.8)$$

em que $h_{k,n}^{(RD)}$ é a resposta em frequência do canal na n -ésima subportadora do *link* entre o *relay* k e a BS, e $v_n^{(D)}$ é o AWGN correspondente no domínio da frequência na banda da subportadora n .

Substituindo (3.7) em (3.8), tem-se:

$$y_n^{(D)} = h_{k_n,n}^{(RD)} K_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} x_{k_n,n}^{(R)} + \sum_{k=1}^K h_{k,n}^{(RD)} d_{k,n}^{(R)} + v_n^{(D)}. \quad (3.9)$$

Em (3.9), é usado o fato de que o único *relay* ativo na subportadora n é o *relay* k_n . O segundo termo do lado direito de (3.9) corresponde às NLDs emitidos pelos *relays*, incluindo aqueles que não estão transmitindo na subportadora n . Usando (3.5), a equação (3.9) torna-se:

$$\begin{aligned} y_n^{(D)} &= h_{k_n,n}^{(RD)} K_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} h_{j_n,k_n,n}^{(UR)} K_{j_n}^{(U)} s_{j_n,n} + h_{k_n,n}^{(RD)} K_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} \sum_{j=1}^J h_{j,k_n,n}^{(UR)} d_{j,n}^{(U)} + \\ &+ \sum_{k=1}^K h_{k,n}^{(RD)} d_{k,n}^{(R)} + h_{k_n,n}^{(RD)} K_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} v_{k_n,n}^{(R)} + v_n^{(D)}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

A equação (3.10) mostra que o sinal recebido pela estação base está corrompido pelo ruído $d_{j,n}^{(U)}$ (distorção não linear) inserido pelos PAs de todos os usuários, bem como pelo ruído $d_{k,n}^{(R)}$ adicionado pelos PAs de todos os *relays*, incluindo os usuários e *relays* que não estão ativos na subportadora n .

3.2 Derivação da Variância da NLD e Constante do PA

Para uma análise teórica mais aprofundada do sistema considerado, é necessário uma forma de modelar com precisão os parâmetros do PA dos *relays* e usuários (constante do PA e variância da NLD). Como mencionado anteriormente, (BANELLI; CACOPARDI, 2000) e (TELES, 2018) desenvolveram expressões para a constante do PA e variância da NLD que caracterizam o efeito de um PA não linear em uma transmissão OFDM com alocação de potência genérica entre as subportadoras, para os modelos *soft-clipping* e polinomial de terceira ordem, respectivamente. Entretanto, estes dois trabalhos consideram apenas o caso de uma transmissão ponto a ponto, com PA não linear no transmissor.

As expressões desenvolvidas em (TELES, 2018) são particularmente importantes para o nosso trabalho, uma vez que nós também consideraremos, a partir desta seção, que os PAs dos usuários e *relays* são modelados por polinômios de terceira ordem. Este modelo de PA foi escolhido devido à sua simplicidade e precisão na representação de PAs da vida real. De fato, polinômios de terceira ordem têm sido amplamente usados para modelar PAs não lineares (ASCHBACHER, 2005; DING *et al.*, 2004; BOHARA; TING, 2008; FERNANDES *et al.*, 2012).

Nesta seção, as expressões para o modelo polinomial de terceira ordem desenvolvidas em (TELES, 2018) são estendidas para um cenário cooperativo multiusuário e *multirelay*. Em particular, será demonstrado que, embora todos os *relays* e usuários possam emitir NLD em todas as subportadoras, o cálculo da variância da NLD em um usuário ou *relay* não depende da NLD emitida pelos outros usuário/*relays*, de forma que as expressões desenvolvidas em (TELES, 2018) para o caso ponto a ponto podem ser diretamente generalizadas para a NLD emitida pelos *relays*.

3.2.1 Modelo Polinomial para o PA

O modelo polinomial de ordem $(2P + 1)$ equivalente em banda base, no domínio do tempo, para os PAs dos usuários é descrito pela seguinte relação (FERNANDES *et al.*, 2012):

$$\tilde{u}_{j,n'}^{(U)} = \sum_{p=0}^P c_{2p+1}^{(U)} |\tilde{s}_{j,n'}|^{2p} \tilde{s}_{j,n'}, \quad (3.11)$$

em que $c_{2p+1}^{(U)}$, para $0 \leq p \leq P$, são os coeficientes do polinômio. O modelo em banda base equivalente apresentado em (3.11) inclui apenas termos de potência de ordem ímpar com um

termo não conjugado a mais do que termos conjugados. Isso se deve ao fato de as componentes espectrais de todos os outros produtos do sinal de entrada ($\tilde{s}_{j,n'}$) estarem fora da largura de banda do sinal, o que possibilita sua eliminação por filtragem de banda passante (DARDARI *et al.*, 2000; BANELLI; CACOPARDI, 2000). Por razões de simplicidade, consideramos que os PAs de todos os usuários podem ser modelados da mesma forma, i.e., possuem os mesmos coeficientes.

Para o caso de um PA polinomial de terceira ordem, usa-se $P = 1$. Calculando a FFT de (3.11) com $P = 1$, temos (FERNANDES *et al.*, 2012):

$$u_{j,n}^{(U)} = c_1^{(U)} s_{j,n} + c_3^{(U)} \xi_n(s_{j,n}), \quad (3.12)$$

em que

$$\xi_n(s_{j,n}) = \frac{1}{N} \sum_{n_1=1}^N \sum_{n_2=1}^N s_{j,n_1}^* s_{j,n_2} s_{j,cir(n+n_1-n_2,N)} \quad (3.13)$$

e a função $cir(x, N)$, para $-N + 2 \leq x \leq 2N - 1$ é definida como: $cir(x, N) = x + N$ se $-N + 2 \leq x \leq 0$, $cir(x, N) = x$ se $1 \leq x \leq N$ e $cir(x, N) = x - N$ se $N + 1 \leq x \leq 2N - 1$.

De (3.12) e (3.13), pode-se concluir que a saída do PA pode ser não nula em subportadoras não ativas. De fato, mesmo se $s_{j,n} = 0$, temos $u_{j,n}^{(U)} \neq 0$ se os índices n_1, n_2 e $cir(n + n_1 - n_2, N)$ pertencem ao conjunto de subportadoras ativas do usuário j , levando a $d_{j,n}^{(U)} = u_{j,n}^{(U)} \neq 0$. Em outras palavras, um usuário que não está ativo na subportadora n pode emitir NLD nesta subportadora. Como mencionado anteriormente, isso se deve ao espalhamento do espectro do sinal causado pela função não linear (FERNANDES *et al.*, 2014). O mesmo raciocínio é válido para a NLD inserida pelos PAs dos *relays*.

3.2.2 Demonstração da Validade das Expressões

Para os usuários, a constante do PA e a variância da NLD, usando um modelo polinomial de terceira ordem, pode ser extraída diretamente do caso ponto a ponto, derivado em (TELES, 2018). Assim, a constante do PA do usuário j pode ser escrita como:

$$K_j^{(U)} = c_1^{(U)} + 2c_3^{(U)} \bar{P}_j^{(U)} \quad (3.14)$$

em que $\bar{P}_j^{(U)} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N P_{j,n}^{(U)}$ é a potência média de transmissão no j -ésimo usuário. Do mesmo modo, a expressão para a variância da NLD pode ser estendida diretamente de (TELES, 2018) e é dada por:

$$\sigma_{d_{j,n}^{(U)}}^2 = \left| c_1^{(U)} \right|^2 P_{j,n}^{(U)} + 2\text{Re} \left\{ c_1^{(U)} c_3^{(U)*} \mathbb{E} [s_{j,n} \xi_n^*(s_{j,n})] \right\} + \left| c_3^{(U)} \right|^2 \mathbb{E} [|\xi_n(s_{j,n})|^2] - \left| K_j^{(U)} \right|^2 P_{j,n}^{(U)}, \quad (3.15)$$

com

$$\mathbb{E} [\xi_n(s_n)s_n^*] = \frac{1}{N} \left(\mu_n^{(4)} + 2 \left(\mu_n^{(2)} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n}}^N \mu_{n_1}^{(2)} \right) + \rho_n^{(2)} \rho_{\text{cir}(n+N/2)}^{(2)} \right) \quad (3.16)$$

e

$$\begin{aligned} \mathbb{E} [|\xi_n(s_n)|^2] &= \frac{1}{N^2} \mu_n^{(6)} + 4\mu_n^{(2)} \left(\frac{\bar{\mu}^{(4)}}{N} - \frac{\mu_n^{(4)}}{N^2} \right) + 4\mu_n^{(4)} \left(\frac{\bar{\mu}^{(2)}}{N} - \frac{\mu_n^{(2)}}{N^2} \right) + \\ &+ \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n}}^N \mu_{n_2}^{(4)} \mu_{\text{cir}(2n_2-n,N)}^{(2)} + 4\mu_n^{(2)} \left(\left(\bar{\mu}^{(2)} \right)^2 - 2\frac{\bar{\mu}^{(2)}\mu_n^{(2)}}{N} + 2\frac{\left(\mu_n^{(2)} \right)^2}{N^2} - \sum_{n_1=1}^N \frac{\left(\mu_{n_1}^{(2)} \right)^2}{N^2} \right) + \\ &+ \frac{2}{N^2} \sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n}}^N \mu_{n_2}^{(2)} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n_2, \\ n_1 \neq \text{cir}(2n_2-n,N)}}^N \mu_{n_1}^{(2)} \mu_{\text{cir}(n+n_1-n_2,N)}^{(2)} + \frac{2}{N^2} \rho_n^{(1,3)} \rho_{\text{cir}(n+N/2,N)}^{(2)} + \frac{4}{N^2} \rho_n^{(2)} \rho_{\text{cir}(n+N/2,N)}^{(1,3)} + \\ &+ \frac{4}{N} \rho_n^{(2)} \rho_{\text{cir}(n+N/2,N)}^{(2)} \left(\bar{\mu}^{(2)} - \frac{\mu_n^{(2)}}{N} - \frac{\mu_{\text{cir}(n+N/2,N)}^{(2)}}{N} \right) + \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n, \\ n_2 \neq \text{cir}(n+N/2,N)}} \rho_{n_2}^{(2)} \rho_{\text{cir}(n_2+N/2,N)}^{(2)} \mu_{\text{cir}(2n_2-n,N)}^{(2)} + \\ &+ \frac{4}{N^2} \mu_{\text{cir}(n+N/2)}^{(2)} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n, \\ n_1 \neq \text{cir}(n+N/2,N)}} \rho_{n_1}^{(2)} \rho_{\text{cir}(n_1+N/2,N)}^{(2)}, \end{aligned} \quad (3.17)$$

em que $\mu_{j,n}^{(i)} = \mathbb{E} [|s_{j,n}|^i]$ e $\rho_{j,n}^{(i)} = \mathbb{E} [s_{j,n}^i]$.

Como pode ser observado, (3.15) resulta em uma expressão para a variância da NLD bastante complexa. Uma forma de simplificar essa expressão é por meio de uma aproximação para um número suficientemente grande de subportadoras. Para isso, considera-se $N \gg 1$, de forma que, substituindo (3.16) e (3.17) em (3.15), a variância da NLD nos usuários pode ser aproximada por:

$$\sigma_{d_{j,n}^{(U)}}^2 = \frac{2 |c_3^{(U)}|^2}{N^2} \sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n}}^N P_{j,n_2}^{(U)} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n_2, \\ n_1 \neq \text{cir}(2n_2-n,N)}}^N P_{j,n_1}^{(U)} P_{j,\text{cir}(n+n_1-n_2,N)}^{(U)}. \quad (3.18)$$

Estes resultados, como demonstrado a seguir, podem ser estendidos para os *relays* do sistema cooperativo multiusuário e *multirelay* considerado.

Teorema 3.2.1. *Seja $u_{j,n}^{(U)}$, dado por (3.3), a saída do PA do j -ésimo usuário e $q_{k,n}^{(R)} = g_{k,n} x_{k,n}^{(R)}$, em que $x_{k,n}^{(R)}$ é dado por (3.4), a entrada do PA do k -ésimo relay, na subportadora n , no domínio da frequência. Então, $\mathbb{E}[q_{k,n}^{(R)} q_{k,n'}^{(R)*}] = 0$, para $n \neq n'$.*

Demonstração. De (3.4), temos:

$$\mathbb{E} \left[q_{k,n}^{(R)} q_{k,n'}^{(R)*} \right] = g_{k,n} g_{k,n'}^* \mathbb{E} \left[x_{k,n}^{(R)} x_{k,n'}^{(R)*} \right] = g_{k,n} g_{k,n'}^* \sum_{j_1=1}^J \sum_{j_2=1}^J h_{j_1,k,n}^{(UR)} h_{j_2,k,n'}^{(UR)*} \mathbb{E} \left[u_{j_1,n}^{(U)} u_{j_2,n'}^{(U)*} \right]. \quad (3.19)$$

Usando (3.12), tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left[u_{j_1,n}^{(U)} u_{j_2,n'}^{(U)*} \right] &= c_{j_1,1}^{(U)} c_{j_2,1}^{(U)*} \mathbb{E} \left[s_{j_1,n} s_{j_2,n'}^* \right] + c_{j_1,1}^{(U)} c_{j_2,3}^{(U)*} \mathbb{E} \left[s_{j_1,n} \xi_n^*(s_{j_2,n'}) \right] + \\ &+ c_{j_1,3}^{(U)} c_{j_2,1}^{(U)*} \mathbb{E} \left[\xi_n(s_{j_1,n}) s_{j_2,n'}^* \right] + c_{j_1,3}^{(U)} c_{j_2,3}^{(U)*} \mathbb{E} \left[\xi_n(s_{j_1,n}) \xi_n^*(s_{j_2,n'}) \right]. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Usando o fato de que $\mathbb{E} \left[s_{j_1,n} s_{j_2,n'}^* \right] = 0$, para $n \neq n'$ e usando o Lema A.0.1 do Apêndice A, é fácil concluir que $\mathbb{E} \left[u_{j_1,n}^{(U)} u_{j_2,n'}^{(U)*} \right] = 0$ e, portanto, $\mathbb{E} \left[q_{k,n}^{(R)} q_{k,n'}^{(R)*} \right] = 0$, para $n \neq n'$. \square

Como demonstrado no Teorema 3.2.1, as entradas do PA no *relay* k , no domínio da frequência, em duas subportadoras diferentes, não estão correlacionadas, i.e., $\mathbb{E} \left[q_{k,n}^{(R)} q_{k,n'}^{(R)*} \right] = 0$. Dessa forma, a mesma abordagem utilizada para a derivação das expressões da constante do PA e variância da NLD dos usuários pode ser utilizada para os *relays*. Assim, para um grande número de subportadoras, a constante do PA e a variância da NLD dos *relays* podem ser escritas, respectivamente, como:

$$K_k^{(R)} = c_1^{(R)} + 2c_3^{(R)} \bar{P}_k^{(R)} \quad (3.21)$$

e

$$\sigma_{d_{k,n}}^{2(R)} = \frac{2 \left| c_3^{(R)} \right|^2}{N^2} \sum_{\substack{n_2=1, \\ n_2 \neq n}}^N P_{k,n_2}^{(R)} \sum_{\substack{n_1=1, \\ n_1 \neq n_2, \\ n_1 \neq \text{cir}(2n_2-n, N)}}^N P_{k,n_1}^{(R)} P_{k, \text{cir}(n+n_1-n_2, N)}^{(R)}. \quad (3.22)$$

em que $\bar{P}_k^{(R)} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N P_{k,n}^{(R)}$ é a potência média de transmissão no k -ésimo *relay*. Expressões exatas para a variância da NLD dos *relays* podem ser derivadas de forma análoga ao que foi feito para os usuários. Tais expressões foram omitidas por simplicidade.

3.3 Derivação da SNR Instantânea

Nesta seção, são desenvolvidas expressões para a SNR instantânea do sinal recebido no sistema proposto na Seção 3.1. Inicialmente, é demonstrada uma expressão exata para a SNR instantânea e, em seguida, duas expressões aproximadas são apresentadas. Estas expressões, além de fornecerem uma caracterização da qualidade do enlace do sistema, serão usadas pelos algoritmos de alocação de potência propostos no próximo capítulo.

