

I-390 - INFLUÊNCIA DAS EQUAÇÕES EXPLÍCITAS DE FATOR DE ATRITO NO DIMENSIONAMENTO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO

Renata Shirley de Andrade Araújo⁽¹⁾

Professora da Universidade Federal do Piauí, Departamento de Recursos Hídricos, Geotecnia e Saneamento Ambiental. Doutora em Engenharia Civil com concentração em Recursos Hídricos pela Universidade Federal do Ceará (UFC) – (2016). Mestre em Engenharia Civil concentração em Recursos Hídricos pela Universidade Federal do Ceará (UFC) - (2011). Graduada em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Ceará (UFC) - (2008).

Alessandro de Araújo Bezerra⁽²⁾

Professor da Universidade Federal do Piauí, Departamento de Recursos Hídricos, Geotecnia e Saneamento Ambiental. Doutor em Engenharia Civil com área de concentração em Recursos Hídricos pela Universidade Federal do Ceará (UFC) – (2018). Mestre em Engenharia Civil com área de concentração em Recursos Hídricos pela Universidade Federal do Ceará (UFC) - (2011). Graduado em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Ceará (UFC) - (2008).

Mauro César de Brito Sousa⁽³⁾

Professor do Instituto Federal do Piauí. Doutor em Engenharia Civil com área de concentração em Recursos Hídricos pela Universidade Federal do Ceará (UFC) – (2015). Mestre em Engenharia Civil com área de concentração em Saneamento Ambiental pela Universidade Federal do Ceará (UFC) - (2008). Graduado em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Piauí (UFPI) - (2004).

Bruno Duarte Moura⁽⁴⁾

Engenheiro Civil Universidade Federal do Piauí (UFPI) – (2014).

Endereço⁽¹⁾: Universidade Federal do Piauí, Centro de Tecnologia, Departamento de Recursos Hídricos e Geologia Aplicada. Avenida Universitária - lado ímpar – Ininga. CEP: 64049550 - Teresina, PI – Brasil. Telefone: (86) 32371372- e-mail: renatashirley@ufpi.edu.br

RESUMO

Este trabalho tem o objetivo de analisar a influência de equações explícitas para o fator de atrito f da equação universal da perda de carga de Darcy-Weisbach no dimensionamento de redes de distribuição e identificar as equações que mais se aproximam da fórmula de Colebrook-White. A indicação preferencial do uso da equação Darcy-Weisbach para o cálculo da perda de carga no dimensionamento de redes, que, por sua vez, necessita da obtenção do fator de atrito f para o cálculo em cada trecho. A fórmula do fator de atrito de Colebrook-White é a equação mais representativa para a realidade da tubulação, mas é implícita para f . As equações explícitas são aproximações que tentam contornar este problema, mas, muitas vezes, são equações extensas e apresentam erros, o que as tornam opções pouco confiáveis. A análise da situação no dimensionamento de uma rede ramificada e uma rede malhada a partir de cada uma das metodologias de fator de atrito selecionadas apresentaram resultados que permitiram avaliar quais as melhores opções alternativas de equações explícitas para a fórmula implícita de Colebrook-White, de acordo com os valores obtidos do fator f , da perda de carga total das redes e das pressões disponíveis nos nós. Os resultados exibidos indicam que as equações de Sousa-Cunha-Marques e de Zigrang-Silvester apresentam uma maior aproximação a fórmula de Colebrook-White, enquanto que a equação de Swamee-Jain apresenta valores que mais se distancia das outras equações e, apesar disso, a diferença consiste na terceira e quarta casa decimal, o que não a torna inviável para utilização.

PALAVRAS-CHAVE: Fator de Atrito, Equações Explícitas, Dimensionamento, Redes de Distribuição.

INTRODUÇÃO

As equações do fator de atrito são utilizadas para obtenção do fator f da fórmula de Darcy-Weisbach, também conhecida como a “fórmula Universal” aplicada ao cálculo da perda de carga em tubulações (equação 1) Porto (2006). Em 1938, Colebrook e White desenvolveram uma fórmula que relaciona o fator de atrito, o número de Reynolds e a rugosidade relativa do conduto, sendo até hoje considerada a equação mais representativa no cálculo da resistência ao escoamento (equação 2). Com sua aplicabilidade demonstrada, então, se tornou a

fórmula padrão para cálculo do fator de atrito. Entretanto, sua forma implícita anula uma rápida estimativa do fator de atrito em cálculos manuais (GENIC *et al.*, 2011), uma vez que o fator f , sendo implícito, deve ser obtido através de iterações.

$$h_f = f \frac{Lv^2}{D2g} \quad (1)$$

em que: h_f = perda de carga (m); f = fator de atrito (adimensional); L = comprimento da tubulação (m); v = velocidade do fluido (m/s); D = diâmetro do tubo (m) e g = aceleração da gravidade (m/s²).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log \left[\frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right] \quad (2)$$

em que: f = fator de atrito (adimensional); Re = número de Reynolds (adimensional) e ε = rugosidade absoluta (m).

Segundo Sousa e Neto (2014), após vários anos de pesquisas para equações do fator de atrito em regimes turbulentos, a partir de 1960 elas já apresentavam técnicas de soluções explícitas, mas que sempre possuem limitações ou são expressões longas. Isso gera a necessidade de aprimoramentos que simplifiquem o cálculo e ampliem a sua faixa de abrangência. Mesmo frente às suas limitações, conforme Silva (2014), quando comparadas aos cálculos da fórmula universal, uma grande quantidade de projetistas prefere utilizar fórmulas práticas e empíricas, pois “as mesmas foram criadas para facilitar o desenvolvimento do projeto”.

Estudiosos da área tentaram desde então encontrar uma fórmula explícita em que os resultados possuiriam os menores erros em relação à fórmula de Colebrook-White. Dentre as várias obtidas ao longo desses anos, este trabalho irá propor verificar a influência de diversas equações de fator de atrito apresentadas na literatura no dimensionamento de redes de distribuição de água. Para tanto, serão dimensionadas redes de distribuição utilizando a equação universal de Darcy-Weisbach, sendo identificadas aquelas com os menores erros em comparação à fórmula de Colebrook-White.

