



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CAMPUS RUSSAS**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**PAULO HENRIQUE DE LIMA COSTA**

**ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE PILARES INTERMEDIÁRIOS DE CONCRETO  
ARMADO E PILARES MISTOS TUBULARES PREENCHIDOS DE CONCRETO  
SUBMETIDOS À COMPRESSÃO AXIAL**

**RUSSAS-CE**

**2020**

PAULO HENRIQUE DE LIMA COSTA

ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE PILARES INTERMEDIÁRIOS DE CONCRETO  
ARMADO E PILARES MISTOS TUBULARES PREENCHIDOS DE CONCRETO  
SUBMETIDOS À COMPRESSÃO AXIAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Curso de Graduação em Engenharia Civil do  
Campus de Russas da Universidade Federal do  
Ceará, como requisito parcial à obtenção do  
título de bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Otávio Rangel de Oliveira  
e Cavalcante

RUSSAS-CE

2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

C875a Costa, Paulo Henrique de Lima.

Análise comparativa entre pilares intermediários de concreto armado e pilares mistos tubulares preenchidos de concreto submetidos à compressão axial / Paulo Henrique de Lima Costa. – 2020.  
78 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Federal do Ceará, Campus de Russas, Curso de Engenharia Civil, Russas, 2020.

Orientação: Prof. Dr. Otávio Rangel de Oliveira e Cavalcante.

1. Pilares mistos. 2. Pilares tubulares preenchidos. 3. Pilares de concreto armado. I. Título.

CDD 620

---

PAULO HENRIQUE DE LIMA COSTA

ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE PILARES INTERMEDIÁRIOS DE CONCRETO  
ARMADO E PILARES MISTOS TUBULARES PREENCHIDOS DE CONCRETO  
SUBMETIDOS À COMPRESSÃO AXIAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Curso de Graduação em Engenharia Civil do  
Campus de Russas da Universidade Federal do  
Ceará, como requisito parcial à obtenção do  
título de bacharel em Engenharia Civil.

Aprovada em: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_\_.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Otávio Rangel de Oliveira e Cavalcante (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof.<sup>a</sup> Ms. Andriele Nascimento de Souza  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof.<sup>a</sup> Ms. Camila Lima Maia  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

A Deus.

Aos meus pais, Gorete e Chagas.

A meu irmão, Ramon.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus por me fortalecer, por ajudar a enfrentar todas as dificuldades encontradas e estar presente na minha vida.

A minha família, aos meus pais, Maria Gorete e Chagas Barreto, e ao meu irmão, Ramon Martins, por terem me apoiado e me incentivado durante todo o período desta difícil jornada em busca do meu sonho de ser um engenheiro civil. A meu pai de coração, Raimundo Martins, que infelizmente não pôde estar presente nesta fase da minha trajetória.

Ao professor Otávio Rangel, por ter aceitado ser meu orientador, por ter tirado minhas dúvidas e pela contribuição para a concretização deste trabalho.

Aos meus amigos mais próximos que fiz na graduação, Germano Guedes, Marcelo Douglas, Marcos Henrique e Renan Rocha, por toda a ajuda, amizade e companheirismo durante a nossa jornada acadêmica. Com vocês essa jornada ficou muito mais suave.

As professoras Andriele Nascimento e Camila Lima, por terem aceitado participar da banca examinadora, pelo tempo investido e pelas sugestões realizadas.

Aos meus colegas de curso, por terem participado e auxiliado na minha formação.

Aos professores e professoras do meu curso, pela capacidade de entregar o conhecimento de forma clara e objetiva e proporcionar o meu crescimento como pessoa.

## RESUMO

O trabalho consiste no dimensionamento e na comparação entre pilares de concreto armado intermediários e pilares tubulares mistos preenchidos de concreto, considerando a atuação das cargas que variam de 20 a 120 toneladas-força. Inicialmente, realizou-se uma revisão bibliográfica para elencar os principais procedimentos necessários segundo as normas, visando a confecção de uma rotina de cálculo para ambos os tipos de pilares. A partir disso, desenvolveu-se um estudo de caso básico visando a análise dos pilares quando submetidos a esses carregamentos com objetivo de observar a variação de alguns parâmetros dos pilares como a área da seção transversal, consumo de aço, consumo de concreto e peso próprio para uma situação em que é possível a adoção dos dois sistemas construtivos. O dimensionamento buscou atender aos critérios e parâmetros estabelecidos pelas prescrições normativas. Nos resultados dos dimensionamentos dos pilares de concreto armado foi possível observar três modelos para otimização do elemento utilizado, um que beneficia a redução da área da seção transversal, volume de concreto e peso próprio, outro que favorece a redução do consumo de aço e um terceiro que busca um equilíbrio entre esses parâmetros. Os pilares mistos foram dimensionados de modo a otimizar sua área de seção transversal. Por fim, foi observado que os pilares mistos apresentaram os pilares menos robustos entre todos os pilares dimensionados, porém o consumo de aço foi em média o dobro dos pilares de concreto armado.

**Palavras-chave:** Pilares mistos. Pilares de concreto armado. Pilares tubulares preenchidos.

## ABSTRACT

The work consists in the dimensioning and comparison between intermediate reinforced concrete columns and composite tubular columns filled with concrete considering that they are subjected to loads ranging from 20 to 120 tons. Initially, a bibliographic review was carried out to list the main procedures required according to the norms, aiming at creating a calculation routine for both types of columns. From this, a basic case study was developed to analyze the columns when subjected to these loads in order to observe the variation of some parameters of the columns such as the cross section area, steel consumption, concrete consumption and own weight for a situation in which it is possible to adopt both construction systems. The dimensioning sought to meet the established criteria and parameters always obeying the normative prescriptions. In the results of the design of reinforced concrete columns, it was possible to observe three models for optimization of the element used, one that benefits the reduction of the cross-sectional area, volume of concrete and own weight, another that favors the reduction of steel consumption and a third that seeks a balance between these parameters. The composite columns were dimensioned in order to optimize their cross-sectional area. Finally, it was observed that the composite columns had the least robust columns among all the dimensioned columns, however the steel consumption was on average twice that of reinforced concrete columns.

**Keywords:** Composite columns. Reinforced concrete columns. Composite tubular columns filled with concrete.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Coeficiente adicional $\gamma_n$ para pilares e pilares-parede. ....	19
Figura 2.2 – Cobrimentos mínimos .....	21
Figura 2.3 – Comprimento de flambagem por tipo de vinculação do pilar.....	22
Figura 2.4 – Comprimento equivalente. ....	23
Figura 2.5 – Disposição e classificação dos pilares em planta.....	27
Figura 2.6 – Arranjo estrutural e situação de projeto de pilar intermediário.....	28
Figura 2.7 – Arranjo estrutural e situação de projeto de pilar de extremidade.....	29
Figura 2.8 – Arranjo estrutural e situação de projeto de pilar de canto. ....	30
Figura 2.9 – Excentricidades de 1ª ordem. ....	33
Figura 2.10 – Imperfeições geométricas locais .....	33
Figura 2.11 – Tipos de seção transversal para os pilares mistos .....	36
Figura 2.12 – Coeficiente de flambagem por flexão de elementos isolados .....	42
Figura 3.1 – Fluxograma das etapas de pesquisa.....	44
Figura 3.2 – Fluxograma para dimensionamento dos pilares de concreto armado .....	45
Figura 3.3 – Fluxograma de dimensionamento dos pilares mistos.....	47

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 5.1 – Aço calculado e aço efetivamente(%A <sub>s</sub> ) utilizado por pilar do modelo I .....	53
Gráfico 5.2 – Aço calculado e aço efetivamente utilizado (%A <sub>s</sub> ) por pilar do modelo II .....	54
Gráfico 5.3 – Consumo de concreto e consumo de aço dos modelos I e II.....	55
Gráfico 5.4 – Aço calculado e aço efetivamente utilizado (%A <sub>s</sub> ) por pilar do modelo III.....	56
Gráfico 5.5 – Consumo de concreto e aço dos modelos I, II e III.....	57
Gráfico 5.6 – Comparativo entre as áreas dos pilares mistos e os de concreto armado .....	59
Gráfico 5.7 – Comparativo entre os volumes de concreto dos pilares mistos e os de concreto armado .....	61
Gráfico 5.8 – Comparativo entre os consumos de aço dos pilares mistos e os de concreto armado .....	62
Gráfico 5.9 – Comparativo entre as peso próprios dos pilares mistos e os de concreto armado .....	64

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – fator de redução por esbeltez limite .....	40
Tabela 5.1 – Modelo I: pilares de concreto armado otimizados pela área.....	52
Tabela 5.2 – Modelo II: pilares de concreto armado otimizados em relação ao aço.....	54
Tabela 5.3 – Modelo III: pilares de concreto armado otimizados a 2% de taxa geométrica de armadura .....	56
Tabela 5.4 – Pilar misto tubular preenchido de concreto .....	58
Tabela 5.5 – Percentual de redução de área quando utilizado pilar misto.....	60
Tabela 5.6 – Percentual de redução de volume de concreto, quando utilizado pilar misto .....	62
Tabela 5.7 – Percentual de redução de consumo de aço quando utilizado pilar otimizado em relação ao aço .....	63
Tabela 5.8 – Percentual de redução do peso próprio quando utilizado pilar misto .....	65

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras romanas minúsculas

$f_{cd}$	Resistência a compressão de cálculo do concreto
$f_{ck}$	Resistência característica do concreto à compressão
$f_{sd}$	Resistência de escoamento de cálculo das armaduras passivas
$f_u$	Resistência à ruptura do aço do perfil
$f_{us}$	Tensão de ruptura da armadura passiva
$f_y$	Resistência ao escoamento do aço do perfil
$f_{yd}$	Tensão de escoamento de projeto do aço do perfil
$f_{ys}$	Tensão de escoamento da armadura passiva

### Letras romanas maiúsculas

$A_a$	Área da seção transversal do perfil de aço
$A_c$	Área da seção transversal de concreto
$A_s$	Área de armadura
$C_x$ e $C_y$	Cobrimentos do perfil de aço
$E_a$	Módulo de elasticidade do aço estrutural
$E_c$	Módulo de elasticidade do concreto
$E_{c,red}$	Módulo de elasticidade reduzido do concreto
$E_{ci}$	Módulo de deformação tangente inicial do concreto
$E_{cs}$	Módulo de elasticidade secante do concreto
$E_s$	Módulo de elasticidade do aço da armadura
$(EI)_e$	A rigidez efetiva à flexão da seção transversal mista

$G$	Módulo de elasticidade transversal
$I_a$	Momento de inércia da seção transversal do perfil de aço
$I_c$	Momento de inércia da seção transversal do concreto não-fissurado
$I_s$	Momento de inércia da seção transversal da armadura do concreto
$KL$	Produto do coeficiente de flambagem e o comprimento do pilar
$N_{c,Rd}$	Força axial de compressão resistente de cálculo do pilar misto
$N_e$	Carga axial de flambagem elástica
$N_{G,Sd}$	Parcela da força axial solicitante de cálculo devida à ação permanente e à ação decorrente do uso de atuação quase permanente
$N_{pl,R}$	Força axial nominal da seção transversal à plastificação total
$N_{pl,Rd}$	Força axial resistente de cálculo da seção transversal à plastificação total
$N_{Rd}$	Carga axial resistente de cálculo
$N_{Sd}$	Força axial solicitante de cálculo

### **Letras gregas**

$\alpha$	Coefficiente igual a 0,95 para seções tubulares circulares preenchidas com concreto e 0,85 para as demais seções
$\gamma_c$	Coefficiente de ponderação da resistência característica de compressão do concreto igual a 1,40
$\gamma_s$	coeficiente de ponderação da resistência para escoamento do aço das armaduras passivas igual a 1,15
$\delta$	Fator de contribuição do aço
$\lambda$	Esbeltez relativa do pilar
$\lambda_{0,m}$	Índice de esbeltez reduzido
$\lambda_{rel}$	Esbeltez relativa do pilar misto

$\mu$	Momento adimensional
$v$	Força normal adimensional
$\nu_a$	Coefficiente de Poisson do aço do perfil
$\nu_c$	Coefficiente de Poisson do concreto
$\rho_a$	Massa específica do aço do perfil
$\rho_c$	Massa específica do concreto
$\varphi$	Coefficiente de fluência do concreto
$\chi$	Fator de redução associado à resistência à compressão dos pilares de aço

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>14</b>
<b>1.1</b>	<b>Justificativa</b> .....	<b>15</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos</b> .....	<b>15</b>
<i>1.2.1</i>	<i>Objetivo geral</i> .....	<i>16</i>
<i>1.2.2</i>	<i>Objetivos específicos</i> .....	<i>16</i>
<b>1.3</b>	<b>Organização do trabalho</b> .....	<b>16</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>18</b>
<b>2.1</b>	<b>Pilares</b> .....	<b>18</b>
<b>2.2</b>	<b>Pilares de concreto armado</b> .....	<b>18</b>
<i>2.2.1</i>	<i>Aspectos construtivos</i> .....	<i>18</i>
<i>2.2.1.1</i>	<i>Dimensões mínimas dos pilares segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014)</i> .....	<i>18</i>
<i>2.2.1.2</i>	<i>Armaduras longitudinais mínimas e máximas em pilares</i> .....	<i>19</i>
<i>2.2.1.3</i>	<i>Arranjo das armaduras</i> .....	<i>20</i>
<i>2.2.1.4</i>	<i>Cobrimento</i> .....	<i>21</i>
<i>2.2.2</i>	<i>Raio de giração</i> .....	<i>21</i>
<i>2.2.3</i>	<i>Comprimento de flambagem</i> .....	<i>22</i>
<i>2.2.4</i>	<i>Índice de esbeltez</i> .....	<i>23</i>
<i>2.2.5</i>	<i>Classificação dos Pilares</i> .....	<i>26</i>
<i>2.2.5.1</i>	<i>Classificação dos pilares quanto à posição em planta</i> .....	<i>26</i>
<i>2.2.5.2</i>	<i>Classificação dos pilares quanto à esbeltez</i> .....	<i>30</i>
<i>2.2.6</i>	<i>Excentricidades</i> .....	<i>32</i>
<i>2.2.6.1</i>	<i>Excentricidades de 1ª ordem</i> .....	<i>32</i>
<i>2.2.6.2</i>	<i>Excentricidade accidental</i> .....	<i>33</i>
<i>2.2.6.3</i>	<i>Excentricidade de 2ª ordem</i> .....	<i>34</i>
<i>2.2.6.4</i>	<i>Excentricidade devido à fluência</i> .....	<i>34</i>
<b>2.3</b>	<b>Pilares mistos</b> .....	<b>35</b>
<i>2.3.1</i>	<i>Classificação dos pilares mistos</i> .....	<i>35</i>
<i>2.3.1.1</i>	<i>Pilares mistos revestidos ou parcialmente revestidos</i> .....	<i>36</i>
<i>2.3.1.2</i>	<i>Pilares mistos preenchidos</i> .....	<i>36</i>
<i>2.3.2</i>	<i>Hipótese básicas</i> .....	<i>37</i>
<i>2.3.3</i>	<i>Limites de aplicabilidade</i> .....	<i>37</i>
<i>2.3.4</i>	<i>Flambagem local dos elementos de aço</i> .....	<i>38</i>

2.3.5	<i>Força axial resistente de cálculo – pilares submetidos à compressão axial.....</i>	39
3	<b>METODOLOGIA .....</b>	44
3.1	<b>Etapas da pesquisa.....</b>	44
3.2	<b>Etapas do dimensionamento dos pilares .....</b>	45
3.3	<b>Apresentação dos resultados .....</b>	48
4	<b>ESTUDO DE CASO .....</b>	49
4.1	<b>Definição do estudo de caso.....</b>	49
4.2	<b>Considerações de projeto.....</b>	49
5	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	52
5.1	<b>Dimensionamento dos pilares de concreto armado.....</b>	52
5.2	<b>Dimensionamento dos pilares mistos.....</b>	58
5.3	<b>Comparações entre os dois tipos de pilar.....</b>	59
5.3.1	<i>Área.....</i>	59
5.3.2	<i>Volume de concreto .....</i>	60
5.3.3	<i>Consumo de aço .....</i>	62
5.3.4	<i>Peso próprio.....</i>	64
6	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	66
6.1	<b>Conclusão.....</b>	66
6.2	<b>Sugestões para trabalhos futuros.....</b>	67
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	68
	<b>ANEXO A – VALORES USUAIS DE DIÂMETROS E PAREDES DOS PERFIS</b>	
	<b>ESTRUTURAIS TUBULARES .....</b>	70
	<b>ANEXO B – TABELAS DE DIMENSIONAMENTO.....</b>	72



## 1 INTRODUÇÃO

O engenheiro civil possui um grande leque de possibilidades de área de atuação. Uma dessas áreas é a de construção, onde o engenheiro pode atuar com projeto, execução de obras ou em pesquisa.

No projeto e execução, os materiais mais utilizados são o concreto e o aço. Esses materiais formam os elementos que compõem uma edificação, pode-se citar como exemplos desses elementos os pilares, lajes, vigas, fundações. Cada um desses pode ser constituído da combinação de aço e concreto, é o mais comum, da combinação de um desses com outros materiais ou isoladamente.

Têm-se duas possibilidades de uso da combinação concreto e aço. Os elementos podem ser de concreto armado, segundo CLÍMACO (2008): “é o material estrutural constituído pela associação do concreto simples com uma armadura passiva, ambos resistindo solidariamente aos esforços a que a peça estiver submetida.”; e os elementos mistos, de acordo com CALDAS (2004): “Denomina-se, então, elemento misto aço-concreto aquele no qual um perfil de aço, laminado, dobrado ou soldado, trabalha em conjunto com o concreto, formando um pilar misto, uma viga mista, uma laje mista ou uma ligação mista.”

Os pilares de concreto armado apresentam como vantagens a alta disponibilidade de mão de obra, exige mão de obra menos qualificada. No caso dos pilares mistos, podemos citar como vantagens: velocidade na execução, redução no uso de formas.