Usando o fato de que $\mathbb{E}[u_{k_1,n}^{(R)} u_{k_2,n}^{(R)*}] = 0$, para $k_1 \neq k_2$ (demonstrado no Teorema A.0.2 do Apêndice A) e (3.8), pode-se escrever:

$$\mathbb{E} \left[\left| y_n^{(D)} \right|^2 \right] = \sum_{k=1}^K \left| h_{k,n}^{(RD)} \right|^2 \mathbb{E} \left[\left| u_{k,n}^{(R)} \right|^2 \right] + \sigma_v^2, \quad (3.23)$$

em que

$$\mathbb{E} \left[\left| u_{k,n}^{(R)} \right|^2 \right] = \left| K_k^{(R)} g_{k,n} \right|^2 \mathbb{E} \left[\left| x_{k,n}^{(R)} \right|^2 \right] + \sigma_{d_{k,n}^{(R)}}^2. \quad (3.24)$$

Além disso, usando o fato de que $\mathbb{E}[u_{j_1,n}^{(U)} u_{j_2,n}^{(U)*}] = 0$, para $j_1 \neq j_2$ (demonstrado no Teorema A.0.2 do Apêndice A) e (3.4), tem-se:

$$\mathbb{E} \left[\left| x_{k,n}^{(R)} \right|^2 \right] = \sum_{j=1}^J \left| h_{j,k,n}^{(UR)} \right|^2 \mathbb{E} \left[\left| u_{j,n}^{(U)} \right|^2 \right] + \sigma_v^2, \quad (3.25)$$

em que

$$\mathbb{E} \left[\left| u_{j,n}^{(U)} \right|^2 \right] = \left| K_j^{(U)} \right|^2 P_{j,n}^{(U)} + \sigma_{d_{j,n}^{(U)}}^2. \quad (3.26)$$

Substituindo (3.24) - (3.26) em (3.23) e levando em consideração que $P_{j,n}^{(U)} = 0$, para $j \neq j_n$, e $g_{k,n} = 0$, para $k \neq k_n$, a SNR instantânea de $y_n^{(D)}$ pode ser escrita como:

$$\gamma_n^{(D)} = \frac{\left| h_{k_n,n}^{(RD)} K_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} h_{j_n,k_n,n}^{(UR)} K_{j_n}^{(U)} \right|^2 P_{j_n,n}^{(U)}}{\left| h_{k_n,n}^{(RD)} K_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} \right|^2 \sum_{j=1}^J \left| h_{j,k_n,n}^{(UR)} \right|^2 \sigma_{d_{j,n}^{(U)}}^2 + \sum_{k=1}^K \left| h_{k,n}^{(RD)} \right|^2 \sigma_{d_{k,n}^{(R)}}^2 + \left| h_{k_n,n}^{(RD)} K_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} \right|^2 \sigma_v^2 + \sigma_v^2}. \quad (3.27)$$

Define-se ainda as seguintes SNRs instantâneas:

$$\gamma_n^{(UR)} = \frac{\left| h_{j_n,k_n,n}^{(UR)} \right|^2 \left(K_{j_n}^{(U)} \right)^2 P_{j_n,n}^{(U)}}{\sigma_v^2}, \quad (3.28)$$

$$\gamma_n^{(RD)} = \frac{\left| h_{k_n,n}^{(RD)} \right|^2 \left(K_{k_n}^{(R)} \right)^2 P_{k_n,n}^{(R)}}{\sigma_v^2}, \quad (3.29)$$

$$\gamma_n^{(UR,PA)} = \frac{\left| h_{j_n,k_n,n}^{(UR)} \right|^2 \left(K_{j_n}^{(U)} \right)^2 P_{j_n,n}^{(U)}}{\sum_{j=1}^J \left| h_{j,k_n,n}^{(UR)} \right|^2 \sigma_{d_{j,n}^{(U)}}^2}, \quad (3.30)$$

$$\gamma_n^{(RD,PA)} = \frac{\left| h_{k_n,n}^{(RD)} \right|^2 \left(K_{k_n}^{(R)} \right)^2 P_{k_n,n}^{(R)}}{\sum_{k=1}^K \left| h_{k,n}^{(RD)} \right|^2 \sigma_{d_{k,n}^{(R)}}^2}. \quad (3.31)$$

As equações (3.28) e (3.29) correspondem, respectivamente, às SNRs instantâneas dos *links* usuário-*relay* e *relay*-BS, sem levar em consideração a NLD, enquanto (3.30) e (3.31) correspondem às SNRs instantâneas dos *links* usuário-*relay* e *relay*-BS, respectivamente, sem o termo AWGN.

Substituindo (3.6) e (3.28)-(3.31) em (3.27) e fazendo alguns desenvolvimentos algébricos, é possível reescrever a expressão da SNR como:

$$\gamma_n^{(D)} = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_n^{(UR)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(RD)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(UR,PA)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(RD,PA)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(UR)}\gamma_n^{(RD)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(RD)}\gamma_n^{(UR,PA)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(UR)}\gamma_n^{(RD,PA)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(UR,PA)}\gamma_n^{(RD,PA)}}}. \quad (3.32)$$

Para altas SNRs, i.e., $\gamma_n^{(UR)}, \gamma_n^{(RD)}, \gamma_n^{(UR,PA)}, \gamma_n^{(RD,PA)} \gg 1$, a equação (3.32) pode ser aproximada por:

$$\gamma_n^{(D)} \approx \frac{1}{\frac{1}{\gamma_n^{(UR)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(RD)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(UR,PA)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(RD,PA)}}}, \quad (3.33)$$

que pode ser ainda mais aproximado por:

$$\gamma_n^{(D)} \approx \min \left\{ \gamma_n^{(UR)}, \gamma_n^{(RD)}, \gamma_n^{(UR,PA)}, \gamma_n^{(RD,PA)} \right\}. \quad (3.34)$$

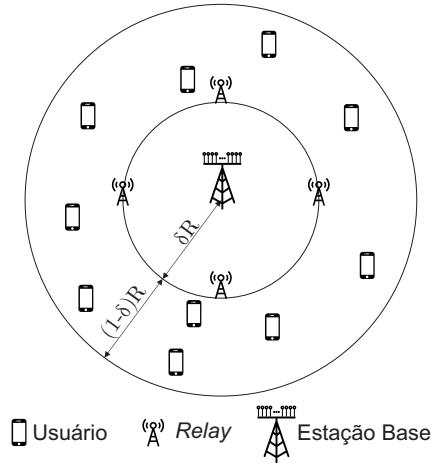
A expressão (3.33) pode ser vista como a média harmônica das SNRs individuais multiplicada por 1/4. A aproximação da média harmônica usando a operação $\min\{\}$, da mesma forma que em (3.34), foi usada com boa precisão em vários trabalhos anteriores que investigaram sistemas de retransmissão cooperativa AF (IKKI; AHMED, 2007; FERNANDES *et al.*, 2014; HASNA; ALOUINI, 2003; FERNANDES; FARIAS, 2015).

As expressões de SNR desenvolvidas acima, em (3.32), (3.33) e (3.34), juntamente com as expressões para a constante do PA e variância NLD, desenvolvidas na seção anterior, fornecem uma caracterização da qualidade do enlace levando em consideração a NLD inserido pelos PAs dos usuários e *relays*. A equação (3.34) é uma expressão mais compacta para a SNR instantânea do sistema considerado, que será utilizada como base para a técnica proposta na Seção 4.2.

3.4 Extensão para o Caso MIMO Massivo

Nesta seção, o modelo de sistema e os resultados de caracterização teórica do sistema apresentados na Seção 3.1 são estendidos para o caso MIMO massivo. Em particular, novas

Figura 8 – Modelo de sistema cooperativo OFDMA-AF com múltiplas antenas na estação base, múltiplos *relays* e múltiplos usuários



Fonte: elaborado pelo autor.

expressões para o cálculo da SNR instantânea do sistema são derivadas, supondo que a BS possui um arranjo de antenas com um alto número de elementos. Esta seção é subdividida em duas subseções. Na primeira, o novo modelo de sistema é apresentado, dando destaque para as mudanças em relação ao caso de única antena na BS. Na segunda subseção, é feito desenvolvimento das expressões para a SNR instantânea do sistema, destacando a semelhança entre as expressões finais para a SNR instantânea dos dois sistemas.

3.4.1 Modelo de Sistema

Nesta subseção, o modelo de sistema apresentado na Seção 3.1 será estendido para o caso em que a BS possui um arranjo de antenas com um elevado número de elementos, aqui denotado por MIMO massivo. Assim como no caso de única antena na estação base, para o MIMO massivo, será considerado um cenário cooperativo multiusuário composto por J usuários, K relays e uma estação base, todos utilizando N subportadoras para múltiplo acesso por divisão de frequências ortogonais (OFDMA). Entretanto, diferente do considerado anteriormente, aqui a estação base possui um grande número de antenas M_{BS} , enquanto os relays e usuários permanecem operando com antena única. Todas as outras hipóteses a respeito do sistema são mantidas, de modo que as expressões (3.1)-(3.7) continuam válidas para este sistema. Um esquema simplificado do modelo de sistema adotado nesta seção é mostrado na Figura 8.

O sinal recebido na estação base na n -ésima subportadora será representado por um

vetor, dado por:

$$\mathbf{y}_n^{(D)} = \sum_{k=1}^K \mathbf{h}_{k,n}^{(RD)} u_{k,n}^{(R)} + \mathbf{v}_n^{(D)} \in \mathbb{C}^{M_{BS} \times 1} \quad (3.35)$$

em que $\mathbf{h}_{k,n}^{(RD)} \in \mathbb{C}^{M_{BS} \times 1}$ e $\mathbf{v}_n^{(D)} \in \mathbb{C}^{M_{BS} \times 1}$ são, respectivamente, o vetor das respostas em frequência dos *links* entre o *relay* k e todas as antenas da estação base na n -ésima subportadora e o vetor de AWGN na n -ésima subportadora para todas as antenas da estação base. Assim como no caso de única antena, considera-se que cada elemento de $\mathbf{v}_n^{(D)}$ possui variância σ^2 .

Substituindo (3.7) em (3.35) e levando em consideração que $g_{k,n}$ (dado por (3.6)), na n -ésima subportadora, só é diferente de zero para $k = k_n$, tem-se:

$$\mathbf{y}_n^{(D)} = \mathbf{h}_{k_n,n}^{(RD)} K_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} x_{k_n,n}^{(R)} + \sum_{k=1}^K \mathbf{h}_{k,n}^{(RD)} d_{k,n}^{(R)} + \mathbf{v}_n^{(D)}. \quad (3.36)$$

Além disso, como $x_{k,n}^{(R)}$ é dado por (3.5), (3.36) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_n^{(D)} &= \mathbf{h}_{k_n,n}^{(RD)} K_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} h_{j_n,k_n,n}^{(UR)} K_{j_n}^{(U)} s_{j_n,n} + \mathbf{h}_{k_n,n}^{(RD)} K_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} \sum_{j=1}^J h_{j,k_n,n}^{(UR)} d_{j,n}^{(U)} + \\ &+ \sum_{k=1}^K \mathbf{h}_{k,n}^{(RD)} d_{k,n}^{(R)} + \mathbf{h}_{k_n,n}^{(RD)} K_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} v_{k_n,n}^{(R)} + \mathbf{v}_n^{(D)} \end{aligned} \quad (3.37)$$

ou, equivalentemente,

$$\mathbf{y}_n^{(D)} = \mathbf{h}_n^{(SRD)} s_{j_n,n} + \mathbf{v}_n^{(SRD)}, \quad (3.38)$$

em que

$$\mathbf{h}_n^{(SRD)} = \mathbf{h}_{k_n,n}^{(RD)} K_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} h_{j_n,k_n,n}^{(UR)} K_{j_n}^{(U)} \in \mathbb{C}^{M_{BS} \times 1} \quad (3.39)$$

e

$$\mathbf{v}_n^{(SRD)} = \mathbf{h}_{k_n,n}^{(RD)} K_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} \sum_{j=1}^J h_{j,k_n,n}^{(UR)} d_{j,n}^{(U)} + \sum_{k=1}^K \mathbf{h}_{k,n}^{(RD)} d_{k,n}^{(R)} + \mathbf{h}_{k_n,n}^{(RD)} K_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} v_{k_n,n}^{(R)} + \mathbf{v}_n^{(D)} \in \mathbb{C}^{M_{BS} \times 1}. \quad (3.40)$$

Neste sistema, é adotada a estratégia de combinação de máxima razão (do inglês, *Maximum Ratio Combining* - MRC) na estação base. Portanto, o sinal combinado na estação

base pode ser expresso por (MARZETTA, 2016):

$$\begin{aligned}
z_n^{(MRC)} &= \frac{[\mathbf{h}_n^{(SRD)}]^H}{\|\mathbf{h}_n^{(SRD)}\|^2} \mathbf{y}_n^{(D)} \\
&= \frac{[\mathbf{h}_n^{(SRD)}]^H}{\|\mathbf{h}_n^{(SRD)}\|^2} \mathbf{h}_n^{(SRD)} s_{j_n,n} + \frac{[\mathbf{h}_n^{(SRD)}]^H}{\|\mathbf{h}_n^{(SRD)}\|^2} \mathbf{v}_n^{(SRD)} \\
&= s_{j_n,n} + \frac{[\mathbf{h}_n^{(SRD)}]^H}{\|\mathbf{h}_n^{(SRD)}\|^2} \left(\mathbf{h}_{k_n,n}^{(RD)} \mathbf{K}_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} \sum_{j=1}^J h_{j,k_n,n}^{(UR)} d_{j,n}^{(U)} \right) + \frac{[\mathbf{h}_n^{(SRD)}]^H}{\|\mathbf{h}_n^{(SRD)}\|^2} \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{h}_{k,n}^{(RD)} d_{k,n}^{(R)} \right) \\
&\quad + \frac{[\mathbf{h}_n^{(SRD)}]^H}{\|\mathbf{h}_n^{(SRD)}\|^2} \left(\mathbf{h}_{k_n,n}^{(RD)} \mathbf{K}_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} v_{k_n,n}^{(R)} + \mathbf{v}_n^{(D)} \right) \tag{3.41}
\end{aligned}$$

Substituindo (3.39) em (3.41) e fazendo algumas manipulações matemáticas, o sinal na estação base pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned}
z_n^{(MRC)} &= s_{j_n,n} + \frac{1}{h_{j_n,k_n,n}^{(UR)} \mathbf{K}_{j_n}^{(U)}} \left(\sum_{j=1}^J h_{j,k_n,n}^{(UR)} d_{j,n}^{(U)} \right) + \frac{d_{k_n,n}^{(R)}}{\mathbf{K}_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} h_{j_n,k_n,n}^{(UR)} \mathbf{K}_{j_n}^{(U)}} \\
&\quad + \frac{[\mathbf{h}_{k_n,n}^{(RD)}]^H \sum_{k=1, k \neq k_n}^K \mathbf{h}_{k,n}^{(RD)} d_{k,n}^{(R)}}{\|\mathbf{h}_{k_n,n}^{(RD)}\|^2 \mathbf{K}_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} h_{j_n,k_n,n}^{(UR)} \mathbf{K}_{j_n}^{(U)}} + \frac{v_{k_n,n}^{(R)}}{h_{j_n,k_n,n}^{(UR)} \mathbf{K}_{j_n}^{(U)}} + \frac{[\mathbf{h}_{k_n,n}^{(RD)}]^H \mathbf{v}_n^{(D)}}{\|\mathbf{h}_{k_n,n}^{(RD)}\|^2 \mathbf{K}_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} h_{j_n,k_n,n}^{(UR)} \mathbf{K}_{j_n}^{(U)}}. \tag{3.42}
\end{aligned}$$

Assumindo um número de antenas suficientemente grande na estação base, i.e., $M_{BS} \gg 1$, a seguinte aproximação é válida: $\frac{1}{M_{BS}} [\mathbf{h}_{k_1,n}^{(RD)}]^H \mathbf{h}_{k_2,n}^{(RD)} \cong 0$, para $k_1 \neq k_2$ (BJÖRNSSON *et al.*, 2017). Portanto, (3.42) pode ser aproximado por:

$$\begin{aligned}
z_n^{(MRC)} &= s_{j_n,n} + \frac{1}{h_{j_n,k_n,n}^{(UR)} \mathbf{K}_{j_n}^{(U)}} \left(\sum_{j=1}^J h_{j,k_n,n}^{(UR)} d_{j,n}^{(U)} \right) + \frac{d_{k_n,n}^{(R)}}{\mathbf{K}_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} h_{j_n,k_n,n}^{(UR)} \mathbf{K}_{j_n}^{(U)}} \\
&\quad + \frac{v_{k_n,n}^{(R)}}{h_{j_n,k_n,n}^{(UR)} \mathbf{K}_{j_n}^{(U)}} + \frac{[\mathbf{h}_{k_n,n}^{(RD)}]^H \mathbf{v}_n^{(D)}}{\|\mathbf{h}_{k_n,n}^{(RD)}\|^2 \mathbf{K}_{k_n}^{(R)} g_{k_n,n} h_{j_n,k_n,n}^{(UR)} \mathbf{K}_{j_n}^{(U)}}. \tag{3.43}
\end{aligned}$$

Uma diferença importante de (3.43) em relação ao sinal recebido na estação base no caso de única antena, mostrado em (3.10), é o cancelamento das NLDs dos *relays*. No cenário MIMO massivo, na estação base, após o MRC, apenas a NLD introduzida pelo *relay* selecionado para transmitir na subportadora n (*relay* k_n) será percebida nessa subportadora. Outra diferença está no tratamento dado ao ruído $v_n^{(D)}$. No caso do MIMO massivo, este ruído terá sua variância diminuída consideravelmente, podendo, inclusive, ser desprezado.