OBJETIVOS

Objetivo Geral:

Verificar a influência de diversas equações de fator de atrito apresentadas na literatura no dimensionamento de redes de distribuição de água.

Objetivos Específicos:

- Dimensionar 2 redes de distribuição (rede ramificada e rede malhada) para cada uma das equações explícitas de fator de atrito escolhidas;
- Identificar as equações que apresentaram as menores diferenças de perdas de carga em relação à apresentada pela fórmula de Colebrook-White.

METODOLOGIA

A seleção das equações deveu-se a alguns aspectos, foram consideradas as mais relevantes de acordo com sua importância na prática de dimensionamentos de redes, como também algumas das mais atuais sem um uso mais amplo. O escoamento em redes de distribuição é caracterizado, geralmente, como turbulento hidraulicamente de transição. Entretanto, utilizou-se também duas equações, que, apesar de serem destinadas ao cálculo em escoamento turbulento hidraulicamente lisos, devido a sua simplicidade, resolveu-se comparar os resultados gerados, são as equações de: Blasius (1913) e Sousa-Neto (2014).

As equações explícitas selecionadas para o desenvolvimento do estudo de seus efeitos no dimensionamento nas redes de distribuição escolhidas estão disponíveis em Genic *et al.* (2011) e Camargo (2001), sendo as seguintes:

- a) Equação de Moody (1947) [Abrangência: $Re = 4000$ a 5×10^8 ; $e = 0$ a $0,01$]:

$$f = 0,0055 \left[1 + \left(\frac{2000\varepsilon}{D} + \frac{10^6}{Re} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (3)$$

em que: $e = \varepsilon/D$ = rugosidade relativa (adimensional).

- b) Equação de Swamee-Jain (1976) [Abrangência: $Re = 5000$ a 10^8 ; $e = 0,000001$ a $0,05$]:

$$f = \left[-2 \log \left(\frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{7}{Re^{0,9}} \right) \right]^{-2} \quad (4)$$

- c) Equação de Haaland (1983) [Abrangência: $Re = 4000$ a 10^8 ; $e = 0,000001$ a $0,05$]:

$$f = \left\{ -1,8 \log \left[\left(\frac{\varepsilon}{3,7D} \right)^{1,11} + \frac{6,9}{Re} \right] \right\}^{-2} \quad (5)$$

- d) Equação de Zigrang-Silvester (1982) [Abrangência: $Re = 4000$ a 10^8 ; $e = 0,000001$ a $0,05$]:

$$f = \left\{ -2 \log \left[\frac{\varepsilon}{3,7D} - \frac{5,02}{Re} \log \left(\frac{\varepsilon}{D} - \frac{5,02}{Re} \log \left(\frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{13}{Re} \right) \right) \right] \right\}^{-2} \quad (6)$$

- e) Equação de Brkić (1) (2011) [Abrangência: Não Especificada]:

$$f = \left[-2 \log \left(\frac{1}{10^{0,4343\beta}} + \frac{\varepsilon}{3,71D} \right) \right]^{-2}, \beta = \ln \frac{Re}{1,816 \ln \left(\frac{1,1Re}{\ln(1 + 1,1Re)} \right)} \quad (7)$$

- f) Equação de Brkić (2) (2011) [Abrangência: Não Especificada]:

$$f = \left[-2 \log \left(\frac{2,18\beta}{Re} + \frac{\varepsilon}{3,71D} \right) \right]^{-2}, \beta = \ln \frac{Re}{1,816 \ln \left(\frac{1,1Re}{\ln(1 + 1,1Re)} \right)} \quad (8)$$

- g) Equação de Sousa-Cunha-Marques (1999) [Abrangência: Não Especificada]:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{\varepsilon}{3,7D} - \frac{5,16}{Re} \log \left(\frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{5,09}{Re^{0,87}} \right) \right] \quad (9)$$

- h) Equação de Blasius (1913) [Abrangência: $Re = 4000$ a 10^6]:

$$f = 0,345 \cdot Re^{-0,25} \quad (10)$$

- i) Equação de Sousa-Neto (2014) [Abrangência: $Re = 4000$ a 10^6].

$$f = 0,1114 \cdot D^{-0,2333} \cdot Re^{-(0,1638 \cdot D^{-0,0964})} \quad (11)$$

Na abordagem deste trabalho foram utilizadas duas redes fictícias retiradas do sistema UFC, elaborado pelo Laboratório de Hidráulica Computacional – LAHC, pertencente à Universidade Federal do Ceará - UFC. Uma rede possui o traçado ramificado e a outra rede tem o seu formato em malha. Todas as fórmulas de dimensionamento, coeficientes de rede, constantes numéricas da água e de materiais adotados no trabalho

encontram-se em Porto (2006), Azevedo Netto *et al.* (1998), Munson *et al.* (2002) e Tsutiya (2006), tão bem como em literaturas correlatas, seguindo os critérios determinados pela NBR 12211 (ABNT, 1992) e NBR 12218 (ABNT, 1994).

Os parâmetros para cálculo da vazão de distribuição de ambas as redes foram os seguintes:

- Coeficiente do dia de maior consumo (k_1): Adotou-se o valor 1,2;
- Coeficiente da hora de maior consumo (k_2): Adotou-se o valor 1,5;
- População final (P): Estimado de acordo com a planta baixa da área de distribuição estabelecida para cada rede;
- Consumo per capita (q): Para a rede ramificada, adotou-se $q = 200$ L/hab.dia. Para a rede malhada, adotou-se $q = 150$ L/hab.dia;
- Extensão total de distribuição (L): Soma total de todas as extensões de tubulações em cada uma das redes, em metros, excetuando-se a tubulação ligada diretamente ao reservatório (sem distribuição).

