

## XI-012 - ANÁLISE DA ACURÁCIA DE EQUAÇÕES DE ESTIMATIVA DE RENDIMENTO EM BOMBAS DE VELOCIDADE DE ROTAÇÃO VARIÁVEL

**José Nilton de Abreu Costa<sup>(1)</sup>**

Engenheiro Civil pela Universidade Federal do Ceará. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Doutor em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Professor assistente da Universidade Estadual vale do Acaraú (UVA).

**Marco Aurélio Holanda de Castro<sup>(2)</sup>**

Engenheiro Civil pela Universidade Brasília (UnB). PhD em Engenharia pela Drexel University, Estados Unidos. Professor titular da Universidade Federal do Ceará (UFC).

**Luís Henrique Magalhães Costa<sup>(3)</sup>**

Engenheiro Civil pela Universidade Federal do Ceará. Pós-Doutor em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Professor adjunto da Universidade Estadual vale do Acaraú (UVA).

**Endereço<sup>(1)</sup>:** Avenida da Universidade, 850 – Campus Betânia – Sobral-CE – CEP: 62040-370 - Brasil - Tel: (88) 3677-4271 - e-mail: [nilton\\_deha@yahoo.com.br](mailto:nilton_deha@yahoo.com.br)

### RESUMO

O uso de bombas de velocidade de rotação variável configura uma estratégia comumente adotada com o intuito de reduzir os custos energéticos em sistemas de bombeamento. Durante a mudança de velocidade, o ponto de funcionamento da bomba é deslocado e, em seguida, ela passa a trabalhar em novas condições de vazão, altura manométrica e rendimento. Assim, torna-se necessária a determinação do seu rendimento no novo ponto de funcionamento. Na literatura, podem-se encontrar duas fórmulas empíricas que propõem uma estimativa para este novo rendimento (a equação de Comolet e a equação de Sârbu e Borza). Este trabalho objetiva avaliar a precisão dos resultados oferecidos por estas duas fórmulas e, ainda, propor novas alternativas de cálculo de rendimento com o intuito de tornar mais precisas estas estimativas. Para a realização desta tarefa, escolheram-se os catálogos de cinquenta bombas, sendo dez de cada uma dentre cinco determinadas marcas. Em cada bomba, foram realizados três testes de redução de velocidade. Em cada teste, o rendimento no novo ponto de operação estimado por cada uma das equações propostas foi comparado com o calculado pelas das Leis de Similaridade e com os estimados através das duas fórmulas empíricas preexistentes. Os resultados apontaram uma maior precisão das equações alternativas propostas em relação às outras referidas fórmulas anteriores.

**PALAVRAS-CHAVE:** Sistemas de bombeamento, Estimativas de rendimento, Bombas de rotação variável.

### INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, a atenção para uma gestão eficiente e ecologicamente amigável tem crescido nos últimos anos, especialmente em sistemas caracterizados por um grande consumo de energia não renovável. De acordo com Marchi e Simpson (2013), a maioria dos sistemas de distribuição de água requer o funcionamento das bombas para entregar a quantidade necessária de água com a pressão adequada para os consumidores finais.

O transporte da água com máximo rendimento viável é tratado como requisito de grande importância em indústrias, no saneamento, na irrigação, e em outras diversas áreas que utilizam bombas hidráulicas, já que diminuem as despesas com a instalação do sistema de bombeamento e a sua manutenção e, ainda, os gastos com energia. Para tal intento, comumente realizam-se em laboratório com a finalidade de estudar o comportamento de uma bomba hidráulica, assim como a sua performance (CIPOLLA et al., 2011).

A redução dos custos vinculados ao funcionamento das bombas pode ser alcançada através da diminuição do consumo de energia. Uma alternativa atrativa para alcançar essa meta é o uso de bombas de rotação variável (BRV) em vez de bombas de rotação fixa (MARCHI; SIMPSON; ERTUGRUL, 2012). As BRV's são bombas acopladas a um motor controlado por uma unidade de frequência variável, cuja finalidade é alterar a fonte de alimentação para variar a velocidade de rotação da bomba de modo a fazê-la operar com o maior rendimento possível.

Com a mudança na velocidade de rotação ocorre o deslocamento do ponto de operação da bomba, acarretando mudanças nos valores de vazão, altura manométrica, potência e rendimento. Assim, há uma necessidade de se estimar, com a máxima precisão possível, o rendimento da bomba nas suas novas condições de funcionamento, uma vez que está diretamente relacionado com o consumo de energia do sistema.

Na literatura encontram-se duas fórmulas empíricas para o cálculo do novo rendimento. Uma delas é a equação 1, proposta por Raymond Comolet (1961). A outra é a equação 2, proposta por Sârbu e Borza (1998).

$$\eta_2 = \frac{\eta_1}{\eta_1 + (1 - \eta_1) \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^{0.17}} \quad \text{equação (1)}$$

$$\eta_2 = 1 - (1 - \eta_1) \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^{0.1} \quad \text{equação (2)}$$

Nas equações 1 e 2, N é a velocidade,  $\eta$  o rendimento e os subscritos 1 e 2 referem-se às rotações inicial e final, respectivamente.