3.4.2 Derivação da SNR

De (3.43), pode-se definir a SNR instantânea de $z_n^{(MRC)}$ como:

$$\gamma_n^{(D)} = \frac{\mathbb{E} \left[|s_{j_n, n}|^2 \right]}{\mathbb{E} \left[\left| \frac{\sum_{j=1}^J h_{j, k_n, n}^{(UR)} d_{j, n}^{(U)}}{h_{j_n, k_n, n}^{(UR)} K_{j_n}^{(U)}} + \frac{d_{k_n, n}^{(R)}}{K_{k_n}^{(R)} g_{k_n, n} h_{j_n, k_n, n}^{(UR)} K_{j_n}^{(U)}} + \frac{v_{k_n, n}^{(R)}}{h_{j_n, k_n, n}^{(UR)} K_{j_n}^{(U)}} + \frac{[\mathbf{h}_{k_n, n}^{(RD)}]^H \mathbf{v}_n^{(D)}}{\|\mathbf{h}_{k_n, n}^{(RD)}\|^2 K_{k_n}^{(R)} g_{k_n, n} h_{j_n, k_n, n}^{(UR)} K_{j_n}^{(U)}} \right|^2 \right]}. \quad (3.44)$$

Sabendo que, para todo n , as NLDs dos usuários são descorrelacionadas das NLDs dos *relays*, i.e., $\mathbb{E} \left[d_{j, n}^{(U)} d_{k, n}^{(R)*} \right] = 0$ para quaisquer valores de j e k , que as NLDs em diferentes usuários também são descorrelacionadas, i.e., $\mathbb{E} \left[d_{j_1, n}^{(U)} d_{j_2, n}^{(U)*} \right] = 0$ para $j_1 \neq j_2$ e que os AWGNs de cada antena (dos *relays* e da estação base) são independentes entre si e das distorções, (3.44) pode ser reescrita como:

$$\gamma_n^{(D)} = \frac{\left| h_{j_n, k_n, n}^{(UR)} K_{j_n}^{(U)} \right|^2 P_{j_n, n}^{(U)}}{\sum_{j=1}^J \left| h_{j, k_n, n}^{(UR)} \right|^2 \sigma_{d_{j, n}^{(U)}}^2 + \frac{\sigma_{d_{k_n, n}^{(R)}}^2}{\left| K_{k_n}^{(R)} g_{k_n, n} \right|^2} + \sigma_v^2 + \frac{\sigma_v^2}{\|\mathbf{h}_{k_n, n}^{(RD)}\|^2 \left| K_{k_n}^{(R)} g_{k_n, n} \right|^2}}. \quad (3.45)$$

De forma similar ao feito no capítulo anterior, é possível definir as seguintes SNRs instantâneas:

$$\gamma_n^{(UR)} = \frac{\left| h_{j_n, k_n, n}^{(UR)} \right|^2 \left(K_{j_n}^{(U)} \right)^2 P_{j_n, n}^{(U)}}{\sigma_v^2}, \quad (3.46)$$

$$\gamma_n^{(RD)} = \frac{\|\mathbf{h}_{k_n, n}^{(RD)}\|^2 \left(K_{k_n}^{(R)} \right)^2 P_{k_n, n}^{(R)}}{\sigma_v^2}, \quad (3.47)$$

$$\gamma_n^{(UR, PA)} = \frac{\left| h_{j_n, k_n, n}^{(UR)} \right|^2 \left(K_{j_n}^{(U)} \right)^2 P_{j_n, n}^{(U)}}{\sum_{j=1}^J \left| h_{j, k_n, n}^{(UR)} \right|^2 \sigma_{d_{j, n}^{(U)}}^2}, \quad (3.48)$$

$$\gamma_n^{(RD, PA)} = \frac{\left(K_{k_n}^{(R)} \right)^2 P_{k_n, n}^{(R)}}{\sigma_{d_{k_n, n}^{(R)}}^2}. \quad (3.49)$$

Assim como no caso de única antena na estação base, as equações (3.46) e (3.47) correspondem, respectivamente, às SNRs instantâneas dos *links* usuário-*relay* e *relay*-BS, sem

levar em consideração a NLD e as expressões (3.48) e (3.49) correspondem às SNRs instantâneas dos *links* usuário-*relay* e *relay*-BS, respectivamente, sem o termo AWGN. Porém, como pode ser observado, existem diferenças nas expressões dos *links relay*-BS devido à introdução de múltiplas antenas na estação base.

A diferença na equação (3.47) em relação ao caso de antena única na estação base (equação (3.29)) é que o quadrado do valor absoluto da resposta em frequência do canal ($|h_{k_n,n}^{(RD)}|^2$) torna-se o quadrado da norma do vetor de respostas em frequência do canal para cada antena da estação base ($\|\mathbf{h}_{k_n,n}^{(RD)}\|^2$). Uma observação interessante é que (3.47) é equivalente a um somatório de M_{BS} SNRs para o caso de única antena na estação base, dadas por (3.29). Já na equação (3.49), como é considerado uma grande quantidade de antenas, a interferência dos outros *relays* na subportadora selecionada é aproximadamente nula, de forma que pode-se considerar apenas a distorção do *relay* selecionado. Substituindo as expressões (3.46)-(3.49) em (3.45) e fazendo algumas manipulações, é possível obter-se um resultado similar ao obtido no capítulo anterior para a SNR instantânea total do sistema:

$$\gamma_n^{(D)} = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_n^{(UR)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(RD)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(UR,PA)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(RD,PA)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(UR)}\gamma_n^{(RD)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(RD)}\gamma_n^{(UR,PA)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(UR)}\gamma_n^{(RD,PA)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(UR,PA)}\gamma_n^{(RD,PA)}}}. \quad (3.50)$$

Para altas SNRs, i.e., $\gamma_n^{(UR)}, \gamma_n^{(RD)}, \gamma_n^{(UR,PA)}, \gamma_n^{(RD,PA)} \gg 1$, a equação (3.50) pode ser aproximada por:

$$\gamma_n^{(D)} \approx \frac{1}{\frac{1}{\gamma_n^{(UR)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(RD)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(UR,PA)}} + \frac{1}{\gamma_n^{(RD,PA)}}}, \quad (3.51)$$

que, assim como no caso de única antena, pode ser ainda mais aproximado por:

$$\gamma_n^{(D)} \approx \min \left\{ \gamma_n^{(UR)}, \gamma_n^{(RD)}, \gamma_n^{(UR,PA)}, \gamma_n^{(RD,PA)} \right\}. \quad (3.52)$$

Apesar das diferenças na definição das SNRs dos links *relay*-BS comentadas anteriormente, é importante destacar a semelhança das expressões (3.50)-(3.52) com as expressões (3.32)-(3.34). Com a unificação da notação para as SNRs, na verdade essas expressões são idênticas, o que facilita na proposição de algoritmos de alocação de recursos com capacidade de adaptação aos dois cenários apresentados. Além disso, como comentado anteriormente, (3.47) é equivalente ao somatório de M_{BS} SNRs do caso de única antena na estação base. Isso faz com

que a SNR do *link relay*-BS, sem considerar a NLD, seja, em geral, muito melhor que as demais SNRs em (3.52), permitindo assim mais uma simplificação na expressão de SNR para

$$\gamma_n^{(D)} \approx \min \left\{ \gamma_n^{(UR)}, \gamma_n^{(UR,PA)}, \gamma_n^{(RD,PA)} \right\}. \quad (3.53)$$

Entretanto, para manter a unificação na notação, apenas a aproximação dada por (3.52) será considerada nos algoritmos propostos no próximo capítulo.

3.5 Conclusão

Neste capítulo, o modelo de sistema proposto por esta dissertação foi apresentado e uma caracterização teórica das distorções não lineares introduzidas pelos amplificadores de potência de ambos *relays* e usuários foi desenvolvida. Além disso, expressões teóricas exatas e aproximadas para a SNR instantânea do sistema foram desenvolvidas levando em conta as NLDs introduzidas pelos PAs. Todas as análises teóricas foram estendidas para o caso MIMO massivo. Com isso, foi possível constatar que as expressões de SNR tanto para o caso de única antena quando para o caso MIMO massivo podem ser expressas de maneira bastante semelhante, de forma que a proposição de técnicas de alocação de recursos que englobam esses dois casos, como será feito no próximo capítulo, se torna mais simples.

4 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA E ALGORITMOS PROPOSTOS

No capítulo anterior, o modelo de sistema foi introduzido e uma análise teórica do sistema considerado foi realizada tanto para o caso de única antena na BS quanto para o caso MIMO massivo. Nas análises teóricas realizadas, foi mostrado que as expressões para a SNR instantânea do sistema para os dois casos considerados podem ser representadas de forma unificada. Neste capítulo, com base no modelo de sistema apresentado e tirando proveito da notação unificada, um problema de seleção de *relay* e alocação de subportadoras é formulado e duas técnicas são propostas para resolver o problema considerado. Na Seção 4.1, o problema de otimização considerado neste trabalho é formulado de acordo com o modelo de sistema apresentado no capítulo anterior. Na Seção 4.2, as duas técnicas propostas neste trabalho são apresentadas em detalhes. Por fim, na Seção 4.3 é feita uma breve recapitulação do que foi apresentado no capítulo.

Particularmente, este capítulo apresenta as seguintes contribuições:

- Formulação de um problema de otimização não linear com objetivo de maximizar a capacidade em um sistema OFDMA cooperativo com múltiplos usuários e múltiplos *relays* com PAs não lineares.
- Proposição de uma técnica heurística de seleção de *relay* e alocação de subportadora para resolução do problema proposto, baseada nas expressões analíticas desenvolvidas no capítulo anterior.
- Desenvolvimento de uma análise de complexidade computacional para a técnica heurística proposta.
- Proposição de uma técnica metaheurística baseado em algoritmos genéticos para a solução do problema proposto.

4.1 Formulação do Problema

Nesta seção, o problema de maximização da capacidade total do sistema de comunicação apresentado na Capítulo 3 é formulado, otimizando conjuntamente a seleção de *relay* e a alocação de subportadoras. Como a alocação de potência não é um dos objetivos deste trabalho, considera-se que todas as subportadoras ativas do usuário j têm uma potência de transmissão dada por $P_j^{(U)}$. Da mesma forma, a potência de transmissão de todas as subportadoras ativas do *relay* k é igual a $P_k^{(R)}$.

O problema de seleção de *relay* e alocação de subportadora pode, então, ser formulado da seguinte forma:

$$\max_{x_{j,k,n}} \sum_{n=1}^N \frac{1}{2N} \log_2 \left(1 + \gamma_n^{(D)}(x_{j,k,n}) \right) \quad (4.1a)$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{j,k,n} = 1, \quad \text{for } n = 1, \dots, N, \quad (4.1b)$$

em que $x_{j,k,n}$, para $1 \leq j \leq J$, $1 \leq k \leq K$ e $1 \leq n \leq N$, é uma variável binária que representa a seleção de *relay* e alocação de subportadora, com $x_{j,k,n} = 1$, se o j -ésimo usuário e o k -ésimo *relay* estiverem ativos na subportadora n . Caso contrário, $x_{j,k,n} = 0$. A SNR $\gamma_n^{(D)}(x_{j,k,n})$, dado por (3.32) ou (3.50), a depender do número de antenas na estação base, é expressa como uma função de $x_{j,k,n}$, já que $P_{j,n}^{(U)} = \sum_{k=1}^K x_{j,k,n} P_j^{(U)}$ e $P_{k,n}^{(R)} = \sum_{j=1}^J x_{j,k,n} P_k^{(R)}$.

A função objetivo (4.1a) é a capacidade total do sistema cooperativo OFDM (LIU *et al.*, 2009). A restrição (4.1b) assegura que a seleção de *relay* e alocação de subportadora será feita de forma a respeitar o modelo definido na Seção 3.1, i.e., garantindo que cada subportadora seja alocada a um único par usuário-*relay* e que todas as subportadoras sejam usadas. Isso significa que um usuário pode ter muitos *relays* para cooperar e várias subportadoras para transmitir; entretanto, uma subportadora não pode ser compartilhada por diferentes usuários ou *relays*.

As equações (4.1a)-(4.1b) representam um problema de otimização combinatória com uma função objetivo que é não linear em relação à variável de otimização $x_{j,k,n}$. Portanto, os métodos de programação linear não podem ser aplicados a este problema. Além disso, em sistemas OFDM sem fio práticos, uma solução ótima geralmente tem uma complexidade computacional proibitiva, devido às dimensões do problema. Outro agravante para o problema aqui formulado é o efeito em cascata que ocorre com a alteração na alocação de subportadora. Com uma mudança na variável de otimização $x_{j,k,n}$, todas as SNRs instantâneas em todas as subportadoras são alteradas como consequência, o que faz com que a derivação de uma solução ótima se torne ainda mais difícil. Devido a esses fatos, na próxima seção, dois métodos subótimos são propostos para resolver o problema (4.1a)-(4.1b).

4.2 Técnicas Propostas de Seleção de *Relay* e Alocação de Subportadora

Nesta seção, é apresentada uma solução heurística de baixa complexidade para o problema de seleção de *relay* e alocação de subportadora. A técnica heurística proposta

visa maximizar a capacidade total do sistema levando em consideração os efeitos do processo de amplificação não linear, com base nos resultados analíticos apresentados na Seção 3.3. Além disso, uma abordagem baseada em GA também é proposta para resolver o problema de otimização formulado na seção anterior. Apesar da solução baseada em GA apresentar uma alta complexidade computacional, ela ainda é útil como métrica de desempenho para o método heurístico proposto. Para as duas técnicas, assume-se que todo o processamento é realizado na estação base, que possui CSI perfeita de todos os enlaces.

4.2.1 Algoritmo Heurístico Proposto

A técnica heurística proposta é baseada na solução ótima para seleção de *relay* e alocação de subportadora no caso em que os PAs são lineares. A ideia principal desta técnica é realizar trocas em uma seleção de *relay* e alocação da subportadora inicial, de forma que os efeitos da NLD no desempenho do sistema reduzam a cada iteração.

Quando os efeitos do processo de amplificação não linear são desprezíveis, i.e., $K_j^{(U)} = K_k^{(R)} = 1$ e $\sigma_{d_{j,n}}^2 = \sigma_{d_{k,n}}^2 = 0$, para $1 \leq j \leq J$, $1 \leq k \leq K$ e $1 \leq n \leq N$, a solução ótima é computacionalmente simples, pois o problema se reduz a uma busca, para cada subportadora, em uma matriz $J \times K$, o que leva a um complexidade computacional de $\mathcal{O}(JKN)$. Nesse caso, o problema (4.1a)-(4.1b) pode ser formulado separadamente para cada subportadora n , levando ao problema equivalente:

$$\arg \max_{j,k} \left\{ C_{j,k,n}^{(LIN)} \right\}, \quad \text{para } n = 1, \dots, N, \quad (4.2)$$

em que $C_{j,k,n}^{(LIN)}$ representa a capacidade do sistema para o caso em que os PAs são lineares, dada por:

$$C_{j,k,n}^{(LIN)} = \frac{1}{2N} \log_2 \left(1 + \gamma_n^{(D)} \Big|_{K_j^{(U)}=K_k^{(R)}=1 \text{ e } \sigma_{d_{j,n}}^2=\sigma_{d_{k,n}}^2=0} \right), \quad (4.3)$$

com $\gamma_n^{(D)} \Big|_{K_j^{(U)}=K_k^{(R)}=1 \text{ e } \sigma_{d_{j,n}}^2=\sigma_{d_{k,n}}^2=0}$ representando a SNR instantânea do sistema quando $K_j^{(U)} = K_k^{(R)} = 1$ e $\sigma_{d_{j,n}}^2 = \sigma_{d_{k,n}}^2 = 0$.