Para o material das tubulações da rede de distribuição, adotou-se o PVC, cuja rugosidade absoluta foi estabelecida como $\varepsilon = 0,0015$ mm. Para os cálculos do número de Reynolds e perda de carga, a constante viscosidade cinemática da água foi estabelecida como $\nu = 0,00000101$ m²/s, e a constante aceleração da gravidade como $g = 9,80665$ m/s².

Na planta de situação original obtiveram-se as curvas de nível, as ruas por onde deverá preferencialmente passar as redes, as áreas residenciais a serem abastecidas, a identificação dos nós e suas respectivas cotas e o comprimento de cada trecho.

A estimativa populacional para a área em ambas as redes foi feita com base em 3 parâmetros relacionados a seguir:

- Em cada lote, 1 prédio de apartamentos;
- Em cada prédio, 5 apartamentos (1 por andar);
- Em cada apartamento, 5 pessoas.

Para a rede ramificada, contou-se 90 lotes, o que resultou em 90 prédios, 450 apartamentos e 2.250 pessoas atendidas pelo sistema. Para a rede malhada, contou-se 136 lotes, o que resultou em 136 prédios, 680 apartamentos e 3400 pessoas. A figura 1 mostra a representação da rede ramificada adotada no trabalho, enquanto a figura 2 o traçado da rede malhada utilizada

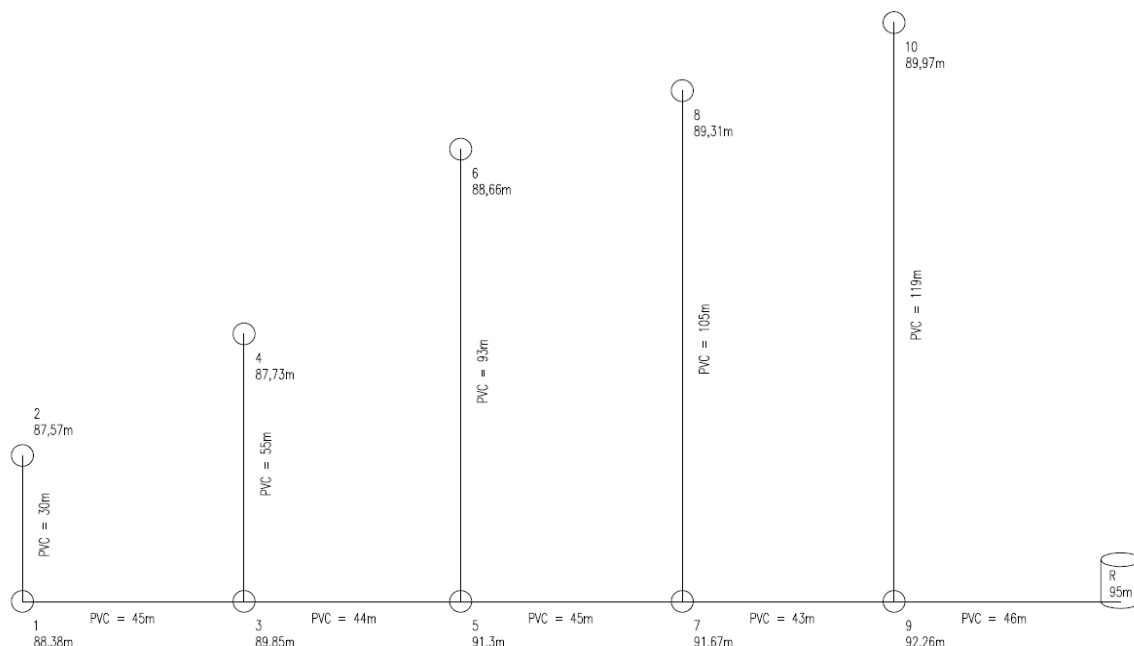


Figura 1: Rede ramificada.