Dadas as características de cada sistema, flexibilidade de composição e escolha por parte do projetista, resta saber qual o sistema mais adequado, naturalmente, a escolha desse material ou sistema construtivo está condicionado a alguns como:

- Uso da edificação;
- Arquitetura;
- Cargas atuantes;
- Vãos a serem vencidos
- Método construtivo
- Tecnologia
- Mão de obra disponível
- Prazo de execução da obra
- Custo das fundações;
- Custo final; e
- Retorno do capital investido.

Tendo em vista o que foi exposto, o presente trabalho apresentará um estudo comparativo entre pilares de concreto armado e pilares mistos tubulares preenchidos de concreto de modo a verificar o comportamento de algumas características do dimensionamento como a altura, o consumo de materiais e o peso, visando as vantagens e as desvantagens da aplicação de um método construtivo em relação ao outro.

## **1.1 Justificativa**

Na construção civil busca-se, com a alta competitividade do mercado, a racionalização de processos e a redução dos custos. Racionalização significa dizer que os processos utilizados se destacam pela produtividade, eficiência e eficácia.

Atualmente, os engenheiros têm cada vez mais possibilidades na escolha de um sistema estrutural. No caso dos pilares, há uma prevalência na utilização do concreto armado, mas as estruturas mistas vêm ganhando mercado. Com a busca por uma construção mais racional e o crescente aumento da produção de aço estrutural no Brasil, o aço está sendo cada vez mais utilizado, tanto em pontes como em edifícios (OLIVEIRA, 2001). Vários fatores podem condicionar essa escolha, por exemplo: porte da obra, mão de obra adequada, clima, custo.

De posse dessas condicionantes o engenheiro deve buscar a melhor solução. Nessa busca, uma análise de desempenho entre estes sistemas, pilares de concreto armado e misto, podem nos fornecer dados que ajudem com a tomada de decisão, escolha esta que impactará toda a obra e o processo produtivo.

Essa análise se feita com o auxílio de ferramentas computacionais traz diversas vantagens. Ela permite reduzir o tempo de cálculo e eliminar possíveis erros decorrentes do cálculo manual. Com isso tem-se uma menor margem de erro que gerará economia de tempo e material.

Além disso, há a possibilidade de testar várias situações de projeto em tempo reduzido para uma escolha mais racional. No caso dos pilares, essa escolha depende da tecnologia a ser utilizada, dimensões do pilar, taxa e disposição das armaduras.

## **1.2 Objetivos**

### ***1.2.1 Objetivo geral***

O objetivo principal deste trabalho é analisar e comparar o dimensionamento de pilares de concreto armado e pilares mistos de seção tubular preenchidos de concreto sobre a influência da variação de carregamento axial quando submetidas as mesmas considerações de projeto.

### ***1.2.2 Objetivos específicos***

- Fornecer diretrizes para o dimensionamento de pilares de concreto armado e pilares mistos tubulares preenchidos de concreto;
- Apresentar as diferenças entre as dimensões dos pilares;
- Apresentar a comparação quantitativa de materiais utilizados no dimensionamento dos pilares apresentados.

## **1.3 Organização do trabalho**

Esse trabalho encontra-se dividido em 6 capítulos, são eles: Introdução, Revisão Bibliográfica, Metodologia, Estudo de Caso, Resultados e as Discussões e, por fim, as Considerações Finais.

O Capítulo 1 trata-se da introdução, onde o tema é abordado de forma sucinta. Além disso, apresenta-se as justificativas desse trabalho, os objetivos gerais e específicos a serem alcançados.

No Capítulo 2 é apresentado os conhecimentos teóricos necessários para a realização desse trabalho.

O Capítulo 3 expõe a metodologia utilizada para a confecção deste trabalho, abordando as etapas da pesquisa e os procedimentos utilizados para obtenção dos resultados.

No Capítulo 4 é exposto o estudo de caso do trabalho e as considerações de projeto utilizadas para o dimensionamento dos pilares.

O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos através da aplicação da metodologia no estudo de caso. Além disso, neste mesmo capítulo é feito a comparação e a discussão acerca de alguns parâmetros encontrados nos resultados.

Por fim, o Capítulo 6 apresenta as considerações finais acerca do trabalho e algumas sugestões para futuras pesquisas.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo fornece as informações necessárias para os cálculos e o entendimento dos tipos de pilares abordados neste trabalho, os pilares de concreto armado e os pilares mistos tubulares preenchidos de concreto.

### 2.1 Pilares

Pilares são elementos estruturais lineares, geralmente verticais, em que as forças normais de compressão são preponderantes e têm como função precípua receber as ações atuantes nos diversos níveis da estrutura e as transmitir para as fundações. A associação de pilares e vigas formam os pórticos, que são os principais responsáveis pela estabilidade global das estruturas (PINHEIRO, 2007).

### 2.2 Pilares de concreto armado

Os pilares de concreto armado são elementos estruturais projetados para suportar cargas predominantemente compressivas (NBR 6118, 2014). Essas cargas são provenientes das vigas e lajes e são transmitidas às fundações. Essas estruturas utilizam em seu interior armações feitas com barras de aço, que tem o propósito de reforçar a estrutura compensando a baixa resistência à tração do concreto.

#### 2.2.1 Aspectos construtivos

##### 2.2.1.1 Dimensões mínimas dos pilares segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014)

A NBR 6118, item 13.2.3, determina que, em regra, as seções dos pilares e pilares-parede não devem apresentar dimensão inferior a 19 cm, independente da forma. Mas há exceções, segundo a norma:

“(…) permite-se a consideração de dimensões entre 19 cm e 14 cm, desde que se multipliquem os esforços solicitantes de cálculo a serem considerados no dimensionamento por um coeficiente adicional  $\gamma_n$ , de acordo com o indicado na Tabela 13.1 e na Seção 11. Em qualquer caso, não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360 cm<sup>2</sup>.

Na Figura 2.1 é apresentado o coeficiente adicional  $\gamma_n$  de acordo com a menor dimensão da seção transversal do pilar.

Figura 2.1 – Coeficiente adicional  $\gamma_n$  para pilares e pilares-parede.

<b>b</b> cm	≥ 19	18	17	16	15	14
$\gamma_n$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25
<p>onde</p> <p><math>\gamma_n = 1,95 - 0,05 b</math>;</p> <p><math>b</math> é a menor dimensão da seção transversal, expressa em centímetros (cm).</p> <p>NOTA O coeficiente <math>\gamma_n</math> deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo quando de seu dimensionamento.</p>						

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

### 2.2.1.2 Armaduras longitudinais mínimas e máximas em pilares

Além dos limites comentados no item anterior, a norma estabelece limites para as armaduras. Sendo que a armadura mínima é para evitar a ruptura frágil das seções transversais e o limite máximo visa assegurar as condições de ductilidade.

#### 2.2.1.2.1 Valores mínimos

A armadura longitudinal mínima dos pilares deve ser conforme expressão 1.

$$A_{s,min} = 0,15 \cdot N_d / f_{yd} \geq 0,004 \cdot A_c \quad (1)$$

Em que:

$N_d$  é a força normal de cálculo;

$f_{yd}$  é a resistência de cálculo de início de escoamento do aço;

$A_c$  é a área da seção transversal do pilar.

### 2.2.1.2.2 Valores máximos

A maior armadura longitudinal dos pilares é dada pela equação 2.

$$A_{s,m\acute{a}x} = 0,08 \cdot A_c \quad (2)$$

Em que:

$A_c$  é a área da seção transversal do pilar.

### 2.2.1.3 Arranjo das armaduras

Nos pilares de concreto armado, a armadura longitudinal deve estar disposta de modo que tenha pelo menos uma barra de 10 milímetros de diâmetro em cada vértice, em seções circulares, o mínimo é de 6 barra de 10 mm. Em qualquer caso, a maior bitola adotada não pode ser superior a um oitavo da menor dimensão, conforme NBR 6118.

O espaçamento da armadura longitudinal ( $s$ ) deve respeitar o intervalo da expressão 3, onde  $\emptyset$  é o diâmetro da barra em milímetros.

$$\left. \begin{array}{l} 20 \text{ mm} \\ \emptyset \\ 1,2\emptyset_{agreg} \end{array} \right\} \leq s \leq \left\{ \begin{array}{l} 400 \text{ mm} \\ 2x \text{ menor dimensão} \end{array} \right. \quad (3)$$

As armaduras longitudinais devem ser travadas, esse travamento pode ser feito por: grampos, gravatas ou estribos duplos.

A bitola da armadura transversal ( $\emptyset$ ) deve obedecer a expressão 4.

$$\emptyset_t \geq \left\{ \begin{array}{l} 5 \text{ mm} \\ \emptyset/4 \end{array} \right. \quad (4)$$

O espaçamento longitudinal dos estribos ( $s_t$ ) deve obedecer a expressão 5.

$$s_t \geq \begin{cases} 200 \text{ mm} \\ \text{menor dimensão} \\ 12\phi \text{ (CA - 50)} \\ 24\phi \text{ (CA - 25)} \end{cases} \quad (5)$$

#### 2.2.1.4 Cobrimento

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece cobrimentos mínimos de acordo com o tipo de estrutura, componente do elemento e classe de agressividade do ambiente. Esses parâmetros podem ser vistos na Figura 2.2.

Figura 2.2 – Cobrimentos mínimos

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto Armado	Laje	20	25	35	45
	Viga / Pilar	25	30	40	50
	Elemento estruturais em contato com o solo	30		40	50
Concreto Protendido	Laje	25	30	40	50
	Viga / Pilar	30	35	45	55

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

#### 2.2.2 Raio de giração

O raio de giração é a distância do eixo de referência da seção transversal a um ponto onde se deve concentrar toda a massa do elemento de modo que teríamos o mesmo momento de inércia da distribuição real, matematicamente, o raio de giração é definido pela equação 6.

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (6)$$

Onde:



$i$  é o raio de giração;

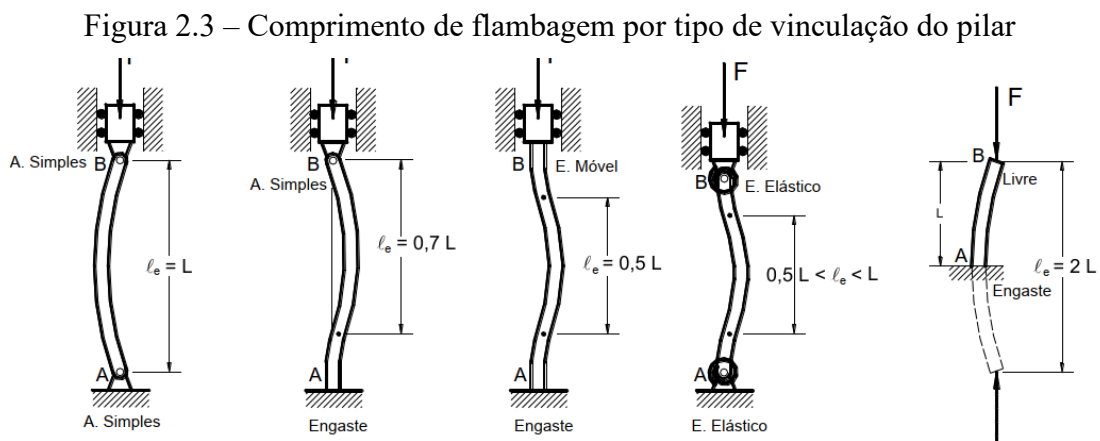
$I$  é o momento de inércia na direção x ou y;

$A$  é área da seção transversal.

### 2.2.3 Comprimento de flambagem

A flambagem é um encurvamento causado em peças esbeltas devida a uma compressão axial, ela ocorre sempre na direção do eixo da seção transversal que possui menor momento de inercia.

O comprimento de flambagem, para um elemento isolado, depende das vinculações do elemento nas extremidades, como mostrado na Figura 2.3.



Fonte: BASTOS, 2015, p. 21.

A NBR 6118, a partir da versão 2014, determina que para pilares não em balanço o comprimento de flambagem é  $l_e = l$ . Desse modo, os pilares que não estão em balanço serão tratados como biarticulados.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), item 15.6, para pilares biarticulados, vinculado em ambas as extremidades, o comprimento equivalente de flambagem é o menor dos valores apresentados na expressão 7.

$$l_e \leq \begin{cases} l_o + h \\ l \end{cases} \quad (7)$$

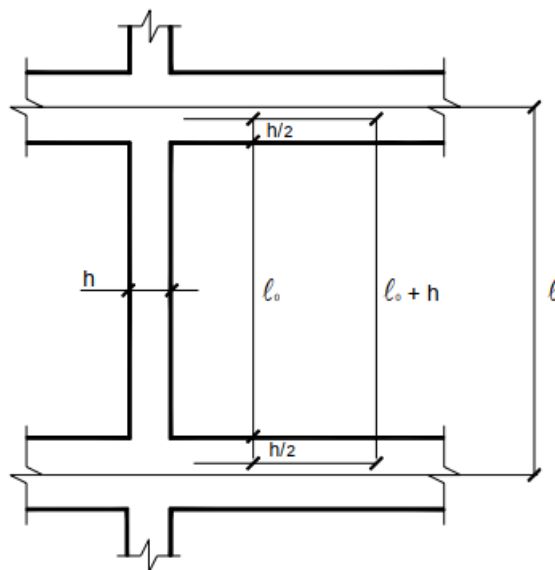
Onde:

$l_o$  é a distância entre as faces internas dos elementos estruturais que vinculam o pilar;

$h$  é a altura da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura;

$l$  é a distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado. A Figura 2.4 ilustra esses elementos.

Figura 2.4 – Comprimento equivalente.



Fonte: PINHEIRO, 2007, p. 221.

Para pilares engastados na base e livre no topo,  $l_e = 2l$ .

#### 2.2.4 Índice de esbeltez

O índice de esbeltez mede a facilidade que um pilar tem para ocorrer o fenômeno da flambagem. Quanto mais esbelto o pilar, mais rigoroso deve ser o cálculo para evitar que ele rompa por flambagem. Define-se o índice de esbeltez conforme equação 8.

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (8)$$

Em que:

$\lambda$  é o índice de esbeltez;

$l_e$  é o comprimento de flambagem na direção x ou y;

$i$  é o raio de giração na direção x ou y.

Os efeitos de 2ª ordem podem ser desprezados quando o índice de esbeltez for menor que a esbeltez limite. O valor da esbeltez limite pode ser calculado pela equação 9.

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 e_1/h}{\alpha_b} \quad (9)$$

sendo

$$35 \leq \lambda_1 \leq 90;$$

$e_1$  é a excentricidade de 1ª ordem, excluída a excentricidade acidental  $e_a$ ;

$e_1/h$  é a excentricidade relativa de 1ª ordem.

E o valor de  $\alpha_b$  será obtido de acordo com o estabelecido a seguir:

**a) para pilares biapoiados sem cargas transversais:**

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \cdot \frac{M_B}{M_A} \quad (10)$$

Sendo

$$1,0 \geq \alpha_b \geq 0,4 \quad (11)$$

onde

$M_A$  e  $M_B$  são os momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar, obtidos na análise de 1ª ordem no caso de estruturas de nós fixos e os momentos no caso de estruturas de nós móveis (NBR 6118, 2014). Para  $M_A$  será adotado o maior valor absoluto ao longo do pilar biapoiado e para  $M_B$  o sinal positivo, se tracionar a mesma face que  $M_A$ , caso contrário será negativo.

**b) para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura:**

$$\alpha_b = 1,0 \quad (12)$$

**c) para pilares em balanço;**

$$\alpha_b = 0,80 + 0,20 \cdot \frac{M_C}{M_A} \quad (13)$$

Sendo

$$1,0 \geq \alpha_b \geq 0,85 \quad (14)$$

onde

$M_A$  e  $M_C$  são momentos de 1ª ordem, este é o momento de 1ª ordem no meio do pilar em balanço e aquele é o momento de 1ª ordem no engaste.

**d) para pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo estabelecido no item 11.3.3.4.3 da NBR 6118:**

$$\alpha_b = 1,0 \quad (15)$$

O item 11.2.2.4.3 define o momento mínimo a ser considerado, representado pela equação 16.

$$M_{1d,min} = N_d \cdot (0,015 + 0,03h) \quad (16)$$

Onde:

$M_{1d,min}$  é o momento de primeira ordem;

$h$  é a altura da seção transversal, em metros;

$N_d$  é o esforço normal.

### 2.2.5 *Classificação dos Pilares*

Há diversos tipos de pilares, para uma abordagem mais sistemática e simplificada os pilares foram categorizados em classes de acordo com determinados critérios, podemos classifica-los como:

- Quanto ao posicionamento como: pilar intermediário, de extremidade e de canto;
- Quanto a sua esbeltez como: pilares curtos, medianamente esbeltos, esbeltos e muito esbeltos;

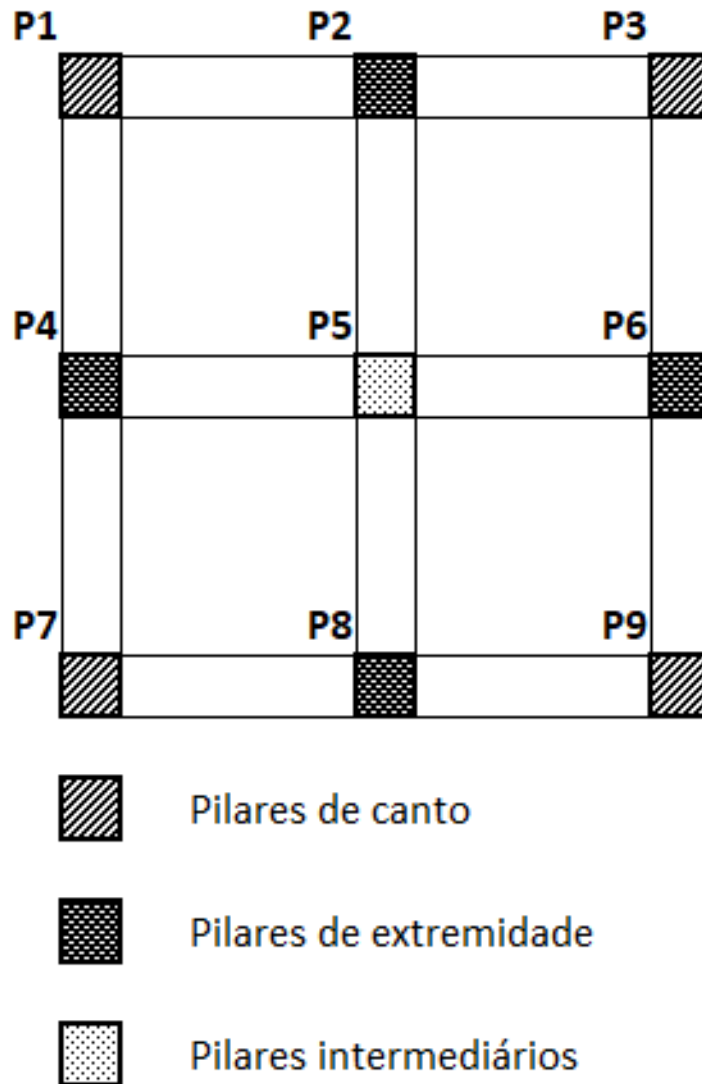
Essa distinção é importante, pois são utilizados métodos e critérios de cálculo diferentes para cada tipo de pilar.