Dessa forma, para cada subportadora n , a solução ótima para (4.2) pode ser encontrada através do valor máximo de $C_{j,k,n}^{(LIN)}$ para $1 \leq j \leq J$ e $1 \leq k \leq K$. Este procedimento é usado como uma inicialização para o algoritmo proposto.

A técnica proposta realiza trocas na seleção de *relay* e alocação de subportadora inicial com base em um tensor de diferença de capacidade de ordem cinco denotado por $\mathcal{M} \in \mathbb{R}^{J \times K \times J \times K \times N}$. As duas primeiras dimensões de \mathcal{M} representam, respectivamente, o usuário e *relay* selecionados, enquanto o terceiro e quarto índices correspondem, respectivamente, ao novo usuário e *relay* selecionados na n -ésima subportadora. O (j, k, j', k', n) -ésimo elemento do tensor \mathcal{M} , denotado por $m_{j,k,j',k',n}$, contém a diferença na capacidade do sistema linear (4.3) quando o par de *relay*-usuário (j, k) é alterado para o par de *relay*-usuário (j', k') , isto é:

$$m_{j,k,j',k',n} = C_{j,k,n}^{(LIN)} - C_{j',k',n}^{(LIN)}. \quad (4.4)$$

Além disso, os elementos $m_{j,k,j',k',n}$ para $j = j'$ e $k = k'$ são excluídos¹ do tensor \mathcal{M} .

Pode ser visto em (3.34) ou, equivalentemente, em (3.52) que a SNR instantânea do sistema e, portanto, a capacidade total do sistema é aproximadamente limitada pelo valor mais baixo das quatro SNRs a seguir: $\gamma_n^{(UR)}$, $\gamma_n^{(RD)}$, $\gamma_n^{(UR,PA)}$ e $\gamma_n^{(RD,PA)}$. Em outras palavras, as NLDs limitam o desempenho do sistema apenas se, para alguma subportadora n :

$$\min \left\{ \gamma_n^{(UR,PA)}, \gamma_n^{(RD,PA)} \right\} < \min \left\{ \gamma_n^{(UR)}, \gamma_n^{(RD)} \right\}. \quad (4.5)$$

Caso contrário, as não linearidades dos PAs não afetarão significativamente a SNR e a capacidade total do sistema em (4.1a) pode ser aproximada pela capacidade linear (4.3).

Com base nesse fato, o algoritmo proposto tenta realizar trocas na seleção de *relay* e alocação de subportadora inicial de forma que a condição (4.5) seja verificada e, ao mesmo tempo, a capacidade linear seja maximizada. Se o algoritmo obtiver sucesso na verificação de (4.5), a função de custo (4.1a) é aproximada por (4.2). Portanto, nesse caso, maximizar a capacidade linear equivale a maximizar a capacidade real do sistema, que leva as NLDs em consideração.

O algoritmo proposto tenta reduzir os efeitos da NLD reduzindo iterativamente o número de subportadoras ativas e, portanto, a potência de transmissão do usuário ou *relay* que está emitindo a maior quantidade de NLD. Fazendo isso, a NLD é reduzida e, portanto, $\gamma_n^{(UR,PA)}$ ou $\gamma_n^{(RD,PA)}$ são aumentados. Este processo iterativo continua até que não haja mais trocas permitidas ou até (4.5) ser verificado para todas as subportadoras, levando ao caso em que a SNR total do sistema é aproximadamente igual a $\gamma_n^{(UR)}$ ou $\gamma_n^{(RD)}$ para $1 \leq n \leq N$. Em outras palavras, o algoritmo tenta levar o sistema para um ponto de operação linear, baseado em (4.5), de forma

¹ Em termos práticos, deletar um elemento significa que ele será ignorado em todas as operações.

que a NLD não limite o desempenho do sistema, sendo minimizada a perda de capacidade linear. O passo a passo do método proposto é resumido no Algoritmo 1.

Nas linhas 6 a 24 do Algoritmo 1, a cada iteração, é realizado um teste para verificar se a SNR geral do sistema é limitada por $\gamma_n^{(UR,PA)}$ e/ou $\gamma_n^{(RD,PA)}$, e o conjunto \mathcal{N} de subportadoras é definido com base no usuário ou *relay* que contribui com a maior quantidade de NLD, de acordo com as expressões para NLD apresentadas na Seção 3.3. A cada iteração um novo par usuário-*relay* é escolhido para uma das subportadoras do conjunto \mathcal{N} . Se houver trocas permitidas em \mathcal{M} , este teste resulta em quatro possíveis casos:

1. A SNR geral do sistema não é limitado por $\gamma_n^{(UR,PA)}$ ou $\gamma_n^{(RD,PA)}$ em qualquer subportadora: nesse caso, o sistema está operando na região linear. Portanto, a alocação atual é mantida e o algoritmo para.
2. A SNR geral do sistema não é limitada por $\gamma_n^{(RD,PA)}$ em qualquer subportadora, mas é limitada por $\gamma_n^{(UR,PA)}$ em alguma subportadora: o usuário que contribui com a maior quantidade de NLD é encontrado e todos os elementos que correspondem a uma troca nas subportadoras alocadas para este usuário são excluídos de \mathcal{M} , bem como os elementos correspondentes a uma mudança nas subportadoras selecionadas para os *relays*. Além disso, o conjunto \mathcal{N} torna-se igual a $\mathcal{N}_{j_{max}}^{(U)}$ (as subportadoras ativas atuais do usuário j_{max}). Em outras palavras, a cada iteração, uma das subportadoras atualmente alocada para o usuário j_{max} será alocada para outro usuário, porém mantendo o *relay* atual selecionado.
3. A SNR geral do sistema não é limitada por $\gamma_n^{(UR,PA)}$ em qualquer subportadora, mas é limitada por $\gamma_n^{(RD,PA)}$ em alguma subportadora: o *relay* que contribui com a maior quantidade de NLD é encontrado e todos os elementos que correspondem a uma troca nas subportadoras selecionadas para este *relay* são excluídos de \mathcal{M} , bem como os elementos correspondentes a uma mudança nas subportadoras alocadas para os usuários. Além disso, \mathcal{N} torna-se igual a $\mathcal{N}_{k_{max}}^{(R)}$ (o conjunto de subportadoras ativas atuais do *relay* k_{max}). Em outras palavras, a cada iteração, uma das subportadoras atualmente selecionada para o *relay* k_{max} será selecionada para outro *relay*, porém mantendo o usuário atual.
4. A SNR geral do sistema é limitada por $\gamma_n^{(RD,PA)}$ e $\gamma_n^{(UR,PA)}$ em alguma subportadora (não necessariamente na mesma subportadora): nesse caso, o usuário (j_{max}) e o *relay* (k_{max}) que contribuem com a maior quantidade de NLD são encontrados e todos os elementos que correspondem a uma mudança na subportadora alocada para o usuário j_{max} e a uma mudança na subportadora selecionada para *relay* k_{max} são excluídos de \mathcal{M} . O conjunto \mathcal{N}

Algoritmo 1: Algoritmo Heurístico Proposto

1 Inicialize a variável de alocação $x_{j,k,n}$ como sendo a solução ótima para (4.2) por meio de busca exaustiva.

2 Defina $\mathcal{N}_j^{(U)}$ e $\mathcal{N}_k^{(R)}$ como o conjunto de subportadoras ativas atuais do usuário j e relay k , respectivamente.

3 Inicialize o tensor de diferença de capacidade (\mathcal{M}) com base em (4.4) e defina $\mathcal{N} = \{\}$.

4 **while** \mathcal{M} tem elementos não deletados **do**

5 Calcule $\gamma_n^{(UR)}$, $\gamma_n^{(RD)}$, $\gamma_n^{(UR,PA)}$ e $\gamma_n^{(RD,PA)}$ usando (3.28)-(3.31) se a estação base possui única antena e usando (3.46)-(3.49) se a estação base possui um grande número de antenas.

6 **if** $\min\{\gamma_n^{(UR)}, \gamma_n^{(RD)}\} \leq \min\{\gamma_n^{(UR,PA)}, \gamma_n^{(RD,PA)}\} \forall n$ **then**

7 | Pare o algoritmo.

8 **else if** $\min\{\gamma_n^{(UR)}, \gamma_n^{(RD)}\} \leq \gamma_n^{(RD,PA)} \forall n$ **and** $\exists n \mid \min\{\gamma_n^{(UR)}, \gamma_n^{(RD)}\} > \gamma_n^{(UR,PA)}$ **then**

9 | Encontre o usuário que contribui com a maior quantidade de NLD em todas as subportadoras:

10
$$j_{max} = \arg \max_{1 \leq j \leq J} \sum_{n=1}^N |h_{j,k,n}^{(UR)}|^2 \sigma_{d_{j,n}^{(U)}}^2.$$

11 | Delete de \mathcal{M} todos os elementos que correspondem a uma mudança nas subportadoras alocadas para o usuário j_{max} e a uma mudança na alocação dos relays.

12 $\mathcal{N} = \mathcal{N}_{j_{max}}^{(U)}$

13 **else if** $\min\{\gamma_n^{(UR)}, \gamma_n^{(RD)}\} \leq \gamma_n^{(UR,PA)} \forall n$ **and** $\exists n \mid \min\{\gamma_n^{(UR)}, \gamma_n^{(RD)}\} > \gamma_n^{(RD,PA)}$ **then**

14 | Encontre o relay que contribui com a maior quantidade de NLD em todas as subportadoras:

15
$$k_{max} = \arg \max_{1 \leq k \leq K} \sum_{n=1}^N |h_{k,n}^{(RD)}|^2 \sigma_{d_{k,n}^{(R)}}^2$$
 (ou $k_{max} = \arg \max_{1 \leq k \leq K} \sum_{n=1}^N \sigma_{d_{k,n}^{(R)}}^2$ no caso de múltiplas antenas na estação base).

16 | Delete de \mathcal{M} todos os elementos que correspondem a uma mudança nas subportadoras selecionadas para o relay k_{max} e a uma mudança na alocação dos usuários.

17 $\mathcal{N} = \mathcal{N}_{k_{max}}^{(R)}$

18 **else**

19 | Encontre o usuário e o relay que contribuem com a maior quantidade de NLD em todas as subportadoras: $j_{max} = \arg \max_{1 \leq j \leq J} \sum_{n=1}^N |h_{j,k,n}^{(UR)}|^2 \sigma_{d_{j,n}^{(U)}}^2$, $k_{max} = \arg \max_{1 \leq k \leq K} \sum_{n=1}^N |h_{k,n}^{(RD)}|^2 \sigma_{d_{k,n}^{(R)}}^2$ (ou $k_{max} = \arg \max_{1 \leq k \leq K} \sum_{n=1}^N \sigma_{d_{k,n}^{(R)}}^2$ no caso de múltiplas antenas na estação base).

20 | Delete de \mathcal{M} todos os elementos que correspondem a uma mudança na alocação do usuário j_{max} e do relay k_{max} , $\forall n$.

21 **if** $\sum_{n=1}^N |h_{j_{max},k_{max},n}^{(UR)}|^2 \sigma_{d_{j_{max},n}^{(U)}}^2 \geq \sum_{n=1}^N |h_{k_{max},n}^{(RD)}|^2 \sigma_{d_{k_{max},n}^{(R)}}^2$ (ou $\sum_{n=1}^N |h_{j_{max},k_{max},n}^{(UR)}|^2 \sigma_{d_{j_{max},n}^{(U)}}^2 \geq \sum_{n=1}^N \sigma_{d_{k_{max},n}^{(R)}}^2$ no caso de múltiplas antenas na estação base) **then**

22 | $\mathcal{N} = \mathcal{N}_{j_{max}}^{(U)}$

23 **else**

24 | $\mathcal{N} = \mathcal{N}_{k_{max}}^{(R)}$

25 **end**

26 **end**

27 $(j', k', n') = \arg \max_{1 \leq j \leq J, 1 \leq k \leq K, n \in \mathcal{N}} m_{j_n, k_n, j, k, n};$

28 $m_{j_{n'}, k_{n'}, j', k', n'} = m_{j', k', j_{n'}, k_{n'}, n'} = \text{NaN};$

29 $x_{j_{n'}, k_{n'}, n'} = 0;$

30 $x_{j', k', n'} = 1;$

31 **end**

torna-se igual a $\mathcal{N}_{j_{max}}^{(U)}$ ou $\mathcal{N}_{k_{max}}^{(R)}$, dependendo de quem contribui com a maior quantidade de NLD (teste da linha 19).

Na última parte do Algoritmo 1 (linhas 25 a 28), a troca no par usuário-*relay* que transmitirá na subportadora n' é feita. Uma busca é realizada entre as subportadoras de \mathcal{N} para encontrar a subportadora n' , o novo usuário j' e o novo *relay* k' para o qual a perda na capacidade linear é minimizada, ou seja, $m_{j_n, k_n, j, k, n}$ é maximizado sobre $1 \leq j \leq J$, $1 \leq k \leq K$ e $n \in \mathcal{N}$. Finalmente, essa troca é eliminada de \mathcal{M} . O algoritmo repete esse processo até que a SNR geral do sistema não seja limitada por $\gamma_n^{(UR, PA)}$ ou $\gamma_n^{(RD, PA)}$ em qualquer subportadora, ou até que não existam mais trocas permitidas em \mathcal{M} .

Complexidade Computacional

Um procedimento amplamente utilizado para avaliar a complexidade computacional de algoritmos é contar o número de operações com valor real, como adições e multiplicações de valor real (CHO *et al.*, 2017; MATTHE *et al.*, 2016). Com base nisso, é possível concluir que a complexidade computacional do algoritmo proposto é dominada por duas operações: (i) a geração do tensor de diferença, que tem uma complexidade computacional de pior caso na ordem de $\mathcal{O}(J^2K^2N)$, e (ii) o cálculo das SNRs dos PAs usando (3.30) e (3.31) ou (3.48) e (3.49), que tem uma complexidade computacional de pior caso de $\mathcal{O}(JN^2 + KN^2)$ por iteração. Portanto, a complexidade total no pior caso do algoritmo proposto é $\mathcal{O}(J^2K^2N + I(JN^2 + KN^2))$, em que I representa o número de iterações do algoritmo.

Vale ressaltar que a complexidade computacional da solução ótima para o problema proposto, por meio de busca exaustiva, é $\mathcal{O}((JK)^N)$. Na prática, o número N de subportadoras pode atingir valores como 1024 e 2048. Portanto, o algoritmo proposto fornece uma baixíssima complexidade computacional se comparado à busca exaustiva, já que na abordagem ótima a complexidade computacional cresce exponencialmente com o número de subportadoras, enquanto a técnica proposta leva a uma complexidade polinomial.

4.2.2 Solução Baseada em Algoritmo Genético

Nesta subseção, uma abordagem baseada em algoritmo genético (do inglês, *Genetic Algorithm* - GA) também é formulada para resolver o problema apresentado na Seção 4.1. A seguir será dada uma breve explicação sobre algoritmos genético e, em seguida, o algoritmo proposto será apresentado.

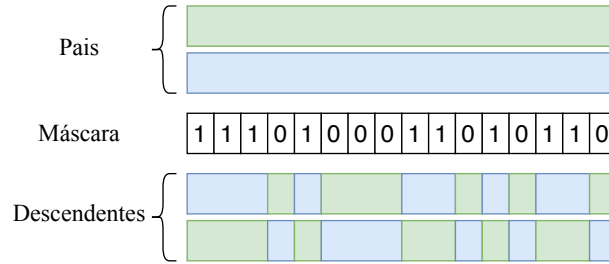
Um algoritmo genético presume que a solução potencial de um problema é um indivíduo que pode ser representado por um conjunto de parâmetros, que correspondem aos genes de um cromossomo (MAN; KWONG, 1996). Um valor positivo, geralmente conhecido como valor de aptidão (ou *fitness*), é associado a cada cromossomo para medir o quão “bom” é esse cromossomo na resolução do problema. Então, inspirado pelo mecanismo de seleção natural, uma população (composta por vários indivíduos) é submetida ao processo natural da evolução, em termos de “sobrevivência do mais apto”, em uma competição para passar seus genes para as próximas gerações.