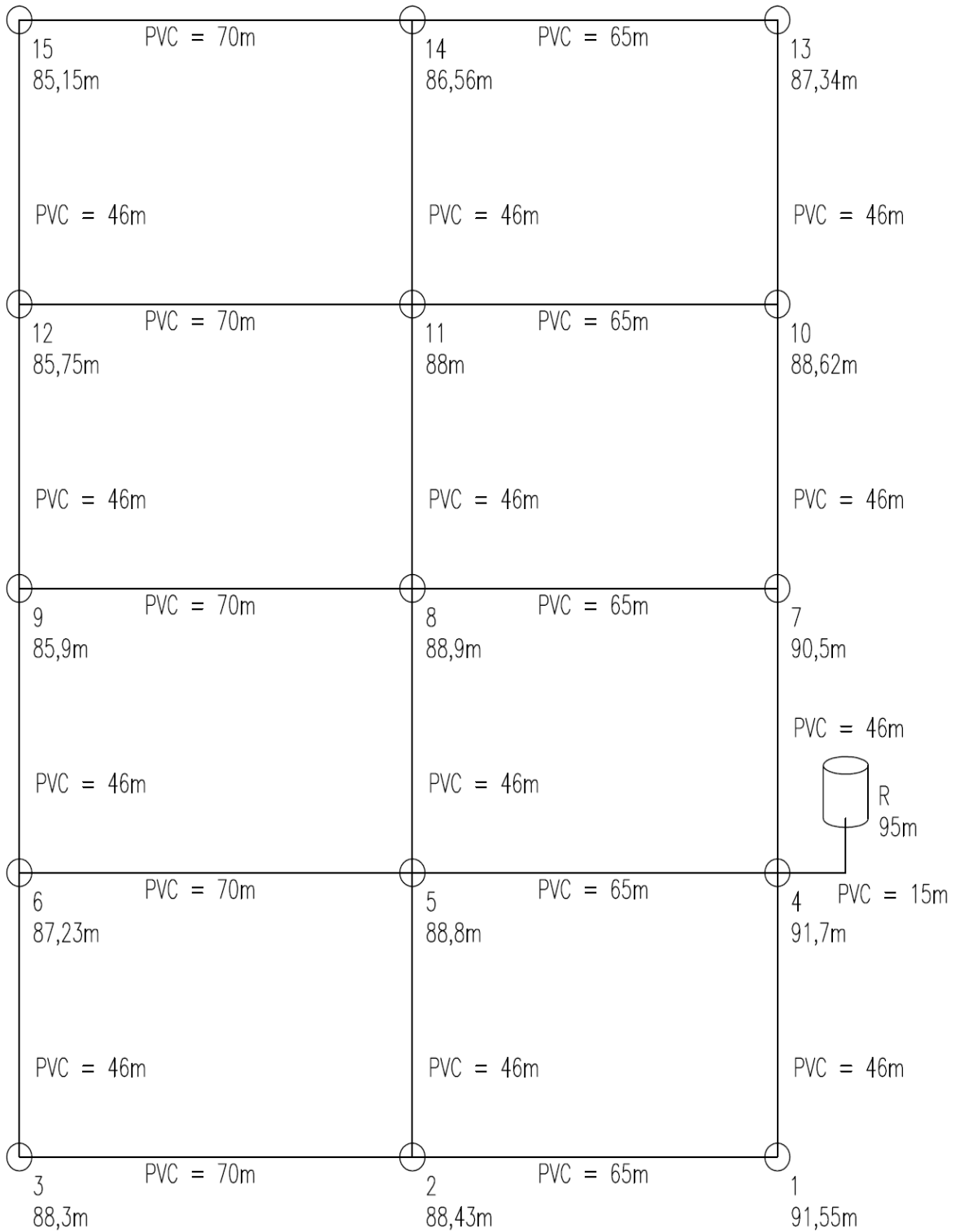


Figura 2: Rede malhada.



RESULTADOS

A rede ramificada, constituída de 10 nós, 10 trechos e 1 reservatório, teve seu dimensionamento realizado dez vezes. Um dimensionamento comparativo através da fórmula de Colebrook-White, e nove outros através das equações explícitas para o fator de atrito selecionadas. Os resultados dos valores de fator de atrito e suas perdas de carga em cada um dos trechos e as pressões disponíveis em cada um dos nós foram compilados nas tabelas 1 e 2 respectivamente.

Tabela 1 - Fatores de atrito nos trechos da rede ramificada.

Trecho	Colebrook-White (1939)	Brkic' (1) (2011)	Brkic' (2) (2011)	Sousa-Cunha-Marques (1999)	Zigrang-Silvester (1982)	Haaland (1983)	Swamee-Jain (1976)	Moody (1947)	Blasius (1913)	Sousa-Neto (2014)
1~2	0,033950	0,032861	0,034134	0,033954	0,033918	0,034069	0,036471	0,034154	0,037618	0,032263
3~1	0,025514	0,024767	0,025630	0,025542	0,025462	0,025348	0,026890	0,025305	0,028510	0,025317
3~4	0,028910	0,028027	0,029051	0,028933	0,028863	0,028825	0,030692	0,028915	0,032329	0,028259
5~3	0,020825	0,020259	0,020909	0,020850	0,020771	0,020618	0,021753	0,020273	0,022875	0,020858
5~6	0,025377	0,024635	0,025491	0,025405	0,025324	0,025208	0,026738	0,025158	0,028350	0,025193
7~5	0,019010	0,018510	0,019082	0,019031	0,018959	0,018809	0,019799	0,018341	0,020590	0,019044
7~8	0,024651	0,023938	0,024760	0,024679	0,024597	0,024470	0,025934	0,024379	0,027503	0,024533
9~7	0,018487	0,018002	0,018554	0,018507	0,018442	0,018294	0,019241	0,017804	0,019943	0,018511
9~10	0,023934	0,023250	0,024039	0,023962	0,023880	0,023744	0,025145	0,023609	0,026656	0,023871
R~9	0,017466	0,017019	0,017528	0,017484	0,017419	0,017280	0,018151	0,016719	0,018605	0,017488

Tabela 2 - Perdas de carga, em m, nos trechos da rede ramificada para cada uma das equações de fator de atrito.

Trecho	Colebrook-White (1939)	Brkic' (1) (2011)	Brkic' (2) (2011)	Sousa-Cunha-Marques (1999)	Zigrang-Silvester (1982)	Haaland (1983)	Swamee-Jain (1976)	Moody (1947)	Blasius (1913)	Sousa-Neto (2014)
1~2	0,021211	0,02053	0,02132	0,021214	0,02119	0,02128	0,022786	0,02133	0,02350	0,02015
3~1	0,219668	0,21323	0,22066	0,219909	0,21922	0,21823	0,231515	0,21786	0,24546	0,21797
3~4	0,111282	0,10788	0,11182	0,111371	0,11110	0,11095	0,118142	0,11130	0,12444	0,10877
5~3	0,590571	0,57452	0,59295	0,591280	0,58904	0,58470	0,616888	0,57491	0,64870	0,59150
5~6	0,472270	0,45846	0,47439	0,472791	0,47128	0,46912	0,497598	0,46819	0,52759	0,46884
7~5	0,655372	0,63813	0,65785	0,656096	0,65361	0,64844	0,682573	0,63230	0,70984	0,65654
7~8	0,660322	0,64122	0,66324	0,661072	0,65887	0,65547	0,694690	0,65303	0,73671	0,65716
9~7	0,331568	0,32286	0,33277	0,331927	0,33076	0,32810	0,345091	0,31931	0,35768	0,33199
9~10	0,933207	0,90653	0,93730	0,934298	0,93110	0,92579	0,980425	0,92053	1,03934	0,93075
R~9	0,584259	0,56930	0,58633	0,584861	0,58268	0,57803	0,607173	0,55927	0,62236	0,58499
Somatório	4,579730	4,45270	4,59866	4,584819	4,56887	4,54016	4,796881	4,47809	5,03565	4,56870
Diferença para Colebrook-White	-	0,127027	-0,018934	-0,005089	0,010855	0,039566	-0,217151	0,101640	-0,455927	0,011023