## OBJETIVOS

Diante do exposto, o presente trabalho tem como objetivo avaliar a precisão das estimativas de rendimento das fórmulas de Comolet e de Sârbu e Borza e, em seguida, propor equações alternativas para realizar tais cálculos. Os rendimentos estimados pelas equações propostas foram comparados com os estimados pelas mencionadas fórmulas já existentes na literatura e com os calculados através das leis de afinidade, conforme será detalhado posteriormente.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Segundo Marchi e Simpson (2013), os coeficientes adimensionais das bombas são usados para descrever o comportamento de bombas semelhantes quando a velocidade de rotação N (rpm) ou o diâmetro do rotor D (m) são modificados.  $C_Q$ ,  $C_H$  e  $C_P$  são os coeficientes de vazão, altura manométrica e potência, respectivamente,

$$C_Q = \frac{Q}{N \cdot D^3} \quad \text{equação (3)}$$

$$C_H = \frac{g \cdot H}{N^2 \cdot D^2} \quad \text{equação (4)}$$

$$C_P = \frac{P}{\rho \cdot N^3 \cdot D^5} \quad \text{equação (5)}$$

em que Q, H e P são a vazão bombeada ( $\text{m}^3/\text{s}$ ), a altura manométrica (m) e a potência (W), respectivamente;  $\rho$  é a massa específica do líquido ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ); e g é a aceleração da gravidade ( $\text{m}/\text{s}^2$ ).

Os coeficientes adimensionais  $C_Q$ ,  $C_H$  e  $C_P$  são constantes para bombas geometricamente semelhantes. Assim, se uma bomba opera em diferentes velocidades de rotação ou com diferentes diâmetros do rotor, as características desta são representadas por curvas adimensionais únicas tanto em termos de  $C_H \times C_Q$  quanto de  $\eta \times C_Q$  (COUTINHO, 2015).

Supondo que existam duas bombas iguais, de mesmo tamanho, que recalcam o mesmo tipo de fluido, operando com velocidades de rotação diferentes:  $N_1$  e  $N_2$ , é fato que haverá semelhança geométrica, já que as bombas são iguais (mesmo diâmetro). Assim, impondo a semelhança completa, igualando os adimensionais e cancelando as grandezas mantidas constantes, chega-se às seguintes relações de semelhança, também conhecidas como leis de afinidade ou leis de similaridade (SANTOS, 2007).



$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \text{equação (6)}$$

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \quad \text{equação (7)}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^3 \quad \text{equação (8)}$$

$$\eta_1 = \eta_2 \quad \text{equação (9)}$$

As leis de afinidade afirmam que a variação na vazão, na altura manométrica e na potência da bomba são funções linear, quadrática e cúbica, respectivamente, da mudança na velocidade de rotação da bomba (SIMPSON; MARCHI, 2013).

A curva característica de uma bomba (curva de performance) representa a variação da carga em relação à vazão e, para uma certa rotação  $N_1$ , tem equação do tipo:

$$H = aQ^2 + bQ + c \quad \text{equação (10)}$$

em que os coeficientes a, b e c são específicos para cada bomba.

Para a simulação da bomba em regime de velocidade variável é necessária a obtenção de expressões matemáticas para as curvas  $H \times Q$  e  $\eta \times Q$ , para a velocidade nominal da bomba. As curvas para outras velocidades são obtidas através das leis de afinidade (MESQUITA et al., 2006).

Dado que uma bomba operando em uma velocidade é semelhante a si mesma operando em outra velocidade, cada ponto da curva de performance a uma rotação  $N_1$  ( $Q_1$ ,  $H_1$ ) está associado a um ponto da curva de performance da mesma bomba a uma rotação  $N_2$  ( $Q_2$ ,  $H_2$ ) através das equações 6 e 7. Diz-se, assim, que se trata de pontos homólogos (PH) ou pontos de mesmo rendimento.

A partir das equações 6 e 7, é possível demonstrar que, para uma outra rotação  $N_2$ , a equação da curva de performance da mesma bomba será dada por:

$$H = aQ^2 + b \frac{N_2}{N_1} Q + c \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \quad \text{equação (11)}$$

A curva do sistema mede como varia a carga manométrica necessária para a instalação em função da vazão que poderá ser recalçada. Considerando que a parcela de perda de carga é calculada a partir da fórmula universal, sua equação é do tipo:

$$H = H_g + mQ^2 \quad \text{equação (12)}$$

em que  $H_g$  é a altura geométrica e m é um coeficiente de perda de carga que depende de alguns parâmetros como o fator de atrito, o diâmetro da tubulação e a aceleração da gravidade. Na Figura 1 são apresentadas a curva de performance da bomba (CB) e a curva do sistema (CS).