As características dos GAs se mostraram adequadas para o problema de alocação considerado. De fato, muitos artigos têm empregado técnicas baseadas em GA para alocação de recursos em sistemas OFDM (SHARMA; MADHUKUMAR, 2015; LELLOUCH *et al.*, 2016; WANG *et al.*, 2005). Em particular, o trabalho (WANG *et al.*, 2005) considera um problema de alocação de recursos semelhante ao problema tratado neste capítulo. Em (WANG *et al.*, 2005), um método de alocação de subportadoras e *bits* adaptativo é desenvolvido com base em algoritmo genético em um sistema OFDM multiusuário, mas com PAs lineares e em um cenário não cooperativo.

A abordagem baseada em GA proposta neste trabalho pode ser resumida nas seguintes etapas:

1. **Codificação:** Primeiramente, é gerado um vetor com $2N$ elementos, no qual os primeiros N elementos representam as subportadoras atribuídas aos usuários e os últimos N elementos representam as subportadoras atribuídas aos *relays*. O valor de cada elemento na primeira metade do vetor é um inteiro de 1 a J e, na segunda metade, os elementos podem assumir valores de 1 a K . Por exemplo, se o primeiro elemento do vetor é igual a j e o $(N + 1)$ -ésimo elemento é igual a k , significa que a subportadora 1 é transmitida pelo usuário j com a ajuda do *relay* k .
2. **Geração da população inicial:** W vetores são gerados aleatoriamente para formar a população inicial. A população é descrita por uma matriz 2-D, onde as linhas representam os cromossomos e as colunas correspondem às subportadoras.
3. **Cálculo da aptidão:** Para cada solução da seleção de *relay* e de alocação de subportadora, representada por um cromossomo (ou indivíduo) na população atual, use a função objetivo (4.1a) para calcular a capacidade geral do sistema como sendo a aptidão desse indivíduo. Devido a codificação feita na primeira etapa, a restrição (4.1b) é sempre satisfeita.

Figura 9 – Exemplo de cruzamento uniforme para 8 subportadoras.



Fonte: elaborado pelo autor.

4. **Seleção:** Use a seleção proporcional de aptidão (também conhecida como seleção por roleta) para selecionar dois pais, que darão origem a dois novos indivíduos na próxima geração. Repita o processo até que $W/2$ pares de pais sejam selecionados e salve-os para que sejam utilizados na próxima operação. Na seleção por roleta, o nível de aptidão é usado para associar uma probabilidade de seleção para cada indivíduo. Se f_i é a aptidão do indivíduo i , sua probabilidade de ser selecionado é dada por:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{w=1}^W f_w} \quad (4.6)$$

em que W é o número de indivíduos da população.

5. **Cruzamento:** Defina a probabilidade de cruzamento como P_c e use o cruzamento uniforme para cada par de pais selecionados na etapa anterior. O cruzamento uniforme gera descendentes dos pais selecionados com base em uma máscara de cruzamento gerada aleatoriamente, consistindo em 1's e 0's com igual probabilidade. Os filhos resultantes contêm uma mistura de genes de cada pai, como mostrado na Figura 9.
6. **Mutação:** Defina a probabilidade de mutação como P_m e aplique o processo de mutação a cada filho individualmente. Cada “gene” é alterado aleatoriamente com probabilidade P_m (normalmente menos de 0,1). Na codificação utilizada, o usuário ou *relay* selecionado para transmitir em uma determinada subportadora é a informação do gene. Quando ocorre uma mutação, o novo valor da informação do gene é calculado aleatoriamente com igual probabilidade na faixa de inteiros de 1 a J , se a mutação estiver em um dos N primeiros genes, ou de 1 a K , se a mutação estiver na segunda metade do cromossomo.
7. **Reinserção:** A estratégia de substituição de geração é adotada. Portanto, a população com tamanho W é substituída por um número igual de indivíduos, ou seja, os filhos da população atual substituirão seus pais. No entanto, antes de substituir a geração atual pelos seus descendentes, a estratégia de elitismo é executada, em que o indivíduo com a maior

aptidão da população atual é mantido.

8. **Repetição/Fim:** Repita as etapas 4-7 até que o número de geração predefinido (G_{\max}) seja alcançado e nenhum indivíduo melhor seja encontrado em G_{Δ} gerações consecutivas. O indivíduo de maior aptidão da última geração é a solução final.

4.3 Conclusão

Neste capítulo, foi formulado um problema de otimização com o objetivo de maximizar a capacidade total do sistema OFDMA cooperativo proposto no capítulo anterior, além da proposição de duas técnicas de seleção de *relay* e alocação de subportadoras para resolver esse problema. A primeira técnica proposta é um algoritmo heurístico que toma como base as expressões aproximadas para o cálculo da SNR instantânea desenvolvidas no Capítulo 3, com o objetivo de levar o sistema para um ponto de operação linear, em que a capacidade do sistema não é limitada pela NLD introduzida pelos PAs dos *relays* ou usuários. Além disso, uma análise de complexidade computacional é desenvolvida para o algoritmo heurístico proposto. A segunda técnica proposta é uma metaheurística baseada em GA, nessa técnica uma solução para o problema de seleção de *relay* e alocação de subportadora é representada por um conjunto de parâmetros, que compõem um indivíduo de uma população. Os indivíduos são submetidos a algumas operações inspiradas na seleção natural de forma a se obter indivíduos cada vez melhores no sentido de maximização da capacidade do sistema.

5 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES

Neste capítulo, a eficácia das expressões teóricas derivadas para a variância da NLD e o desempenho dos algoritmos propostos são avaliados por meio de simulações computacionais. Um sistema OFDMA multiusuário cooperativo com PAs polinomiais de terceira ordem tanto nos usuários quanto nos *relays* foi considerado para as simulações. Os coeficientes do PA são considerados iguais para todos os usuários e *relays*, dados por $c_1^{(U)} = c_1^{(R)} = 0,9798 - 0,2887j$ e $c_3^{(U)} = c_3^{(R)} = -0,2901 + 0,4350j$ (KU; KENNEY, 2003). Também é considerado que os enlaces sem fio têm um desvanecimento de Rayleigh seletivo em frequência devido à propagação multipercurso e que a resposta ao impulso do canal possui 4 *taps* independentes. Portanto, para evitar a interferência intersimbólica (do inglês, *intersymbol interference* - ISI), o comprimento do prefixo cíclico é igual a 3 períodos de amostragem. Além disso, quando não dito o contrário, $P_{j,n}^{(U)} = P_{k,n}^{(R)} = 0,2$ W, para todo n e a variância do ruído (σ_v^2) é definida de acordo com o nível de SNR desejado, como: $\sigma_v^2 = \frac{\bar{P}^{(U)} + \bar{P}^{(R)}}{\text{SNR}}$, em que $\bar{P}^{(U)} = \sum_{j=1}^{J} \sum_{n=1}^N P_{j,n}^{(U)} / N$ e $\bar{P}^{(R)} = \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N P_{k,n}^{(R)} / N$ são a potência total média de transmissão de todos os usuários e *relays*, respectivamente. Para as simulações com GA, foi utilizada uma população de tamanho 1000, uma taxa de mutação de 5% e uma probabilidade de cruzamento de 60%, com $G_{max} = 40$ e $G_{\Delta} = 20$. Esses parâmetros foram ajustados de forma empírica.

A distribuição geométrica dos usuários e *relays* na área de cobertura é feita da seguinte forma: os *relays* são igualmente espaçados sobre uma circunferência com raio δR , onde δ é o fator de distância e R é o raio da célula, e os usuários estão uniformemente distribuídos ao redor da estação base em um anel formado pela borda da célula e a circunferência com raio δR , conforme ilustrado na Fig. 7. Para as simulações, é considerado um raio de célula unitário ($R = 1$) e um fator de distância fixo de 0,5, quando não dito o contrário. Os resultados foram obtidos com um número variável de usuários, *relays* e subportadoras, sinais transmitidos com modulação 16-QAM e modelo de perda de percurso *log distance*, com expoente de perda de percurso igual a 3, via simulações de Monte Carlo.

5.1 Caracterização dos PAs

Nesta seção, são apresentados os resultados da simulação que mostram a validade das expressões teóricas para a variância da NLD. Duas expressões diferentes foram testadas para a variância da NLD: (3.18), derivada usando uma simplificação para um grande número de

subportadoras e a expressão exata (3.15). Como mencionado anteriormente, estas expressões foram desenvolvidas em (TELES, 2018) para um enlace ponto a ponto e, na Seção 3.2, é demonstrada sua validade para a NLD inserida pelos *relays*. Nos resultados a seguir, a validade destas equações é testada para a rede cooperativa multiusuário e *multirelay* considerada neste trabalho. Essas duas expressões serão simplesmente denotadas por expressão teórica aproximada e exata, respectivamente.

Para validar as expressões da NLD, será usado o erro quadrático médio normalizado (do inglês, *Normalized Mean Square Error* - NMSE) da variância da NLD, definido como:

$$\text{NMSE} = \sum_{m=1}^{M_{mc}} \frac{\sum_{n=1}^N \left(\sigma_{d_{j,n}^{(U)}}^2(m) - \hat{\sigma}_{d_{j,n}^{(U)}}^2(m) \right)^2}{\sum_{n=1}^N \left(\hat{\sigma}_{d_{j,n}^{(U)}}^2(m) \right)^2}, \quad (5.1)$$

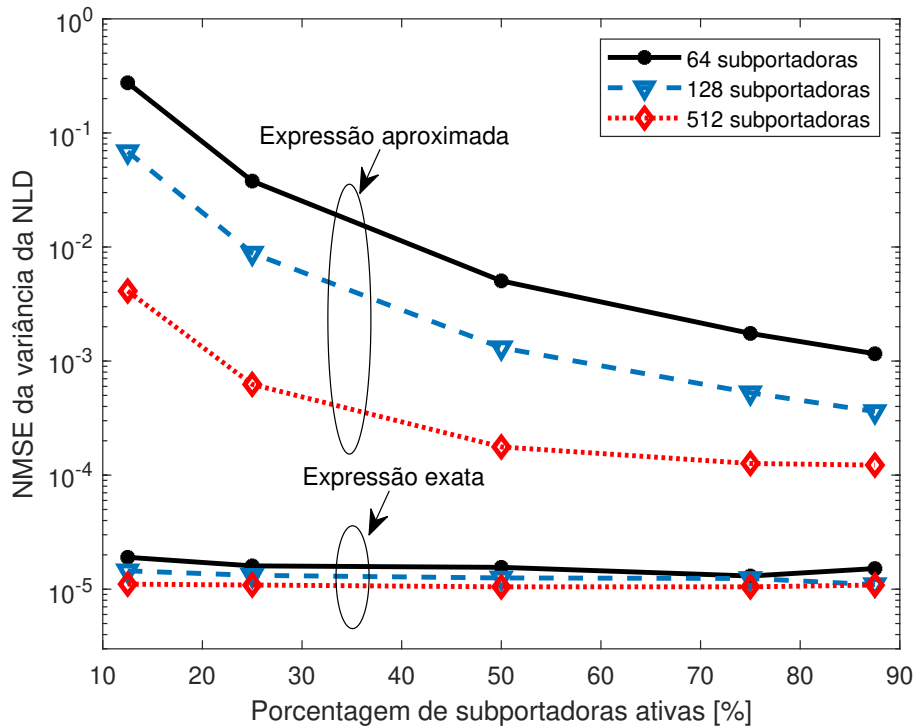
em que $\sigma_{d_{j,n}^{(U)}}^2(m)$ é a variância teórica da NLD e $\hat{\sigma}_{d_{j,n}^{(U)}}^2(m)$ representa a variância da NLD obtida por meio de simulações computacionais na m -ésima amostra de Monte Carlo, com $M_{mc} = 10^5$.

A Figura 10 mostra o NMSE da variância da NLD *versus* a porcentagem de subportadoras ativas, usando as expressões aproximada e exata para 64, 128 e 512 subportadoras. Nesta simulação, o número de subportadoras ativas foi alterado para medir o efeito de diferentes alocações de potência no NMSE. Diferentes subportadoras foram escolhidas aleatoriamente para transmitir com potência igual a 0,5 W (respeitando a quantidade definida pelo percentual).

Pode ser visto na Figura 10 que a expressão exata fornece valores de NMSE muito menores do que a expressão aproximada, como esperado. A expressão exata alcançou NMSEs próximos a 10^{-5} , independentemente do número de subportadoras e da porcentagem de subportadoras ativas. Por outro lado, os NMSEs fornecidos pela expressão aproximada tornam-se melhores conforme o número de subportadoras ou a porcentagem de subportadoras ativas cresce. Isso se deve ao fato de que a expressão aproximada usa uma aproximação que é válida para um grande número de subportadoras ativas.

No entanto, a precisão da abordagem aproximada pode ser considerada boa mesmo quando o número de subportadoras ativas é pequeno. Por exemplo, quando pelo menos 48 subportadoras estão ativas, essa abordagem forneceu NMSEs inferiores a 2×10^{-3} em todos os casos de teste. De fato, conforme mostrado na próxima subseção, a expressão aproximada é adequada para o algoritmo proposto mesmo para um baixo número de subportadoras ativas, uma vez que, quando o número de subportadoras ativas é baixo, o total de NLD emitido pelo PA

Figura 10 – NMSE da variância da NLD *versus* porcentagem de subportadoras ativas para $N = 64, 128, 512$.



Fonte: elaborado pelo autor.

também é baixo e, portanto, menos significativo. Nessas situações, o AWGN é uma fonte muito mais significativa de distorção e as NLDs tornam-se pouco significantes.

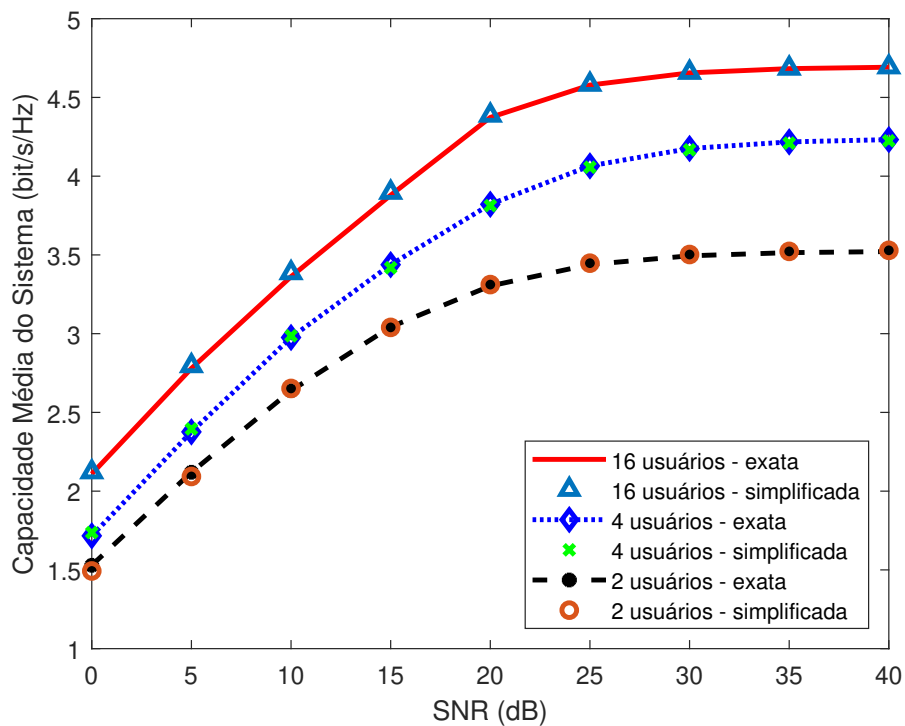
5.2 TP com as Expressões Exata e Aproximada

Nesta seção, são apresentados os resultados da simulação que comparam o desempenho do algoritmo heurístico proposto na Subseção 4.2.1, ou simplesmente técnica proposta (TP), usando as expressões exata e aproximada para a variância da NLD, tanto nos *relays* quanto nos usuários, para o caso de uma única antena na estação base.

Na Figura 11, é mostrada a capacidade média do sistema *versus* SNR fornecida pela TP com as expressões de variância da NLD exata e aproximada para 2, 4 e 16 usuários, com $N = 64$ subportadoras e $K = 4$ *relays*. Pode ser visto nessa figura que as expressões exata e simplificada forneceram resultados muito semelhantes. Conforme comentado anteriormente, a precisão da expressão simplificada é baixa quando o número de subportadoras ativas é baixo. No entanto, neste caso, a quantidade total de NLD emitida pelo PA é insignificante. Portanto, para economia de recursos computacionais, nos resultados a seguir, apenas a expressão aproximada para a variância NLD será utilizada.