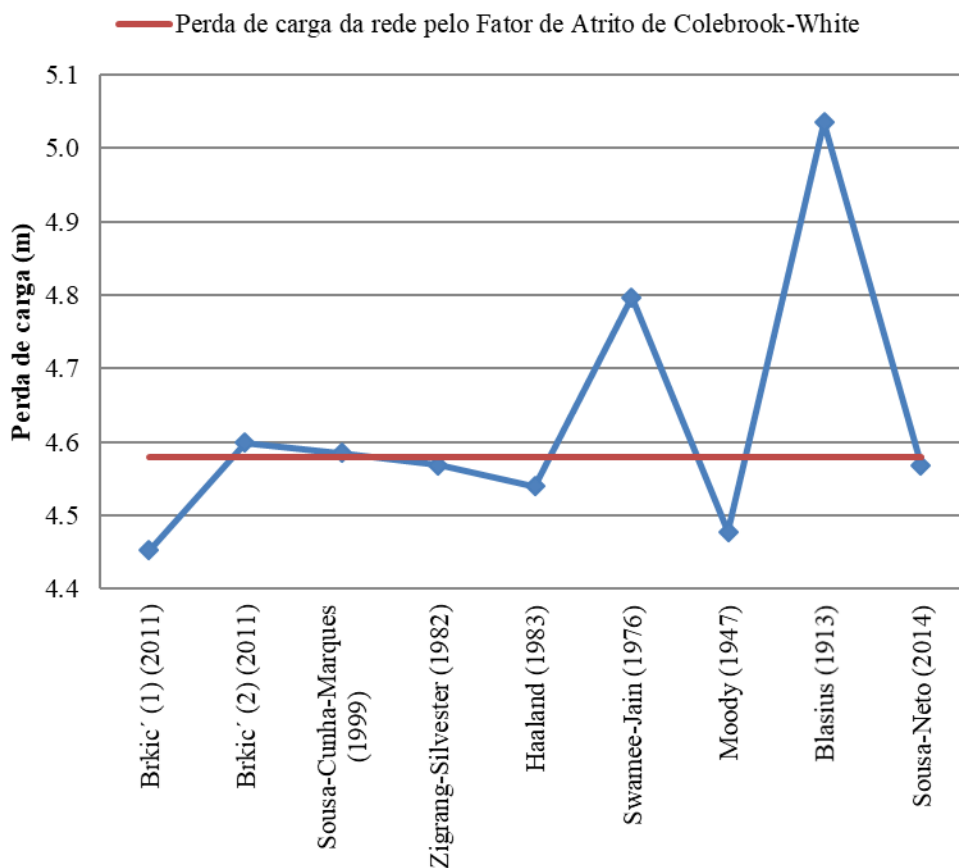
Em relação ao valor obtido pelas várias equações de fator de atrito da tabela 1, os resultados da tabela 2 permitem inferir que as equações de Sousa-Cunha-Marques, Zigrang-Silvester e Sousa-Neto deram os resultados para o fator f mais próximos do obtido pela fórmula de Colebrook-White, como evidencia a tabela 3.

Tabela 3 - Menores diferenças em relação aos resultados de fator de atrito de Colebrook-White para a rede ramificada.

Trecho	Colebrook-White (1939)	Sousa-Cunha-Marques (1999)	Diferença para Colebrook-White	Zigrang-Silvester (1982)	Diferença para Colebrook-White	Sousa-Neto (2014)	Diferença para Colebrook-White
1~2	0,033950	0,033954	-4E-06	0,033918	3,2E-05	0,032263	0,001687
3~1	0,025514	0,025542	-2,8E-05	0,025462	0,000052	0,025317	0,000197
3~4	0,028910	0,028933	-2,3E-05	0,028863	4,7E-05	0,028259	0,000651
5~3	0,020825	0,020850	-2,5E-05	0,020771	5,4E-05	0,020858	-3,3E-05
5~6	0,025377	0,025405	-2,8E-05	0,025324	5,3E-05	0,025193	0,000184
7~5	0,019010	0,019031	-2,1E-05	0,018959	5,1E-05	0,019044	-3,4E-05
7~8	0,024651	0,024679	-2,8E-05	0,024597	5,4E-05	0,024533	0,000118
9~7	0,018487	0,018507	-2E-05	0,018442	4,5E-05	0,018511	-2,4E-05
9~10	0,023934	0,023962	-2,8E-05	0,023880	5,4E-05	0,023871	6,3E-05
R~9	0,017465	0,017484	-1,9E-05	0,017419	4,6E-05	0,017488	-2,3E-05

Analisando de maneira global a rede ramificada e a perda de carga total da rede, as equações também apresentaram esse mesmo comportamento de variação. Algumas tiveram uma perda de carga maior que a apresentada utilizando a fórmula de Colebrook-White, enquanto outras tiveram seus valores reduzidos. A figura 3 a seguir, mostra um gráfico que demonstra o comportamento dessa variação.

Figura 3 - Gráfico da perda de carga total da rede ramificada.



O desenho do gráfico apresentado na figura 3 para a perda de carga total da rede ramificada foi praticamente o mesmo apresentado pelas perdas de carga em cada um dos trechos da rede, variando-se apenas os valores para a perda de carga em cada situação. As equações explícitas cujos resultados mais se aproximaram da perda de

carga apresentada pela fórmula de Colebrook-White foram as de Sousa-Cunha-Marques (1999), Sousa-Neto (2014) e Zigrang-Silvester (1982). A equação de Sousa-Cunha-Marques apresentou uma perda de carga total apenas 0,005122 m maior que a fórmula usual.

A curta e mais atual equação de Sousa-Neto, mesmo dependendo apenas do diâmetro e do número de Reynolds para obter o resultado do fator de atrito, conseguiu resultados mais satisfatórios. Por ter menos termos e ser mais próxima de Colebrook-White em relação a cada uma das perdas de carga nos trechos a tornam uma boa alternativa entre as equações explícitas selecionadas, no caso do material ser o PVC com rugosidade absoluta de 0,0015 mm.

A rede malhada, constituída de 15 nós, 1 reservatório, 23 trechos e 8 anéis, seu dimensionamento foi realizado dez vezes, assim como o teve a rede ramificada. A obtenção da vazão correta nos trechos da rede malhada se deu através do método iterativo de Hardy-Cross, e executou-se esse método para cada tipo de equação do fator de atrito.