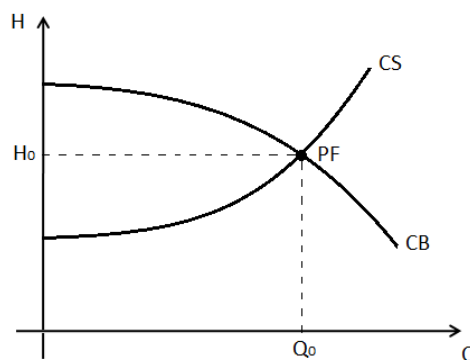


Figura 1: Curva de performance da bomba e curva do sistema.

Tem-se uma delas representando a necessidade de energia e a outra representando a disponibilidade de energia (SANTOS, 2007). O ponto de interseção entre as duas curvas é o ponto de operação ou ponto de funcionamento (PF) da bomba ( $Q_0, H_0$ ).

Com uma redução da velocidade de rotação, a curva da bomba é modificada e, conseqüentemente, o seu ponto de operação também é alterado. No entanto, os pontos de funcionamento inicial e final não obrigatoriamente atenderão às leis de afinidade, ou seja, não necessariamente terão o mesmo rendimento. Desta forma, faz-se necessário determinar o rendimento da bomba nas suas novas condições de operação.

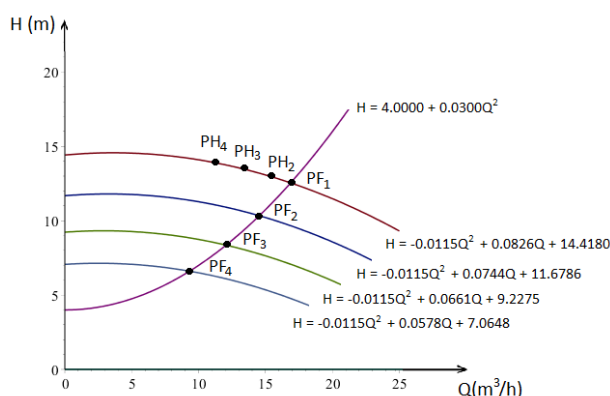
## METODOLOGIA

No Laboratório de Hidráulica Computacional (LAHC) da Universidade Federal do Ceará (UFC), foram realizados os testes que permitiram uma análise das equações de correção de rendimento existentes na literatura. A partir dos resultados dos mesmos, foi possível ainda realizar ajustes nos expoentes das mencionadas fórmulas, propondo assim equações alternativas para a estimativa do rendimento final de uma bomba após a redução de sua velocidade.

Inicialmente, escolheram-se cinquenta bombas, sendo dez de cada uma dentre cinco diferentes marcas escolhidas. Dos respectivos catálogos foram retiradas as curvas de performance e de rendimento à velocidade de rotação nominal. As equações das curvas mencionadas foram obtidas com o uso de planilhas eletrônicas do Microsoft Excel, através da função “adicionar linha de tendência”, selecionando a opção “exibir equação no gráfico”.

Depois de obtida a equação da curva de performance da bomba para a velocidade nominal de rotação, determinaram-se as equações das curvas de performance da bomba para velocidades correspondentes a 90%, 80% e 70% da velocidade nominal. Assim, em cada uma das bombas, as fórmulas de Comolet (1961) e Sârbu e Borza (1998) foram testadas três vezes, totalizando 150 testes para cada uma delas.

Para cada bomba, foi atribuída uma equação da curva do sistema de modo a intersectar as curvas de performance relativas às quatro velocidades consideradas (100%, 90%, 80% e 70% da velocidade nominal). No gráfico referente aos testes feitos em cada bomba, determinaram-se quatro pontos de funcionamento: PF<sub>1</sub>, PF<sub>2</sub>, PF<sub>3</sub> e PF<sub>4</sub>. A Figura 2 mostra essas informações para uma das bombas utilizadas.



**Figura 2: Pontos de operação de uma bomba nas quatro velocidades consideradas.**

A equação da curva de rendimento à velocidade nominal (determinada conforme procedimento relatado anteriormente) tem a seguinte forma:

$$\eta = dQ^2 + eQ + f \quad \text{equação (13)}$$

sendo os coeficientes d, e, f específicos para cada bomba.