Também pode ser visto na Figura 11 que a capacidade do sistema cresce conforme o número de usuários aumenta. Isso se deve a duas razões: (i) conforme o número de usuário aumenta, maior é a ordem de diversidade multiusuário alcançada pelo algoritmo; e (ii) quanto mais usuários transmitem, com um número fixo de subportadoras, a tendência é que as subportadoras ativas sejam melhor distribuídas entre os usuário e, portanto, a quantidade total de NLD diminui, já que cada usuário irá transmitir com uma menor potência médio, o que leva a diminuição dos picos de potência. De fato, pode-se observar que a curva de capacidade para $J = 2$ usuários tem uma saturação por volta de 3,5 bits/s/Hz, enquanto que para 16 usuários esse número sobe para mais de 4,5 bits/s/Hz.

Figura 11 – Capacidade média do sistema *versus* SNR - comparação entre a TP com as expressões simplificada e exata.



Fonte: elaborado pelo autor.

5.3 TP *versus* GA

Nesta subseção, resultados de simulação que comparam o desempenho das técnicas de alocação de recursos propostas são apresentados. A técnica apresentada na Subseção 4.2.1 será denotada por TP, enquanto o método apresentado na Subseção 4.2.2 será denotado por GA.

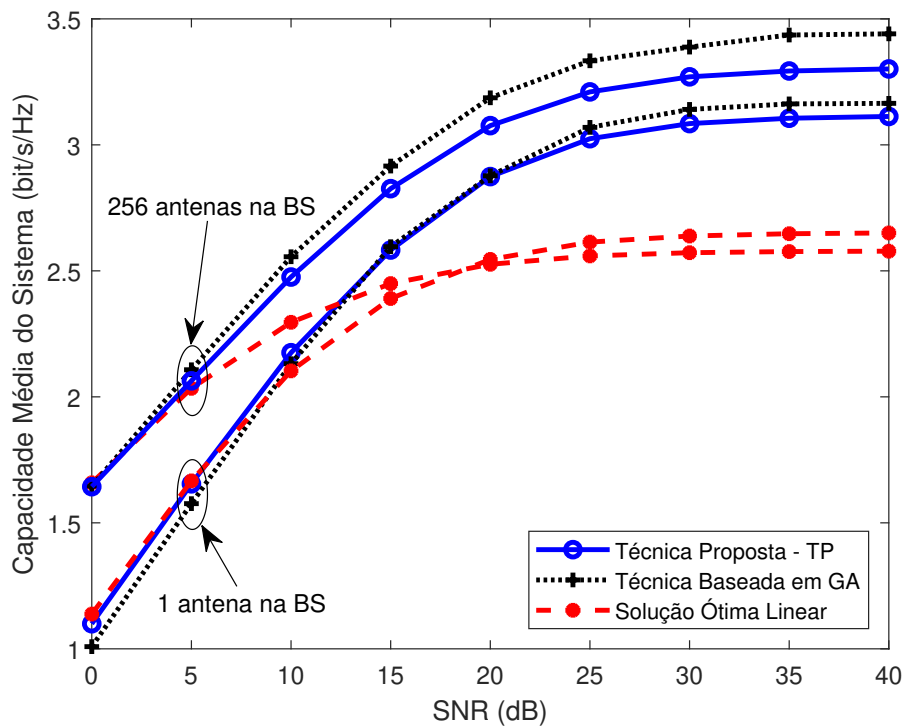
Na Figura 12, é mostrada a capacidade média do sistema *versus* SNR fornecida pela

TP e pela técnica baseada em GA, bem como pela solução ótima para PA linear (daqui para frente referida simplesmente por solução linear), i.e., a solução ótima para (4.2) por meio de busca exaustiva, com $N = 32$ subportadoras, $J = 2$ usuários e $K = 2$ relays, para os casos de única antena na estação base e MIMO massivo. Pode-se notar que, para o caso de única antena na estação base, tanto TP quanto GA forneceram resultados muito semelhantes, já para o caso MIMO massivo, o GA tem um desempenho um pouco melhor do que a TP para valores de SNR moderados e altos. Entretanto, em ambos os casos, as duas técnicas propostas superam significativamente a solução linear ótima para SNRs altas e moderadas. Isso se deve ao fato de que a NLD é mais significativa para SNRs altas e tanto TP quanto GA atingem uma redução significativa na quantidade de NLD introduzida pelos PAs dos usuários e relays, enquanto a solução linear não.

Ainda na Figura 12, pode-se observar o efeito do aumento no número de antenas na capacidade total do sistema. Quando a estação base possui uma grande quantidade de antenas, a capacidade do sistema aumenta, já que, utilizando a MRC, a SNR do *link relay-BS*, sem considerar a NLD, é dada pela soma das SNRs entre o *relay* e cada antena da BS, fazendo com que o fator limitante da capacidade seja apenas o *link* usuário-*relay* e as NLDs. Além disso, esse mesmo fato explica o ganho maior dos algoritmos propostos em relação à solução linear no caso MIMO massivo já que, uma vez que o *link relay-BS* deixa de ser um fator limitante na capacidade do sistema, os algoritmos propostos terão mais liberdade na seleção dos relays de modo que se consiga menores emissões de NLD na transmissão. Outro resultado importante que pode ser observado na Figura 12 é que a solução ótima linear para o caso de única antena na estação base fornece resultados melhores do que para o caso MIMO massivo para altas SNRs. Isso ocorre devido a maior tendência de concentração das subportadoras ativas nos usuários com melhores condições de propagação no cenário MIMO massivo. Nesse cenário, a capacidade linear é limitada pelo *link* usuário-*relay*, o que reflete em uma maior concentração de suportadoras ativas nos melhores usuários e, conseqüentemente, um aumento na quantidade de NLD emitida por esses usuários.

A Figura 13 mostra o tempo médio de execução *versus* SNR fornecido pela TP e pela técnica baseada em GA, para $J = 2$ usuários e $K = 2$ relays com $N = 32$ subportadoras. Dentre outros fatores, o tempo de execução depende do hardware usado para processar os algoritmos. Nesse caso, foi usado um laptop com um processador Intel (R) Core (TM) i5-2450M com uma frequência de *clock* de 2,50 GHz. Pode-se observar nesta figura que o tempo médio de execução

Figura 12 – Capacidade média do sistema *versus* SNR - comparação entre a TP, solução baseada em GA e a solução linear ótima.

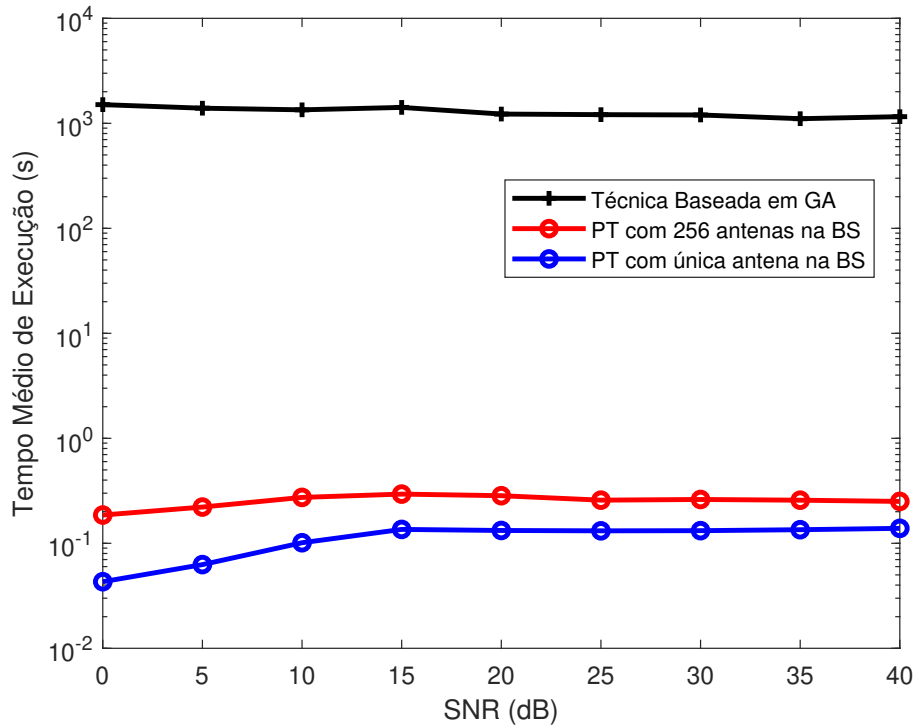


Fonte: elaborado pelo autor.

da técnica baseada em GA está acima de 20 minutos para a maioria dos valores de SNR, o que torna esta abordagem inviável em cenários práticos. Por outro lado, a técnica proposta proporcionou um tempo médio de execução entre 0,04s e 0,3s em todos os cenários considerados. Como a TP forneceu resultados muito semelhantes aos da técnica baseada em GA, tanto para o caso de única antena quanto para o caso MIMO massivo, com um tempo de processamento muito menor, os resultados a seguir serão focados na TP.

5.4 Simulações da TP

Nesta subseção, os resultados das simulações que avaliam o desempenho da TP são apresentados. Na Figura 14, é mostrada a capacidade média do sistema *versus* SNR fornecida pela TP variando o número de *relays*, com $N = 64$ subportadoras e $J = 16$ usuários, para o caso de única antena na estação base. Pode-se observar que a capacidade aumenta com o número de *relays*. Como na Figura 11, isso se deve a dois motivos principais: a diversidade introduzida pelos *relays* e o menor número de subportadoras ativas por *relay* quando K é aumentado, fazendo com que os *relays* operem com uma menor potência média de transmissão e conseqüentemente menos NLD é introduzida. De fato, a curva de capacidade para $K = 2$ *relays* tem uma saturação

Figura 13 – Tempo médio de execução *versus* SNR.

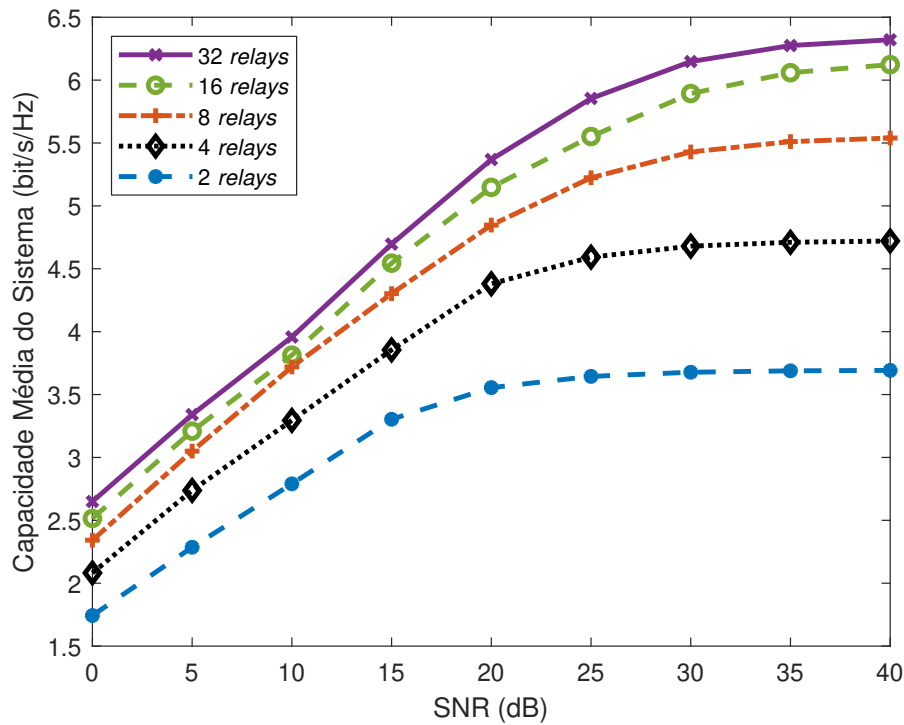
Fonte: elaborado pelo autor.

um pouco acima de 3,5 bits/s/Hz e esse valor aumenta conforme o número de *relays* aumenta, chegando próximo a 6,5 bits/s/Hz para 32 usuários.

Na Figura 15, é mostrada a capacidade média do sistema *versus* SNR obtida com a TP e a solução ótima para o caso linear, com $N = 64$ subportadoras, $K = 8$ *relays* e $J = 2$ ou 32 usuários, para o caso de única antena na estação base. Nesta figura, as curvas da solução linear ótima são obtidas para o caso de PAs lineares, ou seja, com $c_1^{(U)} = c_1^{(R)} = 1$ e $c_3^{(U)} = c_3^{(R)} = 0$. Pode-se ver nesta figura que a TP fornece capacidades de sistema com menor diferença em relação ao caso ideal com PAs lineares para $J = 32$. Por outro lado, o caso de PA linear tem um desempenho significativamente melhor para $J = 2$ e para SNRs altas e moderadas. Isso se deve ao fato de que, para um baixo número de usuários, a potência de transmissão por usuário tende a ser maior, tornando as não linearidades do PA mais significativas, portanto, com maior impacto na capacidade do sistema. Além disso, como mencionado anteriormente, a NLD é mais significativa para SNRs altas.

Na Figura 16, é mostrada a capacidade média do sistema *versus* fator de distância (δ) obtida com a TP e a solução ótima linear tanto para o caso de PAs lineares quanto para o caso de PAs não lineares, com SNR fim-a-fim de 10 dB, $N = 64$ subportadoras, $K = 4$ *relays* e $J = 16$ usuários, para o caso de única antena na estação base. Nessa figura, é possível observar

Figura 14 – Capacidade média do sistema *versus* SNR para diferentes números de *relays*.

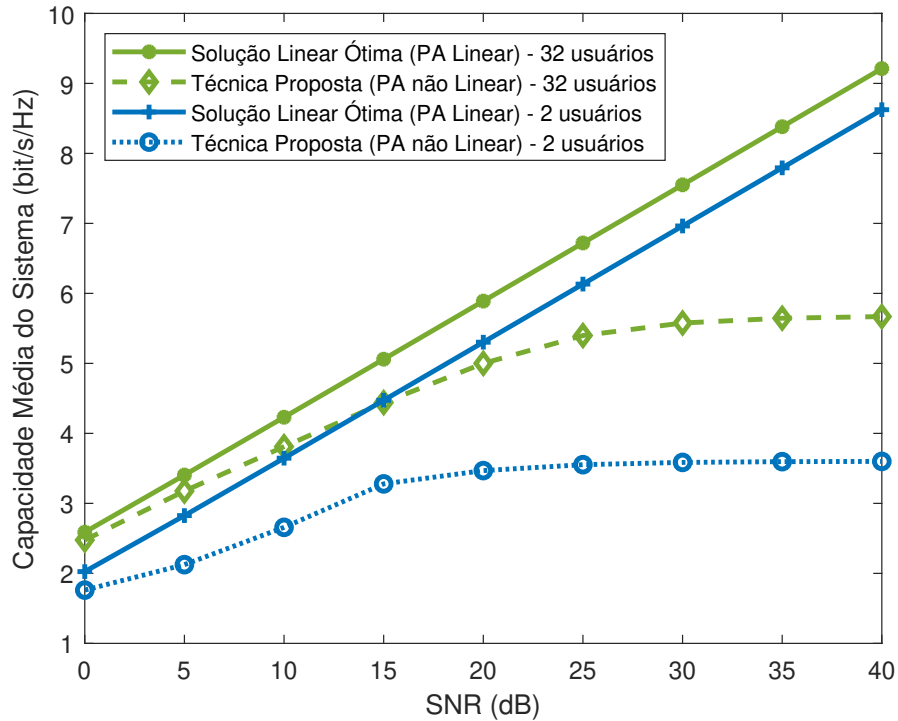


Fonte: elaborado pelo autor.

que quando o fator de distância é pequeno, i.e., os *relays* estão próximos da BS, a TP fornece um ganho de capacidade considerável em relação à solução ótima linear para o caso de PAs não lineares. Nesse caso, a capacidade ótima para PAs lineares é grande, pois existe uma maior probabilidade de existirem usuários próximos aos *relays*, de forma que os *links* usuário-*relay* e *relay*-BS são muitos bons. Por outro lado, nessa situação, a tendência é que a maioria das subportadoras sejam alocadas para estes usuários, de forma que os melhores usuários terão uma potência média de transmissão alta, o que leva à introdução de NLD e, conseqüentemente, a uma piora significativa da capacidade total do sistema. Nesse cenário, a técnica proposta consegue diminuir a quantidade de NLD introduzida por meio da troca de algumas subportadoras dos usuários com mais subportadoras alocadas, de forma que outros usuários e, possivelmente, outros *relays* passem a transmitir nessas subportadoras, fazendo com que a potência seja melhor distribuída entre os usuários/*relays*.