Seguindo os procedimentos feitos na rede ramificada, a fim de comparação, compilaram-se em tabelas os resultados do fator de atrito de cada um dos trechos da rede malhada, por cada uma das metodologias (tabela 4), seguido de suas respectivas perdas de carga (tabela 5).

Tabela 4 - Fatores de atrito nos trechos da rede malhada

Nó		Colebrook-White (1939)	Brkic' (1) (2011)	Brkic' (2) (2011)	Sousa-Cunha-Marques (1999)	Zigrang-Silvester (1982)	Haaland (1983)	Swamee-Jain (1976)	Moody (1947)	Blasius (1913)	Sousa-Neto (2014)
Mon	Jus										
1	2	0,02861	0,027737	0,02876	0,028632	0,028561	0,028528	0,030398	0,028654	0,032043	0,027983
5	2	0,02499	0,02426	0,025097	0,025014	0,024932	0,02481	0,026304	0,024739	0,027895	0,024833
4	5	0,01957	0,019052	0,019649	0,019597	0,019524	0,019372	0,020405	0,018946	0,021317	0,019608
4	1	0,02445	0,023748	0,024567	0,024481	0,024399	0,024276	0,025735	0,024192	0,02729	0,024341
2	3	0,02696	0,026144	0,027084	0,026986	0,026909	0,026832	0,028521	0,026879	0,030183	0,026561
3	6	0,03868	0,03733	0,038906	0,038644	0,038666	0,039153	0,042193	0,0391	0,04233	0,035509
5	6	0,02419	0,023499	0,024295	0,024217	0,024134	0,024002	0,025425	0,023883	0,026957	0,024117
5	8	0,02395	0,023269	0,024059	0,023982	0,0239	0,023765	0,025172	0,023636	0,026692	0,02389
7	8	0,02232	0,021696	0,02241	0,022343	0,022259	0,022111	0,023368	0,021862	0,024698	0,022337
4	7	0,02005	0,019503	0,020123	0,020071	0,020005	0,019849	0,020915	0,01947	0,02194	0,020018
6	9	0,02855	0,027685	0,028692	0,028578	0,028507	0,028472	0,030321	0,028583	0,031968	0,027938
8	9	0,02665	0,025861	0,026777	0,026681	0,026603	0,02651	0,028158	0,026523	0,029816	0,026337
8	11	0,02501	0,024284	0,025123	0,02504	0,024958	0,024837	0,026333	0,024773	0,027933	0,024868
10	11	0,02488	0,024156	0,024989	0,024906	0,024824	0,024701	0,026178	0,024609	0,027754	0,024741
7	10	0,02048	0,019931	0,020563	0,020505	0,020426	0,020274	0,02138	0,019899	0,022438	0,020521
9	12	0,02842	0,027558	0,028558	0,028446	0,028374	0,028335	0,03017	0,028441	0,031822	0,027838
11	12	0,03072	0,029763	0,030876	0,030739	0,030678	0,030696	0,032749	0,030795	0,034257	0,02976
11	14	0,02944	0,028539	0,029589	0,029467	0,029399	0,029376	0,031297	0,029478	0,03291	0,028703
13	14	0,02841	0,027545	0,028545	0,028433	0,028361	0,028295	0,030111	0,028372	0,031764	0,027838
10	13	0,02436	0,023662	0,024471	0,024391	0,024309	0,024173	0,025611	0,024064	0,027158	0,024269
12	15	0,03482	0,033697	0,035053	0,034821	0,034831	0,035027	0,037532	0,035121	0,038528	0,032917
14	15	0,03521	0,03407	0,035366	0,035207	0,035143	0,035355	0,037895	0,035358	0,038836	0,033205
R	4	0,01704	0,016606	0,017096	0,017053	0,016989	0,016853	0,017694	0,016264	0,018034	0,017048

Tabela 5 - Perdas de carga, em m, nos trechos da rede malhada para cada uma das equações de fator de atrito.

Nó	Colebrook-White (1939)		Brkić (1) (2011)	Brkić (2) (2011)	Sousa-Cunha-Marques (1999)	Zigrang-Silvester (1982)	Haaland (1983)	Swamee-Jain (1976)	Moody (1947)	Blasius (1913)	Sousa-Neto (2014)
	Mon	Jus									
1	2	0,14131	0,136998	0,14152	0,141418	0,141068	0,140379	0,148463	0,13943	0,156497	0,139248
5	2	0,261846	0,254197	0,262967	0,262097	0,261238	0,25996	0,275614	0,259216	0,292285	0,260763
4	5	0,738625	0,719075	0,741607	0,739644	0,736889	0,731152	0,77014	0,715074	0,804179	0,739707
4	1	0,307069	0,298253	0,307942	0,307458	0,306429	0,304295	0,321311	0,30145	0,340726	0,306906
2	3	0,23013	0,223823	0,231188	0,230351	0,229694	0,228362	0,24202	0,227412	0,256123	0,229407
3	6	0,014745	0,014389	0,014832	0,014732	0,01474	0,014757	0,015723	0,014404	0,015774	0,014153
5	6	0,507032	0,491622	0,509233	0,507598	0,505858	0,503092	0,532918	0,500597	0,565503	0,503601
5	8	0,358383	0,348193	0,360014	0,358862	0,357635	0,355615	0,375989	0,353046	0,397972	0,357485
7	8	0,873793	0,849364	0,877316	0,874693	0,871405	0,865611	0,916035	0,856999	0,968172	0,873298
4	7	0,179022	0,174138	0,179749	0,179209	0,17862	0,177302	0,186903	0,174131	0,196221	0,178661
6	9	0,101291	0,098222	0,101795	0,101391	0,101139	0,10064	0,106778	0,100283	0,112578	0,099857
8	9	0,249434	0,242049	0,250623	0,249724	0,248994	0,248124	0,263548	0,248245	0,279067	0,245811
8	11	0,259798	0,252257	0,260972	0,26011	0,259258	0,258001	0,273541	0,256779	0,289533	0,257764
10	11	0,381978	0,370863	0,383652	0,382377	0,381119	0,37923	0,402758	0,379421	0,42791	0,379844
7	10	0,707482	0,68799	0,710349	0,708346	0,705617	0,700366	0,739123	0,688436	0,776276	0,707828
9	12	0,104597	0,101424	0,105105	0,104693	0,104428	0,103905	0,11023	0,103534	0,116266	0,102828
11	12	0,094214	0,091279	0,094692	0,094272	0,094085	0,09414	0,100436	0,094909	0,105579	0,090821
11	14	0,082182	0,079667	0,082598	0,082257	0,082068	0,082003	0,087366	0,082288	0,091869	0,080125
13	14	0,148286	0,143771	0,148991	0,148406	0,148031	0,148223	0,157737	0,148627	0,166396	0,145301
10	13	0,315652	0,306608	0,31709	0,316054	0,314991	0,313837	0,332507	0,312422	0,352591	0,314473
12	15	0,027764	0,026869	0,027732	0,027765	0,027556	0,027711	0,029693	0,027568	0,030481	0,026247
14	15	0,039453	0,038175	0,039951	0,039449	0,039699	0,039938	0,042808	0,040266	0,043871	0,037206
R	4	0,238501	0,232427	0,239285	0,238683	0,237787	0,235884	0,247655	0,22764	0,252414	0,238613
Somatório		6,362587	6,181653	6,389203	6,369589	6,348348	6,312527	6,679296	6,252177	7,03781	6,329947
Diferença para Colebrook-White			0,180934	-0,026616	-0,007002	0,014239	0,05006	-0,316709	0,11041	-0,675223	0,03264