O ponto de funcionamento PF<sub>1</sub> encontra-se sobre a curva de performance à velocidade nominal e, portanto, o rendimento da bomba neste ponto ( $\eta_1$ ) é calculado através da substituição da vazão de PF<sub>1</sub> na equação (13). Como os pontos PF<sub>2</sub>, PF<sub>3</sub> e PF<sub>4</sub> não se localizam sobre a curva de performance à velocidade nominal, não se

pode substituir as suas vazões na equação (3). Então, através das Leis de Similaridade, determinaram-se os pontos homólogos (mesmo rendimento) aos referidos pontos sobre a referida curva. Denominaram-se estes novos pontos por PH<sub>2</sub>, PH<sub>3</sub> e PH<sub>4</sub>, respectivamente. Em seguida, substituíram-se as vazões destes últimos pontos na equação 13 e, assim, obtiveram-se os rendimentos dos pontos de funcionamento PF<sub>2</sub>, PF<sub>3</sub> e PF<sub>4</sub>. Finalmente, estimaram-se os rendimentos dos pontos PF<sub>2</sub>, PF<sub>3</sub> e PF<sub>4</sub> pelas fórmulas de Comolet, de Sârbu e Borza e pelas equações alternativas apresentadas.

As equações alternativas foram obtidas através da substituição dos expoentes constantes das equações pré-existentes por funções da vazão Q<sub>0</sub> do ponto de operação inicial de cada bomba. São elas as equações 14 a 17.

$$\eta_2 = 1 - (1 - \eta_1) \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^{0.001 \cdot Q_0} \quad \text{equação (14)}$$

$$\eta_2 = \frac{\eta_1}{\eta_1 + (1 - \eta_1) \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^{0.001 \cdot (Q_0 + 10\sqrt{Q_0})}} \quad \text{equação (15)}$$

$$\eta_2 = \frac{\eta_1}{\eta_1 + (1 - \eta_1) \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^{0.001 \cdot (Q_0 + 38 \ln Q_0)}} \quad \text{equação (16)}$$

$$\eta_2 = \frac{\eta_1}{\eta_1 + (1 - \eta_1) \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^{0.001 \cdot (Q_0 - 10 \ln Q_0 + 170)}} \quad \text{equação (17)}$$

Os valores de rendimento final estimados pelas fórmulas analisadas foram comparados com os rendimentos calculados anteriormente, determinando-se a diferença entre eles. Então, em cada bomba e a cada redução de velocidade, verificou-se qual das fórmulas fornece estimativas de valores mais próximos aos valores calculados com auxílio das leis de afinidade.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após a realização dos testes, foi feita a comparação entre a precisão das fórmulas de Sârbu e Borza, Comolet e das fórmulas alternativas. Mediante os valores dos erros das referidas equações, foi possível analisar, em cada teste, qual delas fornece estimativas de rendimentos finais mais próximos àqueles calculados com o auxílio das leis de afinidade.

Através da equação 18, definiu-se o erro referente à estimativa de cada fórmula analisada.

$$ERRO = \left| \eta_{est} - \eta_{calc} \right| \quad \text{equação (18)}$$

em que  $\eta_{estimado}$  é o rendimento estimado por alguma das fórmulas analisadas (Comolet, Sârbu e Borza, e equações alternativas) e  $\eta_{calculado}$  é o rendimento calculado com auxílio das leis de afinidade.

Nas Tabelas 1, 2 e 3, encontram-se os valores de rendimento final calculados através das Leis de Similaridade e estimados pelas fórmulas de Sârbu e Borza, Comolet e pelas quatro equações propostas neste trabalho. Para cada teste realizado, destaca-se em **negrito itálico** o valor da melhor estimativa de rendimento realizada por uma das equações analisadas.