Por outro lado, ainda na Figura 16, é possível observar que quando o fator de distância é grande, i.e., os *relays* estão longe da BS, a tendência é que a capacidade total diminua, já que, nessa situação, o canal *relay*-BS será sempre ruim, o que limita a capacidade total alcançável. Além disso, o algoritmo proposto sempre resultará na mesma alocação de subportadora e seleção

Figura 15 – Capacidade média do sistema *versus* SNR - comparação entre a TP em um cenário não linear e a solução ótima em um cenário com PAs lineares.



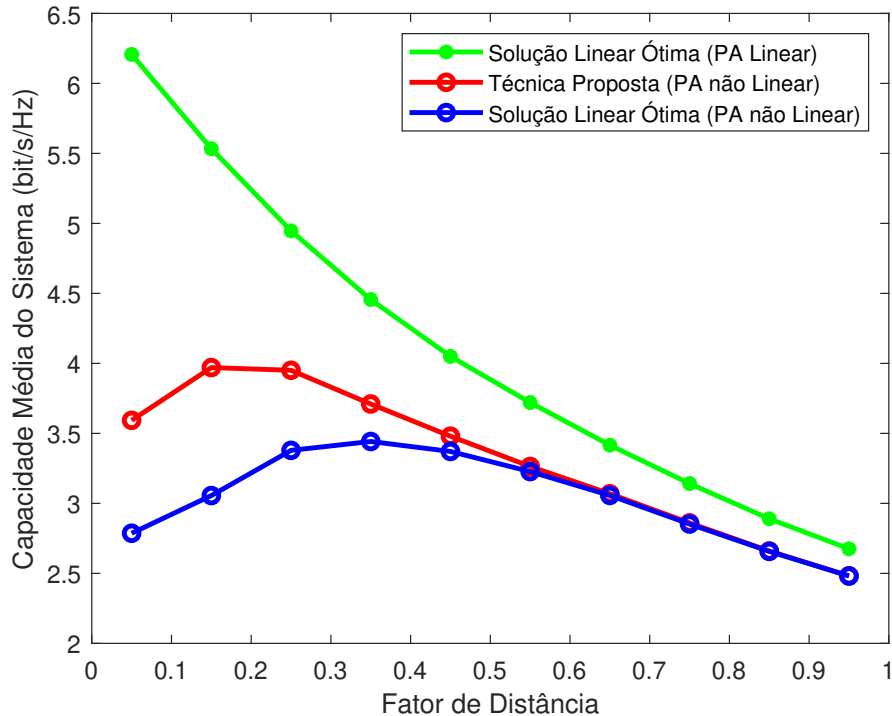
Fonte: elaborado pelo autor.

de *relay* do caso linear ótimo, já que a SNR é, conseqüentemente, a capacidade está sendo limitada pelo *link relay-BS* e não pela NLD. Neste caso, é possível observar que as curvas, tanto para o caso linear ótimo quanto para o algoritmo proposto, se aproximam bastante.

Na Figura 17, é mostrada a capacidade média do sistema *versus* fator de distância (δ) obtida com a TP e a solução ótima linear tanto para o caso de PAs lineares quanto para o caso de PAs não lineares, com SNR fim-a-fim de 10 dB, $N = 64$ subportadoras, $K = 4$ relays e $J = 16$ usuários, para o caso MIMO massivo, com 256 antenas na estação base. No caso de múltiplas antenas na estação base, a limitação do canal *relay-BS* deixa de ser um problema e a capacidade total dependerá do *link usuário-relay* e das NLDs introduzidas. Nessa situação, a TP consegue garantir um ganho de capacidade considerável independente da posição do relays. Vale lembrar que a curva do caso ótimo linear é utilizada apenas para uma melhor visualização do efeito da NLD no sistema, já que trata-se de uma situação ideal e impossível de se alcançar quando as NLDs são levadas em conta.

Na Figura 18, é mostrado o número médio de iterações (I) da TP *versus* SNR para diferentes números de subportadoras e usuários, com $K = 4$ relays e $J = 4$ ou 16 usuários, para

Figura 16 – Capacidade média do sistema *versus* fator de distância (δ) - comparação entre a TP em um cenário não linear e a solução ótima linear tanto em um cenário com PAs lineares quanto não lineares.

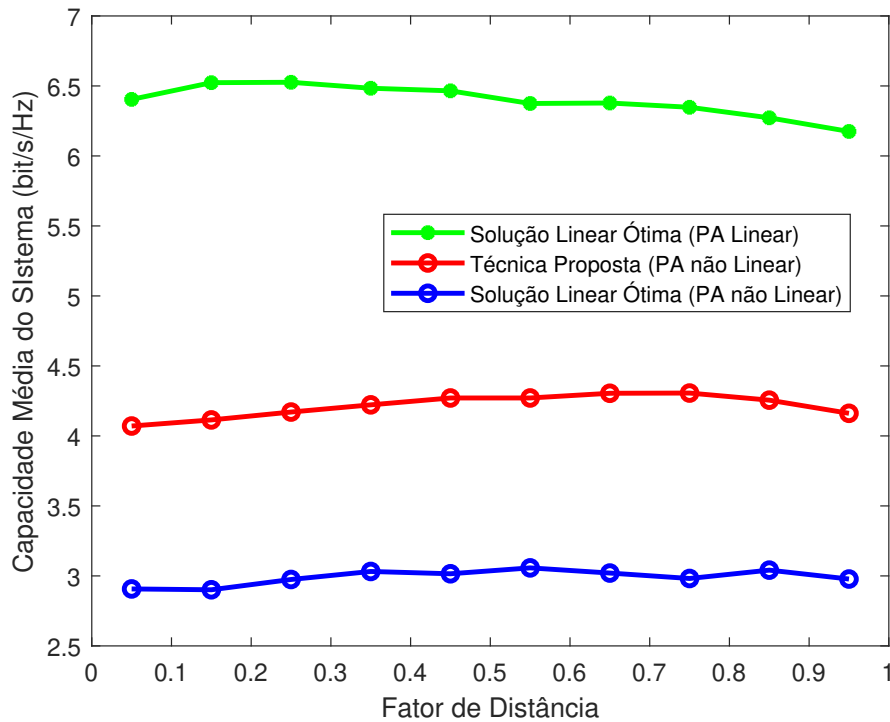


Fonte: elaborado pelo autor.

o caso de única antena na estação base. Pode-se ver nesta figura que o número de iterações é maior quando a SNR aumenta. Quando a SNR é alta, as NLDs se tornam a principal fonte de distorção e a SNR geral é provavelmente limitada por $\gamma_n^{(RD,PA)}$ e/ou $\gamma_n^{(UR,PA)}$. Nesse caso, o algoritmo precisa realizar mais trocas para levar o sistema a um ponto de operação linear.

Também pode-se concluir da Figura 18 que o número de iterações é maior quando o número de subportadoras cresce. Isso se deve ao fato de que o algoritmo tende a parar mais cedo quando há poucas subportadoras disponíveis, uma vez que o número de trocas possíveis é reduzido. Por outro lado, quando o número de usuários aumenta, o número de iterações do algoritmo é menor para SNRs baixas e moderadas. Esse comportamento pode ser explicado pelo fato de que, com mais usuários, a potência disponível tende a ser melhor distribuída e, portanto, a NLD é menos significativa, o que torna mais fácil a obtenção de um ponto de operação linear pelo algoritmo. Entretanto, para altas SNRs a situação é oposta. Nesse caso, a NLD é mais significativa, o que leva o algoritmo a explorar mais as possibilidades do espaço de busca, fazendo com que, quando existem mais usuários, mais trocas sejam feitas.

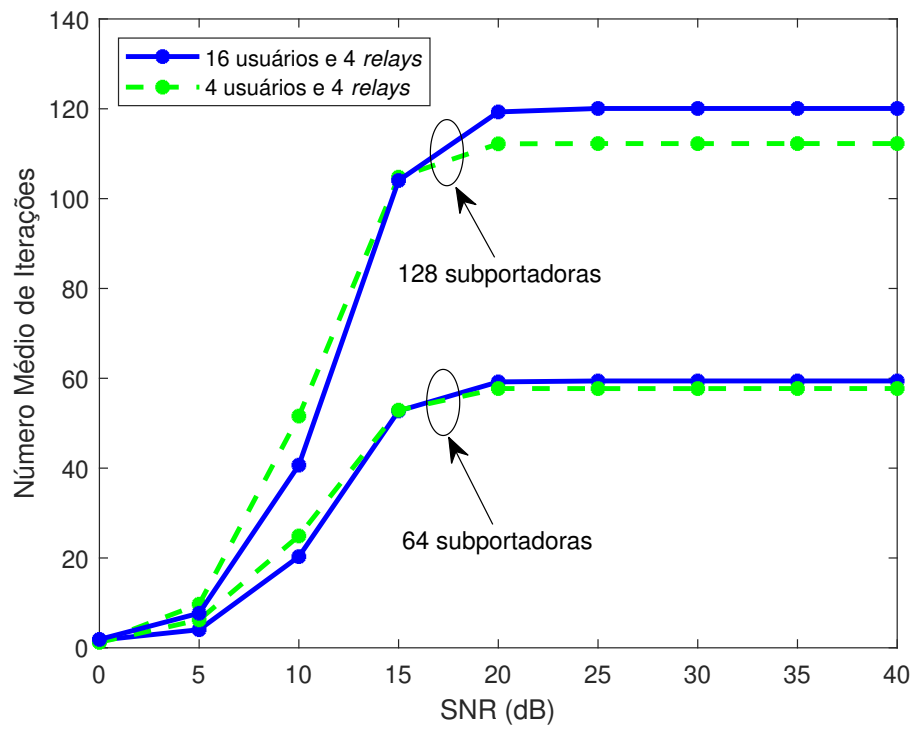
Figura 17 – Capacidade média do sistema *versus* fator de distância (δ) - comparação entre a TP em um cenário não linear e a solução ótima linear tanto em um cenário com PAs lineares quanto não lineares para o caso MIMO massivo.



Fonte: elaborado pelo autor.

5.5 Conclusão

Este capítulo apresentou os resultados das simulações computacionais relativas às expressões para a caracterização dos amplificadores de potência apresentadas no Capítulo 3 e dos algoritmos desenvolvidos no Capítulo 4. Tanto as expressões exatas quanto aproximadas para o cálculo da variância da distorção não linear se mostraram bastante precisas, de forma que, para poupar recursos computacionais, a utilização das expressões aproximadas são a opção mais apropriada. Utilizando essas expressões para o cálculo do *fitness*, o algoritmo proposto baseado em GA conseguiu reduzir bastante as NLDs introduzidas pelos PAs, entretanto, se mostrou computacionalmente ineficiente, o que torna o algoritmo heurístico proposto uma alternativa mais vantajosa, já que esse forneceu resultados bem próximos aos da técnica baseada em GA, porém com um custo computacional pelo menos 4000 vezes menor para o cenário testado. Além disso, o algoritmo heurístico proposto consegue aumentar consideravelmente a capacidade total do sistema em relação a solução linear ótima tanto para o caso de única antena quanto para o caso MIMO massivo em todos os cenários testados.

Figura 18 – Número médio de iterações *versus* SNR.

Fonte: elaborado pelo autor.

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Nesta dissertação, foi realizado um estudo sobre o *uplink* de um sistema OFDMA cooperativo multiusuário e *multirelay* com amplificadores de potência não lineares. Uma caracterização teórica detalhada foi fornecida para o sistema estudado e técnicas de seleção de *relay* e alocação de subportadora foram propostas. Em particular, foi estudado um cenário com amplificadores de potência não lineares modelados como funções polinomiais de terceira ordem. Expressões para a constante do PA e variância da distorção não linear foram estendidas para o cenário considerado e expressões de forma fechada para a SNR instantânea do sistema foram derivadas. Além disso, o modelo de sistema considerado foi generalizado para o caso MIMO massivo e os desenvolvimentos teóricos foram estendidos para esse cenário.

Diferente de outros trabalhos da literatura, a distorção não linear inserida pelos amplificadores de potência foi levada em conta na alocação de recursos. As duas técnicas de seleção de *relay* e alocação de subportadora propostas se baseiam nas expressões da SNR instantânea do sistema desenvolvidas e tem como objetivo a otimização da capacidade total do sistema. A primeira técnica proposta é um algoritmo heurístico que tem busca levar o sistema para um ponto de operação linear, com base em uma expressão aproximada da SNR instantânea do sistema, por meio de mudanças controladas em uma seleção de *relay* e alocação de subportadora prévia. Uma pequena análise de complexidade computacional feita para essa técnica mostra que ela pode ser classificada como um método de baixo custo computacional. Diferentemente da técnica heurística proposta, a segunda técnica proposta é uma metaheurística baseada em algoritmos genéticos. Na técnica baseada em GA, as expressões para SNR instantânea foram utilizadas no cálculo do *fitness*.

Os resultados de simulação mostraram que, embora ambas as técnicas propostas tenham fornecido ganhos de capacidade considerável para o sistema, apenas a técnica heurística proposta se mostrou viável em uma situação prática, já que a técnica baseada em GA teve um tempo de execução extremamente alto. Além disso, as expressões aproximadas para o cálculo da variância da distorção não linear se mostraram bastante precisas, mesmo para um número pequeno de subportadoras. O algoritmo heurístico proposto conseguiu ganhos consideráveis de capacidade em relação a solução linear ótima, tanto para o caso de única antena na estação base quanto para o caso MIMO massivo.

Em trabalhos futuros, o sistema aqui apresentado e analisado pode ser estendido para os seguintes casos:

- Consideração de múltiplas antenas tanto na estação base quanto nos *relays*.
- Consideração de cenários mais realísticos com restrições de QoS nos usuários.
- Otimização conjunta da seleção de *relay*, alocação de subportadora e alocação de potência.
- Consideração da formatação de pulso na transmissão.
- Proposição de novas técnicas de alocação de recursos baseadas em *machine learning*.

REFERÊNCIAS

- AGGARWAL, P.; BOHARA, V. A. Analytical characterization of dual-band multi-user MIMO-OFDM system with nonlinear transmitter constraints. **IEEE Transactions on Communications**, v. 66, n. 10, p. 4536–4549, 2018.
- AGGARWAL, P.; BOHARA, V. A. End-to-end theoretical evaluation of a nonlinear MIMO-OFDM system in the presence of digital predistorter. **IEEE Systems Journal**, v. 13, n. 3, p. 2309–2319, 2019.
- ALAM, M. S.; MARK, J. W.; SHEN, X. S. Relay selection and resource allocation for multi-user cooperative OFDMA networks. **IEEE Transactions on Wireless Communications**, v. 12, n. 5, p. 2193–2205, May. 2013.
- ASCHBACHER, E. **Digital Pre-distortion of Microwave Power Amplifiers**. Tese (Doutorado) — Vienna University of Technology, Austria, Sep. 2005.
- ASSHAD, M.; KHAN, S. A.; KAVAK, A.; KÜÇÜK, K.; MSONGALELI, D. L. Cooperative communications using relay nodes for next-generation wireless networks with optimal selection techniques: A review. **IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering**, Wiley Online Library, v. 14, n. 5, p. 658–669, 2019.
- BAGHANI, M.; MOHAMMADI, A.; MAJIDI, M. Downlink resource allocation in OFDMA wireless networks under power amplifier non-linearity. **IET Communications**, v. 11, n. 18, p. 2751–2757, Dec. 2017.
- BANELLI, P.; CACOPARDI, S. Theoretical analysis and performance of OFDM signals in nonlinear AWGN channels. **IEEE Transactions on Communications**, v. 48, n. 3, p. 430–441, Mar. 2000.
- BJÖRNSSON, E.; HOYDIS, J.; SANGUINETTI, L. Massive mimo networks: Spectral, energy, and hardware efficiency. **Foundations and Trends in Signal Processing**, Now Publishers Inc. Hanover, MA, USA, v. 11, n. 3-4, p. 154–655, 2017.
- BOHARA, V. A.; TING, S. H. Theoretical analysis of ofdm signals in nonlinear polynomial models. In: IEEE. **Information, Communications & Signal Processing, 2007 6th International Conference on**. [S.l.], 2007. p. 1–5.
- BOHARA, V. A.; TING, S. H. Analysis of OFDM signals in nonlinear high power amplifier with memory. In: **IEEE International Conference on Communications**. Beijing, China: [s.n.], 2008. p. 3653–3657.
- BONACCORSO, M.; MHIRSI, K.; MAOUCHE, K.; BUZENAC, V. Reducing the peak to average power ratio in ofdm systems. In: GRETSI, GROUPE D'ETUDES DU TRAITEMENT DU SIGNAL ET DES IMAGES. **17^o Colloque sur le traitement du signal et des images, FRA, 1999**. [S.l.], 1999.
- CERWALL, P. *et al.* **Ericsson Mobility Report**. [S.l.], 2018.
- CHO, Y.; KIM, K.; WOO, J.; LEE, K.; NO, J.; SHIN, D. Low-complexity PTS schemes using dominant time-domain samples in OFDM systems. **IEEE Transactions on Broadcasting**, v. 63, n. 2, p. 440–445, 2017.