Em relação ao fator de atrito, a equação de Sousa-Cunha-Marques e de Zigrang-Silvester obtiveram em todos os trechos valores bastante semelhantes aos apresentados pela fórmula de Colebrook-White, com erros menores que 0,0001. Próximo disso esteve os resultados da Segunda equação explícita de Brkić, cujos erros foram menores que 0,001, mas bem próximos de 0,0001, como mostra a tabela 6.

Uma visualização dos resultados apresentados pela tabela 4, acerca das diferenças entre as perdas de carga totais da rede permite inferir que essas 3 equações teriam de fato resultados mais próximos aos obtidos pela fórmula de Colebrook-White.

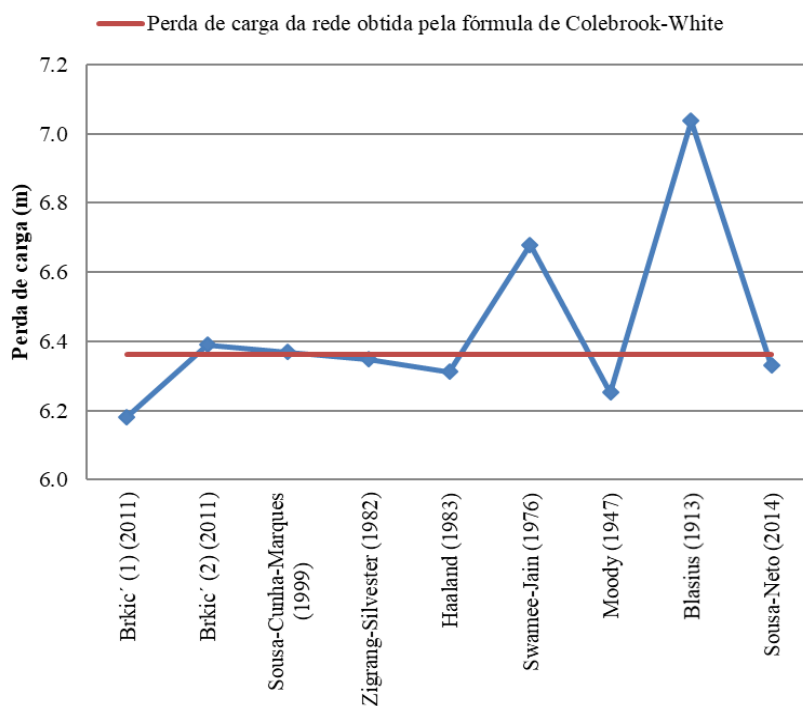
Assim como apresentou os resultados da rede ramificada, a perda de carga apresentada pelas equações explícitas do fator de atrito na rede malhada variou para mais ou para menos de acordo com o trecho em questão, de um modo parecido com o do fator de atrito.

Segundo a perda de carga total da rede, as equações também apresentaram esse mesmo comportamento de variação linear. Algumas tiveram uma perda de carga maior que a apresentada utilizando a fórmula de Colebrook-White, enquanto outras tiveram seus valores reduzidos, como mostra o gráfico da figura 4.

Tabela 6 - Menores diferenças em relação aos resultados de fator de atrito de Colebrook-White para a rede malhada.