#### 2.2.5.1 *Classificação dos pilares quanto à posição em planta*

A posição do pilar em planta, intermediário, extremidade, canto, determina o tipo de solicitação que ele estará submetido e como deverão ser consideradas as excentricidades

devido ao carregamento vertical, ou seja, para cada posição teremos uma situação de projeto diferente. A Figura 2.5 mostra os pilares em planta e sua classificação.

Figura 2.5 – Disposição e classificação dos pilares em planta



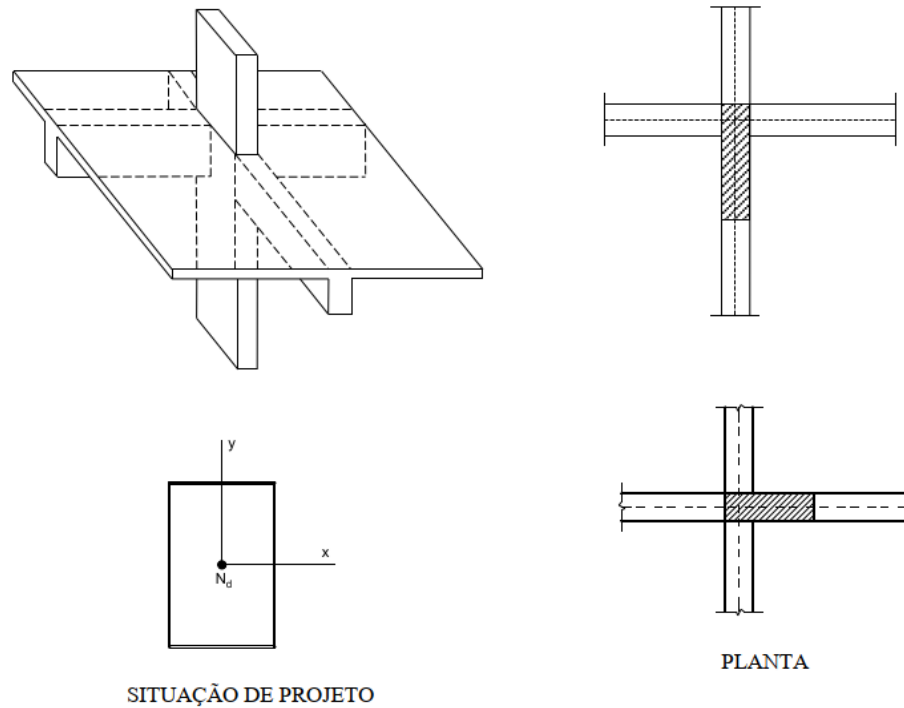
Fonte: Autor

#### 2.2.5.1.1 Pilar Intermediário

Estão localizados no interior da edificação e estão submetidos, em tese, apenas a solicitação de compressão simples. Além disso, devido à continuidade das vigas elas podem ser consideradas como simplesmente apoiadas nos pilares, portanto sem transmissão de momentos,

assim nesses casos as excentricidades iniciais podem ser desprezadas. A Figura 2.6 apresenta o arranjo estrutural e a situação em planta do pilar.

Figura 2.6 – Arranjo estrutural e situação de projeto de pilar intermediário.

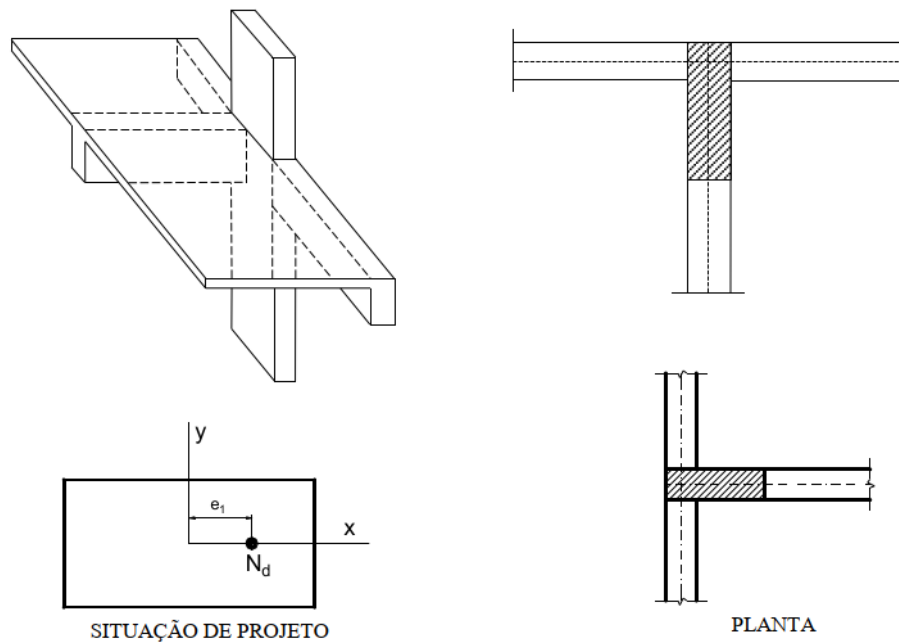


Fonte: BASTOS, 2020, p. 63.

#### 2.2.5.1.2 Pilar de Extremidade

Localizam-se nas laterais da edificação, eles possuem esse nome por estarem na extremidade de uma viga que é perpendicular à lateral onde se encontram. Segundo BASTOS (2015): “O pilar de extremidade não ocorre necessariamente na borda da edificação, ou seja, pode ocorrer na zona interior de uma edificação, desde que uma viga não apresente continuidade no pilar.”. Eles estão submetidos a flexão composta normal, decorrente da viga perpendicular a lateral. A Figura 2.7 apresenta o arranjo estrutural e a situação em planta do pilar.

Figura 2.7 – Arranjo estrutural e situação de projeto de pilar de extremidade



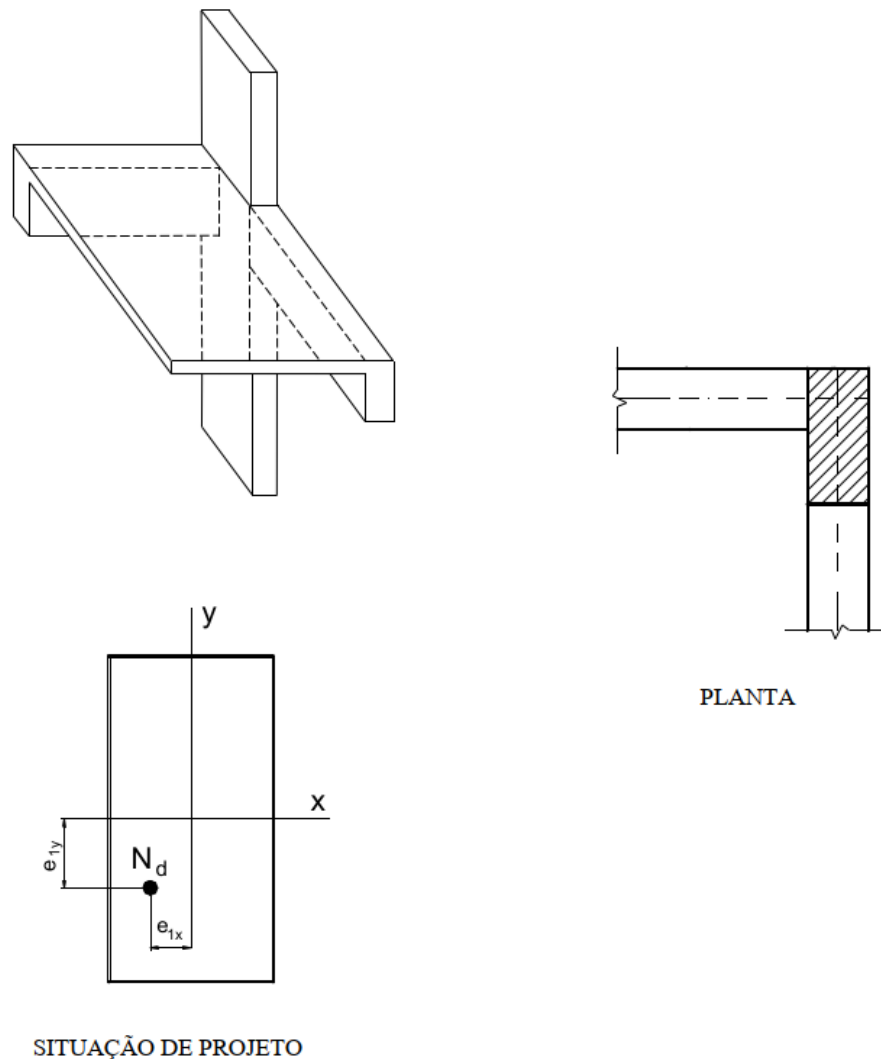
Fonte: BASTOS, 2020, p. 64.

#### 2.2.5.1.3 Pilar de Canto

De modo geral, estão localizados nos cantos da edificação e estão submetidos a flexão composta normal, decorrente da não continuidade das vigas apoiadas no pilar. Podem ser considerados como pilares intermediário em duas direções. A Figura 2.8 mostra o arranjo estrutural e a situação em planta do pilar.



Figura 2.8 – Arranjo estrutural e situação de projeto de pilar de canto.



Fonte: BASTOS, 2020, p. 66.

### 2.2.5.2 Classificação dos pilares quanto à esbeltez

O índice de esbeltez mede a facilidade de ocorrência do fenômeno da flambagem, ele está relacionado com as dimensões da seção transversal do elemento e de suas condições de apoio. De acordo com o índice de esbeltez o pilar pode ter que ser redimensionado, os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados ou permite o uso de métodos simplificados de cálculo (PINHEIRO, 2007).

A literatura classifica os pilares quanto à esbeltez como: curtos, medianamente esbeltos, esbeltos e muito esbeltos. Essas denominações não constam na norma, mas podem ser encontrados nos livros clássicos referentes ao assunto, como os dos autores Bastos, Chust e Libânio.

De acordo com a NBR 6118, item 15.8.2: Os esforços locais de 2ª ordem em elementos isolados podem ser desprezados quando o índice de esbeltez for menor que o valor-limite  $\lambda_1$ .

#### 2.2.5.2.1 Pilares Curtos

Os pilares são considerados curtos se obedecem a expressão 17.

$$\lambda \leq \lambda_1 \quad (17)$$

Nesse caso a análise dos efeitos locais de segunda ordem pode ser dispensada.

#### 2.2.5.2.2 Pilares Medianamente Esbeltos

Os pilares são considerados medianamente esbeltos se obedecem a expressão 18.

$$\lambda_1 < \lambda \leq 90 \quad (18)$$

No caso os efeitos locais de segunda ordem podem ser calculados pelos métodos aproximados: método do pilar-padrão com curvatura aproximada e método do pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  (kapa) aproximada.

#### 2.2.5.2.3 Pilares Esbeltos

Os pilares são considerados esbeltos se estiverem compreendidos no intervalo dado pela expressão 19.

$$90 < \lambda \leq 140 \quad (19)$$

É obrigatório considerar a fluência e o método de cálculo para os efeitos locais de segunda ordem é o método do pilar-padrão com curvatura real acoplado a diagramas M, N e  $1/r$ .

#### 2.2.5.2.4 Pilares Muito Esbeltos

Os pilares são considerados muito esbeltos se obedecem a expressão 20.

$$140 < \lambda \leq 200 \quad (20)$$

É obrigatório considerar a fluência e a utilização do método geral para calcular os efeitos de segunda ordem.

#### 2.2.5.2.5 Pilares com $\lambda > 200$

Em regra não se deve utilizar pilares com  $\lambda > 200$ , mas a norma, NBR 6118:2014, traz uma exceção no item 15.8.1: “Apenas no caso de elementos pouco comprimidos com força normal menor que  $0,1f_{cd}A_c$ , o índice de esbeltez pode ser maior que 200.”

### 2.2.6 *Excentricidades*

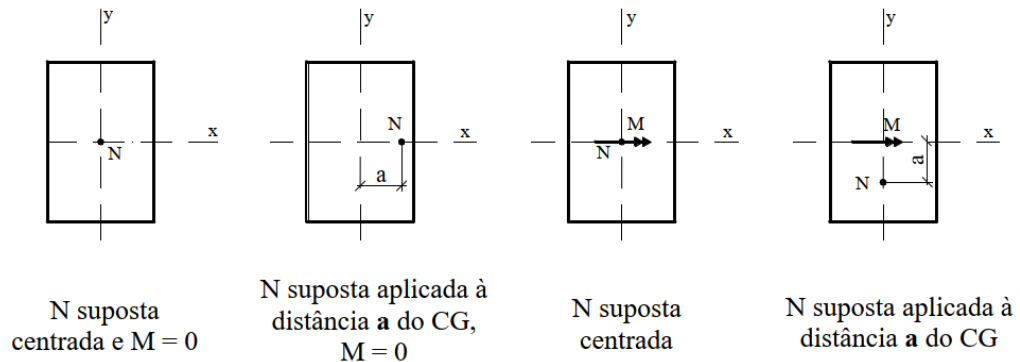
As excentricidades ocorrem, direta ou indiretamente, devido a ação de cargas horizontais e verticais na edificação. Elas podem ser classificadas como de 1ª ordem, 2ª ordem e de fluência. Os efeitos de 1ª e 2ª ordem quando analisados utilizando a edificação como um todo são denominados de efeitos globais, já se essa análise se referir a apenas um andar serão chamados de efeitos locais.

#### 2.2.6.1 *Excentricidades de 1ª ordem*

As excentricidades de primeira ordem decorrem da atuação direta das cargas na edificação ou, segundo BASTOS (2015), devido a força normal não estar localizado no centro de gravidade da seção transversal, ou seja, temos a existência de uma excentricidade inicial, por exemplo, a ação do vento causa um momento de 1ª ordem em relação a base da edificação que é independente da força normal.

A figura a seguir mostra as possibilidades de excentricidades de 1ª ordem, considerando uma força normal (N) e um momento fletor (M) independentes, CG é o centro de gravidade da seção transversal.

Figura 2.9 – Excentricidades de 1ª ordem.

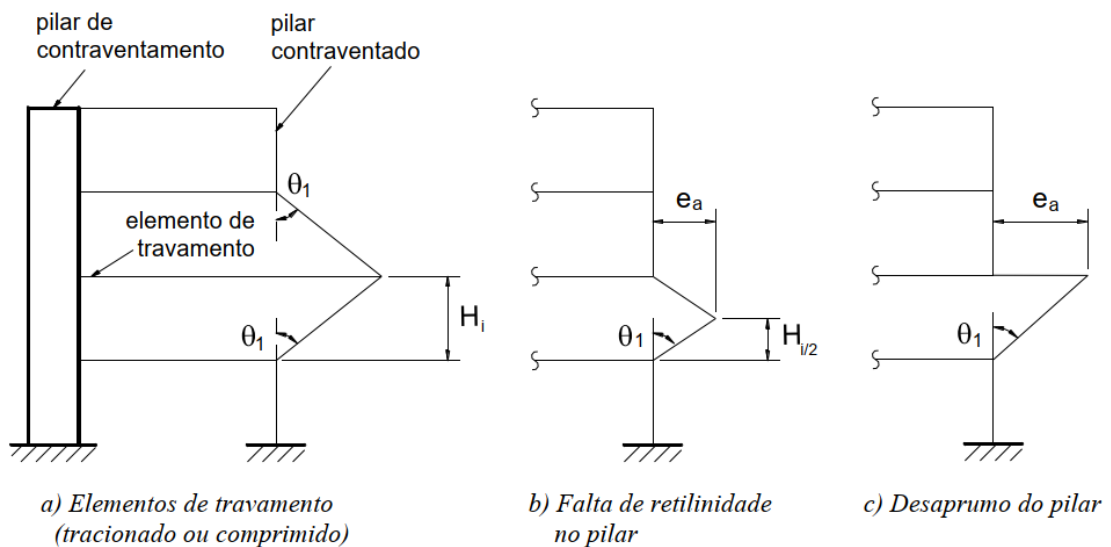


Fonte: BASTOS, 2015, p. 14.

### 2.2.6.2 Excentricidade acidental

Como o nome sugere, são causadas acidentalmente por imperfeições geométricas como o desaprumo dos elementos verticais, falta de retilinearidade. A Figura 2.10 mostra três casos possíveis de imperfeições locais.

Figura 2.10 – Imperfeições geométricas locais



Fonte: BASTOS, 2015, p. 19.

A imperfeição geométrica pode ser analisada pela equação 21.