COMMITTEE, E. N. *et al.* Digital broadcasting systems for television, sound and data services; framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television. **Norme ETSI, Sophia-Antipolis, France, Doc. pr ETS**, v. 300, p. 744, 1996.

DANG, W.; TAO, M.; MU, H.; HUANG, J. Subcarrier-pair based resource allocation for cooperative multi-relay OFDM systems. **IEEE Transactions on Wireless Communications**, v. 9, n. 5, p. 1640–1649, May. 2010.

DARDARI, D.; TRALLI, V.; VACCARI, A. A theoretical characterization of nonlinear distortion effects in OFDM systems. **IEEE Transactions on Communications**, v. 48, n. 10, p. 1755–1764, Oct. 2000.

DING, L. **Digital predistortion of power amplifiers for wireless applications**. Tese (Doutorado) — Georgia Institute of Technology, 2004.

DING, L.; ZHOU, G. T.; MORGAN, D. R.; MA, Z.; KENNEY, J. S.; KIM, J.; GIARDINA, C. R. A robust digital baseband predistorter constructed using memory polynomials. **IEEE Transactions on Communications**, v. 52, n. 1, p. 159–165, Jan. 2004.

ENG, T.; KONG, N.; MILSTEIN, L. B. Comparison of diversity combining techniques for rayleigh-fading channels. **IEEE Transactions on Communications**, v. 44, n. 9, p. 1117–1129, Setembro 1996. ISSN 0090-6778.

FERNANDES, C. A. R. Outage performance of cooperative amplify-and-forward ofdm systems with nonlinear power amplifiers. In: **2012 IEEE 13th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)**. [S.l.: s.n.], 2012. p. 459–463. ISSN 1948-3244.

FERNANDES, C. A. R.; COSTA, D. B. da; ALMEIDA, A. L. F. de. Performance analysis of cooperative amplify-and-forward orthogonal frequency division multiplexing systems with power amplifier non-linearity. **IET Communications**, v. 8, n. 18, p. 3223–3233, Dezembro 2014. ISSN 1751-8628.

FERNANDES, C. A. R.; FARIAS, E. J. P. Theoretical outage analysis of nonlinear OFDM systems with AF relays. **Journal of Communication and Information Systems**, v. 30, n. 1, p. 109–114, Mar. 2015.

FERNANDES, C. A. R.; MOTA, J. C. M.; FAVIER, G. Analysis and power diversity-based cancellation of nonlinear distortions in OFDM systems. **IEEE Transactions on Signal Processing**, v. 60, n. 7, p. 3520–3531, Jul. 2012.

GAUTAM, S.; LAGUNAS, E.; CHATZINOTAS, S.; OTTERSTEN, B. Relay selection and resource allocation for SWIPT in multi-user OFDMA systems. **IEEE Transactions on Wireless Communications**, v. 18, n. 5, p. 2493–2508, 2019.

GOLDSMITH, A. **Wireless Communications**. [S.l.]: Stanford: Cambridge University Press, 2005.

GU, Q.; WANG, G.; FAN, R.; ZHANG, N.; JIANG, H.; ZHONG, Z. Optimal resource allocation in wireless powered relay networks with nonlinear energy harvesters. **IEEE Wireless Communications Letters**, v. 9, n. 3, p. 371–375, 2020.

HASNA, M. O.; ALOUINI, M.-S. Outage probability of multihop transmission over nakagami fading channels. **IEEE Communications Letters**, v. 5, n. 7, p. 1089–1092, May. 2003.

IKKI, S.; AHMED, M. H. Performance analysis of cooperative diversity wireless networks over nakagami-m fading channel. **IEEE Communications Letters**, v. 11, n. 4, p. 334–336, Apr. 2007.

KOFFMAN, I.; ROMAN, V. Broadband wireless access solutions based on OFDM access in IEEE 802.16. **IEEE Communications Magazine**, v. 40, n. 4, p. 96–103, Apr. 2002. ISSN 0163-6804.

KU, H.; KENNEY, J. S. Behavioral modeling of nonlinear rf power amplifiers considering memory effects. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 51, n. 12, p. 2495–2504, 2003.

LARSSON, E. G.; EDFORS, O.; TUFVESSON, F.; MARZETTA, T. L. Massive mimo for next generation wireless systems. **IEEE communications magazine**, IEEE, v. 52, n. 2, p. 186–195, 2014.

LASORTE, N.; BARNES, W. J.; REFAI, H. H. The history of orthogonal frequency division multiplexing. In: **IEEE GLOBECOM 2008 - 2008 IEEE Global Telecommunications Conference**. [S.l.: s.n.], 2008. p. 1–5. ISSN 1930-529X.

LELLOUCH, G.; MISHRA, A. K.; INGGIS, M. Design of OFDM radar pulses using genetic algorithm based techniques. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, v. 52, n. 4, p. 1953–1966, Aug. 2016. ISSN 0018-9251.

LI, X. **Nonlinearity analysis and predistortion of 4G wireless communication systems**. Tese (Doutorado) — Portland State University, 2013.

LIU, K. R.; SADEK, A. K.; SU, W.; KWASINSKI, A. **Cooperative communications and networking**. [S.l.]: Cambridge university press, 2009.

LU, L.; LI, G. Y.; SWINDLEHURST, A. L.; ASHIKHMIN, A.; ZHANG, R. An overview of massive mimo: Benefits and challenges. **IEEE journal of selected topics in signal processing**, IEEE, v. 8, n. 5, p. 742–758, 2014.

MAGALHÃES, S. R. C.; FERNANDES, C. A. R.; TELES, L. C. S. Relay selection methods for cooperative OFDM systems with nonlinear power amplifiers. In: **2018 IEEE Symposium on Computers and Communications (ISCC)**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–6.

MAJIDI, M.; MOHAMMADI, A.; ABDIPOUR, A.; VALKAMA, M. Characterization and performance improvement of cooperative wireless networks with nonlinear power amplifier at relay. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 69, n. 3, p. 3244–3255, 2020.

MAN, K. S. T. K. F.; KWONG, S. Genetic algorithms: Concepts and applications. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 43, n. 5, p. 519–534, Oct. 1996.

MARSALEK, R.; BLUMENSTEIN, J.; PROKES, A.; GOTTHANS, T. Orthogonal time frequency space modulation: Pilot power allocation and nonlinear power amplifiers. In: **2019 IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT)**. [S.l.: s.n.], 2019. p. 1–4.

- MARZETTA, T. L. **Fundamentals of massive MIMO**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2016.
- MATTHE, M.; ZHANG, D.; SCHAICH, F.; WILD, T.; AHMED, R.; FETTWEIS, G. A reduced complexity time-domain transmitter for UF-OFDM. In: **2016 IEEE 83rd Vehicular Technology Conference (VTC Spring)**. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–5.
- MEIER, A. Cooperative diversity in wireless networks. **Erasmus Project at the University of Edinburgh**, 2004.
- MITIĆ, D.; LEBL, A.; TRENKIĆ, B.; MARKOV, Ž. An overview and analysis of ber for three diversity techniques in wireless communication systems. **Yugoslav Journal of Operations Research**, v. 25, n. 2, p. 251–269, 2015.
- NG, D. W. K.; LO, E. S.; SCHOBBER, R. Energy-efficient resource allocation in multi-cell OFDMA systems with limited backhaul capacity. **IEEE Transactions on Wireless Communications**, v. 11, n. 10, p. 3618–3631, Oct. 2012.
- PEDRO, J. C.; MAAS, S. A. A comparative overview of microwave and wireless power-amplifier behavioral modeling approaches. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 53, n. 4, p. 1150–1163, Abril 2005. ISSN 0018-9480.
- RAHMATALLAH, Y.; MOHAN, S. Peak-to-average power ratio reduction in ofdm systems: A survey and taxonomy. **IEEE Communications Surveys Tutorials**, v. 15, n. 4, p. 1567–1592, Abril 2013. ISSN 1553-877X.
- RAICH, R. **Nonlinear system identification and analysis with applications to power amplifier modeling and power amplifier predistortion**. Tese (Doutorado) — Georgia Institute of Technology, 2004.
- SEYEDZADEGAN, M.; OTHMAN, M. Ieee 802.16: Wimax overview, wimax architecture. **International Journal of Computer Theory and Engineering**, IACSIT Press, v. 5, n. 5, p. 784, 2013.
- SHAH, D.; RINDHE, B.; NARAYANKHEDKAR, S. Effects of cyclic prefix on ofdm system. In: **ACM. Proceedings of the International Conference and Workshop on Emerging Trends in Technology**. [S.l.], 2010. p. 420–424.
- SHAIK, H.; ZAYANI, R.; MEDJAHDI, Y.; ROVIRAS, D. Analytical analysis of SER for beyond 5G post-OFDM waveforms in presence of high power amplifiers. **IEEE Access**, v. 7, p. 29441–29452, 2019.
- SHARMA, N.; MADHUKUMAR, A. S. Genetic algorithm aided proportional fair resource allocation in multicast OFDM systems. **IEEE Transactions on Broadcasting**, v. 61, n. 1, p. 16–29, Mar. 2015. ISSN 0018-9316.
- SOUSA, D. A.; FERNANDES, C. A. R.; FERNANDES, C. E. R. Outage and ser analysis of df cooperative ofdm systems with nonlinear power amplifiers. **AEU - International Journal of Electronics and Communications**, v. 70, n. 9, p. 1329 – 1338, 2016. ISSN 1434-8411. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1434841116303648>>.
- TELES, L. C. S. **Controle de Distorções em Sistemas OFDM com Amplificadores de Potência não Lineares**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, Sobral, 2018.

- TRAN, T.-T.; SHIN, Y.; SHIN, O.-S. Overview of enabling technologies for 3GPP LTE-advanced. **EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking**, Nature Publishing Group, v. 2012, n. 1, p. 54, 2012.
- VUOLEVI, J.; RAHKONEN, T. **Distortion in RF power amplifiers**. [S.l.]: Artech house, 2003.
- WANG, F.; GUO, S.; XIAO, B.; YANG, Y.; ZHANG, X. Resource allocation and admission control for an energy harvesting cooperative OFDMA network. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 67, n. 5, p. 4071–4086, 2018.
- WANG, Y.; CHEN, F.; WEI, G. Adaptive subcarrier and bit allocation for multiuser OFDM system based on genetic algorithm. In: **2005 International Conference on Communications, Circuits and Systems**. [S.l.: s.n.], 2005. v. 1, p. 242–246.
- ZAIDI, A. A.; BALDEMAIR, R.; TULLBERG, H.; Bjorkegren, H.; Sundstrom, L.; Medbo, J.; Kilinc, C.; Da Silva, I. Waveform and numerology to support 5g services and requirements. **IEEE Communications Magazine**, v. 54, n. 11, p. 90–98, 2016.
- ZYREN, J.; MCCOY, W. Overview of the 3GPP long term evolution physical layer. **Freescale Semiconductor, Inc., white paper**, v. 7, p. 2–22, 2007.

APÊNDICE A – DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICAS

Lema A.0.1. *Seja s_n e u_n , para $1 \leq n \leq N$, duas sequências finitas de valor complexo, com $\mathbb{E}[s_n u_n^*] = 0$. As seguintes relações são válidas:*

i.

$$\mathbb{E}[\xi_n(s_n) u_n^*] = 0, \quad (\text{A.1})$$

ii.

$$\mathbb{E}[\xi_n(s_n) \xi_n^*(u_n)] = 0. \quad (\text{A.2})$$

Demonstração. De (3.13), tem-se:

$$\mathbb{E}[\xi_n(s_n) u_n^*] = \frac{1}{N} \sum_{n_1=1}^N \sum_{n_2=1}^N \mathbb{E}[u_n^* s_{n_1}^* s_{n_2} s_{\text{cir}(n+n_1-n_2, N)}] \quad (\text{A.3})$$

e

$$\mathbb{E}[\xi_n(s_n) \xi_n^*(u_n)] = \frac{1}{N^2} \sum_{n_1=1}^N \sum_{n_2=1}^N \sum_{n_3=1}^N \sum_{n_4=1}^N \mathbb{E}\left[s_{n_1}^* s_{n_2} s_{\text{cir}(n+n_1-n_2, N)} u_{n_3} u_{n_4}^* u_{\text{cir}(n+n_3-n_4, N)}^*\right]. \quad (\text{A.4})$$

Após um exame cuidadoso, pode-se concluir que as esperanças nos lados direitos de (A.3) e (A.4) são nulas para qualquer combinação de n_1, n_2, n_3 e n_4 , o que leva a (A.1) e (A.2). \square

Teorema A.0.2. *Seja $u_{j,n}^{(U)}$, dado por (3.3), a saída do PA do j -ésimo usuário e $u_{k,n}^{(R)}$, dado por (3.7), a saída do PA do k -ésimo relay na subportadora n , no domínio da frequência. Então, $\mathbb{E}[u_{k_1,n}^{(R)} u_{k_2,n}^{(R)*}] = 0$, para $k_1 \neq k_2$ e $\mathbb{E}[u_{j_1,n}^{(U)} u_{j_2,n}^{(U)*}] = 0$, para $j_1 \neq j_2$.*

Demonstração. Usando $u_{k,n}^{(R)} = c_1^{(R)} q_{k,n}^{(R)} + c_3^{(R)} \xi_n(q_{k,n}^{(R)})$, para $k = k_1$ e k_2 , é possível escrever:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[u_{k_1,n}^{(R)} u_{k_2,n}^{(R)*}] &= |c_1^{(U)}|^2 \mathbb{E}[q_{k_1,n}^{(R)} q_{k_2,n}^{(R)*}] + c_1^{(U)} c_3^{(U)*} \mathbb{E}[q_{k_1,n}^{(R)} \xi_n^*(q_{k_2,n}^{(R)})] + \\ &+ c_1^{(U)*} c_3^{(U)} \mathbb{E}[\xi_n(q_{k_1,n}^{(R)}) q_{k_2,n}^{(R)*}] + |c_3^{(U)}|^2 \mathbb{E}[\xi_n(q_{k_1,n}^{(R)}) \xi_n^*(q_{k_2,n}^{(R)})]. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Como somente um *relay* é ativo em cada subportadora, tem-se $\mathbb{E}[q_{k_1,n}^{(R)} q_{k_2,n}^{(R)*}] = 0$, para todo k_1 e k_2 . Usando este fato juntamente com o Lema A.0.1, é possível concluir que $\mathbb{E}[u_{k_1,n}^{(R)} u_{k_2,n}^{(R)*}] = 0$.

De forma similar, usando (3.12), tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[u_{j_1,n}^{(U)} u_{j_2,n}^{(U)*}] &= |c_1^{(U)}|^2 \mathbb{E}[s_{j_1,n} s_{j_2,n}^*] + c_1^{(U)} c_3^{(U)*} \mathbb{E}[s_{j_1,n} \xi_n^*(s_{j_2,n})] + \\ &+ c_1^{(U)*} c_3^{(U)} \mathbb{E}[\xi_n(s_{j_1,n}) s_{j_2,n}^*] + |c_3^{(U)}|^2 \mathbb{E}[\xi_n(s_{j_1,n}) \xi_n^*(s_{j_2,n})]. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Usando o fato de que $\mathbb{E}[s_{j_1,n} s_{j_2,n}^*] = 0$, para $j_1 \neq j_2$ e usando o Lema A.0.1, é fácil concluir que $\mathbb{E}[u_{j_1,n}^{(U)} u_{j_2,n}^{(U)*}] = 0$, para $j_1 \neq j_2$. \square