**Tabela 1: Rendimentos estimados pelas fórmulas analisadas nos testes 1 a 50.**

Teste	Rendimento (%)						
	Leis de Afinidade	Sârbu e Borza	Comolet	Equação 14	Equação 15	Equação 16	Equação 17
1	81.78	82.47	82.40	81.79	81.61	81.58	<b>81.78</b>
2	80.36	82.27	82.11	80.77	<b>80.38</b>	80.31	80.75
3	77.80	82.03	81.77	79.54	78.91	<b>78.80</b>	79.53
4	62.80	62.73	62.70	63.05	62.98	<b>62.81</b>	62.73
5	62.04	62.29	<b>62.23</b>	62.98	62.82	62.47	62.29
6	60.13	61.78	61.70	62.90	62.64	<b>62.08</b>	61.79
7	82.52	<b>82.51</b>	82.43	82.37	82.22	82.13	82.24
8	81.91	82.30	82.14	<b>82.01</b>	81.69	81.48	81.74
9	80.59	82.06	81.80	81.59	81.08	<b>80.72</b>	81.15
10	84.46	84.91	84.84	84.11	83.92	83.92	<b>84.12</b>
11	83.40	84.73	84.58	82.98	82.56	82.56	<b>82.99</b>
12	81.33	84.53	84.28	<b>81.58</b>	80.90	80.91	81.64
13	63.34	62.81	62.78	<b>63.15</b>	63.08	62.93	62.81
14	63.07	62.37	62.31	<b>63.09</b>	62.95	62.63	62.38
15	61.10	61.86	<b>61.77</b>	63.03	62.80	62.29	61.88
16	79.40	79.00	78.93	<b>79.15</b>	79.07	78.94	78.93
17	79.28	78.76	78.59	<b>79.07</b>	78.89	78.61	78.60
18	78.28	78.47	78.21	78.98	78.69	<b>78.23</b>	78.22
19	84.66	84.29	84.22	<b>84.32</b>	84.21	84.10	84.16
20	84.76	84.10	83.95	<b>84.16</b>	83.93	83.70	83.83
21	84.46	83.89	83.64	<b>83.98</b>	83.62	83.24	83.45
22	80.20	80.34	<b>80.26</b>	80.27	80.13	80.01	80.12
23	79.60	80.10	79.94	79.95	79.66	79.40	<b>79.64</b>
24	78.41	79.84	79.57	79.59	79.11	<b>78.69</b>	79.08
25	77.62	78.15	78.07	77.82	<b>77.66</b>	77.57	77.74
26	76.35	77.89	77.73	77.19	76.84	<b>76.63</b>	77.00
27	73.97	77.59	77.33	76.44	75.89	<b>75.54</b>	76.15
28	84.73	85.09	85.02	<b>84.62</b>	84.44	84.40	84.56
29	83.85	84.91	84.76	<b>83.89</b>	83.50	83.41	83.77
30	82.16	84.71	84.47	83.02	82.38	<b>82.23</b>	82.84
31	57.07	<b>57.66</b>	57.66	58.00	57.92	57.74	57.69
32	55.04	<b>57.15</b>	57.17	57.89	57.73	57.34	57.22
33	50.32	<b>56.58</b>	56.62	57.77	57.50	56.88	56.70
34	67.21	66.91	66.86	<b>67.08</b>	66.97	66.79	66.83
35	66.73	66.52	66.42	66.88	<b>66.65</b>	66.26	66.36
36	64.89	66.07	65.91	66.65	66.28	<b>65.65</b>	65.81
37	74.12	74.53	74.46	74.45	74.31	<b>74.17</b>	74.30
38	72.69	74.23	74.08	74.06	73.76	<b>73.45</b>	73.73
39	69.24	73.88	73.64	73.61	73.13	<b>72.63</b>	73.07
40	57.96	57.59	57.60	<b>57.92</b>	57.83	57.65	57.62
41	57.64	57.09	57.11	57.78	<b>57.61</b>	57.21	57.14
42	56.61	56.51	56.55	57.63	57.35	56.71	<b>56.61</b>
43	60.97	61.43	61.41	61.68	61.59	<b>61.40</b>	61.41
44	59.34	60.98	60.94	61.51	61.31	<b>60.90</b>	60.93
45	55.86	60.45	60.40	61.31	60.99	<b>60.34</b>	60.38
46	73.74	74.31	74.24	74.43	74.32	<b>74.16</b>	74.21
47	72.32	74.01	73.85	74.26	74.02	<b>73.68</b>	73.78
48	69.63	73.66	73.41	74.06	73.68	<b>73.14</b>	73.30
49	77.87	78.14	78.06	78.22	78.11	<b>77.97</b>	78.02
50	76.91	77.88	77.72	78.06	77.82	<b>77.52</b>	77.63