$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{H}} \quad (21)$$

Em que:

$H_1$  é altura do lance, em metros, conforme mostrado na Figura 2.9;

$\theta_{1min} = 1/300$  é para estruturas reticuladas e imperfeições locais;

$\theta_{1max} = 1/200$ .

Em posse do valor da imperfeição geométrica, podemos calcular a excentricidade acidental pela equação 22.

$$e_a = \theta_1 \frac{H}{2} \quad (22)$$

#### 2.2.6.3 Excentricidade de 2ª ordem

As excentricidades de 2ª ordem surgem no elemento depois dele estar sobre ação das cargas da edificação e das excentricidades de primeira ordem.

#### 2.2.6.4 Excentricidade devido à fluência

“A consideração da fluência deve obrigatoriamente ser realizada em pilares com índice de esbeltez  $\lambda > 90$  e pode ser efetuada de maneira aproximada, considerando a excentricidade adicional  $e_{cc}$  dada a seguir:” (NBR 6118, 2014)

$$e_{cc} = \left( \frac{M_{sg}}{N_{sg}} + e_a \right) \left( 2,718^{\frac{\varphi N_{sg}}{N_e - N_{sg}}} - 1 \right) \quad (23)$$

$$N_e = \frac{10E_{ci}I_c}{l_e^2} \quad (24)$$

Onde

$e_a$  é a excentricidade devida a imperfeições locais;

$M_{sg}$  e  $N_{sg}$  são os esforços solicitantes devidos à combinação quase permanente;

$\varphi$  é o coeficiente de fluência;

$E_{ci}$  é o módulo de elasticidade tangente;

$I_c$  é o momento de inércia;

$l_e$  é o comprimento de flambagem.

## 2.3 Pilares mistos

Pilares mistos são estrutura compostas por um perfil estrutural revestido ou preenchido de concreto.

Segundo FABRIZZI (2007), as principais vantagens dos pilares mistos são:

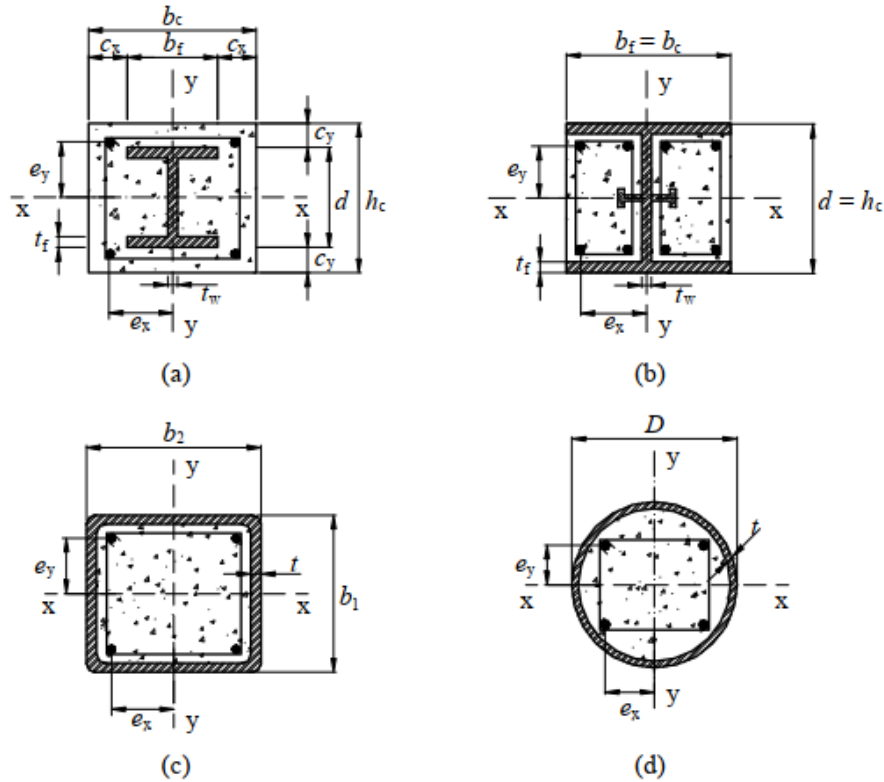
- Tem capacidade resistente a partir da montagem;
- Utilização de aço como forma para o concreto;
- Melhor comportamento ao ser submetido a ações cíclicas.

Segundo SILVA (2012), a norma de dimensionamento de pilares mistos brasileira, NBR 8800, é baseada em duas normas internacionais e a partir dessas duas normas foi gerado dois modelos de cálculo simplificado. O primeiro modelo é baseado na ANSI/AISC (2005): “*Specification for Structural Steel Buildings*”, o segundo modelo, na Eurocode 4 (2004): “*Design of composite steel and concrete structures – part 1-1: general rules and rules for buildings*”.

### 2.3.1 Classificação dos pilares mistos

A norma brasileira apresenta quatro tipos de seção transversal para os pilares mistos, que podem ser divididos em dois grupos: pilares mistos revestidos e pilares mistos preenchidos. A Figura 2.11 ilustra essa divisão.

Figura 2.11 – Tipos de seção transversal para os pilares mistos



Fonte: NBR 8800 (ABNT, 2008)

### 2.3.1.1 Pilares mistos revestidos ou parcialmente revestidos

Pilares mistos revestidos (Figura 2.11, a) são formados por um ou mais perfis metálicos completamente envoltos em concreto. Neste caso, é obrigatório o uso de armadura longitudinal. Na concretagem é necessário a utilização de formas (SERAFIM, 2013).

Pilares mistos parcialmente revestidos (Figura 2.11, b) são formados por um perfil I ou H e preenchido de concreto no espaço entre as mesas. Assim como nos pilares revestidos, é obrigatório o uso de armadura longitudinal. Na concretagem é necessário a utilização de formas (SERAFIM, 2013).

### 2.3.1.2 Pilares mistos preenchidos

Pilares mistos preenchidos são formados por perfis tubulares, com seção transversal circular ou retangular, e preenchido de concreto (Figura 2.11, c e d). Não é obrigatório o uso de armadura longitudinal. Na concretagem não é necessário a utilização de formas, pois o perfil funciona como uma forma permanente. Os pilares mistos preenchidos podem ser completamente ou parcialmente preenchidos.

### 2.3.2 *Hipótese básicas*

O método de cálculo da NBR 8800 (ABNT, 2008) tem as seguintes hipóteses básicas:

- Seções planas permanecem planas após a deformação;
- Há interação total entre o aço e concreto;
- Imperfeições iniciais devem ser consistentes com as adotadas para a armadura longitudinal;
- A flambagem local não pode ser um estado-limite último predominante.

### 2.3.3 *Limites de aplicabilidade*

Para utilização do método simplificado os limites descritos no item P.1.2 da NBR 8800 (ABNT, 2008) devem ser respeitados, são eles:

- a) Os pilares mistos devem ter dupla simetria e seção transversal constante;
- b) A densidade do concreto utilizado deve ser normal;
- c) O fator de contribuição do aço ( $\delta$ ), dado pela equação 25.

$$\delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{plRd}} \quad (25)$$

Deve estar compreendido no intervalo  $2,0 \leq \delta \leq 0,9$ . Se for igual ou inferior a 0,2, o pilar deve ser dimensionado como pilar de concreto e, se for igual ou superior a 0,9, o pilar deve ser dimensionado como pilar de aço;

- d) A esbeltez relativa do pilar  $\lambda_{rel}$  deve ser menor ou igual a 2,0;



- e) Seções transversais preenchidas com concreto podem ser fabricadas sem armadura transversal e longitudinal. Para as seções transversais total ou parcialmente revestidas com concreto, a área da seção transversal da armadura longitudinal não deve ser inferior a 0,3% da área do concreto. A máxima taxa geométrica de armadura na seção de concreto deve ser inferior ou igual a 4 %, no entanto, em situações de incêndio maiores porcentagens podem ser utilizadas;
- f) Para as seções transversais mistas retangulares a relação entre a altura e a largura deve estar entre 0,2 e 5,0;
- g) Em seções totalmente revestidas com concreto, os cobrimentos do perfil de aço devem obedecer as expressões 25 e 26;

$$40 \text{ mm} \leq c_y \leq 0,3d \text{ e } c_y \geq \frac{b_f}{6} \quad (26)$$

$$40 \text{ mm} \leq c_x \leq 0,4 b_f \text{ e } c_x \geq \frac{b_f}{6} \quad (27)$$

- h) Caso a concretagem seja feita com o pilar já montado, o perfil de aço deve conseguir resistir isoladamente às ações aplicadas antes de o concreto atingir 75% da resistência característica à compressão;
- i) Para as seções total ou parcialmente revestidas com concreto, é obrigatório o uso de armadura longitudinal e transversal. Para o cálculo da resistência e rigidez do pilar misto as armaduras longitudinais podem ser desconsideradas. Nos pilares parcialmente revestidos, a armadura transversal deve ser fixada no perfil de aço por meio de furos na alma, ou por meio de conectores de cisalhamento, cujo espaçamento longitudinal não pode exceder 500 mm;
- j) O projeto das armaduras deve atender as especificações da NBR 6118 (ABNT, 2014).

#### **2.3.4 Flambagem local dos elementos de aço**

Conforme NBR 8800(ABNT, 2008), item P.1.4.1, os materiais devem atingir suas resistências sem que ocorra flambagem local dos elementos, para isso não devem ser ultrapassadas as relações a seguir:

- a) nas seções tubulares circulares preenchidas com concreto:

$$D/t \leq 0,15E/f_y \quad (28)$$

- b) nas seções tubulares retangulares preenchidas com concreto:

$$b_i/t \leq 2,26 \sqrt{E/f_y} \quad (29)$$

- c) nas seções I ou H parcialmente revestidas com concreto:

$$b_f/t_f \leq 1,49 \sqrt{E/f_y} \quad (30)$$

Em que  $b_i$  é a maior dimensão paralela a um eixo de simetria da seção tubular retangular. Nas seções totalmente revestidas não é necessário a verificação da flambagem local.

### ***2.3.5 Força axial resistente de cálculo – pilares submetidos à compressão axial***

Pode-se calcular a força axial resistente para pilares mistos pela multiplicação de um fator de redução, fornecido em função da esbeltez do elemento, pela resistência de cálculo da seção à plastificação total, esse cálculo é representado pela equação 31.

$$N_{Rd} = \chi \cdot N_{pl,Rd} \quad (31)$$

onde:

$N_{pl,Rd}$  é a força axial de compressão resistente de cálculo da seção transversal à plastificação total;

$\chi$  é o fator de redução fornecido em função do índice de esbeltez reduzido  $\lambda_{0,m}$ .

A força axial de compressão resistente de cálculo da seção transversal à plastificação total pode ser calculada pela equação 32.

$$N_{pl,Rd} = f_{yd}A_a + f_{cd1}A_c + f_{sd}A_s \quad (32)$$

em que:

$A_a$  é a área da seção transversal do perfil de aço;

$A_c$  é a área da seção transversal de concreto.

$A_s$  é a área da seção transversal da armadura longitudinal.

$f_{cd1}$  é o produto  $\alpha f_{cd}$ , sendo  $\alpha$  um coeficiente igual a 0,95 para seções tubulares circulares e 0,85 para outros tipos de seção.

Para o cálculo do fator de redução devemos primeiro encontrar o índice de esbeltez reduzido que pode ser obtido pela equação 33.

$$\lambda_{0.mín} = \sqrt{\frac{N_{pl,R}}{N_e}} \quad (33)$$

De posse do valor encontrado na equação 33, o substituímos na relação apresentada na Tabela 2.1, encontrando assim o fator de redução.

Tabela 2.1 – fator de redução por esbeltez limite

$\lambda_{0.mín}$	Fator de redução
$\leq 1,5$	$\chi = 0,658\lambda_{0.mín}^2$
$> 1,5$	$\chi = \frac{0,887}{\lambda_{0.mín}^2}$

Fonte: Autor

onde:

$N_{pl,R}$  é o valor de  $N_{pl,Rd}$  tomando-se respectivamente  $f_y$ ,  $f_{ck}$  e  $f_{ys}$  no lugar de  $f_{yd}$ ,  $f_{cd}$  e  $f_{sd}$ , ou seja:

$$N_{pl,R} = f_y A_a + f_{ck} A_c + f_{ys} A_s \quad (34)$$











Ne é a força axial de flambagem elástica, dada pela equação 35.

$$N_e = \frac{\pi^2 (EI)_e}{(KL)^2} \quad (35)$$

De modo que:

$KL$  é o comprimento de flambagem do pilar, que é determinado em função das vinculações e do comprimento do pilar como apresentado na Figura 2.12;

Figura 2.12 – Coeficiente de flambagem por flexão de elementos isolados

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem						
Valores teóricos de $K_x$ ou $K_y$	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados	0,65	0,80	1,2	1,0	2,1	2,0
Código para condição de apoio	 Rotação e translação impedidas  Rotação livre, translação impedida  Rotação impedida, translação livre  Rotação e translação livres					

Fonte: NBR 8800 (ABNT, 2008)

$(EI)_e$  é a rigidez efetiva a flexão da seção transversal mista, dada pela equação 36.

$$(EI)_e = E_a I_a + 0,6 E_{c,red} I_c + E_s I_s \quad (36)$$

onde:

$I_a$  é o momento de inércia da seção transversal do perfil de aço;

$I_c$  é o momento de inércia da seção transversal do concreto não-fissurado;

$I_s$  é o momento de inércia da seção transversal da armadura do concreto;

$E_a$  é o módulo de elasticidade do aço estrutural;

$E_s$  é o módulo de elasticidade do aço da armadura passiva;

$E_{c,red}$  é o módulo de elasticidade reduzido do concreto, determinado pela equação

37.

$$E_{c,red} = \frac{E_c}{1 + \varphi \left( \frac{N_{G,Sd}}{N_{Sd}} \right)} \quad (37)$$

Sendo:

$E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto;

$\varphi$  é o coeficiente de fluência do concreto. A norma permite as seguintes simplificações: nas seções revestidas, total ou parcialmente, com concreto admite-se que esse coeficiente seja tomado igual a 2,5, nas seções tubulares preenchidas com concreto seja tomado como zero e que a relação  $N_{G,Sd}/N_{Sd}$ , seja tomada igual a 0,6;

$N_{G,Sd}$  é a força axial solicitante de cálculo devida à ação permanente e à ação decorrente do uso de atuação quase permanente.

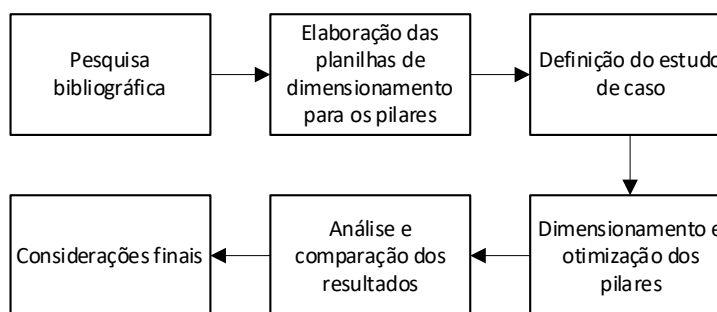
$N_{Sd}$  é a força axial solicitante de cálculo.

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Etapas da pesquisa

A metodologia pode ser entendida como a escolha de um caminho a seguir para alcançar determinado objetivo, dito de outra forma, a metodologia é a escolha das técnicas, métodos, instrumentos e formas que serão utilizados na consecução do objetivo (MORESI, 2003). A metodologia deste trabalho segue nas etapas mostradas na Figura 3.1 e descritas logo a seguir.

Figura 3.1 – Fluxograma das etapas de pesquisa



Fonte: Autor

Como ilustra a Figura 3.1, a primeira etapa do trabalho foi a pesquisa bibliográfica. Essa etapa visa o estudo e aprofundamento sobre o tema por meio do levantamento e análise de informações em normas técnicas, manuais, dissertações e publicações na área da pesquisa em questão.

Na segunda etapa, foram definidas as rotinas de dimensionamento para os pilares de concreto armado e para os mistos preenchidos de concreto. A partir das rotinas foram criadas planilhas eletrônicas de cálculo no *software* Microsoft Excel®, que serão utilizadas nos cálculos e na quantificação dos materiais.

Em seguida, foi elaborado um estudo de caso visando à comparação dos dois tipos de pilares, armados e mistos, quando submetidos a diferentes carregamentos e variando suas dimensões e armaduras.