Nó	Colebrook-White (1939)		Sousa-Cunha-Marques (1999)	Diferença para Colebrook-White	Zigrang-Silvester (1982)	Diferença para Colebrook-White	Brkic' (2) (2011)	Diferença para Colebrook-White
	Mon	Jus						
1	2	0,02861	0,028632	-2,2E-05	0,028561	4,9E-05	0,02876	-0,00015
5	2	0,02499	0,025014	-2,4E-05	0,024932	5,8E-05	0,025097	-0,000107
4	5	0,01957	0,019597	-2,7E-05	0,019524	4,6E-05	0,019649	-7,9E-05
4	1	0,02445	0,024481	-3,1E-05	0,024399	5,1E-05	0,024567	-0,000117
2	3	0,02696	0,026986	-2,6E-05	0,026909	5,1E-05	0,027084	-0,000124
3	6	0,03868	0,038644	3,6E-05	0,038666	1,4E-05	0,038906	-0,000226
5	6	0,02419	0,024217	-2,7E-05	0,024134	5,6E-05	0,024295	-0,000105
5	8	0,02395	0,023982	-3,2E-05	0,0239	5E-05	0,024059	-0,000109
7	8	0,02232	0,022343	-2,3E-05	0,022259	6,1E-05	0,02241	-9E-05
4	7	0,02005	0,020071	-2,1E-05	0,020005	4,5E-05	0,020123	-7,3E-05
6	9	0,02855	0,028578	-2,8E-05	0,028507	4,3E-05	0,028692	-0,000142
8	9	0,02665	0,026681	-3,1E-05	0,026603	4,7E-05	0,026777	-0,000127
8	11	0,02501	0,02504	-3E-05	0,024958	0,000052	0,025123	-0,000113
10	11	0,02488	0,024906	-2,6E-05	0,024824	5,6E-05	0,024989	-0,000109
7	10	0,02048	0,020505	-2,5E-05	0,020426	5,4E-05	0,020563	-8,3E-05
9	12	0,02842	0,028446	-2,6E-05	0,028374	4,6E-05	0,028558	-0,000138
11	12	0,03072	0,030739	-1,9E-05	0,030678	4,2E-05	0,030876	-0,000156
11	14	0,02944	0,029467	-2,7E-05	0,029399	4,1E-05	0,029589	-0,000149
13	14	0,02841	0,028433	-2,3E-05	0,028361	4,9E-05	0,028545	-0,000135
10	13	0,02436	0,024391	-3,1E-05	0,024309	5,1E-05	0,024471	-0,000111
12	15	0,03482	0,034821	-1E-06	0,034831	-1,1E-05	0,035053	-0,000233
14	15	0,03521	0,035207	3E-06	0,035143	6,7E-05	0,035366	-0,000156
R	4	0,01704	0,017053	-1,3E-05	0,016989	5,1E-05	0,017096	-5,6E-05

Figura 4 - Gráfico da perda de carga total da rede malhada.



As equações explícitas cujos resultados mais se aproximaram da perda de carga apresentada pela fórmula de Colebrook-White foram as de Sousa-Cunha-Marques (1999), Zigrang-Silvester (1982), a Segunda equação de Brkić (2011) e a de Sousa-Neto (2014). A equação de Sousa-Cunha-Marques novamente apresentou uma perda de carga total pouco diferente da apresentada pela fórmula de Colebrook-White, apenas 0,007002 m maior.

CONCLUSÕES

Para o cálculo do fator de atrito f da equação universal da perda de carga de Darcy-Weisbach, a fórmula implícita de Colebrook-White, segundo a literatura, ainda é a equação que melhor representa a resistência ao escoamento em uma tubulação, mesmo com o problema evidente do fator f ser implícito. As aproximações explícitas existentes ainda encontram problemas quanto à extensão de seus termos, tornando-as cansativas para o uso e, como se verificou, seus resultados podem mostrar-se um pouco distantes do encontrado pela fórmula implícita.

Em vista dos resultados apresentados pela fórmula de Colebrook-White e pelas equações explícitas de fator de atrito selecionadas, observando as duas redes analisadas, recomenda-se o uso das equações de Sousa-Cunha-Marques (1999) e Zigrang-Silvester (1982) como boas aproximações explícitas para o fator de atrito de Darcy-Weisbach. A equação de Sousa-Neto (2014) deve ser utilizada com cautela, pois, nesse trabalho, não foram analisadas rugosidades absolutas do PVC diferentes de 0,0015 mm, e assim os resultados gerados podem não ser satisfatórios. O mesmo vale para valores de número de Reynolds abaixo de 12.000, aproximadamente. A Segunda equação de Brkić (2011), mesmo em vista dos bons resultados, é uma equação bastante extensa para ser utilizada.

Em contrapartida, as equações de Blasius (1913) e de Swamee-Jain (1976) apresentaram valores um pouco mais altos para perda de carga e pressões em relação a todas as outras equações em estudo. Da mesma forma, a equação de Moody (1947) e a Primeira equação de Brkić (2011) exibiram tais valores abaixo dos obtidos pela fórmula de Colebrook-White. Apesar disso, a diferença de seus fatores de atrito para o da equação de Colebrook-White é bem pequena, situando-se na terceira ou quarta casa decimal.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12211**: Estudos de concepção de sistemas públicos de abastecimento de água. Rio de Janeiro: ABNT, 1992.
2. ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12218**: Projeto de rede de distribuição de água para abastecimento público. Rio de Janeiro, ABNT, 1994.
3. AZEVEDO NETTO, José Martiniano de; FERNANDEZ Y FERNANDEZ, Miguel; ARAUJO, Roberto de; ITO, Acácio Eiji. **Manual de hidráulica**. 8ª ed. São Paulo: Ed. Edgard Blücher, 1998. 670p.
4. CAMARGO, L. A. Equações Explícitas para o Fator de Atrito de Darcy-Weisbach. **Hidrotec Calculator**, 2001. Sítio <www.hidrotec.xpg.com.br/EquExpli.htm> acessado em: 25/04/2014.
5. GENIĆ, S. et al. A Review of Explicit Approximations of Colebrook's Equation. **Faculty of Mechanical Engineering Transactions**, Belgrado, v.39, n.2, p.67-71, 2011.
6. MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H. **Fundamentos da Mecânica dos Fluidos**. 4ª ed. São Paulo: Ed. Edgard Blücher, 2004. 572p.
7. PORTO, R. M. Hidráulica básica. 4. Ed. São Carlos: EESC-USP, 2006. 540 p.
8. SILVA, A. M. F. da C e. Determinação de perda de carga em tubulações de sistemas de abastecimento. **XII Simpósio Ítalo-Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental**, Natal, 2014. 16p.
9. SOUSA, J. S. C. de; NETO, J. D. Equação Explícita para Cálculo do Fator de Atrito de Darcy-Weisbach em Projetos de Irrigação Pressurizada. **Irriga**, Botucatu, v.19, n.1, p.137-148, jan./mar. 2014.
10. TSUTIYA, Milton Tomoyuki. **Abastecimento de Água**. 3ª ed. São Paulo: Departamento de Engenharia Hidráulica e Sanitária da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2006. 643p.