**Tabela 2: Rendimentos estimados pelas fórmulas analisadas nos testes 51 a 100.**

Teste	Rendimento (%)						
	Leis de Afinidade	Sârbu e Borza	Comolet	Equação 14	Equação 15	Equação 16	Equação 17
51	74.79	77.58	77.32	77.87	77.49	<b>77.00</b>	77.18
52	66.53	66.73	66.68	66.85	66.74	<b>66.55</b>	66.62
53	65.48	66.33	66.23	66.60	66.35	<b>65.97</b>	66.12
54	63.22	65.88	65.72	66.31	65.92	<b>65.29</b>	65.54
55	80.45	81.38	81.30	81.28	81.14	<b>81.03</b>	81.14
56	78.41	81.15	80.99	80.95	80.64	<b>80.41</b>	80.65
57	74.14	80.90	80.64	80.56	80.07	<b>79.68</b>	80.08
58	82.69	83.69	83.62	83.16	82.98	<b>82.94</b>	83.11
59	80.59	83.50	83.34	82.33	81.94	<b>81.85</b>	82.24
60	76.23	83.28	83.03	81.34	80.70	<b>80.55</b>	81.21
61	34.06	33.60	33.89	34.26	34.23	<b>34.16</b>	33.91
62	33.40	32.81	<b>33.44</b>	34.23	34.17	34.00	33.49
63	31.53	<b>31.91</b>	32.94	34.20	34.10	33.83	33.02
64	33.73	33.06	33.36	<b>33.73</b>	33.70	33.61	33.39
65	33.46	32.27	32.92	33.69	33.63	<b>33.45</b>	32.97
66	32.48	31.36	32.42	33.65	33.55	33.26	<b>32.50</b>
67	62.54	62.24	62.21	<b>62.55</b>	62.47	62.30	62.24
68	62.27	61.79	61.74	62.46	<b>62.29</b>	61.92	61.79
69	61.50	61.28	61.20	62.36	62.08	<b>61.49</b>	61.28
70	60.81	60.42	60.41	<b>60.74</b>	60.66	60.48	60.43
71	60.62	59.95	59.93	<b>60.63</b>	60.46	60.07	59.97
72	60.00	59.42	59.38	60.51	<b>60.23</b>	59.61	59.45
73	60.26	61.26	61.24	61.26	61.17	<b>60.98</b>	61.11
74	57.87	60.80	60.77	60.80	60.60	<b>60.20</b>	60.48
75	53.25	60.28	60.23	60.27	59.96	<b>59.32</b>	59.76
76	56.64	<b>57.12</b>	57.14	57.53	57.47	57.32	57.17
77	55.13	<b>56.62</b>	56.64	57.48	57.35	57.04	56.72
78	52.39	<b>56.03</b>	56.09	57.42	57.21	56.72	56.20
79	28.24	27.55	27.95	28.26	<b>28.24</b>	28.13	27.98
80	28.05	26.69	27.55	28.19	28.16	<b>27.94</b>	27.60
81	27.56	25.71	27.10	28.12	28.06	<b>27.71</b>	27.18
82	32.73	31.90	32.22	<b>32.55</b>	32.53	32.40	32.25
83	32.67	31.10	31.79	<b>32.48</b>	32.43	32.17	31.85
84	32.00	30.17	31.30	32.40	32.32	<b>31.90</b>	31.40
85	38.13	37.44	37.67	<b>38.07</b>	38.04	37.99	37.69
86	38.09	36.70	37.20	<b>38.05</b>	37.99	37.88	37.24
87	37.82	35.84	36.67	38.03	37.93	<b>37.75</b>	36.73
88	35.50	35.24	<b>35.50</b>	35.87	35.83	35.72	35.53
89	34.75	<b>34.47</b>	35.05	35.81	35.74	35.49	35.11
90	33.26	<b>33.59</b>	34.53	35.75	35.63	35.24	34.63
91	38.69	38.11	38.33	<b>38.66</b>	38.63	38.47	38.36
92	38.38	37.38	37.86	38.56	<b>38.48</b>	38.14	37.93
93	37.35	36.53	<b>37.33</b>	38.44	38.31	37.78	37.43
94	40.47	39.61	39.81	<b>40.19</b>	40.15	40.03	39.84
95	40.70	38.89	39.33	<b>40.14</b>	40.05	39.79	39.40
96	40.85	38.07	38.79	<b>40.08</b>	39.94	39.53	38.90
97	51.84	51.01	51.08	<b>51.43</b>	51.36	51.19	51.10
98	52.14	50.43	50.58	51.33	<b>51.19</b>	50.81	50.64
99	52.24	49.76	50.01	<b>51.21</b>	50.98	50.38	50.11
100	47.61	47.06	47.17	<b>47.43</b>	47.37	47.17	47.17