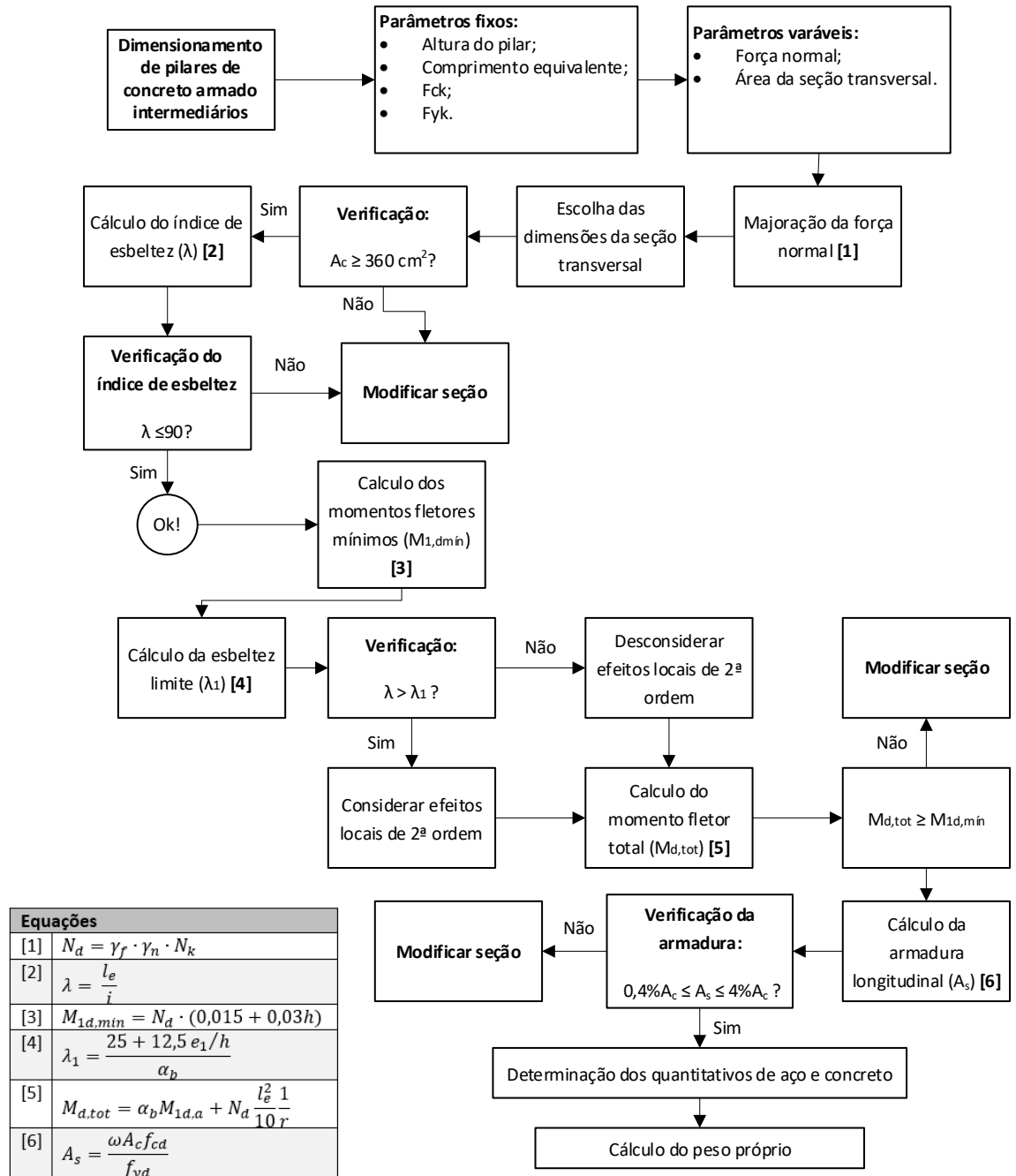
Na quarta etapa, os pilares foram dimensionados por meio da planilha e de acordo com os parâmetros definidos no estudo de caso.

Logo após foi feita a análise dos resultados, considerando o comparativo entre os dois tipos de pilares. Por fim, serão apresentadas as considerações finais sobre o trabalho.

### 3.2 Etapas do dimensionamento dos pilares

O roteiro seguido para o dimensionamento dos pilares de concreto armado está descrito na Figura 3.2. As etapas do roteiro foram elaboradas conforme preconizado pela NBR 6118(ABNT,2014).

Figura 3.2 – Fluxograma para dimensionamento dos pilares de concreto armado



Fonte: Autor

Para o dimensionamento dos pilares de concreto armado são inicialmente calculados os esforços solicitantes de cálculo, que serão encontrados por meio da majoração



dos esforços característicos. Isto é feito pela multiplicação dos esforços característicos pelos coeficientes de ponderação.

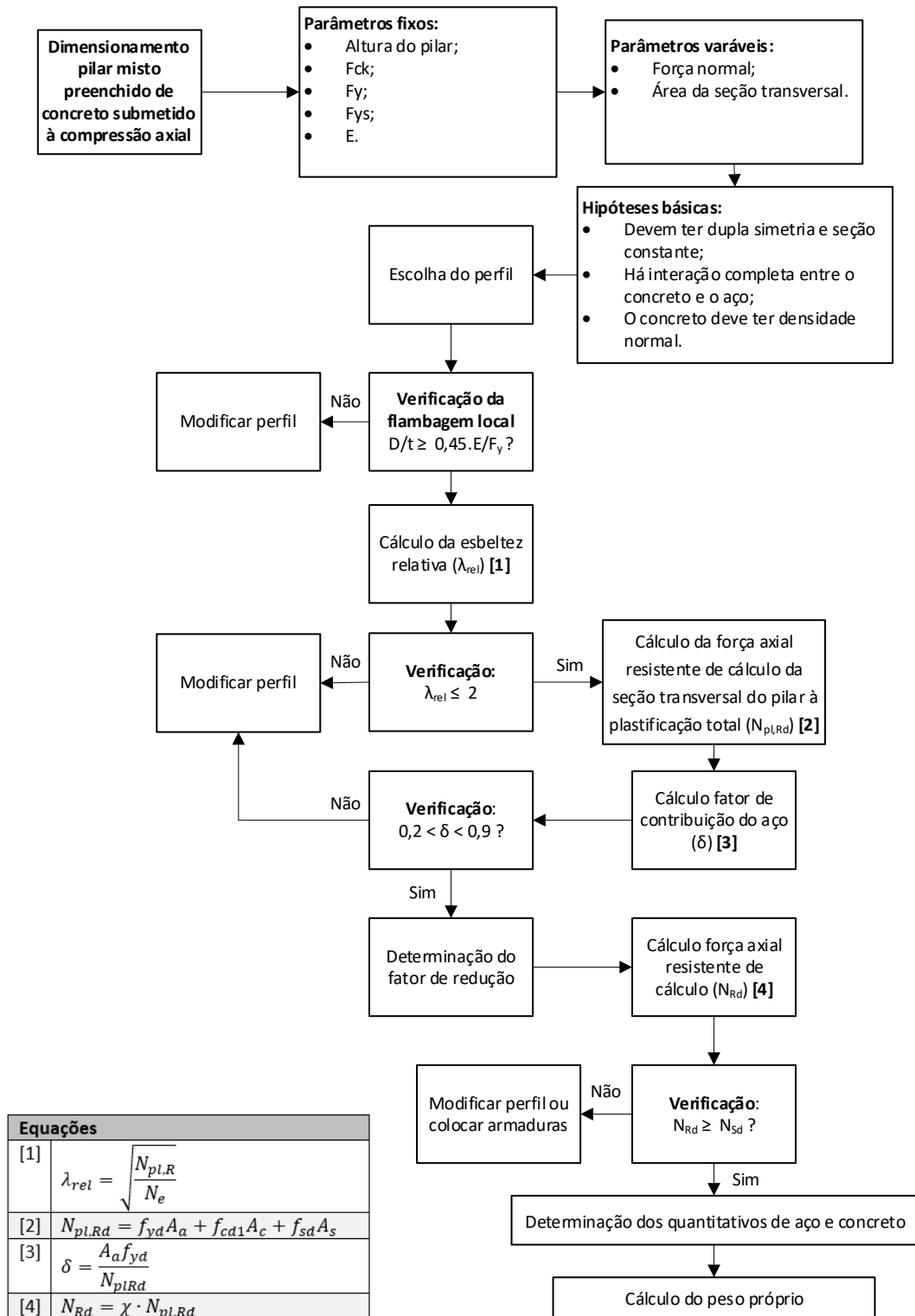
Os parâmetros fixos são disposições construtivas compartilhados entre todos os pilares de concreto armado calculados, são eles: resistência característica à compressão do concreto, resistência característica à tração do aço, comprimento do pilar e comprimento equivalente.

Por outro lado, os parâmetros variáveis são considerações geométricas que irão sofrer alterações de acordo com a carga e poderão ser modificadas para atender às especificações das normas ou de acordo com o fim a ser alcançado.

O procedimento de cálculo, para fins de análise, irá determinar os quantitativos de aço e concreto, sendo que para comparação entre as armaduras de concreto armado serão considerados apenas a armadura longitudinal. Para o cálculo do peso próprio serão considerados tanto a armadura longitudinal como a transversal.

A Figura 3.3 ilustra o roteiro de cálculo seguido para os pilares mistos preenchidos de concreto, o procedimento foi elaborado de acordo com a NBR 8800 (ABNT, 2008).

Figura 3.3 – Fluxograma de dimensionamento dos pilares mistos



Fonte: Autor

O dimensionamento dos pilares mistos preenchidos de concreto e submetidos à compressão axial inicia-se com a escolha de um perfil de aço e a partir deste faz-se, inicialmente, uso da planilha eletrônica para verificação flambagem local dos elementos de aço.

Caso o perfil passe nessa verificação pode-se prosseguir para as próximas etapas de dimensionamento, caso contrário deve ser escolhido outro perfil.

Os parâmetros variáveis para esse caso são as forças solicitantes e as medidas obtidas a partir da geometria do perfil, por exemplo, área de aço, área de concreto, diâmetro. Os fixos são especificações comuns a todos os pilares: comprimento equivalente, resistência característica do concreto, resistência de escoamento do aço, módulo de elasticidade do aço do perfil e módulo de elasticidade do concreto.

### **3.3 Apresentação dos resultados**

Os resultados dos dimensionamentos dos pilares de concreto armado serão representados de maneira quantitativa, apresentando: força normal característica, comprimento do pilar, dimensões da seção transversal, área de concreto, área de armadura longitudinal, taxa geométrica de aço, as bitolas e número de barras adotadas na armadura longitudinal, volume de concreto e consumo de aço.

No caso dos pilares mistos preenchidos de concreto serão apresentados os seguintes parâmetros: força axial solicitante de cálculo, comprimento do pilar, diâmetro do perfil de aço, espessura da parede do perfil, área total da seção transversal, fator de contribuição do aço, fator de redução, relação entre a força axial de compressão resistente de cálculo e força axial solicitante de cálculo, volume de concreto e consumo de aço.

Por fim, serão discutidos e analisados os resultados dos dois tipos de pilares de maneira quantitativa. Nesse tópico serão abordados os parâmetros: área da seção transversal, volume de concreto, consumo de aço e peso próprio.

## **4 ESTUDO DE CASO**

### **4.1 Definição do estudo de caso**

O estudo de caso no presente trabalho consiste em dimensionar e comparar pilares intermediários de concreto armado com pilares mistos tubulares preenchidos de concreto submetidos à compressão axial na situação hipotética em que eles possuam o mesmo comprimento e sejam submetidos a uma carga que varia de 20 toneladas-força a 120 toneladas-força.

Como os pilares nesse estudo são tratados isoladamente, as cargas e a variação adotadas podem representar uma variedade de situações, visto que a carga em um pilar depende de diversos fatores, como: comprimento dos vãos, tipo de estrutura utilizado nas vigas e lajes, posicionamento do pilar, uso da edificação, quantidade de andares etc.

Por exemplo, o pilar submetido a carga de 20 toneladas força pode representar um único pilar que sofre essa solicitação devido ao grande comprimento dos vãos em uma edificação de um andar. Ou ele pode ser um pilar ligado a fundação em uma edificação de cinco andares que a solicitação por andar seja de cinco toneladas força, totalizando nesse pilar uma carga de 20 toneladas-força.

### **4.2 Considerações de projeto**

No dimensionamento dos pilares de concreto armado foram utilizadas as seguintes considerações para os parâmetros iniciais de projeto:

- Os pilares serão retangulares, maciços e de seção constante;
- A maior dimensão transversal do pilar não deverá exceder em cinco vezes a menor dimensão transversal;
- A dimensão menor da seção transversal não deve ser inferior a 19 cm, exceto em casos especiais em que se poderá utilizar medida variando entre igual ou superior a 14 cm e menor que 19 cm, nesse caso especial as ações de cálculo devem ser majorados conforme tabela 13.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014);

- Em qualquer caso a área da seção transversal não poderá ser inferior a 360 cm<sup>2</sup>;
- As armaduras utilizadas no pilar de concreto armado são em aço do tipo CA-50 e possuem módulo de elasticidade de 200 GPa. O diâmetro da armadura longitudinal não deverá ser inferior a 10 mm e e nem superior a 1/8 da menor dimensão transversal como determinado no item 18.4.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014);
- A taxa geométrica de armadura longitudinal deve estar compreendida entre 0,4% e 4% da área de concreto, conforme item 17.3.5.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014);
- A quantidade de barras na armadura longitudinal deve ser igual ou superior a 4 barras;
- O concreto utilizado será o de classe C30, que possui resistência característica à compressão de 30 MPa.

No dimensionamento dos pilares mistos foram utilizadas as seguintes considerações para os parâmetros iniciais e as hipóteses básicas de projeto:

- Os pilares serão constituídos por um perfil de aço tubular com seção transversal totalmente preenchida de concreto;
- Os pilares devem ter dupla simetria e seção constante;
- O concreto possui densidade normal;
- O fator de contribuição do aço ( $\delta$ ) deve ser calculado de acordo com o item P.1.3, c, da NBR 8800 (ABNT, 2008) e estar compreendido no intervalo:  $0,2 < \delta < 0,9$ ;
- A esbeltez relativa  $\lambda_{rel}$  não pode ser maior que 2,0;

- O concreto utilizado será o de classe C30, que possui resistência característica à compressão de 30 MPa;
- O módulo e elasticidade do concreto é de 30 GPa;
- A resistência de escoamento do aço do perfil é de 250 MPa;
- A resistência de escoamento do aço da armadura é de 500 MPa;
- O módulo e elasticidade do aço de perfil é de 210 GPa.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 5.1 Dimensionamento dos pilares de concreto armado

A seguir serão apresentadas as tabelas de resultados do dimensionamento dos pilares de concreto armado submetidos a uma força normal que varia de 20 a 120 toneladas-força.

Como os pilares são intermediários a solicitação é de compressão simples e ocorre a flexão composta normal na situação de projeto. As iterações foram feitas para atender esse caso, sendo utilizado o método do pilar-padrão com curvatura aproximada para calcular os momentos de 2ª ordem e utilizado os ábacos de Venturini (Anexo B) no cálculo da taxa mecânica de armadura.

O dimensionamento iterativo pode ser dividido em três modelos que dizem respeito como foi otimizado o consumo de aço e concreto. Modelo I: otimizado em relação à área; modelo II: otimizado em relação ao aço; e modelo III: otimizado a 2% de taxa geométrica de aço. A otimização nesse trabalho se trata de encontrar uma solução ótima que atenda a determinados critérios. Por exemplo, no modelo I, pilares otimizados em relação à área, foram feitas iterações de modo a obter a menor área que atenda a todos os requisitos normativos.

No primeiro modelo, Tabela 5.1, os pilares foram otimizados de modo a conseguir pilares menos robustos. Como consequência dessa redução na área da seção transversal ( $A_c$ ) temos nesse caso taxas geométricas de armaduras mais altas ( $\%A_s$ ).

Tabela 5.1 – Modelo I: pilares de concreto armado otimizados pela área

Pilar	Nk(tf)	l(m)	b(cm)	h(cm)	Ac(cm <sup>2</sup> )	As(cm <sup>2</sup> )	%As	Barras	Φ(mm)	Volume concreto (m <sup>3</sup> )	Consumo de aço(kg)
1	20	3	15	24	360	6,28	1,7%	8	10	0,11	14,81
2	40	3	19	19	361	7,36	2,0%	6	12,5	0,11	17,33
3	60	3	19	21	399	15,82	4,0%	8	16	0,12	37,87
4	80	3	19	27	513	20,11	3,9%	10	16	0,15	47,34
5	100	3	19	34	646	25,14	3,9%	8	20	0,19	59,18
6	120	3	19	42	798	29,45	3,7%	6	25	0,24	69,35

Fonte: Autor

Pode-se observar que nos pilares 1 e 2 a taxa geométrica de armadura ( $\%A_s$ ) não atingiu e nem se aproximou do limite máximo como nos outros pilares, isso ocorreu por não

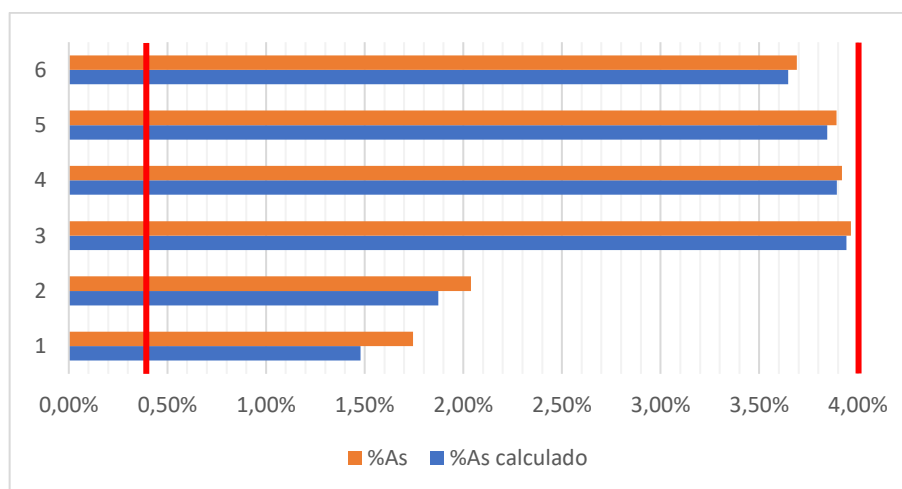
ser possível continuar a reduzir a área da seção transversal por causa dos limites construtivos impostos pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

No caso do pilar 1, que possui uma de suas dimensões menor que 19 centímetros (dimensão b), ele se enquadra no caso excepcional da norma, logo sua força normal foi majorada por  $\gamma_n = 1,25$ .

Nos demais, as taxas geométricas de armaduras( $\%A_s$ ) atingiram ou se aproximaram bastante do limite, elas variaram para baixo em aproximadamente 10% do limite, isso se deve ao fato de que têm-se tamanhos já determinados de bitola e o cálculo, na maioria das vezes, não corresponde a um número inteiro de barras o que faz o projetista adotar um valor que corresponda a um número inteiro de barras.

O Gráfico 5.1 mostra a diferença entre o aço efetivamente utilizado( $\%A_s$ ), o aço que está na Tabela 5.1, e o aço calculado. As linhas vermelhas representam os limites, o limite inferior é 0,4%, 4% é o limite superior para o percentual de aço.

Gráfico 5.1 – Aço calculado e aço efetivamente( $\%A_s$ ) utilizado por pilar do modelo I



Fonte: Autor

No Gráfico 5.1, podemos observar que a maior diferença entre o aço adotado( $\%A_s$ ) e o calculado foi nos pilares 1 e 2, o motivo pra isso é que o aço calculado nesses pilares era inferior ao mínimo determinado pela NBR 6118(ABNT, 2014), portanto foi adotado o aço mínimo (para pilares retangulares: 4 barras de 10 mm) recomendado pela norma.

No segundo modelo, Tabela 5.2, os pilares foram otimizados de modo a conseguir reduzir o consumo de aço. Em decorrência dessa redução temos pilares com maior seção transversal ( $A_c$ ).



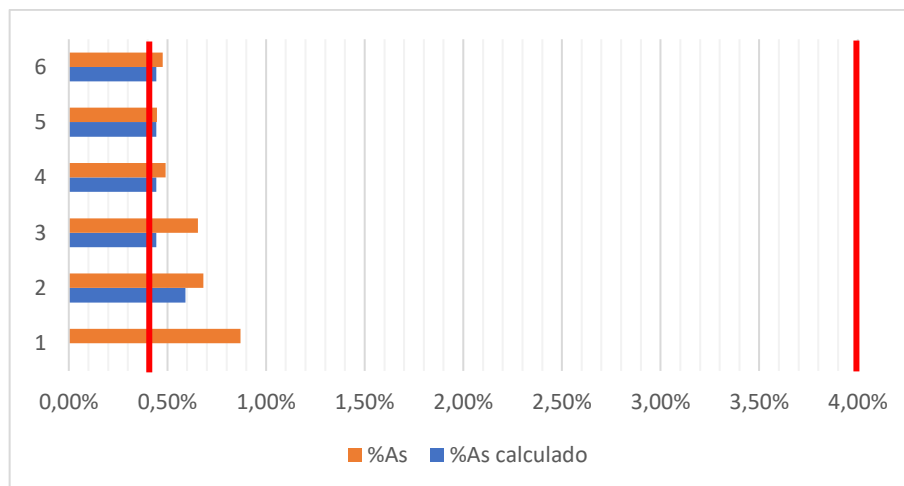
Tabela 5.2 – Modelo II: pilares de concreto armado otimizados em relação ao aço

Pilar	Nk(tf)	l(m)	b(cm)	h(cm)	Ac(cm <sup>2</sup> )	As(cm <sup>2</sup> )	%As	Barras	Φ(mm)	Volume concreto (m <sup>3</sup> )	Consumo de aço(kg)
1	20	3	19	19	361	3,14	0,9%	4	10	0,11	7,40
2	40	3	20	23	460	3,14	0,7%	4	10	0,14	7,40
3	60	3	20	36	720	4,71	0,7%	6	10	0,22	11,11
4	80	3	20	48	960	4,71	0,5%	6	10	0,29	11,11
5	100	3	22	50	1100	4,91	0,4%	4	12,5	0,33	11,56
6	120	3	22	60	1320	6,28	0,5%	8	10	0,40	14,81

Fonte: Autor

Observa-se na Tabela 5.2 que o consumo de aço nos dois primeiros casos ficou constante isso ocorreu porque a taxa geométrica de armadura calculada era inferior ao mínimo prescrito pela NBR 6118(ABNT, 2014), fazendo com que fosse adotado o consumo mínimo.

O gráfico a seguir mostra a diferença entre o aço efetivamente utilizado (%A<sub>s</sub>), o aço que está na Tabela 5.2, e o aço calculado.

Gráfico 5.2 – Aço calculado e aço efetivamente utilizado (%A<sub>s</sub>) por pilar do modelo II

Fonte: Autor

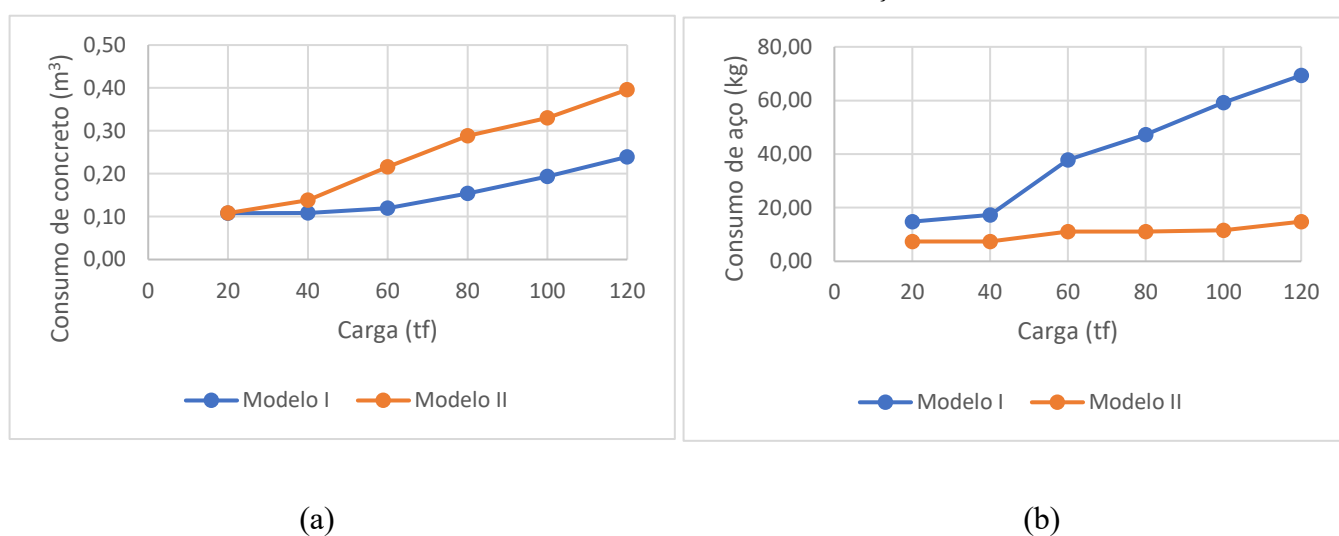
Ao analisarmos o gráfico, podemos observar que a maior diferença entre o aço adotado (%A<sub>s</sub>) e o calculado foi nos pilares 1, 2 e 3. Para os pilares 1 e 2 o aço calculado nesses pilares era inferior ao mínimo determinado pela NBR 6118(ABNT, 2014), no caso do pilar 1 a taxa mecânica de armadura foi zero, o que significa que apenas o concreto seria suficiente para

resistir aos esforços atuantes no pilar. De todo modo, nesses casos o aço a ser adotado é o mínimo recomendado pela norma.

No pilar 3, a diferença se deu devido ao fato do aço calculado não resultar em um número inteiro de barras, portanto foi preciso adotar um diâmetro maior, que é o causador dessa discrepância.

O Gráfico 5.3 apresenta o comparativo de consumo de concreto e aço para os pilares do modelo I e II.

Gráfico 5.3 – Consumo de concreto e consumo de aço dos modelos I e II



Fonte: Autor

Pode-se perceber do Gráfico 5.3 que para pilares de concreto armado solicitados até 40 toneladas-força apresentam consumo de concreto aproximadamente igual. Sendo que o consumo de aço do modelo I (área otimizada) foi maior que o dobro que os do modelo II (aço otimizado). Ou seja, para até 40 toneladas-força é mais proveitoso otimizar os pilares de concreto em relação ao aço vide Tabela 5.1 e 5.2.

A partir de 60 toneladas-força o consumo de concreto do modelo II (aço otimizado) é em média 60% maior que o do modelo I (área otimizada). Em compensação o consumo de aço dele, modelo II, permanece praticamente constante chegando a consumir de aço apenas um quinto quando comparado com os pilares do modelo I. Logo, ao compararmos o modelo I com o modelo II, para pilares com cargas igual ou superior a 60 toneladas-força, os pilares otimizados em relação ao aço se mostram como melhor alternativa vide Tabela 5.1 e 5.2.

No terceiro modelo, Tabela 5.3, os pilares foram otimizados para conseguir uma taxa geométrica de armadura de 2%.

Tabela 5.3 – Modelo III: pilares de concreto armado otimizados a 2% de taxa geométrica de armadura

Pilar	Nk(tf)	l(m)	b(cm)	h(cm)	Ac(cm <sup>2</sup> )	As(cm <sup>2</sup> )	%As	Barras	Φ(mm)	Volume concreto (m <sup>3</sup> )	Consumo de aço(kg)
1	20	3	15	24	360	6,28	1,7%	8	10	0,11	14,81
2	40	3	19	19	361	7,36	2,0%	6	12,5	0,11	17,33
3	60	3	20	26	520	9,82	1,9%	8	12,5	0,16	23,11
4	80	3	20	35	700	14,13	2,0%	18	10	0,21	33,32
5	100	3	22	36	792	15,70	2,0%	20	10	0,24	37,02
6	120	3	22	44	968	17,27	1,8%	22	10	0,29	40,72

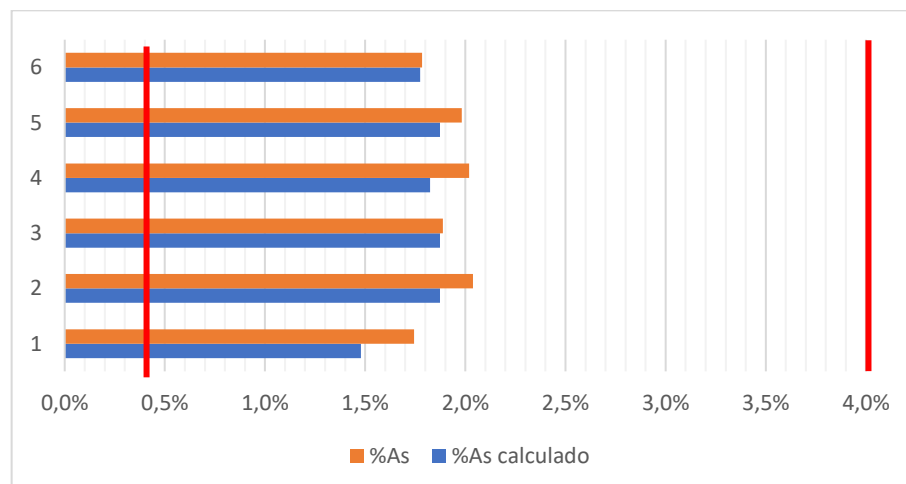
Fonte: Autor

Observando a Tabela 5.3 percebe-se que o pilar 1 foi o que teve maior desvio em relação ao objetivo, isso se deve ao fato de não ser possível prosseguir a reduzir sua seção transversal devido a limitações impostas pela NBR 6118(ABNT, 2014).

No caso do pilar 1, que possui uma de suas dimensões menor que 19 centímetros (dimensão b), ele se enquadra no caso excepcional da norma, logo sua força normal foi majorada por  $\gamma_n = 1,25$ .

Nesse modelo podemos constatar que a partir do segundo pilar tanto o consumo de concreto quanto o consumo de aço crescem, praticamente, de forma linear. O gráfico a seguir mostra a diferença entre o aço efetivamente utilizado (%A<sub>s</sub>), o aço que está na Tabela 5.3, e o aço calculado.

Gráfico 5.4 – Aço calculado e aço efetivamente utilizado (%A<sub>s</sub>) por pilar do modelo III

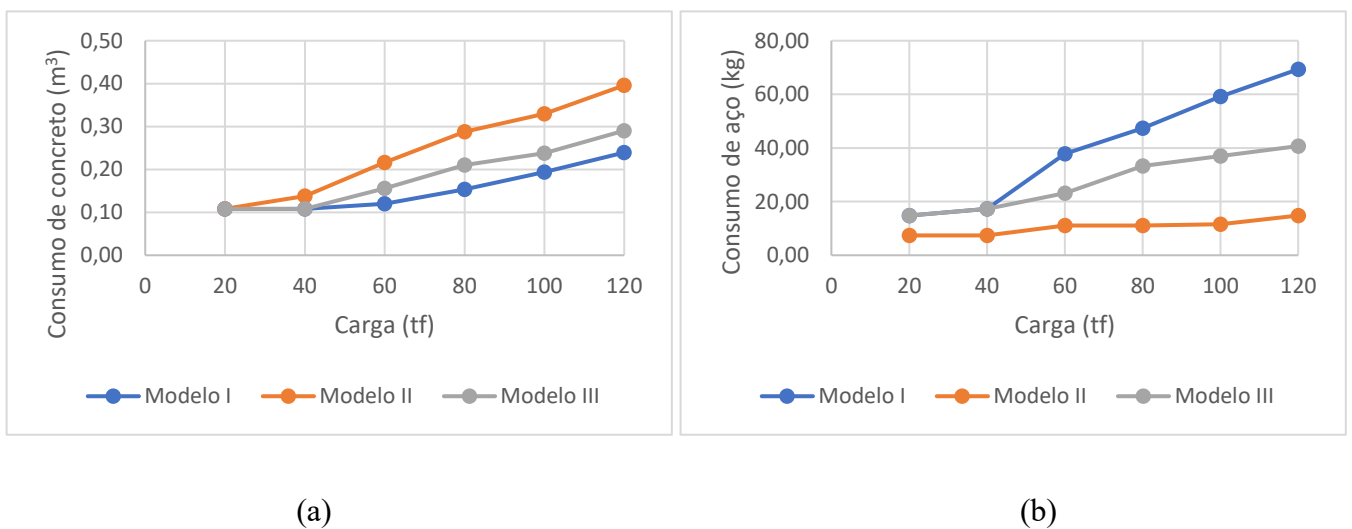


Fonte: Autor

Pode-se observar no Gráfico 5.4 que a maior diferença entre o aço adotado ( $\%A_s$ ) e o calculado foi nos pilares 1, 2, 4 e 5. Em todos esses casos a diferença se dá devido a adoção de diâmetros comerciais, que tem diâmetros ligeiramente superiores aos diâmetros calculados.

O gráfico abaixo, Gráfico 5.5, apresenta o comparativo de consumo de concreto e aço para os pilares do modelo I, II e III.

Gráfico 5.5 – Consumo de concreto e aço dos modelos I, II e III



Fonte: Autor

Pode-se perceber do Gráfico 5.5 que para pilares de concreto armado solicitados até 40 toneladas-força apresentam consumo de concreto aproximadamente igual. Sendo que o consumo de aço para o modelo I (área otimizada) e III (aço a 2%) foi maior que o dobro do modelo II (aço otimizado), e que o consumo de aço do modelo I e III foi idêntico. Portanto para até 40 toneladas-força é mais proveitoso otimizar os pilares de concreto em relação ao aço vide Tabela 5.1, 5.2 e 5.3.

Para pilares com cargas igual ou superior a 60 toneladas-força o consumo de concreto do modelo III (aço a 2%) é em média 25% maior que o do modelo I (área otimizada) e aproximadamente um terço menor que o modelo II (aço otimizado). O consumo de aço do modelo II permanece praticamente constante chegando a consumir de aço apenas um quinto quando comparado com os pilares do modelo I e tendo um consumo cerca de 50% menor que os do modelo III. Logo, ao compararmos os três modelos, para pilares com

cargas igual ou superior a 60 toneladas-força, os pilares otimizados com 2% de taxa geométrica de aço se mostram como melhor alternativa vide Tabela 5.1, 5.2 e 5.3.

## 5.2 Dimensionamento dos pilares mistos

Analogamente ao tópico anterior, serão apresentadas as tabelas e gráficos de resultados do dimensionamento dos pilares mistos submetidos a uma força normal que varia de 20 a 120 tonelada-força.

O dimensionamento dos pilares mistos começa pela escolha do perfil. Um quadro com os diâmetros nominais versus espessura das paredes usuais para os perfis estruturais tubulares pode ser encontrado no Anexo A.

As iterações feitas para esse caso têm como objetivo escolher o perfil com menor diâmetro e espessura da parede que atenda aos requisitos NBR 8800 (ABNT, 2008) assim como aos parâmetros iniciais. O resultado desse dimensionamento é apresentado na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Pilar misto tubular preenchido de concreto

Pilar	NSd(tf)	h(m)	D(mm)	t(mm)	Ag(cm <sup>2</sup> )	$\delta$	X	NRd(kN)	NRd/NSd	Volume Concreto (m <sup>3</sup> )	Consumo de aço (kg)
1	20	3	96,5	4,0	73,14	0,67	0,569	215,19	1,10	0,02	27,37
2	40	3	127,0	4,0	126,68	0,60	0,712	400,67	1,02	0,03	36,40
3	60	3	153,7	4,5	185,54	0,58	0,791	627,47	1,07	0,05	49,67
4	80	3	177,8	5,0	248,29	0,57	0,838	871,92	1,11	0,07	63,92
5	100	3	177,8	6,4	248,29	0,63	0,844	999,99	1,02	0,06	81,16
6	120	3	204,0	6,4	326,85	0,60	0,877	1269,72	1,08	0,09	93,56

Fonte: Autor

Podemos observar na Tabela 5.4 que a diferença de diâmetro entre o pilar 1 e o 6 foi um pouco maior que o dobro, enquanto que consumo de aço foi, aproximadamente, 3,4 vezes maior. A explicação para isso é que ao aumentar a carga sobre o pilar além de necessitarmos de perfil com maior diâmetro, precisamos de paredes mais espessas nesses perfis.

Nos perfis adotados, a razão entre a força axial resistente variou entre dois e onze por cento maior do que a força solicitante.