**Tabela 3: Rendimentos estimados pelas fórmulas analisadas nos testes 101 a 150.**

Teste	Rendimento (%)						
	Leis de Afinidade	Sârbu e Borza	Comolet	Equação 14	Equação 15	Equação 16	Equação 17
101	47.33	46.44	46.67	<b>47.21</b>	47.10	46.67	46.68
102	46.21	45.72	46.11	46.96	46.78	46.11	<b>46.12</b>
103	46.36	45.89	46.01	<b>46.17</b>	46.14	45.94	45.98
104	45.94	45.25	45.52	<b>45.85</b>	45.79	45.35	45.46
105	44.59	<b>44.51</b>	44.95	45.49	45.38	44.70	44.86
106	64.13	63.93	63.90	<b>64.15</b>	64.05	63.86	63.89
107	63.73	63.50	63.43	63.97	<b>63.76</b>	63.36	63.41
108	62.80	63.01	62.91	63.77	63.43	<b>62.79</b>	62.87
109	64.45	65.08	65.04	65.09	64.98	<b>64.80</b>	64.92
110	62.73	64.66	64.58	64.70	64.46	<b>64.08</b>	64.33
111	59.35	64.19	64.06	64.25	63.87	<b>63.25</b>	63.65
112	48.91	48.83	48.92	48.93	<b>48.91</b>	48.71	48.82
113	48.05	48.23	48.42	48.43	48.41	47.98	<b>48.21</b>
114	46.27	47.53	47.86	47.86	47.83	<b>47.15</b>	47.52
115	70.88	71.01	<b>70.95</b>	70.67	70.54	70.41	70.60
116	69.92	70.67	70.53	<b>69.93</b>	69.66	69.38	69.79
117	67.59	70.27	70.06	69.06	68.64	<b>68.19</b>	68.86
118	51.98	51.31	<b>51.37</b>	50.10	50.46	50.36	50.65
119	52.06	50.73	<b>50.87</b>	48.10	48.94	48.73	49.34
120	51.80	50.07	<b>50.30</b>	45.75	47.23	46.89	47.85
121	45.21	44.89	45.02	45.43	45.39	<b>45.27</b>	45.05
122	44.70	44.24	44.53	45.39	45.30	45.05	<b>44.59</b>
123	43.54	<b>43.49</b>	43.97	45.35	45.20	44.81	44.07
124	53.23	52.39	52.44	52.86	<b>52.80</b>	52.69	52.47
125	53.58	51.83	51.94	<b>52.82</b>	52.71	52.46	52.01
126	53.84	51.18	51.38	<b>52.78</b>	52.60	52.20	51.48
127	58.60	58.40	58.40	58.79	58.73	<b>58.59</b>	58.43
128	58.06	57.90	57.91	58.74	58.61	58.31	<b>57.98</b>
129	56.75	<b>57.34</b>	57.36	58.69	58.48	58.00	57.47
130	63.71	63.57	63.53	63.90	<b>63.84</b>	63.69	63.57
131	63.25	63.13	63.07	63.85	63.71	63.40	<b>63.14</b>
132	62.26	<b>62.64</b>	62.54	63.79	63.57	63.07	62.65
133	54.84	54.40	54.43	<b>54.81</b>	54.75	54.59	54.46
134	54.54	53.85	53.93	54.75	<b>54.61</b>	54.27	54.00
135	53.47	53.23	53.37	54.67	54.45	53.91	<b>53.48</b>
136	54.53	54.00	54.04	<b>54.32</b>	54.25	54.05	54.04
137	54.33	53.46	53.54	<b>54.15</b>	53.98	53.56	53.55
138	53.35	52.83	52.98	53.94	<b>53.68</b>	53.01	52.99
139	54.89	54.74	54.77	55.19	55.14	55.05	<b>54.79</b>
140	54.01	<b>54.20</b>	54.27	55.17	55.07	54.87	54.33
141	51.57	<b>53.58</b>	53.71	55.14	54.98	54.67	53.80
142	77.81	78.56	78.49	78.02	77.85	<b>77.79</b>	77.98
143	76.16	78.31	78.15	77.12	76.77	<b>76.62</b>	77.06
144	73.05	78.02	77.76	76.06	75.50	<b>75.26</b>	75.98
145	69.48	<b>69.13</b>	69.07	69.08	68.96	68.79	68.92
146	69.18	<b>68.76</b>	68.64	68.67	68.40	68.04	68.32
147	67.84	68.34	68.15	68.19	<b>67.76</b>	67.18	67.63
148	62.80	63.31	63.28	63.49	63.39	<b>63.20</b>	63.24
149	61.31	62.87	62.81	63.26	63.04	<b>62.64</b>	62.74
150	58.52	62.37	62.28	63.01	62.65	<b>62.00</b>	62.17



Destaca-se, que na maioria dos 150 testes realizados, as equações propostas neste trabalho apresentaram resultados mais precisos do que ambas as fórmulas já existentes na literatura. Dentre as fórmulas preexistentes na literatura, observa-se que, dentre os 150 procedimentos de análise realizados, a equação de Sârbu e Borza apresentou melhores estimativas de rendimento final em 18, enquanto que a fórmula de Comolet mostrou-se mais precisa em 10 deles.

Com relação à acurácia das equações apresentadas na ocasião da presente pesquisa, convém ressaltar que a Equação 16 apresentou o maior nível de precisão em relação às demais, uma vez que forneceu melhores estimativas de rendimento em 55 do total de testes feitos. Destaca-se, ainda, que as Equações 14, 15 e 17, evidenciaram-se mais precisas em 38, 16 e 13 procedimentos.

As precisões das fórmulas avaliadas também puderam ser comparadas através de outro aspecto avaliativo. Para cada teste, calcularam-se os erros referentes às estimativas de cada fórmula analisada, através da Equação 18. Na Tabela 4, exibem-se a soma e a média dos erros referentes a cada equação avaliada. Pode-se observar que, a partir deste critério, a Equação 16 também mostrou-se a mais precisa dentre todas, com soma de erros igual a 142.97% e erro médio de 0.95% por teste realizado.