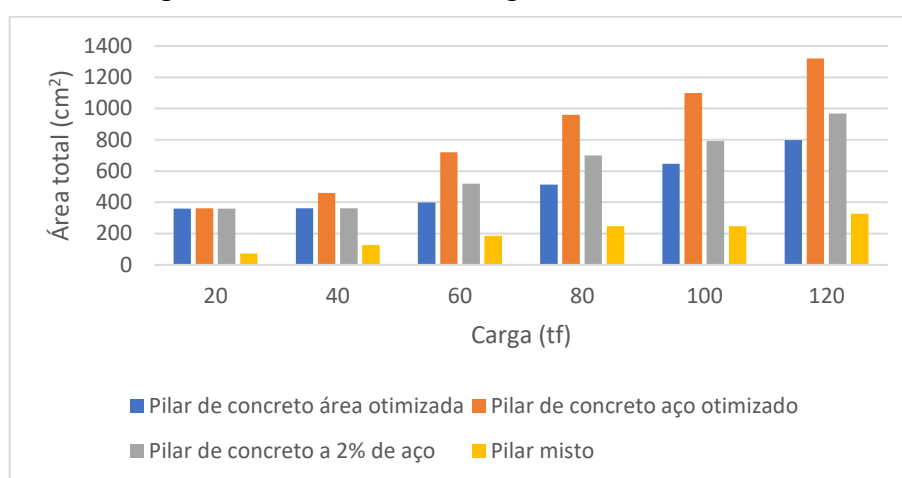
### 5.3 Comparações entre os dois tipos de pilar

Esse tópico destina-se a apresentar o comparativo entre os pilares dimensionados nos itens 5.1 e 5.2, quanto a área, volume de concreto, consumo de aço e peso próprio.

#### 5.3.1 Área

No Gráfico 5.6 foi feito um comparativo da área da seção transversal dos pilares mostrados nas tabelas: Tabela 5.1, Tabela 5.2, Tabela 5.3 e Tabela 5.4.

Gráfico 5.6 – Comparativo entre as áreas dos pilares mistos e os de concreto armado



Fonte: Autor

Neste comparativo pode-se observar que, à exceção dos pilares mistos, os pilares submetidos a carga de 20 toneladas-força apresentaram, aproximadamente, a mesma área da seção transversal, a justificativa para isso é que nas iterações eles atingiram ao limite mínimo de área determinado pela NBR 6118(ABNT, 2014). Ao observar os demais pilares percebe-se que a partir de 40 toneladas-força a área da seção cresce de forma, praticamente, linear.

Os pilares com melhor desempenho nesse aspecto foram os pilares mistos, que quando comparados com os pilares otimizados em relação a área que são os que apresentaram melhor desempenho no critério menor área entre os pilares de concreto armado, apresentou uma redução de área média de 62%. Ao compararmos os pilares misto com os pilares com pior resultado essa redução ficou em média em 76%.

A Tabela 5.5 mostra o percentual de redução na área entre os pilares misto e os demais pilares.

Tabela 5.5 – Percentual de redução de área quando utilizado pilar misto

Pilar	carga (tf)	Pilar de concreto Área Otimizada		Pilar de concreto Aço Otimizado		Pilar de concreto a 2% de Aço	
		Individual	Média	Individual	Média	Individual	Média
1	20	80%		80%		80%	
2	40	65%		72%		65%	
3	60	53%	62%	74%	76%	64%	68%
4	80	52%		74%		65%	
5	100	62%		77%		69%	
6	120	59%		75%		66%	

Fonte: Autor

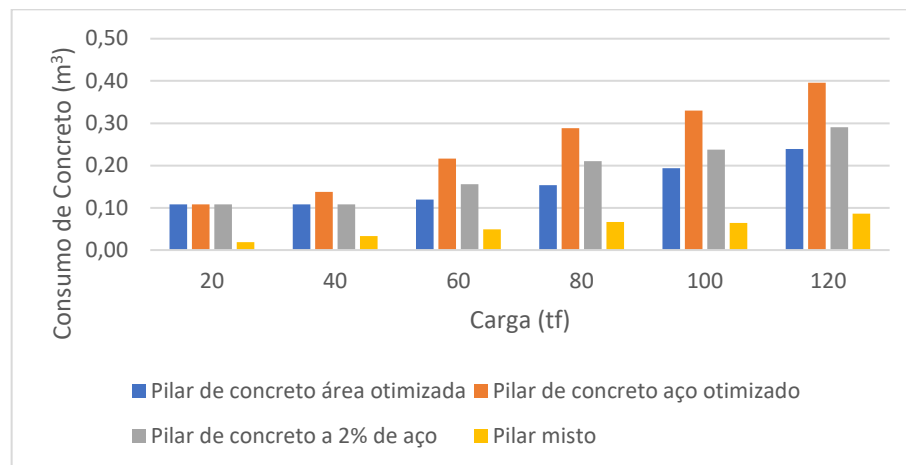
Pilares mais esbeltos possibilitam uma ocupação maior na área dos pavimentos, esse pode ser um fator de extrema importância na construção de uma obra. Por exemplo, em garagens, ao reduzirmos as dimensões do pilar ganhamos área livre com isso pode ser aumentada o número de vagas, o que acarretará maiores lucros no empreendimento.

Porém, deve-se levar em consideração que uma menor área de seção transversal acarreta uma menor ductilidade dos pilares mistos, o que nem sempre é interessante como, por exemplo, na construção de estruturas sujeitas a abalos sísmicos.

### 5.3.2 Volume de concreto

No Gráfico 5.7 podem ser observados o comparativo de consumo de concreto dos pilares mostrados nas tabelas: Tabela 5.1, Tabela 5.2, Tabela 5.3 e Tabela 5.4.

Gráfico 5.7 – Comparativo entre os volumes de concreto dos pilares mistos e os de concreto armado



Fonte: Autor

Neste caso pode-se observar que, excetuado os pilares mistos, os pilares submetidos a carga de 20 toneladas-força apresentaram, praticamente, o mesmo consumo de concreto. A justificativa para isso é que nas iterações eles atingiram ao limite mínimo de área determinado pela NBR 6118(ABNT, 2014), como os comprimentos de todos os pilares são iguais a três metros, conseqüentemente, eles possuem o mesmo volume mínimo de concreto. Quando observado os demais pilares percebe-se que a partir de 40 toneladas-força o consumo de concreto cresce de maneira aproximadamente linear.

Os pilares que apresentaram melhor desempenho nesse critério foram os pilares mistos, seguidos dos pilares otimizados em relação a área que são os que apresentaram melhor desempenho no critério menor consumo de concreto entre os pilares de concreto armado, a redução de volume entre os mistos e os otimizados em relação a área foi em média de 66%. Quando comparamos os pilares misto com os pilares com pior resultado, pilares otimizados em relação ao aço, essa redução ficou em média em 79%.

A Tabela 5.6 mostra o percentual de redução no volume de concreto entre os pilares misto e os demais pilares.



Tabela 5.6 – Percentual de redução de volume de concreto, quando utilizado pilar misto

Pilar	carga (tf)	Pilar de concreto Área Otimizada		Pilar de concreto Aço Otimizado		Pilar de concreto a 2% de Aço	
		Individual	Média	Individual	Média	Individual	Média
1	20	83%		83%		83%	
2	40	69%		76%		69%	
3	60	59%	66%	77%	79%	68%	72%
4	80	57%		77%		68%	
5	100	67%		81%		73%	
6	120	64%		78%		70%	

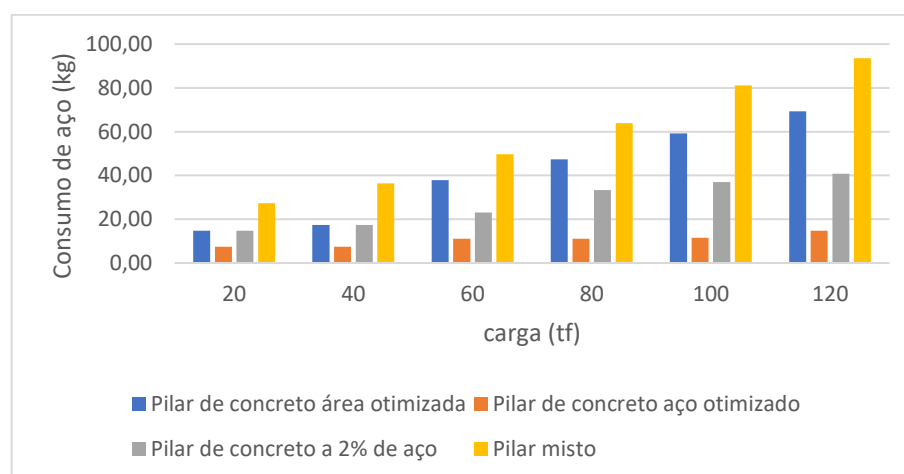
Fonte: Autor

Como dito no item anterior, pilares mais esbeltos possibilitam ganho de espaço na área dos pavimentos, no caso em estudo essa redução na área do pilar se traduz em uma redução no volume de concreto dado que os pilares possuem mesmo comprimento. Pilares esbeltos possuem um peso muito inferior aos robustos, diminuindo de maneira considerável as cargas na fundação.

### 5.3.3 Consumo de aço

No Gráfico 5.8 são mostrados o comparativo de consumo de aço dos pilares mostrados nas tabelas: Tabela 5.1, Tabela 5.2, Tabela 5.3 e Tabela 5.4.

Gráfico 5.8 – Comparativo entre os consumos de aço dos pilares mistos e os de concreto armado



Fonte: Autor

Do Gráfico 5.8, observa-se que não houve mudança no consumo de aço no caso dos pilares de concreto otimizado em relação ao aço para as cargas 20 e 40 toneladas-força, o motivo para isto é que nas iterações a taxa geométrica de armadura ficou aquém do mínimo estabelecido pela NBR 6118(ABNT, 2014), o que levou à adoção da armadura longitudinal mínima nos dois casos.

No caso dos pilares de concreto com área otimizada e os otimizados a 2% submetidos às cargas de 20 e 40 toneladas-força, eles apresentaram armaduras iguais, pois possuíam a mesma área e conformação geométrica.

Os pilares com melhor desempenho nesse aspecto foram os pilares concreto otimizados em relação ao aço, ao compararmos esses com os pilares com 2% de taxa geométrica de aço, o segundo colocado no quesito, apresentam uma redução de consumo de aço médio de 60%. Ao compararmos os pilares concreto otimizados em relação ao aço com os pilares com pior resultado, pilar misto, essa redução ficou em média em 80%, ou seja, o pilar misto consome cerca de quatro vezes mais aço.

A Tabela 5.7 mostra o percentual de redução no consumo de aço entre os pilares otimizados em relação ao aço e os demais pilares.

Tabela 5.7 – Percentual de redução de consumo de aço quando utilizado pilar otimizado em relação ao aço

Pilar	carga (tf)	Pilar de concreto Área Otimizada		Pilar de concreto a 2% de Aço		Pilar Misto	
		Individual	Média	Individual	Média	Individual	Média
1	20	50%		50%		73%	
2	40	57%		57%		80%	
3	60	71%		52%		78%	
4	80	77%	69%	67%	60%	83%	80%
5	100	80%		69%		86%	
6	120	79%		64%		84%	

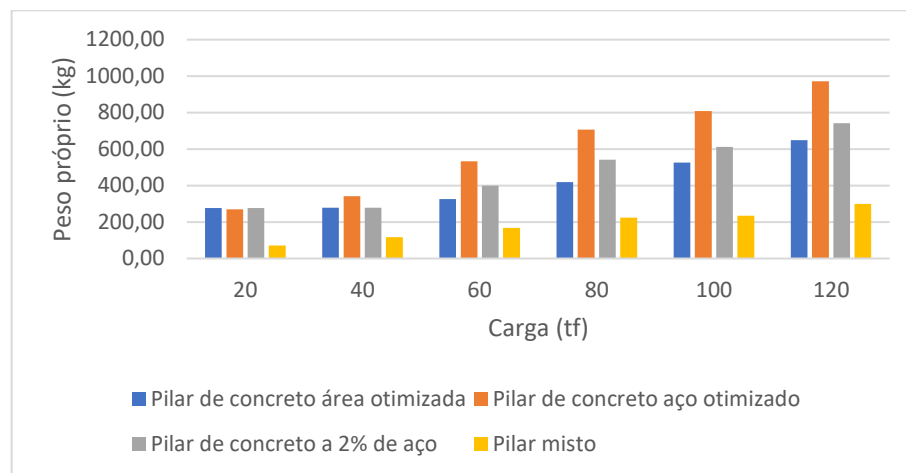
Fonte: Autor

O alto consumo de aço nos pilares mistos pode ser explicado pelo fato de nesse tipo de pilar os esforços são, em grande parte, resistidos pelo perfil, o que requer usualmente áreas de aço maiores que nos pilares de concreto armado, como aço tem, em média, massa específica de 7850 kg/m<sup>3</sup>, conforme NBR 6118 (ABNT, 2014), enquanto o concreto simples possui massa específica 2400 kg/m<sup>3</sup>, ou seja, para um mesmo volume o aço pesa cerca 3,3 vezes mais que o concreto simples.

### 5.3.4 *Peso próprio*

No Gráfico 5.9 é feito o comparativo entre os pesos próprios dos pilares mostrados nas tabelas: Tabela 5.1, Tabela 5.2, Tabela 5.3 e Tabela 5.4.

Gráfico 5.9 – Comparativo entre as peso próprios dos pilares mistos e os de concreto armado



Fonte: Autor

Observa-se no Gráfico 5.9 que, excetuado os pilares mistos, os pilares submetidos a carga de 20 toneladas-força apresentaram, praticamente, o mesmo peso próprio. A justificativa para isso é que nas iterações eles atingiram ao limite mínimo de área determinado pela NBR 6118(ABNT, 2014), como os comprimentos de todos os pilares são iguais a três metros e nas iterações obteve-se para os três a mesma área e praticamente o mesmo consumo de aço, consequentemente, eles possuem mesmo peso próprio. Ao observarmos os pilares submetidos as demais cargas, percebe-se que a partir de 40 toneladas-força o consumo de concreto cresce de maneira aproximadamente linear.

Os pilares que apresentaram melhor desempenho nesse critério foram os pilares mistos, seguidos dos pilares otimizados em relação a área que são os que apresentaram melhor desempenho no critério menor peso próprio entre os pilares de concreto armado, a redução de volume entre os mistos e os otimizados em relação a área foi em média de 56%. Ao compararmos os pilares misto com os pilares com pior resultado, pilares otimizados em relação ao aço, essa redução ficou em média em 69%.

A Tabela 5.8 seguir mostra o percentual de redução no peso próprio entre os pilares misto e os demais pilares.

Tabela 5.8 – Percentual de redução do peso próprio quando utilizado pilar misto

Pilar	carga (tf)	Pilar de concreto Área Otimizada		Pilar de concreto Aço Otimizado		Pilar de concreto a 2% de Aço	
		Individual	Média	Individual	Média	Individual	Média
1	20	74%		73%		74%	
2	40	58%		66%		58%	
3	60	49%	56%	68%	69%	58%	62%
4	80	47%		68%		59%	
5	100	55%		71%		62%	
6	120	54%		69%		60%	

Fonte: Autor

À luz dos critérios anteriormente discutidos, constata-se que no caso em questão os pilares mistos se apresentam como melhor solução construtiva. Além dos critérios vistos, há outros que devem ser considerados, como: custo, disponibilidade de material, disponibilidade de tecnologia, disponibilidade de mão de obra qualificada, mercado.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 6.1 Conclusão

Este trabalho buscou identificar os procedimentos de cálculo de pilares mistos e de concreto armado na literatura. A partir disso, foi possível elaborar rotinas de cálculo para a confecção das planilhas que permitiriam facilidade e agilidade na inserção dos dados de entrada e a obtenção dos resultados de forma simples e objetiva. Desse modo, foi possível realizar a análise comparativa entre os tipos de pilares dimensionados considerando um estudo de caso onde teríamos pilares de mesmo comprimento e seria variado a força normal atuante sobre eles.

Nos pilares de concreto armado, foi verificado que nos pilares do modelo I, pilares otimizados em relação à área, obtiveram os melhores resultados quando comparado com os demais pilares de concreto armado. Apresentando menor área de seção transversal, menor consumo de concreto e menor peso próprio. Consequentemente, esses pilares consomem menor espaço na edificação e diminuem a carga transmitida para a fundação.

Nos pilares do modelo II, pilares otimizados em relação ao aço, gerou-se pilares mais robustos, a vantagem verificada foi a redução de armadura longitudinal. É interessante lembrar que pilares mais robustos podem gerar ganhos quanto a rigidez da edificação.

No caso do modelo III, pilares otimizados a 2% de taxa geométrica de armadura, eles não se sobressaíram em nenhum dos critérios utilizados, porém eles apresentaram, logicamente, as configurações mais balanceadas, não onerando de maneira significativa a área ocupada ou as fundações.

Em relação aos pilares mistos, foi verificado que entre todos os pilares estes apresentaram melhor desempenho quanto à área da seção transversal, volume de concreto e peso próprio. Esses resultados refletem em redução nas interferências com a arquitetura.

Quando comparado os dois tipos de pilares conta-se que o consumo de concreto dos pilares mistos é cerca de 72% menor, as áreas 68% menores. Por outro lado, os pilares de concreto armado consomem em média metade do aço dos pilares mistos. Esse alto consumo de aço nos pilares mistos pode acarretar em grandes custos.

Por fim, com base no exposto e nos resultados apresentados, acredita-se na viabilidade da utilização de pilares mistos preenchidos de concreto trazendo vantagens construtivas e estruturais voltadas para fins diversos. Assim, os pilares mistos preenchidos de concreto apresentam-se como alternativa. Contudo, a escolha do projetista não pode ser pautada exclusivamente neste estudo, devendo-se considerar também as especificidades de cada obra.

## 6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Considerando os estudos realizados nesta pesquisa sobre comparativos entre pilares de concreto armado e pilares mistos preenchidos de concreto, seguem os tópicos de relevância como sugestão para trabalhos futuros:

- Aprofundar essa pesquisa variando os parâmetros fixos;
- Aprofundar a pesquisa comparando os custos de produção;
- Expandir a pesquisa adicionando os pilares revestidos e os de aço;
- Aplicar a metodologia aqui empregada em outros tipos de elementos estruturais.

## REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto–Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), NBR 7480:  **aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado: especificação**. Rio de Janeiro: ABNT, 2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), NBR 8800: **Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro, 2008.
- BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Flexão composta e pilares de concreto armado**. Bauru: UNESP, 2020.
- BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Pilares de concreto armado**. Bauru: UNESP, 2015.
- CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118: 2014**. São Carlos: EdUFSCar, 2014.
- CARVALHO, Roberto Chust; PINHEIRO, Libânio Miranda. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: volume 2**. Pini, 2013.
- CALDAS, Rodrigo Barreto. **Análise numérica de pilares mistos aço-concreto**. 2004.
- CLÍMACO, João Carlos Teatini de Souza. **Estruturas de concreto armado: fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação**. revisada. Brasília: Editora Universidade de Brasília: Finatec, 2008.
- DE OLIVEIRA, Luciano Augusto Figueiredo. **Estudo do comportamento e da resistência das vigas mistas aço-concreto constituídas por perfis formados a frios e lajes pré-fabricadas**, p. 12. 2001.
- FABRIZZI, Marcela de Arruda. **Contribuição para o projeto e dimensionamento de edifícios de múltiplos andares com elementos estruturais mistos aço-concreto**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos–Universidade de São Paulo, 2007.
- MORESI, Eduardo et al. **Metodologia da pesquisa**. Brasília: Universidade Católica de Brasília, v. 108, p. 24, 2003.
- PINHEIRO, Libânio M. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. 2007.
- SILVA, P. H. L. **Dimensionamento de pilares mistos de aço e concreto**. Dissertação (Mestrado em Engenharia). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.
- SERAFIM, Jorge Augusto et al. **Pilares mistos de aço e concreto parcialmente revestidos: comportamento isolado, inserção em galpões industriais e comparativos com pilares de sistemas estruturais usuais**. 2013.

VENTURINI, Wilson Sergio; DE LIMA ANDRADE, José Roberto; RODRIGUES, Rogério Oliveira. **Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta.** EESC-SET, 1987.







## ANEXO B – TABELAS DE DIMENSIONAMENTO

### Pilares de concreto otimizados em relação à área

Pilar	Nk(tf)	Nd(kN)	b(cm)	h(cm)	Dim.		lex(cm)	ley(cm)	Ac	
					Mín				Ac(cm <sup>2</sup> )	mín(cm <sup>2</sup> )
1	20	343,35	15	24	OK		300	300	360	Ok
2	40	549,36	19	19	OK		300	300	361	Ok
3	60	824,04	19	21	OK		300	300	399	Ok
4	80	1098,72	19	27	OK		300	300	513	Ok
5	100	1373,40	19	34	OK		300	300	646	Ok
6	120	1648,08	19	42	OK		300	300	798	Ok

$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda \leq 90$	M1d,min,x	M1d,min,y	e1	e1d,min,x	e1d,min,y	$\alpha b$	$\lambda_{1x}$
69,2	43,3	Ok	669,53	762,24	0	1,95	2,22	1	25
54,6	54,6	Ok	1137,18	1137,18	0	2,07	2,07	1	25
54,6	49,4	Ok	1705,76	1755,21	0	2,07	2,13	1	25
54,6	38,4	Ok	2274,35	2538,04	0	2,07	2,31	1	25
54,6	30,5	Ok	2842,94	3460,97	0	2,07	2,52	1	25
54,6	24,7	Ok	3411,53	4548,70	0	2,07	2,76	1	25

$\lambda_{1y}$	$\lambda \leq 90$	$\nu$	1/r	(1/r) $\leq$ (0,05/b)	e2x	1/r	(1/r) $\leq$ (0,05/b)	e2y
25	Ok	0,45	0,000353	VERDADEIRO	3,174323	0,00022	VERDADEIRO	1,98
25	Ok	0,71	0,000217	VERDADEIRO	1,957113	0,000217	VERDADEIRO	1,96
25	Ok	0,96	0,00018	VERDADEIRO	1,618007	0,000163	VERDADEIRO	1,46
25	Ok	1,00	0,000175	VERDADEIRO	1,579489	0,000123	VERDADEIRO	1,11
25	Ok	0,99	0,000176	VERDADEIRO	1,587269	9,86E-05	VERDADEIRO	0,89
25	Ok	0,96	0,00018	VERDADEIRO	1,618007	8,13E-05	VERDADEIRO	0,00

Md,tot,x	Situação	Md,tot,y	Situação	$\mu_x$	$\delta_x$	$\mu_y$	$\delta_y$	$\omega$	N Barras
1759,44	Ok	1443,43	Ok	0,15205	0,27	0,08	0,17	0,30	8
2212,33	Ok	2212,33	Ok	0,150521	0,21	0,15	0,21	0,38	6
3039,06	Ok	2961,53	Ok	0,187077	0,21	0,16	0,19	0,80	8
4009,77	Ok	3759,26	Ok	0,19198	0,21	0,13	0,15	0,79	10
5022,89	Ok	4679,18	Ok	0,190974	0,21	0,10	0,12	0,78	8
6078,13	Ok	4548,70	Ok	0,187077	0,21	0,06	0,10	0,74	6

$\Phi$ (mm)	As		%As		As,min(cm2)	As,max(cm2)	Situação As	Volume concreto (m3)
	As(cm2)	efetivo	calculado	%As				
10	5,32	6,28	1,48%	1,74%	1,18	14,40	Ok!	0,11
12,5	6,76	7,36	1,87%	2,04%	1,90	14,44	Ok!	0,11
16	15,73	15,82	3,94%	3,96%	2,84	15,96	Ok!	0,12
16	19,97	20,11	3,89%	3,92%	3,79	20,52	Ok!	0,15
20	24,83	25,14	3,84%	3,89%	4,74	25,84	Ok!	0,19
25	29,10	29,45	3,65%	3,69%	5,69	31,92	Ok!	0,24

Consumo de aço(kg)	Peso Próprio (kg)	Espaçamentos OK?	$\Phi$ t	St	L/st	peso estribos
14,81	276,26	VERDADEIRO	5	12	25	2,25
17,33	278,98	VERDADEIRO	5	15	20	1,72
37,87	326,56	VERDADEIRO	5	19	15	1,41
47,34	418,46	VERDADEIRO	5	19	15	1,76
59,18	526,48	VERDADEIRO	5	19	15	2,18
69,35	648,10	VERDADEIRO	6,3	19	15	4,19

### Pilares de concreto otimizados em relação ao aço

Pilar	Nk(tf)	Nd(kN)	b(cm)	h(cm)	Dim.		lex(cm)	ley(cm)	Ac(cm2)	Ac mín(cm2)
					Mín	OK				
1	20	274,68	19	19	OK	300	300	361	Ok	
2	40	549,36	20	23	OK	300	300	460	Ok	
3	60	824,04	20	36	OK	300	300	720	Ok	
4	80	1098,72	20	48	OK	300	300	960	Ok	
5	100	1373,40	22	50	OK	300	300	1100	Ok	
6	120	1648,08	22	60	OK	300	300	1320	Ok	

$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda \leq 90$	M1d,min,x	M1d,min,y	e1	e1d,min,x	e1d,min,y	$\alpha b$	$\lambda_{1x}$
54,6	54,6	Ok	568,59	568,59	0	2,07	2,07	1	25
51,9	45,1	Ok	1153,66	1203,10	0	2,1	2,19	1	25
51,9	28,8	Ok	1730,48	2126,02	0	2,1	2,58	1	25
51,9	21,6	Ok	2307,31	3230,24	0	2,1	2,94	1	25
47,2	20,8	Ok	2966,54	4120,20	0	2,16	3	1	25
47,2	17,3	Ok	3559,85	5438,66	0	2,16	3,3	1	25

$\lambda_{1y}$	$\lambda \leq 90$	$v$	$1/r$	$(1/r) \leq (0,05/b)$	$e_{2x}$	$1/r$	$(1/r) \leq (0,05/b)$	$e_{2y}$
25	Ok	0,36	0,000308	VERDADEIRO	2,769823	0,000308	VERDADEIRO	2,77
25	Ok	0,56	0,000236	VERDADEIRO	2,128018	0,000206	VERDADEIRO	1,85
25	Ok	0,53	0,000242	VERDADEIRO	2,175805	0,000134	VERDADEIRO	1,21
25	Ok	0,53	0,000242	VERDADEIRO	2,175805	0,000101	VERDADEIRO	0,00
25	Ok	0,58	0,00021	VERDADEIRO	1,889296	9,24E-05	VERDADEIRO	0,00
25	Ok	0,58	0,00021	VERDADEIRO	1,889296	7,7E-05	VERDADEIRO	0,00

$M_{d,tot,x}$	Situação	$M_{d,tot,y}$	Situação	$\mu_x$	$\delta_x$	$\mu_y$	$\delta_y$	$\omega$	N Barras
1329,40	Ok	1329,40	Ok	0,090449	0,21	0,09	0,21	0,00	4
2322,70	Ok	2219,66	Ok	0,117818	0,20	0,10	0,17	0,12	4
3523,43	Ok	3122,11	Ok	0,114185	0,20	0,06	0,11	0,09	6
4697,91	Ok	3230,24	Ok	0,114185	0,20	0,03	0,08	0,09	6
5561,30	Ok	4120,20	Ok	0,107243	0,18	0,03	0,08	0,09	4
6673,56	Ok	5438,66	Ok	0,107243	0,18	0,03	0,07	0,09	8

$\Phi$ (mm)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$A_s$ efetivo	% $A_s$ calculado	% $A_s$	$A_{s,min}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,max}$ (cm <sup>2</sup> )	Situação $A_s$	Volume concreto (m <sup>3</sup> )
10	0,00	3,14	0,00%	0,87%	0,95	14,44	Ok!	0,11
10	2,72	3,14	0,59%	0,68%	1,90	18,40	Ok!	0,14
10	3,19	4,71	0,44%	0,65%	2,84	28,80	Ok!	0,22
10	4,26	4,71	0,44%	0,49%	3,79	38,40	Ok!	0,29
12,5	4,88	4,91	0,44%	0,45%	4,74	44,00	Ok!	0,33
10	5,86	6,28	0,44%	0,48%	5,69	52,80	Ok!	0,40

Consumo de aço(kg)	Peso Próprio (kg)	Espaçamentos OK?	$\Phi_t$	St	L/st	peso estribos
7,40	269,48	VERDADEIRO	5	12	25	2,16
7,40	341,25	VERDADEIRO	5	12	25	2,65
11,11	533,43	VERDADEIRO	5	12	25	3,92
11,11	707,40	VERDADEIRO	5	12	25	5,10
11,56	807,95	VERDADEIRO	5	15	20	4,39
14,81	971,68	VERDADEIRO	5	12	25	6,47

### Pilares de concreto otimizados em relação ao aço 2%

Pilar	Nk(tf)	Nd(kN)	b(cm)	h(cm)	Dim.		lex(cm)	ley(cm)	Ac(cm <sup>2</sup> )	Ac mín(cm <sup>2</sup> )
					Mín					
1	20	343,35	15	24	OK		300	300	360	Ok
2	40	549,36	19	19	OK		300	300	361	Ok
3	60	824,04	20	26	OK		300	300	520	Ok
4	80	1098,72	20	35	OK		300	300	700	Ok
5	100	1373,40	22	36	OK		300	300	792	Ok
6	120	1648,08	22	44	OK		300	300	968	Ok

$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda \leq 90$	M1d,min,x	M1d,min,y	e1	e1d,min,x	e1d,min,y	ab	$\lambda_{1x}$
69,2	43,3	Ok	669,53	762,24	0	1,95	2,22	1	25
54,6	54,6	Ok	1137,18	1137,18	0	2,07	2,07	1	25
51,9	39,9	Ok	1730,48	1878,81	0	2,1	2,28	1	25
51,9	29,7	Ok	2307,31	2801,74	0	2,1	2,55	1	25
47,2	28,8	Ok	2966,54	3543,37	0	2,16	2,58	1	25
47,2	23,6	Ok	3559,85	4647,59	0	2,16	2,82	1	25

$\lambda_{1y}$	$\lambda \leq 90$	v	1/r	(1/r) ≤ (0,05/b)	e2x	1/r	(1/r) ≤ (0,05/b)	e2y
25	Ok	0,45	0,000353	VERDADEIRO	3,174323	0,00022	VERDADEIRO	1,98
25	Ok	0,71	0,000217	VERDADEIRO	1,957113	0,000217	VERDADEIRO	1,96
25	Ok	0,74	0,000202	VERDADEIRO	1,815214	0,000155	VERDADEIRO	1,40
25	Ok	0,73	0,000203	VERDADEIRO	1,825587	0,000116	VERDADEIRO	1,04
25	Ok	0,81	0,000174	VERDADEIRO	1,562319	0,000106	VERDADEIRO	0,95
25	Ok	0,79	0,000176	VERDADEIRO	1,580076	8,78E-05	VERDADEIRO	0,00

Md,tot,x	Situação	Md,tot,y	Situação	$\mu_x$	$\delta_x$	$\mu_y$	$\delta_y$	$\omega$	N Barras
1759,44	Ok	1443,43	Ok	0,15205	0,27	0,08	0,17	0,30	8
2212,33	Ok	2212,33	Ok	0,150521	0,21	0,15	0,21	0,38	6
3226,29	Ok	3029,43	Ok	0,14477	0,20	0,10	0,15	0,38	8
4313,12	Ok	3947,91	Ok	0,143771	0,20	0,08	0,11	0,37	18
5112,23	Ok	4854,63	Ok	0,136921	0,18	0,08	0,11	0,38	20
6163,95	Ok	4647,59	Ok	0,135073	0,18	0,05	0,09	0,36	22

$\Phi$ (mm)	As(cm2)	As efetivo	%As calculado	%As	As,min(cm2)	As,max(cm2)	Situação As	Volume concreto (m3)
10	5,32	6,28	1,48%	1,74%	1,18	14,40	Ok!	0,11
12,5	6,76	7,36	1,87%	2,04%	1,90	14,44	Ok!	0,11
12,5	9,74	9,82	1,87%	1,89%	2,84	20,80	Ok!	0,16
10	12,77	14,13	1,82%	2,02%	3,79	28,00	Ok!	0,21
10	14,83	15,70	1,87%	1,98%	4,74	31,68	Ok!	0,24
10	17,18	17,27	1,77%	1,78%	5,69	38,72	Ok!	0,29

Consumo de aço(kg)	Peso Próprio (kg)	Espaçamentos OK?	$\Phi$ t	St	L/st	peso estribos
14,81	276,26	VERDADEIRO	5	12	25	2,25
17,33	278,98	VERDADEIRO	5	15	20	1,72
23,11	399,86	VERDADEIRO	5	15	20	2,35
33,32	541,14	VERDADEIRO	5	12	25	3,82
37,02	611,38	VERDADEIRO	5	12	25	4,12
40,72	742,58	VERDADEIRO	5	12	25	4,90

## Pilares mistos

Pilar	Perfil	NSd(tf)	Nsd(kN)	h(m)	D(mm)	t(mm)	D/t<=0,45Ea/fy	Aa(cm <sup>2</sup> )
1	VMB 250	20,00	196,02	3	96,5	4	VERDADEIRO	11,62
2	VMB 250	40,00	392,04	3	127	4	VERDADEIRO	15,46
3	VMB 250	60,00	588,06	3	153,7	4,5	VERDADEIRO	21,09
4	VMB 250	80,00	784,08	3	177,8	5	VERDADEIRO	27,14
5	VMB 250	100,00	980,10	3	177,8	6,4	VERDADEIRO	34,46
6	VMB 250	120,00	1176,12	3	204	6,4	VERDADEIRO	39,73

Ac(cm <sup>2</sup> )	As(cm <sup>2</sup> )	Ia(cm <sup>4</sup> )	Ic(cm <sup>4</sup> )	Is(cm <sup>4</sup> )	a1	Npl,R(kN)	Npl,Rd(kN)	Ec,red(kN.cm <sup>2</sup> )
61,51	0,0	124,55	301,12	0,00	0,95	465,91	377,92	3000
111,22	0,0	292,61	984,37	0,00	0,95	703,39	562,43	3000
164,45	0,0	587,45	2152,01	0,00	0,95	995,99	793,30	3000
221,14	0,0	1013,97	3891,69	0,00	0,95	1308,84	1040,26	3000
213,82	0,0	1267,29	3638,36	0,00	0,95	1470,95	1184,46	3000
287,12	0,0	1941,14	6560,27	0,00	0,95	1811,54	1448,19	3000

(E)Ie (kN.m <sup>2</sup> )	Ne(kN)	$\lambda_{rel}$	$\lambda_{rel} \leq 2$	$\delta$	$0,2 < \delta < 0,9$	X	NRd(kN)
315,76	346,27	1,16	VERDADEIRO	0,67	VERDADEIRO	0,569406779	215,1896
791,67	868,17	0,90	VERDADEIRO	0,60	VERDADEIRO	0,712403206	400,6744
1621,01	1777,64	0,75	VERDADEIRO	0,58	VERDADEIRO	0,790959296	627,471
2829,84	3103,26	0,65	VERDADEIRO	0,57	VERDADEIRO	0,838174388	871,9173
3316,22	3636,64	0,64	VERDADEIRO	0,63	VERDADEIRO	0,84425955	999,9918
5257,23	5765,20	0,56	VERDADEIRO	0,60	VERDADEIRO	0,876764451	1269,721

NRd $\geq$ Nsd	NRd/NSd	densidade aço	Volume Concreto (m <sup>3</sup> )	Consumo de aço (kg)	Ag(cm <sup>2</sup> )	Peso próprio (kg)
VERDADEIRO	1,097794188	0,79	0,02	27,37427	73,14	71,6646
VERDADEIRO	1,022024284	0,79	0,03	36,40038	126,68	116,4789
VERDADEIRO	1,067018704	0,79	0,05	49,6732	185,54	168,0753
VERDADEIRO	1,112025953	0,79	0,07	63,92261	248,29	223,1458
VERDADEIRO	1,020295659	0,79	0,06	81,15804	248,29	235,1118
VERDADEIRO	1,079584537	0,79	0,09	93,56377	326,85	300,2912