**Tabela 4: Somatório e média dos erros das fórmulas analisadas.**

Fórmula	ERRO (%)	
	Somatório	Média
<b>Sârbu e Borza</b>	190.38	1.27
<b>Comolet</b>	171.74	1.14
<b>Equação 14</b>	174.84	1.17
<b>Equação 15</b>	157.00	1.05
<b>Equação 16</b>	142.97	0.95
<b>Equação 17</b>	148.85	0.99

## CONCLUSÕES

Na ocasião da realização dos testes, esta pesquisa tinha inicialmente o intuito de apenas avaliar as estimativas de rendimento das fórmulas empíricas existentes na literatura: Comolet (1961) e Sârbu e Borza (1998). Entretanto, durante a realização de tais procedimentos, verificou-se possível a hipótese de se desenvolver novas fórmulas alternativas, a partir do ajuste dos expoentes das fórmulas de Comolet, e de Sârbu e Borza, para a determinação do rendimento para uma bomba de rotação variável.

Num sistema de bombeamento, a utilização de bombas de rotação variável implica a necessidade de se determinar, com o máximo de precisão possível, o rendimento do novo ponto de funcionamento quando a sua velocidade for alterada. Considerando o fato de que o custo energético com o sistema de bombeamento de uma rede de abastecimento de água está intimamente relacionado com o seu rendimento, este trabalho se propôs a melhorar a estratégia de se fazer tais estimativas.

As quatro equações alternativas foram testadas para reduções de velocidade até 70% da velocidade nominal de rotação de cada bomba. Os seus resultados apontaram uma maior precisão de todas elas em relação à Fórmula de Sârbu e Borza e de três delas em relação à Fórmula de Comolet. Esse nível de acurácia foi apontado através do somatório e da média dos erros obtidos em cada teste e, ainda, através da quantidade de testes nos quais as estimativas das novas equações propostas foram mais precisas do que as das duas fórmulas predecessoras.

A utilização de uma das fórmulas alternativas aqui apresentadas alternativa pode ser, portanto, vantajosa em relação às fórmulas anteriormente enunciadas na literatura, uma vez que as suas estimativas mais precisas de rendimento no novo ponto de funcionamento da bomba permite um cálculo mais acurado da potência e, conseqüentemente, do consumo de energia no sistema de bombeamento.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. CIPOLLA, E. Z.; SILVA, F. G. B.; TIAGO FILHO, G. L.; BARROS, R. M. Avaliação da Distribuição de Velocidades em Uma Bomba Centrífuga Radial Utilizando Técnicas de CFD. RBRH – Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v. 16, n. 3, p. 71-79, 2011.
2. COMOLET, R. Mécanique expérimentale des fluides. Tome I, Statique et dynamique des fluides non visqueux. Paris: Masson & Cie, 1961. 244 p.
3. COUTINHO, R. S. Simulação computacional de bombas com velocidade de rotação variável no EPANET. 2015. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Goiás.
4. GEORGESCU, A. M.; COSOIU, C. I.; PERJU, S.; GEORGESCU, S. C.; HASEGAN, L.; ANTON. A. Estimation of the Efficiency for Variable Speed Pumps in EPANET Compared with Experimental Data. ScienceDirect. Procedia Engineering 89, p. 1404-1411, 2014.
5. HYDRATEK, D. (2013), Toward Municipal Sector Conservation: A Pump Efficiency Assessment and Awareness Pilot Study, HydraTek & Associates, Canada, Maio 2013.
6. MARCHI, A.; SIMPSON, A. R. Correction of the EPANET inaccuracy in computing the efficiency of variable speed pumps. Journal of Water Resources Planning and Management, v. 139, n. 4, p. 456-459, 2013.
7. MARCHI, A.; SIMPSON, A. R.; ERTUGRUL, N. Assessing variable speed pump efficiency in water distribution systems. Engineering and Science, v. 5, n. 1, p. 15-21, 2012.
8. MESQUITA, A. L. A.; SILVA, L. J. S.; ABRAHIM JÚNIOR, O.; PEREIRA, J. A. R.; SILVA, A. C. P. Aspectos importantes na utilização de bombas centrífugas em velocidade variável para a redução do consumo de energia. VI SEREA - Seminário Iberoamericano sobre Sistemas de Abastecimento Urbano de Água João Pessoa (Brasil), p. 1-15, 2006.
9. RODRIGUES, W. Critérios para o uso eficiente de inversores de frequência em sistemas de bombeamento de água. 2007. Tese de doutorado. Universidade Estadual de Campinas.
10. SANTOS, Sérgio Lopes dos. Bombas & Instalações Hidráulicas. -- São Paulo: LCTE Editora, 2007.
11. SÂRBU, I.; BORZA, I. Energetic optimization of water pumping in distribution systems. Mechanical Engineering, v. 42, n. 2, p. 141-152, 1998.
12. SÂRBU, I.; VALEA, E. S. Energy Savings Potential for Pumping Water in District Heating Stations. Sustainability, v. 7, iss. 5, p. 5705-5719, 2015.
13. SIMPSON, A. R.; MARCHI, A. Evaluating the approximation of the affinity laws and improving the efficiency estimate for variable speed pumps. Journal of Hydraulic Engineering, v. 139, n. 12, p. 1314-1317, 2013.